

۹- اگر $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ حاصل $f(x)f'(x)$ را بیابید.

۱۰- اگر $f(x) = \sqrt[3]{\sin x + \cos x}$ حاصل $f'(x)f''(x)$ را بیابید.

۱۱- اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt[5]{1+x^2}}$ حاصل $f'(x)f''(x)(1+x^2)$ را بیابید.

۱۲- اگر $f(x) = (1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)(1+x^{16}) + 1$ حاصل $(x-1)f'(x) + f(x)$ را بیابید.

۵-۴: مشتق توابع مرکب و تابع وارون

۱- مشتق هر یک از توابع زیر را به دست آورید.

الف) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$ ب) $f(x) = (1 + \frac{\sqrt{x-2}}{3})^4$ پ) $f(x) = \frac{1}{2 + \sqrt{3x+4}}$

ت) $f(x) = \sin(\sin(\sin x))$ ث) $f(x) = \sqrt{\sin \sqrt{x}}$ ج) $f(x) = \sin^3(x^2 + x^2)$

چ) $f(x) = (2x+1)^5(x^2-x+1)^4$ ح) $f(x) = \sqrt{\cos(\sin^2 x)}$

۲- اگر f بر \mathbb{R} مشتق پذیر باشد، مشتق هر یک از توابع زیر را بر حسب f' بیان کنید.

الف) $y = f(\Delta x - x^2)$ ب) $y = f(2f(3f(x)))$ پ) $y = f(\sin^2 x) + f(\cos^2 x)$

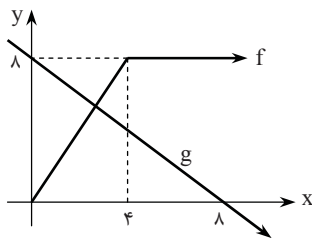
۳- مشتق توابع زیر را به دست آورید.

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{1-x^4}{1+x^4}}$ ب) $f(x) = \cos^3(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}})$ پ) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}}$

ت) $f(x) = (x^2 - 3x + 1)^5 \sin(x^2 + 3x - 1)^5$ ث) $f(x) = \sin(\cos^2 x) \cos(\sin^2 x)$

ج) $f(x) = \sin^n x \cos nx$ چ) $f(x) = \frac{4x+6}{\sqrt{x^2+3x+4}}$ ح) $f(x) = \frac{1+\tan x}{1-\tan x}$

خ) $f(x) = \frac{(2-x^2)(3-x^2)}{(1-x)^2}$ د) $f(x) = \tan x - \frac{1}{3} \tan^3 x + \frac{1}{5} \tan^5 x$



۴- در شکل روبه‌رو نمودار توابع f و g رسم شده است. اگر $h(x) = f(g(x))$ و $k(x) = g(f(x))$ حاصل $h'(1)$ و $k'(2)$ را به دست آورید.

۵- فرض کنید $\Delta = \frac{d}{dx}(f(x) - f(2x))|_{x=1} = 5$ و $\nabla = \frac{d}{dx}(f(x) - f(2x))|_{x=2} = 7$. حاصل $\frac{d}{dx}(f(x) - f(4x))|_{x=1}$ را به دست آورید.

۶- در هر حالت مقدار خواسته شده را به دست آورید.

الف) $f(x) = \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{\sqrt{x^2+3}}$ ، $f'(1) = ?$ ب) $f(x) = \sin x \cos^{\Delta} x$ ، $f'(\frac{\pi}{2}) = ?$ ، $f'(\pi) = ?$

پ) $f(x) = (x+3)(x-2)^2[x-2]$ ، $f'(2) = ?$ ، $f'(-3) = ?$

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & x \leq 1 \\ \frac{1}{|x|} & x > 1 \end{cases}$$

۷- اگر تابع f بر \mathbb{R} مشتق پذیر باشد، مقادیر a و b را بیابید.

۸- * اگر $f(x) = \begin{cases} x^\alpha [\frac{1}{x}] & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ ، آن گاه $f'(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ را به دست آورید.

۹- در هر حالت، حاصل حد خواسته شده را به دست آورید.

الف) $f(x) = 2 + \sqrt{2x + 2x - x^2}$ ، $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$ (ب) $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x \geq 1 \\ x^2 + 3 & x < 1 \end{cases}$ ، $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h^2) - f(1)}{h^2}$

ب) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & x \geq 1 \\ x^3 - 3 & x < 1 \end{cases}$ ، $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h^2) - f(1+h^2)}{h^2}$

۱۰- مشتق توابع زیر را به دست آورید.

الف) $f(x) = \sin x - |\sin x|$ (ب) $f(x) = \tan x |\sin x|$

ب) $f(x) = |x - 1| + |x - 2| + |x - 3|$ (ت) $f(x) = |x^2 - 3x| + |x - 2|$

۱۱- در هر حالت، مقدار خواسته شده را به دست آورید.

الف) $f(x) = \sqrt{2x} + 3x + \sqrt[3]{x}$ ، $(f^{-1})'(30) = ?$ (ب) $f(x) = x^3 + x$ ، $(f^{-1})'(10) = ?$

ب) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ ، $(f^{-1})'(10) = ?$ ، $(f^{-1})'(-5) = ?$ (ت) $f(x) = 2x + \sin x$ ، $(f^{-1})'(2\pi) = ?$

۱۲- با استفاده از مشتق اتحادهای زیر را ثابت کنید.

الف) $\cot^{-1} x + \tan^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ (ب) $\sin^{-1} x = \cos^{-1}(\sqrt{1-x^2})$ (برای $0 \leq x \leq 1$)

۱۳- مشتق توابع زیر را به دست آورید.

الف) $f(x) = \tan^{-1}(\sin^2 x)$ (ب) $f(x) = \cot^{-1}(\frac{x^2+1}{x^2-2})$ (پ) $f(x) = \frac{\cos^{-1} x}{x}$

۱۴- * فرض کنید $f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^n$. تابع $g(x) = xf'(x)$ را تشکیل دهید و با استفاده از آن مجموع $S = x + 4x^2 + 9x^3 + \dots + n^2x^n$ را بیابید.

۱۵- * اتحاد دوجمله‌ای نیوتن را برای بسط $(1+x)^n$ در نظر بگیرید و با استفاده از آن مجموع زیر را حساب کنید:

$$S = \binom{n}{1} + 2\binom{n}{2} + 3\binom{n}{3} + \dots + n\binom{n}{n}$$

۱۶- * تابعی متناوب با دوره‌ی اصلی تناوب T مثال بزنید که دوره‌ی تناوب تابع مشتق آن برابر $\frac{1}{3}T$ باشد.

۵-۵: آهنگ تغییرات

۱- الف) آهنگ تغییر مساحت یک دایره نسبت به شعاع آن چیست؟

ب) آهنگ تغییر محیط یک دایره نسبت به شعاع آن چیست؟

پ) آهنگ تغییر مساحت یک دایره نسبت به قطر آن چیست؟

ت) آهنگ تغییر محیط یک دایره نسبت به قطر آن چیست؟

۲- طول مستطیلی دو برابر عرض آن است. آهنگ تغییر مساحت مستطیل را نسبت به عرض آن بیابید.