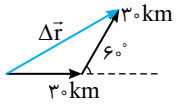
پاسخ تشریحی آزمون فصل اول

۱- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل، اندازه‌ی بردار جابه‌جایی برابر است با:



$$|\Delta\vec{r}| = ۲\times ۳۰\times \cos\frac{۶۰^\circ}{۲} = ۳۰\sqrt{۳}\,km$$

A ۲- گزینه‌ی ۳ سرعت متوسط در کل مسیر حرکت برابر است با:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۵۴-۴}{۱۰} = ۵\,\frac{m}{s}$$

سرعت متوسط در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت برابر است با:

$$\bar{v}' = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۲-۴}{۴} = ۲\,\frac{m}{s}$$

بنابراین:

$$\frac{\bar{v}}{\bar{v}'} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

A ۳- گزینه‌ی ۱ ابتدا فاصله‌ی بین دو شهر را به کمک سرعت نسبی به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = (v_۱ + v_۲)t \Rightarrow \Delta x = (۲۰+۳۰)\times ۱/۵ \Rightarrow \Delta x = ۷۵km$$

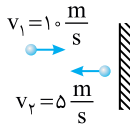
در این صورت زمان حرکت اتومبیل کندرو خواهد شد:

$$t_۱ = \frac{\Delta x}{v_۱} \Rightarrow t_۱ = \frac{۷۵}{۲۰} \Rightarrow t_۱ = ۳/۷۵\,h = ۳\,h \text{ و } ۴۵\,min$$

A ۴- گزینه‌ی ۴ در هر دو بازه‌ی زمانی جابه‌جایی‌ها یکسان است.

$$\Delta x_۱ = \Delta x_۲ \Rightarrow ۱۰t = ۶(t+۲) \Rightarrow ۴t = ۱۲ \Rightarrow t = ۳\,s \quad , \quad \Delta x = vt \Rightarrow \Delta x = ۱۰\times ۳ = ۳۰\,m$$

۵- گزینه‌ی ۴ جهت چپ به راست را مثبت می‌گیریم، ابتدا باید بزرگی تفاضل دو بردار را به‌دست آوریم.

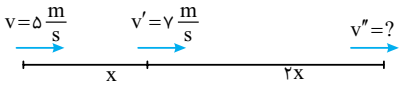


$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_۲ - \vec{v}_۱ \Rightarrow |\Delta\vec{v}| = |-۵-۱۰| = ۱۵\,\frac{m}{s}$$

حال شتاب متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{a} = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{۱۵}{۰/۲} = ۷۵\,\frac{m}{s^۲}$$

۶- گزینه‌ی ۳ معادله‌ی سرعت- مکان را در قسمت اول می‌نویسیم.

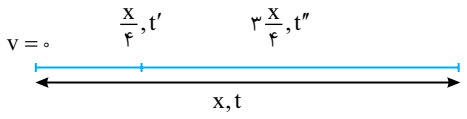


$$v'^۲ - v^۲ = ۲ax \Rightarrow ۴۹-۲۵ = ۲ax \Rightarrow ax = ۱۲$$

اکنون برای قسمت دوم نیز معادله‌ی سرعت- مکان را نوشته از قسمت اول در آن جایگذاری می‌کنیم.

$$v''^۲ - v'^۲ = ۲a(۲x) \Rightarrow v''^۲ - ۴۹ = ۴ax \Rightarrow v''^۲ - ۴۹ = ۴\times ۱۲ \Rightarrow v''^۲ = ۴۹+۴۸ = ۹۷ \Rightarrow v'' = \sqrt{۹۷}\,\frac{m}{s}$$

B ۷- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل روبه‌رو و معادله‌ی مکان- زمان حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{۱}{۲}at^۲ \\ \frac{x}{۴} = \frac{۱}{۲}at'^۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x}{\frac{x}{۴}} = \frac{t^۲}{t'^۲} \Rightarrow ۴ = \frac{t^۲}{t'^۲} \Rightarrow t' = \frac{t}{۲}$$

دقت کنید که همواره قسمت اول مسیر را که در آن سرعت اولیه صفر است، با تمام مسیر مقایسه می‌کنیم:

$$t'' = t - t' \Rightarrow t'' = t - \frac{t}{۲} = \frac{t}{۲}$$

A **۸- گزینه‌ی ۳** جابه‌جایی متحرک با شتاب ثابت روی خط راست در ثانیه‌ی t ام حرکتش برابر است با:

$$\Delta x_{(t)}=\frac{1}{2}a(2t-1)+v_0 \Rightarrow \frac{\Delta x_{(3)}}{\Delta x_{(1)}}=\frac{\frac{1}{2}a(2\times3-1)+0}{\frac{1}{2}a(2\times1-1)+0} \Rightarrow \frac{\Delta x_{(3)}}{\Delta x_{(1)}}=5$$

A **۹- گزینه‌ی ۳** باید معادله‌ی حرکت دو متحرک را برابر قرار دهیم.

$$x_1=\frac{1}{2}at_1^2+v_0t_1+x_0 \Rightarrow x_1=\frac{1}{2}(2)t_1^2 \Rightarrow x_1=(t_2+5)^2 \quad , \quad x_2=vt_2+x_0 \Rightarrow x_2=5t_2$$

$$x_1=x_2 \Rightarrow t_2^2+10t_2+25=5t_2 \Rightarrow t_2^2+5t_2+25=0 \Rightarrow t_2=\frac{-5\pm\sqrt{25-100}}{2}$$

معادله جوابی ندارد و دو متحرک به هم نمی‌رسند. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

A **۱۰- گزینه‌ی ۱** با مشتق‌گیری معادله‌ی سرعت- زمان را به دست آورده و آن‌را تعیین علامت می‌کنیم.

$$v=-2t+6 \xrightarrow{v=0} t=3s \Rightarrow \begin{cases} 0<t<3 \Rightarrow v>0 \\ t>3 \Rightarrow v<0 \end{cases} \xrightarrow{a=-2\frac{m}{s^2}} \begin{cases} 0<t<3, av<0 & \text{کندشونده} \\ t>3, av>0 & \text{تندشونده} \end{cases}$$

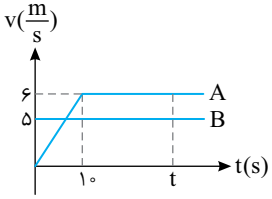
A **۱۱- گزینه‌ی ۱** میزان کاهش سرعت در هر ثانیه، ۱/۶ متر بر ثانیه است، یعنی شتاب حرکت $-1/6\frac{m}{s^2}$ است. بنابراین:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow 0-400=2(-1/6)\Delta x \Rightarrow \Delta x=125m$$

A **۱۲- گزینه‌ی ۲** شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان، شتاب را مشخص می‌کند و در نقاط اکسترمم منحنی سرعت-زمان، شتاب صفر است و چون این نمودار سرعت-زمان سهمی است (خط راست نیست)، پس حرکت با شتاب متغیر است. (در حرکت با شتاب ثابت، نمودار سرعت- زمان، خط راست است.) با گذشت زمان سرعت نیز در حال افزایش است.

دقت کنید با آن‌که با گذشت زمان سرعت منفی‌تر می‌شود اما سرعت در حال افزایش است، زیرا علامت سرعت، جهت آن را مشخص می‌کند.

A **۱۳- گزینه‌ی ۳** وقتی دو متحرک به هم می‌رسند باید سطح زیر نمودارشان برابر باشد. در لحظه‌ی غیر مشخص t، سطح زیر نمودارها را با هم برابر قرار می‌دهیم:



$$\Delta x_A=\Delta x_B \Rightarrow S_A=S_B \Rightarrow [t+(t-10)]\times\frac{6}{2}=5t \Rightarrow 6t-30=5t \Rightarrow t=30s$$

A **۱۴- گزینه‌ی ۴** نمودار سرعت- زمان (در دو بازه‌ی زمانی) خط راست مایل است. بنابراین نمودار مکان- زمان قطعاً خمیده بوده و گزینه‌ی (۱) نادرست است. دو بار سرعت صفر شده است پس گزینه‌ی (۲) نادرست است زیرا یک‌بار در آن سرعت صفر شده است. سرعت اولیه مثبت است اما در گزینه‌ی (۳) در $t=0$ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان منفی بوده و سرعت اولیه منفی است پس گزینه‌ی (۳) نیز نادرست است. پس گزینه‌ی (۴) می‌تواند نمودار مکان- زمان این متحرک باشد.

A **۱۵- گزینه‌ی ۴** نمودار مکان- زمان قسمتی از یک سهمی است، بنابراین حرکت دارای شتاب ثابت است. در لحظه‌ی $t=0$، خط مماس بر نمودار موازی محور زمان است پس سرعت اولیه صفر است.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow (10-5)=\frac{1}{2}\times a\times(2)^2 \Rightarrow a=2/5\frac{m}{s^2}$$

B **۱۶- گزینه‌ی ۳** برای حل این مسأله، کافی است از معادله‌ی سرعت- زمان استفاده شود: $v=at+v_0$

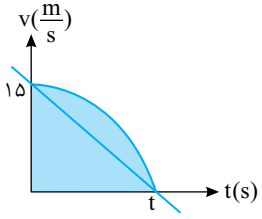
$0 \rightarrow 10s$: $v_1=2\times10+0=20\frac{m}{s}$

$10s \rightarrow 20s$: $v_2=-2\times(20-10)+20=0$

$20s \rightarrow 30s$: $v_3=-2\times(30-20)+0=-20\frac{m}{s}$

بنابراین در بازه‌ی ۰ تا ۱۰s سرعت از صفر به $۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد و حرکت تندشونده است. سپس در بازه‌ی زمانی ۱۰s تا ۲۰s سرعت از $۲۰\frac{m}{s}$ به صفر می‌رسد و حرکت کندشونده بوده و سرانجام در بازه‌ی زمانی ۲۰s تا ۳۰s اندازه‌ی سرعت از صفر به $|v_۳|=+۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد و حرکت تندشونده می‌باشد.

B **۱۷- گزینه‌ی ۲** برای بررسی این مسأله نمودار را با نمودار سرعت- زمان در حرکت با شتاب ثابت مقایسه می‌کنیم.



اگر حرکت دارای شتاب ثابت بود سرعت متوسط برابر می‌شد با: $\overline{v}=\frac{۱۵+۰}{۲}=۷/۵\frac{m}{s}$

از طرفی سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی متحرک است؛ که جابه‌جایی متحرک از جابه‌جایی در شتاب ثابت بیش‌تر بوده پس سرعت متوسط از $۷/۵\frac{m}{s}$ بیش‌تر است. در این نمودار سرعت متوسط نمی‌تواند از $۱۵\frac{m}{s}$ بیش‌تر باشد، بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

B **۱۸- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم و از معادله‌ی مکان - زمان، سرعت $v_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow ۸۰=۵\times(۲)^۲+v_۱\times ۲\Rightarrow v_۱=۳۰\frac{m}{s}$$

به کمک رابطه‌ی مستقل از زمان $h_۱$ را محاسبه کرده با ۸۰ متر جمع می‌کنیم تا ارتفاع رها شدن به‌دست آید.

$$v_۱^۲-v_۰^۲=۲gy\Rightarrow ۹۰۰-۰=۲۰\times h_۱\Rightarrow h_۱=۴۵m$$

$$۸۰+۴۵=۱۲۵m$$

راه‌حل دوم: روش دیگر، استفاده از رابطه‌ی جابه‌جایی در n ثانیه‌ی آخر است:

$$\Delta y_n=\frac{n}{۲}g(۲t-n)+nv_۰\Rightarrow ۸۰=\frac{۲}{۲}\times ۱۰(۲t-۲)+۰\Rightarrow t=۵s$$

$$y=\frac{۱}{۲}gt^۲=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۲۵=۱۲۵m$$

A **۱۹- گزینه‌ی ۲** در حرکت پرتاب در راستای قائم، وقتی که جهت مثبت رو به بالا اختیار گردد، معادله‌ی سرعت - زمان به صورت زیر خواهد بود:

$$v=-gt+v_۰\Rightarrow -۵=-۱۰t+۲۰\Rightarrow t=۲/۵s$$

A **۲۰- گزینه‌ی ۱** ابتدا به کمک معادله‌ی سرعت- زمان، سرعت اولیه‌ی گلوله را به‌دست می‌آوریم: (جهت مثبت را رو به بالا اختیار کرده‌ایم.)

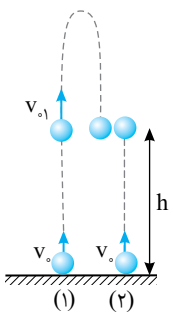
$$v=-gt+v_۰\Rightarrow -۴/۹=-۹/۸\times ۳/۵+v_۰\Rightarrow -۰/۵\times ۹/۸=-۳/۵\times ۹/۸+v_۰$$

$$v_۰=۳\times ۹/۸\Rightarrow v_۰=۲۹/۴\frac{m}{s}$$

اکنون ارتفاع اوج را حساب می‌کنیم:

$$H=\frac{v_۰^۲}{۲g}\Rightarrow H=\frac{۲۹/۴\times ۲۹/۴}{۲\times ۹/۸}\Rightarrow H=۱۴/۷\times ۳\Rightarrow H=۴۴/۱m$$

B **۲۱- گزینه‌ی ۴** گلوله‌ی دوم قطعاً هنگام برگشت گلوله‌ی اول به آن می‌رسد. مطابق شکل روبه‌رو اختلاف زمانی حرکت دو گلوله مربوط به زمان رفت و برگشت گلوله از ارتفاع h تا اوج است.



$$t=\frac{۲v_{۰۱}}{g}\Rightarrow ۲=\frac{۲v_{۰۱}}{۱۰}\Rightarrow v_{۰۱}=۱۰\frac{m}{s}$$

اکنون به کمک معادله‌ی سرعت- مکان (مستقل از زمان) h را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_۰^۲=-۲gh\Rightarrow ۱۰۰-۱۶۰۰=-۲۰h\Rightarrow h=۷۵m$$

B **۲۲- گزینه‌ی ۲**

$$v_x=\frac{dx}{dt}=۶t^۲ \quad , \quad a_x=\frac{dv_x}{dt}=۱۲t$$
$$v_y=\frac{dy}{dt}=۶t^۲ \quad , \quad a_y=\frac{dv_y}{dt}=۱۲t$$
$$\vec{a}=۱۲t\vec{i}+۱۲t\vec{j}\Rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{(۱۲t)^۲+(۱۲t)^۲}\Rightarrow ۶\sqrt{۲}=۱۲\sqrt{۲}\,t\Rightarrow t=۰/۵\,s$$

حال باید در لحظه‌ی $t=۰/۵s$ مکان ذره را بیابیم:

$$\begin{cases}x=۲(۰/۵)^۳=۲(۰/۱۲۵)=۰/۲۵\,m\\ y=۲(۰/۵)^۳=۲(۰/۱۲۵)=۰/۲۵\,m\end{cases}\Rightarrow|\vec{r}|=۰/۲۵\sqrt{۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۴}\,m$$

A **۲۳- گزینه‌ی ۱** ابتدا معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v_x=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v_x=۳\,\frac{m}{s} \quad , \quad v_y=\frac{dv_y}{dt}\Rightarrow v_y=۲t+۱$$

با توجه به معادله‌ی به‌دست آمده، مؤلفه‌ی حرکت روی محور xها دارای سرعت ثابت و مؤلفه‌ی حرکت روی محور yها دارای شتاب ثابت $۲\,\frac{m}{s^۲}$ است، بنابراین در تمام لحظه‌ها شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای برابر $\vec{a}=۲\vec{j}$ خواهد بود.

