۳۱- گزینه‌ی ۳ شکل اول دارای ۴ چوب کبریت است و هر شکل ۳ چوب کبریت بیش‌تر از قبلی دارد. پس شکل n اُم دارای $۴+۳(n-۱)$ چوب کبریت است. یعنی $۳n+۱$ چوب کبریت دارد. پس شکل بیستم ۶۱ چوب کبریت دارد.

۳۲- گزینه‌ی ۳ شکل اول دارای ۵ چوب کبریت است و در هر مرحله ۴ چوب کبریت دیگر به شکل مرحله‌ی قبل اضافه می‌شود. پس در شکل n اُم $۵+۴(n-۱)$ چوب کبریت وجود دارد. یعنی $۴n+۱$ چوب کبریت در شکل n اُم وجود دارد. پس در شکل پانزدهم، ۶۱ چوب کبریت وجود دارد.

۳۳- گزینه‌ی ۲ در شکل اول ۳ نقطه وجود دارد و هر شکل ۳ نقطه بیش‌تر از شکل قبلی دارد. پس در شکل n اُم، $۳+۳(n-۱)$ نقطه یعنی $۳n$ نقطه وجود دارد.

۳۴- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول:** تعداد نقاط شکل‌ها را در جدول زیر ملاحظه می‌کنید:

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد نقاط	۱+۳+۱	۲+۴+۲	۳+۵+۳	...	$n+(n+۲)+n$

بنابراین در شکل n اُم ، $۳n+۲$ نقطه داریم. یعنی در شکل بیستم ۶۲ نقطه داریم.

راه‌حل دوم: اگر ۴ نقطه به چهار گوشه‌ی شکل‌ها اضافه کنیم، تعداد نقاط شکل n اُم برابر $۳(n+۲)$ خواهد بود. پس در شکل n اُم، $۳(n+۲)-۴$ نقطه داریم. یعنی در شکل بیستم ۶۲ نقطه داریم.

۳۵- گزینه‌ی ۳ در شکل n اُم، تعداد سطرها n تا و تعداد ستون‌ها $(n+۱)$ تا است. پس $n(n+۱)$ دایره در شکل n اُم موجود است. یعنی در شکل بیستم $۲۱×۲۰$ دایره وجود دارد.

۳۶- گزینه‌ی ۴ در شکل n اُم، $(n+۱)^۲$ دایره وجود دارد که $n+۱$ تای آن رنگ نشده است. پس تعداد دایره‌های رنگی $(n+۱)^۲-(n+۱)$ می‌باشد که برابر است با $n^۲+n$.

۳۷- گزینه‌ی ۳ تعداد مربع‌های رنگ شده در شکل n اُم برابر است با

$$۱+۲+۳+...+n$$

تعداد مربع‌های رنگ نشده در شکل n اُم برابر است با

$$۰+۱+۲+...+(n-۱)$$

بنابراین تعداد مربع‌های رنگ شده در شکل n اُم، n تا بیش‌تر از تعداد مربع‌های رنگ نشده است. پس در شکل سی‌اُم، ۳۰ تا مربع رنگ شده بیش‌تر وجود دارد.

۳۸- گزینه‌ی ۴ به کمک اتحاد مزدوج عبارت را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$A=(۱۰۰-۹۹)(۱۰۰+۹۹)+(۹۸-۹۷)(۹۸+۹۷)+...+(۲-۱)(۲+۱)\Rightarrow A=۱۰۰+۹۹+۹۸+۹۷+...+۲+۱$$

بنابراین

$$A=\frac{۱۰۰(۱۰۰+۱)}{۲}=۵۰۵۰$$

۳۹- گزینه‌ی ۲ عبارت را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$A=۱+۲+۳+...+۱۹+(\frac{۱}{۲۰}+\frac{۲}{۲۰}+...+\frac{۱۹}{۲۰})\Rightarrow A=۱+۲+۳+...+۱۹+\frac{۱+۲+۳+...+۱۹}{۲۰}$$

