فصل سوم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

پاسخ‌های تشریحی

Ⓐ **۱- گزینه‌ی ④** شـــدت جریان متوسط از رابطه‌ی $\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید. با قرار دادن لحظات $t_۱$ و $t_۲$ در معادله‌ی q-t ، $q_۱$ و $q_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_۱=۰ \Rightarrow q_۱=۲(۰)^۲+۴=۴C \\ t_۲=۳s \Rightarrow q_۲=۲(۳)^۲+۴=۲۲C \end{cases}$$

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{۲۲-۴}{۳-۰}=\frac{۱۸}{۳}=۶A$$

Ⓐ **۲- گزینه‌ی ④** دو رابطه‌ی $q=ne$ و $q=It$ را برابر قرار داده و مسأله را حل می‌کنیم:

$$ne=It \Rightarrow n\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}=۰/۸\times ۶۰ \Rightarrow n=\frac{۰/۸\times ۶۰}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}} \Rightarrow n=۳\times ۱۰^{۲۰}$$

Ⓐ **۳- گزینه‌ی ②** با توجه به قانون پایستگی بار و مشابه بودن دو کره‌ی فلزی داریم:

$$q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{۲} \Rightarrow q'_A=q'_B=\frac{-۲+۶}{۲}=۲\,nC$$

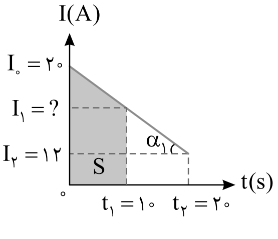
بنابراین بار شارش شده از سیم رسانا برابر خواهد بود با:

$$\Delta q=۶-۲=۴\,nC$$

در این صورت جریان متوسط شارش شده برابر خواهد بود با:

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow I=\frac{۴\times ۱۰^{-۹}}{۱۰^{-۶}}=۴\times ۱۰^{-۳}A=۴\,mA$$

Ⓑ **۴- گزینه‌ی ②** ســطح زیر نمودار I-t در بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ معادل با بار الکتریکی شارش یافته بین لحظات $t_۱$ تا $t_۲$ است.



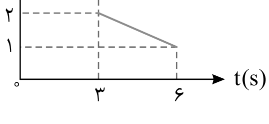
ابتدا باید جریان در لحظه‌ی $t=۱۰s$ محاسبه شود:

$$\tan\alpha_۱=\frac{۲۰-۱۲}{۲۰}=\frac{I_۱-۱۲}{۱۰} \Rightarrow I_۱=۱۶A$$

اکنون بار شارش شده را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q=S_{\underset{(۰-۱۰)}{\text{¾£ºp»I}}}=\frac{(۲۰+۱۶)\times ۱۰}{۲}=۱۸۰\,C \Rightarrow \Delta q=\frac{۱۸۰}{۳۶۰۰}=۰/۰۵Ah$$

Ⓑ **۵- گزینه‌ی ①** با توجه به رابطه‌ی $\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ ، سطح محصور بین نمودار I-t و محور زمان برابر Δq اســت. ابتدا با محاســبه‌ی مساحت زیر نمودار، Δq را حســاب می‌کنیم و سپس از رابطه‌ی $\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ ، شدت جریان متوسط را به‌دست می‌آوریم:

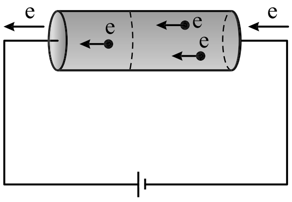


$\Delta q=$ مساحت مستطیل + مساحت ذوزنقه

$$\Delta q=۳\times ۳+(\frac{۱+۲}{۲})\times ۳ \Rightarrow \Delta q=۱۳/۵C$$

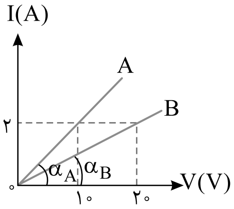
$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{۱۳/۵}{۶} \Rightarrow \bar{I}=۲/۲۵A$$

Ⓐ **۶- گزینه‌ی ۳** هنگامی‌که یک رسانا به مولد متصل شده و از آن جریان I می‌گذرد، بار گذرنده از هر مقطع مدار از رابطه‌ی $q=It$ به‌دست می‌آید. اما بار الکتریکی موجود در کل آن صفر است و همواره مقدار بار مثبت و منفی درون آن برابر بوده و سیم خنثی است.



Ⓐ **۷- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** برای جریان معین و یکسان $۲A$ برای دو مقاومت، قانون اهم را می‌نویسیم:

$$I_A=I_B\Rightarrow\frac{V_A}{R_A}=\frac{V_B}{R_B}\Rightarrow\frac{۱۰}{R_A}=\frac{۲۰}{R_B}\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=۲$$



راه‌حل دوم: شیب نمودار I-V برابر $\frac{۱}{R}$ است. بنابراین:

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{\tan\alpha_A}{\tan\alpha_B}=\frac{\frac{۲}{۱۰}}{\frac{۲}{۲۰}}=۲$$

Ⓐ **۸- گزینه‌ی ۱** در دمای ثابت، مقاومت الکتریکی رسانا (نسبت ولتاژ دو سر رسانا به جریان آن)، مقدار ثابتی است:

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{\text{R : S|||Y}}\frac{V_۱}{I_۱}=\frac{V_۲}{I_۲}\Rightarrow\frac{V_۱}{I_۱}=\frac{۳V_۱}{I_۱+۲}\Rightarrow ۳I_۱=I_۱+۲\Rightarrow I_۱=۱A$$

