

آزمون‌های موضوعی و جامع + پاسخ‌های تشریحی

موج آزمون ریاضی

ویراست چهارم

کاظم اجلالی، ارشک حمیدی



کار
نترالگو

پیشگفتار

سال هاست که در کشور ما اصلی ترین راه ورود به دانشگاه، قبولی در کنکور است. آزمونی که ویژگی اصلی اش چهار گزینه‌ای بودن پرسش‌هاست. از این‌رو، رویکرد آموزشی بسیاری از معلمان، به ویژه در سال‌های پایانی دوره متوسطه، تدریس مطالب درسی بر پایه پرسش‌های چهار گزینه‌ای است. به همین دلیل، هر چند بعيد است شما پیش از سال دوازدهم تحصیل‌تان با پرسش‌های چهار گزینه‌ای دست و پنجه نرم نکرده باشید، اگر قصد ورود به دانشگاه را دارید، گریزی از مواجهه با پرسش‌های چهار گزینه‌ای نیست!

کتاب‌های **موج آزمون ویژه آمادگی** برای کنکور است. کتابی که در دست دارید، مربوط به درس‌های ریاضی ۱ سال دهم، حسابان ۱ سال یازدهم و حسابان ۲ سال دوازدهم است. این کتاب پنج بخش دارد. عنوان بخش اول «آزمون‌های دست‌گرمی» است. آزمون‌های این بخش برای اینکه از میزان آمادگی خودتان آگاه شوید، مناسب‌اند. طبیعتاً پرسش‌های این بخش ساده‌ترند. اگر فکر می‌کنید آمادگی لازم را دارید، می‌توانید از حل پرسش‌های این بخش صرف‌نظر کنید و به سراغ بخش دوم بروید.

عنوان بخش دوم «آزمون‌های موضوعی» است، که شامل آزمون‌های متنوع برای هر مبحث است. عمدتاً تغییرات این ویراست نسبت به ویراست قبلی در همین بخش است. آزمون‌های این بخش را متناسب با کنکورها و آزمون‌های آزمایشی سال‌های اخیر تنظیم کرده‌ایم، پس طبیعی است که در این بخش با پرسش‌های جدیدتر و دشوارتری مواجه شوید. مهم‌ترین بخش برای یادگیری، پیشرفت و کسب مهارت لازم در مسیر موفقیت شما این بخش است. از این بخش می‌توانید در طول سال تحصیلی استفاده کنید.

عنوان بخش سوم «آزمون‌های فصلی» است که آزمون‌های آن برای جمع‌بندی و تثبیت یادگیری مهم‌اند. این بخش مناسب دوران جمع‌بندی است. در بخش چهارم که «آزمون‌های جامع تأییفی» نام دارد، آزمون‌هایی جامع و تأییفی آورده‌ایم که کنکورهای سراسری را شبیه‌سازی می‌کنند. در بخش پنجم «آزمون‌های کنکور» سال‌های اخیر را آورده‌ایم. از دو بخش اخیر می‌توانید برای جمع‌بندی استفاده کنید.

وظیفه خود می‌دانیم از همکاران عزیزمان در نشر الگو، دکتر ابوالفضل علی‌بمانی، دکتر آریس آقایانس و خانم عاطفه ربیعی برای ویراستاری علمی کتاب، خانم فاطمه احمدی برای صفحه‌آرایی کتاب، آقای سامان شاهین‌پور و خانم مرضیه کریمی برای رسم شکل‌ها و خانم سکینه مختار مدیر واحد ویراستاری و حروف‌چینی تشكر و قدردانی کنیم.

مؤلفان

فهرست

بخش دوم: آزمون‌های موضوعی

بازه و مجموعه

آزمون ۲۶: بازه ۲۸

آزمون ۲۷: مجموعه ۲۹

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی

آزمون ۲۸: الگو و دنباله ۳۰

آزمون ۲۹: دنباله حسابی (۱) ۳۱

آزمون ۳۰: دنباله حسابی (۲) ۳۲

آزمون ۳۱: دنباله هندسی (۱) ۳۳

آزمون ۳۲: دنباله هندسی (۲) ۳۴

آزمون ۳۳: دنباله حسابی و دنباله هندسی ۳۵

آزمون ۳۴: مجموع جملات دنباله حسابی ۳۶

آزمون ۳۵: مجموع جملات دنباله هندسی ۳۷

توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم

آزمون ۳۶: توان و ریشه ۳۸

آزمون ۳۷: اتحاد (۱) ۳۹

آزمون ۳۸: اتحاد (۲) ۴۰

آزمون ۳۹: تجزیه (۱) ۴۱

آزمون ۴۰: تجزیه (۲) ۴۲

آزمون ۴۱: گویا کردن مخرج‌های گنگ ۴۳

آزمون ۴۲: بخش‌پذیری و تقسیم ۴۴

معادله، تعیین علامت و نامعادله

آزمون ۴۳: حل معادله درجه دوم ۴۵

آزمون ۴۴: روابط بین ضرایب و جواب‌های معادله درجه دوم (۱) ۴۶

آزمون ۴۵: روابط بین ضرایب و جواب‌های معادله درجه دوم (۲) ۴۷

آزمون ۴۶: رابطه بین ضرایب و علامت جواب‌های معادله درجه دوم ۴۸

بخش اول: آزمون‌های دست‌گرمی

آزمون ۱: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۱) ۲

آزمون ۲: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۲) ۳

آزمون ۳: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم ۴

آزمون ۴: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۱) ۵

آزمون ۵: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۲) ۶

آزمون ۶: قدرمطلق و جزء صحیح (۱) ۷

آزمون ۷: قدرمطلق و جزء صحیح (۲) ۸

آزمون ۸: توابع نمایی و لگاریتمی (۱) ۹

آزمون ۹: توابع نمایی و لگاریتمی (۲) ۱۰

آزمون ۱۰: خط راست (۱) ۱۱

آزمون ۱۱: خط راست (۲) ۱۲

آزمون ۱۲: تابع (۱) ۱۳

آزمون ۱۳: تابع (۲) ۱۴

آزمون ۱۴: تابع (۳) ۱۵

آزمون ۱۵: مثلثات (۱) ۱۶

آزمون ۱۶: مثلثات (۲) ۱۷

آزمون ۱۷: مثلثات (۳) ۱۸

آزمون ۱۸: حد و پیوستگی (۱) ۱۹

آزمون ۱۹: حد و پیوستگی (۲) ۲۰

آزمون ۲۰: حد و پیوستگی (۳) ۲۱

آزمون ۲۱: مشتق (۱) ۲۲

آزمون ۲۲: مشتق (۲) ۲۳

آزمون ۲۳: کاربردهای مشتق (۱) ۲۴

آزمون ۲۴: کاربردهای مشتق (۲) ۲۵

آزمون ۲۵: کاربردهای مشتق (۳) ۲۶

آزمون ۷۵: سهمی و قابع درجه دوم (۱)	۷۷
آزمون ۷۶: سهمی و قابع درجه دوم (۲)	۷۸
آزمون ۷۷: دامنه و برد قابع و تساوی قابع	۷۹
آزمون ۷۸: مدل‌سازی با قابع	۸۰
آزمون ۷۹: جبر قابع (۱)	۸۲
آزمون ۸۰: جبر قابع (۲)	۸۳
آزمون ۸۱: ترکیب قابع (۱)	۸۴
آزمون ۸۲: ترکیب قابع (۲)	۸۵
آزمون ۸۳: ترکیب قابع (۳)	۸۶
آزمون ۸۴: تبدیل نمودار قابع (۱)	۸۷
آزمون ۸۵: تبدیل نمودار قابع (۲)	۸۹
آزمون ۸۶: قابع یک‌به‌یک	۹۰
آزمون ۸۷: قابع یکنوا (۱)	۹۱
آزمون ۸۸: قابع یکنوا (۲)	۹۲
آزمون ۸۹: قابع وارون (۱)	۹۳
آزمون ۹۰: قابع وارون (۲)	۹۴
آزمون ۹۱: قابع وارون (۳)	۹۵

مثلثات

آزمون ۹۲: نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه	۹۶
آزمون ۹۳: نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی	۹۷
آزمون ۹۴: اتحادهای مثلثاتی (۱)	۹۸
آزمون ۹۵: اتحادهای مثلثاتی (۲)	۹۹
آزمون ۹۶: واحدهای اندازه‌گیری زاویه	۱۰۰
آزمون ۹۷: نسبت‌های مثلثاتی همه زاویه‌ها (۱)	۱۰۱
آزمون ۹۸: نسبت‌های مثلثاتی همه زاویه‌ها (۲)	۱۰۲
آزمون ۹۹: سینوس و کسینوس مجموع دو زاویه (۱)	۱۰۳
آزمون ۱۰۰: سینوس و کسینوس مجموع دو زاویه (۲)	۱۰۴
آزمون ۱۰۱: سینوس و کسینوس زاویه 2α (۱)	۱۰۵
آزمون ۱۰۲: سینوس و کسینوس زاویه 2α (۲)	۱۰۶
آزمون ۱۰۳: سینوس و کسینوس زاویه 2α (۳)	۱۰۷
آزمون ۱۰۴: سینوس و کسینوس زاویه 2α (۴)	۱۰۸

آزمون ۴۷: معادله‌های درجه سوم و درجه چهارم خاص	۴۹
آزمون ۴۸: معادله‌های گویا (۱)	۵۰
آزمون ۴۹: معادله‌های گویا (۲)	۵۱
آزمون ۵۰: تعیین علامت و نامعادله (۱)	۵۲
آزمون ۵۱: تعیین علامت و نامعادله (۲)	۵۳
آزمون ۵۲: معادله‌های رادیکالی (گنگ) (۱)	۵۴
آزمون ۵۳: معادله‌های رادیکالی (گنگ) (۲)	۵۵
آزمون ۵۴: حل هندسی معادله	۵۶

قدرمطلق و جزء صحیح

آزمون ۵۵: معادلات قدرمطلقی	۵۷
آزمون ۵۶: نامعادلات قدرمطلقی	۵۸
آزمون ۵۷: قابع شامل قدرمطلق	۵۹
آزمون ۵۸: جزء صحیح و ویژگی‌های آن	۶۰
آزمون ۵۹: قابع شامل جزء صحیح	۶۱

قابع نمایی و لگاریتمی

آزمون ۶۰: قابع نمایی (۱)	۶۲
آزمون ۶۱: قابع نمایی (۲)	۶۳
آزمون ۶۲: معادلات نمایی	۶۴
آزمون ۶۳: نامعادلات نمایی	۶۵
آزمون ۶۴: لگاریتم (۱)	۶۶
آزمون ۶۵: لگاریتم (۲)	۶۷
آزمون ۶۶: قابع لگاریتمی (۱)	۶۸
آزمون ۶۷: قابع لگاریتمی (۲)	۶۹
آزمون ۶۸: معادلات لگاریتمی	۷۰
آزمون ۶۹: نامعادلات لگاریتمی	۷۱

خط راست

آزمون ۷۰: خط راست (۱)	۷۲
آزمون ۷۱: خط راست (۲)	۷۳
آزمون ۷۲: خط راست (۳)	۷۴

قابع

آزمون ۷۳: مفاهیم اولیه قابع	۷۵
آزمون ۷۴: قابع معروف	۷۶

- آزمون ۱۳۱: قواعد مشتق‌گیری در توابع مثلثاتی ۱۳۵
- آزمون ۱۳۲: مشتق تابع مرکب (۱) ۱۳۶
- آزمون ۱۳۳: مشتق تابع مرکب (۲) ۱۳۷
- آزمون ۱۳۴: مشتق تابع مرکب در توابع مثلثاتی ۱۳۸
- آزمون ۱۳۵: مشتق‌پذیری ۱۳۹
- آزمون ۱۳۶: خط مماس بر نمودار تابع ۱۴۰
- آزمون ۱۳۷: آهنگ تغییر ۱۴۱
- آزمون ۱۳۸: مشتق دوم ۱۴۲
- آزمون ۱۳۹: مشتق دوم در توابع مثلثاتی ۱۴۳
- آزمون ۱۴۰: قاعدة هوپیتال (۱) ۱۴۴
- آزمون ۱۴۱: قاعدة هوپیتال (۲) ۱۴۵

کاربردهای مشتق

- آزمون ۱۴۲: ارتباط مشتق و یکنواختی تابع (۱) ۱۴۶
- آزمون ۱۴۳: ارتباط مشتق و یکنواختی تابع (۲) ۱۴۷
- آزمون ۱۴۴: نقاط بحرانی ۱۴۸
- آزمون ۱۴۵: اکسترمم‌های نسبی (۱) ۱۴۹
- آزمون ۱۴۶: اکسترمم‌های نسبی (۲) ۱۵۰
- آزمون ۱۴۷: اکسترمم نسبی در توابع مثلثاتی ۱۵۱
- آزمون ۱۴۸: اکسترمم‌های مطلق (۱) ۱۵۲
- آزمون ۱۴۹: اکسترمم‌های مطلق (۲) ۱۵۳
- آزمون ۱۵۰: بهینه‌سازی (۱) ۱۵۴
- آزمون ۱۵۱: بهینه‌سازی (۲) ۱۵۵
- آزمون ۱۵۲: جهت تقریر (۱) ۱۵۷
- آزمون ۱۵۳: جهت تقریر (۲) ۱۵۸
- آزمون ۱۵۴: نقطه عطف (۱) ۱۵۹
- آزمون ۱۵۵: نقطه عطف (۲) ۱۶۰
- آزمون ۱۵۶: رسم نمودار (۱) ۱۶۱
- آزمون ۱۵۷: رسم نمودار (۲) ۱۶۲

- آزمون ۱۰۵: تانژانت مجموع دو زاویه (۱) ۱۰۹
- آزمون ۱۰۶: تانژانت مجموع دو زاویه (۲) ۱۱۰
- آزمون ۱۰۷: توابع مثلثاتی (۱) ۱۱۱
- آزمون ۱۰۸: توابع مثلثاتی (۲) ۱۱۲
- آزمون ۱۰۹: معادلات مثلثاتی (۱) ۱۱۳
- آزمون ۱۱۰: معادلات مثلثاتی (۲) ۱۱۴
- آزمون ۱۱۱: معادلات مثلثاتی (۳) ۱۱۵

حد و پیوستگی

- آزمون ۱۱۲: مفهوم حد و قضایای حد (۱) ۱۱۶
- آزمون ۱۱۳: مفهوم حد و قضایای حد (۲) ۱۱۷
- آزمون ۱۱۴: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ در توابع گویا ۱۱۸
- آزمون ۱۱۵: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ در توابع رادیکالی ۱۱۹
- آزمون ۱۱۶: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ مثلثاتی (۱) ۱۲۰
- آزمون ۱۱۷: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ مثلثاتی (۲) ۱۲۱
- آزمون ۱۱۸: پیوستگی (۱) ۱۲۲
- آزمون ۱۱۹: پیوستگی (۲) ۱۲۳
- آزمون ۱۲۰: حد بی‌نهایت (۱) ۱۲۴
- آزمون ۱۲۱: حد بی‌نهایت (۲) ۱۲۵
- آزمون ۱۲۲: مجانب قائم ۱۲۶
- آزمون ۱۲۳: حد در بی‌نهایت (۱) ۱۲۷
- آزمون ۱۲۴: حد در بی‌نهایت (۲) ۱۲۸
- آزمون ۱۲۵: مجانب افقی ۱۲۹
- آزمون ۱۲۶: حالت‌های مبهم $\infty - \infty$ و $\infty \times \infty$ (خارج از کتاب درسی) ۱۳۰

