فصل ۱ فیزیک و اندازه‌گیری

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای سطح دوم

۱۸- گزینهٔ ۲ (A) چـون گلوله در چند رفت و برگشـت می‌ایسـتد، نمی‌توان مقاومت هـوا را نادیده گرفت. اما در حالت معمول، می‌توانیم انـدازهٔ ابعاد گلوله را در نظر نگیریم، همچنین مطابق متن سؤال، نخ سبک است، بنابراین اثر جرم یا وزن آن را نادیده می‌گیریم.

۱۹- گزینهٔ ۲ (B) گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۱): $[A][B]=\frac{m}{s^2}.\frac{kg}{ms^2}=kg/s^4 \Rightarrow$ یکای اصلی نیست.

گزینهٔ (۲): $\frac{m^2[B]}{[A]}=\frac{m^2\times kg/ms^2}{m/s^2}=kg \Rightarrow$ یکای اصلی است.

گزینهٔ (۳): $\frac{[B]}{m^2[A]}=\frac{kg/ms^2}{m^2\times m/s^2}=kg/m^4 \Rightarrow$ یکای اصلی نیست.

گزینهٔ (۴): $\frac{[B]}{[A]}=\frac{kg/ms^2}{m/s^2}=kg/m^2 \Rightarrow$ یکای اصلی نیست.

۵۴- گزینهٔ ۴ (B) ابتدا حجم هر قطره را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ خروج آب}=4\frac{cm^3}{min}\times\frac{1lit}{10^3cm^3}\times\frac{1min}{60s}=\frac{4}{6\times10^4}lit/s \quad , \quad V_{\text{قطره هر}}=\frac{2}{10}cm^3 \Rightarrow V_{\text{قطره ۲۰}}=20\times\frac{2}{10}=4cm^3$$

پس آهنگ خروج آب در هر ساعت نیز به سادگی به‌دست می‌آید:

$$\text{آهنگ خروج آب}=\frac{4lit}{6\times10^4s}\times\frac{3600s}{1h}=0/24lit/h$$

۵۵- گزینهٔ ۲ (B) حجم هر قطره را به‌دست می‌آوریم:

$$V_1=\frac{4}{3}\pi r^3 \xrightarrow{\pi=3} V=4r^3=4\times(2\times10^{-3}m)^3=32\times10^{-9}m^3$$

حجم داخل لیوان را حساب می‌کنیم:

$$V_2=\pi r^2h=3\times(4\times10^{-2}m)^2\times10^{-1}m=48\times10^{-5}m^3$$

تعداد قطره‌هایی که لیوان را پر می‌کند، به‌دست می‌آوریم:

$$\text{تعداد قطره‌ها } N=\frac{48\times10^{-5}m^3}{32\times10^{-9}}=1/5\times10^4$$

در هر ثانیه، از شیرآب ۲ قطره می‌چکد، پس مدت لازم را بر حسب ثانیه به‌دست می‌آوریم و به دقیقه تبدیل می‌کنیم.

$$t=\frac{1/5\times10^4}{2}=0/75\times10^4s=75\times10^2s\times\frac{1min}{60s}\Rightarrow t=125\,min$$

۵۶- گزینهٔ ۳ (B) ابعاد استخر را بر حسب متر می‌نویسیم:

$$20ft\times\frac{12inch}{1ft}\times\frac{2/5cm}{1inch}=600cm=6m \quad , \quad 80inch\times\frac{2/5cm}{1inch}=200cm=2m$$

$$20yard\times\frac{3ft}{1yard}\times\frac{12inch}{1ft}\times\frac{2/5cm}{1inch}=1800cm=18m$$

حجم آب استخر برابر است با:

$$\text{حجم آب } V=2\times6\times18=216m^3$$

آهنگ ورود آب به اسـتخر $200L/min$ یا $0/2m^3/min$ و آهنگ خروج آب از اسـتخر $0/5m^3/min$ اسـت، بنابراین در هر دقیقه $0/5-0/2=0/3m^3$ آب از استخر خارج می‌شود، پس مدت زمان لازم برای خالی شدن آب استخر برابر است با:

$$t=\frac{216}{0/3}=720\,min=12h$$

۵۷- گزینهٔ ۳ ابتدا آهنگ $30\,dm^3/min$ را به cm^3/s تبدیل می‌کنیم:

$$30\,dm^3/min=30\frac{dm^3}{min}\times(\frac{10\,cm}{1\,dm})^3\times\frac{1\,min}{60\,s}=500\,cm^3/s$$

اگر در مدت t، قسمت پهن و در مدت t'، قسمت باریک ظرف پر شود، می‌توانیم بنویسیم:

$$500\,t=5A\times 2h$$
$$60\,t'=A\times 3h$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{10\,Ah}{3Ah}=\frac{500\,t}{60\,t'}\Rightarrow\frac{t}{t'}=\frac{2}{5}$$

از طرفی می‌دانیم که کل مدت برابر با 70min است:

$$\begin{cases}t+t'=70\,min\\ t=\frac{2}{5}t'\end{cases}$$

با حل معادلهٔ فوق داریم:

$$70=\frac{2}{5}t'+t'\Rightarrow 70=\frac{7}{5}t'\Rightarrow t'=50\,min=3000\,s\quad,\quad t=\frac{2}{5}\times 50=20\,min=1200\,s$$

$$V_{کل}=500\,t+60\,t'=500\times 1200+60\times 3000=780000\,cm^3=V_{کل}=780000\,cm^3\times\frac{1\,L}{1000\,cm^3}\Rightarrow V_{کل}=780\,L$$

۵۸- گزینهٔ ۳ مسافتی که الکترون در یک بار چرخش طی می‌کند برابر محیط دایرهٔ چرخش است. $(\text{مسافت}=2\pi R)$

اکنون به کمک مسافت، تندی حرکت الکترون را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}\Rightarrow\text{تندی}=\frac{2\times 3\times 0/2\times 10^{-9}\,m}{0/3\times 10^{-3}\times 10^{-12}}\Rightarrow v=\frac{1/2\times 10^{-9}\,m}{0/3\times 10^{-15}\,s}=4\times 10^6\,m/s$$

$$\text{مسافت}=\text{تندی}\times\text{زمان}\Rightarrow x=4\times 10^6\times 10^{-3}=4\times 10^3\,m=4\,km$$

۵۹- گزینهٔ ۴ مقدار هر یک از پیشوندها را قرار می‌دهیم:

$$\frac{Tg.Pm^2}{(\square s)^2}=10^{-2}\,fJ\Rightarrow\frac{10^{12}g\times(10^{-12}m)^2}{(\square s)^2}=10^{-2}\times 10^{-15}\,J\Rightarrow\frac{10^{12}\times 10^{-3}kg\times 10^{-24}\,m^2}{(\square s)^2}=10^{-2}\times 10^{-15}\,kgm^2/s^2$$

$$\Rightarrow\frac{10^{-15}}{\square^2}=10^{-2}\times 10^{-15}\Rightarrow\square^2=10^2\Rightarrow\square=10$$

۶۰- گزینهٔ ۲ مقدار هر یک از پیشوندها را قرار می‌دهیم و گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۱) نادرست است: $1\frac{ng.mm}{\mu s^2}=1\times\frac{10^{-9}g\times 10^{-3}m}{10^{-12}s^2}=1\,gm/s^2=10^{-3}\,kg\,m/s^2=10^{-3}\,N$

گزینهٔ (۲) درست است: $1\frac{g.\mu m^2}{ns^3}=1\times\frac{10^{-3}kg\times 10^{-12}m^2}{10^{-27}s^3}=10^{12}\,kg\,m^2/s^3$

در این گزینه طرف دوم را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۳) نادرست است (با سمت چپ تساوی برابر نیست): $10^{15}\frac{km^2}{Ts^2.\mu K}=1\times\frac{10^{15}\times 10^6\,m^2}{10^{24}s^2\times 10^{-6}K}=10^3\frac{m^2}{s^2.K}$

گزینهٔ (۴) نادرست است: $1\frac{mm^3}{ns}=1\times\frac{10^{-9}m^3}{10^{-9}s}=1\,m^3/s$

۶۱- گزینهٔ ۲ یکای SI ژول و نیوتون را به‌صورت یکای فرعی می‌نویسیم:

$$J=kg\,m^2/s^2\quad,\quad N=kg\,m/s^2$$

اکنون با جای‌گذاری در رابطهٔ (۱)، x را حساب می‌کنیم:

$$J=N.s.x\Rightarrow kg\frac{m^2}{s^2}=kg\frac{m}{s^2}\times s\times x\Rightarrow x=m/s$$

یکای y نیز خواهد شد:

$$m^2/s^2=y\times m\Rightarrow y=m/s^2$$

پس نسبت $\frac{x}{y}$ را به‌دست می‌آوریم که از جنس زمان است:

$$\frac{x}{y}=\frac{m/s}{m/s^2}=s$$

۱۳۶- گزینهٔ ۳ (B) حجم مایع‌های جابه‌جا شده برابر حجم جسم‌ها می‌باشد، با توجه به فرض مسأله:

$$m_۱=m_۲ \xrightarrow{m=\rho V} \rho V_۱=۲\rho V_۲ \Rightarrow V_۱=۲V_۲ \Rightarrow \frac{۴}{۳}\pi r^۳=۲(\frac{۴}{۳}\pi r'^۳) \Rightarrow (\frac{r}{r'})^۳=۲ \Rightarrow \frac{r}{r'}=\sqrt[۳]{۲}$$

۱۳۷- گزینهٔ ۱ (B) **راه‌حل اول:** حجم کل آب را V در نظر می‌گیریم، $\frac{۹}{۲۵}$ حجم یعنی ٪۳۶ آب یخ می‌زند و ٪۶۴ آب باقی می‌ماند. اما حجم آب یخ‌زده افزایش می‌یابد، اکنون حجم این یخ را به‌دست می‌آوریم، البته یادمان باشد که جرم یخ ٪۳۶ جرم کل آب اولیه است.

$$\rho_{یخ}=\frac{m_{یخ}}{V_{یخ}} \Rightarrow ۰/۹=\frac{۰/۳۶m_{کل}}{V_{یخ}} \xrightarrow{m=\rho_{آب}V_{آب}} ۰/۹=\frac{۰/۳۶\times\rho_{آب}V}{V_{یخ}} \xrightarrow{\rho_{آب}=۱} V_{یخ}=\frac{۰/۳۶}{۰/۹}V \Rightarrow V_{یخ}=۴۰٪\,V$$

حجم کل آب و یخ ایجاد شده برابر است با:

$$V_{کل}=۶۴٪V+۴۰٪V=۱۰۴٪V \Rightarrow \Delta V=۴٪V$$

راه‌حل دوم: حجم کل را $۱۰۰\,cm^۳$ در نظر می‌گیریم. در حالت دوم $\frac{۹}{۲۵}\times۱۰۰=۳۶\,cm^۳$ به یخ تبدیل شده و می‌دانیم $۳۶cm^۳$ آب برابر $۳۶g$ آب است (با توجه به $\rho_{آب}=۱\,g/cm^۳$)، بنابراین $۳۶g$ آب به یخ تبدیل می‌شود:

$$\rho_{یخ}=\frac{m}{V} \Rightarrow ۰/۹=\frac{۳۶}{V} \Rightarrow V_{یخ}=۴۰\,cm^۳$$

پس حجم مخلوط آب و یخ برابر می‌شود با:

$$\begin{cases} V_{آب}=\frac{۱۶}{۲۵}V_{کل}=\frac{۱۶}{۲۵}\times۱۰۰=۶۴\,cm^۳ \\ V_{یخ}=۴۰\,cm^۳ \end{cases} \Rightarrow V'_{کل\ مجموعه}=۱۰۴\,cm^۳$$

حال درصد تغییرات را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta V}{V}\times۱۰۰=\frac{۴}{۱۰۰}\times۱۰۰=۴٪$$

۱۳۸- گزینهٔ ۲ (B) برای این‌که در آب فرو نرود باید چگالی آن کمتر از آب باشد و برای این‌که درون مایع فرو رود باید چگالی کره از مایع بیشتر باشد (با این موضوع در فصل ویژگی‌های فیزیکی مواد، در همین کتاب، بیشتر آشنا خواهید شد).

$$\rho_{مایع}<\rho_{کره}<\rho_{آب}$$

$$۵۰۰<\frac{m_{کره}}{V_{کره}}<۱۰۰۰ \Rightarrow ۵۰۰<\frac{۴}{V_{کره}}<۱۰۰۰ \Rightarrow ۱۲۵<\frac{۱}{V_{کره}}<۲۵۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲۵۰}<V_{کره}<\frac{۱}{۱۲۵} \Rightarrow ۴\times۱۰^{-۳}<\frac{۴}{۳}\pi R^۳<۸\times۱۰^{-۳} \Rightarrow$$

$$۴\times۱۰^{-۳}<۴R^۳<۸\times۱۰^{-۳} \Rightarrow ۱۰^{-۳}<R^۳<۲\times۱۰^{-۳} \Rightarrow ۱۰^{-۱}<R<\sqrt[۳]{۲}\times۱۰^{-۱} \Rightarrow ۰/۱m<R<۰/۱۲۶m$$

بنابراین شعاع انتخابی باید بین $۱۰cm$ تا $۱۲/۶cm$ باشد که تنها گزینهٔ (۲) در این بازه قرار می‌گیرد.

۱۳۹- گزینهٔ ۲ (B) یک جسم زمانی در مایعی فرو نمی‌رود که چگالی آن جسم از مایع کمتر باشد:

$$\rho_{کره}<۶۴۰۰\,kg/m^۳$$

یک جسم زمانی در مایعی فرو می‌رود که چگالی آن جسم از مایع بیشتر باشد $\rho_{کره}>۸۰۰\,kg/m^۳$.

$$۸۰۰<\rho_{کره}<۶۴۰۰ \Rightarrow ۸۰۰<\frac{m_{کره}}{V_{کره}}<۶۴۰۰ \Rightarrow ۲۰۰<\frac{۱}{V_{کره}}<۱۶۰۰ \Rightarrow \frac{۱}{۱۶۰۰}<V_{کره}<\frac{۱}{۲۰۰}$$

$$\frac{۱}{۱۶۰۰}\times۱۰^۶\,cm^۳<V_{کره}<\frac{۱}{۲۰۰}\times۱۰^۶\,cm^۳ \Rightarrow \frac{۱۰^۴}{۱۶}<V_{کره}<\frac{۱۰^۴}{۲} \Rightarrow ۶۲۵<V_{کره}<۵۰۰۰$$

بنابراین تنها گزینهٔ (۲) در این محدوده قرار دارد.

۱۴۰- گزینهٔ ۱ (C) با توجه به چگالی مخلوط خواهیم داشت:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}=\frac{m_{کل}}{\frac{m_۱}{\rho_۱}+\frac{m_۲}{\rho_۲}} \qquad (۱)$$

با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

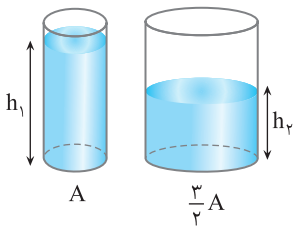
$$m_۱=\frac{p}{q}m \ , \ m_۲=(۱-\frac{p}{q})m \xrightarrow{(۱)} \rho_{مخلوط}=\frac{m}{m(\frac{p}{q\rho_۱}+\frac{q-p}{q\rho_۲})}=\frac{۱}{\frac{q\rho_۲+(q-p)\rho_۱}{q\rho_۱\rho_۲}} \Rightarrow \rho_{مخلوط}=\frac{q\rho_۱\rho_۲}{p\rho_۲+(q-p)\rho_۱}$$

فصل ۲ ویژگی‌های فیزیکی مواد

پاسخ تشریحی تست‌های سطح دوم

۱۶۹- گزینهٔ ۳ (C)

جرم مایع در دو ظرف یکسان و در نتیجه حجم مایع در دو ظرف یکسان است:



$$V_۱=V_۲\Rightarrow Ah_۱=\frac{۳}{۲}Ah_۲\Rightarrow h_۲=\frac{۲}{۳}h_۱$$

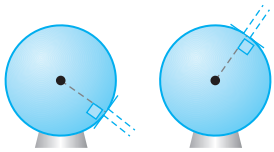
$$(۱)\quad P_۱=P_۰+\rho gh_۱ \xrightarrow{h_۱>h_۲} P_۱>P_۲$$
$$(۲)\quad P_۲=P_۰+\rho gh_۲$$

طرفین رابطهٔ (۲) را در $\frac{۳}{۲}$ ضرب می‌کنیم:

$$(۲)\Rightarrow\frac{۳}{۲}P_۲=\frac{۳}{۲}P_۰+\frac{۳}{۲}\rho g\frac{۲}{۳}h_۱\Rightarrow\frac{۳}{۲}P_۲=\frac{P_۰}{۲}+\underbrace{(P_۰+\rho gh_۱)}_{P_۱}\Rightarrow\frac{۳}{۲}P_۲=P_۱+\frac{P_۰}{۲}\Rightarrow\frac{۳}{۲}P_۲>P_۱$$

۱۷۰- گزینهٔ ۲ (B)

نیروی حاصل از شاره همواره عمود بر سطح است پس آب به صورت عمود بر سوراخ خارج خواهد شد که با توجه به کروی بودن تانکرها و اینکه شعاع همواره بر خط مماس بر دایره عمود است شکل ب و ت می‌تواند درست باشد.



۱۷۱- گزینهٔ ۴ (B)

اختلاف فشار بین دو نقطه از مایع از رابطهٔ $\Delta P=\rho g\Delta h$ به‌دست می‌آید بنابراین:

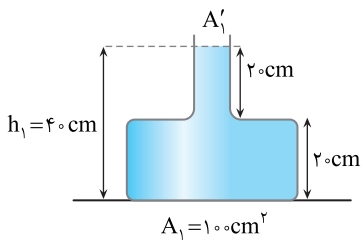
(فرض مسأله) $\Delta P_{AB}=\rho_۱g\Delta h=\rho_۱\times۱۰\times\frac{۲۰}{۱۰۰}=۲\rho_۱$ ، $\Delta P_{CD}=\rho_۲g\Delta h=\rho_۲\times۱۰\times\frac{۲۰}{۱۰۰}=۲\rho_۲$ ، $\frac{\Delta P_{CD}}{\Delta P_{AB}}=۴\Rightarrow\frac{۲\rho_۲}{۲\rho_۱}=۴\Rightarrow\rho_۲=۴\rho_۱$

حال اختلاف فشار بین B تا C را به‌دست می‌آوریم. نقطهٔ B در مایع (۱) قرار گرفته و نقطهٔ C درون مایع (۲) است؛ بنابراین:

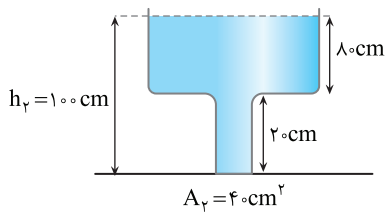
$$\Delta P_{BC}=\rho_۱\times۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}+۴\rho_۱\times۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}=۵\rho_۱\quad,\quad\frac{\Delta P_{BC}}{\Delta P_{AB}}=\frac{۵\rho_۱}{۲\rho_۱}=\frac{۵}{۲}$$

۱۷۲- گزینهٔ ۲ (C)

نیروی وارد بر کف برابر $F=PA$ است. حال فشار حاصل از ۴۰ N نیروی آب را به دست می‌آوریم:



$$۴۰=P_۱\times۱۰۰\times۱۰^{-۴}\Rightarrow P_۱=۴۰۰۰\,Pa\Rightarrow\rho_W gh_۱=۴۰۰۰\xrightarrow{\rho_W=۱۰۰۰\,kg/m^۳}h_۱=۰/۴m=۴۰\,cm$$



$$۴۰=P_۲\times۴۰\times۱۰^{-۴}\Rightarrow P_۲=۱۰۰۰۰\,Pa\Rightarrow\rho_W gh_۲=۱۰۰۰۰\xrightarrow{\rho_W=۱۰۰۰\,kg/m^۳}h_۲=۱\,m=۱۰۰\,cm$$

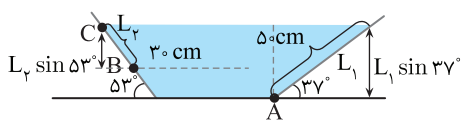
با توجه به شکل ظرف‌ها داریم:

$$V_۱=۲۰\times۱۰۰+۲۰\times۴۰=۲۸۰۰\,cm^۳$$
$$V_۲=۲۰\times۴۰+۸۰\times۱۰۰=۸۸۰۰\,cm^۳$$

بنابراین: $\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۸۸۰۰}{۲۸۰۰}=\frac{۸۸}{۲۸}=\frac{۲۲}{۷}$

۱۷۳- گزینهٔ ۲ (B)

می‌دانیم که فشار مایع به عمق آن بستگی دارد:



$$(۱)\quad P_A=\rho gL_۱\sin۳۷^\circ\Rightarrow۱۵=\rho\times۱۰\times۰/۵\times\sin۳۷^\circ$$
$$(۲)\quad\Delta P_{BC}=\rho gL_۲\sin۵۳^\circ\Rightarrow\Delta P_{BC}=\rho\times۱۰\times۰/۳\times\sin۵۳^\circ$$

می‌توانیم این دو رابطه را بر هم تقسیم کنیم:

$$\frac{۱۵}{\Delta P_{BC}}=\frac{۳}{۲/۴}\Rightarrow\Delta P_B=۱۲kPa$$ (فشار مایع در نقطهٔ C، صفر است)

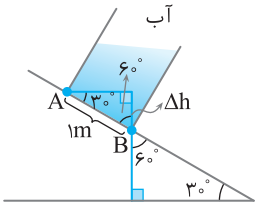
۱۷۴- گزینهٔ ۲ (B)

راه‌حل اول: اختلاف فشار در دو نقطه از مایع از رابطهٔ $\rho g\Delta h$ به دست می‌آید:

$$\Delta P=\rho g\Delta h_{AB}$$

$$\Delta h_{AB}=\text{وتر}\times\sin 30^\circ \xrightarrow{\text{وتر ضلع کف ظرف}} \Delta h=1\times\frac{1}{2}=0/5\,m$$

$$\Delta P=1000\times 10\times 0/5=5000\,Pa$$

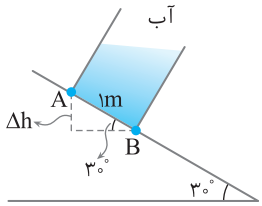


راه‌حل دوم: اختلاف ارتفاع در نقطهٔ B و A را به دست می‌آوریم:

$$\Delta h=AB\sin 30^\circ=1\times\frac{1}{2}=0/5\,m$$

اختلاف فشار برابر خواهد شد با:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow\Delta P=1000\times 10\times 0/5\Rightarrow\Delta P=5000\,Pa$$



۱۷۵- گزینهٔ ۱ (C)

چگالی را برحسب kg/m^3 می‌نویسیم:

$$\rho=0/9\,g/cm^3=900\,kg/m^3$$

ارتفاع مایع در بالای پیستون برابر است با:

$$h=80+20=100\,cm=1\,m$$

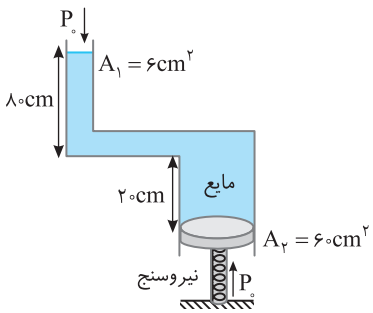
فشار مایع بر پیستون بزرگ را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\rho gh=900\times 10\times 1=9000\,Pa$$

همان نیرویی که مایع بر پیستون بزرگ وارد می‌کند، به نیروسنج هم وارد می‌شود (جرم پیستون ناچیز است):

$$F=PA=9000\times 60\times 10^{-4}=54\,N$$

دقت کنید که فشار جو بر سطح آزاد مایع و بر ته پیستون بزرگ وارد می‌شود. بنابراین اثر هم را خنثی می‌کنند.



