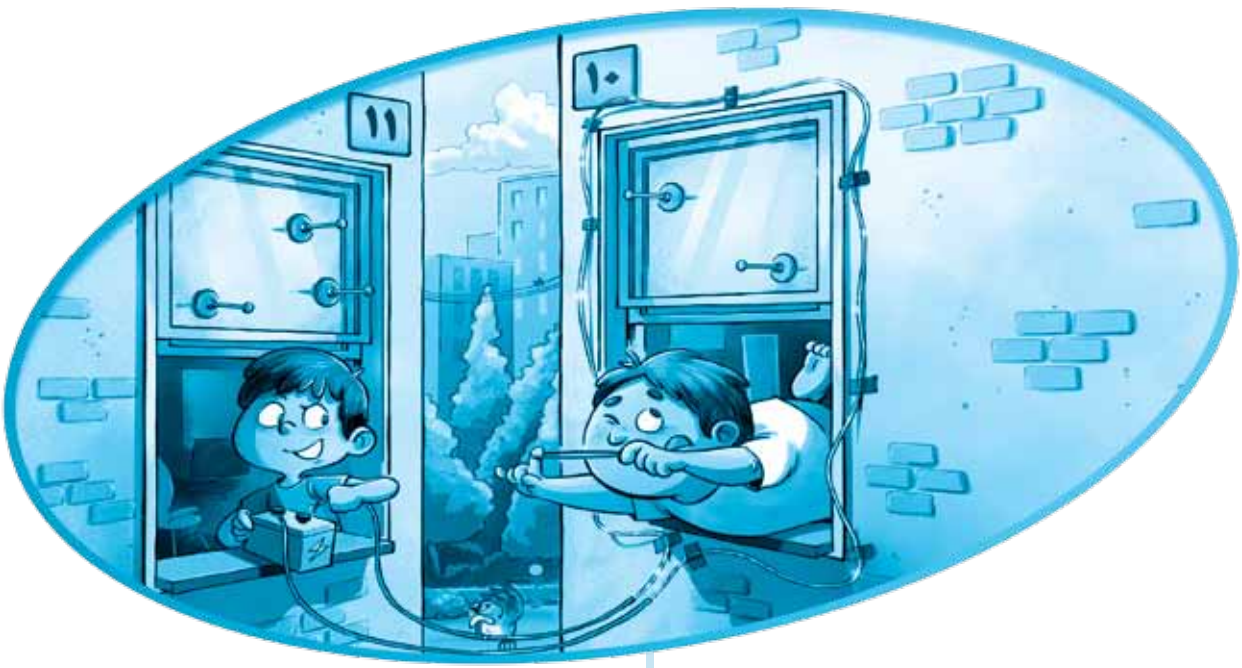
پاسخ‌های کاملاً تشریحی

جامع فیزیک پایه (تجربی)

جلد دوم

(ویراست دوم)

قابل استفاده برای دانش آموزان و داوطلبان
آزمون سراسری دانشگاه‌ها



مؤلفان: رضا خالو
امیرعلی میری



پیشگفتار

به نام خدا

درود بر

همکاران گرامی و دانش‌آموزان عزیز

به ویراست دوم پنجره‌های کتاب جامع پایه (ویندوز ۱۰ و ۱۱) خوش آمدید.

همراهی صمیمانه شما عزیزان عزم ما را برای تغییر و ویراست کتاب جامع پایه دو چندان کرد و اکنون کتاب جدید دنیای پنجره‌ها در اختیار شماست.

کتاب دو جلدی است یک جلد شامل درسنامه و تست‌ها و جلد دوم پاسخ‌نامهٔ کاملاً تشریحی

اما حکایت پنجره‌ها چیست؟

هر فصل به پنج پنجره (به جز فصل ۱ و ٤ دهم) و هر پنجره به زیرموضوع‌هایی به نام «نما» که دارای شماره و عنوان است تقسیم شده است.

در هر پنجره ابتدا درسنامه و سپس تست‌های همان پنجره آورده شده است.

۱) درسنامه: در درسنامه با یک خلاصه درس مفید و کاربردی روبه‌رو هستید که در آن تمام نکات درسی به همراه تست‌های مربوط به آن نکات به صورت طبقه‌بندی شده در نماهای مختلف ارائه شده است.

۲) تست‌ها: تست‌ها بخش مهم کتاب را تشکیل می‌دهند که شامل تست‌های کنکور، کنکورهای آزمایشی و تألیفی است.

الف- چینش تست‌ها در هر «نما» از ساده به سخت بوده تا بتوانید گام به گام پیش رفته و پله پله مهارتتان را بالا ببرید.

ب- معمولاً دانش‌آموزان در ابتدا بدون مطالعه درسنامه به سراغ حل تست‌ها می‌روند. اگر چنین کردید و در تست‌هایی دچار مشکل شدید برای رجوع به درسنامه و یادگیری بهتر کافی است به سراغ همان شماره «نما» در درسنامه بروید.

پ- برای مرور سریع تست‌ها حدود ۳۰٪ آن‌ها را با لوگوی () مشخص کرده‌ایم.

ت- در کنار بعضی از تست‌ها لوگوی () مشاهده می‌کنید. در پاسخ این تست‌ها، یک تست اضافی تحت عنوان «بازی با سؤال» قرار دارد که شما با حل آن می‌توانید اطمینان پیدا کنید که تست مورد نظر را یاد گرفته‌اید.

ث- پنجره روبه‌رو (آزمونک) - پنجره تودرتو (آزمون فصل)

این قسمت از کتاب به صورت فایل PDF ارائه شده است و شما می‌توانید با مراجعه به سایت نشر الگو یا اسکن QR Code فهرست، آن را دانلود کنید. سؤالات آزمون‌هایی که در این قسمت قرار دارند، طبقه‌بندی نشده‌اند و شما خودتان باید موضوع هر سؤال را تشخیص دهید. ترتیب این آزمون‌ها در کتاب برای مطالعه به این صورت است که بین هر دو بخش یک آزمونک و در انتهای هر فصل هم یک آزمون قرار می‌گیرد. می‌توان گفت این بخش به صورت یک مینی کتاب مجازی در اختیار شما قرار می‌گیرد.



اما جلد دوم یا جلد پاسخنامه [1]

تمام زحماتی که شما و ما در درسنامه و تست‌ها کشیده‌ایم، در این جلد به سرانجام می‌رسد، به قول معروف شاهنامه آخرش خوش است. برای همین سعی کردیم در این قسمت کامل‌ترین و بهترین پاسخ‌ها ارائه شود.