Ⓐ **۹- گزینه‌ی ۲** ابتدا طول سیم مسی را به‌دست می‌آوریم. محیط هر حلقه $۲\pi r$ و تعداد دورها ۱۰۰ دور است. از این‌رو:

$$l=n(۲\pi r)\Rightarrow l=۱۰۰\times(۲\pi\times ۰/۱)\Rightarrow l=۲۰\pi\,m$$

مقاومت سیم مسی برابر خواهد شد با:

$$R=\rho\frac{l}{A}\Rightarrow R=۱/۷\times۱۰^{-۸}\times\frac{۲۰\pi}{\pi(۱\times۱۰^{-۳})^۲}\Rightarrow R=۰/۳۴\Omega$$

Ⓐ **۱۰- گزینه‌ی ۱** جرم دو سیم برابر و دو سیم هم‌جنس هستند. بنابراین طبق رابطه‌ی چگالی حجم آن‌ها برابر است.

$$D_A=\sqrt{۲}D_B\xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}A_A=۲A_B\xrightarrow[V_A=V_B]{V=Al}A_Al_A=A_Bl_B\Rightarrow ۲l_A=l_B$$

با توجه به رابطه‌ی ساختمانی مقاومت خواهیم داشت:

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{\rho_B\frac{l_B}{A_B}}{\rho_A\frac{l_A}{A_A}}=\frac{l_B}{l_A}\times\frac{A_A}{A_B}\Rightarrow\frac{۱۰}{R_A}=۲\times۲\Rightarrow R_A=۲/۵\Omega$$

Ⓑ **۱۱- گزینه‌ی ۲** مقاومت زیاد شده است بنابراین این دستگاه باید طول را افزایش داده و سطح مقطع را کم کند. چون جرم ثابت است، بنا بر رابطه‌ی چگالی، حجم نیز ثابت است در این صورت اگر قطر سیم در اثر گذر از ابزار مورد نظر $\frac{۱}{n}$ برابر شود، سطح مقطع سیم $\frac{۱}{n^۲}$ برابر و طول سیم $L_۲=n^۲L_۱$ می‌شود. حال مسأله را حل می‌کنیم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\Rightarrow ۱۶=\frac{n^۲L_۱}{L_۱}\times\frac{A_۱}{\frac{A_۱}{n^۲}}\Rightarrow ۱۶=n^۴\Rightarrow n=۲$$

در این صورت طول سیم برابر می‌شود با:

$$L_۲=n^۲L_۱=(۲)^۲L_۱\Rightarrow L_۲=۴\times۱۰=۴۰cm$$

Ⓐ **۱۲- گزینه‌ی ④** با استفاده از رابطه‌ی ساختمانی مقاومت الکتریکی سیم رسانا خواهیم داشت:

$$R=\rho\frac{l}{A}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{l_A}{l_B}\times\frac{A_B}{A_A}$$

جنس هر دو سیم مس است و ρ برای هر دو یکسان است. از طرفی سطح مقطع (A) با مجذور قطر نسبت مستقیم دارد:

$$A=\pi(\frac{D}{۲})^۲\Rightarrow\frac{A_B}{A_A}=(\frac{D_B}{D_A})^۲\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{l_A}{l_B}\times(\frac{D_B}{D_A})^۲\Rightarrow\frac{۵}{R_B}=\frac{\frac{۱}{۴}l_B}{l_B}\times(\frac{D_B}{۲D_B})^۲\Rightarrow\frac{۵}{R_B}=\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow R_B=۸۰\,\Omega$$

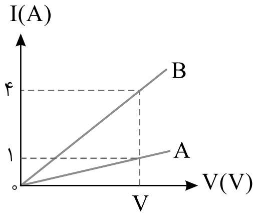
Ⓐ **۱۳- گزینه‌ی ③** با استفاده از رابطه‌ی $R=\rho\frac{l}{A}$ می‌توان نوشت:

$$R=\rho\frac{l}{A}\Rightarrow\begin{cases}R_{max}=\rho\dfrac{l_{max}}{A_{min}}=\rho\times\dfrac{۴}{۱\times۲}\\[2ex] R_{min}=\rho\dfrac{l_{min}}{A_{max}}=\rho\times\dfrac{۱}{۴\times۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_{max}}{R_{min}}=\frac{۲\rho}{\frac{\rho}{۸}}=۱۶$$

Ⓑ **۱۴- گزینه‌ی ②** هنگامی‌که تمام جیوه را در لوله‌ی دیگری می‌ریزیم، حجم جیوه در دو حالت یکسان است، اما سطح مقطع ظرف دوم $\frac{۱}{۵}$ ظرف اول است $(A_۲=\frac{۱}{۵}A_۱)$. پس ارتفاع جیوه در ظرف دوم ۵ برابر ارتفاع جیوه در ظرف اول است $(l_۲=۵l_۱)$. از این‌رو:

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{l_۲}{l_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=۱\times۵\times۵\Rightarrow R_۲=۲۵R_۱$$

Ⓑ **۱۵- گزینه‌ی ②**



$$l_A=۲l_B\ ,\ D_A=\frac{\sqrt{۵}}{۲}D_B\ ,\ \frac{\rho_A}{\rho_B}=?$$

با توجه به نمودار و با استفاده از قانون اهم برای نقطه‌ای که ولتاژ هر دو رسانا برابر V است می‌توان نوشت:

$$V=V_A=V_B\Rightarrow I_AR_A=I_BR_B\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{I_B}{I_A}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{۴}{۱}=۴$$

با توجه به رابطه‌ی $R=\rho\frac{l}{A}$ و $A=\frac{\pi D^۲}{۴}$ برای دو رسانا داریم:

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{l_A}{l_B}\times(\frac{D_B}{D_A})^۲\Rightarrow۴=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{۲l_B}{l_B}\times(\frac{D_B}{\frac{\sqrt{۵}}{۲}D_B})^۲\Rightarrow۴=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times۲\times\frac{۴}{۵}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۵}{۲}$$

