

فصل سوم: تشابه

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

نسبت و تناسب

($a, b \neq 0$) آن‌گاه کدام رابطه درست است؟ -۱

$$\frac{3a-b}{b} = 6 \quad (4)$$

$$\frac{a}{b-a} = \frac{-4}{y} \quad (3)$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{3}{10} \quad (2)$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{3}{y} \quad (1)$$

اگر $\frac{x+\delta}{y+\lambda}$ کدام است؟ -۲

$$\frac{\delta}{4} \quad (4)$$

$$\frac{4}{\delta} \quad (3)$$

$$\frac{\delta}{\lambda} \quad (2)$$

$$\frac{\lambda}{\delta} \quad (1)$$

اگر $\frac{a}{b} = \frac{3a+3b}{3a+2b}$ چقدر است؟ -۳

$$\frac{\lambda}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{\lambda} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

اگر $\frac{a+b}{a-b}$ ، آن‌گاه حاصل کدام است؟ -۴

$$\frac{m+n}{y(n-m)} \quad (4)$$

$$\frac{m+n}{y(m-n)} \quad (3)$$

$$\frac{2(n-m)}{m+n} \quad (2)$$

$$\frac{2(m+n)}{n-m} \quad (1)$$

اگر $\frac{3a+b+2c}{abc} = 11$ و $3a+b+2c=11$ ، مقدار abc کدام است؟ -۵

$$6 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$\frac{9}{2} \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

اگر $\sqrt{\frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2}}$ و آن‌گاه حاصل کدام است؟ -۶

$$-\frac{1}{k} \quad (4)$$

$$\frac{1}{k} \quad (3)$$

$$-k \quad (2)$$

$$k \quad (1)$$

اگر $\frac{2m-3n}{4n-m}$ ، آن‌گاه حاصل کدام است؟ -۷

$$-1 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$\frac{11}{18} \quad (2)$$

$$\frac{-11}{18} \quad (1)$$

اگر $\frac{7a-4b}{2c}$ کدام است؟ -۸

$$\frac{13}{7} \quad (4)$$

$$\frac{26}{7} \quad (3)$$

$$\frac{7}{13} \quad (2)$$

$$\frac{7}{26} \quad (1)$$

روی پاره خط AB=a دو نقطه M و N را به قسمی اختیار می‌کنیم که $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN} = 2$. در این صورت طول پاره خط MN چقدر است؟ -۹

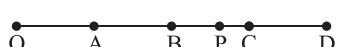
$$\frac{2a}{3} \quad (4)$$

$$\frac{a}{3} \quad (3)$$

$$\frac{a}{2} \quad (2)$$

$$\frac{a}{4} \quad (1)$$

در شکل زیر $\frac{AP}{PD} = \frac{BP}{PC}$ می‌باشد، نقطه‌ی P بین B و C طوری قرار دارد که $OD=7$ ، $OC=5$ ، $OB=4$ ، $OA=2$. در این صورت OP کدام است؟ -۱۰



$$5/3 \quad (2)$$

$$4/5 \quad (4)$$

کدام است؟

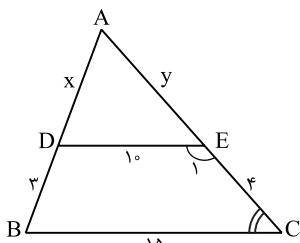
$$4/6 \quad (1)$$

$$5/5 \quad (3)$$

- ۱۱ در شکل مقابل رابطه‌ی 2 برقرار است. اگر $BN=6$ باشد، آن‌گاه MB برابر کدام است؟
- $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NB}$
- ۱) $1/5$ (۴) ۲) $2/5$ (۳) ۳) 2 (۲) ۴) 2 (۱)
- ۱۲ در شکل مقابل دو قطر دایره برحمندند. نسبت $\frac{CD}{CA}$ کدام است؟
- $2\cos^2 \alpha$ (۲) $2\sin^2 \alpha$ (۱) $\sin 2\alpha$ (۴) $\cos 2\alpha$ (۳)
- ۱۳ عدد طبیعی $2X$ واسطه‌ی هندسی اعداد $1-X$ و $5X+3$ می‌باشد. X چقدر است؟
- ۱) 4 (۴) ۲) 3 (۳) ۳) 2 (۲) ۴) 1 (۱)
- ۱۴ عدد b واسطه‌ی هندسی بین دو عدد a و 8 است. اگر 4 نیز واسطه‌ی هندسی بین b و 4 باشد، $a+b$ کدام است؟
- ۱) 7 (۴) ۲) 6 (۳) ۳) 4 (۲) ۴) 2 (۱)
- ۱۵ اگر \sqrt{a} واسطه‌ی هندسی بین دو عدد 4 و m باشد و 6 میانگین هندسی بین a و m باشد، حاصل $2a-m$ کدام است؟
- ۱) 3 (۴) ۲) 21 (۳) ۳) 9 (۲) ۴) 12 (۱)
- ۱۶ اگر میانگین هندسی $m+3$ و 2 ، برابر 4 باشد، میانگین هندسی $m+1$ و $m-2$ کدام است؟
- ۱) $3\sqrt[3]{2}$ (۴) ۲) $2\sqrt{3}$ (۳) ۳) $2\sqrt{2}$ (۲) ۴) 1 (۱)