به سراغ ویژگی‌های جلد دوم برویم.

الف- خط فکری: بارها شما از ما سر کلاس پرسیده‌اید که چرا این مسئله از این راه حل شده یا چرا از این فرمول استفاده می‌کنیم؟ برای پاسخ به این نیاز شما، خط فکری ارائه شده تا با خواندن آن شما استراتژی حل مسئله را به دست بیاورید، بنابراین اگر تستی را حل نکرده‌اید، پیشنهاد می‌کنیم که ابتدا خط فکری آن را بخوانید و سعی کنید مسئله را حل کنید. در بیشتر تست‌ها با خواندن خط فکری مشکل شما در حل مسئله برطرف خواهد شد.

ب- نکته: مطالب مهم و مطالبی که باید به آن دقت کنید را تحت عنوان «نکته» آورده‌ایم تا از چشم شما دور نماند.

پ- یادآوری: اگر در حل یک تست نیاز به مطلبی باشد که قبلاً بیان شده، اینگونه فکر نکرده‌ایم که این مطلب قبلاً بیان شده بلکه برای یادآوری و راحت‌تر کردن حل تست آن را دوباره بیان کرده‌ایم.

ت- یادداشت ریاضی: گاهی در حل تست شما به یک مطلب ریاضی نیاز دارید که ما فکر کرده‌ایم شما آن را به‌خاطر ندارید. از این رو آن مطلب و یا اثبات آن را برای شما آورده‌ایم.

میان‌بر: بعد از حل تشریحی و کامل تست در آخر بعضی از تست‌ها برای سرعت بخشیدن به حل تست راه‌حل‌های کوتاه با تکیه بر فیزیک و ریاضی ارائه شده است.

بازی با سؤال: در برخی از تست‌ها، همان تست به نحو دیگری بیان شده تا اگر شما تست مورد نظر را حل نکرده‌اید، بعد از مطالعهٔ پاسخ، بازی با سؤال را حل کنید. کلید این تست‌ها در پاسخ قرار دارد اما حل آن‌ها به صورت QR Code بوده و می‌توانید از سایت نیز پاسخ را بردارید.

پاسخ آزمونک‌ها و آزمون فصل: در پاسخ این تست‌ها، شمارهٔ «نمای» مربوط به آن تست ارائه شده تا شما متوجه شوید این تست مربوط به چه موضوعی است و درسنامهٔ آن کجاست.

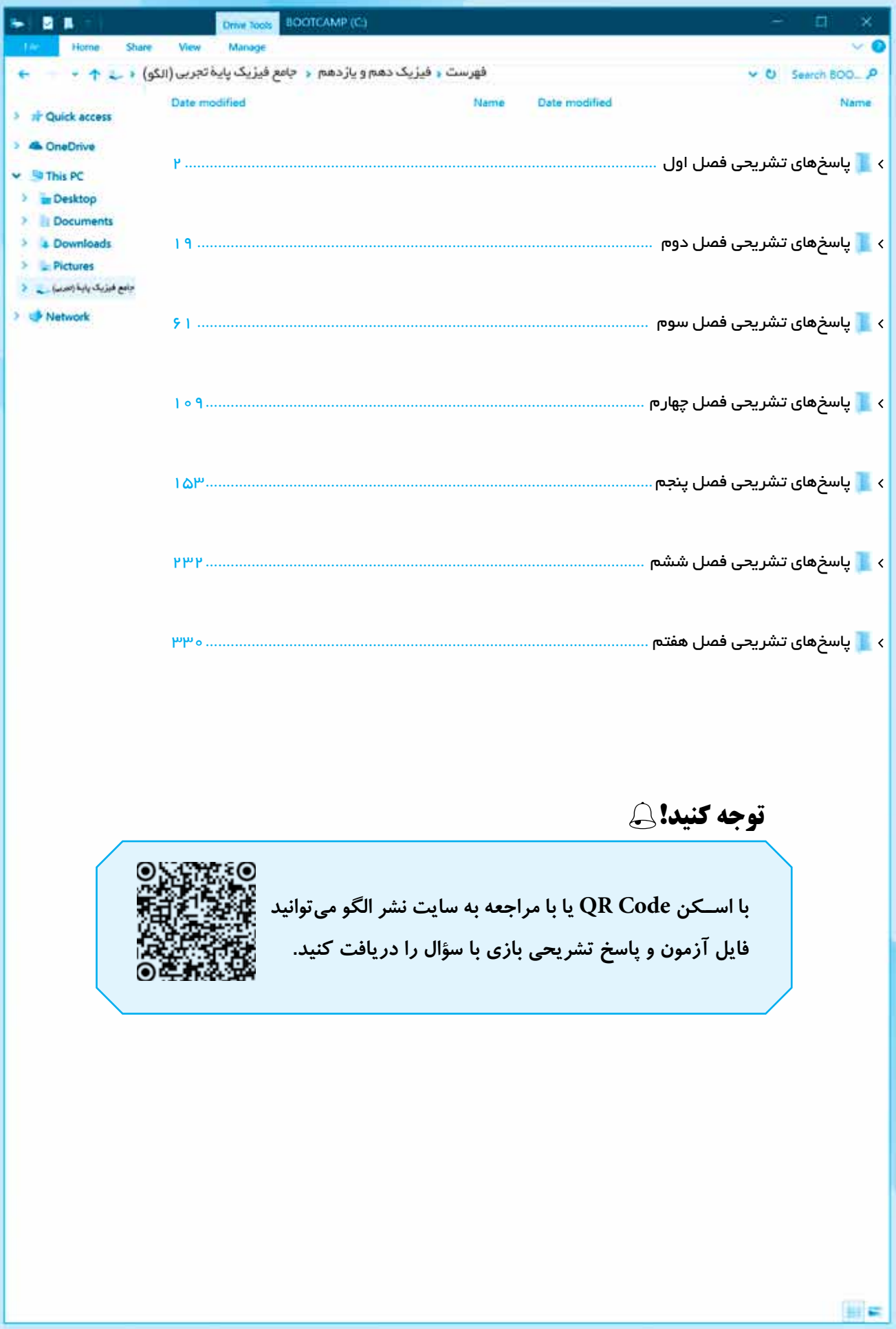
پاسخ همهٔ تست‌ها به صورت گام به گام انجام شده تا پله پله با هم تست را به طور کامل حل کرده و یاد بگیریم.

امیدواریم که این بار نیز با انتقاد و بیان کاستی‌ها ما را در ارائهٔ بهتر ویراست‌های بعدی همراهی کنید.