A **۲۴- گزینه‌ی ۳** بنا بر تعریف سرعت متوسط:

$$\vec{\bar{v}}=\frac{\vec{r}_۲-\vec{r}_۱}{\Delta t}\Rightarrow -\vec{i}+\vec{j}=\frac{-۳\vec{i}+۶\vec{j}-\vec{i}-۲\vec{j}}{\Delta t}\Rightarrow -\vec{i}+\vec{j}=\frac{-۴\vec{i}+۴\vec{j}}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=۴s$$

A **۲۵- گزینه‌ی ۳** کافی است معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست آورده و لحظه‌ی $t=۲s$ را در آن قرار دهیم:

$$v_x=\frac{dx}{dt}=۶\,\frac{m}{s} \quad , \quad v_y=\frac{dy}{dt}=۴t \xrightarrow{t=۲s} v_y=۸\,\frac{m}{s}$$
$$v=\sqrt{v_x^۲+v_y^۲}\Rightarrow v=\sqrt{۶^۲+۸^۲}\Rightarrow v=۱۰\,\frac{m}{s}$$

پاسخ تشریحی آزمون فصل دوم (آزمون اول)

A **۱- گزینه‌ی ۳** دو جرم مانند زمین و ماه، بدون تماس، بر هم نیروی گرانشی وارد می‌کنند.

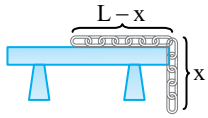
A **۲- گزینه‌ی ۴** بنابر قانون اول نیوتون، هرگاه برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد، اگر جسم ساکن است، ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت است، به حرکت روی خط راست با سرعت ثابت ادامه می‌دهد و چون سرعت تغییر نمی‌کند، تکانه ثابت می‌ماند.

قانون پایستگی تکانه:

$$\begin{cases} F=\dfrac{dP}{dt} \\ F=۰ \end{cases} \Rightarrow \frac{dP}{dt}=۰ \Rightarrow P=\text{ثابت}$$

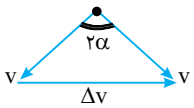
B **۳- گزینه‌ی ۳** نیروی وزن قسمت آویزان با نیروی اصطکاک در سطح افقی برابر است.

طناب یکنواخت است پس جرم متناسب با طول است.



$$\frac{x}{L}mg=\mu_s\frac{(L-x)}{L}mg \Rightarrow x=۰/۴L-۰/۴x \rightarrow x=\frac{۲}{۷}L$$

B **۴- گزینه‌ی ۱** ابتدا هم‌سنگ دو بردار را از یک نقطه رسم می‌کنیم:



$$\Delta v=۲v\sin\frac{\theta}{۲} \Rightarrow \Delta v=۲v\sin\frac{۲\alpha}{۲}=۲v\sin\alpha$$

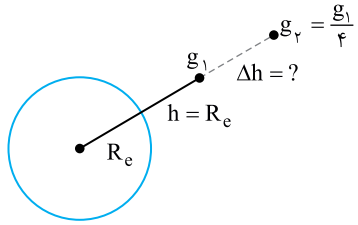
$$\begin{cases} \Delta v=۲v\sin\alpha \\ \Delta P=m\Delta v \end{cases} \Rightarrow \Delta P=۲mv\sin\alpha$$

A **۵- گزینه‌ی ۱** رابطه‌ی شتاب گرانش را در نقطه‌ی مورد نظر و در سطح زمین نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{g_h}{g_e}=\frac{G\dfrac{Me}{(R_e+h)^۲}}{G\dfrac{Me}{R_e^{۲}}}=\frac{R_e^{۲}}{(R_e+h)^۲} \Rightarrow \frac{۱}{۴}=\frac{R_e^{۲}}{(R_e+nR_e)^۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{R_e}{(n+۱)R_e} \Rightarrow n=۱$$

راه ساده‌تر: شتاب گرانش با مجذور فاصله نسبت وارون دارد، بنابراین وقتی شتاب گرانش $\frac{۱}{۴}$ برابر شده است، فاصله‌ی نقطه مورد نظر از مرکز زمین دو برابر R_e و از سطح زمین برابر R_e است و $n=۱$ است.

B **۶- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل روبه‌رو و رابطه‌ی $g=\dfrac{GM_e}{r^۲}$، می‌توان نوشت:



$$g_۲=\frac{g_۱}{۴} \Rightarrow G\frac{M_e}{(۲R_e+\Delta h)^۲}=\frac{۱}{۴}G\frac{M_e}{(۲R_e)^۲}$$

$$\frac{۱}{۲R_e+\Delta h}=\frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۲R_e}\right) \Rightarrow ۲R_e+\Delta h=۴R_e \Rightarrow \Delta h=۲R_e$$

A **۷- گزینه‌ی ۳** هرگاه از جرم فنرها صرف‌نظر شود، نیروی کشسانی در طول فنرها یکسان خواهد بود. بنابراین نیروی کشسانی فنر k، همان ۴ نیوتونی است که نیروسنج نشان می‌دهد.

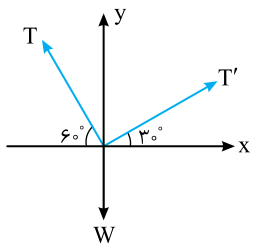
$$F=k\Delta l \Rightarrow ۴=۵۰\Delta l \Rightarrow \Delta l=۰/۰۸\ m=۸\ cm$$

A **۸- گزینه‌ی ۱** با توجه به نیروی وارد بر W' کشش نخ متصل به آن برابر $T'=W'=۲۰N$ است.



نیروهای وارد بر W را رسم می‌کنیم. با توجه به قانون سینوس‌ها می‌توان نوشت:

$$\frac{T'}{\sin(۹۰^\circ+۶۰^\circ)}=\frac{T}{\sin(۹۰^\circ+۳۰^\circ)}\Rightarrow\frac{۲۰}{\cos ۶۰^\circ}=\frac{T}{\cos ۳۰^\circ}\Rightarrow T=۲۰\sqrt{۳}N$$



B **۹- گزینه‌ی ۱** نیروی اصطکاک عامل توقف جسم است.

$$\Sigma F=Ma$$
$$\mu_k Mg=Ma\Rightarrow a=\mu_k g$$

* پس شتاب توقف حاصل از نیروی اصطکاک جنبشی برابر $a=\mu_k g$ است.

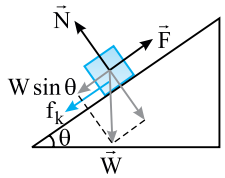
شتاب توقف، به جرم جسم بستگی ندارد و $x_{\text{توقف}}=\frac{v_۰^۲}{۲a}$ در هر دو مورد یکی است.

A **۱۰- گزینه‌ی ۱** منظور از وزن ظاهری همان N است.

$$\begin{cases}N-mg=ma\Rightarrow N=m(g+a)\\ mg-N'=ma\Rightarrow N'=m(g-a)\end{cases}\Rightarrow ۲=\frac{g+a}{g-a}\Rightarrow ۲۰-۲a=۱۰+a\Rightarrow ۱۰=۳a\Rightarrow a=\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

B **۱۱- گزینه‌ی ۴** در حالتی که اصطکاک صفر است:

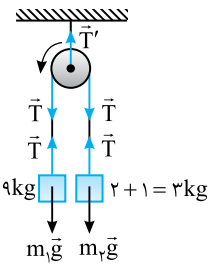
$$F-mg\sin\theta=ma\Rightarrow F-۴۰\sin\theta=۴\times۵=۲۰$$



در حالتی که اصطکاک وجود دارد:

$$F-f_k-mg\sin\theta=ma\Rightarrow \underbrace{F-۴۰\sin\theta}_{۲۰}-f_k=۴\times۳\Rightarrow ۲۰-f_k=۱۲\Rightarrow f_k=۸N$$

B **۱۲- گزینه‌ی ۲** شتاب حرکت وزنه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

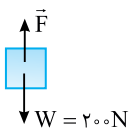


$$m_۱g-m_۲g=(m_۱+m_۲)a\Rightarrow ۹۰-۳۰=(۱۲)a\Rightarrow a=۵\frac{m}{s^۲}$$

$$m_۱g-T=m_۱a\Rightarrow ۹۰-T=۹\times۵\Rightarrow T=۴۵N$$

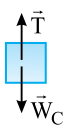
$$T'=۲T\Rightarrow T'=۲\times۴۵=۹۰N$$

A **۱۳- گزینه‌ی ۲** چون حرکت رو به بالا و کندشونده است.



$$F<W\Rightarrow mg-F=ma\Rightarrow ۲۰۰-F=۲۰\times۲/۵\Rightarrow F=۱۵۰N$$

B **۱۴- گزینه‌ی ۳** ابتدا با نوشتن رابطه‌ی اساسی دینامیک ($\Sigma F=ma$) برای دستگاه، شتاب حرکت دستگاه را به‌دست می‌آوریم:



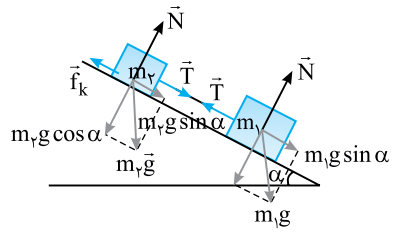
$$m_B g+m_C g-f_k-m_A g\sin\alpha=(m_A+m_B+m_C)a$$

$$\Rightarrow ۲+۴-\frac{\sqrt{۳}}{۵}\times۶\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}-۶\times\frac{۱}{۲}=(۰/۶+۰/۲+۰/۴)a\Rightarrow a=۱\frac{m}{s^۲}$$

حال برای جسم C رابطه‌ی اساسی دینامیک را می‌نویسیم:

$$W_C-T=m_Ca\Rightarrow ۴-T=۰/۴\times۱\Rightarrow T=۳/۶N$$

B **۱۵- گزینه‌ی ۲** نیروهای وارد بر هر جسم را رسم کرده و رابطه‌ی اساسی دینامیک $(\Sigma F=ma)$ را برای هر یک می‌نویسیم:



$$f_k=\mu_km_۲g\cos\alpha\Rightarrow f_k=۰/۵\times۱۰۰\times۰/۸=۴۰N$$

$$\begin{cases}m_۱g\sin\alpha-T=m_۱a\\ T+m_۲g\sin\alpha-f_k=m_۲a\end{cases}$$

$$m_۱g\sin\alpha+m_۲g\sin\alpha-f_k=(m_۱+m_۲)a$$

$$\Rightarrow ۱۰۰\times۰/۶+۱۰۰\times۰/۶-۴۰=۲۰a\Rightarrow a=۴\frac{m}{s^۲}$$

$$T+۶۰-۴۰=۱۰\times۴\Rightarrow T=۲۰N$$

B **۱۶- گزینه‌ی ۲** ابتدا شتاب حرکت دستگاه را به‌دست می‌آوریم:

$$F=Ma\Rightarrow ۱۲=۱۰a\Rightarrow a=۱/۲\frac{m}{s^۲}$$

حال نیروی وارد بر جسم ۲kg را حساب می‌کنیم:

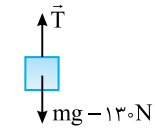
$$F'=Ma\Rightarrow F'=۲\times۱/۲=۲/۴N$$

می‌توان از تناسب نیز بهره گرفت. نیروی ۱۲N ، جرم ۱۰kg را هُل می‌دهد. چه نیرویی با همان شتاب، جرم ۲kg را هُل می‌دهد؟

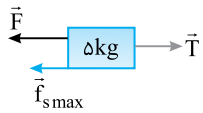
$$\frac{۱۲}{F'}=\frac{۱۰}{۲}\Rightarrow F'=۲/۴N$$

نیرویی که جرم ۳kg بر جرم ۲kg وارد می‌کند، همان نیرویی است که جرم ۲kg بر جسم ۳kg وارد می‌کند.

B **۱۷- گزینه‌ی ۳** دستگاه ساکن است، بنابراین کشش نخ برابر وزن وزنه‌ی ۱۳kg است.



$$T=۱۳\times۱۰=۱۳۰N$$

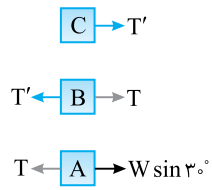


$$f_{s\max}=\mu_sN=\mu_smg=۱/۱\times۵\times۱۰=۵۵N$$

چون جسم ساکن است، شتاب صفر است.

$$\Sigma F=ma=۰\Rightarrow T-F-f_{s\max}=۰\Rightarrow F=۱۳۰-۵۵=۷۵N$$

A **۱۸- گزینه‌ی ۲**



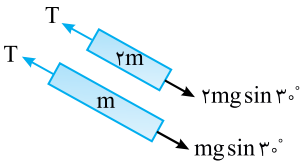
$$\Sigma F=ma\Rightarrow\begin{cases}T'=M_Ca\\ T-T'=M_Ba\\ W\sin۳۰^\circ-T=M_Aa\end{cases}\Rightarrow M_Ag\sin۳۰^\circ=(M_A+M_B+M_C)a$$

$$\Rightarrow ۵M_A=(۸+M_A)۱\Rightarrow ۴M_A=۸\Rightarrow M_A=۲kg$$

می‌توان هر سه جسم را یک دستگاه درنظر گرفت که تحت تأثیر نیروی $m_Ag\sin۳۰^\circ$ شتاب می‌گیرد و به سادگی نوشت:

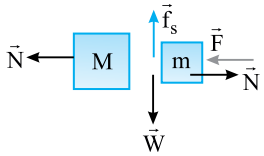
$$\Sigma F=Ma\Rightarrow M_Ag\sin۳۰^\circ=(m_A+m_B+m_C)a\Rightarrow M_A=۲kg$$

B **۱۹- گزینه‌ی ۴**



$$\Sigma F = ma \Rightarrow \begin{cases} 2mg\sin 30^\circ - T = 2ma \\ T - mg\sin 30^\circ = ma \end{cases} \Rightarrow mg\sin 30^\circ = 3ma \Rightarrow a = \frac{mg\times\frac{1}{2}}{3m} = \frac{g}{6}$$

C **۲۰- گزینه‌ی ۲** بـرای آن‌که m در تماس با M باقی بماند، باید نیروی اصطکاک ایسـتایی با وزن جسم m برابر شود.



$$f_s = W \Rightarrow \mu_s N = mg \Rightarrow 0/2\times N = 10 \Rightarrow N = 50N$$

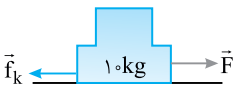
از طرفی نیروی N به جرم M شتاب می‌دهد.

$$N = Ma \Rightarrow 50 = 4a \Rightarrow a = 12/5\ \frac{m}{s^2}$$

در این‌صورت نیروی F باید به مجموعه حداقل شتاب $12/5\ \frac{m}{s^2}$ بدهد.

