

فصل اول: حرکت شناسی

بخش سوم: حرکت شتابدار

آنچه در این بخش می‌آموزید

- ۱- حرکت شتابدار را در حالت کلی بررسی می‌کنیم، چه حرکتی که در آن اندازه‌ی سرعت در حال تغییر است و چه حرکتی که در آن جهت بردار سرعت در حال تغییر است.
 - ۲- مفاهیم مکان، جابه‌جایی، تغییر جهت حرکت و تغییر جهت بردار مکان را در حرکت شتابدار در حالت کلی بررسی می‌کنیم.
 - ۳- سرعت لحظه‌ای و شتاب لحظه‌ای را بیان می‌کنیم.
 - ۴- حرکت شتابدار با شتاب ثابت را روی خط راست بررسی می‌کنیم و تمام موارد قسمت (۲) را در آن با مثال‌های مختلف بیان می‌کنیم.
- لازم به یادآوری و تأکید است که تمام مثال‌ها جنبه‌ی آموزشی دارد و دانش‌آموز باید روش و تکنیک تفکر و حل را فرا گیرد.

عبارت‌های زیر برای شما آشناست

- ماشین BMW عجب شتابی داره!
 - ماشین بنز ۰ تا ۱۰۰ رو در مدت ۶/۷s طی می‌کنه!
- در این عبارت‌ها از تغییر سرعت حرف به میان می‌آید و هرچه تغییر سرعت در بازه‌ی زمانی کوتاه‌تری رخ دهد، یعنی کیفیت خودرو بهتر است.
- در این بخش به حرکت‌هایی می‌پردازیم که در آن‌ها بردار سرعت در حال تغییر است. به این حرکت‌ها حرکت شتابدار می‌گویند.

حرکت شتابدار

تعریف اگر به هر علتی بردار سرعت متحرک تغییر کند، حرکت شتابدار است.

شتاب متوسط

$$\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

تعریف آهنگ تغییر بردار سرعت را شتاب متوسط گویند.

تذکره: شتاب متوسط، یک کمیت برداری است که جهت آن همواره در جهت بردار تغییر سرعت است.

تست ۲۵: معادله‌ی سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست در حرکت است، در SI به صورت $v = 6t^2 + t$ می‌باشد. بزرگی شتاب

متوسط در بازه‌ی زمانی $t = 1s$ تا $t = 2s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۳/۵ (۴)

۱۳ (۳)

۱۹ (۲)

۲۶ (۱)

پاسخ: ابتدا سرعت‌ها را در لحظه‌ی $t = 1s$ و $t = 2s$ به دست می‌آوریم:

$$t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = 7 \frac{m}{s}, \quad t_2 = 2s \Rightarrow v_2 = 26 \frac{m}{s}, \quad \bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{26 - 7}{2 - 1} = 19 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

اکنون به مثال‌هایی می‌پردازیم که در آن‌ها جهت بردار سرعت در حال تغییر است. بنابراین برای به دست آوردن بردار تغییر سرعت باید از مفهوم تفاضل دو بردار و روش‌های به دست آوردن آن استفاده کرد. $(\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1)$

تست ۲۶: یک ذره روی یک مسیر دایره‌ای، کمان $\frac{\pi}{3}$ رادیان را در مدت ۲s با سرعت $\frac{5}{s} m$ می‌پیماید. بزرگی شتاب متوسط ذره در این

مدت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۵ (۴)

۲/۵ (۳)

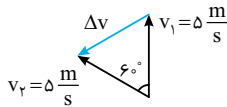
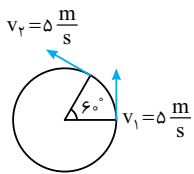
$\frac{5\sqrt{3}}{2}$ (۲)

صفر (۱)

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_r - \vec{v}_1$$

پاسخ: ابتدا بردارهای سرعت ابتدا و انتهای این بازه‌ی زمانی را از یک نقطه رسم می‌کنیم:

حال اندازه‌ی تغییر سرعت را به دست می‌آوریم. چون سرعت‌ها هم‌اندازه هستند، بنابراین:



$$\Delta v = 2v \sin \frac{\theta}{2} \Rightarrow \Delta v = 2v \sin \frac{60^\circ}{2} \Rightarrow \Delta v = 2 \times 5 \sin 30^\circ = 5 \frac{m}{s}$$

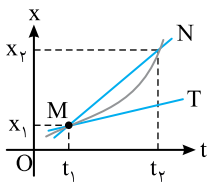
$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \bar{a} = \frac{5}{2} = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

سرعت لحظه‌ای - شتاب لحظه‌ای

می‌خواهیم اثبات کنیم که اگر از معادله‌ی مکان- زمان نسبت به زمان مشتق بگیریم، معادله‌ی سرعت- زمان حاصل می‌شود.

با توجه به نمودار مکان- زمان شکل روبه‌رو، سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 برابر است با:



$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

اگر بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 را کاهش دهیم، درواقع اگر N به سمت M میل کند و $\Delta t \rightarrow 0$ برود، درنهایت خط قاطع به خط مماس T در نقطه‌ی M تبدیل می‌شود و سرعت متوسط به سمت سرعت لحظه‌ای در لحظه‌ی t_1 میل می‌کند.

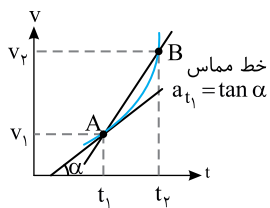
$$v_{t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

رابطه‌ی بالا در واقع تعریف مشتق در ریاضی است، بنابراین:

نتیجه ← سرعت لحظه‌ای مشتق معادله‌ی مکان- زمان نسبت به زمان و یا شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان است.

با استدلالی مشابه در مورد نمودار سرعت- زمان می‌توان اثبات کرد:



$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

نتیجه ← شتاب لحظه‌ای، مشتق اول معادله‌ی سرعت و مشتق دوم معادله‌ی مکان است نسبت به زمان و شتاب لحظه‌ای شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان است.

حال به یک مسأله می‌پردازیم و در هر قسمت مطالب مهمی را بررسی می‌کنیم. توصیه: قبل از مطالعه‌ی پاسخ هر قسمت، مجدداً پرسش مربوط به آن قسمت را مطالعه کنید. در حل این مسأله سعی شده است مطالب مختلفی در مورد جابه‌جایی و مسافت طی شده، سرعت متوسط و لحظه‌ای، شتاب متوسط و لحظه‌ای و تندشونده بودن و کندشونده بودن حرکت که در تست‌ها و مسأله‌ها پرسیده می‌شود، بررسی گردد.

مسأله ۷ معادله‌ی حرکت متحرکی روی خط راست در SI به صورت $x = t^3 - 3t^2 + 6$ است.

(الف) در لحظه‌ی $t = 2s$ اندازه‌ی مکان، سرعت و شتاب متحرک را بیابید.

(ب) اندازه‌ی سرعت متوسط را در بازه‌ی زمانی $t = 1s$ تا $t = 4s$ بیابید.

(پ) اندازه‌ی شتاب متوسط را در $5s$ آغازین حرکت بیابید.

(ت) در چه مکان و در چه زمانی متحرک روی خط راست تغییر جهت می‌دهد؟

(ث) در چه مدتی حرکت تندشونده و در چه مدتی حرکت کندشونده است؟

- ج) اندازه‌ی جابه‌جایی متحرک را در ۳ ثانیه‌ی آغازین حرکت آن بیابید.
 چ) مسافت طی شده در مدت ۳s آغازین چند متر است؟
 ح) اندازه‌ی جابه‌جایی متحرک را در ثانیه‌ی پنجم حرکت آن بیابید.

$$x = t^3 - 3t^2 + 6 \xrightarrow{t=2s} x = 8 - 12 + 6 = 2m \quad \text{راه‌حل: الف) مکان در لحظه‌ی } t=2s \text{ خواهد شد:}$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v = 3t^2 - 6t \xrightarrow{t=2s} v = 0 \quad \text{برای یافتن سرعت لحظه‌ای از معادله‌ی حرکت مشتق می‌گیریم:}$$

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a = 6t - 6 \xrightarrow{t=2s} a = 6 \frac{m}{s^2} \quad \text{و برای یافتن شتاب لحظه‌ای از معادله‌ی سرعت مشتق می‌گیریم:}$$

دقت کنید در لحظه‌ی $t=2s$ در مکان $+2$ متری مبدأ، برای یک لحظه سرعت صفر شده است اما شتاب صفر نیست. هرگاه در یک لحظه سرعت متحرکی صفر شود، لزومی ندارد که در آن لحظه، شتاب متحرک نیز صفر شود.

به معادله‌ی شتاب-زمان $a=6t-6$ نگاه کنید در لحظه‌ی $t=0$ ، شتاب $-\frac{6}{s^2}$ ، در لحظه‌ی $t=1s$ شتاب صفر و ...

است یعنی شتاب در حال تغییر است و حرکت دارای شتاب متغیر است. پس اگر معادله حرکت تابعی درجه‌ی ۳ و بالاتر باشد، معرف حرکت با شتاب متغیر است.

ب) متأسفانه بعضی از دانش‌پژوهان برای حل این قسمت زمان‌های ۱s و ۴s را در معادله‌ی سرعت قرار می‌دهند، سپس سرعت‌های به‌دست آمده را جمع کرده و بر دو تقسیم می‌کنند.^۱ در حالی که بارها بیان شده سرعت متوسط جابه‌جایی در یکای زمان است و باید در لحظات ۱s و ۴s مکان متحرک را به‌دست آوریم و با توجه به این که شتاب متوسط یعنی تغییر سرعت در واحد زمان، داریم:

$$\begin{cases} \bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \\ t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = 1 - 3 + 6 = 4m \\ t_2 = 4s \Rightarrow x_2 = 64 - 48 + 6 = 22m \end{cases} \Rightarrow \bar{v} = \frac{22 - 4}{4 - 1} = 6 \frac{m}{s}$$

پ) در حل این قسمت نیز در لحظه‌ی $t=0$ و $t=5s$ ، به کمک معادله‌ی سرعت-زمان، سرعت لحظه‌ای متحرک را به‌دست می‌آوریم و با توجه به این که شتاب متوسط یعنی تغییر سرعت در واحد زمان، داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = 0 \\ t_2 = 5s \Rightarrow v_2 = 45 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \bar{a} = \frac{45 - 0}{5 - 0} = 9 \frac{m}{s^2}$$

ت) متحرکی که روی محور x ها در حرکت است، برای آن که تغییر جهت دهد، ابتدا باید سرعتش صفر گردد.

$$v = 0 \Rightarrow 3t^2 - 6t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2s \end{cases}$$

لحظه‌ی $t=0$ آغاز حرکت است و لحظه‌ی $t=2s$ جواب مسأله است.

تذکر: البته درباره‌ی تغییر جهت روی خط راست علاوه بر صفر شدن سرعت باید سرعت در آن لحظه تغییر علامت بدهد که در تابع درجه ۲ در دو طرف ریشه همواره تغییر علامت داریم و $t=2s$ جواب است.

ث) در حرکت تندشونده روی خط راست، سرعت متحرک در حال افزایش است، پس بردار سرعت و بردار شتاب آن هم‌جهت و هم‌علامت هستند. ($av > 0$) و در حرکت کندشونده روی خط راست، سرعت متحرک در حال کاهش است، پس بردار سرعت و بردار شتاب در خلاف جهت هم هستند و علامت آن‌ها مخالف هم است. ($av < 0$)

با توجه به این توضیحات باید ابتدا سرعت و شتاب را تعیین علامت کنیم، از این رو از ریاضیات کمک می‌گیریم.

$$v = 3t^2 - 6t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2s \end{cases}, \quad a = 6t - 6 = 0 \Rightarrow t = 1s$$

در تابع درجه ۲، علامت، در بین دو ریشه مخالف علامت ضریب t^2 و در خارج از دو ریشه، موافق علامت ضریب t^2 است.

۱- بعد نشان خواهیم داد $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ مربوط به حرکت با شتاب ثابت است.

در تابع درجه ۱، علامت در سمت چپ ریشه مخالف علامت ضریب t و در سمت راست ریشه، موافق علامت ضریب t است. اکنون با دانسته‌های بالا جدول روبه‌رو را رسم می‌کنیم.

t	۰	۱	۲	$+\infty$
v	۰	-	-	+
a		-	+	+
av		+	-	+
		تندشونده	تندشونده تغییر جهت حرکت	تندشونده

تذکر: دقت شود که علامت شتاب به تنهایی نوع حرکت را روی خط راست مشخص نمی‌کند و باید علامت سرعت و شتاب هر دو تعیین شود.

(ج) برای یافتن جابه‌جایی در سه ثانیه‌ی آغازین، مکان در $t=0$ و $t=3$ را به دست می‌آوریم.

$$t_1=0 \Rightarrow x_1=0-0+6=6\text{m}$$

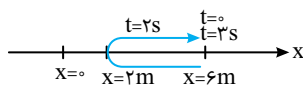
$$t_2=3\text{s} \Rightarrow x_2=3^3-3(3)^2+6=6\text{m} \Rightarrow \Delta x=x_2-x_1=0$$

پس جابه‌جایی متحرک در ۳s آغازین، صفر است.