Ⓑ **۱۶- گزینه‌ی ①** با توجه به رابطه‌ی ساختمانی مقاومت فلزی خواهیم داشت:

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{\text{قطر یکسان}}\begin{cases}\dfrac{R_A}{R_B}=\dfrac{\rho_A}{\rho_B}\times\dfrac{L_A}{L_B}=\dfrac{۱/۵\rho}{۰/۵\rho}\times\dfrac{۲L}{L}=۶\Rightarrow R_A=۶R_B\\[2ex] \dfrac{R_A}{R_C}=\dfrac{\rho_A}{\rho_C}\times\dfrac{L_A}{L_C}=\dfrac{۱/۵\rho}{\rho}\times\dfrac{۲L}{L}=۳\Rightarrow R_A=۳R_C\\[2ex] \dfrac{R_B}{R_C}=\dfrac{\rho_B}{\rho_C}\times\dfrac{L_B}{L_C}=\dfrac{۰/۵\rho}{\rho}\times\dfrac{L}{L}=\dfrac{۱}{۲}\Rightarrow R_C=۲R_B\end{cases}$$

Ⓐ **۱۷- گزینه‌ی ③** با توجه به رابطه‌ی دمایی مقاومت می‌توان نوشت:

$$R_۲=R_۱(۱+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow R_۲=۵۰[۱+۴\times۱۰^{-۴}\times(۱۰۰-۲۰)]\Rightarrow R_۲=۵۰(۱+۴\times۱۰^{-۴}\times۸۰)\Rightarrow R_۲=۵۰(۱/۰۳۲)\Rightarrow R_۲=۵۱/۶\,\Omega$$

Ⓐ **۱۸- گزینه‌ی ④** با توجه به رابطه‌ی دمایی مقاومت می‌توان نوشت:

$$\Delta R=R_۱\alpha\Delta\theta\Rightarrow۶/۸=۴۰\times۰/۰۰۶۸\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۲۵^\circ C\xrightarrow{۲۵=\theta_۲-\theta_۱}۲۵=\theta_۲-۲۰$$

دمای نهایی برابر خواهد شد با: $\theta_۲=۴۵^\circ C$

Ⓐ **۱۹- گزینه‌ی ۳** با توجه به رابطه‌ی دمایی برای مقاومت ویژه و فرض مسأله می‌توان نوشت:

$$\theta_۲=۱۰۴\,^\circ C\ ,\ \rho_۲=\rho_۱+\frac{۳۶}{۱۰۰}\rho_۱=\frac{۱۳۶}{۱۰۰}\rho_۱\ ,\ \alpha=۰/۰۱K^{-۱}\ ,\ \theta_۱=?$$

$$\rho_۲=\rho_۱(۱+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow\frac{۱۳۶}{۱۰۰}\rho_۱=\rho_۱(۱+\frac{۱}{۱۰۰}\Delta\theta)\Rightarrow\Delta\theta=۳۶\xrightarrow{\theta_۲=۱۰۴}۱۰۴-\theta_۱=۳۶\Rightarrow\theta_۱=۶۸^\circ C$$

Ⓐ **۲۰- گزینه‌ی ۴** به کمک رابطه‌ی دمایی مقاومت الکتریکی، دما را به‌دست می‌آوریم:

$$R_۲=R_۱(۱+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow\Delta R=R_۱\alpha\Delta\theta\Rightarrow۱۴=۵۰\times۰/۰۰۷\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۴۰\Rightarrow\theta_۲-۲۰=۴۰\Rightarrow\theta_۲=۴۰+۲۰=۶۰^\circ C$$

Ⓐ **۲۱- گزینه‌ی ۲** رابطه‌ی تغییر دما را برای دو مقاومت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases}\Delta R_۱=R_۱\alpha\Delta\theta\\ \Delta R_۲=R_۲\alpha\Delta\theta\end{cases}\Rightarrow\frac{۲R_\circ}{\Delta R_۲}=\frac{R_\circ\alpha\Delta\theta}{۲R_\circ۲\alpha\Delta\theta}\Rightarrow\Delta R_۲=۸R_\circ\Rightarrow R'-۲R_\circ=۸R_\circ\Rightarrow R'=۱۰R_\circ$$

Ⓐ **۲۲- گزینه‌ی ۲** رابطه‌ی بین مقاومت رسانای فلزی و تغییرات دما به صورت زیر است:

$$R=R_\circ(۱+\alpha\Delta\theta)$$

با توجه به قانون اهم داریم:

$$V=RI=R_\circ(۱+\alpha\Delta\theta)I$$

در لحظاتی که تغییرات دما برابر $۱۰۰^\circ C$ و صفر است داریم:

$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۱+\alpha\Delta\theta_۲}{۱+\alpha\Delta\theta_۱}\Rightarrow\frac{۲/۴}{۱/۲}=۱+۱۰۰\alpha\Rightarrow\alpha=\frac{۱}{۱۰۰}=۱۰^{-۲}(\frac{۱}{K})$$

Ⓐ **۲۳- گزینه‌ی ۴** با روشن شدن لامپ دمای رشته‌ی فلزی آن بالا رفته و مقاومت الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

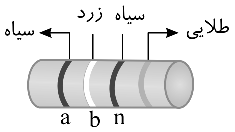
Ⓑ **۲۴- گزینه‌ی ۳** برای رساناهای فلزی $\alpha>۰$ و برای مقاومت‌هایی از جنس کربن و مانند آن $\alpha<۰$ است.

