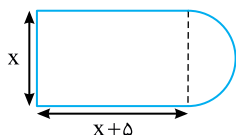




پرسش‌های چهارگزینه‌ای

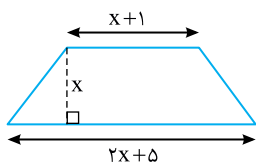
۱- کدام گزینه مساحت شکل زیر را به صورت چندجمله‌ای نشان می‌دهد؟



- (۱) $x^2 + 5x + \frac{\pi x^2}{4}$
 (۲) $x^2 + 5x + \frac{\pi x^2}{16}$
 (۳) $x^2 + 5x + \frac{\pi x^2}{2}$
 (۴) $x^2 + 5x + \frac{\pi x^2}{8}$

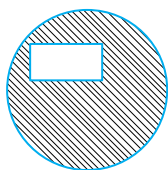
۲- مستطیلی با طول ۳ و عرض ۲ را در نظر بگیرید. اگر طول و عرض این مستطیل را x واحد افزایش دهیم، مساحت آن چقدر است؟

- (۱) $(x+2)(y+2)$ (۲) $(2+x)(3+x)$ (۳) $x^2 + 6$ (۴) $2x^2 + 5x$



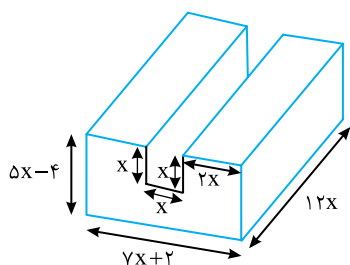
۳- کدام گزینه مساحت دوزنقه‌ی روبه‌رو را به صورت چندجمله‌ای بیان می‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{2}x^2 + 3x$ (۲) $x^2 + 3x$
 (۳) $\frac{3x^2 + 6x}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}x^2 + 6$



۴- در شکل روبه‌رو از سطح دایره‌ای به شعاع r ، سطح مستطیلی به طول x و عرض y برداشته شده است، مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟

- (۱) $\pi r^2 + xy$ (۲) $\pi r^2 - xy$
 (۳) $\pi r^2 - 2xy$ (۴) $\frac{\pi r^2 - xy}{2}$



۵- کدام گزینه حجم شکل روبه‌رو را به صورت یک چندجمله‌ای از x نشان می‌دهد؟

- (۱) $12x(7x^2 + 4x - 3)$
 (۲) $12x(34x^2 - 18x - 8)$
 (۳) $12x(34x^2 - 2x + 3)$
 (۴) $12x(36x^2 - 18x - 8)$

۶- اگر a و b اعدادی حقیقی باشند به طوری که $a + 2b = 5$ و $c = 3$ ، مقدار $a + 2(b+c)$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۱ (۳) ۱۶ (۴) ۱۳

۷- اگر درجه‌ی چندجمله‌ای $P = (a-3)x^3 + (b+1)x^2 + a - b$ برابر ۲ باشد، مقدار عددی چندجمله‌ای P به ازای $x=1$

چقدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

۸- حاصل جمع مقادیر چندجمله‌ای $P = x + 2$ به ازای x های طبیعی از ۱ تا ۲۰ چقدر است؟

- (۱) ۲۵۳ (۲) ۲۵۰ (۳) ۲۷۶ (۴) ۲۷۳

۹- درجه‌ی چندجمله‌ای $P = (x^2 + x + 3)^2(x+1) - (x^2 + x + 3)^2(x-1)$ چقدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۰- در حاصل ضرب $(2x^3 - x^2 + 3x + 1)(3x^4 - 4x^2 - x)$ ضریب x^4 چقدر است؟

- (۱) -۱۲ (۲) -۱۱ (۳) -۵ (۴) ۵

۱۱- هرگاه بدانیم $(1+x^2+x^3)^7 = a_0 + a_1x + \dots + a_{21}x^{21}$ ، مقدار عددی $a_0 + a_7 + a_{14} + a_{21}$ چقدر است؟