چون $۱+۲+...+۱۹=\frac{۱۹×(۱+۱۹)}{۲}=۱۹۰$، پس

$$A=۱۹۰+\frac{۱۹۰}{۲۰}=۱۹۹/۵$$

۴۰- گزینه‌ی ۲ مقدار کل مساحت رنگ شده در مرحله‌ی n اُم برابر است با

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+...+\frac{۱}{۲^{n-۱}}+\frac{۱}{۲^n}$$

و مقدار کل مساحت رنگ شده در مرحله‌ی $(n-۱)$اُم برابر است با

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+...+\frac{۱}{۲^{n-۱}}$$

بنابراین در مرحله‌ی n اُم، مقدار کل مساحت رنگ شده $\frac{۱}{۲^n}$ از مقدار کل مساحت رنگ شده در مرحله‌ی $(n-۱)$اُم، بیش‌تر است.

۴۱- گزینه‌ی ۱ جمله‌ی عمومی دنباله $t_n=an+b$ است.

بنابراین

$$t_۱=a+b=۳ \quad , \quad t_۵=۵a+b=-۵$$

از حل دستگاه $\begin{cases}a+b=۳\\۵a+b=-۵\end{cases}$ به‌دست می‌آید $a=-۲$ و $b=۵$.

بنابراین $t_n=-۲n+۵$. برای به‌دست آوردن شماره‌ی جمله‌ای که برابر ۳۹- است، باید معادله‌ی $t_n=-۳۹$ را حل کنیم:

$$-۲n+۵=-۳۹\Rightarrow ۲n=۴۴\Rightarrow n=۲۲$$

پس $t_{۲۲}$ برابر ۳۹- است.

۴۲- گزینه‌ی ۲ چند جمله‌ی اول هر کدام از دنباله‌ها به شکل زیر است:

گزینه‌ی (۱):

$$۲, ۳, ۴, ۵, \dots$$

گزینه‌ی (۲):

$$۲, ۳, ۱۰, ۱۵, \dots$$

گزینه‌ی (۳):

$$۲, ۳, ۱۰, ۲۳, \dots$$

گزینه‌ی (۴):

$$۲, ۳, ۸, ۱۷, \dots$$

بنابراین فقط $n^۲-(-۱)^n$ می‌تواند جمله‌ی عمومی دنباله باشد.

۴۳- گزینه‌ی ۴ از شرط $a_n<۲/۹۹$ مقادیری از n را می‌یابیم که a_n به ازای آن‌ها کوچک‌تر از ۲/۹۹ باشد:

$$a_n<۲/۹۹\Rightarrow \frac{۳n+۱}{n+۱۰}<۲/۹۹\Rightarrow \frac{۳n+۱}{n+۱۰}<\frac{۲۹۹}{۱۰۰}\Rightarrow ۳۰۰n$$
$$+۱۰۰<۲۹۹n+۲۹۹۰\Rightarrow n<۲۸۹۰\Rightarrow n\le ۲۸۸۹$$

بنابراین ۲۸۸۹ جمله‌ی دنباله، کوچک‌تر از ۲/۹۹ هستند.

۴۴- گزینه‌ی ۴ در این دنباله $a_{n+۱}=a_n^۲$ است، بنابراین

$$a_۲=a_۱^۲=۲^۲=۴$$
$$a_۳=a_۲^۲=۴^۲=۱۶$$
$$a_۴=a_۳^۲=۱۶^۲=۲۵۶$$

۴۵- گزینه‌ی ۱ عدد آخر دسته‌ی اول ۵، عدد آخر دسته‌ی دوم ۵×۳، عدد آخر دسته‌ی سوم ۵×۵، ... و عدد آخر دسته‌ی nاُم برابر ۵×(۲n−۱) است. پس عدد آخر دسته‌ی چهل و نهم ۴۸۵=۵×(۲×۴۹−۱) است. پس عدد اول دسته‌ی پنجاهم، برابر ۴۸۷ خواهد بود.