$$\begin{cases}R_۲=R_۱(۱+\alpha\Delta\theta)\\ \alpha=-۵\times۱۰^{-۳}\ \frac{۱}{^\circ C}\\ R_۲=R_۱+۰/۲۵R_۱=۱/۲۵R_۱\end{cases}\Rightarrow R_۲=R_۱(۱+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow۱/۲۵R_۱=R_۱(۱-۵\times۱۰^{-۳}\times\Delta\theta)\Rightarrow\Delta\theta=\frac{-۰/۲۵}{۵\times۱۰^{-۳}}\Rightarrow\Delta\theta=-۵۰^\circ C$$

Ⓐ **۲۵- گزینه‌ی ۲** با توجه به نمودار I-V و با استفاده از قانون اهم می‌توان نوشت:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{۱۰۰}{۲۵}\Rightarrow R=۴\,\Omega$$

مقدار یک مقاومت کربنی به صورت $\overline{ab}\times۱۰^n$ است، بنابراین رنگ حلقه‌های مقاومت کربنی باید مطابق شکل روبه‌رو باشد:

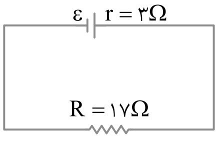


$$a=۰, b=۴, n=۰\Rightarrow۴\times۱۰^\circ=۴\Omega$$

Ⓐ **۲۶- گزینه‌ی ۱** چون جریان ورودی به رئوستا از C خارج می‌شود (نه از B)، بنابراین جای لغزنده تأثیری در طول سیمی که جریان از آن عبور می‌کند، ندارد. یعنی مقاومت رئوستا و در نتیجه مقاومت معادل مدار با حرکت لغزنده ثابت می‌ماند. بنابراین جریان نیز ثابت می‌ماند.

Ⓐ **۲۷- گزینه‌ی ۱** افت پتانسیل درون مولد برابر rI است.

$$V=\varepsilon-\underbrace{rI}_{\text{k²¼¶ ®Ãvº|TQ\#SÎĦ}}$$

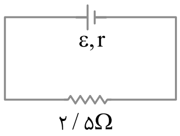


$$\text{افت پتانسیل}=rI=r(\frac{\varepsilon}{R+r})=۳\times\frac{\varepsilon}{۳+۱۷}=\frac{۳}{۲۰}\varepsilon$$

بنابراین نسبت افت پتانسیل به نیروی محرکه برابر است با:

$$\frac{\text{®Ãvº|TQ\#SÎĦ}}{\text{¾¨od¶\#Á»oÃº}}=\frac{\frac{۳\varepsilon}{۲۰}}{\varepsilon}=\frac{۳}{۲۰}=\frac{۱۵}{۱۰۰}\Rightarrow$$ افت پتانسیل درون مولد، ۱۵ درصد نیروی محرکه‌ی آن است

Ⓐ **۲۸- گزینه‌ی ①** ولتاژ دو سر باتری با ولتاژ دو سر مقاومت ۲/۵ اهمی برابر است از این‌رو:



اختلاف پتانسیل دو سر باتری $=V=۱/۲۵V$

افت پتانسیل $=rI=۰/۲۵V$ ، $R=۲/۵\Omega$

$$V=\varepsilon-rI\Rightarrow ۱/۲۵=\varepsilon-۰/۲۵\Rightarrow \varepsilon=۱/۵V$$

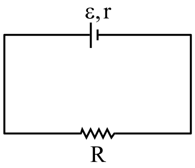
ولتاژ دو سر مولد = ولتاژ دو سر مقاومت: $V=RI\xrightarrow[R=۲/۵]{V=۱/۲۵}۱/۲۵=۲/۵I\Rightarrow I=۰/۵A$

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow[R=۲/۵,\varepsilon=۱/۵]{I=۰/۵}۰/۵=\frac{۱/۵}{۲/۵+r}\Rightarrow r=۰/۵\Omega$$

Ⓐ **۲۹- گزینه‌ی ④** افت پتانسیل درون پیل برابر Ir و جریان مدار برابر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است، از این‌رو:

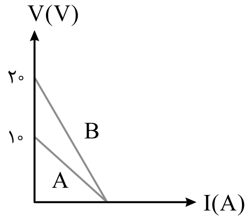
$$\begin{cases} I_۱r=\frac{\varepsilon}{r+R_۱}r=\frac{\varepsilon}{r+۲r}r=\frac{\varepsilon}{۳} \\ I_۲r=\frac{\varepsilon}{r+R_۲}r=\frac{\varepsilon}{r+r}r=\frac{\varepsilon}{۲} \end{cases}\Rightarrow \frac{I_۲r}{I_۱r}=\frac{\frac{\varepsilon}{۲}}{\frac{\varepsilon}{۳}}=\frac{۳}{۲}$$

Ⓐ **۳۰- گزینه‌ی ②** در یک مولد که در مداری مطابق شکل روبه‌رو بسته شده است، ولتاژ دو سر مولد برابر خواهد شد با:



$$V=\varepsilon-Ir$$

در این صورت نمودار $V-I$ آن خط راستی است که عرض از مبدأ آن ε و شیب آن $(-r)$ است. با توجه به نمودار مسأله:



$$\begin{cases} |r_A|=\frac{\varepsilon_A}{I}=\frac{۱۰}{I} \\ |r_B|=\frac{\varepsilon_B}{I}=\frac{۲۰}{I} \end{cases}\Rightarrow \frac{r_B}{r_A}=۲$$

Ⓐ **۳۱- گزینه‌ی ④** با توجه به نمودار عرض از مبدأ برابر نیروی محرکه‌ی باتری است، از این‌رو:

$$V=\varepsilon-Ir\begin{cases} \xrightarrow{I=۰}V=\varepsilon=۱۲V \\ \xrightarrow{I=۴}۷=۱۲-۴r\Rightarrow r=۱/۲۵\Omega \end{cases}$$