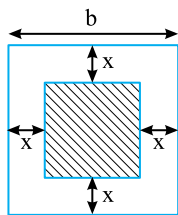
- (۱) $\frac{2^7+1}{2}$ (۲) $\frac{2^7-1}{2}$ (۳) $\frac{3^7+1}{2}$ (۴) $\frac{3^7-1}{2}$

۱۲- هرگاه به ازای هر عدد حقیقی x تساوی $x^3 + (x+1)^3 + (x+2)^3 = ax^3 + bx^2 + cx + d$ برقرار باشد، حاصل $a+b+c+d$ چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۳۵ (۴) ۳۶

۱۳- هرگاه بدانیم $(x^2+bx+1)(x^2+ax+1)(x^2+1) = x^6+1$ ، مقدار عددی ab چقدر است؟

- (۱) -۳ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۵



۱۴- مطابق شکل، در زمینی به شکل مربع و طول b ، باغچه‌ای ایجاد شده که از هر ضلع زمین به اندازه x واحد فاصله دارد، کدام گزینه مساحت باغچه را به درستی نشان می‌دهد؟

(۱) $b^2 - 4bx + 4x^2$ (۲) $b^2 - 4bx$

(۳) $b^2 - 2bx$ (۴) $b^2 - x^2$

۱۵- کدام یک از تساوی‌های زیر درست است؟

(۱) $x^4 - 2x^2 + 1 = (x^2 + 1)^2$ (۲) $x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1 = (x^3 - 1)^2$

(۳) $x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1 = (x^2 + 1)^3$ (۴) $y^3 - 6y^2 + 12y + 8 = (y - 2)^3$

۱۶- اگر بدانیم $x^2 + 3xy = 54$ و $4y^2 + xy = 115$ ، حاصل $2y + x$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۱ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۱۷- حاصل عبارت $(x+1)(x^4+x^2+1)(x-1)$ کدام است؟

- (۱) $x^6 + x - 1$ (۲) $x^6 - 1$ (۳) $x^6 + 1$ (۴) $x^6 + x^2 - 1$

۱۸- حاصل $A = 555^2 + 45^2 + 90 \times 555$ کدام است؟

- (۱) 600^2 (۲) 700^2 (۳) 800^2 (۴) 650^2

۱۹- اگر $x - \frac{2}{x} = 5$ ، مقدار $x^2 + \frac{4}{x^2}$ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۹ (۴) ۳۱

(تیزهوشان)

۲۰- حاصل $(a-b)^{200} - (b-a)^{200}$ کدام است؟

- (۱) $2a^{200} - 2b^{200}$ (۲) $b^{200} - a^{200}$ (۳) صفر (۴) $2(a-b)^2$

۲۱- عددی دورقمی است که اگر مربع رقم دهگان آن را با ۲۵ برابر مربع یکان آن جمع کنیم، معادل ۱۰ برابر حاصل ضرب این دو رقم می‌شود. این عدد همواره بر کدام یک از اعداد زیر بخش‌پذیر است؟ (آزمون ورودی)

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۲۹ (۴) ۵۱

۲۲- ۴ برابر مربع عددی به علاوه ۹ برابر مربع عددی دیگر، معادل قرینه‌ی ۱۲ برابر حاصل ضرب آن‌ها است. قرینه‌ی نسبت عدد اول به عدد دوم کدام است؟ (آزمون ورودی)

