۱۰۱- **حاصل عبارت** $K=\dfrac{۳\sin ۵^\circ\times\sin^۲ ۱۵^\circ\times\sin ۳۵^\circ}{\cos ۸۵^\circ\times \cos ۷۵^\circ\times \cos ۵۵^\circ\times \sin ۱۶۵^\circ}$ **کدام است؟**

۱) $۳\sin ۱۵^\circ$ ۲) $-۳\sin ۱۵^\circ$ ۳) ۳ ۴) $-۳$

۱۰۲- **اگر** $A+B=\dfrac{\pi}{۲}$**، آن‌گاه حاصل عبارت** $I=\dfrac{۲\sin A+\cos B}{۳\sin B+۴\cos A}$**، چند برابر** $\tan A$ **است؟**

۱) $\dfrac{۷}{۳}$ ۲) $\dfrac{۳}{۷}$ ۳) $-۱$ ۴) $\dfrac{۱}{۷}$

۱۰۳- **اگر** $A-B=\dfrac{۳\pi}{۲}$**، آن‌گاه حاصل عبارت** $J=\dfrac{۳\sin^۲ A-\cos^۲ B}{۴\cos^۲ A-\sin^۲ B}$ **کدام است؟**

۱) $\dfrac{۲}{۳}\tan^۲ B$ ۲) $\dfrac{۲}{۳\tan^۲ B}$ ۳) $\dfrac{۳}{۲\tan^۲ B}$ ۴) $\dfrac{۳}{۲}\tan^۲ B$

۱۰۴- **اگر** $\tan ۲۰^\circ=a$**، آن‌گاه حاصل عبارت** $A=\dfrac{\sin ۷۰^\circ+۲\sin ۲۰^\circ}{\sin ۱۱۰^\circ-۳\sin ۱۶۰^\circ}$ **کدام است؟**

۱) $\dfrac{۱-۲a}{۱-۳a}$ ۲) $\dfrac{۱+۲a}{۱+۳a}$ ۳) $\dfrac{-۱+۲a}{۱-۳a}$ ۴) $\dfrac{۱+۲a}{۱-۳a}$

۱۰۵- **حاصل عبارت** $A=۲\sin^۲\dfrac{\pi}{۷}+\sin^۲\dfrac{\pi}{۸}+۲\sin^۲\dfrac{۵\pi}{۱۴}+\sin^۲\dfrac{۳\pi}{۸}$ **کدام است؟**

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) $\dfrac{۷}{۲}$

۱۰۶- **حاصل عبارت** $B=\sin^۴\dfrac{\pi}{۹}+\sin^۴\dfrac{۷\pi}{۱۸}+۲\sin^۲\dfrac{\pi}{۹}\sin^۲\dfrac{۷\pi}{۱۸}$ **کدام است؟**

۱) $۱+\sqrt{۲}$ ۲) $۱+۲\sqrt{۲}$ ۳) ۱ ۴) $\dfrac{۳}{۲}$

## توابع مثلثاتی و ویژگی‌های آن‌ها

۱۰۷- **دوره‌ی تناوب اصلی تابع** $f(x)=\sin ۲x$ **کدام است؟**

۱) $\pi$ ۲) $۲\pi$ ۳) $\dfrac{\pi}{۲}$ ۴) $\dfrac{\pi}{۴}$

۱۰۸- **دوره‌ی تناوب تابع** $f(x)=-۳\sin ۴x$ **کدام است؟**

۱) $\dfrac{\pi}{۲}$ ۲) $\dfrac{۲\pi}{۳}$ ۳) $\pi$ ۴) $\dfrac{\pi}{۳}$

۱۰۹- **دوره‌ی تناوب تابع** $f(x)=۲\sin \pi x$ **کدام است؟**

۱) $\pi$ ۲) $۲\pi$ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۱۰- **دوره‌ی تناوب تابع** $f(x)=۲\cos ۳x$ **کدام است؟**

۱) $۲\pi$ ۲) $\dfrac{۲\pi}{۳}$ ۳) $\dfrac{۳\pi}{۲}$ ۴) $\dfrac{\pi}{۳}$

۱۱۱- **دوره‌ی تناوب تابع** $f(x)=\cos ۴x\tan ۵^\circ\tan ۸۵^\circ$ **کدام است؟**

۱) $۴\pi$ ۲) $۲\pi$ ۳) $\pi$ ۴) $\dfrac{\pi}{۲}$

۱۱۲- **بیش‌ترین مقدار تابع** $f(x)=۲\sin x+۳$ **کدام است؟**

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۳

**۱۱۳- کم‌ترین مقدار تابع $f(x)=-\cos x+۲$ کدام است؟**

۱) ۱-　　۲) ۲　　۳) صفر　　۴) ۱

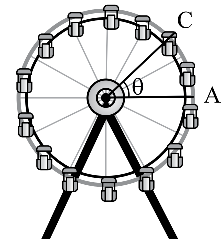
**۱۱۴- ماکسیمم مقدار تابع $f(x)=a\sin bx$ کدام است؟**

۱) $a$　　۲) $ab$　　۳) $|b|$　　۴) $|a|$

**۱۱۵- مینیمم مقدار تابع $f(x)=a\cos bx$ کدام است؟**

۱) $-a$　　۲) $-|a|$　　۳) $a$　　۴) $-|b|$

**۱۱۶- یک شهربازی چرخ‌وفلکی دارد که شعاع دایره‌ی آن ۱۵ متر است. فاصله‌ی مرکز دایره‌ی این چرخ‌وفلک تا زمین ۲۰ متر است (شکل مقابل) برای هر نقطه‌ی $C$ از این چرخ‌وفلک، فاصله‌ی نقطه‌ی $C$ تا زمین کدام است؟**



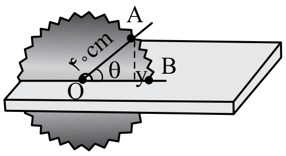

۱) $۲۰+۱۵\sin\theta$

۲) $۱۰+۱۵\cos\theta$

۳) $۵+۱۰\cos\theta$

۴) $۵+۲۰\sin\theta$

**۱۱۷- در شکل مقابل، یک اره‌ی برقی را به شعاع ۴۰ سانتی‌متر در نظر بگیرید که یک نقطه‌ی $A$ بر روی لبه‌ی خود دارد و در هر ثانیه چهار دور در جهت مثبت می‌چرخد. نقطه‌ی $A$ در هر ثانیه چه زاویه‌ای را طی می‌کند؟**



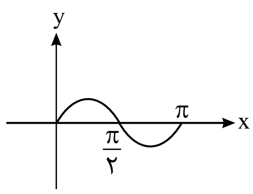

۱) $۲\pi$　　۲) $\frac{\pi}{۴}$

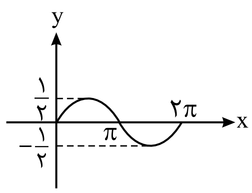
۳) $۴\pi$　　۴) $۸\pi$

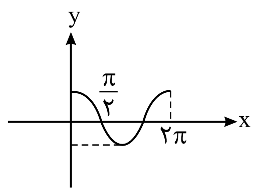
**۱۱۸- در تست قبل، اگر ارتفاع نقطه‌ی $A$ از سطح میز را با $y$ نمایش دهیم، مقدار $y$ در هر لحظه برحسب ثانیه، کدام است؟**

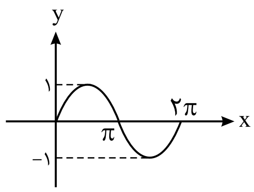
۱) $y=۲۰\cos\pi t$　　۲) $y=۴۰\sin\pi t$　　۳) $y=۴۰\sin ۸\pi t$　　۴) $y=۲۰\sin ۸\pi t$

**۱۱۹- کدام‌یک از موارد زیر نمودار تابع $f(x)=\sin x$ است؟**

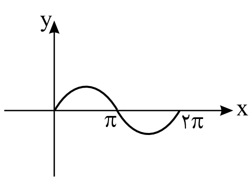
۱) 

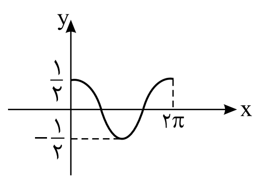
۲) 

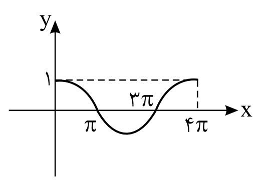
۳) 

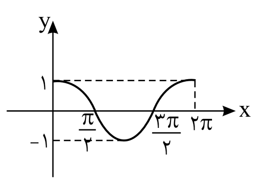
۴) 