Ⓑ **۳۲- گزینه‌ی ③** برای محاسبه‌ی اختلاف پتانسیل دو سر باتری از رابطه‌ی $V=\varepsilon-rI$ استفاده می‌کنیم:

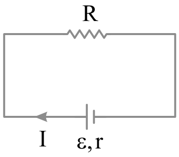
$$r=\frac{۱}{n}R\Rightarrow R=nr$$

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}V=\varepsilon-r(\frac{\varepsilon}{R+r})\xrightarrow{R=nr}V=\varepsilon-r(\frac{\varepsilon}{nr+r})\Rightarrow V=\varepsilon-\frac{\varepsilon}{n+۱}$$

$$V=\varepsilon(۱-\frac{۱}{n+۱})\Rightarrow V=\varepsilon(\frac{n}{n+۱})\Rightarrow \frac{V}{\varepsilon}=\frac{n}{n+۱}$$

Ⓐ **۳۳- گزینه‌ی ③**

(افت پتانسیل در مقاومت خارجی) $\frac{۱}{۹}=$ افت پتانسیل در مقاومت درونی

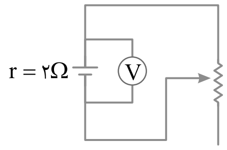


$$rI=\frac{۱}{۹}RI\Rightarrow r=\frac{۱}{۹}R$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow[r=\frac{۱}{۹}R,\varepsilon=۶V]{I=۰/۲}۰/۲=\frac{۶}{R+\frac{۱}{۹}R}\Rightarrow \frac{۱۰}{۹}R=۳۰\Rightarrow R=۲۷\Omega$$

Ⓑ **۳۴- گزینه‌ی ۱** عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر ولتاژ دو سر مولد و همچنین ولتاژ دو سر مقاومت است.

$$V_۱=R_۱I_۱\Rightarrow V_۱=R_۱\times\frac{\varepsilon}{R_۱+r}\xrightarrow[r=۲]{R_۱=۲۰}V_۱=\frac{۲۰\varepsilon}{۲۰+۲}$$:عدد ولت‌سنج در حالت اول



$$V_۲=R_۲I_۲\Rightarrow V_۲=R_۲\times\frac{\varepsilon}{R_۲+r}\xrightarrow{r=۲}V_۲=\frac{R_۲\varepsilon}{R_۲+۲}$$:عدد ولت‌سنج در حالت دوم

$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{\frac{R_۲\varepsilon}{R_۲+۲}}{\frac{۲۰\varepsilon}{۲۲}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow R_۲\simeq ۱/۶\Omega$$

Ⓐ **۳۵- گزینه‌ی ۳** وقتی کلید K باز است چون کلید در شاخه‌ی اصلی قرار دارد، جریان مدار صفر است و ولت‌سنج نیز که به دو سر باتری بسته شده است، نیروی محرکه‌ی باتری را نشان می‌دهد در این صورت $\varepsilon=۱۰V$ است.

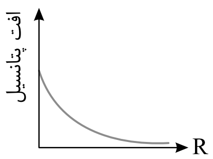
وقتی کلید K بسته است، جریان اصلی در مدار برقرار می‌شود:

$$\begin{cases}I\neq ۰\\ V=\varepsilon-rI\xrightarrow[\varepsilon=۱۰,\ I=\frac{\varepsilon}{R+r}]{V=۸}۸=۱۰-r(\frac{۱۰}{R+r})\Rightarrow ۲=\frac{۱۰r}{R+r}\Rightarrow ۲R+۲r=۱۰r\Rightarrow\frac{R}{r}=۴\end{cases}$$

Ⓐ **۳۶- گزینه‌ی ۳** ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری (V) را نشان می‌دهد. وقتی کلید را قطع می‌کنیم، ولت‌سنج نیروی محرکه‌ی باتری (ε) را نشان خواهد داد. اکنون با دانستن این مطالب مسأله را به آسانی حل می‌کنیم:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=\varepsilon-۰/۸\times۲\Rightarrow V=\varepsilon-۱/۶\xrightarrow{\frac{V}{\varepsilon}=۰/۸}۰/۸\varepsilon=\varepsilon-۱/۶\Rightarrow\varepsilon=\frac{۱/۶}{۰/۲}=۸\,V$$

Ⓑ **۳۷- گزینه‌ی ۳** به تغییرات زیر دقت کنید:



$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{R\uparrow}I\downarrow$, ®Åv°lTQ#SÎ $=rI\xrightarrow{I\downarrow}$ ®Åv°lTQ#SÎ$\downarrow$

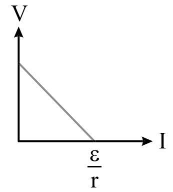
معادله‌ی Ir برحسب R را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow Ir=\varepsilon-IR=\varepsilon-(\frac{\varepsilon}{R+r})R=\frac{\varepsilon r}{R+r}$$

این تابع هموگرافیک است. در این صورت گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓐ **۳۸- گزینه‌ی ۲** وقتی مدار باز باشد، ولت‌سنج نیروی محرکه‌ی باتری را نشان می‌دهد، پس $\varepsilon=۸V$ است. وقتی مدار بسته است و در مدار جریان برقرار است، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری $(V=\varepsilon-Ir)$ را نشان می‌دهد. در این صورت وقتی $I=۲A$ است، $V=۶V$ می‌باشد، در نتیجه: $۶=۸-۲r\Rightarrow r=۱\Omega$

Ⓑ **۳۹- گزینه‌ی ۲** نمودار اختلاف پتانسیل دو سر یک مولد بر حسب شدت جریان آن $(V=\varepsilon-Ir)$ یک خط راست مایل است که عرض از مبدأ آن نیروی محرکه‌ی باتری و منفی شیب آن برابر مقاومت درونی باتری است.