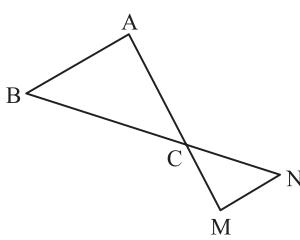
قضیه‌ی تالس

- ۱۷ در شکل مقابل MN با BC موازی است. مقدار x چقدر است؟
- $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$
- ۱) 1 (۱) ۲) 2 (۲) ۳) 3 (۳) ۴) 4 (۴)
- ۱۸ در شکل مقابل خط DE با خط BC موازی است. مقدار x کدام است؟
- $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$
- ۱) 2 (۱) ۲) $2/5$ (۲) ۳) 3 (۳) ۴) $3/5$ (۴)
- ۱۹ در شکل مقابل $DE \parallel BC$. مقدار $y-x$ کدام است؟
- $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$
- ۱) 10 (۱) ۲) 5 (۲) ۳) 7 (۳) ۴) 6 (۴)
- ۲۰ در شکل رو به رو $\hat{C}=\hat{B}$. x کدام است؟
- $\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AC}$
- ۱) 6 (۱) ۲) $6/25$ (۲) ۳) $6/5$ (۳) ۴) $6/75$ (۴)



-۲۱ در شکل مقابل زاویه‌های C و E مکمل‌اند. حاصل $x+y$ کدام است؟

- ۱۲) ۱
۱۳) ۲
۱۴) ۳
۱۵) ۴

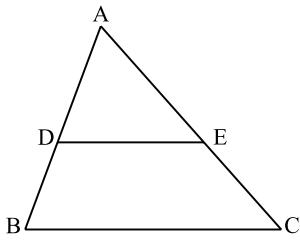


-۲۲ ضلع AC از مثلث ABC را به اندازه‌ای امتداد می‌دهیم که $AM = \frac{7}{4}AC$. از M موازی AB رسم می‌کنیم تا امتداد BC را در N قطع کند. MN چه کسری از AB است؟

- $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{7}$ (۱)
 $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{7}$ (۳)

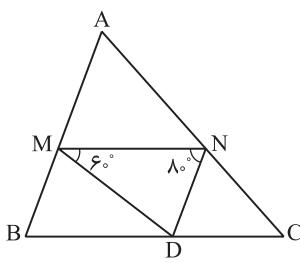
-۲۳ شخصی با طول قد ۱۷۰ سانتی‌متر در فاصله‌ی ۱۶۰ سانتی‌متری از یک تیر چراغ برق ایستاده است. اگر طول سایه‌ی این شخص که توسط نور چراغ در پشت آن ایجاد می‌شود برابر ۴۰ سانتی‌متر باشد، ارتفاع تیر چراغ برق چند سانتی‌متر است؟

- ۶۸۰ (۴) ۵۱۰ (۳) ۸۵۰ (۲) ۳۴۰ (۱)



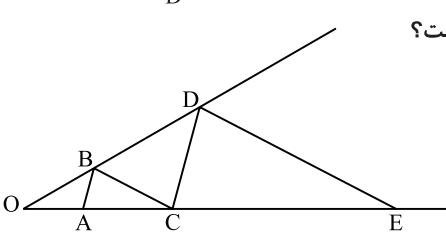
-۲۴ در شکل مقابل نقاط D و E روی اضلاع AB و AC قرار دارند که $\frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC} = \frac{1}{3}$. طول BC برابر با ۱۵ باشد، طول DE کدام است؟

- ۸ (۲) ۵ (۱)
۱۲ (۴) ۱۰ (۳)



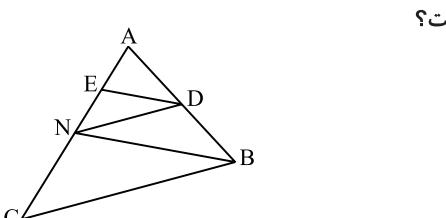
-۲۵ در شکل مقابل، نقاط M و N روی اضلاع AB و AC طوری قرار گرفته‌اند که $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ و نقطه‌ی D روی ضلع BC طوری قرار دارد که $DN = DC$ و $DM = DB$. اندازه‌ی زاویه‌ی A چند درجه است؟

- ۶۰ (۲) ۵۰ (۱)
۸۰ (۴) ۷۰ (۳)



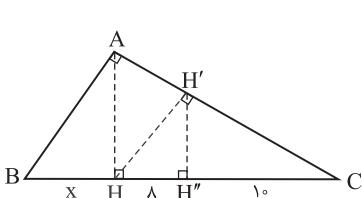
-۲۶ در شکل مقابل مقابله CE||DE، AB||CD، BC||DE کدام است؟

- ۱۲ (۱)
۱۵ (۲)
۱۶ (۳)
۱۸ (۴)



-۲۷ در شکل مقابل، اندازه‌ی AC EN=۳، AE=۲، DN||BC، DE||BN کدام است؟

- ۹ (۱)
۱۰ (۲)
۱۲ (۳)
۱۲/۵ (۴)



-۲۸ در شکل مقابل، ارتفاع هر سه مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است. مقدار X کدام است؟

- ۱۲/۴ (۱)
۱۴/۴ (۲)
۱۵/۶ (۳)
۱۹/۶ (۴)

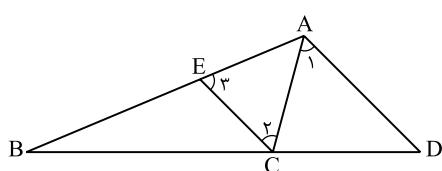
-۲۹ در مثلث ABC اگر $AB=6$, $AC=3$, $BC=4$ و نقاط K, P, M به ترتیب روی این اضلاع باشند، به طوری که AKMP لوزی باشد، آن گاه اندازه‌ی ضلع این لوزی چقدر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

