فصل سوم

تمرین‌های تشریحی[1]

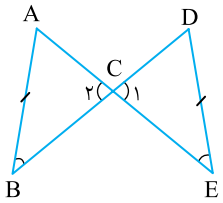
درس اول و دوم: استدلال و اثبات در هندسه

۱- بین مفاهیم زیر کدام‌یک ارتباطی با بقیه ندارد؟

اصول موضوع، حدس، قضیه، استدلال

۲- محسن برای اثبات این حکم که اگر در مثلثی دو زاویه برابر باشند، دو ضلع روبه‌رو به زاویه‌ها برابر هستند، مثلثی با زاویه‌های ۱۴۰°، ۲۰° و ۲۰° رسم کرده است و طول ضلع‌ها را به‌دست آورد، سپس اعلام کرد که حکم درست است. آیا استدلال محسن معتبر است؟

۳- فرناز در امتحان هندسه با مسأله‌ی مقابل روبه‌رو می‌شود:



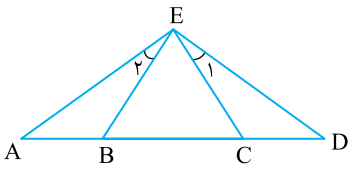
«ثابت کنید دو مثلث ABC و DCE همنهشت هستند.»

وی چنین استدلال می‌کند:

«فرض می‌کنیم نقطه‌ی C وسط AE است. در نتیجه وسط BD نیز می‌باشد، پس $AC=CE$ و $BC=CD$. می‌دانیم $\hat{C}_۱=\hat{C}_۲$، در نتیجه دو مثلث به حالت (ض‌زض) همنهشت هستند.»

آیا استدلال فرناز معتبر است؟

۴- استدلال مریم را کامل کنید.

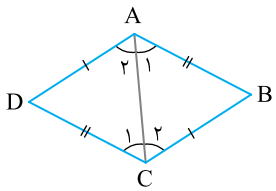


فرض	«$\hat{A}=\hat{D}$» و «$\hat{E}_۱=\hat{E}_۲$»
حکم	مثلث EBC متساوی‌الساقین است.

$$\begin{cases}\hat{A}=\hat{D}\\ \hat{E}_۱=\cdots \xrightarrow{\text{(ض‌ز)}} \overset{\Delta}{ABE}=\cdots\\ ED=\cdots\end{cases}$$

حال طبق اجزای نظیر داریم $EB=\cdots\cdots$، در نتیجه مثلث ..... متساوی‌الساقین است.

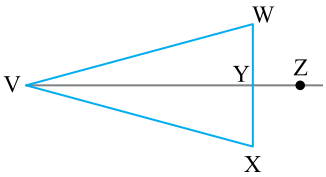
۵- با توجه به شکل، اثبات را کامل کنید.



استدلال	گزاره
فرض مسأله	$AD=BC\ ,\ AB=DC$
ضلع AC مشترک است.	.....
.....	$\overset{\Delta}{ABC}\cong\overset{\Delta}{ADC}$
اجزای نظیر	$\hat{C}_۱=\hat{A}_۱$
اجزای نظیر	$\hat{A}_۲=$.....
اجزای نظیر	$\hat{B}=\hat{D}$

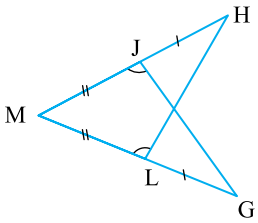
۱- پاسخ تشریحی تمرین‌ها را می‌توانید از سایت انتشارات دریافت کنید.

۶- در مسأله‌ی زیر فرض و حکم را مشخص کنید.



در شکل روبه‌رو $WX \perp VZ$ و Y وسط WX می‌باشد. ثابت کنید $\Delta VWY \cong \Delta VXY$.

۷- اطلاعات مسأله‌ی مقابل (مواردی که در شکل علامت زده شده‌اند) را به صورت فرض بنویسید. چه حکم‌هایی را می‌توان از این فرضیات نتیجه گرفت؟



۸- احکام زیر را به صورت فرض و حکم بنویسید:

الف) در هر مثلث زاویه‌ی خارجی برابر جمع زاویه‌های داخلی غیرمجاور است.

ب) در هر مثلث خطی که وسط دو ضلع را به هم وصل می‌کند، موازی و نصف طول ضلع سوم است.

پ) اگر در یک چهارضلعی جمع دو زاویه‌ی مقابل برابر 180° باشد، می‌توان چهارضلعی را در یک دایره محاط کرد.

۹- مهدیار می‌داند جمع زاویه‌های داخلی یک n ضلعی محدب برابر $(n-2)180^\circ$ می‌باشد. وی می‌گوید می‌توان هر n ضلعی مقعر را نیز به $(n-2)$ مثلث تقسیم کرد. پس جمع زاویه‌های داخلی n ضلعی مقعر نیز برابر $(n-2)180^\circ$ می‌باشد. آیا استدلال مهدیار معتبر است؟

۱۰- لیلا می‌گوید: «نمی‌توانیم یک شش‌ضلعی را به هشت یا نه چندضلعی همنهشت تقسیم کنیم، زیرا تعداد ضلع‌های این چندضلعی‌های همنهشت از اضلاع شش‌ضلعی بیش‌تر می‌شود.» آیا استدلال لیلا معتبر است؟

۱۱- مهدی معتقد است هرگز نمی‌توان با یک خط تمام اضلاع یک ۱۳۹۵ ضلعی را قطع کرد. آیا باور مهدی درست است؟

۱۲- در هر قسمت مشخص کنید آیا نتیجه‌ی ذکر شده از مقدمات گفته شده نتیجه می‌شود یا خیر؟

۱)

مقدمه	«برخی از مستطیل‌ها، مربع هستند.» «$ABCD$ مستطیل است.»
نتیجه	«$ABCD$ مربع است.»

۲)

مقدمه	«در هر مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع وارد بر قاعده میانه است.» «در مثلث ABC ، $AB=AC$»
نتیجه	«در مثلث ABC ارتفاع وارد بر BC میانه است.»

۳)

مقدمه	«در هر مثلث میانه‌ها همدیگر را در نقطه‌ای داخل مثلث قطع می‌کنند.» «AM، BN و CE میانه‌های مثلث هستند و AM و BN همدیگر را در نقطه‌ی G قطع می‌کنند.»
نتیجه	«BN و CE همدیگر را در نقطه‌ی G قطع می‌کنند.»

۴)

مقدمه	«هر چهارضلعی که جمع دو زاویه‌ی مقابل آن 180° باشد، محاطی است.» «در چهارضلعی $ABCD$ جمع دو زاویه‌ی مقابل 190° می‌باشد.»
نتیجه	«چهارضلعی $ABCD$ محاطی نیست.»

۵)

مقدمه	«هیچ مربعی ذوزنقه نیست.» «هیچ ذوزنقه‌ای مستطیل نیست.»
نتیجه	«هیچ مستطیلی، مربع نیست.»