

۳ ۷ B

فشار در عمق h یک مایع از رابطه زیر به دست می آید:

$$P = \rho gh + P_0$$

(۱) فشار در عمق 10 cm ، برابر است با:

$$P = P_0 + \rho gh_1 \Rightarrow P_1 = 1.026 \times 10^5 + \rho \times 10 \times \frac{1}{1000} \Rightarrow P_1 = 1.026 \times 10^5 + \rho$$

(۲) فشار در عمق 53 cm برابر است:

$$\begin{cases} P_2 = P_0 + \rho gh_2 \\ P_2 = 1.026 \times 10^5 + \rho \times 53 \times \frac{1}{1000} \Rightarrow P_2 = 1.026 \times 10^5 + 53\rho \end{cases}$$

(۳) با توجه به صورت سؤال $P_2 = 1/\delta P_1$ است:

$$\begin{cases} P_2 = 1/\delta P_1 \Rightarrow 1.026 \times 10^5 + 53\rho = 1/\delta (1.026 \times 10^5 + \rho) \\ P_1 = 1.026 \times 10^5 + \rho \end{cases}$$

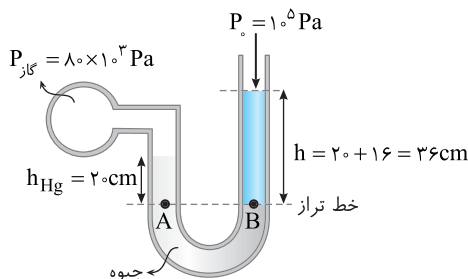
(۴) رابطه P_1 و P_2 را برهم تقسیم می کنیم تا مجهول P_1 از صورت و مخرج حذف شود و تنها مجهول چگالی باقی بماند:

$$\begin{aligned} \frac{P_2}{1/\delta P_1} &= \frac{1.026 \times 10^5 + \rho}{1.026 \times 10^5 + \rho} \Rightarrow \frac{1.026 \times 10^5 + \rho}{1.026 \times 10^5 + 53\rho} = \frac{1}{\delta} \\ \Rightarrow \delta(1.026 \times 10^5 + \rho) &= 1.026 \times 10^5 + 53\rho \Rightarrow \delta = 1.026 \times 10^5 / \rho \\ \rho &= 1350\text{ kg/m}^3 = 13\text{ dg/cm}^3 \end{aligned}$$

۳ ۸ B

خط فکری برای حل سؤالاتی که با لوله U سرو کار داریم ابتدا خط ترار را می کشیم. خط ترار آخرین جایی است که مایع در دوشاخه یکسان بوده و خطی موازی با سطحی است که لوله روی آن قرار گرفته است. ویژگی خط ترار این است که فشار روی خط ترار یکسان است. مطابق شکل خط ترار را می کشیم. فشار در نقاط A و B با هم برابر است: $P_A = P_B$ فشار در نقطه A برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می آورد پس $P_A = P_{\text{گاز}} + \rho_{\text{Hg}} gh_{\text{Hg}}$

فشار در نقطه B برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می آورد پس $P_B = P_0 + \rho gh$

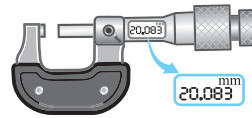


$$\begin{aligned} P_A = P_B &\Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho_{\text{Hg}} gh_{\text{Hg}} = P_0 + \rho gh \\ 8.0 \times 10^3 + 13600 \times 10 \times \frac{20}{1000} &= 1.026 \times 10^5 + \rho \times 36 \\ 8 \times 10^4 + 27200 &= 1.026 \times 10^5 + 36\rho \Rightarrow 8 \times 10^4 + 27200 - 1.026 \times 10^5 = 36\rho \\ \Rightarrow 0.72 \times 10^4 &= 36\rho \Rightarrow \rho = 2000\text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

۴ ۹ A

آهنگ شارش سیال از هر مقطع لوله مقدار یکسانی است. از این رو گزینه (۴) درست است. یعنی نسبت آهنگ شارش سیال در مقطع A به آهنگ شارش در مقطع B برابر یک است.

۱۴۰۰ - داخل تجربی (نوبت اول)



وسیله نشان داده شده یک ریزسنج رقمی است. دقت وسایل رقمی (دیجیتال) یک واحد از آخرین رقمی است که وسیله نشان می دهد. بنابراین دقت این وسیله 0.001 mm است.

مبحث تعداد ارقام بامعنا از کتاب درسی حذف شده است.

یکای فرعی یعنی ارتباط یکای کمیت مورد نظر با یکاهای اصلی (کیلوگرم، ثانیه، متر، ...). بنابراین باید به کمک تعریف فشار، رابطه بین یکای فشار با یکاهای اصلی SI را به دست بیاورید.

بنا به تعریف فشار خواهیم داشت:

$$P = \frac{F}{A} \xrightarrow{F=ma} P = \frac{ma}{A} \xrightarrow{\text{kg m/s}^2} \frac{\text{kg m/s}^2}{\text{m}^2} = \text{kg/m.s}^2$$

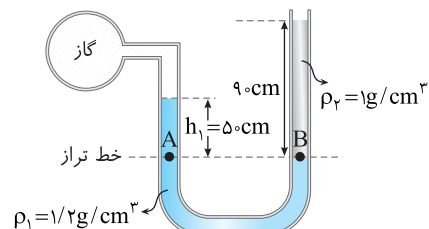
پیداوری پاسکال یکای SI کمیت فشار است و یکای فرعی آن kg/m.s^2 است.

مبحث تعداد ارقام بامعنا و خطای وسیله اندازه گیری از کتاب درسی حذف شده است.

با توجه به خط ترار فشار نقاط A و B برابر است.

$$P_A = P_B$$

$$P_{\text{گاز}} + \rho_1 gh_1 = P_0 + \rho_2 gh_2$$



فشار پیمانه ای برابر اختلاف فشار مخزن گاز و فشار هواست، بنابراین:

$$\begin{aligned} P_{\text{گاز}} - P_0 &= \rho_2 gh_2 - \rho_1 gh_1 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 1000 \times 10 \times \frac{90}{1000} - 1200 \times 10 \times \frac{50}{1000} \\ \Rightarrow P_{\text{گاز}} &= 9000 - 6000 = 3000\text{ Pa} \end{aligned}$$

۳ ۶ B

فشار کل در عمق h از یک مایع با چگالی ρ برابر است با: فشار کل در عمق h از یک مایع با چگالی ρ برابر است با:

$$P = P_0 + \rho gh$$

$$P_1 = P_0 + \rho gh_1 \Rightarrow 1.026 \times 10^5 = P_0 + \rho \times 10 \times \frac{5}{1000} = P_0 + 0.05\rho$$

$$\begin{aligned} P_2 = P_0 + \rho gh_2 &\Rightarrow 1.026 \times 10^5 = P_0 + \rho \times 10 \times \frac{20}{1000} = P_0 + 0.2\rho \\ \text{دو رابطه را از هم کم می کنیم:} \\ 0.05\rho &= 0.2\rho \Rightarrow \rho = 4000\text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

فشار هوا خواهد شد:

$$1.026 \times 10^5 = P_0 + 0.05\rho \Rightarrow 1.026 \times 10^5 = P_0 + 200$$

$$1.026 \times 10^5 = P_0 + 200 \Rightarrow P_0 = 98 \times 10^3\text{ Pa} = 98\text{ kPa}$$

میانبر اختلاف فشار بین دو نقطه از یک مایع از رابطه $\Delta P = \rho g \Delta h$ به دست می آید که در آن Δh ، اختلاف ارتفاع نقاط درون مایع است:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow (1.026 - 1.020) \times 10^5 = \rho \times 10 \times \frac{15}{1000} \Rightarrow \rho = 4000\text{ kg/m}^3$$

$$P_N = P_M \Rightarrow P_0 + P_{\text{مایع}} + P_{\text{مایع}} = P_{\text{مایع}} + P_0$$

$$P = \rho gh \rightarrow \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 = P_{\text{مایع}}$$

$$\Rightarrow 800 \times 10 \times \frac{2}{100} + 1240 \times 10 \times \frac{5}{100} = P_{\text{مایع}}$$

$$P_{\text{مایع}} = 1600 + 1200 = 2800 \text{ Pa}$$

برای پیدا کردن جرم مایع ρ_3 ابتدا وزن این مایع را به کمک تعریف فشار حساب

$$P_3 = \frac{W_3}{A} \xrightarrow{A=2\text{cm}^2} 2800 = \frac{W_3}{2 \times 10^{-4}} \Rightarrow W_3 = 0.56 \text{ N}$$

$$W_3 = m_3 g \Rightarrow 0.56 = m_3 \times 10 \Rightarrow m_3 = 0.056 \text{ kg} = 56 \text{ g}$$

جرم مایع خواهد شد: 56 g

کار نیروی وزن وقتی جسم به اندازه h بالا می‌رود، منفی بوده و برابر است با:

$$W_{\text{mg}} = -mgh \Rightarrow W_{\text{mg}} = -6 \times 10^{-3} \times 10 \times 600 \Rightarrow W_{\text{mg}} = -3.6 \times 10^{-1} \text{ J}$$

افزایش انرژی مکانیکی هواپیما برابر مجموع افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی آن است.

$$\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow \Delta U = 3.6 \times 10^{-1} \text{ J}$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^{-3} \times (160^2 - 80^2)$$

$$\Rightarrow \Delta K = 30000 \times (160^2 - 80^2) \Rightarrow \Delta K = 5.76 \times 10^{-1} \text{ J}$$

در این صورت:

$$\Delta E = \Delta U + \Delta K \Rightarrow \Delta E = 3.6 \times 10^{-1} + 5.76 \times 10^{-1} \Rightarrow \Delta E = 9.36 \times 10^{-1} \text{ J}$$

البته در این تست می‌توانستید استدلال کنید که کار نیروی وزن منفی است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. از طرفی افزایش انرژی مکانیکی به‌ازای افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی بوده و از مقدار کار نیروی وزن بیشتر است. بنابراین گزینه (۴) درست است.

خط فکری

کار مفیدی که ماشین بالابر انجام داده به‌صورت انرژی پتانسیل گرانش در جسم ذخیره می‌شود و اگر وزنه در شرایط خلأ رها شود تمام این انرژی ذخیره شده بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی به انرژی جنبشی وزنه تبدیل می‌شود. یعنی شما برای یافتن کار مفید ماشین بالابر کافی است، انرژی جنبشی جسم را هنگام برخورد به زمین به‌دست آورید سپس به کمک آن بازده ماشین را حساب کنید.

(۱) انرژی ذخیره شده در جسم در ارتفاع h که توسط ماشین بالا برده شده است را با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی حساب می‌کنیم:

$$U_g = 0 \quad E_p \quad E_1 = E_p \Rightarrow U_1 + K_1 = U_p + K_p \xrightarrow{K_1=0, U_p=0} E_1 = K_p$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \times 50 \times 64 = 1600 \text{ J}$$

(۲) بنابراین ماشین ۲۰۰۰ J انرژی مصرف کرده اما به جسم ۱۶۰۰ J انرژی رسیده است:

$$\frac{\text{انرژی مفید}}{\text{انرژی کل}} = \frac{1600 \text{ J}}{2000 \text{ J}} = 80\%$$

$$Ra = \frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}} \times 100 \Rightarrow Ra = \frac{1600}{2000} \times 100 = 80\%$$

خط فکری

ابتدا باید انرژی جنبشی جسم را از رابطه آن حساب کنید سپس با یک تناسب ساده مسئله را حل کنید.

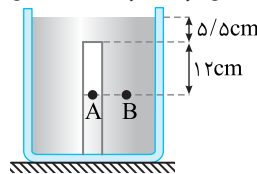
انرژی جنبشی جسم برابر است با:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \xrightarrow{v=8 \text{ km/s} = 8000 \text{ m/s}} K = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^4 \times (8 \times 10^3)^2$$

$$K = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^4 \times 64 \times 10^6 \Rightarrow K = 32 \times 2 \times 10^{10} \text{ J}$$

۱۰ B

ابتدا مشخص می‌کنیم که این مسئله ترکیبی از فصل گرما (قانون گازها) و فصل ویژگی‌های ماده است.



(۱) با توجه به خط تراز فشار نقطه A و B برابر است.

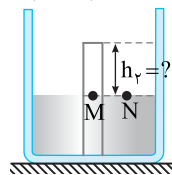
فشار در نقطه A، فشار گاز محبوس (P_1)

بوده و فشار در نقطه B، مجموع فشار هوا و

فشار ستون جیوه بالای نقطه B ($P_{\text{Hg}} = 5/5 + 12 = 17 \text{ cmHg}$) است.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = P_0 + P_{\text{Hg}} = 75 + 17/5 \Rightarrow P_1 = 92/5 \text{ cmHg}$$

$$V_1 = Ah_1 \xrightarrow{h_1=12\text{cm}} V_1 = 12A$$



(۳) وقتی سطح جیوه در لوله و ظرف یکی می‌شود، فشار گاز درون محفظه با فشار هوای بیرون یکسان شده است.

$$P_M = P_N \Rightarrow P_2 = P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

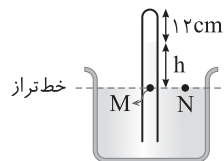
(۴) حجم گاز در حالت جدید $V_2 = Ah_2$ می‌شود.

(۵) قانون گازها را می‌نویسیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{T_1=T_2} 92/5 \times 12A = 75 \times Ah_2 \Rightarrow h_2 = 14/8 \text{ cm}$$

۱۱ B

در بالای لوله گاز محبوس است و با جابه‌جا کردن لوله چون حجم گاز محبوس در حال تغییر است پس فشار آن نیز تغییر می‌کند.

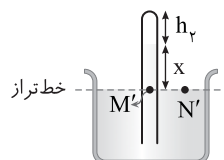


در حالت اول فشار گاز محبوس ۲ cmHg داده

شده است. خط تراز را رسم می‌کنیم، در نقاط M و N واقع بر خط تراز خواهیم داشت:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} = P_0 \Rightarrow 2 + h = 76 \Rightarrow h = 74 \text{ cm}$$

$$V_1 = Ah \xrightarrow{h=12\text{cm}} V_1 = 12A$$



در حالت دوم نیز فشار گاز محبوس ۳ cmHg است، بنابراین فشار در نقاط M' و N' روی خط تراز را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_{M'} = P_{N'} \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} = P_0 \Rightarrow 3 + x = 76 \Rightarrow x = 73 \text{ cm}$$

حجم گاز محبوس در حالت دوم: $V_2 = Ah_2$

در طول فرایند دما ثابت است، با توجه به قانون گازها برای گاز محبوس شده در ته لوله در دو حالت داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{T_1=T_2} 2(12A) = 3(Ah_2) \Rightarrow h_2 = 8 \text{ cm}$$

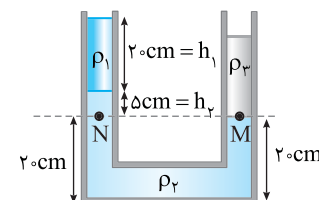
بنابراین در حالت اول طول لوله‌ای که بیرون جیوه قرار دارد $12 + h = 12 + 74 = 86 \text{ cm}$

بوده و در حالت دوم طول لوله‌ای که بیرون جیوه قرار دارد $h_2 + x = 73 + 8 = 81 \text{ cm}$

است بنابراین لوله را به اندازه $86 - 81 = 5 \text{ cm}$ بیشتر در جیوه فرو برده‌ایم.

۱۲ B

خط فکری برای حل مسائل لوله‌های U شکل، اولین کار رسم خط تراز و برابر قرار دادن فشار نقاط روی خط تراز است.



ابتدا خط تراز را می‌کشیم، فشار

روی خط تراز با هم برابر است:

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = mL_F + mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = m \times 336000 + m \times 4200 \times 20$$

$$Q_{\text{کل}} = 336000m + 84000m = 420000mJ$$

سؤال نسبت گرمای ذوب یخ (Q_1) به کل گرمای داده شده به آن ($Q_{\text{کل}}$) را برحسب

$$\frac{Q_{\text{ذوب یخ}}}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{Q_1}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{336000m}{420000m} \times 100 = 80\%$$

درصد خواسته است:

روش دوم: برای حل سؤالات بهتر است نسبت L_F و L_V آب را برحسب

$$L_F = 336000 = 80 \times 4200 = 80^\circ C \text{ آب} \quad c_{\text{آب}} = 4200 \text{ J/kg.K} \text{ به خاطر بسیاری:}$$

$$L_V = 2268000 = 540 \times 4200 = 540^\circ C \text{ آب}$$

$$c = 4200 \text{ J/kg.K} \text{ گرمای نهان ذوب } L_F = 336 \times 10^3 \text{ J/kg} \text{ برابر گرمای ویژه آب } c = 4200 \text{ J/kg.K}$$

است بنابراین برای سادگی $L_F = 80^\circ C$ می گیریم:

صرف افزایش دمای آب صرف ذوب یخ

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = mL_F + mc\Delta\theta$$

$$Q_{\text{کل}} = m(80^\circ C) + mc \times 20 = 100mc$$



$$\frac{Q_1}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{80mc}{100mc} \times 100 = 80\%$$

از $100mc$ گرما، $80mc$ صرف ذوب یخ شده است: $\frac{80mc}{100mc}$

۱۹

یادآوری: درصد افزایش حجم جسم در اثر افزایش دما خواهد شد:

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{V_1 \alpha \Delta\theta}{V_1} \times 100 = \alpha \Delta\theta \times 100$$

با توجه به یادآوری بالا مسئله به راحتی قابل حل است.

$$3\alpha\Delta\theta \times 100 = 3 \times (2 \times 10^{-5}) \times (25 - 0) \times 100 = 150 \times 10^{-5} \times 100$$

$$= 15\% \text{ درصد تغییرات حجم}$$

بنابراین حجم ۱۵٪ درصد افزایش می یابد.

۲۰

خط فکری

طول اولیه دو میله برابر است. وقتی دمای هر دو میله را به یک اندازه

بالا ببریم افزایش طول میله آلومینیمی از افزایش طول میله فولادی بیشتر است زیرا

ضریب انبساط طولی آلومینیم بزرگتر است. بعد از افزایش دما طول میله آلومینیم

$$\Delta L_{Al} - \Delta L_M = 2/3 \text{ mm} \text{ بیشتر از طول میله فولادی است بنابراین}$$

است. اکنون با جایگذاری $\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta$ می توانید مسئله را حل کنید.

تغییر طول آلومینیم و تغییر طول فولاد را حساب می کنیم سپس آن ها را از هم کم می کنیم:

$$\Delta L_{Al} - \Delta L_M = 2/3 \times 10^{-3} \Rightarrow L_{Al} \alpha_{Al} \Delta\theta - L_M \alpha_M \Delta\theta = 2/3 \times 10^{-3}$$

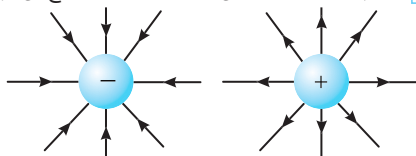
$$\frac{L_{Al} = L_M = 4m}{\alpha_{Al} = 23 \times 10^{-6} K^{-1}, \alpha_M = 11/5 \times 10^{-6} K^{-1}}$$

$$(4 \times 23 \times 10^{-6} - 4 \times 11/5 \times 10^{-6}) \Delta\theta = 2/3 \times 10^{-3} \Rightarrow 46 \times 10^{-6} \Delta\theta = 2/3 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{2/3 \times 10^{-3}}{46 \times 10^{-6}} = \frac{2/3 \times 10^3}{46} = 5^\circ C$$

۲۱

نکته: خطوط میدان به بار منفی وارد و از بار مثبت خارج می شود:

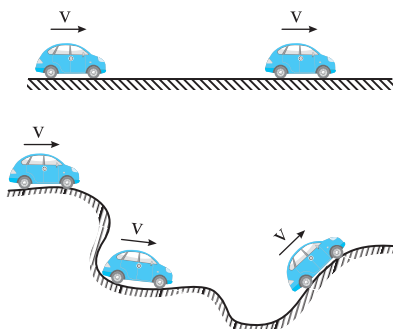


۲ با توجه به فرض مسئله انرژی حاصل از انفجار یک تن TNT برابر $4/2 \times 10^9 \text{ J}$ است، بنابراین می توانیم تناسب زیر را بنویسیم:

$$\frac{4/2 \times 10^9 \text{ J}}{32 \times 2/1 \times 10^9 \text{ J}} = \frac{1 \text{ ton}}{m} \Rightarrow m = \frac{32 \times 2/1 \times 10^9}{4/2 \times 10^9} = 16 \text{ ton}$$

۱۶

نکته: تندی حرکت برابر بزرگی سرعت است، در شکل های زیر تندی حرکت جسم ثابت است.



الف) با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی $W_t = \Delta K$ با ثابت ماندن تندی خواهیم داشت:

$$W_t = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow{v_i = v_f} W_t = 0$$

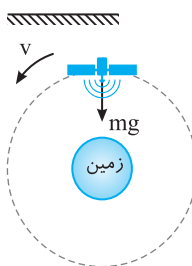
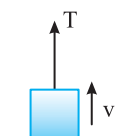
گزاره (الف) درست است.

ب) فرض کنید در شکل روبه رو با تندی ثابت جعبه ای را به سمت بالا بکشیم در این صورت با اینکه انرژی جنبشی ثابت می ماند، اما انرژی پتانسیل در حال افزایش است، بنابراین در این حرکت با تندی ثابت انرژی مکانیکی ($E = K + U$) افزایش

می یابد. بنابراین گزاره (ب) نادرست است.

پ) در حرکت ماهواره به دور زمین تندی حرکت ماهواره ثابت است، اما به ماهواره همواره نیروی خالص mg به سمت مرکز زمین وارد می شود:

بنابراین گزاره (پ) نادرست است.



۱۷

خط فکری ابتدا تبدیل دما از فارنهایت به سلسیوس را انجام می دهیم. سپس

مقدار گرمای لازم را برای تبدیل $20^\circ C$ به $20^\circ C$ و پس از آن افزایش

دمای آب تا دمای خواسته شده را به دست می آوریم.

۱ ابتدا دمای نهایی آب را از $50^\circ F$ به سلسیوس تبدیل می کنیم.

$$F = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow 50 = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow 18 = \frac{9}{5} \theta \Rightarrow \theta = 10^\circ C$$

۲ گرمای لازم برای ذوب کامل $20^\circ C$ یخ را حساب می کنیم.

$$Q = mL_F \Rightarrow Q_1 = 20 \times 336 \text{ J/g} \Rightarrow Q_1 = 6720 \text{ J}$$

۳ گرمایی که آب $10^\circ C$ می گیرد تا دمایش $10^\circ C$ شود خواهد شد:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_2 = 20 \times g \times (4/2 \text{ J/g}^\circ C) \times 10 \Rightarrow Q_2 = 840 \text{ J}$$

۴ گرمای کلی که باید به آب بدهیم برابر است با: $Q = 6720 + 840 = 7560 \text{ J}$

۱۸

روش اول: یخ صفر درجه ابتدا تغییر حالت داده و به آب $0^\circ C$ تبدیل می شود و سپس

آب $0^\circ C$ به آب $20^\circ C$ تغییر دما می دهد:



۳ نیروی خالص وارد بر بار q_1 را حساب می‌کنیم:

$$q_3 = -3.6 \mu\text{C} \quad q_2 = 4 \mu\text{C} \quad q_1 = -9 \mu\text{C}$$

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{13}| = \frac{9 \times 10^{-12} \text{ k}}{r^2}$$

$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{(3r)^2} \Rightarrow F_{12} = k \times \frac{9 \times 3.6 \times 10^{-12}}{9r^2} \Rightarrow F_{12} = \frac{3.6 \times 10^{-12} \text{ k}}{r^2}$$

دو بردار F_{12} و F_{13} خلاف جهت هم‌اند بنابراین:

$$|\vec{F}| = |\vec{F}_{12} - \vec{F}_{13}| \Rightarrow F_1 = \frac{2.7 \times 10^{-12} \text{ k}}{r^2}$$

خلاف جهت هم

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{1.35 \times 10^{-12} \text{ k}}{r^2}}{\frac{2.7 \times 10^{-12} \text{ k}}{r^2}} = 0.5$$

۴ حال نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

۱ ۲۳ B

خط فکری با سؤال طولانی و وقت‌گیری سروکار داریم. بار q_1 و q_3 و مکان آن‌ها مشخص است، ابتدا بزرگی میدان این دو بار در مبدأ مختصات را حساب می‌کنیم و با داشتن میدان خالص در نقطه O می‌توان بزرگی میدان بار q_2 در مرکز و مقدار بار آن را حساب کرد.

۱ فاصله دو بار q_1 و q_3 را تا نقطه O به کمک فیثاغورس حساب می‌کنیم.

$$r_1 = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ m} \quad r_3 = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \text{ m}$$

میانبر البته با توجه به زاویه 45° مثلث قائم‌الزاویه مشخص است که وتر $\sqrt{2}$ برابر ساق‌ها است.

۲ بار q_1 مثبت و میدان در راستای خط واصل بار و نقطه O بوده و از بار q_3 خارج می‌شود. بار q_3 منفی بوده و میدان در راستای خط واصل بار و نقطه O بوده و به بار q_2 وارد می‌شود. حال بزرگی میدان‌ها را حساب می‌کنیم

$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 1.2 \times 10^{-6}}{18} = 6 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$E_3 = k \frac{q_3}{r_3^2} \Rightarrow E_3 = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-6}}{32} = \frac{9}{4} \times 10^3 \text{ N/C}$$

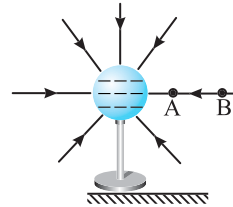
۳ بار q_2 نیز مثبت است و میدان در نقطه O در راستای خط واصل بین بار q_2 و O است از بار q_2 خارج می‌شود، بنابراین میدان‌های E_2 و E_3 هم‌جهت‌اند و براین‌د آن‌ها مطابق شکل با میدان E_1 عمود است.

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_{23}^2} \Rightarrow E_T^2 = E_1^2 + E_{23}^2 \Rightarrow 7^2 \times 10^3 + 5^2 \times 10^3 = 6^2 \times 10^3 + E_{23}^2$$

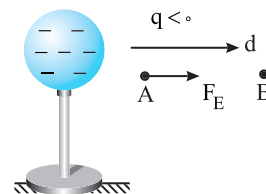
$$E_{23}^2 = (7^2 + 5^2 - 6^2) \times 10^3 = 2^2 \times 10^3 \Rightarrow E_{23} = 2 \times 10^3 \text{ N/C}$$

نکته ۲ با جابه‌جایی بار در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و بالعکس.

۱ خطوط میدان اطراف کره فلزی دارای بار منفی را رسم می‌کنیم: ذره از A تا B خلاف جهت خطوط میدان در حال حرکت بوده و پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد: $V_B > V_A$



۲ بار منفی از گوی منفی در حال دور شدن است، نیروی الکتریکی وارد بر ذره و جهت جابه‌جایی ذره در یک جهت است پس کار میدان الکتریکی مثبت است، اما تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قریب کار میدان الکتریکی بوده و منفی است. البته می‌توانستیم بگوییم که ذره با بار منفی از گوی منفی دور شده که یک حرکت خودبه‌خودی بوده پس انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد و ΔU منفی است. $\Delta U_{BA} < 0 \Rightarrow U_B - U_A < 0 \Rightarrow U_B < U_A$



۴ ۲۲ B

خط فکری در حل این سؤال ابتدا باید از فرض مسئله یعنی صفر بودن نیروهای وارد بر بارها استفاده کنیم و رابطه‌ای بین فاصله بارها به‌دست آوریم و در گام بعدی جای بارهای q_1 و q_3 را جابه‌جا کرد و نیروی خالص وارد بر بار q_1 و q_3 را برحسب رابطه‌ای که برای فاصله‌ها به‌دست آوردیم محاسبه کنیم. ۱ با توجه به شکل زیر باید یک رابطه بین X و Y به‌دست آوریم، از این‌رو مطابق فرض مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 را صفر گرفته‌ایم، در این صورت نیروهایی که دو بار q_1 و q_3 به بار q_2 وارد می‌کنند باید هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = k \frac{|q_3||q_2|}{x^2} \Rightarrow \frac{9}{r^2} = \frac{36}{x^2} \Rightarrow \frac{x^2}{r^2} = 4 \Rightarrow x = 2r$$

برایند نیروهای وارد بر q_2 را صفر می‌گیریم.

۲ جای بارهای q_1 و q_3 را عوض کرده و نیروی خالص وارد بر بار q_2 را حساب می‌کنیم:

$$q_3 = -3.6 \mu\text{C} \quad q_2 = 4 \mu\text{C} \quad q_1 = -9 \mu\text{C}$$

$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{(2r)^2} \Rightarrow F_{12} = k \times \frac{9 \times 4 \times 10^{-12}}{4r^2} = \frac{9 \times 10^{-12} \text{ k}}{r^2}$$

$$F_{32} = k \frac{|q_3||q_2|}{(r)^2} \Rightarrow F_{32} = k \times \frac{3.6 \times 4 \times 10^{-12}}{r^2} = \frac{14.4 \times 10^{-12} \text{ k}}{r^2}$$

دو بردار F_{12} و F_{32} خلاف جهت هم‌اند بنابراین بزرگی نیروی خالص وارد بر q_2 برابر اختلاف دو نیرو است:

$$|\vec{F}| = |\vec{F}_{12} - \vec{F}_{32}| \Rightarrow |\vec{F}| = \frac{(14.4 - 9) \times 10^{-12} \text{ k}}{r^2} = \frac{5.4 \times 10^{-12} \text{ k}}{r^2}$$

خلاف جهت هم



۲. فاصله بین صفحات ۳mm کاهش یافته: $d_p = d_1 - 3 \Rightarrow d_p = 2\text{mm}$
ظرفیت خازن را در حالت دوم به دست می آوریم:

$$C_p = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d_p} \Rightarrow C_p = 4 \times 8 / 85 \times 10^{-12} \times \frac{2 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} = 35 / 4 \times 10^{-12} \text{ F}$$

$$\xrightarrow{1\text{F} = 10^{12} \text{ pF}} C_p = 35 / 4 \times 10^{-1} \text{ pF} = 3 / 5 \Delta \text{ pF}$$

۳. حال اختلاف ظرفیت خازن را در دو حالت به دست می آوریم:
 $\Delta C = C_p - C_1 \Rightarrow \Delta C = 3 / 5 \Delta - 1 / 4 \Delta = 2 / 1 \Delta \text{ pF}$

۲۵ خط فکری B
با برابر قرار دادن نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 ، فاصله بار q_3 از

بارهای q_1 و q_2 محاسبه می شود. براینده نیروهای وارد بر بار q_3 را از طرف بارهای q_1 و q_2 به دست می آوریم. به این منظور مراحل زیر را انجام می دهیم.

۱. دوبار ناهم نام هستند، بنابراین بار q_3 باید در خارج خط واصل دو بار و نزدیک بار کوچکتر قرار گیرد. برای آنکه نیروی وارد بر q_3 صفر شود باید دو نیروی F_{13} و F_{23} هم اندازه باشند.

$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} x \\ \leftarrow \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \rightarrow \\ F_{13} \quad q_3 \quad F_{23} \quad q_2 = -5 \mu\text{C} \quad q_1 = 20 \mu\text{C} \end{array} \\ & F_{13} = F_{23} = k \frac{|q_1||q_3|}{x^2} = k \frac{|q_1||q_2|}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{20}{x^2} = \frac{5}{(30+x)^2} \\ & \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow 2x = 30 + x \Rightarrow x = 30 \text{ cm} \end{aligned}$$

۲. نیرویی که بارهای q_1 و q_2 بر هم وارد می کنند برابر است با:

$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-6} \times 20 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-2}} \Rightarrow F_{12} = 10 \text{ N}$$

این نیرو و جاذبه است و بر q_2 به سمت راست وارد می شود.

۳. نیرویی که بار q_3 بر q_1 وارد می کند نیز جاذبه بوده و به سمت چپ است و مقدار

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-2}} = 7 / 5 \text{ N}$$

آن برابر است با:

۴. نیروی خالص وارد بر q_3 خواهد شد: $F_p = F_{13} - F_{23} = 10 - 7 / 5 = 2 / 5 \text{ N}$

$$\begin{array}{c} 30 \text{ cm} \quad F_{13} \quad F_{12} \quad 30 \text{ cm} \quad q_1 = 20 \mu\text{C} \\ \leftarrow \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \rightarrow \\ q_3 = 15 \mu\text{C} \quad q_2 = -5 \mu\text{C} \end{array}$$

میانبر A
اگر فاصله بار q_1 و q_2 از بار q_3 را به ترتیب r_1 و r_2 فرض کنیم و براینده نیروهای وارد بر q_3 صفر شود، نسبت دو بار با نسبت فاصله ها رابطه مستقیم و مجزوری خواهد داشت:

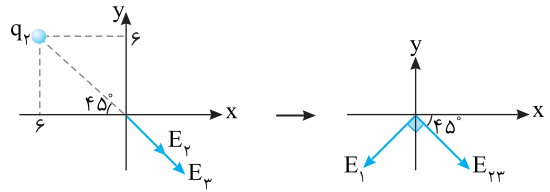
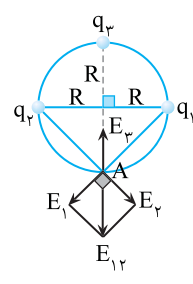
$$\begin{aligned} \frac{|q_1|}{|q_2|} &= \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{20}{5} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{r_1}{r_2} \xrightarrow{r_1 - r_2 = 30 \text{ cm}} \\ r_1 &= 60 \text{ cm}, \quad r_2 = 30 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} r_1 \\ \leftarrow \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \rightarrow \\ r_2 \quad 30 \text{ cm} \\ q_3 \quad q_2 \quad q_1 \end{array}$$

۲۶ خط فکری B

۱. اگر شعاع دایره را R فرض کنیم، فاصله q_3 تا A برابر $2R$ و فاصله q_1 و q_2 تا A شود با: $R_{1A} = R_{2A} = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R$

۲. برای آنکه میدان الکتریکی در نقطه A صفر شود، باید میدان این بارها به گونه ای باشند که براینده آنها صفر شود. در این صورت باید q_1 و q_2 هم اندازه باشند تا میدان براینده آنها در امتداد میدان



میانبر A
البته با توجه به اعداد فیثاغورس ۳، ۴ و ۵ که به ۴/۵ و ۶/۵ تبدیل شده بودند می توانستیم سریع تر به E_{23} برسیم.

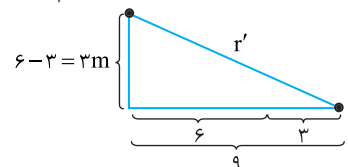
$$E_{23} = E_2 + E_3 \Rightarrow 4 / 5 \times 10^3 = E_2 + \frac{9}{4} \times 10^3 \Rightarrow E_2 = 2 / 5 \times 10^3$$

حال با توجه به E_p ، q_3 را به دست می آوریم. ابتدا فاصله q_3 تا نقطه O را با توجه به فیثاغورس حساب می کنیم:

$$r_p = \sqrt{6^2 + 6^2} \Rightarrow r_p = 6\sqrt{2}$$

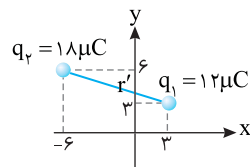
$$E_p = k \frac{q_3}{r_p^2} \Rightarrow 2 / 5 \times 10^3 = \frac{9 \times 10^9 \times q_3}{72} \Rightarrow q_3 = 18 \times 10^{-6} \text{ C}$$

خط فکری A
حال فاصله بین بار q_1 و q_2 را با توجه به فیثاغورس حساب کرده و سپس به کمک قانون کولن اندازه این نیرو را حساب می کنیم.



$$r' = \sqrt{(9)^2 + (3)^2} \Rightarrow r' = \sqrt{81 + 9} = \sqrt{90} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} F_{12} &= k \frac{q_1 q_2}{r'^2} \Rightarrow F_{12} = 9 \times 10^9 \times \frac{12 \times 18 \times 10^{-12}}{90} \\ &\Rightarrow F_{12} = 12 \times 18 \times 10^{-4} = 2 / 16 \times 10^{-2} \text{ N} \end{aligned}$$



میانبر A
فاصله دو نقطه به مختصات (x_1, y_1) و (x_2, y_2) را می توان به کمک رابطه زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned} r' &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \frac{(3, 3)}{(-6, 6)} \\ r' &= \sqrt{(-6 - 3)^2 + (6 - 3)^2} = \sqrt{81 + 9} = \sqrt{90} \text{ m} \end{aligned}$$

۲۴ خط فکری A

ظرفیت خازن به شکل هندسی خازن بستگی داشته و با توجه به رابطه

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

مساحت سطح صفحه ها
فاصله صفحه ها
ثابت خازن

هر فاراد برابر 10^{12} پیکوفاراد است.