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

- ۲۳- حاصل عبارت $(x-y+3)^2 - 2(x-y+3)(x+3) + (x+3)^2$ چقدر است؟
 (۱) y^2 (۲) x^2 (۳) $(x-y+3)^2$ (۴) $(x-y)^2$
- ۲۴- اگر داشته باشیم $a^2 + b^2 = 4ab$ ، مقدار عددی عبارت $(\frac{a+b}{a-b})^2$ کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۹
- ۲۵- اگر $(a+b)^2 = 20$ ، $(b+c)^2 = 30$ و $(a+2b+c)^2 = 70$ ، حاصل $(a+b)(b+c)$ کدام است؟
 (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵
- ۲۶- اگر $b + \frac{1}{b} = 2$ ، مقدار عبارت $b^5 + \frac{1}{b^5}$ کدام است؟
 (۱) ۳۲ (۲) ۳۰ (۳) ۲ (۴) ۳۴
- ۲۷- اگر بدانیم $y = \frac{1}{x}$ ، حاصل عبارت $\frac{y(x+y)^2}{y(x-y)^2}$ چقدر است؟
 (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{16}$
- ۲۸- مجموع ارقام عدد 99999^2 کدام است؟
 (۱) ۴۴ (۲) ۴۵ (۳) ۴۶ (۴) ۴۷
- ۲۹- اگر $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 0$ ، حاصل $x+y+z$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۶ (۳) -۱ (۴) ۲
- ۳۰- اگر $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 5 = 0$ ، حاصل xy کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) صفر (۴) ۵
- ۳۱- اگر $x = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}$ ، حاصل x^4 کدام است؟
 (۱) $2 + \sqrt{2}$ (۲) $3 + \sqrt{2}$ (۳) $3 + 2\sqrt{2}$ (۴) $2 + 2\sqrt{2}$ (آزمون ورودی)
- ۳۲- حاصل عبارت $A^2 + B(B+2A)$ به‌ازای $A = x^2 - 1$ و $B = x - x^2 + 2$ کدام است؟
 (۱) x^2 (۲) $x^4 + x^2$ (۳) $x^4 - x^2 + 1$ (۴) $x^2 + 2x + 1$ (آزمون ورودی)
- ۳۳- اگر $2a - 3b = 1$ ، حاصل عبارت $J = 8a^2 - 24ab + 18b^2$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸ (تیزهوشان)
- ۳۴- اگر $3a^2 + 4b^2 = 1 + 10ab$ و $4ab + 5b^2 = 2a^2 + 3$ ، کدام یک از عبارتهای زیر می‌تواند درست باشد؟ (آزمون ورودی)
 (۱) $3a - b = 2$ (۲) $3a + b = 2$ (۳) $a - 3b = -2$ (۴) $3a + b = -2$
- ۳۵- اگر a ، b و c عددهایی مثبت و متمایز باشند و بدانیم $\{a, b, c\} = \{\frac{a+b}{2}, \frac{b+c}{2}, \frac{c+a}{2}\}$ ، حاصل abc کدام می‌تواند باشد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) هیچ کدام
- ۳۶- اگر بدانیم $\Delta(x^2 + y^2 + z^2) = 4(xy + yz + zx)$ ، حاصل $x + y - z$ چند است؟
 (۱) ۱ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۲
- ۳۷- اگر $a - 7b + 8c = 4$ و $8a + 4b - c = 7$ ، حاصل $a^2 - b^2 + c^2$ چند است؟
 (۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱



یاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱- گزینه‌ی ۴ (B) ابتدا شکل را به یک مستطیل و یک نیم‌دایره تقسیم می‌کنیم، در نتیجه می‌توان چنین نوشت:

$$\text{مساحت شکل} = x(x+5) + \frac{1}{2} \pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x^2 + 5x + \frac{\pi x^2}{8}$$

۲- گزینه‌ی ۲ (A) با اضافه شدن x واحد به طول و عرض مستطیل، مقادیر طول و عرض به صورت $3+x$ و $2+x$ می‌شود که در این حالت مساحت مستطیل برابر $(2+x)(3+x)$ است.

۳- گزینه‌ی ۳ (B) برای حل این مسأله از دستور محاسبه‌ی مساحت دوزنقه کمک می‌گیریم، در نتیجه می‌توان گفت:

$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{(2x+5+x+1)}{2} \times (x) = \frac{3x+6}{2} \times x = \frac{3x^2+6x}{2}$$

۴- گزینه‌ی ۲ (B) مساحت دایره برابر πr^2 و مساحت مستطیل برابر xy است. پس مساحت قسمت هاشورخورده برابر $\pi r^2 - xy$ است.