در شکل (الف) نیروی محرکه‌ی دو مولد (۳) و (۴) با هم برابر و مقاومت درونی مولد (۴) بیش‌تر است.

در شکل (ب) نیروی محرکه‌ی مولد (۱) از نیروی محرکه‌ی مولد (۲) بیش‌تر است، اما مقاومت درونی آن‌ها یکسان است، زیرا شیب نمودار آن‌ها یکی است.

Ⓐ **۴۰- گزینه‌ی ۱** باید توجه کنیم که باتری فرسوده با باتری خالی فرق دارد. باتری فرسوده مقاومت درونی بالایی دارد و حتی اگر پر باشد نمی‌تواند جریان مورد نیاز را تأمین کند. (باتری خالی نیروی محرکه‌ی پایینی دارد و با شارژ شدن (در صورت امکان) نیروی محرکه‌ی آن افزایش می‌یابد.)

$r\rightarrow\infty$: در باتری کهنه

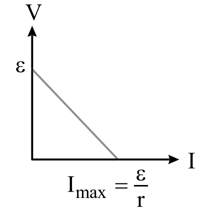
$\varepsilon\rightarrow ۰$: در باتری خالی

Ⓑ **۴۱- گزینه‌ی ۱** هرگاه اختلاف پتانسیل دو سر پیل برابر با نیروی محرکه‌ی آن باشد، افت پتانسیل صفر است، پس:

$$\begin{cases} V=\varepsilon-Ir \\ V\simeq\varepsilon \end{cases} \Rightarrow Ir\simeq ۰ \Rightarrow \begin{cases} r\to ۰ \\ I\to ۰ \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{r+R}} R\to\infty \end{cases}$$

پس یا باید مقاومت درونی ناچیز باشد که در گزینه‌ها نیست، یا مقاومت خارجی خیلی زیاد باشد. در این صورت گزینه‌ی (۱) درست است.

Ⓑ **۴۲- گزینه‌ی ۴** معادله‌ی ولتاژ دو سر پیل برحسب جریان به صورت $V=\varepsilon-Ir$ است که نمودار آن یک خط راست مایل با شیب منفی است:

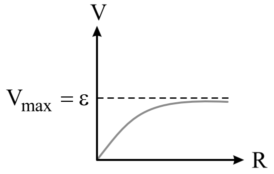


$$\begin{cases} V=۰ \Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{r} \\ I=۰ \Rightarrow V=\varepsilon \end{cases}$$

پس نمودار (الف) درست است.

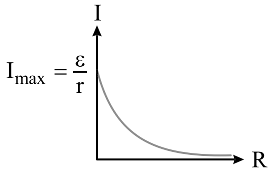
ولتاژ دو سر مولد یا دو سر مدار برحسب R برابر است با: $V=IR \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$

وقتی $R=۰$ است، $V=۰$ بوده و وقتی $R\to\infty$، $V=\varepsilon$ و نمودار به صورت زیر است:



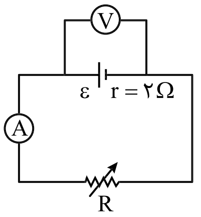
پس نمودار (ب) نیز درست است.

جریان برحسب مقاومت نیز برابر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است که وقتی $R=۰$ است، $I=\frac{\varepsilon}{r}$ بوده و وقتی $R\to\infty$، $I=۰$ است و شکل نمودار به صورت زیر می‌باشد:



پس نمودار (ج) نیز درست است.

Ⓐ **۴۳- گزینه‌ی ۱** ابتدا مقاومت R و نیروی محرکه‌ی پیل را به‌دست می‌آوریم:

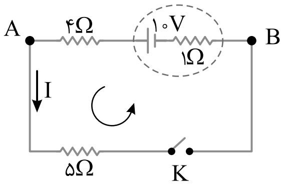


$$V=IR \Rightarrow ۴۰=۴R \Rightarrow R=۱۰\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow ۴=\frac{\varepsilon}{۱۰+۲} \Rightarrow \varepsilon=۴۸V$$

$$V'=\varepsilon-I'r \Rightarrow ۳۶=۴۸-I'(۲) \Rightarrow ۲I'=۱۲ \Rightarrow I'=۶A$$

Ⓐ **۴۴- گزینه‌ی ۲** وقتی کلید باز و جریان صفر است افت پتانسیل در مقاومت درونی باتری و مقاومت‌های مدار صفر است و اختلاف پتانسیل $V_A-V_B=\varepsilon=۱۰V$ است.



با بستن کلید K، در مدار جریان برقرار می‌شود. قاعده‌ی حلقه را برای آن می‌نویسیم:

$$V_A-۵\times I-۱\times I+۱۰-۴I=V_A \Rightarrow I=\frac{۱۰}{۱۰}=۱A$$

اختلاف پتانسیل بین A و B را به دست می‌آوریم:

$$V_A+۴\times ۱-۱۰+۱\times ۱=V_B \Rightarrow V_A-V_B=۵V$$

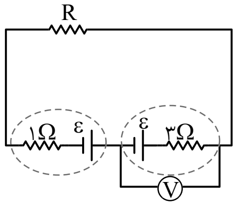
مقدار کاهش ولتاژ V_A-V_B برابر $۱۰-۵=۵V$ است.

