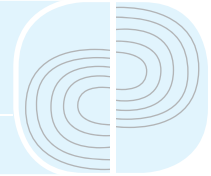


فصل چهارم: مشتق و کاربرد آن (۲)



۴-۵: تقعر و نقطه‌ی عطف

سؤال‌های چهارگزینه‌ای

۱۳۷۸- تابع f پیوسته و مشتق‌پذیر است. اگر با افزایش x ، $f'(x)$ نیز افزایش یابد، کدام گزاره درست است؟
 (۱) f اکیداً صعودی است. (۲) f اکیداً نزولی است. (۳) تقعر نمودار f رو به بالا است. (۴) تقعر نمودار f رو به پایین است.

۱۳۷۹- با افزایش x از $-\infty$ به $+\infty$ ، جهت تقعر نمودار تابع $f(x) = x - \sqrt[3]{x}$ کدام وضع را دارد؟
 (۱) همواره رو به پایین (۲) همواره رو به بالا (۳) ابتدا رو به پایین، سپس رو به بالا (۴) ابتدا رو به بالا، سپس رو به پایین

۱۳۸۰- تقعر نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 + \sqrt{x}$ در کدام وضع را دارد؟
 (۱) ابتدا رو به پایین، بعد رو به بالا (۲) ابتدا رو به بالا، بعد رو به پایین
 (۳) همواره رو به بالا (۴) همواره رو به پایین

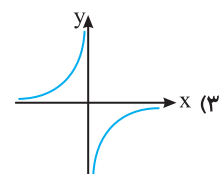
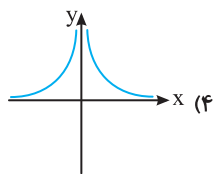
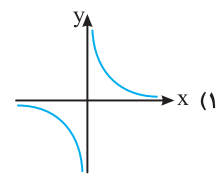
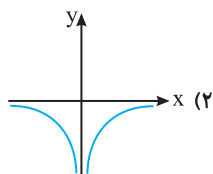
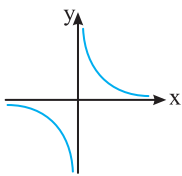
۱۳۸۱- تقعر منحنی $y = x \ln(x-1)$ در کدام بازه رو به پایین است؟
 (۱) $(0, 2)$ (۲) $(1, 3)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(2, +\infty)$

۱۳۸۲- تقعر نمودار تابع $f(x) = x^2 e^{-x}$ در بازه‌ی (a, b) رو به پایین است. بیش‌ترین مقدار $b-a$ کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) $4\sqrt{2}$

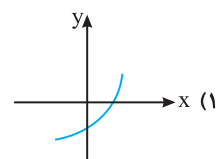
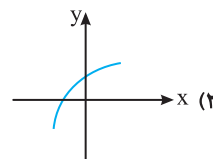
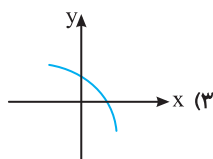
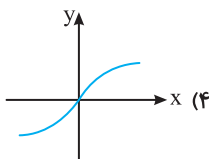
۱۳۸۳- به ازای کدام مقدار a ، تقعر نمودار تابع $f(x) = ax^3 + (1-a^2)x^2 + 3x$ در بازه‌ی $(-\infty, \frac{1}{3})$ به طرف بالا و در بازه‌ی $(\frac{1}{3}, +\infty)$ به طرف پایین است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

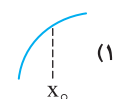
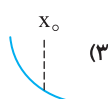
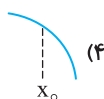
۱۳۸۴- نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = f''(x)$ شبیه کدام شکل می‌تواند باشد؟

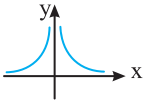


۱۳۸۵- تابع f به گونه‌ای مفروض است که برای هر $x \in \mathbb{R}$ داریم: $f'(x)f''(x) < 0$. کدام گزینه می‌تواند نمودار f باشد؟