مشتق

- آزمون ۱۲۷: مفهوم مشتق (۱) ۱۳۱
- آزمون ۱۲۸: مفهوم مشتق (۲) ۱۳۲
- آزمون ۱۲۹: قواعد مشتق‌گیری (۱) ۱۳۳
- آزمون ۱۳۰: قواعد مشتق‌گیری (۲) ۱۳۴

بخش سوم: آزمون‌های فصلی

۱۹۲	آزمون ۱۸۶: تابع (۳)	۱۶۴	آزمون ۱۵۸: بازه و مجموعه
۱۹۳	آزمون ۱۸۷: تابع (۴)	۱۶۵	آزمون ۱۵۹: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۱)
۱۹۴	آزمون ۱۸۸: تابع (۵)	۱۶۶	آزمون ۱۶۰: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۲)
۱۹۵	آزمون ۱۸۹: تابع (۶)	۱۶۷	آزمون ۱۶۱: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۳)
۱۹۶	آزمون ۱۹۰: تابع (۷)	۱۶۸	آزمون ۱۶۲: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۴)
۱۹۷	آزمون ۱۹۱: تابع (۸)	۱۶۹	آزمون ۱۶۳: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۵)
۱۹۸	آزمون ۱۹۲: مثلثات (۱)	۱۷۰	آزمون ۱۶۴: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۱)
۱۹۹	آزمون ۱۹۳: مثلثات (۲)	۱۷۱	آزمون ۱۶۵: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۲)
۲۰۰	آزمون ۱۹۴: مثلثات (۳)	۱۷۲	آزمون ۱۶۶: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۳)
۲۰۱	آزمون ۱۹۵: مثلثات (۴)	۱۷۳	آزمون ۱۶۷: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۴)
۲۰۲	آزمون ۱۹۶: مثلثات (۵)	۱۷۴	آزمون ۱۶۸: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۵)
۲۰۳	آزمون ۱۹۷: مثلثات (۶)	۱۷۵	آزمون ۱۶۹: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۱)
۲۰۴	آزمون ۱۹۸: مثلثات (۷)	۱۷۶	آزمون ۱۷۰: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۲)
۲۰۵	آزمون ۱۹۹: مثلثات (۸)	۱۷۷	آزمون ۱۷۱: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۳)
۲۰۶	آزمون ۲۰۰: مثلثات (۹)	۱۷۸	آزمون ۱۷۲: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۴)
۲۰۷	آزمون ۲۰۱: مثلثات (۱۰)	۱۷۹	آزمون ۱۷۳: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۵)
۲۰۸	آزمون ۲۰۲: حد و پیوستگی (۱)	۱۸۰	آزمون ۱۷۴: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۶)
۲۰۹	آزمون ۲۰۳: حد و پیوستگی (۲)	۱۸۱	آزمون ۱۷۵: قدرمطلق و جزء صحیح (۱)
۲۱۰	آزمون ۲۰۴: حد و پیوستگی (۳)	۱۸۲	آزمون ۱۷۶: قدرمطلق و جزء صحیح (۲)
۲۱۱	آزمون ۲۰۵: حد و پیوستگی (۴)	۱۸۳	آزمون ۱۷۷: قدرمطلق و جزء صحیح (۳)
۲۱۲	آزمون ۲۰۶: حد و پیوستگی (۵)	۱۸۴	آزمون ۱۷۸: قدرمطلق و جزء صحیح (۴)
۲۱۳	آزمون ۲۰۷: حد و پیوستگی (۶)	۱۸۵	آزمون ۱۷۹: توابع نمایی و لگاریتمی (۱)
۲۱۴	آزمون ۲۰۸: حد و پیوستگی (۷)	۱۸۶	آزمون ۱۸۰: توابع نمایی و لگاریتمی (۲)
۲۱۵	آزمون ۲۰۹: حد و پیوستگی (۸)	۱۸۷	آزمون ۱۸۱: توابع نمایی و لگاریتمی (۳)
۲۱۶	آزمون ۲۱۰: حد و پیوستگی (۹)	۱۸۸	آزمون ۱۸۲: توابع نمایی و لگاریتمی (۴)
۲۱۷	آزمون ۲۱۱: مشتق (۱)	۱۸۹	آزمون ۱۸۳: توابع نمایی و لگاریتمی (۵)
۲۱۸	آزمون ۲۱۲: مشتق (۲)	۱۹۰	آزمون ۱۸۴: تابع (۱)
۲۱۹	آزمون ۲۱۳: مشتق (۳)	۱۹۱	آزمون ۱۸۵: تابع (۲)

۲۵۸ آزمون ۲۴۰: جامع (۱۱)
۲۶۰ آزمون ۲۴۱: جامع (۱۲)
۲۶۲ آزمون ۲۴۲: جامع (۱۳)

● بخش پنجم: آزمون‌های کنکور

آزمون ۲۴۳	: کنکور ریاضی سال ۱۳۹۹ - داخل کشور ۲۶۶
آزمون ۲۴۴	: کنکور ریاضی سال ۱۳۹۹ - خارج از کشور ... ۲۶۸
آزمون ۲۴۵	: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۰ - داخل کشور ۲۷۰
آزمون ۲۴۶	: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۰ - خارج از کشور ... ۲۷۳
آزمون ۲۴۷	: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۱ - داخل کشور ۲۷۵
آزمون ۲۴۸	: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۱ - خارج از کشور ... ۲۷۷
آزمون ۲۴۹	: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۲ (نوبت اول) ۲۷۹
آزمون ۲۵۰	: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۲ (نوبت دوم) - داخل کشور .. ۲۸۱
آزمون ۲۵۱	: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۲ (نوبت دوم) - خارج از کشور ۲۸۳

● بخش ششم: پاسخ‌های تشریحی

۲۸۶ پاسخ‌های تشریحی
-----	-----------------------

● بخش هفتم: پاسخنامه کلیدی

۵۴۴ پاسخنامه کلیدی
-----	----------------------

۲۲۰ آزمون ۲۱۴: مشتق (۴)
۲۲۱ آزمون ۲۱۵: مشتق (۵)
۲۲۲ آزمون ۲۱۶: مشتق (۶)
۲۲۳ آزمون ۲۱۷: مشتق (۷)
۲۲۴ آزمون ۲۱۸: مشتق (۸)
۲۲۵ آزمون ۲۱۹: مشتق (۹)
۲۲۶ آزمون ۲۲۰: مشتق (۱۰)
۲۲۷ آزمون ۲۲۱: کاربردهای مشتق (۱)
۲۲۸ آزمون ۲۲۲: کاربردهای مشتق (۲)
۲۲۹ آزمون ۲۲۳: کاربردهای مشتق (۳)
۲۳۰ آزمون ۲۲۴: کاربردهای مشتق (۴)
۲۳۱ آزمون ۲۲۵: کاربردهای مشتق (۵)
۲۳۲ آزمون ۲۲۶: کاربردهای مشتق (۶)
۲۳۳ آزمون ۲۲۷: کاربردهای مشتق (۷)
۲۳۴ آزمون ۲۲۸: کاربردهای مشتق (۸)
۲۳۵ آزمون ۲۲۹: کاربردهای مشتق (۹)

● بخش چهارم: آزمون‌های جامع تألیفی

۲۳۸ آزمون ۲۳۰: جامع (۱)
۲۴۰ آزمون ۲۳۱: جامع (۲)
۲۴۲ آزمون ۲۳۲: جامع (۳)
۲۴۴ آزمون ۲۳۳: جامع (۴)
۲۴۶ آزمون ۲۳۴: جامع (۵)
۲۴۸ آزمون ۲۳۵: جامع (۶)
۲۵۰ آزمون ۲۳۶: جامع (۷)
۲۵۲ آزمون ۲۳۷: جامع (۸)
۲۵۴ آزمون ۲۳۸: جامع (۹)
۲۵۶ آزمون ۲۳۹: جامع (۱۰)

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۱)

آزمون ۱

محل انجام محاسبات

کدامیک می‌تواند جمله عمومی دنباله $15, 10, 3, 2$ باشد؟

$$a_n = 2n^2 - 5n + 5 \quad (4) \quad a_n = 3n^2 - 8n + 7 \quad (3) \quad a_n = n^2 - (-1)^n \quad (2) \quad a_n = n+1 \quad (1)$$

جمله کام دنباله با جمله عمومی $a_k = (-1)^n \frac{n-4}{n-1}$ است. مقدار a_3 کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (4) \quad -\frac{4}{3} \quad (3) \quad \frac{3}{4} \quad (2) \quad -\frac{3}{4} \quad (1)$$

در یک دنباله اعداد، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ ، $a_n = 2a_{n-1} - 2$. مقدار $a_8 - a_7$ کدام است؟

$$64 \quad (4) \quad 56 \quad (3) \quad 48 \quad (2) \quad 32 \quad (1)$$

سه زاویه مثلثی دنباله‌ای حسابی تشکیل داده‌اند. میانگین اندازه بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه‌های این مثلث کدام است؟

$$90^\circ \quad (4) \quad 75^\circ \quad (3) \quad 60^\circ \quad (2) \quad 45^\circ \quad (1)$$

در یک دنباله حسابی با جمله اول a و قدرنسبت d تساوی $\frac{4a_2}{d} = \frac{5a_3}{a_2}$ برقرار است. مقدار $\frac{a}{d}$ کدام است؟

$$-\frac{2}{3} \quad (4) \quad -\frac{2}{3} \quad (3) \quad -\frac{2}{3} \quad (2) \quad -\frac{2}{3} \quad (1)$$

اگر $\sqrt[4]{a}, \sqrt[4]{2}, \sqrt[3]{2}$ سه جمله نخست دنباله‌ای هندسی باشند، جمله سیزدهم این دنباله کدام است؟

$$4\sqrt[6]{2} \quad (4) \quad 2\sqrt[3]{2} \quad (3) \quad 2\sqrt[6]{2} \quad (2) \quad \sqrt[3]{2} \quad (1)$$

اگر a, b, c جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی و c, b, a جمله‌های متوالی دنباله‌ای هندسی باشند و

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{12}, \text{ مقدار } b \text{ کدام است؟}$$

$$36 \quad (4) \quad 24 \quad (3) \quad 12 \quad (2) \quad 6 \quad (1)$$

جمله نخست دنباله‌ای حسابی برابر -6 و جمله آخر آن برابر 30 است. اگر مجموع جمله‌های این دنباله حسابی 120 باشد،

تعداد جمله‌های آن چندتا است؟

$$12 \quad (4) \quad 10 \quad (3) \quad 8 \quad (2) \quad 6 \quad (1)$$

در یک دنباله حسابی مجموع جمله‌های هفتم و چهاردهم برابر 60 است. مجموع بیست جمله اول دنباله کدام است؟

$$650 \quad (4) \quad 640 \quad (3) \quad 620 \quad (2) \quad 600 \quad (1)$$

قدرнسبت دنباله‌ای هندسی برابر 2 است. مجموع n جمله نخست این دنباله کدام است؟

$$3a_n + a_1 \quad (4) \quad 2a_n + a_1 \quad (3) \quad 3a_n - a_1 \quad (2) \quad 2a_n - a_1 \quad (1)$$

درصد	نمره	نادرست	درست	ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۲)

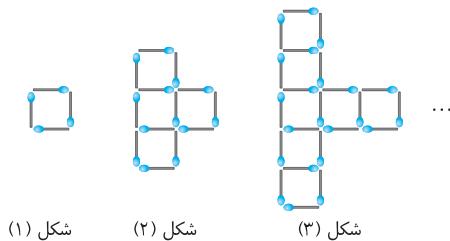
محل انجام محاسبات

- ۱۱- مجموع بیست جمله اول دنباله با جمله عمومی $a_n = \left[\frac{4}{n} \right] + \left[-\frac{5}{n} \right]$ کدام است؟
- ۱۵ (۴) -۱۶ (۳) -۱۹ (۲) -۲۰ (۱)
- ۱۲- جمله عمومی دنبالهای حسابی به صورت $a_n = \frac{5-2n}{3}$ است. قدرنسبت دنباله چقدر از جمله اول کمتر است؟
- $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{3}{5}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۱)
- ۱۳- جمله عمومی دنباله حسابی $a, 2a-1, 1-3a, \dots$ کدام است؟
- $a_n = \frac{n}{2} + 1$ (۴) $a_n = \frac{1}{2} - n$ (۳) $a_n = n - \frac{1}{2}$ (۲) $a_n = 1 - \frac{n}{2}$ (۱)
- ۱۴- عددهای طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جمله‌های هر دسته برابر شماره آن دسته باشد:
- (۱), (۳, ۵), (۷, ۹, ۱۱), ...
- مجموع دو جمله اول و آخر دسته سی‌ام کدام است؟
- ۱۸۵۰ (۴) ۱۸۰۰ (۳) ۱۷۵۰ (۲) ۱۷۰۰ (۱)
- ۱۵- چند عدد سه رقمی وجود دارد که در تقسیم بر ۷ باقی‌مانده ۳ دارند؟
- ۱۳۱ (۴) ۱۳۰ (۳) ۱۲۹ (۲) ۱۲۸ (۱)
- ۱۶- در یک دنباله هندسی می‌دانیم $\frac{a_7}{a_3} = \sqrt{2}$. مقدار $\frac{a_8}{a_6}$ کدام است؟
- $\sqrt{8}$ (۴) ۴ (۳) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)
- ۱۷- جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می‌توانند سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند.
- تجربی
- قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟
- $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۱)
- ۱۸- اگر $\frac{n-2}{2n}, \frac{n-3}{2n}, \frac{n-4}{2n}$ سه جمله نخست دنبالهای حسابی باشند و مجموع n جمله نخست این دنباله برابر 40 باشد، مقدار n کدام است؟
- ۱۶۵ (۴) ۱۶۳ (۳) ۱۶۰ (۲) ۱۵۷ (۱)
- ۱۹- مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی از رابطه $S_n = \frac{4}{3}(2^n) - 1$ بدست می‌آید. جمله پنجم دنباله کدام است؟
- ۲۷۰ (۴) ۲۲۴ (۳) ۲۱۶ (۲) ۱۴۴ (۱)
- ۲۰- در دنبالهای هندسی $a_2 = 3$ و $a_7 = 96$. مقدار S_1 کدام است؟
- $\frac{3071}{2}$ (۴) $\frac{3069}{2}$ (۳) $\frac{3057}{2}$ (۲) $\frac{3049}{2}$ (۱)

درصد	نژد	نادرست	درست	ارزیابی

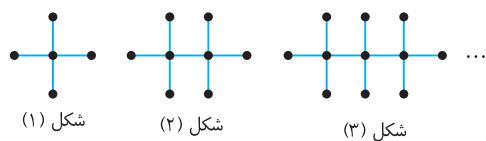
آزمون ۲۸

الگو و دنباله



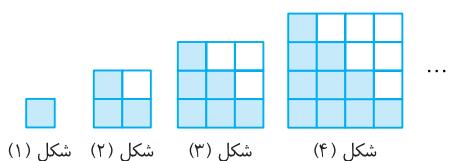
- ۲۷۱ - تعداد چوب کبریت‌های به کار رفته برای ساختن
شکل چهاردهم در الگوی مقابله چندتا است؟

- ۱۱۲ (۲) ۱۰۳ (۱)
۱۳۰ (۴) ۱۲۱ (۳)



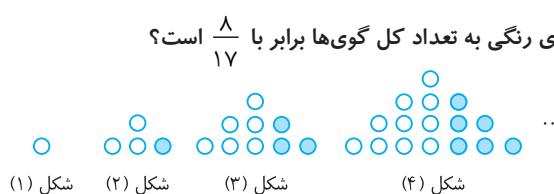
- ۲۷۲ - تعداد نقاط شکل بیستم در الگوی مقابله چندتا است؟