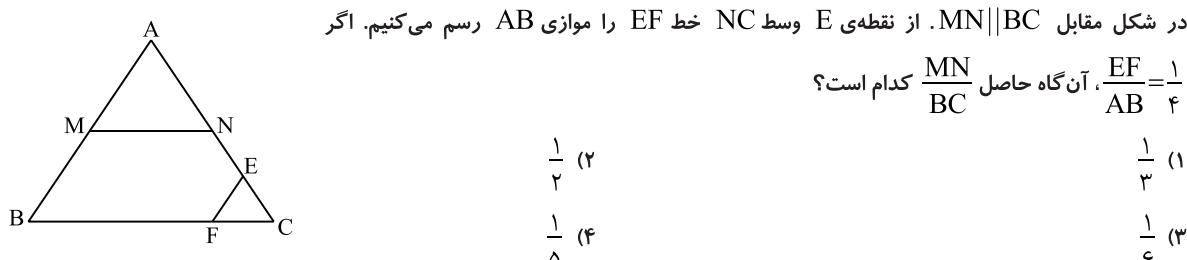


در شکل مقابل، داریم $\frac{BD}{DC} = \frac{AC}{BC}$. اگر $AB = 15$, $AC = 6$, $BC = 4$ باشد، آن گاه حاصل چقدر است؟

 $\frac{5}{2}$ (۲)
۳ (۴)

 $\frac{5}{3}$ (۱)
۲ (۳)

-۳۰ در شکل مقابل، MN||BC. از نقطه‌ی E وسط NC خط EF را موازی AB رسم می‌کنیم. اگر

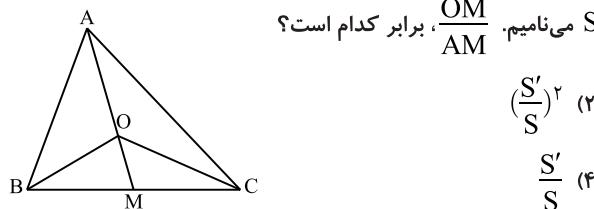


$\frac{MN}{BC} = \frac{EF}{AB}$ کدام است؟

 $\frac{1}{2}$ (۲)
 $\frac{1}{5}$ (۴)

 $\frac{1}{3}$ (۱)
 $\frac{1}{6}$ (۳)

-۳۱ در شکل مقابل، مساحت مثلث‌های ABC و OBC را به ترتیب S و S' می‌نامیم. $\frac{OM}{AM}$ برابر کدام است؟


 $(\frac{S'}{S})^2$ (۲)
 $\frac{S'}{S}$ (۴)

 $\sqrt{\frac{S'}{S}}$ (۱)
 $\frac{S-S'}{S}$ (۳)

-۳۲ خط دلخواهی را از رأس C از متوازی‌الاضلاع ABCD می‌گذرانیم تا امتدادهای اضلاع AB و AD را به ترتیب در E و F قطع کند. اگر

-۳۳ $CD=5$, $AE=7$, $AD=4$ و طول AF کدام است؟

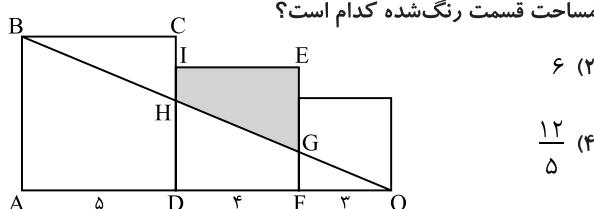
۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

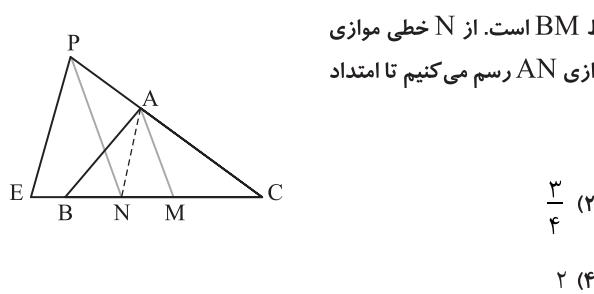
-۳۴ در شکل زیر سه مربع به اضلاع ۳, ۴ و ۵ در کنار هم قرار گرفته‌اند. مساحت قسمت رنگ‌شده کدام است؟


 6 (۲)
 $\frac{12}{5}$ (۴)

 $\frac{23}{3}$ (۱)
 $\frac{25}{3}$ (۳)

-۳۵ در شکل مقابل AM میانه‌ی ضلع BC از مثلث ABC است و BM وسط AN است. از N خطی موازی

-۳۵ AM رسم می‌کنیم تا امتداد AC را در P قطع کند. سپس از P خطی موازی AN رسم می‌کنیم تا امتداد BC را در E قطع کند. مقدار کسر $\frac{CN}{NE}$ کدام است؟

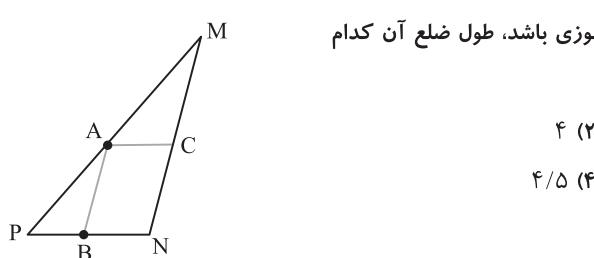

 $\frac{3}{4}$ (۲)