۵- گزینه‌ی ۲ (B) ابتدا فرض می‌کنیم با یک مکعب مستطیل به ابعاد $5x-4$ ، $yx+2$ و $12x$ مواجه هستیم. در نتیجه می‌توان چنین نوشت:

حجم مکعب مستطیل با ابعاد $12x, 7x+2, 5x-4$	حجم مکعب مستطیل با ابعاد $12x, x, x$
حجم شکل =	

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت: $12x(7x+2)(5x-4) - 12x(x)(x) = 12x((7x+2)(5x-4) - x^2) = 12x(35x^2 - 18x - 8 - x^2)$

۶- گزینه‌ی ۲ (A) ابتدا عبارت $a+2(b+c)$ را به صورت $a+2b+2c$ می‌نویسیم. حال با جای‌گذاری مقادیر $a+2b$ و c در این عبارت خواهیم داشت:

۷- گزینه‌ی ۱ (B) با توجه به این که درجه‌ی چندجمله‌ای P برابر ۲ می‌باشد، نتیجه می‌گیریم ضریب x^3 یعنی $a-3$ برابر صفر است در

نتیجه $a=3$ ، حال چندجمله‌ای را به صورت $(b+1)x^2 + 3 - b$ بازنویسی می‌کنیم. حال برای حساب کردن مقدار عددی چندجمله‌ای به ازای $x=1$ ، عدد ۱ را در چندجمله‌ای جای‌گذاری می‌کنیم:

۸- گزینه‌ی ۲ (B) ابتدا مقدار چندجمله‌ای را به ازای $x=1, 2, 3, \dots, 20$ حساب می‌کنیم:

$$x=1 \Rightarrow P=1+2=3$$

$$x=2 \Rightarrow P=2+2=4$$

$$x=3 \Rightarrow P=3+2=5$$

⋮

$$x=19 \Rightarrow P=19+2=21$$

$$x=20 \Rightarrow P=20+2=22$$

اکنون مسأله به محاسبه‌ی مجموع عددهای طبیعی ۳ تا ۲۲ تبدیل می‌شود، بنابراین:

$$3+4+5+\dots+21+22 = (1+2+3+\dots+22) - (1+2) = \frac{22 \times 23}{2} - 3 = 11 \times 23 - 3 = 250$$

۹- گزینه‌ی ۲ (A) ابتدا عبارت P را به کمک فاکتورگیری ساده می‌کنیم، برای این امر از عبارت $(x^2+x+3)^2$ فاکتورگیری می‌کنیم، در نتیجه

$$P = (x^2+x+3)^2(x+1-(x-1)) = 2(x^2+x+3)^2$$

می‌توان نوشت:

عبارت $(x^2+x+3)^2$ یک چندجمله‌ای از درجه‌ی ۴ می‌باشد. بنابراین چندجمله‌ای P نیز از درجه‌ی ۴ خواهد بود.

۱۰- گزینه‌ی ۴ (C) برای محاسبه‌ی ضریب x^4 باید حالت‌هایی که عبارت x^4 در ضرب ۲ پرانتز تولید می‌شود را حساب کرد.

$$3x^4 \times 1 = 3x^4$$

حالت (۱): ضرب $3x^4$ از پرانتز اول در ۱ از پرانتز دوم:

$$-4x^2 \times x = -4x^3$$

حالت (۲): ضرب $-4x^2$ از پرانتز اول در $-x^2$ از پرانتز دوم:

$$-x \times 2x^3 = -2x^4$$

حالت (۳): ضرب $-x$ از پرانتز اول در $2x^3$ از پرانتز دوم:

پس مجموع جملات شامل x^4 در این عبارت، برابر $3x^4 + 4x^4 - 2x^4 = 5x^4$ است. پس ضریب x^4 برابر ۵ است.