در پایان لازم است از تلاش صمیمانهٔ کارکنان نشر الگو سپاسگزاری کنیم، در واحد ویرایش خانم‌ها زهره نوری و زهرا امیدوار و همچنین آقای محسن شعبان شمیرانی و خانم سارا رهنمون که ویرایش این کتاب بی‌یاری ایشان امکان‌پذیر نبود، در واحد حروفچینی و صفحه‌آرایی از خانم‌ها ویدا محسنی، مریم احمدی و راضیه صالحی و همچنین سرکار خانم ستین مختار مدیر واحد فنی و ویرایش قدردانی می‌کنیم.

رضا خالو - امیرعلی میری

۱- با اسکن QR Code یا با مراجعه به سایت نشر الگو به آدرس olgoobooks.ir می‌توانید جلد دوم این کتاب را دانلود کنید.



پاسخ‌های تشریحی فصل اول ۲

پاسخ‌های تشریحی فصل دوم ۱۹

پاسخ‌های تشریحی فصل سوم ۶۱

پاسخ‌های تشریحی فصل چهارم ۱۰۹

پاسخ‌های تشریحی فصل پنجم ۱۵۳

پاسخ‌های تشریحی فصل ششم ۲۳۲

پاسخ‌های تشریحی فصل هفتم ۳۳۰

توجه کنید!

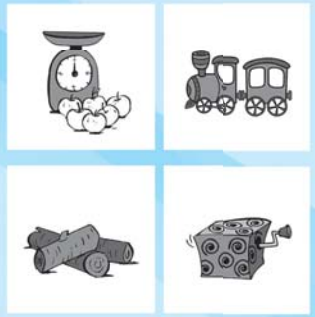
با اسـکن QR Code یا با مراجعه به سایت نشر الگو می‌توانید فایل آزمون و پاسخ تشریحی بازی با سؤال را دریافت کنید.

Windows10&11

جامع فیزیک پایه (تجربی)

*** پاسخ‌های تشریحی ***









فصل اول: فیزیک و اندازه‌گیری

پنجره ۱

A ۱ ۳

مدل‌ها و نظریه‌های فیزیک در طول زمان همواره معتبر نیستند و ممکن است دستخوش تغییر شوند. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

نقطهٔ قوت دانش فیزیک آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی است و گزارهٔ (ب) درست است.

نتایج آزمایش‌های جدید ممکن است منجر به بازنگری مدل یا نظریه‌ای شود حتی نظریه‌ای جدید را جایگزین کند و گزارهٔ (پ) درست است.

اما با آنکه آزمایش و مشاهده در فیزیک اهمیت زیادی دارد، آنچه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده است و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیکدان‌ها نسبت به پدیده‌هایی است که با آن‌ها مواجه می‌شوند و گزارهٔ (ت) نادرست است.

A ۲ ۲

برای مدل‌سازی باید از کمیت‌هایی صرف‌نظر کرد که در پدیدهٔ مورد مطالعه نقش اساسی ندارند. در پرتاب کردن توپ، چون تندی آن خیلی زیاد نیست، مقاومت هوا تأثیر چندانی بر آن ندارد و در مقابل تأثیر نیروی گرانش می‌توان از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد. هرگاه یک برگ در هوا رها شود، مقاومت هوای وارد بر آن در حرکت برگ نقش مهمی خواهد داشت و در مدل‌سازی نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد. هنگام ترمز کردن اتومبیل اصطکاک نقش اساسی دارد و در مدل‌سازی نمی‌توان از اصطکاک صرف‌نظر کرد، زیرا با صرف‌نظر از اصطکاک نمی‌توان کاهش سرعت و توقف اتومبیل را توجیه کرد.

A ۳ ۳

خط فکری در فواصل نزدیک سطح زمین نیروی وزن تغییرات چندانی ندارد اما اگر از سطح زمین زیاد دور شویم نیروی وزن کاهش می‌یابد و دانستن این مطلب در مدل‌سازی مهم است. در سقوط برگ و پرتاب کردن توپ بسکتبال که در مجاورت سطح زمین صورت می‌گیرد تغییر نیروی وزن ناچیز و قابل صرف‌نظر کردن است. بنابراین در مدل‌سازی (الف) و (ب) از تغییر نیروی وزن چشم‌پوشی می‌کنیم. اما در پرتاب ماهواره و حرکت ماهواره در مداری به گرد زمین چون ماهواره از سطح زمین دور می‌شود، تغییر نیروی وزن قابل چشم‌پوشی است.

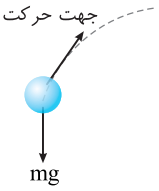
A ۴ ۳

۱ در پرتاب توپ بسکتبال چرخیدن توپ مدنظر نبوده و توپ را نقطه‌ای در نظر می‌گیریم.

۲ سرعت حرکت توپ زیاد نبوده و می‌توان از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد.

۳ ارتفاع توپ زیاد تغییر نمی‌کند به همین دلیل نیروی وزن تغییر نمی‌کند.

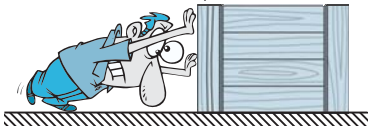
بنابراین مدل‌سازی حرکت توپ بسکتبال به صورت



است.

A ۵ ۲

در بررسی حرکت و سکون اجسام می‌توان آن‌ها را ذره در نظر گرفت و نیروهای وارد بر آن‌ها را به‌صورت نیروهای وارد بر این ذره (نقطه) فرض کرد، بنابراین در این مدل‌سازی جسم گسترده یک ذره فرض می‌شود و گزینهٔ (۱) نادرست است و نیروهای وارد بر ذره از یک نقطه رسم می‌شود بنابراین گزینهٔ (۲) درست است. جسم ساکن است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است و نیروی شخص و نیروی اصطکاک هم‌اندازه است. بنابراین بردار نیروی شخص باید هم‌اندازهٔ بردار اصطکاک رسم شود. پس گزینهٔ (۳) نادرست است.



B ۶ ۴

معمولاً جرم طناب در مقابل جرم جسم قابل صرف‌نظر کردن است و می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد. گزینهٔ (۱) نادرست است.

جسم توسط طناب روی سطح افقی به حرکت در آمده است و چرخش در کار نیست، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

می‌توان جسم را به‌صورت یک ذره در نظر گرفت و با رسم نیروهای وارد بر آن ذره حرکت را مدل‌سازی کرد. بنابراین ابعاد جسم قابل چشم‌پوشی است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

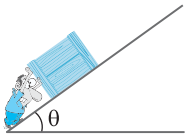
در هنگام حرکت جسم روی سطح نمی‌توان از اصطکاک صرف‌نظر کرد زیر به‌طور مستقیم در نحوهٔ حرکت جسم تأثیرگذار است و گزینهٔ (۴) قابل چشم‌پوشی نیست.

