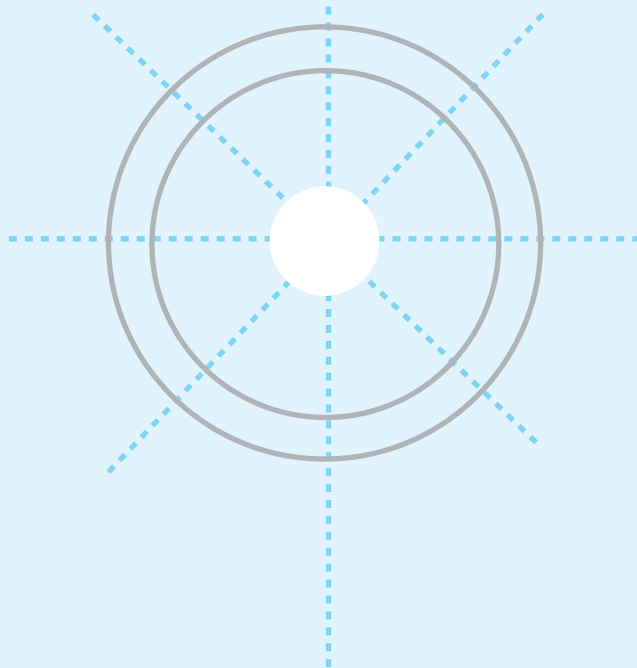




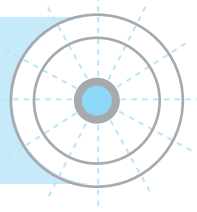
فصل اول

نور و بازتاب نور

بودجه‌بندی کنکور سراسری سال‌های اخیر

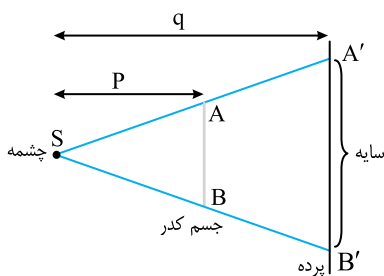
سال رشته	۹۰	۹۱	۹۲	۹۳	۹۴
ریاضی	۲	۲	۲	۲	۴
تجربی	۱	۱	۱	۲	۲

فصل اول نور و بازتاب نور



نور بر خط راست سیر می‌کند. تشکیل سایه، نیم‌سایه، ماه گرفتگی، خورشید گرفتگی و ... همه دلیلی بر این مطلب هستند. برای بررسی این پدیده‌ها، از ریاضیات مربوط به خط راست، تشابه مثلث‌ها و امثال آن‌ها کمک می‌گیریم؛ به همین علت این مبحث از فیزیک را نور هندسی نیز می‌گویند.

چشمه‌ی نور نقطه‌ای و تشکیل سایه



در شکل روبه‌رو، جسم کدر AB بین چشمه‌ی نقطه‌ای S و پرده قرار دارد، بنابراین سایه تشکیل می‌شود و مرز آن کاملاً مشخص است. بنا بر تشابه دو مثلث SAB و SA'B' خواهیم داشت:

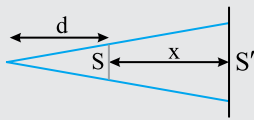
$$\frac{\text{فاصله‌ی پرده تا چشمه‌ی نور}}{\text{فاصله‌ی جسم کدر تا چشمه‌ی نور}} = \frac{\text{قطر سایه}}{\text{قطر جسم کدر}} \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p}$$

برای مقایسه‌ی مساحت سایه با مساحت جسم کدر نیز می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{مساحت سایه}}{\text{مساحت جسم کدر}} = \frac{S'}{S} = \left(\frac{q}{p}\right)^2$$

مثال: یک سکه در فاصله‌ی d از یک چشمه‌ی نور نقطه‌ای قرار دارد و سایه‌ی آن روی پرده‌ای تشکیل شده است. اگر مساحت سایه ۹ برابر مساحت سکه باشد، فاصله‌ی سکه تا پرده چند d است؟

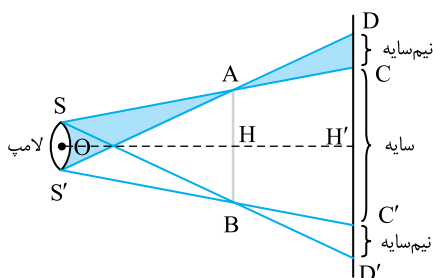
پاسخ: با توجه به شکل داریم:



$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{d+x}{d}\right)^2 \Rightarrow 9 = \left(\frac{d+x}{d}\right)^2 \Rightarrow 3 = \frac{d+x}{d} \Rightarrow x = 2d$$

نکته: اگر چشمه‌ی نور را از جسم دور کنیم، پهنای سایه کوچک‌تر و اگر چشمه را به جسم کدر نزدیک کنیم، پهنای سایه بزرگ‌تر می‌شود. توجه کنید که به جای دور کردن چشمه از جسم، می‌توان پرده را به جسم نزدیک کرد و به جای نزدیک کردن چشمه به جسم می‌توان پرده را از جسم دور کرد.