۴۶- گزینه‌ی ۳ همان‌طور که مشاهده می‌کنیم جمله‌های دنباله توان‌هایی از ۳ هستند. یعنی

$$۳^۱, ۳^۲, ۳^۳, ۳^۴, \dots$$

که جمله‌ی عمومی آن می‌تواند به صورت ۳^n باشد. اما در دنباله‌ی داده شده، جمله‌ها یکی در میان مثبت و منفی هستند و اولین جمله، مثبت است. بنابراین به یک ضریب $(-۱)^{n-۱}$ برای ۳^n نیاز داریم تا جملات دنباله به شکل دنباله‌ی داده شده درآیند. یعنی

$$(-۱)^{n-۱}(۳)^n=(-۱)(-۱)^n(۳)^n=(-۱)(-۳)^n$$

۴۷- گزینه‌ی ۲ ابتدا باید با استفاده از جمله‌های داده شده‌ی دنباله، ضرایب a و b را که مجهول هستند بیابیم:

$$d_۲=۴\Rightarrow ۴a+۴b=۴\Rightarrow a+b=۱$$
$$d_۳=۷\Rightarrow ۹a+۶b=۱۵$$

از حل دستگاه معادلات $\begin{cases}a+b=۱\\ ۹a+۶b=۱۵\end{cases}$ به‌دست می‌آید

$$a=۳ \text{ و } b=-۲$$

بنابراین جمله‌ی عمومی دنباله‌ی d_n به صورت زیر است:

$$d_n=۳n^۲-۴n$$

پس جمله‌ی پنجم دنباله برابر است با

$$d_۵=۳(۵)^۲-۴(۵)=۵۵$$

۴۸- گزینه‌ی ۱ ابتدا با حل نامعادله‌ی $a_n>۰$، مقادیری از n را که به ازای آن‌ها، جمله‌های دنباله مثبت هستند، پیدا می‌کنیم.

$$a_n>۰\Rightarrow ۱۴۰n-۵n^۲>۰\Rightarrow n(۱۴۰-۵n)>۰$$

حال از آن‌جایی که $n>۰$، برای برقراری نامعادله فوق، بایستی $۱۴۰-۵n>۰$. یعنی $n<۲۸$. پس به ازای $n\le ۲۷$، جمله‌های دنباله مثبت هستند. در نتیجه بیست و هفت جمله‌ی اول دنباله مثبت هستند.

۴۹- گزینه‌ی ۴ کافی است جمله‌ی عمومی دو دنباله را با هم برابر قرار دهیم:

$$a_n=b_n\Rightarrow \frac{n-۲}{۴n-۵}=\frac{۳n-۶}{۱۲n}$$
$$\Rightarrow ۱۲n(n-۲)=(۴n-۵)(۳n-۶)$$
$$\Rightarrow ۱۲n^۲-۲۴n=۱۲n^۲-۲۴n-۱۵n+۳۰$$
$$\Rightarrow ۱۵n=۳۰\Rightarrow n=۲$$

بنابراین جمله‌ی دوم این دو دنباله با هم برابرند. حال با قرار دادن $n=۲$ در هر یک از دنباله‌های a_n یا b_n مقدار جمله‌ی مورد نظر را به‌دست می‌آوریم:

$$n=۲\Rightarrow a_۲=۰=b_۲$$

۵۰- گزینه‌ی ۳ با توجه به جمله‌های دنباله، به‌دست می‌آید

$$a_۱=۱ \,,\, a_۲=۱+۲=۳ \,,\, a_۳=۳+۲=۵$$
$$,\, a_۴=۵+۲=۷ \,,\, \dots \,,\, a_n=۲n-۱$$

بنابراین مجموع مورد نظر برابر است با

$$S=۱+۳+۵+۷+\dots+(۲n-۱)$$
$$=(۲-۱)+(۴-۱)+(۶-۱)+\dots+(۲n-۱)$$
$$=(۲\times۱-۱)+(۲\times۲-۱)+\dots+(۲n-۱)$$
$$=۲(۱+۲+۳+\dots+n)-(\underbrace{۱+۱+۱+\dots+۱}_{\text{n تا}})$$
$$=۲(\frac{n(n+۱)}{۲})-n=n^۲+n-n=n^۲$$