A ۷ ۳

در مدل‌سازی از کمیت‌هایی صرف‌نظر می‌شود که تأثیر چندانی در حرکت جسم یا پدیدهٔ مورد مطالعه نداشته باشند.

وقتی شما جسمی را هُل می‌دهید، مقاومت هوا در حرکت جسم نقش مهمی ندارد و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. بنابراین (الف) درست است.

در جابه‌جایی رو به بالا در مجاورت زمین، شتاب گرانش (g) تغییر چندانی ندارد بنابراین (ب) نیز قابل صرف‌نظر کردن است.



وقتی شما جسمی را رو به بالا می‌برید باید بر نیروی وزن غلبه کنید و اگر نیروی خود را قطع کنید معمولاً جسم به پایین برمی‌گردد، بنابراین نیروی وزن قابل صرف‌نظر کردن نیست و (پ) نادرست است.

در بررسی حرکت جعبه آن را به‌صورت ذره‌ای بررسی می‌کنند و در این صورت حرکت ابعاد جعبه قابل صرف‌نظر کردن است و (ت) درست است.

اما کاملاً مشخص است که هرچه θ بزرگ‌تر باشد، هُل دادن جسم رو به بالا سخت‌تر است و اگر زاویهٔ θ نادیده گرفته شود مانند این است که جسم را روی سطح افقی (θ=۰) هُل می‌دهیم، در این صورت حرکت کاملاً دگرگون می‌شود، بنابراین زاویهٔ θ قابل صرف‌نظر کردن نیست و (ث) نادرست است.

A ۸ ۳

چشمهٔ نور (خورشید) در فاصلهٔ بسیار دوری از جسم (درخت) قرار دارد، از این‌رو می‌توان پرتوهای واگرایی که از خورشید گسیل می‌شود را موازی در نظر گرفت بنابراین گزاره (الف) درست است. / پرتوهای بازتابیده از درخت، در راستاهای مختلف پخش می‌شوند و تعدادی از آن‌ها وارد دوربین می‌شوند، از این‌رو گزارهٔ (ب) درست است. / در بررسی چگونگی نحوهٔ تشکیل تصویر به دلیل گستردگی جسم و تصویرش، نقطه‌ای فرض کردن جسم نادرست است و در این مدل‌سازی فرض نادرستی است و گزارهٔ (پ) نادرست است.

در این صورت دو گزاره درست و گزینهٔ (۳) پاسخ است.

A ۹ ۴

منبع نور لیزر در واقع گسترده است و پرتوهای خروجی از آن واگرا است. به‌طوری که از منبع نور لیزر دور شویم، متوجه می‌شویم که پرتوهای خروجی از آن واگرا هستند. در مطالعهٔ لیزر برای سادگی و مدل‌سازی منبع نور را نقطه‌ای و پرتوهای آن را موازی فرض می‌کنیم، بنابراین گزینهٔ (۱) و (۲) درست است. اما گزینهٔ (۳) مدل‌سازی نیست، زیرا لیزر در واقعیت تک‌رنگ است.

A ۱۰ ۳

یادآوری ۱ هفت کمیت طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان و شدت روشنایی کمیت‌های اصلی و یکاهای آن‌ها نیز یکاهای اصلی هستند.

یادآوری ۲ برای بیان هر کمیت فیزیکی نرده‌ای به عدد و یکای مناسب، نیاز داریم و برای بیان هر کمیت فیزیکی برداری علاوه بر عدد و یکای مناسب، بیان جهت نیز لازم است.

یادآوری ۳ برای نمایش کمیت‌های برداری از علامت پیکان بالای نماد آن کمیت استفاده می‌کنیم. مانند بردار نیرو $(\vec{F})$ اما برای بیان اندازهٔ یک کمیت برداری علامت پیکان را از بالای سر آن برمی‌داریم، مانند اندازهٔ نیرو F.

با توجه به یادآوری‌ها، گزاره‌های (الف) و (ب) درست و گزارهٔ (پ) نادرست‌اند.

A ۴ ۱۱

یکای فرعی نیرو $kg.m/s^2$ است و به افتخار نیوتون، یکای نیرو نیوتون نام‌گذاری شده و در دستگاه SI یکای نیرو، نیوتون است و گزینه (۱) نادرست است. یکای طول ابتدا به صورت کسری از فاصله استوا تا قطب شمال تعریف شد و سپس فاصله دو خط حک شده در نزدیکی هر یک از سرهای میله‌ای از جنس پلاتین - ایریدیوم به عنوان یکای طول تعریف شد، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

یکای مقدار ماده مول است، اما در گزینه (۳) از تعریف یکای جرم استفاده شده است و نادرست است.

یکای زمان ثانیه (s) در ابتدا به صورت $\frac{۱}{۸۶۴۰۰}$ میانگین روز خورشیدی تعریف شد، اما امروزه براساس دقت بسیار زیاد ساعت‌های اتمی تعریف می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۳ ۱۲

جرم و زمان هر دو کمیت اصلی هستند و یکای آن‌ها در SI به‌ترتیب کیلوگرم و ثانیه است که هر دو یکای اصلی هستند.

A ۲ ۱۳

یکای جرم، کیلوگرم و یکای مقدار ماده، مول است و گزارهٔ (الف) نادرست است.

یکای تندی و سرعت هر دو متر بر ثانیه (m/s) است و گزارهٔ (ب) درست است.

یکای شدت روشنایی کَندِلا (شمع) و یکای جریان الکتریکی آمپر است و گزارهٔ (پ) نادرست است.

A ۲ ۱۴

جرم، زمان، طول، دما، جریان الکتریکی، شدت روشنایی و مقدار ماده کمیت‌های اصلی هستند. در گزینهٔ (۲) هر سه کمیت چگالی، تندی و انرژی کمیت‌های فرعی هستند.