۱۷۶- گزینهٔ ۴ (C)

فشار را در دو حالت به‌دست آورده و سپس با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases}P_2=P_1+\rho gh\\ P_2'=2P_1+\rho gh\end{cases}\Rightarrow P_2<P_2'<2P_2$$

۱۷۷- گزینهٔ ۲ (C)

هرچه روی کف ظرف قرار دارد، یعنی آب، پیستون، جرم و هوای روی آن بر کف فشار وارد می‌کند پس:

$$P_{کف}=\rho_{آب}gh_{آب}+\frac{F_{پیستون}}{A}+\frac{F_{جسم}}{A}+P_0\Rightarrow P_{کف}=1000\times 10\times\frac{50}{100}+\frac{50}{10\times 10^{-4}}+\frac{250}{10\times 10^{-4}}+10^5$$

$$P_{کف}=5\times 10^3+50\times 10^3+250\times 10^3+100\times 10^3=405\times 10^3\,Pa=405\,kPa$$

۱۷۸- گزینهٔ ۴ (C)

در این تست، باید ببینیم که در کل چند سانتی‌متر بر ارتفاع مایع افزوده می‌شود. ابتدا حجم قسمت خالی پایینی را به‌دست می‌آوریم:

$$V=Ah\Rightarrow V=40\times 10=400\,cm^3$$

بنابراین به اندازهٔ $430-400=30\,cm^3$ از آب به قسمت باریک لوله اضافه می‌شود. ارتفاع مایع در این لوله را نیز به‌دست می‌آوریم:

$$V=Ah\Rightarrow 30=10h\Rightarrow h=3\,cm$$

بنابراین به اندازهٔ $10+3=13\,cm$ بر ارتفاع مایع اضافه شده است.

$$\Delta P=\rho g\Delta h=1000\times 10\times\frac{13}{100}=1300\,Pa$$

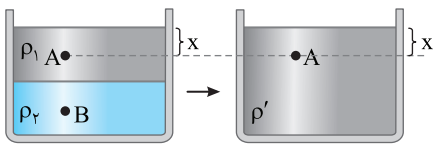
بنابراین افزایش نیروی وارد بر ته ظرف می‌شود:

$$\Delta F=\Delta P\times A\Rightarrow\Delta F=1300\times 40\times 10^{-4}=5/2\,N$$

۱۷۹- گزینهٔ ۳ (B)

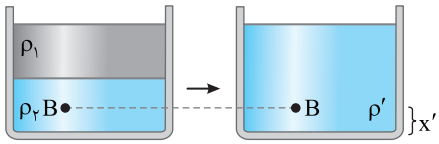
با توجه به وضعیت قرارگیری مایع‌ها در ظرف $\rho_2>\rho_1$ است. زیرا مایع ρ_2 ته‌نشین شده است. اگر دو مایع با هم مخلوط شوند چگالی مخلوط ρ' خواهد شد. چگالی مخلوط بین چگالی دو مایع ρ_1 و ρ_2 است. بنابراین $\rho_1<\rho'<\rho_2$. فشار وارد بر نقطهٔ A در حالت اول و بعد از مخلوط شدن را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases}P_A=\rho_1 gx\\ P_A'=\rho' gx\end{cases}\xrightarrow{\rho'>\rho_1}P_A'>P_A$$



برای مقایسهٔ فشار B به این نکته توجه کنید که فشار وارد بر ته ظرف قبل از مخلوط کردن دو مایع و بعد از آن با هم متفاوت نمی‌باشد، چون در هر دو حالت مجموع جرم یا وزن دو مایع یکسان و سطح مقطع نیز یکسان است. $(P=\frac{W}{A})$ پس

$$\begin{cases}P_{ته}=P_B+\rho_2 gx'\Rightarrow P_B=P_{ته}-\rho_2 gx'\\ P_{ته}'=P_B'+\rho' gx'\Rightarrow P_B'=P_{ته}'-\rho' gx'\end{cases}\xrightarrow[P_{ته}=P_{ته}']{\rho_2>\rho'}P_B'>P_B$$



۱۸۰- گزینهٔ ۴ (B)

گلولهٔ فلزی تو پر است و کاملاً داخل مایع می‌رود، بنابراین بر حجم ظاهری مایع به اندازهٔ حجم گلوله اضافه می‌شود. حالا باید ببینیم که این افزایش حجم باعث ایجاد چه افزایش ارتفاعی می‌شود:

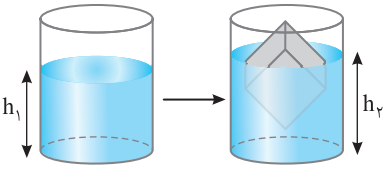
$$V=Ah\Rightarrow ۲۰۰=۴۰h\Rightarrow h=۵\ cm$$

بنابراین افزایش فشار مایع به‌دست می‌آید:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow \Delta P=\frac{۳}{۲}\times ۱۰۰۰\times ۱۰\times \frac{۵}{۱۰۰}\Rightarrow \Delta P=۷۵۰\ Pa$$

۱۸۱- گزینهٔ ۱ (C)

به اندازهٔ حجمی از مکعب که داخل آب قرار می‌گیرد، حجم ظاهری آب بیشتر می‌شود.



$\frac{۲}{۳}$ حجم چوب را به‌دست می‌آوریم:

$$V=\frac{۲}{۳}(a)^۳\Rightarrow V=\frac{۲}{۳}(۳۰)^۳\Rightarrow V=۱۸\times ۱۰^۳\ cm^۳$$

این مقدار حجم باعث بالا رفتن ارتفاع آب می‌شود. بنابراین:

$$\Delta V=A\Delta h\Rightarrow ۱۸۰۰۰=۱۸۰۰\Delta h\Rightarrow \Delta h=۱۰\ cm$$

در نتیجه افزایش فشار خواهد شد:

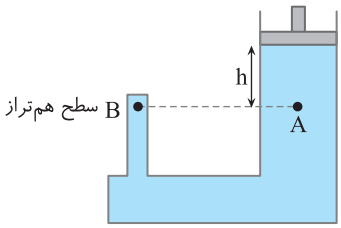
$$\Delta P=\rho g\Delta h=۱۰۰۰\times ۱۰\times \frac{۱۰}{۱۰۰}\Rightarrow \Delta P=۱۰۰۰Pa=۱kPa$$

۱۸۲- گزینهٔ ۲ (B)

آهنگ خروج آب از شیر ثابت است، بنابراین در هر ثانیه حجم معینی آب وارد ظرف می‌شود. با بالا آمدن آب، سطح مقطع ظرف افزایش می‌یابد، اما حجم آب ورودی به ظرف ثابت است. بنابراین آهنگ افزایش ارتفاع آب کاهش می‌یابد. یعنی در هر ثانیه افزایش ارتفاع آب نسبت به ثانیهٔ قبلی کمتر است. از این رو فشار آب $(P=\rho gh)$ با آهنگ کمتری افزایش می‌یابد که نمودار گزینهٔ (۲) این موضوع را نشان می‌دهد.

۱۸۳- گزینهٔ ۴ (B)

فشار در نقاط هم‌تراز از یک مایع ساکن یکسان است. بنابراین می‌توان نوشت:

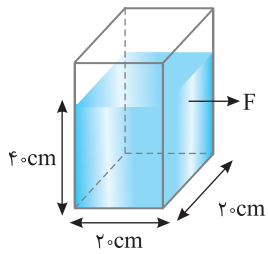


$$P_B=P_A\Rightarrow P_B=\rho gh+\frac{W}{A}+P_۰\Rightarrow P_B-P_۰=\rho gh+\frac{W}{A}$$

$$\Rightarrow P_B-P_۰=۲۰۰۰\times ۱۰\times \frac{۲۵}{۱۰۰}+\frac{۲۰\times ۱۰}{۴\times ۱۰^{-۴}}=۵۰۵\times ۱۰^۳\ Pa\Rightarrow P_B-P_۰=۵۰۵\ kPa$$

۱۸۴- گزینهٔ ۱ (C)

فشار وارد بر وجه جانبی مکعب مستطیل در ارتفاع‌های مختلف یکسان نیست، بنابراین میانگین آن را حساب می‌کنیم:

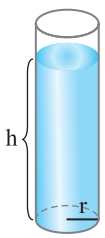


$$\overline{P}=\frac{\rho gh}{۲}=۱۰۰۰\times ۱۰\times \frac{۰/۴}{۲}=۲۰۰۰Pa$$

$$F=\overline{P}A_{\text{جانبی}}=۲۰۰۰\times \frac{۲}{۱۰}\times \frac{۴}{۱۰}=۱۶۰N$$

۱۸۵- گزینهٔ ۱ (B)

نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع:



$$F_۱=\rho ghA_{\text{کف}}=\rho gh\pi r^۲$$

نیروی وارد بر سطح جانبی استوانه از طرف مایع (فشار وارد بر سطح جانبی را باید به طور متوسط یا میانگین فشار بالایی و پایینی سطح حساب کرد):

$$F_۲=\overline{P}A_{\text{جانبی}}=(\frac{۰+\rho gh}{۲})۲\pi rh$$

$$F_۱=F_۲\Rightarrow \rho gh\pi r^۲=\frac{۱}{۲}\rho gh\times ۲\pi rh\Rightarrow h=r$$

۱۸۶- گزینهٔ ۴ (A)

مطابق قانون پاسکال به سادگی خواهیم داشت:

$$\frac{F}{A}=\frac{f}{a}\Rightarrow \frac{F}{۱۰۰a}=\frac{۲۰}{a}\Rightarrow F=۲۰۰۰\ N$$

۱۸۷- گزینهٔ ۳ (A)

طبق قانون پاسکال فشارها بدون توجه به شکل ظرف به یک اندازه انتقال می‌یابد.

۱۸۸- گزینهٔ ۲ (A)

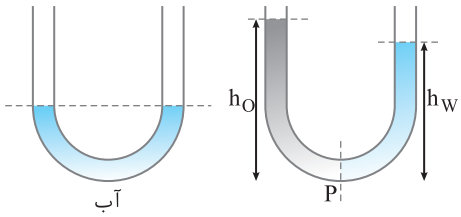
$$\frac{f}{F}=(\frac{r}{R})^۲\Rightarrow \frac{۱۰}{F}=(\frac{r}{۵r})^۲\Rightarrow F=۲۵۰\ N$$

۱۸۹- گزینهٔ ۱ (A)

رابطهٔ روبه‌رو بین نیرو و جابه‌جایی برقرار است:

$$\frac{F}{f}=\frac{d_۱}{d_۲}\Rightarrow \frac{F}{۸}=\frac{۱۰۰}{۲}\Rightarrow F=۴۰۰\ N$$

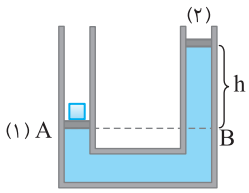
۱۹۰- گزینهٔ ۲ (A) روغن و آب در دو شاخه در حالت تعادل‌اند، بنابراین فشار در دو شاخه باید با هم برابر باشند:



$$\begin{cases} \text{شاخهٔ سمت چپ} = P_\circ + \rho_O g h_O \\ \text{شاخهٔ سمت راست} = P_\circ + \rho_W g h_W \end{cases} \Rightarrow P_\circ + \rho_O g h_O = P_\circ + \rho_W g h_W$$

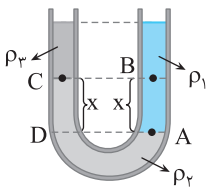
$$\Rightarrow h_O = \frac{\rho_W g h_W}{\rho_O g} = \frac{\rho_W}{\rho_O} h_W$$

۱۹۱- گزینهٔ ۲ (C) فشار در سطوح A و B که هم‌ترازند با هم برابر است:



$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{W}{A} = \rho g h \Rightarrow \frac{\circ/۴۸ \times ۱\circ}{۲\circ\circ \times ۱\circ^{-۴}} = ۸\circ\circ \times ۱\circ \times h \Rightarrow h = \circ/\circ۳\ m \Rightarrow h = ۳\ cm$$

۱۹۲- گزینهٔ ۱ (C) فشار مایع‌ها را در سطح افقی که از A می‌گذرد، برابر قرار می‌دهیم:



$$P_A = P_D \ , \ P_C + \rho_۲ g x = P_B + \rho_۱ g x \quad (۱)$$

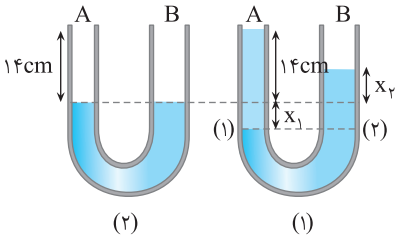
چون مایع $\rho_۲$ در زیر همهٔ مایع‌ها قرار دارد، چگالی آن از $\rho_۱$ و $\rho_۳$ بیشتر است:

$$\rho_۲ > \rho_۱ \xrightarrow{(۱)} P_C < P_B \quad (۲)$$

و در مایع $\rho_۱$، A پایین‌تر از B است:

$$P_B < P_A \xrightarrow{(۲)} P_C < P_B < P_A$$

۱۹۳- گزینهٔ ۳ (C) سطح مایع در لولهٔ A به اندازهٔ $x_۱$ و در لولهٔ B به اندازهٔ $x_۲$ جابه‌جا می‌شود.



$$P_۱ = P_۲ \Rightarrow \rho_۱(۱۴ + x_۱) = \rho_۲(x_۱ + x_۲) \quad (۱)$$

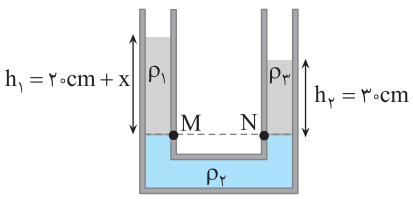
چون مایع تراکم‌ناپذیر است، تغییرات حجم در طرفین با هم برابر است:

$$\Delta V_۱ = \Delta V_۲ \Rightarrow \pi r^۲ x_۱ = \pi R^۲ x_۲ \Rightarrow r^۲ x_۱ = (\sqrt{۵}r)^۲ x_۲ \Rightarrow x_۱ = ۵x_۲$$

$$\xrightarrow{(۱)} ۱\times(۱۴ + ۵x_۲) = ۱۲/۵(۶x_۲) \Rightarrow ۱۴ + ۵x_۲ = ۷۵x_۲$$

$$\Rightarrow ۷\circ x_۲ = ۱۴ \Rightarrow x_۲ = \circ/۲cm = ۲mm$$

۱۹۴- گزینهٔ ۳ (B) بعد از اضافه کردن مایع به شاخهٔ سمت چپ، وضعیت به شکل روبه‌رو درمی‌آید. چون فشار در نقاط N و M برابر است، خواهیم داشت:



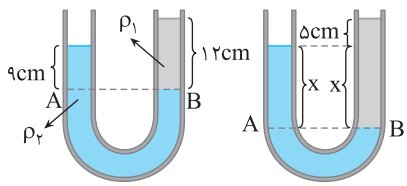
$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_۱ g h_۱ = \rho_۳ g h_۲$$

$$\Rightarrow \circ/۶ \times (۲\circ + x) = \circ/۹ \times ۳\circ \Rightarrow ۲\circ + x = ۴۵ \Rightarrow x = ۲۵\ cm$$

افزایش ارتفاع مایع ۲۵cm است، بنابراین با توجه به سطح مقطع لوله $(A = ۱\circ\circ\ cm^۲)$، حجم مایع اضافه شده برابر خواهد شد با:

$$\Delta V_۱ = A_۱(x) = ۱\circ\circ \times ۲۵ = ۲۵\circ\circ\ cm^۳$$

۱۹۵- گزینهٔ ۳ (C) در مرحلهٔ اول فشار سطوح هم‌تراز را با هم برابر قرار می‌دهیم تا نسبت $\frac{\rho_۲}{\rho_۱}$ به‌دست آید.



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_۲ \times ۹ = \rho_۱ \times ۱۲ \Rightarrow \frac{\rho_۲}{\rho_۱} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \rho_۲ = \frac{۴}{۳}\rho_۱ \quad (۱)$$

در اثر زیاد شدن ارتفاع در لولهٔ سمت راست، مایع در سمت چپ هم قدری بالا می‌رود، دوباره فشارهای سطوح هم‌تراز را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_۲ \times x = \rho_۱(۵ + x) \xrightarrow{(۱)} \frac{۴}{۳}\rho_۱ \times x = \rho_۱(۵ + x)$$

$$\Rightarrow ۴x = ۱۵ + ۳x \Rightarrow x = ۱۵cm$$

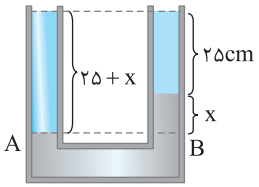
با توجه به شکل ارتفاع مایع سمت راست برابر $۱۵ + ۵ = ۲\circ cm$ است که قبلاً ۱۲cm بوده است، بنابراین مقدار مایع اضافه شده برابر است با: $۲\circ - ۱۲ = ۸cm$

۱۹۶- گزینهٔ ۳ ©

در حالت اول، چگالی روغن به‌دست می‌آید:

$$(\rho h)_{\text{آب}}=(\rho h)_{\text{روغن}}\Rightarrow ۱\times ۲۰=\rho\times ۲۵\Rightarrow \rho_{\text{روغن}}=۰/۸\,g/cm^۳$$

اگر به سمت چپ لوله آب اضافه کنیم، سطح جیوه در سمت چپ لوله مقداری پایین آمده و در سمت راست مقداری بالا می‌رود.



با توجه به سطح هم‌تراز:

$$P_A=P_B\Rightarrow(\rho gh)_{\text{آب}}=(\rho gh)_{\text{جیوه}}+(\rho gh)_{\text{روغن}}\Rightarrow ۱\times ۱۰\times(۲۵+x)=۱۳/۶\times ۱۰\times x+\frac{۸}{۱۰}\times ۱۰\times ۲۵$$

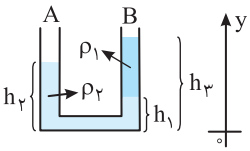
$$\Rightarrow ۲۵+x=۱۳/۶x+۲۰\Rightarrow ۵=۱۲/۶x\Rightarrow x=\frac{۵}{۱۲/۶}\,cm$$

بنابراین مقدار افزایش ارتفاع آب در سمت چپ لوله می‌شود:

$$\Delta h=۲۵+x-۲۰=۵+\frac{۵}{۱۲/۶}\sim ۵/۴$$

البته با توجه به گزینه‌ها، نیازی نیست که $\frac{۵}{۱۲/۶}$ را حساب کنیم. زیرا جواب قدری از ۵ بزرگ‌تر است و فقط در گزینهٔ (۳) این موضوع رعایت شده است.

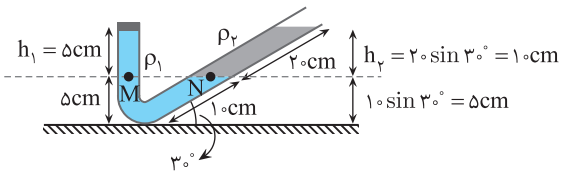
۱۹۷- گزینهٔ ۴ ©



در سطح افقی در ارتفاع $h_۱$ مطابق شکل، فشار در دو شاخه یکسان است. زیرا در این سطح افقی در دو لوله یک مایع قرار دارد. بنابراین از ارتفاع $y=۰$ تا $y=h_۱$ فشار دو طرف یکسان و $P_A-P_B=۰$ است. توجه کنید $\rho_۲>\rho_۱$ است (چرا؟).

در ارتفاع بالاتر از $h_۱$ فشار در دو لوله کم می‌شود تا در سطح آزاد مایع به مقدار $P_۰$ برسد. می‌دانیم در لوله U شکل در نقاط هم‌تراز در دو مایع متفاوت، فشار در نقطه‌ای که مایع بالاسرش بیشتر است، بیشتر می‌باشد بنابراین تا ارتفاع $h_۲$، $P_A-P_B<۰$ خواهد شد و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. در ارتفاع $h_۲$ فشار در لولهٔ A به $P_۰$ می‌رسد ولی در لولهٔ B برابر $P_۰+\rho_۱g(h_۳-h_۲)$ است. بنابراین اختلاف فشار $P_A-P_B=-\rho g(h_۳-h_۲)$ خواهد شد. از ارتفاع $h_۲$ تا $h_۳$ فشار در لولهٔ A برابر $P_۰$ و ثابت است ولی فشار در لولهٔ B بزرگ‌تر از $P_۰$ است و در حال کاهش است تا به $P_۰$ برسد و سرانجام $P_A-P_B=۰$ خواهد شد. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۱۹۸- گزینهٔ ۲ B



مایع‌ها در تعادل هستند پس نقاط M و N که روی خط تراز می‌باشند فشار یکسانی دارند.

دقت کنید فشار در نقطه N، مجموع فشار هوا و فشار ستون قائم مایع $\rho_۲$ است. اما فشار در نقطهٔ M برابر مجموع فشار مایع در سمت چپ و فشاری است که بر انتهای بستهٔ سمت چپ وارد می‌شود.

$$P_N=P_۰+\rho gh_۲\qquad P_M=\frac{F}{A}+\rho gh_۱\xrightarrow{P_M=P_N}\frac{F}{A}+\rho_۱gh_۱=\rho_۲gh_۲+P_۰$$

$$=\frac{F}{۲۰\times ۱۰^{-۴}}+۶۸۰۰\times ۱۰\times\frac{۵}{۱۰۰}=۵۷۰۰\times ۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}+۱۰^۵$$

$$\frac{F}{۲۰\times ۱۰^{-۴}}+۳۴۰۰=۵۷۰۰+۱۰۰۰۰\Rightarrow\frac{F}{۲۰\times ۱۰^{-۴}}=۱۰۲۳۰۰\Rightarrow F=۲۰۴/۶N$$

۱۹۹- گزینهٔ ۱ B

می‌دانیم به ازای هر ۱۰ متر که از سطح زمین بالاتر می‌رویم از فشار هوا به اندازهٔ ۱mmHg کاسته می‌شود. بنابراین به ازای ۷۵۰ متر به اندازهٔ ۷۵mmHg یا ۷/۵cmHg از فشار هوا کاسته می‌شود. از این رو فشار هوا در سطح زمین برابر با ۶۲/۵+۷/۵=۷۰ سانتی‌متر جیوه است.

۲۰۰- گزینهٔ ۴ B

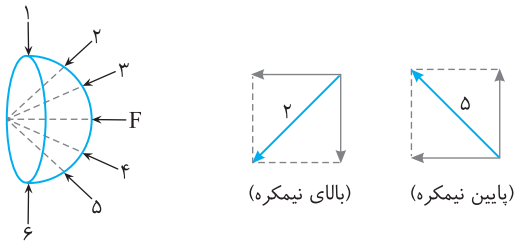
$$\begin{cases}P_۰=\rho_{Hg}gh_{Hg}\\ P_۰=\rho_{\text{آب}}gh_{\text{آب}}\end{cases}\Rightarrow\rho_{Hg}h_{Hg}=\rho_{\text{آب}}h_{\text{آب}}\Rightarrow ۱۳/۶\times ۷۰=۱\times h_{H_۲O}\Rightarrow h_{H_۲O}=۹۵۲cm=۹/۵۲\,m$$

۲۰۱- گزینهٔ ۲ B

فشاری که پمپ در پایین به آب می‌دهد باید برابر با مجموع فشار ناشی از وزن ستون آب و فشاری معادل ۱/۲ اتمسفر باشد، که در این صورت پمپ می‌تواند به طبقهٔ آخر فشار آب برابر با ۱/۲atm بدهد.