$$F = (M+m)a \Rightarrow F = 5\times 12/5 = 62/5N$$

B **۲۱- گزینه‌ی ۳** مجموعه‌ی دو جسم را یکپارچه فرض می‌کنیم:

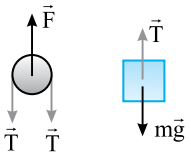


$$f_k = \mu_k (M_1 + M_2)g = 100\mu_k$$

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - f_k = (M_1+M_2)a \Rightarrow 80 - 100\mu_k = 10\times 5$$

$$\Rightarrow 30 = 100\mu_k \Rightarrow \mu_k = 0/3$$

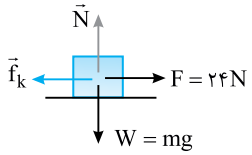
B **۲۲- گزینه‌ی ۱**



$$F = 2T \Rightarrow 45 = 2T \Rightarrow T = 22/5N$$

$$T - mg = ma \Rightarrow 22/5 - 20 = 2a \Rightarrow a = 1/25\ \frac{m}{s^2}$$

B **۲۳- گزینه‌ی ۱** ابتدا شـکل سـاده‌ای از تست رسـم کرده، نیروهای وارد بر جسـم را رسـم می‌کنیم و رابطه‌ی اساسی دینامیک $(\Sigma F = Ma)$ را درباره‌ی آن می‌نویسیم:



$$F - f_k = ma \Rightarrow 24 - f_k = 6\times 3 \Rightarrow f_k = 6N$$

$$f_k = \mu_k N \Rightarrow f_k = \mu_k mg \Rightarrow 6 = \mu_k(60) \Rightarrow \mu_k = 0/1$$

A **۲۴- گزینه‌ی ۴** با توجه به رابطه‌ی تغییر تکانه با نیرو:

$$\Delta P = Ft \Rightarrow P - P_0 = Ft \Rightarrow P - 0 = Ft \Rightarrow P = Ft$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{F_2 t_2}{F_1 t_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{F}{3}\cdot 2t}{F\cdot t} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{2}{3}$$

A **۲۵- گزینه‌ی ۳** شتاب لغزش جسم روی سطح شیب‌دار، برابر $a = g\sin\alpha$ است، بنابراین:

$$\frac{a'}{a} = \frac{g\sin 60^\circ}{g\sin 30^\circ} = \sqrt{3}$$

پاسخ تشریحی آزمون فصل دوم (آزمون دوم)

A **۱- گزینه‌ی ۲** تمام نقطه‌های زمین دارای دوره‌ی ۲۴ ساعت هستند، بنابراین سرعت زاویه‌ای یکسانی دارند.

$$T_A = T_B \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} \omega_A = \omega_B$$

A **۲- گزینه‌ی ۴** دوره‌ی چرخش زمین به دور محور خود برابر $T_e = 24h$ و دوره‌ی چرخش عقربه‌ی ساعت‌شمار برابر $T_h = 12h$ است.

$$\frac{\omega_e}{\omega_h} = \frac{\frac{2\pi}{T_e}}{\frac{2\pi}{T_h}} = \frac{T_h}{T_e} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

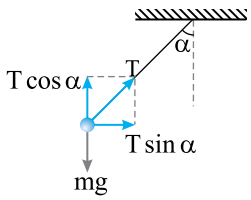
A **۳- گزینه‌ی ۴** با رها کردن میله گلوله‌ی $2m$ رو به پایین و گلوله‌ی m رو به بالا می‌چرخد و سرعت زاویه‌ای آن‌ها با هم برابر است. اما سرعت خطی آن‌ها خواهد شد:

$$\begin{cases} v_A = r_A\omega \\ v_B = r_B\omega \end{cases} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{r_A}{r_B} = \frac{\frac{2}{3}l}{\frac{1}{3}l} = 2 \quad , \quad \omega_A = \omega_B$$

A **۴- گزینه‌ی ۲** شتاب مرکزگرا از رابطه‌ی $a = \frac{v^2}{r}$ به‌دست می‌آید، بنابراین:

$$\begin{cases} a = \frac{v^2}{r} \\ a' = 2a \end{cases} \Rightarrow \frac{v'^2}{r} = 2\frac{v^2}{r} \Rightarrow v' = \sqrt{2}v$$

B **۵- گزینه‌ی ۲** نیروهای وارد بر گلوله را رسم می‌کنیم:



نیروی مرکزگرا: $T\sin\alpha = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{v^2}{rg}$

$$T\cos\alpha = mg \Rightarrow 1 = \frac{v^2}{40\times 10} \Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = 20\frac{m}{s} = \frac{72km}{h}$$

A **۶- گزینه‌ی ۲** سرعت حرکت ذره را از رابطه‌ی انرژی جنبشی به‌دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 2\times 10^{-2} = \frac{1}{2}\times 2\times 10^{-3}v^2 \Rightarrow v^2 = 20\frac{m^2}{s^2}$$

شتاب مرکزگرا خواهد شد:

$$a = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a = \frac{20}{0/5} \Rightarrow a = 40\frac{m}{s^2}$$

A **۷- گزینه‌ی ۳** در حرکت دایره‌ای، نیرو یا برآیند نیروهایی که در امتداد شعاع و به سمت مرکز بوده و جسم را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارند، نیروی مرکزگرا نامیده می‌شوند و از رابطه‌ی $F = m\frac{v^2}{r}$ و یا $F = mr\omega^2$ به‌دست می‌آید، که در آن m جرم جسم، v سرعت خطی جسم، r شعاع چرخش و ω سرعت زاویه‌ای جسم است. در صورت سؤال بیان شده که سرعت دوچرخه‌سوار در دو پیچ متوالی یکسان است. بنابراین:

$$\begin{cases} F_1 = m\frac{v^2}{r_1} \\ F_2 = m\frac{v^2}{r_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{r_2}{r_1} \xrightarrow{r_1=\frac{1}{2}r_2} \frac{F_1}{F_2} = 2$$

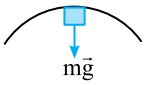
۸- گزینه‌ی ۱ (B) برای تعادل وزنه‌ی یک کیلوگرمی باید نیروی کشش طناب با نیروی وزن وزنه‌ی ۱kg برابر باشد:

$$T = mg \Rightarrow T = ۱ \times ۱۰ = ۱۰N$$

نیروی کشش نخ برای وزنه‌ی ۰/۵ کیلوگرمی، نیروی مرکزگرای لازم را برای چرخش ایجاد می‌کند.

$$T = mr\omega^۲ \Rightarrow ۱۰ = ۰/۵ \times ۰/۲ \times \omega^۲ \Rightarrow \omega = ۱۰ \frac{rad}{s}$$

۹- گزینه‌ی ۱ (B) مفهوم حداقل سرعت در بالاترین نقطه‌ی مسیر این است که تنها نیروی مؤثر بر آب در آن نقطه، وزن آب است که نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.



$$mg = mr\omega^۲ \Rightarrow ۱۰ = r(۴)^۲ \Rightarrow r = \frac{۵}{۸} m = ۰/۶۲۵m = ۶۲/۵cm$$

۱۰- گزینه‌ی ۱ (B) نیروی کشسانی فنر نیروی مرکزگرا است و شعاع چرخش برابر با طول فنر در حالت کشیدگی است.

$$k\Delta l = ml\omega^۲ \Rightarrow ۱۰۰\Delta l = ۰/۸ \times (۰/۲ + \Delta l) \times (۵)^۲$$

$$۵\Delta l = ۰/۲ + \Delta l \Rightarrow ۴\Delta l = ۰/۲ \Rightarrow \Delta l = ۰/۰۵m \Rightarrow \Delta l = ۵cm$$

۱۱- گزینه‌ی ۱ (A) تعداد دورها در یکای زمان را بسامد گویند. در این صورت:

$$f = \frac{۱۵}{۶۰} = \frac{۱}{۴} \left(\frac{\text{دور}}{\text{ثانیه}}\right)$$

نیرویی که مانع لغزیدن سکه روی صفحه می‌شود، نیروی اصطکاک ایستایی بین سکه و صفحه‌ی دوار است. یعنی نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکزگرای وارد بر سکه است.

$$f_s = F \Rightarrow \mu_s mg = mr\omega^۲ \Rightarrow \mu_s g = r(۴\pi^۲ f^۲) \Rightarrow \mu_s \times ۱۰ = ۲ \times ۴ \times ۱۰ \times (\frac{۱}{۴})^۲ \Rightarrow \mu_s = ۰/۵$$

۱۲- گزینه‌ی ۱ (A) نیروی اصطکاک ایستایی بین جعبه و کف کامیون نیروی مرکزگرا است.

$$F = f_s \Rightarrow m\frac{v^۲}{r} = \mu_s mg \Rightarrow v = \sqrt{\mu_s rg}$$

۱۳- گزینه‌ی ۱ (A) در حرکت ماهواره، نیروی مرکزگرا، نیروی گرانش است، از این رو:

$$F = G\frac{M_e m}{r^۲} = mr\omega^۲ \Rightarrow \frac{GM_e}{r^۳} = (\frac{۲\pi}{T})^۲ \Rightarrow T^۲ = \frac{۴\pi^۲ r^۳}{GM_e} \Rightarrow T \propto r^{\frac{۳}{۲}}$$

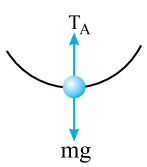
۱۴- گزینه‌ی ۳ (B) نیروی گرانش زمین وارد بر ماهواره نیروی مرکزگرا است.

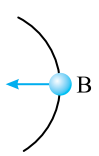
$$F = G\frac{M_e m}{R^۲} = \frac{mv^۲}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{R}}$$

بنابراین سرعت ماهواره به جرم ماهواره بستگی ندارد و با جذر شعاع مدار ماهواره نسبت وارون دارد.

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{۱}{۲}(۲m)(v')^۲}{\frac{۱}{۲}(m)(v)^۲} = ۲\left(\frac{\sqrt{\frac{GM_e}{R'}}}{\sqrt{\frac{GM_e}{R}}}\right)^۲ = ۲(\frac{R}{R'}) = ۲(\frac{۲R_e}{۳R_e}) \Rightarrow \frac{K'}{K} = \frac{۴}{۳}$$

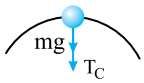
۱۵- گزینه‌ی ۱ (B) گلوله آزادانه در حرکت است و در A پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر سرعت گلوله از تمام نقاط مسیر بیش‌تر است و با بالا رفتن از A تا C گلوله سرعتش کاهش می‌یابد و نیروی مرکزگرای آن نیز کاهش می‌یابد. حال به بررسی کشش نخ می‌پردازیم:





$$A: T_A - mg = m\frac{v_A^۲}{R} \Rightarrow T_A = m\frac{v_A^۲}{R} + mg \quad (۱)$$

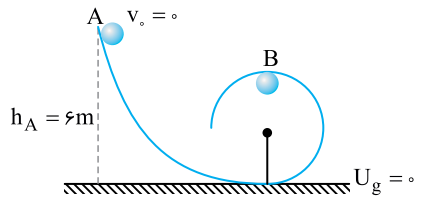
$$B: T_B = m\frac{v_B^۲}{R} \quad (۲)$$



$$C: T_C + mg = m\frac{v_C^2}{R} \Rightarrow T_C = m\frac{v_C^2}{R} - mg \quad (۳)$$

با دانستن این‌که $v_A > v_B > v_C$ است و با مقایسه‌ی روابط (۱)، (۲) و (۳) مشخص می‌شود که $T_A > T_B > T_C$ است.

B ۱۶- گزینه‌ی ۲ ابتدا به کمک قانون پایستگی انرژی، سرعت حرکت جسم را در نقطه‌ی B به‌دست می‌آوریم:



$$E_A = E_B$$

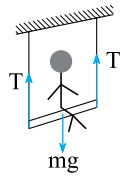
$$mgh_A = mg2R + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$10\times 6 = 10(2\times 1) + \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 80\,\frac{m}{s}$$

شتاب مرکزگرا برابر است با:

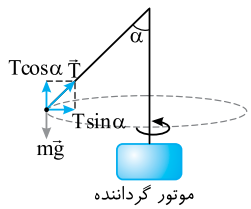
$$a = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a = \frac{80}{1} = 80\,\frac{m}{s^2}$$

B ۱۷- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل روبه‌رو، نیروی مرکزگرا برابر است با:



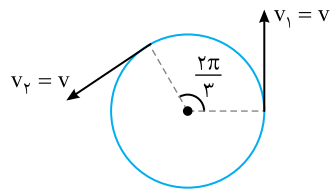
$$2T - mg = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow 2T - 600 = 60\frac{(5)^2}{5} \Rightarrow T = 450N$$

B ۱۸- گزینه‌ی ۴



$$\begin{cases} \text{نیروی مرکزگرا: } T\sin\alpha = mr\omega^2 \\ T\cos\alpha = mg \end{cases} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{r\omega^2}{g} = \frac{5\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4}{10} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

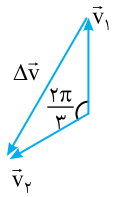
B ۱۹- گزینه‌ی ۳ شکل ساده‌ای از مسأله رسم می‌کنیم. می‌دانیم سرعت در هر نقطه، بر مسیر حرکت مماس است و متحرک در مدت $\frac{T}{3}$، کمانی برابر با $\frac{2\pi}{3}$ را طی می‌کند.



هم‌سنگ دو بردار سرعت را از یک نقطه رسم کرده و سپس بردار تغییر سرعت را به‌دست می‌آوریم:

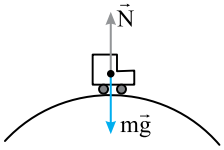
$$\Delta v = 2v\sin\frac{\alpha}{2} = 2v\sin\frac{\frac{2\pi}{3}}{2} \Rightarrow \Delta v = \sqrt{3}v$$

تغییر تکانه برابر است با:



$$\Delta\vec{P} = m\Delta\vec{v} \Rightarrow \Delta P = m(\sqrt{3}v) \Rightarrow \Delta P = \sqrt{3}mv$$

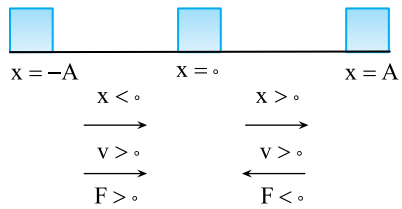
B ۲۰- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل داریم:



$$\sum F = ma \Rightarrow mg - N = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow 5000 - N = 500\times\frac{100}{100} \Rightarrow N = 4500N$$

پاسخ تشریحی آزمون فصل سوم

A **۱- گزینه‌ی ۴** در حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل بالا، وقتی سرعت مثبت است، نیروی وارد بر نوسانگر ممکن است مثبت و یا منفی باشد. اگر نوسانگر در مکان‌های مثبت باشد، نیرو منفی و اگر نوسانگر با سرعت مثبت، در مکان‌های منفی باشد، نیرو مثبت است.