۲ (۴)

 $\frac{5}{3}$ (۱)

 $\frac{7}{4}$ (۳)

-۳۶ در شکل مقابل MN=۲PN=۱۲ است. اگر چهارضلعی ABNC لوزی باشد، طول ضلع آن کدام است؟



۴ (۲)

 $\frac{4}{5}$ (۴)

۳ (۱)

 $\frac{3}{5}$ (۳)

فصل سوم: تشابه

پاسخ‌های تشریحی

۱- گزینه‌ی ۴ به بررسی یک‌یک گزینه‌ها می‌پردازیم: (A)

$$1) \frac{a+b}{a-b} = \frac{3}{\sqrt{b}} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} \sqrt{a+b} = \sqrt{3a-3b} \Rightarrow a-b = -4a \quad \text{نادرست}$$

$$2) \frac{a+b}{b} = \frac{3}{1} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} a+b = 3b \Rightarrow a = -2b \quad \text{نادرست}$$

$$3) \frac{a}{b-a} = \frac{-4}{\sqrt{b}} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} \sqrt{a} = \sqrt{4a-4b} \Rightarrow a = -4b \quad \text{نادرست}$$

$$4) \frac{3a-b}{b} = \frac{6}{\sqrt{b}} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3a-b = 6b \Rightarrow 3a = 7b \quad \text{درست}$$

تذکر: برای حل سریع این نوع تست‌ها از تساوی $3a = 7b$ نتیجه می‌گیریم که می‌توان به جای a مقدار ۷ و به جای b مقدار ۳ را قرار دهیم.

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{\lambda} \Rightarrow \frac{x+5}{y+\lambda} = \frac{5}{\lambda} \quad \text{می‌دانیم اگر } \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ آن‌گاه } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ بنابراین داریم: (A)}$$

۲- گزینه‌ی ۴ با طرفین وسطین کردن کسر داده شده داریم: (A)

$$6(2a+3b) = 5(3a+2b) \Rightarrow 12a + 18b = 15a + 10b \Rightarrow 8b = 3a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{8}{3}$$

۳- گزینه‌ی ۴ با توجه به فرض مسأله و استفاده از خواص تناسب خواهیم داشت:

$$\frac{ma+nb}{na+mb} = \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3ma + 3nb = na + mb \Rightarrow 3ma - na = mb - 3nb$$

$$\Rightarrow (3m-n)a = (m-3n)b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{m-3n}{3m-n} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{(m-3n)+(3m-n)}{(m-3n)-(3m-n)} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{4m-4n}{-2m-2n} = \frac{2(m-n)}{-m-n} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{2(n-m)}{m+n}$$

۴- گزینه‌ی ۵ مقادیر a, b, c را یک‌یک به دست می‌آوریم و سپس در هم ضرب می‌کنیم: (B)

$$\frac{3a}{2} = \frac{b-3}{3} = \frac{2c+1}{4} \xrightarrow{\substack{\text{ترکیب در صورت} \\ \text{و مخرج}}} \frac{3a+(b-3)+(2c+1)}{2+3+4} = \frac{3a}{2} = \frac{b-3}{3} = \frac{2c+1}{4}$$

$$\frac{3a+b+2c=11}{9} \rightarrow \frac{3a+b+2c-2}{9} = \frac{11-2}{9} = 1 \Rightarrow \frac{3a}{2} = \frac{b-3}{3} = \frac{2c+1}{4} = 1$$

حال می‌توان از عبارت به دست آمده a, b و c را به دست آورد:

$$\begin{cases} \frac{3a}{2} = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{3} \\ \frac{b-3}{3} = 1 \Rightarrow b-3 = 3 \Rightarrow b = 6 \\ \frac{2c+1}{4} = 1 \Rightarrow 2c+1 = 4 \Rightarrow c = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow abc = \frac{2}{3} \times 6 \times \frac{3}{2} = 6$$

۶- گزینه‌ی ۱ راه حل اول: با توجه به فرض مسأله داریم: (B)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = k^2 \Rightarrow \frac{2a^2}{2b^2} = \frac{3c^2}{3d^2} = k^2 \xrightarrow{\substack{\text{ترکیب در صورت و مخرج}}} \frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2} = k^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2}} = \sqrt{k^2} \xrightarrow{k > 0} \sqrt{\frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2}} = k$$

راه حل دوم: از تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ می‌توان نتیجه گرفت که $a = bk$ و $c = dk$ حال می‌توان با قرار دادن این مقادیر در عبارت خواسته شده

جواب را به دست آورد:

$$\sqrt{\frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2}} = \sqrt{\frac{2\times b^2k^2+3d^2k^2}{2b^2+3d^2}} = k$$

۱ - گزینه‌ی ۷ با توجه به فرض مسئله داریم: (B)

$$m = \frac{2}{5}n \Rightarrow \frac{2m-3n}{4n-m} = \frac{\frac{4}{5}n-3n}{4n-\frac{2}{5}n} = \frac{n(\frac{4}{5}-3)}{n(4-\frac{2}{5})} = \frac{-\frac{11}{5}}{\frac{18}{5}} = -\frac{11}{18}$$