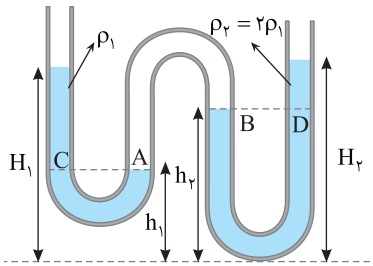
$$P=۱/۲\times ۱۰^۵+۱۰۰۰\times ۱۰\times ۱۲۰\Rightarrow P=۱۳/۲\,atm$$

۲۰۲- گزینهٔ ۳ (C) اگر نیمکرهٔ سمت راست را در نظر بگیریم، بردارهای نیروی حاصل از فشار جو مطابق شکل بر آن وارد می‌شوند. مثلاً دو بردار ۲ و ۵ را در نظر بگیرید، ملاحظه می‌کنیم که مؤلفه‌های قائم این بردارها یک‌دیگر را خنثی می‌کنند و فقط مؤلفه‌های افقی باقی می‌مانند.



بنابراین یک نیروی خالص افقی به طرف چپ بر این نیمکره وارد می‌شود و گویی این نیرو بر دایره‌ای که مساحت آن برابر سطح فرضی مشترک دو نیمکره است، وارد می‌شود و این نیرو ناشی از فشار هوا است، $F=P_{\circ}(\pi R^{۲})$ است. از این‌رو برای جدا کردن نیمکرهٔ سمت راست حداقل نیرویی برابر $P_{\circ}(\pi R^{۲})$ باید به نیمکرهٔ سمت راست وارد کرد. با همین استدلال نیروی لازم برای جدا کردن نیمکرهٔ سمت چپ نیز $P_{\circ}(\pi R^{۲})$ خواهد بود. بنابراین هر یک از نیروهای F برابر $P_{\circ}(\pi R^{۲})$ است.

۲۰۳- گزینهٔ ۲ (B) فشار در تمام نقاط هوایی که بین دو مایع گیر کرده است یکسان است بنابراین:



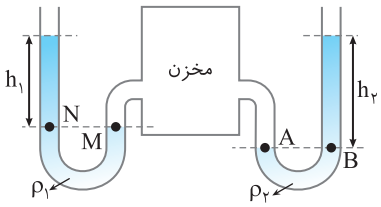
$$P_A=P_B$$

$$P_A=P_C\Rightarrow\rho_{۲}(H_{۱}-h_{۱})=P_A$$

$$P_B=P_D\Rightarrow P_B=\rho_{۱}(H_{۲}-h_{۲})$$

$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_{۲}(H_{۱}-h_{۱})=\rho_{۱}(H_{۲}-h_{۲})\xrightarrow{\rho_{۲}=۲\rho_{۱}}۲(H_{۱}-h_{۱})=(H_{۲}-h_{۲})$$

۲۰۴- گزینهٔ ۱ (B) با توجه به شکل روبه‌رو:



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{مخزن}}=\rho_{۲}gh_{۲}+P_{\circ}$$

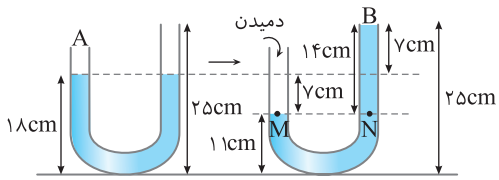
$$P_{\text{مخزن}}-P_{\circ}=\rho_{۲}gh_{۲}\quad(۱)$$

$$P_M=P_N\Rightarrow P_{\text{مخزن}}=\rho_{۱}gh_{۱}+P_{\circ}\Rightarrow P_{\text{مخزن}}-P_{\circ}=\rho_{۱}gh_{۱}\quad(۲)$$

با توجه به معادلات (۱) و (۲) داریم:

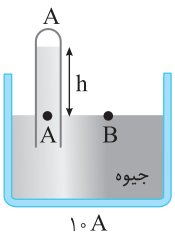
$$\rho_{۱}gh_{۱}=\rho_{۲}gh_{۲}\Rightarrow\rho_{۱}gh_{۱}=\rho_{۲}g۱/۲۵h_{۱}\Rightarrow\rho_{۱}=۱/۲۵\rho_{۲}\Rightarrow\frac{\rho_{۱}}{\rho_{۲}}=۱/۲۵$$

۲۰۵- گزینهٔ ۲ (B) برای آن‌که آب از دهانهٔ B خارج شود، بایستی سطح آب در لولهٔ B حداقل ۷cm (۱۸ - ۲۵) بالاتر برود، پس سطح مایع در لولهٔ A باید ۷cm پایین‌تر برود.



$$P_M=P_N\Rightarrow P_M=P_{\circ}+\rho gh=۱۰^{۵}+۱۰^{۴}\times۰/۱۴=۱۰۱/۴\ \text{kPa}$$

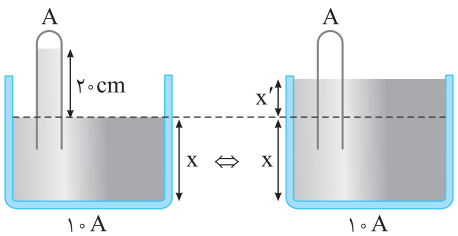
۲۰۶- گزینهٔ ۲ (B) فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز با فشار هوا می‌باشد.



۱۰A

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}=P_{\circ}\Rightarrow P_{\text{گاز}}-P_{\circ}=P_{\text{جیوه}}$$

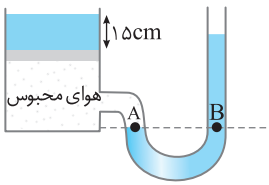
بنابراین فشار پیمانه‌ای برابر فشار ستون جیوه در لوله بوده و h برابر ۲۰ cm است. با ایجاد سوراخ در بالای لوله فشار بالای لوله نیز برابر $P_{\circ}$ خواهد شد و سطح جیوه در ظرف و لوله یکسان خواهد شد. در این صورت حجم $Ah=۲۰\ A$ از جیوه به ظرف بازمی‌گردد که با توجه به مساحت کف ظرف در شکل مقابل، سطح جیوه در ظرف ۲ cm بالا آید. پس جیوه در واقع ۱۸cm پایین آمده است.



$$۲۰A=۱۰A\times x'\Rightarrow x'=۲\text{cm}$$

۲۰۷- گزینهٔ ۱ (B)

ابتدا فشار هوای محبوس زیر پیستون را به دست می‌آوریم:



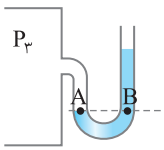
$$P_{\text{هوای محبوس}}=\rho_W g h_W+P_\circ=۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۱۵}{۱۰۰}+P_\circ=P_\circ+۱/۵\times۱۰^۳$$

این فشار در تمام نقاط هوای محبوس یکسان است و در نقطهٔ A نیز همین فشار وجود دارد. اکنون با توجه به خط تراز داریم:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_\circ+۱/۵\times۱۰^۳=\rho gh+P_\circ\Rightarrow ۱/۵\times۱۰^۳=۱۵۰۰\times۱۰\times h$$
$$h=۰/۱\,m=۱۰\,cm$$

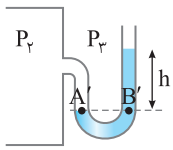
۲۰۸- گزینهٔ ۱ (C)

با توجه به لولهٔ بیرونی (بین $P_۳$ و $P_\circ$) داریم:



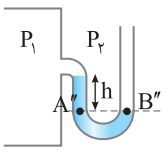
$$P_A=P_B\Rightarrow P_۳=P_\circ+P_{\text{مایع}}\Rightarrow P_۳>P_\circ$$

بین مخزن $P_۳$ و $P_۲$ داریم:



$$P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow \underbrace{P_۲=P_۳+\rho gh}_{(۱)}\Rightarrow P_۲>P_۳$$

بنابراین $P_۲>P_۳>P_\circ$ است حال در لولهٔ U شکل آخر داریم:



$$P_{A''}=P_{B''}\Rightarrow \underbrace{P_۱+\rho g\frac{h}{۲}=P_۲}_{(۲)}\Rightarrow P_۲>P_۱$$

حال باید فشار $P_۱$ و $P_۳$ را مقایسه کنیم که با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases}P_۲=P_۳+\rho gh\\ P_۲=P_۱+\rho g\frac{h}{۲}\end{cases}\Rightarrow P_۱+\rho g\frac{h}{۲}=P_۳+\rho gh\Rightarrow P_۱=P_۳+\rho g\frac{h}{۲}$$

بنابراین $P_۱$ از $P_۳$ بزرگ‌تر بوده ولی از $P_۲$ کمتر است:

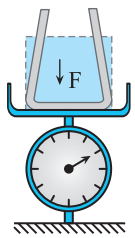
$$P_۲>P_۱>P_۳>P_\circ$$

۲۰۹- گزینهٔ ۲ (B)

فشار وارد بر کف ظرف تغییر نمی‌کند زیرا فشار وارد بر ته ظرف $P=\rho gh+P_\circ$ است که این رابطه از $P=\frac{W}{A}+P_\circ$ به‌دست آمده است که هیچ کدام از عوامل تغییر نکرده‌اند؛ (انبساط ظرف ناچیز است) دقت کنید که با وجود این‌که جیوه منبسط شده و ارتفاع آن زیاد می‌شود؛ اما چگالی آن نیز تغییر کرده و کم می‌شود و این دو اثر، یکدیگر را خنثی می‌کنند. (زیرا تبخیر صورت نگرفته و وزن جیوه ثابت مانده است.)

۲۱۰- گزینهٔ ۳ (B)

نیروسنج در حالت اول وزن ظرف را نشان می‌دهد و در حالت دوم، به اندازهٔ وزن مایع اضافه‌شده، بیشتر نشان می‌دهد. بنابراین $\Delta N=mg$ می‌شود:



$$\Delta N=۰/۲\times۱۰=۲N$$

اما نیرویی که مایع بر کف ظرف وارد می‌کند، بیشتر از وزن مایع می‌شود.

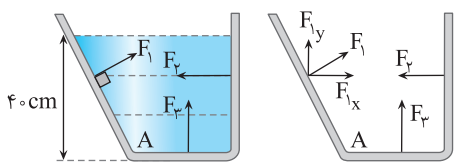
$$F=PA=\rho ghA>W$$
$$F>۲N$$

(برای توضیح بیشتر به درس‌نامه یا تست‌های ابتدای این قسمت مراجعه کنید.)

۲۱۱- گزینهٔ ۲ (C)

نیروی $F_۱$ به دو مؤلفهٔ افقی و قائم تجزیه می‌شود. مؤلفهٔ افقی $F_۱$ با $F_۲$ خنثی می‌شود (زیرا مایع در حال تعادل است).

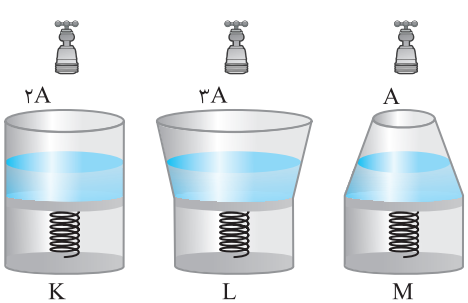
مؤلفهٔ قائم $F_۱$ و نیروی $F_۳$ که رو به بالا هستند نیروی وزن را خنثی می‌کنند.



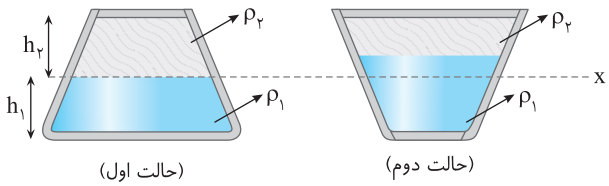
$$F_{۱y}+F_۳=W\Rightarrow F_{۱y}+\underbrace{\rho ghA}_{F_۳}=۱۲۰\Rightarrow F_{۱y}+۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۴}{۱۰}\times۲۰۰\times۱۰^{-۴}=۱۲۰\Rightarrow F_{۱y}=۴۰N$$

۲۱۲- گزینهٔ ۲ (B)

در هر سه ظرف نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از فشار مایع است که با توجه به یکسان بودن ارتفاع مایع در سه ظرف، فشار وارد بر کف هر سه ظرف برابر است. از این‌رو نیروی وارد بر کف هر سه ظرف یکسان بوده $(F=PA)$ و فشردگی فنرها یکسان است.



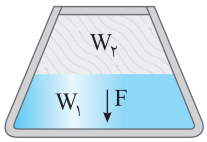
۲۱۳- گزینهٔ ۲ (C) چـون مایع (۱) در زیر مایع (۲) قرار گرفته اسـت، چگالی آن بیشتر است پس اگر ظرف را وارونه کنیم باز هم مایع (۱) در زیر قرار می‌گیرد.



چون سطح مقطع ته ظرف در حالت دوم کمتر از حالت اول شده است، ارتفاع مایع $\rho_۱$ در حالت دوم، بیشتر خواهد شد.

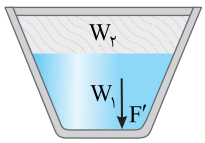
حال خط افقی و فرضی x را از مرز مشـترک دو مایع در شـکل حالت اول به سـمت شکل حالت دوم رسم می‌کنیم. فشار مایع در این خط در شکل دوم بزرگ‌تر از شکل اول است زیرا ارتفاعی از مایع‌ها که بالای این سطح قرار می‌گیرد یکسان است اما در ظرف دوم بخشـی از مایع با چگالی $\rho_۱$ که بزرگ‌تر از $\rho_۲$ اسـت پر می‌شـود. پس فشار کل در ته ظرف در حالت دوم بیشتر از حالت اول است.

امـا دربـارهٔ نیرو: در حالت اول (مطابـق آنچه در بحث مقایسـهٔ وزن مایع و نیروی حاصل از فشار آورده‌ایم):



$$W_۱+W_۲=W<F$$

در حال دوم نیز:



$$W_۱+W_۲=W>F'$$

بنابراین:

$$F'<W<F\Rightarrow F'<F$$

۲۳۸- گزینهٔ ۱ (B) ابعاد دو جسـم برابر اسـت بنابراین اختلاف فشـار بالا و پایین جسـم‌ها یکسان و نیروی شناوری در هر دو یکسـان است، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد تفاضل نیروی وزن جسم و نیروی شناوری است از این‌رو:

$$\begin{cases} W_A-F_b=۶ \\ W_B-F_b=۸ \end{cases}\Rightarrow W_B-W_A=۲\Rightarrow m_Bg-m_Ag=۲\Rightarrow m_B-m_A=۰/۲kg$$

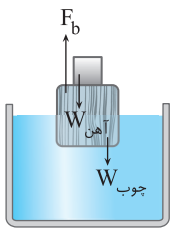
۲۳۹- گزینهٔ ۳ (A) در حالت اول، $m_۱$ نیروی وزن ظرف محتوی آب را نشـان می‌دهد (W). در حالت دوم وقتی شـخصی انگشـت خود را وارد آب می‌کند، آب بر انگشت نیروی شناوری رو به بالا وارد می‌کند و بنا به قانون سوم نیوتون انگشت هم به آب همین نیرو را رو به پایین وارد می‌کند و ترازوی $m_۲$، جمع نیروی وزن و نیروی شناوری را نشان می‌دهد $(W+F_b)$، در شکل (۳) شخص انگشت خود را بیشتر در آب فرو برده است، در واقع هرچه انگشت بیشتر وارد آب شود، اختلاف فشار وارد بر ابتدا و انتهای قسـمتی از انگشـت که در آب قرار دارد، افزایش می‌یابد (در ρgh، h داره زیاد می‌شـه) پس نیروی شـناوری در حالت سـوم بیشـتر می‌شود؛ در نتیجه $m_۱<m_۲<m_۳$ بوده و گزینه (۳) درست است.

۲۴۰- گزینهٔ ۴ (B) اگر جسم غوطه‌ور باشد، $F_b=W\Leftrightarrow$ فنر تغییر طول نمی‌دهد.

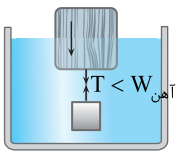
اگر نیروی شناوری بیشتر از نیروی وزن باشد، نیروی شناوری می‌خواهد جسم را رو به بالا ببرد و فنر کشیده شده و مانع می‌شود.

اگر نیروی شناوری کمتر از نیروی وزن باشد، جسم می‌خواهد به سمت پایین برود که فنر فشرده شده و به کمک نیروی شناوری مانع حرکت جسم می‌شود. بنابراین هر سه حالت ممکن است.

۲۴۱- گزینهٔ ۳ (C) خوب، مثل اینکه باید با هم فکر کنیم. در شـکل (۱) نیروهایی که چوب را به درون آب می‌کشـند، نیروی وزن چوب $(W_{\text{چوب}})$ و نیروی وزن قطعه آهن $(W_{\text{آهن}})$ است که البته توسط نیروی شناوری خنثی می‌شود.



اما در شکل (۲) نیروهایی که چوب را به درون آب می‌کشند، نیروی کشش نخ (T) و نیروی وزن چوب $(W_{\text{چوب}})$ است. اکنون به بررسی نیروی کشش نخ متصل به وزنهٔ آهنی و چوب می‌پردازیم.



قطعهٔ آهن سـاکن اسـت از این‌رو نیروی خالص وارد بر آن صفر اسـت. نیروی وارد بر قطعهٔ آهن، نیروی وزن، نیروی کشـش نخ و نیروی شناوری است. $T+F_{b_{\text{آهن}}}=W_{\text{آهن}}$، بنابراین $T<W_{\text{آهن}}$

بنابراین مجموع نیروهای وارد بر چوب که آن را به پایین می‌کشند، یعنی $W_{\text{چوب}}$ و T از مجموع نیروهای وارد بر چوب در حالت اول کمتر اسـت و فرورفتگی چوب در آب کمتر از حالت اول اسـت. البته نیروی شـناوری وارد بر کل چوب و آهن، مانند حالت اول با مجموع نیروی وزن چوب و آهن برابر است.

آخیش تموم شد.

۲۴۲- گزینهٔ ۲ (B) همان‌طور که می‌دانیم نیروی شـناوری ناشـی از نیروی حاصل از اختلاف فشـار است. با سرد شـدن گاز، جرم گاز ثابت اما حجم آن کاهش می‌یابد پس چگالی $\rho=m/V$ افزایش می‌یابد. هر چه چگالی شـاره بیشـتر باشـد، نیروی شناوری که می‌تواند بر جسم وارد کند بیشتر است که این نیروی بالاسو سبب حرکت رو به بالا می‌شود، پس گزینهٔ (۲) درست است.

۲۶۲- گزینهٔ ۳ (B)

مطابق معادلهٔ پیوستگی داریم:

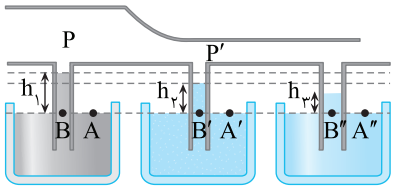
$$A_1v_1=A_2v_2+A_3v_3$$

$$(\pi r_1^2)v_1=(\pi r_2^2)v_2+(\pi r_3^2)v_3 \xrightarrow[v_1=5\,m/s \text{ و } v_2=72\,km/h\times\frac{1000m}{1km}\times\frac{1h}{3600s}=2\,m/s]{r_2=\frac{1}{2}r_1 \text{ و } r_3=\frac{1}{4}r_1} \pi r_1^2\times 5=\pi\frac{1}{4}r_1^2\times 2+\pi\frac{1}{16}r_1^2\times v_3$$

$$\Rightarrow 5=\frac{1}{2}+\frac{1}{16}v_3\Rightarrow\frac{9}{2}=\frac{1}{16}v_3\Rightarrow v_3=72m/s$$

۲۶۳- گزینهٔ ۱ (C)

با توجه به خط تراز در هر ظرف داریم:



$$P_A=P_B\Rightarrow P_\circ=P+\rho_1gh_1\ ,\ P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow P_\circ=P'+\rho_2gh_2\ ,\ P_{A''}=P_{B''}\Rightarrow P_\circ=P'+\rho_3gh_3$$

با توجه به رابطه‌های بالا:

$$P'+\rho_2gh_2=P'+\rho_3gh_3\xrightarrow{h_2>h_3}\rho_3>\rho_2$$

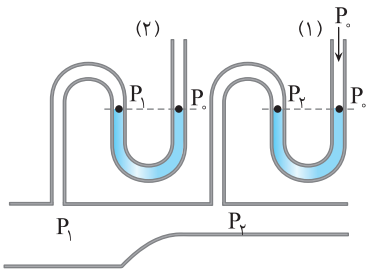
حال در ظرف (۱) و (۲):

$$P+\rho_1gh_1=P'+\rho_2gh_2\xrightarrow{P>P'}P-P'=\rho_2gh_2-\rho_1gh_1$$

$$\rho_2gh_2-\rho_1gh_1>0\Rightarrow\rho_2gh_2>\rho_1gh_1\xrightarrow{h_1>h_2}\rho_2>\rho_1$$

۲۶۴- گزینهٔ ۱ (B)

با ایجاد جریان هوا در لوله، در قسمت باریک لوله فشار کمتر از قسمت پهن لوله می‌شود، یعنی $P_2<P_1$ و اختلاف فشار با هوای بیرون در قسمت باریک لوله بیشتر است.

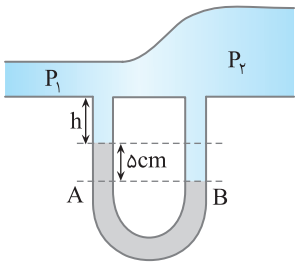


$$P_\circ-P_2>P_\circ-P_1$$

بنابراین در لولهٔ (۱) چون اختلاف فشار بیشتری ایجاد می‌شود، اختلاف مایع درون آن بیشتر شده و مایع بیشتری در لوله (۱) تخلیه می‌شود.

۲۶۵- گزینهٔ ۴ (B)

به شکل دقت کنید. اختلاف فشار در واقع اختلاف فشار ستون ۵ سانتی‌متری مایع و آب در دو طرف لولهٔ U شکل است.



$$P_A=P_B\Rightarrow P_1+\rho_2gh+\rho_1g\times\frac{5}{100}=P_2+\rho_2gh+\rho_2g\times\frac{5}{100}\Rightarrow P_2-P_1=\rho_1g\times\frac{5}{100}-\rho_2g\times\frac{5}{100}$$

$$\Rightarrow\Delta P=3\times10^3\times10\times5\times10^{-2}-10^3\times10\times5\times10^{-2}\Rightarrow\Delta P=10^3\,Pa$$

فصل ۳ کار، انرژی و توان

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای سطح دوم

۲۵- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا با توجه به رابطهٔ چگالی، جرم کره را به دست می‌آوریم:

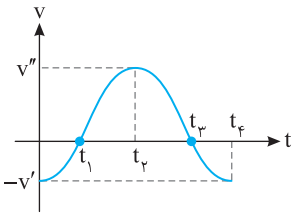
$$\rho=\frac{m}{v}\Rightarrow ۴=\frac{m}{\frac{۴}{۳}\pi r^۳}\Rightarrow m=\frac{۱۶}{۳}\pi r^۳\Rightarrow m=\frac{۱۶}{۳}\times ۳\times ۱۲۵=۲۰۰۰g=۲kg$$

با توجه به نمودار اگر تندی از $v_۱$ به $v_۱+۲$ برسد انرژی جنبشی از K به $K+۲۰$ می‌رسد، بنابراین:

$$\begin{cases} K=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \\ K+۲۰=\frac{۱}{۲}m(v_۱+۲)^۲ \end{cases} \xrightarrow[\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}]{m=۲kg} K+۲۰-K=\frac{۱}{۲}m(v_۱+۲)^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\Rightarrow ۲۰=(v_۱+۲)^۲-v_۱^۲ \xrightarrow[\text{اتحاد مزدوج}]{\text{با توجه به}} ۲۰=(v_۱+۲-v_۱)(v_۱+۲+v_۱)\Rightarrow ۲۰=۲(۲v_۱+۲)\Rightarrow ۱۰=۲v_۱+۲\Rightarrow v_۱=۴m/s$$

۲۶- گزینهٔ ۴ (B) انرژی جنبشی کمیت نرده‌ای و همواره مثبت است، پس گزارهٔ (الف) نادرست است. اگر اندازهٔ سرعت در حال کاهش باشد یعنی در بازهٔ ۰ تا $t_۱$ که اندازهٔ سرعت از v' به صفر می‌رسد و در بازهٔ $t_۲$ تا $t_۳$ که اندازهٔ سرعت از v'' به صفر می‌رسد اندازهٔ سرعت کاهش یافته و انرژی جنبشی در حال کاهش است و گزارهٔ (ب) درست است.