A **۲- گزینه‌ی ۱** مکان نوسانگر را در $t=۰$ و $t=\frac{۳T}{۴}$ به‌دست می‌آوریم:

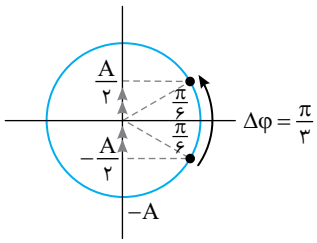
$$t=۰\Rightarrow x=۰$$

$$t=\frac{۳T}{۴}\Rightarrow x=A\sin\frac{۲\pi}{T}\times\frac{۳T}{۴}\Rightarrow x=A\sin\frac{۳\pi}{۲}\Rightarrow x=-A$$

بنابراین سرعت متوسط برابر است با:

$$\overline{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\overline{v}=\frac{-A}{\frac{۳T}{۴}}\Rightarrow\overline{v}=-\frac{۴}{۳}\frac{A}{T}\Rightarrow\overline{v}=-\frac{۴}{۳}Af$$

B **۳- گزینه‌ی ۴** بیشینه‌ی جابه‌جایی در جایی اتفاق می‌افتد که سرعت بیشینه باشد. در دو طرف مرکز نوسان سرعت از بقیه‌ی نقاط بیش‌تر است، به همین دلیل در بازه‌ی $\frac{T}{۶}$ تغییر فاز را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{T}\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{T}{۳}$$

تغییر فاز $\frac{\pi}{۳}$ را به دو قسمت مساوی در دو طرف مرکز نوسان تقسیم می‌کنیم یعنی $\frac{\pi}{۶}$ و $\frac{\pi}{۶}$، مطابق دایره‌ی مثلثاتی رسم شده بیشینه‌ی جابه‌جایی در مدت $\frac{T}{۶}$ برابر با A است.

B **۴- گزینه‌ی ۲** نوسانگر در لحظه‌ای $t_۱$ در بیشینه‌ی بعد مثبت $(x=+A)$ قرار دارد، بنابراین فاز آن $\varphi_۱=\frac{\pi}{۲}$ است. در لحظه‌ی $t_۲$ بعد نوسانگر مثبت است و نوسانگر به سمت $x=۰$ در حرکت است، بنابراین فاز نوسانگر در ربع دوم قرار دارد. داریم:

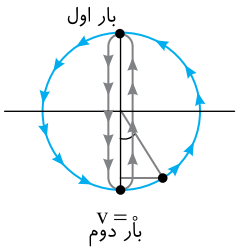
$$\left.\begin{array}{l}\sin\varphi_۲=\frac{x}{A}=\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\\ \text{فاز نوسانگر در ربع دوم قرار دارد}\end{array}\right\}\Rightarrow\varphi_۲=\frac{۳\pi}{۴}$$

با استفاده از رابطه‌ی سرعت زاویه‌ای $(\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t})$، ω را محاسبه کرده و با توجه به رابطه‌ی $\omega=\frac{۲\pi}{T}$، T به‌راحتی قابل محاسبه است:

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\frac{\frac{۳\pi}{۴}-\frac{\pi}{۲}}{\frac{۱}{۳۲}}=\frac{\frac{\pi}{۴}}{\frac{۱}{۳۲}}=۸\pi\ \frac{rad}{s}$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow۸\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۰/۲۵s$$

B **۵- گزینه‌ی ۱** به کمک معادله‌ی سرعت زمان، فاز حرکت در لحظه‌ی $v=+\frac{v_m}{۲}$ را به‌دست می‌آوریم:



$$v=v_m\cos\varphi\Rightarrow\frac{v_m}{۲}=v_m\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}\varphi=\frac{\pi}{۳}\\ \varphi=\frac{۵\pi}{۳}\end{cases}\ \text{غ ق ق}$$

حرکت در این لحظه تندشونده است پس فاز در ربع چهارم مثلثاتی است. از این لحظه تا لحظه‌ای که برای بار دوم سرعت صفر می‌شود مطابق دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو فاز حرکت به اندازه‌ی $(۲\pi-\frac{\pi}{۶}=\frac{۱۱\pi}{۶})$ تغییر می‌کند. بنابراین:

$$\begin{array}{c|c}\frac{۱۱\pi}{۶} & \frac{۱۱}{۲۴}s\\ \hline ۲\pi & T\end{array}\Rightarrow T=\frac{۱}{۲}s\xrightarrow{f=\frac{۱}{T}}f=۲Hz$$

بسامد خواهد شد: $f=\frac{۱}{T}=۲Hz$

A **۶- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** با توجه به معادله‌ی $\frac{x^۲}{A^۲}+\frac{v^۲}{v_m^۲}=۱$، معادله‌ی داده شده را به این شکل می‌نویسیم:

$$۱۰^۴x^۲+v^۲=۴\Rightarrow\frac{x^۲}{۴\times۱۰^{-۴}}+\frac{v^۲}{۴}=۱\Rightarrow\begin{cases}A=۲\times۱۰^{-۲}m\\ v_m=۲\frac{m}{s}\end{cases}$$

در این صورت:

$$v_m=A\omega\Rightarrow۲=۲\times۱۰^{-۲}\times\omega\Rightarrow\omega=۱۰۰\frac{rad}{s}$$

راه‌حل دوم:

در مکان $x=۰$ سرعت بیشینه است.

$$۱۰^۴x^۲+v^۲=۲\xrightarrow{x=۰}v_m^۲=۲\Rightarrow v_m=\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

در دامنه سرعت صفر است.

$$۱۰^۴x^۲+v^۲=۲\xrightarrow{v=۰}۱۰^۴A^۲=۲\Rightarrow A=\frac{\sqrt{۲}}{۱۰۰}m$$

با توجه به رابطه‌ی سرعت بیشینه خواهیم داشت:

$$v_m=A\omega\Rightarrow\sqrt{۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۱۰۰}\omega\Rightarrow\omega=۱۰۰\frac{rad}{s}$$

B **۷- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل:

$$\begin{cases}A=۰/۱m\\ v_m=۲\pi\frac{m}{s}\end{cases}\xrightarrow{v_m=A\omega}۲\pi=۰/۱\omega\Rightarrow\omega=۲۰\pi\frac{rad}{s}\quad,\quad\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow۲۰\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۰/۱s$$

B **۸- گزینه‌ی ۳** ابتدا به کمک معادله‌ی سرعت - مکان، دامنه و بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به‌دست می‌آوریم.

$$v=\pm\omega\sqrt{A^۲-x^۲}\Rightarrow\begin{cases}۴۰۰=\pm\omega\sqrt{A^۲-۳۶}\\ ۳۰۰=\pm\omega\sqrt{A^۲-۶۴}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۱۶۰۰۰۰=\omega^۲A^۲-۳۶\omega^۲\\ ۹۰۰۰۰=\omega^۲A^۲-۶۴\omega^۲\end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم.

$$۱۶۰۰۰۰-۹۰۰۰۰=۶۴\omega^۲-۳۶\omega^۲\Rightarrow۷۰۰۰۰=۲۸\omega^۲\Rightarrow\omega^۲=۲۵۰۰\Rightarrow\omega=۵۰\frac{rad}{s}$$

$$۴۰۰=\pm ۵۰\sqrt{A^۲-۳۶}\Rightarrow ۸=\pm\sqrt{A^۲-۳۶}\Rightarrow ۶۴=A^۲-۳۶\Rightarrow A=۱۰cm=۰/۱m$$

شتاب بیشینه برابر است با:

$$a_m=A\omega^۲=۰/۱\times ۵۰^۲=۲۵۰\frac{m}{s^۲}$$

A **۹- گزینه‌ی ۴** دامنه نصف پاره‌خط مسیر نوسان است.

$$A=\frac{۲۰}{۲}=۱۰cm$$

معادله‌ی حرکت و معادله‌ی شتاب- زمان را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}x=A\sin(\omega t+\varphi_۰)\\ a=-A\omega^۲\sin(\omega t+\varphi_۰)\end{array}\right\}\Rightarrow a=-\omega^۲x$$ معادله‌ی شتاب- مکان

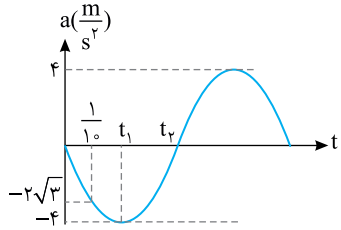
اکنون به حل مسأله می‌پردازیم، دقت کنید که شتاب و مکان هم‌علامت نیستند، بنابراین:

$$a=-\omega^۲x\Rightarrow -۸=-\omega^۲(۰/۰۸)\Rightarrow\omega=۱۰\frac{rad}{s}$$

با توجه به معادله‌ی سرعت - مکان می‌توان نوشت:

$$v=\pm\omega\sqrt{A^۲-x^۲}\Rightarrow v=\pm ۱۰\sqrt{(۰/۱)^۲-(۰/۰۸)^۲}\Rightarrow v=\pm ۰/۶\frac{m}{s}$$

B **۱۰- گزینه‌ی ۲** از نمودار سؤال می‌کنیم در لحظه‌ی $t=\frac{۱}{۱۰}s$ شتاب برابر چه مقداری است و پاسخ می‌شنویم $a=-۲\sqrt{۳}\frac{m}{s^۲}$ و شتاب بیشینه برابر $۴\frac{m}{s^۲}$ است به کمک معادله‌ی شتاب - زمان فاز حرکت در $t=\frac{۱}{۱۰}s$ را به‌دست می‌آوریم.



$$a=-a_m\sin\varphi\Rightarrow -۲\sqrt{۳}=-۴\sin\varphi\Rightarrow\sin\varphi=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{۳},\frac{۲\pi}{۳}$$

نمودار به ما می‌گوید در لحظه‌ی $t=\frac{۱}{۱۰}s$ اندازه‌ی شتاب در حال افزایش بوده پس فاز در ربع اول است و $\varphi=\frac{\pi}{۳}$ قابل قبول است.

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{T}\times\frac{۱}{۱۰}\Rightarrow T=۰/۶s$$

بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ با توجه به نمودار $\frac{T}{۴}$ است. از این رو:

$$t_۲-t_۱=\frac{T}{۴}=\frac{۰/۶}{۴}\Rightarrow t_۲-t_۱=۰/۱۵s$$

A **۱۲- گزینه‌ی ۲** انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\Rightarrow ۲\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times m\times(۱۶\times۱۰^{-۴})\times(۱۰۰)\Rightarrow m=۲۵\times۱۰^{-۳}kg\Rightarrow m=۲۵g$$

B **۱۳- گزینه‌ی ۳** انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است.

$$U+K=E\Rightarrow ۰/۰۶+۰/۱۲=۰/۱۸\Rightarrow E=۰/۱۸J$$

انرژی مکانیکی برابر با $E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲$ است. بنابراین:

$$E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\Rightarrow ۰/۱۸=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۱۰۰}\times\frac{۱۶}{۱۰۰۰۰}\times\frac{۴\pi^۲}{T^۲}\Rightarrow\frac{۰/۳۶\times۱۰۰\times۱۰۰۰۰}{۱۶\times۴\pi^۲}=\frac{۱}{T^۲}\Rightarrow\frac{۰/۶\times۱۰\times۱۰۰}{۴\times۲\pi}=\frac{۱}{T}\Rightarrow T=\frac{۸\pi}{۶۰۰}=\frac{\pi}{۷۵}s$$

A **۱۴- گزینه‌ی ۳** معادله‌ی سرعت - زمان این نوسانگر برابر با $v=A\omega\cos\omega t$ است.

$$\frac{K}{E}=\frac{\frac{۱}{۲}mv^۲}{\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲}\xrightarrow{v=A\omega\cos\omega t}\frac{K}{E}=\frac{\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\cos^۲\omega t}{\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲}\Rightarrow\frac{K}{E}=\cos^۲\omega t$$

باتوجه به فرض مسأله، انرژی جنبشی در لحظه‌ی مورد نظر نصف انرژی نوسانگر است.

$$\frac{۱}{۲}=\cos^۲\omega t\Rightarrow\cos\omega t=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\omega t=\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}t=\frac{\pi}{۴}\Rightarrow t=\frac{T}{۸}$$

۱۵- گزینه‌ی ۳ (B) در لحظه‌ی $t=\frac{T}{۶}$ فاز حرکت برابر است با:

$$\varphi=\omega t+\varphi_۰\xrightarrow{\varphi_۰=۰}\varphi=\frac{۲\pi}{T}\times\frac{T}{۶}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{۳}$$

نسبت انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی نوسانگر برابر است با:

$$\frac{U}{K}=\frac{\frac{۱}{۲}kA^۲\sin^۲\varphi}{\frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲\cos^۲\varphi}\xrightarrow{k=m\omega^۲}\frac{U}{K}=\tan^۲\varphi\xrightarrow{\varphi=\frac{\pi}{۳}}\frac{U}{K}=\tan^۲\frac{\pi}{۳}=۳$$

بنابراین $\frac{U}{K}>۱$ و گزینه‌ی (۳) درست است.

۱۶- گزینه‌ی ۳ (A) در هر دوره شـتاب دو بار صفر می‌شـود، پس این نوسانگر در هر ثانیه ۴ نوسان کامل انجام می‌دهد و دوره‌ی آن $\frac{۱}{۴}$ ثانیه است.

۱۷- گزینه‌ی ۱ (A) با توجه به نمودار:

$$\frac{۳T}{۲}=۳\Rightarrow T=۲s\quad,\quad\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۲}\Rightarrow\omega=\pi\frac{rad}{s}$$

$$a_m=v_m\omega\Rightarrow a_m=\frac{\pi}{۱۰}\pi=\frac{\pi^۲}{۱۰}=\frac{۱۰}{۱۰}\Rightarrow a_m=۱\frac{m}{s^۲}$$

۱۸- گزینه‌ی ۲ (B) با توجه به نمودار، بیشـینه‌ی مقدار انرژی جنبشـی یا همان انرژی مکانیکی نوسـانگر، برابر با یک ژول و دامنه‌ی حرکت ۱۰ cm است.

$$K=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\Rightarrow۱=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{-۲}\times(۰/۱)^۲\omega^۲\Rightarrow\omega=۱۰^۲\frac{rad}{s}$$

۱۹- گزینه‌ی ۴ (A)

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}\Rightarrow\omega\propto\sqrt{g}$$

۲۰- گزینه‌ی ۲ (A) ابتدا به کمک‌رابطه‌ی $a_m=A\omega^۲$ بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$a_m=A\omega^۲\Rightarrow۴=۰/۰۴\omega^۲\Rightarrow\omega=۱۰\frac{rad}{s}$$

اکنون به کمک رابطه‌ی $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ ثابت فنر را حساب می‌کنیم:

$$۱۰=\sqrt{\frac{k}{۰/۳}}\Rightarrow k=۳۰\frac{N}{m}$$

۲۱- گزینه‌ی ۱ (A) دوره‌ی آونگ ساده $T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است و با جذر طول آونگ نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{T_A}{T_B}=\frac{۲\pi\sqrt{\frac{l_A}{g}}}{۲\pi\sqrt{\frac{l_B}{g}}}\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\sqrt{\frac{l_A}{l_B}}\xrightarrow{l_A=\frac{۳۶}{۲۵}l_B}\frac{T_A}{T_B}=\sqrt{\frac{۳۶}{۲۵}}=\frac{۶}{۵}$$

از طرفی تعداد نوسان‌های آونگ در یک مدت معین با دوره نسبت وارون دارد، بنابراین:

$$\left.\begin{matrix} N_A=\frac{t}{T_A} \\ N_B=\frac{t}{T_B} \end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{N_A}{N_B}=\frac{T_B}{T_A}\Rightarrow\frac{۵}{N_B}=\frac{۵}{۶}\Rightarrow N_B=۶$$

B **۲۲- گزینه‌ی ۴** دوره‌ی آونگی که بر آن نیروی ثابت و قائم F وارد می‌شود، برابر است با: $T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g\pm\frac{F}{m}}}$

اگر F رو به پایین (هم‌جهت با نیروی گرانش زمین) باشد علامت مثبت و اگر رو به بالا (مخالف نیروی گرانش زمین) باشد علامت منفی به کار می‌رود.

$$\left.\begin{matrix} T_۱=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \\ T_۲=۲\pi\sqrt{\frac{۴l}{g+\frac{۳mg}{m}}}\Rightarrow T_۲=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \end{matrix}\right\}\Rightarrow T_۲=T_۱$$

B **۲۳- گزینه‌ی ۱**

$$a=-a_m\sin\omega t\xrightarrow{t=۰}\sin\varphi=-\frac{a}{a_m}$$

$$\sin\varphi=-\frac{۰/۰۵\pi}{۰/۱\pi}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}\varphi=\frac{۷\pi}{۶} & \text{یا} \quad \frac{-۵\pi}{۶} \\ \varphi=\frac{۱۱\pi}{۶} & \text{یا} \quad \frac{-\pi}{۶}\end{cases}$$

در گزینه‌ها $-\frac{۵\pi}{۶}$ وجود دارد.