Ⓑ **۴۵- گزینه‌ی ۳** ابتدا جریان مدار را به‌دست می‌آوریم. پیل‌ها به گونه‌ای بسته شده‌اند که پایانه‌های ناهمنام آن‌ها به هم متصل است و نیروی محرکه‌ی آن‌ها با هم جمع شود:

$$I=\frac{\sum\varepsilon}{\sum R+\sum r} \Rightarrow I=\frac{۸\times ۵}{۸\times ۰/۲} \Rightarrow I=۲۵A$$

ولتاژ دو سر پیل (V_{AB}) برابر خواهد شد با:

$$V_{AB}=\varepsilon-Ir=۵-(۲۵\times ۰/۲) \Rightarrow V_{AB}=۰$$

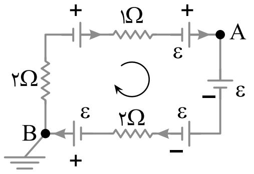


Ⓐ **۴۶- گزینه‌ی ۳** ولت‌سنج عدد صفر را نشان می‌دهد از این‌رو:

$$V=\varepsilon-Ir=۰\Rightarrow\varepsilon-۳I=۰\Rightarrow\varepsilon=۳I$$

جریان در مدار تک‌حلقه برابر است با:

$$I=\frac{\sum\varepsilon}{\sum R+\sum r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon+\varepsilon}{R+۱+۳}\Rightarrow I=\frac{۳I+۳I}{R+۴}\Rightarrow R+۴=۶\Rightarrow R=۲\Omega$$



Ⓑ **۴۷- گزینه‌ی ۱** جهت جریان را ساعتگرد در نظر می‌گیریم. اگر I مثبت به‌دست آمد، جهت را درست در نظر گرفتیم و اگر I منفی به‌دست آمد، جهت جریان را برعکس می‌کنیم:

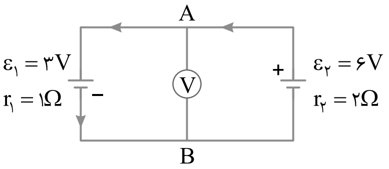
$$I=\frac{-\varepsilon-\varepsilon+\varepsilon+\varepsilon+\varepsilon}{۱+۲+۲}=\frac{\varepsilon}{۵}=\frac{۲}{۵}=۰/۴A$$

پتانسیل نقطه‌ی A را نسبت به اتصال به زمین (پتانسیل صفر) می‌سنجیم. اکنون در مدار، با حرکت از نقطه‌ی A به سمت نقطه‌ی B در جهت جریان و نوشتن قانون ولتاژها داریم:

$$V_A-\varepsilon-\varepsilon-۲I+\varepsilon=V_B\xrightarrow[\text{Sw\#®\textasciitilde T¶\#¸Ã¶p\#¾\#BÁ¾‰£º}]{V_B=۰}V_A=\varepsilon+۲I\Rightarrow V_A=۲+۲\times۰/۴\Rightarrow V_A=۲/۸V$$

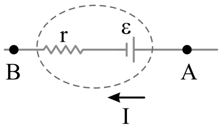
Ⓐ **۴۸- گزینه‌ی ۲** ابتدا اندازه‌ی شدت جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon_۲-\varepsilon_۱}{r_۱+r_۲}=\frac{۶-۳}{۱+۲}=۱A$$



عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی A و B است، بنابراین با حرکت از نقطه‌ی A به سمت نقطه‌ی B در جهت جریان داریم:

$$V_A-\varepsilon_۱-r_۱I=V_B\Rightarrow V_A-۳-۱\times۱=V_B\Rightarrow V_A-V_B=۴V$$

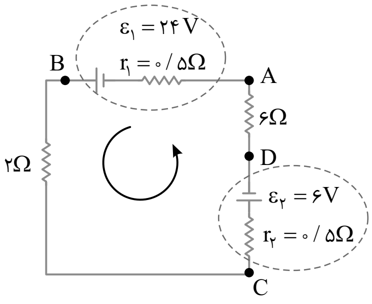


Ⓐ **۴۹- گزینه‌ی ۲** قانون ولتاژها را از A تا B می‌نویسیم:

$$V_A-\varepsilon-rI=V_B\Rightarrow V_A-V_B=\varepsilon+rI$$

تابع درجه اول و نمودار آن خط راستی با عرض از مبدأ ε و شیب +r است بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

تذکر: در واقع این باتری مولد جریان مدار نیست و خود در حکم یک مصرف‌کننده است به همین دلیل هم مقاومت درونی و هم نیروی محرکه‌ی آن سبب افت پتانسیل می‌شود.



Ⓑ **۵۰- گزینه‌ی ۱** قاعده‌ی حلقه (قانون ولتاژها) را می‌نویسیم:

$$V_A+۲۴-۰/۵I-۲I-۰/۵I-۶-۶I=V_A\Rightarrow I=\frac{۱۸}{۹}=۲A$$

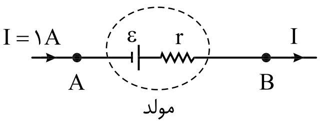
برای اختلاف پتانسیل دو سر باتری $\varepsilon_۱$ از A به B می‌رویم:

$$V_A+\varepsilon_۱-rI_۱=V_B\Rightarrow V_A+۲۴-۰/۵\times۲=V_B\Rightarrow V_B-V_A=۲۳V$$

برای اختلاف پتانسیل دو سر باتری $\varepsilon_۲$ قانون ولتاژها را از C به D می‌نویسیم:

$$V_C-\varepsilon_۲-r_۲I=V_D\Rightarrow V_C-V_D=\varepsilon_۲+r_۲I=۶+۲\times۰/۵=۷V$$

در این مدار $\varepsilon_۱$ مولد جریان و $\varepsilon_۲$ یک مصرف‌کننده است.