دقت شود که مکان متحرک در لحظه‌ی $t=3\text{s}$ ، $+6$ متری مبدأ است. یعنی مفهوم مکان و جابه‌جایی یکسان نیست. (چ) اشتباه نکنید مسافت طی شده ۱۲ متر نمی‌شود. باید در حل این نوع مسائل مشخص گردد که متحرک در بازه‌ی زمانی داده شده تغییر جهت داده است یا نه؟

از این رو باید مشخص گردد که در چه لحظه‌ای و در چه مکانی متحرک تغییر جهت می‌دهد.

$$v=0 \Rightarrow 3t^2-6t=0 \Rightarrow t=2\text{s}, \quad x=2\text{m}$$



حال به شکل روبه‌رو دقت کنید:

در مدت ۳s متحرک از $x=6\text{m}$ به $x=2\text{m}$ رفته و سپس به $x=6\text{m}$ برگشته است، پس در مجموع ۸ متر مسافت طی کرده است.

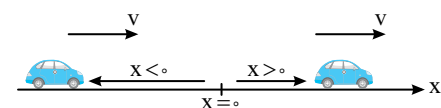
(ح) همان‌گونه که قبلاً بیان شد، باید مکان‌های متحرک را در $t=4\text{s}$ و $t=5\text{s}$ به دست آورده، آن‌ها را از هم کم کرد.

$$\begin{cases} t=5\text{s} \Rightarrow x=5^3-3(5)^2+6=56\text{m} \\ t=4\text{s} \Rightarrow x=4^3-3(4)^2+6=22\text{m} \end{cases} \Rightarrow x_{(5)}=56-22=34\text{m}$$

با این مثال ساده، تفاوت مکان، تغییر مکان، مسافت طی شده، جابه‌جایی در t ثانیه و جابه‌جایی در ثانیه‌ی t ام بررسی شد.

مسئله ۸ معادله‌ی مکان-زمان متحرکی که روی محور x ها در حرکت است، در صورت $x=t^2-4t+3$ است.

(الف) در چه لحظه‌ای بردار مکان تغییر جهت می‌دهد؟ (ب) در چه لحظه‌ای متحرک تغییر جهت می‌دهد؟



راه‌حل: الف) به شکل روبه‌رو دقت کنید. بردار مکان هنگامی که

متحرک در سمت چپ مبدأ است، منفی است و هنگامی که در سمت راست مبدأ است، مثبت است، پس می‌توان گفت متحرک هنگام گذر

از مبدأ مکان تغییر جهت می‌دهد. از این‌رو:

$$x=0 \Rightarrow t^2-4t+3=0 \Rightarrow (t-1)(t-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} t=1\text{s} \\ t=3\text{s} \end{cases}$$

(ب) متحرک در لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعتش صفر شود و نیز تغییر علامت دهد. بنابراین با مشتق‌گیری

$$v=\frac{dx}{dt} \Rightarrow v=2t-4=0 \Rightarrow t=2\text{s}$$

در لحظه‌ی $t=2\text{s}$ سرعت متحرک صفر می‌شود و سرعتش قبل از این لحظه منفی و پس از این لحظه مثبت است و بنابراین متحرک در $t=2\text{s}$ تغییر جهت می‌دهد.

در این مثال نیز تفاوت تغییر بردار مکان متحرک و تغییر جهت متحرک را بررسی کردیم.

حرکت با شتاب ثابت روی خط راست

اکنون پس از آشنایی با مفهوم شتاب لحظه‌ای به حالت خاصی از حرکت شتابدار، یعنی حرکت با شتاب ثابت روی خط راست می‌پردازیم. در این حرکت سرعت جسم به‌طور یکنواخت تغییر می‌کند. (افزایش یا کاهش می‌یابد) به طور مثال وقتی گفته می‌شود شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ است، بسته به نوع حرکت ممکن است در هر ثانیه $2 \frac{m}{s}$ به سرعت افزوده و یا از سرعت کاسته شود. در حرکت با

شتاب ثابت شتاب در تمام بازه‌های زمانی دلخواه ثابت بوده و شتاب لحظه‌ای با شتاب متوسط برابر است.

با توجه به تعریف شتاب متوسط و برابری آن با شتاب لحظه‌ای در حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{a=\bar{a}} a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

اگر لحظه‌ی آغاز حرکت را $t=0$ در نظر بگیریم:

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

از رابطه‌ی شتاب رابطه‌ی زیر به دست می‌آید که به آن معادله‌ی سرعت-زمان در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست گویند.

$$v = at + v_0 \quad (\text{معادله‌ی سرعت-زمان})$$

به معادله‌ی سرعت-زمان دقت کنید. اگر سرعت‌ها را در لحظات $t=1s$ و $t=2s$ و ... به دست آوریم، خواهیم داشت:

$$t=1s \Rightarrow v_1 = a + v_0$$

$$t=2s \Rightarrow v_2 = 2a + v_0$$

$$t=3s \Rightarrow v_3 = 3a + v_0$$

یعنی مقدار v_1 به اندازه‌ی a از v_0 و مقدار v_2 به اندازه‌ی $2a$ از v_0 و ... بیش‌تر است که در ریاضیات به آن تصاعد حسابی گویند.

نتیجه در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت‌ها در ثانیه‌های متوالی یک تصاعد حسابی با قدر نسبت a تشکیل می‌دهند.

به کمک خواص تصاعد حسابی می‌توان نوشت:

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2} \xrightarrow{v=at+v_0} \bar{v} = \frac{1}{2} at + v_0$$

با توجه به تعریف سرعت متوسط و روابط بالا، روابط زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x = \bar{v}t \xrightarrow{\bar{v} = \frac{1}{2}at + v_0} \Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \quad \text{معادله‌ی مکان-زمان}$$

$$\Delta x = \bar{v}t \xrightarrow{\bar{v} = \frac{v+v_0}{2}} \Delta x = \frac{v+v_0}{2} t \Rightarrow x = \frac{v+v_0}{2} t + x_0 \quad \text{معادله‌ی مستقل از شتاب}$$

از ترکیب دو رابطه‌ی زیر خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a = \frac{v - v_0}{t} \\ x = \frac{v + v_0}{2} t + x_0 \end{cases} \Rightarrow v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \quad (\text{معادله‌ی سرعت-مکان (مستقل از زمان)})$$

حال با ارائه‌ی تست‌ها و مسأله‌های مختلف، به چگونگی کاربرد این رابطه‌ها و نتیجه‌های منطقی حاصل از آن‌ها می‌پردازیم. این مسأله‌ها و تست‌ها به عنوان مسأله‌ها و تست‌های نمونه‌ای که بارها در آزمون‌های مختلف، محتوای آن‌ها مورد پرسش قرار گرفته است دارای اهمیت ویژه‌ای هستند که دانش‌پژوه باید آن‌ها را به دقت بررسی کند.

مثال‌هایی از کاربرد معادله‌ی مکان - زمان $(x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0)$

تست ۲۷: متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت روی خط راست شروع به حرکت می‌کند. در لحظه‌ی $t = ۱s$ در مکان ۳ متری از مبدأ و در لحظه‌ی $t = ۳s$ در مکان -۱۵ متری از مبدأ قرار دارد. مکان اولیه‌ی آن چند متر است؟

- (۱) $-۰/۷۵$ (۲) $۴/۵$ (۳) صفر (۴) $۵/۲۵$

پاسخ: چون از مکان متحرک در زمان‌های مختلف، صحبت به میان آمده است باید از معادله‌ی حرکت استفاده کرد و با تشکیل یک دستگاه دو معادله و دو مجهول مسأله را حل کرد.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\begin{cases} 3 = \frac{1}{2}a + 0 + x_0 \\ -15 = \frac{9}{2}a + 0 + x_0 \end{cases} \Rightarrow -15 - 3 = \frac{9}{2}a + x_0 - \frac{1}{2}a - x_0 \Rightarrow a = -4/5 \frac{m}{s^2}$$

$$3 = \frac{1}{2}(-4/5) + x_0 \Rightarrow x_0 = 5/25m$$

حال به کمک معادله‌ی اول x_0 را به دست می‌آوریم:

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

مسأله ۹ دو متحرک با اختلاف زمانی $۱۰s$ از یک نقطه روی خط راست، به سوی یک مقصد از حال سکون با شتاب ثابت $\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$

و $۴ \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کنند. اگر این دو متحرک با هم به مقصد برسند، آن‌گاه زمان حرکت متحرک اول چند ثانیه است؟

راه‌حل: هر دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت کرده‌اند و متحرکی که شتابش $\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$ است قطعاً دیرتر به مقصد

می‌رسد. یعنی اگر زمان حرکت آن t_1 باشد، زمان حرکت متحرک دیگر $t_2 = t_1 - 10$ خواهد بود. اکنون معادله‌ی جابه‌جایی - زمان را برای هر دو متحرک نوشته و برابر قرار می‌دهیم. زیرا مبدأ و مقصد هر دو یکی است.

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}t_1^2 \\ \Delta x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + v_0t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (t_1 - 10)^2 \end{cases} \xrightarrow{\Delta x_1 = \Delta x_2} \frac{1}{2}t_1^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (t_1 - 10)^2$$

$$\Rightarrow t_1^2 = 4(t_1 - 10)^2 \Rightarrow t_1 = 2(t_1 - 10) \Rightarrow t_1 = 2t_1 - 20 \Rightarrow t_1 = 20s$$

نتیجه

در مسائلی که حرکت دو متحرک بررسی می‌شود و زمان و مکان رسیدن آن‌ها به هم مورد نظر است، معادله‌ی حرکت متحرک‌ها را نوشته، با هم برابر قرار می‌دهیم.

تست ۲۸: خودرویی از یک نقطه با شتاب $\frac{2}{s^2} \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. $۴s$ بعد خودروی دیگری از همان نقطه با سرعت $\frac{20}{s} \frac{m}{s}$ به

دنبال خودروی اول می‌گذرد. دو خودرو چند ثانیه پس از حرکت خودروی اول به هم می‌رسند؟ ($\sqrt{5} = ۲/۲$)

- (۱) $۵/۶$ (۲) $۱۴/۴$

(۳) به هم نمی‌رسند. (۴) گزینه‌های (۱) و (۲) درست هستند.

پاسخ: ابتدا معادله‌ی حرکت دو متحرک را نسبت به نقطه‌ی شروع حرکت می‌نویسیم. متحرکی که دیرتر حرکت کرده زمان حرکتش کوتاه‌تر است، از این رو $t_2 = t_1 - 4$ خواهد بود.

$$x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1 + x_0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}(2)t_1^2 = t_1^2, \quad x_2 = vt_2 + x_0 \Rightarrow x_2 = 20(t_1 - 4)$$

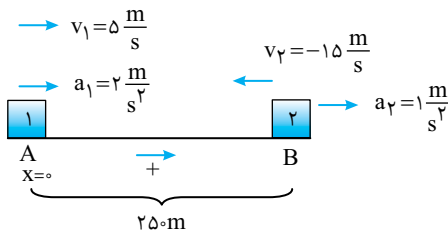
$$x_1 = x_2 \Rightarrow t_1^2 = 20t_1 - 80 \Rightarrow t_1^2 - 20t_1 + 80 = 0 \Rightarrow t_1 = 10 \pm \sqrt{100 - 80} = 10 \pm \sqrt{20} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 10 - 2\sqrt{5} = 5/6s \\ t_2 = 10 + 2\sqrt{5} = 14/4s \end{cases}$$

در واقع ابتدا خودروی دوم به اول می‌رسد و از آن سبقت می‌گیرد، سپس سرعت خودروی اول افزایش یافته و به دومی می‌رسد و از آن سبقت می‌گیرد. بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

مسئله ۱۰ متحرکی با سرعت $5 \frac{m}{s}$ در جهت محور x ها و متحرک دیگری نیز با سرعت $15 \frac{m}{s}$ در جهت مخالف محور x ها در حرکت هستند. در لحظه‌ای که به ترتیب از نقاط A و B ($AB=250m$) می‌گذرند، اولی با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ سرعت خود را افزایش و دومی

با شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ سرعت خود را کاهش می‌دهد.

معادله‌ی مکان هر دو را نسبت به نقطه‌ی A بنویسید. دو متحرک پس از چه مدتی از کنار هم می‌گذرند؟



راه‌حل: یک شکل ساده رسم می‌کنیم تا بهتر بتوانیم روی مسئله فکر کنیم. نقطه‌ی A را مبدأ و جهت از A به B را مثبت اختیار می‌کنیم. چون بر سرعت متحرک اول افزوده می‌شود (حرکت تندشونده)، باید شتاب و سرعت هم‌جهت باشند:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} (2) t^2 + 5t$$

برای متحرک دوم، شتاب و سرعت در خلاف جهت هم هستند، پس اگر سرعت منفی است، شتاب مثبت است و متحرک (۲) دارای مکان اولیه نیز است.

$$x_2 = \frac{1}{2} (1) t^2 - 15t + 250$$

دقت کنید علامت شتاب به تنهایی نمی‌تواند شما را در مورد نوع حرکت به نتیجه‌ی درست برساند.