**۱۲۰- کدام‌یک از موارد زیر نمودار تابع $f(x)=\cos x$ است؟**

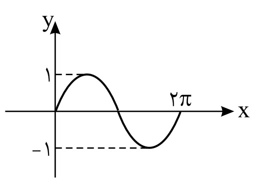
۱) 

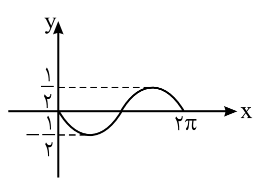
۲) 

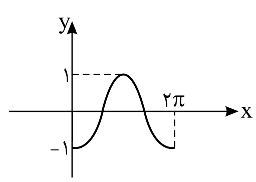
۳) 

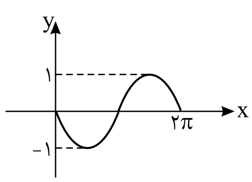
۴) 

**۱۲۱- نمودار تابع $f(x)=-\sin x$ کدام است؟**

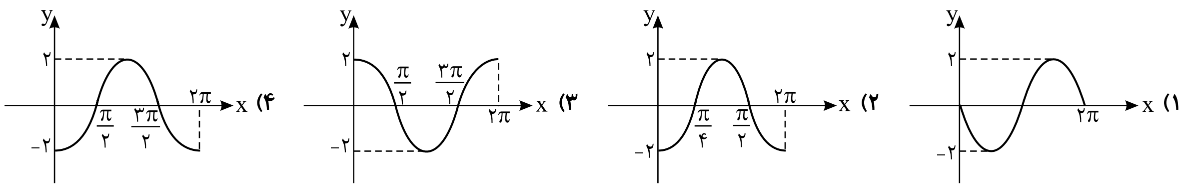
۱) 

۲) 

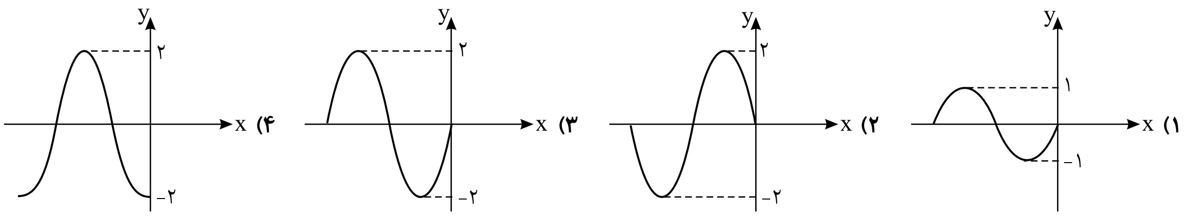
۳) 

۴) 

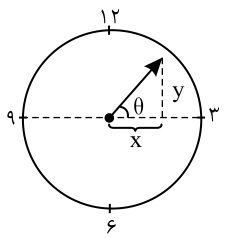
**۱۲۲-** نمودار تابع $f(x)=۲\cos x$ کدام است؟

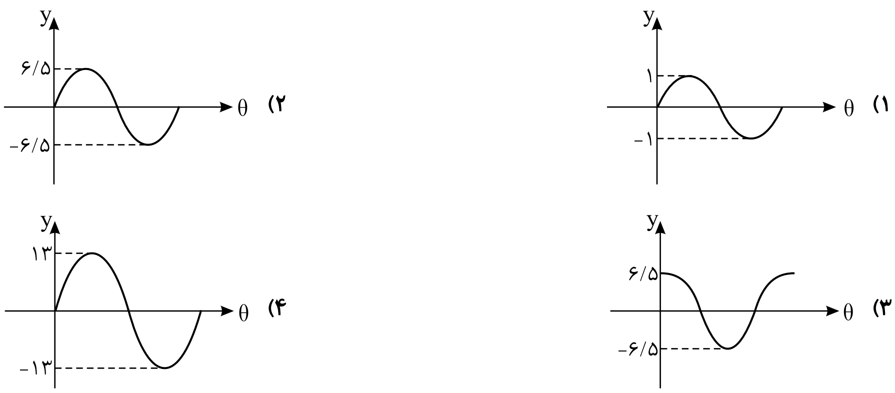



**۱۲۳-** نمودار تابع $f(x)=-۲\sin x$ در بازه‌ی $[-۲\pi,۰]$ کدام است؟

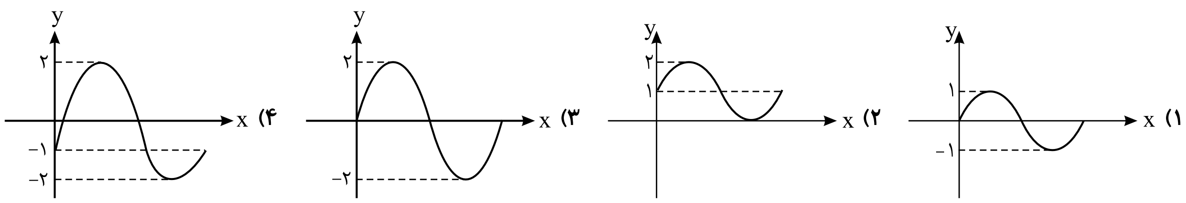



**۱۲۴-** کتاب درسی طول عقربه‌ی دقیقه‌شمار یک ساعت $۶/۵$ سانتی‌متر است. عقربه با جهت مثبت محور افقی زاویه‌ی $\theta$ می‌سازد. با توجه به شکل مقابل، نمودار تابع $y$ برحسب $\theta$ به کدام شکل است؟

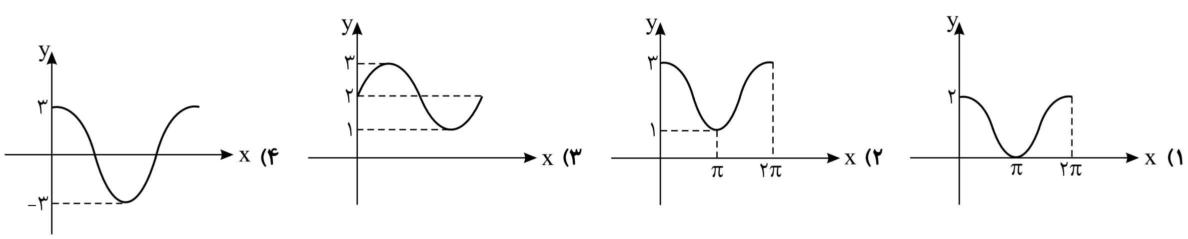


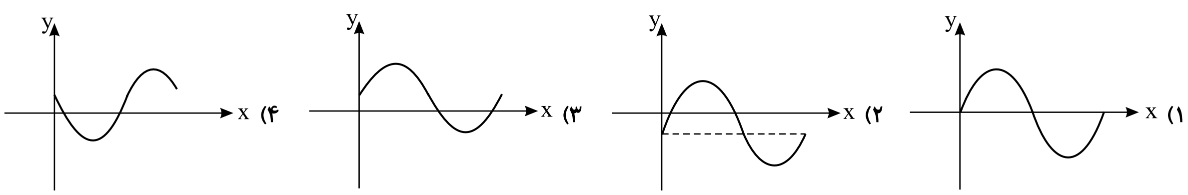

**۱۲۵-** نمودار تابع $f(x)=۱+\sin x$ در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ کدام است؟



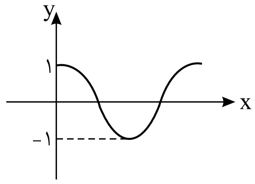

**۱۲۶-** نمودار تابع $f(x)=۲+\cos x$ در $[۰,۲\pi]$ کدام است؟

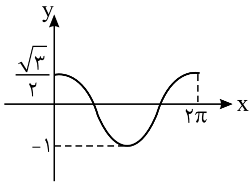


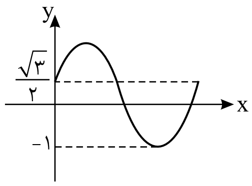

**۱۲۷-** نمودار تابع $f(x)=\sin(x-\frac{\pi}{۴})$ در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ کدام است؟

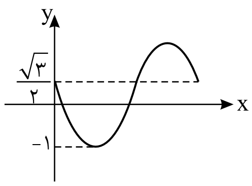


**۱۲۸- نمودار تابع $f(x)=\cos(x+\frac{\pi}{۶})$ در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ کدام است؟**

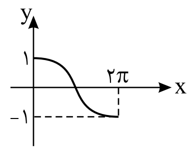
۱) 