۱. ظرفیت خازن را در حالت اول به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} C_1 &= \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d_1} \Rightarrow C_1 = 4 \times 8 / 85 \times 10^{-12} \times \frac{2 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-3}} = 14 / 16 \times 10^{-12} \text{ F} \\ &\xrightarrow{1\text{F} = 10^{12} \text{ pF}} C_1 = 14 / 16 \times 10^{-1} \text{ pF} = 1 / 4 \Delta \text{ pF} \end{aligned}$$

۲mC و ظرفیت خازن ۱μF باشد، خواهیم داشت:

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{2 \times 10^{-6}} = 2J$$

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{(2)^2}{2 \times 1} = 2J$$

با توجه به نکته بالا پس در این سؤال نیازی به تبدیل یکا نیست. در سؤال گفته شده انرژی ۴/۵J افزایش یافته است:

با تغییر بار خازن ظرفیت خازن ثابت می‌ماند:

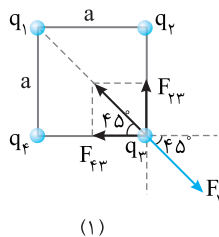
$$U' = U + 4/5 \Rightarrow \frac{q'^2}{2C} = \frac{q^2}{2C} + 4/5 \Rightarrow \frac{(q+3)^2}{2 \times 5} = \frac{q^2}{2 \times 5} + 4/5$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times (q+3)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times q^2 + \frac{4}{5} \Rightarrow (q+3)^2 = q^2 + 8 \Rightarrow q^2 + 6q + 9 = q^2 + 8 \Rightarrow 6q = -1 \Rightarrow q = -1/6 \mu C$$

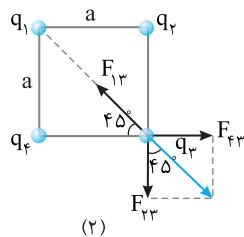
۲۹

خط فکری

به بار q_3 از طرف سه بار q_1 و q_2 و q_4 به ترتیب نیروهای الکتریکی F_{13} و F_{23} و F_{43} وارد می‌شود که نیروهای وارد از طرف بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 برهم عمودند و نیروی وارد از طرف q_4 (F_{43}) راستای قطر قرار دارد. برای اینکه برآیند نیروهای وارد بر q_3 صفر شود باید برآیند دو نیروی عمود برهم F_{13} و F_{23} هم‌اندازه و خلاف جهت نیرویی باشد که q_1 به q_3 (F_{13}) وارد می‌کند، در واقع شکل نیروها باید یکی از حالت‌های زیر باشد:



(۱)



(۲)

دقت کنید که برآیند F_{13} و F_{23} دقیقاً خلاف جهت با F_{43} است و چون F_{13} در راستای قطر مربع است، یعنی با محور افقی و قائم زاویه 45° می‌سازد پس باید نیروهای F_{13} و F_{23} هم‌اندازه باشند تا برآیند آن‌ها دقیقاً وسط این دو بردار عمود برهم قرار گیرد یعنی در امتداد قطر مربع بوده و با محور افقی و قائم زاویه 45° بسازد. از طرفی هر دو بار q_2 و q_4 بار q_3 را یا باهم جذب می‌کنند (شکل (۱)) و یا دفع می‌کنند (شکل (۲)) بنابراین باید q_2 و q_4 هم‌نام باشند.

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{a^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{a^2} \Rightarrow |q_1| = |q_2| \Rightarrow q_1 = q_2$$

با توجه به شکل (۱) اگر نیروهای F_{13} و F_{23} رهایی باشند، نیروی F_{43} رانشی است و در شکل (۲) برعکس شده پس نوع نیروی F_{13} با دو نیروی دیگر متفاوت است و علامت بار q_1 با q_2 و q_4 مختلف است بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست‌اند.

همچنین با توجه به خط فکری باید برآیند F_{13} و F_{23} برابر F_{43} باشد:

$$\begin{cases} F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{a^2} \\ F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{a^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{13}}{F_{23}} = \frac{|q_1|}{|q_2|} = 1 \Rightarrow q_1 = q_2$$

$$F = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2}$$

E_3 قرار گیرد. از طرفی برآیند E_1 و E_2 باید هم‌اندازه E_3 و در خلاف جهت آن باشد. پس q_1 و q_2 هم‌نام و با q_3 ناهم‌نام هستند. اگر q_1 و q_2 را مثبت بگیریم، q_3 منفی است و میدان‌ها به صورت شکل بالا خواهند بود.

$$E_1 = E_2 = k \frac{|q_1|}{(\sqrt{2}R)^2} \Rightarrow E_1 = E_2 = \frac{k|q_1|}{2R^2}$$

$$E_3 = k \frac{|q_3|}{(2R)^2} \Rightarrow E_3 = \frac{k|q_3|}{4R^2}$$

برآیند E_1 و E_2 خواهد شد:

$$E_{12} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2}E_1 \Rightarrow E_{12} = \sqrt{2} \frac{k|q_1|}{2R^2}$$

سرانجام خواهیم داشت:

$$E_3 = E_{12} \Rightarrow \frac{k|q_3|}{4R^2} = \sqrt{2} \frac{k|q_1|}{2R^2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{4} = \sqrt{2} \frac{|q_1|}{2} \Rightarrow |q_3| = 2\sqrt{2}|q_1|$$

در یک مربع به صورت روبه‌رو که در سه رأس آن بارهای q_1 و q_2 و q_3 قرار دارد، شرط آنکه میدان خالص در نقطه A صفر شود این است که:

$$q_1 = q_3, \quad q_2 = -2\sqrt{2}q_1$$

در این سؤال نیز شکل به همین صورت است.

۲۷

پس از تماس دو گوی با هم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها کاهش یافته است، بنابراین باید بارهای دو گوی ناهم‌نام بوده باشد تا پس از تماس، بار تک‌تک آن‌ها برابر شود.

$$F = k \frac{q_1|q_2|}{r^2}$$

$$F' = k \frac{(|q_2| - q_1)^2}{r^2}$$

با توجه به فرض مسئله:

$$F' = \frac{\lambda}{100} F \Rightarrow k \frac{(|q_2| - q_1)^2}{r^2} = \frac{\lambda}{100} k \frac{q_1|q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(|q_2| - q_1)^2}{4} = \frac{\lambda}{100} \frac{q_1|q_2|}{4} \Rightarrow |q_2|^2 + q_1^2 - 2q_1|q_2| = \frac{\lambda}{100} q_1|q_2|$$

$$|q_2|^2 + q_1^2 - 2q_1|q_2| = \frac{3}{20} q_1|q_2| \Rightarrow |q_2|^2 + q_1^2 - \frac{5}{2} q_1|q_2| = 0$$

$$\frac{1}{q_1} \times \frac{1}{q_1} \times (|q_2|^2 + q_1^2 - \frac{5}{2} q_1|q_2|) = 0$$

به جای $\frac{|q_2|}{q_1}$ که خواسته سؤال است x قرار می‌دهیم:

$$x^2 + 1 - \frac{5}{2}x = 0 \Rightarrow (x-5/2)(x-0/2) = 0 \Rightarrow x = 5/2 \text{ یا } 0/2$$

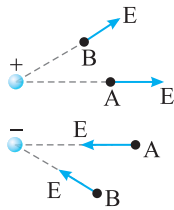
چون مقدار q_2 بزرگ‌تر از q_1 است پس $5/2$ غلط است.

۲۸

به طور کلی جدا کردن بار $+q$ از صفحه منفی خازن و انتقال آن به صفحه مثبت موجب افزایش بار خازن به اندازه q می‌شود. بنابراین با جدا کردن ۳mC بار مثبت از صفحه منفی، بار آن صفحه منفی‌تر و بار صفحه مثبت خازن، مثبت‌تر شده، یعنی بار روی صفحات خازن خواهد شد:

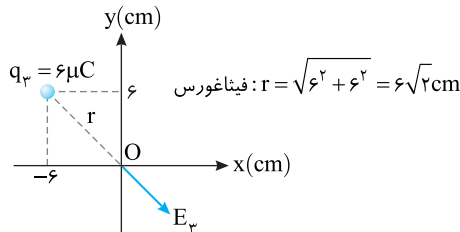
$$q' = q + 3$$

در رابطه $U = \frac{q^2}{2C}$ اگر یکای q بر حسب میلی کولن باشد و یکای ظرفیت خازن میکروفاراد، انرژی بر حسب ژول به دست می‌آید، به طور مثال اگر بار

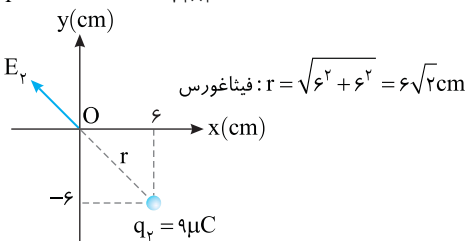


نکته: اگر ذره‌ای دارای بار مثبت باشد، میدان حاصل از آن بار در یک نقطه، به سوی خارج بار است یعنی: اگر ذره‌ای دارای بار منفی باشد، میدان حاصل از آن بار در یک نقطه، به سوی آن بار است. یعنی:

۱) میدان حاصل از بار q_2 و q_3 را حساب می‌کنیم.



$$E_3 = k \frac{q_3}{r^2} \Rightarrow E_3 = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6}}{72 \times 10^{-4}} = \frac{9}{8} \times 10^7 \text{ N/C}$$



$$E_3 = k \frac{q_3}{r^2} \Rightarrow E_3 = 9 \times 10^9 \times \frac{9 \times 10^{-6}}{72 \times 10^{-4}} = \frac{9}{8} \times 10^8 \text{ N/C}$$

نکته: برای دو بردار میدان الکتریکی داریم:

۱) اگر دو بردار هم جهت باشند:

$$E_T = E_1 + E_2$$

۲) اگر دو بردار خلاف جهت هم باشند:

$$E_T = |E_1 - E_2|$$

۳) اگر دو بردار برهم عمود باشند:

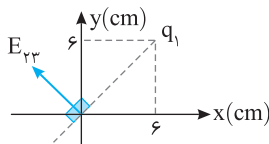
$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

۲) دو میدان E_1 و E_2 خلاف جهت هم‌اند و E_2 بزرگ‌تر از E_1 است. بنابراین

میدان برآیند این دو بردار برابر $E_{23} = |E_2 - E_1|$ است و جهت آن به سمت E_2

$$E_{23} = \frac{9}{8} \times 10^7 - \frac{6}{8} \times 10^7 \Rightarrow E_{23} = \frac{3}{8} \times 10^7 \text{ N/C}$$

است:



۳) بار q_1 چه منفی و چه مثبت باشد E_{23} با E_1 عمود است پس نیروی خالص

در مبدأ مختصات حاصل از برآیند دو بردار میدان عمود برهم E_{23} و E_1 است:

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_{23}^2} \Rightarrow E_T^2 = E_1^2 + E_{23}^2 \Rightarrow (6/25 \times 10^6)^2 = E_1^2 + (\frac{3}{8} \times 10^7)^2$$

$$E_1^2 = (6/25 \times 10^6)^2 - (\frac{3}{8} \times 10^7)^2 \Rightarrow E_1^2 = (10^6)^2 ((\frac{36}{625}) - (\frac{9}{64}))$$

$$\Rightarrow E_1^2 = (10^6)^2 ((\frac{36}{625}) - (\frac{9}{64})) \Rightarrow E_1^2 = (10^6)^2 (\frac{625 - 937.5}{625 \times 64})$$

$$\Rightarrow E_1^2 = (10^6)^2 (25) \Rightarrow E_1 = 5 \times 10^6 \text{ N/C}$$

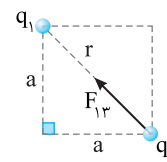
نکته: برآیند دو بردار هم‌اندازه و عمود برهم R برابر است با:

$$R_T = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$$

در این سؤال نیز F_{23} و F_{13} باهم برابراند چون q_2 و q_3 باهم برابر شده‌اند پس:

$$F = k \frac{|q_2||q_3|}{a^2} \sqrt{2}$$

این نیرو باید با F_{13} برابر باشد:



$$r = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{(a\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{2a^2}$$

$$F = F_{13} \Rightarrow k \frac{|q_2||q_3|}{a^2} \sqrt{2} = k \frac{|q_1||q_3|}{2a^2}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2}|q_2| = |q_1| \Rightarrow |q_2| = \frac{1}{2\sqrt{2}}|q_1|$$

$$|q_2| = \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}|q_1| \Rightarrow |q_2| = \frac{\sqrt{2}}{4}|q_1|$$

مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

بنابراین گزینه (۲) درست است.

میانبر: هر گاه بخواهیم برآیند نیروهای وارد بر یک رأس مربع صفر شود باید دو بار مجاور آن رأس هم‌اندازه و همنام باشند و بار روی رأس روبه‌روی آن برابر بار رأس‌های مجاور باشد.

خط فکری ۳۰ B

هر دو بار مثبت هستند و وقتی از بار $q_A = q$ تعدادی الکترون گرفته شود بار q_A مثبت‌تر می‌شود ($q'_A > q_A$) و وقتی این الکترون‌ها به بار B داده می‌شود بار مثبت آن کاهش می‌یابد. اما با توجه به صورت مسئله تعداد الکترون‌ها آن قدر زیاد بوده که بار الکتریکی B منفی شده و $q'_B = -2q$ می‌شود. البته با توجه به پایداری بار، مجموع بارهای A و B قبل از انتقال الکترون و بعد از آن تغییر نمی‌کند.

$$q_A + q_B = q'_A + q'_B$$

با توجه به پایداری بار الکتریکی، مقدار بار A را برحسب q به دست می‌آوریم.

$$q_A + q_B = q'_A + q'_B \Rightarrow \frac{q_A + q_B = q}{q'_B = -2q} \Rightarrow 2q = q'_A - 2q \Rightarrow q'_A = 4q$$

نیروی کولنی که دو ذره در دو حالت به هم وارد می‌کنند را حساب می‌کنیم:

$$F_1 = k \frac{|q_A||q_B|}{r^2} = k \frac{|q||q|}{r^2} = k \frac{q^2}{r^2}$$

$$F_2 = k \frac{|q'_A||q'_B|}{r^2} = k \frac{|4q||-2q|}{r^2} = k \frac{8q^2}{r^2}$$

$$F_2 = k \frac{8q^2}{r^2} = 8F_1$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{k \frac{8q^2}{r^2}}{k \frac{q^2}{r^2}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 8$$

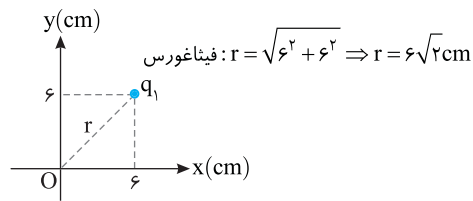
نسبت دو نیرو خواسته شده:

خط فکری ۳۱ B

ابتدا با توجه به اینکه بار q_2 و q_3 داده شده میدان آن‌ها در مبدأ مختصات را حساب می‌کنیم، این دو بردار در یک راستا قرار داشته و برآیند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به میدان خالص حاصل از سه ذره و میدان برآیند دو بار q_2 و q_3 ، میدان حاصل از بار q_1 را به‌دست آورده و در گام

آخر با توجه به رابطه $E_1 = k \frac{q_1}{r^2}$ ، مقدار بار q_1 را حساب می‌کنیم.

حال با توجه به E_1 ، مقدار q_1 را به دست می‌آوریم:



$$E = k \frac{|q_1|}{r^2} \Rightarrow 5 \times 10^6 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1|}{(6\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow 40 \times 10^6 = 10^{13} \times |q_1| \Rightarrow |q_1| = 4 \times 10^{-6} \text{ C} = 4 \mu\text{C}$$

۴ ۳۲ B

در یک خازن با تغییر ولتاژ یا بار ذخیره شده در صفحات خازن، ظرفیت خازن تغییر نکرده و ثابت می‌ماند.

۱ ولتاژ (اختلاف پتانسیل) خازن ۱۰ درصد کاهش یافته است:

$$V_2 = V_1 - \frac{10}{100} V_1 \Rightarrow V_2 = 0.9 V_1$$

۲ ظرفیت خازن ثابت است، بنابراین با توجه به تعریف ظرفیت خازن می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} C_2 = \frac{Q_2}{V_2} \\ C_1 = \frac{Q_1}{V_1} \end{cases} \xrightarrow{C_1 = C_2} \frac{Q_2}{0.9 V_1} = \frac{Q_1}{V_1} \Rightarrow Q_2 = 0.9 Q_1$$

بنابراین بار الکتریکی نیز مانند ولتاژ ۰/۹ مقدار اولیه شده یعنی ۱۰٪ کاهش یافته است.

۱ نکته درصد تغییرات برابر است با:

$$\frac{\Delta Q}{Q_1} \times 100 = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} \times 100 = \frac{0.9 Q_1 - Q_1}{Q_1} \times 100 = -10\%$$

$$\frac{\Delta Q}{Q_1} \times 100 = \frac{-0.1 Q_1}{Q_1} \times 100 = -10\%$$

کاهش

۱ میانبر اگر تنها ولتاژ یا بار تغییر کند و ظرفیت خازن ثابت باشد، درصد تغییرات ولتاژ و بار یکسان خواهد بود.

برای به دست آوردن تغییرات انرژی ذخیره شده از رابطه $U = \frac{1}{2} QV$ استفاده می‌کنیم.

$$U_1 = \frac{1}{2} Q_1 V_1$$

بنابراین:

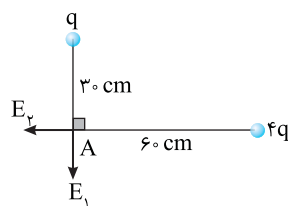
$$U_2 = \frac{1}{2} Q_2 V_2 = \frac{1}{2} (0.9 Q_1) (0.9 V_1) = 0.81 \left(\frac{1}{2} Q_1 V_1 \right) = 0.81 U_1$$

$$\frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = \frac{0.81 U_1 - U_1}{U_1} \times 100 = -19\%$$

$$\text{درصد تغییرات} = -0.19 \times 100 = -19\%$$

۳ ۳۳ B

مسئله ساده‌ای است. کافی است



میدان هر بار را در نقطه A توسط رابطه

$E = kq/r^2$ پیدا کنیم، چون دو

میدان بر هم عمودند به کمک رابطه

پیتاگورس برابند آنها به دست آورده

برابر $1000\sqrt{2} \text{ N/C}$ قرار دهیم.

۱ میدان بار q در محل A برابر است با:

$$E = k \frac{q}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{q}{(30 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow E_1 = 10^{11} \text{ q}$$

۲ میدان بار ۴q در محل A حساب می‌کنیم:

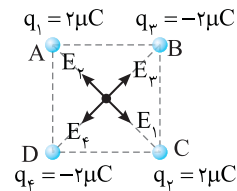
$$E = k \frac{q}{r^2} \Rightarrow E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{4q}{(60 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow E_2 = 10^{11} \text{ q}$$

۳ میدان خالص خواهد شد:

$$E_t = E_1 + E_2 \Rightarrow (10^{11} \sqrt{2})^2 = (10^{11} q)^2 + (10^{11} q)^2$$

$$2 \times 10^{22} = 2 \times (10^{22} \times q^2) \Rightarrow q^2 = 10^{-16} \Rightarrow q = 10^{-8} \text{ C} = 1 \text{ nC}$$

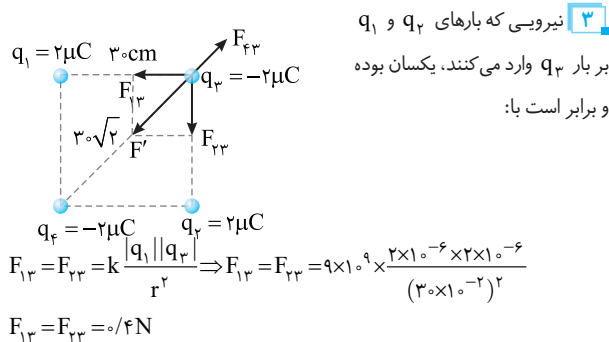
۲ ۳۴ B



۱ در مرکز مربع میدان الکتریکی خالص صفر شده است. برای آنکه این اتفاق بیفتد، باید بارهای الکتریکی به شکل مقابل قرار داشته باشند تا میدان الکتریکی دو بار روبه‌روی هم در مرکز مربع یکدیگر را خنثی کنند.

۲ اندازه قطر مربع را حساب می‌کنیم.

$$AC = BD = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$



۴ نیرویی که بار q_4 بر بار q_3 وارد می‌کند، خواهد شد:

$$F_{43} = k \frac{|q_4| |q_3|}{r_{43}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2})^2} \Rightarrow F_{43} = 0.4 \text{ N}$$

۵ برابند دو نیروی F_{13} و F_{23} را حساب می‌کنیم.

$$F' = \sqrt{(0.4)^2 + (0.4)^2} \Rightarrow F' = 0.4\sqrt{2} \xrightarrow{\sqrt{2}=1.4} F' = 0.4 \times 1.4 = 0.56$$

۶ برابند دو نیروی هم‌اندازه همواره در امتداد قطر مربع قرار می‌گیرد، از این رو نیروی خالص

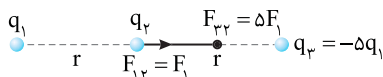
$$F_t = F' - F_{43} \Rightarrow F_t = 0.56 - 0.4 \Rightarrow F_t = 0.16 \text{ N}$$

اگر شما نیروی وارد بر هر بار را حساب کنید به همین جواب می‌رسید.

۲ ۳۵ B

برای حل این مسئله نیرویی که بار q_1 بر q_2 وارد می‌کند را برابر F_1 در نظر می‌گیریم.

در این صورت نیروی وارد بر q_2 توسط $q_3 = 5q_1$ برابر F_1 می‌شود.



($F_3 = 5F_1$) زیرا فاصله q_1 و q_3 تا q_2 برابر است اما بار q_3 برابر q_1 است.

با توجه به فرض مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 برابر F است یعنی می‌توان نوشت:

$$F = F_1 + 5F_1 \Rightarrow F = 6F_1 \text{ (I)}$$

نیروی بین دو بار الکتریکی با توجه به قانون کولن ($F = kq_1q_2/r^2$) با فاصله دو بار نسبت

وارون دارد، یعنی وقتی فاصله q_2 تا q_3 کم شده و برابر $r/5$ می‌شود، نیروی

آن ۲۵ برابر می‌شود. ($F'_3 = 25F_3$) برابر می‌شود. در این حالت نیروی خالص وارد بر q_2 خواهد شد:

$$F' = F_1 + 25F_3 \xrightarrow{F_3=5F_1} F' = F_1 + 125F_1 = 126F_1 \text{ (II)}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{126F_1}{6F_1} = 21$$

با توجه به رابطه I و II خواهیم داشت:

با توجه به جریان I_{ex} و نکته بالا، مقاومت داخلی را حساب می‌کنیم:

$$I_{ex} = \frac{\mathcal{E}}{2r} \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{I_{ex}}{2r} \Rightarrow \mathcal{E} = 8r$$

هنگامی که ولت سنج عدد صفر را نشان دهد یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر

$$V = \mathcal{E} - rI \xrightarrow{V=0} I = \frac{\mathcal{E}}{r} \xrightarrow{\mathcal{E}=8r} I = 8A$$

شده است:

آمپر سنج $I = 8A$ را نشان می‌دهد.

میانبر ← همواره به ازای جریان $I = \frac{\mathcal{E}}{r}$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر

می‌شود. جریان $I_{ex} = 4A$ بوده و دو برابر این جریان یعنی $8A$ جریانی است که

اختلاف پتانسیل صفر می‌شود.

۴۰ B

خط فکری ← مسئله را باید با دو نکته زیر حل کنیم:

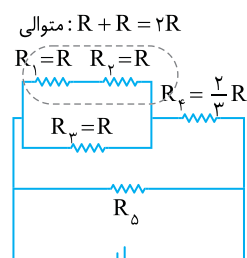
(۱) در مقاومت‌های موازی، توان با مقاومت نسبت وارون دارد.

(۲) در مقاومت‌های متوالی، توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد.

باید از مقاومت $R_3 = R$ شروع کنیم و توان این مقاومت را P فرض کنیم و براساس

آن توان تک‌تک شاخه‌ها را بررسی کنیم.

مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم.



(۱) توان مقاومت R_3 ، R ، P است

$R_{12} = 2R$ با R_3 موازی بنابراین توان

مصرفی در شاخه R_1 و R_2 نصف P

است. $(\frac{P}{2})$

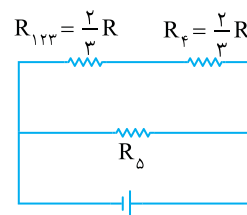
(۲) مجموع توان مصرفی در کل مقاومت

R_1 و R_2 و R_3 برابر است با:

$$P + \frac{P}{2} = \frac{3P}{2}$$

(۳) مقاومت معادل R_1 و R_2 و R_3 را حساب می‌کنیم

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{123} = \frac{2R}{3}$$



(۴) مقاومت R_{123} با مقاومت R_4

متوالی است و دو مقاومت برابرند بنابراین

توان R_4 نیز $\frac{3P}{2}$ است.

(۵) کل توان R_1 و R_2 و R_3 و R_4

برابر است با: $\frac{3P}{2} + \frac{3P}{2} = 3P$

(۶) جالب شد با توجه به فرض مسئله توان مقاومت R_3 ، $\frac{1}{3}$ توان مقاومت R_0

است یعنی

$$P_3 = \frac{1}{3} P_0 \Rightarrow P_0 = 3P_3 \xrightarrow{P_0=P} P_0 = 3P$$

کل توان شاخه شامل R_{1234} با آن موازی است برابر شده

است یعنی مقاومت R_0 برابر مقاومت معادل R_{1234} است.

$$R_{1234} = \frac{2}{3} R + \frac{2}{3} R \Rightarrow R_0 = \frac{4}{3} R$$

دو مقاومت R_0 و R_{1234} موازی‌اند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{3}{4R} + \frac{3}{4R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{2}{3} R$$

۳۶ B

به صورت مسئله دقت کنید. با حرکت بار الکتریکی از پتانسیل $V_1 = 30V$ به پتانسیل

$V_2 = 80V$ ، انرژی جنبشی ذره باردار $2mJ$ افزایش یافته است. یعنی انرژی پتانسیل

الکتریکی آن $2mJ$ کاهش یافته است که این انرژی به انرژی جنبشی ذره تبدیل شده

است. با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه خواهیم داشت:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow{\Delta U = -2 \times 10^{-3} J} 80 - 30 = \frac{-2 \times 10^{-3}}{q}$$

$$q = \frac{-2 \times 10^{-3}}{50} \Rightarrow q = -4 \times 10^{-5} C \Rightarrow q = -4 \mu C$$

۳۷ B

در حل این مسائل ابتدا شما باید دقت کنید که خازن پس از شارژ از باتری جدا شده یا

نه؟ اگر جدا شده باشد بار روی صفحات خازن ثابت است (ثابت q) و اگر همچنان

به باتری متصل باشد ولتاژ دو سر خازن ثابت است (ثابت V)

(۱) با خروج عایق از بین صفحات خازن، ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C}{C'} = \kappa \xrightarrow{\kappa=2} C' = \frac{1}{2} C$$

$$C' = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

(۲) با توجه به تعریف ظرفیت خازن خواهیم داشت:

$$V = \frac{Q}{C} \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{C}{C'} \xrightarrow{C'=\frac{1}{2}C} \frac{V'}{V} = \frac{C}{\frac{1}{2}C} \Rightarrow V' = 2V$$

(۳) از رابطه انرژی خازن $U = \frac{Q^2}{2C}$ استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases} U = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C}{C'} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C}{\frac{1}{2}C} = 2 \\ U' = \frac{Q^2}{2C'} \end{cases}$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

۳۸ A

نکته ← در پدیده ابررسانایی مقاومت ویژه در دمای خاصی به صورت ناگهانی به

صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر همچنان صفر می‌ماند.

چون این پدیده به صورت ناگهانی رخ می‌دهد عبارت «شیب ثابت» در این گزینه یعنی

تغییر تدریجی مقاومت بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

در این پدیده مقاومت ویژه ناگهان افت می‌کند و نه افزایش و گزینه (۲) نادرست است.

با کم شدن دما پس از پدیده ابررسانایی همچنان مقاومت صفر است و دوباره افزایش

نمی‌یابد و گزینه (۳) نادرست است.

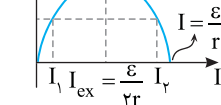
با توجه به نکته بیان شده گزینه (۴) درست است.

۳۹ B

نکته ← نمودار توان خروجی برحسب جریان $P = \mathcal{E}I - rI^2$ سهمی شکل بوده و

در نمودار سهمی نسبت به محور قائم گذرنده از

رأس متقارن است از این‌رو:



$$I_{ex} = \frac{I_1 + I_2}{2}$$

در صورت سؤال بیان شده که در جریان‌های $3A$ و

$$I_{ex} = \frac{3+5}{2} = 4A$$

نکته ← بیشینه توان خروجی زمانی است که مقاومت داخلی و خارجی با هم برابر

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \xrightarrow{R=r} I_{ex} = \frac{\mathcal{E}}{2r}$$

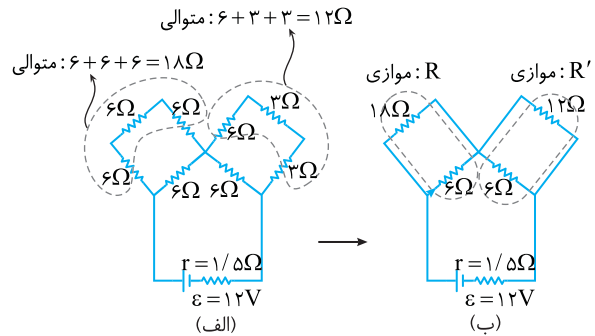
باشند، بنابراین:



۳ ۴۱ B

خط فکری

در سؤالاتی که مقدار تمام مقاومت ها و نیرو محرکه داده شده است، ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده و در گام بعدی جریان کل $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ را حساب می کنیم و در گام آخر جریان شاخه خواسته شده را با تقسیم جریان به دست می آوریم. ابتدا مقاومت معادل را حساب می کنیم:



مقاومت های R' و R متوالی اند:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{18} + \frac{1}{6} = \frac{4}{18} \Rightarrow R = 4.5\Omega, \quad \frac{1}{R'} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} \Rightarrow R' = 4\Omega$$

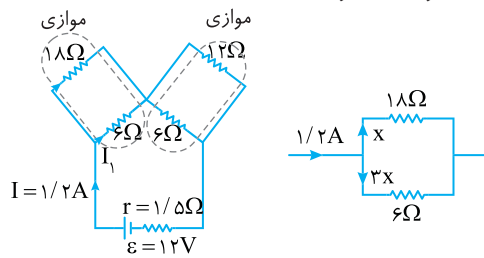
$$R = 4.5\Omega, \quad R' = 4\Omega$$

$$\rightarrow R_{eq} = R + R' \Rightarrow R_{eq} = 4.5 + 4 = 8.5\Omega$$

(پ)

۲. $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{12}{8.5 + 1/5} = 1/2A$: جریان مدار را حساب می کنیم:

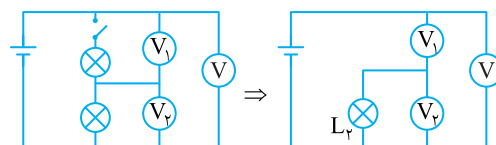
با توجه به مدار شکل (ب) جریان I_1 خواسته شده را حساب می کنیم. دقت کنید در مقاومت های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت ها تقسیم می شود یعنی جریان $I = 1/2A$ بین دو مقاومت 6Ω و 18Ω به نسبت عکس مقاومت ها تقسیم می شود و اگر به مقاومت 18Ω جریان x برسد به مقاومت 6Ω که مقدار آن $\frac{1}{3}$ مقاومت 18Ω است، جریان $3x$ خواهد رسید.



$$x + 3x = 1/2 \Rightarrow x = 1/8A, \quad I_1 = 3x \Rightarrow I_1 = 3/8A$$

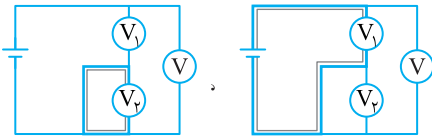
۳ ۴۲ B

هنگامی که کلید K_1 باز می شود، شاخه دارای کلید K_2 حذف شده و شکل مدار به صورت زیر خواهد شد:



با توجه به شکل لامپ L_p با ولتسنج V_1 متوالی شده و جریانی از آن عبور نمی کند و در واقع این لامپ نیز روشن نبوده و اختلاف پتانسیلی ایجاد نمی کند و مانند سیم عمل خواهد کرد.

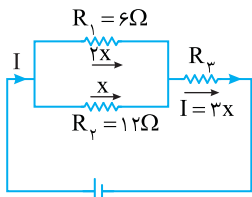
دو سر ولتسنج V_p به هم وصل شده و صفر را نشان می دهند، اما ولتسنج های V_1 و V به دو سر باتری وصل بوده و نیرو محرکه را نشان می دهند. شکل اتصال این سه ولتسنج را در زیر کشیده ایم:



دو سر ولتسنج V_1 به باتری وصل بوده و چون مدار جریانی ندارد، $V_1 = \varepsilon$ بوده و $V_p = 0$ است. دو سر ولتسنج V_p با سیم به هم وصل شده و $V = \varepsilon$ را نشان می دهد.



۳ ۴۳ B

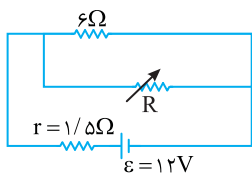


در مقاومت های موازی جریان به نسبت وارون تقسیم می شود. اگر جریان مقاومت $R_p = 12\Omega$ را x در نظر بگیریم، جریان $R_1 = 6\Omega$ برابر $2x$ می شود و جریانی مدار خواهد شد: $I = x + 2x = 3x$

فرض مسئله توان مصرفی در مقاومت R_p برابر $6W$ ، توان مصرفی در مقاومت R_p است، بنابراین:

$$P_p = \varepsilon P_p \Rightarrow P = RI^2 \Rightarrow R_p (3x)^2 = 6 \times 12(x)^2 \Rightarrow 9R_p = 6 \times 12 \Rightarrow R_p = 8\Omega$$

۴ ۴۴ B



حالت اول: وقتی مقاومت متغیر صفر است. سبب اتصال کوتاه باتری شده و اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر می شود:

$$I = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{12}{1/5} \Rightarrow V = \varepsilon - rI = 0$$

حالت دوم: وقتی مقاومت متغیر 18Ω می شود، این مقاومت با مقاومت 6Ω موازی بوده و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq} = \frac{6 \times 18}{6 + 18} \Rightarrow R_{eq} = 4.5\Omega$$

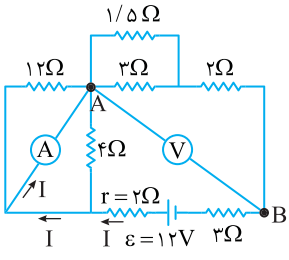
جریان مدار خواهد شد:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{12}{4.5 + 1/5} \Rightarrow I = 2A$$

ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

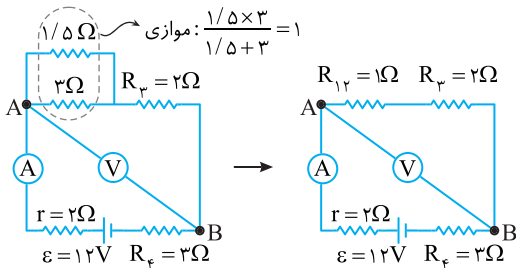
$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow V = 12 - 2 \times 1/5 \Rightarrow V = 9V$$

۳ ۴۵ B

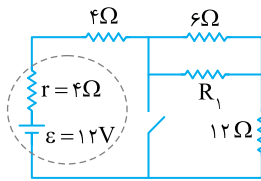


خط فکری: آمپرسنج آرمانی دارای مقاومت ناچیز است و ولتسنج آرمانی دارای مقاومت بسیار بزرگی است. ابتدا باید شما به نحوه بسته شدن آمپرسنج و ولتسنج در مدار دقت کنید. سپس مقاومت معادل و جریانی مدار را حساب کنید.