در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ و $t_۳$ تا $t_۴$ اندازهٔ سرعت متحرک از صفر به ترتیب به v'' و v' می‌رسد، پس اندازه سرعت در حال افزایش و گزارهٔ (پ) درست است. در لحظهٔ $t_۲$ تندی متحرک بیشینه مقدار سرعت خود را دارد، بنابراین انرژی جنبشی جسم بیشینه است و گزارهٔ (ت) درست است. در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۳$ با توجه به نمودار تندی صفر می‌شود که با توجه به $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ انرژی جنبشی نیز صفر خواهد شد و گزارهٔ (ث) درست است.

۲۷- گزینهٔ ۲ (B) با توجه به تعریف تندی که برابر مسافت طی‌شده بر زمان است و اینکه در مدت زمان یکسان اتومبیل A چهار دور و اتومبیل B یک دور مسیر را طی می‌کند، بنابراین اگر مسافت B برابر d باشد مسافت طی‌شدهٔ A، برابر ۴d است از این رو:

$$v_A=\frac{۴d}{t}, v_B=\frac{d}{t}\Rightarrow v_A=۴v_B$$

حال می‌توان نسبت $\frac{K_A}{K_B}$ را حساب کرد:

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{\frac{۱}{۲}m_Av_A^۲}{\frac{۱}{۲}m_Bv_B^۲}=\frac{m(۴v_B)^۲}{۸mv_B^۲}=\frac{۱۶mv_B^۲}{۸mv_B^۲}=۲$$

۲۸- گزینهٔ ۴ (C) پس از برخورد و شکستن اولین صفحهٔ شیشه‌ای، انرژی جنبشی مصرف‌شده خواهد شد:

$$K_۱-K_۲=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲-\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^{-۳}\times ۳۶۰۰-\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^{-۳}\times ۲۵۰۰=۱/۱J$$

در این صورت، انرژی جنبشی بعد از اولین برخورد برابر $۳/۶-۱/۱=۲/۵J$ خواهد بود و به ازای هر $۱/۱J$ کاهش انرژی جنبشی، یک صفحهٔ شیشه‌ای می‌شکند. بنابراین دو صفحهٔ شیشه‌ای دیگر هم خواهد شکست: $۱/۳-۱/۱=۰/۲J$ ، $۲/۵-۱/۱=۱/۳J$

۲۹- گزینهٔ ۱ (B) ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$F=ma\Rightarrow a=\frac{۲}{۰/۵}=۴m/s^۲$$

حال تندی جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow ۲۵=\frac{۱}{۲}\times ۰/۵v^۲\Rightarrow v^۲=۱۰۰\Rightarrow v=۱۰m/s$$

اکنون با استفاده از معادلهٔ شتاب داریم:

$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow ۴=\frac{۱۰-۰}{t}\Rightarrow t=۲/۵s$$

۳۰- گزینهٔ ۴ (B) ابتدا شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{F}{m}=\frac{۳}{۵}m/s^۲$$

اگر جهت مثبت را جهت مثبت محور xها بگیریم جهت شتاب و نیرو خلاف آن بوده و منفی است:

$$a=-\frac{۳}{۵}m/s^۲$$

چون انرژی جنبشی جسم به همان مقدار قبلی می‌رسد یعنی اینکه تندی جسم به $-۶m/s$ رسیده است:

$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow v=at+v_۰\Rightarrow -۶=-\frac{۳}{۵}t+۶\Rightarrow t=۲۰s$$

۳۱- گزینهٔ ۳ در علوم سال نهم خوانده‌اید که شتاب برابر نسبت تغییر سرعت به تغییر زمان است. از طرفی سرعت اولیه جسم صفر است بنابراین می‌توان نوشت:

$$a=\frac{v-v_0}{\Delta t}\xrightarrow[t=0\ \text{تا}\ t=1]{\text{ثانیه اول}}2=\frac{v-0}{1}\Rightarrow v=2m/s\quad,\quad a=\frac{v'-v}{\Delta t}\xrightarrow[t=1s\ \text{تا}\ t=2s]{\text{ثانیه دوم}}2=\frac{v'-2}{1}\Rightarrow v'=4m/s$$

تندی جسم در ثانیهٔ اول از صفر به $2m/s$ رسیده است:

$$\Delta K_1=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2\Rightarrow\Delta K_1=8-0=8J$$

تندی جسم در ثانیهٔ دوم از $2m/s$ به $4m/s$ رسیده است:

$$\Delta K_2=\frac{1}{2}mv'^2-\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\Delta K_2=32-8=24J$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta K_2}{\Delta K_1}=\frac{24}{8}=3$$

۳۲- گزینهٔ ۳ بنا بر قانون دوم نیوتون و تعریف شتاب خواهیم داشت:

$$F=ma\xrightarrow{a=\frac{v_2-v_1}{t}}F=m(\frac{v-v_0}{t})$$

$$\begin{cases}\text{برای جسم اول}: F=m(\frac{v-0}{t})\quad(1)\\ \text{برای جسم دوم}: 2F=\frac{2m(v'-0)}{2t}\quad(2)\end{cases}\xrightarrow{\text{تقسیم طرفین روابط}}\frac{1}{2}=\frac{v}{v'}\Rightarrow v'=2v$$

اکنون نسبت انرژی‌های جنبشی را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{K'}{K}=\frac{\frac{1}{2}\times 2m\times v'^2}{\frac{1}{2}\times m\times v^2}\xrightarrow{v'=2v}\frac{K'}{K}=\frac{2(2v)^2}{v^2}=8$$

۳۳- گزینهٔ ۴ قانون دوم نیوتون را برای هر دو می‌نویسیم:

$$F=ma\xrightarrow{a=\frac{v-v_0}{\Delta t}}F=m(\frac{v-v_0}{\Delta t})$$

با توجه به فرض‌های سؤال $F_1=F_2$ و $\Delta t_1=\Delta t_2$ است:

$$\begin{matrix}F_1=\frac{m_1(v_1-0)}{\Delta t_1}\\ F_2=m_2(\frac{v_2-0}{\Delta t_2})\end{matrix}\xrightarrow{F_1=F_2,\Delta t_1=\Delta t_2}m_1v_1=m_2v_2\Rightarrow\frac{v_1}{v_2}=\frac{m_2}{m_1}$$

$$\frac{K_1}{K_2}=\frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2}{\frac{1}{2}m_2v_2^2}\Rightarrow\frac{K_1}{K_2}=\frac{m_1}{m_2}(\frac{v_1}{v_2})^2\Rightarrow\frac{K_1}{K_2}=\frac{m_1}{m_2}(\frac{m_2}{m_1})^2\Rightarrow\sqrt{2}=\frac{m_2}{m_1}\Rightarrow\frac{m_1}{m_2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۶۳- گزینهٔ ۲ سؤال نسبتاً سختی است، اما با فکر کردن و مرحله به مرحله پیش رفتن ساده می‌شود! می‌دانیم کار نیروهای عمود بر مسیر صفر است. مؤلفه‌ی F_x بر جابه‌جایی d_y عمود است و در این امتداد کارش صفر می‌باشد. کار مؤلفهٔ F_y نیز در جابه‌جایی d_x صفر است، زیرا بر آن عمود می‌باشد. بنابراین کار F_x در جابه‌جایی d_x و کار F_y در جابه‌جایی d_y را حساب کرده و با هم جمع می‌کنیم:

$$W=W_x+W_y\Rightarrow W=F_xd_x+F_yd_y=4\times 2+3\times(-1)=5\,J$$

۶۴- گزینهٔ ۲ با توجه به حل تست قبل می‌توان به سادگی این تست را حل کرد. ابتدا کار نیروی $\vec{F}$ را در جابه‌جایی روی هر یک از محورهای x و y به صورت جدا محاسبه می‌کنیم. با توجه به عمود بودن مؤلفه‌های x و y داریم:

$$W_x=F_xx\Rightarrow W_x=5\alpha J$$

$$W_y=F_yy\Rightarrow W_y=5\times 4=20J$$

کار یک کمیت نرده‌ای است، بنابراین کل کار نیروی $\vec{F}$ در جابه‌جایی $\vec{d}$ برابر است با:

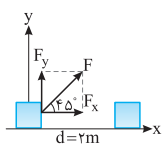
$$W_t=W_x+W_y\Rightarrow W_t=(5\alpha+20)\,J$$

با توجه به صورت سؤال، داریم:

$$W_t=3W_x\Rightarrow 5\alpha+20=3\times 5\alpha\Rightarrow\alpha=2N$$

۶۵- گزینهٔ ۱ اندازهٔ جابه‌جایی جسم ۲ متر و در جهت محور xها است، کار نیروی F در این جابه‌جایی خواهد شد:

$$W=Fd\cos\alpha\xrightarrow[d=2m,\alpha=45^\circ]{W=2J}2=F\times 2\times\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow F=\sqrt{2}N$$

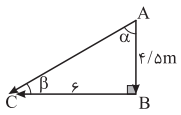


هرگاه برداری با جهت مثبت محور xها زاویهٔ 45° بسازد، اندازهٔ مؤلفه‌های آن بردار روی محورهای x و y با هم برابر است. بنابراین با توجه به گزینه‌ها داریم:

$$\vec{F}=n\vec{i}+n\vec{j}\Rightarrow F=n\sqrt{2}\xrightarrow{F=\sqrt{2}}\sqrt{2}=n\sqrt{2}\Rightarrow n=1\Rightarrow\vec{F}=\vec{i}+\vec{j}$$

۶۶- گزینهٔ ۳ (C)

کار کل انجام شده برابر است با مجموع کارهایی که در هر مرحله انجام می‌شود: $W_{کل}=W_{AB}+W_{BC}$



ابتدا فاصلهٔ AC را به‌دست می‌آوریم: $AC=\sqrt{(۴/۵)^۲+۶^۲}=۷/۵\,m$

بنابراین: $\cos\alpha=\frac{۴/۵}{۷/۵}=\frac{۳}{۵}\ ,\ \cos\beta=\frac{۶}{۷/۵}=\frac{۴}{۵}$

$W_{AB}=F(AB)\cos\alpha=۲۰\times۴/۵\times\frac{۳}{۵}=۵۴J$

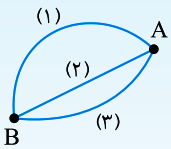
$W_{BC}=F(BC)\cos\beta=۲۰\times۶\times\frac{۴}{۵}=۹۶J$

$\Rightarrow W_t=۵۴+۹۶=۱۵۰J$

کار نیروی F در مسیر AC را نیز به دست می‌آوریم: $W_{AC}=F(AC)\cos۰=۲۰\times۷/۵\times۱=۱۵۰J$

نتیجه: می‌بینید کار نیروی ثابت F در مسیر شکسته برابر کار نیروی ثابت F در کل جابه‌جایی از ابتدا تا انتهای مسیر است؛ یعنی مقدار کار، به مسیر وابسته نیست.

تست ۱ **اگر جسمی به جرم M تحت اثر نیروی ثابت $\vec{F}$ از نقطهٔ A تا B در مسیرهای شکل روبه‌رو جابه‌جا شود کار انجام شده به وسیله این نیرو:**



۱) در مسیر (۲) کم‌ترین مقدار را دارد.
۲) در مسیر (۱) کم‌ترین مقدار را دارد.
۳) در مسیر (۳) کم‌ترین مقدار را دارد.
۴) در هر سه مسیر یکسان است.

پاسخ کار نیروی ثابت در هر مسیری از A تا B یکسان است.

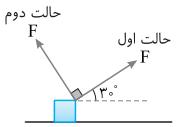
جابه‌جایی در هر سه مسیر یکسان و برابر d_{AB} می‌باشد. $d_۱=d_۲=d_۳=d_{AB}$

و چون در هر سه مسیر نیرو ثابت و برابر F است. بنابراین W در هر سه مسیر با هم برابر است.

گزینهٔ ۴

۶۷- گزینهٔ ۴ (A)

با توجه به تعریف کار خواهیم داشت:



$$W=Fd\cos\theta\begin{cases}\xrightarrow{\text{حالت اول}:\theta=۳۰^\circ} W=Fd\cos۳۰^\circ\Rightarrow W=\frac{\sqrt{۳}}{۲}Fd\\ \xrightarrow[\text{حالت دوم}:=۳۰+۹۰^\circ]{} W'=Fd\cos۱۲۰^\circ\Rightarrow W'=-\frac{۱}{۲}Fd\end{cases}\Rightarrow\frac{W'}{W}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۶۸- گزینهٔ ۲ (B)

کار نیروی اصطکاک به مسافت پیموده شده بستگی داره:

$$\begin{cases}\text{در مسیر AC}: W_{f_k}=f_k a\cos۱۸۰^\circ=-f_k(a)\\ \text{در مسیر ABC}: W'_{f_k}=f_k(AB)\cos۱۸۰^\circ+f_k(BC)\cos۱۸۰^\circ\Rightarrow W'_{f_k}=۲f_k(a)(-۱)\Rightarrow W'_{f_k}=-۲f_k(a)\end{cases}\Rightarrow\frac{W_{f_k}}{W'_{f_k}}=+\frac{۱}{۲}$$

۶۹- گزینهٔ ۴ (C)

وزن جسم ۲۰N و نیروی آن F=۲۴N است، بنابراین برآیند نیروها رو به بالا و شتاب حرکت رو به بالا است.

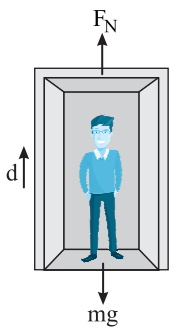
اگر جسم در حال حرکت به سمت بالا باشد، با گذشت زمان، سرعت جسم افزایش یافته و در ثانیه‌های متوالی، جابه‌جایی به‌طور تصاعدی افزایش می‌یابد. پس کار نیروی F افزایش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

اگر جسم در حال حرکت به سمت پایین باشد، چون شتاب رو به بالا است، حرکت کندشونده بوده و جابه‌جایی جسم در ثانیه‌های متوالی کاهش می‌یابد. چنان‌چه در بازهٔ زمانی مورد نظر، جسم متوقف نشود، کار نیروی F در حال کاهش است و گزینهٔ (۲) نیز می‌تواند درست باشد.

چنان‌چه در بازهٔ زمانی مورد نظر، جسم متوقف شود و رو به بالا شروع به حرکت تندشونده کند، کار نیروی F ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است. بنابراین گزینهٔ (۳) نیز درست است.

۷۰- گزینهٔ ۱ (B)

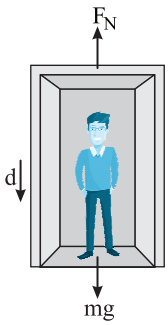
مطابق شکل در راستای جابه‌جای تنها دو نیروی F_N و mg به جسم وارد می‌شود و با توجه به اینکه جابه‌جایی به سمت بالا است پس W_{F_N} به دلیل هم‌جهت بودن نیروی $\vec{F}_N$ و جهت $\vec{d}$ مثبت و W_{mg} به دلیل خلاف جهت هم بودن نیروی $m\vec{g}$ و $\vec{d}$ منفی است.



$$W_t=W_{mg}+W_{F_N}\quad(۱)\ ,\ W_t=F_{net}d\xrightarrow{F_{net}=ma}W_t=ma\times d\quad(۲)$$

$$(۱),(۲):ma\times d=W_{mg}+W_{F_N}\Rightarrow۶۰\times۲\times۱۰=-۶۰\times۱۰\times۱۰+W_{F_N}\Rightarrow W_{F_N}=۷۲۰۰\,J$$

۷۱- گزینهٔ ۱ (B) جسم در حال پایین آمدن است و نیروی وزن و جابه‌جایی هم‌جهت و کار نیروی وزن مثبت است اما کار نیروی عمودی تکیه‌گاه منفی است.



$$W_{mg}=Fd=۶۰\times۱۰\times۱۰=۶۰۰۰\,J$$

$$W_t=W_{mg}+W_{F_N}$$
$$W_t=F_{net}d\Rightarrow W_t=ma\times d$$
$$\Rightarrow ma\times d=W_{mg}+W_{F_N}\Rightarrow ۶۰\times۲\times۱۰=۶۰\times۱۰\times۱۰+W_{F_N}\Rightarrow W_{F_N}=-۴۸۰۰\,J$$

۷۲- گزینهٔ ۴ (C) کف اتاقک آسانسور بر شخص نیروی N را رو به بالا وارد می‌کند و کرهٔ زمین نیروی وزن W را بر شخص رو به پایین وارد می‌کند. بنابراین نیروی خالص وارد شده بر شخص، $N-W$ خواهد شد. بنا بر قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$N-W=ma\Rightarrow N-mg=ma\Rightarrow N=m(g+a)$$

نیروی N در جهت جابه‌جایی است و کار آن خواهد شد:

$$W_N=Nd\Rightarrow W_N=m(g+a)d$$

نیروی وزن در خلاف جهت جابه‌جایی است و کار آن منفی است:

$$W_{mg}=mgd\cos(۱۸۰^\circ)\Rightarrow W_{mg}=-mgd$$

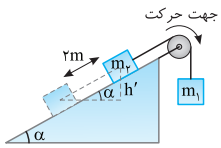
نسبت کارها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{W_N}{W_{mg}}=\frac{m(g+a)d}{-mgd}\Rightarrow\frac{W_N}{W_{mg}}=\frac{g+a}{-g}\Rightarrow\frac{W_N}{W_{mg}}=\frac{۱۰+۲}{-۱۰}=-۱/۲$$

۷۳- گزینهٔ ۴ (B) با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس وتر را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{وتر}=\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۵\,m$$

با توجه به این‌که $m_۱>m_۲$ است بنابراین با رها کردن مجموعه از حال سکون مجموعه در جهت نشان داده شده شروع به حرکت می‌کند یعنی $m_۱$ به سمت پایین آمده و W_{mg} آن مثبت است و $m_۲$ به سمت بالا رفته و W_{mg} آن منفی می‌باشد.

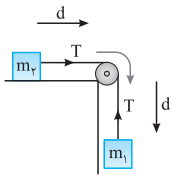


$$W_{m_۱g}=m_۱gh\xrightarrow{h=۲m}W_{m_۱g}=۲m_۱g$$

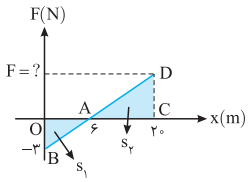
$$W_{m_۲g}=-m_۲gh'\xrightarrow{h'=۲\sin\alpha}W_{m_۲g}=-m_۲g\times۲\times\frac{۳}{۵}=-۱/۲m_۲g$$

$$\frac{W_{m_۱g}}{W_{m_۲g}}=\frac{۲m_۱g}{-۱/۲m_۲g}=\frac{۲m_۱}{-۱/۲m_۲}=\frac{۲\times۲m_۲}{-۱/۲m_۲}=-\frac{۴}{۱/۲}=\frac{-۱}{۰/۳}\Rightarrow\frac{W_{m_۱g}}{W_{m_۲g}}=-\frac{۱۰}{۳}$$

۷۴- گزینهٔ ۴ (C) جسم $m_۱$، $۱\,m$ پایین می‌آید پس کار نیروی وزن آن برابر $W_{m_۱g}=+mgh=+۱۰۰\,J$ است ولی $m_۲$ روی سطح افقی جابه‌جا شده پس جابه‌جایی در راستای قائم ندارد و $W_{m_۲g}=۰$ است و گزارهٔ (الف) درست است. دو جسم به هم وصل هستند، پس تندی هر دو جسم با هم برابر است امّا چون جرم دو جسم با هم متفاوت است و با توجه به رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ انرژی جنبشی دو جسم با هم متفاوت خواهد بود بنابراین گزاره (ب) نیز درست است. با توجه به شکل نیروی کشش نخ برای جسم $m_۱$ خلاف جهت جابه‌جایی است و کار این نیرو منفی است و برای جسم $m_۲$ در جهت جابه‌جایی است و کار این نیرو مثبت است پس گزارهٔ (پ) درست است.



۷۵- گزینهٔ ۳ (B) ابتدا به کمک تشابه دو مثلث OAB و ACD، اندازهٔ نیروی F را در مکان $x=۲۰m$ به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{CD}{OB}=\frac{AC}{OA}\Rightarrow\frac{F}{۳}=\frac{۱۴}{۶}\Rightarrow F=۷N$$

حال به کمک سطح محصور بین نمودار و محور xها، کار را به‌دست می‌آوریم:

$$W_F=S=\frac{-۳\times۶}{۲}+\frac{۷\times۱۴}{۲}=۴۰\,J$$

۱۱۶- گزینهٔ ۱ (A) در بازهٔ ۰ تا $t_۱$ سرعت و در نتیجه انرژی جنبشی در حال افزایش است و بنا به قضیهٔ کار و انرژی:

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\Delta K>۰}W_t>۰$$

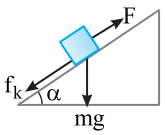
بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.

در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ سرعت ثابت و تغییر انرژی جنبشی و در نتیجه کار کل صفر است و گزارهٔ (ب) نادرست است.

کار در یک لحظه مفهوم فیزیکی ندارد و گزارهٔ (ج) نادرست است. در بازهٔ $t_۳$ تا $t_۴$ بزرگی سرعت در حال افزایش و انرژی جنبشی در حال افزایش بنابراین $W_t>۰$ است. و گزارهٔ (د) نادرست است.

بنابراین تنها گزارهٔ (الف) درست است و گزینهٔ (۱) پاسخ است.

۱۱۷- گزینهٔ ۴ (B) با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی داریم: $W_F+W_{mg}+W_{f_k}=K_2-K_1$



چون تندی ثابت است $K_2-K_1=0$، از طرفی جسم در این مدت $x=2\times10=20m$ روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود که ابتدا با استفاده از مفهوم سینوس تغییر ارتفاع جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$\sin\alpha=\frac{h}{x}\Rightarrow 0/6=\frac{h}{20}\Rightarrow h=12m$$

حال کار نیروی وزن و کار نیروی اصطکاک را در رابطهٔ قضیهٔ کار و انرژی جنبشی جایگذاری می‌کنیم تا کار نیروی F را به‌دست آوریم:

$$W_F-mgh-f_k d=0 \Rightarrow W_F=200\times12+30\times20=3000J$$

۱۱۸- گزینهٔ ۱ (B) دو نیروی اصطکاک بر جسم وارد می‌شود. یکی اصطکاک بین جسم و سطح (f_k)، دیگری اصطکاک هوا (f_{air})

با استفاده از قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت: $E_2-E_1=W_f\Rightarrow\frac{1}{2}\times2(2)^2-\frac{1}{2}\times2(4)^2=-(f_k+f_{air})d$

$$-12=-(f_k+f_{air})\times3\Rightarrow f_k+f_{air}=4\Rightarrow f_k=4-f_{air}\Rightarrow f_k<4$$

بنابراین گزینهٔ (۱) می‌تواند پاسخ باشد.