۱۳۸۶- اگر مقادیر $f'(x_0)$ و $f''(x_0)$ ریشه‌های معادله‌ی $2x^2 + 5x + 1 = 0$ باشند، نمودار f در همسایگی نقطه‌ی x_0 به کدام صورت است؟





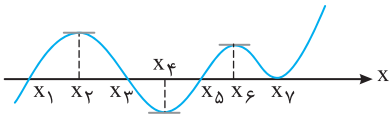
۱۳۸۷- نمودار f' ، مشتق تابع پیوسته f با دامنه \mathbb{R} در شکل مقابل رسم شده است. با افزایش x از $-\infty$ به $+\infty$ ، تقعر

تابع کدام وضع را دارد؟

- (۱) ابتدا رو به بالا، سپس رو به پایین
 (۲) ابتدا رو به پایین، سپس رو به بالا
 (۳) همواره رو به بالا
 (۴) همواره رو به پایین

۱۳۸۸- در شکل مقابل نمودار f' ، مشتق تابع f رسم شده است. در کدام بازه نمودار تابع f

صعودی و با تقعر رو به پایین است؟



- (۱) (x_4, x_5)
 (۲) (x_2, x_3)
 (۳) (x_5, x_6)
 (۴) (x_3, x_4)

۱۳۸۹- تقعر نمودار تابع $f(x) = x^2|x+3|$ در بازه (a, b) رو به پایین است. بیشترین مقدار $b-a$ چقدر است؟

- (۱) ۴
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۵

۱۳۹۰- حدود m کدام باشد تا تقعر نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+mx-3}{x+1}$ برای $x > -1$ رو به بالا باشد؟

- (۱) $m < -2$
 (۲) $m > -2$
 (۳) $m \leq -2$
 (۴) $m \geq -2$

۱۳۹۱- نمودار تابع $f(x) = x^5 - 3x^2 + 1$ چند نقطه‌ی عطف دارد؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) صفر

۱۳۹۲- مجموع عرض‌های نقاط عطف نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{2}x^5 - \frac{1}{6}x^3 + mx + 1$ چقدر است؟

- (۱) ۳
 (۲) $m+3$
 (۳) $3m$
 (۴) ۱

۱۳۹۳- اگر معادله‌ی خط مماس در نقطه‌ی عطف بر نمودار تابع $f(x) = -x^3 + ax^2$ موازی خط $3y = 4x$ باشد، a چقدر است؟

- (۱) ± 1
 (۲) ± 2
 (۳) ± 3
 (۴) ± 4

۱۳۹۴- خط $y = m$ نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + \frac{4}{3}$ را در سه نقطه‌ی A, B و C قطع کرده است. اگر $AB = AC$ ، آن‌گاه

مقدار m کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۱۳۹۵- در تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x + 1$ ، حاصل $f(2+\lambda) + f(2-\lambda)$ کدام است؟

- (۱) ۱۰
 (۲) $10+\lambda$
 (۳) ۵
 (۴) $10-\lambda$

۱۳۹۶- عرض نقطه‌ی عطف نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
 (۲) $3\sqrt{3}$
 (۳) ۳
 (۴) $\sqrt{3}$

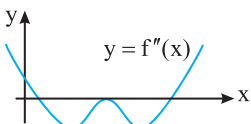
۱۳۹۷- دو نقطه‌ی عطف نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ با یک‌دیگر چه فاصله‌ای دارند؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
 (۲) $2\sqrt{3}$
 (۳) $\sqrt{3}$
 (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

۱۳۹۸- کدام تابع دارای حداقل یک نقطه‌ی عطف است؟

- (۱) $y = \frac{2x-1}{x+3}$
 (۲) $y = |x^2 - 1|$
 (۳) $y = x^{\frac{1}{2}}$
 (۴) $y = x^3|x|$

۱۳۹۹- در شکل مقابل نمودار f'' ، مشتق دوم تابع f رسم شده است. نمودار تابع f چند نقطه‌ی عطف دارد؟



- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) صفر

۱۴۰۰- کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) هر نقطه‌ی عطف تابع f ، یک نقطه‌ی بحرانی تابع f است.
 (۲) هر نقطه‌ی عطف تابع f ، یک نقطه‌ی بحرانی تابع f' است.
 (۳) در هر نقطه‌ی عطف تابع f که f'' موجود باشد، داریم $f''(x) = 0$.
 (۴) در هر نقطه‌ی عطف تابع f ، $f'(x)$ موجود است.