۱. آمپرسنج با مقاومت های 12Ω و 4Ω موازی بسته شده و باعث اتصال کوتاه این دو مقاومت می شود و این دو مقاومت از مدار حذف شده و مدار به شکل ساده زیر در می آید. در این حالت آمپرسنج جریانی کل مدار را نشان می دهد.



۳ ۴۷ B



خط فکری اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با $V = \varepsilon - Ir$ با بستن کلید ولتاژ دو سر باتری $\frac{4}{10}$ کاهش می‌یابد یعنی $V_p = \frac{6}{10}\varepsilon$ است. از طرفی با بستن کلید سه مقاومت 6Ω و R_1 و 12Ω

12Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و تنها مقاومت 4Ω در مدار باقی می‌ماند. اکنون با توجه به این نکات شما می‌توانید در چند مرحله مسئله را حل کنید.

۱. جریان مدار در حالت اول و دوم را به ترتیب I_1 و I_p می‌نامیم بنابراین:

$$V_p = \frac{6}{10}\varepsilon \xrightarrow{V = \varepsilon - Ir} \varepsilon - I_p r = \frac{6}{10}(\varepsilon - I_p r)$$

$$12 - 4I_p = \frac{6}{10}(12 - 4I_1) \Rightarrow 12 - 4I_p = 7.2 - 2.4I_1$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف را به ۴ تقسیم می‌کنیم}} 3 - I_p = 1.8 - 0.6I_1$$

$$\Rightarrow I_p - 0.6I_1 = 1.2 \quad (I)$$

۲. در حالتی که کلید را می‌بندیم جریان مدار را حساب می‌کنیم. در این حالت در اثر اتصال کوتاه، تنها مقاومت مدار 4Ω است.

$$I_p = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I_p = \frac{12}{4 + 4} \Rightarrow I_p = 1.5A$$

۳. I_p را در رابطه (I) جای گذاری می‌کنیم تا I_1 را به دست بیاوریم.

$$1.5 - 0.6I_1 = 1.2 \Rightarrow 0.3 = 0.6I_1 \Rightarrow I_1 = 0.5A$$

۴. مقاومت معادل مدار در حالت اول را به کمک جریان به دست می‌آوریم:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{eq1} + r} \Rightarrow 0.5 = \frac{12}{R_{eq1} + 4} \Rightarrow R_{eq1} = 20\Omega$$

۵. با توجه به شکل زیر

مقاومت معادل خواهد شد:

$$\begin{aligned} \frac{6R_1}{6 + R_1} &= \frac{6R_1}{6 + R_1} + 12 \xrightarrow{R_{eq1} = 20\Omega} \\ R_{eq1} &= 20 = 4 + \frac{6R_1}{6 + R_1} \\ 20 &= 4 + \frac{6R_1}{6 + R_1} \Rightarrow 4 = \frac{6R_1}{6 + R_1} \\ 1 &= \frac{1.5R_1}{6 + R_1} \Rightarrow 6 + R_1 = 1.5R_1 \\ 6 &= 0.5R_1 \Rightarrow R_1 = 12\Omega \end{aligned}$$

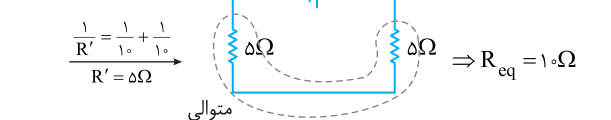
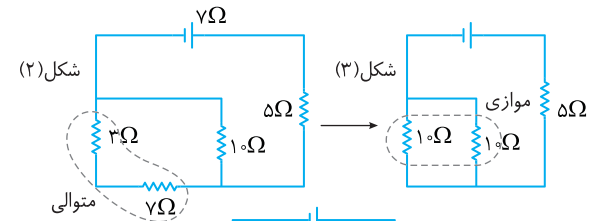
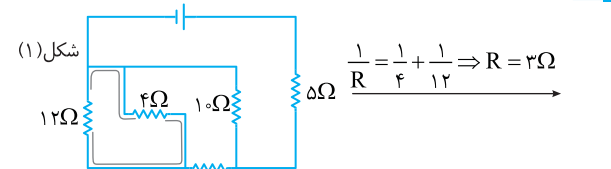
خوب خسته نباشید. این تست جز تست‌هایی است که باید آخر کار به سراغ آن بروید.

۲ ۴۸ B

خط فکری در سؤالاتی که مقدار تمام مقاومت‌ها، مقاومت درونی و نیرو محرکه داده شده، ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده در گام بعدی جریان مدار را حساب می‌کنیم.

و در گام آخر با تقسیم جریان، جریان شاخه خواسته شده را به دست می‌آوریم. $(I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r})$

۱. دوسر مقاومت‌های 4Ω و 12Ω به هم بسته شده و این دو مقاومت باهم موازی اند:



$$R_{eq} = 1 + 2 + 3 = 6\Omega$$

۲. مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{12}{6 + 2} \Rightarrow I = 1.5A$$

بنابراین آمپرسنج $1.5A$ را نشان می‌دهد.

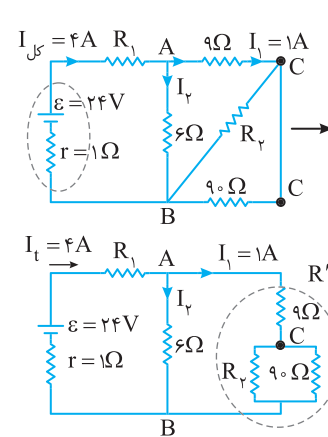
۴. ولتسنج بین دو نقطه AB بسته شده و اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را نشان می‌دهد، بنابراین ابتدا مقاومت معادل بین A و B را حساب می‌کنیم:

$$R_{AB} = R_{1p} + R_p = 1 + 2 = 3\Omega$$

عددی که ولتسنج نشان می‌دهد خواهد شد:

$$V_{AB} = IR_{AB} \Rightarrow V_{AB} = 1.5 \times 3 = 4.5V$$

۲ ۴۶ B



خط فکری شکل مدار را

ساده‌تر رسم کنید تا بتوانید تقسیم جریان در هر شاخه را راحت‌تر درک کنید. مقاومت R_p و 9Ω موازی و با

مقاومت 9Ω متوالی هستند و مجموعه آن‌ها با مقاومت 6Ω موازی است.

۱. جریان کل مدار $4A$ وقتی

به نقطه A می‌رسد، به دو شاخه I_p و $I_1 = 1A$ تقسیم می‌شود

بنابراین جریان I_p خواهد شد:

$$I_t = I_1 + I_p \Rightarrow 4 = 1 + I_p \Rightarrow I_p = 3A$$

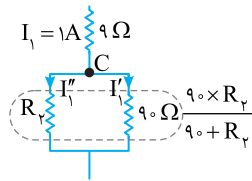
۲. مقاومت 6Ω با مقاومت R' موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر

$$I_p \times 6 = I_1 \times R' \Rightarrow 3 \times 6 = 1 \times R' \Rightarrow R' = 18\Omega$$

به مقاومت R' نگاه کنید. در آن یک مقاومت 9Ω با مقاومت معادل 9Ω و 9Ω متوالی است:

$$R' = 9 + \frac{9 \times R_p}{9 + R_p} \Rightarrow 18 = 9 + \frac{9 \times R_p}{9 + R_p}$$

$$9 = \frac{9 \times R_p}{9 + R_p} \Rightarrow 1 = \frac{1 \times R_p}{9 + R_p} \Rightarrow 9 + R_p = 1 \times R_p \Rightarrow R_p = 10\Omega$$



جریان I_1 در نقطه C به دو جریان I_1' و I_1'' تقسیم می‌شود. در مقاومت‌های موازی

جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

یعنی اگر جریان مقاومت 9Ω را با حرف

X نمایش دهیم جریان مقاومت 10Ω

برابر $9X$ می‌شود در این صورت:

$$1A = X + 9X \Rightarrow I_1' = X = 0.1A$$

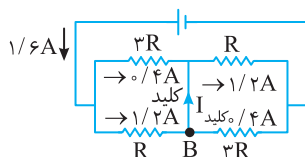
$$I_1'' = 1 - 0.1 = 0.9A$$

یادآوری توان مصرفی در یک مقاومت از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

$$P = VI = \frac{V^2}{R} = RI^2$$

از رابطه $P = RI^2$ توان مصرفی را حساب می‌کنیم:

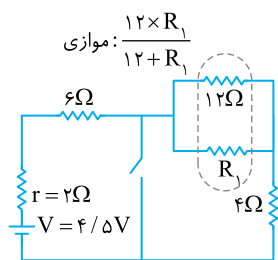
$$P_p = R_p I_1'^2 \Rightarrow P_p = 10 \times (0.1)^2 \Rightarrow P_p = 0.1W$$



اکنون با نوشتن قاعده انشعاب برای نقطه B مسیر کلید I را حساب می‌کنیم.
 $1/2 = I_{\text{کلید}} + 0/4 \Rightarrow I_{\text{کلید}} = 0/8 \text{ A}$

۳ ۵۰ B

در صورت مسئله بیان شده که با بستن کلید K، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 6Ω دو برابر شده است، یعنی با توجه به قانون اهم ($V=IR$) باید جریانی در مدار دو برابر شده باشد. بنابراین جریانی در مدار در دو حالت را باید حساب کنیم. البته ابتدا مقاومت معادل را به دست می‌آوریم.



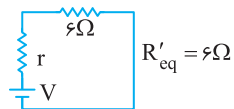
حالت اول: کلید باز:
 مقاومت 12Ω و 12Ω موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت 6Ω و 4Ω متوالی است.

$$R_{eq} = 6 + \frac{12 \times R_1}{12 + R_1} + 4$$

$$R_{eq} = 10 + \frac{12R_1}{12 + R_1} = \frac{120 + 10R_1 + 12R_1}{12 + R_1} \Rightarrow R_{eq} = \frac{120 + 22R_1}{12 + R_1}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{4/5}{\frac{120 + 22R_1}{12 + R_1} + 2}$$

جریان مدار خواهد شد:



حالت دوم: کلید بسته:
 با اتصال کلید K تمام مقاومت‌های شاخه سمت راست اتصال کوتاه شده و تنها مقاومت مدار همان مقاومت 6Ω خواهد بود.

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \Rightarrow I' = \frac{4/5}{6 + 2} \Rightarrow I' = \frac{4/5}{8} \text{ A}$$

جریان مدار خواهد شد:

با توجه به فرض مسئله $I' = 2I$ خواهیم داشت:

$$\frac{4/5}{8} = 2 \times \frac{4/5}{\frac{120 + 22R_1}{12 + R_1} + 2} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{120 + 22R_1}{12 + R_1} + 2 \right) \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{120 + 22R_1}{12 + R_1} + 2$$

$$7 = \frac{60 + 11R_1}{12 + R_1} \Rightarrow 84 + 7R_1 = 60 + 11R_1 \Rightarrow 24 = 4R_1 \Rightarrow R_1 = 6\Omega$$

۳ ۵۱ B

با توجه به سؤال جرم ذره ناچیز بوده و در واقع از نیروی وزن وارد بر جسم صرف‌نظر شده است. ابتدا اندازه و جهت نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی که از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسی به ذره وارد می‌شود را به دست می‌آوریم و اگر این دو نیرو هم جهت باشند نیروی خالص مجموع آن‌ها و اگر این نیرو خلاف جهت هم باشند نیروی خالص تفاضل آن‌ها و اگر برهم عمودند، نیروی خالص از فیثاغورس به دست می‌آید.

با توجه به اندازه نیروی مغناطیسی و نیروی الکتریکی از طرف میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

نیروی الکتریکی	نیروی مغناطیسی
$F_E = E q $	$F = q vB \sin \alpha$
	زاویه بین میدان مغناطیسی و جهت حرکت ذره

نیروی مغناطیسی: ذره عمود بر خطوط میدان مغناطیسی در حال حرکت است

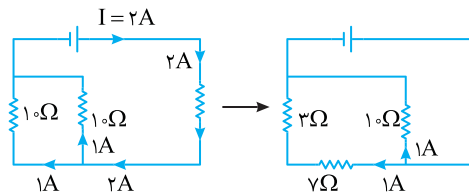
$$F_B = qvB \Rightarrow F_B = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^4 \times 10^{-2} \Rightarrow F_B = 4 \times 10^{-4} \text{ N}$$

بنابراین $\alpha = 90^\circ$ است:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{R_{eq} = 10\Omega, r = 0, \varepsilon = 20V} I = \frac{20}{10 + 0} = 2 \text{ A}$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم:

دوباره به سراغ جگونگی به هم بستن مقاومت‌ها می‌رویم. مقاومت 4Ω و 12Ω با هم موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت 7Ω متوالی است و معادل هر سه مقاومت 12Ω ، 4Ω و 7Ω با مقاومت 10Ω موازی است. تقسیم جریانی را از شکل (۳) آغاز می‌کنیم:



پس به مقاومت 3Ω که معادل دو مقاومت موازی 12Ω و 4Ω است جریانی 1 A می‌رسد.

در مقاومت‌های موازی جریانی به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

$$x + 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ A}$$

جریان عبوری از مقاومت 4Ω خواهد شد:

$$I_{4\Omega} = 3x \Rightarrow I_{4\Omega} = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ A}$$

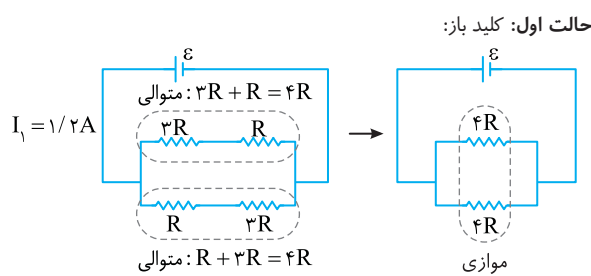
۴ ۴۹ B

آمپرسنج، جریانی کل مدار را نشان می‌دهد و ولتاژ دو سر کل مدار ثابت و برابر ε است.

به سراغ قانون اهم $I = \frac{V}{R} = \frac{\varepsilon}{R}$ می‌رویم. جریانی مدار با مقاومت مدار رابطه وارون دارد

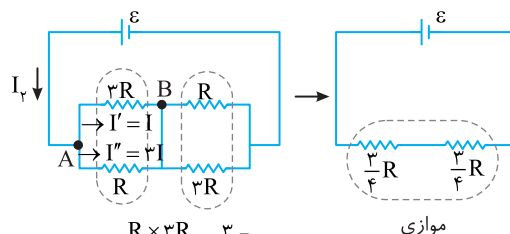
$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_{1eq}}{R_{2eq}}$$

یعنی بنابرین باید مقاومت معادل در دو حالت را به دست بیاوریم.



$$R_{1eq} = \frac{4R}{2} = 2R$$

حالت دوم: کلید بسته:



$$R_{2eq} = \frac{3}{4}R + \frac{3}{4}R = \frac{3}{2}R$$

اکنون می‌توان I_2 را حساب کرد.

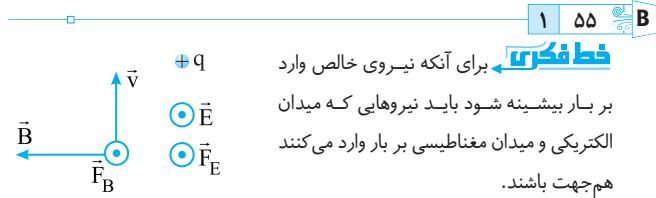
$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_{1eq}}{R_{2eq}} \xrightarrow{I_1 = 1/2 \text{ A}} \frac{I_2}{1/2} = \frac{2R}{3/2 R} \Rightarrow I_2 = 1/6 \text{ A}$$

در مقاومت‌های موازی جریانی به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریانی مقاومت $3R$ برابر I باشد، جریانی مقاومت $I, 3R$ است، بنابراین در انشعاب A خواهیم داشت:

$$I' + I'' = I_2 \Rightarrow 3I + I = I_2 \Rightarrow 4I = 1/6$$

$$I = 0/4 \text{ A}, I' = 0/4 \text{ A}, I'' = 1/2 \text{ A}$$

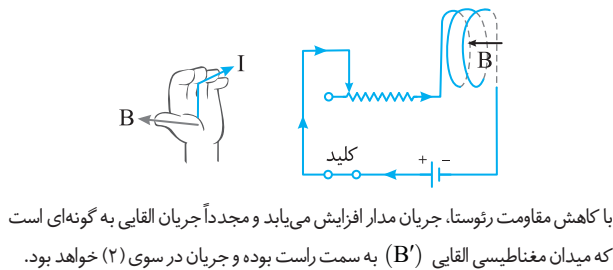
با توجه به قاعده دست راست میدان مغناطیسی سیم I_1 در نقطه A درونسو است، بنابراین میدان مغناطیسی سیم I_2 باید برونسو باشد یعنی I_1 با I_2 هم جهت است. **جمع بندی** اگر جریان دو سیم همسو باشد، میدان در نقطه‌ای بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد. اگر جریان دو سیم ناهمسو باشد، میدان در نقطه‌ای خارج دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.



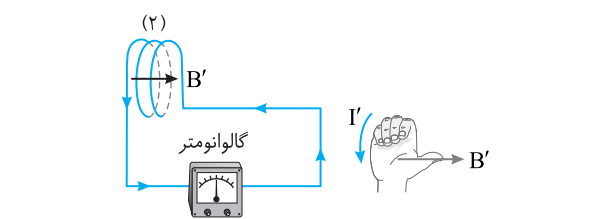
میدان الکتریکی مطابق شکل برونسو است و بر بار مثبت در میدان الکتریکی نیرویی در جهت میدان وارد می‌شود، یعنی نیروی F_E نیز برونسو است.

نیروی مغناطیسی F_B باید با F_E هم جهت باشند. میدان مغناطیسی به سمت چپ بوده و نیروی مغناطیسی وارد بر بار برونسو است، از این رو با توجه به قاعده دست راست سرعت ذره را به دست می‌آوریم. اگر شست دست راست را در جهت نیرو به صورت برونسو روی کاغذ قرار دهیم به گونه‌ای که کف دست سمت چپ یعنی میدان مغناطیسی را نشان دهد، چهار انگشت دست راست به سمت بالا (A) جهت حرکت را نشان می‌دهد.

جریان مدار سمت چپ از پایانه مثبت باتری به سمت پایانه منفی باتری است و میدان مغناطیسی سیموله (۱) به سمت چپ است. در لحظه وصل کلید و افزایش شار، میدان مغناطیسی القایی (B') در سیموله سمت راست باید طبق قانون لنز در خلاف جهت میدان B باشد تا با افزایش شار مخالفت کند، در این صورت جریان القایی در سوی (۲) خواهد بود.



با کاهش مقاومت رثوستا، جریان مدار افزایش می‌یابد و مجدداً جریان القایی به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') به سمت راست بوده و جریان در سوی (۲) خواهد بود.



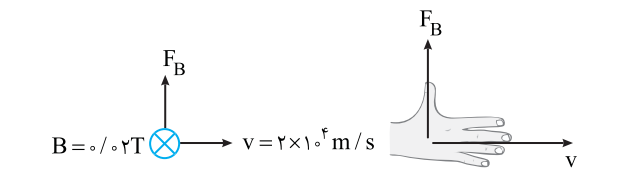
ضریب القاوری سیموله به ساختمان سیموله بستگی دارد و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B} \right)^2 \times \frac{A_A}{A_B} \times \frac{I_B}{I_A}$$

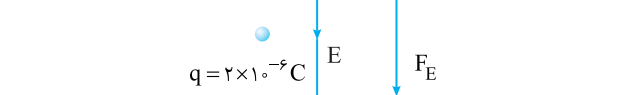
$$\frac{A_A = A_B, I_A = I_B}{N_A = 2N_B} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = (2)^2 \times 1 \times \left(\frac{1}{2} \right) \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = 2$$

ضریب القاوری سیموله A دو برابر سیموله B بوده و جریان عبوری از آن‌ها یکسان است. از این رو انرژی ذخیره شده در سیموله A ، $U = \frac{1}{2} LI^2$ دو برابر B می‌شود و میدان مغناطیسی آن دو ($B = \mu_0 \frac{N}{l} I$) با هم برابر است.

جهت نیروی مغناطیسی با توجه به قاعده دست راست مشخص می‌شود. چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت ذره به سمت راست گرفته به طوری که خم شدن انگشت‌ها جهت میدان مغناطیسی (درونسو) را نشان دهد، حال جهت شست (رو به بالا) جهت نیروی مغناطیسی می‌شود:



۲ نیروی الکتریکی:
ذره دارای بار مثبت است پس نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی هم جهت اند.



دو نیرو خلاف جهت هم اند، بنابراین نیروی خالص وارد بر ذره برابر است با:

$$F_T = F_E - F_B \Rightarrow F_T = 10^{-3} - 0.8 \times 10^{-3} = 0.2 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-4} \text{ N}$$

۲ خط فکری مقدار نیرو محرکه القایی را با توجه به قانون القای فاراده

به دست می‌آوریم که مدت زمان ۱ms و تغییر شار ۰.۲Wb در حال کاهش داده شده است. جهت جریان القایی هم با توجه به قانون لنز به دست می‌آید. جهت جریان باید به گونه‌ای باشد که با کاهش شار که حاصل از خروج قاب از میدان است مخالفت کند.

قاب در حال خارج شدن بوده پس شار در حال کاهش است و میدان مغناطیسی القایی با کاهش شار مخالفت کرده و هم جهت با B به صورت درونسو القا می‌شود حال با توجه به جهت میدان القایی و قاعده دست راست، جهت جریان القایی قاب را به دست می‌آوریم:

چهار انگشت خم شده دست راست را در جهت میدان القایی درونسو گرفته در این حالت جهت جریان در جهت شست دست راست قرار دارد و ساعتگرد است.

با استفاده از قانون القای فاراده، نیرو محرکه را به دست می‌آوریم:

$$\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -1 \times \frac{(-0.2)}{10^{-3}} = 200 \text{ V}$$

۱ خط فکری آلفا ذره‌ای با دو پروتون و دو نوترون بوده یعنی دارای بار مثبت ۲e است. با داشتن جرم ذره آلفا و شتاب آن، نیروی مغناطیسی وارد بر آن را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

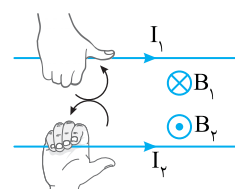
$F = ma \Rightarrow F = 6.68 \times 10^{-27} \times 4 \times 10^8 \text{ N}$
اکنون به کمک رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسی، بزرگی میدان را به دست می‌آوریم:

$$F = |q| v B \sin \theta \Rightarrow \frac{|q| = 2e = 3.2 \times 10^{-19} \text{ C}}{\theta = 90^\circ}$$

$$6.68 \times 4 \times 10^{-22} = 3.2 \times 10^{-19} \times 50 \times B \Rightarrow B = 0.167 \times 10^{-3} \text{ T} \Rightarrow B = 1.67 \text{ G}$$

۴ بدآواری برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان، شست دست راست را در جهت جریان الکتریکی سیم قرار داده، جهت چرخش چهار انگشت دیگر، جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.

میدان مغناطیسی در نقطه A صفر شده است. بنابراین میدان مغناطیسی دو سیم در نقطه A در خلاف جهت هم هستند. اما چون نقطه A به سیم I_1 نزدیک‌تر است قطعاً جریان سیم I_2 از جریان سیم I_1 کمتر است. ($I_2 < I_1$)





B ۵۸ ۱

خط فکری

به کمک نیروی مغناطیسی وارد بر بار $(F = qvB \sin \alpha)$ نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون را حساب کنید سپس به کمک قانون دوم نیوتون $(F = ma)$ شتاب پروتون را به دست بیاورید.

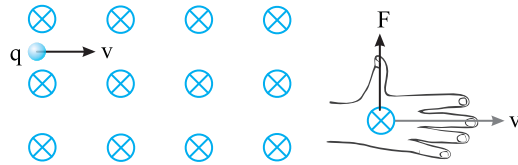
۱. اندازه نیرو و جهت آن را با توجه به قاعده دست راست می‌آوریم:

$$F = qvB \sin \alpha \xrightarrow[\alpha = 90^\circ \text{ میدان خطوط حرکت}]{\text{زاویه بین راستای حرکت و}} F = qvB$$

$$\frac{B = 170 \cdot G = 170 \times 10^{-4} \text{ T}}{q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} \rightarrow F = 1/6 \times 10^{-19} \times 1.6 \times 10^{-4} \times 170 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow F = 1/6 \times 170 \times 10^{-19} \text{ N}$$

نکته: برای به دست آوردن جهت نیرو، چهار انگشت باز دست راست را در جهت حرکت ذره قرار می‌دهیم به طوری که با خم شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی مشخص شود، در این شرایط انگشت باز شست دست، جهت نیرو را مشخص می‌کند.



بنابراین بردار نیرو به سمت بالا و در جهت محور y ها است. $\vec{F} = (1/6 \times 170 \times 10^{-19}) \hat{j}$

۲. حال با توجه به رابطه $\vec{F} = m\vec{a}$ ، بردار شتاب را به دست می‌آوریم:

$$1/6 \times 170 \times 10^{-19} \hat{j} = 1/7 \times 10^{-27} \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = 1/6 \times 10^{-10} \hat{j}$$

B ۵۹ ۴

خط فکری

در گام اول با توجه به قانون القای فاراده نیرو محرکه القایی متوسط را به دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به قانون لنز جهت جریان القایی را حساب می‌کنیم.

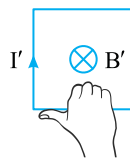
نکته ۱: نیرو محرکه القایی با توجه به قانون القای فاراده از رابطه $\mathcal{E} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ به دست می‌آید.

$$\mathcal{E} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \frac{\Phi = BA \cos \theta}{N=1, \Delta t = 1 \text{ ms} = 10^{-3} \text{ s}} \rightarrow \mathcal{E} = - \frac{B_1 A \cos \theta - B_2 A \cos \theta}{10^{-3}}$$

$$\frac{\text{صفحه بر خطوط عمود است}}{\cos \theta = 1} \rightarrow \mathcal{E} = \frac{-(B_2 - B_1)A}{10^{-3}}$$

$$\frac{\Delta B = -200 \cdot G = -200 \times 10^{-4} \text{ T}}{A = 600 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \rightarrow \mathcal{E} = \frac{-(-200 \times 10^{-4}) \times (600 \times 10^{-4})}{10^{-3}} = 1/2 \text{ V}$$

نکته ۲: طبق قانون لنز، جریان القایی در جهتی ایجاد می‌شود که با عامل تغییر شار مخالفت کند.



میدان مغناطیسی در حال کاهش است پس باید میدان القایی در جهت میدان داده شده یعنی درون‌سو القا شود تا با کاهش میدان مغناطیسی (که عامل تغییر شار است) مخالفت کند. حال با توجه به قاعده دست راست و جهت میدان القایی، جهت جریان القایی را به دست می‌آوریم که مشخص می‌شود این جریان ساعتگرد است.

B ۶۰ ۴

یادآوری

یک گaus برابر 10^{-4} تسلا است.

۱. رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسی به صورت زیر است:

$$F = |q|vB \sin \theta$$

$$F = 1/6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^4 \times 2000 \times 10^{-4} \times \sin(15^\circ)$$

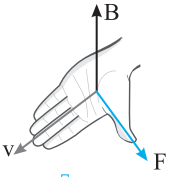
$$\sin 15^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \rightarrow F = 8 \times 10^{-16} \text{ N}$$

$$\vec{v} = 5 \times 10^4 \text{ m/s}$$

۲. برای یافتن جهت نیروی وارد بر الکترون از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم.

چهار انگشت دست راست خود را در امتداد v قرار دهید به گونه‌ای که چرخش چهار انگشت روی B قرار گیرد. در این حالت انگشت شست دست شما رو به درون صفحه کاغذ است یعنی نیرو درون‌سو است، اما بار الکترون منفی است بنابراین باید جهت را قرینه کنید یعنی نیرو بیرون‌سو است.

البته مطابق شکل می‌توانید که از دست چپ استفاده کنید.



B ۶۱ ۱

ابتدا دانسته‌های خود را مرور کنیم.

۱. ذره آلفا دارای بار مثبت است $\alpha = {}^4_2\text{He}^{++}$

۲. بر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی نیروی $F_E = qE$ وارد می‌شود، بنابراین نیروی F_E رو به پایین است.

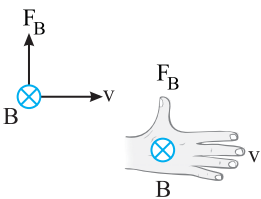
$$F_B = qvB$$

$$F_E = qE$$

۳. برای آنکه ذره آلفا بدون انحراف از دو میدان بگذرد، باید نیروهایی که از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسی بر آن وارد می‌شود، متوازن باشند. یعنی اندازه آن‌ها یکسان و جهت آن‌ها در خلاف جهت هم باشد، بنابراین نیروی میدان مغناطیسی باید بالاسو باشد. اکنون مسئله قابل حل است. دو نیروی الکتریکی و مغناطیسی را برابر قرار می‌دهیم.

$$F_E = F_B \xrightarrow{F_E = qE, F_B = qvB} qE = qvB \Rightarrow E = vB$$

$$E = 1000 \text{ N/C}, B = 10^{-4} \times 10^{-4} = 10^{-8} \text{ T} \rightarrow 1000 = v \Rightarrow v = 10^4 \text{ m/s}$$



نیروی F_B بالاسو و میدان مغناطیسی درون‌سو بوده و بنا به قاعده دست راست اگر شما انگشت شست دست راست خود را رو به بالای صفحه به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به داخل صفحه کاغذ باشد، در این صورت چهار انگشت شما به سمت

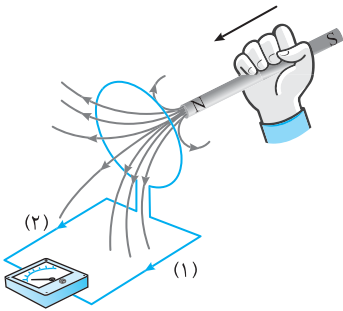
راست صفحه و در جهت محور x هاست، یعنی سرعت در جهت مثبت محور x ها باید باشد.

B ۶۲ ۲

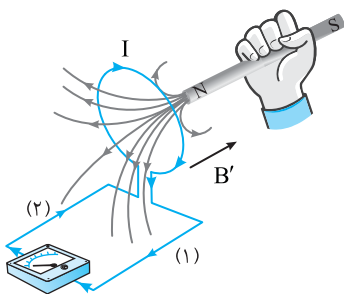
یادآوری

قانون لنز: جهت جریان القایی همواره به گونه‌ای است که با عامل به وجود آورنده‌اش (تغییر شار) مخالفت می‌کند.

با توجه به شکل آهنربا در حال نزدیک شدن به حلقه است. با نزدیک شدن آهنربا به حلقه، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد و این بنا به قانون



القای الکترومغناطیسی فاراده باعث ایجاد نیروی محرکه القایی و در نتیجه جریان القایی می‌شود. این جریان به گونه‌ای است که با نزدیک شدن آهنربا مخالفت می‌کند. یعنی حلقه بر آهنربا نیروی مغناطیسی دافعه وارد می‌کند. برای این منظور باید سمتی از حلقه که به سوی آهنربا است قطب N شود و با توجه به قاعده دست راست جهت جریان در جهت (۱) خواهد شد.



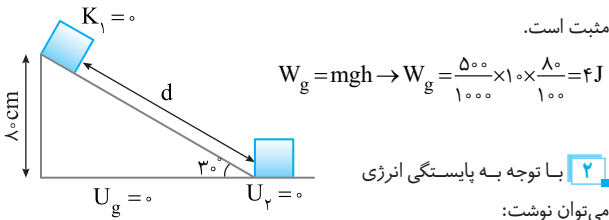
حجم مایع اضافه شده خواهد شد: $V_3 = Ah_3 = 1 \times 9 = 9 \text{ cm}^3$

بالا خیزد، تعویض می‌شود. عجب معادلات عددی و حقیقتاً! پس باید معادلات عددی خودمون رو به‌شدت تقویت کنیم.

۱ ۶۵ B

یادآوری: کار نیروی وزن برابر $W_g = \pm mgh$ است که اگر جسم بالا رود. $W_g < 0$ و اگر جسم پایین بیاید $W_g > 0$ است.

۱ کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم. جسم از سطح شیب‌دار پایین آمده و W_g مثبت است.

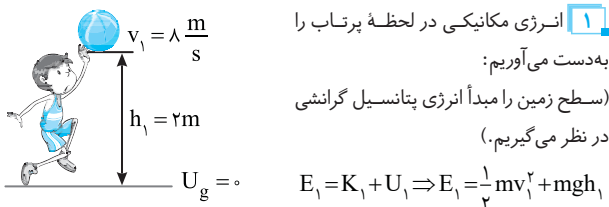


$E_p - E_1 = W_f \rightarrow U_p + K_p - (U_1 + K_1) = W_f$
جسم از ارتفاع ۸۰ cm رها شده ($v_1 = 0$) پس U_1 برابر mgh_1 بوده که $h_1 = 0.8 \text{ m}$ است و K_1 برابر ۰ است. هنگام رسیدن به زمین U_p صفر است. بنابراین:

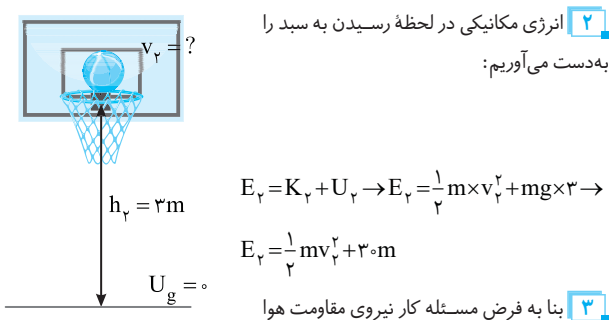
$$k_p - U_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} m(v_p)^2 - mgh_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} \times 50 \times 9 - 50 \times 10 \times 0.8 = W_f \Rightarrow 225 - 400 = W_f \Rightarrow W_f = -175 \text{ J}$$

میانبر: چون در گزینه‌ها مقدار W_f که داده شده متفاوت است، پس تنها کافی است W_f را حساب کنیم.