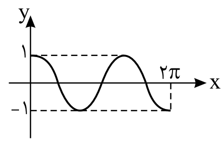
۲) 

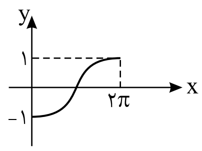
۳) 

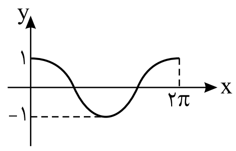
۴) 

**۱۲۹- نمودار تابع $f(x)=\cos\frac{x}{۲}$ در $[۰,۲\pi]$ کدام است؟**

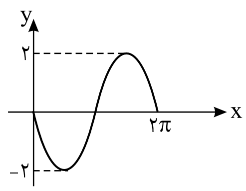
۱) 

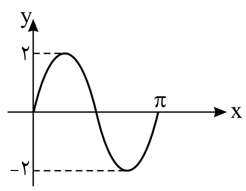
۲) 

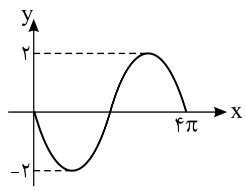
۳) 

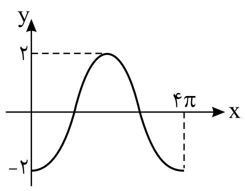
۴) 

**۱۳۰- نمودار تابع $f(x)=-۲\sin\frac{x}{۲}$ کدام است؟**

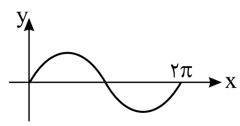
۱) 

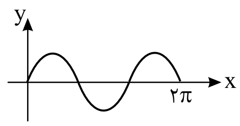
۲) 

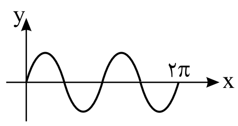
۳) 

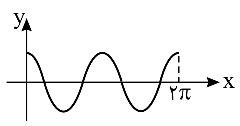
۴) 

**۱۳۱- نمودار تابع $f(x)=\sin ۲x$ در $[۰,۲\pi]$ کدام است؟**

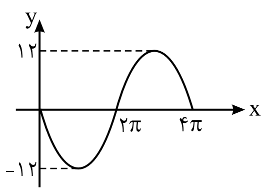
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

**۱۳۲- معادله‌ی تابع مقابل کدام است؟**



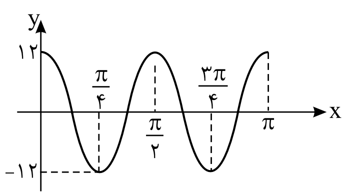
۱) $y=۱۲\sin ۲x$

۲) $y=-۱۲\sin ۲x$

۳) $y=-۱۲\sin\frac{x}{۲}$

۴) $y=-۱۲\sin\frac{x}{۴}$

**۱۳۳- معادله‌ی تابع مقابل کدام است؟**



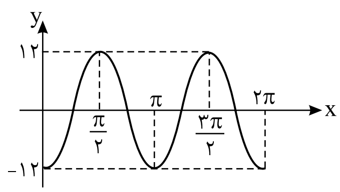
۱) $y=۱۲\sin ۲x$

۲) $y=۱۲\cos ۲x$

۳) $y=۱۲\sin ۴x$

۴) $y=۱۲\cos ۴x$

**۱۳۴- معادله‌ی تابع مقابل کدام است؟**



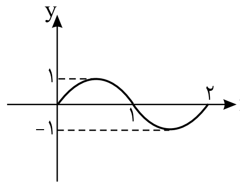
۱) $y=۱۲\cos ۲x$

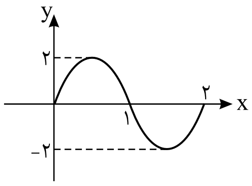
۲) $y=۱۲\cos ۴x$

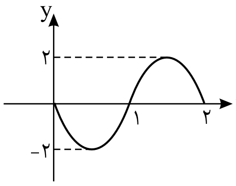
۳) $y=-۱۲\cos ۲x$

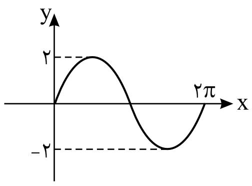
۴) $y=-۱۲\cos\frac{x}{۲}$

**۱۳۵- نمودار تابع $f(x)=۲\sin \pi x$ در یک دوره‌ی تناوب کدام است؟**

۱) 


۲) 


۳) 


۴) 

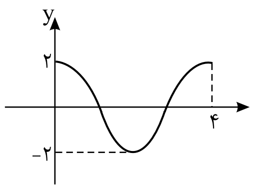

**۱۳۶- نمودار تابع $f(x)=\sin ۲x$ در $[\circ, ۲\pi]$ چند بار محور xها را قطع می‌کند؟**

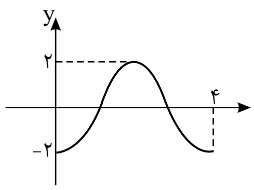
۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۷

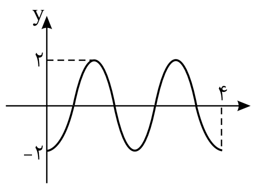
**۱۳۷- نمودار تابع $f(x)=\cos \frac{x}{۲}$ در $[\circ, ۴\pi]$ چند بار محور xها را قطع می‌کند؟**

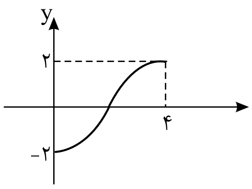
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۸

**۱۳۸- نمودار تابع $f(x)=-۲\cos \frac{\pi}{۲} x$ کدام است؟**

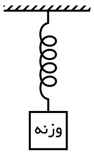
۱) 

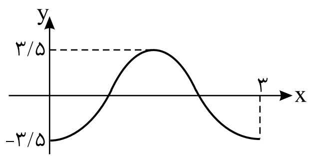

۲) 

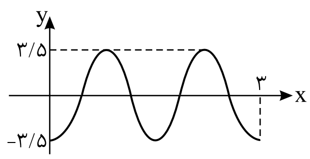

۳) 

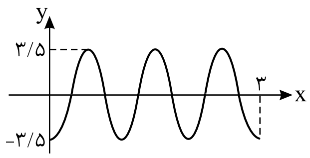

۴) 

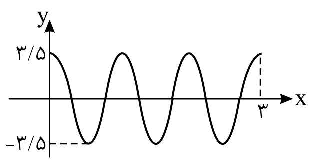

**۱۳۹- وزنه‌ای به یک فنر وصل است به گونه‌ای که به طور پیوسته پایین و بالا می‌رود. تغییر مکان وزنه از نقطه‌ی تعادل، بعد از t ثانیه، از رابطه‌ی $y=-۳/۵\cos ۲\pi t$ محاسبه می‌شود. (d برحسب سانتی‌متر است) نمودار تابع بالا به ازای $\circ\leq t\leq ۳$ کدام است؟**



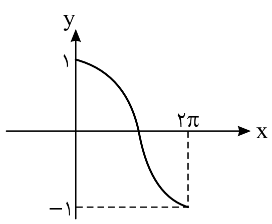

۱) 


۲) 


۳) 

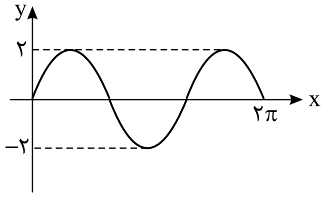

۴) 


**۱۴۰- نمودار تابع $f(x)=\cos ax$ در $[\circ, ۲\pi]$ به صورت مقابل است. مقدار a کدام است؟** $(a>\circ)$




۱) ۲
۲) ۴
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

**۱۴۱- نمودار تابع $f(x)=b\sin ax$ در بازه‌ی $[\circ, ۲\pi]$ به صورت مقابل است. حاصل ab کدام است؟** $(a>\circ)$

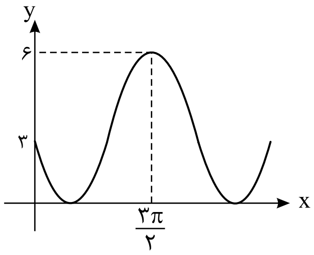



۱) ۶
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۳

**۱۴۲- نمودار تابع $f(x)=\sin ax$ در $[\circ, ۲\pi]$، ۷ بار محور xها را قطع می‌کند. کم‌ترین مقدار a کدام است؟** $(a>\circ)$

۱) $\frac{\pi}{۳}$ ۲) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۳) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۴) $\frac{۳\pi}{۴}$