چشمه‌ی نور گسترده و تشکیل سایه و نیم‌سایه



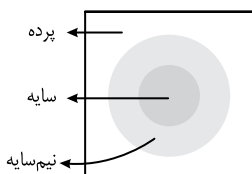
در شکل روبه‌رو، جسم کدر AB بین چشمه‌ی نور گسترده و پرده قرار دارد. بنابراین علاوه بر سایه، نیم‌سایه نیز خواهیم داشت. در تشکیل سایه و نیم‌سایه، مرز سایه کاملاً مشخص نخواهد بود و مطالب زیر تنها جلوه‌ی ریاضی پدیده است.

$$\triangle SS'A \sim \triangle ADC \Rightarrow \frac{\text{فاصله‌ی پرده از جسم کدر}}{\text{فاصله‌ی چشمه از جسم کدر}} = \frac{\text{قطر نیم‌سایه}}{\text{قطر چشمه‌ی نور}} \Rightarrow \frac{DC}{SS'} = \frac{HH'}{OH}$$

برای به دست آوردن قطر سایه از تشابه دو مثلث S'AB و S'DC' در شکل قبل استفاده کرده، طول DC' را به دست آورده، سپس قطر نیم‌سایه را از آن کم می‌کنیم.

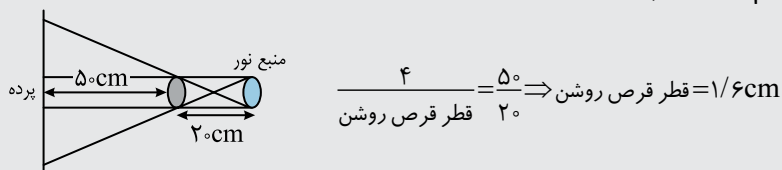
$$\triangle S'AB \sim \triangle S'DC' \Rightarrow \frac{DC'}{AB} = \frac{OH'}{OH}$$

$$CC' = DC' - DC \quad \text{قطر نیم‌سایه}$$

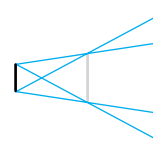
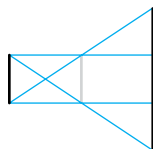
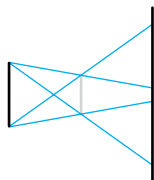


مثال: یک قرص روشن و یک قرص کدر و یک پرده مطابق شکل روبه‌رو به موازات یک‌دیگر قرار دارند. فاصله‌ی جسم کدر از چشمه 50cm و از پرده 20cm است. اگر به‌نای نیم‌سایه روی پرده 4cm باشد، قطر قرص روشن چند سانتی‌متر خواهد بود؟

پاسخ:



در شکل‌های زیر حالت‌های مختلف چشمه‌ی گسترده و جسم کدر نشان داده شده است:



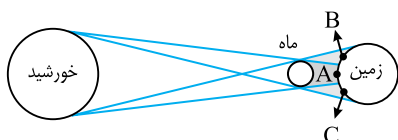
(الف) چشمه از جسم کدر کوچک‌تر است. (ب) چشمه هم‌اندازه‌ی جسم کدر است. (پ) چشمه از جسم کدر بزرگ‌تر است.

توجه: در تمام شکل‌های بالا با دور کردن چشمه از جسم کدر (و یا نزدیک کردن پرده به جسم کدر) نیم‌سایه کوچک می‌شود. در شکل (الف) سایه نیز کوچک می‌شود، در شکل (ب) سایه ثابت می‌ماند و در شکل (پ) سایه بزرگ می‌شود.

خورشید گرفتگی (کسوف)

در پدیده‌ی خورشید گرفتگی ماه بین زمین و خورشید قرار می‌گیرد و سایه‌ی ماه روی زمین می‌افتد. این پدیده در سمتی از کره‌ی زمین که روز است دیده می‌شود.

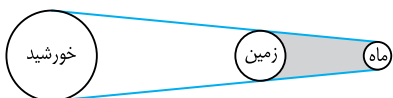
اگر ناظر در محل سایه قرار بگیرد، خورشید گرفتگی را کامل می‌بیند و اگر در نیم‌سایه قرار بگیرد، خورشید گرفتگی را جزئی می‌بیند.



- ناظر A: خورشید گرفتگی کامل
- ناظر B: خورشید گرفتگی جزئی
- ناظر C: خورشید گرفتگی جزئی

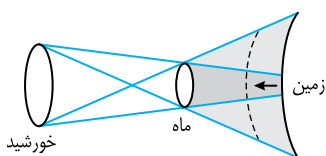
ماه گرفتگی (خسوف)

در پدیده‌ی ماه گرفتگی ماه بین زمین و خورشید قرار می‌گیرد و سایه‌ی زمین روی ماه می‌افتد. این پدیده در سمتی از کره‌ی زمین که شب است دیده می‌شود.



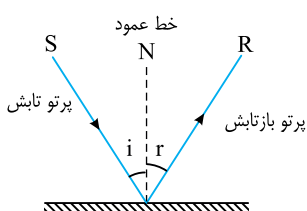
تست: سطح سایه و نیم‌سایه‌ای که هنگام خورشید گرفتگی روی زمین تشکیل می‌شود، وقتی ماه به زمین نزدیک‌تر است، نسبت به زمانی که ماه از زمین دور است به ترتیب و است.