حال معادله‌های حرکت را برابر قرار می‌دهیم:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow t^2 + 5t = \frac{1}{2} t^2 - 15t + 250 \Rightarrow t^2 + 40t - 500 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 10s \\ t = -50s \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

تذکر: از دید شما این یک مسأله‌ی تشریحی و طولانی است اما در کنکور سراسری تستی با همین مضمون و تنها با اعداد دیگری مورد پرسش قرار گرفته است.

در این‌جا به یک تست کنکور با مضمون مسأله قبل می‌پردازیم.

تست ۲۹: فاصله‌ی دو متحرک که از حال سکون با شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ هم‌زمان به سوی هم حرکت کرده و پس از $8s$ به هم می‌رسند، در ابتدا

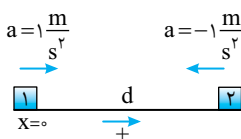
چند متر بوده است؟

۸ (۴)

۳۲ (۳)

۶۴ (۲)

۱۲۲ (۱)



پاسخ: حرکت هر دو تندشونده است، پس شتاب و سرعت هر کدام از آن‌ها هم‌جهت است و اگر شتاب یکی را مثبت بگیریم، باید شتاب دیگری را منفی در نظر بگیریم. معادله‌ی حرکت دو متحرک را نوشته با هم مساوی قرار می‌دهیم:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} t^2 = \frac{1}{2} (-1) t^2 + d \Rightarrow \frac{1}{2} (8)^2 = -\frac{1}{2} (8)^2 + d \Rightarrow d = 64m$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

تست ۳۰: متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و در مدت t ، جابه‌جایی x را می‌پیماید. این متحرک $\frac{x}{2}$ اول

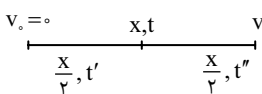
مسیر را در چه کسری از t می‌پیماید؟

$\frac{t}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2} t$ (۳)

$\frac{t}{4}$ (۲)

$\frac{t}{2}$ (۱)



پاسخ: در حل این تست از یک روش ساده استفاده می‌کنیم. ابتدا شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم: حال از معادله‌ی مکان-زمان استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} at^2 \\ \frac{x}{2} = \frac{1}{2} at'^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{x}{2} = \frac{t^2}{t'^2} \Rightarrow t' = \frac{t}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} t$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

نتیجه

اگر در صورت مسأله جابه‌جایی $\frac{x}{n}$ اول مسیر، مورد پرسش بود، آن‌گاه:

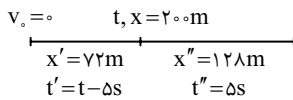
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} at^2 \\ \frac{x}{n} = \frac{1}{2} at'^2 \end{cases} \Rightarrow t' = \frac{t}{\sqrt{n}}$$

تست ۳۱: ذره‌ای از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و در مدت t ، جابه‌جایی ۲۰۰ متر را روی خط راست می‌پیماید. اگر این ذره جابه‌جایی ۱۲۸ متر آخر مسیر را در مدت $۵s$ طی کند، آن‌گاه t چند ثانیه است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲/۵ (۳) ۱۵ (۴) ۶/۲۵

پاسخ: برای حل این تست نیز از روش تست قبل کمک می‌گیریم.

نکته‌ی مهم در حل این تست این است که باید قسمت $۷۲m$ اول مسیر را که سرعت اولیه‌ی آن صفر است، با تمام جابه‌جایی $۲۰۰m$ مقایسه کنیم.



$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} at^2 \\ 200 = \frac{1}{2} at^2 \\ 72 = \frac{1}{2} a(t-5)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{72}{200} = \frac{(t-5)^2}{t^2} \Rightarrow \frac{36}{100} = \frac{(t-5)^2}{t^2} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{t-5}{t} \Rightarrow 6t = 10t - 50 \Rightarrow 4t = 50 \Rightarrow t = 12.5s$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

مثال‌هایی از کاربرد سرعت متوسط و معادله‌ی حرکت مستقل از شتاب ($x = \frac{v+v_0}{2}t + x_0$)

تست ۳۲: متحرکی روی خط راست دارای حرکت با شتاب ثابت است و در لحظه‌ی t در مکان $+7m$ و در لحظه‌ی $t+5s$ در مکان $+21m$ و دارای سرعت $15 \frac{m}{s}$ است. اندازه‌ی سرعت آن در لحظه‌ی t چند متر بر ثانیه بوده است؟

- (۱) $-9/4$ (۲) $2/8$ (۳) $9/4$ (۴) $-2/8$

پاسخ:

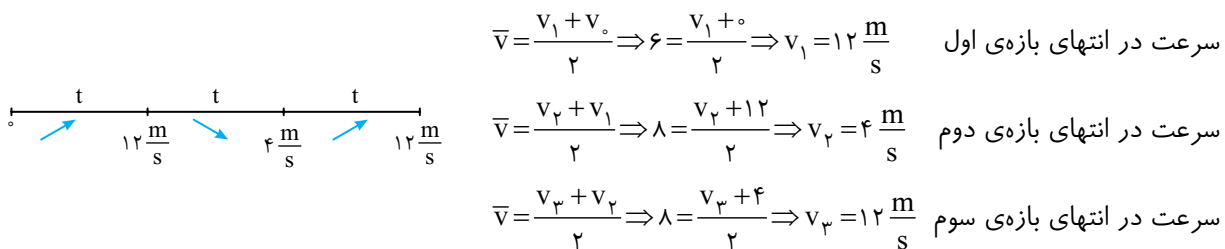
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{21-7}{5} = \frac{14}{5} = 2.8 \frac{m}{s}, \quad \bar{v} = \frac{v_2+v_1}{2} \Rightarrow 2.8 = \frac{15+v_1}{2} \Rightarrow v_1 = -9/4 \frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

تست ۳۳: یک ذره روی خط راست از حال سکون، شروع به حرکت می‌کند و در t ثانیه‌ی اول سرعت متوسط آن $6 \frac{m}{s}$ ، در t ثانیه‌ی دوم سرعت متوسط آن $8 \frac{m}{s}$ و در t ثانیه‌ی سوم نیز سرعت متوسط آن $8 \frac{m}{s}$ است. اگر در هر مرحله شتاب ثابت فرض شود، کدام گزینه در مورد حرکت آن در هر مرحله درست است؟

- (۱) تندشونده، کندشونده، تندشونده (۲) تندشونده، تندشونده، یکنواخت
(۳) تندشونده، یکنواخت، کندشونده (۴) تندشونده، کندشونده، کندشونده

پاسخ: می‌توان با توجه به رابطه‌ی $v = \frac{v+v_0}{2}$ تست را حل کرد. ابتدا سرعت را در ابتدا و انتهای هر بازه مشخص می‌کنیم.

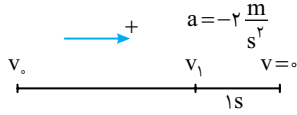


دقت کنید، سرعت انتهای هر قسمت، سرعت اولیه‌ی قسمت بعدی است. ابتدا سرعت از صفر به $12 \frac{m}{s}$ رسیده است، پس حرکت تندشونده است. سپس از $12 \frac{m}{s}$ به $4 \frac{m}{s}$ می‌رسد، یعنی حرکت کندشونده است و سرانجام از $4 \frac{m}{s}$ به $12 \frac{m}{s}$ می‌رسد، یعنی سرانجام حرکت تندشونده است. بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

تست ۳۴: متحرکی که در حال حرکت روی خط راست است، با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ با حرکت کندشونده می‌ایستد. این متحرک در ثانیه‌ی آخر حرکت خود چند متر جابه‌جا می‌شود؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم. در ۱s آخر می‌توان نوشت:

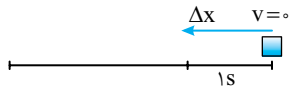


$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2 \times 1 + v_1 \Rightarrow v_1 = 2 \frac{m}{s}$$

در این صورت جابه‌جایی در مدت یک ثانیه‌ی آخر خواهد شد:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_1}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = \frac{0 + 2}{2} \times 1 = 1m$$

اما این مسأله را می‌توان با یک ابتکار ساده‌ی فیزیکی نیز حل کرد و آن این است که به جای یک حرکت کندشونده با شتاب ثابت $a = 2 \frac{m}{s^2}$ ، متحرکی را فرض کرد که از حال سکون با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت کرده است.



$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1m$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

مثال‌هایی از کاربرد معادله‌ی سرعت-مکان (مستقل از زمان)

تست ۳۵: ذره‌ای روی خط راست در مکان +۷ متری مبدأ، دارای سرعت $5 \frac{m}{s}$ است. اگر شتاب حرکت ثابت و برابر $2/2 \frac{m}{s^2}$ باشد،

در چند متری مبدأ اندازه‌ی سرعت آن به $6 \frac{m}{s}$ می‌رسد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴/۵ (۴)

پاسخ: باید از رابطه‌ی سرعت-مکان (مستقل از زمان) کمک گرفت.

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow 36 - 25 = 2 \times 2/2 (x - 7) \Rightarrow x = 9/5m$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

تست ۳۶: خودرویی با سرعت v_0 ترمز می‌کند و پس از طی جابه‌جایی 20 متر روی خط راست می‌ایستد. اگر سرعت خودرو هنگام ترمز کردن $2v_0$ باشد و شرایط ترمز کردن ثابت بماند، پس از چند متر می‌ایستد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: اگر جهت حرکت را مثبت بگیریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = -2|a|\Delta x \Rightarrow x_{\text{توقف}} = \frac{v_0^2}{2|a|}$$

طبق رابطه‌ی به دست آمده وقتی v_0 دو برابر شود، x چهار برابر می‌شود، بنابراین:

$$\Delta x' = 4\Delta x = 4 \times 20 = 80m$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

جابه‌جایی در ثانیه‌ی at

تست ۳۷: ذره‌ای روی خط راست با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. جابه‌جایی آن در ثانیه‌ی سوم حرکتش چند برابر جابه‌جایی آن در ثانیه‌ی اول حرکتش است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: برای پاسخ این تست ساده ابتدا یک پرسش را مطرح می‌کنیم:

پرسش: جابه‌جایی در مدت ۳ ثانیه‌ی آغازین حرکت چه تفاوتی با جابه‌جایی در ثانیه‌ی سوم دارد؟

پاسخ: جابه‌جایی در مدت ۳ ثانیه‌ی آغازین، یعنی جابه‌جایی از ابتدای حرکت ($t=0$) تا لحظه‌ی $t=3s$ که طول بازه‌ی آن ۳ ثانیه است. اما جابه‌جایی در ثانیه‌ی سوم یعنی جابه‌جایی در بازه‌ی زمانی $t=2s$ تا $t=3s$ در واقع یعنی جابه‌جایی در مدت تک ثانیه‌ی سوم حرکت. برای یافتن این جابه‌جایی باید مکان متحرک را در لحظه‌های $t=3s$ و $t=2s$ به دست آورده، از هم کم کنیم.

نتیجه ← برای یافتن جابه‌جایی در ثانیه t ، کافی است یک بار t و بار دیگر $t-1$ را در معادله‌ی حرکت قرار دهیم و مکان‌های حاصل را از هم کم کنیم.

اگر این عمل را در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست انجام دهیم، خواهیم داشت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0, \quad x' = \frac{1}{2}a(t-1)^2 + v_0(t-1) + x_0$$

حال دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta x(t) = x - x' = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 - \left[\frac{1}{2}a(t-1)^2 + v_0(t-1) + x_0 \right] \Rightarrow \Delta x(t) = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0$$

تذکر: رابطه‌ی به‌دست آمده تنها برای حرکت با شتاب ثابت کاربرد دارد.

اکنون به حل تست می‌پردازیم:

$$\begin{cases} \Delta x_{(1)} = \frac{1}{2}a \\ \Delta x_{(3)} = \frac{5}{2}a \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x_{(3)}}{\Delta x_{(1)}} = 5$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

اگر رابطه‌ی به‌دست آمده را برای ثانیه‌های متوالی بنویسیم به یک نتیجه‌ی ریاضی خواهیم رسید.

$$\Delta x = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0, \quad \Delta x_{(1)} = \frac{1}{2}a + v_0, \quad \Delta x_{(2)} = \frac{3}{2}a + v_0, \quad \Delta x_{(3)} = \frac{5}{2}a + v_0 \Rightarrow \Delta x_{(2)} - \Delta x_{(1)} = \Delta x_{(3)} - \Delta x_{(2)} = a$$

نتیجه ← در واقع جابه‌جایی‌های در ثانیه‌های متوالی در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست جمله‌های یک تصاعد حسابی هستند که قدرنسبت آن شتاب a است.

مسئله ۱۱ متحرکی که با سرعت v روی خط راست در حرکت است ترمز کرده و با شتاب ثابت پس از $5s$ می‌ایستد. اگر در ثانیه‌ی سوم، 2 متر کم‌تر از ثانیه‌ی دوم جابه‌جا شده باشد، v را بیابید.