بازی با سؤال کمیت‌های عنوان شده در کدام گزینه همگی اصلی هستند؟

۱) شدت روشنایی، طول، نیرو

۲) گرما، زمان، جرم

۳) جریان الکتریکی، دما، جرم

۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی، مقدار ماده، زمان

گزینهٔ ۳

A ۲ ۱۵

«جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان الکتریکی، شدت روشنایی و طول» کمیت‌های اصلی‌اند و یکای آن‌ها به صورت زیر است:

جرم ← کیلوگرم، زمان ← ثانیه، دما ← کلوین، مقدار ماده ← مول، جریان الکتریکی ← آمپر، شدت روشنایی ← کندلا (شمع)، طول ← متر

بنابراین گزینهٔ (۲) پاسخ این تست است، در گزینهٔ (۱)، ژول و کولن یکای کمیت اصلی نیستند، در گزینهٔ (۳) کولن یکای کمیت اصلی نیست و در گزینهٔ (۴) نیز ژول یکای کمیت اصلی نیست.

A ۱ ۱۶

با توجه به تعریف توان، قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ و تعریف کار $(W=Fd)$ می‌توان نوشت:

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow P=\frac{Fd}{t}=\frac{mad}{t}\Rightarrow [P]=\frac{kg\,m/s^2.m}{s}\Rightarrow [p]=kg\,m^2/s^3$$

A ۲ ۱۷

یکای فرعی یعنی ارتباط یکای کمیت مورد نظر با یکاهای اصلی (کیلوگرم، ثانیه، متر، ...)، بنابراین باید به کمک تعریف فشار، رابطهٔ بین یکای فشار با یکاهای اصلی SI را به‌دست بیاورید.

بنا به تعریف فشار خواهیم داشت:

$$P=\frac{F}{A}\xrightarrow{F=ma}P=\frac{ma}{A}\quad (kg,\ m/s^2,\ m^2)$$

$$\text{یکای فرعی فشار}\Rightarrow\frac{kgm/s^2}{m^2}=kg/m.s^2$$

یادآوری پاسکال یکای SI کمیت فشار است و یکای فرعی آن $kg/m.s^2$ است.

A ۱ ۱۸

یادآوری تفاوت یکای فرعی و یکای SI:

یکای فرعی: اگر یکای یک کمیت بر اساس یکاهای اصلی نوشته شود به آن یکای فرعی گویند. مثلاً یکای فرعی نیرو با توجه به قانون دوم نیوتون به صورت روبه‌رو است:

$$F=ma\Rightarrow [F]=kgm/s^2$$

دقت کنید که در یکای فرعی نیرو از نام نیوتون استفاده نشده است.

یکای SI: برای برخی از یکاهای پُر کاربرد فرعی، نام ویژه‌ای برگزیده شده است مانند نیوتون برای نیرو، در واقع یکای فرعی بر اساس هفت یکای اصلی نوشته می‌شود و برای آن یک نام قرارداد شده است.

اکنون به حل تست می‌پردازیم.

تنها سرعت است که یکای SI و یکای فرعی آن m/s است.

یکای SI فشار پاسکال و یکای فرعی آن kg/ms^2 است.

یکای SI نیرو نیوتون و یکای فرعی آن kgm/s^2 است.

یکای SI انرژی ژول و یکای فرعی آن kgm^2/s^2 است.

A ۴ ۱۹

جرم کمیت اصلی بوده و گزینه‌های (۱) و (۳) جواب نیست. شتاب کمیتی برداری است و گزینهٔ (۲) جواب نخواهد بود. انرژی جنبشی، شار مغناطیسی و فشار کمیت‌های فرعی و نرده‌ای هستند.

A ۱ ۲۰

یکاهای استفاده شده در متن پوند، فوت، کوارت، نیوتون، متر، لیتر، مایل و گالن است که از این بین تنها یکای نیوتون و متر یکای SI هستند و از بین این دو یکای SI، تنها یکای متر که مربوط به کمیت طول است، یک کمیت اصلی است.

A ۱ ۲۱

هر انسانی هم ضربان قلب دارد و هم می‌تواند فاصلهٔ نوک دماغ تا نوک انگشت دستان کشیده خود را اندازه بگیرد و به عنوان یکا در نظر بگیرد، پس هر دو در دسترس همه هستند. اما می‌دانیم ضربان قلب و فاصلهٔ نوک دماغ تا نوک انگشت دست کشیده شده برای افراد مختلف متفاوت است، بنابراین مشکل این دو تغییرپذیر بودن آن‌ها می‌باشد.

پنجره ۲

A ۱ ۲۲

برای نوشتن نماد علمی یک عدد، آن را به صورت یک عدد بین صفر تا ۱۰ ضربدر توانی از ۱۰ می‌نویسیم. $a\times ۱۰^n\ ,\quad ۱\le a<۱۰$

$$\underbrace{۲۶۰۰۰۰۰۰۰۰}_{\text{۱۰ رقم}}=۲/۶۰\times ۱۰^{۱۰}$$

A ۲ ۲۳

در نماد علمی a یک عدد بین ۱ و ۱۰ $(۱\le a<۱۰)$ است و b یک عدد صحیح است.

$$\underbrace{۲۳۷/۰۰۰/۰۰۰/۰۰۰}_{۱۰^{۱۱}}=۲۳۷\times ۱۰^۹=۲/۳۷\times ۱۰^{۱۱}\Rightarrow\begin{cases}a=۲/۳۷\\ b=۱۱\end{cases}$$

A ۴ ۲۴

نماد علمی به صورت $a\times ۱۰^n$ نوشته می‌شود که در آن a یک عدد بین ۱ و ۱۰ است. $(۱\le a<۱۰)$ و n یک عدد صحیح است.

$$q=۱۶۰\times ۱۰^{-۱۰}\mu C\xrightarrow{۱\mu C=۱۰^{-۶}C}q=۱۶۰\times ۱۰^{-۱۰}\times ۱۰^{-۶}C$$

$$q=۱۶۰\times ۱۰^{-۱۶}C\Rightarrow q=۱/۶۰\times ۱۰^{-۱۴}C$$

A ۱ ۲۵

ابتدا عدد را برحسب نماد علمی می‌نویسیم: $m=۰/۰۰۰۱۶۷kg=۱/۶۷\times ۱۰^{-۴}kg$

اکنون با تبدیل زنجیره‌ای، تبدیل یکا را انجام می‌دهیم.

$$۱/۶۷\times ۱۰^{-۴}kg\times\underbrace{\left(\frac{۱۰^۳g}{۱kg}\right)}_{\text{ضریب تبدیل g به kg}}\times\underbrace{\left(\frac{۱Gg}{۱۰^۹g}\right)}_{\text{ضریب تبدیل گرم به گیگاگرم}}=۱/۶۷\times ۱۰^{-۱۰}Gg$$

با مقایسهٔ عدد $۱/۶۷\times ۱۰^{-۱۰}$ با نماد علمی $a\times ۱۰^b$ نتیجه می‌گیریم که $b=-۱۰$ است.