۱۱۹- گزینهٔ ۳ (B) تندی اولیه جسم هنگام ترمز برابر است با: $36\,km/h\times\frac{1h}{3600s}\times\frac{1000m}{1km}=10\,m/s$

جسم روی سطح افقی در حال حرکت است و کار نیروی عمودی سطح (W_{F_N}) و کار نیروی وزن (W_g) صفر است و بنا بر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow f_k d=0-\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{d_1=20m} f_{k_1}\times(20)=\frac{1}{2}\times3\times10^3\times100\Rightarrow f_{k_1}=7500N\\ \xrightarrow{d_2=16m} f_{k_2}\times(16)=\frac{1}{2}\times3\times10^3\times100\Rightarrow f_{k_2}=9375N\end{cases}$$

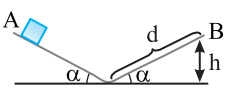
درصد افزایش نیروی اصطکاک برابر است با: $\frac{\Delta f_k}{f_{k_1}}\times100=\frac{9375-7500}{7500}\times100=25\%$

۱۲۰- گزینهٔ ۳ (C) $F=\frac{m\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow m(v-v_0)=F\Delta t\Rightarrow 2v=20\Rightarrow v=10\,m/s\,,\ W_t=K_2-K_1=\frac{1}{2}\times2\times100-0=100J$

۱۲۱- گزینهٔ ۱ (C) قضیهٔ کار و انرژی را یک بار در مسیر رفت و یک بار در مسیر برگشت می‌نویسیم، در هر دو مسیر، جسم تحت تأثیر نیروهای اصطکاک و وزن جسم است، کار نیروی اصطکاک در هر دو مسیر $-f_k d$ است اما کار نیروی وزن در مسیر رفت (۱) برابر $-mgh$ و در مسیر برگشت (۲) برابر mgh است:

$$\begin{matrix}(1):0-\frac{1}{2}m\times16=-mgh-f_k d\\ (2):\frac{1}{2}\times m\times4-0=mgh-f_k d\end{matrix}\Rightarrow10m=2mgh\Rightarrow h=0/5m\xrightarrow{\sin30^\circ=\frac{h}{OA}}OA=1m$$

۱۲۲- گزینهٔ ۱ (C) چون وزنه روی سطح A با تندی ثابتی پایین می‌آید، مؤلفهٔ موازی سطح نیروی وزن با نیروی اصطکاک برابر است: $mg\sin\alpha=f_k$



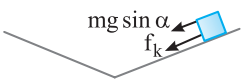
وقتی جسم بر سطح شیبدار B بالا می‌رود، $mg\sin\alpha$ و f_k هر دو رو به پایین سطح بوده و با هم برابرند حال می‌توانیم به دو طریق به حل مسأله ادامه دهیم:

راه‌حل اول: از قضیهٔ کار و انرژی استفاده می‌کنیم: $W_{mg}+W_{f_k}=K_2-K_1\Rightarrow-mgh-f_k d=0-\frac{1}{2}mv_0^2$

$$-mgh-mg\underbrace{(\sin\alpha)d}_{h}=-\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$2mgh=\frac{1}{2}mv_0^2\Rightarrow h=\frac{16}{40}=0/4m$$

راه‌حل دوم: محاسبهٔ شتاب با استفاده از قانون دوم نیوتون:

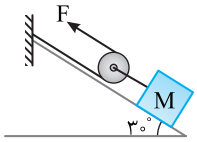


$$F_{کل}=ma\Rightarrow-mg\sin\alpha-f_k=ma$$

$$-2mg\sin\alpha=ma\ \Rightarrow\ a=-2g\sin\alpha$$

$$v^2-v_0^2=2ad\Rightarrow0-16=-2\times20\underbrace{(\sin\alpha)d}_{h}\Rightarrow h=0/4m$$

۱۲۳- گزینهٔ ۳ **راه‌حل اول:** در اینجا دو نیروی وزن و F بر روی جسم کار انجام می‌دهند.



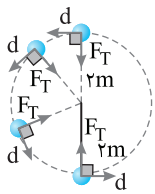
$$W_F+W_g=\underbrace{K_2-K_1}_{0}\ ,\ h=\frac{20}{2}=10m$$

$$W_F=-W_g=mgh=50\times9/8\times10=4900J$$

راه‌حل دوم: تندی ثابت و تغییر انرژی جنبشی صفر است. اصطکاک و اتلاف انرژی هم نداریم. از این‌رو کار نیروی F به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل شده است.

$$W_F=\Delta U=mgh=50\times9/8\times10=4900J$$

۱۲۴- گزینهٔ ۳ یک تست سخت اما قابل درک، به شکل نگاه کنید در هر لحظه و هر نقطه از مسیر نیروی کشش نخ در امتداد شعاع مسیر حرکت و عمود بر مسیر است از این رو کار نیروی کشش نخ صفر است. کار نیروی وزن در این مسیر مثبت می‌باشد و برابر است با:



$$W_g=mgh\xrightarrow{h=2R}W_g=mg(2R)\Rightarrow W_g=0/2\times10\times4=8J$$

بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_T}+W_{mg}+W_{f_d}=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow0+mg\Delta h+W_{f_d}=\frac{1}{2}\times0/2(8^2-4^2)=0/2\times10\times4+W_{f_d}=4/8\Rightarrow8+W_{f_d}=4/8$$

$$\Rightarrow W_{f_d}=-3/2J$$

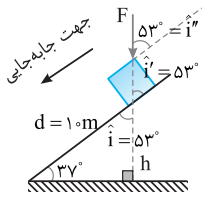
۱۲۵- گزینهٔ ۱ جسم دارای تندی ثابت است،

$$W_t=0\Rightarrow W_{f_k}+W_{mg}+W_F=0\Rightarrow W_{mg}+W_{f_k}=-W_F\qquad(1)$$

با حذف نیروی F تنها نیروی وزن و اصطکاک بر جسم وارد می‌شود.

$$W_t=\Delta K\xrightarrow[v_2=0\ \text{متوقف}]{v_1=2m/s}W_{mg}+W_{f_k}=\frac{1}{2}\times2(0-4)\xrightarrow{W_{mg}+W_{f_k}=-W_F}-W_F=-4\xrightarrow{W_F=-Fd}-Fd=-4\xrightarrow{F=10N}d=0/4m$$

۱۲۶- گزینهٔ ۱ ابتدا به کمک شکل، مقدار h را به دست می‌آوریم:



$$\sin37^\circ=\frac{h}{10}\Rightarrow0/6=\frac{h}{10}\Rightarrow h=6m$$

با توجه به قضیه خطوط موازی و مورب $\hat{i}'=\hat{i}''$ است و برابر 53° است

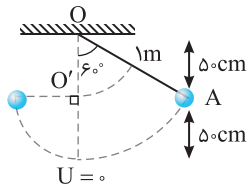
نیروهای وارد بر جسم، F، نیروی وزن mg و نیروی عمودی سطح F_N است، کار نیروی عمودی سطح صفر و کار نیروی وزن به دلیل پایین آمدن جسم مثبت $(W_g=mg\Delta h)$ است.

$$W_t=W_F+W_{mg}\Rightarrow W_t=Fd\cos\theta+mgh\Rightarrow W_t=50\times10\times\cos53^\circ+3\times10\times6\Rightarrow W_t=480J$$

حال با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{v_0=0}480=\frac{1}{2}\times3(v_2^2-0^2)\Rightarrow320^2=120\Rightarrow v_2=8\sqrt{5}m/s$$

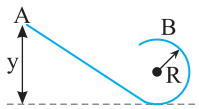
۱۸۶- گزینهٔ ۳ **راه‌حل اول:** با توجه به شکل روبه‌رو، گلوله هنگام رها شدن از نقطهٔ A دقیقاً روبه‌روی O' است. چون اصطکاک و اتلاف انرژی نداریم گلوله پس از گیرکردن به میخ باید دوباره تا ارتفاع اولیه‌اش، یعنی هم‌تراز نقطهٔ A بالا رود. پس زاویهٔ انحراف باید ۹۰ درجه باشد.



راه‌حل دوم:

$$U=mgh=mg(L-L\cos\theta)=mgL(1-\cos\theta),U_1=U_2\Rightarrow mgL(1-\cos60^\circ)=mg\frac{L}{2}(1-\cos\theta')\Rightarrow1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(1-\cos\theta')\Rightarrow\cos\theta'=0\Rightarrow\theta'=90^\circ$$

۱۸۷- گزینهٔ ۳ انرژی مکانیکی را در A و B با هم برابر قرار می‌دهیم:



$$E_A=E_B\Rightarrow U_A=U_B+K_B\Rightarrow mgy=mg(2R)+\frac{1}{2}m(2gR)\Rightarrow y=3R$$

۱۸۸- گزینهٔ ۱ با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی با رها شدن جسم و کاهش ارتفاع انرژی پتانسیل گرانشی کاهش می‌یابد و به انرژی جنبشی جسم تبدیل می‌شود و تندی جسم افزایش می‌یابد.

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\Rightarrow mgH+0=U_2+\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow U_2=-\frac{1}{2}mv^2+mgH$$

در واقع انرژی پتانسیل گرانش با توان دوم سرعت رابطه دارد و نمودار آن سهمی است و با توجه منفی بودن ضریب v^2 دهانهٔ سهمی مانند گزینهٔ (۱) رو به پایین است.

۱۸۹- گزینهٔ ۲ هر قدر جسم پایین‌تر می‌آید از انرژی پتانسیل آن کاسته شده و بر انرژی جنبشی‌اش اضافه می‌شود و در سطح افقی حداکثر انرژی جنبشی را دارد و حداکثر تا ارتفاع اولیه می‌تواند بالا برود و تندی‌اش صفر شود. (بنابراین در پایین‌ترین نقطهٔ مسیر، بیشترین انرژی جنبشی را دارد؛ که فقط نمودار گزینهٔ (۲) این شرط را دارد.)

۱۹۰- گزینهٔ ۳ (B)

جسم در ابتدای مسیر دارای انرژی جنبشی $\frac{۱}{۲}mv_۰^۲$ است. با بالا رفتن از سطح شیبدار، بخشی از انرژی جنبشی جسم به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود. در برخورد به فنر، با فشردگی فنر، بخشی از انرژی جنبشی جسم به انرژی پتانسیل کشسانی تبدیل می‌شود. وقتی جسم متوقف می‌شود، بنا بر پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E_B=E_A\Rightarrow U_{\text{فنر}}+U_{\text{گرانشی}}=\frac{۱}{۲}mv_۰^۲\Rightarrow U_{\text{فنر}}<\frac{۱}{۲}mv_۰^۲$$

۱۹۱- گزینهٔ ۲ (B)

سطح افقی گذرنده از B را سطح سنجش انرژی پتانسیل گرانشی $(U_g=۰)$ در نظر می‌گیریم:

$$E_B=E_A\Rightarrow U_B+K_B=U_A+K_A\Rightarrow ۰+\frac{۱}{۲}mv_B^۲=mgh+۰\Rightarrow\frac{۱}{۲}v_B^۲=gR\sin\alpha\Rightarrow\frac{۱}{۲}(۲۴)=۱۰\times۲\times\sin\alpha\Rightarrow\sin\alpha=۰/۶\Rightarrow\alpha=۳۷^\circ$$

۱۹۲- گزینهٔ ۳ (C)

ابتدا با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی باید حساب کنیم که نقطهٔ D در چه ارتفاعی و در کجای حلقه قرار می‌گیرد:

$$E_A=E_D\Rightarrow K_A+U_A=K_D+U_D\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_A^۲=mgh_D\Rightarrow gh_D=\frac{۳}{۲}gr\Rightarrow h_D=\frac{۳}{۲}r$$

بنابراین نقطهٔ D به اندازهٔ $\frac{r}{۲}$ از نقطهٔ B بالاتر است.

$$\sin\alpha=\frac{\frac{r}{۲}}{r}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\alpha=۳۰^\circ\Rightarrow A\hat{O}D=۹۰^\circ+۳۰^\circ=۱۲۰^\circ$$

۱۹۳- گزینهٔ ۱ (C)

قبل و بعد از آویزان کردن جسم به فنر مطابق شکل روبه‌رو است. با توجه به پایستگی انرژی داریم:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲$$

در شکل (۱) فنر طول طبیعی خود را دارد و انرژی کشسانی در آن ذخیره نشده و اگر مبدأ پتانسیل گرانشی را همانجا در نظر بگیریم انرژی پتانسیل گرانشی در آن حالت صفر است. همچنین در شکل (۱) و هنگام آویزان کردن جسم تندی اولیه صفر بوده و $K_۱=۰$ است.

جسم $۱cm$ پایین‌تر از مبدأ پتانسیل قرار می‌گیرد، پس $U_۲=-mgh$ و انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر نصف انرژی جنبشی آن است پس $K_۲=۲U_e$ می‌باشد.

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\Rightarrow ۰+۰=-mgh+U_e+K_۲\Rightarrow ۰=-mgh+U_e+۲U_e\Rightarrow mgh=۳U_e\Rightarrow ۳\times۱۰\times۰/۰۱=۳U_e\Rightarrow U_e=۰/۱J$$

۲۳۶- گزینهٔ ۱ (C)

باید انرژی جنبشی دو توپ را قبل و بعد از برخورد حساب کنیم تا کاهش انرژی جنبشی که برابر افزایش انرژی درونی است به‌دست آید.

توپ (۱): قبل از برخورد: $K=\frac{۱}{۲}m_۱v_۱^۲=\frac{۱}{۲}\times۲\times۵^۲=۲۵J$؛ بعد از برخورد: $K=۰$

توپ (۲): قبل از برخورد: $K=۰$؛ بعد از برخورد: $K=\frac{۱}{۲}m_۲v_۲^۲=\frac{۱}{۲}\times۴\times۳^۲=۱۸J$

از مجموع $۲۵J$ انرژی جنبشی که توپ (۱) داشته است $۱۸J$ آن صرف حرکت توپ (۲) می‌شود و بقیه آن یعنی $۲۵-۱۸=۷J$ در اثر برخورد دو توپ به هم به انرژی درونی دو توپ تبدیل می‌شود.

۲۳۷- گزینهٔ ۳ (C)

انرژی اولیهٔ جسم را نسبت به سطح افقی به‌دست می‌آوریم: $E_A=mgh=۲۰\times۰/۵=۱۰J$

حال ببینیم که جسم در طی مسیر افقی چند ژول از انرژی خود را به علت اصطکاک از دست می‌دهد:

$$W_{f_k}=-f_kd=-۴\times۱=-۴\,J$$

کل انرژی جسم برابر $۱۰J$ است پس با یک تناسب ساده می‌توانیم بگوییم که در هر بار $۴J$ از انرژی خود را از دست می‌دهد پس در کل $۲/۵$ بار مسیر افقی را طی می‌کند و در نهایت در وسط BC، یعنی نقطهٔ D، می‌ایستد.

۲۳۸- گزینهٔ ۱ (A)

دقت کنید در شکل روبه‌رو حرکت گلوله را رسم کرده‌ایم، اما چون گلوله مسیرش یک خط راست است و نمی‌توان آن را نشان داد، سه وضعیت را جدا از هم رسم کرده‌ایم. توپ با هر بار برخورد به زمین $\frac{۱}{۴}$ انرژی خود را از دست می‌دهد؛ بنابراین:

$$\Delta E=-\frac{۱}{۴}E_۱\Rightarrow E_۲-E_۱=\frac{-۱}{۴}E_۱\Rightarrow E_۲=\frac{۳}{۴}E_۱\qquad(۱)$$

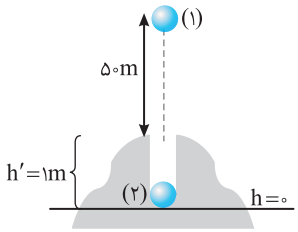
حال برای برخورد دوم نیز $\frac{۱}{۴}$ انرژی از دست می‌رود؛ بنابراین $\Delta E'=\frac{-۱}{۴}E_۲$ پس داریم:

$$E_۳-E_۲=-\frac{۱}{۴}E_۲\Rightarrow E_۳=\frac{۳}{۴}E_۲\qquad(۲)$$

با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲)، $E_۳=\frac{۹}{۱۶}E_۱$ بوده و چون انرژی مکانیکی برابر است با مجموع انرژی جنبشی با انرژی پتانسیل، می‌توان نوشت:

$$E_۳=\frac{۹}{۱۶}E_۱\Rightarrow K_۳+U_۳=\frac{۹}{۱۶}(K_۱+U_۱)\xrightarrow{K_۱=K_۳=۰}U_۳=\frac{۹}{۱۶}U_۱\Rightarrow mgh_۳=\frac{۹}{۱۶}mgh_۱\Rightarrow h_۳=\frac{۹}{۱۶}h_۱$$

۲۳۹- گزینهٔ ۱ پایین‌ترین نقطه‌ای که گلوله به آن می‌رسد را سطح مبنای پتانسیل می‌گیریم یعنی ارتفاع را نسبت به آن می‌سنجیم.



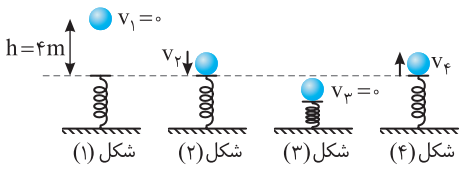
$$E_۲-E_۱=W_R$$

بخشی از انرژی مکانیکی در داخل شن به هدر رفته است، در نقطهٔ (۲) تندی جسم صفر است و ارتفاعی نیز ندارد پس $E_۲=۰$ است.

$$۰-(mgh_۲+\frac{۱}{۲}mv_۰^۲)=-\overline{R}h'$$

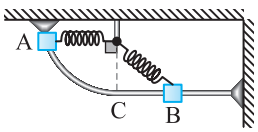
$$-۲\times۱۰\times۵۱-\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰۰=-\overline{R}\times۱ \Rightarrow \overline{R}=۱۱۲۰\,N$$

۲۴۰- گزینهٔ ۳ همان‌طور که مشاهده می‌شود جسم در شکل (۱) رها می‌شود. در این حالت فقط دارای انرژی پتانسیل گرانشی است. در شکل (۲) تمام انرژی جسم، به صورت انرژی جنبشی است. در شکل (۳) انرژی پتانسیل کشسانی در فنر داریم و در شکل (۴)، انرژی فنر آزاد شده و جسم فقط دارای انرژی جنبشی است. در این حالت، انرژی جسم، ۱۰ درصد کمتر از انرژی اولیه است. $E_۴$ فقط شامل انرژی جنبشی و $E_۱$ فقط شامل انرژی پتانسیل گرانشی است.



$$E_۴=E_۱-۰/۱E_۱=۰/۹\,E_۱ \Rightarrow K_۴=۰/۹U_۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۴^۲=۰/۹\,mgh \Rightarrow v_۴^۲=۲\times۰/۹\times۱۰\times۴ \Rightarrow v_۴=۶\sqrt{۲}\,m/s$$

۲۴۱- گزینهٔ ۲ با استفاده از قضیه کار و انرژی داریم:

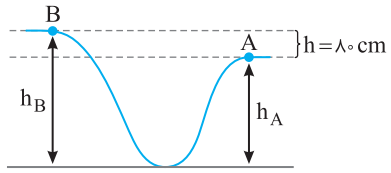


$$W_t=\Delta K \xrightarrow{K_۲=۰} W_{\text{فنر}}+W_f+W_{mg}=-K_۱ \Rightarrow W_{\text{فنر}}-۴+(۲\times۱۰\times۰/۱)=-\frac{۱}{۲}\times۲\times۴$$

$$W_{\text{فنر}}-۴+۲=-۴ \Rightarrow W_{\text{فنر}}=-۲J$$

دقت کنید طول فنر در ربع دایره و در OA و OC یکسان و برابر ۱۰ cm است.

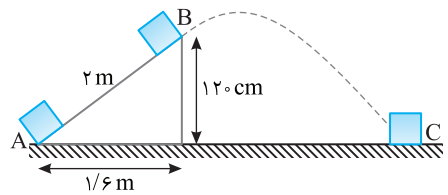
۲۴۲- گزینهٔ ۲ تندی در نقطهٔ A را v و در نقطهٔ B را $\frac{v}{۲}$ می‌گیریم. همچنین اتلاف انرژی نصف انرژی جنبشی اولیه $-\frac{۱}{۴}mv^۲$ ، بنابه قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت. $W_f=-\frac{۱}{۲}K_A$



$$E_B-E_A=W_f \Rightarrow mgh_B+\frac{۱}{۲}m(\frac{v}{۲})^۲-(\frac{۱}{۲}mv^۲+mgh_A)=-\frac{۱}{۴}mv^۲$$

$$mg(h_B-h_A)-\frac{۳}{۴}(\frac{۱}{۲}mv^۲)=-\frac{۱}{۴}mv^۲ \Rightarrow mg(۰/۸)=\frac{۱}{۸}mv^۲ \Rightarrow v^۲=۶۴ \Rightarrow v=۸m/s$$

۲۴۳- گزینهٔ ۳ طول سطح شیب‌دار را حساب می‌کنیم.



$$d^۲=(۱/۲)^۲+(۱/۶)^۲=۰/۴^۲(۳^۲+۴^۲)=۰/۴^۲\times۵^۲ \Rightarrow d=۰/۴\times۵=۲m$$

انرژی مکانیکی جسم در بالای سطح شیب‌دار را به کمک قانون پایستگی انرژی به‌دست می‌آوریم:

$$E_B-E_A=W_f \Rightarrow E_B-\frac{۱}{۲}mv_A^۲=-f_k\times d \Rightarrow E_B-\frac{۱}{۲}\times۲\times۲۵=-۵\times۲ \Rightarrow E_B=۱۵\,J$$

اکنون پایستگی انرژی مکانیکی را برای دو نقطهٔ B و C می‌نویسیم.

$$E_B=E_C \Rightarrow ۱۵=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow ۱۵=\frac{۱}{۲}\times۲v^۲ \Rightarrow v=\sqrt{۱۵}\,m/s$$

۲۴۴- گزینهٔ ۳ پایستگی انرژی مکانیکی در حضور نیروهای اتلافی را می‌نویسیم:

$$E_۲-E_۱=W_f \Rightarrow (K_۲+U_۲)-(K_۱+U_۱)=W_f \Rightarrow \Delta K+\Delta U=W_f \quad (۱)$$

از طرفی با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\frac{|K_۲-K_۱|}{|U_۲-U_۱|}>۱ \Rightarrow \frac{|\Delta K|}{|\Delta U|}>۱ \Rightarrow |\Delta K|>|\Delta U| \quad (۲)$$

طبق رابطهٔ (۱) داریم:

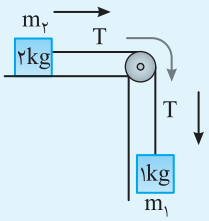
$$\Delta K+\Delta U=W_f \xrightarrow{W_f<۰} \Delta K+\Delta U<۰$$

همچنین می‌دانیم که ΔU و ΔK مختلف‌العلامت می‌باشند. برای این‌که مجموع ΔU با ΔK منفی شود باید آن کمیتی که اندازهٔ بزرگ‌تری دارد منفی باشد یعنی:

$$\Delta K<۰\ ,\ \Delta U>۰$$

چون $\Delta U>۰$ یعنی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی مثبت و انرژی پتانسیل گرانشی در حال افزایش می‌باشد یعنی جسم در حال بالا رفتن بوده و $h_۲>h_۱$ می‌شود.

نیم‌نگاه

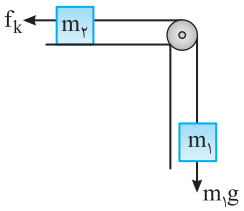


هنگامی که دو جسم به وسیلهٔ طنابی به هم متصل هستند در مدتی که یک جسم به اندازهٔ d جلو می‌رود جسم متصل به آن نیز باید همان مقدار d جلو برود. چون زمان این جابه‌جایی‌ها یکسان است پس تندی آن‌ها با هم برابر می‌باشد، مثلاً در شکل روبه‌رو اگر وزنهٔ m_1، پایین بیاید m_2 نیز همانقدر جلو رفته و $v_1=v_2$ است.