راه‌حل: همان‌گونه که بیان شد در حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی در هر ثانیه با جابه‌جایی در ثانیه بعد یا قبلش، به اندازه‌ی شتاب حرکت تفاوت دارد. بنابراین در این مسئله شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ است. از این‌رو:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2 \times 5 + v_0 \Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

تست ۳۸: ذره‌ای روی خط راست دارای شتاب ثابت است. در ثانیه‌ی پنجم حرکت خود 15 متر و در ثانیه‌ی هفتم حرکتش 23 متر جابه‌جا می‌شود. بزرگی شتاب حرکت آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) ۶

پاسخ: راه‌حل اول:

$$x(t) = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow x_{(7)} = \frac{1}{2}a(13) + v_0 = 23, \quad x_{(5)} = \frac{1}{2}a(9) + v_0 = 15$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$\frac{13}{2}a + v_0 - \frac{9}{2}a - v_0 = 23 - 15 \Rightarrow \frac{4}{2}a = 8 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

راه‌حل دوم: می‌توان $x_{(5)}$ و $x_{(7)}$ را جملات هفتم و پنجم یک تصاعد حسابی در نظر گرفت:

$$x_{(7)} - x_{(5)} = 2a \Rightarrow 23 - 15 = 2a \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

جابه‌جایی در n ثانیه‌ی آخر از کل مدت t ثانیه

پرسش: اگر معادله‌ی حرکت متحرکی مشخص باشد و کل زمان حرکت هم $45s$ باشد و از شما خواسته شود تا جابه‌جایی را در مدت $3s$ آخر حرکت به‌دست آورید، چگونه عمل خواهید کرد؟

پاسخ: کافی است به کمک معادله‌ی حرکت، مکان را در لحظه‌های $45s$ و $45-3=42s$ به‌دست آورده، از هم کم کنیم.

نتیجه

برای یافتن جابه‌جایی در n ثانیه‌ی آخر حرکت، اگر کل زمان حرکت t باشد، یک بار t و بار دیگر $t-n$ را در معادله‌ی مکان قرار می‌دهیم و مکان‌های حاصل را از هم کم می‌کنیم.

اگر جابه‌جایی در n ثانیه‌ی آخر حرکت را در حرکت با شتاب ثابت بررسی کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x' = \frac{1}{2}a(t-n)^2 + v_0(t-n) + x_0 \end{cases} \Rightarrow \Delta x_n = x - x' \Rightarrow \Delta x_n = \frac{n}{2}a(2t-n) + nv_0 \quad (1)$$

تذکره: رابطه‌ی (۱) تنها برای حرکت با شتاب ثابت به کار می‌رود.

تست ۳۹: ذره‌ای روی خط راست با شتاب ثابت در حرکت است. جابه‌جایی در ۳ ثانیه‌ی اول حرکت، جابه‌جایی ۱۵ متر و در ۳ ثانیه‌ی دوم حرکت، ۳۳ متر است. اندازه‌ی شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

پاسخ: می‌توان مسئله را به کمک معادله‌ی حرکت حل کرد.

$$t = 3s, \quad x = 15 \Rightarrow 15 = \frac{9}{2}a + 3v_0$$

$$t = 6s, \quad x = 15 + 33 = 48 \Rightarrow 48 = \frac{36}{2}a + 6v_0 \Rightarrow 24 = 9a + 3v_0$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$24 - 15 = 4/5a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

حال تست را به کمک رابطه‌ی (۱) حل می‌کنیم.

وقتی بیان می‌شود ۳ ثانیه‌ی اول، می‌توانیم کل مدت حرکت را $t = 3s$ و تعداد ثانیه‌های آخر حرکت را نیز $n = 3$ در نظر بگیریم:

$$\Delta x_n = \frac{n}{2}a(2t-n) + nv_0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3s \\ n = 3s \end{cases} \Rightarrow 15 = \frac{9}{2}a + 3v_0$$

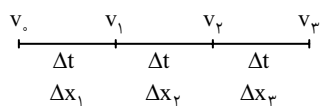
۳ ثانیه‌ی دوم، یعنی کل زمان حرکت را $t = 6s$ و تعداد ثانیه‌های آخر حرکت را $n = 3$ در نظر بگیریم:

$$\begin{cases} t = 6s \\ n = 3s \end{cases} \Rightarrow 33 = \frac{27}{2}a + 3v_0$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$33 - 15 = \frac{27}{2}a - \frac{9}{2}a \Rightarrow 18 = \frac{18}{2}a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.



مسئله ۱۲ متحرکی با شتاب ثابت، روی خط راست در حرکت است. ثابت کنید جابه‌جایی‌ها

در زمان‌های متوالی و یکسان Δt ، تصاعد حسابی تشکیل می‌دهند.

راه‌حل: دقت کنید سرعت پایانی هر قسمت، سرعت اولیه‌ی قسمت بعدی است.

$$v_1 = a\Delta t + v_0$$

$$v_2 = a\Delta t + v_1 = a\Delta t + a\Delta t + v_0 = 2a\Delta t + v_0$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + v_0\Delta t$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + v_1\Delta t = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + (a\Delta t + v_0)\Delta t = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + a(\Delta t)^2 + v_0\Delta t$$

$$\Delta x_3 = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + v_2\Delta t = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + (2a\Delta t + v_0)\Delta t = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + 2a(\Delta t)^2 + v_0\Delta t$$

با توجه به Δx_1 ، Δx_2 و Δx_3 کاملاً مشخص است که: $\Delta x_2 - \Delta x_1 = a(\Delta t)^2$ ، $\Delta x_3 - \Delta x_2 = a(\Delta t)^2$

نتیجه

پس در واقع جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی یکسان و پشت سرهم، در حرکت با شتاب ثابت، جملات متوالی یک تضاد حسابی هستند که قدرنسبت آن $d = a(\Delta t)^2$ است.

با استفاده از نتیجه‌ی به‌دست آمده مجدداً تست قبل را حل می‌کنیم: $\Delta x_2 - \Delta x_1 = a(\Delta t)^2 \Rightarrow 33 - 15 = a(3)^2 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$
 دقت کنید که این روش تنها زمانی کاربرد دارد که بازه‌های زمانی یکسان و متوالی باشند. در تست بعدی بازه‌های زمانی یکسان نبوده و تکنیک تضاد در حل مسأله مؤثر نیست.

تست ۴۰: ذره‌ای با شتاب ثابت روی خط راست در حرکت است. جابه‌جایی ۱۶ متر را در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت و جابه‌جایی ۳۲ متر را در ۲ ثانیه‌ی پنجم حرکت خود می‌پیماید. بزرگی شتاب حرکت آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱ (۱)	$\frac{12}{7}$ (۲)	۲ (۳)	۲/۵ (۴)
-------	--------------------	-------	---------

پاسخ: $\Delta x_n = \frac{n}{2} a(2t - n) + nv$

$$\begin{cases} n=4s \\ t=4s \end{cases} \Rightarrow 16 = \frac{4}{2} a(2 \times 4 - 4) + 4v_0 \Rightarrow 8 = 4a + 2v_0, \quad \begin{cases} n=2s \\ t=10s \end{cases} \Rightarrow 32 = \frac{2}{2} a(2 \times 10 - 2) + 2v_0 \Rightarrow 32 = 18a + 2v_0$$

$$32 - 8 = 18a + 2v_0 - 4a - 2v_0 \Rightarrow 24 = 14a \Rightarrow a = \frac{12}{7} \frac{m}{s^2}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

تست ۴۱: متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، در هر ۴s، دو متر کم‌تر از ۴s قبل می‌پیماید. اگر این متحرک پس از ۱۶۰۰ متر جابه‌جایی بایستد، اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی آن چند متر بر ثانیه بوده است؟

۸۰ (۱)	۲۰ (۲)	۱۲۰ (۳)	۶۴۰ (۴)
--------	--------	---------	---------

پاسخ: دقت کنید جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی $\Delta t = 4s$ تقسیم‌بندی شده‌اند و هر دو جمله‌ی متوالی (۲-) متر اختلاف دارند. بنابراین:

$$\Delta x_n - \Delta x_{n-1} = a(\Delta t)^2 \Rightarrow -2 = a(4)^2 \Rightarrow a = -\frac{1}{8} \frac{m}{s^2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2(-\frac{1}{8})(1600) \Rightarrow v_0^2 = 400 \Rightarrow v_0 = 20 \frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

بیش‌تر بدانید - شتاب نسبی

برای یافتن شتاب نسبی دو متحرک مانند سرعت نسبی عمل می‌کنیم. یعنی:

* هرگاه بردارهای شتاب دو متحرک هم‌جهت باشند: $a_{نسبی} = |a_1 - a_2|$

* هرگاه بردارهای شتاب دو متحرک خلاف جهت هم باشند: $a_{نسبی} = a_1 + a_2$

تعریف در حالت کلی شتاب نسبی متحرک A نسبت به ناظر B برابر است با: $\vec{a}_{AB} = \vec{a}_A - \vec{a}_B$

مسأله

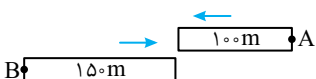
دو قطار یکی به طول ۱۰۰ متر و دیگری به طول ۱۵۰ متر در دو سوی مخالف، روی دو ریل موازی، با شتاب ثابت، از حال سکون به حرکت درمی‌آیند. در لحظه‌ای که این دو قطار به هم می‌رسند، اندازه‌ی سرعت نسبی آن‌ها $15 \frac{m}{s}$ است و انتهای آن‌ها با

سرعت نسبی به اندازه‌ی $25 \frac{m}{s}$ از کنار یک‌دیگر می‌گذرند. اندازه‌ی شتاب نسبی آن‌ها چند متر بر مجذور ثانیه است؟

راه‌حل: وقتی دو قطار به هم می‌رسند سرعت نسبی آن‌ها $15 \frac{m}{s}$ است و با توجه به شکل زیر وقتی که نقطه‌ی A از

نقطه‌ی B می‌گذرد سرعت نسبی آن‌ها $25 \frac{m}{s}$ است. در این صورت می‌توان فرض کرد نقطه‌ی B ساکن است و

نقطه‌ی A با طی مسیر $150 + 100 = 250m$ از A به B می‌رسد.



$$\Delta x_{نسبی} = v_{نسبی}^2 - v_0^2 = 2a_{نسبی} \Delta x$$

$$\Rightarrow 25^2 - 15^2 = 2a_{نسبی} (250) \Rightarrow 625 - 225 = 500a_{نسبی} \Rightarrow a_{نسبی} = 0.8 \frac{m}{s^2}$$

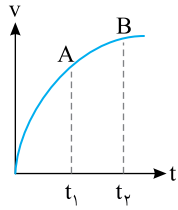
پرسش‌های چهارگزینه‌ای بخش سوم

شتاب متوسط، شتاب لحظه‌ای و نمودار سرعت - زمان

۱۲۱- اندازه‌ی سرعت متحرکی که در حال حرکت روی خط راست است در لحظه‌های $t_1=1s$ و $t_2=3s$ به ترتیب برابر $v_1=5 \frac{m}{s}$ و

$v_2=9 \frac{m}{s}$ بوده است. بزرگی شتاب متوسط این متحرک در این مدت، چند متر بر مجذور ثانیه بوده است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۲ (۳) ۲ (۴) $\frac{2}{3}$



۱۲۲- در شکل روبه‌رو شیب خط AB برابر است با:

- (۱) سرعت لحظه‌ای در لحظه‌ی t_1
 (۲) شتاب لحظه‌ای در لحظه‌ی t_1
 (۳) سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2
 (۴) شتاب متوسط در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2

۱۲۳- معادله‌ی حرکت ذره‌ای که روی خط راست در حرکت است، در SI به صورت $x = 0.06 \sin(\Delta\pi t)$ است. بزرگی شتاب متوسط این

ذره در بازه‌ی زمانی $t=2s$ تا $t=5s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (سراسری-۸۲)

- (۱) صفر (۲) 0.2 (۳) 0.2π (۴) 0.3π

۱۲۴- بردار سرعت متحرکی که در صفحه‌ی XOY حرکت می‌کند، در لحظه‌های $t_1=2s$ و $t_2=12s$ در SI به صورت $\vec{v}_1 = -2\vec{i} - 5\vec{j}$ و

$\vec{v}_2 = 3\vec{i} + 19\vec{j}$ می‌باشد. بزرگی شتاب متوسط در این بازه‌ی زمانی چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (سراسری خارج از کشور تجربی-۸۵)

- (۱) $3/1$ (۲) ۴ (۳) ۳۱ (۴) ۴۰

۱۲۵- معادله‌ی حرکت متحرکی در مسیر مستقیم (در SI) به صورت $x = t^3 - 6t^2 + 9t$ است. بزرگی شتاب متوسط این متحرک در ثانیه‌ی

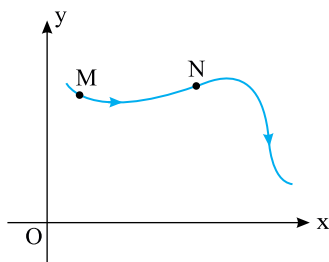
دوم حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۶

۱۲۶- معادله‌ی مکان- زمان متحرکی که روی محور X ها حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^3 - 6t^2 + 7$ است. شتاب متوسط در بازه‌ی

زمانی $t = \frac{1}{3}s$ تا $t = \frac{2}{3}s$ ، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۹ (۲) -۹ (۳) ۳ (۴) -۳

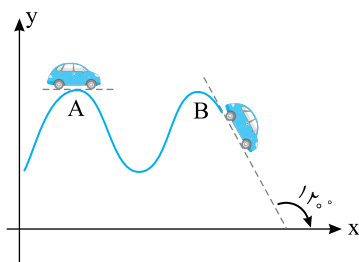


۱۲۷- در شکل روبه‌رو مسیر حرکت جسمی که در صفحه‌ی افقی XOY در حرکت است، رسم

شده است. کدام گزینه جهت تقریبی بردار شتاب متوسط جسم بین دو لحظه‌ی گذر از

نقاط M و N را درست نشان می‌دهد؟

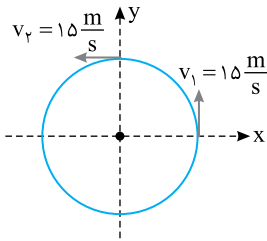
- (۱) \rightarrow
 (۲) \swarrow
 (۳) \nearrow
 (۴) \downarrow



۱۲۸- یک خودرو با سرعتی به بزرگی $5 \frac{m}{s}$ در مدت ۴s، از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B می‌رود.