۴ ۶۶ B



$$E_0 = K_0 + U_0 \rightarrow E_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 + m g h_0 \Rightarrow E_0 = 320 + 200 = 520 \text{ J}$$



$$W_f = -\frac{1}{2} K_0 \Rightarrow W_f = -\frac{1}{2} (mv_0^2) \Rightarrow W_f = -\frac{1}{2} m(8)^2 \Rightarrow W_f = -160 \text{ J}$$

۴ قانون پایستگی انرژی را نوشته و v_p را حساب می‌کنیم.

$$E_p - E_1 = W_f \Rightarrow K_p + U_p - E_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_p^2 + m g h_p - E_1 = -160 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_p^2 + m g h_p - E_1 = -160$$

یادآوری: ۱ میدان مغناطیسی داخل سیمولوله حامل جریان از رابطه $B = \frac{\mu_0 N I}{l}$ به دست می‌آید:

$$\frac{B_A}{B_B} = \frac{\frac{\mu_0 N_A I_A}{l_A}}{\frac{\mu_0 N_B I_B}{l_B}} \Rightarrow \frac{B_A}{B_B} = \frac{N_A I_A l_B}{N_B I_B l_A} \Rightarrow \frac{B_A}{B_B} = \frac{2 \times 1 \times 1}{1 \times 2 \times 1} = 1$$

$$\frac{B_A}{B_B} = \frac{N_A}{N_B} \times \frac{I_A}{I_B} \times \frac{l_B}{l_A} \Rightarrow \frac{B_A}{B_B} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

یادآوری: ۲ ضریب القاوری سیمولوله از رابطه $L = \frac{\mu_0 A N^2}{l}$ به دست می‌آید:

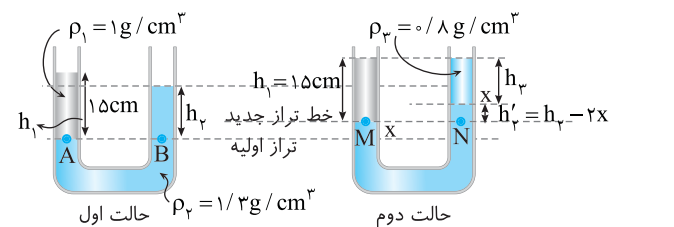
$$\frac{L_A}{L_B} = \frac{\frac{\mu_0 A_A N_A^2}{l_A}}{\frac{\mu_0 A_B N_B^2}{l_B}} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{A_A N_A^2 l_B}{A_B N_B^2 l_A} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{1 \times 2^2 \times 1}{2 \times 1^2 \times 1} = 2$$

$$\frac{A_A = A_B}{N_A = 2N_B, l_A = 2l_B} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

۱۴۰ - داخل تجویز (نوبت اول)

۳ ۶۴ C

خط فکری: شکل دو حالت مسئله را کنار هم رسم می‌کنیم. در حالت اول خط تراز را کشیم تا ارتفاع h_p را حساب کنیم. وقتی مایع p را به شاخه سمت راست اضافه می‌کنیم. مایع p به اندازه x در سمت راست پایین می‌رود و به همین اندازه مطابق شکل در سمت چپ بالا می‌رود. از این‌جا به بعد شما باید مقایسه دو شکل باید مقدار x و h_p را حساب کنید.



۱ خط تراز در حالت اول را رسم می‌کنیم. فشار نقاط A و B واقع بر خط تراز یکسان است. $P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_p \Rightarrow 1 \times 10 = 0.8 h_p \Rightarrow h_p = \frac{10}{0.8} = 12.5 \text{ cm}$

۲ مایع p به شاخه سمت راست اضافه شده تا سطح آزاد مایع در دو شاخه برابر شود. در این حالت مجدداً خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقاط M و N برابر است. در نقطه M، فشار ستون ۱۵ cm مایع p_1 است و فشار در نقطه N مجموع فشار ستون h_p مایع p_2 و فشار ستون $h'_p = 15 - 2x$ مایع p_1 است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\rho_M = \rho_N \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_p + \rho_1 h'_p \Rightarrow 1 \times 15 = 0.8 h_p + 1 \times (15 - 2x) \Rightarrow 15 = 0.8 h_p + 15 - 2x \Rightarrow 0 = 0.8 h_p - 2x \Rightarrow x = \frac{0.8 h_p}{2} = \frac{0.8 \times 12.5}{2} = 5 \text{ cm}$$

۳ اکنون باید به دقت به شکل حالت دوم و اعداد روی شاخه راست و چپ دقت کنید. h_1 با مجموع h_p و h'_p برابر است.

$$h_1 = h_p + h'_p \Rightarrow 15 = \frac{15}{0.8} - 2x \Rightarrow 15 = 18.75 - 2x \Rightarrow 2x = 18.75 - 15 = 3.75 \Rightarrow x = \frac{3.75}{2} = 1.875 \text{ cm}$$

۴ از رابطه (I) در رابطه بالا جایگذاری می‌کنیم

$$\frac{4.5}{13} = h_p - \frac{0.8}{13} h_p \Rightarrow \frac{4.5}{13} = \frac{0.2}{13} h_p \Rightarrow h_p = \frac{4.5 \times 13}{0.2} = 292.5 \text{ cm}$$

B ۷۰ ۱

خط فکری → برای حل این تست باید تک‌تک گزینه‌ها بررسی شود و اگر شانس

بیاوریم گزینه (۱) درست باشد و دیگر نیازی به بررسی بقیه گزینه‌ها نیست.

برای بررسی هر گزینه باید یک رابطه ریاضی که در آن کمیت مورد نظر وجود دارد را به کار ببرید.

برای میدان مغناطیسی استفاده از رابطه نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی بهترین انتخاب است.

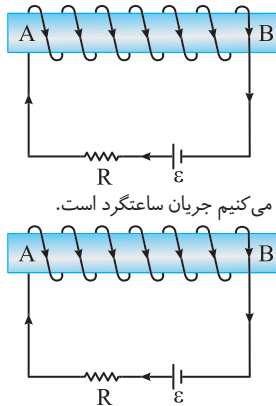
یکای فرعی نیرو kgm/s^2 ، یکای جریان آمپر (A) یکای طول (m) و نسبت‌های

$$\text{مثلثاتی یکا ندارند از این رو: } \text{kgm/s}^2 = A \cdot m[B] \Rightarrow [B] = \frac{\text{kg}}{As^2}$$

بنابراین نیازی به بررسی گزینه‌های دیگر نیست.

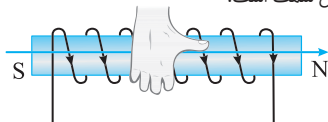
A ۷۱ ۲

نکته → سوی جریان در مدار خارجی یک باتری از پایانه مثبت به سوی پایانه منفی است.

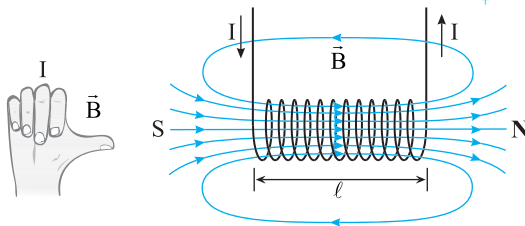


جهت جریان را مشخص می‌کنیم جریان ساعتگرد است.

با توجه قاعده دست راست جهت میدان درون سیم‌لوله را مشخص می‌کنیم، چهار انگشت دست راست را در سوی جریان سیم‌لوله می‌چرخانیم، در این حالت انگشت باز شست دست راست جهت راست را نشان می‌دهد که جهت میدان مغناطیسی است و قطب N نیز در همین سمت است.



یادآوری → قاعده دست راست برای جهت میدان مغناطیسی در سیم‌لوله حامل جریان.



B ۷۲ ۲

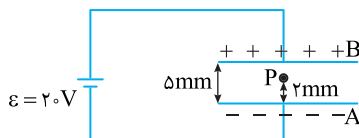
یادآوری → اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت برابر $\Delta V = Ed$ است که در آن d فاصله دو نقطه در امتداد خطوط میدان است.

دو صفحه خازن به باتری متصل است و اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت و برابر

$V_P - V_A = Ed_{AP}$ است. اختلاف پتانسیل بین نقطه P و صفحه منفی A برابر

است. E که میدان الکتریکی بین صفحات است. با دور شدن صفحه B فاصله A و P

از هم تغییر نکرده و ۲mm می‌ماند اما میدان الکتریکی تغییر می‌کند:



B ۶۷ ۲

خط فکری → طول اولیه دو میله یکسان و افزایش دمای آن‌ها نیز برابر است. پس

هر میله‌ای که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد، افزایش طول بیشتری خواهد داشت.

ضریب انبساط طولی مس بیشتر از آهن است و افزایش طول میله مس بیشتر از میله آهنی خواهد شد و برای اینکه اختلاف طول دو میله 3mm باشد باید افزایش طول

میله مس $3/3$ میلی‌متر بیشتر از افزایش طول میله آهنی باشد: افزایش طول هر دو میله را $(\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta)$ حساب کنید و تفاضل آن‌ها را برابر 3mm قرار دهید.

۱ → معادله افزایش طول میله مس را می‌نویسیم. برای آن که این افزایش برحسب میلی‌متر به دست آید طول اولیه مس را برحسب میلی‌متر $(50 \times 1000 = 50000\text{mm})$

قرار می‌دهیم:

$$\Delta L_{\text{cu}} = L_{\text{cu}} \alpha_{\text{cu}} \Delta \theta \Rightarrow \Delta L_{\text{cu}} = 50000 \times 1/8 \times 10^{-5} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta L_{\text{cu}} = 9 \times 10^{-3} \Delta \theta$$

۲ → معادله افزایش طول میله آهن را می‌نویسیم:

$$\Delta L_{\text{Fe}} = L_{\text{Fe}} \alpha_{\text{Fe}} \Delta \theta \Rightarrow \Delta L_{\text{Fe}} = 50000 \times 1/2 \times 10^{-5} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta L_{\text{Fe}} = 6 \times 10^{-3} \Delta \theta$$

۳ → اختلاف ΔL_{re} و ΔL_{cu} برابر 3mm است:

$$\Delta L_{\text{cu}} - \Delta L_{\text{Fe}} = 3\text{mm} \Rightarrow 9 \times 10^{-3} \Delta \theta - 6 \times 10^{-3} \Delta \theta = 3$$

$$\Rightarrow 3 \times 10^{-3} \Delta \theta = 3 \Rightarrow \Delta \theta = 1000^\circ \text{C}$$

B ۶۸ ۴

خط فکری → در این فرآیند یخ از آب 20°C گرما می‌گیرد. ابتدا یخ 10°C به یخ

0°C تبدیل می‌شود، سپس یخ 0°C با دریافت گرما از آب، ذوب می‌شود و به آب 0°C

تبدیل شده و سرانجام دمای آن 5°C می‌شود. در این مدت، آب 20°C با از دست دادن

گرما به آب 5°C تبدیل می‌شود. گرمایی که یخ 10°C می‌گیرد تا به آب 5°C تبدیل

نشود و همچنین گرمایی که آب 20°C از دست می‌دهد تا دمایش 5°C شود را حساب

کنید و برابر قرار دهید تا بتوانید جرم آب 20°C را به دست بیاورید.

۱ → گرمای لازم برای رسیدن یخ 10°C به آب 5°C را حساب می‌کنیم:

$$1\text{kg} \xrightarrow[\text{یخ } 10^\circ \text{C}]{Q_1} 1\text{kg} \xrightarrow[\text{یخ } 0^\circ \text{C}]{Q_2} 1\text{kg} \xrightarrow[\text{آب } 5^\circ \text{C}]{Q_3}$$

$$Q_{\text{یخ}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = m'c_{\text{یخ}} \Delta \theta_1 + m' L_F + m' c_{\text{آب}} \Delta \theta$$

$$Q_{\text{یخ}} = 1 \times 2100 \times 10 + 1 \times 336000 + 1 \times 4200 \times 5$$

۲ → گرمایی که آب 20°C از دست می‌دهد تا به آب 5°C برسد را حساب می‌کنیم:

$$Q_{\text{آب}} = mc_{\text{آب}} \Delta \theta' = m \times 4200 \times 15$$

۳ → $Q_{\text{یخ}}$ و $Q_{\text{آب}}$ با هم برابر است:

$$Q_{\text{یخ}} = Q_{\text{آب}} \Rightarrow 2100 \times 10 + 336000 + 4200 \times 5 = m \times 4200 \times 15$$

$$\xrightarrow[\text{دو طرف را بر } 2100 \text{ تقسیم می‌کنیم}]{10 + 160 + 10 = 30} \Rightarrow 180 = 30m \Rightarrow m = 6\text{kg}$$

میانبر → می‌توان یخ 0°C که برابر 2100 است را به عنوان C گرفت در این صورت

آب C که برابر 4200 است برابر ۲۰ و L_F که برابر 336000 بوده برابر 160°C می‌شود:

$$Q_1 = 10^\circ \text{C}, Q_2 = 160^\circ \text{C}, Q_3 = 10^\circ \text{C}$$

$$Q_{\text{آب}} = 30^\circ \text{C}$$

$$Q_{\text{یخ}} = Q_{\text{آب}} = 180^\circ \text{C} = 30^\circ \text{C} \Rightarrow m = 6\text{kg}$$

A ۶۹ ۳

با توجه به قاعده دست راست، چهار انگشت باز

دست راست را در جهت V رو به پایین گرفته

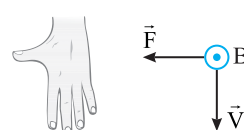
به صورتی که انگشت باز شست دست جهت

نیرو به سمت چپ را نشان دهد در این صورت

کف دست شما رو به بیرون صفحه کاغذ بوده و جهت میدان را نشان می‌دهد یعنی میدان

مغناطیسی برونسوسو است اما بار ذره منفی بوده (بار الکترون) پس جهت به دست آمده با

قاعده دست راست را وارون کرده و جهت میدان مغناطیسی درونسو می‌شود.



روش دیگر:

در حل این نوع مسائل می‌توانید نیرویی که دو بار الکتریکی یکسان q_1 در فاصله x بر هم وارد می‌کنند را فرض کنیم و با توجه به قانون کولن $F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ ، نیروهای

دیگر را بر حسب F به‌دست آوریم.

۱. نیرویی که بار $q_2 = 2q_1$ بر بار q_1 در فاصله x وارد می‌کند برابر $F_{21} = 2F$ و

نیرویی که بار $q_3 = 4q_1$ در فاصله $3x$ وارد می‌کند برابر $F_{31} = \frac{4F}{9}$ و نیروی خالص

وارد بر q_1 خواهد شد: $F_1 = 2F - \frac{4F}{9} \Rightarrow F_1 = \frac{14F}{9}$

۲. نیرویی که بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کند بنا به قانون سوم نیوتن هم‌اندازه نیرویی

است که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند. $F_{12} = \frac{4F}{9}$

۳. نیرویی که بار $q_2 = 2q_1$ بر بار $q_3 = 4q_1$ در فاصله $2x$ وارد می‌کند

$F_{23} = 2F + \frac{4F}{9} = \frac{22F}{9}$ و نیروی خالص وارد بر F_3 خواهد شد:

۴. نسبت F_1/F_3 خواهد شد: $\frac{F_1}{F_3} = \frac{\frac{14F}{9}}{\frac{22F}{9}} = \frac{7}{11}$

۷۵

۱. ابتدا دقت کنید در هر چهار گزینه، بار q_3 در سمت چپ بار q_1 قرار می‌گیرد

بنابراین طرز قرار گرفتن بارها به شکل زیر است.

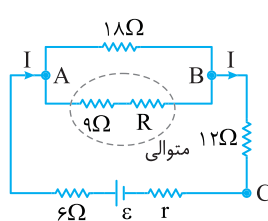
۲. با توجه به فرض مسئله نیروهای وارد بر هر بار از جمله بار q_1 صفر است. از طرفی بار q_1 و q_2 ناهمنام هستند و نیروی F_{21} جاذبه است. بنابراین نیرویی که q_3 بر q_1 وارد می‌کند نیز باید جاذبه و به سمت چپ باشد یعنی q_3 نیز باید با q_1 ناهمنام باشد بنابراین q_3 منفی است در نتیجه گزینه‌های (۱) و (۲) حذف شده و مقدار بار $q_3 = -\frac{9}{4}q_1$ خواهد بود.

۳. با برابر قرار دادن نیروهای F_{21} و F_{31} ، مقدار y را بر حسب x به‌دست می‌آوریم.

$F_{21} = F_{31} \Rightarrow k \frac{|q_2||q_1|}{x^2} = k \frac{|q_3||q_1|}{y^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{x^2} = \frac{|q_3|}{y^2} = \frac{9q_1}{x^2} = \frac{4}{y^2}$

$\Rightarrow y^2 = \frac{x^2}{4} \Rightarrow y = \frac{x}{2}$

۷۶



خط فکری به فرض مسئله دقت کنید اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت

18Ω (V_{AB}) با اختلاف پتانسیل دو سر

مقاومت 12Ω (V_{BC}) برابر است.

بنابراین باید مقاومت R_{AB} با مقاومت

R_{BC} برابر باشد. با توجه به این مطلب

مسئله را حل می‌کنیم.

در گام اول مقاومت معادل بین دو نقطه AB را حساب می‌کنیم. مقاومت R و 9Ω

متوالی و معادل آن‌ها با مقاومت 18Ω موازی است. بنابراین:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{R+9} \Rightarrow R_{AB} = \frac{(18)(R+9)}{27+R}$$

۱. در هر حالت میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.

$$++++B \quad \text{حالت اول: } E_1 = \frac{V}{d_1} = \frac{V}{5\text{mm}} \Rightarrow E_1 = \frac{20}{5 \times 10^{-3}} = 4000 \frac{V}{m}$$

$$++++B \quad \text{حالت دوم: } E_2 = \frac{V}{d_2} = \frac{V}{10\text{mm}} \Rightarrow E_2 = \frac{20}{10 \times 10^{-3}} = 2000 \frac{V}{m}$$

۲. اختلاف پتانسیل بین A و P در هر حالت خواهد شد:

$$\Delta V_{AP} = V_P - V_A \Rightarrow 4000 \times 2 \times 10^{-3} = V_P - V_A \Rightarrow V_P = 8 - V_A$$

$$\Delta V'_{AP} = V'_P - V_A \Rightarrow 2000 \times 2 \times 10^{-3} = V'_P - V_A \Rightarrow V'_P = 4 + V_A$$

بنابراین پتانسیل نقطه P ، $4V$ کاهش یافته است.

۷۳

یادآوری در جابه‌جایی در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

با توجه به سؤال از B تا A در خلاف جهت خطوط میدان ذره جابه‌جا شده و $V_A > V_B$

است پس $V_A - V_B$ مثبت است.

یادآوری اختلاف پتانسیل الکتریکی از رابطه $\Delta V = Ed \cos \theta$ به‌دست می‌آید.

یادآوری هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی بیشتر، اندازه میدان الکتریکی بیشتر

بوده و میدان قوی‌تر است. با توجه به شکل تراکم خطوط از A تا B در شکل (۳) بزرگتر

از شکل (۲) و در شکل (۲) بزرگتر از شکل (۱) است. بنابراین:

$$\Delta V_P = E_P d \cos \theta$$

$$\Delta V_P = E_P d \cos \theta \xrightarrow{E_P > E_P > E_1} \Delta V_P > \Delta V_P > \Delta V_1$$

$$\Delta V_1 = E_1 d \cos \theta$$

۷۴

۱. نیروهای وارد بر q_1 را حساب می‌کنیم، بار q_1 و q_2 هم‌نام بوده و یکدیگر را

دفع می‌کنند و بارهای q_1 و q_3 ناهمنام بوده و یکدیگر را جذب می‌کنند. به کمک

قانون کولن نیروها را به‌دست می‌آوریم.

$$F_{21} = k \frac{|q_2||q_1|}{r_{12}^2} = k \frac{2q_1^2}{x^2} \quad F_{31} = k \frac{|q_3||q_1|}{r_{13}^2} = k \frac{4q_1^2}{9x^2}$$

۲. دو نیرو خلاف جهت هم‌اند و اندازه نیروی خالص وارد بر q_1 برابر تفاضل F_{21}

$$F_1 = F_{21} - F_{31} = 2k \frac{q_1^2}{x^2} - \frac{4}{9} k \frac{q_1^2}{x^2} = \frac{14}{9} k \frac{q_1^2}{x^2}$$

و F_{31} است:

۳. نیروهای وارد بر q_3 را حساب می‌کنیم. بنا به قانون سوم نیوتن نیرویی که q_3

به q_1 وارد می‌کند با نیرویی که q_1 به q_3 وارد کرده برابر است. از این‌رو اندازه F_{13}

$$\text{نیز برابر } \frac{4}{9} k \frac{q_1^2}{x^2} \text{ است: } F_{23} = k \times \frac{2q_1 \times 4q_1}{4x^2} = 2k \frac{q_1^2}{x^2}$$

$$F_{13} \leftarrow \quad F_{23} \leftarrow \quad F_{33} = k \times \frac{2q_1 \times 4q_1}{4x^2} = 2k \frac{q_1^2}{x^2}$$

$$F_3 = F_{23} + F_{13} = 2k \frac{q_1^2}{x^2} + \frac{4}{9} k \frac{q_1^2}{x^2} = \frac{22}{9} k \frac{q_1^2}{x^2}$$

۴. دو نیرو هم‌جهت‌اند:

$$\frac{F_1}{F_3} = \frac{\frac{14}{9} k \frac{q_1^2}{x^2}}{\frac{22}{9} k \frac{q_1^2}{x^2}} = \frac{14}{22} = \frac{7}{11}$$

۵. حال نسبت F_1 به F_3 را حساب می‌کنیم:



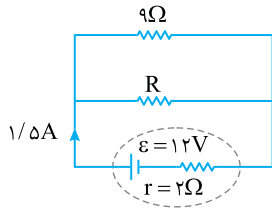
B ۷۹ ۱

خط فکری با توجه به اعداد روی مدار، جریان مدار $1/5A$ است به کمک جریان ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب کنید. سپس به کمک مقاومت معادل به سراغ یافتن مقدار مقاومت R بروید با داشتن مقاومت R می‌توانید جریان R (و یا ولتاژ دو سر R) را حساب کرده و توان مصرفی آن را بیابید. البته ما جریان R را به دست آورده‌ایم.

۱. جریان مدار $1/5A$ است. با توجه به مدار $I_{\text{مدار}} = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r}$ مقدار R_{eq} را

به دست می‌آوریم:

$$1/5 = \frac{12}{R_{\text{eq}} + 2} \rightarrow 1/5 R_{\text{eq}} + 3 = 12 \rightarrow 1/5 R_{\text{eq}} = 9 \rightarrow R_{\text{eq}} = 45 \Omega$$



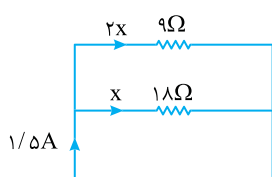
۲. مقاومت R و 9Ω موازی‌اند:

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{9} = \frac{1}{45} \rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{45} - \frac{1}{9} = \frac{1}{45} - \frac{5}{45} = -\frac{4}{45}$$

$$\rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{18} \rightarrow R = 18 \Omega$$

یادآوری جریان در مقاومت‌های

موازی به نسبت وارون مقدار مقاومت تقسیم می‌شود.



۳. جریان عبوری از مقاومت 18Ω

را x بگیرید، جریان مقاومت 9Ω برابر

$2x$ می‌شود:

$$x + 2x = 1/5 A \rightarrow 3x = 1/5 \rightarrow x = 1/15 A$$

۴. توان مصرفی مقاومت 18Ω برابر

$$P = RI^2 \rightarrow P = 18 \times (1/15)^2 \rightarrow P = 18 \times \frac{1}{225} = 4/25 W$$

است با:

A ۸۰ ۱

۱. ابتدا با توجه به اینکه هر مایل 1800 متر است، کیلومتر را به مایل تبدیل

$$216 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ mi}}{1800 \text{ m}} = 120 \frac{\text{mi}}{\text{h}}$$

می‌کنیم:

۲. در گام بعدی ساعت را به دقیقه تبدیل می‌کنیم. هر ساعت، 60 دقیقه است:

$$120 \frac{\text{mi}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 2 \frac{\text{mi}}{\text{min}}$$

A ۸۱ ۲

ضریب انبساط طولی (α) ، $3 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ داده شده پس ضریب انبساط حجمی یعنی

$$3\alpha \text{ برابر } 9 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}} \text{ می‌شود، همچنین تغییرات دما } 20^\circ\text{C} \text{ است. چون در سؤال}$$

گفته شده، دما 200°C افزایش یافته است.

یادآوری درصد تغییرات حجمی برابر $3\alpha \Delta\theta \times 100$ است:

$$\text{درصد تغییرات حجمی} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100 = \frac{V_1 3\alpha \Delta\theta}{V_1} \times 100 = 3\alpha \Delta\theta \times 100$$

$$\Rightarrow 1/8\% = \text{درصد تغییرات حجمی} = 9 \times 10^{-5} \times (200) \times 100 \Rightarrow \text{درصد تغییرات حجمی} = 1/8\%$$

B ۸۲ ۱

خط فکری جسم در حال پایین آمدن بوده و انرژی پتانسیل گرانشی آن آزاد

می‌شود اما تندی جسم ثابت مانده و این انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل نمی‌شود پس در طول مسیر اصطکاک داریم.

الف) کار نیروی سطح برابر برابند کار عمودی سطح و کار نیروی اصطکاک است و چون مسیر دارای اصطکاک بوده پس کار نیروی اصطکاک داشته و گزاره (الف) نادرست است.

ب) انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است، با توجه به اینکه تندی ثابت بوده و انرژی جنبشی ثابت می‌ماند اما با پایین آمدن جسم انرژی پتانسیل

گرانشی کاهش یافته پس:

$$E = K + U \xrightarrow{\text{U کم شده}} \downarrow E \xrightarrow{\text{K ثابت مانده}}$$

در گام دوم برای آن که $V_{AB} = V_{BC}$ باشد باید مقاومت R_{AB} با مقاومت R_{BC}

$$V_{AB} = V_{BC} \Rightarrow IR_{AB} = IR_{BC} \Rightarrow$$

$$R_{AB} = R_{BC} = \frac{18(R+9)}{27+R} = 12 \Rightarrow \frac{3(R+9)}{27+R} = 2$$

$$\Rightarrow 3R + 27 = 54 + 2R \Rightarrow R = 27 \Omega$$

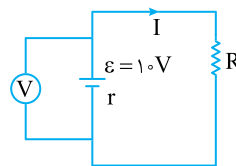
B ۷۷ ۲

۱. اگر تنها یکی از کلیدها بسته باشد، فقط یکی از مقاومت‌های R در مدار قرار

می‌گیرد و مدار به شکل زیر است. در این حالت ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری را $6V$

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \rightarrow I = \frac{10}{R+r}$$

نشان می‌دهد و جریان مدار خواهد شد:



۲. اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر

$$V = \varepsilon - rI$$

$$6 = 10 - rI \xrightarrow{r=6\Omega} 6 = 10 - \frac{10r}{R+r}$$

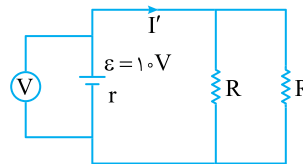
$$\rightarrow \frac{10r}{R+r} = 4 \rightarrow 10r = 4R + 4r$$

$$\rightarrow 6r = 4R \rightarrow R = 1.5r$$

۳. اگر دو کلید بسته شود هر دو

مقاومت R در مدار قرار می‌گیرند و

با هم موازی‌اند:



$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \rightarrow \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{2}{R} \rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R}{2}$$

$$I'_{\text{مدار}} = \frac{\varepsilon}{r + R_{\text{eq}}} \Rightarrow I'_{\text{مدار}} = \frac{10}{r + \frac{R}{2}} \xrightarrow{R=1.5r} I'_{\text{مدار}} = \frac{10}{r + 0.75r}$$

$$\rightarrow I'_{\text{مدار}} = \frac{10}{1.75r}$$

۴. اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V' = \varepsilon - rI'_{\text{مدار}}$ است:

$$V' = \varepsilon - rI'_{\text{مدار}} \rightarrow V' = 10 - r \frac{10}{1.75r} \rightarrow V' = 10 - \frac{10}{1.75}$$

$$\rightarrow V' = \frac{17.5 - 10}{1.75} = \frac{7.5}{1.75} \rightarrow V' = \frac{750}{175} = \frac{30}{7} V$$

میانبر اختلاف پتانسیل دو سر باتری بر حسب مقاومت خارجی مدار (R_{eq})

$$V = \frac{R_{\text{eq}}}{R_{\text{eq}} + r} \varepsilon$$

از رابطه زیر به دست می‌آید.

با استفاده از این رابطه نیازی به محاسبه جریان نیست.

B ۷۸ ۲

۱. آمپرسنج جریان اصلی مدار را $0.8A$ نشان داده است از این‌رو جریان گذرنده از

سه مقاومت متوالی 9Ω ، R و 4Ω برابر $I = 0.8A$ است.

۲. ولت‌سنج به دو سر مقاومت R بسته شده و ولتاژ دو سر آن را $12V$ نشان

می‌دهیم: مقاومت R را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} V = 12V \\ I = 0.8A \end{cases} \rightarrow R = \frac{V}{I} \rightarrow R = \frac{12}{0.8} \rightarrow R = \frac{120}{8} = 15 \Omega$$

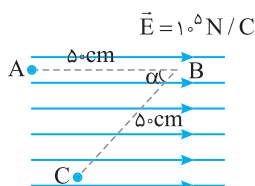
۳. مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{\text{eq}} = 4 + 15 + 9 \Rightarrow R_{\text{eq}} = 28 \Omega$$

۴. به کمک جریان مدار نیروی محرکه باتری را به دست می‌آوریم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r} \Rightarrow 0.8 = \frac{\varepsilon}{28 + 2} \Rightarrow \varepsilon = 24V$$

۱ ۸۸ B



یادآوری: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک بار در میدان الکتریکی برابر قرینه کار نیروی میدان وارد بر بار است.

$$\Delta U_E = -W_E \Rightarrow \Delta U_E = -F_E d \cos \alpha$$

$$F_E = qE \Rightarrow \Delta U_E = -qEd \cos \alpha$$

۱ تغییر انرژی پتانسیل از A تا B را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U_{E_{AB}} = -(-5 \times 10^{-6}) \times 10^5 \times 0.05 \Rightarrow \Delta U_{E_{AB}} = 0.25 \text{ J}$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل از B تا C را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_{E_{BC}} = -(-5 \times 10^{-6}) \times 10^5 \times 0.05 \times (-\cos 60^\circ) \Rightarrow \Delta U_{E_{BC}} = -0.125 \text{ J}$$

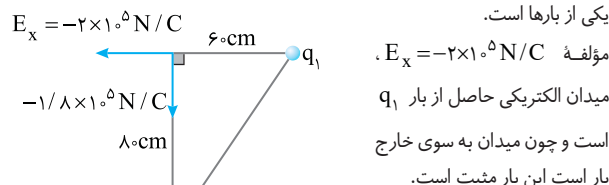
۳ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی در کل مسیر ABC خواهد شد:

$$\Delta U_{E_{ABC}} = +0.25 - 0.125 = +0.125 \text{ J}$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار 1 J افزایش می‌یابد.

۴ ۸۹ B

هر یک از مؤلفه‌های میدان الکتریکی $\vec{E} = -2 \times 10^5 \vec{i} - 1/8 \times 10^5 \vec{j}$ میدان الکتریکی یکی از بارها است.



$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow 2 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \frac{|q_1|}{(0.6)^2} \Rightarrow q_1 = +8 \mu\text{C}$$

مؤلفه $E_y = -1/8 \times 10^5 \text{ N/C}$ میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 بوده و چون میدان به سوی بار است، بار q_2 منفی است.

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow 1/8 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \frac{|q_2|}{(0.8)^2} \Rightarrow q_2 = -12/8 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q_2 = -1.5 \mu\text{C}$$

۲ ۹۰ B

خط فکری: ولتاژ دو سر خازن با عایق و انرژی ذخیره شده در خازن در این حالت داده شده است بنابراین با استفاده از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ ظرفیت خازن با عایق را

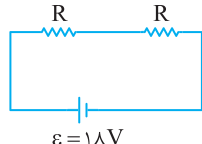
به دست آورده سپس ثابت دی‌الکتریک را حساب می‌کنیم.

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{\frac{U=2 \times 10^{-3} \text{ J}}{V=2 \text{ V}}} 2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} C \times 4 \Rightarrow C = 1 \times 10^{-6} \text{ F} \Rightarrow C = 1 \mu\text{F}$$

۲ به کمک رابطه ساختمانی ظرفیت خازن، K را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} C = K \epsilon_0 \frac{A}{d} \\ C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d} \end{cases} \Rightarrow \frac{C}{C_0} = K \Rightarrow K = \frac{1}{5} = 0.2$$

۴ ۹۱ B



وقتی کلید باز است در مدار دو مقاومت وجود دارد و توان مصرفی مدار خواهد شد:

$$P_1 = \frac{\epsilon^2}{2R} \Rightarrow P_1 = \frac{(18)^2}{2R} = \frac{9 \times 18}{R}$$

وقتی کلید بسته می‌شود مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq} = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

گزاره (ب) درست است.

(پ) با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی است پس $W_1 = \Delta K$ بوده و با ثابت بودن تندی انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند و کار کل صفر است، در حالی که با پایین آمدن جسم روی سطح شیبدار کار نیروی وزن صفر نیست ($W_g = mg\Delta h$) و گزاره (پ) نادرست است.

(ت) با توجه به توضیحات گزاره (ب)، چون انرژی مکانیکی در حال کاهش بوده پس این گزاره نادرست است.

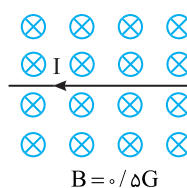
۳ ۸۳ A

فشار برحسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

$$P = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow 68 \times 10^3 = 13600 \times 10 \times h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

بنابراین فشار 68 kPa معادل 50 سانتی‌متر جیوه است.

۴ ۸۴ B

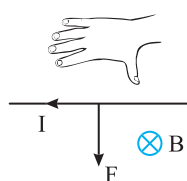


۱ اندازه نیروی مغناطیسی از رابطه $F = I l B \sin \alpha$

به دست می‌آید. α زاویه بین B و I است.

یادآوری: هر گaus برابر 10^{-4} تسلا است.

$$F = I l B \sin \alpha \xrightarrow{\alpha = 90^\circ, l = 2/5 \text{ m}, I = 2/5 \text{ A}} F = 2/5 \times 2/5 \times 4 \times 10^{-4} \Rightarrow F = 3 \times 10^{-4} \text{ N}$$



۲ برای به دست آوردن جهت، چهار انگشت

دست راست را در جهت جریان می‌گیریم به طوری

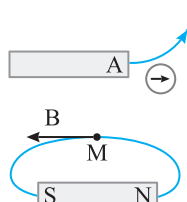
که کف دست در جهت میدان مغناطیسی درون‌سو

باشد، در این حالت شست دست راست جهت نیرو را

مشخص می‌کند، بنابراین نیرو به سمت پایین است.

۴ ۸۵ A

تکنیک: عقربه مغناطیسی جهت میدان در یک نقطه را نشان می‌دهد.