- ۶۱ (۲) ۶۰ (۱)
۶۴ (۴) ۶۲ (۳)



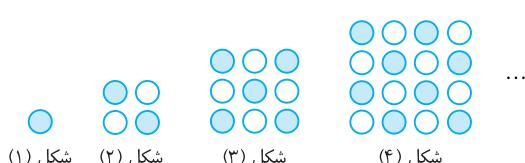
- ۲۷۳ - در الگوی مقابله، اختلاف تعداد مربع‌های رنگ شده
و رنگ نشده در شکل سی ام چندتاست؟

- ۲۰ (۲) ۱۵ (۱)
۳۵ (۴) ۳۰ (۳)



- ۲۷۴ - در الگوی زیر، در چه شکلی نسبت تعداد گوی‌های رنگی به تعداد کل گوی‌ها برابر با $\frac{1}{17}$ است؟

- ۱۷ (۲) ۱۸ (۱)
۱۵ (۴) ۱۶ (۳)



- ۲۷۵ - در الگوی مقابله، در شکل چندم تعداد
گوی‌های رنگی برابر با ۱۱۳ است؟

- ۱۵ (۲) ۱۷ (۱)
۱۴ (۴) ۱۶ (۳)

- ۲۷۶ - همه جمله‌های دنباله با جمله عمومی $a_n = \frac{2n-k}{5n+3}$ با هم برابرند. مقدار k کدام است؟

- $-\frac{7}{5}$ (۴) $-\frac{6}{5}$ (۳) $-\frac{4}{5}$ (۲) $-\frac{3}{5}$ (۱)

- ۲۷۷ - در یک دنباله با جمله عمومی $a_{n+1} = \frac{n}{n+1} a_n$ برقرار است. مقدار a_1 کدام است؟

- $\frac{1}{102}$ (۴) $\frac{1}{101}$ (۳) $\frac{1}{100}$ (۲) $\frac{1}{99}$ (۱)

- ۲۷۸ - اگر بزرگ‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -3n^2 + 12n + c$ برابر ۸ باشد، مقدار c کدام است؟

- ۴ (۴) ۲۰ (۳) -۸ (۲) ۱۲ (۱)

- ۲۷۹ - چند جمله از ابتدای دنباله با جمله عمومی $a_n = \log \frac{n}{n+1}$ را جمع کنیم تا حاصل برابر -3 شود؟

- ۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

- ۲۸۰ - مجموع سی جمله اول دنباله با جمله عمومی $a_n = \left[\frac{\lambda n}{n+1} \right]$ کدام است؟

- ۲۰۴ (۴) ۲۰۳ (۳) ۲۰۲ (۲) ۲۰۱ (۱)

درصد	نژد	نادرست	درست
			ارزیابی

دنباله حسابی (۱)

محل انجام محاسبات



- ۲۸۱ - در یک دنباله، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 1$ ، $a_n - a_{n+1} = 2$. در این دنباله مقدار کدام است؟

- $\frac{49}{39}$ (۴) $\frac{39}{19}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)

- ۲۸۲ - اگر در دنباله‌ای حسابی $3a_1 + 4a_2 - 7a_3 = 124$ ، $3a_4 + 4a_5 - 7a_6 = 5a_7$ کدام است؟

- ۲۹۰ (۴) ۲۸۵ (۳) ۲۸۰ (۲) ۲۶۰ (۱)

- ۲۸۳ - در دنباله حسابی $\dots, x^2 - 9, 4x - 2, \dots$ مجموع مقادیر ممکن برای قدرنسبت دنباله کدام است؟

- $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۱)

- ۲۸۴ - چندین جمله از دنباله حسابی $\dots, 1, 2, 5, \dots$ برابر ۲۱۸ است؟

- ۱) هفتاد و یکم ۲) هفتاد و چهارم ۳) هفتاد و پنجم ۴) هفتاد و هشتم

- ۲۸۵ - در دنباله حسابی $\dots, 2, 6, 10, \dots$ چند جمله کوچک‌تر از ۵۰۰ وجود دارد؟

- ۱۲۸ (۴) ۱۲۶ (۳) ۱۲۵ (۲) ۱۲۰ (۱)

- ۲۸۶ - در دنباله‌ای حسابی $a_1 + a_2 + a_3 = 16$ و $a_1 + a_5 + a_8 = 51$. جمله نهم این دنباله کدام است؟

- ۴۳ (۴) ۳۲ (۳) ۲۹ (۲) ۲۷ (۱)

- ۲۸۷ - زاویه‌های یک پنج‌ضلعی دنباله‌ای حسابی تشکیل داده‌اند. اگر اندازه کوچک‌ترین زاویه برابر 86° باشد، اندازه بزرگ‌ترین زاویه کدام است؟

- ۱۳۰° (۴) ۱۲۰° (۳) ۱۱۵° (۲) ۱۱۰° (۱)

- ۲۸۸ - در جدول زیر، بین دو عدد $\sqrt{3}-5$ و $\sqrt{3}+5$ ، چهار واسطه حسابی می‌نویسیم. کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم کدام است؟

$\sqrt{3}-5$				$\sqrt{3}+5$
--------------	--	--	--	--------------

- $3\sqrt{3}-1$ (۴) $3\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}-3$ (۲) $\sqrt{3}-4$ (۱)

- ۲۸۹ - مجموع سه جمله متولی دنباله‌ای حسابی برابر ۱۵ و حاصل ضرب آنها برابر ۴۵ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- ± 4 (۴) ± 3 (۳) ± 2 (۲) $\pm \frac{1}{2}$ (۱)

- ۲۹۰ - جمله نخست دنباله‌ای حسابی برابر قدرنسبت این دنباله است و حاصل ضرب n جمله نخست این دنباله برابر $10^8 \times 10!$ است. جمله دهم این دنباله کدام است؟

- ۱۰۰۰ (۴) ۹۰۰ (۳) ۱۰۰ (۲) ۹۰ (۱)

درصد	نژده	نادرست	درست	ارزیابی

دنباله حسابی (۲)

آزمون ۳۰

محل انجام محاسبات

- ۲۹۱ - دو دنباله حسابی یکی با جمله عمومی a_n و دیگری با جمله عمومی b_n داریم. اگر $a_۳ + b_۳ = ۲۱$ و $a_۱ + b_۱ = ۷$ باشد، کدام است؟

۴۲ (۴)

۳۵ (۳)

۲۸ (۲)

۱۴ (۱)

- ۲۹۲ - اگر $a+b, a+c, b+c$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، کدام گزینه دنباله‌ای حسابی را نشان می‌دهد؟

a, b, c (۴)

a, c, b (۳)

b, c, a (۲)

b, a, c (۱)

- ۲۹۳ - در دنباله حسابی ... ۱۹۶, ۱۹۲, ۱۸۸, ... نخستین جمله کوچک‌تر از ۱۰ چندمین جمله است؟

۴۹ (۴)

۴۸ (۳)

۴۷ (۲)

۴۶ (۱)

- ۲۹۴ - در دنباله‌ای حسابی، جمله دهم ۳۲ واحد کمتر از دومین جمله است. اگر جمله چهارم دنباله برابر ۱۵ باشد، چند جمله از دنباله مثبت هستند؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

- ۲۹۵ - اگر جواب‌های معادله $(x-a)(x^۲ - 8x + 1۲) = ۰$ جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، چند مقدار مختلف ممکن است باشد؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

- ۲۹۶ - جمله نخست دنباله‌ای حسابی عددی مثبت است و در این دنباله $S_{۱۳} = ۵a_۸$. اگر S_n مجموع جمله نخست این دنباله حسابی باشد، کدام گزینه از بقیه بزرگ‌تر است؟

S_۴ (۴)S_{۳۰} (۳)S_{۲۰} (۲)S_{۱۰} (۱)

- ۲۹۷ - اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند. نسبت طول ضلع بلندتر زاویه قائم به طول ضلع کوتاه‌تر زاویه قائم این مثلث کدام است؟

 $\frac{۳}{۲}$ (۴) $\frac{۴}{۳}$ (۳) $\frac{۵}{۳}$ (۲) $\frac{۵}{۴}$ (۱)

- ۲۹۸ - مجموع چهار جمله متوالی دنباله‌ای حسابی برابر صفر و مجموع مربعات آنها برابر ۸۰ است. حاصل ضرب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین این اعداد کدام است؟

-۴۵ (۴)

-۳۶ (۳)

-۲۷ (۲)

-۱۸ (۱)

- ۲۹۹ - بین دو عدد $m^۴ + ۳m^۲ + ۳m + ۴$ و $m^۲ + ۴$ ، تعداد $m-۱$ عدد را طوری درج می‌کنیم که اعداد حاصل، یک دنباله حسابی تشکیل دهند. قدرنسبت دنباله حاصل کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۳۰۰ - جملات دنباله حسابی ... ۲۷, ۲۲, ۲۷, ۲۲, ۲۷, ۲۷, ۲۷ را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که در هر دسته به تعداد شماره آن دسته عدد وجود داشته باشد. میانگین اعداد واقع در دسته بیستم کدام است؟

{۲}, {۷, ۱۲}, {۱۷, ۲۲, ۲۷}, ...

۱۰۰۴ (۴)

۱۰۰۲ (۳)

۹۹۹/۵ (۲)

۱۰۰۱ (۱)

درصد	نژد	نادرست	درست	ارزیابی

دباله هندسی (۱)

محل انجام محاسبات

۳۰۱ - در دنباله‌ای با جمله عمومی a_n می‌دانیم $a_2 - a_1 = 3a_n$. اگر $a_3 = 3$ ، مقدار a_{17} کدام است؟

$$\frac{3^3}{2^9} \quad (4)$$

$$\frac{3^{29}}{2^{28}} \quad (3)$$

$$\frac{19}{3} \left(\frac{3}{2} \right)^{16} \quad (2)$$

$$\frac{19}{6} \left(\frac{3}{2} \right)^{16} \quad (1)$$

۳۰۲ - اگر ...، 2^{x-4} , 4^{3x} , 8^{2-3x} دنباله‌ای هندسی باشد، جمله یازدهم این دنباله چند برابر $\sqrt[17]{2}$ است؟

$$2^{42} \quad (4)$$

$$2^{41} \quad (3)$$

$$2^{40} \quad (2)$$

$$2^{39} \quad (1)$$

۳۰۳ - واسطه حسابی جواب‌های معادله‌ای درجه ۴/۵ و واسطه هندسی جواب‌های آن ۱/۵ است. در این معادله نسبت جواب بزرگ‌تر به جواب کوچک‌تر کدام است؟

$$4+6\sqrt{2} \quad (4)$$

$$6+4\sqrt{2} \quad (3)$$

$$12+11\sqrt{2} \quad (2)$$

$$12+12\sqrt{2} \quad (1)$$

۳۰۴ - در دنباله‌ای هندسی با جملات مثبت می‌دانیم $a_1a_6=27$ و $a_2a_4=9$. مقدار a_5 کدام است؟

$$81 \quad (4)$$

$$27 \quad (3)$$

$$9 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۳۰۵ - در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $\frac{1}{2}$ ، مجموع جملات پنجم و هشتم چند برابر مجموع جملات هفتم و هشتم است؟

$$12 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$7 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

۳۰۶ - حاصل ضرب پنج جمله متوالی دنباله‌ای هندسی برابر ۱۰۲۴ است. جمله وسط کدام است؟

$$8 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۳۰۷ - بین دو عدد $\sqrt{2}$ و $16\sqrt{2}$ هفت واسطه هندسی درج می‌کنیم (جمله اول $\sqrt{2}$ است). جمله سوم دنباله حاصل کدام است؟

$$64\sqrt{2} \quad (4)$$

$$32\sqrt{2} \quad (3)$$

$$8\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} \quad (1)$$

۳۰۸ - اگر جمله هفتم دنباله هندسی ...، $\log_4 a, \log_{16} a, \dots$ باشد، مقدار a کدام است؟

$$64 \quad (4)$$

$$32 \quad (3)$$

$$16 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

۳۰۹ - در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱، $a_5 - a_1 = 130$ و $a_4 - a_2 = 25$. مقدار a_2 کدام است؟

$$\frac{25}{24} \quad (4)$$

$$\frac{15}{24} \quad (3)$$

$$\frac{5}{24} \quad (2)$$

$$\frac{1}{24} \quad (1)$$

۳۱۰ - در دنباله‌ای هندسی با جمله عمومی a_n و قدرنسبت مخالف ۱ می‌دانیم $\frac{a_4 + a_3}{a_1 + a_2} = -\frac{a_4 - a_1}{a_3 - a_2}$. مقدار عبارت کدام است؟

$$4 \text{ صفر} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

درصد	نژد	نادرست	درست
------	-----	--------	------

ارزیابی

دنباله هندسی (۲)

آزمون ۳۲

محل انجام محاسبات

- ۳۱۱- اگر a_n جمله عمومی دنباله‌ای هندسی باشد، $a_۵ = ۵$ و $a_۶ = ۲$ ، مجموع $a_۱ + a_۲ + \dots + a_{۸}$ کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

- ۳۱۲- بین اعداد مثبت a و b پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم (جمله اول a است). اگر چهار واسطه هندسی درج می‌کردیم؛ قدرنسبت دو برابر حالت قبل شد. قدرنسبت دنباله در حالتی که پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم، کدام است؟

۶۴ (۴)

۳۲ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

- ۳۱۳- در دنباله‌ای هندسی، مجموع سه جمله متوالی ۱۴ و حاصل ضرب آنها ۶۴ است. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین این اعداد کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

- ۳۱۴- مجموع جمله‌های اول و چهارم دنباله‌ای هندسی برابر $\frac{۲۸}{۹}$ و حاصل ضرب جمله‌های دوم و سوم این دنباله هندسی برابر $\frac{۱}{۳}$ است. بیشترین مقدار ممکن جمله پنجم این دنباله کدام است؟

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

- ۳۱۵- اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱ تشکیل می‌دهند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

$$\sqrt{\frac{۱+\sqrt{۱۰}}{۲}}$$

$$\frac{۱+\sqrt{۱۰}}{۲}$$

$$\sqrt{\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}}$$

$$\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$$

- ۳۱۶- اگر $۳ = a + \log_۸ a + \log_۴ a + \log_۲ a$ به ترتیب جمله‌های اول، دوم و سوم دنباله‌ای هندسی باشند، قدرنسبت این دنباله هندسی کدام است؟

 $\frac{۲}{۹}$ $\frac{۱}{۹}$ $\frac{۲}{۳}$ $\frac{۱}{۳}$

- ۳۱۷- هفت عدد مثبت دنباله‌ای هندسی تشکیل داده‌اند که مجموع پنج جمله نخست آن برابر $\frac{۶۲}{۷\sqrt{۲}-۶}$ و مجموع پنج

جمله آخر آن برابر $\sqrt{۱۴۷}+۱۲$ است. حاصل ضرب این هفت عدد کدام است؟

۲۱۴ (۴)

۲۲۸ (۳)

۲۲۸ (۲)

۲۵۶ (۱)

- ۳۱۸- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت مثبت، $a_۴ = ۶۴$. اگر S_n مجموع n جمله نخست این دنباله باشد، می‌دانیم

$S_۷ < S_۵ + \frac{۱}{\lambda} S_۶$ و $S_۵ > S_۴ + \frac{۱}{\lambda} S_۳$. اگر قدرنسبت این دنباله برابر $\frac{۱}{m}$ باشد، کدام یک از عددهای زیر می‌تواند مقدار m باشد؟