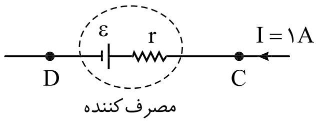


Ⓑ **۵۱- گزینه‌ی ۲** حالت اول: مطابق شکل روبه‌رو ولتاژها را از A به B می‌نویسیم:

$$V_A+\varepsilon-Ir=V_B\Rightarrow V_B-V_A=\varepsilon-Ir\Rightarrow ۱۸=\varepsilon-r\quad(۱)$$

در حالت دوم:

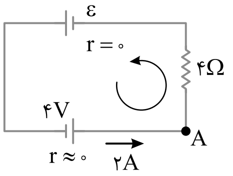
$$V_C-\varepsilon-Ir=V_D\Rightarrow V_C-V_D=\varepsilon+Ir\Rightarrow ۲۲=\varepsilon+r\quad(۲)$$



طرفین رابطه‌های (۱) و (۲) را جمع می‌کنیم:

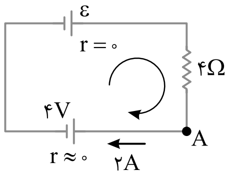
$$۴۰=۲\varepsilon\Rightarrow\varepsilon=۲۰V\quad,\quad r=۲\Omega$$

Ⓑ **۵۲- گزینه‌ی ۳** اگر مدار و جریان مطابق شکل روبه‌رو باشد، آن‌گاه:



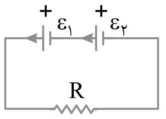
$$V_A - ۴\times۲+\varepsilon+۴ = V_A \Rightarrow \varepsilon = ۴V$$

اگر مدار و جریان مطابق شکل روبه‌رو باشد، آن‌گاه:



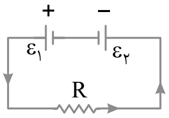
$$V_A - ۴+\varepsilon-۴\times۲ = V_A \Rightarrow \varepsilon = ۱۲V$$

Ⓐ **۵۳- گزینه‌ی ۱** با توجه به فرض مسأله جریان را در دو حالت می‌نویسیم:



(۱)

$$\Rightarrow I_۱ = \frac{\varepsilon_۱+\varepsilon_۲}{R+r_۱+r_۲}$$



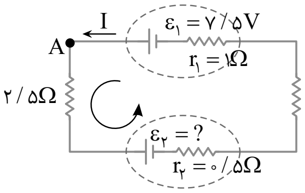
(۲)

$$\Rightarrow I_۲ = \frac{\varepsilon_۱-\varepsilon_۲}{R+r_۱+r_۲}$$

با توجه به متن سؤال $I_۱ = ۲I_۲$ داریم:

$$I_۱ = ۲I_۲ \Rightarrow \frac{\varepsilon_۱+\varepsilon_۲}{R+r_۱+r_۲} = ۲(\frac{\varepsilon_۱-\varepsilon_۲}{R+r_۱+r_۲}) \Rightarrow \varepsilon_۱+\varepsilon_۲ = ۲\varepsilon_۱-۲\varepsilon_۲ \Rightarrow ۳\varepsilon_۲ = \varepsilon_۱ \Rightarrow \frac{\varepsilon_۱}{\varepsilon_۲} = ۳$$

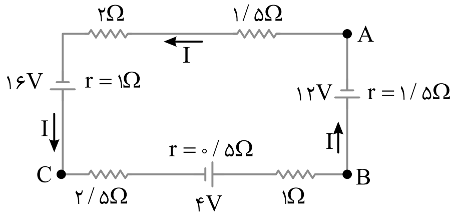
Ⓑ **۵۴- گزینه‌ی ۱** قاعده‌ی ولتاژها را می‌نویسیم. فرض می‌کنیم جریان از $\varepsilon_۱$ در مدار شارش کند.



$$-۲/۵\times۱-\varepsilon_۲-۰/۵\times۱-۲\times۱-۱\times۱+۷/۵ = ۰ \Rightarrow \varepsilon_۲ = ۱/۵V$$

اگر جهت جریان را در خلاف جهت اختیار شـــده فرض و مســأله را حل کنید جواب در این گزینه‌ها نخواهد بود.

Ⓑ **۵۵- گزینه‌ی ۱** جریان مولد ۱۶V و ۴V هم‌جهت و پادساعتگرد و جریان مولد ۱۲V خلاف آن‌ها یعنی ساعتگرد است. جریان مدار را به دست می‌آوریم:

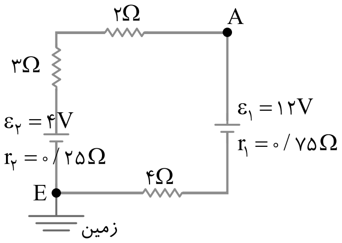


$$I = \frac{۱۶+۴-۱۲}{۲/۵+۰/۵+۱+۱/۵+۱/۵+۲+۱} \Rightarrow I = \frac{۸}{۱۰} = ۰/۸A$$

قاعده‌ی ولتاژها را از A تا B می‌نویسیم:

$$V_A + ۱۲+۱/۵\times۰/۸ = V_B \Rightarrow V_A - V_B = -۱۳/۲V$$

Ⓑ **۵۶- گزینه‌ی ۲** جریان باتری ۱۲ ولتی پاد ساعتگرد و جریان باتری ۴ ولتی ساعتگرد بوده بنابراین جریان مدار پاد ساعتگرد است و می‌توان نوشت:



$$I = \frac{۱۲-۴}{۲+۳+۰/۲۵+۴+۰/۷۵} \Rightarrow I = \frac{۸}{۱۰} = ۰/۸A$$

پتانسیل نقطه‌ی A یعنی اختلاف پتانسیل نقطه‌ی A نسبت به اتصال به زمین. از سمت $\varepsilon_۱$ با نوشتن قاعده‌ی اختلاف پتانسیل‌ها از نقطه‌ی A به اتصال زمین می‌رویم:

$$V_A - ۱۲+۰/۷۵\times۰/۸+۴\times۰/۸ = ۰ \Rightarrow V_A = ۸/۲V$$