۱ با توجه به شکل جهت میدان مغناطیسی اطراف A

با توجه به عقربه مغناطیسی به گونه‌ای است که خط میدان

از قطب A خارج می‌شود و این قطب همان N است:

۲ میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط میدان

مماس است:

۲ ۸۶ A

معادله جریان متناوب برابر $I = I_{max} \sin \frac{2\pi}{T} t$ است:

$$\begin{cases} I_{max} = 2 \text{ A} \\ T = 0.02 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow I = 2 \sin \frac{2\pi}{0.02} t \Rightarrow I = 2 \sin 100\pi t$$

۲ ۸۷ A

فاصله بین دو بار 20% افزایش یافته بنابراین:

$$r_2 = r_1 + 0.2 r_1 \Rightarrow r_2 = 1.2 r_1$$

قانون کولن را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{k \frac{q_1 q_2}{r_2^2}}{k \frac{q_1 q_2}{r_1^2}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \frac{1}{1.44} \Rightarrow F_2 = 0.7 F_1$$

درصد تغییرات نیروی الکتریکی خواهد شد:

$$\frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = \frac{0.7 F_1 - F_1}{F_1} \times 100 = -30\%$$

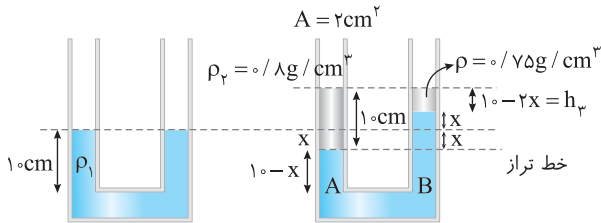
۴ ۹۵ C

۱ ارتفاع مایع ρ_p را حساب می‌کنیم.

$$V_p = Ah_p \xrightarrow{V=2 \text{ cm}^3} 2 = 2h_p \Rightarrow h_p = 1 \text{ cm}$$

۲ اکنون با دقت به شکل سمت راست نگاه کنید. وقتی مایع ρ_p را اضافه می‌کنیم

مایع ρ_1 از سمت چپ به اندازه x پایین می‌آید و از سمت راست به اندازه x بالا می‌رود.



۳ اگر خط تراز را رسم کنید. فشار در نقاط A و B برابر است. فشار در نقطه A ناشی

از ارتفاع ۱۰ cm مایع ρ_p و فشار در نقطه B ناشی از ارتفاع ۲x آب و از ارتفاع

(۱۰ - ۲x) مایع ρ_1 است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_p h_p = \rho_1 (2x) + \rho_p (10 - 2x)$$

$$\Rightarrow 0.8 \times 10 = 1 \times 2x + 0.8 \times (10 - 2x)$$

$$\Rightarrow 8 = 2x + 8 - 1.6x \Rightarrow 0.4x = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ cm}$$

۴ ارتفاع ستون h_p خواهد شد. $h_p = 10 - 2x = 10 - 2 \times 1 \Rightarrow h_p = 8 \text{ cm}$

۵ حجم مایع ρ_p خواهد شد: $V_p = Ah_p = 2 \times 8 = 16 \text{ cm}^3$

۱ ۹۶ B

خط فکری بازده یعنی نسبت کار مفید به کل کار داده شده به تلمبه. کار داده شده به تلمبه را به کمک توان ورودی آن حساب می‌کنیم ($W = Pt$) و کار مفیدی که تلمبه انجام می‌دهد بالا بردن آب به ارتفاع ۱۵ m است ($W_{\text{مفید}} = mgh$) بنابراین

مسئله قابل حل است.

۱ کار ورودی به تلمبه خواهد شد:

$$W = Pt \xrightarrow{P=5 \times 10^3 \text{ W and } t=6 \text{ s}} W = 5 \times 10^3 \times 6 \Rightarrow W = 3 \times 10^4 \text{ J}$$

۲ کار مفید تلمبه را حساب می‌کنیم. (جرم هر لیتر آب، یک کیلوگرم است)

$$W_{\text{مفید}} = mgh \xrightarrow{m=200 \text{ kg, } h=15 \text{ m, } g=10 \text{ N/kg}} W_{\text{مفید}} = 1200 \times 10 \times 15 = 1.8 \times 10^4 \text{ J}$$

۳ بازده تلمبه را به دست می‌آوریم.

$$Ra = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow Ra = \frac{1.8 \times 10^4}{3 \times 10^4} \times 100 \Rightarrow Ra = 60\%$$

۴ ۹۷ B

گرمایی که آلومینیوم از دست می‌دهد تا دمایش از $\theta_1 = 94^\circ \text{C}$ به $\theta_e = 52^\circ \text{C}$ برسد برابر گرمایی است که 4 kg آب $\theta_p = 5^\circ \text{C}$ دریافت می‌کند تا دمای آن نیز به

دمای تعادل $\theta_e = 52^\circ \text{C}$ برسد از این رو خواهیم داشت.

$$Q_{\text{Al}} + Q_{\text{W}} = 0 \Rightarrow m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} (\theta_e - \theta_{\text{Al}}) + m_{\text{W}} c_{\text{W}} (\theta_e - \theta_{\text{W}}) = 0$$

$$\xrightarrow{c_{\text{Al}} = 900 \text{ J/kg}^\circ \text{C, } c_{\text{W}} = 4200 \text{ J/kg}^\circ \text{C}}$$

$$m \times 900 \times (52 - 94) + 4 \times 4200 \times (52 - 5) = 0 \Rightarrow 2m \times (42) = 42 \times 2 \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

۱ ۹۸ A

یادآوری برای به دست آوردن جهت نیروی مغناطیسی وارد بر یک ذره باردار مثبت چهار انگشت باز دست راست را در جهت v قرار داده به طوریکه کف دست در جهت میدان مغناطیسی باشد، در این صورت شصت دست راست جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد، البته اگر بار ذره منفی باشد، جهت به دست آورده را قرینه می‌کنیم و با از ابتدا از دست چپ استفاده می‌کنیم.

توان در این حالت را به دست می‌آوریم:

$$P_p = \frac{\varepsilon^2}{3R} \Rightarrow P_p = \frac{2\varepsilon^2}{3R} \Rightarrow P_p = \frac{2 \times 18 \times 18}{3R} \Rightarrow P_p = \frac{12 \times 18}{R}$$

بنا به فرض مسئله اختلاف توان‌ها برابر 9 W است از این رو خواهیم داشت:

$$P_p - P_1 = 9 \Rightarrow \frac{12 \times 18}{R} - \frac{9 \times 18}{R} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{12 - 9}{R} \times 18 = 9 \Rightarrow (12 - 9) \times 2 = R \Rightarrow R = 6 \Omega$$

۲ ۹۲ A

تغییر حجم جسم جامد از رابطه $\Delta V = V_1 \times \alpha \times \Delta \theta$ به دست می‌آید که α ضریب انبساط طولی است:

$$\Delta V = V_1 \times \alpha \times \Delta \theta \xrightarrow{V_1 = 1000 \text{ cm}^3, \Delta V = 8 \text{ cm}^3} 8 = 1000 \times \alpha \times 120$$

$$\alpha = \frac{8/1000}{120} = \frac{8}{120000} = \frac{1}{15000} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{15000} \times 10^{-4} = \frac{1}{15000} \times 10^{-4} = 6.67 \times 10^{-9} \text{ (K}^{-1}\text{)}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2/25 \times 10^{-5} \text{ (K}^{-1}\text{)}$$

۳ ۹۳ B

۱ مسیر بدون اصطکاک است، پس از A تا B انرژی مکانیکی ثابت است. جسم از نقطه A، رها شده و انرژی جنبشی در A صفر است:

(سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.)

$$E_A = E_B$$

$$mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

از دو طرف معادله را ساده می‌کنیم

$$50 = 34 + \frac{v_B^2}{2} \Rightarrow v_B^2 = 32$$

$$\Rightarrow v_B = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

۲ مسیر A تا C بدون اصطکاک است:

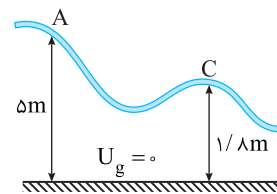
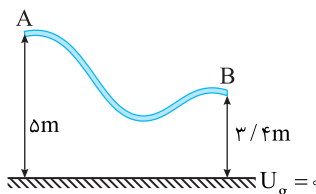
$$E_A = E_C$$

$$mgh_A = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2$$

از دو طرف معادله را ساده می‌کنیم

$$50 = 18 + \frac{v_C^2}{2} \Rightarrow \frac{v_C^2}{2} = 32$$

$$\Rightarrow v_C^2 = 64 \Rightarrow v_C = 8 \text{ m/s}$$



$$\frac{v_C}{v_B} = \frac{8}{4\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{v_C}{v_B} = \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{v_C}{v_B} = \sqrt{2}$$

۳ حال نسبت $\frac{v_C}{v_B}$ را حساب می‌کنیم:

۳ ۹۴ B

۱ قرار است با ریختن الکل درون یک لیتر آب، چگالی مخلوط ۱۰ درصد از چگالی الکل بیشتر شود، بنابراین:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \rho_{\text{الکل}} + 0.1 \rho_{\text{الکل}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = 1.1 \rho_{\text{الکل}} \xrightarrow{\rho_{\text{الکل}} = 0.8 \text{ g/cm}^3}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 0.88 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}}}$$

۲ چگالی مخلوط برابر است با:

۳ جرم یک لیتر آب ($V = 1000 \text{ cc}$) برابر $m = 1000 \text{ g}$ است. در رابطه چگالی

مخلوط جای گذاری می‌کنیم:

$$0.88 = \frac{1000 + m_{\text{الکل}}}{1000 + V_{\text{الکل}}} \xrightarrow{m_{\text{الکل}} = \rho_{\text{الکل}} V_{\text{الکل}}} 0.88 = \frac{1000 + 0.8 V_{\text{الکل}}}{1000 + V_{\text{الکل}}}$$

$$880 + 0.88 V_{\text{الکل}} = 1000 + 0.8 V_{\text{الکل}} \Rightarrow 0.08 V_{\text{الکل}} = 120$$

$$\Rightarrow V_{\text{الکل}} = \frac{120}{0.08} = 1500 \text{ cm}^3$$

۳ ۱۰۰ B

۱ با توجه به تعریف ظرفیت خازن:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = CV \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = CV_1 \\ Q_2 = CV_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta Q = C \Delta V$$

با توجه به فرض مسئله $\Delta V = 1V$ و $C = 8\mu F$ است بنابراین: $\Delta Q = 8 \times 1 = 8\mu C$

۲ تغییر تعداد الکترون‌های هر صفحه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta Q = ne \xrightarrow{e = 1.6 \times 10^{-19} C} 8 \times 10^{-6} C = n \times 1.6 \times 10^{-19} C \Rightarrow n = 5 \times 10^{13}$$

۱ ۱۰۱ B

خط فکری ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی ($W_E = \Delta K$)، کار نیروی

میدان الکتریکی وارد بر ذره باردار را حساب کنید. کار نیروی میدان الکتریکی قرینه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره است. ($W_E = -\Delta U_E$)، بنابراین با توجه به

تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی ($\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$) مسئله را حل کنید.

۱ تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی میدان الکتریکی است و کار این نیرو، خواهد شد:

$$W_E = \Delta K \Rightarrow W_E = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \xrightarrow{m = 4 \times 10^{-9} kg, v_i = 10 m/s, v_f = 20 m/s}$$

$$W_E = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-9} (400 - 100) \Rightarrow W_E = 6 \times 10^{-7} J$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره برابر است با:

$$W_E = -\Delta U_E \Rightarrow \Delta U_E = -6 \times 10^{-7} J$$

۳ اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را حساب می‌کنیم.

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow{q = 5 \times 10^{-9} C} V_B - V_A = \frac{-6 \times 10^{-7}}{5 \times 10^{-9}}$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = -120 V$$

۲ ۱۰۲ B

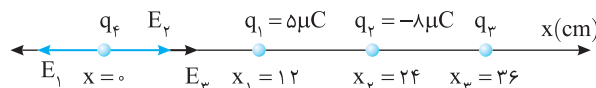
میدان الکتریکی بار q_1 در محل q_4 به سمت چپ (خلاف محور xها) و میدان الکتریکی

بار q_2 در محل q_4 به سمت راست (در جهت محور xها) بوده و با آنکه $|q_2| > |q_1|$

است اما چون فاصله q_2 تا q_4 ، دو برابر فاصله q_1 تا q_4 است بنابراین میدان بار q_2

از بار q_1 ضعیف‌تر است از این رو باید میدان الکتریکی بار q_2 در جهت میدان q_1 یعنی

رو به راست باشد. بنابراین بار q_3 باید منفی باشد. از این رو می‌توان نوشت:



$$E_3 = E_1 - E_2 \xrightarrow{E = k \frac{|q|}{r^2}} \frac{kq_3}{(36)^2} = \frac{k(\delta)}{(12)^2} - \frac{k(\lambda)}{(24)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف را در } (12)^2 \text{ ضرب می‌کنیم}} \frac{q_3}{36^2} = \frac{\delta}{1} - \frac{\lambda}{2^2} \Rightarrow \frac{q_3}{9} = \delta - 2 \Rightarrow |q_3| = 27$$

$$\Rightarrow q_3 = -27\mu C$$

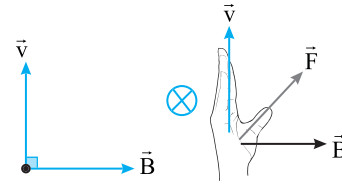
۳ ۱۰۳ B

۱ نیروی وارد بر بار $q_1 = 3q$ از طرف دو بار دیگر را رسم کرده و مقدار نیروها را به

دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\text{دست می‌آوریم}} F_{31} \leftarrow \xrightarrow{2d} \xrightarrow{d} q_2 = q \xrightarrow{d} q_3 = -2q \rightarrow \\ & F_{31} = k \frac{|q_1||q_3|}{(3d)^2} \Rightarrow F_{31} = k \frac{3q \times q}{9d^2} = k \frac{q^2}{3d^2} \end{aligned}$$

q_3 بار q_1 را می‌راند.



چون بار الکترون منفی است، جهت نیرو قرینه شده و برونسو است.

۲ ۹۹ B

یادآوری برای به دست آوردن جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان،

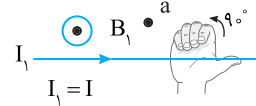
انگشت باز شست دست راست را در جهت جریان قرار می‌دهیم به گونه‌ای که چهار

انگشت دست راست در جهت خط واصل بین سیم و نقطه‌ای که میدان در آن خواسته

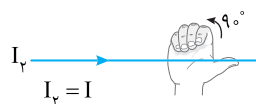
شده قرار گیرد، حال اگر چهار انگشت دست راست را 90° خم کنیم، جهت میدان

مغناطیسی در آن نقطه به دست می‌آید:

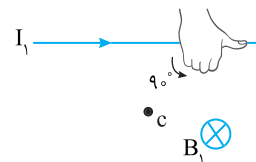
الف) میدان مغناطیسی سیم I_1 و I_2 در نقطه a:



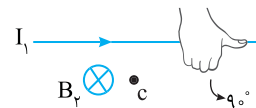
هر دو میدان برونسو بوده بنابراین میدان در نقطه a برونسو است.



ب) میدان مغناطیسی در نقطه c ناشی از I_1 و I_2 :



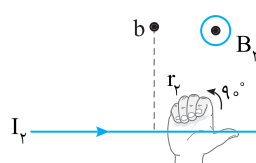
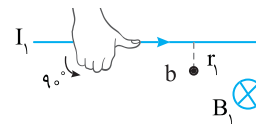
هر دو میدان در نقطه c درونسو بوده بنابراین میدان در نقطه c درونسو است.



تکته میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست با جریان سیم رابطه مستقیم و با

فاصله رابطه عکس دارد.

ب) میدان مغناطیسی در نقطه b ناشی از سیم I_1 درونسو و ناشی از سیم I_2 برونسو است.



جریان دو سیم برابر اما نقطه b از سیم (2) دورتر است، پس $B_1 > B_2$ بوده و میدان

خالص در جهت میدان قوی‌تر یعنی درونسو خواهد بود.

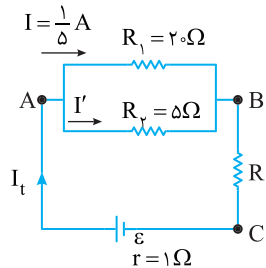
$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{\varepsilon}{9+r} \quad (II)$$

از این رو می‌توان نوشت:

۱ رابطه (I) را بر رابطه (II) تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{\frac{9}{4}}{\frac{9}{4} + r} = \frac{\frac{9}{6} + r}{\frac{9}{3} + r} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{9+r}{3} \Rightarrow 24 + 4r = 27 + 3r \Rightarrow r = 3\Omega$$

۱۰۵ B



به شکل نگاه کنید.

۱ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت

۲۰Ω همان اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B است از این رو:

$$V_{AB} = IR_1 \Rightarrow V_{AB} = \frac{1}{5} \times 20 = 4V$$

۲ ولتاژ دو سر مقاومت ۵Ω نیز ۴V بوده و جریان آن خواهد شد:

$$V = I'R_2 \Rightarrow 4 = I' \times 5 \Rightarrow I' = \frac{4}{5} A$$

$$I_t = I + I' = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \Rightarrow I_t = 1A$$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم.

۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری خواهد شد:

$$V = V_{AB} + V_{BC} \Rightarrow V = 4 + 3 = 7V$$

۵ اکنون می‌توان نیروی محرکه باتری را به دست آورد.

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 7 = \varepsilon - 1 \times 1 \Rightarrow \varepsilon = 8V$$

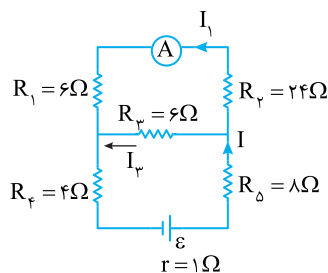
۱۰۶ C

خط فکری با مسئله‌ای طولانی سروکار دارید. ابتدا در حالت کلید باز باید مقاومت مدار را بررسی کنید و جریان گذرنده از آمپرسنج را برحسب جریان کل مدار به دست بیاورید. سپس در حالت کلید بسته، همین مسیر را طی کنید و مسئله را حل کنید. دقت کنید ε (نیروی محرکه باتری) پارامتری است که در محاسبات حذف خواهد شد.

یادآوری آمپرسنج آرمانی

شبه یک سیم بدون مقاومت

فرض می‌شود.



۱ کلید K باز: در این حالت

مدار به شکل روبرو درمی‌آید.

که در آن مقاومت‌های R1 و R2

R3 متوالی و با مقاومت R4 موازی هستند.

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 6 + 24 \Rightarrow R_{12} = 30\Omega$$

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{6} = \frac{1+5}{30} \Rightarrow R_{123} = 5\Omega$$

۲ مقاومت معادل R123 با مقاومت‌های R4 و R5 متوالی بوده مقاومت کل

مدار خواهد شد.

$$R_{eq} = R_{123} + R_4 + R_5 \Rightarrow R_{eq} = 5 + 4 + 8 \Rightarrow R_{eq} = 17\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{17+1} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{18}$$

۳ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{6}{24} \Rightarrow I_2 = 4I_1 \xrightarrow{I=I_1+I_2} \frac{\varepsilon}{18} = I_1 + 4I_1$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{1}{5} \left(\frac{\varepsilon}{18} \right)$$

$$F_{r1} = k \frac{|q_1||q_2|}{(rd)^2} \Rightarrow F_{r1} = k \frac{2q \times 3q}{(rd)^2} \Rightarrow F_{r1} = \frac{3}{2} k \frac{q^2}{d^2}$$

۲ نیروهای F1 و F2 در خلاف جهت هم بوده اندازهٔ آن‌ها از تفاضل آن‌ها

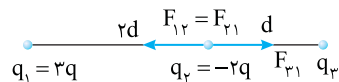
به دست می‌آید و بنا به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$F = F_{r1} - F_{r2} \Rightarrow F = \frac{3}{2} k \frac{q^2}{d^2} - k \frac{q^2}{3d^2} \Rightarrow F = \frac{9-2}{6} k \frac{q^2}{d^2} \Rightarrow F = \frac{7}{6} k \frac{q^2}{d^2}$$

این نیرو در جهت مثبت محور Xهاست.

۳ نیروهای وارد بر بار q2 را رسم کرده، اندازهٔ آن‌ها را به دست آورید.

سپس برآیند آن‌ها را حساب کنید.



نیروی که q1 بر q2 وارد می‌کند با نیرویی که q2 بر q1 وارد می‌کند برابر است.

$$F_{12} = F_{21} = \frac{3}{2} K \frac{q^2}{d^2}$$

نیروی که q3 بر q2 وارد می‌کند خواهد داشت:

$$F_{32} = k \frac{|q_2||q_3|}{d^2} \Rightarrow F_{32} = k \frac{2q \times q}{d^2} = 2k \frac{q^2}{d^2}$$

۴ برآیند نیروهای وارد بر بار q2 را به دست می‌آوریم.

$$F' = F_{32} - F_{12} = 2k \frac{q^2}{d^2} - \frac{3}{2} k \frac{q^2}{d^2} \Rightarrow F' = \frac{1}{2} k \frac{q^2}{d^2}$$

این نیرو در جهت مثبت محور Xهاست.

$$\frac{F'}{F} = \frac{\frac{1}{2} k \frac{q^2}{d^2}}{\frac{7}{6} k \frac{q^2}{d^2}} = \frac{3}{7} \Rightarrow F' = \frac{3}{7} F$$

۵ اکنون F' را بر F تقسیم می‌کنیم.

۱۰۴ B

۱ کلید K بسته: در این حالت مقاومت‌های

R1 = 9Ω و R2 = 18Ω با هم موازی هستند

و در مقاومت‌های موازی، جریان به نسبت وارون

مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، بنابراین وقتی جریان

مقاومت 9Ω، I = 2A است جریان مقاومت

18Ω نصف I یعنی 1A بوده و جریان کل مدار

برابر خواهد شد با: I1 = 2 + 1 = 3A

۲ مقاومت معادل مدار در این حالت خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{2+1}{18} \Rightarrow R_{eq} = 6\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 3 = \frac{\varepsilon}{6+r} \quad (I)$$

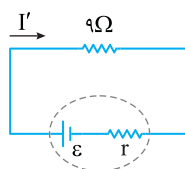
۳ جریان مدار در این حالت برابر است با:

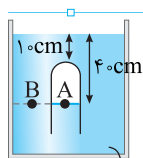
۴ کلید K باز: تنها مقاومت مدار R1 = 9Ω است

که بنا به فرض مسئله جریان آن 2/5A افزایش

می‌یابد و برابر I' = 2 + 0/25 = 2/25A = 9/4 A

می‌شود.





(۱) فشار در نقاط A و B واقع بر خط تراز با هم برابر است.

$$P_A = P_B$$

(۲) فشار در نقطه B برابر مجموع فشار هوا

و فشار ستون 40 cm مایع است و فشار در نقطه A برابر فشار گاز محبوس در لوله است.

$$P_B = P_A \Rightarrow P_0 + \rho gh = P_{\text{گاز}} \quad (۱)$$

(۳) فشار پیمانه‌ای (P_g) برابر تفاضل فشار مخزن (گاز) و فشار هوای محیط است.

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho gh \Rightarrow P_g = 1700 \times 10 \times \frac{1}{7} = 2428.57 \text{ Pa}$$

بنابراین:

فشار را برحسب cmHg به دست می‌آوریم.

$$\rho h = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} \Rightarrow 1700 \times 40 = 13600 h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P_g = 5 \text{ cmHg}$$

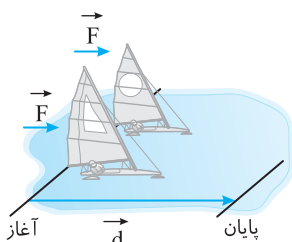
۱۱۰

روش اول: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی:

(۱) نیروی وارد بر هر دو قایق یکسان و جابه‌جایی آن‌ها نیز یکسان است، بنابراین کار

نیروی باد بر هر دو قایق یکسان است.

$$W = Fd \Rightarrow W_1 = W_2$$



یادآوری: کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

(۲) با توجه به قضیه کار و انرژی خواهیم داشت:

$$W = \Delta K \xrightarrow{W_1=W_2} \Delta K_1 = \Delta K_2 \Rightarrow K_1 = K_2$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2} \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \xrightarrow{m_1=4m_2} \frac{4}{1} = \frac{v_2^2}{v_1^2}$$

$$\frac{1}{4}v_1^2 = v_2^2 \Rightarrow v_1 = 2v_2$$

بنابراین تندروی قایق سبک‌تر دو برابر قایق سنگین‌تر است.

روش دوم: استفاده از روابط حرکت‌شناسی و دینامیک

نیروی وارد بر قایق برابر است اما جرم قایق اول 4 برابر قایق دوم است ($m_1 = 4m_2$)

و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F = ma \xrightarrow{F_1=F_2} m_1a_1 = m_2a_2 \Rightarrow 4m_2a_1 = m_2a_2$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{1}{4}a_2 \quad (۱)$$

با توجه به رابطه مستقل از زمان می‌توان نوشت:

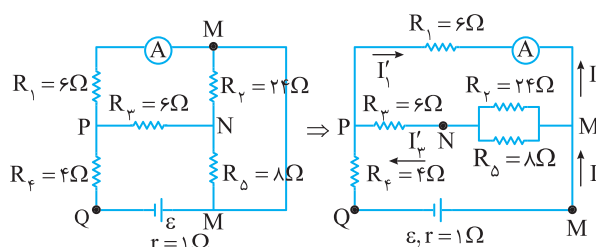
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x_1 = \Delta x_2 = d} \begin{cases} v_1^2 - 0 = 2a_1d \\ v_2^2 - 0 = 2a_2d \end{cases}$$

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{a_1}{a_2} \xrightarrow{(۱)} \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{a_1}{\frac{1}{4}a_2} \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = 4 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 2$$

نگران نباشید تازه در ابتدای مسیر حل مسئله هستیم.

کلید K بسته:

در این حالت با نام‌گذاری نقاط، مدار را باید مجدداً رسم کنیم تا بتوانیم موازی و متوالی بودن مقاومت‌ها را تشخیص بدهیم.



۶ باید مقاومت معادل را حساب کنیم.

$$R_{25} = \frac{24 \times 8}{24 + 8} \Rightarrow R_{25} = 6 \Omega$$

R_5 و R_2 موازی هستند.

$$R_{235} = 6 + 6 \Rightarrow R_{235} = 12 \Omega$$

مقاومت R_5 با R_3 متوالی:

$$R_{1235} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} \Rightarrow R_{1235} = 4 \Omega$$

مقاومت R_1 با R_{235} موازی:

مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R'_{eq} = R_{1235} + R_4 = 4 + 4 \Rightarrow R'_{eq} = 8 \Omega$$

۷ جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I' = \frac{E}{R'_{eq}} \Rightarrow I' = \frac{E}{8 + 1} \Rightarrow I' = \frac{E}{9}$$

۸ جریان کل مدار به نسبت ۲ به ۱ بین شاخه آمپرسنج و شاخه موازی با آن تقسیم

می‌شود یعنی جریان I به سه قسمت تقسیم شده و دو قسمت آن از آمپرسنج می‌گذرد.

$$I_1 = 2 \times \frac{I}{3} \Rightarrow I_1 = \frac{2}{3} \times \frac{E}{9}$$

$$\frac{I_1}{I} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{E}{9}}{\frac{E}{9}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{I_1}{I} = \frac{2}{3} \Rightarrow I_1 = \frac{2}{3}I$$

۹ اکنون نسبت $\frac{I_1}{I}$ را به دست می‌آوریم.

۱۰۷

یادآوری: هرگاه در یک مدار توان خروجی باتری برای R_1 و R_2 یکسان باشد، بین

مقاومت درونی باتری (r) و مقاومت‌های R_1 و R_2 رابطه زیر برقرار است: $r = \sqrt{R_1 R_2}$

وقتی کلید باز است مقاومت کل مدار

$R_1 = R + 1$ است.

وقتی کلید وصل است مقاومت R اتصال کوتاه

شده و از مدار حذف می‌شود در این حالت

مقاومت کل مدار برابر $R_2 = 1 \Omega$ است.

توان خروجی در دو حالت R_1 و R_2 (قطع

و وصل کلید) برابر است، از این رو:

$$r = \sqrt{R_1 R_2} \Rightarrow 2 = \sqrt{(R+1) \times 1} \Rightarrow 4 = R+1 \Rightarrow R = 3 \Omega$$

۱۰۸

به کمک تبدیلات زنجیره‌ای جرم ۱۸۲ قیراط را به کیلوگرم تبدیل می‌کنیم.

$$182 \times \frac{200 \text{ mg}}{1 \text{ قیراط}} \times \frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ g}} = 182 \times 200 \times 10^{-6} \text{ kg}$$

ضریب تبدیل
کیلوگرم به کیلوگرم
میلی گرم به گرم
قیراط به میلی گرم

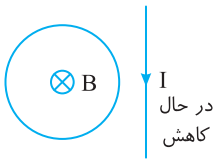
$$\Rightarrow 182 \times 200 \times 10^{-6} \text{ kg} = 36400 \times 10^{-6} \text{ kg} = 3/64 \times 10^{-2} \text{ kg}$$



B ۱۱۵ ۱

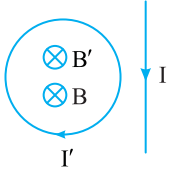
خط‌نگری

باید جهت میدان مغناطیسی سیم راست را در محل حلقه مشخص کنید. سپس با توجه به قانون لنز و چگونگی تغییر میدان مغناطیسی جهت جریان حلقه را به دست می‌آوریم.



(۱) در گزینه (۱) جریان سیم راست رو به پایین است و با توجه به قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان درون حلقه درون سوست. (۲) جریان در حال کاهش بوده و میدان B نیز در حال کاهش است. از این رو بنا به قانون لنز جهت

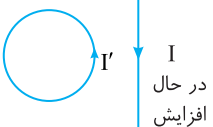
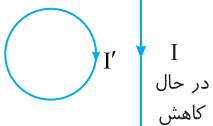
میدان مغناطیسی القایی (B') باید هم جهت B بوده تا با کاهش میدان مخالفت کند یعنی B' نیز درون سوست.



(۳) به کمک قاعده دست راست مشخص می‌شود که جریان حلقه باید ساعتگرد باشد و گزینه (۱) درست است. بنابراین بررسی سه گزینه دیگر لازم نیست.

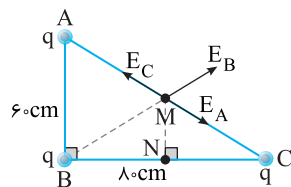
میانبر

هرگاه جریان سیم راست در حال کاهش باشد جریان القایی (I') مطابق شکل روبه‌رو همسو با آن است و هرگاه جریان در حال افزایش باشد، جریان القایی (I') ناهمسو با آن است.



B ۱۱۶ ۱

(۱) فاصله بارهای واقع در رأس‌های A و C تا نقطه M وسط AC برابر بوده و با توجه به مثبت و یکسان بودن بارها، میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_A و q_C در نقطه M هم‌اندازه و خلاف جهت هم بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند. ($E_A = E_C$)، بنابراین میدان الکتریکی خالص در نقطه M همان میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی واقع در نقطه B است.



از اینجا به بعد باید به سراغ هندسه برویم و فاصله BM را حساب کنیم.

(۲) طول ضلع AC را حساب می‌کنیم.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$\Rightarrow AC = 10 \text{ cm}$$

(۳) فاصله MC را به دست می‌آوریم:

$$MC = \frac{AC}{2} = 5 \text{ cm}$$

(۴) هرگاه از وسط ضلع AC خطی به موازات ضلع AB رسم کنیم، ضلع BC را نصف می‌کند. یعنی نقطه N وسط BC بوده و طول ضلع $BN = NC = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$ است.

(۵) در مثلث قائم‌الزاویه CMN، طول MN را حساب می‌کنیم.

$$MC^2 = MN^2 + NC^2 \Rightarrow 5^2 = MN^2 + 4^2 \Rightarrow MN = 3 \text{ cm}$$

(۶) در مثلث قائم‌الزاویه BMN، طول ضلع BM را به دست می‌آوریم.

$$BM^2 = BN^2 + MN^2 \Rightarrow BM^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow BM = 5 \text{ cm}$$

(۷) اکنون مقدار بار q را حساب می‌کنیم.

$$E = k \frac{q}{r^2} \Rightarrow 9 \times 10^4 = 9 \times 10^9 \frac{q}{(0.5)^2} \Rightarrow q = 0.25 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$\Rightarrow q = 2.5 \times 10^{-6} \Rightarrow q = 2.5 \mu\text{C}$$

B ۱۱۱ ۳

یادآوری: به حاصل ضرب جرم جسم (m) در گرمای ویژه جسم (c) ظرفیت گرمایی گویند.

در ابتدا ظرفیت گرمایی جسم برابر $m_1 c = 2100 \text{ J/K}$ بوده و با کم کردن جرم به اندازه 1 kg ($m_2 = m_1 - 1$) ظرفیت گرمایی 20% کاهش یافته بنابراین:

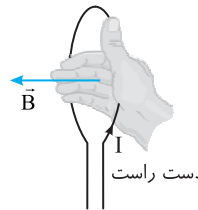
$$m_2 c = \frac{80}{100} m_1 c \Rightarrow m_2 - 1 = \frac{4}{5} m_1 \Rightarrow \frac{1}{5} m_1 = 1 \Rightarrow m_1 = 5 \text{ kg}$$

گرمای ویژه خواهد شد: $m_1 c = 2100 \Rightarrow 5c = 2100 \Rightarrow c = 420 \text{ J/kgK}$

B ۱۱۲ ۲

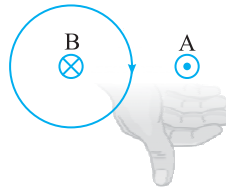
یادآوری: قاعده دست راست: انگشت شست

دست راست را مطابق شکل در جهت جریان قرار می‌دهیم، خم کردن چهار انگشت جهت بردار میدان را نشان می‌دهد.



در نقطه A میدان مغناطیسی برونسو بوده بنابراین جریان الکتریکی حلقه ساعتگرد و میدان مغناطیسی در مرکز حلقه درون‌سوست.

میانبر: در نقطه‌ای مانند A در خارج حلقه جهت میدان خلاف جهت میدان در مرکز حلقه است.



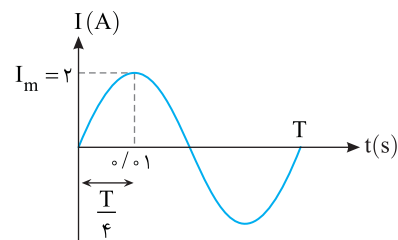
B ۱۱۳ ۲

با توجه به نمودار جریان بیشینه برابر ۲A بوده و دوره خواهد شد:

$$\frac{T}{4} = 0.1 \text{ s} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

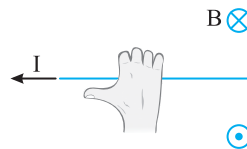
اکنون معادله جریان را می‌نویسیم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 2 \sin \frac{2\pi}{0.4} t \Rightarrow I = 2 \sin 50\pi t$$



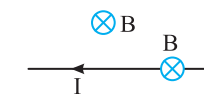
B ۱۱۴ ۳

(۱) جهت جریان سیم را مشخص



می‌کنیم. چرخش چهار انگشت دست راست را مطابق شکل در سوی چرخش خطوط میدان

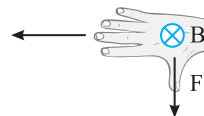
مغناطیسی حاصل از سیم قرار دهید در این حالت انگشت باز شست شما به سمت چپ خواهد بود که نشان می‌دهد جریان سیم به سوی چپ است. ($\leftarrow I$)



(۲) چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت

جریان به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به صفحه کاغذ (درون‌سو) باشد. در این حالت

انگشت باز شست شما رو به پایین خواهد بود. یعنی نیروی وارد بر سیم رو به پایین است. ($F \downarrow$)



$$F_1 = F + \frac{F}{4} = \frac{5}{4}F \quad (2) \text{ اندازه نیروی خالص وارد بر } q_1 \text{ خواهد شد:}$$

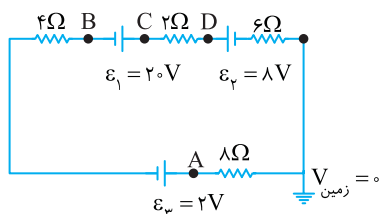
(۳) نیروهای وارد بر بار q_3 در خلاف جهت هم بوده و اندازه نیروی خالص وارد بر بار

$$F_3 = F - \frac{F}{4} = \frac{3}{4}F \quad q_3 \text{ خواهد شد:}$$

$$\frac{2F}{3} = \frac{\lambda}{4} \quad (4) \text{ بنابراین بزرگترین نیرو } 2F \text{ و کوچکترین نیرو } \frac{3}{4}F \text{ است از این رو:}$$

به مدار نگاه کنید. نیروی محرکه $\mathcal{E}_1 = 20V$ از مجموع نیروهای محرکه دو باتری $\mathcal{E}_3$ و $\mathcal{E}_3$ (بنابراین $\mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_3 = 8 + 2 = 10V$) بزرگتر بوده و جهت جریان ساعتگرد و اندازه جریان الکتریکی مدار خواهد شد:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - (\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3)}{R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{20 - 10}{4 + 2 + 6 + 8} \Rightarrow I = \frac{10}{20} = 0.5A$$



یادآوری: پتانسیل الکتریکی هر نقطه از مدار یعنی اختلاف پتانسیل بین آن نقطه و اتصال به زمین.