۴۰ (۴)

۱۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

- ۳۱۹- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت ۲ می‌دانیم $a_۱ a_۲ a_۳ \dots a_{۳۰} = ۲^{۳۰}$. مقدار $a_۱ a_۲ a_۳ \dots a_{۳۰}$ کدام است؟

 $\frac{۱}{۲^{۲۰}}$ $\frac{۱}{۲^{۱۰}}$ $۲^{۲۰}$ $۲^{۱۰}$

- ۳۲۰- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت منفی، $a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۱$. مجموعه مقادیر $a_۱ a_۲ a_۳$ کدام است؟

(-۱, ۰) (۴)

[-۱, ۰) (۳)

(-۲, -۱) (۲)

[-۲, -۱] (۱)

درصد	نژد	نادرست	درست	ارزیابی

آزمون ۳۳

دنباله حسابی و دنباله هندسی

محل انجام محاسبات

- ۳۲۱- جمله هشتاد و نهم دنباله حسابی ... $\frac{95}{8}$ با جمله ششم دنباله هندسی ... 243 برابر است. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

۳ (۳)

$$-\frac{1}{3} \quad (2)$$

-۳ (۱)

- ۳۲۲- اگر اعداد $x+4$, $y+2x+y$ و $2y+x$ سه جمله متولی دنبالهای حسابی و سه جمله متولی دنبالهای هندسی باشند، مقدار $x+2y$ کدام است؟

$$8 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

- ۳۲۳- اگر a, b, c دنبالهای هندسی و $\frac{a^2+b^2}{c^2}, \sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ دنبالهای حسابی باشد، مقدار عبارت $\frac{a^2+b^2}{c^2}$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

- ۳۲۴- جملات دنبالهای حسابی را سه برابر می‌کنیم، سپس آنها را با ۵ جمع می‌کنیم. اگر دنباله حاصل دنبالهای هندسی باشد، نسبت جمله سوم به جمله اول دنباله اولیه کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

- ۳۲۵- a, b و b سه جمله متولی دنبالهای حسابی‌اند. اگر 4 واحد به b اضافه کنیم، اعداد جدید دنبالهای هندسی می‌سازند. مجموع مقادیر ممکن a کدام است؟

$$14 \quad (4)$$

$$16 \quad (3)$$

$$18 \quad (2)$$

$$20 \quad (1)$$

- ۳۲۶- جملات دوم، ششم و چهاردهم دنبالهای حسابی، سه جمله نخست دنبالهای هندسی هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

- ۳۲۷- جملات سوم، پنجم و ششم دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = a - n$ سه جمله متولی دنبالهای هندسی هستند. جمله دهم دنباله حسابی کدام است؟

$$-1 \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$-4 \quad (1)$$

- ۳۲۸- در یک دنباله حسابی غیرثابت، جملات سوم، پنجم و هشتم به ترتیب جملات اول تا سوم یک دنباله هندسی‌اند. نسبت جمله چهارم دنباله هندسی به جمله دوازدهم دنباله حسابی کدام است؟

$$\frac{29}{26} \quad (4)$$

$$\frac{27}{26} \quad (3)$$

$$\frac{25}{26} \quad (2)$$

$$\frac{23}{26} \quad (1)$$

- ۳۲۹- جملات دوم، پنجم و دهم یک دنباله حسابی غیرثابت به ترتیب جملات اول، سوم و پنجم یک دنبالهای هندسی‌اند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

$$\pm\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (4)$$

$$\pm\sqrt{\frac{3}{2}} \quad (3)$$

$$\pm\sqrt{\frac{3}{5}} \quad (2)$$

$$\pm\sqrt{\frac{5}{3}} \quad (1)$$

- ۳۳۰- جملات اول، سوم و چهارم یک دنباله هندسی غیرثابت جملات متولی دنبالهای حسابی‌اند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

$$-1+\sqrt{5} \quad (4)$$

$$\frac{-1-\sqrt{5}}{2} \quad (3)$$

$$1\pm\sqrt{5} \quad (2)$$

$$\frac{1\pm\sqrt{5}}{2} \quad (1)$$

درصد	نژد	نادرست	درست	ارزیابی

مجموع جملات دنباله حسابی

آزمون ۳۴

محل انجام محاسبات

- ۳۳۱- مجموع تعدادی از جمله‌های دنباله حسابی $\dots, 46, 42, \dots, 50$ از ابتدا حداقل کدام است؟

۳۴۴ (۴)

۳۳۸ (۳)

۳۳۴ (۲)

۳۳۰ (۱)

- ۳۳۲- در دنباله حسابی $\dots, 7, 11, \dots, 3$ حداقل چند جمله از ابتدای آن را جمع کنیم تا حاصل بزرگ‌تر از 300 شود؟

۱) یازده جمله

۲) دوازده جمله

۳) سیزده جمله

۴) چهارده جمله

- ۳۳۳- در یک دنباله حسابی 2 واحد از قدرنسبت کم می‌کنیم. برای اینکه مجموع ده جمله اول ثابت بماند، چقدر باید به جمله اول اضافه کنیم؟

۱۹ (۴)

۱۷ (۳)

۱۵ (۲)

۹ (۱)

- ۳۳۴- در دنباله‌ای حسابی n جمله‌ای، $S_n - a_n = 56$ و $a_1 = -7$ ، $a_n = -3$. مقدار n کدام است؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

- ۳۳۵- در یک دنباله‌ای حسابی مجموع سه جمله اول برابر 10 و مجموع سه جمله آخر برابر 80 است. اگر مجموع تمام جمله‌ها برابر 300 باشد، تعداد جمله‌های دنباله کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۲۰ (۱)

- ۳۳۶- اگر اعداد سمت چپ معادله $x = 145 + 4x + 7 + \dots + 1 = 145$ جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، مقدار x کدام است؟

۳۱ (۴)

۲۸ (۳)

۲۵ (۲)

۲۱ (۱)

- ۳۳۷- در یک دنباله حسابی $k+1$ جمله‌ای، نسبت مجموع $k+1$ جمله با ردیف فرد به مجموع k جمله با ردیف زوج کدام است؟

$$\frac{k+1}{k}$$

$$\frac{4k+3}{4k+2}$$

$$\frac{4k+3}{2k+1}$$

$$\frac{2k}{2k+1}$$

- ۳۳۸- فرض کنید A_n مجموع n جمله نخست دنباله‌ای حسابی با جمله عمومی a_n و B_n مجموع n جمله نخست

دنباله‌ای حسابی با جمله عمومی b_n باشد. اگر همواره $\frac{A_n}{B_n} = \frac{7n+1}{4n+27}$ کدام است؟

$$\frac{78}{71}$$

$$\frac{4}{3}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{7}{4}$$

- ۳۳۹- در دنباله‌ای حسابی با جمله عمومی a_n می‌دانیم $\frac{S_{45}}{a_{43}} = 25$ و $\frac{S_{45}}{a_{23}} = 5$. مقدار کدام است؟

۴۵ (۴)

۱۳۰ (۳)

۹۰ (۲)

۶۵ (۱)

- ۳۴۰- در دنباله‌ای حسابی $a_1 = 21$ و $a_2 = -4$. $d = -4$. مقدار k کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

درصد	نرده	نادرست	درست	ارزیابی

مجموع جملات دنباله هندسی

محل انجام محاسبات



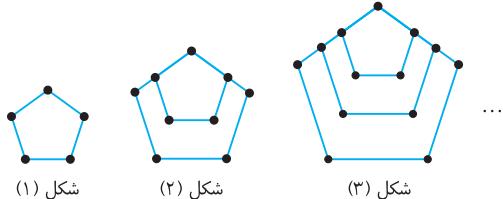
- ۳۴۱ - در دنباله هندسی $\dots, \sqrt[3]{9}, \sqrt[3]{3}, 1$ مجموع شش جمله دوم چند برابر مجموع شش جمله اول است؟
- ۱۲ (۴) ۹ (۳) ۶ (۲) ۳ (۱)
- ۳۴۲ - مجموع n جمله اول دنباله هندسی $\dots, aq^n, aq^{n-1}, \dots, a$ چند برابر مجموع n جمله اول دنباله هندسی است؟
- q^{n+2} (۴) q^{n+1} (۳) q^{n-1} (۲) q^n (۱)
- ۳۴۳ - در دنبالهای هندسی و غیرثابت با جمله‌های مثبت $S_2 = 21S_1$. قدرنسبت این دنباله هندسی کدام است؟
- ۸ (۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ۲ (۱)
- ۳۴۴ - در دنبالهای هندسی، مجموع ده جمله اول 3^3 برابر مجموع پنج جمله اول است. جمله پنجم چند برابر جمله اول است؟
- ۷۲۹ (۴) ۱۶ (۳) ۲۴۳ (۲) ۸۱ (۱)
- ۳۴۵ - درباره دنباله $\dots, a_1, a_2, \dots, a_n$ می‌دانیم $a_1^2 + \dots + a_n^2 = 2^n$. حاصل کدام است؟
- $\frac{1}{3}(4^n - 1)$ (۴) $4^n - 1$ (۳) $\frac{1}{3}(2^n - 1)$ (۲) $(2^n - 1)^2$ (۱)
- ۳۴۶ - تعداد جمله‌های یک دنباله هندسی عددی زوج است. اگر مجموع تمام جمله‌های دنباله ۳ برابر مجموع جمله‌های با ردیف زوج باشد، قدرنسبت آن کدام است؟
- ۳ (۴) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)
- ۳۴۷ - حاصل $t = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ به ازای $t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1$ کدام است؟
- $4 - \sqrt{5}$ (۴) $2 + \sqrt{5}$ (۳) $3 - \sqrt{5}$ (۲) $3 + \sqrt{5}$ (۱)
- ۳۴۸ - در دنبالهای هندسی و غیرثابت، $S_{100} = 210$ و $S_{1000} = 21$ مقدار S_{1000} کدام است؟
- ۸۸۰ (۴) ۸۷۰ (۳) ۸۶۰ (۲) ۸۵۰ (۱)
- ۳۴۹ - در دنبالهای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱ می‌دانیم $a_{17} = a_1^2$. اگر $a_1 > a_2 + \dots + a_k$ کدام است؟
- ۲۱ (۴) ۲۰ (۳) ۱۹ (۲) ۱۸ (۱)
- ۳۵۰ - مجموع n جمله نخست دنبالهای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از یک برابر S_n است. اگر S_6, S_8 و S_9 سه
- جمله متوالی دنبالهای حسابی باشند، مقدار $\frac{S_6}{S_4}$ کدام است؟
- $2 - \frac{2}{\sqrt{5}}$ (۴) $2 - \frac{1}{\sqrt{5}}$ (۳) $2 + \frac{2}{\sqrt{5}}$ (۲) $2 + \frac{1}{\sqrt{5}}$ (۱)

درصد	نژد	نادرست	درست	ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۱)

محل انجام محاسبات

۱۵۸۱- تعداد نقاط روی شکل چندم از الگوی مقابل برابر ۶۱ است؟



- ۱) چهاردهم
- ۲) پانزدهم
- ۳) شانزدهم
- ۴) هفدهم

۱۵۸۲- در دنباله با جمله عمومی $a_n = 95n - n^2$ چند جمله مثبت وجود دارد؟

- ۸۹ (۴) ۹۰ (۳) ۹۴ (۲) ۹۵ (۱)

۱۵۸۳- اگر $\log_2(16a)$ ، $\log_2(3a+4)$ و $\log_2 a$ سه جمله متولی دنباله‌ای حسابی باشند، مقدار a کدام است؟

- ۸ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

۱۵۸۴- جمله اول دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = 2 - 3n$ را ۴ واحد کاهش و قدرنسبت را ۶ واحد افزایش می‌دهیم.

جمله بیست و یکم دنباله حسابی جدید کدام است؟

- ۵۷ (۴) ۵۵ (۳) ۵۲ (۲) ۵۰ (۱)

۱۵۸۵- در یک دنباله حسابی با ۱۱ جمله، مجموع سه جمله اول برابر $2\sqrt{2} - 6$ و مجموع سه جمله آخر برابر $2\sqrt{2} + 6$ است. مجموع جمله اول و جمله آخر دنباله کدام است؟

- ۸ (۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ۲ (۱)

۱۵۸۶- حاصل ضرب پانزده جمله اول دنباله هندسی $\frac{1}{3}, 1, 2, \dots$ کدام است؟

- ۲۹۰ (۴) ۲۷۵ (۳) ۲۶۰ (۲) ۲۳۰ (۱)

۱۵۸۷- اگر عددهای $1 - 2x + 3 - y$ ، $3x - 2y$ و $y - 9$ جمله‌های متولی دنباله‌ای حسابی و هندسی باشند، حاصل $x + y$ کدام است؟

- ۲۴ (۴) ۲۲ (۳) ۲۸ (۲) ۳۲ (۱)

۱۵۸۸- اگر x, y, z, t جمله‌های متولی دنباله‌ای هندسی باشند، $x + z = 20$ و $y + t = 6$ ، قدرنسبت این دنباله هندسی

کدام است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۵۸۹- در دنباله‌ای هندسی $a_5 - a_3 = 96$ و $a_8 - a_6 = 12$. جمله پنجم این دنباله چقدر است؟

- ۸ (۴) -۳۲ (۳) -۱۶ (۲) -۶۴ (۱)

۱۵۹۰- در دنباله‌ای هندسی مجموع پنج جمله اول برابر ۸ و مجموع ده جمله اول برابر ۲۶۴ است. جمله هفتم دنباله کدام است؟

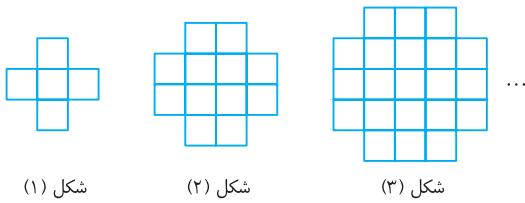
- $\frac{512}{31}$ (۴) $\frac{256}{31}$ (۳) $\frac{128}{31}$ (۲) $\frac{32}{31}$ (۱)

درصد	نژد	نادرست	درست	ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۲)

آزمون ۱۶

محل انجام محاسبات

۱۵۹۱- الگوی مقابل از مربع‌های 1×1 ساخته شده است.