می‌دانیم انرژی از بین نمی‌رود و از شکلی به شکل دیگر تبدیل می‌شود، در مثال بالا هنگامی‌که m_1، ۱ متر پایین می‌آید به اندازهٔ $mg\Delta h$ انرژی آزاد می‌شود که این انرژی به انرژی جنبشی m_1 و m_2 تبدیل می‌شود.

$$K_1+K_2=m_1g\Delta h\Rightarrow\frac{1}{2}m_1v^2+\frac{1}{2}m_2v^2=m_1g\Delta h\Rightarrow\frac{1}{2}v^2+v^2=10\Rightarrow v^2=\frac{20}{3}\Rightarrow v=2\sqrt{\frac{5}{3}}$$

۲۴۵- گزینهٔ ۲ (C)



نیروهای وارد بر کل دستگاه دو جسم که بر حرکت آن تأثیر می‌گذارند، نیروی وزن m_1 و نیروی اصطکاک وارد بر m_2 می‌باشند. در اینجا هر دو جسم با هم و با تندی یکسانی به حرکت درمی‌آیند، بنابراین مجموع انرژی جنبشی نهایی آن‌ها به صورت $K_2=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2$ نوشته می‌شود. حال قضیهٔ کار و انرژی را می‌نویسیم:

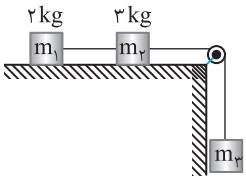
$$W_{g_1}+W_{f_{k_2}}=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2-\frac{1}{2}(m_1+m_2)(0)^2\Rightarrow 5\times10\times2+W_{f_{k_2}}=80\Rightarrow W_{f_{k_2}}=-20J$$

۲۴۶- گزینهٔ ۲ (B)

با رها کردن دستگاه، وزنهٔ ۴kg رو به پایین حرکت کرده و کاهش انرژی پتانسیل آن برابر انرژی جنبشی ایجاد شده در دستگاه است. از این‌رو:

$$mgh=2\Rightarrow40h=2\Rightarrow h=\frac{1}{20}m=5cm$$

۲۴۷- گزینهٔ ۲ (C)



با پایین آمدن جسم m_3 به اندازهٔ ۹۰cm، انرژی پتانسیل گرانشی به اندازهٔ $W=mgh=m_3\times10\times\frac{9}{10}=9m_3$ کاهش می‌یابد که این انرژی سبب افزایش تندی هر سه جسم می‌شود:

$$\begin{cases}K_1+K_2=22/5\Rightarrow\frac{1}{2}m_2v^2+\frac{1}{2}m_1v^2=\frac{3}{2}v^2+v^2=\frac{5}{2}v^2=22/5\Rightarrow v^2=9\Rightarrow v=3m/s\\ 9m_3=\frac{1}{2}m_3v^2+\frac{1}{2}m_2v^2+\frac{1}{2}m_1v^2=\frac{1}{2}m_3v^2+22/5\Rightarrow9m_3=\frac{9}{2}m_3+22/5\Rightarrow\frac{9}{2}m_3=22/5\Rightarrow m_3=5kg\end{cases}$$

۲۴۸- گزینهٔ ۳ (C)

ابتدا با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی تندی وزنه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

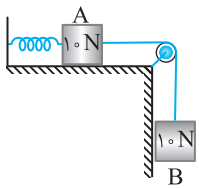
$$K_A+K_B=\frac{1}{2}(m_A+m_B)v^2\Rightarrow15=\frac{1}{2}(4/2+1/8)v^2\Rightarrow v=\sqrt{5}\,m/s$$

نیروی وزن جسم A به مجموعه انرژی جنبشی می‌دهد. انرژی جنبشی اولیه صفر است و انرژی جنبشی ثانویه برابر است با:

$$K_2=K_A+K_B+K_C,\ W_{g_A}=K_2-K_1\Rightarrow mgh=K_A+K_B+K_C\Rightarrow1/8\times10\times1=15+K_C\Rightarrow K_C=3J$$

$$K_C=\frac{1}{2}m_Cv^2\Rightarrow3=\frac{1}{2}m_C\times5\Rightarrow m_C=1/2kg$$

۲۴۹- گزینهٔ ۲ (B)

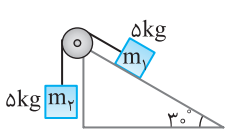


با پایین آمدن جسم B به اندازهٔ ۰/۲m، $m_Bgh=10\times0/2=2J$ انرژی آزاد می‌شود که این انرژی صرف غلبه بر اصطکاک جسم A با سطح $(W_f=-fd=-2\times0/2=-0/4J)$، انرژی جنبشی دو وزنه $(0/8J)$ و تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی فنر می‌شود.

$$\Delta U_{\text{گرانشی}}=\Delta U_{\text{فنر}}+0/4+\Delta K\Rightarrow2=\Delta U_{\text{فنر}}+0/4+0/8\Rightarrow\Delta U_{\text{فنر}}=0/8J$$

$$\Delta U_{\text{فنر}}=-W_{\text{فنر}}=0/8J\Rightarrow W_{\text{فنر}}=-0/8J$$

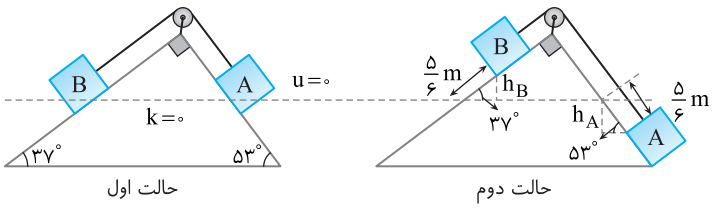
۲۵۰- گزینهٔ ۱ (C)



وقتی وزنهٔ m_2، ۲ متر پایین می‌آید بر ارتفاع m_1 به اندازهٔ یک متر اضافه می‌شود: $(\sin30^\circ=\frac{1}{2})$

$$W_{g_2}+W_{g_1}+W_{f_{k_1}}=K-0\Rightarrow5\times10\times2-5\times10\times1-10\times2=K\Rightarrow K=30J$$

۲۵۱- گزینهٔ ۲ ابتدا مشخص می‌کنیم وزنه A بالا می‌رود یا پایین می‌آید. جرم A از جرم B بیشتر است از طرفی زاویه شیب در سمت A بزرگ‌تر است، بنابراین بسیار منطقی است که A پایین آمده و B بالا برود. اکنون مشخص می‌کنیم وقتی A روی سطح $\frac{۵}{۶}$ متر پایین می‌آید، A در امتداد قائم چند متر پایین می‌آید. با توجه به شکل:



$$\sin ۵۳^\circ=\frac{h_A}{d}\Rightarrow h_A=d\sin ۵۳^\circ=\frac{۵}{۶}\times ۰/۸=\frac{۲}{۳}\,m$$

در این مدت، B که با طناب به A متصل است به اندازهٔ $\frac{۵}{۶}$ متر روی سطح بالا می‌رود.

$$\sin ۳۷^\circ=\frac{h_B}{d}\Rightarrow h_B=d\sin ۳۷^\circ=\frac{۵}{۶}\times ۰/۶\Rightarrow h_B=۰/۵m$$

راه‌حل اول: وزنهٔ A به اندازهٔ $\frac{۲}{۳}m$ پایین آمده است و انرژی پتانسیلی برابر $m_Agh_A=۶\times ۱۰\times\frac{۲}{۳}=۴۰\,J$ آزاد می‌کند وزنهٔ B به اندازهٔ $h_B=۰/۵m$ بالا رفته و انرژی پتانسیل آن برابر $m_Bgh_B=۴\times ۱۰\times ۰/۵=۲۰\,J$ افزایش می‌یابد و تفاوت این دو به انرژی جنبشی وزنه‌ها تبدیل می‌شود. در این صورت:

$$۴۰-۲۰=\frac{۱}{۲}(m_A+m_B)v^۲\Rightarrow ۲۰=\frac{۱}{۲}(۶+۴)v^۲\Rightarrow v^۲=۴\Rightarrow v=۲\,m/s$$

راه‌حل دوم: با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\Rightarrow ۰+۰=U_۲+K_۲\Rightarrow K_۲=-U_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}(m_A+m_B)v^۲=-(-m_Agh_A+m_Bgh_B)$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}(۶+۴)v^۲=-(-۴۰+۲۰)\Rightarrow v=۲\,m/s$$

البته می‌توان این مسأله را به کمک قضیه کار و انرژی نیز حل کرد.

۲۵۲- گزینهٔ ۲ جعبهٔ ۴kg، ۲m پایین آمده پس به اندازهٔ $m_۱g\Delta h$ انرژی پتانسیل گرانشی آزاد می‌کند که این انرژی ابتدا صرف بالا بردن جسم $m_۲$ به اندازهٔ $m_۲g\Delta h$ و مابقی آن تبدیل به انرژی جنبشی $m_۱$ و $m_۲$ می‌شود. این دو جسم به هم متصل‌اند پس $v_۱=v_۲$ می‌باشد و نسبت $\frac{K_۱}{K_۲}=\frac{\frac{۱}{۲}m_۱v^۲}{\frac{۱}{۲}m_۲v^۲}=\frac{m_۱}{m_۲}$

انرژی جنبشی این دو وزنه است:

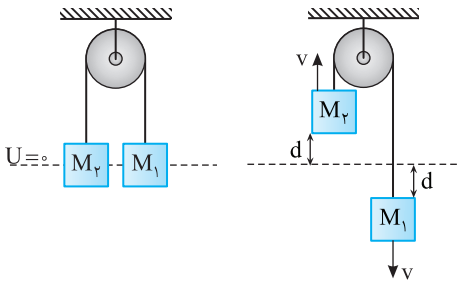
$$m_۱g\Delta h=m_۲g\Delta h+K_۲+K_۱\Rightarrow ۸۰=۲۰+\frac{۱}{۲}\times ۴\times v^۲+\frac{۱}{۲}\times ۱\times v^۲\Rightarrow v^۲=۲۴\Rightarrow v=۲\sqrt{۶}\,m/s$$

۲۵۳- گزینهٔ ۲ قضیهٔ کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$W_{g_۱}+W_{g_۲}=\Delta K\Rightarrow M_۱gd-M_۲gd=K\Rightarrow K=(M_۱-M_۲)gd$$

جسم $M_۱$ پایین می‌آید و جسم $M_۲$ بالا می‌رود، یعنی اینکه هر دو یک اندازه تغییر ارتفاع می‌دهند، بنابراین کار نیروی خالص عبارت است از جمع جبری کار نیروی وزن هر جسم.

۲۵۴- گزینهٔ ۲ **روش اول:** چون دو جرم به وسیلهٔ یک طناب به هم متصل‌اند مقدار جابه‌جایی دو وزنه با هم برابر است یعنی وقتی وزنهٔ $M_۱$ به اندازهٔ d پایین می‌آید و وزنهٔ $M_۲$ به همان اندازه بالا می‌رود و همچنین تندی هر دو وزنه با هم برابر است.



$$E_۱=E_۲\Rightarrow K_۱+U_۱=K_۲+U_۲\Rightarrow K_۲=-U_۲$$

$$\frac{۱}{۲}M_۱v^۲+\frac{۱}{۲}M_۲v^۲=-(M_۲gd-M_۱gd)$$

$$v^۲=\frac{۲gd(M_۱-M_۲)}{M_۱+M_۲}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۲gd(M_۱-M_۲)}{M_۱+M_۲}}$$

روش دوم: وزنهٔ $M_۱$ به اندازهٔ d پایین می‌آید و انرژی پتانسیل $M_۱gd$ را آزاد می‌کند از طرفی وزنهٔ $M_۲$ به اندازهٔ d بالا می‌آید و انرژی پتانسیل $M_۲gd$ را دریافت می‌کند و تفاوت این دو به انرژی جنبشی مجموع وزنه‌ها تبدیل می‌شود.

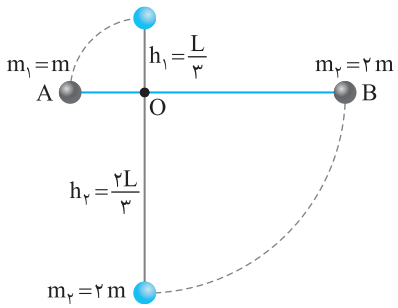
$$M_۱gd-M_۲gd=\frac{۱}{۲}(M_۱+M_۲)v^۲\Rightarrow v^۲=\frac{(M_۱-M_۲)۲gd}{M_۱+M_۲}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۲gd(M_۱-M_۲)}{M_۱+M_۲}}$$

روش سوم: به کمک قضیهٔ کار و انرژی برای کل دستگاه می‌توان نوشت:

$$W_{M_۱g}+W_{M_۲g}=\Delta K\Rightarrow M_۱gd-M_۲gd=\frac{۱}{۲}M_۱v^۲+\frac{۱}{۲}M_۲v^۲$$

$$gd(M_۱-M_۲)=\frac{۱}{۲}v^۲(M_۱+M_۲)\Rightarrow v^۲=\frac{۲gd(M_۱-M_۲)}{M_۱+M_۲}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۲gd(M_۱-M_۲)}{M_۱+M_۲}}$$

۲۵۵- گزینهٔ ۱ (B)



بـا توجه به این‌که $m_۲>m_۱$ بوده $OB>OA$ بنابراین $m_۲$ به سـمت پایین حرکت کرده و $m_۱$ بالا می‌رود. در واقع مجموعه ساعتگرد می‌چرخد. بنابراین $m_۲$ در راستای قائم رو به پایین $۲\frac{L}{۳}$ جابه‌جا می‌شود و کار نیروی وزن $m_۲$ خواهد شد:

$$W_{m_۲g}=m_۲g\times\frac{۲L}{۳}=\frac{۴L}{۳}mg$$

و $m_۱$ در راستای قائم رو به بالا $\frac{L}{۳}$ جابه‌جا می‌شود: $W_{m_۱g}=-m_۱g\frac{L}{۳}=-\frac{L}{۳}mg$ بنابراین:

$$\frac{W_{m_۲g}}{W_{m_۱g}}=\frac{\frac{۴}{۳}Lmg}{-\frac{۱}{۳}Lmg}=-۴$$

۲۸۲- گزینهٔ ۲ (B)

انرژی که پمپ مصرف می‌کند تا مایع را به ارتفاع h منتقل کند برابر mgh است. با توجه به چگالی می‌توان جرم را از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V$ به دست آورد. اکنون نسبت $\frac{P_۲}{P_۱}$ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{m_۲g\frac{h_۲}{t_۲}}{}}{m_۱g\frac{h_۱}{t_۱}}=\frac{\rho_{نفت}V_{نفت}gv_۲}{\rho_{آب}V_{آب}gv_۱}=\frac{۰/۸\times۱۰^۳\times۲v}{۱\times۱۰^۳\times v}=۱/۶$$

۲۸۳- گزینهٔ ۱ (B)

انرژی که پمپ مصرف می‌کند و صرف بلند کردن جسم می‌شود برابر mgh است.

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{mg\frac{h_۲}{t_۲}}{mg\frac{h_۱}{t_۱}}=\frac{mgv}{mgv}=۱$$

۲۸۴- گزینهٔ ۴ (C)

بازده دستگاه برابر است با:

$$Ra'=\frac{E_{مفید}}{E_{کل}}\times۱۰۰=۴۰\Rightarrow\frac{E_{مفید}}{E_{کل}}=۰/۴\xrightarrow{E_{مفید}=E_{کل}-E_{اتلافی}}\frac{E_{کل}-E_{اتلافی}}{E_{کل}}=۰/۴\Rightarrow E_{اتلافی}=۰/۶E_{کل}$$

انرژی اتلافی ٪۲۰ کاهش یافته بنابراین خواهیم داشت:

$$E'_{اتلافی}=۰/۸E_{اتلافی}\Rightarrow E'_{اتلافی}=۰/۸\times۰/۶E_{کل}=۰/۴۸E_{کل}$$

اکنون بازده جدید خواهد شد:

$$Ra'=\frac{E_{کل}-E'_{اتلافی}}{E_{کل}}\times۱۰۰=\frac{۰/۵۲E_{کل}}{E_{کل}}\times۱۰۰=۵۲٪$$

۲۸۵- گزینهٔ ۲ (C)

ابتدا با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی و ثابت بودن تندی اتومبیل داریم:

$$W_t=\Delta K\xrightarrow[K_۱=K_۲]{\text{تندی ثابت}}W_t=۰\Rightarrow W_{mg}+W_{موتور}+W_{f_k}=۰$$

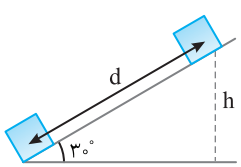
طبق سؤال $W_{f_k}=-\frac{۱}{۵}W_{موتور}$ علامت منفی نیز به دلیل مخالف حرکت بودن نیروی اصطکاک می‌باشد.

$$W_{mg}+W_{موتور}-\frac{۱}{۵}W_{موتور}=۰\Rightarrow\frac{۴}{۵}W_{موتور}=-W_{mg}$$

جسم در حال بالا رفتن است پس $W_{mg}=(-mgh)$ می‌باشد.

$$\frac{۴}{۵}W_{موتور}=-(-mgh)\Rightarrow\frac{۴}{۵}W_{موتور}=mgh\Rightarrow W_{موتور}=\frac{۵}{۴}(۲۰۰۰\times۱۰\times h)\Rightarrow W_{موتور}=۲۵۰۰۰h$$

با توجه به روابط مثلثاتی داریم:



$$\sin۳۰^\circ=\frac{h}{d}\Rightarrow h=d\sin۳۰^\circ=\frac{d}{۲}\quad,\quad W_{موتور}=۲۵۰۰۰\times\frac{d}{۲}=۱۲۵۰۰d$$

حال با توجه به رابطهٔ توان داریم:

$$\overline{P}=\frac{W}{t}=\frac{۱۲۵۰۰d}{t}=۱۲۵۰۰\frac{d}{t}\xrightarrow{\frac{d}{t}=v=۱۰}\overline{P}=۱۲۵۰۰\times۱۰=۱۲۵\,kW$$

فصل ۴ دما و گرما

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای سطح دوم

۲۰- گزینهٔ ۳ درواقع دماسنج با جسمی که می‌خواهد دمای آن را نشان دهد به تعادل گرمایی می‌رسد. پس اگر جرم جسم موردنظر قابل مقایسه با جرم دماسنج باشد و دمای آن نیز متفاوت با دمای دماسنج باشد، آن‌گاه بین جسم و دماسنج تبادل گرمایی صورت گرفته و دمای جسم تغییر می‌کند و دماسنج این دمای جدید تعادل را نشان می‌دهد. پس در این مسأله آب داخل لیوان مقداری گرما از دماسنجی که در برابر تابش خورشید بوده، گرفته و دمایش قدری بیشتر شده است. تغییر دمای دماسنج و هوای اتاق بر اثر تعادل ناچیز است.

۲۱- گزینهٔ ۱ کمینهٔ اندازه‌گیری دماسنج فارنهایت برابر $1^\circ F$ می‌باشد. دقت دماسنج فارنهایت $\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow 1=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{5}{9}^\circ C$

کمینه اندازه‌گیری دماسنج سلسیوس، $5^\circ C$ می‌باشد، پس دقت دماسنج سلسیوس بیشتر است.

۲۲- گزینهٔ ۱ دما برحسب فارنهایت ۱۰ درصد کاهش یافته بنابراین دمای ثانویه برحسب فارنهایت برابر است با:

$$F_2=F_1-\frac{10}{100}F_1\Rightarrow F_2=0/9F_1$$

دما برحسب درجه فارنهایت کاهش یابد، دما برحسب درجه سلسیوس نیز کاهش می‌یابد:

$$\theta_2=\theta_1-6$$

$$F_2=0/9F_1\xrightarrow{F=\frac{9}{5}\theta+32}\frac{9}{5}\theta_2+32=0/9\left(\frac{9}{5}\theta_1+32\right)\Rightarrow\frac{9}{5}(\theta_1-6)+32=0/9\left(\frac{9}{5}\theta_1+32\right)$$

$$\Rightarrow\frac{9}{5}\theta_1-\frac{54}{5}+32=\frac{8/1}{5}\theta_1+28/8\Rightarrow\frac{9}{5}\theta_1+21/2=\frac{8/1}{5}\theta_1+28/8\Rightarrow\frac{0/9}{5}\theta_1=7/6\Rightarrow\frac{9}{5}\theta_1=76$$

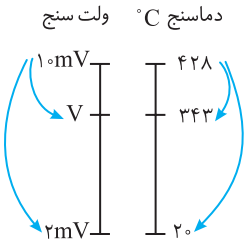
دمای ابتدایی برحسب فارنهایت برابر است با:

$$F_1=\frac{9}{5}\theta_1+32\Rightarrow F_1=76+32=108\,F$$

۲۳- گزینهٔ ۲ دمای جسم را برحسب سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$T=273+\theta\Rightarrow 616=273+\theta\Rightarrow\theta=343^\circ C$$

اکنون با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان اختلاف پتانسیل ولت‌سنج ترموکوپل را در دمای $343^\circ C$ به‌دست آورد.



$$\frac{428-343}{408}=\frac{10-V}{8}\Rightarrow\frac{85}{408}=\frac{10-V}{8}$$

$$\frac{5}{3}=\frac{10-V}{1}\Rightarrow 5=30-3V\Rightarrow 3V=25\Rightarrow V=\frac{25}{3}\,mV$$

۹۵- گزینهٔ ۴ با توجه به نمودار، طول اولیهٔ هر سه میله برابر است و با افزایش دما سرعت رشد میلهٔ X از میلهٔ Y بیشتر است و میلهٔ Z جزء مواردی است که در اثر بالا رفتن دما، طولش کاهش می‌یابد. بنابراین ضریب انبساط میلهٔ X از دو میلهٔ دیگر بیشتر و ضریب انبساط میلهٔ Z منفی است: $\alpha_X>\alpha_Y>\alpha_Z$

بنابراین با افزایش دما، در بین گزینه‌های داده شده، گزینهٔ (۴) که میلهٔ Y ضریب انبساط طولی بیشتری دارد و بیشتر منبسط شده و به طرف بالا خم می‌شود و میلهٔ Z که ضریب انبساط طولی کمتر و منفی دارد طولش کم می‌شود و سطح داخلی را تشکیل می‌دهد.