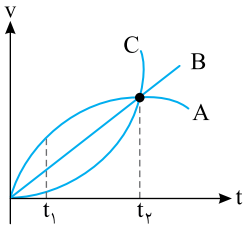
شتاب متوسط آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) $2/5$ (۲) $5\sqrt{3}$ (۳) صفر (۴) $1/25$



۱۲۹- ذره‌ای مطابق شکل، در صفحه‌ی xy ، روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند. در لحظه‌های $t_1 = 3s$ و $t_2 = 8s$ ، بردار سرعت ذره مطابق شکل، به ترتیب برابر \vec{v}_1 و \vec{v}_2 می‌باشد. بردار شتاب متوسط این ذره در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 ، در SI کدام است؟

- (۱) $3\vec{i} - 4\vec{j}$
 (۲) $3\sqrt{2}\vec{i} - 3\vec{j}$
 (۳) $-3\vec{i} - 3\vec{j}$
 (۴) $-3\vec{i} - 4\vec{j}$



۱۳۰- در شکل روبه‌رو نمودار سرعت- زمان سه متحرک که روی خط راست حرکت می‌کنند رسم شده است. در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 کدام گزینه درباره‌ی شتاب متوسط سه متحرک درست است؟

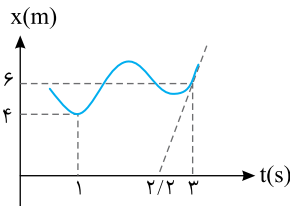
- (۱) $\bar{a}_A < \bar{a}_B < \bar{a}_C$
 (۲) $\bar{a}_A > \bar{a}_B > \bar{a}_C$
 (۳) $\bar{a}_A = \bar{a}_B = \bar{a}_C$
 (۴) $\bar{a}_B = 0, \bar{a}_A < 0, \bar{a}_B > 0$

۱۳۱- معادله‌ی حرکت ذره‌ای در SI به صورت $x = t^3 - 2t + 5$ است. اندازه‌ی سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = 3s$ چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۲۵ (۲) ۲۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲

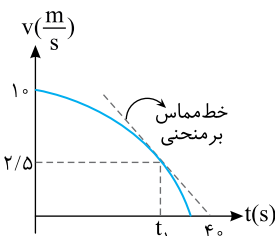
۱۳۲- معادله‌ی مکان متحرکی در SI ، $x = \frac{1}{5}t^3 + 2t + 2$ است. اندازه‌ی شتاب حرکت در لحظه‌ی $t = 2s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟

(۱) ۱/۱ (۲) ۲/۲ (۳) ۲/۴ (۴) ۴/۴



۱۳۳- نمودار مکان-زمان متحرکی که روی خط راست در حرکت است مطابق شکل روبه‌رو است. اندازه‌ی شتاب متوسط در بازه‌ی $t = 1s$ تا $t = 3s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۳/۷۵ (۲) ۱ (۳) ۷/۵ (۴) ۵



۱۳۴- در شکل روبه‌رو نمودار سرعت-زمان متحرکی که روی محور x ها در حرکت است رسم شده است. اگر در لحظه‌ی t_1 شتاب برابر شتاب متوسط در بازه‌ی 0 تا t_1 باشد، t_1 چند ثانیه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۵ (۴) ۲۰

۱۳۵- سرعت متحرکی که روی محور x ها در حرکت است در لحظه‌ی $t_1 = 1s$ برابر $10 \frac{m}{s}$ و در لحظه‌ی t_2 برابر $-15 \frac{m}{s}$ و در لحظه‌ی $t_3 = 7s$ برابر $40 \frac{m}{s}$ است. اگر شتاب متوسط در بازه‌ی t_1 تا t_2 هم‌اندازه‌ی شتاب متوسط در بازه‌ی t_1 تا t_3 باشد، t_2 چند ثانیه است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵/۵

۱۳۶- معادله‌ی شتاب متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت $a = 4t^2 + 3$ است. شتاب متوسط متحرک در ثانیه‌ی دوم حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۱۳ (۳) ۲۳/۳ (۴) ۳۷/۳

۱۳۷- معادله‌ی مکان متحرکی در SI به صورت $x = 2t^3 - 2t^2 + 2t$ است. در کدام یک از لحظات زیر (برحسب ثانیه) سرعت متحرک در حال کاهش است؟

- (۱) ۰/۲ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۵ (۴) ۱/۵

مکان، مسافت طی شده، جابه‌جایی و نوع حرکت در حرکت شتابدار روی خط راست

۱۳۸- معادله‌ی حرکت متحرکی که روی خط راست در حرکت است در SI به صورت $x = 2t^2 - 3t + 5$ می‌باشد. مکان متحرک در لحظه‌ی $t = 0/5s$ برحسب متر کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۴ (۴) ۴

- ۱۳۹- متحرکی روی محور x حرکت می‌کند. اگر $\frac{dx}{dt} > 0$ باشد، کدام گزینه درست است؟
- (۱) حرکت تندشونده است. (۲) حرکت کندشونده است.
 (۳) حرکت یکنواخت و در جهت مثبت محور x است. (۴) با توجه به شرایط هر کدام از سه حالت ممکن است.
- ۱۴۰- معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x = t^3 - 3t + 1$ است. در چه مکانی بر حسب متر، متحرک تغییر جهت می‌دهد؟
 (۱) -۱ (۲) +۱ (۳) +۲ (۴) -۲
- ۱۴۱- معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x = t^3 - 3t + 1$ است. مسافت طی‌شده در ثانیه‌ی دوم حرکت چند متر است؟
 (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) -۱ (۴) صفر
- ۱۴۲- معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x = t^3 - 3t + 1$ است. مسافت طی‌شده در دو ثانیه‌ی اول حرکت چند متر است؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۶
- ۱۴۳- اگر معادله‌ی حرکت متحرکی که روی خط راست در حرکت است در SI به صورت $x = 2t^3 + 3t$ باشد، مسافت طی شده در ثانیه‌ی دوم چند متر است؟
 (۱) ۵ (۲) ۱۷ (۳) ۲۲ (۴) ۲۷
- ۱۴۴- معادله‌ی مکان-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^3 - 6t$ است. در کدام بازه‌ی زمانی متحرک در جهت منفی محور در حال حرکت است؟
 (۱) $0 < t < 2$ (۲) $t > 2$ (۳) $t > \sqrt{2}$ (۴) $0 < t < \sqrt{2}$
- ۱۴۵- معادله‌ی مکان-زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت $x = 3t^3 - 6t + 8$ است. جابه‌جایی متحرک در دو ثانیه‌ی دوم حرکت چند متر است؟
 (۱) ۱۵۶ (۲) ۱۷۶ (۳) ۱۴ (۴) ۶
- ۱۴۶- معادله‌ی مکان-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^3 - 6t + 4$ است، سرعت متوسط متحرک در سه ثانیه‌ی دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟
 (۱) ۶۱ (۲) ۲۸ (۳) ۵۷ (۴) ۱۲۷
- ۱۴۷- معادله‌ی حرکت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^3 + 2t^2 - 4$ است. در کدام بازه‌ی زمانی، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟
 (۱) $0 < t < \frac{4}{3}$ (۲) $\frac{4}{3} < t < 2$ (۳) $t > 0$ (۴) هیچ‌کدام
- ۱۴۸- معادله‌ی حرکت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = -t^3 - 2t^2 - 4$ است. در کدام بازه‌ی زمانی، حرکت کندشونده است؟
 (۱) $0 < t < 1$ (۲) $t > 1$ (۳) $t > 0$ (۴) هرگز حرکت کندشونده نخواهد بود.
- ۱۴۹- معادله‌ی حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت $x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 - 4t$ است. متحرک چند بار تغییر جهت می‌دهد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۱۵۰- معادله‌ی حرکت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^3 - 3t^2 + 3t - 1$ است. متحرک چند بار تغییر جهت می‌دهد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۱۵۱- معادله‌ی حرکت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^3 - 3t^2 + 3t - 1$ است. بردار مکان آن چند بار تغییر جهت می‌دهد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۱۵۲- معادله‌ی سرعت متحرکی در SI به صورت $v = -6t^2 + 6t$ است. اگر حرکت متحرک در مسیر مستقیم بوده و مکان در لحظه‌ی $t = 1s$ نقطه‌ی $x = -2m$ باشد، معادله‌ی مکان کدام است؟
 (۱) $x = -12t + 6$ (۲) $x = -12t + 10$ (۳) $x = -3t^2 + 3t - 3$ (۴) $x = -2t^3 + 3t^2 - 3$
- (سوانسری ریاضی - ۸۶)

۱۵۳- معادله‌ی مکان-زمان جسمی در SI به صورت $x = -t^2 + 4t - 4$ است. در فاصله‌ی زمانی بین $t_1 = 0$ تا $t_2 = 4s$ ، مسافت طی شده توسط جسم چند متر است؟

(سراسری خارج از کشور تجربی-۸۸)

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۵۴- معادله‌ی مکان-زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^3 - 6t^2 + 9t - 8$ است. کدام گزینه درست است؟

- ۱) در $t = 2s$ بردار شتاب تغییر جهت می‌دهد. ۲) در $t = 1s$ بردار سرعت تغییر جهت می‌دهد.
 ۳) در $t = 4s$ حرکت تندشونده است. ۴) هر سه گزینه درست است.

۱۵۵- معادله‌ی سرعت-زمان متحرکی که روی محور X حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = 200 - 8t^2$ است. کدام گزینه درست است؟ ($t \geq 0$)

(سراسری خارج از کشور ریاضی-۹۱)

- ۱) بزرگی شتاب در حال کاهش است. ۲) از 0 تا 5 ثانیه حرکت تندشونده است.
 ۳) در لحظه‌ی $t = 5s$ جهت شتاب تغییر می‌کند. ۴) حرکت ابتدا در جهت محور X، سپس خلاف جهت محور X است.

۱۵۶- معادله‌ی حرکت جسمی که روی محور X حرکت می‌کند در SI به صورت $x = 3t^2 - t^3 + 1$ است. در بازه‌ی زمانی بین $t = 0$ تا $t = 2s$ ، جهت شتاب عوض نمی‌شود. جهت حرکت جسم تغییر نمی‌کند.

- ۱) جهت حرکت یک بار عوض می‌شود. ۲) جهت حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده می‌شود.
 ۳) جهت حرکت یک بار عوض می‌شود. ۴) حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده می‌شود.

۱۵۷- در حرکت متحرکی روی محور X، در صورتی که $\frac{d^2x}{dt^2} < 0$ باشد، نوع حرکت متحرک مطابق کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

(سراسری خارج از کشور ریاضی-۸۶)

- ۱) همواره تندشونده ۲) همواره کندشونده
 ۳) ابتدا تندشونده سپس کندشونده ۴) ابتدا کندشونده سپس تندشونده

۱۵۸- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) هرگاه جسم در جهت منفی محور از حال سکون شروع به حرکت کند، شتابش منفی است.
 ۲) در یک حرکت تندشونده روی خط راست، جابه‌جایی برابر مسافت طی شده است.
 ۳) در یک حرکت کندشونده، الزاماً شتاب حرکت منفی است.
 ۴) همواره در هر حرکتی مسافت طی شده بزرگ‌تر یا برابر مقدار جابه‌جایی است.

۱۵۹- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) در حرکت یکنواخت روی خط راست، سرعت متوسط بین هر دو لحظه‌ی دلخواه با سرعت لحظه‌ای برابر است.
 ۲) در حرکت با شتاب ثابت، آهنگ تغییرات سرعت ثابت است.
 ۳) در حرکت روی خط راست، سرعت متوسط بین دو لحظه، نصف مجموع سرعت‌ها در آن دو لحظه است.
 ۴) در رابطه‌ی $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ هرگاه Δt بسیار کوچک باشد، شتاب متوسط به شتاب لحظه‌ای نزدیک می‌شود.

معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست

۱۶۰- متحرکی با شتاب ثابت $\frac{4}{s^2} m$ در مدت $2s$ روی خط راست 20 متر جابه‌جا می‌شود. اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی آن چند متر بر ثانیه است؟

(سراسری)

- ۱) $\frac{2}{s}$ ۲) $\frac{4}{s}$ ۳) $\frac{6}{s}$ ۴) $\frac{12}{s}$

۱۶۱- متحرکی با شتاب ثابت $\frac{2}{s^2} m$ روی محور X حرکت می‌کند. اگر در مکان $x = -2/5 m$ سرعت آن برابر $\frac{2}{5} \frac{m}{s}$ باشد، سه ثانیه بعد از آن متحرک در فاصله‌ی چند متری مبدأ خواهد بود؟

- ۱) $\frac{16}{5}$ ۲) 14 ۳) $\frac{11}{5}$ ۴) 19

۱۶۲- معادله‌ی حرکت جسمی در SI به صورت $x = t^2 - 6t + 10$ است. در چه فاصله‌ای از مبدأ بر حسب متر، متحرک تغییر جهت می‌دهد؟

- ۱) 10 ۲) 6 ۳) 3 ۴) 1

۱۶۳- متحرکی روی خط راست، جابه‌جایی 24 متر را با شتاب ثابت $\frac{2}{s^2} m$ در مدت 4 ثانیه طی می‌کند. سرعت آن در پایان این مدت چند متر بر ثانیه است؟

- ۱) 8 ۲) 10 ۳) 12 ۴) 16

۱۶۴- معادله‌ی مکان- زمان متحرکی در SI که روی خط راست در حرکت است به صورت $x = 4t^2 - 4t + 12$ می‌باشد. در مدتی که حرکت متحرک کندشونده است، جابه‌جایی متحرک چند متر است؟

- (۱) -۴ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۶۵- معادله‌ی مکان- زمان متحرکی در SI به صورت $x = 2t^2 - 12t + 5$ است. مسافت طی شده در بازه‌ی زمانی از $t = 0$ تا لحظه‌ای که

سرعت متحرک $+4 \frac{m}{s}$ می‌شود چند متر است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۲۰

۱۶۶- معادله‌ی حرکت جسمی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت $x = 5t^2 - 3t + 1$ است. در چند متری مبدأ مکان، سرعت متحرک ۸ متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۵ (۲) $3/75$ (۳) $3/5$ (۴) $4/25$

۱۶۷- متحرکی که با شتاب ثابت در حرکت است در مبدأ زمان ($t = 0$) از نقطه‌ی M می‌گذرد و پس از ۵s از نقطه‌ی N در ۱۰۰ متری M

و ۳s بعد از نقطه‌ی P در فاصله‌ی ۹۰ متری M می‌گذرد. شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) $3/25$ (۲) $0/75$ (۳) $2/5$ (۴) ۲

۱۶۸- معادله‌ی مکان- زمان متحرکی روی محور X ها به صورت $x = t^2 - 3t + 5$ است. کدام گزینه درست است؟

- (۱) متحرک همواره دارای حرکت کندشونده است.
 (۲) متحرک همواره دارای حرکت تندشونده است.
 (۳) متحرک ابتدا دارای حرکت تندشونده و سپس دارای حرکت کندشونده است.
 (۴) متحرک ابتدا در جهت منفی محور و سپس در جهت مثبت حرکت می‌کند.

۱۶۹- جسمی از حال سکون با شتاب ثابت روی خط راست شروع به حرکت کرده و جابه‌جایی d را می‌پیماید. اگر $\frac{d}{9}$ اول مسیر را در مدت

t_1 و بقیه‌ی مسیر را در مدت t_2 پیموده باشد، نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{8}{9}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷۰- خودرویی که روی خط راست در حرکت است، ترمز کرده و با شتاب ثابت پس از جابه‌جایی X می‌ایستد. اگر این خودرو $\frac{21}{25}$ اول مسیر

توقفش را در مدت ۱۲s طی کرده باشد، کل مدت حرکت کندشونده‌ی آن چند ثانیه است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) $\frac{12}{5}\sqrt{7}$ (۴) ۲۵

۱۷۱- معادله‌ی حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^2 + t + 1$ است، بردار مکان آن چند بار تغییر جهت می‌دهد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷۲- معادله‌ی حرکت متحرکی که در مبدأ زمان روی محور X ها شروع به حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^2 + 3t - 4$ است، بردار

مکان آن چند بار تغییر جهت می‌دهد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷۳- معادله‌ی حرکت متحرکی که روی محور X ها حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^2 - 3t + 2$ است، بردار مکان آن چند بار تغییر

جهت می‌دهد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷۴- متحرکی روی محور X با شتاب ثابت در حرکت است و در مبدأ زمان، با سرعت $v = +3 \frac{m}{s}$ از مکان $x = +4m$ می‌گذرد. اگر متحرک

در لحظه‌ی $t = 4s$ در جهت مثبت محور X در بیش‌ترین فاصله‌ی خود از مبدأ باشد، در لحظه‌ی $t = 8s$ در چند متری مبدأ خواهد

بود؟ (سراسری خارج از کشور ریاضی-۹۰)

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۱۷۵- معادله‌ی سرعت زمان متحرکی که روی محور X ها در مبدأ زمان از مبدأ مکان شروع به حرکت کرده است در SI به صورت $v = 20 - 10t$

است. در ۳s آغازین حرکت بیش‌ترین فاصله‌ی متحرک از مبدأ چند متر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۱۵

- ۱۷۶- معادله‌ی سرعت- زمان متحرکی در SI به صورت $v = -2t + 8$ است. مسافت طی شده در ۸ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر است؟
 (۱) صفر (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴
- ۱۷۷- متحرکی روی محور X ها با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ در مدت ۲s، جابه‌جایی ۶+ متر را می‌پیماید. نوع حرکت متحرک در این مدت چگونه است؟
 (۱) تندشونده (۲) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده
 (۳) کندشونده (۴) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده
- ۱۷۸- متحرکی روی محور X ها با شتاب ثابت $3 \frac{m}{s^2}$ در مدت ۴s، جابه‌جایی ۱۶+ متر را می‌پیماید. نوع حرکت متحرک در این ۴ ثانیه چگونه است؟
 (۱) تندشونده (۲) کندشونده
 (۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده (۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده
- ۱۷۹- معادله‌ی مکان متحرکی که روی محور X حرکت می‌کند در SI به صورت $x = -5t^2 + 6t + 12$ است. در مورد جهت حرکت و نوع آن کدام مطلب درست است؟
 (۱) همواره در جهت محور و کندشونده (۲) ابتدا در جهت محور و کندشونده
 (۳) ابتدا در خلاف جهت محور و کندشونده (۴) همواره در خلاف جهت محور و کندشونده
- ۱۸۰- معادله‌ی حرکت جسمی که روی محور X حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -t^2 + 10t - 16$ است. در بازه‌ی زمانی ۶ تا ۷ ثانیه نوع حرکت و سوی حرکت متحرک کدام است؟
 (۱) کندشونده در سوی مثبت محور X (۲) کندشونده در سوی منفی محور X
 (۳) تندشونده در سوی منفی محور X (۴) تندشونده در سوی مثبت محور X
- ۱۸۱- متحرکی در مبدأ زمان با سرعت اولیه‌ی $-2 \frac{m}{s}$ و شتاب ثابت $3 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند و پس از ۴s با شتاب $-4 \frac{m}{s^2}$ حرکت خود را تا لحظه‌ی $t = 7s$ ادامه می‌دهد. جابه‌جایی متحرک از مبدأ زمان تا $t = 7s$ چند متر بوده است؟
 (۱) ۱۲ (۲) ۲۸ (۳) ۱۶ (۴) ۴۶
- ۱۸۲- خودرویی از حال سکون با شتاب ثابت a به حرکت در می‌آید. ابتدا به مدت ۸s با این شتاب حرکت کرده سپس به مدت ۸s با سرعت ثابت به حرکت ادامه داده سپس ترمز کرده و با شتاب ثابت $-4a$ می‌ایستد. اگر جابه‌جایی خودرو $104m$ باشد، اندازه‌ی شتاب a چند متر بر مجذور ثانیه است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- معادله‌ی مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت**
- ۱۸۳- سرعت متحرکی که با شتاب ثابت در حرکت است، در مدت ۱۵ دقیقه از $40 \frac{km}{h}$ به $60 \frac{km}{h}$ می‌رسد. در این مدت متحرک چند متر جابه‌جا شده است؟
 (۱) ۱۲۵۰۰ (۲) ۱۲/۵ (۳) ۱۵ (۴) ۱۵۰۰۰
- ۱۸۴- متحرکی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت فاصله‌ی ۸۰ متری از A تا B را در مدت ۸ ثانیه طی می‌کند و در لحظه‌ی رسیدن به نقطه‌ی B سرعتش به $15 \frac{m}{s}$ می‌رسد. شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟
 (سراسری ریاضی - ۸۹)
 (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$
- ۱۸۵- متحرکی با شتاب ثابت، جابه‌جایی ۴۸ متر را بر مسیر مستقیم بین دو لحظه‌ی t و $(t+3)$ ثانیه طی می‌کند و در پایان این مسیر سرعتش به $20 \frac{m}{s}$ می‌رسد. سرعت این متحرک در لحظه‌ی t چند متر بر ثانیه است؟
 (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶
- ۱۸۶- خودرویی با سرعت $72 \frac{km}{h}$ روی خط راست حرکت می‌کند. هنگامی که به ۴۵ متری یک مانع می‌رسد، راننده ترمز کرده و پس از ۳s به مانع برخورد می‌کند. اگر در مسیر توقف شتاب حرکت اتومبیل ثابت باشد، سرعت اتومبیل هنگام برخورد به مانع چند کیلومتر بر ساعت است؟
 (۱) ۱۰ (۲) ۱۸ (۳) ۳۶ (۴) ۵۴

۱۸۷- متحرکی بر مسیر مستقیم از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. ۲۰۰ متر اول را با شتاب ثابت و ۶۰۰ متر بعدی را با سرعت ثابت حرکت می‌کند. اگر کل مدت حرکت ۵۰ ثانیه باشد، بیش‌ترین سرعت متحرک چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲/۵ (۳) ۱۶ (۴) ۲۰

۱۸۸- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت بر روی خط راست به حرکت در می‌آید و پس از ۸s سرعتش به $20 \frac{m}{s}$ می‌رسد، سپس به مدت

۶s سرعتش به طور یکنواخت کاهش پیدا می‌کند تا به $5 \frac{m}{s}$ برسد. سرعت متوسط متحرک در ۱۰s اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۱/۵

۱۸۹- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت در می‌آید. پس از t ثانیه سرعتش به v می‌رسد و سپس به مدت ۲t ثانیه سرعتش

به‌طور یکنواخت کاهش می‌یابد تا به $\frac{1}{2}v$ برسد. کل جابه‌جایی متحرک برابر کدام گزینه‌ی زیر می‌باشد؟

- (۱) vt (۲) $\frac{2}{3}vt$ (۳) $\frac{3}{2}vt$ (۴) ۲vt

۱۹۰- جسمی با سرعت اولیه‌ی v و شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به حرکت در می‌آید و پس از ۶ ثانیه متوقف می‌شود. اگر جابه‌جایی در ۲

ثانیه‌ی اول x_1 و بقیه‌ی جابه‌جایی x_2 باشد، $\frac{x_2}{x_1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۹۱- متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ در حرکت است و در مدت ۸s سرعتش از v به $\frac{v}{3}$ می‌رسد، بزرگی جابه‌جایی این

متحرک در این ۸s چند متر بوده است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۳۲ (۳) ۱۲۸ (۴) ۲۶

۱۹۲- خودرویی با سرعت $\frac{v}{2}$ در حال حرکت است. خودروی دیگری با سرعت ثابت v از آن سبقت می‌گیرد. در این لحظه خودروی اول با

شتاب ثابت بر سرعت خود می‌افزاید تا مجدداً به خودروی دوم برسد. در این هنگام سرعت خودروی اول کدام است؟

- (۱) v (۲) ۲v (۳) $\frac{3}{2}v$ (۴) ۳v

معادله‌ی سرعت- مکان (مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت

۱۹۳- متحرکی در جهت مثبت محور x ها با شتاب ثابت ۲ متر بر مجذور ثانیه حرکت می‌کند. در لحظه‌ای که سرعت متحرک $5 \frac{m}{s}$ است،

فاصله‌ی آن از مبدأ ۳m می‌باشد. در لحظه‌ای که سرعت متحرک به ۷ متر بر ثانیه می‌رسد، فاصله‌ی آن از مبدأ چند متر است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۱۸ (۳) ۹ (۴) ۶

۱۹۴- خودرویی که با سرعت v روی خط راست در حرکت است با شتاب a ترمز می‌کند و پس از t ثانیه و پیمودن مسافت x می‌ایستد،

اگر خودرو با سرعت ۲v در حرکت باشد و شتاب ترمز ۲a باشد، مدت توقف و مسافت پیموده شده در این مدت کدام است؟

- (۱) x, t (۲) x, ۲t (۳) ۲x, t (۴) ۲x, ۲t

۱۹۵- سرعت متحرکی با شتاب ثابت پس از طی مسافت x از v به ۵v می‌رسد. سرعت این متحرک پس از پیمودن x دیگر، به چند v می‌رسد؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۶

۱۹۶- متحرکی با شتاب ثابت از حال سکون به راه می‌افتد و در جابه‌جایی x سرعتش به $10 \frac{m}{s}$ می‌رسد، سرعت این متحرک در گذر از وسط

مسیر چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۵ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) $5\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $5\sqrt{3}$

۱۹۷- متحرکی با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه از نقطه‌ی A به حرکت در می‌آید. متحرک در ادامه‌ی مسیر به نقطه‌ی B و سپس C

می‌رسد و فاصله‌ی ۱۲۰ متری BC را در مدت ۱۰ ثانیه طی می‌کند. اگر سرعت متحرک در نقطه‌ی C، $20 \frac{m}{s}$ باشد، فاصله‌ی بین A

و B چند متر است؟ (سراسری خارج از کشور ریاضی- ۸۹)

- (۱) ۲/۵ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۲/۵

۱۹۸- متحرکی روی محور x ها از مکان $x_0 = 15m$ با سرعت اولیه‌ی $8 \frac{m}{s}$ و شتاب ثابت به حرکت درمی‌آید. اگر در مکان $x = 18/5m$

سرعت آن به $6 \frac{m}{s}$ برسد، معادله‌ی مکان- زمان این متحرک در SI کدام است؟

$$x = 2t^2 + 8t + 15 \quad (1) \quad x = -4t^2 + 8t + 15 \quad (2) \quad x = 4t^2 + 8t + 15 \quad (3) \quad x = -2t^2 + 8t + 15 \quad (4)$$

۱۹۹- خودرویی با سرعت $90 \frac{km}{h}$ در حرکت است. راننده ناگهان مانعی را در فاصله‌ی 80 متری خود می‌بیند و ترمز می‌کند. اگر زمان تأخیر

در واکنش راننده $0.4s$ باشد و اندازه‌ی شتاب کند شونده‌ی خودرو در حین ترمز $5 \frac{m}{s^2}$ باشد، خودرو
 (سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۶)

(۱) در $7/5$ متری مانع می‌ایستد.