مساحت شکل هشتم کدام است؟

- ۶۴ (۱)
۶۰ (۲)
۹۶ (۳)
۱۰۰ (۴)

۱۵۹۲- بزرگ‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -2n^2 + 19n + 1$ چقدر است؟

- ۴۸ (۴) ۴۷ (۳) ۴۶ (۲) ۴۵ (۱)

۱۵۹۳- اگر جمله عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = \frac{2n-1}{n+2}$ باشد، چند جمله این دنباله در بازه $(\frac{9}{10}, \frac{11}{10})$ هستند؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۵۹۴- در دنباله‌ای حسابی $a_7 + a_8 = 128$ و $a_3 + a_7 = 0$. قدرنسبت دنباله کدام است؟

- ± 6 (۴) ± 4 (۳) ± 2 (۲) ± 3 (۱)

۱۵۹۵- در دنباله‌ای حسابی مجموع جمله‌های سوم، هفتم، چهاردهم و هجدهم برابر با 10 شده است. مجموع جمله‌ای اول و جمله بیستم دنباله چقدر است؟

- ۵ (۴) ۱۰ (۳) ۱۵ (۲) ۲۰ (۱)

۱۵۹۶- اگر x واسطه حسابی $\cot^2 \alpha$ و $\tan^2 \alpha$ و y واسطه هندسی $\cos^2 \alpha$ و $\sin^2 \alpha$ باشد، مقدار $x+y$ کدام است؟ ($y > 0$)

- $\frac{5}{2}$ (۴) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۱۵۹۷- در جدول مقابل عددانی ستون A از بالا به پایین جمله‌های متوا
دنباله‌ای هندسی هستند و عددانی سطر B از چپ به راست جمله‌های
متوالی دنباله‌ای حسابی. مقدار $a+b$ کدام است؟

- ۵۶ (۱)
۵۸ (۲)
۶۰ (۳)
۶۲ (۴)

۱۵۹۸- جمله‌های اول، دوم و چهارم یک دنباله هندسی غیرثابت جمله‌های متوا
هندسی عددی مثبت باشد. مقدار آن کدام است؟

- $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (۱)

۱۵۹۹- مجموع جمله‌های دنباله حسابی a, b, c برابر ۱۵ است. اگر $a+8, b+6, c+4$ دنباله‌ای هندسی باشد، مقدار ac کدام است؟

- ۲۴ (۴) ۲۱ (۳) ۱۸ (۲) ۱۵ (۱)

۱۶۰۰- مربعی به طول ضلع a مفروض است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌کنیم، سپس نیمی از مساحت باقی‌مانده را رنگ می‌کنیم و به همین ترتیب این کار را ادامه می‌دهیم. حداقل چند مرحله باید رنگ آمیزی کنیم تا بیش از $99/9$ درصد مساحت مربع اولیه رنگ شود؟

- ۱۲ (۴) ۱۱ (۳) ۱۰ (۲) ۹ (۱)

درصد	نرخ	نادرست	درست
			ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۳)

محل انجام محاسبات

۱۶۰۱- چند جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -(\log n)^2 + 2 \log n - 2$ مثبت است؟

۹۱ (۴)

۹۰ (۳)

۸۹ (۲)

۸۸ (۱)

۱۶۰۲- در یک دنباله با جمله عمومی $a_n = 5$ و بهازی هر $n \in \mathbb{N}$ رابطه $a_{n+1}a_n = 2$ برقرار است. حاصل ضرب بیست و یک جمله اول دنباله کدام است؟

۶۹۰۰ (۴)

۶۱۸۰ (۳)

۵۱۲۰ (۲)

۴۲۰۰ (۱)

۱۶۰۳- در مورد دنباله با جمله عمومی $a_n = 5 - a_{n+1}$ می دانیم $a_1 = 5$ و بهازی هر عدد طبیعی n . مجموع بیست جمله اول این دنباله کدام است؟

۱۸۰ (۴)

۹۰ (۳)

۸۵ (۲)

۵۰ (۱)

۱۶۰۴- مجموع بیست جمله نخست دنباله با جمله عمومی $a_n = n - \frac{n}{2}$ چقدر است؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۰ (۲)

۹۱ (۱)

۱۶۰۵- جملات دنباله با جمله عمومی $a_n = n^2 - n$ را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که در هر دسته به تعداد دو برابر شماره آن دسته عدد وجود داشته باشد. جمله اول دسته بیستم کدام است؟

۱۸۹×۱۹۰ (۴)

۳۸۱×۳۸۲ (۳)

۳۸۰×۳۸۱ (۲)

۱۹۰×۱۹۱ (۱)

۱۶۰۶- عددهای حقیقی و مثبت a, b و c جمله‌های متولی دنباله‌ای حسابی‌اند و $abc = 4$. کمترین مقدار ممکن b کدام است؟ $\sqrt[3]{32}$ (۴) $\sqrt[3]{16}$ (۳) $\sqrt[3]{4}$ (۲) $\sqrt[3]{2}$ (۱)

۱۶۰۷- جملات دوم، پنجم و دهم یک دنباله حسابی غیرثابت به ترتیب جملات اول، سوم و پنجم یک دنباله هندسی با قدرنسبت مثبت‌اند. مقدار این قدرنسبت کدام است؟

 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۴) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{15}{9}$ (۲) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ (۱)۱۶۰۸- سه جمله نخست دنباله‌ای هندسی هستند، $a_1 > 0$ و $a_1 + 5a_3 > 14a_2$. قدرنسبت این دنباله در کدام بازه نمی‌تواند باشد؟ $(-\infty, 0)$ (۴) $[1, \frac{9}{5}]$ (۳) $[\frac{5}{9}, 1]$ (۲) $[2, +\infty)$ (۱)۱۶۰۹- اگر a, b, c سه جمله متولی دنباله‌ای هندسی و غیرثابت باشند و $a+b+c=kb$ ، کدام درست است؟
 $k \leq -1$ (۴) $-1 \leq k < 2$ (۳) $k > 3$ یا $k \leq -1$ (۲) $-1 \leq k < 3$ (۱)۱۶۱۰- مجموع ده جمله اول دنباله حسابی $a, a+2, a+4, \dots, 1$ برابر است.مقدار a کدام است؟

۹۴/۱ (۴)

۹۳/۳ (۳)

۹۲/۳ (۲)

۹۱/۲ (۱)

درصد	نژد	نادرست	درست	ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۴)

آزمون ۱۶۲

محل انجام محاسبات

۱۶۱۱- در یک دنباله اعداد، $a_1 = 2a_{n-1} + 1$ ، $n \geq 2$ ، برای هر a_n . جمله هشتم این دنباله کدام است؟

تجربی ۹۵

۲۵۵ (۴)

۲۴۷ (۳)

۱۵۹ (۲)

۱۲۷ (۱)

۱۶۱۲- اعداد $\sqrt{2}, 2^2, 4\sqrt{2}, \dots$ سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی‌اند. واسطه حسابی a و b کدام است؟

ریاضی خارج ۸۷

 $\sqrt{2}$ (۴)

۱/۵ (۳)

۲ (۲)

۲/۵ (۱)

۱۶۱۳- تقاضل جمله دهم از جمله دوازدهم یک دنباله حسابی برابر ۵ و مجموع جمله دهم و دوازدهم برابر ۲۵ است. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟

ریاضی خارج ۸۴

۳۸/۵ (۴)

۳۷/۵ (۳)

۳۶ (۲)

۳۵ (۱)

۱۶۱۴- با توجه به دنباله حسابی، مجموع $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$ کدام است؟

ریاضی خارج ۹۸

۰/۲۵ (۴)

۰/۲۴ (۳)

۰/۱۸ (۲)

۰/۱۵ (۱)

۱۶۱۵- اگر جملات چهارم، ششم و دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

ریاضی ۸۱

 $\frac{4}{3}$ (۴)

۲ (۳)

 $\frac{3}{2}$ (۲)

۳ (۱)

۱۶۱۶- در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر ۱ و مجموع چهار جمله اول برابر ۳ است. مجموع شش

ریاضی ۸۸

۱۳/۴ (۴)

۱۲/۶ (۳)

۱۱/۲ (۲)

۱۰/۸ (۱)

۱۶۱۷- در یک دنباله حسابی مجموع بیست جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد،

ریاضی ۹۰

۳۸ (۴)

۳۶ (۳)

۳۴ (۲)

۳۲ (۱)

۱۶۱۸- در یک دنباله حسابی، مجموع پنج جمله اول آن، $\frac{1}{3}$ مجموع پنج جمله بعدی است. جمله دوم چند برابر جمله اول است؟

تجربی خارج ۹۱

۴ (۴)

۳ (۳)

 $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

۱۶۱۹- عددهای طبیعی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جمله‌های هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد:

 $(1), (2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9, 10), \dots$

تجربی خارج ۹۴

مجموع جمله‌ها در دسته بیستم کدام است؟

۴۰۴۰ (۴)

۴۰۳۰ (۳)

۴۰۲۰ (۲)

۴۰۱۰ (۱)

۱۶۲۰- حاصل $t = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ به ازای $t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1$ کدام است؟

ریاضی خارج ۹۳

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

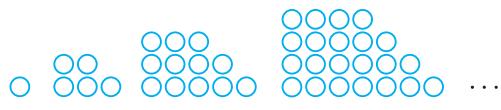
درصد	نژد	نادرست	درست
			ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۵)

محل انجام محاسبات

تجربی

۱۶۲۱- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها در شکل نهم کدام است؟



- ۱۱۷) ۱
۱۲۰) ۲
۱۲۳) ۳
۱۲۵) ۴

ریاضی

۱۶۲۲- مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

- ۷۴۲) ۴ ۷۳۵) ۳ ۷۲۸) ۲ ۷۲۱) ۱

۱۶۲۳- در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله متولی برابر ۱۹ و حاصل ضرب آنها برابر ۲۱۶ است. تفاضل کوچکترین و بزرگترین این سه عدد کدام است؟

تجربی ۹۰

- ۷) ۴ ۶) ۳ ۵) ۲ ۴) ۱

۱۶۲۴- در یک دنباله حسابی جملات اول، پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله متولی از دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱ هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

ریاضی خارج ۸۷

- $\frac{3}{2}$) ۴ $\frac{4}{3}$) ۳ $\frac{5}{4}$) ۲ $\frac{6}{5}$) ۱

۱۶۲۵- در یک دنباله حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم، می‌توانند سه جمله متولی از دنباله هندسی باشند. چندمین جمله این دنباله، صفر است؟

تجربی ۸۸

- ۹) ۴ ۱۰) ۳ ۱۱) ۲ ۱۲) ۱

۱۶۲۶- در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول ۱۵۳ است. جمله اول چند برابر جمله پنجم است؟

ریاضی ۸۹

- ۱۶) ۴ ۹) ۳ ۸) ۲ $\frac{81}{16}$) ۱

۱۶۲۷- در بیست جمله اول یک دنباله حسابی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۵۰ است. جمله اول کدام است؟

تجربی خارج ۸۵

- ۳) ۴ ۲) ۳ ۱) ۲ ۱) صفر

۱۶۲۸- عددهای طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جمله‌های هر دسته برابر شماره آن دسته باشد:

$$(1), (3, 5), (7, 9, 11), \dots$$

تجربی ۹۴

مجموع دو جمله اول و آخر دسته سی ام کدام است؟

- ۱۸۵۰) ۴ ۱۸۰۰) ۳ ۱۷۵۰) ۲ ۱۷۰۰) ۱

۱۶۲۹- تعداد جمله‌های یک دنباله هندسی عددی زوج است. اگر مجموع تمام جمله‌های دنباله ۳ برابر مجموع جمله‌های با ردیف فرد باشد، قدرنسبت آن کدام است؟

ریاضی ۹۴

- $\frac{3}{4}$) ۴ $\frac{2}{3}$) ۳ $\frac{1}{2}$) ۲ $\frac{1}{3}$) ۱

۱۶۳۰- حاصل $t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ به ازای $t^{11} + t^9 + t^7 + \dots + t + 1$ کدام است؟

ریاضی ۹۳

- ۵) ۴ ۴) ۳ ۳) ۲ ۲) ۱

ارزیابی	درست	نادرست	نژد	درصد

جامع (۸)

آزمون ۲۳۷

محل انجام محاسبات

-۲۴۳۱- اگر a, b, c جمله‌های متولی دنباله‌ای حسابی و c, b, a جمله‌های متولی دنباله‌ای هندسی باشند و $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{12}$

مقدار b کدام است؟

۳۶ (۴)

۲۴ (۳)

۱۲ (۲)

۶ (۱)

-۲۴۳۲- اگر مجموعه جواب‌های معادله $\left\{ -\frac{n}{1+n}, \frac{n}{1-n} \right\}$ باشد، مقدار n کدام است؟

-۱۲ (۴)

۱۲ (۳)

-۲۰ (۲)

۲۰ (۱)

-۲۴۳۳- اگر $\sin^3 x + \cos^3 x = \frac{64}{\sin^3 x + \cos^3 x}$ کدام است؟

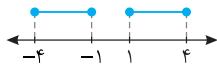
-۳۵۱ (۴)

۶۵۶ (۳)

-۲۴۶ (۲)

۵۶۵ (۱)

-۲۴۳۴- عضوهای مجموعه شکل مقابل در کدام نابرابری‌ها صدق می‌کنند؟



$1 \leq |x+1| \leq 4$ (۲)

$1 \leq |x| \leq 4$ (۱)

$1 \leq |x-1| \leq 4$ (۴)

$|x| \leq 4$ (۳)

-۲۴۳۵- اگر $f(x) = \frac{x^2}{[x]+[-x]}$ قرار دارد، چند عدد صحیح در برد تابع f دارند؟

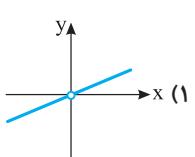
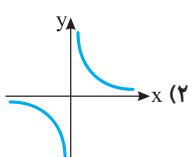
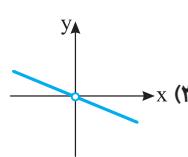
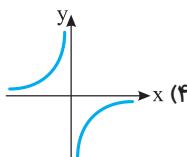
۹۹ (۴)

۹۱ (۳)

۹۰ (۲)

۸۹ (۱)

-۲۴۳۶- اگر f و g دو تابع چندجمله‌ای باشند به‌طوری که $f(-x) = -f(x)$ و $g(-x) = g(x)$

نمودار تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟

-۲۴۳۷- اگر $f = \{(1,1), (2,3), (3,2)\}$ و $g = \{(1,2), (2,1), (3,3)\}$ و $fog = \{(1,2), (2,1), (3,3)\}$ کدام می‌تواند باشد؟

$\{(1,3), (2,1), (3,2)\}$ (۲)

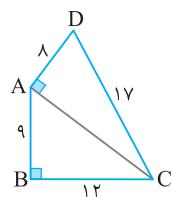
$\{(1,3), (2,2), (3,1)\}$ (۱)

$\{(1,1), (2,3), (3,3)\}$ (۴)

$\{(1,2), (2,3), (3,1)\}$ (۳)

-۲۴۳۸- نمودار تابع $f(x) = \sin(x - \frac{2\pi}{3})$ واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم. سپس نمودار به‌دست آمده را نسبت

به محور طول‌ها و پس از آن نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. اگر نمودار نهایی بر نمودار تابع f منطبق باشد،

کمترین مقدار ممکن k^2 کدام است؟ $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{5\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۱)

-۲۴۳۹- در شکل مقابل مقدار $\cos(\hat{B}\hat{C}D)$ کدام است؟

$\frac{76}{85}$ (۲)

$\frac{32}{85}$ (۴)

$\frac{84}{85}$ (۱)

$\frac{36}{85}$ (۳)

محل انجام محاسبات

($k \in \mathbb{Z}$) کدام است؟ $\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)+\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=2$

$\frac{k\pi+\frac{\pi}{2}}{2}$ (۴)

$k\pi$ (۳)

$\frac{k\pi}{4}$ (۲)

$\frac{k\pi}{2}$ (۱)

اگر a جواب معادله $a^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{\frac{x+1}{2}} - 2^{2x-1}$ باشد، مقدار $a^2 - a$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

حاصل ضرب جواب‌های معادله $x^{(2+\log_2 x)} = 4$ کدام است؟

$\frac{1}{8}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

1 (۱)

مقدار $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 x}{\cos x - \sqrt{\cos 2x}}$ کدام است؟

-2 (۴)

2 (۳)

-1 (۲)

1 (۱)

تابع $f(x) = (x^2 - 6a)[x]$ روی بازه $[2, 4]$ پیوسته است. مقدار $f\left(\frac{4a}{3}\right)$ کدام است؟

-10 (۴)

-5 (۳)

10 (۲)

5 (۱)

به ازای چند مقدار m نمودار تابع $f(x) = \frac{x-2}{4x^2 - mx + 1}$ فقط یک مجذوب قائم دارد.