A ۱ ۲۶

$$۶۲۴km=۶۲۴\times\underbrace{۱۰^{۳}}_{\text{تبدیل به cm تبدیل به متر}}m=۶۲۴\times۱۰^{۳}\times۱۰^{۲}cm$$

$$=۶۲۴\times۱۰^{۵}cm\times\frac{\text{۱ذرع}}{۱۰۴cm}\times\frac{\text{۱فرسنگ}}{\text{۶۰۰۰ ذرع}}=\text{۱۰۰ فرسنگ}$$

A ۱ ۲۷

به کمک روش زنجیره‌ای و با استفاده از ضریب تبدیل (نسبتی از یکاها که برابر عدد یک است) مسأله را حل می‌کنیم

$$v=\text{۱۴گره دریایی}\times\frac{\overbrace{\text{۰/۵m/s}}^{\text{ضریب تبدیل}}}{\text{۱ گره دریایی}}=۷m/s$$

اکنون هر متر بر ثانیه را به km/h تبدیل می‌کنیم:

$$v=۷\frac{m}{s}\times\underbrace{\frac{۱km}{۱۰^{۳}m}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{متر به کیلومتر}}}\times\underbrace{\frac{۳۶۰۰s}{۱h}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{ثانیه به ساعت}}}\Rightarrow v=۲۵/۲\frac{km}{h}\approx۲۵\frac{km}{h}$$

B ۴ ۲۸

به کمک تبدیلات زنجیره‌ای جرم ۱۸۲ قیراط را به کیلوگرم تبدیل می‌کنیم.

$$\text{۱۸۲قیراط}\times\underbrace{\frac{۲۰۰mg}{۱\text{قیراط}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{قیراط به میلی‌گرم}}}\times\underbrace{\frac{۱۰^{-۳}g}{۱mg}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{میلی‌گرم به گرم}}}\times\underbrace{\frac{۱۰^{-۳}kg}{۱g}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{گرم به کیلوگرم}}}=۱۸۲\times۲۰۰\times۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow\text{قیراط ۱۸۲}=۳۶۴۰۰\times۱۰^{-۶}kg=۳/۶۴\times۱۰^{-۲}kg$$

B ۳ ۲۹

با توجه به تبدیلات زنجیره‌ای مسئله را حل می‌کنیم. ضریب تبدیل سیر به مثقال برابر $\frac{\text{۱ سیر}}{\text{۱۶ مثقال}}$ است. ابتدا مثقال را به سیر تبدیل می‌کنیم:

$$\text{۵۰۰ مثقال}\times\frac{\text{۱ سیر}}{\text{۱۶ مثقال}}=\text{۳۱/۲۵ سیر}$$

ضریب تبدیل مثقال به گرم $\left(\frac{۴/۸۶g}{\text{۱ مثقال}}\right)$ و ضریب تبدیل گرم به کیلوگرم $\left(\frac{۱kg}{۱۰^{۳}g}\right)$، مثقال را به kg تبدیل می‌کنیم:

$$\text{۵۰۰ مثقال}\times\frac{۴/۸۶g}{\text{۱ مثقال}}\times\frac{۱kg}{۱۰^{۳}g}=۲/۴۳kg$$

B ۴ ۳۰

ابتدا، جرم جسم را برحسب مثقال حساب می‌کنیم.

$$\text{۲ سیر}=۲\times۱۶=\text{۳۲ مثقال}$$

$$\text{جرم جسم}=۳۲+۵=\text{۳۷مثقال}$$

اکنون ۳۷ مثقال را به گرم تبدیل می‌کنیم

$$۳۷\times۴/۶g=۱۷۰/۲g$$

A ۱ ۳۱

خط فکری فاصلهٔ هواپیما از سطح آزاد دریا خواسته شده است البته برحسب متر، بنابراین ابتدا باید با روش زنجیره‌ای، فوت (پا) را به متر تبدیل کنید سپس عدد به‌دست آمده را به‌صورت نماد علمی بنویسید و برای نوشتن نماد علمی باید عدد را به‌صورت $(a\times۱۰^{b})$ بنویسید که در آن a یک عدد بین ۱ تا ۱۰ و b نیز یک عدد صحیح است.

ارتفاع هواپیما از سطح زمین ۴۰۰۰۰ پا است بنابراین:

$$h=۴۰۰۰۰ft\times\underbrace{\frac{۱۲in}{۱ft}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{فوت به اینچ}}}\times\underbrace{\frac{۲/۵cm}{۱in}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{اینچ به سانتی‌متر}}}\times\underbrace{\frac{۱m}{۱۰۰cm}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{سانتی‌متر به متر}}}\Rightarrow h=۱۲۰۰۰m$$

اکنون h را برحسب نماد علمی می‌نویسیم:

$$h=۱/۲\times۱۰^{۴}m$$

A ۱ ۳۲

۱ ابتدا با توجه به اینکه هر مایل ۱۸۰۰ متر است، کیلومتر را به مایل تبدیل می‌کنیم:

$$۲۱۶\frac{km}{h}\times\frac{۱۰۰۰m}{۱km}\times\frac{۱mi}{۱۸۰۰m}=۱۲۰\frac{mi}{h}$$

۲ در گام بعدی ساعت را به دقیقه تبدیل می‌کنیم. هر ساعت، ۶۰ دقیقه است:

$$۱۲۰\frac{mi}{h}\times\frac{۱h}{۶۰min}=۲\frac{mi}{min}$$

A ۲ ۳۳

در صورت این سؤال شما با یک روش اندازه‌گیری آشنا می‌شوید که در آن اندازهٔ یک کمیت مثلاً ضخامت یک برگ را با وسایل اندازه‌گیری معمولی به‌دست می‌آورید. برای اندازه‌گیری ضخامت یک برگ از کتاب می‌توانید با یک خط‌کش ضخامت کتاب را اندازه‌گیری کنید، سپس ضخامت کتاب را به تعداد برگ‌های آن تقسیم کنید تا ضخامت یک برگ به‌دست آید. البته یک کتاب ۴۰۰ صفحه‌ای دارای $\frac{۴۰۰}{۲}=۲۰۰$ برگ است.

$$\text{ضخامت یک برگ}=\frac{\text{ضخامت کتاب}}{\text{تعداد برگ‌های آن}}=\frac{۳/۶}{۲۰۰}=۱/۸\times۱۰^{-۲}cm=۰/۱۸mm$$

A ۳ ۳۴

هریک از گزینه‌ها را با روش تبدیل زنجیره‌ای بررسی می‌کنیم تا درستی و نادرستی آن مشخص شود.