B **۲۴- گزینه‌ی ۱** چون ثابت فنر (k) تغییر نکرده و دامنه (A) ثابت مانده است، پس انرژی مکانیکی $(E=\frac{۱}{۲}kA^۲)$ تغییر نکرده است.

B **۲۵- گزینه‌ی ۴** با توجه به رابطه‌ی دوره‌ی آونگ:

$$T_A=۲\pi\sqrt{\frac{l_A}{g}}=۲\pi\sqrt{\frac{۴}{۱۰}}\Rightarrow T_A=۴s$$

$$T_B=۲\pi\sqrt{\frac{l_B}{g}}=۲\pi\sqrt{\frac{۱}{۱۰}}\Rightarrow T_B=۲s$$

$$N_B=N_A+۲\Rightarrow\frac{t}{T_B}=\frac{t}{T_A}+۲\Rightarrow\frac{t}{۲}=\frac{t}{۴}+۲\Rightarrow\frac{t}{۴}=۲\Rightarrow t=۸s$$

B **۲۶- گزینه‌ی ۱** مسافتی که نوسانگر در هر دوره می‌پیماید، چهار برابر دامنه است. $۴A=۱۶\Rightarrow A=۴cm$

با توجه به رابطه‌ی $F=-۱۰۰x$ و $F=-mw^۲x$ خواهیم داشت: $mw^۲=۱۰۰$

$$\begin{cases}K=\frac{۱}{۲}mv^۲ \\ v=\omega\sqrt{A^۲-x^۲}\end{cases}\Rightarrow K=\frac{۱}{۲}m\omega^۲(A^۲-x^۲)\Rightarrow K=\frac{۱}{۲}(۱۰۰)(۴^۲-۳^۲)\times۱۰^{-۴}=۳/۵\times۱۰^{-۲}J=۳۵mJ$$

پاسخ تشریحی آزمون فصل چهارم

A **۱- گزینه‌ی ۳** بـا نزدیک شـدن فرورفتگی موج به نقطه‌ی B، B رو به پایین حرکـت می‌کند و چون B به حالت تعادل خود نزدیک می‌شود، حرکت آن تندشونده است.

A **۲- گزینه‌ی ۱**

$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{\frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho_A}}}{\frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho_B}}}=\sqrt{\frac{\rho_B}{\rho_A}}=\sqrt{\frac{۲/۶۵}{۱۰/۶}}=\sqrt{\frac{۱}{۴}}=\frac{۱}{۲}$$

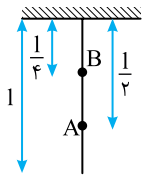
A **۳- گزینه‌ی ۲** سرعت انتشار موج تنها تابع شرایط فیزیکی محیط انتشار موج است. پس با تغییر دوره (بسامد) و دامنه، سرعت انتشار موج تغییر نمی‌کند.

در حالی که وقتی دوره‌ی چشمه‌ی موج را زیاد می‌کنیم طول موج افزایش می‌یابد.

$$\uparrow \lambda = vT \uparrow$$

A **۴- گزینه‌ی ۳** نقاطـی که در هر لحظه وضعیت آن‌ها کاملاً قرینه‌ی یک‌دیگر باشـد، نسـبت به هـم در فاز مخالف قرار دارند. نقطه‌ی C در بُعد مثبت و در حال حرکت رو به پایین و مکان آن $x=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ اسـت. با توجه به نقش موج نقطه‌ی E و G در بُعد منفی و در حال حرکت رو به بالا و مکان آن‌ها $x=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ هستند. بنابراین با نقطه‌ی C در فاز مخالف هستند.

B **۵- گزینه‌ی ۳** طناب سـنگین و همگن اسـت. در وسط آن نیروی کشش نصف وزن طناب را تحمل می‌کند $(F_A=\frac{mg}{۲})$، و در $\frac{l}{۴}$ محل آویز، نیروی کشش $\frac{۳}{۴}$ وزن طناب را تحمل می‌کند $(F_B=\frac{۳}{۴}mg)$. اما μ در طول طناب همگن یکسان است.



$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{\sqrt{\frac{F_A}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F_B}{\mu}}}=\sqrt{\frac{F_A}{F_B}}=\sqrt{\frac{\frac{mg}{۲}}{\frac{۳}{۴}mg}}\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{۲}{۳}}=\frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

A **۶- گزینه‌ی ۲** سرعت انتشار موج $v=\frac{\omega}{k}$ است، بنابراین:

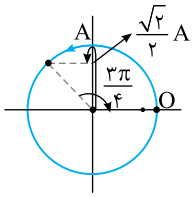
$$v=\frac{۱۰۰\pi}{\frac{\pi}{۵}}\Rightarrow v=۵۰۰\frac{m}{s}$$

A **۷- گزینه‌ی ۴**

$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x\Rightarrow\frac{\pi}{۵}=\frac{۲\pi}{\lambda}(۴۰)\Rightarrow\lambda=۴۰۰cm=۴m$$

C **۸- گزینه‌ی ۴** موج پس از زمان $t=\frac{\Delta x}{v}=\frac{۵/۵}{۱۰}=۰/۵۵s$ از سـر طناب به نقطه‌ی M می‌رسد. پس در لحظه‌ی $t=۱s$ نقطه‌ی M به مدت $۱-۰/۵۵=۰/۴۵s$ در نوسـان بوده اسـت و حرکت‌های سـر طناب را در این مدت تکرار کرده اسـت. دوره‌ی نوسان $T=\frac{\lambda}{v}=\frac{۲}{۱۰}=۰/۲s$ اسـت. در هـر دوره حرکـت تکـرار می‌شـود. پـس در لحظه‌هـای $t=۰/۴۵s$، $t=۰/۴۵-۰/۲=۰/۲۵s$ و $t=۰/۲۵-۰/۲=۰/۰۵s$، وضعیت سر طناب شبیه وضعیت نقطه‌ی M است.

B **۹- گزینه‌ی ۴** با توجه به شـکل، نقطه‌ی O در حال حرکت رو به بالا اسـت و پس از $\frac{۳T}{۸}$، به مکان $+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ می‌رسد.



Ⓐ ۱۰- گزینه‌ی ۱ ابتدا بسامد زاویه‌ای و عدد موج را حساب می‌کنیم.

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 2\pi \times 20 \Rightarrow \omega = 40\pi \frac{rad}{s}$$

$$k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow k = \frac{40\pi}{200} \Rightarrow k = \frac{\pi}{5} \frac{rad}{m}$$

موج در جهت منفی محور yها در حال پیشروی است، بنابراین فاز موج خواهد شد: $\varphi = \omega t + ky \Rightarrow \varphi = 40\pi t + \frac{\pi}{5} y$

از طرفی موج طولی اســت و راســتای پیشروی موج بر راستای نوسان ذره‌های محیط منطبق بوده و راستای ارتعاش ذرات محیط نیز محور yها می‌باشد و اندیس u درتابع موج باید حرف y باشد. بنابراین تابع موج به‌صورت زیر است:

$$u_y = 0/06 \sin(40\pi t + \frac{\pi}{5} y)$$

Ⓑ ۱۱- گزینه‌ی ۲ ابتدا با قرار دادن $y = 1$ در تابع موج، معادله‌ی آن ذره را به‌دست می‌آوریم:

$$u_x = 0/02 \sin(10\pi t - \frac{\pi}{4})$$

اکنون با قرار دادن $t = \frac{1}{4} s$ در معادله‌ی ذره‌ی مورد نظر، بُعد ذره را حساب می‌کنیم.

$$u_x = 0/02 \sin(10\pi \times \frac{1}{4} - \frac{\pi}{4}) = 0/02 \sin(\frac{9\pi}{4}) \Rightarrow u_x = 0/02 \sin(2\pi + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow u_x = 0/02(\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow u_x = \frac{\sqrt{2}}{100} m$$

Ⓑ ۱۲- گزینه‌ی ۴ از رابطه‌ی داده شده در صورت سؤال می‌فهمیم که $k = \frac{\pi}{4} \frac{rad}{m}$ و $\omega = 10\pi \frac{rad}{s}$ است.

$$k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow k = \frac{10\pi}{v} \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{10\pi}{v} \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

می‌دانیم که در یک سیم سرعت برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu = \frac{m}{l}} v = \sqrt{\frac{F.l}{m}} \xrightarrow{m = \rho V} v = \sqrt{\frac{F.l}{\rho V}} \xrightarrow{V = Al} v = \sqrt{\frac{F.l}{\rho Al}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

$$\Rightarrow 40 = \sqrt{\frac{F}{3 \times 10^3 \times 10^{-6}}} \Rightarrow F = 4/8 N$$

Ⓐ ۱۳- گزینه‌ی ۴ با مقایسه‌ی رابطه‌ی تابع موج با تابع موج ذکر شده در صورت پرسش داریم:

$$\begin{cases} u = A \sin(\omega t - kx) \\ u = 0/2 \sin(2\pi t - 2\pi x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0/2 m \\ \omega = 2\pi \frac{rad}{s} \\ k = 2\pi \frac{rad}{m} \end{cases}$$

بیشینه سرعت ارتعاش ذرات از رابطه‌ی $v_m = A\omega$ و سرعت انتشار موج از رابطه‌ی $(v = \frac{\omega}{k})$ به‌دست می‌آید. بنابراین:

$$\begin{cases} v_m = A\omega = 0/2 \times 2\pi = 0/4\pi \frac{m}{s} \\ v_{موج} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_m}{v_{موج}} = 0/4\pi$$

Ⓑ ۱۴- گزینه‌ی ۴ با توجه به تابع موج $u = 10^{-2} \sin(100\pi t - 40\pi x)$، بسامد زاویه‌ای موج $\omega = 100\pi \frac{rad}{s}$ و عدد موج $k = 40\pi \frac{rad}{m}$ است. سرعت انتشار موج در محیط $v = \frac{\omega}{k} = \frac{100\pi}{40\pi} = 2/5 \frac{m}{s}$ خواهد شد.

اکنون می‌توان مسافت طی شده را در مدت $2s$ به‌دست آورد.

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = 2/5 \times 2 = 5m$$

A **۱۵- گزینه‌ی ۴** اختلاف فاز بین دو نقطه از محیط انتشار موج که به فاصله‌ی x از هم قرار دارند، برابر $\Delta\varphi = kx$ است.

با توجه به معادله‌ی نقطه‌ی O و نقطه‌ی A، اختلاف فاز آن‌ها برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta\varphi = \frac{2\pi x}{0/1} \Rightarrow 20\pi x = kx \Rightarrow k = 20\pi \frac{rad}{m} \\ \Delta\varphi = kx \end{cases}$$

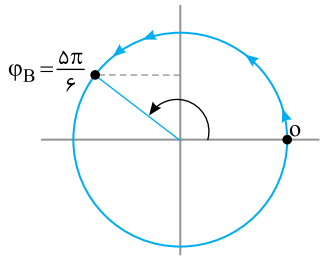
سرعت انتشار موج خواهد شد:

$$k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow 20\pi = \frac{200\pi}{v} \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

B **۱۶- گزینه‌ی ۳** با توجه به این‌که نقطه‌ی M در حال پایین آمدن است و M در حال تکرار حرکت نوسانی ذره‌ای است که در سمت راست آن قرار دارد، بنابراین موج در حال انتشار در خلاف جهت محور x می‌باشد.

نقطه‌ی B در بعد مثبت قرار دارد و با توجه به جهت انتشار موج در حال حرکت به سمت مبدأ می‌باشد. بنابراین، فاز نقطه‌ی B در ربع دوم قرار دارد.

$$\begin{cases} \sin\varphi_B = \frac{y}{A} = \frac{\frac{A}{2}}{A} = \frac{1}{2} \\ \text{فاز نقطه‌ی B در ربع دوم قرار دارد} \end{cases} \Rightarrow \varphi_B = \frac{5\pi}{6}$$

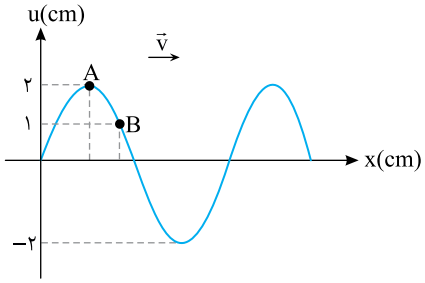


فاز نقطه‌ی O با توجه به جهت انتشار موج $\varphi = 0$ است. بنابراین اختلاف فاز دو نقطه‌ی B و O برابر با $\frac{5\pi}{6}$ است. حال، طبق رابطه‌ی $\Delta\varphi = k\Delta x$، می‌توانیم k را محاسبه کرده و با توجه به رابطه‌ی عدد موج $k = \frac{2\pi}{\lambda}$، طول موج را محاسبه کنیم.

$$\Delta\varphi = k\Delta x \Rightarrow \frac{5\pi}{6} = k \times \frac{5}{6} \Rightarrow k = \pi$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2m$$

A **۱۷- گزینه‌ی ۲** با توجه به نقش موج فاز نقطه‌ی A در لحظه‌ی نشان داده شده برابر $\varphi_A = \frac{\pi}{2}$ و فاز نقطه‌ی B که از مکان $x_0 = +1cm$ رو به بالا در حرکت است برابر خواهد بود با:



$$\sin\varphi_{0B} = \frac{x_{0B}}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_{0B} = \frac{\pi}{6}$$

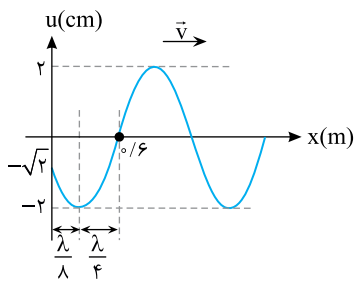
بنابراین:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