۱۴۳- اگر شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $f(x)=a+b\sin x$ باشد، مقدار $ab$ کدام است؟




۱) $-6$

۲) $-8$

۳) $-9$

۴) $-12$

۱۴۴- نمودار تابع $f(x)=\sin ax$ $(a>0)$، در بازه‌ی $[0,2\pi]$ دو بار به ماکزیمم مقدار خود می‌رسد، حدود $a$ کدام است؟

۱) $\frac{5}{4}\le a\le\frac{9}{4}$ ۲) $\frac{7}{4}\le a\le\frac{9}{4}$ ۳) $\frac{5}{4}\le a<\frac{9}{4}$ ۴) $\frac{5}{4}\le a<\frac{9}{2}$

۱۴۵- برد تابع $f(x)=\sin x$ کدام است؟

۱) $(-1,1)$ ۲) $[0,1]$ ۳) $[-1,1]$ ۴) $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$

۱۴۶- برد تابع $f(x)=2\cos x+3$ کدام است؟

۱) $[0,5]$ ۲) $[1,5]$ ۳) $[-1,5]$ ۴) $[-5,5]$

۱۴۷- برد تابع $f(x)=3\sin^4 x-1$ کدام است؟

۱) $[-1,2]$ ۲) $[-2,2]$ ۳) $[0,2]$ ۴) $[-4,2]$

۱۴۸- برد تابع $f(x)=\cos^4 x-\sin^4 x$ کدام است؟

۱) $[-2,2]$ ۲) $[0,2]$ ۳) $[-1,1]$ ۴) $[-1,2]$

۱۴۹- برد تابع $f(x)=\sin^2 x-4\sin x$ کدام است؟

۱) $[-5,3]$ ۲) $[-3,5]$ ۳) $[-2,6]$ ۴) $[-2,5]$

۱۵۰- برد تابع $f(x)=\cos^2 x-\sin x$ کدام است؟

۱) $[-1,2]$ ۲) $[-\frac{5}{4},1]$ ۳) $[-1,\frac{5}{4}]$ ۴) $[-\frac{5}{4},\frac{5}{4}]$

۱۵۱- برد تابع $f(x)=2\cos^2 x-\cos x$ کدام است؟

۱) $[\frac{1}{8},3]$ ۲) $[-\frac{1}{8},3]$ ۳) $[-\frac{1}{4},3]$ ۴) $[-\frac{1}{2},3]$

۱۵۲- برد تابع $f(x)=4\sqrt{\sin x}-\sin x$ کدام است؟

۱) $[0,3]$ ۲) $[\frac{1}{2},3]$ ۳) $[-\frac{1}{2},3]$ ۴) $[-\frac{1}{4},3]$

۱۵۳- برد تابع $f(x)=\frac{2}{\sin x+3}$ کدام است؟

۱) $[\frac{1}{4},1]$ ۲) $[\frac{1}{4},\frac{1}{2}]$ ۳) $[\frac{1}{8},1]$ ۴) $[\frac{1}{2},1]$

۱۵۴- برد تابع $f(x)=\frac{21}{2\cos x-5}$ کدام است؟

۱) $[-7,-3]$ ۲) $[-7,2]$ ۳) $[0,7]$ ۴) $[-3,7]$

۱۵۵- برد تابع $f(x)=\frac{2\sin x-1}{\sin x+2}$ کدام است؟

۱) $[-\frac{1}{3},3]$ ۲) $[-3,-\frac{1}{3}]$ ۳) $[-3,\frac{1}{3}]$ ۴) $[-3,3]$

B **۱۰۱- گزینه‌ی ۳**

نکته: نسبت‌های مثلثاتی دو زاویه‌ی متمم: اگر دو زاویه‌ی $A$ و $B$ متمم یکدیگر باشند، می‌توان روابط زیر را نوشت:

$$A+B=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow\begin{cases}\sin A=\cos B\\ \cos A=\sin B\\ \tan A=\cot B\\ \cot A=\tan B\end{cases}$$

زوایای ($۵^\circ$ و $۸۵^\circ$)، ($۱۵^\circ$ و $۷۵^\circ$) و ($۳۵^\circ$ و $۵۵^\circ$)، متمم یکدیگرند. بنابراین طبق نکته‌ای که در بالا به آن اشاره شد می‌توان نوشت:

$$\sin ۵^\circ=\cos ۸۵^\circ\ ,\ \sin ۱۵^\circ=\cos ۷۵^\circ\ ,\ \sin ۳۵^\circ=\cos ۵۵^\circ$$

پس حاصل عبارت $K$، برابر است با:

$$K=\frac{۳\cos ۸۵^\circ\times\cos^۲ ۷۵^\circ\times\cos ۵۵^\circ}{\cos ۸۵^\circ\times\cos ۷۵^\circ\times\cos ۵۵^\circ\times\sin(۱۸۰^\circ-۱۵^\circ)}=\frac{۳\cos ۷۵^\circ}{\sin ۱۵^\circ}=\frac{۳\sin ۱۵^\circ}{\sin ۱۵^\circ}=۳$$

A **۱۰۲- گزینه‌ی ۲** با توجه به این‌که زوایای $A$ و $B$ متمم یکدیگرند، می‌توان فهمید: $\cos B=\sin A\quad,\quad \sin B=\cos A$

پس حاصل عبارت $I$، برابر است با:

$$I=\frac{۲\sin A+\sin A}{۳\cos A+۴\cos A}=\frac{۳\sin A}{۷\cos A}=\frac{۳}{۷}\tan A$$

B **۱۰۳- گزینه‌ی ۲** با توجه به این‌که $A-B=\frac{۳\pi}{۲}$، می‌توان فهمید $A=\frac{۳\pi}{۲}+B$، پس عبارت $J$ به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$J=\frac{۳\sin^۲(\frac{۳\pi}{۲}+B)-\cos^۲ B}{۴\cos^۲(\frac{۳\pi}{۲}+B)-\sin^۲ B}=\frac{۳\cos^۲ B-\cos^۲ B}{۴\sin^۲ B-\sin^۲ B}=\frac{۲\cos^۲ B}{۳\sin^۲ B}=\frac{۲}{۳\tan^۲ B}$$

B **۱۰۴- گزینه‌ی ۴** عبارت $A$ را به‌صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$A=\frac{\sin(۹۰^\circ-۲۰^\circ)+۲\sin ۲۰^\circ}{\sin(۹۰^\circ+۲۰^\circ)-۳\sin(۱۸۰^\circ-۲۰^\circ)}=\frac{\cos ۲۰^\circ+۲\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ-۳\sin ۲۰^\circ}=\frac{\frac{\cos ۲۰^\circ+۲\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ}}{\frac{\cos ۲۰^\circ-۳\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ}}=\frac{۱+۲\tan ۲۰^\circ}{۱-۳\tan ۲۰^\circ}=\frac{۱+۲a}{۱-۳a}$$

B **۱۰۵- گزینه‌ی ۲** ابتدا توجه کنید که در عبارت $A$، زوایای $\frac{\pi}{۷}$ و $\frac{۵\pi}{۱۴}$ و هم‌چنین $\frac{\pi}{۸}$ و $\frac{۳\pi}{۸}$ متمم یکدیگرند، بنابراین: $\sin\frac{\pi}{۸}=\cos\frac{۳\pi}{۸}$ و $\sin\frac{\pi}{۷}=\cos\frac{۵\pi}{۱۴}$. اکنون می‌توان نوشت:

$$A=۲\cos^۲\frac{۵\pi}{۱۴}+\cos^۲\frac{۳\pi}{۸}+۲\sin^۲\frac{۵\pi}{۱۴}+\sin^۲\frac{۳\pi}{۸}=۲\underbrace{(\cos^۲\frac{۵\pi}{۱۴}+\sin^۲\frac{۵\pi}{۱۴})}_{۱}+\underbrace{(\cos^۲\frac{۳\pi}{۸}+\sin^۲\frac{۳\pi}{۸})}_{۱}=۲(۱)+۱=۳$$

B **۱۰۶- گزینه‌ی ۳** ابتـدا توجه کنیـد که در عبارت $B$، زوایای $\frac{\pi}{۹}$ و $\frac{۷\pi}{۱۸}$ متمم یکدیگرند $(\frac{\pi}{۲}=\frac{\pi}{۹}+\frac{۷\pi}{۱۸})$، بنابراین $\sin\frac{۷\pi}{۱۸}=\cos\frac{\pi}{۹}$، پس عبارت $B$ را به صورت زیر می‌توان ساده کرد:

$$B=\sin^۴\frac{\pi}{۹}+\cos^۴\frac{\pi}{۹}+۲\sin^۲\frac{\pi}{۹}\cdot\cos^۲\frac{\pi}{۹}=(\sin^۲\frac{\pi}{۹}+\cos^۲\frac{\pi}{۹})^۲=(۱)^۲=۱$$

A **۱۰۷- گزینه‌ی ۱** می‌دانیم دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=a\sin bx$ برابر است با $T=\frac{۲\pi}{|b|}$، در نتیجه دوره‌ی تناوب این تابع برابر است با: $\frac{۲\pi}{۲}=\pi$

A **۱۰۸- گزینه‌ی ۱** می‌دانیـم دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=a\sin bx$ برابر $T=\frac{۲\pi}{|b|}$ اسـت. پس دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=-۳\sin ۴x$ برابر $T=\frac{۲\pi}{۴}=\frac{\pi}{۲}$ است.