راه حل تستی: می‌توان از تساوی $\frac{m}{n} = \frac{2}{5}$ نتیجه گرفت که $m=2k$ و $n=5k$. بنابراین داده قرار می‌دهیم:

$$\frac{2m-3n}{4n-m} = \frac{4k-15k}{20k-2k} = -\frac{11}{18}$$

۱ - گزینه‌ی ۸ راه حل اول: فرض کنیم $\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{13} = k$. بنابراین داریم: (B)

$$\begin{cases} \frac{a}{5} = k \Rightarrow a = 5k \\ \frac{b}{7} = k \Rightarrow b = 7k \\ \frac{c}{13} = k \Rightarrow c = 13k \end{cases}$$

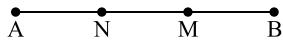
راه حل دوم: کسر مورد نظر را ساده می‌کنیم:

$$\frac{ya-4b}{2c} = \frac{y}{2} \left(\frac{a}{c} \right) - \frac{4}{2} \left(\frac{b}{c} \right)$$

حال از فرض مسئله استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \frac{a}{5} = \frac{c}{13} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{5}{13} \\ \frac{b}{7} = \frac{c}{13} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{7}{13} \end{cases} \Rightarrow \frac{y}{2} \left(\frac{a}{c} \right) - \frac{4}{2} \left(\frac{b}{c} \right) = \frac{y}{2} \left(\frac{5}{13} \right) - \frac{4}{2} \left(\frac{7}{13} \right) = \frac{35-28}{26} = \frac{7}{26} \Rightarrow \frac{ya-4b}{2c} = \frac{7}{26}$$

۳ - گزینه‌ی ۹ با توجه به فرض مسئله داریم: (B)



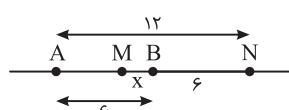
$$\frac{MB}{AM} = \frac{AN}{BN} = \frac{1}{2}$$

حال در کسرهای فوق از ترکیب در مخرج استفاده می‌کنیم:

$$\frac{MB}{AM+MB} = \frac{AN}{BN+AN} = \frac{1}{2+1} \Rightarrow \frac{MB}{AB} = \frac{AN}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow MB = AN = \frac{AB}{3} = \frac{a}{3} \Rightarrow MN = AB - (BM+AN) = a - (\frac{a}{3} + \frac{a}{3}) = \frac{a}{3}$$

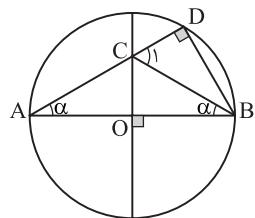
۴ - گزینه‌ی ۱۰ فرض کنیم $OP=a$. طبق فرض سؤال داریم: (C)

$$\begin{array}{ccc} & \xrightarrow{y} & \\ \xleftarrow{2} & \bullet & \xleftarrow{2} \\ O & A & B P C D \end{array} \quad \begin{array}{l} AP = BP \Rightarrow \frac{OP-OA}{OD-OP} = \frac{OP-OB}{OC-OP} \Rightarrow \frac{a-2}{y-a} = \frac{a-4}{5-a} \Rightarrow (a-2)(5-a) = (a-4)(y-a) \\ \Rightarrow -a^2 + ya - 10 = -a^2 + 11a - 28 \Rightarrow 4a = 18 \Rightarrow a = \frac{9}{2} = \frac{4}{5} \end{array}$$



$$\frac{AN}{NB} = 2 \Rightarrow \frac{AN}{6} = 2 \Rightarrow AN = 12 \Rightarrow AB = 6$$

$$\frac{AM}{MB} = 2 \xrightarrow[\text{نرکیب در صورت}]{\text{}} \frac{AM+MB}{MB} = \frac{2+1}{1} \Rightarrow \frac{AB}{MB} = 3 \Rightarrow \frac{6}{MB} = 3 \Rightarrow MB = 2$$

۳ - گزینه‌ی ۱۱ از B به C و D وصل می‌کنیم در این صورت $\hat{D}=90^\circ$: (C)

پس $\hat{ACB} = \hat{ADB} = \alpha$ و $\hat{BCD} = \hat{BDA} = \beta$ است. لذا:

$$\Delta BDC: \cos \hat{C}_1 = \frac{CD}{CB} \xrightarrow{CB=CA} \cos \hat{C}_1 = \frac{CD}{CA} \xrightarrow{\hat{C}_1=\alpha} \cos 2\alpha = \frac{CD}{CA}$$

۱۳- گزینه‌ی ۳ با توجه به تعریف واسطه‌ی هندسی داریم:

$$(2x)^2 = (5x+3)(x-1) \Rightarrow 4x^2 = 5x^2 - 2x - 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \xrightarrow{x > 0} x = 3$$

طبق تعریف واسطه‌ی هندسی داریم:

$$\begin{cases} 4^2 = b \times 4 \Rightarrow 16 = 4b \Rightarrow b = 4 \\ b^2 = \lambda a \xrightarrow{b=4} 16 = \lambda a \Rightarrow a = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 8$$

۱۴- گزینه‌ی ۳ با توجه به تعریف واسطه‌ی هندسی و صورت سؤال مسئله داریم:

$$\begin{cases} (\sqrt{a})^2 = 4m \Rightarrow 4m = a \\ 4^2 = am \Rightarrow am = 16 \end{cases} \Rightarrow 4m^2 = 16 \Rightarrow m = 4, a = 16$$

$$4a - m = 4 \times 16 - 4 = 60$$

۱۵- گزینه‌ی ۳ با توجه به تعریف میانگین هندسی و صورت سؤال داریم:

$$4^2 = 2(m+3) \Rightarrow m+3 = 8 \Rightarrow m = 5$$

اگر x میانگین هندسی $m+1$ و $m-2$ باشد، داریم:

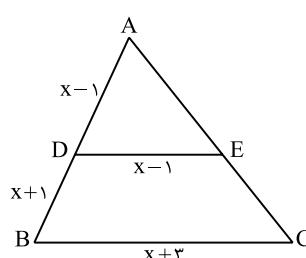
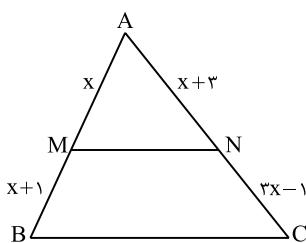
$$x^2 = (m+1)(m-2) \xrightarrow{m=5} x^2 = 6 \times 3 \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = \sqrt[3]{18}$$

۱۶- گزینه‌ی ۱ از توازی خطوط MN و BC ، طبق قضیه‌ی تالس نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{x+3}{3x-1} \Rightarrow x(3x-1) = (x+3)(x+1)$$

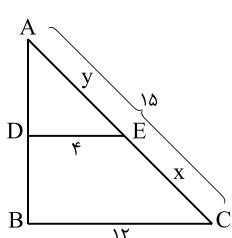
$$\Rightarrow 3x^2 - x = x^2 + 4x + 3 \Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0 \Rightarrow (2x+1)(x-3) = 0 \xrightarrow{x > \frac{1}{2}} x = 3$$

باید $\frac{1}{3}$ زیرا طول پاره خط CN برابر با $-3x$ است که نمی‌تواند منفی باشد.



$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x-1}{(x+1)+(x+3)} = \frac{x-1}{x+3} \Rightarrow \frac{x-1}{2x} = \frac{x-1}{x+3} \Rightarrow 2x = x+3 \Rightarrow x = 3$$

۱۷- گزینه‌ی ۳ طبق نتیجه‌ی قضیه‌ی تالس داریم:



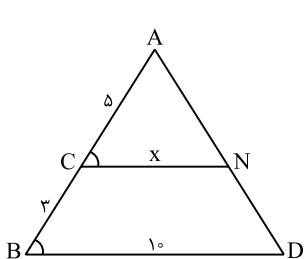
$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{15}{15} \Rightarrow y = 15 \xrightarrow{x+y=15} x = 10 \Rightarrow x - y = 5$$

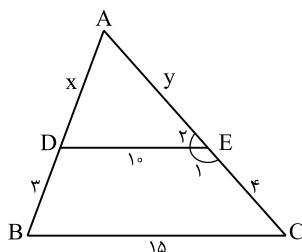
۱۸- گزینه‌ی ۲ طبق قضیه‌ی تالس داریم:

با توجه به این که $\hat{B} = \hat{C}$ ، طبق عکس قضیه‌ی خطوط موازی و مورب داریم:
 $\hat{B} = \hat{C} \Rightarrow CN \parallel BD$

بنابراین می‌توانیم از نتیجه‌ی قضیه‌ی تالس استفاده کنیم:

$$CN \parallel BD \Rightarrow \frac{CN}{BD} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{5}{8} \Rightarrow x = \frac{5}{8} \times 10 = 6.25$$





با توجه به شکل و فرض مسأله داریم:

$$\begin{cases} \hat{C} + \hat{E}_1 = 18^\circ \\ \hat{E}_1 + \hat{E}_2 = 18^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{C} = \hat{E}_2 \xrightarrow[\text{موازی و مورب}]{\text{عكس قضیه خطا}} DE \parallel BC$$

حال از نتیجه‌ی قضیه‌ی تالس استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} DE \parallel BC &\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{x+3} = \frac{y}{y+4} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \\ &\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2x + 6 \\ 3y = 2y + 8 \end{cases} \Rightarrow x = 6, y = 8 \Rightarrow x+y = 14 \end{aligned}$$

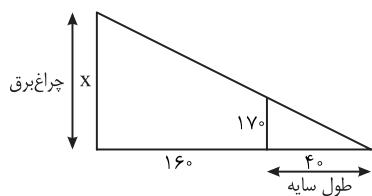
با توجه به این که $AB \parallel NM$ ، طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{MN}{AB} = \frac{CM}{AC}$$

لذا برای محاسبه‌ی نسبت $\frac{CM}{AC}$ کافیست نسبت $\frac{MN}{AB}$ را به دست آوریم:

$$\text{طبق فرض: } AM = \frac{7}{4} AC \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{AM-AC}{AC} = \frac{7-4}{4} \Rightarrow \frac{CM}{AC} = \frac{3}{4}$$

با توجه به قضیه‌ی تالس داریم:



$$\frac{17^\circ}{x} = \frac{4^\circ}{20^\circ} \Rightarrow x = \frac{20^\circ \times 17^\circ}{4^\circ} = 85^\circ$$

با توجه به فرض مسأله داریم:

$$\frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC} = \frac{1}{3} \xrightarrow[\text{عكس قضیه تالس}]{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{BD}{AD} = \frac{CE}{AE} = \frac{1}{2} \xrightarrow{DE \parallel BC}$$

حال با توجه به توازی DE و BC ، می‌توان از قضیه‌ی تالس استفاده کرد:

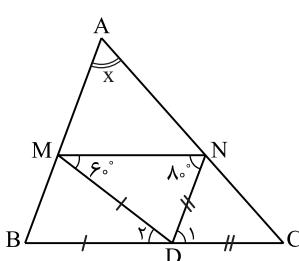
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \xrightarrow{\frac{AD-AB}{AB} = \frac{AE-AC}{AC} = \frac{CE}{AC}} \frac{2}{3} = \frac{DE}{15} \Rightarrow DE = 10$$