(۲) به مانع برخورد می‌کند.

(۳) در فاصله‌ی 10 متری مانع می‌ایستد.

(۴) در لحظه‌ی رسیدن به مانع متوقف می‌شود.

۲۰۰- در یک حرکت با شتاب ثابت در کدام بازه‌ی زمانی تغییر سرعت، بزرگی جابه‌جایی بیش‌تر است؟

(۱) تغییر سرعت از $4 \frac{m}{s}$ به $8 \frac{m}{s}$

(۲) تغییر سرعت از $4 \frac{m}{s}$ به $-4 \frac{m}{s}$

(۳) تغییر سرعت از $-4 \frac{m}{s}$ به $-8 \frac{m}{s}$

(۴) در هر سه یکسان است.

۲۰۱- در یک حرکت با شتاب ثابت در کدام بازه‌ی زمانی تغییر سرعت، مسافت طی شده بیش‌تر است؟

(۱) تغییر سرعت از $4 \frac{m}{s}$ به $8 \frac{m}{s}$

(۲) تغییر سرعت از $-4 \frac{m}{s}$ به $-8 \frac{m}{s}$

(۳) تغییر سرعت از $-4 \frac{m}{s}$ به $-8 \frac{m}{s}$

(۴) در هر سه یکسان است.

۲۰۲- متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت از مکان‌های $x_1 = 4m$ و $x_2 = 16m$ به ترتیب با سرعت‌های $7 \frac{m}{s}$ و $5 \frac{m}{s}$ می‌گذرد. این

متحرک در مبدأ زمان از مکان $x_0 = 10/5m$ گذشته است. به ترتیب از راست به چپ شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه و بزرگی

سرعت اولیه‌ی آن چند متر بر ثانیه است؟

(۱) $5, 1$

(۲) $-1, 5$

(۳) $-1, 6$

(۴) $6, 1$

۲۰۳- خودرویی از حال سکون با شتاب ثابت a_1 در مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند. بعد از مدتی، ادامه‌ی مسیر را در همان جهت با

شتاب ثابت a_2 طی می‌کند تا بایستد. اگر مسافت طی شده در مرحله‌ی اول 4 برابر مسافت طی شده در مرحله‌ی دوم باشد، اندازه‌ی

a_2 چند برابر a_1 است؟

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۸)

(۱) 2

(۲) 4

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{4}$

۲۰۴- خودرویی از حال سکون با شتاب a شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی با شتاب $2a$ متوقف می‌گردد. مسافتی که خودرو در

مرحله‌ی کندشونده طی کرده چند برابر مسافتی است که در مرحله‌ی تندشونده طی کرده است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) 2

(۴) 4

۲۰۵- معادله‌ی سرعت- مکان متحرکی که روی خط راست در حرکت است در SI به صورت $v = 5\sqrt{x}$ است. شتاب این متحرک در مکان

$x = +1m$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟

(۱) 5

(۲) $12/5$

(۳) 25

(۴) $2/5$

معادله سرعت - زمان و سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست

۲۰۶- جسمی با سرعت اولیه‌ی $20 \frac{m}{s}$ با شتاب ثابت روی خط راست پس از مدت t متوقف می‌گردد. سرعت متوسط جسم در این مدت کدام است؟

(۱) $10t$

(۲) 10

(۳) $15t$

(۴) 15

۲۰۷- سرعت متوسط خودرویی که از حال سکون با شتاب ثابت $1/8 \frac{m}{s^2}$ به حرکت در می‌آید، در 10 ثانیه‌ی اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

(۱) $4/5$

(۲) 9

(۳) 18

(۴) $22/5$

۲۰۸ - متحرکی با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ روی خط راست از نقطه‌ی M در مدت Δs به نقطه‌ی N می‌رود. در لحظه‌ی گذر از نقطه‌ی N سرعتش

$20 \frac{m}{s}$ است، پاره‌خط MN چند متر و سرعت گذر از نقطه‌ی M چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۰، ۱۵۰ (۲) ۱۵، ۱۵۰ (۳) ۲۰، ۷۵ (۴) ۱۰، ۷۵

۲۰۹ - معادله‌ی سرعت جسمی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت $v = 2t - 4$ است. سرعت متوسط و تغییر مکان جسم در بازه‌ی زمانی یک تا دو ثانیه به ترتیب چند متر بر ثانیه و چند متر است؟

- (۱) -۱، -۱ (۲) -۳، -۳ (۳) ۱، ۱ (۴) ۳، ۳

۲۱۰ - متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند. سرعت متوسط متحرک در کل مسیر $\frac{2}{3}$ سرعت نهایی است. کدام گزینه در مورد این جسم درست است؟

(۱) حرکت کندشونده و سرعت اولیه، $\frac{1}{3}$ سرعت نهایی است. (۲) حرکت کندشونده و سرعت اولیه، $\frac{2}{3}$ سرعت متوسط است.

(۳) حرکت تندشونده و سرعت اولیه، $\frac{1}{3}$ سرعت نهایی است. (۴) حرکت تندشونده و بدون سرعت اولیه است.

۲۱۱ - متحرکی روی خط راست از حال سکون شروع به حرکت کرده و سرعت متوسط آن در t ثانیه‌ی اول، دوم و سوم حرکت به ترتیب ۴ و ۶ و ۶ متر بر ثانیه می‌باشد. اگر نوع حرکت متحرک با شتاب ثابت یا یکنواخت باشد، در مراحل اول، دوم و سوم ذکر شده، نوع حرکت به ترتیب کدام است؟

(۱) تندشونده، یکنواخت، تندشونده (۲) تندشونده، یکنواخت، یکنواخت

(۳) تندشونده، کندشونده، تندشونده (۴) تندشونده، کندشونده، کندشونده

۲۱۲ - متحرکی با شتاب ثابت روی محور Xها در حرکت است و در زمان‌های $t_1 = 3s$ ، $t_2 = 7s$ و $t_3 = 9s$ به ترتیب از مکان‌های $X_1 = 15m$ ،

$X_2 = 35m$ و $X_3 = 65m$ می‌گذرد. شتاب حرکت این متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۶

جابه‌جایی در ثانیه‌ی t ام در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست

۲۱۳ - خودرویی از حالت سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. اگر مسافت طی شده در ثانیه‌ی اول $\frac{2}{5}$ متر باشد، در ثانیه‌ی دوم حرکت، مسافت طی شده چند متر است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{7}{5}$ (۴) ۱۰

۲۱۴ - خودرویی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند. این خودرو در ثانیه‌ی پنجم حرکت خود $56m$ و در ثانیه‌ی ششم حرکت خود $59m$ را می‌پیماید. در این صورت شتاب و سرعت اولیه‌ی خودرو به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI می‌باشند؟

- (۱) $\frac{42}{5}$ ، ۳ (۲) ۲۹، ۶ (۳) $\frac{42}{5}$ ، -۳ (۴) ۶، -۲۹

۲۱۵ - متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت در حرکت است و در هر ثانیه، $\frac{2}{5}$ متر بیش‌تر از ثانیه‌ی قبل جابه‌جا می‌شود. شتاب متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{1}{25}$ (۴) قابل محاسبه نیست.

۲۱۶ - متحرکی که با سرعت v روی خط راست در حرکت است، ترمز کرده با شتاب ثابت پس از $6s$ می‌ایستد، اگر در ثانیه‌ی چهارم مسیر توقفش جابه‌جایی متحرک یک متر بیش‌تر از جابه‌جایی آن در ثانیه‌ی آخر حرکتش باشد، v چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۷ - متحرکی با شتاب ثابت $6 \frac{m}{s^2}$ با حرکت تندشونده در جهت مثبت محور Xها در مبدأ زمان از مکان $+4m$ می‌گذرد و جابه‌جایی ۲۸

متر را در ثانیه‌ی سوم حرکتش طی می‌کند. مکان جسم در لحظه‌ی $t = 5s$ در چند متری مبدأ است؟

- (۱) ۶۵ (۲) ۱۴۴ (۳) ۸۴ (۴) ۷۲

جابه‌جایی در مدت n ثانیه از کل مدت t ثانیه

۲۱۸ - متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت در ۳ ثانیه‌ی اول حرکتش جابه‌جایی ۳۰ متر و در ۳ ثانیه‌ی بعدی حرکتش جابه‌جایی ۴۸ متر را می‌پیماید. شتاب حرکت آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۱۹- متحرکی روی خط راست از حال سکون و با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیه‌ی دوم حرکت برابر 54m باشد، سرعت متوسط آن در ۳ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر بر ثانیه بوده است؟

- (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴) $5/4$

۲۲۰- متحرکی در ۲ ثانیه‌ی اول حرکت شتابدار خود جابه‌جایی 30 متر و در ۲ ثانیه‌ی سوم حرکت شتابدار خود جابه‌جایی 50 متر را طی می‌کند. در این صورت.....

- (۱) متحرک دارای سرعت اولیه و شتاب حرکت $2/5$ متر بر مجذور ثانیه است.
 (۲) متحرک دارای سرعت اولیه و شتاب حرکت 5 متر بر مجذور ثانیه است.
 (۳) متحرک بدون سرعت اولیه و شتاب حرکت $2/5$ متر بر مجذور ثانیه است.
 (۴) متحرک بدون سرعت اولیه و شتاب حرکت 5 متر بر مجذور ثانیه است.

۲۲۱- خودرویی که روی خط راست حرکت می‌کند، ترمز کرده و در ۲ ثانیه‌ی اول مسیر توقفش 54 متر و در ۲ ثانیه‌ی سوم 38 متر را می‌پیماید. مسافت طی شده‌ی این خودرو از لحظه‌ی ترمز تا توقف چند متر است؟

- (۱) $21/25$ (۲) 114 (۳) $420/5$ (۴) $210/25$

۲۲۲- معادله‌ی سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = -2t + 4$ است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیه‌ی سوم چند متر است؟

- (۱) 15 (۲) 12 (۳) 18 (۴) 24

حرکت دو جسم با شتاب ثابت روی خط راست

۲۲۳- دو متحرک از حال سکون با شتاب‌های a_1 و $a_2 = \frac{9}{4}a_1$ هم‌زمان از یک نقطه به سوی مقصدی معین به حرکت در می‌آیند و با فاصله‌ی

زمانی 4 ثانیه به مقصد می‌رسند. زمان حرکت جسمی که زودتر می‌رسد، چند ثانیه است؟

- (۱) 5 (۲) 6 (۳) 8 (۴) 9

۲۲۴- دو اتومبیل در یک مسیر خلاف جهت هم در حرکت‌اند. سرعت اولی $20 \frac{m}{s}$ و سرعت دومی $30 \frac{m}{s}$ است. در لحظه‌ای که اتومبیل‌ها به

250 متری هم می‌رسند، هر دو ترمز می‌کنند. اولی با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ سرعت خود را کم می‌کند. دومی حداقل با چه شتابی در SI سرعت

خود را کم کند تا اتومبیل‌ها تصادف نکنند؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 5

۲۲۵- دو متحرک روی یک خط راست به طرف یک‌دیگر در حرکت هستند. در زمانی که فاصله‌ی آن‌ها 1125 متر است، سرعت متحرک اول

$10 \frac{m}{s}$ و تندشونده و سرعت متحرک دوم $20 \frac{m}{s}$ و آن هم تندشونده است. اگر شتاب متحرک اول $2 \frac{m}{s^2}$ و شتاب متحرک دوم $4 \frac{m}{s^2}$

باشد، پس از چند ثانیه به یک‌دیگر می‌رسند؟

- (۱) 15 (۲) $19/4$ (۳) 25 (۴) $37/5$

۲۲۶- متحرک A از حال سکون روی خط راست از نقطه‌ی O با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند، $5s$ بعد از همان نقطه متحرک

B با سرعت ثابت $30 \frac{m}{s}$ می‌گذرد. در کدام لحظه‌ی پس از شروع حرکت متحرک A برحسب ثانیه، دو متحرک در مسیر حرکت

خود در کنار هم هستند؟ ($\sqrt{3} = 1/7$)

- (۱) $6/5$ (۲) $23/5$ (۳) 15 (۴) گزینه‌های (۱) و (۲)

۲۲۷- خودروهای A و B هم‌زمان و از یک نقطه، اولی با سرعت ثابت $8 \frac{m}{s}$ و دومی با سرعت $4 \frac{m}{s}$ و شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ و به صورت

تندشونده، بر روی یک خط راست شروع به حرکت می‌کنند. در لحظه‌ای که دو خودرو به هم می‌رسند، سرعت خودروی B چند برابر سرعت خودروی A است؟

- (۱) $1/8$ (۲) $1/5$ (۳) 6 (۴) $1/2$

۲۲۸- متحرکی در مبدأ زمان از مبدأ مکان از حال سکون با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. ۳s پس از آن، متحرک دیگری با

سرعت $15 \frac{m}{s}$ در همان جهت با همان شتاب از مبدأ مکان می‌گذرد. کدام گزینه درست است؟

(۱) دو متحرک ابتدا به هم نزدیک و سپس از هم دور می‌شوند. (۲) ابتدا فاصله‌ی بین آن‌ها کم سپس ثابت می‌ماند.