۱۱- گزینه‌ی ۳ C اگر در تساوی فرض مسأله به جای x عددهای ۱ و -۱ را قرار دهیم، به روابط زیر می‌رسیم:

$$x=1 \Rightarrow a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{21} = 3^Y \quad (1)$$

$$x=-1 \Rightarrow a_0 - a_1 + a_2 - \dots - a_{21} = 1 \quad (2)$$

حال اگر دو تساوی (۱) و (۲) را با هم جمع کنیم، به تساوی زیر خواهیم رسید:

$$2a_0 + 2a_2 + \dots + 2a_{20} = 3^Y + 1 \Rightarrow a_0 + a_2 + \dots + a_{20} = \frac{3^Y + 1}{2}$$

۱۲- گزینه‌ی ۴ B با توجه به صورت مسأله می‌توان فهمید تساوی داده شده یک «اتحاد» است. در نتیجه به ازای $x=1$ هم برقرار خواهد بود.

با جای‌گذاری مقدار ۱ به جای x در این تساوی خواهیم داشت:

$$1^3 + (1+1)^3 + (1+2)^3 = a+b+c+d$$

در نتیجه مقدار $a+b+c+d$ برابر با $1+8+27=36$ خواهد بود.

۱۳- گزینه‌ی ۱ C برای حساب کردن مقدار عبارت ab کافی است ضریب x^2 را در ۲ طرف تساوی مقایسه کنیم. می‌دانیم ضریب x^2 در

طرف چپ برابر صفر است. حال به محاسبه‌ی ضریب x^2 در طرف راست تساوی می‌پردازیم. ضریب x^2 در سمت راست تساوی برابر است با:

$$1 \cdot 1 \cdot a \cdot b \cdot 1 \cdot 3 \cdot ab$$

$$3+ab=0 \Rightarrow ab=-3$$

پس می‌توان نوشت:

۱۴- گزینه‌ی ۱ B با توجه به این که از هر ضلع زمین x واحد فاصله داریم، می‌توان فهمید طول ضلع باغچه برابر $b-x-x=b-2x$ می‌باشد.

بنابراین مساحت این باغچه برابر با $(b-2x)^2$ خواهد بود. در نتیجه طبق اتحاد مربع دوجمله‌ای گزینه‌ی (۱) درست است.

۱۵- گزینه‌ی ۳ A می‌دانیم $(x^2+1)=x^4+2x^2+1$ ، $(x^3-1)^2=x^6-2x^3+1$ و $(y-2)^3=y^3-6y^2+12y-8$. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و

(۴) نادرست هستند.

۱۶- گزینه‌ی ۱ B ابتدا دو تساوی را با هم جمع می‌کنیم تا به رابطه‌ی $4y^2+4xy+x^2=169$ برسیم. حال به کمک اتحاد مربع می‌توان فهمید

طرف چپ تساوی برابر با $(2y+x)^2$ می‌باشد. در نتیجه از تساوی $(2y+x)^2=169$ می‌توان گفت مقدار $2y+x$ برابر ۱۳ یا -۱۳ می‌باشد.

۱۷- گزینه‌ی ۲ B ابتدا عبارت را به صورت $(x^4+x^2+1)((x+1)(x-1))$ می‌نویسیم. حال با توجه به این که $(x+1)(x-1)=x^2-1$ ، حاصل این

عبارت طبق اتحاد چاق و لاغر برابر است با:

$$(x^2-1)(x^4+x^2+1)=(x^2)^3-1^3=x^6-1$$

۱۸- گزینه‌ی ۱ B عبارت A را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$A=555^2+45^2+2 \times 45 \times 555=(555+45)^2=600^2$$

۱۹- گزینه‌ی ۳ B ابتدا طرفین تساوی $x-\frac{2}{x}=5$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$\left(x-\frac{2}{x}\right)^2=5^2 \Rightarrow x^2+\frac{4}{x^2}-2x\left(\frac{2}{x}\right)=25 \Rightarrow x^2+\frac{4}{x^2}-4=25 \Rightarrow x^2+\frac{4}{x^2}=29$$