A **۱۰۹- گزینه‌ی ۳** می‌دانیم دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=a\sin bx$ برابر $T=\frac{۲\pi}{|b|}$ است پس دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=۲\sin \pi x$ برابر $T=\frac{۲\pi}{\pi}=۲$ است.

A **۱۱۰- گزینه‌ی ۲** می‌دانیم دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=a\cos bx$ برابر $T=\frac{۲\pi}{|b|}$ است. پس دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=۲\cos ۳x$ برابر است با: $T=\frac{۲\pi}{۳}$

B **۱۱۱- گزینه‌ی ۴** با توجه به این‌که زوایای $۵^\circ$ و $۸۵^\circ$ متمم یکدیگرند، می‌توانیم به جای $\tan ۵^\circ$، $\cot ۸۵^\circ$ را قرار دهیم که در این صورت داریم:

$$f(x)=\cos ۴x\ \underbrace{\cot ۸۵^\circ\ \tan ۸۵^\circ}_{۱}=\cos ۴x$$

از طرفی می‌دانیم دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=a\cos bx$ برابر است با $\frac{۲\pi}{|b|}$، بنابراین: $T=\frac{۲\pi}{۴}=\frac{\pi}{۲}$

A **۱۱۲- گزینه‌ی ۲** می‌دانیم $-۱\leq \sin x\leq ۱$، اکنون کم‌ترین مقدار تابع $f$ را محاسبه می‌کنیم:

$$-۱\leq \sin x\leq ۱ \xrightarrow{\times ۲} -۲\leq ۲\sin x\leq ۲ \xrightarrow{+۳} ۱\leq ۲\sin x+۳\leq ۵$$

از نامساوی بالا نتیجه می‌شود $۱\leq f(x)\leq ۵$، پس بیش‌ترین مقدار تابع $f$ برابر است با: ۵

A **۱۱۳- گزینه‌ی ۴** می‌دانیم $-۱\leq \cos x\leq ۱$، اکنون کم‌ترین مقدار تابع $f$ را محاسبه می‌کنیم:

$$-۱\leq \cos x\leq ۱ \xrightarrow{\times(-۱)} ۱\geq -\cos x\geq -۱ \xrightarrow{+۲} ۳\geq -\cos x+۲\geq ۱$$

از نامساوی بالا نتیجه می‌گیریم مقادیر تابع $f$ در بازه‌ی $[۱,۳]$ است پس کم‌ترین مقدار تابع $f$ برابر است با: ۱

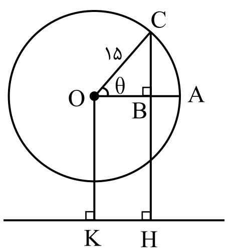
A **۱۱۴- گزینه‌ی ۴** بیش‌ترین مقدار (ماکسیمم) تابع‌های $f(x)=a\sin bx$ و $f(x)=a\cos bx$ برابر است با $|a|$.

(به عنوان مثال بیش‌ترین مقدار تابع‌های $f(x)=۲\sin ۳x$ و $f(x)=-۳\cos ۵x$ به ترتیب برابر ۲ و ۳ است)

A **۱۱۵- گزینه‌ی ۲** کم‌ترین مقدار (مینیمم) تابع‌های $f(x)=a\sin bx$ و $f(x)=a\cos bx$ برابر است با $-|a|$.

(به عنوان مثال کم‌ترین مقدار تابع $y=۲\sin ۳x$ و $y=-۳\cos ۵x$ به ترتیب برابر ۲- و ۳- است)

B **۱۱۶- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل مقابل فاصله‌ی نقطه‌ی دلخواه $C$ از سطح زمین برابر $CH$ است. از طرفی $CH=BC+BH$ و می‌دانیم $OK=BH=۲۰$ اکنون کافی است طول $BC$ را در مثلث $OBC$ محاسبه کنیم:



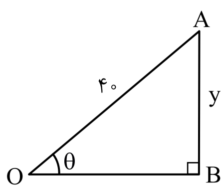

$$\sin\theta=\frac{BC}{OC} \xrightarrow{OC=۱۵} BC=۱۵\sin\theta$$

پس می‌توان فهمید ارتفاع نقطه‌ی $C$ در هر لحظه، از سطح زمین برابر است با:

$$CH=۲۰+۱۵\sin\theta$$

A **۱۱۷- گزینه‌ی ۴** با توجه به این‌که نقطه‌ی $A$ در هر ثانیه ۴ دور در جهت مثبت می‌چرخد و هر دور معادل $۲\pi$ رادیان است می‌توان فهمید، این نقطه در هر ثانیه معادل $۴\times ۲\pi=۸\pi$ رادیان را طی می‌کند.

C **۱۱۸- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل مقابل در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $OAB$ می‌توان نوشت:




$$\sin\theta=\frac{y}{۴۰} \Rightarrow y=۴۰\sin\theta \qquad (۱)$$

از طرفی طبق صورت سؤال، نقطه‌ی $A$ در هر ثانیه چهار دور در جهت مثبت $(۴\times ۲\pi=۸\pi)$ می‌چرخد، پس می‌توان تناسب زیر را نوشت:

| زاویه‌ی $۸\pi$ | ۱ ثانیه |
|---|---|
| $\theta$ | $t$ ثانیه |

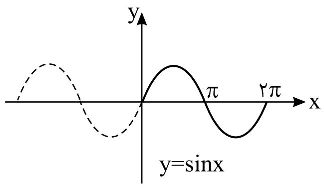
$$\Rightarrow \theta=۸\pi t \qquad (۲)$$

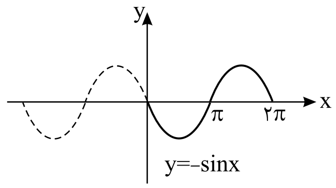
از رابطه‌ی (۱) و (۲) می‌توان فهمید: $y=۴۰\sin ۸\pi t$

Ⓐ **۱۱۹- گزینه‌ی ۴** ابتدا توجه کنید که در تابع $f(x)=\sin x$ داریم $f(۰)=۰$ و $f(\frac{\pi}{۲})=۱$، پس گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست هستند. از طرفی بیش‌ترین مقدار این تابع برابر ۱ و کم‌ترین مقدار آن برابر ۱- است پس گزینه‌ی (۲) نیز نادرست است.

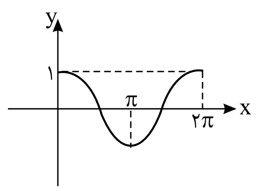
Ⓐ **۱۲۰- گزینه‌ی ۴** می‌دانیم در تابع $f(x)=\cos x$ داریم $f(۲\pi)=f(۰)=۱$، پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. از طرفی دوره‌ی تناوب این تابع برابر $T=۲\pi$ است پس گزینه‌ی (۳) نیز نادرست است (توجه کنید که دوره‌ی تناوب تابع گزینه‌ی (۳) برابر $۴\pi$ است)

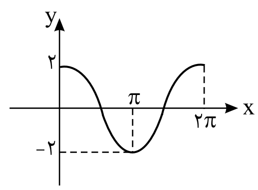
Ⓐ **۱۲۱- گزینه‌ی ۴** برای رسم نمودار تابع $f(x)=-\sin x$، ابتدا نمودار $y=\sin x$ را رسم می‌کنیم (شکل سمت چپ) سپس نمودار را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم (شکل سمت راست).