با توجه به این که $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ ، طبق عکس قضیه‌ی تالس داریم:

$$MN \parallel BC$$

از طرفی طبق قضیه‌ی خطوط موازی و مورب داریم:

$$\begin{cases} MN \parallel BC \\ \text{مورب DM, DN} \end{cases} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{N} = 8^\circ, \hat{D}_2 = \hat{M} = 6^\circ$$

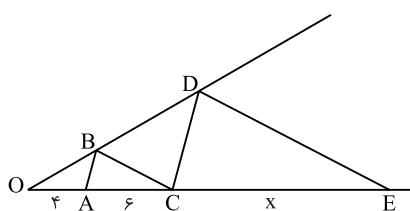


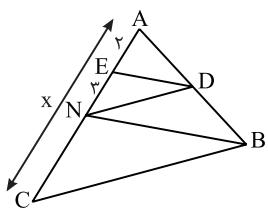
حال با توجه به فرض $DN = DC$ و $DM = DB$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \hat{B} = \frac{18^\circ - \hat{D}_2}{2} = \frac{18^\circ - 6^\circ}{2} = 6^\circ \\ \hat{C} = \frac{18^\circ - \hat{D}_1}{2} = \frac{18^\circ - 8^\circ}{2} = 5^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = 18^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 18^\circ - 11^\circ = 7^\circ$$

دو بار از قضیه‌ی تالس استفاده می‌کنیم:

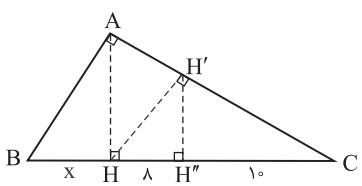
$$\left. \begin{aligned} \Delta OCD: AB \parallel CD \Rightarrow \frac{OB}{BD} = \frac{OA}{AC} \\ \Delta OED: BC \parallel DE \Rightarrow \frac{OB}{BD} = \frac{OC}{CE} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{OA}{AC} = \frac{OC}{CE} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{1}{CE} \Rightarrow CE = 15$$





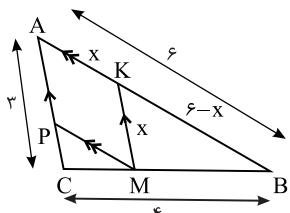
۲۷- گزینه‌ی ۴ دو بار از قضیه‌ی تالس استفاده می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta ANB: ED \parallel BN \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AN} \\ \Delta ABC: DN \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AN}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AE}{AN} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{5}{AC} \Rightarrow AC = 12/5$$



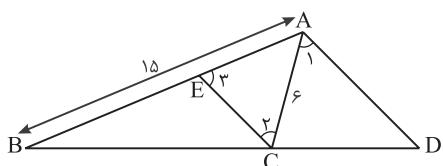
۲۸- گزینه‌ی ۲ از قضیه‌ی تالس دو مرتبه استفاده می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta ABC: HH' \parallel AB \Rightarrow \frac{CH'}{AH'} = \frac{CH}{BH} \\ \Delta AHC: H'H'' \parallel AH \Rightarrow \frac{CH'}{AH'} = \frac{CH''}{HH''} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{CH}{BH} = \frac{CH''}{HH''} \Rightarrow \frac{18}{x} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow x = \frac{\lambda \times 18}{1} = 14/4$$



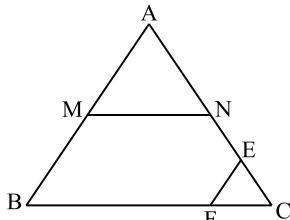
۲۹- گزینه‌ی ۲ طول ضلع لوزی را x در نظر می‌گیریم، با توجه به این که اضلاع مقابل لوزی موازی‌اند، طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$MK \parallel AC \Rightarrow \frac{MK}{AC} = \frac{KB}{AB} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{6-x}{6} \Rightarrow 6x = 18 - 3x \Rightarrow 9x = 18 \Rightarrow x = 2$$



۳۰- گزینه‌ی ۲ با توجه به این که $\hat{A} = \hat{E}$ ، طبق عکس قضیه‌ی خطوط موازی و مورب داریم: $EC \parallel AD$ حال طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AE} \xrightarrow{\hat{A} = \hat{E} \Rightarrow AE = AC} \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$$



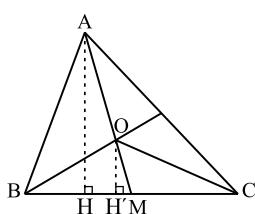
۳۱- گزینه‌ی ۲ با توجه به توازی خطوط EF و AB ، طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$EF \parallel AB \Rightarrow \frac{CE}{AC} = \frac{EF}{AB} = \frac{1}{4} \Rightarrow CE = \frac{1}{4} AC \quad (1)$$

از طرفی چون نقطه‌ی E وسط NC قرار دارد، خواهیم داشت:

$$CE = \frac{1}{2} NC \xrightarrow{(1)} NC = 2CE = \frac{1}{2} AC \Rightarrow AN = NC = \frac{1}{2} AC$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \xrightarrow{\frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}} \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$$



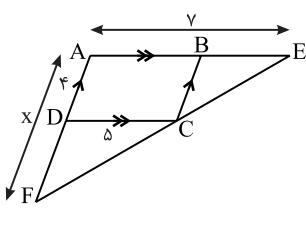
۳۲- گزینه‌ی ۴ از نقاط A و O بر BC عمود می‌کنیم تا نقاط H و H' به دست آیند. همان‌طور که واضح است (دو خط عمود بر یک خط با هم موازیند):