4 صفر

1 (۳)

2 (۲)

3 (۱)

مشتق دوم تابع $f(x) = x^3 \sqrt{x}$ در نقطه $x=4$ کدام است؟

140 (۴)

$\frac{70}{3}$ (۳)

70 (۲)

35 (۱)

در نقطه‌های به طول $x=2$ و $x=-2$ روی نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ دو مماس بر این نمودار رسم می‌کنیم. فاصله

این دو خط کدام است؟

$4\sqrt{12}$ (۴)

$\frac{8}{\sqrt{12}}$ (۳)

$\frac{4}{\sqrt{12}}$ (۲)

$\sqrt{12}$ (۱)

طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x) = x^2 |x+3| + x^3$ روی آن نزولی است، کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

2 (۲)

1 (۱)

جهت تغیر نمودار تابع $f(x) = \sin^2 x - 2 \sin x$ روی بازه $(0, \pi)$ چگونه است؟

(۱) رو به بالا

(۴) ابتدا رو به پایین سپس رو به بالا

(۳) ابتدا رو به بالا سپس رو به پایین

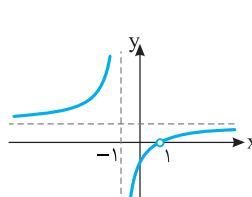
نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + bx + c}$ به شکل مقابل است. مقدار a کدام است؟

-1 (۲)

-2 (۴)

1 (۱)

2 (۳)



درصد	نژد	نادرست	درست	ارزیابی



۱ ۹ راه حل اول توجه کنید که

$$a_1 + a_{14} = a_1 + 5d + a_1 + 13d = 2a_1 + 19d = 60$$

$$\therefore S_{14} = \frac{2}{2}(2a_1 + 19d) = \frac{2}{2} \times 60 = 60$$

بنابراین $a_1 + a_{14} = 1 + 20 = 21$. پس a_1 . بنابراین

$$S_{14} = \frac{2}{2}(a_1 + a_{14}) = 1 \times 60 = 60$$

۱ ۱۰ مجموع n جمله نخست برابر است با

$$S_n = \frac{a_1(\gamma^n - 1)}{\gamma - 1} = a_1(\gamma^n - 1) = a_1\gamma^n - a_1 = 2(a_1\gamma^{n-1}) - a_1 = 2a_n - a_1$$

۱ ۱۱ توجه کنید که اگر $n \geq 5$ آن‌گاه $1 < \frac{1}{n} < 0$. پس $\frac{1}{n} = 0$. از طرف دیگر،

$$a_5 = a_6 = \dots = a_{14} = -\frac{5}{n} = -1 - \frac{5}{n}. \text{ در نتیجه } -1 \leq -\frac{5}{n} < 0. \text{ آن‌گاه } a_1 = -\frac{5}{n}$$

از طرف دیگر.

$$a_1 = \frac{1}{1} + \frac{-5}{1} = 4 - 5 = -1, \quad a_2 = \frac{1}{2} + \frac{-5}{2} = 2 - 3 = -1$$

$$a_3 = \frac{1}{3} + \frac{-5}{3} = 1 - 2 = -1, \quad a_4 = \frac{1}{4} + \frac{-5}{4} = 1 - 2 = -1$$

بنابراین مجموع بیست جمله اول برابر -20 است.

۱ ۱۲ راه حل اول با قرار دادن $n = 1$ در جمله عمومی به دست می‌آید $a_1 = 1$

$$. d = a_2 - a_1 = -\frac{2}{3}. \text{ بنابراین } a_2 = \frac{1}{3}. \text{ در جمله عمومی به دست می‌آید } a_1 = 1$$

$$\text{پس } a_1 - d = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

۱ ۱۳ راه حل دوم جمله عمومی دنباله حسابی با قدرنسبت d و جمله اول a_1 به صورت

$$a_n = dn + (a_1 - d) = -\frac{2}{3}n + \frac{5}{3} \text{ است. بنابراین } a_1 = 1 + (n-1)d$$

$$a_1 - d = \frac{5}{3}$$

$$2a_1 - 1 = \frac{a_1 + 1 - 3a_1}{2} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2} \quad ۱ ۱۴ \quad \text{چون دنباله حسابی است، پس}$$

بنابراین $d = (2a_1 - 1) - a_1 = a_1 - 1 = -\frac{1}{2}$. پس جمله عمومی دنباله به شکل زیر است:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(n-1) = 1 - \frac{n}{2}$$

۱ ۱۵ چون تعداد جمله‌های هر دسته برابر شماره آن دسته است، برای نوشتمن

دسته نخست از $1+2+3+\dots+29$ عدد استفاده شده است. چون

$$29 \times 30 = 435 \quad ۱+2+3+\dots+29 = \frac{29 \times 30}{2} = 435$$

عدد فرد استفاده شده است. پس جمله اول دسته سی‌ام، a_{36} امین عدد فرد و

جمله آخر آن $a_{36} = 436 - 1 = 435$ عدد فرد است. از طرف دیگر، جمله عمومی عدددهای فرد به صورت $a_n = 2n - 1$ است، پس

$$a_{465} + a_{436} = 2(465 + 436 - 1) = 2(900) = 1800$$

۱ ۱۶ اعدادی که در تقسیم بر ۷ باقی مانده ۳ دارند، به شکل $7n - 4$ هستند.

کوچکترین عدد سهرقی به این شکل را پیدا می‌کنیم:

$$7n - 4 \geq 100 \Rightarrow 7n \geq 104 \Rightarrow n \geq \frac{104}{7} \Rightarrow n \geq 15$$

بزرگترین عدد سهرقی به این شکل را هم پیدا می‌کنیم:

$$7n - 4 < 100 \Rightarrow 7n < 100 + 4 \Rightarrow n < \frac{100 + 4}{7} \Rightarrow n \leq 14$$

بنابراین $15 \leq n \leq 143$. یعنی $143 - 14 = 129$ عدد سهرقی وجود دارد که

باقی مانده آن‌ها در تقسیم بر ۷ برابر ۳ است.

۱ ۱ چند جمله اول هر کدام از دنباله‌ها به شکل زیر است:

۱ ۲ گزینه (۱) $2, 3, 4, 5, \dots$

۱ ۳ گزینه (۳) $2, 3, 10, 23, \dots$

بنابراین فقط $a_n = n^2 - (-1)^n$ می‌تواند جمله عمومی دنباله باشد.

۱ ۴ می‌خواهیم عدد طبیعی k را طوری پیدا کنیم که $(-1)^k \frac{k-4}{7-k} = \frac{5}{4}$

دو حالت در نظر می‌گیریم.

حالت (۱): k فرد است. در این صورت $k = -1$. پس

$$(-1)^k \frac{k-4}{7-k} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{k-4}{k-7} = \frac{5}{4} \Rightarrow 4(k-4) = 5(k-7)$$

$$4k - 16 = 5k - 35 \Rightarrow k = 35 - 16 = 19$$

حالت (۲): k زوج باشد. در این صورت $k = 1$. پس

$$\frac{k-4}{7-k} = \frac{5}{4} \Rightarrow 4(k-4) = 5(7-k) \Rightarrow 4k - 16 = 35 - 5k \Rightarrow 9k = 41$$

$$بنابراین k = 19. \text{ پس}$$

۱ ۵ در این دنباله، هر جمله از دو برابر جمله قبل، دو واحد کمتر است، پس

هشت جمله اول برابر است با

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 2 \times 3 - 2 = 4, \quad a_3 = 2 \times 4 - 2 = 6$$

$$a_4 = 2 \times 6 - 2 = 10, \quad a_5 = 2 \times 10 - 2 = 18, \quad a_6 = 2 \times 18 - 2 = 34$$

$$a_7 = 2 \times 34 - 2 = 66, \quad a_8 = 2 \times 66 - 2 = 130$$

$$بنابراین a_8 - a_7 = 130 - 66 = 64$$

۱ ۶ اندازه زاویه‌های متناسب را به صورت $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم.

مجموع اندازه زاویه‌های متناسب برابر 180° است. پس

$$a-d + a + a+d = 180^\circ \Rightarrow a = 60^\circ$$

میانگین اندازه بزرگترین و کوچکترین زاویه متناسب همان a است که برابر 60° است.

۱ ۷ نساوی داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\frac{f(a+d)}{a} = \frac{5(a+2d)}{a+d} + 2 \Rightarrow f(a+d)^2 = 5a(a+2d) + 2a(a+d)$$

$$3a^2 + 4ad - 4d^2 = 0 \Rightarrow \frac{3a^2}{d^2} + \frac{4ad}{d^2} - \frac{4d^2}{d^2} = 0 \Rightarrow 3\left(\frac{a}{d}\right)^2 + 4\left(\frac{a}{d}\right) - 4 = 0$$

اگر فرض کیم $k = \frac{a}{d}$, آن‌گاه

$$2k^2 + 4k - 4 = 0 \Rightarrow k = -2 \quad \text{یا} \quad k = \frac{2}{3}$$

۱ ۸ ابتدا توجه کنید که $\sqrt[3]{2}$ و $\sqrt[4]{2}$ واسطه هندسی $\sqrt{2}$ است. پس

$$(\sqrt[4]{2})^2 = \sqrt[4]{a\sqrt[3]{2}} \Rightarrow \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{a\sqrt[3]{2}} \Rightarrow \sqrt[4]{a} = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[3]{2}}$$

از طرف دیگر، قدرنسبت این دنباله برابر است با $\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[3]{2}} = r$. در نتیجه

$$a_{13} = a_1 r^{12} = \sqrt[4]{a} \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[3]{2}} r^{12} = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[3]{2}} \left(\frac{2^4}{2^3}\right) r^{12} = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[3]{2}} (2^4) r^{12} = 2^4 \sqrt[4]{2}$$

۱ ۹ اگر جمله‌های متولی دنباله‌ای حسابی باشند. آن‌گاه

هم جملات متولی دنباله حسابی اند و چون c, b, a, b, a, c جملات متولی دنباله‌ای هندسی

هم هستند، پس $a = b = c$. بنابراین

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{b} = \frac{1}{12} \Rightarrow b = 36$$

۱ ۱۰ توجه کنید که

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow 120 = \frac{n}{2}(-6 + 30) \Rightarrow n = 10$$

۲۵ راه حل اول عبارت مورد نظر را به صورت زیر تجزیه می کنیم:

$$6x^2 + 7x - 3 = 6x^2 - 2x + 9x - 3 = 2x(3x - 1) + 3(3x - 1) = (3x - 1)(2x + 3)$$

پس عامل $-3x - 1$ در تجزیه عبارت وجود دارد.

۲۶ راه حل دوم عبارت مورد نظر را A می نامیم و آن را به کمک اتحاد جمله مشترک به صورت زیر تجزیه می کنیم:

$$A = 6x^2 + 7x - 3 \Rightarrow 6A = 36x^2 + 42x - 18 = (6x - 2)(6x + 9) = 2 \times 3(3x - 1)(2x + 3)$$

بنابراین $A = (3x - 1)(2x + 3)$ و عامل $-3x - 1$ در تجزیه وجود دارد.

۲۷ راه حل اول به کمک مخرج مشترک گیری عبارت را ساده می کنیم:

$$\frac{2}{\sqrt{x-2}} - \frac{2}{\sqrt{x+2}} = \frac{2(\sqrt{x+2}) - 2(\sqrt{x-2})}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} = \frac{8-2x}{x-4} = -\frac{2(x-4)}{x-4} = -2$$

۲۸ راه حل اول ابتدا مخرج کسرها را گویا و سپس عبارت را ساده می کنیم:

$$\frac{1}{1-\sqrt{2}} + \frac{1}{3-\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} + \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} + \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{9-2} = -1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2$$

۲۹ راه حل دوم ابتدا مخرج مشترک گیریم:

$$\frac{1}{1-\sqrt{2}} + \frac{1}{3-\sqrt{2}} = \frac{3-\sqrt{2}+7-\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(3-\sqrt{2})} = \frac{10-8\sqrt{2}}{5-4\sqrt{2}} = \frac{2(5-4\sqrt{2})}{(5-4\sqrt{2})} = 2$$

۳۰ راه حل اول توجه کنید که

$$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$$

بنابراین عبارت مورد نظر برابر است با $\sqrt{2}+1-\sqrt{2}=1$.

۳۱ راه حل دوم با مخرج مشترک گیری می توان نوشت:

$$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1 - \sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}-1 - \sqrt{2} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = 1$$

۳۲ راه حل اول باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $Q(x)$ بر $x-1$ برابر است. $P(x+1)=P(2)$

است. اگر در تساوی $P(x-2)=x^3-x^2+4m$ قرار دهیم $x=4$ ، مقدار $P(2)$ به دست می آید:

$P(2)=64-16+4m=48+4m$
بنابراین $48+4m=4 \Rightarrow m=-11$

۳۳ راه حل اول باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $Q(x)$ بر $x-1$ برابر است.

پس $Q(1)=5$. اگر در تساوی $P(x-3)=(x^2-3)Q(x+2)$ قرار دهیم $x=-1$ ، $P(-4)=-2Q(1)=-2 \times 5=-10$. بنابراین باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x+4$ برابر -10 است.

۳۴ راه حل اول چون معادله $x^2-4x+k-1=0$ جواب حقیقی ندارد، پس

$$\Delta=16-4(k-1)<0 \Rightarrow k-1>4 \Rightarrow k>5$$

در معادله $x^2+2x-k+6=0$ مقدار Δ را حساب می کنیم:

$$\Delta=4-4(-k+6)=4k-20=4(k-5)$$

چون $k>5$ ، پس $4(k-5)>0$ و در نتیجه این معادله دو جواب حقیقی دارد.

۳۵ راه حل اول توجه کنید که $x_1, x_2 = -5$ و $x_1+x_2 = 3$. در نتیجه

$$x_1(x_2-2)+x_2(x_1-2)=2x_1x_2-2(x_1+x_2)=2(-5)-2(3)=-16$$

۳۶ راه حل اول ابتدا توجه کنید که مجموع جواب‌های معادله برابر $\frac{3}{2}$ و حاصل ضرب

$$\alpha^r\beta+\alpha\beta^r=\alpha\beta(\alpha+\beta)=-\frac{5}{2}\times\frac{3}{2}=-\frac{15}{4}$$

آنها برابر $\frac{5}{2}$ است. بنابراین

۳۷ راه حل اول چون $\frac{a_1r^y}{a_1r^d}=\sqrt{2}$ ، پس $\frac{a_1}{a_1r^d}=\sqrt{2}$ در نتیجه r^2 . بنابراین

$$\frac{a_y}{a_r}=\frac{a_1r^x}{a_1r^d}=r^x=(r^2)^2=\sqrt{-2}=2$$

۳۸ راه حل اول جملات را به صورت $a, a+3d, a+10d$ در نظر می گیریم. در این صورت

$$(a+3d)^2=a(a+10d) \Rightarrow a^2+9d^2+6ad=a^2+10ad \Rightarrow 9d^2=4ad$$

$$d=\frac{4}{9}a$$

بنابراین جملات دنباله هندسی $a, \frac{\sqrt{3}}{3}a, \frac{4}{9}a$ هستند و قدرنسبت این دنباله برابر

$$\frac{\sqrt{3}}{3}a . r=\frac{\sqrt{3}}{3}a$$

۳۹ راه حل اول قدرنسبت دنباله مورد نظر برابر است با

$$S_n=\frac{n}{2}\left(\frac{n-2}{n}-\frac{1}{2n}(n-1)\right)=\frac{n}{2}\left(\frac{n-3}{2n}\right)=\frac{n-3}{4}$$

۴۰ راه حل اول بنابراین $\frac{n-3}{4}=4 \Rightarrow n=16$

۴۱ راه حل اول اگر از مجموع پنج جمله اول دنباله، مجموع چهار جمله اول را کم کنیم، جمله پنجم به دست می آید:

$$a_5=S_5-S_4=\frac{4}{3}(3^5-1)-\frac{4}{3}(3^4-1)=\frac{4}{3}(3^5-3^4)=216$$

۴۲ راه حل اول $a_7=3 \Rightarrow a_1q=3$ ، $a_9=96 \Rightarrow a_1q^8=96$ توجه کنید که

$$\frac{a_1q}{a_1q^6}=\frac{3}{96} \Rightarrow q^5=32 \Rightarrow q=2$$

در نتیجه

۴۳ راه حل اول بنابراین $a_1=\frac{3}{q}=\frac{3}{2}$ ، پس

$$S_{10}=\frac{a_1(q^{10}-1)}{q-1}=\frac{3}{2}\times\frac{2^9-1}{2-1}=\frac{3}{2}(2^9-1)=\frac{3069}{2}$$

۴۴ راه حل اول توجه کنید که

$$x\sqrt{\frac{1}{x^8}-\frac{1}{x^4}}=\sqrt{x^4\left(\frac{1}{x^8}-\frac{1}{x^4}\right)}=\sqrt{\frac{x^4}{x^8}-\frac{x^4}{x^4}}=\sqrt{\frac{1}{x^4}-1}$$

۴۵ راه حل اول در نتیجه $\frac{1}{x}=\frac{1}{128} \Rightarrow x=\frac{128}{129}$. پس $\sqrt{\frac{1}{x^4}-1}=\frac{1}{2}$.