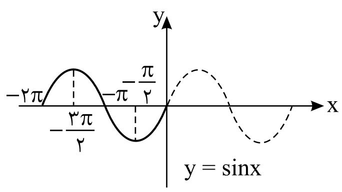



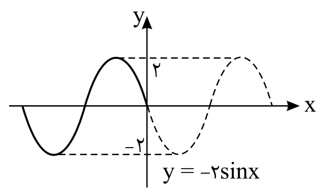

Ⓑ **۱۲۲- گزینه‌ی ۳** برای رسم نمودار تابع $f(x)=۲\cos x$ ابتدا نمودار تابع $y=\cos x$ را رسم می‌کنیم (شکل سمت چپ) سپس عرض همه‌ی نقاط این تابع را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم (شکل سمت راست). به عنوان نمونه، نقطه‌ی $(۰,۱)$ تبدیل به نقطه‌ی $(۰,۲)$ می‌شود) یا نقطه‌ی $(\pi,-۱)$ تبدیل به $(\pi,-۲)$ می‌شود.



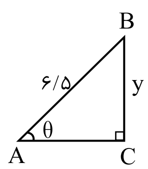




Ⓒ **۱۲۳- گزینه‌ی ۲** ابتدا توجه کنید که نمودار تابع $y=\sin x$ در بازه‌ی $[-۲\pi,۰]$ به شکل روبه‌رو است (سمت چپ). اکنون برای رسم نمودار تابع $f(x)=-۲\sin x$ باید عرض همه‌ی نقاط این تابع را در عدد ۲- ضرب کنیم (شکل سمت راست). به عنوان نمونه نقطه‌ی $(-\frac{\pi}{۲},-۱)$ تبدیل به $(-\frac{\pi}{۲},۲)$ می‌شود.



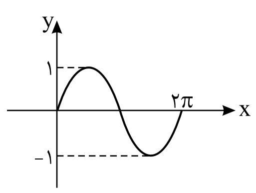

Ⓑ **۱۲۴- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل مقابل می‌توان نوشت:

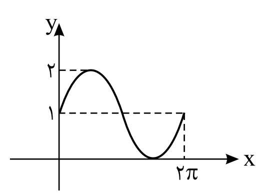



$$\sin\theta=\frac{y}{۶/۵}\Rightarrow y=۶/۵\sin\theta$$

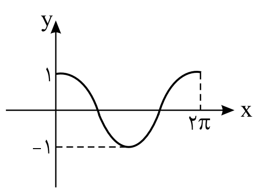
بنابراین گزینه‌ای را باید انتخاب کنیم که تابع $y=۶/۵\sin\theta$ را نشان دهد. بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار این تابع به ترتیب ۶/۵ و ۶/۵- است پس گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست هستند. از طرفی تابع $y=۶/۵\sin\theta$ به ازای $\theta=۰$ داریم $y=۰$، پس گزینه‌ی (۳) نیز نادرست است.

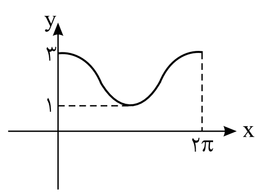
Ⓐ **۱۲۵- گزینه‌ی ۲** برای رسم نمودار تابع $f(x)=۱+\sin x$ ابتدا نمودار تابع $y=\sin x$ را رسم می‌کنیم (شکل سمت چپ) سپس نمودار را ۱ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. (شکل سمت راست)



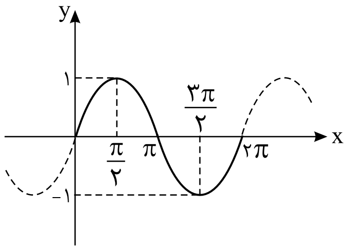



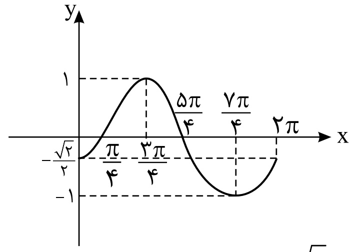

Ⓐ **۱۲۶- گزینه‌ی ۲** برای رسم نمودار تابع $f(x)=۲+\cos x$، ابتدا نمودار تابع $y=\cos x$ را رسم می‌کنیم (شکل سمت چپ) سپس نمودار را ۲ واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم. (شکل سمت راست)



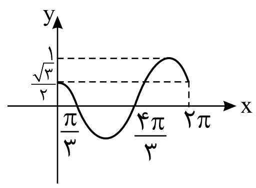
B **۱۲۷- گزینه‌ی ۲** **راه‌حل اول**: برای رسم نمودار تابع $f(x)=\sin(x-\frac{\pi}{۴})$ ابتدا نمودار تابع $y=\sin x$ را رسم می‌کنیم (شکل سمت چپ) سـپس نمودار تابع را به اندازه‌ی $\frac{\pi}{۴}$ به سـمت راست انتقال می‌دهیم. (شکل سمت راست) توجه کنید که در شکل سمت چپ همه‌ی نقاط شکل سمت راست را به اندازه‌ی $\frac{\pi}{۴}$ به سمت راست انتقال داده‌ایم.

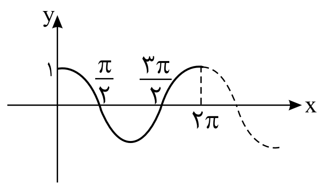



**راه‌حل دوم**: توجه کنید که در تابع $f(x)=\sin(x-\frac{\pi}{۴})$ داریم $f(۰)=\sin(-\frac{\pi}{۴})=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ یعنی تابع محور $y$ها را در نقطه‌ای به عرض منفی قطع می‌کند بنابراین فقط گزینه‌ی (۲) می‌تواند درست باشد.

B **۱۲۸- گزینه‌ی ۴** برای رسم نمودار تابع $f(x)=\cos(x+\frac{\pi}{۶})$ (توجه کنید که در این تابع $f(۰)=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$) ابتدا نمودار تابع $y=\cos x$ را رسـم می‌کنیم (شکل سمت چپ). سپس نمودار را به اندازه‌ی $\frac{\pi}{۶}$ به سمت چپ انتقال می‌دهیم. (شکل سمت راست)




B **۱۲۹- گزینه‌ی ۱** ابتـدا توجـه کنید که دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=\cos\frac{x}{۲}$ برابر $T=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}}=۴\pi$ اسـت پس بایـد در بازه‌ی $۰\leq x\leq ۲\pi$ به اندازه‌ی نصف یک دوره‌ی تناوب رسـم شـده باشد. پس گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند. از طرفی در تابع $f(x)=\cos\frac{x}{۲}$ داریم $f(۰)=۱$ پس گزینه‌ی (۳) نیز نادرست است. (دقت کنید که در گزینه‌ی (۳)، $f(۰)=-۱$)

B **۱۳۰- گزینه‌ی ۳** ابتدا توجه کنید که دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=-۲\sin\frac{x}{۲}$ برابر $T=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}}=۴\pi$ اسـت پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرسـت هستند. اکنون توجه کنید که در تابع $f(x)=-۲\sin\frac{x}{۲}$ داریم $f(۰)=۰$ پس گزینه‌ی (۴) نیز نادرست است.

B **۱۳۱- گزینه‌ی ۳** ابتدا توجه کنید که دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=\sin ۲x$ برابر $T=\frac{۲\pi}{۲}=\pi$ است پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. اکنون توجه کنید که در تابع $f(x)=\sin ۲x$ داریم $f(۰)=۰$، پس گزینه‌ی (۴) نیز نادرست است.
در گزینه‌ی (۳) به ازای $۰\leq x\leq ۲\pi$. نمودار تابع $f(x)=\sin ۲x$ به اندازه‌ی دو دوره‌ی تناوب رسـم شـده اسـت پس دوره‌ی تناوب این شکل $T=\pi$ است.

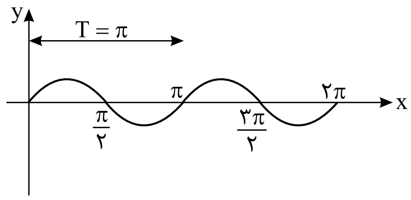
B **۱۳۲- گزینه‌ی ۳** با توجه به شـکل، دوره‌ی تناوب تابع برابر $۴\pi$ اسـت. از طرفی دوره‌ی تناوب گزینه‌های (۱) و (۲) برابر $\frac{۲\pi}{۲}=\pi$، دوره‌ی تناوب گزینه‌ی (۴) برابر $۸\pi$ است. پس فقط گزینه‌ی (۳) می‌تواند درست باشد.

B **۱۳۳- گزینه‌ی ۴** با توجه به شکل، دوره‌ی تناوب تابع $\frac{\pi}{۲}$ است پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. از طرفی طبق نمودار $f(۰)=۱۲$، پس گزینه‌ی (۳) نیز نادرست است.