- (۱) کوچک‌تر - کوچک‌تر (۲) کوچک‌تر - بزرگ‌تر (۳) بزرگ‌تر - کوچک‌تر (۴) بزرگ‌تر - بزرگ‌تر



پاسخ: در خورشید گرفتگی ابعاد چشمه (خورشید) از ابعاد جسم کدر (ماه) بزرگ‌تر است. به جای نزدیک کردن ماه به زمین، زمین را به ماه نزدیک فرض می‌کنیم و مطابق شکل مشاهده می‌کنیم که سایه بزرگ‌تر و نیم‌سایه کوچک‌تر می‌شود. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

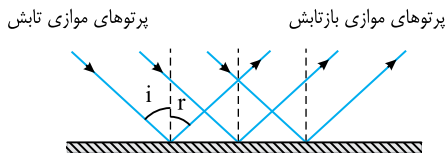
قوانین بازتابش نور



- ۱- زاویه‌ی تابش با زاویه‌ی بازتابش (از هر سطحی) برابر است. $\hat{i} = \hat{r}$
- ۲- پرتو تابش، پرتو بازتابش و خط عمود بر سطح آینه در نقطه‌ی تابش در یک صفحه قرار دارند. $\hat{i}$ (زاویه‌ی تابش) زاویه‌ای است بین پرتو تابش (S) و خط عمود (N).
- $\hat{r}$ (زاویه‌ی بازتابش) زاویه‌ای است بین پرتو بازتابش (R) و خط عمود (N).
- وقتی پرتو نوری عمود بر سطح می‌تابد ($i = 0$)، بازتابش آن بر پرتو تابش منطبق است ($r = 0$).

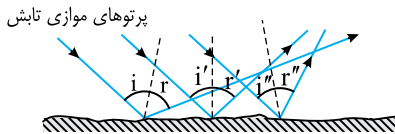
بازتابش منظم

در شکل روبه‌رو، پرتوهای نور بر یک سطح صیقلی تابیده و بازتاب شده‌اند؛ بازتابش نور از یک سطح صیقلی را بازتابش منظم می‌گویند.



بازتابش نامنظم (پخش نور)

وقتی یک دسته پرتو موازی مانند پرتوهای خورشید به سطح جسم غیر صیقلی مانند یک دیوار یا تنه‌ی یک درخت و یا یک برگ برخورد کند، هنگام بازتابش، نور در جهات مختلف پخش می‌شود. این پدیده را پخش نور می‌گویند. علت اصلی دیدن اجسام در پیرامون ما نیز همین پدیده است. به شکل مقابل دقت کنید. در هر حالت زاویه‌ی تابش و زاویه‌ی بازتاب برابرند.



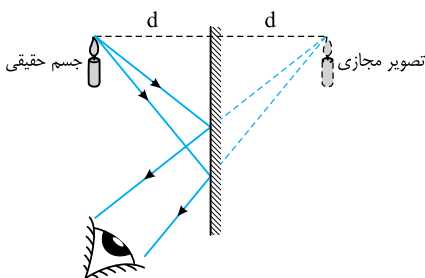
تست: سایه‌ی اجسام در روز کاملاً تاریک نیست. عاملی که تاریکی مطلق سایه را از بین می‌برد چیست؟

- (۱) وجود نیم‌سایه
(۲) وجود نور غیرمستقیم خورشید که از تمام امتدادها می‌تابد.
(۳) تشکیل نوارهای تداخلی
(۴) تشعشع زمینه‌ای که سایه روی آن تشکیل می‌شود.

پاسخ: علت آن پخش نور در تمام راستاها است. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

آینه‌ی تخت

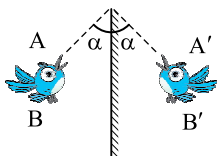
طرز تشکیل تصویر در آینه‌ی تخت



برای رسم تصویر هر نقطه از جسم، معمولاً از دو پرتو نور استفاده می‌کنیم؛ به این ترتیب که دو پرتو نور را از آن نقطه به آینه می‌تابانیم، بازتابان را رسم کرده، سپس امتداد پرتوهای بازتاب را رسم می‌کنیم تا در پشت آینه به هم برسند. نقطه‌ی تقاطع آن‌ها محل تصویر نقطه‌ی مورد نظر است.

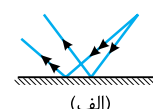
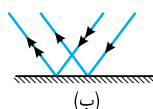
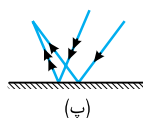
مشخصات تصویر در آینه‌ی تخت

- ۱- تصویر مجازی است (از امتداد پرتوهای نور در پشت آینه تشکیل می‌شود).
- ۲- طول تصویر برابر طول جسم است.
- ۳- فاصله‌ی تصویر تا آینه برابر با فاصله‌ی جسم تا آینه است (برای به دست آوردن محل تصویر کافی است خطی عمود بر آینه رسم شود و به اندازه‌ی خودش در پشت آینه ادامه یابد).
- ۴- زاویه‌ی امتداد جسم با آینه، با زاویه‌ی امتداد تصویر با آینه برابر است.
- ۵- تصویر دارای برگردان جانبی است. یعنی سمت چپ تصویر، سمت راست جسم است.



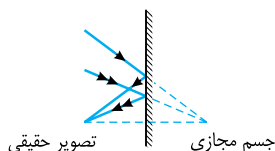
توجه:

- ❖ اگر دسته پرتو واگرا به آینه‌ی تخت بتابد، دسته پرتو بازتاب واگرا است (شکل الف).
- ❖ اگر دسته پرتو موازی به آینه‌ی تخت بتابد، دسته پرتو بازتاب موازی است (شکل ب).
- ❖ اگر دسته پرتو همگرا به آینه‌ی تخت بتابد، دسته پرتو بازتاب همگرا است (شکل پ).



«جسم مجازی»

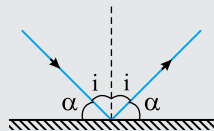
مطالعه
آزاد



جسم مجازی وجود خارجی ندارد، اما این گونه تعریف می‌شود:
«هرگاه در مسیر پرتوهای همگرا که می‌خواهند یک تصویر حقیقی تشکیل دهند، یک دستگاه نوری قرار گیرد، آن تصویر، دیگر تشکیل نمی‌شود و برای دستگاه نوری حکم شیء مجازی را دارد.