۲۰- گزینه‌ی ۳ B توجه کنید که عبارت‌های x^{200} و $(-x)^{200}$ با هم برابرند. پس با فرض $a-b=x$ داریم:

$$(a-b)^{200}-(b-a)^{200}=x^{200}-(-x)^{200}=x^{200}-x^{200}=0$$

۲۱- گزینه‌ی ۴ B اگر عدد موردنظر را ab درنظر بگیریم، با توجه به فرض مسأله خواهیم داشت:

$$a^2+25b^2=10ab \Rightarrow a^2+25b^2-10ab=0 \Rightarrow (a-5b)^2=0 \Rightarrow a=5b$$

پس رقم دهگان عدد ۵ برابر رقم یکان است. بنابراین عدد موردنظر ۵۱ است.

۲۲- گزینه‌ی ۴ B اگر عدد اول را a و عدد دوم را b درنظر بگیریم، داریم:

$$9a^2+9b^2=-12ab \Rightarrow 3a^2+3b^2+12ab=0 \Rightarrow (2a+3b)^2=0$$

اکنون از تساوی بالا داریم $2a+3b=0$ یا $2a=-3b$ ، پس خواهیم داشت $\frac{a}{b}=-\frac{3}{2}$.

۲۳- گزینه‌ی ۱ B برای حل این مسأله از اتحاد مربع دوجمله‌ای کمک می‌گیریم. فرض کنید $x-y+3=a$ و $x+3=b$ ، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

$$(a-b)^2=(x-y+3-x-3)^2=(-y)^2=y^2$$

حال با جای‌گذاری مقادیر a و b برحسب x و y می‌توان چنین نوشت:

۲۴- گزینه‌ی ۱ ابتدا عبارت $(\frac{a+b}{a-b})^2$ را به صورت $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$ بازنویسی می‌کنیم. در نتیجه برای حساب کردن حاصل این عبارت باید مقدار

عبارت‌های $(a+b)^2$ و $(a-b)^2$ را بیابیم. برای این کار از فرض مسئله کمک می‌گیریم.

۱- محاسبه‌ی مقدار $(a+b)^2$: برای حساب کردن این عبارت کافی است عبارت $2ab$ را به دو طرف تساوی $a^2+b^2=4ab$ اضافه کنیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$a^2+b^2+2ab=4ab \Rightarrow (a+b)^2=4ab$$

۲- محاسبه‌ی مقدار $(a-b)^2$: برای حساب کردن این عبارت کافی است عبارت $2ab$ را از دو طرف تساوی $a^2+b^2=4ab$ کم کنیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$a^2+b^2-2ab=2ab \Rightarrow (a-b)^2=2ab$$

به این ترتیب مقدار عددی عبارت $(\frac{a+b}{a-b})^2$ برابر $\frac{4ab}{2ab}=2$ خواهد بود.

۲۵- گزینه‌ی ۱ ابتدا عبارت $a+2b+c$ را به صورت $(a+b)+(b+c)$ می‌نویسیم. حال می‌توان نوشت:

$$(a+2b+c)^2 = ((a+b)+(b+c))^2 = 7^2 = 49 \Rightarrow (a+b)^2 + (b+c)^2 + 2(a+b)(b+c) = 49$$

حال با جای‌گذاری مقادیر $(a+b)^2$ و $(b+c)^2$ در تساوی بالا خواهیم داشت:

$$2^2 + 3^2 + 2(a+b)(b+c) = 49 \Rightarrow 13 + 2(a+b)(b+c) = 49 \Rightarrow (a+b)(b+c) = 18$$

۲۶- گزینه‌ی ۳ از شرط $b + \frac{1}{b} = 2$ نتیجه می‌شود $\frac{b^2+1}{b} = 2$. بنابراین $b^2+1=2b$ و داریم $(b-1)^2=0$. پس می‌توان گفت $b=1$. حال

$$b=1 \Rightarrow b^5 + \frac{1}{b^5} = 1 + 1 = 2$$

داریم:

۲۷- گزینه‌ی ۱ ابتدا فرض مسئله را به صورت $xy=1$ می‌نویسیم. حال برای ساده کردن عبارت $\frac{2(x+y)^2}{2(x-y)^2}$ از قاعده‌ی تقسیم عبارت‌های

$$\frac{2(x+y)^2}{2(x-y)^2} = \frac{2(x+y)^2 - (x-y)^2}{2(x-y)^2} = \frac{4xy}{2(x-y)^2}$$

توان‌دار استفاده می‌کنیم. بنابراین می‌توان نوشت:

حال به کمک تساوی $xy=1$ می‌توان فهمید حاصل عبارت 2^{4xy} برابر است با $2^4=16$.