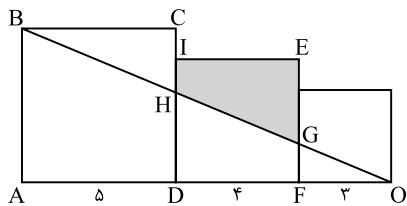
$$\frac{OM}{AM} = \frac{OH'}{AH} \quad (1) \quad \text{بنابراین طبق قضیه‌ی تالس داریم:}$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{\frac{1}{2} OH' \times BC}{\frac{1}{2} AH \times BC} = \frac{OH'}{AH} \xrightarrow{(1)} \frac{OM}{AM} = \frac{S'}{S} \quad \text{از طرفی می‌توان نوشت:}$$

۳۳- گزینه‌ی ۳ با توجه به توازی خطوط مشخص شده، طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} BC \parallel AF \Rightarrow \frac{BC}{AF} = \frac{CE}{EF} \\ CD \parallel AE \Rightarrow \frac{CD}{AE} = \frac{CF}{EF} \end{array} \right\} \xrightarrow{+} \frac{BC}{AF} + \frac{CD}{AE} = \frac{\overbrace{CE+CF}^{EF}}{EF} = 1 \xrightarrow{BC=AD=4} \frac{4}{AF} + \frac{5}{4} = 1 \Rightarrow \frac{4}{AF} = \frac{1}{4} \Rightarrow AF = 16$$





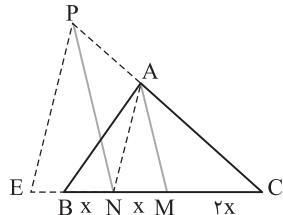
کافی است طول پاره خط‌های EG و IH را به دست آوریم و سپس از رابطه‌ی مساحت ذوزنقه استفاده کنیم:

$$\Delta AOB: FG \parallel AB \Rightarrow \frac{GF}{AB} = \frac{OF}{OA} \Rightarrow \frac{GF}{5} = \frac{3}{12} \Rightarrow GF = \frac{15}{12} \Rightarrow EG = EF - GF = 4 - \frac{15}{12} = \frac{33}{12}$$

$$\Delta AOB: HD \parallel AB \Rightarrow \frac{HD}{AB} = \frac{OD}{OA} \Rightarrow \frac{HD}{5} = \frac{7}{12} \Rightarrow HD = \frac{35}{12} \Rightarrow HI = ID - HD = 4 - \frac{35}{12} = \frac{13}{12}$$

$$S_{HIEG} = \frac{1}{2} (HI + EG) \times IE = \frac{1}{2} \left(\frac{13}{12} + \frac{33}{12} \right) \times 4 = \frac{23}{3}$$

حال از رابطه‌ی مساحت ذوزنقه استفاده می‌کنیم:

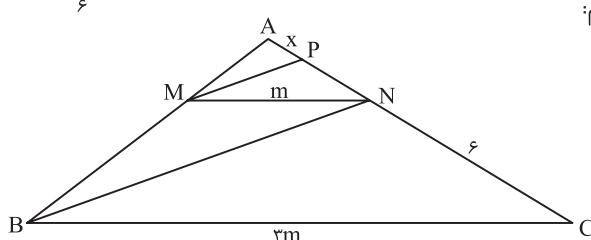


$$\begin{aligned} AN \parallel PE &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CN}{NE} = \frac{AC}{AP} \\ AM \parallel PN &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AC}{AP} = \frac{CM}{MN} = 2 \end{aligned} \Rightarrow \frac{CN}{NE} = 2$$

فرض کنیم x ضلع لوزی باشد. در این صورت با توجه به موازی بودن طول اضلاع مقابل در لوزی خواهیم داشت:

$$MN = 12, \quad PN = 6$$

$$\Delta AB \parallel MN \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AB}{MN} = \frac{PB}{PN} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{6-x}{6} \Rightarrow 6x = 72 - 12x \Rightarrow x = 4$$

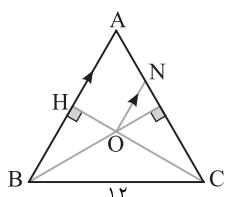


با توجه به شکل و دو بار استفاده از قضیه‌ی تالس داریم:

$$\begin{aligned} \Delta ABN: MP \parallel BN &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{AP}{AN} \\ \Delta ABC: MN \parallel BC &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \frac{MN}{BC} = \frac{1}{3} \\ \frac{AP}{AN} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \quad (1)$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{1}{3} \xrightarrow[\text{از مخرج}]{\text{نفضیل}} \frac{AN}{NC} = \frac{1}{2} \xrightarrow[\text{از مخرج}]{\text{نفضیل}} \frac{AN}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow AN = 3 \quad (2)$$

$$(2) \xrightarrow{\text{از (1) و}} \frac{AP}{AN} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AP}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow AP = 1$$



در مثلث متساوی‌الاضلاع ارتفاع، میانه هم هست. پس O نقطه‌ی تقاطع میانه‌ها هم می‌باشد و می‌دانیم میانه‌ها همدیگر را به نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کند. بنابراین:

$$\Delta AHC: ON \parallel AH \Rightarrow \frac{ON}{AH} = \frac{OC}{CH} = \frac{2}{3} \xrightarrow{AH=6} \frac{ON}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow ON = 4$$