مثال: زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتابش 6° برابر زاویه بین پرتو تابش و سطح آینه است. زاویه تابش را بیابید.

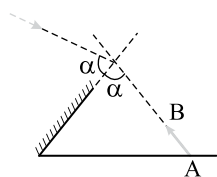
پاسخ: باتوجه به فرض مسأله خواهیم داشت:



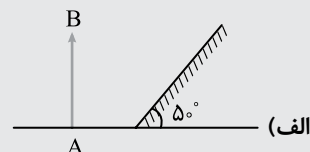
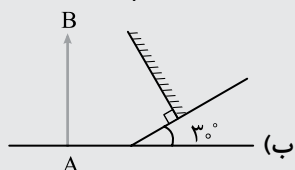
$$2i = 6^\circ \Rightarrow i = 3^\circ \quad i + \alpha = 9^\circ \Rightarrow i + \frac{i}{3} = 9^\circ \Rightarrow i = 6.75^\circ$$

زاویه بین راستای جسم و راستای تصویر در آینه‌ی تخت

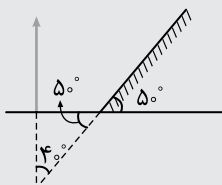
برای یافتن زاویه بین امتداد جسم و تصویر، با امتداد دادن جسم و آینه زاویه بین امتداد جسم و آینه را به دست آورده و آن را دو برابر می‌کنیم.
زاویه بین راستای تصویر و جسم همواره دو برابر زاویه بین جسم و آینه است.



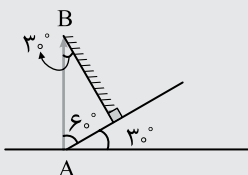
مثال: در شکل‌های زیر جسم AB مقابل آینه‌ی تختی قرار دارد. زاویه بین امتداد جسم و امتداد تصویر آن چند درجه است؟



پاسخ: الف) آینه و جسم را امتداد می‌دهیم. در این صورت زاویه بین امتداد جسم و تصویرش برابر خواهد بود با: $2 \times 4^\circ = 8^\circ$



ب) می‌توانید مطابق شکل جسم را انتقال دهید. در این صورت زاویه بین جسم و تصویرش برابر خواهد بود با: $2 \times 3^\circ = 6^\circ$



آینه‌های متقاطع

در شکل زیر آینه‌ها را آینه‌های متقاطع می‌گویند.

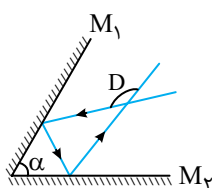
هرگاه پرتو پس از تابش به آینه‌ی M_1 و بازتاب از آن به آینه‌ی M_2 بتابد، زاویه انحراف برابر خواهد شد با:

$$D = 2\alpha \quad \text{اگر } \alpha < 90^\circ$$

$$D = 180^\circ \quad \text{اگر } \alpha = 90^\circ \quad (\text{پرتو بازتاب از } M_2 \text{ و پرتو تابش به } M_1 \text{ با هم موازی می‌شوند}).$$

$$D = 360^\circ - 2\alpha \quad \text{اگر } \alpha > 90^\circ$$

دقت کنید زاویه انحراف به زاویه تابش بر آینه‌ی M_1 بستگی ندارد.



میدان دید در آینه‌ها

فضایی در آینه که توسط ناظر دیده می‌شود، میدان دید نام دارد.

میدان دید به نوع آینه، اندازه‌ی آینه و فاصله‌ی ناظر از آینه بستگی دارد.

میدان دید آینه‌ی محدب (کوژ) از سایر آینه‌ها بیش‌تر است، به همین علت این آینه در پیچ جاده‌ها و آینه‌ی بغل اتومبیل‌ها به کار می‌رود.

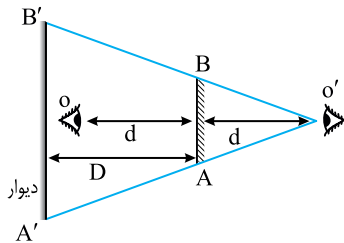
برای یافتن میدان دید، محل تصویر چشم ناظر را در آینه به دست آورده، از آن

پرتوهایی به لبه‌های آینه وصل کرده، امتداد می‌دهیم. (مطابق شکل روبه‌رو)

با توجه به تشابه دو مثلث $O'AB$ و $O'A'B'$ خواهیم داشت:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{D+d}{d}$$

$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{D+d}{d}\right)^2$$



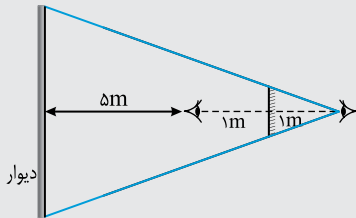
d = فاصله‌ی ناظر از آینه ، S = مساحت آینه

D = فاصله‌ی دیوار از آینه ، S = مساحت قسمتی از دیوار که در آینه دیده می‌شود

مثال: شخصی در فاصله‌ی یک متری از آینه‌ای که مساحت آن 40 cm^2 است ایستاده است. این شخص چه مساحتی از دیوار پشت سرش

را که در فاصله‌ی ۵ متری از اوست در آینه می‌بیند؟

پاسخ: با تعیین محل تصویر چشم در آینه، میدان دید را مشخص می‌کنیم:



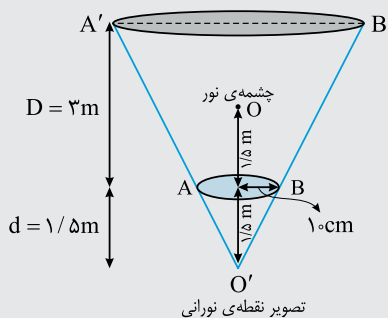
$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{5+1+1}{1}\right)^2 \Rightarrow \frac{S'}{40} = (7)^2 \Rightarrow S' = 1960\text{ cm}^2$$