۹۶- گزینهٔ ۳ اگر میلهٔ بلندتر را B و میلهٔ کوتاه را A بنامیم، می‌توانیم بنویسیم:

$$L_B-L_A=30cm=0/3m\quad(1)$$

دمای هر دو میله را بالا برده و هر دو میله منبسط می‌شوند، مجموع طول آن‌ها با توجه به صورت مسئله برابر $3/009$ متر می‌شود، بنابراین:

$$L'_A+L'_B=3/009\Rightarrow L_A(1+\alpha_A\Delta\theta_A)+L_B(1+\alpha_B\Delta\theta_B)=3/009$$

چون هر دو میله هم‌جنس و هم‌دما می‌باشند پس با افزایش دمای یکسان، $\alpha\Delta\theta$ هر دو یکسان است.

$$(1+\alpha\Delta\theta)(L_A+L_B)=3/009\Rightarrow(1+3\times10^{-5}\times100)(L_A+L_B)=3/009\Rightarrow(1/003)(L_A+L_B)=3/009$$

با فاکتور گرفتن از معادلهٔ بالا:

$$\Rightarrow L_A+L_B=3m\quad(2)$$

حال با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{array}{l}L_A+L_B=3m\\ L_B-L_A=0/3m\ \downarrow-\\ \hline 2L_A=2/7\Rightarrow L_A=1/35m\end{array}$$

۹۷- گزینهٔ ۱ ابتدا باید افزایش دمای میله را به‌دست آوریم، تغییر طول میله برابر $\Delta L=\alpha L_1\Delta\theta$ است، پس:

$$\Delta L=\alpha L_1\Delta\theta\Rightarrow ۰/۱\times۱۰^{-۳}=\alpha\times۱۲\times\Delta\theta\Rightarrow\alpha\Delta\theta=\frac{۱۰^{-۴}}{۱۲}\ ^\circ C$$

اکنون به کمک مقدار $\alpha\Delta\theta$ که به‌دست آورده‌ایم، افزایش سطح حلقه را به‌دست می‌آوریم، اما باید ابتدا شعاع حلقه‌ای که ساخته‌ایم را به‌دست آوریم.

$$\text{محیط}=۲\pi R\xrightarrow{\text{محیط}=۱۲m}۱۲=۲\pi R\Rightarrow۱۲=۶R\Rightarrow R=۲m$$

مساحت اولیه سطح محصور در حلقه برابر است با: $A_1=\pi R^۲=۳\times۴=۱۲m^۲$

اکنون می‌توان تغییر سطح را به‌دست آورد.

$$\Delta A=۲\alpha A_1\Delta\theta\Rightarrow\Delta A=۲A_1(\alpha\Delta\theta)\xrightarrow{\alpha\Delta\theta=\frac{۱۰^{-۴}}{۱۲}}\Delta A=۲\times۱۲\times\frac{۱۰^{-۴}}{۱۲}=۲\times۱۰^{-۴}m^۲=۲\times۱۰^{-۴}\times۱۰^۶mm^۲=۲۰۰mm^۲$$

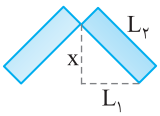
۹۸- گزینهٔ ۲ باید قطر (شعاع) ثانویهٔ سوراخ حداقل برابر قطر (شعاع) گلوله شود:

$$L_{\text{گلوله}}=L_{\text{سوراخ}}\Rightarrow L_1(۱+\alpha\Delta\theta)=L'_1(۱+\alpha'\Delta\theta)\Rightarrow۶(۱+۱/۲\times۱۰^{-۵}\Delta\theta)=۵/۹۹(۱+۱/۹\times۱۰^{-۵}\Delta\theta)$$

$$\Rightarrow۰/۰۱=\Delta\theta\times۱۰^{-۵}(۵/۹۹\times۱/۹-۶\times۱/۲)\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۱۰^{-۲}}{۴/۱۸\times۱۰^{-۵}}\sim۲۳۹^\circ C$$

۴/۰۱ را برابر با ۴ در نظر می‌گیریم، خواهیم داشت: $\Delta\theta\sim۲۳۹^\circ C\Rightarrow۲۳۹=\theta-۳۰\Rightarrow\theta=۲۶۹^\circ C$

۹۹- گزینهٔ ۱ طول اولیهٔ هر قسمت را L_1 و طول ثانویه را $L_۲$ می‌نامیم، با توجه به شکل و قضیهٔ فیثاغورس:



$$x^۲=L_۲^۲-L_1^۲\Rightarrow x^۲=L_1^۲(۱+\alpha\Delta\theta)^۲-L_1^۲\Rightarrow x^۲=L_1^۲(۱+\alpha^۲\Delta\theta^۲+۲\alpha\Delta\theta)-L_1^۲$$

چون α از مرتبهٔ $۱۰^{-۶}$ است، وقتی به توان ۲ می‌رسد، از مرتبهٔ $۱۰^{-۱۲}$ می‌شود و در مقایسه با $\alpha\Delta\theta$ بسیار کوچک شده و در مقابل آن قابل چشم‌پوشی است: $x^۲=۲L_1^۲\alpha\Delta\theta=۲\times(۲۰۰)^۲\times۲۵\times۱۰^{-۶}\times۳۲=۶۴\Rightarrow x=۸cm$

۱۰۰- گزینهٔ ۱ افزایش حجم نهایی برابر با مجموع افزایش حجم دو مایع است.

$$\Delta V=\Delta V_1+\Delta V_۲\Rightarrow۲/۷=V_1\alpha_1\Delta\theta+V_۲\alpha_۲\Delta\theta\xrightarrow{V_1=V_۲}۲/۷=V_1(۱/۲\times۱۰^{-۳}\times۵۰+۱/۵\times۱۰^{-۳}\times۵۰)\Rightarrow V_1=\frac{۲/۷}{۱۳۵\times۱۰^{-۳}}=۲۰cm^۳$$

۱۰۱- گزینهٔ ۴ درصد تغییرات انبساط طولی یک میله برابر است با:

$$\frac{\Delta L}{L_1}\times۱۰۰=\alpha\Delta\theta\times۱۰۰=n\Rightarrow\alpha\Delta\theta=\frac{n}{۱۰۰}\quad(۱)$$

سؤال چند برابر شدن چگالی میله را خواسته یعنی نسبت $\frac{\rho_۲}{\rho_1}$ را باید به‌دست آورد، می‌دانیم $\rho_۲=\rho_1(۱-\beta\Delta\theta)$ بنابراین:

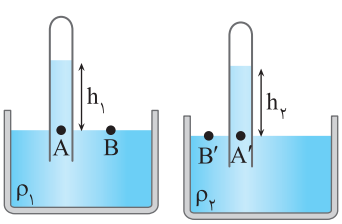
$$\frac{\rho_۲}{\rho_1}=\frac{\rho_1(۱-\beta\Delta\theta)}{\rho_1}=۱-\beta\Delta\theta\xrightarrow{\beta=۳\alpha}\frac{\rho_۲}{\rho_1}=۱-۳\alpha\Delta\theta$$

با توجه به معادلهٔ (۱) $\alpha\Delta\theta=\frac{n}{۱۰۰}$ است بنابراین: $\frac{\rho_۲}{\rho_1}=۱-۳(\frac{n}{۱۰۰})$

۱۰۲- گزینهٔ ۴ اختلاف حجم مایع و ارلن $۱۰۰cm^۳=۹۰۰-۱۰۰۰$ است. با دادن گرما هم مایع و هم ظرف منبسط می‌شود برای آنکه مایع سرریز نشود، باید افزایش حجم مایع $(\Delta V')$ حداکثر به اندازه $۱۰۰cm^۳$ بیشتر از افزایش حجم ارلن (ΔV) باشد تا مایع سرریز نشود.

$$\Delta V'-\Delta V=۱۰۰\xrightarrow[\Delta V'=V_{\text{مایع}}\beta\Delta\theta]{\Delta V=V_{\text{ظرف}}\beta_{\text{ظرف}}\Delta\theta}۹۰۰(۵\times۱۰^{-۴})\Delta\theta-۱۰۰۰(۵\times۱۰^{-۵})\Delta\theta=۱۰۰\Rightarrow۵\times۱۰^{-۵}\Delta\theta(۹۰۰۰-۱۰۰۰)=۱۰۰\Rightarrow\Delta\theta=۲۵۰^\circ C$$

۱۰۳- گزینهٔ ۳ با توجه به آنچه از فصل فشار یاد گرفته‌ایم فشار نقاط A و B، همچنین A′ و B′ با هم برابر است:



$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_1gh_1=P_۰\ ,\ P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow\rho_۲gh_۲=P_۰$$

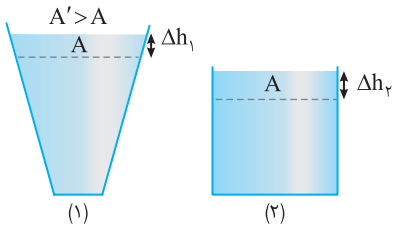
بنابراین: $\rho_1gh_1=\rho_۲gh_۲\Rightarrow\frac{h_۲}{h_1}=\frac{\rho_1}{\rho_۲}$

حال با توجه به رابطهٔ دمایی چگالی $\rho_۲=\rho_1(۱-\beta\Delta\theta)$ داریم: $\frac{h_۲}{h_1}=\frac{\rho_1}{\rho_1(۱-\beta\Delta\theta)}=\frac{۱}{۱-\beta\Delta\theta}$

مزدوج مخرج را در صورت و مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\frac{h_۲}{h_1}=\frac{۱}{۱-\beta\Delta\theta}\times\frac{۱+\beta\Delta\theta}{۱+\beta\Delta\theta}\Rightarrow\frac{h_۲}{h_1}=\frac{۱+\beta\Delta\theta}{۱-(\beta\Delta\theta)^۲}\xrightarrow{(\beta\Delta\theta)^۲\sim۰}\frac{h_۲}{h_1}\sim۱+\beta\Delta\theta$$

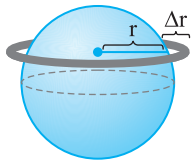
۱۰۴- گزینهٔ ۲ (B) مقدار مایع در دو طرف یکسان است و سطح مقطع بالایی مایع‌ها در دو ظرف یکی است.



با افزایش دما مقدار انبساط دو مایع برابر است: $\Delta V_1 = \Delta V_2$

سطح مقطع ظرف (۲) ثابت است و افزایش ارتفاع آب برابر $\Delta h_2 = \frac{\Delta V_2}{A}$ می‌باشد. اما در ظرف (۱) هرچه مایع بالاتر می‌رود سطح مقطع بزرگ‌تر بوده و با تغییر حجم یکسان، افزایش ارتفاع کمتر است بنابراین افزایش فشار نیز کمتر است $\Delta P_1 < \Delta P_2$

۱۰۵- گزینهٔ ۲ (B) مطابق شکل روبه‌رو با افزایش دما افزایش شعاع لولهٔ فولادی متناسب با آن، میله از سطح زمین فاصله می‌گیرد. ابتدا شعاع میله را به‌دست می‌آوریم.



$$۳۰۰۰۰ = ۲\pi r \Rightarrow r = \frac{۳۰۰۰۰}{۲\times\pi} \Rightarrow r = ۵۰۰۰ km$$

$$\Delta r = \alpha r \Delta\theta \Rightarrow \Delta r = ۱/۲\times۱۰^{-۵}\times۵\times۱۰^{۳}\times۱ \Rightarrow \Delta r = ۶\times۱۰^{-۲} = ۰/۰۶ km = ۶۰ m$$

۱۰۶- گزینهٔ ۳ (C) دقت کنید از همان ابتدا مشخص است که نسبت $a = \frac{\rho_2}{\rho_1}$ از یک کوچک‌تر است، چرا؟ معلوم است با افزایش دما حجم افزایش می‌یابد بنابراین ρ_2 کوچک‌تر از ρ_1 است و a کوچک‌تر از یک خواهد شد. از طرفی $\rho_2 = \rho_1(۱-\beta\Delta\theta)$ است، β ضریب کوچکی است و هر چه بزرگ شود حاصل عبارت $(۱-\beta\Delta\theta)$ زیاد از عدد یک فاصله نمی‌گیرد اکنون به حل زیر دقت کنید.

ابتدا دماها را بر حسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$F_1 = \frac{۹}{۵}\theta_1 + ۳۲ \Rightarrow ۵۰ = \frac{۹}{۵}\theta_1 + ۳۲ \Rightarrow ۱۸ = \frac{۹}{۵}\theta_1 \Rightarrow \theta_1 = ۱۰^\circ C \quad , \quad F_2 = \frac{۹}{۵}\theta_2 + ۳۲ \Rightarrow ۱۲۲ = \frac{۹}{۵}\theta_2 + ۳۲ \Rightarrow ۹۰ = \frac{۹}{۵}\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = ۵۰^\circ C$$

دما پنج برابر شده است و اما تغییرات چگالی:

$$a = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\rho_1(۱-\beta\Delta\theta)}{\rho_1} = ۱-\beta\Delta\theta \xrightarrow{\text{دما بالا رفته}} a = ۱-\beta(۴۰) \Rightarrow a = ۱-۴۰\beta$$

ضریب انبساط حجمی از مرتبه $۱۰^{-۳}$ یا کوچک‌تر است. از این‌رو، a تقریباً خواهد شد:

$$a \sim ۱-۴۰\times۱۰^{-۳} \sim ۱-۰/۰۴ \sim ۰/۹۶ < ۱$$

۱۰۷- گزینهٔ ۲ (B) **خط فکری:** وقتی آونگ را گرم می‌کنیم هم کرهٔ برنجی و هم کابل فولادی آن منبسط می‌شوند و اگر جمع افزایش طول آن‌ها ۲/۷mm شود، کرهٔ برنجی آونگ به زمین می‌رسد، بنابراین:

$$\Delta L_{\text{کل}} = \Delta L_{\text{کابل}} + \Delta D_{\text{کره}}$$

$$\Delta L_{\text{کل}} = \alpha_{\text{فولاد}} L\Delta\theta + \alpha_{\text{برنج}} D\Delta\theta \xrightarrow[\substack{L = ۱۰ m = ۱۰^۴ mm \\ D = ۴۰ cm = ۴۰۰ mm}]{\Delta L_{\text{کل}} = ۲/۷ mm} ۲/۷ = ۱۰^{-۵}\times۱۰^۴\times\Delta\theta + ۲\times۱۰^{-۵}\times۴۰۰\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow ۲/۷ = \Delta\theta\,(۱۰^{-۱} + ۰/۰۰۸) \Rightarrow ۲/۷ = \Delta\theta\,(۰/۱۰۸) \Rightarrow \Delta\theta = ۲۵^\circ C$$

۱۷۱- گزینهٔ ۲ (B) تغییر طول دو میله در اثر افزایش دمای آن‌ها است. از این‌رو، ابتدا نسبت تغییر دمای آن‌ها را به‌دست آوریم:

گرمای داده شده به دو میله یکسان است، بنابراین:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{m_B c_B}{m_A c_A} \xrightarrow{c_A = c_B \text{ هر دو مسی}} \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

با توجه به رابطهٔ چگالی $\rho = \frac{m}{V}$، جرم هر میله برابر ρV است که چون هر دو میله از جنس مس هستند، $\rho_A = \rho_B$ و $\frac{m_B}{m_A}$ برابر $\frac{V_B}{V_A}$ می‌باشد:

$$\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho V_B}{\rho V_A} = \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow[A_A = ۱/۲ A_B \,,\, l_A = l_B]{V = Al} \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{A_B l}{A_A l} = \frac{A_B}{A_A} = \frac{۱}{۱/۲}$$

درصد تغییرات طولی برابر $\alpha\Delta\theta\times۱۰۰$ است که باز چون دو میله هم‌جنس‌اند پس $\alpha_B = \alpha_A$ می‌باشد:

$$\frac{\text{درصد تغییرات طولی میله A}}{\text{درصد تغییرات طولی میله B}} = \frac{\alpha_A\Delta\theta_A\times۱۰۰}{\alpha_B\Delta\theta_B\times۱۰۰} = \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{۱}{۱/۲} = \frac{۱۰}{۱۲} = \frac{۵}{۶}$$

۱۷۲- گزینهٔ ۲ ابتدا مشخص می‌کنیم که جرم میلهٔ دوم چند برابر جرم میلهٔ اول است. می‌دانیم حجم میله برابر مساحت قاعده $(A=\pi r^2)$ ضرب در ارتفاع (طول میله l) است.

$$\begin{cases} V_1=A_1l_1\Rightarrow V_1=\pi\frac{D^2}{4}l \\ V_2=A_2l_2\Rightarrow V_2=\pi\frac{(2D)^2}{4}\times\frac{l}{2} \end{cases}\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=2$$

میله‌ها هم‌جنس بوده و چگالی آن‌ها برابر است از این‌رو:

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{\frac{m_2}{\rho}}{\frac{m_1}{\rho}}=\frac{m_2}{m_1}\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=2$$

در هر دو مورد گرمای یکسانی داده شده:

$$Q_1=Q_2\Rightarrow m_1c\Delta\theta_1=m_2c\Delta\theta_2\xrightarrow{m_2=2m_1}\Delta\theta_2=\frac{1}{2}\Delta\theta_1$$

در این صورت:

$$\Delta l=\alpha l\Delta\theta\Rightarrow\Delta l_2=\alpha l_2\Delta\theta_2=\alpha\times\frac{l_1}{2}\times\frac{1}{2}\Delta\theta_1=\alpha\frac{l_1}{4}\Delta\theta_1=\frac{\Delta l_1}{4}\xrightarrow{\Delta l_1=2mm}\Delta l_2=\frac{1}{2}mm$$

۱۷۳- گزینهٔ ۳ ابتدا توان مفید گرمکن را حساب می‌کنیم:

$$Ra=\frac{p_{مفید}}{p_{کل}}\times100\Rightarrow80=\frac{P_{مفید}}{3000}\times100\Rightarrow P_{مفید}=2400W$$

توان مفید صرف گرم کردن آب و گرم‌کن شده است. حال با توجه به رابطهٔ $P_{مفید}=\frac{Q}{t}$ زمان لازم برای رسیدن از دمای $10^\circ C$ به $20^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$P_{مفید}=\frac{Q}{t}\Rightarrow p_{مفید}=\frac{Q_{گرمکن}+Q_{آب}}{t}\Rightarrow2400=\frac{C_{گرمکن}\Delta\theta+mc\Delta\theta}{t}\Rightarrow2400=\frac{300(20-10)+1\times4200(20-10)}{t}\Rightarrow t=\frac{45000}{2400}=18/75\,s$$

۱۷۴- گزینهٔ ۳ ابتدا به کمک رابطهٔ گرماسنجی، جرم ماده را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow2/5\times10^3=m\times250\times20\Rightarrow m=0/5kg$$

جرم مولی یعنی جرم یک مول از ماده بنابراین کافی است جرم به‌دست آمده را به تعداد مول‌ها (۱۰ مول) تقسیم کنیم.

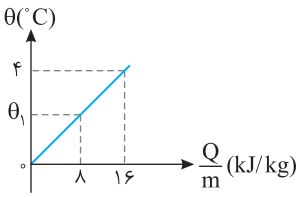
$$M=\frac{m}{n}\Rightarrow M=\frac{0/5}{10}=0/05\,kg/mol\Rightarrow M=50\,g/mol$$

۱۷۵- گزینهٔ ۱ قانون پایستگی انرژی (گرمایی) را می‌نویسیم:

$$\underbrace{m_1c_1(\theta-\theta_1)}_{\text{آلومینیوم}}+\underbrace{m_2c_2(\theta-\theta_2)}_{\text{آب}}+Q_3=0\Rightarrow\frac{2}{10}\times900(\theta-200)+\frac{5}{10}\times4000(\theta-10)+3300=0$$

$$180\theta-36000+2000\theta-20000+3300=0\Rightarrow2180\theta=52700\Rightarrow\theta\sim24^\circ C$$

۱۷۶- گزینهٔ ۳ نمودار (ب) به صورت خطی است که از مبدأ می‌گذرد، بنابراین می‌توانیم تناسب ساده‌ای بنویسیم:



$$\frac{16}{8}=\frac{4}{\theta_1}\Rightarrow\theta_1=2^\circ C$$

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow\frac{Q}{m}=c\Delta\theta\Rightarrow16\times10^3=c_B\times4\Rightarrow c_B=4\times10^3\,J/kg^\circ C$$

با توجه به نمودار (الف)، تا رسیدن به حالت تعادل یعنی دمای $40^\circ C$، تغییر دماها نیز مشخص شده است، قانون پایستگی انرژی گرمایی را می‌نویسیم:

$$Q_A+Q_B=0\Rightarrow m_Ac_A(40-\theta_A)+m_Bc_B(40-\theta_B)=0\Rightarrow5c_A(40-100)+1/5\times4\times10^3\times(40-20)=0\Rightarrow c_A=400\,J/kg^\circ C$$

۱۷۷- گزینهٔ ۳ تبادل گرما بین دو جسم A و B صورت گرفته است:

$$Q_A+Q_B=0\Rightarrow m_Ac_A\left(\frac{\theta_A+\theta_B}{2}-\theta_A\right)+m_Bc_B\left(\frac{\theta_A+\theta_B}{2}-\theta_B\right)=0\Rightarrow m_Ac_A\left(\frac{\theta_B-\theta_A}{2}\right)+m_Bc_B\left(\frac{\theta_A-\theta_B}{2}\right)=0$$

$$m_Ac_A\left(\frac{\theta_B-\theta_A}{2}\right)=-m_Bc_B\left(\frac{\theta_A-\theta_B}{2}\right)\Rightarrow m_Ac_A\left(\frac{\theta_B-\theta_A}{2}\right)=m_Bc_B\left(\frac{\theta_B-\theta_A}{2}\right)$$

بنابراین $m_Ac_A=m_Bc_B$ می‌باشد، پس ظرفیت گرمایی دو جسم با هم برابر است. ظرفیت گرمایی A را از روی نمودار به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} Q=10\,kJ \\ \Delta\theta=20^\circ C \end{cases}\Rightarrow10\times10^3=m_Ac_A\times20\Rightarrow m_Ac_A=500\,J/kg\Rightarrow C_A=500\,J/kg$$

ظرفیت گرمایی جسم B نیز برابر $500\,J/kg$ می‌باشد.