B **۱۸- گزینه‌ی ۲** با توجه به نمودارها در مدت $0/03s$ موج به اندازه‌ی یک طول موج جلو رفته است بنابراین $0/03s$ برابر یک دوره است و بسامد خواهد شد:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0/03} \Rightarrow f = \frac{100}{3} Hz$$

B **۱۹- گزینه‌ی ۲** با توجه به نمودار طول موج را به‌دست می‌آوریم:



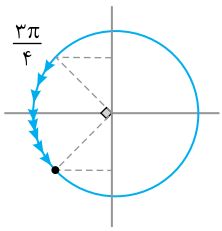
$$\frac{\lambda}{8} + \frac{\lambda}{4} = 0/6 \Rightarrow \frac{3\lambda}{8} = 0/6 \Rightarrow \lambda = 1/6m$$

ذره‌ای که در مکان $x = 0/8m$ مبدأ است با مبدأ فاصله‌اش $\frac{\lambda}{2}$ بوده و در فاز مخالف با

مبدأ بوده و وقتی در $t=0$ مکان مبدأ $-\sqrt{2}cm$ و جهت حرکتش رو به بالا است، جهت حرکت ذره‌ی M از مکان $+\sqrt{2}cm$ رو به پایین است یعنی فاز حرکت نقطه‌ی M در ربع دوم است.

$$x=A\sin\varphi\Rightarrow+\sqrt{2}=2\sin\varphi\Rightarrow\sin\varphi=+\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\varphi=\frac{3\pi}{4}$$

بسامد زاویه‌ای موج را به‌دست می‌آوریم:



$$v=f\lambda\Rightarrow200=f(1/6)\Rightarrow f=125Hz$$

$$\omega=2\pi f\Rightarrow\omega=2\pi\times125\Rightarrow\omega=250\pi\frac{rad}{s}$$

تغییر فاز ذره‌ی M را در مدت $\frac{1}{500}s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\Delta\varphi=250\pi\times\frac{1}{500}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_2-\varphi_1=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\varphi_2-\frac{3\pi}{4}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\varphi_2=\frac{5\pi}{4}$$

اکنون سرعت ذره را به‌دست می‌آوریم:

$$v=A\omega\cos\varphi\Rightarrow v=\frac{2}{100}\times250\pi\cos\frac{5\pi}{4}\Rightarrow v=5\pi\cos(\pi+\frac{\pi}{4})\Rightarrow v=\frac{-5\sqrt{2}\pi}{2}\frac{m}{s}$$

Ⓐ **۲۰- گزینه‌ی ۱** انرژی که توسط موج حمل می‌شود با توجه به رابطه‌ی $E=2\pi^2mA^2f^2$ با مجذور دامنه و مجذور بسامد موج، نسبت مستقیم دارد.

Ⓐ **۲۱- گزینه‌ی ۱** سرعت موج در طناب را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{20}{0/05}}=\sqrt{\frac{2000}{5}}=\sqrt{400}=20\frac{m}{s}$$

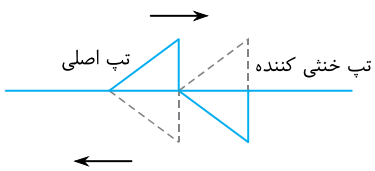
توان متوسط انتقال انرژی برابر است با:

$$\overline{P}=2\pi^2A^2f^2\mu v\Rightarrow80=2\times10\times A^2\times1600\times0/05\times20\Rightarrow A^2=\frac{1}{400}\Rightarrow A=\frac{1}{20}m=5cm$$

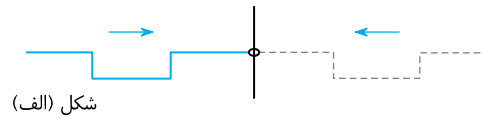
Ⓐ **۲۲- گزینه‌ی ۳** آن قسمت از تپ که ابتدا به مانع می‌رسد، زودتر نیز بازتاب می‌کند. از طرفی تپ بازتابیده از مانع سخت (انتهای ثابت) وارونگی دارد، بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

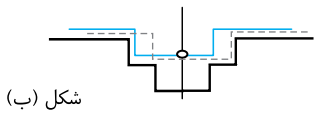
Ⓑ **۲۳- گزینه‌ی ۳** وقتی نیمی از تپ‌ها مقابل هم قرار گیرد، در آن ناحیه برهم نهی ویرانگر است.

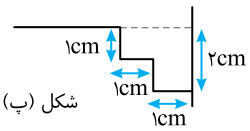
Ⓑ **۲۴- گزینه‌ی ۱** برای آن‌که دو تپ در یک لحظه یک‌دیگر را خنثی کنند، باید تپ دوم در خلاف جهت تپ اول در محیط منتشر شود و هنگامی که دو تپ به هم می‌رسند در یک لحظه برآمدگی یکی از آن‌ها در مقابل فرورفتگی دیگری باشد و یعنی تپ‌ها قرینه‌ی محوری (خطی) هم باشند.



C **۲۵- گزینه‌ی ۲** می‌توان فرض کرد که یک تپ در حال انتشار از راست به چپ نیز وجود دارد، که با تپ اول در محل انتهای آزاد برهم‌نهی می‌کند. در مدت دو ثانیه هر دو تپ به اندازه‌ی $\Delta x = vt = ۲\times ۲ = ۴\ cm$ به سوی هم پیشروی کرده و از برهم‌نهی آن‌ها مطابق شکل‌های روبه‌رو شکل (پ) حاصل می‌شود.


شکل (الف)


شکل (ب)



شکل (پ)

A **۲۶- گزینه‌ی ۱** دو موج $u_۱$ و $u_۲$ دو موج رفت و برگشت هم‌دوره و هم‌دامنه و هم‌راستا بوده که با هم تداخل کرده و امواج ایستاده تشکیل می‌دهند. فاصله‌ی دو گره‌ی متوالی در امواج ایستاده برابر $\frac{\lambda}{۲}$ است. ابتدا به کمک عدد موج $k = ۱۰\pi \frac{rad}{m}$، طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$k = \frac{۲\pi}{\lambda} \Rightarrow ۱۰\pi = \frac{۲\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = ۰/۲\ m \Rightarrow \frac{\lambda}{۲} = ۰/۱\ m \Rightarrow \frac{\lambda}{۲} = ۱۰\ cm$$

A **۲۷- گزینه‌ی ۳** در یک تار با دو انتهای ثابت، بسامد تولید شده برابر $f_n = \frac{nv}{۲l}$ است. با توجه به فرض پرسش، $l = ۸۰cm$ و بسامد تولید شده $f = ۲۰۰Hz$ بوده و تار صوت اصلی خود را تولید می‌کند $(n = ۱)$.

$$f_n = \frac{nv}{۲l} \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{۱\times v}{۲\times ۰/۸} \Rightarrow v = ۳۲۰\ \frac{m}{s}$$

A **۲۸- گزینه‌ی ۴** در طول سیم دو گره ایجاد شده است یعنی تار هماهنگ اول خود را تولید کرده است:

$$f_n = \frac{nv}{۲l} \Rightarrow ۹۰۰ = \frac{۱\times v}{۰/۴} \Rightarrow v = ۳۶۰\ \frac{m}{s}$$

جرم یکای طول سیم برابر است با:

$$\mu = \frac{m}{l} \Rightarrow \mu = \frac{۸۰۰\times ۱۰^{-۳}\times ۱۰^{-۳}}{۲۰\times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow \mu = ۴\times ۱۰^{-۳}\ \frac{kg}{m}$$

اکنون به کمک رابطه‌ی سرعت انتشار موج در سیم، نیروی کشش سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow ۳۶۰\times ۳۶۰ = \frac{F}{۴\times ۱۰^{-۳}} \Rightarrow F = ۵۱۸/۴N$$

A **۲۹- گزینه‌ی ۴**

$$\Delta\varphi = \varphi_۲ - \varphi_۱ = \frac{۲\pi}{\lambda} d_۲ - \frac{۲\pi}{\lambda} d_۱ = \frac{۲\pi}{\lambda}\left(\frac{۷\lambda}{۴} - \frac{\lambda}{۴}\right) \Rightarrow \Delta\varphi = ۳\pi$$

بنابراین اختلاف فاز، مضرب فرد π است و دو موج در فاز متقابل هستند.

A **۳۰- گزینه‌ی ۲** اختلاف فاز دو موج رسیده به نقطه‌ی A، تابعی از اختلاف فاصله‌ی نقطه‌ی A از دو چشمه است.

$$\Delta\varphi = \varphi_۲ - \varphi_۱ = \frac{۲\pi}{\lambda} d_۲ - \frac{۲\pi}{\lambda} d_۱ \Rightarrow \frac{\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{\lambda}(۹۰ - ۶۰) \Rightarrow \lambda = ۱۸۰cm$$

پاسخ تشریحی آزمون فصل پنجم

A **۱- گزینه‌ی ۱** فاصله‌ی بین یک تپ تراکمی و یک تپ انبساطی، $\frac{\lambda}{۲}$ است.

$$\frac{\lambda}{۲}=۲۰\Rightarrow\lambda=۴۰cm$$

$$v=f\lambda\Rightarrow v=۸۰۰\times۰/۴=۳۲۰\frac{m}{s}$$

A **۲- گزینه‌ی ۴** هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد ثابت می‌ماند و سرعت انتشار موج و طول موج تغییر می‌کند، بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

B **۳- گزینه‌ی ۱** ابتدا زمان سیر صوت را در هوا به‌دست می‌آوریم:

زمان سیر صوت در هوا $\Delta t_۱=\frac{\Delta x}{v_۱}\Rightarrow\Delta t_۱=\frac{۷۰۰}{۳۵۰}=۲s$

سرعت صوت در فلز از سرعت صوت در هوا بیش‌تر است، بنابراین:

زمان سیر صوت در فلز $\Delta t_۲=۲-۱/۸۶=۰/۱۴s$

$$v_۲=\frac{\Delta x}{\Delta t_۲}\Rightarrow v_۲=\frac{۷۰۰}{۰/۱۴}=۵۰۰۰\frac{m}{s}$$

B **۴- گزینه‌ی ۴** سرعت صوت در هوا را در دو حالت می‌نویسیم و برهم تقسیم می‌کنیم:

$$v=\sqrt{\gamma\frac{RT}{M}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{T'}{T}}\Rightarrow\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{۲۷۳+۳۰}{۲۷۳+۱۵}}\Rightarrow v<v'<\sqrt{۲}v$$

A **۵- گزینه‌ی ۱** با توجه به رابطه‌ی سرعت انتشار صوت داریم:

$$v=\sqrt{\gamma\frac{RT}{M}}=\sqrt{۱/۴\times\frac{\frac{۲۵}{۳}\times۶۰۰}{۲\times۱۰^{-۳}}}=۵۰۰\sqrt{۱۴}\frac{m}{s}$$

A **۶- گزینه‌ی ۳** بلندگو سبب می‌گردد دامنه‌ی موج و در نتیجه انرژی گسیلی چشمه‌ی صوت افزایش یابد.

B **۷- گزینه‌ی ۱** ابتدا با توجه به تعریف تراز شدت صوت، شدت صوت را حساب می‌کنیم:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow۶۰=۱۰\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow۶=\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow۱۰^{۶}=\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow I=۱۰^{-۶}\frac{W}{m^۲}$$

اکنون می‌توان انرژی گذرنده از سطح را به‌دست آورد.

$$I=\frac{E}{A.t}\Rightarrow۱۰^{-۶}=\frac{E}{۲\times۱۰}\Rightarrow E=۲\times۱۰^{-۵}J=۲۰\mu J$$

B **۸- گزینه‌ی ۴**

$$\beta=۱۰\log\frac{I_۱}{I_۰}\Rightarrow۶۰=۱۰\log\frac{I_۱}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow۶=\log\frac{I_۱}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow I_۱=۱۰^{-۶}\frac{W}{m^۲}$$

صوت وقتی به زحمت شنیده می‌شود که شدت صوت برابر صوت مبنا شود: $I_۲=۱۰^{-۱۲}\frac{W}{m^۲}$

$$\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲\Rightarrow\frac{۱۰^{-۱۲}}{۱۰^{-۶}}=(\frac{۲۰}{r_۲})^۲\Rightarrow r_۲=۲۰۰۰m=۲۰km$$

B **۹- گزینه‌ی ۲**

$$\beta_۱-\beta_۲=۱۰\log\frac{I_۱}{I_۲}\Rightarrow۴۰=۱۰\log(\frac{d_۲}{d_۱})^۲\Rightarrow(\frac{d_۲}{d_۱})^۲=۱۰^{۴}$$

$$\frac{d_۲}{d_۱}=۱۰۰\Rightarrow\frac{d_۲}{۴}=۱۰۰\Rightarrow d_۲=۴۰۰m\Rightarrow\Delta d=۴۰۰-۴=۳۹۶m$$

Ⓐ **۱۰- گزینه‌ی ۴** بسامد هماهنگ‌های لوله با دو انتهای باز از رابطه‌ی $f_n=\frac{nv}{2l}$ به‌دست می‌آید.

$$f_3=3\times\frac{320}{2\times0/4}\Rightarrow f_3=1200\,Hz$$

Ⓑ **۱۱- گزینه‌ی ۲** دمای هوای درون لوله‌ها برابر است، بنابراین سرعت انتشار موج در هر دو لوله یکسان است. با استفاده از روابط بسامد لوله‌ی صوتی باز $(f_n=\frac{nv}{2l})$ و لوله‌ی صوتی بسته $(f_{2n-1}=(2n-1)\frac{v}{4l})$ داریم:

$$\begin{cases} f_{4o}=\frac{4v}{2l_o} \\ f_{2n-1}=(2n-1)\frac{v}{4l_c} \end{cases}\Rightarrow\frac{4v}{2l_o}=(2n-1)\frac{v}{4l_c}\Rightarrow\frac{2v}{\frac{8}{3}l_c}=(2n-1)\frac{v}{4l_c}\Rightarrow(2n-1)=3\Rightarrow n=2$$

Ⓑ **۱۲- گزینه‌ی ۳** هنگامی که لوله را به تدریج از آب بیرون می‌آوریم، یک سرِ باز لوله توسط آب بسته می‌شود. بنابراین، یک لوله‌ی صوتی بسته به‌وجود می‌آید. در لوله‌های صوتی بسته وقتی طول لوله $l=(2n-1)\frac{\lambda}{4}$ باشد، تشدید رخ می‌دهد. ابتدا با استفاده از رابطه‌ی طول موج، $(\lambda=\frac{v}{f})$، λ را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{300}{500}=0/6m=60cm$$

بنابراین، در طول‌های $(15cm)\frac{\lambda}{4}$، $(45\,cm)\frac{3\lambda}{4}$، $(75cm)\frac{5\lambda}{4}$ و $(105cm)\frac{7\lambda}{4}$ تشدید رخ می‌دهد.

هنگامی‌که لوله را به‌طور کامل از آب بیرون می‌آوریم، با یک لوله‌ی صوتی باز مواجه هستیم. طبق رابطه‌ی بسامد این لوله $(f_n=\frac{nv}{2l})$ داریم:

$$f_n=\frac{nv}{2l}\Rightarrow500=\frac{n\times300}{2\times1/1}=3n=11\Rightarrow n=\frac{11}{3}\notin\mathbb{N}$$

بنابراین، در لوله‌ی صوتی باز (هنگامی که لوله به طور کامل از آب خارج شود) تشدید رخ نمی‌دهد. پس، در مجموع ۴ بار صدای دیاپازون توسط لوله‌ی صوتی تشدید می‌شود.