مثال: آینه‌ی تخت دایره‌ای شکل به شعاع 10 cm روی سطح یک میز افقی قرار دارد. یک چشمه‌ی نقطه‌ای نور در فاصله‌ی $1/5$ متری آینه

بالای میز قرار دارد. قطر لکه‌ی روشن ایجاد شده روی سقف که در فاصله‌ی ۳ متری آینه است چند سانتی‌متر است؟

پاسخ: ابتدا محل تصویر نقطه‌ی نورانی را در آینه‌ی تخت به دست آورده و سپس با

استفاده از تشابه مثلث‌های $O'AB$ و $O'A'B'$ خواهیم داشت:



$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{D+d}{d} \Rightarrow \frac{A'B'}{20} = \frac{4/5}{1/5} \Rightarrow A'B' = 60\text{ cm}$$

مثال: شخصی که بلندی قامت او 180 cm است، می‌خواهد تمام قامت خود را در یک آینه‌ی تخت ببیند.

الف) حداقل بلندی آینه چند سانتی‌متر باید باشد؟

ب) اگر فاصله‌ی چشم شخص از رأس سرش 10 cm باشد، فاصله‌ی آینه از

کف اتاق باید چند سانتی‌متر باشد؟

پاسخ: مطابق شکل تصویر چشم در آینه را به دست آورده و از تصویر، پرتوهایی به

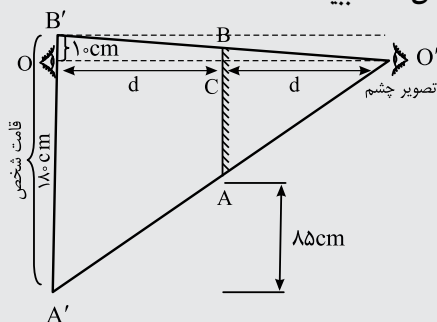
لبه‌های آینه وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم. این پرتوها باید به رأس سر و

نوک پای شخص برسد تا شخص تمام قامت خود را در آینه ببیند.

$$\triangle O'AB \sim \triangle O'A'B' \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{2d}{d} \Rightarrow \frac{180}{AB} = 2 \Rightarrow AB = 90\text{ cm} \quad \text{الف)}$$

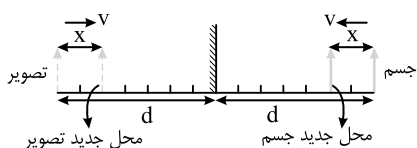
ب) چون محل چشم 10 cm پایین‌تر از رأس سر شخص قرار دارد، خواهیم داشت:

$$\triangle O'BC \sim \triangle O'OB' \Rightarrow \frac{BC}{OB'} = \frac{O'C}{O'O} \Rightarrow \frac{BC}{10} = \frac{d}{2d} \Rightarrow BC = 5\text{ cm} \Rightarrow 180 - 5 - 90 = 85\text{ cm}$$



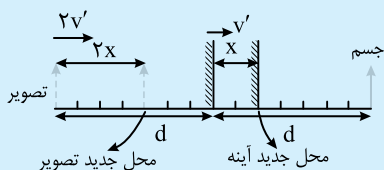
نکته: هرگاه شخصی بخواهد تمام قامت خود را در آینه‌ی تختی ببیند، همواره حداقل بلندی آینه نصف بلندی قامت شخص خواهد بود. اگر شخصی مقابل آینه‌ی تخت بایستد، همواره ابعادی به اندازه‌ی دو برابر ابعاد آینه از بدنش را در آینه می‌بیند و این ابعاد به فاصله‌ی شخص از آینه بستگی ندارد.

سرعت و جابه‌جایی جسم و تصویر در آینه‌ی تخت

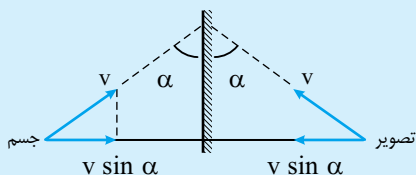


هرگاه مطابق شکل، جسمی در فاصله‌ی d از آینه‌ی تخت باشد، چنانچه با ساکن بودن آینه، جسم جابه‌جایی x را انجام دهد، تصویر نیز جابه‌جایی x را می‌پیماید و جسم و تصویر به اندازه‌ی $2x$ به هم نزدیک می‌شوند. در واقع اگر جسم با سرعت v حرکت کند، تصویر آن نیز با سرعت v حرکت می‌کند و سرعت تصویر نسبت به جسم $2v$ است.

نکته: هرگاه آینه با سرعت v' به سوی جسم ساکن حرکت کند یا از آن دور شود، تصویر با سرعت $2v'$ جابه‌جا می‌شود و سرعت تصویر نسبت به جسم $2v'$ و نسبت به آینه v' است. (جابه‌جایی آینه به اندازه‌ی x باعث جابه‌جایی تصویر به اندازه‌ی $2x$ است.)