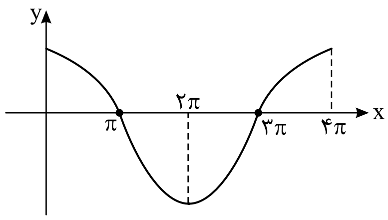
B **۱۳۴- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل، دوره‌ی تناوب تابع $\pi$ است پس گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند. از طرفی طبق نمودار $f(۰)=-۱۲$ پس گزینه‌ی (۱) نیز نادرست است.

B **۱۳۵- گزینه‌ی ۲** ابتدا توجه کنید که بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع $f(x)=۲\sin \pi x$، به ترتیب ۲ و ۲- است پس گزینه‌ی (۱) نادرست است. در ضمن دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=۲\sin \pi x$ برابر $T=\frac{۲\pi}{\pi}=۲$ است پس گزینه‌ی (۴) نیز نادرست است. (توجه کنید که دوره‌ی تناوب این گزینه $۲\pi$ است) اکنون توجه کنید که وقتی $۰\leq x\leq ۱$ است خواهیم داشت $۰\leq \pi x\leq \pi$. در این بازه مقادیر $\sin \pi x$ مثبت است. پس گزینه‌ی (۳) نیز نادرست است.

B **۱۳۶- گزینه‌ی ۳** دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=\sin ۲x$ برابر $T=\frac{۲\pi}{۲}=\pi$ است، پس نمودار این تابع در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ به اندازه‌ی ۲ دوره‌ی تناوب رسم می‌شود و نمودار آن طبق شکل زیر، در ۵ نقطه محور x ها را قطع می‌کند.




B **۱۳۷- گزینه‌ی ۱** دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=\cos\frac{x}{۲}$ برابر $T=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}}=۴\pi$ است. پس نمودار این تابع در بازه‌ی $[۰,۴\pi]$ به اندازه‌ی یک دوره‌ی تناوب رسم می‌شود و نمودار آن طبق شکل زیر در ۲ نقطه محور x ها را قطع می‌کند.




B **۱۳۸- گزینه‌ی ۲** ابتدا توجه کنید که دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=-۲\cos\frac{\pi}{۲}x$، برابر $T=\frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۲}}=۴$ است پس در بازه‌ی $[۰,۴]$ باید به اندازه‌ی یک دوره‌ی تناوب رسم شده باشد پس گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند. (توجه کنید که در گزینه‌ی (۳) تابع به اندازه‌ی ۲ دوره‌ی تناوب رسم شده و در گزینه‌ی (۴) تابع به اندازه‌ی نیم دوره‌ی تناوب رسم شده است). از طرفی در تابع $f(x)=-۲\cos\frac{\pi}{۲}x$ داریم $f(۰)=-۲$ پس گزینه‌ی (۱) نیز نادرست است.

B **۱۳۹- گزینه‌ی ۳** ابتدا توجه کنید که از رابطه‌ی $y=-۳/۵\cos ۲\pi t$ می‌توان فهمید دوره‌ی تناوب این تابع برابر $\frac{۲\pi}{۲\pi}=۱$ است، پس در بازه‌ی $۰\leq t\leq ۳$ شکل باید ۳ بار تکرار شده باشد، پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. از طرفی در تابع $y=-۳/۵\cos ۲\pi t$ مقدار تابع به ازای $t=۰$، برابر $y=-۳/۵$ است، پس گزینه‌ی (۴) نیز نادرست است.

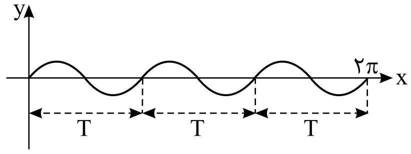
A **۱۴۰- گزینه‌ی ۴** با توجه به شکل تابع f می‌توان فهمید دوره‌ی تناوب تابع برابر $۴\pi$ است، پس می‌توان نوشت: $\frac{۲\pi}{a}=۴\pi\Rightarrow a=\frac{۱}{۲}$

B **۱۴۱- گزینه‌ی ۴** با توجه به این‌که بیش‌ترین مقدار و کم‌ترین مقدار تابع f به ترتیب ۲ و ۲− هستند، می‌توان فهمید $b=۲$. از طرفی با توجه به شکل می‌توان فهمید:

$$T+\frac{T}{۲}=۲\pi\Rightarrow\frac{۳T}{۲}=۲\pi\Rightarrow T=\frac{۴\pi}{۳}$$

پس می‌توان فهمید $\frac{۲\pi}{a}=\frac{۴\pi}{۳}$ که در نتیجه $a=\frac{۳}{۲}$. بنابراین مقدار ab برابر است با: ۳

B **۱۴۲- گزینه‌ی ۲** با توجه به مثبت بودن a و با دقت به این‌که نمودار تابع f در $[۰,۲\pi]$ در ۷ نقطه محور x ها را قطع می‌کند، نمودار تابع f به صورت مقابل است:



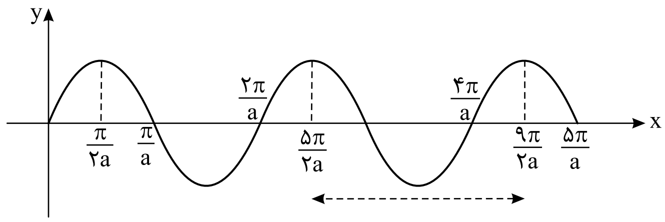

از روی شکل می‌توان فهمید $۳T=۲\pi$، بنابراین: $T=\frac{۲\pi}{۳}$

B **۱۴۳- گزینه‌ی ۳** با توجه به نمودار تابع f، می‌توان فهمید $f(۰)=۳$ پس می‌توان فهمید $a=۳$. از طرفی با توجه به شکل، $f(\frac{۳\pi}{۲})=۶$ پس می‌توان نوشت:

$$f(\frac{۳\pi}{۲})=a-b=۶\xrightarrow{a=۳}b=-۳$$

پس می‌توان نتیجه گرفت مقدار ab برابر است با: ۹−

C **۱۴۴- گزینه‌ی ۳** نمودار تابع $f(x)=\sin ax$ به شکل زیر است (توجه کنید که دوره‌ی تناوب این تابع $\frac{۲\pi}{a}$ است):




با توجه به این که تابع در $[۰,۲\pi]$ دوبار به ماکزیمم خود می‌رسد،

عدد $۲\pi$ باید در بازه‌ی $[\frac{۵\pi}{۲a},\frac{۹\pi}{۲a})$ باشد، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{۵\pi}{۲a}\leq ۲\pi<\frac{۹\pi}{۲a}\Rightarrow\frac{۵}{۲a}\leq ۲<\frac{۹}{۲a}$$
$$\xrightarrow{\times ۲a} ۵\leq ۴a<۹\Rightarrow\frac{۵}{۴}\leq a<\frac{۹}{۴}$$

A **۱۴۵- گزینه‌ی ۳** با توجه به این‌که $-۱\leq\sin x\leq ۱$، برد این تابع برابر است با: $R_f=[-۱,۱]$

A **۱۴۶- گزینه‌ی ۲** با توجه به این‌که $-۱\leq\cos x\leq ۱$ می‌توان نوشت:

$$-۲\leq ۲\cos x\leq ۲\Rightarrow -۲+۳\leq ۲\cos x+۳\leq ۲+۳\Rightarrow ۱\leq ۲\cos x+۳\leq ۵\Rightarrow ۱\leq f(x)\leq ۵$$

از نامساوی بالا می‌توان فهمید برد تابع $f$، به‌صورت $R_f=[۱,۵]$ است.