به ترتیب پتانسیل الکتریکی نقاط A, B, C و D را حساب می‌کنیم.

پتانسیل نقطه A: از A تا اتصال زمین در خلاف جهت جریان قدم می‌زنیم.

$$V_A + 8 \times 0.5 = 0 \Rightarrow V_A = -4V$$

پتانسیل نقطه B: از B در جهت جریان قدم می‌زنیم.

$$V_B + 20 - 0.5 \times 4 - 8 - 0.5 \times 6 = 0 \Rightarrow V_B = -8V$$

$$V_C - 0.5 \times 2 - 8 - 0.5 \times 6 = 0 \Rightarrow V_C = 12V \quad \text{پتانسیل نقطه C:}$$

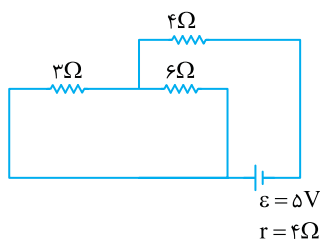
$$V_D - 8 - 0.5 \times 6 = 0 \Rightarrow V_D = 11V \quad \text{پتانسیل نقطه D:}$$

بنابراین پتانسیل نقطه C از بقیه نقاط بیشتر است.

میانبر: باتری $\mathcal{E}_1$ مولد بوده و نقطه C از قطب مثبت آن کمترین فاصله را دارد بنابراین پتانسیل آن نسبت به نقاط دیگر بیشتر است.

۱۲۱ B خط فکری

برای یافتن توان تولیدی باتری ($P = \mathcal{E}I$) ابتدا باید مقاومت معادل را در هر حالت حساب کنید سپس جریان مدار را به دست بیاورید تا بتوانید مقدار P در آن حالت را معین کنید.



حالت اول: دو دست مقاومت‌های 3Ω و 6Ω در دست هم بوده و این دو مقاومت

$$R_{36} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\Omega \quad \text{موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:}$$

مقاومت 4Ω با مقاومت معادل ۳ و ۶ اهمی متوالی است، بنابراین مقاومت معادل مدار

$$R_{eq} = 2 + 4 = 6\Omega \quad \text{برابر است با:}$$

۱۱۷ B

(۱) نیروی وارد بر الکترون را به دست می‌آوریم.

$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow F = qE \xrightarrow{E = 125 N/C, q = 1/6 \times 10^{-19} C}$$

$$F = 125 \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow F = 2 \times 10^{-17} N$$

(۲) شتاب حرکت الکترون را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F_E = ma \xrightarrow{m = 9.1 \times 10^{-31} kg} 2 \times 10^{-17} = 9.1 \times 10^{-31} a \Rightarrow a = 2 \times 10^{13} m/s^2$$

(۳) زمان جابه‌جایی $10 cm$ را با شتاب $2 \times 10^{13} m/s^2$ به کمک معادله حرکت با شتاب ثابت به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 0.1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{13} t^2 \Rightarrow t^2 = 10^{-14} \Rightarrow t = 10^{-7} s$$

$$t = 10^{-7} \times 10^9 \Rightarrow t = 100 ns$$

برای تبدیل به نانوثانیه

یادآوری: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینه کار نیروی میدان است $\Delta U_E = -W_E$.

(۴) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی خواهد شد:

$$\Delta U_E = -(F_E d) \Rightarrow \Delta U_E = -2 \times 10^{-17} \times 0.1$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -2 \times 10^{-18} J \Rightarrow \Delta U_E = -2 \times 10^{-18} J \times \frac{1 eV}{1.6 \times 10^{-19} J}$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -12.5 eV \quad \text{ضرب تبدیل ژول به eV}$$

۱۱۸ B

یادآوری: هرگاه در جهت خطوط

میدان الکتریکی جابه‌جا شویم پتانسیل نقاط فضا کاهش می‌یابد.

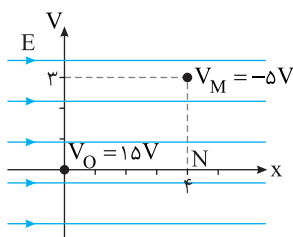
در حرکت از مبدأ تا نقطه $M(4, 3)$.

پتانسیل الکتریکی از $15V$ به

$-5V$ کاهش یافته بنابراین باید

جهت میدان الکتریکی در جهت

مثبت محور X باشد.



نکته: نقاط واقع بر خط عمود بر میدان الکتریکی هم‌پتانسیل هستند.

فقط M و N روی خط MN عمود بر خطوط میدان قرار دارند و پتانسیل آن‌ها یکی است، بنابراین:

$$V_N - V_O = V_M - V_O = -5 - (15) = -20V$$

یادآوری: اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی برابر $|\Delta V| = Ed$ است.

بزرگی میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.

$$20 = E(d_{NO}) \Rightarrow 20 = E(0.4) \Rightarrow E = \frac{20}{0.4} = 50 N/C$$

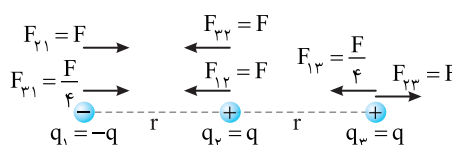
۱۱۹ B

خط فکری: بارها را نامگذاری کنید و بردارهای نیرویی که بر هر بار توسط دو بار

دیگر وارد می‌شود را رسم کنید تا بتوانید مشخص کنید بزرگترین و کوچکترین نیروی خالص بر کدام بارها وارد می‌شود. اگر نیروی بین دو بار q به فاصله r را برابر F بگیریم

نیروی بین دو بار $-q$ و $+q$ که در فاصله $2r$ از هم قرار دارند برابر $\frac{F}{4}$ می‌شود. با

توجه به این نکات مسئله قابل حل است.

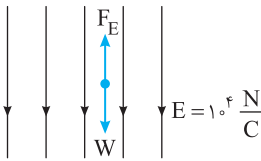


(۱) نیروهای وارد بر $q_2 = q$ که در وسط دو بار دیگر است هم جهت بوده و نیروی

$$F_2 = F + F = 2F \quad \text{خالص وارد بر } q_2 \text{ برابر است با:}$$

۱۴۰۲ - داخل تجریش (نوبت اول)

۳ ۱۲۳



ذره باردار معلق است، بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. بر ذره دو نیرو، یکی وزن رو به پایین و دیگری نیروی الکتریکی رو به بالا وارد می‌شود بنابراین:

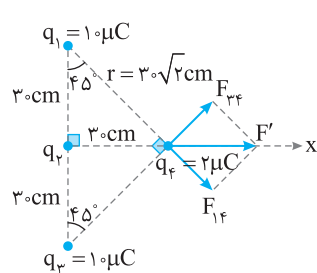
$$F_E = W \Rightarrow qE = mg \Rightarrow q \times 10^4 = 5 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow q = 5 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q = +5 \mu\text{C}$$

جهت نیروی وارد بر بار الکتریکی خلاف جهت میدان است. از این رو بار q باید منفی و

برابر $q = -5 \mu\text{C}$ باشد.

۱ ۱۲۴



خط فکری نیروهای وارد بر

بار q_f توسط بار q_1 و q_2 را

به دست بیاورید. این دو نیرو برابرند. برآیند آن‌ها روی محور x ها قرار می‌گیرد، پس دو نیرو را حساب کرده، برآیند آن‌ها را به دست می‌آوریم و با نیروی

برآیند $\vec{F}_T = [(\sqrt{2}-2)N]i$ مقایسه می‌کنیم تا نیروی F_{ff} مشخص شود.

(۱) اندازه نیروهای F_{1f} و F_{2f} را حساب می‌کنیم. (فاصله بین q_1 و q_f با استفاده

از رابطه فیثاغورس خواهد شد: $r = 30\sqrt{2} \text{ cm}$)

$$F_{1f} = F_{2f} = k \frac{|q_1||q_f|}{r^2} \Rightarrow F_{1f} = F_{2f} = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{900 \times 2 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F_{1f} = F_{2f} = 1 \text{ N}$$

(۲) برآیند این دو نیرو خواهد شد:

$$F' = \sqrt{F_{1f}^2 + F_{2f}^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} \Rightarrow F' = \sqrt{2} \text{ N} \Rightarrow \vec{F}' = \sqrt{2} i$$

(۳) نیروی $\vec{F}_{ff}$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}' + \vec{F}_{ff} \Rightarrow (\sqrt{2}-2)i = \sqrt{2}i + \vec{F}_{ff} \Rightarrow \vec{F}_{ff} = -2i$$

(۴) نیروی وارد بر بار q_f توسط q_1 رایشی است، بنابراین q_f دارای بار منفی است.

(۵) مقدار q_f را حساب می‌کنیم:

$$F_{ff} = k \frac{|q_f||q_f|}{r^2} \Rightarrow 2 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_f| \times 2 \times 10^{-6}}{900 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow |q_f| = 10 \mu\text{C} \Rightarrow q_f = -10 \mu\text{C}$$

۲ ۱۲۵

بردار میدان ناشی از هر یک از بارها را در نقطه A رسم می‌کنیم. مطابق شکل میدان‌های E_1 و E_2 بر هم عمودند. از طرفی چون $q_1 = q_2$ بوده، میدان‌های این دو بار هم اندازه هستند و برآیند آن‌ها روی قطر مربع و در خلاف جهت E_3 است. از این رو برای به دست آوردن میدان خالص، میدان‌های E_1 و E_2 را باید از هم کم کنیم $\vec{E}_T = \vec{E}_1 - \vec{E}_3$ ، در نتیجه با حذف بار $q_2 = q_1$ میدان E_3 حذف شده و میدان برآیند همان $\vec{E}_T = \vec{E}_1$ است یعنی میدان در نقطه A به اندازه میدان حاصل از بار $q_1 = q_2$ افزایش می‌یابد.

$$\Delta E = E_f = k \frac{q_f}{r^2} \quad r = \sqrt{30^2 + 30^2} = 30\sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow$$

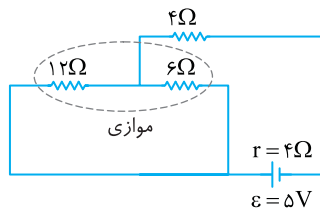
$$\Delta E = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-9}}{900 \times 2 \times 10^{-4}} \Rightarrow \Delta E = 1000 \text{ N/C}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{5}{6+4} \Rightarrow I = 0.5 \text{ A}$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$P = \varepsilon I_1 \Rightarrow P = 5 \times 0.5 = 2.5 \text{ W}$$

توان تولیدی باتری خواهد شد:



حالت دوم: با قرار دادن مقاومت 12Ω به جای 3Ω مقاومت معادل خواهد شد:

$$R'_{eq} = \frac{12 \times 6}{12+6} + 4$$

$$\Rightarrow R'_{eq} = 4 + 4 = 8 \Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{5}{8+4} \Rightarrow I' = \frac{5}{12} \text{ A}$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم

$$P' = \varepsilon I' \Rightarrow P' = 5 \times \frac{5}{12} \Rightarrow P' = \frac{25}{12} \text{ W}$$

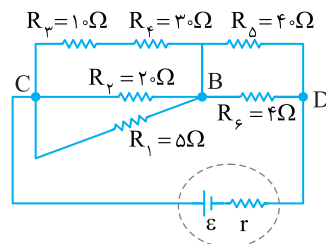
توان تولیدی باتری را به دست می‌آوریم.

تغییر توان تولیدی باتری را حساب می‌کنیم.

$$P - P' = \frac{5}{2} - \frac{25}{12} \Rightarrow \Delta P = \frac{30-25}{12} \Rightarrow \Delta P = \frac{5}{12} \text{ W}$$

۴ ۱۲۲ B

در یک نگاه دقیق به شکل مسئله مشخص است که جریان کل مدار در انشعاب C به سرشاخه و در انشعاب D به دو شاخه تقسیم می‌شود و سهم مقاومت $R_6 = 4 \Omega$ از جریان کل مدار از بقیه مقاومت‌ها بیشتر بوده و با توجه به رابطه $P = RI^2$ توان این مقاومت از بقیه بیشتر است.



(۱) ابتدا مقاومت معادل هر قسمت را حساب می‌کنیم.

$$R_{34} = 1 + 3 = 4 \Omega$$

مقاومت‌های R_4 و R_3 متوالی هستند.

مقاومت‌های R_3 و R_4 موازی هستند.

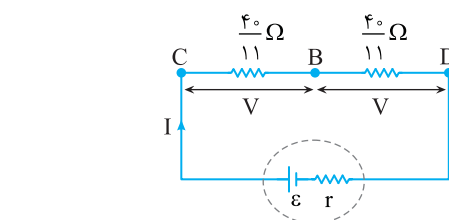
$$\frac{1}{R_{CB}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} = \frac{8+2+1}{40} \Rightarrow R_{CB} = \frac{40}{11} \Omega$$

مقاومت معادل بین D و B خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{DB}} = \frac{1}{40} + \frac{1}{4} = \frac{1+10}{40} \Rightarrow R_{DB} = \frac{40}{11} \Omega$$

(۲) بنابراین شکل مدار به صورت زیر است. مقاومت‌های R_{CB} و R_{DB} با هم برابر

بوده از این رو ولتاژ دو سر هر دو مقاومت یکسان است.

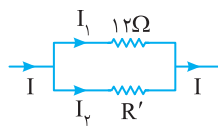


وقتی ولتاژ دو سر مقاومت‌ها برابر است با توجه به رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، مقاومت کوچک‌تر دارای

توان مصرفی بیشتری است، بنابراین توان مصرفی مقاومت $R_6 = 4 \Omega$ از بقیه بیشتر است.

۱۲۷ ۳

خط فکری



برای مقایسه توان مصرفی‌ها از رابطه $P=RI^2$ کمک می‌گیریم. به این منظور اگر جریان مدار را I بگیریم عبوری از R' برابر خواهد شد با:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I \\ 12I_1 = R'I_2 \Rightarrow I_1 = \frac{R'}{12} I_2 \\ I_1 + I_2 = I \Rightarrow \frac{R'}{12} I_2 + I_2 = I \Rightarrow \frac{R'+12}{12} I_2 = I \Rightarrow I_2 = \frac{12}{R'+12} I \end{cases}$$

حال با توجه به نسبت توان‌های مقاومت R' و $4/5 \Omega$ داریم:

$$2P_{R'} = P_{4/5} \Rightarrow 2R'I_2^2 = 4/5 \times I_2^2 \Rightarrow 2R' \left(\frac{12I}{R'+12} \right)^2 = \frac{4}{5} I^2$$

از دو طرف معادله I^2 را ساده می‌کنیم:

$$2R' \left(\frac{144}{R'^2 + 144 + 24R'} \right) = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{64R'}{R'^2 + 144 + 24R'} = 1$$

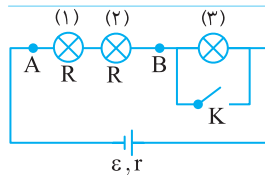
$$\Rightarrow R'^2 + 24R' + 144 = 64R'$$

$$\Rightarrow R'^2 - 40R' + 144 = 0 \Rightarrow (R' - 4)(R' - 36) = 0$$

$$\Rightarrow R' = 4 \Omega \text{ یا } 36 \Omega$$

کمترین مقدار R' خواسته شده یعنی $R' = 4 \Omega$ است.

۱۲۸ ۱



(۱) با بستن کلید K لامپ شماره ۳ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت مدار کاهش می‌یابد. $R_{eq} \downarrow$

(۲) با کاهش مقاومت کل، جریان مدار افزایش می‌یابد.

$$\uparrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

(۳) با افزایش جریان مدار، اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می‌یابد.

$$\downarrow V = \varepsilon - \uparrow Ir$$

(۴) با افزایش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ‌های (۱) و (۲) ($\uparrow V = \uparrow IR$) افزایش می‌یابد.

۱۲۹ ۳

میدان مغناطیسی سیم‌لوله از رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$ به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \rightarrow \frac{\mu_0 = 1.26 \times 10^{-6} \text{ Tm/A}, N = 500, \ell = 0.2 \text{ m}, I = 8 \text{ A}}{\ell = 0.2 \text{ m}, I = 8 \text{ A}}$$

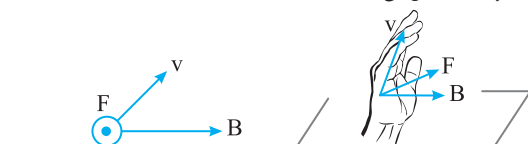
$$B = \frac{1.26 \times 10^{-6} \times 500 \times 8}{0.2} = 2.52 \times 10^{-2} \text{ T}$$

$$B = 2.52 \text{ G}$$

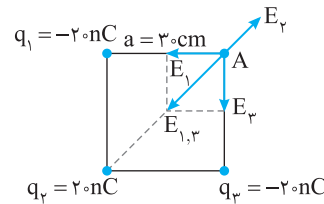
هر تسلا برابر 10^4 گاوس است پس:

۱۳۰ ۲

با توجه به قاعده دست راست برای بار مثبت، ۴ انگشت باز را در جهت V قرار می‌دهیم به گونه‌ای که با خم شدن ۴ انگشت جهت B مشخص شود، در این صورت شست باز دست، جهت نیرو را مشخص می‌کند.



دقت کنید که بار منفی بوده و جهت به دست آمده را باید برعکس کنیم پس جهت نیرو برعکس است.

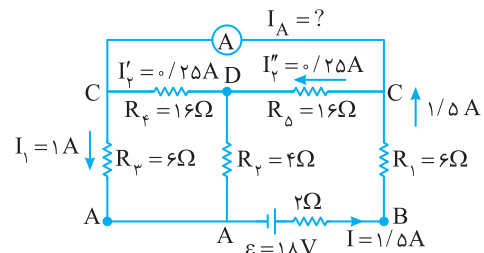


بنابراین میدان الکتریکی 1000 N/C افزایش می‌یابد. مسئله ساده‌ای بود اما مفهومی!

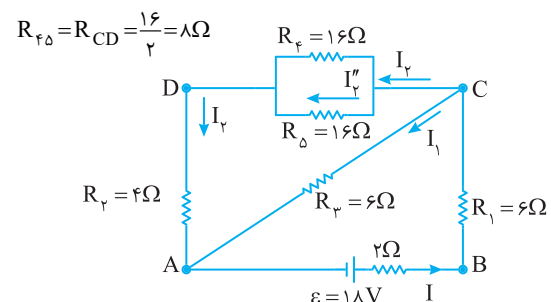
۱۲۶ ۲

خط فکری

در گام اول باید شکل مدار را با نامگذاری ساده کنید سپس مقاومت معادل، بعد از آن جریان کل را به دست آورده و جریان تک تک شاخه‌ها را مشخص کنید.



(۱) دقت کنید مقاومت R_4 و R_5 بین نقاط C و D قرار داشته با هم موازیند.



مقاومت $R_4 = 16 \Omega$ بین A و D قرار دارد و با مقاومت R_{CD} متوالی است بنابراین:

$$R_{4D} = R_{CD} = \frac{16}{2} = 8 \Omega$$

مقاومت $R_3 = 6 \Omega$ بین AC بسته شده و با R_{4D} موازی است.

$$R_{AC} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4 \Omega$$

مقاومت R_{AC} با مقاومت $R_1 = 6 \Omega$ متوالی بوده و مقاومت معادل خواهد شد:

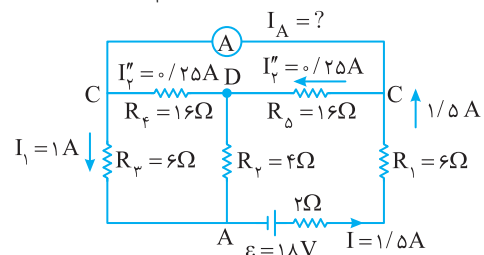
$$R_{eq} = R_1 + R_{AC} = 6 + 4 = 10 \Omega$$

(۲) جریان کل مدار خواهد شد: $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{18}{10 + 2} \Rightarrow I = 1.5 \text{ A}$

(۳) در نقطه C جریان کل به دو شاخه I_1 و I_2 تقسیم می‌شود. جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. بنابراین جریان باید به نسبت $1:2$ به 6 یعنی 2 به 1 تقسیم شود و جریان $I_1 = 1 \text{ A}$ و $I_2 = 0.5 \text{ A}$ می‌شود.

جریان $I_2 = 0.5 \text{ A}$ به دو شاخه یکسان 0.25 A تقسیم شده و از مقاومت‌های $R_4 = R_5 = 16 \Omega$ می‌گذرد. جریان عبوری از مقاومت $R_3 = 6 \Omega$ همان 0.5 A است. مجدداً شکل را با آمپرسنج درون آن و جریان‌های هر مقاومت بررسی می‌کنیم.

جریان هر مقاومت را روی شکل می‌نویسیم در نقطه C $1/5 \text{ A}$ به دو شاخه یکی 0.25 A و دیگری I_A تقسیم می‌شود بنابراین $I_A = 1/5 - 0.25 = 1/25 = 0.04 \text{ A}$



۴ ۱۳۱

معادله جریان متناوب را به کمک داده‌های مسئله می‌نویسیم:

$$I = I_{\max} \sin\left(\frac{\gamma\pi}{T}t\right) \xrightarrow[T=\frac{1}{50}s]{I_{\max}=\Delta A}$$

$$I = \Delta \sin\left(\frac{\gamma\pi}{50}t\right) \Rightarrow I = \Delta \sin(100\pi t)$$

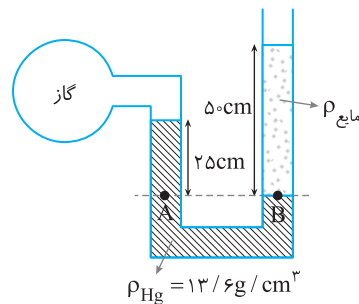
حال $t = \frac{3}{400}s$ را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$I = \Delta \sin\left(100\pi \times \frac{3}{400}\right) \Rightarrow I = \Delta \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow I = \Delta \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow I = \frac{\Delta\sqrt{2}}{2} A$$

۳ ۱۳۲

خط فکری: برای لوله U شکل خط تراز می‌کشیم و می‌دانیم فشار پیمانه‌ای برابر

 $P_0 - P_{\text{گاز}}$ است.

گام اول: خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار A و B با هم برابر است.

$$\begin{cases} P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho_{\text{جیوه}}gh = P_0 + \rho_{\text{مایع}}gh \\ P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho_{\text{مایع}}gh - \rho_{\text{جیوه}}gh \end{cases}$$

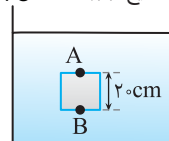
گام دوم: با توجه به سؤال مقدار $P_0 - P_{\text{گاز}}$ برابر فشار پیمانه‌ای یعنی

$$-25\text{kPa} = -25000\text{Pa}$$

$$-25000 = \rho_{\text{مایع}} \times 100 \times \frac{50}{100} - 13600 \times 100 \times \frac{25}{100} \Rightarrow -25000 = 50\rho - 34000$$

$$50\rho = 9000 \Rightarrow \rho = 1800\text{kg/m}^3$$

۳ ۱۳۳

اختلاف فشار بین دو نقطه درون یک مایع از رابطه $\Delta P = \rho g \Delta h$ به دست می‌آید:

$$\begin{cases} P_A = 10\text{kPa} \\ P_B = 10\text{kPa} \end{cases} \Rightarrow \Delta P_{AB} = 10 - 10 = 0\text{kPa} = 0\text{Pa}$$

حال با توجه به ΔP مقدار چگالی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow 4000 = \rho \times 10 \times 2 \Rightarrow \rho = 2000\text{kg/m}^3$$

مقدار چگالی بر حسب گرم بر لیتر خواهد شد:

$$\rho = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{1000\text{g}}{1\text{kg}} \times \frac{1\text{m}^3}{1000\text{L}} = 2000 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

۲ ۱۳۴

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل فرض می‌کنیم:

جسم در سطح زمین بوده و انرژی پتانسیل آن صفر است. از این‌رو انرژی مکانیکی اولیه آن

$$E_1 = U_1 + K_1 \Rightarrow E_1 = K_1 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} m (\Delta^0)^2 \Rightarrow E_1 = (3200)\text{mJ}$$

انرژی مکانیکی ثانویه را حساب می‌کنیم. در این نقطه جسم هم انرژی پتانسیل دارد و

هم انرژی جنبشی:

$$E_p = K_p + U_p \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} m \times 400 + mg(236)$$

$$\Rightarrow E_p = 200\text{m} + 2360\text{m} \Rightarrow E_p = (2560\text{m})\text{J}$$

با توجه به پایستگی انرژی، کار نیروی اتلافی در اثر مقاومت هوا را حساب می‌کنیم:

$$E_p - E_1 = W_f \Rightarrow 2560\text{m} - 3200\text{m} = W_f \Rightarrow W_f = -640\text{m}$$

خواسته سؤال این است که مقدار W_f چند درصد مقدار K_1 است:

$$\frac{W_f}{K_1} \times 100 = \frac{640\text{m}}{3200\text{m}} \times 100 = 20\%$$

۴ ۱۳۵

کار نیروی وزن برابر $W_g = \pm mg \Delta h$ است. اگر جسم به سمت بالا جابه‌جا شود کار

نیروی وزن آن منفی خواهد بود و اگر به سمت پایین جابه‌جا شود کار نیروی وزن مثبت

$$W_g = -mg \Delta h \Rightarrow W_g = -2 \times 10 \times 5 = -10\text{J}$$

است.

۱ ۱۳۶

خط فکری: ابتدا تغییر دما را بر حسب درجه سلسیوس حساب می‌کنیم و در گام

بعد به کمک رابطه $\Delta \ell = \ell_0 \alpha \Delta \theta$ تغییر طول پل را حساب می‌کنیم. (۱) تغییر دما بر

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 122 - (-58) = 180\text{N}$$

حسب درجه فارنهایت برابر است با:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 180 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 100^\circ\text{C}$$

$$\Delta \ell = \ell_0 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta \ell = 1158 \times 10^{-5} \times 100 = 11.58\text{m}$$

تغییر طول پل برابر است با:

$$\Rightarrow \Delta \ell = 11.58\text{m}$$

۳ ۱۳۷

اگر $c_{\text{آ}} = 4200\text{J/kg.K}$ را به عنوان یک ضریب در نظر بگیریم مقدار

$$L_F = 336 \times 10^3\text{J/kg}$$

برابر $80c_{\text{آ}}$ خواهد بود:

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = mc_{\text{یخ}} \Delta \theta + mL_F + mc_{\text{آب}} \Delta \theta$$

$$Q_{\text{کل}} = 0.5 \times \frac{c_{\text{آب}}}{4} \times 10 + 0.5 \times 80c_{\text{آب}} + 0.5 \times c_{\text{یخ}} \times 10$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = 2/5 c_{\text{آب}} + 40c_{\text{آب}} + 5c_{\text{یخ}} \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 47/5 c_{\text{آب}}$$

حال به جای c مقدار 4200 را قرار می‌دهیم:

$$Q_{\text{کل}} = 47/5 \times 4200 = 19950\text{J} = 19.95\text{kJ}$$

۱۴۲ - داخل تجریش (نوبت دوم)

۲ ۱۳۸

کار نیروی میدان الکتریکی قرینه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی است:

$$W_E = -\Delta U_E$$

بنا به تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه خواهیم داشت:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - V_A = -\frac{W_E}{q} \Rightarrow W_E = -q(V_B - V_A)$$

در رابطه بالا باید علامت بار را قرار بدهیم ($V_A = 6\text{V}$ و $W_E = 20\mu\text{J}$ و $q = -5\mu\text{C}$)

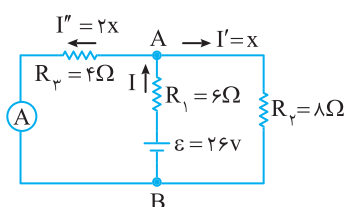
$$20 = -(-5)(V_B - 6) \Rightarrow 4 = V_B - 6 \Rightarrow V_B = 10\text{V}$$

اختلاف پتانسیل بین C و D خواهد شد:

$$V_{CD} = IR_{CD} \Rightarrow V_{CD} = 3/5 \times \frac{24}{V} \Rightarrow V_{CD} = 12N$$

ولتاژ دو سر مقاومت R_p همان V_{CD} است، بنابراین:

$$V_{CD} = I_p R_p \Rightarrow I_p = \frac{V_{CD}}{R_p} = \frac{12}{8} \Rightarrow I_p = 1.5A$$



حالت دوم:

مقاومت $R_p = 8\Omega$ و

$R_p = 4\Omega$ بین دو نقطه A و B

بسته شده و با هم موازی هستند.

$$R_{p3} = \frac{4 \times 8}{4 + 8} = \frac{32}{12} \Rightarrow R_{p3} = \frac{8}{3}\Omega$$

$$R'_{eq} = R_1 + R_{p3} = 6 + \frac{8}{3} \Rightarrow R'_{eq} = \frac{26}{3}\Omega. \text{ می‌کنیم.}$$

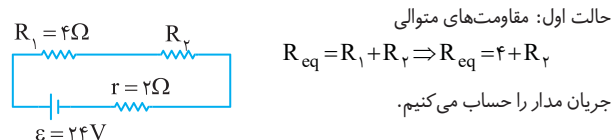
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{26}{\frac{26}{3}} = 3A$$

جریان در نقطه A به دو شاخه تقسیم می‌شود. تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی با مقاومت نسبت وارون دارد.

تغییر جریان برابر $1/5 - 1 = 4/5A$ است.

۳ ۱۴۲ B

خط فکری ابتدا در حالت‌های متوالی و موازی مقاومت معادل را بر حسب R_p حساب کنید. سپس به سراغ به‌دست آوردن جریان مدار و سرانجام به سراغ توان خروجی باتری بروید. اما یادتان باشد به یک معادله ریاضی می‌رسید که بهترین راه حل آن امتحان کردن گزینه‌هاست.



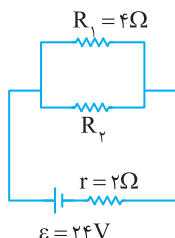
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I_1 = \frac{24}{(4 + R_3) + 2} \Rightarrow I_1 = \frac{24}{6 + R_3}$$

توان خروجی همان توان مصرفی در مقاومت خارجی است:

$$P = R_{eq} I^2 \Rightarrow P_1 = R_{eq} I_1^2 \Rightarrow P_1 = (4 + R_3) \left(\frac{24}{6 + R_3} \right)^2$$

$$R_{eq_2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_{eq_2} = \frac{4 R_3}{4 + R_3}$$

حالت دوم: مقاومت‌های موازی:



جریان مدار را به‌دست می‌آوریم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I_p = \frac{24}{\frac{4 R_3}{4 + R_3} + 2} \Rightarrow I_p = \frac{24}{\frac{4 R_3 + 8 + 2 R_3}{4 + R_3}} = \frac{24}{\frac{6 R_3 + 8}{4 + R_3}}$$

$$I_p = \frac{24(4 + R_3)}{6 R_3 + 8}$$

۱ ۱۳۹ B

در صورت مسئله بیان شده که بار الکتریکی خازن را $\frac{3}{4}$ برابر کرده‌ایم. $q_2 = \frac{3}{4} q_1$

در نتیجه انرژی ذخیره شده $25\mu J$ افزایش یافته است، بنابراین:

$$\Delta U = U_2 - U_1 \Rightarrow 25 = \frac{q_2^2}{2C} - \frac{q_1^2}{2C} \Rightarrow C = 40\mu F \Rightarrow 25 = \frac{9}{4} q_1^2 - q_1^2$$

$$2000 = \frac{5}{4} q_1^2 \Rightarrow q_1^2 = 400 \times 4 \Rightarrow q_1 = 40\mu C$$

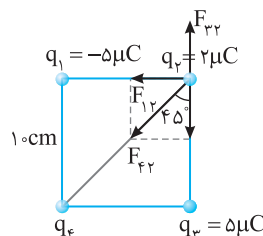
۴ ۱۴۰ B

(۱) فاصله q_1 تا q_2 برابر قطر مربع است. $r_{12} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}cm$

(۲) نیرویی که بار q_1 و بار q_2 بر بار الکتریکی q_3 وارد می‌کند هم‌اندازه است.

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F_{13} = F_{23} = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 2 \times 10^{-12}}{10^2 \times 10^{-4}} \Rightarrow F_{13} = F_{23} = 9N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{13} = -9\vec{i}, \quad \vec{F}_{23} = 9\vec{j}$$



(۳) بنا به فرض مسئله: $\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{43} = -18\vec{i} \Rightarrow -9\vec{i} + 9\vec{j} + \vec{F}_{43} = -18\vec{i}$

$$\vec{F}_{43} = -9\vec{i} - 9\vec{j} \Rightarrow F_{43} = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2}N$$

(۴) با توجه به مؤلفه‌های نیرویی که بار q_4 بر بار q_3 وارد می‌کند، مشخص می‌شود بار q_4 منفی است. اکنون اندازه q_4 را حساب می‌کنیم. بار q_4 بر بار q_3 نیروی جاذبه الکتریکی

$$F_{43} = k \frac{|q_4||q_3|}{r_{43}^2} \Rightarrow 9\sqrt{2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times |q_4|}{(10\sqrt{2} \times 10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow |q_4| = 10\sqrt{2}\mu C \Rightarrow q_4 = -10\sqrt{2}\mu C$$

روش دیگر: نیروی خالص وارد بر بار الکتریکی q_3 روی محور x هاست و در جهت منفی محور است $\vec{F} = -18\vec{i}$. بنابراین نیروی F_{43} و مؤلفه y نیروی F_{43} یکدیگر

$$F_{43} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_4||q_3|}{(10\sqrt{2})^2} \times \cos 45^\circ = k \frac{|q_4||q_3|}{10^2}$$

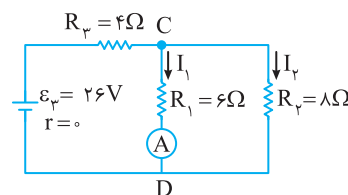
$$|q_4| = 2\sqrt{2}|q_3| = 10\sqrt{2} \Rightarrow q_4 = -10\sqrt{2}\mu C$$

۲ ۱۴۱ B

حالت اول: مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.

$$R_{12} = \frac{8 \times 6}{8 + 6} = \frac{24}{7}\Omega$$

مقاومت‌های 8Ω و 6Ω موازی هستند.



مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم.

$$R_{eq} = R_3 + R_{12} \Rightarrow R_{eq} = 4 + \frac{24}{7} \Rightarrow R_{eq} = \frac{52}{7}\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{26}{\frac{52}{7}} \Rightarrow I = \frac{7 \times 26}{52} A \Rightarrow I = 3.5A$$

۳ ۱۴۶ B

توان خروجی خواهد شد:

$$P_r = R_{eq} \times I_r^2 = \frac{4R_r}{4+R_r} \times \left(\frac{24(4+R_r)}{6R_r+8} \right)^2 \Rightarrow P_r = 4R_r \times \frac{24^2(4+R_r)}{(6R_r+8)^2}$$

$$P_1 = P_r - 0.36P_r \Rightarrow P_1 = 0.64P_r$$

بنا به فرض مسئله:

$$(4+R_r) \times \frac{24^2}{(6+R_r)^2} = 0.64 \times \frac{24^2(4+R_r)}{(6R_r+8)^2}$$

$$\frac{1}{6+R_r} = \frac{0.8 \times 2 \sqrt{R_r}}{6R_r+8} \quad \text{جذر می‌گیریم}$$

اکنون باید گزینه‌ها را در این معادله امتحان کرد که گزینه ۳ در این معادله صدق می‌کند

$$\frac{1}{6+4} = \frac{0.8 \times 2 \times \sqrt{4}}{6 \times 4 + 8} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{0.8 \times 4}{32} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

یعنی $R_r = 4\Omega$

۱ ۱۴۳ B

حالت اول: جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I = \frac{12}{5+1} = 2A$$

آمپرسنج جریان ۲A را نشان می‌دهد.

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω را نشان می‌دهد.

$$V = IR \Rightarrow V = 2 \times 5 \Rightarrow V = 10V$$

حالت دوم: با عوض کردن جای آمپرسنج و ولت‌سنج، ولت‌سنج در مدار به طور متوالی قرار می‌گیرد و به دلیل مقاومت بسیار بالای آن اجازه عبور جریان را نمی‌دهد. در این حالت آمپرسنج صفر و ولت‌سنج نیروی محرکه باتری یعنی ۱۲V را نشان می‌دهد.

نتیجه: عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد ۲A کم می‌شود و عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد $12-10=2V$ افزایش می‌یابد.

۴ ۱۴۴ A

بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده: $\varepsilon = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -N \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t}$

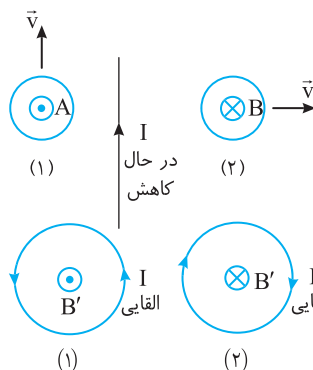
پیچ به طور کامل از میدان خارج شده یعنی $\Phi_2 = 0$ است. از طرفی پیچ به میدان مغناطیسی عمود است. ($\theta = 0$) و شار مغناطیسی گذرنده از پیچ به بیشینه است ($\Phi_1 = BA$).

داده‌های مسئله را جای گذاری می‌کنیم:

$$N = 100, \quad A = 50 \times 10^{-4} m^2, \quad B = 200 G = 2 \times 10^{-2} T, \quad t = 0.1 s$$

$$\varepsilon = -N \frac{BA}{t} \Rightarrow \varepsilon = -100 \times \frac{50 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-2}}{0.1} \Rightarrow \varepsilon = 0.1 V$$

۲ ۱۴۵ B



دقت کنید جریان سیم در حال کاهش است. بنابراین میدان مغناطیسی حاصل از سیم در حال کاهش بوده ($B \downarrow$) شار مغناطیسی در هر دو حلقه در حال کاهش است و جهت حرکت حلقه‌ها در بررسی مسئله نقشی ندارد.

حلقه ۱: میدان مغناطیسی در مرکز حلقه برونسوست بنابراین با کاهش B بنا به قانون لنز باید جهت میدان مغناطیسی القایی (B') حلقه نیز

برونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند و بنا به قاعده دست راست جریان القایی حلقه (۱) پادساغگرد است. حلقه (۲): میدان مغناطیسی القایی در محل حلقه (۲) باید درونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند. بنابراین طبق قاعده دست راست جریان حلقه (۲) ساغگرد است.

(۱) فشار هوا را بر حسب پاسکال به دست می‌آوریم.

$$P = P_{Hg} + P_W + P_o$$

$$P_o = \rho_{Hg} + gh_{Hg} \xrightarrow{h_{Hg}=75cm, \rho_{Hg}=13600kg/m^3} P_o = 13600 \times 10 \times \frac{75}{100}$$

$$P_o = 136000 \times \frac{3}{4} \Rightarrow P_o = 102000 Pa$$

(۲) فشار وارد بر کف لوله استوانه‌ای مجموع فشار هوا و فشار جیوه و فشار آب است.

$$P = \frac{W_{Hg}}{A} + \frac{W_W}{A} + P_o$$

$$P = \frac{272 \times 10^{-3} \times 10}{20 \times 10^{-4}} + \frac{554 \times 10^{-3} \times 10}{20 \times 10^{-4}} + 102000$$

$$P = \frac{2720}{2} + \frac{5540}{2} + 102000 \Rightarrow P = 1360 + 2770 + 102000 \Rightarrow P = 106080 Pa$$

۴ ۱۴۷ B

روش اول: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_g + W_f = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$mgh + W_f = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$0.2 \times 10 \times 15 + W_f = \frac{1}{2}(0.2)(18^2 - 10^2)$$

$$30 + W_f = \frac{1}{10}(28)(8) \Rightarrow W_f = -7/6 J$$

روش دوم: استفاده از قانون پایستگی انرژی:

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

$$E_r - E_1 = W_f \Rightarrow (U_r + K_r) - (U_1 + K_1) = W_f$$

$$K_r - mgh - K_1 = W_f = \frac{1}{2}mv_r^2 - mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_f$$

$$\frac{1}{2} \times 0.2 \times (18)^2 - 0.2 \times 10 \times 15 - \frac{1}{2} \times 0.2 \times (10)^2 = W_f$$

$$\Rightarrow W_f = -7/6 J$$

۲ ۱۴۸ B

بنا به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$Q_{بآ} + Q_{مس} + Q_{فلز} = 0$$

$$m_{بآ} c_{بآ} (\theta_e - \theta_{بآ}) + m_{مس} c_{مس} (\theta_e - \theta_{مس}) + C_{فلز} (\theta_e - \theta_{فلز}) = 0$$

$$m_{بآ} = 520g = 0.52kg, \quad m_{مس} = 0/kg$$

$$c_{بآ} = 420 J/kg^\circ C, \quad \theta_{بآ} = 15^\circ C, \quad \theta_{مس} = 50^\circ C$$

$$\theta_{فلز} = 60^\circ C, \quad c_{مس} = 400 J/kg^\circ C, \quad \theta_e = 20^\circ C$$

$$0.52 \times 420 \times (20 - 15) + 0.1 \times 400 \times (20 - 50) + C(20 - 60) = 0$$

$$52 \times 42 \times (5) + 40 \times (-30) + C(-40) = 0$$

$$52 \times 44 + 8(-30) - 40C = 0 \Rightarrow C = \frac{2184 - 240}{40} \Rightarrow C = 244 J/^\circ C$$

۲ ۱۴۹ A

انرژی جنبشی ماهواره خواهد شد:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=200kg, v=75km/s} \rightarrow$$

$$K = \frac{1}{2} \times 200 \times (75 \times 10^3)^2 \Rightarrow K = 100 \times 6/25 \times 10^6$$

$$K = 625 \times 10^6 J = 625 MJ \Rightarrow K = 6/25 \times 10^8 MJ$$

اما درباره گزینه (۴) که در آن بیان شده «انرژی جنبشی ذره افزایش می‌یابد» باید دقت کنید که ممکن است که ذره با سرعت ثابت از A تا B برود. در این صورت انرژی جنبشی ثابت می‌ماند و لزوماً گزینه (۴) درست نیست.

۳ ۱۵۶ A

هنگامی که تبادل گرمایی با محیط صورت نگیرد بنا به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$Q_W + Q_{AI} = 0 \Rightarrow m_W c_W (\theta_e - \theta_{1W}) + m_{AI} c_{AI} (\theta_e - \theta_{1AI}) = 0$$

$$m_W = 0.3 \text{ kg}, m_{AI} = 0.12 \text{ kg}, \theta_{1W} = 7^\circ \text{C}, \theta_{1AI} = 2^\circ \text{C}$$

$$c_W = 4200 \text{ J/kg}^\circ \text{C}, c_{AI} = 900 \text{ J/kg}^\circ \text{C}$$

داده‌ها را در رابطه بالا قرار می‌دهیم.

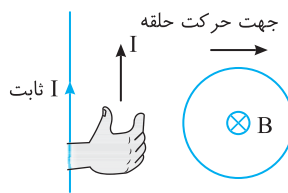
$$0.3 \times 4200 (\theta_e - 7) + 0.12 \times 900 (\theta_e - 2) = 0$$

$$70 (\theta_e - 7) + 6 (\theta_e - 2) = 0 \Rightarrow 70 \theta_e - 490 + 6 \theta_e - 12 = 0$$

$$\theta_e = \frac{500}{76} = 6.6^\circ \text{C} \Rightarrow T_e = 273 + 6.6 \Rightarrow T_e = 279.6 \text{ K}$$

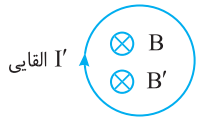
عیانیر استفاده از رابطه دمای تعادل:

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$



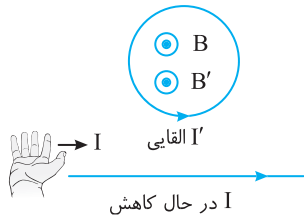
شکل الف: میدان مغناطیسی سیم حامل جریان I در محل حلقه بنا به قاعده دست راست، درون سوست. با حرکت حلقه و دور شدن از سیم، میدان مغناطیسی درون حلقه کاهش می‌یابد و

در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد.



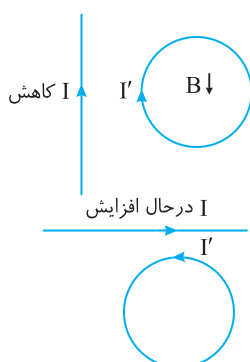
بنا به قانون القای فاراده و قانون لنز، با کاهش شار، در حلقه یک جریان القایی به وجود می‌آید که میدان مغناطیسی القایی حاصل از آن (B') باید درون سوست

باشد و با کاهش شار مخالفت کند. در این صورت جریان القایی باید ساعتگرد باشد.



شکل ب: بنا به قاعده دست راست میدان مغناطیسی سیم در محل حلقه برونسوست و با کاهش جریان، میدان مغناطیسی B و شار حاصل از آن کاهش می‌یابد در این صورت باید میدان مغناطیسی القایی نیز برونسوست

باشد تا با کاهش شار مخالفت کند. بنابراین جریان القایی پادساعتگرد است.



عیانیر اگر میدان مغناطیسی در محل حلقه کاهش یابد سوی جریان القایی در مجاورت سیم حامل جریان با جریان سیم همسو خواهد بود و بالعکس.

۳ ۱۵۸ B

بنا به قانون پایستگی انرژی: $E_B - E_A = W_f$

با توجه به فرض مسئله $W_f = -\frac{25}{100} K_A$ است، سطح زمین را مبدأ پتانسیل می‌گیریم.

۳ ۱۵۰ A

(۱) بنا به فرض مسئله:

$$\theta_F = \Delta \theta_C \quad (I)$$

(۲) با توجه به رابطه درجه‌بندی فارنهایت و درجه‌بندی سلسیوس می‌توان نوشت:

$$\theta_F = \frac{9}{5} \theta_C + 32 \quad (II)$$

(۳) از رابطه (I) در رابطه (II) جای گذاری می‌کنیم.

$$\Delta \theta_C = \frac{9}{5} \theta_C + 32 \Rightarrow \Delta \theta_C - \frac{9}{5} \theta_C = 32$$

$$\frac{25 \theta_C - 9 \theta_C}{5} = 32 \Rightarrow \frac{16 \theta_C}{5} = 32 \Rightarrow \theta_C = 10^\circ \text{C}$$

(۴) دما برحسب کلوین رابه دست می‌آوریم: $T = 273 + \theta \Rightarrow T = 273 + 10 \Rightarrow T = 283 \text{ K}$

۴ ۱۵۱ A

نماد علمی به صورت $a \times 10^n$ نوشته می‌شود که در آن a یک عدد بین ۱ و ۱۰ است. $(1 \leq a < 10)$ و n یک عدد صحیح است.

$$q = 160 \times 10^{-10} \mu\text{C} \xrightarrow{1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{C}} q = 160 \times 10^{-10} \times 10^{-6} \text{C}$$

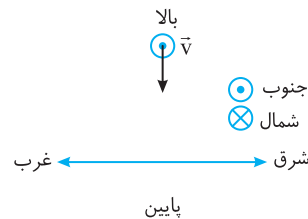
$$q = 160 \times 10^{-16} \text{C} \Rightarrow q = 1/60 \times 10^{-14} \text{C}$$

۱ ۱۵۲ B

اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر بار خواهد شد:

$$F = qvB \sin \theta \xrightarrow{F = 4 \times 10^{-14} \text{ N}, v = 5 \times 10^6 \text{ m/s}, \sin \theta = 1}$$

$$4 \times 10^{-14} = 1/60 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^6 \times B \times 1 \Rightarrow B = 0.8 \text{ T}$$



با استفاده از قاعده دست راست ابتدا جهت نیرو را عوض می‌کنیم چون الکترون دارای بار منفی است بنابراین انگشت شست را رو به بالا می‌گیریم به گونه‌ای که چهار انگشت باز دست راست رو به جنوب باشد. در این صورت کف دست رو به شرق است یعنی میدان مغناطیسی به سمت شرق است البته شما می‌توانید از دست چپ استفاده کنید.

۱۴۰۲ - خارج تجربی (نوبت دوم)

۴ ۱۵۳ A

رابطه اختلاف دما بر حسب فارنهایت و اختلاف دما بر حسب سلسیوس به صورت زیر است.

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta$$

$$\Delta F = \frac{9}{5} (\theta_2 - \theta_1) \xrightarrow{\theta_2 = -10^\circ \text{C}, \theta_1 = 4^\circ \text{C}} \Delta F = \frac{9}{5} |-10 - 4| = 90$$

۴ ۱۵۴ A

نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی خواهد شد:

$$F = I \ell B \sin \theta \xrightarrow{I = 4 \text{ A}, B = 50 \times 10^{-3} \text{ T}, \ell = 2 \text{ m}, \theta = 30^\circ}$$

$$F = 4 \times 2 \times 50 \times 10^{-3} \times 0.5 \Rightarrow F = 2/4 \times 10^{-1} \text{ N}$$

۲ ۱۵۵ A

نیروی وارد بر بار منفی در میدان الکتریکی در خلاف جهت میدان است. بار از نقطه A تا B جابه‌جا شده و نیروی الکتریکی وارد بر آن در جهت جابه‌جایی است، بنابراین الزاماً کار نیروی میدان الکتریکی مثبت است و گزینه (۲) درست است.



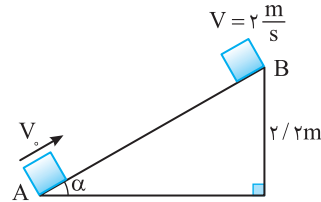
۴ ۱۶۱ C

بنابراین:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B - \frac{1}{2}mv_A^2 = -\frac{25}{100} - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\frac{1}{2}(2)^2 + 10 \times 2/2 - \frac{1}{2} \times v_A^2 = -\frac{1}{10}v_A^2$$

$$2 + 22 = \frac{3}{10}v_A^2 \Rightarrow 24 = \frac{3}{10}v_A^2 \Rightarrow v_A = 8 \text{ m/s}$$



البته شما می‌توانید به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی هم این مسئله را حل کنید.

۲ ۱۵۹ B

با توجه به فرض مسئله:

$$Q_2 = \frac{5}{4}Q_1 \quad (1)$$

تغییر انرژی خازن در اثر تغییر بار برابر $4/5 \mu\text{J}$ شده است بنابراین می‌توان نوشت:

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C}, \quad U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C} \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} \frac{(Q_2^2 - Q_1^2)}{C} \quad (2)$$

از رابطه (۱) در رابطه (۲) جای گذاری می‌کنیم.

$$4/5 = \frac{1}{2 \times 25} \left(\frac{25}{16} q_1^2 - q_1^2 \right) \Rightarrow 5 \times 4/5 = \frac{9 q_1^2}{16} \Rightarrow q_1 = 20 \mu\text{C}, q_2 = 25 \mu\text{C}$$

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \Rightarrow 25 = \frac{25 - 20}{\Delta V} \Rightarrow \Delta V = 0/2 \text{ V}$$

اکنون تغییر ولتاژ را به دست می‌آوریم:

۳ ۱۶۰ B

خط فکری

در حل این نوع مسائل بهتر است که میدان الکتریکی بار q در فاصله مشخص r از E فرض کنیم. سپس میدان هر بار در مرکز مربع را بر حسب E حساب کرد و سرانجام بزرگی میدان خالص را به دست آورد.

بزرگی میدان بار $q_2 = -3q$ در مرکز مربع برابر است با:

بزرگی میدان بار $q_3 = \frac{5}{4}q$ در مرکز مربع برابر است با:

بزرگی میدان بار $q_4 = -5q$ در مرکز مربع برابر است با:

$$E_4 = 5E$$

اکنون جهت هر میدان را روی شکل رسم می‌کنیم.

بزرگی برابند E_1 و E_3 خواهد شد:

$$E_{13} = \frac{5}{4}E - E = \frac{1}{4}E$$

بزرگی برابند E_2 و E_4 خواهد شد:

$$E_{24} = E_4 - E_2 = 5E - 3E = 2E$$

اکنون میدان خالص را به دست می‌آوریم:

$$E_t = \sqrt{(E_{13})^2 + (E_{24})^2} \Rightarrow E_t = \sqrt{\left(\frac{1}{4}E\right)^2 + (2E)^2} \Rightarrow E_t = \frac{5}{4}E$$

فاصله بار q از مرکز مربع نصف قطر آن و برابر است با:

$$r = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

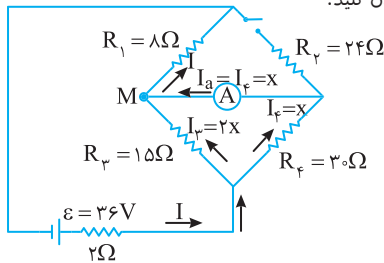
بزرگی میدان خالص خواهد شد:

$$E_t = \frac{5}{4} \frac{kq}{r^2} = \frac{5}{4} \frac{kq}{\frac{1}{2}a^2} \Rightarrow E_t = \frac{5kq}{a^2}$$

ابتدا بیان کنیم با یک مسئله با راه حل طولانی سروکار دارید. بنابراین باید با صبر و حوصله به پیش بروید.

یادآوری آمپرسنج آرمانی در یک مدار شبیه یک سیم بدون مقاومت عمل می‌کند.

حالت اول باز بودن کلید:



مقاومت‌های R_3 و R_4 موازی و معادل آن‌ها با مقاومت R_1 متوالی است.

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{15 \times 30}{15 + 30} = 10 \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{34} = 8 + 10 = 18 \Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{36}{18 + 2} \Rightarrow I = 1/18 \text{ A}$$

جریان مدار خواهد شد:

جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت تقسیم می‌شود یعنی اگر جریان مقاومت 30Ω ، $I_f = x$ باشد جریان مقاومت 15Ω دو برابر آن است ($I_w = 2x$).

$$I_w = 2I_f, \quad I_w + I_f = 1/18 \text{ A} \Rightarrow 3I_f = 1/18 \Rightarrow I_f = 0/6 \text{ A}, \quad I_w = 1/9 \text{ A}$$

در این حالت، آمپرسنج با مقاومت 30Ω متوالی بوده و جریان این مقاومت را نشان $I_a = 0/6 \text{ A}$ می‌دهد.

حالت دوم کلید بسته:

در این حالت R_2 و R_1 موازی هستند و معادل آن‌ها با معادل R_3 و R_4 متوالی است.

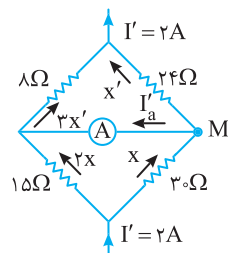
$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{8 \times 24}{8 + 24} = 6 \Omega$$

$$R'_{eq} = R_{12} + R_{34} = 6 + 10 \Rightarrow R'_{eq} = 16 \Omega$$

جریان کل مدار در این حالت خواهد شد:

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I' = \frac{36}{16 + 2} \Rightarrow I' = 2 \text{ A}$$

با توجه به شکل:



$$x + 2x = 2 \text{ A} \Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ A}$$

$$x' + 3x' = 2 \text{ A} \Rightarrow x' = \frac{1}{4} \text{ A}$$

برای نقطه M می‌توان نوشت:

$$x = x' + I'_a$$

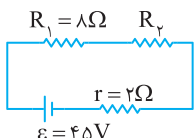
$$\frac{2}{3} = \frac{1}{4} + I'_a \Rightarrow I'_a = \frac{1}{6} \text{ A}$$

اکنون تغییر عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد را به دست می‌آوریم.

$$\Delta I_a = I_a - I'_a = 0/6 - \frac{1}{6} \Rightarrow \Delta I = \frac{1}{30} \text{ A}$$

۲ ۱۶۲ C

در حالت اول:



$$R_{eq} = 8 + R_2$$

(۱) مقاومت معادل:

(۲) جریان مدار:

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{45}{8 + R_2 + 2} \Rightarrow I = \frac{45}{10 + R_2}$$

۴ ۱۶۴ B

ابتدا شار مغناطیسی در دو لحظه $t_1 = 0.1s$ و $t_2 = 0.3s$ را به دست می آوریم.

$$\Phi = 0.02 \cos 50\pi t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0.1s \Rightarrow \Phi_1 = 0.02 \cos \frac{\pi}{2} = 0 \\ t_2 = 0.3s \Rightarrow \Phi_2 = 0.02 \cos \frac{3\pi}{2} = 0 \end{cases}$$

بنابراین $\Delta\Phi = 0$ بوده و نیروی محرکه القایی متوسط $\varepsilon_{av} = -N\Delta\Phi/\Delta t$ نیز صفر است.

۱ ۱۶۵ A

برای نوشتن نماد علمی یک عدد، آن را به صورت یک عدد بین صفر تا ۱۰ ضربدر توانی از ۱۰ می نویسیم.

$$26000000000 = 2.6 \times 10^{10}$$

۱۰ رقم

۴ ۱۶۶ B

فشار کل وارد بر کف لوله برابر است با:

فشار کل پس از افزودن مایع:

$$\rho_p = 1.06 g/cm^3 \quad \Delta h = ?$$

$$\rho_l = 2 g/cm^3 \quad 20 cm = h$$

$$P'_{کل} = P_{کل} + \frac{1}{10} P_{کل} \Rightarrow P'_{کل} = \frac{11}{10} P_{کل}$$

$$P_0 + (P_{مایع جدید} + P_{مایع}) = \frac{11}{10} (P_0 + P_{مایع})$$

$$P_{مایع جدید} = \frac{1}{10} (P_0 + P_{مایع})$$

فشار هوا را بر حسب پاسکال می نویسیم:

$$P_0 = \rho_{Hg} g h_{Hg}$$

$$\rho_p g \Delta h = \frac{1}{10} (\rho_{Hg} g h_{Hg} + \rho g h)$$

$$1.06 \times \Delta h = \frac{1}{10} (13.6 \times 75 + 2 \times 20)$$

$$1.06 \Delta h = 10.6 \Rightarrow \Delta h = 10 cm$$

حجم مایع جدید خواهد شد:

$$V = A \Delta h \Rightarrow V = 15 \times 100 \Rightarrow V = 1500 cm^3 \Rightarrow V = 1/5 L$$

۳ ۱۶۷ B

انرژی جنبشی در دو حالت را به دست آورده از هم کم می کنیم.

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2, \quad K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} \times 1000 \times (25^2 - 18^2) \Rightarrow \Delta K = 500 \times (625 - 324) \Rightarrow \Delta K = 500 \times 301$$

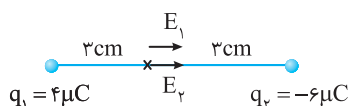
$$\Rightarrow \Delta K = 150500 J = 1/505 \times 10^5 J \Rightarrow \Delta K = 1/505 \times 10^{-1} MJ$$

۱۴۳ - داخل تجزیه (نوبت اول)

۴ ۱۶۸ B

چون نسبت میدانهای خالص خواسته شده است، نیاز به تبدیل یکا نیست و کافی است یکاها در هر دو حالت یکسان باشد:

$$\begin{cases} E_1 = k \frac{|q_1|}{r^2} = \frac{fk}{9} \\ E_2 = k \frac{|q_2|}{r^2} = \frac{fk}{9} \end{cases} \xrightarrow{\text{هم جهت } E_2, E_1} E_T = E_1 + E_2 = \frac{10fk}{9}$$



۳) توان خروجی باتری یا همان توان مصرفی در مدار خارجی:

$$P_1 = R_{eq} I^2 \Rightarrow P_1 = (\lambda + R_p) \left(\frac{45}{10 + R_p} \right)^2$$

در حالت دوم: دو مقاومت موازی

$$R'_{eq} = \frac{\lambda R_p}{\lambda + R_p} \quad \text{مقاومت معادل:}$$

۵) جریان مدار:

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \Rightarrow I' = \frac{45}{\frac{\lambda R_p}{\lambda + R_p} + 2}$$

$$I' = \frac{45(\lambda + R_p)}{\lambda R_p + 16 + 2R_p} \Rightarrow I' = \frac{45(\lambda + R_p)}{10R_p + 16}$$

$$P_r = R'_{eq} I'^2 = \left(\frac{\lambda R_p}{\lambda + R_p} \right) \left(\frac{45(\lambda + R_p)}{10R_p + 16} \right)^2 \quad \text{۶) توان خروجی:}$$

با توجه به فرض مسئله:

$$P_r = \frac{9}{4} P_1 \Rightarrow \frac{\lambda R_p}{\lambda + R_p} \left(\frac{45(\lambda + R_p)}{10R_p + 16} \right)^2 = \frac{9}{4} (\lambda + R_p) \left(\frac{45}{10 + R_p} \right)^2$$

$$\frac{\lambda R_p}{(10R_p + 16)^2} = \frac{9}{4} \left(\frac{1}{(10 + R_p)^2} \right) \xrightarrow{\text{جذر می گیریم}} \frac{\sqrt{\lambda R_p}}{10R_p + 16} = \frac{3}{2(10 + R_p)}$$

تنها راه حل این است معادله جای گذاری گزینه هاست. اگر گزینه (۲) $R_p = 8\Omega$ را در

این معادله قرار دهیم. مشخص می شود که پاسخ صحیح این گزینه است.

عدد ۸ را جایگزین می کنیم. $\frac{\lambda}{10 \times 8 + 16} = \frac{3}{2(10 + 8)} \Rightarrow \frac{\lambda}{96} = \frac{3}{36} \Rightarrow \frac{\lambda}{96} = \frac{1}{12} \Rightarrow \lambda = \frac{96}{12} = 8$

حتماً متوجه شده اید این از اون تست هایی است که باید سرآزمون بی خیالش شد.

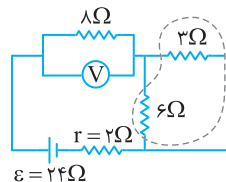
۳ ۱۶۳ B

کلید باز: مقاومت 24Ω در مدار قرار ندارد.

$$R = \frac{3 \times 6}{3 + 6} \Rightarrow R = 2\Omega$$

مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq} = 8 + 2 = 10\Omega$$



جریان مدار خواهد شد:

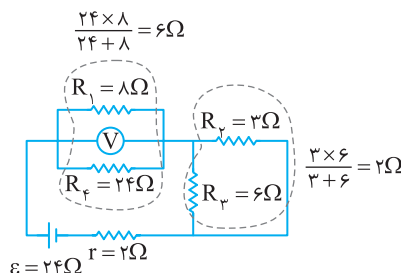
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{24}{10 + 2} \Rightarrow I = 2A$$

ولتسنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 8Ω را نشان می دهد.

$$V = IR \Rightarrow V = 2 \times 8 \Rightarrow V = 16V$$

بستن کلید: مقاومت 24Ω با مقاومت 8Ω موازی می شود و مقاومت معادل مدار

خواهد شد: $R'_{eq} = 2 + 6 = 8\Omega$



$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{24}{8 + 2} \Rightarrow I' = 2/4 A \quad \text{جریان مدار خواهد شد:}$$

ولتسنج ولتاژ دو سر مقاومت های 8Ω و 24Ω را نشان می دهد.

$$V' = IR'_{eq} \Rightarrow V' = 2/4 \times 6 \Rightarrow V' = 14/4 V$$

تغییر مقدار ولتسنج خواهد شد: $\Delta V = 16 - 14/4 \Rightarrow \Delta V = 1/6 V$

B ۱ ۱۷۰

وقتی خازن از باتری جدا می‌شود، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند.

$$Q_1 = Q_2 = 200 \mu\text{C}$$

فاصله صفحات ۵۰٪ افزایش یافته بنابراین:

$$\begin{cases} C_1 = \epsilon_1 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = 1/5 \xrightarrow{C_1=5} C_2 = \frac{5}{1/5} \\ C_2 = \epsilon_2 \frac{A}{1/5d} \end{cases}$$

انرژی ذخیره شده در حالت اول برابر است با:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow U_1 = \frac{(200)^2}{2 \times 5} \Rightarrow U_1 = 4000 \mu\text{J}$$

انرژی ذخیره شده در حالت دوم خواهد شد:

$$U_2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(200)^2}{2 \times \frac{5}{1/5}} \Rightarrow U_2 = 1/5 \times 4000 \mu\text{J}$$

تغییر انرژی خازن را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 1/5 \times 4000 - 4000 \Rightarrow \Delta U = 2000 \mu\text{J} \Rightarrow \Delta U = 2 \text{ mJ}$$

B ۱ ۱۷۱

توان مصرفی این بخاری برابر است با:

$$P = VI \Rightarrow P = 220 \times 10 \Rightarrow P = 2200 \text{ W}$$

انرژی مصرفی در مدت $30 \times 5 = 150 \text{ h}$ را حساب می‌کنیم

$$E = Pt \Rightarrow E = \frac{2200}{1000} \text{ kW} \times 150 \text{ h} \Rightarrow E = 330 \text{ kWh}$$

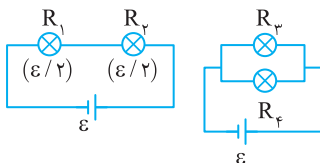
۱ kWh	تومان ۵۰
۳۳۰ kWh	? $\Rightarrow ? = 16500$ تومان

بهای برق مصرفی را به دست می‌آوریم:

B ۳ ۱۷۲

لامپ‌ها یکسان هستند و مطابق شکل ولتاژ دو سر مقاومت‌های R_3 و R_4 برابر ϵ اماولتاژ دو سر مقاومت R_1 و R_2 $\frac{\epsilon}{2}$ است. از این‌رو توان مصرفی لامپ‌های R_3 و

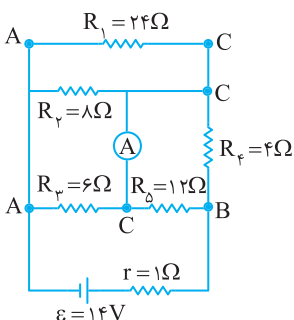
$$P_3 = P_4 \xrightarrow{P = \frac{V^2}{R}} \frac{\epsilon^2}{R}$$

 R_3 برابر است با:و توان مصرفی لامپ‌های R_3 و R_4 برابر خواهد شد با:

$$P_1 = P_2 = \left(\frac{\epsilon}{2}\right)^2 / R \Rightarrow P_1 = P_2 = \frac{\epsilon^2}{4R}$$

بنابراین توان مصرفی هر یک از لامپ‌های R_3 و R_4 از توان مصرفی هر یک ازلامپ‌های R_1 و R_2 بیشتر است.

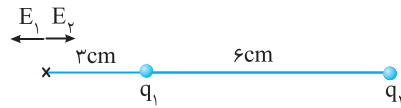
B ۲ ۱۷۳



آمپرسنج آرمانی شبیه سیم بدون مقاومت است. ابتدا با نام‌گذاری مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم تا مشخص شود که کدام مقاومت‌ها با هم موازی و کدام‌ها متوالی بوده و مقاومت معادل را به دست می‌آوریم.

مقاومت‌های 24Ω و 8Ω و 4Ω بین نقاط A و C متصل هستند.

$$\begin{cases} E'_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{4k}{9} \\ E'_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = \frac{6k}{16} \end{cases} \Rightarrow E'_T = E'_1 - E'_2 = \frac{2k}{16}$$



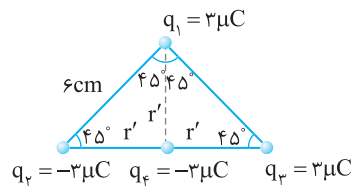
$$\frac{E_T}{E'_T} = \frac{10k}{\frac{2k}{16}} = \frac{80}{2} = 40$$

حال نسبت E_T به E'_T را به دست می‌آوریم:

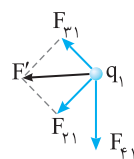
B ۶ ۱۶۹

چون نسبت خواسته شده

نیازی به تبدیل یکا نیست.



$$r' = 6 \times \sin 45^\circ = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

برایند نیروهای وارد بر q_1 را حساب می‌کنیم

$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \Rightarrow F_{12} = \frac{k \times 9}{36} = \frac{k}{4}$$

$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} \Rightarrow F_{13} = \frac{k \times 9}{36} = \frac{k}{4}$$

$$F_{14} = k \frac{|q_1||q_4|}{r_{14}^2} \Rightarrow F_{14} = \frac{k \times 9}{18} = \frac{k}{2}$$

برایند F_{12} و F_{13} بر نیروی عمود است:

$$F' = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2} = \frac{k}{4} \sqrt{2}$$

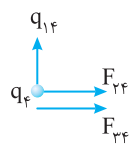
$$F_{T1} = \sqrt{F'^2 + F_{14}^2} = \frac{k}{4} \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1^2} = \frac{k}{4} \sqrt{\frac{3}{2}}$$

برایند نیروهای وارد بر q_4 را حساب می‌کنیم:

$$F_{14} = F_{12} = \frac{k}{2}$$

$$F_{24} = k \frac{|q_2||q_4|}{r_{24}^2} = \frac{9k}{18} = \frac{k}{2}$$

$$F_{34} = k \frac{|q_3||q_4|}{r_{34}^2} = \frac{9k}{18} = \frac{k}{2}$$

نیروهای F_{24} و F_{34} هم‌جهت بوده وبرایند آن‌ها بر F_{14} عمود است:

$$F_{14} = \frac{k}{2}$$

$$F_{24} + F_{34} = k$$

$$F_{24} + F_{34} = k$$

$$F_{T4} = \sqrt{\left(\frac{k}{2}\right)^2 + k^2} = k \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1} \Rightarrow F_{T4} = k \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$\frac{F_{T1}}{F_{T4}} = \frac{\frac{k}{4} \sqrt{\frac{3}{2}}}{k \sqrt{\frac{5}{4}}} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \right) = \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$$

* - جواب صحیح در گزینه‌ها وجود ندارد.

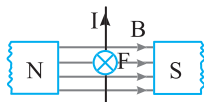
۲ ۱۷۷ B

کار مؤلفه $F_y = 30\text{ N}$ که بر مسیر عمود است صفر است و نیروی $F_x = 40\text{ N}$ که در جهت حرکت است، کار انجام می‌دهد. بنابراین: $W = F_x d \Rightarrow W = 40 \times 10 = 400\text{ J}$

۱ ۱۷۸ B

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{m}} = \frac{[\text{m}][\text{a}][\text{A}]}{[\text{I}][\text{L}]} = \frac{[\text{F}][\text{A}]}{[\text{I}][\text{L}]} = [\text{BA}] = [\Phi] = \text{Wb}$$

۴ ۱۷۹ A



خطوط میدان مغناطیسی از قطب N به قطب S است. با توجه به قاعده دست راست، اگر چهار انگشت باز دست خود را در جهت جریان قرار دهید و کف دست خود را به سمت راست بگیرید انگشت باز شست شمارو به درون صفحه است.