نکته: اگر جسم با سرعت v با زاویه‌ی α مطابق شکل به آینه‌ی ساکن نزدیک شود، سرعت نزدیک شدن تصویر به آینه و سرعت نزدیک شدن تصویر به جسم از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

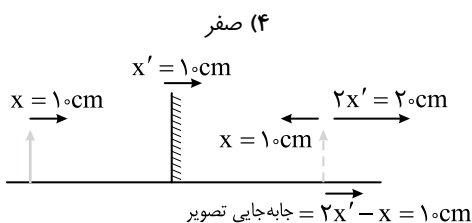


سرعت نزدیک شدن تصویر به آینه $v \sin \alpha$

سرعت نزدیک شدن تصویر به جسم $2v \sin \alpha$

زاویه‌ی بین راستای حرکت جسم و راستای آینه α

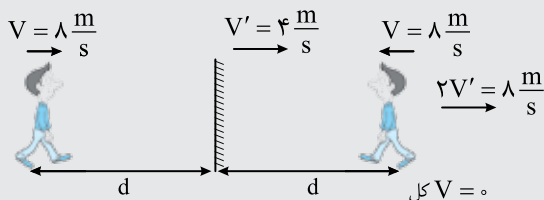
تست: جسمی مقابل یک آینه‌ی تخت قرار دارد. هرگاه در راستای عمود بر آینه، جسم و آینه هر یک 10 cm در یک سو جابه‌جا شوند، جابه‌جایی تصویر نسبت به حالت اول چند سانتی‌متر خواهد بود؟



پاسخ: آینه 10 cm جابه‌جا شده است پس تصویر 20 cm جابه‌جا می‌شود. جسم 10 cm به سوی آینه رفته است پس تصویر 10 cm به آینه نزدیک می‌شود بنابراین جابه‌جایی کل تصویر برابر خواهد شد با: $20 - 10 = 10\text{ cm}$

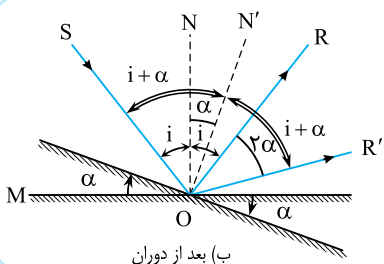
بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

مثال: شخصی با سرعت $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سوی آینه‌ی تختی می‌رود. آینه با چه سرعتی حرکت کند تا محل تصویر تغییر نکند؟

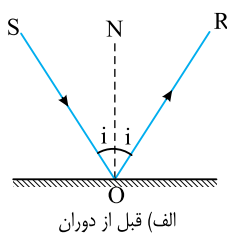


پاسخ: آینه باید با سرعت $v' = \frac{v}{2} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهت حرکت شخص

حرکت کند تا تصویر در جای خود ساکن بماند.



(ب) بعد از دوران



(الف) قبل از دوران

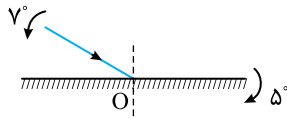
«دوران آینه‌ی تخت»

اگر پرتو نوری به سطح آینه‌ی تختی برخورد کند، چنانچه آینه را به اندازه‌ی زاویه‌ی α دوران دهیم، پرتو بازتابش به اندازه‌ی 2α دوران می‌کند.

$$\hat{ROR}' = \hat{SOR}' - \hat{SOR} = 2(i + \alpha) - 2i = 2\alpha$$

مطالعه آزاد

تست: با توجه به شکل مقابل اگر آینه به اندازه‌ی ۵ درجه و پرتو تابش به اندازه‌ی ۷ درجه حول O دوران نمایند، پرتو بازتابش چند درجه و چگونه دوران می‌کند؟



(۲) ۱۹ پادساعتگرد

(۱) ۱۹ ساعتگرد

(۴) ۱۷ پادساعتگرد

(۳) ۱۷ ساعتگرد

پاسخ: اگر آینه به اندازه‌ی ۵° ساعتگرد بچرخد، پرتو تابش به اندازه‌ی $10^\circ = 2 \times 5^\circ$ ساعتگرد می‌چرخد و هنگامی که پرتو تابش 7° پادساعتگرد بچرخد، پرتو تابش نیز 7° ساعتگرد می‌چرخد. بنابراین پرتو تابش در مجموع $10^\circ + 7^\circ = 17^\circ$ ساعتگرد می‌چرخد. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

آینه‌های کروی

آینه‌های کروی آینه‌هایی هستند که سطح آن‌ها خمیده و بخشی از سطح یک کره است. یعنی تمام نقاط آن از یک نقطه به نام مرکز آینه (کره) به یک فاصله‌اند. در برخی از آن‌ها قسمت درونی آینه نور را بازتاب می‌کند (مقعر) و در برخی قسمت بیرونی آن‌ها نور را بازتاب می‌کند (محدب). بین مقدار فاصله‌ی جسم از آینه، فاصله‌ی تصویر از آینه و فاصله‌ی کانونی در آینه‌های کروی رابطه‌ی اساسی آینه‌ها برقرار است.

فرمول نیوتون: $aa' = f^2$

رابطه‌ی اساسی آینه‌ها: $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$

قرارداد: حقیقی مثبت و مجازی منفی است.

در فرمول نیوتون: a برابر با فاصله‌ی جسم از کانون و a' برابر با فاصله‌ی تصویر از کانون است.

f : فاصله‌ی کانونی آینه ، q = فاصله‌ی تصویر تا آینه ، p = فاصله‌ی جسم تا آینه

در یک دستگاه نوری نسبت طول تصویر به طول جسم را بزرگ‌نمایی دستگاه نوری می‌گویند و آن را با حرف m نمایش می‌دهند.