Ⓑ **۱۳- گزینه‌ی ۱** بنا بر تعریف تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \beta_A-\beta_B=10 \\ \beta_C-\beta_B=14 \end{cases}\Rightarrow\beta_C-\beta_A=4\Rightarrow\log\frac{I_C}{I_A}=4\Rightarrow\frac{I_C}{I_A}=10^4$$

شدت صوت با مجذور دامنه، نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{I_C}{I_A}=10^4\Rightarrow(\frac{A_C}{A_A})^2=10^4\Rightarrow\frac{A_C}{A_A}=100$$

Ⓐ **۱۴- گزینه‌ی ۲** کمینه و بیشینه بسامدی که گوش سالم می‌تواند بشنود به ترتیب 20Hz و 20000Hz است، سرعت انتشار صوت در یک محیط برای تمام بسامدها ثابت است، از این رو:

$$\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}=\frac{\frac{v}{f_{min}}}{\frac{v}{f_{max}}}=\frac{f_{max}}{f_{min}}\Rightarrow\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}=\frac{20000}{20}=1000$$

Ⓐ **۱۵- گزینه‌ی ۴** در دمای ثابت، سرعت انتشار صوت در یک گاز معین بنابر رابطه‌ی $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ ثابت می‌ماند و به فشار گاز بستگی ندارد.

پاسخ تشریحی آزمون فصل ششم

A **۱- گزینه‌ی ۳** موج‌های الکترومغناطیسی از دو میدان الکتریکی و مغناطیسی هم‌دوره، هم‌فاز و عمود برهم تشکیل شده‌اند.

A **۲- گزینه‌ی ۱** در طیف امواج الکترومغناطیسی (رادیویی، فروسرخ، نور مرئی، پرتوی فرابنفش، پرتوی X و پرتوی γ) از راست به چپ، بسامد افزایش و طول موج کاهش می‌یابد.

A **۳- گزینه‌ی ۲** میدان الکتریکی متغیر با زمان می‌تواند میدان مغناطیسی تولید کند.

A **۴- گزینه‌ی ۳** در گستره‌ی موج‌های الکترومغناطیسی از امواج رادیویی به سوی پرتوهای گاما، بسامد در حال افزایش است.

A **۵- گزینه‌ی ۲** بسامد نور در دو محیط یکسان است. ابتدا طول موج نور را در هوا به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n} \Rightarrow ۰/۴۵ = \frac{\lambda}{\frac{۴}{۳}} \Rightarrow \lambda = ۰/۶\mu m$$

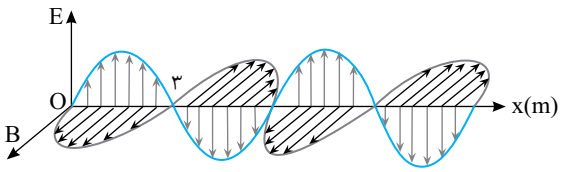
اکنون بسامد نور را حساب می‌کنیم:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۰/۶\times ۱۰^{-۶}} = ۵\times ۱۰^{۱۴}\,Hz = ۵\times ۱۰^{۸}\,MHz$$

A **۶- گزینه‌ی ۳** میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیس با هم، هم‌فاز هستند. بنابراین گزینه‌ی (۱) نادرست است. تغییر میدان مغناطیسی با زمان باعث ایجاد میدان الکتریکی می‌شود. البته تغییر میدان الکتریکی با زمان نیز باعث ایجاد میدان مغناطیسی می‌شود. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست و گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند.

A **۷- گزینه‌ی ۱** برای آشکارسازی پرتوهای گاما از شمارش‌گر گایگر - مولر استفاده می‌شود.

A **۸- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل، نصف طول موج برابر ۳ متر است.



$$\frac{\lambda}{۲} = ۳ \Rightarrow \lambda = ۶m$$

اکنون می‌توان بسامد را به‌دست آورد:

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۶} = ۵\times ۱۰^{۷}\,Hz = ۵۰MHz$$

A **۹- گزینه‌ی ۳** سرعت انتشار موج الکترومغناطیس در خلأ برابر است با:

$$\left(c = \frac{۱}{\sqrt{\varepsilon_{۰}\mu_{۰}}}, f = \frac{v}{\lambda}\right) \Rightarrow f = \frac{۱}{\lambda\sqrt{\varepsilon_{۰}\mu_{۰}}}$$

B **۱۰- گزینه‌ی ۲** میدان الکتریکی موج در راستای محور xها نوسان می‌کند و موج در خلاف جهت محور yها در حال پیشروی است، پس میدان مغناطیسی موج در راستای محور zها باید نوسان کند.

B **۱۱- گزینه‌ی ۲** ابتدا اختلاف راه نقطه‌ی P را از دو شکاف به‌دست می‌آوریم:

$$d_{۲} - d_{۱} = ۸۰/۱۸ - ۸۰ = ۰/۱۸cm = ۱/۸\,mm$$

سپس $\frac{\lambda}{۲}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\lambda}{۲} = \frac{۱۲۰۰}{۲} = ۶۰۰\mu = ۰/۶\,mm$$

حال $d_{۲} - d_{۱}$ بر $\frac{\lambda}{۲}$ تقسیم می‌کنیم. اگر عدد زوج به‌دست آمد، نوار روشن و اگر عدد فرد به‌دست آمد، نوار تاریک است.

چون عدد فرد شد، پس نوار تاریک است.

$$\frac{۱/۸}{۰/۶} = ۳$$

حال شماره‌ی نوار را به‌دست می‌آوریم:

$$۲n - ۱ = ۳ \Rightarrow n = ۲$$

A **۱۲- گزینه‌ی ۱**

$$d_{۲} - d_{۱} = (۲n-۱)\frac{\lambda}{۲} \Rightarrow vt_{۲} - vt_{۱} = (۲n-۱)\frac{\lambda}{۲} \Rightarrow ۳\times ۱۰^{۸}(\Delta t) = (۲\times ۲-۱)\times \frac{۶\times ۱۰^{-۷}}{۲} \Rightarrow \Delta t = ۳\times ۱۰^{-۱۵}\,s$$

A **۱۳- گزینه‌ی ۳** رابطه‌ی $x=\frac{n\lambda D}{a}$ را در دو حالت می‌نویسیم و برهم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{x'}{x}=\frac{\frac{n'\lambda' D}{a}}{\frac{n\lambda D}{a}}\Rightarrow\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱\times\lambda'}{۱۰\times۶۰۰}\Rightarrow\lambda'=۵۰۰\,nm$$

B **۱۴- گزینه‌ی ۱** چون پهنای نوارها در محیط اول بیش‌تر است، بنابراین طول موج در محیط اول بلندتر است.

A **۱۵- گزینه‌ی ۳** با توجه به رابطه‌ی پهنای نوارها در آزمایش دو شکاف یانگ $(I=\frac{\lambda D}{۲a})$ و این‌که طول موج قرمز از طول موج نور زرد بیش‌تر است، برای افزایش پهنای نوارها می‌توان از نور تک‌رنگ قرمز استفاده کرد.

A **۱۶- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** در آزمایش یانگ فاصله‌ی وسط نوار mام تاریک از وسط نوار روشن مرکزی برابر است با:

$$x=\frac{(۲m-۱)\lambda D}{۲a}$$

و پهنای هر نوار نیز برابر است با:

$$I=\frac{\lambda D}{۲a}$$

اکنون دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{x}{I}=(۲m-۱)\Rightarrow\frac{۳/۵}{I}=(۲\times۴-۱)\Rightarrow I=\frac{۱}{۲}\,mm$$

راه‌حل دوم: در فاصله‌ی بین وسط نوار mام تاریک از وسط نوار روشن مرکزی، $(۲m-۱)$ نوار وجود دارد.

$$x=(۲m-۱)I\Rightarrow۳/۵=(۲\times۴-۱)I\Rightarrow I=\frac{۱}{۲}\,mm$$

B **۱۷- گزینه‌ی ۲** در محلی که دو نوار بر هم منطبق می‌شوند، فاصله‌ی دو نوار از نوار روشن مرکزی برابر است:

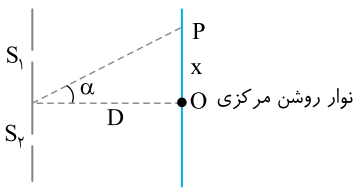
$$x_۱=x_۲\Rightarrow\frac{n_۱\lambda_۱ D}{a}=\frac{n_۲\lambda_۲ D}{a}\Rightarrow n_۱\times۴۵۰=n_۲\times۷۲۰\Rightarrow\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{۴۵۰}{۷۲۰}\Rightarrow\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{۵}{۸}$$

نوار روشن پنجم طول موج ۷۲۰ نانومتر بر نوار روشن هشتم طول موج ۴۵۰ نانومتر منطبق شده است، بنابراین:

$$x=\frac{n\lambda D}{a}\Rightarrow x=\frac{۵\times۷۲۰\times۱۰^{-۶}\,mm\times۱۰۰۰}{۰/۴}=۹mm$$

B **۱۸- گزینه‌ی ۱** در رابطه‌ی آزمایش یانگ برای نوارهای روشن داریم:

$$x=n\lambda\frac{D}{a}\Rightarrow\lambda=\frac{ax}{nD}$$



که در آن $\frac{x}{D}$ برابر $\tan\alpha$ است.

البته می‌دانیم در زوایای کوچک مقدار تانژانت یک زاویه با خود زاویه بر حسب رادیان برابر است از این‌رو:

$$\lambda=\frac{a}{n}\tan\alpha\Rightarrow\lambda=\frac{۰/۵\times۱۰^{-۳}}{۵}\times۰/۰۰۴\Rightarrow\lambda=۴\times۱۰^{-۷}\,m\Rightarrow\lambda=۴۰۰nm$$

۱۹- گزینه‌ی ۱ چون دو نوار در یک ظرف نوار روشن مرکزی نیستند، پس داریم:

$$\Delta x=x_{۱\,\text{روشن}}+x_{۲\,\text{تاریک}}=\frac{۴\lambda D}{a}+\frac{(۲\times۲-۱)\lambda D}{a}\Rightarrow\Delta x=\frac{۱۱\lambda D}{۲a}=۱۱mm\Rightarrow\frac{\lambda D}{a}=۲mm$$

خواسته‌ی سوال پهنای هر نوار می‌باشد، پس:

$$I=\frac{\lambda D}{۲a}=\frac{۲mm}{۲}=۱mm$$

۲۰- گزینه‌ی ۱ در آزمایش یانگ پهنای هر نوار برابر $I=\frac{\lambda D}{۲a}$ است، از این رو:

$$\frac{I'}{I}=\frac{\frac{\lambda' D'}{۲a'}}{\frac{\lambda D}{۲a}}\Rightarrow\frac{I'}{I}=\frac{D'}{D}\times\frac{a}{a'}=۰/۸\times\frac{۱}{۱/۲}\Rightarrow\frac{I'}{I}=\frac{۲}{۳}$$

پاسخ تشریحی آزمون فصل هفتم

۱- گزینه‌ی ۴ تابش گسیل شده از هر جسم به دمای آن و برخی از ویژگی‌های سطح آن بستگی دارد و در آن همه‌ی طول موج‌ها از فروسرخ، مرئی و فرابنفش به صورت یک طیف پیوسته وجود دارد. بنابراین گزینه‌های (۳) و (۱) درست است.

گسیل موج‌های الکترومغناطیسی از سطح جسم‌ها را تابش گرمایی گویند که از سطح همه‌ی اجسام در هر دمایی گسیل می‌شود. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

یخ صفر درجه مانند جسم جامد، از خود تابش گسیل می‌کند، بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است.

۲- گزینه‌ی ۱ جامدات داغ و مایعات حاصل از ذوب آن‌ها دارای طیف گسیلی (نشری) پیوسته هستند.

۳- گزینه‌ی ۱ طیف جامدات ملتهب، یک طیف پیوسته است.

۴- گزینه‌ی ۲ در تابش گرمایی جسم سیاه، تابندگی در طول موج‌های کوتاه به سمت صفر میل می‌کند اما در محاسبات کلاسیکی، تابندگی در طول موج‌های کوتاه به سمت نامتناهی می‌رود.

۵- گزینه‌ی ۳ با توجه به قانون جابه‌جایی ویلهلم وین برای طول موج بیشینه‌ی تابندگی می‌توان نوشت:

$$\lambda_m.T = ۲/۹\times۱۰^{-۳} \Rightarrow \frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{T_۲}{T_۱} \Rightarrow \frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{۲۷۳+۱۶۲}{۲۷۳+۱۷}=\frac{۴۳۵}{۲۹۰} \Rightarrow \frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}=\frac{۳}{۲}$$

۶- گزینه‌ی ۱ با توجه به رابطه‌ی $E=hf$ انرژی فوتون با بسامد، نسبت مستقیم دارد.

۷- گزینه‌ی ۳ با توجه به رابطه‌ی انرژی پرتو با انرژی فوتون:

$$E=nhf \Rightarrow ۰/۶۶۳=n\times۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\times۵\times۱۰^{۱۵} \Rightarrow n=۲\times۱۰^{۱۷}$$

۸- گزینه‌ی ۳ بنابر نظریه‌ی اینشتین در پدیده‌ی فوتوالکتریک، هر الکترون تنها با یک فوتون بر هم کنش دارد و اگر انرژی فوتون (hf) از تابع کار فلز $(W_۰)$ بزرگ‌تر باشد، پدیده رخ می‌دهد و الکترون از سطح فلز جدا می‌شود و تفاوت انرژی فوتون و تابع کار به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود و هرچه شدت نور با ثابت ماندن بسامد افزایش یابد، تعداد فوتون‌های آن افزایش یافته و انرژی تک فوتون پرتو تغییر نکرده و در نتیجه بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتو الکترون‌ها $(K_m=hf-W_۰)$ ثابت می‌ماند، بنابراین ولتاژ متوقف‌کننده نیز $(K_m=eV_۰)$ ثابت می‌ماند و ولتاژ متوقف‌کننده به شدت نور فرودی بستگی ندارد و تابعی از بسامد نور فرودی بر فلز و هم‌چنین تابعی از جنس الکترودی است که نور به آن می‌تابد و چنان‌چه بسامد پرتو از بسامد قطع کم‌تر باشد، پدیده‌ی فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد. پس گزینه‌های (۱)و (۲)و (۴) درست هستند.

از طرفی ولتاژ متوقف‌کننده برابر $V_۰=\frac{h}{e}f-\frac{W_۰}{e}$ بوده و $V_۰$ با بسامد نور فرودی بر فلز رابطه‌ی خطی دارد اما با آن متناسب نیست، یعنی اگر بسامد به طور مثال دو برابر شود ولتاژ متوقف‌کننده دو برابر نشده بلکه بیش‌تر از دو برابر حالت اول $(V_۰'>۲V_۰)$ می‌شود، بنابراین گزینه‌ی (۳) نادرست است.