B **۱۴۷- گزینه‌ی ۱** می‌دانیم $۰\leq\sin^۴ x\leq ۱$ با توجه به این مطلب، می‌توان نوشت:

$$۰\leq\sin^۴ x\leq ۱\xrightarrow{\times ۳}۰\leq ۳\sin^۴ x\leq ۳\xrightarrow{-۱}-۱\leq ۳\sin^۴ x-۱\leq ۳-۱\Rightarrow -۱\leq ۳\sin^۴ x-۱\leq ۲\Rightarrow R_f=[-۱,۲]$$

B **۱۴۸- گزینه‌ی ۳** ابتدا ضابطه‌ی تابع $f$ را کمی ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\cos^۴ x-\sin^۴ x=(\underbrace{\cos^۲ x+\sin^۲ x}_{۱})(\cos^۲ x-\sin^۲ x)=۱-\sin^۲ x-\sin^۲ x=۱-۲\sin^۲ x$$

اکنون با توجه به این‌که $۰\leq\sin^۲ x\leq ۱$ می‌توان نوشت:

$$۰\leq\sin^۲ x\leq ۱\xrightarrow{\times(-۲)}۰\geq -۲\sin^۲ x\geq -۲\xrightarrow{+۱}۱\geq ۱-۲\sin^۲ x\geq -۱\Rightarrow R_f=[-۱,۱]$$

B **۱۴۹- گزینه‌ی ۲** به کمک روش «مربع کامل‌سازی» می‌توانیم برد این تابع را محاسبه کنیم:

$$f(x)=\sin^۲ x-۴\sin x=\sin^۲ x-۴\sin x+۴-۴=(\sin x-۲)^۲-۴$$

اکنون با توجه به این‌که $-۱\leq\sin\leq ۱$ می‌توان نوشت:

$$-۱\leq\sin x\leq ۱\xrightarrow{-۲}-۳\leq\sin x-۲\leq -۱\xrightarrow{\text{توان ۲}}۱\leq(\sin x-۲)^۲\leq ۹\xrightarrow{-۴}-۳\leq(\sin x-۲)^۲-۴\leq ۵$$

پس برد تابع $f$، به‌صورت $R_f=[-۳,۵]$ است.

C **۱۵۰- گزینه‌ی ۳** ابتدا ضابطه‌ی تابع $f$ را به کمک رابطه‌ی $\cos^۲ x=۱-\sin^۲ x$ ساده‌تر می‌کنیم، سپس از روش «مربع کامل‌سازی» استفاده کنیم:

$$f(x)=\cos^۲ x-\sin x=۱-\sin^۲ x-\sin x=-(\sin^۲ x+\sin x+\frac{۱}{۴})+\frac{۱}{۴}+۱=\frac{۵}{۴}-(\sin x+\frac{۱}{۲})^۲$$

اکنون با توجه به این‌که $-۱\leq\sin x\leq ۱$ می‌توان نوشت:

$$-۱\leq\sin x\leq ۱\Rightarrow -\frac{۱}{۲}\leq\sin x+\frac{۱}{۲}\leq\frac{۳}{۲}\xrightarrow{\text{توان ۲}}۰\leq(\sin x+\frac{۱}{۲})^۲\leq\frac{۹}{۴}$$

$$\xrightarrow{\times(-۱)}۰\geq -(\sin x+\frac{۱}{۲})^۲\geq -\frac{۹}{۴}\xrightarrow{+\frac{۵}{۴}}\frac{۵}{۴}\geq\frac{۵}{۴}-(\sin x+\frac{۱}{۲})^۲\geq -۱\Rightarrow -۱\leq f(x)\leq\frac{۵}{۴}$$

پس برد تابع $f$ را می‌توان به صورت $R_f=[-۱,\frac{۵}{۴}]$ نوشت.

Ⓑ **۱۵۱- گزینه‌ی ۲**

**نکته:** برای محاسبه‌ی برد توابع $f(x)=a\sin^۲ x+b\sin x+c$ یا $g(x)=a\cos^۲ x+b\cos x+c$ به غیر از روش مربع کامل می‌توانیم از روش تستی دیگری نیز استفاده کنیم، به این‌صورت که در تابع $f(x)$، $\sin x=۱$، $\sin x=-۱$ و $\sin x=\frac{-b}{۲a}$ را با شرط $|\frac{b}{۲a}|\leq ۱$ قرار دهیم تا بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع را به‌دست آورده و از آن طریق برد را حساب کنیم. (در تابع $g$ نیز باید $\cos x=۱$، $\cos x=-۱$ و $\cos x=\frac{-b}{۲a}$ را با شرط $|\frac{b}{۲a}|\leq ۱$ قرار دهیم.)

با توجه به نکته‌ی بالا کافی است مقادیر تابع $f$ را به ازای $\cos x=۱$، $\cos x=-۱$ و $\cos x=\frac{-b}{۲a}=\frac{۱}{۴}$ محاسبه کنیم:

$$\begin{cases}\cos x=۱\Rightarrow f(x)=۲-۱=۱\\ \cos x=-۱\Rightarrow f(x)=۲+۱=۳ & (\text{بیش‌ترین مقدار})\\ \cos x=-\frac{b}{۲a}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow f(x)=۲(\frac{۱}{۱۶})-\frac{۱}{۴}=-\frac{۱}{۸} & (\text{کم‌ترین مقدار})\end{cases}$$

با توجه به مقادیر محاسبه شده می‌توان فهمید برد تابع $f$ به‌صورت $R_f=[-\frac{۱}{۸},۳]$ است.

Ⓒ **۱۵۲- گزینه‌ی ۱** به کمک روش «مربع کامل‌سازی» می‌توان نوشت:

$$f(x)=۴\sqrt{\sin x}-\sin x=-(\sin x-۴\sqrt{\sin x}+۴)+۴=-(\sqrt{\sin x}-۲)^۲+۴$$

$$۰\leq\sqrt{\sin x}\leq ۱\xrightarrow{-۲}-۲\leq\sqrt{\sin x}-۲\leq -۱\xrightarrow{\text{توان ۲}}۱\leq(\sqrt{\sin x}-۲)^۲\leq ۴$$

$$\xrightarrow{\times(-۱)}-۱\geq-(\sqrt{\sin x}-۲)^۲\geq -۴\xrightarrow{+۴}۳\geq ۴-(\sqrt{\sin x}-۲)^۲\geq ۰\Rightarrow ۳\geq f(x)\geq ۰\Rightarrow R_f=[۰,۳]$$

Ⓒ **۱۵۳- گزینه‌ی ۴** با استفاده از نامساوی‌ها محدوده‌ی تغییرات تابع را می‌یابیم:

$$-۱\leq\sin x\leq ۱\xrightarrow{+۳}۲\leq\sin x+۳\leq ۴\xrightarrow{\text{معکوس}}\frac{۱}{۲}\geq\frac{۱}{\sin x+۳}\geq\frac{۱}{۴}\xrightarrow{\times ۲}۱\geq\frac{۲}{\sin x+۳}\geq\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{۱}{۲}\leq f(x)\leq ۱$$

Ⓒ **۱۵۴- گزینه‌ی ۱** با استفاده از نامساوی‌ها محدوده‌ی تغییرات تابع را می‌یابیم:

$$-۱\leq\cos x\leq ۱\xrightarrow{\times ۲}-۲\leq ۲\cos x\leq ۲\xrightarrow{-۵}-۷\leq ۲\cos x-۵\leq -۳\xrightarrow{\text{معکوس}}-\frac{۱}{۷}\geq\frac{۱}{۲\cos x-۵}\geq-\frac{۱}{۳}$$

$$\xrightarrow{\times ۲۱}-۳\geq\frac{۲۱}{۲\cos x-۵}\geq -۷\Rightarrow -۷\leq f(x)\leq -۳$$

Ⓒ **۱۵۵- گزینه‌ی ۳** ابتدا ضابطه‌ی تابع $f$ را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{۲(\sin x+۲)-۵}{\sin x+۲}=۲-\frac{۵}{\sin x+۲}$$

اکنون با توجه به این‌که $-۱\leq\sin x\leq ۱$ می‌توان نوشت:

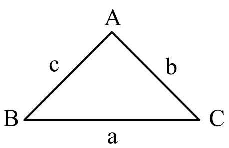
$$-۱\leq\sin x\leq ۱\Rightarrow ۱\leq\sin x+۲\leq ۳\Rightarrow\frac{۱}{۳}\leq\frac{۱}{\sin x+۲}\leq ۱\xrightarrow{\times(-۵)}-۵\leq\frac{-۵}{\sin x+۲}\leq-\frac{۵}{۳}$$

$$\xrightarrow{+۲}-۳\leq ۲-\frac{۵}{\sin x+۲}\leq\frac{۱}{۳}\Rightarrow -۳\leq f(x)\leq\frac{۱}{۳}$$

پس برد تابع $f$ به‌صورت $R_f=[-۳,\frac{۱}{۳}]$ است.

Ⓐ **۱۵۶- گزینه‌ی ۲**

**تذکر** در مثلث $ABC$ رابطه‌ی زیر به «قضیه‌ی سینوس‌ها» مشهور است: $\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}}$




با توجه به «قضیه‌ی سینوس‌ها» می‌توان نوشت:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}\Rightarrow\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin A}{a}=\frac{۱}{۵}$$