گزینه (۱):

$$۵km=۵km\times\frac{۱۰^{۳}m}{۱km}\times\frac{۱۰^{۲}cm}{۱m}=۵\times۱۰^{۵}cm$$

بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

گزینه (۲):

$$۴۰\mu s=۴۰\mu s\times\frac{۱s}{۱۰^{۶}\mu s}=۴\times۱۰^{-۵}s$$

بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینه (۳):

$$۸۴mg=۸۴mg\times\frac{۱g}{۱۰^{۳}mg}=۸/۴\times۱۰^{-۲}g$$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

گزینه(۴):

$$۲۸۰cm^{۲}=۲۸۰cm^{۲}\times\frac{۱m^{۲}}{(۱۰^{۲})^{۲}cm^{۲}}=۲۸۰\times۱۰^{-۴}m^{۲}=۲/۸\times۱۰^{-۲}m^{۲}$$

بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

A ۲ ۳۵

خط فکری در حل این نوع مسائل راهی به‌جز بررسی تک‌تک گزینه‌ها وجود ندارد. البته باید یکای دو طرف هر نامساوی را یکسان‌سازی کنید تا بتوانید در مورد درست و نادرست بودن آن اظهارنظر کنید.

گزینهٔ (۱):

$$۲/۲\times۱۰^{-۶}m^{۲}\times\underbrace{\frac{۱۰^{۶}mm^{۲}}{۱m^{۲}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\m^{۲}\text{ به }mm^{۲}}}=۲/۲mm^{۲}>۰/۲۴mm^{۲}$$

نامساوی گزینهٔ (۱) درست است.

گزینهٔ (۲):

$$۲/۰۱cm^{۳}\times\underbrace{\frac{۱m^{۳}}{۱۰^{+۶}cm^{۳}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\m^{۳}\text{ به }cm^{۳}}}\times\underbrace{\frac{۱km^{۳}}{۱۰^{+۹}m^{۳}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\km^{۳}\text{ به }m^{۳}}}=۲/۰۱\times۱۰^{-۱۵}km^{۳}$$

$$=۲۰۱۰\times۱۰^{-۱۸}>۰/۳\times۱۰^{-۱۸}$$

نامساوی گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینهٔ (۳):

$$۳mm^{۲}\times\underbrace{\frac{۱m^{۲}}{۱۰^{۶}mm^{۲}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\m^{۲}\text{ به }mm^{۲}}}\times\underbrace{\frac{۱۰^{۲}dm^{۲}}{۱m^{۲}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\dm^{۲}\text{ به }m^{۲}}}=۳\times۱۰^{-۴}dm^{۲}<۴\times۱۰^{-۳}dm^{۲}$$

نامساوی گزینهٔ (۳) درست است.

گزینهٔ (۴):

$$۴/۰۱mg\times\frac{۱g}{۱۰^{۳}mg}=۴/۰۱\times۱۰^{-۳}g<۵\times۱۰^{-۳}g$$

نامساوی گزینهٔ (۴) درست است.

A ۳۶ ۳

هر دسی متر، برابر ۱۰ سانتی‌متر است. با نوشتن ضرایب تبدیل مسئله را حل می‌کنیم:

$$۴\frac{g}{cm^۳}\times\frac{۱۰^۳cm^۳}{dm^۳}\times۱\frac{kg}{۱۰^۳g}\Rightarrow\frac{۴g}{cm^۳}=\frac{۴kg}{dm^۳}$$

B ۳۷ ۱

خط فکری توان یعنی آهنگ مصرف انرژی $(P=\frac{U}{t})$ که در آن یکای U ژول و یکای t، s است یعنی یکای فرعی توان J/s است و یکای SI آن وات (W) نام دارد. بنابراین شما باید یکای توان داده شده را به یکای فرعی آن یعنی J/s تبدیل کنید، سپس به جای J/s، وات قرار دهید.

با روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$P=۰/۰۳۲\frac{\mu g(km)^۲}{(ms)^۳}\times\underbrace{\frac{۱g}{۱۰^۶\mu g}}_{\text{ضرب تبدیل میکروگرم به گرم}}\times\underbrace{\frac{۱kg}{۱۰^۳g}}_{\text{ضرب تبدیل گرم به کیلوگرم}}\times\underbrace{(\frac{۱۰^۳m}{۱km})^۲}_{\text{ضرب تبدیل کیلومتر به متر}}\times\underbrace{(\frac{۱۰^۳ms}{۱s})^۳}_{\text{ضرب تبدیل میلی‌ثانیه به ثانیه}}$$

$$=۰/۰۳۲\times۱۰^۶W$$

که باید آن را به‌صورت نماد علمی بنویسیم:

$$P=۰/۰۳۲\times۱۰^۶=۳۲\times۱۰^۳=۳/۲\times۱۰^۴W$$

A ۳۸ ۳

قطعاً جرم این سه جسم با یکاهای مختلف را نمی‌توانیم با یکدیگر مقایسه کنیم، بنابراین باید تمام جرم‌ها را برحسب یک یکای یکسان مثلاً گرم (g) به‌دست می‌آوریم.

$$m_A=۰/۰۰۴\times۱۰^{-۳}Mg=۴\times۱۰^{-۶}Mg\times(\frac{۱۰^۶g}{۱Mg})=۴g$$

$$m_B=۰/۰۰۴\times۱۰^{-۷}Gg=۴\times۱۰^{-۱۰}Gg\times(\frac{۱۰^۹g}{۱Gg})=۴\times۱۰^{-۱}g$$

$$m_C=۳\times۱۰^{-۱۵}Tg=۳\times۱۰^{-۱۵}Tg\times(\frac{۱۰^{۱۲}g}{۱Tg})=۳\times۱۰^{-۳}g$$

با مقایسهٔ اعداد به‌دست آمده مشخص است که: $m_C<m_B<m_A$

A ۳۹ ۲

تندی نور $۳\times۱۰^۸m/s$ است، یعنی نور در هر ثانیه، مسافت ۳×۱۰^۸m را طی می‌کند بنابراین ابتدا مسافت را برحسب متر به‌دست می‌آوریم.

$$۱ft\times\frac{۱۲in}{۱ft}\times\frac{۲/۵cm}{۱in}\times\frac{۱m}{۱۰^۲cm}=۰/۳m$$

اکنون با توجه به تندی خواهیم داشت:

$$\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}\Rightarrow۳\times۱۰^۸=\frac{۰/۳}{t}\Rightarrow t=۱۰^{-۹}s$$