۴۶ راه حل اول از تساوی داده شده نتیجه می شود

$$x\sqrt{\frac{1}{x^4}-\frac{1}{x^2}}=\frac{1}{2}\Rightarrow x\left(\frac{1}{x}\right)\sqrt{\frac{1}{x^2}-1}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{x}-1=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{128}\Rightarrow \frac{1}{x}=\frac{129}{128}\Rightarrow x=\frac{128}{129}$$

۴۷ راه حل اول ایندا توجه کنید که x مثبت است. می توان نوشت

$$\sqrt{\sqrt{3}}=\sqrt[3]{3\sqrt{x}} \Rightarrow \sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{\sqrt{9x}}=\sqrt[3]{9x} \Rightarrow (\sqrt[3]{3})^2=(\sqrt[3]{9x})^{12}$$

$$3^2=(9x)^2 \Rightarrow 2\sqrt{3}=9x \Rightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

۴۸ راه حل اول می توان نوشت

$$\frac{a^r+b^r}{a^r b^r}=\frac{a^r}{b^r}+\frac{b^r}{a^r}=\left(\frac{a}{b}\right)^r+\left(\frac{b}{a}\right)^r=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=8^2+2=66$$

۴۹ راه حل اول طبق اتحاد چاق و لاغر می توان نوشت

$$(\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{3})(\underbrace{(\sqrt[3]{5})^2-\sqrt[3]{3}\times\sqrt[3]{5}+(\sqrt[3]{3})^2}_{a})=(\sqrt[3]{5})^3+(\sqrt[3]{3})^3=5+3=8$$

$$\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{3}=\frac{\lambda}{a}$$



چون $A \cup B = B$, پس $A \subseteq B$. از طرف دیگر.

$$A \subseteq B \Rightarrow n(A) \leq n(B)$$

اگنون توجه کنید که $n(A) + 2n(B) \leq n(B) + 2n(B) = 3n(B)$. عددی طبیعی است, پس $n(A) + 2n(B) \geq 5$.

شکل اول ۲۷۱ چوب کبریت دارد و برای ساختن هر شکل, ۹ چوب کبریت به شکل قبلی اضافه می‌شود. پس در شکل $n^{\text{ام}}$, $4+9(n-1)$ چوب کبریت وجود دارد. بنابراین در شکل چهاردهم ۱۲۱ چوب کبریت وجود دارد.

راحل اول تعداد نقاط شکل‌ها را در جدول زیر ملاحظه می‌کنید:

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد نقاط	$1+3+1$	$2+4+2$	$3+5+3$...	$n+(n+2)+n$

بنابراین در شکل $n^{\text{ام}}$, $3n+2$ نقطه داریم. یعنی در شکل بیستم ۶۲ نقطه داریم.

راحل دوم اگر ۴ نقطه به چهار گوشة شکل‌ها اضافه کنیم, تعداد نقاط شکل $n^{\text{ام}}$ برابر خواهد بود. پس در شکل $n^{\text{ام}}$, $3(n+2)-4$ نقطه داریم. یعنی در شکل بیستم ۶۲ نقطه داریم.

راحل سوم رنگ‌نشده در شکل $n^{\text{ام}}$ برابر است با $n(n-1)+2+3+\dots+n$.

تعداد مرتعه‌های رنگ‌نشده در شکل $n^{\text{ام}}$ برابر است با $n(n-1)+2+3+\dots+n+1+2+\dots+n+1$. بنابراین تعداد مرتعه‌های رنگ‌نشده در شکل $n^{\text{ام}}$, n تا بیشتر از تعداد مرتعه‌های رنگ‌نشده آن است. پس در شکل سی‌ام, اختلاف مرتعه‌های رنگ‌نشده و رنگ‌نشده برابر $3^{\text{ام}}-3$ است.

راحل چهارم کل گوی‌های دار شکل $n^{\text{ام}}$ برابر است با $2n-1+(2n-1)+(2n-1)+\dots+(2n-1)=n(2n-1)$.

بنابراین نسبت تعداد گوی‌های رنگی به تعداد کل گوی‌ها در شکل $n^{\text{ام}}$ برابر است با

$$\frac{n(n-1)}{2n} = \frac{n-1}{2}. \quad \text{به این ترتیب}$$

با توجه به الگو, در شکل‌هایی که شماره آن‌ها زوج است, نصف تعداد

گوی‌ها یعنی $\frac{n}{2}$ رنگ می‌شود. در شکل‌هایی که شماره آن‌ها فرد است, تعداد گوی‌ها نیز فرد است. اگر گوی وسطی را کنار بگذاریم تعداد گوی‌ها $n^{\text{ام}}-1$ خواهد بود که

نصف آن‌ها رنگ می‌کنیم و سپس گوی وسطی را نیز رنگ می‌کنیم. پس $\frac{n^{\text{ام}}-1}{2}+1$

گوی رنگ می‌شود. توجه کنید که اگر $n^{\text{ام}}$ عددی زوج باشد, $\frac{n^{\text{ام}}}{2}$ نیز عددی زوج است.

پس در شکل‌های با شماره زوج, تعداد گوی‌های رنگ شده زوج است و در شکل‌هایی با شماره فرد, تعداد گوی‌های رنگ شده فرد است. چون $11^{\text{ام}}$ گوی رنگی در شکل $n^{\text{ام}}$ وجود دارد, پس n باید فرد باشد. بنابراین

$$\frac{n^{\text{ام}}-1}{2}+1=11^{\text{ام}} \Rightarrow n^{\text{ام}}-1=224 \Rightarrow n^{\text{ام}}=225 \Rightarrow n=15$$

چون همه جمله‌های دنباله با هم برابرند, پس جمله‌های اول و دوم آن نیز با هم برابرند:

$$a_1 = a_2 \Rightarrow \frac{2-k}{k} = \frac{4-k}{k} \Rightarrow 2k - 13k = 32 - 8k \Rightarrow 5k = -6 \Rightarrow k = -\frac{6}{5}$$

توجه کنید که اگر $k = -\frac{6}{5}$, آن‌گاه

به چند جمله اول دنباله توجه کنید:

$$a_1 = \frac{1}{2} a_1 = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}, \quad a_2 = \frac{2}{3} a_2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}, \quad a_3 = \frac{3}{4} a_3 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

بنابراین با توجه به الگوی جملات می‌توان گفت $a_n = \frac{1}{n}$, پس

راحل اول مجموعه مرجع $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ است. پس

$$B' = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}, C = \{2, 3, 7, 8, 9\}$$

در نتیجه

$$A \cap B' = \{1, 6\} \Rightarrow (A \cap B') \cup C = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\} \quad ((A \cap B') \cup C) = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\}, \text{ بنابراین مجموعه } A \cap B' = \{1, 6\}$$

$$A \cap B' = A - B = \{1, 6\}, \quad C = \{2, 3, 7, 8, 9\} \quad \text{توجه کنید که}$$

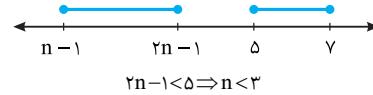
$$(A \cap B') \cup C = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\} = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\} \quad \text{بنابراین}$$

پس مجموعه $(A \cap B') \cup C = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\}$ هفتم عضو دارد.

$$A \cap B' = \{1, 6\} \Rightarrow (A \cap B') \cup C = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\} \quad [h-1, 2n-1] \quad \text{ابتدا توجه کنید برای اینکه}$$

اگر این دو مجموعه جدا از هم باشند, دو حالت زیر پیش می‌آید:

حالات اول



حالات دوم



بنابراین n اعداد طبیعی $3, 4, 5, 6, 7, 8$ نمی‌تواند باشد.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad 1 \quad \text{توجه کنید که}$$

$$n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B) = 24 \quad \text{پس}$$

$$\begin{cases} n(A) + n(B) = 24 \\ n(A) - n(B) = 4 \end{cases} \Rightarrow n(B) = 10 \quad \text{به این ترتیب}$$

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow n(A \cup B) = n(B) \quad 1 \quad \text{توجه کنید که}$$

طبق فرض $n(A \cup B) = 9$, $n(A) = 9$. از طرف دیگر,

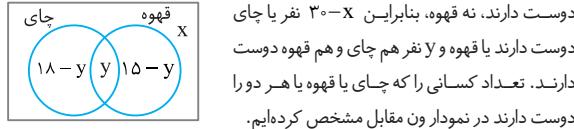
$$n(A) + n(A') = n(B) + n(B') \Rightarrow n(A) + 14 = 9 + 10 \Rightarrow n(A) = 5$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 100 - x = 85 + 70 - n(A \cap B) \quad 2 \quad \text{فرض کنید } A \text{ مجموعه علاقمندان به ریاضی و } B \text{ مجموعه علاقمندان به فیزیک باشد. اگر تعداد کسانی که به هیچ کدام از این دو درس علاقمند نیستند } X \text{ باشد. آن‌گاه}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 100 - x = 85 + 70 - n(A \cap B)$$

$$\text{پس } X = 55 + x. \quad \text{برای اینکه } n(A \cap B) \text{ حداقل باشد, باید } x = 0. \quad \text{بنابراین حداقل مقدار ممکن } (n(A \cap B)) \text{ برابر با } 55 \text{ است.}$$

راحل اول فرض کنید X نفر نه چای



دوست دارند, نه قهوه, بنابراین $X = 30$ نفر نه چای

دوست دارند یا قهوه و لغزش هم چای و هم قهوه دوست

دارند. تعداد کسانی را که چای یا قهوه یا هر دو را دارند در نمودار ون مقابل مشخص کردۀ این:

$$x + 18 - x + y + 15 - y = 30 \Rightarrow x = y = 3$$

با توجه به اینکه تعداد افراد هیچ گروهی منفی نیست, می‌توان نوشت

$$x \geq 0, y \geq 0, 15 - y \geq 0 \Rightarrow 0 \leq y \leq 15$$

$$0 \leq y - 3 \leq 12 \Rightarrow 0 \leq x \leq 12 \quad \text{پس}$$

پس حداقل ۱۲ نفر نه چای دارند نه قهوه.

راحل دوم فرض کنید A مجموعه دانش آموزانی باشد که چای دوست ندارند و

مجموعه دانش آموزانی باشد که قهوه دوست ندارند. در این صورت

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 12 + 15 - n(A \cup B) = 27 - n(A \cup B)$$

از طرف دیگر, $n(A \cup B) \geq n(A) = 15$, بنابراین

$$n(A \cap B) = 27 - n(A \cup B) \leq 27 - 15 = 12$$

بنابراین حداقل ۱۲ دانش آموز ممکن است که نه چای دوست داشته باشند نه قهوه

(توجه کنید که اگر $A \subseteq B$, این وضعیت پیش می‌آید).

۲۸۵ جون $a_1=2$ و $d=4$ ، پس جمله عمومی دنباله به صورت $a_n=2+4(n-1)=4n-2$ است. برای اینکه جمله‌ها کوچکتر از 50° باشند، باید $4n-2 < 50^{\circ} \Rightarrow n < \frac{50}{4} \Rightarrow n \leq 12.5$ باشد. یعنی $a_n < 50^{\circ}$ پس 12.5 جمله اول دنباله کمتر از 50° هستند.

۲۸۶ از $a_1+a_2+2d=16 \Rightarrow a_1+d=8$ **۲۸۷** از $a_1+a_2+a_3+a_4=51$ پس $a_1+d+a_2+d+a_3+d=51 \Rightarrow 3a_1+12d=51 \Rightarrow a_1+4d=17$

$$\begin{cases} a_1+d=8 \\ a_1+4d=17 \end{cases} \text{ به دست می‌آید } a_1=5 \text{ و } d=3. \text{ بنابراین}$$

$$a_4=a_1+3d=5+8\times 3=29$$

۲۸۸ زاویه‌های پنج ضلعی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$$

در نتیجه، جون مجموع اندازه زاویه‌های پنج ضلعی برابر 540° است. پس $a-2d+a-d+a+a+d+a+2d=540^{\circ}$

بنابراین $a=540^{\circ}$ و در نتیجه $a=10^{\circ}$. اندازه کوچکترین زاویه 86° است. پس $a-2d=86^{\circ}$ و در نتیجه $d=11^{\circ}$. پس اندازه بزرگترین زاویه یعنی $a+2d$ برابر است با $108^{\circ}+2\times 11^{\circ}=130^{\circ}$.

۲۸۸ **راه حل اول** جون $a_1=\sqrt{3}+5$ و $a_4=\sqrt{3}-5$ ، پس $a_1+a_4=0$

$$a_1+a_4+d \Rightarrow \sqrt{3}+5=\sqrt{3}-5+d \Rightarrow d=2$$

بنابراین کوچکترین عددی که نوشته‌ایم، عدد $5+2\sqrt{3}-3$ یا همان $\sqrt{3}-3$ است.

راه حل دوم قدرنسبت دنباله حسابی مورد نظر برابر است با

$$d=\frac{(\sqrt{3}+5)-(\sqrt{3}-5)}{4+1}=\frac{10}{5}=2$$

بنابراین کوچکترین عددی که نوشته‌ایم، برابر است با **۲۸۹** سه جمله متولی دنباله را به صورت $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم.