(۳) ابتدا فاصله‌ی بین آن‌ها زیاد سپس کم می‌شود. (۴) ابتدا فاصله‌ی بین آن‌ها زیاد سپس ثابت می‌ماند.

۲۲۹- دو متحرک A و B از یک نقطه بدون سرعت اولیه در یک مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کنند. اگر شتاب متحرک A، ۴ برابر شتاب متحرک B باشد، در یک جابه‌جایی مساوی، سرعت متوسط متحرک A چند برابر سرعت متوسط متحرک B است؟ (سراسری خارج از کشور ریاضی-۹۲)

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۴

۲۳۰- دو متحرک از حال سکون با شتاب‌های $2 \frac{m}{s^2}$ و $8 \frac{m}{s^2}$ از نقطه‌ی A در مسیر مستقیم به مقصد نقطه‌ی B هم‌زمان به حرکت درمی‌آیند.

اگر اختلاف زمانی رسیدن آن‌ها به مقصد ۳ ثانیه باشد، AB چند متر است؟ (سراسری خارج از کشور ریاضی-۸۵)

(۱) ۳۶ (۲) ۴۸ (۳) ۵۴ (۴) ۷۲

۲۳۱- در یک مسیر مستقیم خودرویی با سرعت $20 \frac{m}{s}$ در حرکت است. ۳۶ متر جلوتر، خودروی دیگری با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ از حال سکون

در همان جهت به راه می‌افتد. در این حرکت خودروها دوبار از هم سبقت می‌گیرند. فاصله‌ی زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟

(۱) ۲ (۲) ۱۰ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۲۳۲- متحرک A از حال سکون با شتاب ثابت از نقطه‌ی O شروع به حرکت می‌کند، هم‌زمان متحرک B از همان نقطه در همان جهت با

سرعت ثابت $10 \frac{m}{s}$ می‌گذرد، هنگام گذر متحرک A از کنار متحرک B، سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۳۰ (۴) قابل محاسبه نیست.

۲۳۳- آخرین واگن قطاری که در حال حرکت یکنواخت است، ناگهان از قطار جدا می‌شود و قطار با همان سرعت به راه خود ادامه می‌دهد. نسبت مسافتی که واگن تا ایستادن می‌پیماید به مسافتی که قطار در این مدت طی می‌کند، کدام است؟ (SI)

(۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۱

۲۳۴- یک کامیون با شتاب ثابت $2/2 \frac{m}{s^2}$ از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و در همان لحظه با یک فاصله‌ی مکانی، اتومبیلی با شتاب

ثابت $3/5 \frac{m}{s^2}$ پشت سر کامیون از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از این که کامیون $9/9$ متر را طی می‌کند، اتومبیل از آن

سبقت می‌گیرد. سرعت اتومبیل در لحظه‌ی سبقت چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۷ (۲) $10/5$ (۳) $11/5$ (۴) ۱۴

۲۳۵- دو متحرک هم‌زمان و هم‌جهت از یک نقطه با سرعت v می‌گذرند. اولی با شتاب a و دومی با شتاب -a. هنگامی که دومی متوقف می‌شود، اولی در چه فاصله‌ای از آن است؟

(۱) $\frac{v^2}{2a}$ (۲) $\frac{v^2}{a}$ (۳) $\frac{2v^2}{a}$ (۴) $\frac{2v}{a}$

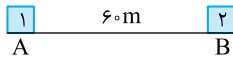
۲۳۶- خودروی A با سرعت ثابت v روی خط راست به سوی خودروی ساکن B می‌رود. هنگامی که فاصله‌ی آن از متحرک B، ۲۵ متر است،

خودروی B با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند، کم‌ترین مقدار v چند متر بر ثانیه باشد تا خودروی A به خودروی B برسد؟

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۵ (۴) ۸

۲۳۷- در شکل روبه‌رو متحرک (۱) با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ از حال سکون شروع به حرکت کرده است. هم‌زمان با آن، متحرک (۲) با سرعت

$6 \frac{m}{s}$ از نقطه‌ی B می‌گذرد و با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ از سرعت خود می‌کاهد تا متوقف شود. دو متحرک



پس از چند ثانیه از کنار هم می‌گذرند؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) $\sqrt{51}$

آزمون ۲

۱- معادله‌ی حرکت جسمی که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^3 - 5t - 1$ است. شتاب متوسط آن در ثانیه‌ی سوم حرکتش چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲- در حرکت روی خط راست کدام گزینه درست است؟

- (۱) جهت بردار سرعت ثابت است. (۲) همواره اندازه‌ی جابه‌جایی و مسافت طی شده یکی است.
(۳) همواره بردار سرعت و بردار شتاب هم‌راستا هستند. (۴) اندازه‌ی شتاب همواره در حال تغییر است.

۳- معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x = t^3 - 3t$ است. اندازه‌ی جابه‌جایی متحرک در ثانیه‌ی چهارم حرکت چند برابر اندازه‌ی جابه‌جایی آن در ثانیه‌ی اول است؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۱۳ (۳) صفر (۴) ۵۲

۴- معادله‌ی حرکت جسمی که روی خط راست در حرکت است در SI به صورت $x = 2t^2 - 3t - 8$ می‌باشد. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) متحرک همواره در جهت مثبت محور در حرکت است. (۲) بردار مکان حتماً تغییر جهت می‌دهد.
(۳) متحرک در ابتدا در حال حرکت به سمت مبدأ است. (۴) متحرک در مکان‌های مثبت تغییر جهت می‌دهد.

۵- دوچرخه‌سواری با سرعت $30 \frac{km}{h}$ بر مسیر دایره‌ای در حرکت است. در این صورت
(۱) شتاب حرکت صفر است.

- (۲) مسافت طی شده در هر دقیقه، ۵۰۰ متر است.
(۳) سرعت متوسط در هر بازه‌ی زمانی هم‌اندازه‌ی سرعت لحظه‌ای است.
(۴) جابه‌جایی در هر بازه‌ی زمانی برابر مسافت طی شده است.

۶- معادله‌ی سرعت- زمان متحرکی در SI که روی محور xها در حرکت است به صورت $v = t^2 - 2t - 3$ است. در کدام بازه‌ی زمانی متحرک در جهت منفی محور در حرکت بوده است؟

- (۱) $1 < t < 3$ (۲) $-1 < t < 3$ (۳) $0 < t < 3$ (۴) $t > 3$

۷- معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x = t^2 + t + 1$ است. در چه لحظه‌ای بردار مکان تغییر جهت می‌دهد؟

- (۱) ۱s (۲) ۰/۵s (۳) ۴s (۴) هیچ‌کدام

۸- اتومبیلی که روی خط راست در حرکت است ناگهان ترمز می‌کند و بعد از مدتی می‌ایستد. اگر این اتومبیل در ۱/۵s آخر حرکتش ۹ متر جابه‌جا شده باشد، اندازه‌ی شتاب توقف آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۹

۹- متحرکی در مدت t ثانیه با شتاب ثابت روی خط راست بدون سرعت اولیه جابه‌جایی x را طی می‌کند. چه مدت طول می‌کشد تا این متحرک جابه‌جایی ۳x را طی کند؟

- (۱) ۳t (۲) $\frac{t}{3}$ (۳) $\sqrt{3t}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}t$

۱۰- معادله‌ی مکان- زمان متحرکی در SI به صورت $x = -2t^2 + 8t + 10$ است. در بازه‌ی ۰ تا ۳s حرکت آن چگونه است؟

- (۱) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده (۲) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده
(۳) همواره تندشونده (۴) همواره کندشونده

- ۱۱- معادله‌ی حرکت جسمی در SI به صورت $x = (t-2)^3 + 8$ است. این متحرک در چه مکانی تغییر جهت می‌دهد؟
 (۱) $x = +8m$ (۲) $x = -6m$ (۳) $x = +2m$ (۴) تغییر جهت نمی‌دهد.
- ۱۲- متحرکی با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ روی محور x ها حرکت می‌کند. اگر در مکان $x = -3m$ سرعت آن $1/5 \frac{m}{s}$ باشد، چهار ثانیه پس از آن، متحرک در فاصله‌ی چند متری مبدأ خواهد بود؟
 (۱) ۲۲ (۲) ۱۹ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵
- ۱۳- اتومبیلی حین حرکت روی خط راست با شتاب ثابت ترمز کرده و پس از ۹s متوقف می‌شود. اگر مسافت طی شده در ۶s اول d_1 و در ۳ ثانیه‌ی بعدی d_2 باشد، $\frac{d_1}{d_2}$ کدام است؟
 (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۶
- ۱۴- در یک حرکت با شتاب ثابت روی خط راست سرعت متوسط در ثانیه‌ی دوم حرکت $8 \frac{m}{s}$ و در ثانیه‌ی چهارم حرکت $16 \frac{m}{s}$ است. شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟
 (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱
- ۱۵- ذره‌ای با شتاب ثابت روی محور x ها حرکت می‌کند و در لحظه‌ی $t = 3s$ از مکان $x = +5m$ در جهت مثبت می‌گذرد و در $t = 7s$ دارای بیشینه مکان مثبت است. در لحظه‌ی $t = 1s$ در چه مکانی قرار می‌گیرد؟
 (۱) $x = 0$ (۲) $x = +5m$ (۳) $x = -5m$ (۴) قابل محاسبه نیست.
- ۱۶- معادله‌ی مکان- زمان جسمی که در مبدأ زمان ($t = 0$) از مبدأ مکان شروع به حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = \frac{t^3}{3} - \frac{7}{2}t^2 + 10t$ است. در بازه‌ی زمانی $t = 1s$ تا $t = 3s$ مسافت طی شده چند متر است؟
 (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{19}{3}$ (۴) $\frac{16}{3}$
- ۱۷- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست در ثانیه‌ی اول حرکتش $5m$ و در دو ثانیه‌ی دوم حرکتش $18m$ را می‌پیماید. شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟
 (۱) $1/2$ (۲) $0/4$ (۳) $0/8$ (۴) $1/6$
- ۱۸- معادله‌ی سرعت- مکان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x ها در حرکت است در SI به صورت $v = \frac{-\sqrt{-2x}}{4}$ است. کدام گزینه درباره‌ی حرکت این متحرک درست است؟
 (۱) کندشونده در جهت منفی محور در مکان‌های منفی
 (۲) کندشونده در جهت مثبت محور در مکان‌های مثبت
 (۳) تندشونده در جهت مثبت محور در مکان‌های مثبت
 (۴) تندشونده در جهت منفی محور در مکان‌های منفی
- ۱۹- دو خودرو در یک جاده‌ی مستقیم در یک جهت با سرعت ثابت در حرکت هستند. سرعت خودروی عقبی $40 \frac{m}{s}$ و خودروی جلویی $10 \frac{m}{s}$ است. در فاصله‌ی ۲۰۰ متری از هم خودروی عقبی ترمز می‌کند. کمینه شتاب خودرو چند متر بر مجذور ثانیه باشد تا به خودروی جلویی برخورد نکند؟
 (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$
- ۲۰- رابطه‌ی شتاب- زمان متحرکی در SI به صورت $a = 1/2t - 5$ است و متحرک در $t = 0$ ساکن است. در لحظه‌ی $t = 10s$ سرعت متحرک چند متر بر ثانیه است؟
 (۱) ۱۰ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۳۲