۹- گزینه‌ی ۱ تابع کار فلز $(W_۰)$، کم‌ترین انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلز است. بنابراین بلندترین طول موجی که سبب گسیل فوتوالکترون از فلز می‌شود (طول موج قطع) برابر است با:

$$W_۰=\frac{hc}{\lambda_۰} \Rightarrow ۴=\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{\lambda_۰} \Rightarrow \lambda_۰=۳\times۱۰^{-۷}m \Rightarrow \lambda_۰=۳\times۱۰^{-۷}\times۱۰^{۶} \Rightarrow \lambda_۰=۰/۳\mu m$$

A **۱۰- گزینه‌ی ۴** ابتدا تابع کار فلز یعنی کم‌ترین انرژی لازم برای جدا شدن الکترون از سطح فلز را به‌دست می‌آوریم.

$$W_{\circ}=\frac{hc}{\lambda_{\circ}}\Rightarrow W_{\circ}=\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{۰/۲\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow W_{\circ}=۶eV$$

اکنون بیشینه‌ی انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$K_m=\frac{hc}{\lambda}-W_{\circ}\Rightarrow K_m=\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{۰/۱\times۱۰^{-۶}}-۶\Rightarrow K_m=۶eV$$

B **۱۱- گزینه‌ی ۲**

$$\begin{cases}K_m=hf-W_{\circ}\\ K'_m=h\frac{f}{۲}-W_{\circ}\end{cases}\Rightarrow K'_m<\frac{۱}{۲}K_m$$

A **۱۲- گزینه‌ی ۴** وقتی نور سفید از یک گاز عبور کند و وارد طیف نما شود، این طیف را طیف جذبی خطی گویند.

A **۱۳- گزینه‌ی ۳**

$$E_n=-\frac{E_R}{n^{۲}}\Rightarrow\begin{cases}E_{۱}=-E_R\\ E_{۲}=-\frac{E_R}{۴}\Rightarrow E_{۲}-E_{۱}=\frac{۳}{۴}E_R\\ E_{۳}=-\frac{E_R}{۹}\Rightarrow E_{۳}-E_{۲}=\frac{۵}{۳۶}E_R\end{cases}$$

کاملاً مشخص است که اختلاف انرژی ترازها در حال کاهش است.

B **۱۴- گزینه‌ی ۳** بنا بر الگوی اتمی بور اختلاف انرژی الکترون در تراز $n=۱$ و $n=۳$ برابر است با:

$$E_n=\frac{-E_R}{n^{۲}}\begin{cases}n=۱ & E_{۱}=-E_R\\ n=۳ & E_{۳}=-\frac{E_R}{۹}\end{cases}\Rightarrow E_{۳}-E_{۱}=-\frac{E_R}{۹}-(-E_R)\Rightarrow\Delta E=\frac{۸}{۹}E_R$$

بنابراین انرژی الکترون $\frac{۸}{۹}$ ریدبرگ افزایش می‌یابد.

B **۱۵- گزینه‌ی ۱** در الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن، شعاع مدار چرخش الکترون به گرد هسته، مقدار مشخصی دارد. $(r_n=n^{۲}a_{\circ})$ که در این رابطه، n شماره‌ی مدار (یا تراز انرژی) است و $a_{\circ}$ شعاع اولین مدار حرکت الکترون به گرد هسته است، بنابراین:

$$\begin{cases}r_{۳}=(۳)^{۲}a_{\circ}\Rightarrow r_{۳}=۹a_{\circ}\\ r_{۴}=(۴)^{۲}a_{\circ}\Rightarrow r_{۴}=۱۶a_{\circ}\end{cases}\Rightarrow\frac{r_{۴}}{r_{۳}}=\frac{۱۶}{۹}$$

از طرفی انرژی هر الکترون در این مدارها دارای مقدار مشخصی است.

$$E_n=-\frac{E_R}{n^{۲}}$$

E_R، انرژی الکترون در اولین مدار (یا اولین تراز) بوده و برابر $۱۳/۶eV$ است که به آن انرژی ریدبرگ گویند.

$$\begin{cases}E_{۳}=-\frac{E_R}{۳^{۲}}\\ E_{۴}=-\frac{E_R}{۴^{۲}}\end{cases}\Rightarrow\frac{E_{۴}}{E_{۳}}=\frac{۹}{۱۶}$$

دقت کنید در مدل اتمی بور، مدار حرکت الکترون به دور هسته، مکان الکترون را مشخص می‌کند و با تراز انرژی که حالت الکترون را مشخص می‌کند، متفاوت است. امروزه می‌دانیم در مورد الکترون، مدار چرخشی مفهومی ندارد.

B **۱۶- گزینه‌ی ۳** انرژی الکترون در اتم هیدروژن بنا بر الگوی اتمی بور خواهد شد:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2}$$

$$\begin{cases} n=1 \Rightarrow E_1 = -E_R \\ n=4 \Rightarrow E_4 = -\dfrac{E_R}{16} \end{cases} \Rightarrow \Delta E = E_4 - E_1 \Rightarrow \Delta E = -\frac{E_R}{16} - (-E_R) \Rightarrow \Delta E = \frac{15}{16} E_R \simeq 94\% E_R$$

A **۱۷- گزینه‌ی ۳** هنگامی که بیان می‌شود سری لیمان، یعنی $n'=1$ است و الکترون‌ها از ترازهای بالاتر به $n'=1$ پرش می‌کنند. بیشینه‌ی بسامد تابش (کوتاه‌ترین طول موج) زمانی گسیل می‌شود که الکترون از $n=\infty$ به $n'=1$ برود و کم‌ترین بسامد تابش (بلندترین طول موج) زمانی گسیل می‌شود که الکترون از $n=2$ به $n'=1$ بپرد.

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{\lambda_{min}} = R_H\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{\infty}\right) = R_H \\ \dfrac{1}{\lambda_{max}} = R_H\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} R_H \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_{min}}{\lambda_{max}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\frac{c}{f_{max}}}{\frac{c}{f_{min}}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{f_{max}}{f_{min}} = \frac{4}{3}$$

A **۱۸- گزینه‌ی ۴**

A **۱۹- گزینه‌ی ۴** پرتوهای لیزر همان پرتوهای نور مرئی هستند. به طور مثال لیزر با نور قرمز همان نور قرمز است که به کمک گسیل القایی توانسته‌اند فوتون‌هایی هم‌انرژی، هم‌فاز و هم‌جهت ایجاد کنند.

A **۲۰- گزینه‌ی ۲** با توجه به تعریف بازده:

$$\text{بازده} = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times 100 = \frac{9 \times 10^{-3}}{20} \times 100 = 45 \times 10^{-3}\%$$

پاسخ تشریحی آزمون فصل هشتم

۱- گزینه‌ی ۳ (B) ترازهای انرژی هسته: هسته مانند اتم دارای ترازهای انرژی است. ترازهای انرژی هسته گسسته و انرژی آن‌ها مقدارهای مشخص است. نوکلئون‌ها در ترازهای انرژی واقع هستند و انرژی نوکلئون‌ها در این ترازها گسسته است. در هسته‌های سبک، اختلاف انرژی ترازهای هسته حدود میلیون الکترون - ولت (MeV) و در هسته‌های سنگین حدود کیلو الکترون - ولت (keV) است. انرژی واکنش شیمیایی درحدود چند الکترون ولت و انرژی لازم برای برانگیختگی هسته‌ها معمولاً در محدوده‌ی کیلو الکترون ولت تا میلیون الکترون ولت است، از این رو، هسته‌ها در واکنش‌های شیمیایی برانگیخته نمی‌شوند.

۲- گزینه‌ی ۴ (B) با توجه به رابطه‌ی اینشتین برای جرم و انرژی، انرژی را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید انرژی برحسب ژول به‌دست آمده است و برای تبدیل آن به الکترون - ولت آن را بر $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$ تقسیم کرده و بار دیگر برای تبدیل به MeV، عدد حاصل را بر $۱۰^{۶}$ تقسیم کرده‌ایم.

$$E=mc^{۲}=\frac{۱/۶\times۱۰^{-۲۷}\times(۳\times۱۰^{۸})^{۲}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۹\times۱۰^{۸}eV=۹\times۱۰^{۲}MeV$$

۳- گزینه‌ی ۱ (A) عدد اتمی هسته‌ای که نوترون گسیل می‌کند تغییری نمی‌کند، اما عدد جرمی آن یک واحد کاهش می‌یابد.

$$^{A}_{Z}X\rightarrow{}^{A-۱}_{Z}Y+{}^{۱}_{۰}n$$

۴- گزینه‌ی ۲ (A) در یک واکنش هسته‌ای، مجموع عدد جرمی و مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان است، بنابراین:

$$^{A}_{Z}X\rightarrow{}^{A'}_{Z'}Y+{}^{۴}_{۲}He+{}^{۰}_{-۱}e$$

$$A=A'+۸\Rightarrow A'=A-۸$$

$$Z=Z'+۴-۲\Rightarrow Z'=Z-۲$$

واپاشی آلفازا: ذره‌ی آلفا از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است و دارای بار مثبت است. هرگاه یک هسته‌ی پرتوزا، آلفا گسیل کند از عدد اتمی آن دو واحد و از عدد جرمی آن ۴ واحد کاسته می‌شود و در جدول تناوبی، عنصر به عنصر دو خانه قبل تبدیل می‌شود.

در واقع آلفا، هسته‌ی عنصر هلیم است، بنابراین از عدد جرمی هسته به اندازه‌ی عدد جرمی هلیم کاسته می‌شود.

$$^{A}_{Z}X\rightarrow{}^{A-۴}_{Z-۲}Y+{}^{۴}_{۲}He$$

۵- گزینه‌ی ۲ (A) با توجه به تعریف نیمه‌عمر عنصر پرتوزا:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۷۰}{۱۴}=۵$$

$$m=\frac{m_{۰}}{۲^{n}}\Rightarrow ۱=\frac{m_{۰}}{۲^{۵}}\Rightarrow m_{۰}=۳۲g$$

۶- گزینه‌ی ۱ (A) با توجه به رابطه‌ی اینشتین برای جرم و انرژی می‌توان نوشت:

$$E=mc^{۲}\Rightarrow E=۰/۰۲\times۱۰^{-۳}\times(۳\times۱۰^{۸})^{۲}=۱/۸\times۱۰^{۱۲}J$$

۷- گزینه‌ی ۴ (A) نور مرئی و گاما از جنس پرتوهای الکترومغناطیس هستند.

۸- گزینه‌ی ۴ (A) در جرم بحرانی، واکنش زنجیره‌ای کنترل شده است و در جرم فوق بحرانی نیز واکنش زنجیره‌ای به‌صورت انفجاری است.

B **۹- گزینه‌ی ۳** جرم هسته‌ی اتم از مجموع جرم نوکلئون‌های آن کم‌تر است. ابتدا این اختلاف جرم را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta M = ZM_p + NM_n - M_x = ۳\times ۱/۰۰۷ + ۴\times ۱/۰۰۸ - ۶/۹۴$$

$$\Delta M = ۳/۰۲۱ + ۴/۰۳۲ - ۶/۹۴ = ۷/۰۵۳ - ۶/۹۴ = ۰/۱۱۳\ u$$

برای به‌دست آوردن انرژی بستگی هسته، کافی است اختلاف جرم برحسب u را در عدد $۹۳۱/۵$ ضرب کرده و انرژی بستگی هسته را برحسب MeV به‌دست آورد.

$$B = ۰/۱۱۳\times ۹۳۱/۵ \Rightarrow B \approx ۱۰۵/۲۶\ MeV$$

A **۱۰- گزینه‌ی ۱** به عنصرهایی که عدد اتمی آن‌ها $Z>۹۲$ است و به‌طور مصنوعی در آزمایشگاه تولید می‌شوند، عنصرهای فرا اورانیمی گویند.

A **۱۱- گزینه‌ی ۳** ضعف اساسی واکنش شکافت، ناپایدار بودن پاره‌های شکافت است که بتا گسیل می‌کنند.

A **۱۲- گزینه‌ی ۳**

$$^{۸}_{۳}Li \rightarrow {}^{۴}_{۲}\alpha + {}^{۰}_{-۱}\beta + {}^{A'}_{Z'}Y \Rightarrow A'=۴, Z'=۲$$

بنابراین ذره‌ی ${}^{۴}_{۲}He$ گسیل می‌کند.

A **۱۳- گزینه‌ی ۳** از تعداد نوترون‌ها و تعداد پروتون‌ها هر کدام یک واحد کاسته شده است. بنابراین ذره‌ی گسیل شده هسته‌ی دوتریم ${}^{۲}_{۱}D$ خواهد بود.

نیمه عمر عنصر پرتوزا: زمانی است که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های پرتوزای موجود در یک نمونه به نصف برسد. $(T_{\frac{۱}{۲}})$

برای تعداد نیمه‌عمرهای عدد صحیح، تعداد هسته‌های فعال باقی‌مانده را می‌توانیم از رابطه‌های زیر به‌دست آوریم:

$$N = \frac{N_۰}{۲^n} \quad , \quad n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}$$

$N_۰$ تعداد هسته‌های اولیه، N تعداد هسته‌های باقی‌مانده، $T_{\frac{۱}{۲}}$ نیمه عمر، t مدت زمان سپری شده و n تعداد نیمه عمرهای سپری شده است.

نیمه عمر یک عنصر پرتوزا به دما، فشار یا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بستگی ندارد و تنها تابع نوع هسته است.

A **۱۴- گزینه‌ی ۳** ${}^{۶۱}_{۲۵}Y$ و ${}^{۵۹}_{۲۵}Z$ ایزوتوپ‌های یک عنصر هستند که دارای خصوصیات شیمیایی یکسان هستند و برای جداسازی آن باید از اختلاف جرم آن‌ها و روش‌های فیزیکی کمک گرفت.

C **۱۵- گزینه‌ی ۱** ابتدا تعداد هسته‌های ${}^{۱۳۱}I$ در ۶۵۵ میکروگرم را به دست می‌آوریم و می‌دانیم در هر مول از عنصر به اندازه‌ی عدد آووگادرو اتم وجود دارد. بنابراین:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline ۱۳۱\,g & ۶\times ۱۰^{۲۳}\ \text{اتم} \\ \hline ۶۵۵\times ۱۰^{-۶}\,g & N_۰ \\ \hline \end{array} \Rightarrow N_۰ = ۳\times ۱۰^{۱۸}\ \text{اتم}$$

با گذشت ۴۰ روز، تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده برابر خواهد شد با:

$$n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow n = \frac{۴۰}{۸} \Rightarrow n = ۵$$

و تعداد هسته‌های پرتوزای ${}^{۱۳۱}I$ بعد از ۵ نیمه عمرخواهد شد:

$$N = \frac{N_۰}{۲^n} \Rightarrow N = \frac{۳\times ۱۰^{۱۸}}{۲^۵} \Rightarrow N = ۹/۳۷۵\times ۱۰^{۱۶}\ \text{اتم}$$

ثابت واپاشی λ، احتمال واپاشی یک هسته در یک ثانیه است، بنابراین:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda N \Rightarrow \frac{\Delta N}{\Delta t} = ۱۰^{-۶}\times ۹/۳۷۵\times ۱۰^{۱۶} = ۹/۳۷۵\times ۱۰^{۱۰}$$ واپاشی در ثانیه