بنابراین $a-d+a+a+d=15 \Rightarrow 2a=15 \Rightarrow a=5$ **۲۹۰** از طرف دیگر،

$(a-d)\times a \times (a+d)=45 \Rightarrow a(a^2-d^2)=45$ **۲۹۱** فرض کنید قدرنسبت دنباله حسابی مورد نظر برابر d باشد. در این صورت

$$a_1=d, \quad a_n=a_1+(n-1)d=d+(n-1)d=nd$$

به این ترتیب

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n = 1^{\circ} \times 1^{\circ} \dots \Rightarrow d(2d)(3d) \dots (nd) = 1^{\circ} \times 1^{\circ} \dots$$

$$d^4 \times 9! = 1^{\circ} \times 9! \Rightarrow d=1^{\circ}$$

بنابراین $a_1=1^{\circ} \cdot d=100^{\circ}$ **۲۹۱** قدرنسبت این دنباله را به ترتیب با d و نشان می‌دهیم. توجه کنید که

$$a_3+b_3=a_1+2d_1+b_1+2d_2=a_1+b_1+2(d_1+d_2)$$

$$21=7+2(d_1+d_2) \Rightarrow d_1+d_2=7$$

بنابراین

$$a_5+b_5=a_1+4d_1+b_1+4d_2=a_1+b_1+4(d_1+d_2)=7+4 \times 7=35$$

۲۹۲ **راه حل اول** جون $a+b, a+c, b+c$ دنباله‌ای حسابی است. پس $a+c-(a+b)=(b+c)-(a+c) \Rightarrow c-b=b-a$

در نتیجه a, b, c دنباله‌ای حسابی است.

راه حل دوم جون $a+b, a+c, b+c$ دنباله‌ای حسابی است. پس

$$a+c=\frac{a+b+b+c}{2} \Rightarrow 2(a+c)=a+2b+c \Rightarrow a+c=2b$$

در نتیجه a, b, c دنباله‌ای حسابی است.

۲۷۸ بیشترین مقدار تابع درجه دوم $y=-3x^2+12x+c$ به مازای

$$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{12}{-6}=2 \text{ به دست می‌آید. بنابراین بزرگ‌ترین جمله دنباله مورد نظر}$$

$a_2=8 \Rightarrow -3 \times 4 + 12 \times 2 + c = 8 \Rightarrow c = -4$ است. در نتیجه

۲۷۹ توجه کنید که

$$a_1=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}, \quad a_2=\log_{\frac{2}{3}}\frac{2}{3}, \quad a_3=\log_{\frac{3}{4}}\frac{3}{4}, \dots$$

بنابراین مجموع n جمله اول دنباله به صورت زیر است:

$$S_n=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}+\log_{\frac{2}{3}}\frac{2}{3}+\log_{\frac{3}{4}}\frac{3}{4}+\dots+\log_{\frac{n-1}{n}}\frac{n-1}{n}+\log_{\frac{n}{n+1}}\frac{n}{n+1}=\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\dots\times\frac{n-1}{n}\times\frac{n}{n+1}\right)=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{n+1}=-\log_{\frac{1}{2}}(n+1)$$

بنابراین $-\log_{\frac{1}{2}}(n+1)=-3 \Rightarrow n+1=2^3=8 \Rightarrow n=7$

۲۸۰ ابتدا توجه کنید که

$$a_n=\left[\frac{\lambda n}{n+1}\right]=\left[\frac{\lambda n+\lambda-\lambda}{n+1}\right]=\left[\frac{\lambda(n+1)-\lambda}{n+1}\right]=\left[\lambda-\frac{\lambda}{n+1}\right]=\lambda+\left[-\frac{\lambda}{n+1}\right]$$

برای پیدا کردن مجموع $a_1+a_2+\dots+a_n$ ابتدا جزء صحیح ها را حساب می‌کنیم. توجه کنید که

$$\left[-\frac{\lambda}{n+1}\right]=-4, \quad \left[-\frac{\lambda}{3}\right]=-3$$

$$\left[-\frac{\lambda}{4}\right]=\left[-\frac{\lambda}{5}\right]=\left[-\frac{\lambda}{6}\right]=\left[-\frac{\lambda}{7}\right]=-2$$

$$\left[-\frac{\lambda}{8}\right]=\left[-\frac{\lambda}{9}\right]=\dots=\left[-\frac{\lambda}{31}\right]=-1$$

مجموع این جزء صحیح ها برابر است با **۲۸۱**

$$a_1+\dots+a_3=3 \times 8-39=20$$

۲۸۱ **چون** $-2-a_n=a_{n+1}$ **۲۸۰** پس دنباله مورد نظر دنباله‌ای حسابی است

که قدرنسبت آن -2 است. جون جمله اول برابر 3 است. پس

$$a_{100}=a_1+99d=3+99(-2)=-195, \quad a_5=a_1+49d=3+49(-2)=-95$$

$$\frac{a_{100}}{a_5}=\frac{-195}{-95}=\frac{39}{19}$$

۲۸۲ از رابطه داده شده به دست می‌آید

$$2(a_1+3d)+4(a_1+4d)-7(a_1+8d)=124 \Rightarrow -31d=124 \Rightarrow d=-4$$

بنابراین

$$5a_5+7a_7-12a_{17}=5(a_1+4d)+7(a_1+6d)-12(a_1+11d)$$

$$=-7d=-7 \times (-4)=28^{\circ}$$

۲۸۳ در دنباله حسابی میانگین جمله‌های اول و سوم برابر جمله دوم است.

بنابراین

$$\frac{x-1+4x-2}{2}=x^2-9 \Rightarrow 2x^2-7x-15=0$$

$$(2x+3)(x-5)=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}, x=5$$

اگر قدرنسبت دنباله برابر d باشد. آنگاه $\frac{x-1}{2}=x-5 \Rightarrow d=\frac{x-1}{2}$

$$x=-\frac{3}{2} \Rightarrow d=\frac{-\frac{3}{2}-1}{2}=-\frac{5}{4}, \quad x=5 \Rightarrow d=\frac{5-1}{2}=2$$

بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای قدرنسبت دنباله برابر است با $\frac{3}{4}+2=\frac{3}{4}$

$$a_n=-1+3(n-1)=3^2-(-1)=3^2, \quad a_1=-1, \quad d=2$$

۲۸۴ **چون** $k=74$ **۲۸۰** پس $a_k=3k-4=218$ **۲۸۱** **بنابراین** $a_n=3n-4$

۱ ۳۰۱ دنباله a_n دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $\frac{3}{2}$ است. در نتیجه

$$a_3 = a_1 r^2 \Rightarrow a_3 = a_1 \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 3 \Rightarrow a_1 = \frac{4}{3}$$

بنابراین

$$a_{20} - a_{19} = a_1 r^{19} - a_1 r^{18} = a_1 r^{18}(r - 1)$$

$$= \frac{4}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^{18} \left(\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 1\right) = \frac{4}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^{18} \frac{19}{2} = \frac{19}{6} \left(\frac{3}{2}\right)^{16}$$

چون 4^{3x} و 8^{2-3x} و 2^{x-4} وسطه هندسی است، پس

$$(4^{3x})^2 = 8^{x-4} \times 8^{2-3x} \Rightarrow 4^{6x} = 2^{x-4} \times 2^{6-9x} \Rightarrow 2^{12x} = 2^{2-8x}$$

بنابراین $12x = 2 - 8x$ ، یعنی $x = \frac{1}{10}$. بنابراین جمله نخست برابر است با

$$a_1 = 2^{10} = \frac{1}{2}^{-4} = \frac{-39}{10}$$

$$r = \frac{4^{3x}}{2^{x-4}} = \frac{2^{6x}}{2^{x-4}} = 2^{5x+4}$$

قدر نسبت دنباله هم برابر است با

$$\frac{1+4}{2} = \frac{9}{2}$$

که به ازای $x = \frac{1}{10}$ می‌شود

$$a_{11} = a_1 r^{10} = 2^{-\frac{39}{10}} (2^2)^{10} = 2^{10} = \frac{1}{\sqrt[10]{2^{411}}}$$

$$\frac{\sqrt[10]{2^{411}}}{\sqrt[10]{2}} = \sqrt[10]{2^{411}} = 2^{41}$$

نسبت جمله نخست برابر است با

۱ ۳۰۳ فرض می‌کنیم جواب‌های معادله x_1 و x_2 باشند. در این صورت

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4}{5} \Rightarrow x_1 + x_2 = 9, \quad \sqrt{x_1 x_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{9}{4}$$

بنابراین معادله مورد نظر به شکل $x^2 - 9x + \frac{9}{4} = 0$ است و جواب‌های آن برای زندگانی با

$$\frac{9 \pm \sqrt{81 - 9}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{72}}{2} = \frac{9 \pm 6\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{9+6\sqrt{2}}{9-6\sqrt{2}} = \frac{9+6\sqrt{2} \times 9+6\sqrt{2}}{9+6\sqrt{2} \times 9-6\sqrt{2}} = \frac{(9+6\sqrt{2})^2}{(9-6\sqrt{2})^2} = (3+2\sqrt{2})^2 = 17+12\sqrt{2}$$

۱ ۳۰۴ از تساوی $a_4 = 27$ نتیجه می‌شود

$$a_1 \times a_1 r^4 = 27 \Rightarrow a_1^2 r^4 = 27$$

$$a_1 r \times a_1 r^3 = 9 \Rightarrow a_1^2 r^4 = 9$$

از تساوی $a_4 a_4 = 9$ به دست می‌آید

$$\frac{a_1^2 r^8}{a_1^2 r^4} = \frac{27}{9} \Rightarrow r = 3$$

از تقسیم طرفین دو تساوی به دست آمده نتیجه می‌شود

با جایگذاری $r = 3$ در یکی از رابطه‌ها نتیجه می‌شود $a_1 = \pm \frac{1}{3}$. چون جملات دنباله

$$\text{مثبت هستند. پس } a_1 = \frac{1}{3} \text{ و در نتیجه}$$

۱ ۳۰۵ مجموع جملات پنجم و هشتم برابر است با

$$a_5 + a_8 = a_1 r^4 + a_1 r^7 = a_1 r^4 (1+r^3)$$

مجموع جملات هفتم و هشتم برابر است با $(a_1 r^6 + a_1 r^7)(1+r^3)$

$$\frac{a_5 + a_8}{a_1 r^6 + a_1 r^7} = \frac{a_1 r^4 (1+r^3)}{a_1 r^6 (1+r)} = \frac{1+r^3}{r^2 (1+r)} = \frac{1-\frac{1}{r}}{\frac{1}{r}(1-\frac{1}{r})} = r$$

۱ ۳۰۶ این جملات را به صورت $\frac{a}{r^r}, \frac{a}{r^r}, a, ar, ar^r$ در نظر می‌گیریم.

$$\frac{a}{r^r} \times \frac{a}{r^r} \times a \times ar \times ar^r = 1024 \Rightarrow a^5 = 2^{10} = 1024$$

بنابراین

در نتیجه جمله وسط برابر ۴ است.

۳ ۲۹۳ جمله عمومی دنباله به صورت $a_n = 200 - 4n$ است.

بنابراین $a_5 = 0$ ، در نتیجه، چون قدر نسبت دنباله برابر ۴ است، پس

$$a_{47} = 12, \quad a_{48} = 8, \quad a_{49} = 4, \quad a_{50} = 0$$

۲ ۲۹۴ ابتدا قدر نسبت دنباله را پیدا می‌کنیم:

$$d = \frac{a_{10} - a_2}{10 - 2} = \frac{32}{8} = 4$$

بنابراین $a_1 + 3d = a_1 - 12 = 27$ و در نتیجه $a_1 = 27$. بنابراین جمله عمومی

$$a_n = 27 - 4(n-1) = 31 - 4n$$

بنابراین $a_5 = 0$. اگر کنید که

$$a_n > 0 \Rightarrow 31 - 4n > 0 \Rightarrow n \leq 7$$

بنابراین هفت جمله نخست دنباله مثبت هستند.

۲ ۲۹۵ چون $(x-6)(x-2) = x^2 - 8x + 12$ ، پس جواب‌های معادله مورد نظر

۲ ۲۹۶ هستند. حالت‌های مختلفی که این سه عدد دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند،

در زیر آمده است (توجه کنید که عدد وسط میانگین حسابی دو عدد دیگر است):

$$6, 2, a \Rightarrow \frac{6+a}{2} = 2 \Rightarrow a = -2, \quad 2, 6, a \Rightarrow \frac{2+a}{2} = 6 \Rightarrow a = 10$$

$$6, a, 2 \Rightarrow \frac{6+2}{2} = a \Rightarrow a = 4, \quad 2, a, 6 \Rightarrow \frac{2+6}{2} = a \Rightarrow a = 4$$

$$a, 6, 2 \Rightarrow \frac{a+2}{2} = 6 \Rightarrow a = 10, \quad a, 2, 6 \Rightarrow \frac{a+6}{2} = 2 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین a ممکن است سه مقدار مختلف داشته باشد.

۲ ۲۹۶ اگر قدر نسبت این دنباله برابر d باشد، آن‌گاه

$$3a_8 = 5a_{12} \Rightarrow 3(a_1 + 4d) = 5(a_1 + 12d)$$

$$3a_1 + 24d = 5a_1 + 60d \Rightarrow -39d = 2a_1 \Rightarrow d = -\frac{2a_1}{39}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = a_1 - \frac{2a_1}{39}(n-1) = \frac{a_1}{39}(39-2(n-1)) = \frac{a_1}{39}(41-2n)$$

چون a_1 مثبت است، پس a_2, a_3, \dots, a_{21} و ... مثبت‌اند و جملات $a_{22}, a_{23}, \dots, a_{39}$ همگی منفی هستند. به این ترتیب، درین گزینه‌های داده شده S_{21} از بقیه بزرگتر است.

۳ ۲۹۷ اضلاع مثلث را $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم. طبق قسمیت فیثاغورس،

$$(a-d)^2 + a^2 = (a+d)^2 \Rightarrow a^2 + d^2 - 2ad + a^2 = a^2 + d^2 + 2ad$$

$$a^2 = 4ad \Rightarrow a = 4d$$

چون وتر بلندترین ضلع مثلث قائم‌الزاویه است، پس طول ضلع‌های زاویه قائمه

$$\frac{a}{a-d} = \frac{4d}{4d-d} = \frac{4d}{3d} = \frac{4}{3}$$

است. در نتیجه نسبت مورد نظر برابر است با

۳ ۲۹۸ چهار جمله متولی دنباله را به صورت

۲ ۲۹۹ در نظر می‌گیریم. بنابراین

پس دنباله به صورت $a = a_1 = 0$ است و $-3d = -d, d, 3d$

بنابراین، حاصل ضرب بزرگترین و کوچکترین اعداد برابر است با

$$(3d)(-3d) = -9d^2 = -36$$

۳ ۲۹۹ ابتدا توجه کنید که m باید عدد طبیعی و بزرگ‌تر از ۱ باشد. پس

$$m^3 + 4 < m^2 + 3m + 4$$

اگر $m-1$ عدد بین عده‌های داده شده درج کنیم، آن‌گاه قدر نسبت دنباله حاصل برابر است با

$$d = \frac{m^2 + 3m + 4 - m^2 - 4}{(m-1)+1} = \frac{3m - 4}{m}$$

۲ ۳۰۰ جمله نخست دنباله برابر ۲ و قدر نسبت آن برابر ۵ است. پس جمله

عمومی دنباله به صورت $a_n = 5n - 3$ است. تعداد عده‌های که در

۱۹ دسته نخست آمده‌اند برابر است با $1+2+3+\dots+19 = 190$. بنابراین جمله

نخست دسته بیستم a_{191} و جمله آخر آن a_{21} است. میانگین این عده‌ها برابر است با

$$\frac{a_{191} + \dots + a_{21}}{20} = \frac{5(191) - 3 + \dots + 5(21) - 3}{20}$$

$$= \frac{5(191 + \dots + 21) - 60}{20} = \frac{5((1+190) + \dots + (20+190)) - 60}{20}$$

$$= \frac{5(1+\dots+20+20\times 190) - 60}{20} = \frac{5\times 210 + 19000 - 60}{20} = \frac{19990}{20} = 999.5$$