۲۸- گزینه‌ی ۳ می‌دانیم $1^5 - 99999 = 1^5 - 10^5 + 1 = 1 - 10^5 + 1 = 2 - 10^5$. پس می‌توان نوشت:

$$99999^2 = (10^5 - 1)^2 = 10^{10} - 2 \times 10^5 + 1 = 10000000000 - 200000 + 1 = 9999980000000001$$

$$\begin{array}{r} 9999910 \\ 10000000000 \\ - \quad 200000 \\ \hline 9999980000000001 \end{array}$$

به تفاضل مقابل توجه کنید:

واضح است که مجموع ارقام عدد 9999980000000001 برابر است با $1+4 \times 9 + 8 + 1 = 46$.

۲۹- گزینه‌ی ۴ جمع چند عبارت نامنفی، تنها زمانی برابر صفر است که همگی عبارات برابر صفر باشند. پس می‌توان نوشت:

$$x^2 = y^2 = z^2 = 0 \Rightarrow x = y = z = 0$$

پس حاصل $x+y+z$ برابر ۲ خواهد بود.

۳۰- گزینه‌ی ۱ ابتدا عبارت داده شده را به صورت $(x^2+2x+1)+(y^2+4y+4)$ دسته‌بندی می‌کنیم. حال می‌توان نوشت:

$$(x^2+2x+1)+(y^2+4y+4) = 0 \Rightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 = 0$$

در تساوی بالا، جمع دو عبارت نامنفی، برابر صفر شده است. پس باید هر دو عبارت برابر صفر باشند. پس می‌توان نتیجه گرفت $x=-1$ و $y=-2$. پس $xy=2$.

۳۱- گزینه‌ی ۳ ابتدا عبارت x را ساده می‌کنیم:

$$x = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}} = \sqrt{1+\sqrt{1+1}} = \sqrt{1+\sqrt{2}}$$

اگر طرفین تساوی بالا را به توان ۲ برسانیم، داریم: $x^2 = 1 + \sqrt{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^4 = (1 + \sqrt{2})^2 = 1 + 2 + 2\sqrt{2} = 3 + 2\sqrt{2}$

۳۲- گزینه‌ی ۴ ابتدا عبارت موردنظر را ساده می‌کنیم، سپس عبارت‌های A و B را در آن جایگزین می‌کنیم:

$$A^2 + B^2 + 2AB = (A+B)^2 = ((x^2-1) + (x-x^2+2))^2 = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

۳۳- گزینه‌ی ۲ ابتدا عبارت J را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$J = 2(2a^2 - 12ab + 9b^2) = 2(2a - 3b)^2$$

$$J = 2(1)^2 = 2$$

اکنون با جای‌گذاری $2a - 3b = 1$ ، داریم:

۳۴- گزینه‌ی ۳ اگر معادلات داده شده را با هم جمع کنیم، خواهیم داشت:

$$4ab + 5b^2 + 3a^2 + 4b^2 = 2a^2 + 3 + 1 + 1 \cdot ab \Rightarrow a^2 + 9b^2 - 6ab = 4 \Rightarrow (a-3b)^2 = 4$$

اکنون از تساوی بالا نتیجه می‌شود $a - 3b = 2$ یا $a - 3b = -2$.