۱۷۸- گزینهٔ ۲ (B) به هر دو مایع یک اندازه گرما داده شده است:

$$\begin{cases}(۱):Q=mc_A\theta\\(۲):Q=۲mc_B\theta\end{cases}\Rightarrow mc_A\theta=۲mc_B\theta\Rightarrow c_A=۲c_B$$

حال اگر به مخلوط دو جسم گرمای Q دهیم، چون دمای ابتدایی آن‌ها یکسان است و از طرفی با هم در تماس هستند دمای نهایی آن‌ها یکسان می‌باشد.

$$Q=Q_A+Q_B\Rightarrow Q=mc_A\Delta\theta+۲mc_B\Delta\theta\xrightarrow{c_A=۲c_B}Q=۲mc_B\Delta\theta+۲mc_B\Delta\theta\Rightarrow Q=۴mc_B\Delta\theta\quad(۳)$$

با توجه به رابطهٔ (۲) گرمای Q برابر $Q=۲mc_B\theta$ بوده است. از این‌رو:

$$(۲),(۳)\Rightarrow ۲mc_B\theta=۴mc_B\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{\theta}{۲}$$

۱۷۹- گزینهٔ ۳ (B) سؤال نسبتاً طولانی هست چون باید دوبار در شرایط مختلف، تعادل گرمایی دو جسم را بررسی کنیم. اگر دمای مایع (۱) را $\theta_۱$ و دمای مایع‌های (۲) و (۳) در شرایط اولیه را θ' بگیریم با شرط $\theta_۱>\theta'$ دمای تعادل θ از θ' بزرگ‌تر و از $\theta_۱$ کوچک‌تر خواهد بود:

$$|Q_۱|=Q_۲\Rightarrow m_۱c_۱(\theta_۱-\theta)=m_۲c_۲(\theta-\theta')\Rightarrow m_۱c_۱(\theta_۱-\theta)=۳c_۲(\theta-\theta')\quad(۱)$$

$$|Q_۱|=Q_۳\Rightarrow m'_۱c_۱(\theta_۱-\theta)=m_۳c_۳(\theta-\theta')\Rightarrow\frac{m_۱}{۲}c_۱(\theta_۱-\theta)=۵c_۳(\theta-\theta')\Rightarrow m_۱c_۱(\theta_۱-\theta)=۱۰c_۳(\theta-\theta')\quad(۲)$$

اگر دو معادلهٔ (۱) و (۲) را بر هم تقسیم کنیم داریم:

$$\frac{m_۱c_۱(\theta_۱-\theta)}{m_۱c_۱(\theta_۱-\theta)}=\frac{۳c_۲(\theta-\theta')}{۱۰c_۳(\theta-\theta')}\Rightarrow۱=\frac{۳c_۲}{۱۰c_۳}\Rightarrow\frac{c_۲}{c_۳}=\frac{۱۰}{۳}$$

۱۸۰- گزینهٔ ۴ (B) ابتدا با توجه به تبادل گرمایی، دمای تعادل را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_{میله}+Q_{مایع}=۰\Rightarrow C_{میله}\Delta\theta_{میله}+m_{مایع}c_{مایع}\Delta\theta_{مایع}=۰\Rightarrow ۵۰۰(\theta_e-۴۰۰)+۵\times۴۰۰(\theta_e-۰)=۰\Rightarrow(\theta_e-۴۰۰)+۴\theta_e=۰\Rightarrow۵\theta_e=۴۰۰\Rightarrow\theta_e=۸۰^\circ C$$

بنابراین دمای میله به اندازهٔ $\theta_e-\theta_۱=(۸۰-۴۰۰)=-۳۲۰\,C$ کاهش یافته است.

$$\frac{\Delta L}{L_۱}\times۱۰۰=\alpha\Delta\theta\times۱۰۰=۲\times۱۰^{-۵}(-۳۲۰)\times۱۰۰=-۰/۶۴٪$$

۱۸۱- گزینهٔ ۱ (B) جرم فلز به‌کار رفته در ساخت نیمکره برابر است با:

$$m_{فلز}=\rho_{فلز}V\Rightarrow m_{فلز}=۱۰\times\frac{۱}{۲}[\frac{۴}{۳}\pi(۱۰^۳-۵^۳)]=۱۷۵۰۰\,g=۱۷/۵kg$$

آب درون حفره ریخته شده پس حجم آب برابر حجم حفره است:

$$m_{آب}=\rho_{آب}V_{حفره}\Rightarrow m_{آب}=۱\times\frac{۱}{۲}[\frac{۴}{۳}\pi(۱۲۵)]=۲۵۰\,g=۰/۲۵kg$$

با توجه به قانون پایستگی انرژی دمای تعادل را حساب می‌کنیم.

$$Q_{فلز}+Q_{آب}=۰\Rightarrow۱۷/۵\times۱۰۰\times(\theta_e-۸۰)+۰/۲۵\times۴۲۰۰\times(\theta_e-۱۰)\Rightarrow۰/۲۵\times۴۲۰۰\times(\theta_e-۱۰)=۱۷/۵\times۱۰۰\times(۸۰-\theta_e)$$

$$\Rightarrow۱۰/۵(\theta_e-۱۰)=۱۷/۵(۸۰-\theta_e)\Rightarrow۱۰/۵\theta_e-۱۰۵=۱۴۰۰-۱۷/۵\theta_e\Rightarrow۲۸\theta_e=۱۵۰۵\Rightarrow\theta_e=۵۳/۷۵^\circ C$$

۱۸۲- گزینهٔ ۱ (C) در هر مرحله پایستگی انرژی گرمایی را می‌نویسیم. البته کافی است که فقط دوبار این کار را انجام دهیم و سپس به رابطهٔ موجود پی می‌بریم؛ در مرحلهٔ اول داریم:

$$(M-m)c(\theta-\theta_۱)+mc\theta=۰\Rightarrow\theta(M-m+m)=(M-m)\theta_۱\Rightarrow\theta=\frac{(M-m)\theta_۱}{M}$$

در مرحلهٔ دوم $(M-m)$ گرم آب θ درجه و m گرم آب صفر درجه داریم. اگر دمای تعادل در این حالت θ' باشد و قانون پایستگی انرژی گرمایی را بنویسیم، خواهیم داشت:

$$(M-m)c(\theta'-\theta)+mc\theta'=۰\Rightarrow(M-m)(\theta'-\frac{M-m}{M}\theta_۱)+m\theta'=۰\Rightarrow\theta'=\frac{(M-m)^۲}{M^۲}\theta_۱\Rightarrow\theta_n=\frac{(M-m)^n\theta_۱}{M^n}$$

۲۴۶- گزینهٔ ۲ (B) **خط فکری:** تنها نکتهٔ مهم این است که توان گرمایی که در مدت ۳۰ s دمای آب از $۴۰^\circ C$ به $۱۰۰^\circ C$ می‌رسد با توان گرمایی که صرف تبخیر ۱۰۰ cc آب می‌شود برابر است.

۲۰۰ cc برابر $۲۰۰\,cm^۳$ است که با توجه به چگالی آب $۱\,g/cm^۳$، $۲۰۰\,cm^۳$ آب برابر ۲۰۰g است. توان گرمایی چراغ گازی را در دو حالت برابر قرار می‌دهیم.

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow\frac{Q_۱}{t_۱}=\frac{Q_۲}{t_۲}\Rightarrow\frac{mc\Delta\theta}{t_۱}=\frac{mL_V}{t_۲}\Rightarrow\frac{۰/۲\times۴۲۰۰\times۶۰}{۳۰}=\frac{۰/۱\times L_V}{۱۲۰+۲۵}\Rightarrow L_V=۲۴۳۶۰۰۰\,J/kg=۲۴۳۶\,J/g$$

۲۴۷- گزینهٔ ۳ (C) ابتدا گرمایی که یخ $-۸^\circ C$ می‌گیرد تا به یخ صفر $۰^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم:

$$Q_۱=m_۱c\Delta\theta=۲۵۰\times\frac{۱}{۲}\times۸=۱۰۰۰\,cal$$

حال گرمایی که یخ $۰^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $۰^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم:

$$Q'_۱=m_۱L_F=۲۵۰\times۸۰=۲۰۰۰۰\,cal$$

حداکثر مقدار گرمایی که آب $۶۰^\circ C$ می‌تواند از دست بدهد را نیز به دست می‌آوریم:

$$|Q_۲|=m_۲c\Delta\theta=۱۵۰\times۱\times۶۰=۹۰۰۰\,cal$$

$Q_۲>Q_۱$، پس یخ $-۸^\circ C$ به یخ صفر درجه تبدیل می‌شود، اما برای آن که همهٔ یخ ذوب شود، به ۲۰۰۰۰ cal گرما نیاز دارد در حالی که آب به اندازهٔ $۹۰۰۰-۱۰۰۰=۸۰۰۰\,cal$ گرما می‌تواند بدهد تا با یخ هم‌دما شود. از این رو، مخلوط آب و یخ $۰^\circ C$ خواهیم داشت. اکنون جرم یخ ذوب شده را حساب می‌کنیم:

$$۸۰۰۰=mL_F\Rightarrow m=\frac{۸۰۰۰}{۸۰}=۱۰۰\,g$$ یخ ذوب شده

در نتیجه ۲۵۰ گرم آب صفر درجه و ۱۵۰ گرم یخ صفر درجه باقی خواهد ماند.

تست ۱ ۱۰۰ گرم آب $10^\circ C$ را روی ۵۰ گرم یخ $-40^\circ C$ می‌ریزیم. دمای تعادل و جرم یخ پس از تعادل کدام است؟
($L_F=336\ J/g$ و $c_W=4/2\ J/g.^\circ C$ ، $c_I=2/1\ J/g.^\circ C$)

۱) $40\ g$ ، $0^\circ C$ ۲) $50\ g$ ، $0^\circ C$ ۳) $60\ g$ ، $-10^\circ C$ ۴) صفر ، $10^\circ C$

پاسخ کابتدا گرمایی را که یخ لازم دارد تا دمایش $0^\circ C$ شود به‌دست می‌آوریم:

$$Q_i=mc\Delta\theta=50\times2/1\times40=4200\ J$$

گرمایی که آب $10^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش $0^\circ C$ شود برابر است با:

$$Q_w=mc\Delta\theta=100\times4/2\times(0-10)=-4200\ J$$

$Q_i=Q_w$ شده است، بنابراین دمای مخلوط یخ و آب صفر می‌شود و جرم یخ تغییر نمی‌کند.

گزینهٔ ۲

۲۴۸- گزینهٔ ۲ همهٔ گرمایی که قطعه مس به آب می‌دهد، به آب نمی‌رسد بلکه فقط $\frac{4}{5}$ این مقدار گرما را آب دریافت می‌کند بنابراین رابطهٔ تعادل گرمایی را این‌گونه می‌نویسیم:

$$\underbrace{\frac{4}{5}Q_1}_{\text{گرمایی که مس می‌دهد}}+\underbrace{Q_2}_{\text{گرمایی که آب می‌گیرد}}=0\Rightarrow\frac{4}{5}m_1c_1(\theta-\theta_1)+m_2c_2(\theta-\theta_2)=0\Rightarrow\frac{4}{5}\times\frac{2}{10}\times4200(\theta-100)+\frac{6}{10}\times4200(\theta-20)=0\Rightarrow\frac{8}{50}\times(\theta-100)+6(\theta-20)=0$$

$$0/16\theta-16+6\theta-120=0\Rightarrow6/16\theta=136\Rightarrow\theta\sim22^\circ C$$

۲۴۹- گزینهٔ ۴ در اثر ذوب شدن یخ جرم ثابت می‌ماند، اما از حجم یخ کاسته می‌شود:

$$\Delta V=V'-V\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}40=\frac{m}{0/9}-\frac{m}{1}\Rightarrow40=\frac{m-0/9m}{0/9}\Rightarrow40=\frac{1}{9}m\Rightarrow m=360\ \text{گرم}$$

جرم اولیهٔ یخ ۳۶۰ گرم بوده است.

$$Q=mL_F=360\times340=122400J=122/4kJ$$

۲۵۰- گزینهٔ ۲ قرار است دمای مخلوط آب و یخ $2^\circ C$ تغییر کند. یک‌بار از مخلوط گرما می‌گیریم، بنابراین دمای مخلوط از $0^\circ C$ باید به $-2^\circ C$ برسد اما برای این کار ابتدا آب $0^\circ C$ باید به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود و کل یخ $(50\ g)$ به دمای $-2^\circ C$ برود. بار دیگر باید به مخلوط گرما بدهیم تا دمایش از $0^\circ C$ به $2^\circ C$ برسد اما این بار ابتدا باید یخ $0^\circ C$ ذوب شود سپس کل آب $0^\circ C$ یعنی $50g$ آب، باید با دریافت گرما دمایش به $2^\circ C$ برسد. با رسم طرحواره‌های زیر در هر دو حالت مسئله را حل می‌کنیم.

حالت (۱): $|Q_{کل}|=|Q_1|+|Q_2|\Rightarrow|Q_{کل}|=0/02\times336000+0/05\times2100\times2=6720+210=6930\ J$

حالت (۲): $Q'_{کل}=Q'_1+Q'_2\Rightarrow Q'_{کل}=0/03\times336000+0/05\times4200\times2=10080+420=10500\ J$

$$\frac{Q_{کل}}{Q'_{کل}}=\frac{6930}{10500}=\frac{231}{350}=\frac{33}{50}$$

۲۵۱- گزینهٔ ۲ گرمایی که یخ برای ذوب شدن لازم دارد، توسط گرمای گرفته شده از بخار تأمین می‌شود. اما بخار $100^\circ C$ ابتدا به آب $100^\circ C$ سپس به آب $0^\circ C$ تبدیل می‌شود. در طول این فرایند، به یخ گرما می‌دهد تا دمای آن را از $-32^\circ C$ به $0^\circ C$ برساند سپس آن را به آب $0^\circ C$ تبدیل کند. در این صورت:

$$m_ic_i\Delta\theta_i+m_iL_F=m_VL_V+m_Vc\Delta\theta_V\Rightarrow40\times2/1\times32+40\times336=m_V\times2268+m_V\times4/2\times100$$

دو طرف را به ۴/۲ تقسیم می‌کنیم.

$$40\times0/5\times32+40\times80=m_V\times540+100\times m_V\Rightarrow m_V=\frac{640+3200}{640}\Rightarrow m_V=6g$$

۲۵۲- گزینهٔ ۲ در حل این مسائل باید مرحله به مرحله پیش رفت و مشخص کرد که آیا تمام یخ ذوب می‌شود؟ و یا تمام بخار آب به آب تبدیل می‌شود؟ برای این منظور ابتدا گرمایی که یخ $-۱۵^\circ C$ می‌گیرد تا دمایش صفر شود و گرمایی که بخار آب $۱۰۰^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب $۱۰۰^\circ C$ تبدیل شود را به دست آورده و با هم مقایسه می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} Q_۱=m_۱c_i\Delta\theta\Rightarrow Q=۲۰۰\times\frac{۴/۲}{۲}\times۱۵=۱۵۰۰\times۴/۲J \\ Q_۲=m_۲L_V=۱۰\times۵۴۰\times۴/۲=۵۴۰۰\times۴/۲J \end{array}\right\}\Rightarrow Q_۲>Q_۱$$

بنابراین تمام یخ $-۱۵^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود.

اکنون بررسی می‌کنیم، گرمایی که یخ $۰^\circ C$ لازم دارد تا به‌طور کامل ذوب شود چه مقدار است. $Q_۳=m_iL_F=۲۰۰\times۸۰\times۴/۲=۱۶۰۰۰\times۴/۲J$

که مقدار $Q_۳$ به مراتب از مقدار $Q_۲$ بیشتر است و حتماً تمام بخار آب به آب $۱۰۰^\circ C$ تبدیل می‌شود.

مرحلهٔ بعدی بررسی مقدار گرمایی است که آب $۱۰۰^\circ C$ با از دست دادن آن به آب $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود.

$$Q_۴=m_۲c\Delta\theta=۱۰\times۴/۲\times۱۰۰=۱۰۰۰\times۴/۲J$$

در مجموع $۱۰۰g$ بخار آب با از دست دادن $Q_۲+Q_۴=۵۴۰۰\times۴/۲+۱۰۰۰\times۴/۲=۶۴۰۰\times۴/۲J$ گرما به آب $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود از طرفی $۲۰۰g$ یخ $-۱۵^\circ C$ برای تبدیل کامل به آب باید گرمای $Q_۱+Q_۳=۱۷۵۰۰\times۴/۲J$ را دریافت کند.

که این مقدار گرما به مراتب از مقدار گرمایی که بخار از دست می‌دهد بیشتر بوده، بنابراین تنها بخشی از یخ به آب تبدیل می‌شود و در نهایت مخلوط آب و یخ در حال تعادل $(۰^\circ C)$ خواهیم داشت.

۲۵۳- گزینهٔ ۴ مجدداً یادآوری می‌کنیم خط فکری‌ای که شما باید دنبال کنید این است که وقتی از مخلوط گرما می‌گیریم چه مراحلی اتفاق می‌افتد، قطعاً در این حالت ابتدا بخار آب $۱۰۰^\circ C$ موجود در مخلوط با از دست دادن گرما به آب $۱۰۰^\circ C$ تبدیل می‌شود که باید این گرما را به‌دست بیاوریم.

$$Q=mL_V\Rightarrow Q=۱۰^۳\times۵۴۰\Rightarrow Q=۵۴۰\,kcal$$

اما از مخلوط $۱۱۱۰\,kcal$ گرفته‌ایم، بنابراین مراحل تغییرات ادامه دارد و مقدار $۱۱۱۰-۵۴۰=۵۷۰\,kcal$ سبب کاهش دمای $۳kg$ آب $۱۰۰^\circ C$ خواهد شد:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow -۵۷۰=۳\times۱\times(\theta-۱۰۰)\Rightarrow -۱۹۰=\theta-۱۰۰\Rightarrow\theta=-۹۰^\circ C$$

جواب عجیبی به‌دست آمد آب با دمای $-۹۰^\circ C$ که غیرممکن است. چه اتفاقی افتاده است؟

ابتدا آب از $۱۰۰^\circ C$ به $۰^\circ C$ می‌رسد و سپس به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود. اما برای این امر باید چه مقدار گرما از آب بگیریم.

$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=۳\times۱\times۱۰۰=۳۰۰\,kcal$ صرف تبدیل آب $۱۰۰^\circ C$ به آب $۰^\circ C$ شده است، بنابراین از $۵۷۰\,kcal$ گرما، $۳۰۰\,kcal$ صرف کاهش دما می‌شود و هنوز $۵۷۰-۳۰۰=۲۷۰\,kcal$ گرما از مخلوط گرفته‌ایم که این کار، سبب تبدیل $۳kg$ آب $۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ می‌شود. اما آیا همهٔ آب، یخ می‌زند؟ ابتدا گرمایی که باید از $۳kg$ آب $۰^\circ C$ بگیریم تا یخ بزند را به دست می‌آوریم. $Q=mL_F=۳\times۸۰=۲۴۰\,kcal<۲۷۰\,kcal$

وای خدای من هنوز مسئله ادامه داره!!!

تمام آب به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود اما هم‌چنان از یخ $۳۰\,kcal$ گرما گرفته می‌شود و دمای آن از $۰^\circ C$ پایین‌تر می‌رود.

$$Q=m_ic_i\Delta\theta\Rightarrow -۳۰=۳\times۰/۵\times(\theta-۰)\Rightarrow\theta=-۲۰^\circ C$$

عجب تست وحشتناکی!!! ☹

۲۵۴- گزینهٔ ۴ **خط فکری:** در حل این تست، مرحله به مرحله باید اتفاقی که برای آب با از دست دادن گرما رخ می‌دهد، بررسی کنیم. یعنی مشخص کنیم برای آنکه آب دمایش $۰^\circ C$ شود، چه مقدار گرما از دست می‌دهد و آن را با $۱۲۶kJ$ مقایسه کنیم، سپس معین کنیم برای آنکه آب $۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ تبدیل شود چه مقدار گرما باید از دست بدهد و آن را نیز با $۲۱۶kJ$ مقایسه کنیم برای درک بهتر به مراحل حل مسئله دقت کنید.

۱) ابتدا گرمایی که آب از دست می‌دهد تا دمایش $۰^\circ C$ شود را حساب می‌کنیم. $Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q_۱=۰/۲\times۴/۲\times-۵۰\Rightarrow Q_۱=-۴۲kJ$

۲) گرمایی که آب $۰^\circ C$ از دست می‌دهد تا به یخ $۰^\circ C$ تبدیل شود را نیز حساب می‌کنیم. چون آب گرما از دست می‌دهد باید بنویسیم:

$$Q_۲=-mL_F\Rightarrow Q_۲=-۰/۲\times۳۳۶=-۶۷/۲kJ$$

۳) اکنون اگر جمع $|Q_۱|$ و $|Q_۲|$ از مقدار $۱۲۶kJ$ گرمای گرفته شده از آب کمتر باشد، تمام آب، یخ می‌زند.

$$|Q_۱|+|Q_۲|=۴۲+۶۷/۲=۱۰۹/۲kJ<۱۲۶kJ$$

۴) بنابراین تمام آب یخ زده است و چون به گرفتن گرما ادامه داده‌ایم، دمای یخ از $۰^\circ C$ پایین‌تر می‌رود. اما چه مقدار گرما از یخ گرفته‌ایم:

$$|Q_۳|=|۱۲۶-۱۰۹/۲|=۱۶/۸kJ$$

۵) اکنون دمای نهایی یخ را حساب می‌کنیم. $Q_۳=mc\Delta\theta\Rightarrow -۱۶/۸=۰/۲\times۲/۱(\theta_f-۰)\Rightarrow\theta_f=-۴۰^\circ C$

در نتیجه در نهایت $۲۰۰g$ یخ با دمای $-۴۰^\circ C$ تولید شده است.

۲۵۵- گزینهٔ ۲ ©

خط فکری: گرمکن به آب و یخ در حال تعادل گرما می‌دهد. در آب و یخ در حال تعادل، دمای هر دو صفر درجه است و هرچه گرما به آن‌ها داده شود تنها باعث ذوب یخ شده تا دمای تعادل همان صفر درجه باقی بماند.

روش اول: با توجه به نمودار در مدت ۱۰۰s، ۵۰g یخ ذوب شده است، بنابراین:

$$Q=mL_F \Rightarrow Q=50\times10^{-3}\times336\times10^{3}=16800\,J$$

توان گرمکن ثابت است، پس توان گرمکن را به‌دست می‌آوریم تا آهنگ گرما دادن به مخلوط آب و یخ مشخص شود:

$$P=\frac{Q}{t}=\frac{16800}{100}=168\,J/s$$

جرم اولیه یخ ۲۰۰g و مجموع جرم آب و یخ ۲۵۰g است پس در مخلوط ۵۰g آب داریم، برای اینکه هر دو هم‌جرم شوند، باید نصف جرم یخ و نصف دیگر آب باشد یعنی $\frac{250}{2}=125\,g$ یخ و $\frac{250}{2}=125g$ آب داشته باشیم.

$$\underbrace{200\,g}_{\text{جرم اولیه یخ}}-\underbrace{125\,g}_{\text{جرم ثانویه یخ}}=\underbrace{75\,g}_{\text{جرم یخ ذوب شده}}$$

گرمای لازم برای ذوب ۷۵g یخ را حساب می‌کنیم:

$$Q'=m'L_F \Rightarrow Q'=75\times10^{-3}\times336\times10^{3}=25200\,J$$

گفتیم توان ثابت است پس با توجه به توان گرمایی به‌دست آمده، مدت زمان خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$P=168=\frac{Q'}{t'}\Rightarrow t'=\frac{25200}{168}=150\,s$$

روش دوم: با توجه به نمودار در مدت ۱۰۰s، $200-150=50\,g$ یخ ذوب شده برای اینکه جرم یخ و آب یکسان شود باید جرم هرکدام از آن‌ها $\frac{250}{2}=125\,g$ شود یعنی $200-125=75\,g$ یخ ذوب شود. چون نمودار خطی است می‌توان از تناسب به راحتی پاسخ را به‌دست آورد.

یخ ذوب شده	مدت زمان ذوب
۵۰g	۱۰۰
۷۵g	t

$$\Rightarrow t=\frac{100\times75}{50}=150\,s$$

۲۵۶- گزینهٔ ۲ Ⓑ

با توجه به نمودار در مدت ۴۰ دقیقه دمای یخ از $-30^\circ C$ به $-10^\circ C$ و دمای آب نیز از $40^\circ C$ به $0^\circ C$ رسیده چون گرمایی که آب از دست داده برابر گرمایی است که یخ می‌گیرد بنابراین می‌توان نوشت:

$$|Q_{آب}|=Q_{یخ}\Rightarrow 0/5\times4200\times40=m\times2100\times20\Rightarrow m=2kg$$

از ۴۰ دقیقه تا ۶۰ دقیقه آب صفر درجه گرما از دست می‌دهد و به یخ تبدیل می‌شود چون آهنگ گرمایی ثابت بوده پس می‌توان نوشت:

$$P=\frac{Q_{آب}}{40-0}=\frac{Q_{\text{تبدیل آب به یخ}}}{60-40}\Rightarrow\frac{0/5\times c\times40}{40}=\frac{m'\times80\,c}{20}\Rightarrow m'=0/125\,kg$$

بنابراین به اندازهٔ $2+0/125=2/125\,kg$ یخ درون ظرف باقی می‌ماند.

۲۵۷- گزینهٔ ۲ ©

رابطهٔ کالری و ژول به صورت $1\,cal=4/1860\,J$ است، البته در این سؤال همهٔ یکاهای گرما برحسب کالری است پس نیازی به تبدیل یکا نداریم.

چون گرماسنج محتوی آب $22^\circ C$ بوده است، دمای اولیهٔ گرماسنج نیز $22^\circ C$ است. مراحلی که مبادله گرما صورت می‌گیرد به صورت زیر است:

گرماسنج $22^\circ C$ → گرماسنج $20^\circ C$ ، آب $22^\circ C$ → آب $20^\circ C$ ، یخ $0^\circ C$ → آب $0^\circ C$ → آب $20^\circ C$

که باز هم جمع جبری گرماهای مبادله شده صفر خواهد بود.

$$m_1c_1(20-22)+m_2c_2(20-22)+m_3L_F+m_3\,c\,(20-0)=0$$

$$\underbrace{m_1c_1(20-22)}_{\text{گرماسنج}}+\underbrace{75\times1\times(20-22)}_{\text{آب}}+\underbrace{20\times80+20\times1\times(20-0)}_{\text{یخ}}=0\Rightarrow-2m_1c_1-1500+1600+400=0\Rightarrow2m_1c_1=500$$

$$\Rightarrow \text{ظرفیت گرمایی گرماسنج}=m_1c_1=C_1=250\,cal/^\circ C$$