۱۴۰۱- معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ در نقطه‌ی عطف آن کدام است؟

- (۱) $x=2$ (۲) $x=0$ (۳) $y=x-2$ (۴) $y=0$

۱۴۰۲- اگر نقطه‌ی $A(2, -2)$ نقطه‌ی عطف منحنی $y = ax + \sqrt[3]{x+b}$ باشد، $a+b$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) 1 (۳) -3 (۴) -4

۱۴۰۳- در تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x}} & x > 0 \\ -x\sqrt{x^2} & x \leq 0 \end{cases}$ چگونه نقطه‌ای است؟

- (۱) عطف با مماس مایل (۲) عطف با مماس عمودی
 (۳) عطف با مماس افقی (۴) عطف نیست، ولی جهت تقعر عوض می‌شود.

۱۴۰۴- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & x \leq 1 \\ -x^2 + bx & x > 1 \end{cases}$ دارای نقطه‌ی عطف باشد، مقادیر a و b کدام است؟

- (۱) $a=2, b=4$ (۲) $a=2, b=2$ (۳) $a=0, b=2$ (۴) $a=1, b=3$

۱۴۰۵- مختصات نقطه‌ی عطف منحنی $f(x) = x^2 - |x|$ کدام است؟

- (۱) $(0, 0)$ (۲) $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$ (۳) $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$ (۴) نقطه‌ی عطف ندارد.

۱۴۰۶- نمودار تابع $f(x) = |x|(x^2 - 2x)$ دارای چند نقطه‌ی عطف است؟

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

۱۴۰۷- اگر نمودار تابع $f(x) = (x-a)|x-1|$ دارای نقطه‌ی عطف باشد، a کدام است؟

- (۱) $a=-1$ (۲) $a=1$ (۳) $a=0$ (۴) هر عددی می‌تواند باشد.

۱۴۰۸- اگر $A(1, 2)$ نقطه‌ی عطف نمودار تابع $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$ باشد، b کدام است؟ 

- (۱) 2 (۲) -2 (۳) 3 (۴) -3

۱۴۰۹- شیب خط مماس در نقطه‌ی عطف نمودار تابع $f(x) = \cot x$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1

۱۴۱۰- مختصات نقطه‌ی عطف تابع $f(x) = 2 \cot^{-1}(x-1) + \frac{\pi}{3}$ کدام است؟

- (۱) $(1, \frac{\pi}{3})$ (۲) $(1, \frac{4\pi}{3})$ (۳) $(0, \frac{\pi}{3})$ (۴) $(0, \frac{4\pi}{3})$

۱۴۱۱- هر دو نقطه‌ی عطف متوالی نمودار تابع $f(x) = \sin x \cos^3 x - \sin^3 x \cos x$ از یک‌دیگر چه فاصله‌ای دارند؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{8}$ (۴) π

۱۴۱۲- تابع $f(x) = x - \cos x$ بر بازه‌ی $(0, 6\pi)$ چند نقطه‌ی عطف دارد؟

- (۱) 2 (۲) 5 (۳) 6 (۴) 8

۱۴۱۳- تعداد نقاط عطف نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2}{2} + \sin x$ در بازه‌ی $(0, 4\pi)$ چندتا است؟

- (۱) 3 (۲) 2 (۳) 1 (۴) صفر

۱۴۱۴- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2\sqrt{2}(\sin x - \cos x)$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ دارای چند نقطه‌ی عطف است؟

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 4

۱۴۱۵- اگر $f'(x) = x^3 + x - \tan^{-1} x$ ، آن گاه نمودار تابع $y = f(x)$ چند نقطه‌ی عطف دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۴۱۶- تقعر نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x^2 + 12}$ در بازه‌ی (a, b) رو به بالا است. بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟ (سراسری - ۸۸)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۴۱۷- مجموعه‌ی طول نقاط عطف نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x^2 & x \geq -1 \\ -13 - \frac{9}{x} & x < -1 \end{cases}$ کدام است؟ (سراسری - ۸۹)