۳۵- گزینه‌ی ۴ با توجه به برابری دو مجموعه و این که هیچ عضوی از دو مجموعه برابر نیستند، مجموع مربع‌های اعضای دو مجموعه را

حساب می‌کنیم. این دو مجموع باید برابر باشد، در نتیجه می‌توان دید:

$$a^2 + b^2 + c^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{b+c}{2}\right)^2 + \left(\frac{c+a}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}((a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2)$$

$$4(a^2 + b^2 + c^2) = (a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2 = 2(a^2 + b^2 + c^2 + ab + ac + bc)$$

حال می‌توان نوشت:

در نتیجه می‌توان دریافت $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$ یا به‌طور معادل $a = b = c$. از طرفی طبق صورت سؤال، اعداد a، b و c باید متمایز باشند، بنابراین این دو مجموعه نمی‌توانند برابر باشند.

۳۶- گزینه‌ی ۲ با دسته‌بندی عبارت به تساوی زیر می‌رسیم:

$$(2x-y)^2 + (2y-z)^2 + (2z-x)^2 = 0$$

از تساوی بالا نتیجه می‌گیریم $2x = y$ ، $2y = z$ و $2z = x$ از این‌رو می‌توان دریافت $x = y = z = 0$.

۳۷- گزینه‌ی ۴ می‌دانیم $a + 8c = 7b + 4$ و $8a - c = 7 - 4b$ ، حال می‌توان چنین نوشت:

$$(8a - c)^2 + (a + 8c)^2 = (7 - 4b)^2 + (7b + 4)^2$$

طرف راست تساوی برابر با $(65 + 65b^2)$ و طرف چپ تساوی برابر $65(a^2 + c^2)$ می‌باشد. حال می‌توان نوشت:

$$65(a^2 + c^2 - b^2) = 65 \Rightarrow a^2 - b^2 + c^2 = 1$$

۳۸- گزینه‌ی ۱ با تقسیم رابطه بر x خواهیم داشت:

$$x + \frac{1}{x} - 99 = \sqrt{x} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

حال فرض کنید $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = t$ ، می‌دانیم $t > 0$ ، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$x + \frac{1}{x} - 99 = t^2 - 2 - 99 = t^2 - t - 99 = 0$$

با تجزیه‌ی عبارت سمت چپ تساوی معلوم می‌شود $(t-32)(t+31) = 0$ ، بنابراین $t = 32$.

۳۹- گزینه‌ی ۱ عبارت $x^9 + 1$ به کمک اتحاد چاق و لاغر به صورت زیر تجزیه می‌شود:

$$x^9 + 1 = (x^3)^3 + 1^3 = (x^3 + 1)(x^6 - x^3 + 1)$$

همان‌طور که می‌بینید گزینه‌ی (۱) نادرست تجزیه شده است، سایر گزینه‌ها را به صورت زیر می‌توان تجزیه کرد:

$$x^8 - 1 = (x^4)^2 - 1^2 = (x^4 - 1)(x^4 + 1)$$

$$x^5 - x = x(x^4 - 1) = x((x^2)^2 - 1^2) = x(x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$x^6 + x^2 - 2 = (x^3 - 1) + (x^2 - 1) = (x^2 - 1)(x^3 + 1) + (x^2 - 1) = (x^2 - 1)(x^3 + 1 + 1) = (x^2 - 1)(x^3 + 2)$$

۴۰- گزینه‌ی ۴ برای حساب کردن ضریب x^2 کافی است ضریب x^2 را در هر یک از عبارت‌های $(3x+2)^3$ و $(2x+1)^3$ حساب کرده

و از هم کم کنیم. برای حساب کردن ضریب x^2 در عبارت $(3x+2)^3$ از اتحاد مکعب استفاده می‌کنیم:

$$(3x+2)^3 = 27x^3 + 3(3x)^2 \cdot 2 + \dots = 27x^3 + 54x^2 + \dots$$

همچنین طبق اتحاد مربع، ضریب x^2 در عبارت $(2x+1)^2$ برابر ۴ می‌باشد. در نتیجه ضریب x^2 در عبارت $(3x+2)^3 - (2x+1)^2$ برابر

$54 - 4 = 50$ خواهد بود.