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p}$$

$A'B'$ = طول تصویر ، AB = طول جسم

آینه‌ی مقعر (کاو)

آینه‌ی مقعر آینه‌ای است که دسته پرتو تابیده به آن پس از بازتاب همگرا تر می‌شود، پس به سادگی می‌توان گفت آینه‌ی کاو یک دستگاه نوری همگرا است. **کانون اصلی آینه‌ی مقعر:** هرگاه یک دسته پرتو، موازی با محور اصلی به آینه‌ی مقعر بتابد، پرتوهای بازتابش از یک نقطه روی محور اصلی می‌گذرند که آن را کانون اصلی آینه‌ی کاو می‌گویند.

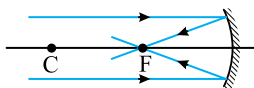
کانون آینه‌ی مقعر، حقیقی است. پس با علامت مثبت در رابطه‌ی آینه‌ها $(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f})$ قرار می‌گیرد.

اگر شعاع انحنای آینه r باشد، فاصله‌ی کانون تا آینه $\frac{r}{2}$ است. $(f = \frac{r}{2})$

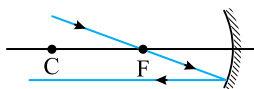
چگونگی و محل تشکیل تصویر در آینه‌ی مقعر

برای یافتن محل تصویر از پرتوهای کمکی زیر استفاده می‌کنیم:

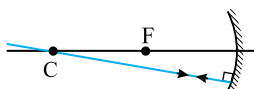
۱- هرگاه پرتو، موازی با محور اصلی آینه‌ی کاو بتابد، بازتابش آن از کانون می‌گذرد.



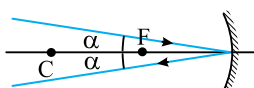
۲- هرگاه پرتو از کانون گذشته و به آینه بتابد، بازتابش آن موازی با محور اصلی است.



۳- هرگاه پرتو از مرکز انحنای آینه‌ی کاو (C) بگذرد و به آینه بتابد، روی خودش بازتابش می‌کند.



۴- هرگاه پرتو به رأس آینه‌ی کاو بتابد، مطابق شکل بازتابش می‌کند.



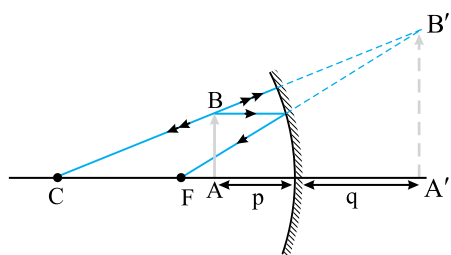
بررسی تصویر در آینه‌ی مقعر ۶ حالت مختلف دارد:

۱- جسم در فاصله‌ی بین کانون (F) و رأس آینه‌ی مقعر (شکل ۱):

مشخصات تصویر: مجازی (پشت آینه)، بزرگ‌تر از جسم، مستقیم

فاصله‌ی جسم از تصویر مجازی‌اش: $p+q$

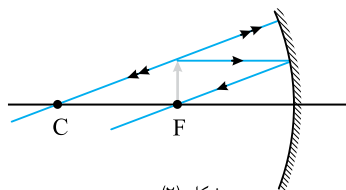
کاربرد: در آینه‌های آرایشی، ریش‌تراشی و دندانپزشکی



شکل (۱)

۲- جسم روی کانون آینه‌ی مقعر (شکل ۲):

مشخصات تصویر: تصویر در بی‌نهایت و بزرگ‌نمایی نیز بی‌نهایت



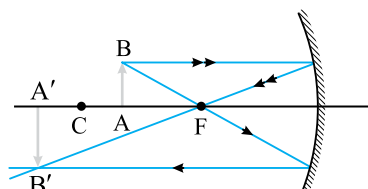
شکل (۲)

اگر جسم با سرعت v از کانون به رأس آینه‌ی مقعر نزدیک شود، تصویر مجازی آن با سرعت v' ($v' > v$) به آینه نزدیک و کوچک‌تر شده و بزرگ‌نمایی به سمت ۱ میل می‌کند. در این حالت چون طول تصویر در حال کوچک شدن است، می‌توان ثابت کرد که حرکت تصویر کندشونده است.

۳- جسم بین کانون و مرکز انحنا آینه‌ی مقعر (شکل ۳):

مشخصات تصویر: حقیقی، وارونه، خارج از C، بزرگ‌تر از جسم

فاصله‌ی جسم از تصویر حقیقی‌اش: $q-p$



شکل (۳)

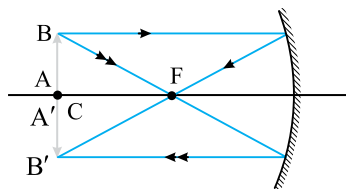
۴- جسم روی مرکز انحنا آینه‌ی مقعر (شکل ۴):

مشخصات تصویر: هم‌اندازه‌ی جسم، حقیقی، وارونه، روی C

فاصله‌ی جسم از تصویر حقیقی‌اش: صفر

بزرگ‌نمایی برابر با یک است. ($p=q=2f$)

در این نقطه، سرعت لحظه‌ای جسم و تصویر با هم برابر است.



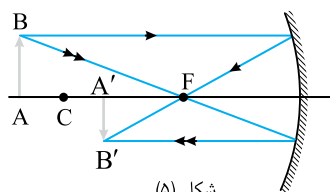
شکل (۴)

هرگاه جسم با سرعت v از کانون به سوی مرکز انحنا آینه برود، تصویر حقیقی آن با سرعت v' ($v' > v$) از بی‌نهایت به سوی مرکز آینه (C) حرکت می‌کند و چون طول تصویر در حال کوچک شدن است، می‌توان ثابت کرد که حرکت تصویر کندشونده است.