- (۱) \emptyset (۲) $\{1\}$ (۳) $\{-1, 1\}$ (۴) $\{-1\}$

۱۴۱۸- مجموعه‌ی طول نقاطی که تقعر منحنی به معادله‌ی $f(x) = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ رو به پایین باشد، به کدام صورت است؟ (سراسری تجربی - ۸۹)

- (۱) $-2 < x < 0$ (۲) $-1 < x < 2$ (۳) $0 < x < 1$ (۴) $0 < x < 2$

۱۴۱۹- مجموعه‌ی طول نقاطی که تقعر منحنی به معادله‌ی $y = -\frac{2}{x^2 + 3}$ رو به بالا باشد، به کدام صورت است؟ (سراسری - ۹۰)

- (۱) $|x| < 1$ (۲) $|x| < 2$ (۳) $|x| > \sqrt{2}$ (۴) $|x| > \sqrt{3}$

۱۴۲۰- تقعر نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \sin x + \frac{x^2}{\pi}$ وقتی $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ به کدام صورت است؟ (سراسری - ۹۱)

- (۱) رو به پایین (۲) رو به بالا

(۳) ابتدا رو به پایین و سپس رو به بالا (۴) ابتدا رو به بالا و سپس رو به پایین

۱۴۲۱- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، تقعر منحنی به معادله‌ی $y = x^6 + ax^3 + \frac{3}{4}x^2$ ، همواره رو به بالا است؟ (سراسری - ۹۲)

- (۱) $-1 < a < 1$ (۲) $-1 < a < 2$ (۳) $-2 < a < 1$ (۴) $-2 < a < 2$

۱۴۲۲- مجموعه‌ی طول نقاط عطف منحنی به معادله‌ی $y = x|x^2 - 4x|$ ، کدام است؟ (سراسری - ۹۲)

- (۱) $\{\frac{4}{3}\}$ (۲) $\{0, \frac{4}{3}, 4\}$ (۳) $\{\frac{4}{3}, 4\}$ (۴) $\{0, \frac{4}{3}\}$

۱۴۲۳- تقعر نمودار تابع $y = x^2|x - 3|$ ، در بازه‌ی (a, b) به طرف y های منفی است. بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟ (سراسری خارج از کشور - ۸۶)

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۴۲۴- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ، در کدام بازه، صعودی و تقعر آن رو به پایین است؟ (سراسری خارج از کشور - ۸۸)

- (۱) $(-\infty, -1)$ (۲) $(-1, 0)$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $(1, +\infty)$

۱۴۲۵- طول نقطه‌ی عطف تابع $f(x) = \begin{cases} 3 - x^2 & x < 1 \\ 2 & x \geq 1 \end{cases}$ ، در صورت وجود، کدام است؟ (سراسری خارج از کشور - ۸۹)

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) فاقد نقطه‌ی عطف

۱۴۲۶- مجموعه‌ی طول نقاطی که تقعر منحنی به معادله‌ی $y = (x - 1) \ln x$ رو به پایین باشد، کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۸۹)

- (۱) $\{x : x > 0\}$ (۲) $\{x : x < -1\}$ (۳) \emptyset (۴) $\{x : 0 < x < 1\}$

۱۴۲۷- مجموعه‌ی نقاطی که تقعر نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 + 2\sqrt{2} \cos x$; $0 \leq x \leq 2\pi$ رو به بالا باشد، در کدام بازه است؟ (سراسری خارج از کشور - ۹۰)

- (۱) $(0, \frac{3\pi}{4})$ (۲) $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ (۳) $(\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4})$ (۴) $(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4})$

۱۴۲۸- نمودار تابع $y = \frac{3x^2}{2x^2 + 1}$ چند نقطه‌ی عطف دارد؟ (ازاد - ۹۱)

- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۲