۱ ۱۸۰ B

۳ ۱۸۱ B

بزرگی میدان مغناطیسی سیملوله آرمانی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \Rightarrow B = 12 \times 10^{-7} \times \frac{500}{1} \times 40 \times 10^{-3} \Rightarrow B = 24 \times 10^{-4} \text{ T} \Rightarrow B = 24 \text{ G}$$

۴ ۱۸۲ B

یخ 10°C - به تبدیل به آب 15°C وقتی گرما دریافت می‌کند از سه مرحله می‌گذرد.

$$10^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_3} 15^\circ\text{C}$$

اما آب 10°C تنها یک مرحله یعنی گذار از دمای 10°C به 6°C را طی می‌کند. گرمای داده شده به یخ و آب برابر است از این رو:

$$Q_{li} + Q_{ri} + Q_{wi} = Q_w$$

$$m_i c_i (10) + m_i L_F + m_i c_w (15) = m_w c_w \Delta\theta_w$$

$$m_i \times \frac{1}{\rho} c_w \times 10 + m_i \times 80 c_w + m_i \times c_w (15) = m_w c_w (6 - 10)$$

$$\Delta m_i + 80 m_i + 15 m_i = 50 m_w \Rightarrow 100 m_i = 50 m_w \Rightarrow \frac{m_w}{m_i} = 2$$

۱۴-۳ - داخل تجربی (نوبت دوم)

۱ ۱۸۳ B

با توجه به تعریف توان، قانون دوم نیوتون ($F = ma$) و تعریف کار ($W = Fd$) می‌توان نوشت:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{Fd}{t} = \frac{mad}{t} \Rightarrow [P] = \frac{\text{kg m/s}^2 \cdot \text{m}}{\text{s}} \Rightarrow [P] = \text{kg m}^2/\text{s}^3$$

۳ ۱۸۴ B

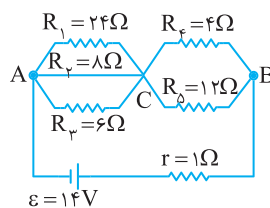
کافی است در معادله جریان، به جای زمان $t = 2 \times 10^{-3} \text{ s}$ قرار دهیم.

$$I = 2 \sin 250\pi t \Rightarrow I = 2 \sin 250\pi \times 2 \times 10^{-3} \Rightarrow I = 2 \sin \frac{\pi}{2}$$

$$I = 2 \times 1 \Rightarrow I = 2\text{ A}$$

۴ ۱۸۵ B

میدان مغناطیسی سیم I_1 در محل A با توجه به قاعده دست راست برونسوست. برای آن میدان مغناطیسی در محل A صفر باشد باید میدان سیم (۲) در محل A برونسو باشد تا بتواند میدان سیم I_1 را خنثی کند. بنابراین با توجه به قاعده دست راست، باید جهت جریان سیم (۲) به سمت راست باشد ($\rightarrow$). البته باید $I_2 < I_1$ باشد. زیرا میدان مغناطیسی سیم حامل جریان با فاصله از سیم نسبت وارون دارد. $I_2 < I_1 \Rightarrow B_1 = B_2$



$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{24} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{1+3+4}{24} \Rightarrow R_{123} = 3\Omega$$

$$\frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3+1}{12} \Rightarrow R_{45} = 3\Omega$$

$$R_{eq} = 3 + 3 = 6\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{14}{6+1} \Rightarrow I = 2\text{ A}$$

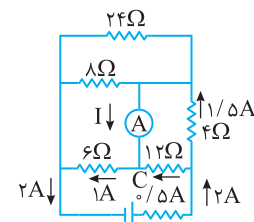
جریان مدار خواهد شد:

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. اگر از مقاومت $R_1 = 24\Omega$

جریان X بگذرد از مقاومت‌های R_4 و R_5 به ترتیب 3 X و 4 X جریان می‌گذرد بنابراین:

$$x + 3x + 4x = 2 \Rightarrow x = 0.25$$

$$\Rightarrow I_1 = x = 0.25, I_4 = 0.75\text{ A}, I_5 = 4x = 1\text{ A}$$



از مقاومت‌های 4Ω و 12Ω نیز با همین روش جریان‌های $1/5\text{ A}$ و 0.5 A می‌گذرد.

به نقطه C پایین آمپرسنج دقت کنید.

$$I + 0.5 = 1 \Rightarrow I = 0.5\text{ A}$$

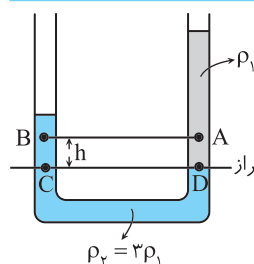
۴ ۱۷۴ B

با توجه به تعریف شار مغناطیسی یک میدان مغناطیسی یکنواخت می‌توان نوشت:

$$\Phi = BA \cos \theta \quad A = 30^\circ = 9 \times 10^{-2} \text{ m}^2, B = 4 \times 10^{-2} \text{ T}$$

$$\Phi = 4 \times 10^{-2} \times 9 \times 10^{-2} \Rightarrow \Phi = 3/6 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

۱ ۱۷۵ B



خط تراز را رسم می‌کنیم.

فشار در نقاط C و D واقع بر خط تراز

$$P_C = P_D$$

یکسان است.

فشار در نقطه B: $P_B = P_C - \rho_2 gh$

فشار در نقطه A: $P_A = P_D - \rho_1 gh$

اختلاف فشار بین A و B را به دست می‌آوریم:

$$P_A - P_B = P_D - \rho_1 gh - P_C + \rho_2 gh \xrightarrow{P_C = P_D}$$

$$P_A - P_B = \rho_2 gh - \rho_1 gh \Rightarrow P_A - P_B = 3\rho_1 gh - \rho_1 gh$$

$$P_A - P_B = 2\rho_1 gh$$

۳ ۱۷۶ B

$$K_2 = K_1$$

انرژی جنبشی در دو حالت یکسان است.

$$v_2 = 1/25 v_1 = \frac{5}{4} v_1$$

تندی موشک ۲۵٪ افزایش یافته:

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Rightarrow m_1 \left(\frac{5}{4} v_1\right)^2 = m_2 v_1^2 \Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{\left(\frac{5}{4}\right)^2} \Rightarrow m_2 = \frac{16}{25} m_1$$

$$\frac{\Delta m}{m_1} \times 100 = \frac{16}{25} \times 100 = 64\% \Rightarrow \text{درصد تغییر جرم خواهد شد: } -36\%$$

جرم ۳۶ درصد کاهش یافته است.

۳ ۱۸۹ B

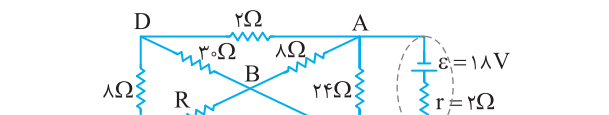
باید در رابطه ساختمانی مقاومت، داده‌های مسئله را قرار دهیم.

$$R = P \frac{L}{A} \Rightarrow R = 3 \times 10^{-5} \times \frac{17 \times 10^{-3}}{51 \times 10^{-6}} \Rightarrow R = 110 \Omega$$

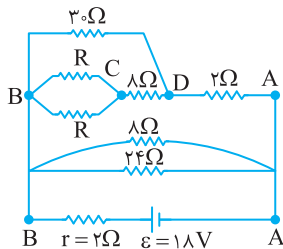
۲ ۱۹۰ B

در ابتدای حل مسئله بگوییم، راه‌حل طولانی است. بنابراین نگران نباشید اگر نتوانسته‌اید به پاسخ برسید. ابتدا جریان مدار را حساب می‌کنیم

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 12 = 18 - I \times 2 \Rightarrow I = 3A$$



با نامگذاری مدار را ساده‌سازی کرده و مقاومت معادل را بر حسب R به دست می‌آوریم.



مقاومت معادل بین دو نقطه B و D را با حرف X نمایش می‌دهیم، در این حالت مقاومت X با مقاومت 24Ω متوالی است و مقاومت معادل X و 2Ω با مقاومت‌های 8Ω و 24Ω موازی هستند، بنابراین:

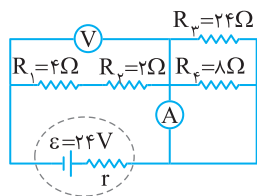
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{X+2}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{24} = \frac{1}{X+2} \Rightarrow \frac{6-3-1}{24} = \frac{1}{X+2} \Rightarrow \frac{2}{24} = \frac{1}{X+2} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{X+2}$$

$$X = 10 \Omega \Rightarrow R_{BD} = 10 \Omega$$

$$\frac{1}{R_{BD}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{R+18} \Rightarrow \frac{1}{10} - \frac{1}{30} = \frac{1}{R+18} \Rightarrow \frac{2}{30} = \frac{1}{R+18} \Rightarrow \frac{1}{15} = \frac{1}{R+18} \Rightarrow R = 14 \Omega$$

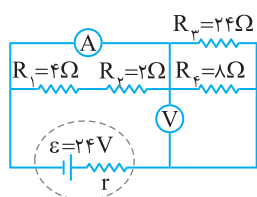
۳ ۱۹۱ B



مقاومت آمپرسنج آرمانی ناچیز است و سبب اتصال کوتاه مقاومت R_2 و R_3 می‌شود. بنابراین آمپرسنج جریان کل مدار و ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری یا ولتاژ دو سر R_1 و R_4 را نشان می‌دهد.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{6 + r}$$

$$V = IR \Rightarrow V = 6I$$



بعد از تعویض جای ولت‌سنج و آمپرسنج، مقاومت‌های R_1 و R_4 حذف شده و R_2 و R_3 موازی می‌شوند.

$$R'_{eq} = \frac{8 \times 24}{8 + 24} \Rightarrow R'_{eq} = 6 \Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{6 + r} = I$$

$$V' = I'R' = I \times 6 \Rightarrow V' = V$$

بنابراین عددی که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهند، هیچ تغییری نمی‌کند.

۴ ۱۸۶ B

نیروی خالص وارد بر هر بار صفر است. بنابراین نیروی خالص وارد بر q_3 صفر است.

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{(3d)^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{(2d)^2} = \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{4}{9}$$

نیروهایی که q_1 و q_2 بر q_3 وارد می‌کنند در خلاف جهت هم‌اند، در نتیجه $q_2 = -\frac{4}{9}q_1$ ناهم‌نام هستند.

۴ ۱۸۷ B

میدان الکتریکی بارهای الکتریکی q_1 و q_3 را در محل A به دست می‌آوریم. هر دوی این میدان‌ها به سمت راست هستند.

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \begin{cases} E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{18 \times 10^{-6}}{18 \times 10^{-4}} \Rightarrow E_1 = 2 \times 10^5 \text{ N/C} \\ E_3 = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} \Rightarrow E_3 = 3 \times 10^5 \text{ N/C} \end{cases}$$

$$q_1 = 18 \mu\text{C} \quad q_2 = 3 \mu\text{C} \quad q_3 = 3 \mu\text{C} \quad x(\text{cm})$$

$$E_{1,3} = E_1 + E_3 = +5 \times 10^5 \text{ N/C}$$

برایند دو میدان: بزرگی میدان خالص در نقطه A برابر $3 \times 10^5 \text{ N/C}$ است، از آنجا که اندازه میدان برایند، از اندازه میدان $E_{1,3}$ کوچک‌تر شده است، نتیجه می‌گیریم که میدان E_2 خلاف جهت میدان $E_{1,3}$ و به سمت چپ است. در سؤال گفته شده بزرگی میدان برایند، پس یکبار به‌ازای آن $+3 \times 10^5 \text{ N/C}$ و یکبار $-3 \times 10^5 \text{ N/C}$ قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases} 3 \times 10^5 = +5 \times 10^5 + E_2 \Rightarrow E_2 = -2 \times 10^5 \text{ N/C} \\ -3 \times 10^5 = +5 \times 10^5 + E_2 \Rightarrow E_2 = -8 \times 10^5 \text{ N/C} \end{cases}$$

برای حالت اول اندازه q_2 خواهد شد:

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{d^2} \Rightarrow -2 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \times \frac{q_2}{36 \times 10^{-4}} \Rightarrow q_2 = -8 \mu\text{C}$$

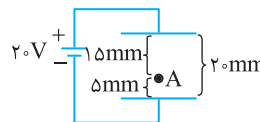
که در گزینه‌ها عدد $-8 \mu\text{C}$ قرار ندارد.

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{d^2} \Rightarrow -8 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \times \frac{q_2}{36 \times 10^{-4}} \Rightarrow q_2 = -32 \mu\text{C}$$

$$q_2 = -32 \mu\text{C}$$

که گزینه (۴) است.

۳ ۱۸۸ B



میدان بین دو صفحه یکنواخت است و در میدان الکتریکی یکنواخت اختلاف پتانسیل بین دو نقطه خواهد شد:

$$\Delta V = Ed \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_{کل}} = \frac{d_A}{d_{کل}} \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{20} = \frac{15}{20} \Rightarrow \Delta V_A = 15 \text{ V}$$

بار الکتریکی $q = -5 \text{ mC}$ از A به سوی صفحه مثبت می‌رود از این رو

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow \Delta U = -5 \times 10^{-3} \times 15 \Rightarrow \Delta U = -75 \times 10^{-3} \Rightarrow \Delta U = -75 \text{ mJ}$$

(وقتی از نقطه A به سمت صفحه مثبت می‌رویم در خلاف جهت میدان حرکت کرده‌ایم و $\Delta V > 0$ است.) انرژی پتانسیل الکتریکی بار q ، ۷۵ میلی‌ژول کاهش می‌یابد.

۱۴۰۴ - داخل تجزی (نوبت اول)

۱۹۷

با توجه به قاعده دست راست جریان پادساعتگرد بوده و هر چه از سیم دور می‌شویم، میدان مغناطیسی ضعیف‌تر شده و تراکم خطوط کمتر می‌شود.

۱۹۸

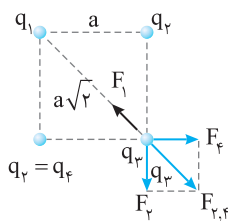
با توجه به رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک می‌توان نوشت:

$$F = qvB \sin \theta \Rightarrow B = \frac{F}{qv \sin \theta} \Rightarrow T = \frac{N}{C.m/s} = \frac{kgm/s^2}{C.m/s} = \frac{kg}{C.s}$$

(دقت کنید $\sin \theta$ یکا ندارد و به کمک قانون دوم نیوتون یکای نیرو، نیوتون بر حسب یکاهای اصلی خواهد شد. $F = ma \Rightarrow N = kgm/s^2$)

۱۹۹

با توجه به رابطه فشار مایع در عمق h ($P = \rho gh$) فشار مایع به عمق و چگالی مایع و شتاب گرانش در محل بستگی دارد.



برای آنکه نیروی خالص وارد بر بار q_3 صفر شود باید نیرویی که بارهای q_1 و q_2 بر q_3 وارد می‌کنند برابر باشد و برآیند نیروی این دو بار مطابق شکل درامتداد قطر مربع قرار گیرد و توسط نیروی q_1 خنثی شود.

از طرفی باید بارهای q_1 و q_2 ناهمنام باشند تا نیروی برآیند F_1 و F_2 مطابق شکل در خلاف جهت هم باشند.

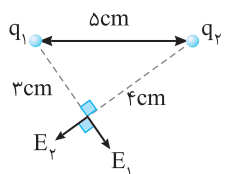
$$F_1 = F_2 = F, F_{1,2} = \sqrt{2}F$$

$$F_1 = F_{2,3} \Rightarrow F_1 = \sqrt{2}F$$

$$k \frac{|q_1||q_3|}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} \frac{k|q_2||q_3|}{a^2}$$

$$\frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

۲۰۱



دقت کنید اعداد ۳، ۴ و ۵ اعداد فیثاغورسی هستند یعنی در نقطه مورد نظر میدان‌ها بر هم عمودند.

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-8}}{9 \times 10^{-4}} = 3 \times 10^5 N/C$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{16 \times 10^{-8}}{16 \times 10^{-4}} = 9 \times 10^5 N/C$$

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{(3 \times 10^5)^2 + (9 \times 10^5)^2}$$

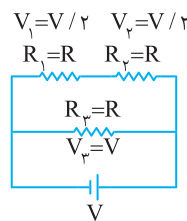
$$= 3 \times 10^5 \sqrt{1+9} = 3\sqrt{10} \times 10^5 N/C$$

۲۰۲

میدان الکتریکی بین صفحات خازن خواهد شد:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{6}{2 \times 10^{-3}} = 3 \times 10^3 V/m$$

۱۹۲ B



مقاومت‌ها برابر است. ولتاژ دو سر R_3 برابر V و ولتاژ دو سر هر یک از مقاومت‌های متوالی R_1 و R_2

$$R_3 \text{ برابر } \frac{V}{2} \text{ است. با توجه به رابطه } P = \frac{V^2}{R}$$

$$P_3 = \frac{P^2}{R}, P_1 = P_2 = \frac{(\frac{V}{2})^2}{R} = \frac{V^2}{4R} \Rightarrow P_3 > P_1 = P_2$$

۱۹۳ B

با توجه به افزایش مساحت مدار شار گذرنده از سطح افزایش می‌یابد.

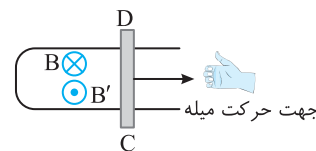
میدان مغناطیسی القایی برونسو $\rightarrow$ بنا به قانون لنز $\rightarrow \Phi = BA \rightarrow \Phi \uparrow$

جریان القایی از C به $D \rightarrow$ قاعده درست راست

مقدار نیروی محرکه القایی متوسط خواهد شد.

$$|\varepsilon| = N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = NB \frac{\Delta A}{\Delta t} \Rightarrow |\varepsilon| = \frac{1 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-4}}{1}$$

$$|\varepsilon| = 10^{-8} V = 1 mV$$



۱۹۴ B

فشار نقاط روی خط تراز یکسان است.

$$P_A = P_B \Rightarrow 12 \times 10^3 = P_{B \text{ مخزن}} + \rho g x / 4$$

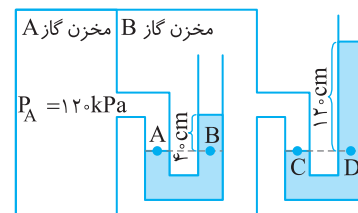
$$P_C = P_D \Rightarrow P_{B \text{ مخزن}} = P_C + \rho \times 10 \times 1 / 2 \Rightarrow P_{B \text{ مخزن}} = 10^5 + 12 \rho$$

$$1 / 2 \times 10^5 = P_B + \rho \times 4 \quad (1)$$

در معادله (۱)، از معادله (۲) جایگذاری می‌کنیم.

$$1 / 2 \times 10^5 = 10^5 + 12 \rho + 4 \rho \Rightarrow 0 = 2 \times 10^5 + 16 \rho$$

$$\rho = \frac{200000}{16} = 12500 kg/m^3 = 1250 g/L$$



۱۹۵ B

افزایش طول هر قطعه را در اثر تغییر دما از $10^\circ C$ به $40^\circ C$ به دست می‌آوریم. فاصله بین دو قطعه باید برابر این افزایش طول باشد.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta L = 20 \times 1 / 4 \times 10^{-5} \times (40 - 10)$$

$$\Delta L = 20 \times 1 / 4 \times 10^{-5} \times 30 \Rightarrow \Delta L = 15 \times 10^{-5} m \Rightarrow \Delta L = 15 / 4 mm$$

۱۹۶ B

مراحل تغییرات به صورت زیر است:

$$-20^\circ C \rightarrow 0^\circ C \rightarrow 10^\circ C \rightarrow 30^\circ C \rightarrow 40^\circ C$$

$$Q_t = mc_i \Delta \theta_i + mL_f + mc_w \Delta \theta_w$$

$$Q_t = 2 \times 2 / 1 \times 20 + 2 \times 336 + 2 \times 4 / 2 \times 100$$

$$Q_t = 84 + 672 + 840 \Rightarrow Q_t = 1596 kJ$$

۱ ۲۰۵

اگر مقاومت هر لامپ را R فرض کنیم وقتی کلید باز است تنها یک لامپ در مدار قرار دارد و مقاومت مدار $R_{eq1} = R$ است. وقتی کلید بسته می‌شود، دو لامپ متوالی بالایی وارد

$$R_{eq2} = \frac{R \times R}{R + R} = \frac{R}{2}$$

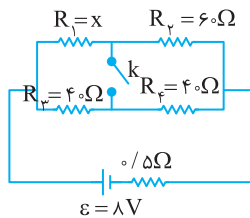
آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد در نتیجه

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2}, I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{R}{\frac{R}{2}} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{2}{1} \Rightarrow I_2 = 2I_1$$

۳ ۲۰۶

مقاومت معادل، مقاومت‌های موازی R و 18Ω را با حرف x نمایش می‌دهیم. متأسفانه برای حل سریع این مسئله باید از یک قاعده قدیمی که از کتاب حذف شده به نام پل وتسون استفاده کرد.

با توجه به کوچک بودن مقاومت درونی، برای آنکه توان خروجی تغییر نکند باید مقاومت خارجی مدار ثابت بماند. در مدارهایی به صورت روبه‌رو برای یکسان ماندن مقاومت باید تساوی زیر برقرار باشد: $R_1 R_f = R_p R_s \Rightarrow 4 \times x = 4 \times 6 \Rightarrow x = 6\Omega$



بنابراین

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{3}{18} + \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{4}{18} \Rightarrow x = \frac{18}{4} = 4.5\Omega$$

البته شما می‌توانید گزینه‌ها را به جای R قرار دهید و به جواب برسید.

۴ ۲۰۷

جریان القایی متوسط با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده خواهد شد:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, I_{av} = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow I_{av} = \frac{-N}{R} \times \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{-N \times A}{R} \times \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$= \frac{-1 \times 4 \times 10^{-4}}{10^{-1}} \times \frac{(0 - 0.16)}{10^{-2}} = 8 \times 10^{-5} A \Rightarrow I_{av} = 8 \times 10^{-5} mA$$

۱ ۲۰۸

یادآوری ریاضی: (ارتفاع $\times$ مساحت قاعده) $= \frac{1}{3}$ حجم مخروط

با توجه به تعریف چگالی

$$P = \frac{m}{V} = \frac{54 \times 10^{-1}}{\frac{1}{3} \times (3) \times (10^{-2}) \times (2 \times 10^{-1})} = 27 \times 10^2 kg/m^3$$

۲ ۲۰۹

کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و برابر است با:

$$W_{mg} = mgh = 2 \times 10 \times 10 \Rightarrow W_{mg} = 200 J$$

۳ ۲۱۰

سرعت اتومبیل را در $t=1s$ و $t=2s$ به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 3 \times 1 + 0 \Rightarrow v_1 = 3 m/s$$

$$v_2 = 3 \times 2 + 0 \Rightarrow v_2 = 6 m/s$$

نسبت تغییر انرژی جنبشی‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow \frac{\Delta K_{2-1}}{\Delta K_{1-0}} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{v_1^2 - v_0^2} \Rightarrow \frac{\Delta K_{2-1}}{\Delta K_{1-0}} = \frac{36 - 9}{9 - 0} = \frac{27}{9} = 3$$

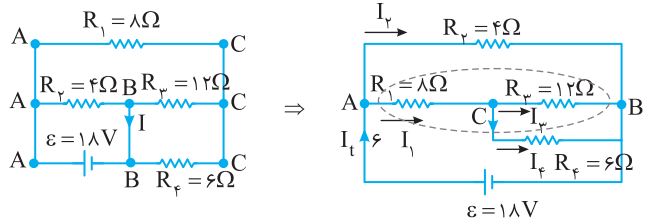
۳ ۲۰۳

با نام‌گذاری مدار را ساده‌تر می‌کنیم: مقاومت‌های R_p و R_s موازی هستند.

$$R_{pf} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} \Rightarrow R_{pf} = 4\Omega$$

$$R_{1pf} = 8 + 4 = 12\Omega$$

R_1 با R_{pf} متوالی هستند.

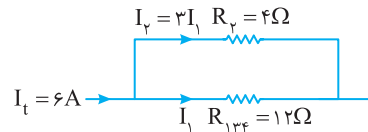


مقاومت R_{1pf} با مقاومت R_p موازی است، بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq} = \frac{12 \times 4}{12 + 4} \Rightarrow R_{eq} = 3\Omega$$

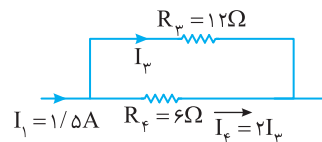
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{18}{3} \Rightarrow I = 6 A$$

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریان شاخه پایینی 12Ω ، I_1 باشد جریان شاخه بالایی 4Ω ، $3I_1$ خواهد بود از این‌رو:



جریان I_1 نیز به دو بخش I_p و I_f تقسیم می‌شود

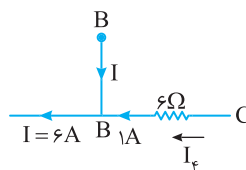
$$1/5 A = I_p + I_f \Rightarrow 1/5 = 2I_p + I_p \Rightarrow I_p = 0/5 A, I_f = 2I_p = 1/5 A$$



اکنون جریان I را حساب می‌کنیم

$$I + 1 = 6 \Rightarrow I = 5 A$$

(دقت کنید که جریان در مقاومت 6Ω از نقطه C به سمت نقطه B است.)



۲ ۲۰۴

مساحت سطح مقطع سیم را حساب می‌کنیم:

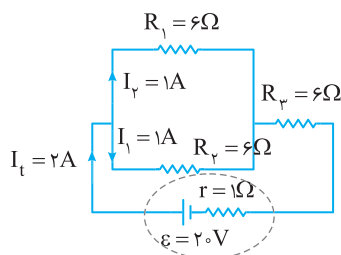
$$A = \pi r^2 = 3/14 \times (0/5 \times 10^{-3})^2 = \frac{3/14}{4} \times 10^{-6} m^2$$

به کمک چگالی، حجم را به دست آورده طول سیم را مشخص می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = AL \Rightarrow 10 \times 10^{-3} = \frac{3/14 \times 10^{-6}}{4} \times L \Rightarrow L = 40 m$$

به کمک رابطه ساختمانی مقاومت، مقاومت سیم خواهد شد:

$$R = \rho \frac{L}{A} = 3/14 \times 10^{-8} \times \frac{40}{\frac{3/14}{4} \times 10^{-6}} = 160 \times 10^{-2} \Rightarrow R = 1/6 \Omega$$



با دانستن R_2 و با توجه به شکل جریان‌های I_1 و I_2 به دست می‌آیند:

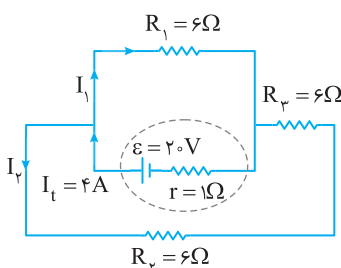
$$I_1 = I_2, I_1 + I_2 = 2A \Rightarrow I_1 = I_2 = 1A$$

توان مصرفی مقاومت R_2 در حالت اول برابر است با: $P_1 = I_1^2 R_2 = 1 \times 6 = 6$ با توجه به شکل مقاومت معادل در حالت دوم را به دست می‌آوریم. در این حالت، مقاومت‌های R_2 و R_3 متوالی هستند و معادل آن‌ها با مقاومت R_1 موازی است.

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 12\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_{23}}{R_1 + R_{23}} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega$$

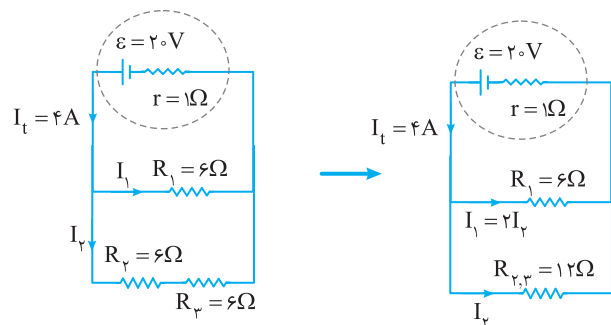
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{20}{4 + 1} = 4A \quad \text{در حالت دوم مطابق مدار زیر جریان کل برابر است با:}$$



جریان عبوری از R_2 را با توجه به شکل به دست می‌آوریم:

$$I = I_1 + I_2, I_1 = 2I_2 \Rightarrow 4 = 3I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{4}{3}, I_1 = \frac{8}{3}$$

جریان عبوری از R_2 ، $\frac{4}{3}A$ است.



توان مصرفی R_2 در حالت دوم برابر است با:

$$P_2 = I_2^2 R_2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \times 6 = \frac{32}{3}$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{32}{3} - 6 = \frac{32}{3} - \frac{18}{3} = \frac{14}{3} W$$

۲۱۸

مدار (الف): از رابطه $V = IR$ داریم:

$$V_{\text{ولت سنج}} = I_{\text{آمپر سنج}} (R_1 + R_{\text{آمپر سنج}}) \Rightarrow 72 = 1/6 (R_1 + 5) \Rightarrow R_1 = 40\Omega$$

۲۱۱

دو کره آلومینیومی هستند و گرمای ویژه آن‌ها برابر است از این‌رو:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_B}{c_A} \times \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} \Rightarrow \frac{20}{10} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = 4$$

چگالی A و B با هم برابر است (هر دو هم جنس هستند)

$$\rho_A = \rho_B \Rightarrow \frac{m_A}{V_A} = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow \frac{1}{V_A} = \frac{4}{V_B} \Rightarrow V_B = 4V_A \xrightarrow{V = \frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\frac{4}{3}\pi R_B^3 = 4\left(\frac{4}{3}\pi R_A^3\right) \Rightarrow R_B = 2R_A$$

۱۴-۴ - داخل تجریش (نوبت دوم)

۲۱۲

تف‌سنج بر خلاف سایر دماسنج‌ها بدون تماس با جسمی که می‌خواهیم دمای آن را اندازه بگیریم، دمای جسم را اندازه می‌گیرد.

۲۱۳

خازن جدا از مولد است. پس بار ثابت می‌ماند.

۲۱۴

برای اینکه گوی بالای معلق بماند، باید نیروی وزن آن با نیروی الکتریکی که گوی پایینی به آن وارد می‌کند، برابر باشد.

$$F_e = mg \Rightarrow 9 \times 10^{-9} \times \frac{q_1 q_2}{9 \times 10^{-4}} = 7 \times 10^{-8}$$

$$q_2 = 25 \times 10^{-20} \Rightarrow q = 5 \times 10^{-10}$$

$$3q = ne \Rightarrow 15 \times 10^{-10} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 9/375 \times 10^9$$

۲۱۵

با توجه به بردار نیروی برابری، بارهای q_1 و q_2 مختلف علامت هستند:

$$F_{12} = 9 \times 10^{-9} \frac{q_1 q_2}{9} = 8 \times 10^{-3} \Rightarrow q_1 q_2 = 8 \times 10^{-12} \quad (1)$$

$$F_{23} = 9 \times 10^{-9} \frac{q_2 q_3}{9} = 6 \times 10^{-3} \Rightarrow q_2 q_3 = 6 \times 10^{-12} \quad (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} = \frac{q_3}{q_1} = -\frac{3}{4}$$

۲۱۶

رابطه ساختمانی مقاومت را می‌نویسیم:

$$R = \rho \frac{L}{A}, V = AL \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} \frac{m}{\rho} = AL \Rightarrow A = \frac{m}{\rho L}$$

$$R = \rho \frac{L}{m} \Rightarrow 1 = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 6$$

۲۱۷

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{20}{9 + 1} = 2A \quad \text{جریان کل در حالت اول را به دست می‌آوریم}$$

مقاومت معادل $R_{eq} = 9\Omega$ است. R_2 را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = 9\Omega$$

$$R_{eq} = R_{12} + R_3 \Rightarrow 9 = R_{12} + 6 \Rightarrow R_{12} = 3\Omega$$

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow 3 = \frac{6 \times R_2}{6 + R_2} \Rightarrow R_2 = 6\Omega$$



۱ ۲۲۵

از شروع جوشیدن یعنی مرحله‌ای که دمای آب به نقطه جوش رسیده است و گرمایی که می‌گیرد گرمای لازم برای تغییر حالت آب و تبخیر آن است:

$$Q = Pt \Rightarrow t = \frac{Q}{P} = \frac{mL_v}{P} = \frac{4 \times 2256000}{2000} = 4512s = 75/2 \text{ min}$$

مدار (ب):

$$I_{\text{ولت سنج}} = 0/41 \Rightarrow I_{\text{ولت سنج}} = 180/8 \Rightarrow 73/8 \Rightarrow \text{ولت سنج} = I_{\text{ولت سنج}} R \Rightarrow \text{ولت سنج} = I_{\text{ولت سنج}} R$$

در مدار (ب): جریان عبوری از مقاومت R_p برابر است با:

$$I_p = 0/82 - 0/41 = 0/41$$

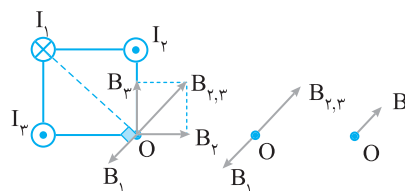
جریان به یک اندازه در دو شاخه شامل R_p و ولت‌سنج پخش شده است، پس مقاومت R_p برابر با مقاومت ولت‌سنج یعنی 180 اهم است.

۱ ۲۱۹

طبق قانون دست چپ (برای بار منفی) اگر چهار انگشت در جهت سرعت باشد، میدان باید به گونه‌ای باشد که انگشت شست جهت نیرو را نشان دهد. بنابراین میدان درون سواست.

۲ ۲۲۰

طبق قانون دست راست، انگشت شست را در جهت جریان قرار می‌دهیم در این صورت، چرخش چهار انگشت بیانگر جهت میدان مغناطیسی است. دقت کنید که با افزایش فاصله میدان ضعیف‌تر می‌شود لذا میدان غالب مطابق گزینه (۲) خواهد بود. بنابراین میدان‌های B_p و B_3 با هم برابرند و میدان B_1 از آنها ضعیف‌تر است. جهت برابند میدان‌های B_p و B_3 در راستای میدان B_1 و خلاف جهت آن است. بنابراین جهت میدان برابند مطابق شکل خواهد بود.



۳ ۲۲۱

$$I = \frac{\varepsilon}{R}, \varepsilon = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{-N (\Delta B) A \cos \theta}{R \Delta t} = \frac{200 \times 0/05 \times 50 \times 10^{-4}}{20 \times 2 \times 10^{-3}} = 1/25 A$$

۴ ۲۲۲

حجم پوسته کروی برابر است با:

$$\frac{4}{3} \pi (8a^3) - \frac{4}{3} \pi (a^3) = \frac{4}{3} \pi (7a^3) \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{30}{7\pi} = \frac{40}{\frac{4}{3} \pi (7a^3)} \Rightarrow \frac{30}{7\pi} = \frac{3 \times 40}{4 \times 7\pi \times a^3} \Rightarrow \frac{1}{a^3} = 1 \Rightarrow a = 1$$

۱ ۲۲۳

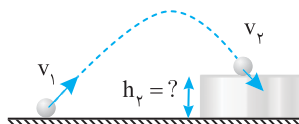
فشار نقاط روی خط تراز با هم برابر است:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_{\text{مخزن}} = \rho_2 g h_2 + P_0 \Rightarrow 1/2 \times 10 \times 15 + P_{\text{مخزن}} = 1/57 \times 10 \times 8 + P_0 \Rightarrow P_0 - P_{\text{مخزن}} = -54/4 \text{ Pa}$$

ارتفاع ستون جیوه‌ای که فشاری معادل $-54/4 \text{ Pa}$ ایجاد می‌کند برابر است با:
 $-54/4 = 13/6 \times 10 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = -4 \text{ mm}$

۲ ۲۲۴

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:



$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_T = \frac{1}{2} (20)(25^2 - 5^2) = 6000 \text{ J} = 6 \text{ kJ}$$