۵- جسم دورتر از مرکز انحنا آینه‌ی مقعر (شکل ۵):

مشخصات تصویر: کوچک‌تر از جسم، حقیقی، وارونه، بین کانون (F) و مرکز انحنا آینه (C)

فاصله‌ی جسم از تصویر حقیقی‌اش: $p-q$

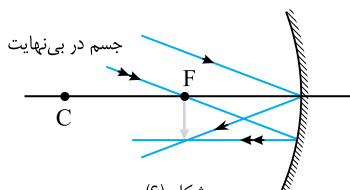


شکل (۵)

۶- جسم در بی‌نهایت دور از آینه‌ی مقعر (شکل ۶):

مشخصات تصویر: روی کانون (F)، حقیقی، وارونه، کوچک‌تر از جسم

کاربرد: کوره‌های آفتابی

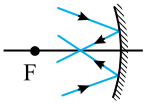


شکل (۶)

هرگاه جسم از فاصله‌ی دور با سرعت v به مرکز انحنا آینه نزدیک شود، تصویر حقیقی آن با سرعت v' ($v' < v$) از کانون به سوی مرکز انحنا آینه حرکت می‌کند و چون طول تصویر در حال بزرگ شدن است، می‌توان ثابت کرد که حرکت تصویر تندشونده است.

در آینه‌های مقعر به نکات زیر دقت کنید:

❖ اگر یک دسته پرتو همگرا به آینه‌ی مقعر بتابد، دسته پرتو بازتابیده، در نقطه‌ای بین کانون و آینه همگرا می‌شود.



❖ اگر یک دسته پرتو موازی به آینه‌ی مقعر بتابد، دسته پرتو بازتابیده، همگرا است. (شکل ۶)

❖ اگر یک دسته پرتو واگرا به آینه‌ی مقعر بتابد، دسته پرتو بازتابیده می‌تواند موازی (شکل ۲)، واگرا (شکل ۱) یا همگرا (شکل‌های ۳، ۴ و ۵) باشد.

❖ اگر بزرگ‌نمایی کوچک‌تر یا مساوی با یک باشد، حتماً تصویر حقیقی است (شکل ۴ و ۵) و اگر بزرگ‌نمایی بزرگ‌تر از یک باشد، تصویر می‌تواند مجازی (شکل ۱) یا حقیقی (شکل ۳) باشد.

❖ در آینه‌ی مقعر، هرگز تصویر جسم حقیقی در فاصله‌ی کانون تا رأس آینه تشکیل نمی‌شود.

مثال: در یک آینه‌ی مقعر از یک جسم، تصویری مستقیم و سه برابر جسم تشکیل شده است. اگر فاصله‌ی کانونی عدسی 30° سانتی‌متر باشد، فاصله‌ی جسم از آینه چند سانتی‌متر است؟

پاسخ: تصویر مستقیم، پس مجازی است و بزرگ‌نمایی آینه نیز $m = \frac{q}{p} = 3$ است. از این‌رو:

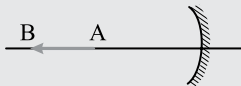
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{3p} = \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{3-1}{3p} = \frac{1}{30} \Rightarrow p = 20 \text{ cm}$$

مثال: جسمی مقابل آینه‌ی کاوی قرار دارد و بزرگ‌نمایی آینه ۲ است. جسم را ۸ cm از آینه دور می‌کنیم، بزرگ‌نمایی آینه برابر ۱ می‌شود. فاصله‌ی کانونی آینه را بیابید؟ (تصویر در دو حالت حقیقی است.)

پاسخ: به کمک رابطه‌ی بزرگ‌نمایی و رابطه‌ی اساسی آینه‌ها مسئله را حل می‌کنیم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \begin{cases} \frac{1}{p_1} + \frac{1}{2p_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow p_1 = \frac{3f}{2} \\ \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow p_2 = 2f \end{cases} \xrightarrow{p_2 - p_1 = 8} 2f - \frac{3}{2}f = 8 \Rightarrow f = 16 \text{ cm}$$

مثال: در شکل مقابل جسم AB روی محور اصلی آینه‌ی کاوی منطبق بر محور اصلی آینه قرار دارد. فاصله‌ی کانونی آینه ۲۰ cm، فاصله‌ی نقطه‌ی A از آینه ۴۰ cm و طول جسم ۵ cm است. طول تصویر آن چند سانتی‌متر خواهد بود؟



پاسخ: محل تصویر A و محل تصویر B را جداگانه به دست می‌آوریم. A روی مرکز انحنای آینه قرار دارد. در نتیجه:

$$A: \begin{cases} p_A = 40 \text{ cm} \\ q_A = 40 \text{ cm} \end{cases}$$

$$B: \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{45} + \frac{1}{q} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{45-20}{900} \Rightarrow q_B = 36 \text{ cm}$$

$$A'B' = 40 - 36 \Rightarrow A'B' = 4 \text{ cm} \quad \text{بنابراین:}$$

نقاط مزدوج

به دو نقطه که هرگاه جسم در یکی از آن‌ها قرار گیرد تصویر حقیقی‌اش در نقطه‌ی دیگر تشکیل شود، نقاط مزدوج می‌گویند. در این صورت:

$$p_2 = q_1 \Rightarrow q_2 = p_1 \Rightarrow m_2 = \frac{q_2}{p_2} = \frac{p_1}{q_1} \Rightarrow m_2 = \frac{1}{m_1}$$

در جابه‌جایی جسم از یک نقطه به محل تصویرش طول تصویر جدید نسبت به طول تصویر قدیم برابر خواهد بود با:

$$\frac{A'B'_2}{A'B'_1} = m_2 = \left(\frac{1}{m_1}\right)^2$$