هر ۱ns برابر $۱۰^{-۹}s$ است، از این‌رو خواهیم داشت: $t=۱ns$

A ۴۰ ۴

با توجه به ضرایب تبدیل $\frac{۱AU}{۱/۵\times۱۰^{۱۱}m}$ و $\frac{۶۰s}{۱min}$ تبدیل واحد را انجام می‌دهیم:

$$۳\times۱۰^۸m/s=۳\times۱۰^۸\frac{m}{s}\times\frac{۱AU}{۱/۵\times۱۰^{۱۱}m}\times\frac{۶۰s}{۱min}=۰/۱۲AU/min$$

بازی با سؤال فاصلهٔ اختروشی از منظومهٔ شمسی برابر $۱۰^{۱۵}Au$ است. **این فاصله برحسب سال نوری تقریباً برابر کدام گزینه می‌باشد؟ (مسافتی که نور در یک ماه طی می‌کند تقریباً $۸\times۱۰^{۱۳}m$ بوده و میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید برابر $۱/۵\times۱۰^{۱۱}m$ است.)**

۱) $۱/۵\times۱۰^۸$ ۲) $۱/۵\times۱۰^{۱۱}$ ۳) ۳×۱۰^{۱۴} ۴) ۳×۱۰^{۱۷}

گزینهٔ ۲

B ۴۱ ۱

به رابطهٔ داده شده نگاه کنید. صورت کسر یکاها داده شده بنابراین صورت یکای سمت چپ باید تبدیل به صورت یکای سمت راست شود، بنابراین ابتدا تبدیل واحد از سانتی‌متر به متر را انجام می‌دهیم:

$$F=۳۶۰\frac{kg.cm}{(min)^۲}\times\frac{۱m}{۱۰۰cm}=۳/۶kg.m/(min)^۲$$

اکنون برای پر کردن جای خالی باید دقیقه (min) را به یکی از یکاهای داده شده در گزینه‌ها تبدیل کنیم. در گزینهٔ (۱) دقیقه را باید به ثانیه تبدیل کنیم.

$$۳/۶\frac{kg.m}{(min)^۲}\times(\frac{۱min}{۶۰s})^۲=۳/۶\times\frac{۱}{۳۶۰۰}=۰/۱\times۱۰^{-۲}=۱۰^{-۳}kg.m/s^۲$$

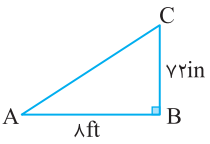
بنابراین گزینهٔ (۱) پاسخ مسأله است و دیگر نیازی به بررسی گزینه‌های دیگر نیست اما گزینه‌های دیگر رانیز بررسی می‌کنیم.

در گزینهٔ (۲) دقیقه به ms (میلی‌ثانیه) تبدیل شده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$۳/۶\frac{kg.m}{(min)^۲}\times(\frac{۱min}{۶۰s})^۲\times(\frac{۱s}{۱۰^۳ms})^۲=۱۰^{-۹}kg.m/ms^۲$$

برای رد گزینهٔ (۳) و (۴) می‌توان این‌گونه استدلال کرد که عدد سمت چپ $۳/۶kgm/min^۲$ در سمت راست به $۱۰^{-۳}\frac{kgm}{\square^۲}$ تبدیل شده است یعنی بعد از تبدیل عدد کوچک‌تر شده است، بنابراین در تبدیل min (دقیقه) باید مخرج بزرگ شده باشد و اگر از کیلوثانیه (ks) و ساعت (h) استفاده کنیم، ضریب تبدیل باعث بزرگ شدن عدد می‌شود که جواب نخواهد بود.

A ۴۲ ۴



ابتدا طول ضلع BC را با روش تبدیل زنجیره‌ای برحسب فوت به‌دست می‌آوریم:

$$۷۲in\times\underbrace{\frac{۱ft}{۱۲in}}_{\text{ضرب تبدیل in به ft}}=۶ft$$

به کمک رابطهٔ فیثاغورس طول وتر AC را برحسب فوت حساب می‌کنیم:

$$AC=\sqrt{BC^۲+AB^۲}=\sqrt{۶^۲+۸^۲}=۱۰ft$$

اکنون فوت را به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم:

$$AC=۱۰ft\times\underbrace{(\frac{۱۲in}{۱ft})}_{\text{ضرب تبدیل in به ft}}\times\underbrace{(\frac{۲/۵cm}{۱in})}_{\text{ضرب تبدیل cm به in}}=۳۰۰cm$$

A ۴۳ ۳

خط فکری در فیزیک تغییر هر کمیت را نسبت به زمان معمولاً آهنگ آن کمیت می‌گویند، بنابراین ۵۰۰ $cm^۳/s$ یعنی در هر ثانیه از شیلنگ ۵۰۰ $cm^۳$ آب خارج می‌شود و کافی است آن را به لیتر بر دقیقه $(\frac{L}{min})$ تبدیل کنیم.

با روش تبدیل زنجیره‌ای و استفاده از ضرایب $(\frac{۱L}{۱۰^۳cm^۳})$ و $(\frac{۶۰s}{۱min})$ تبدیل یکا را انجام می‌دهیم.

$$۵۰۰\frac{cm^۳}{s}\times\frac{۱L}{۱۰^۳cm^۳}\times\frac{۶۰s}{۱min}=۳۰\frac{L}{min}$$

A ۴۴ ۲

با یک تناسب ساده مسئله را حل می‌کنیم.

در هر دقیقه $(\frac{۱}{۶۰}h)$ آب حوض ۲۵۰L کم می‌شود.

$$\begin{array}{c|c}۲۵۰L & \frac{۱}{۶۰}h\\ \hline ۱۸۰\times\underbrace{۱۰^۳}_{\text{تبدیل } m^۳ \text{ به } L} & t\end{array}\Rightarrow t=\frac{۱۸۰\times۱۰^۳}{۲۵۰\times۶۰}\Rightarrow t=۱۲h$$

۴۵ B ۴

هر دقیقه، ۶۰ ثانیه است و در هر ثانیه $۷۵۰cm^۳$ از حجم استخر در حال پر شدن است.

با یک تناسب ساده مسئله را حل می‌کنیم.

$$\begin{array}{c|c} ۷۵۰cm^۳ & ۱s \\ \hline ? & ۲۰\times۶۰s \end{array} \Rightarrow ?=۷۵۰\times۶۰\times۲۰=۹۰۰۰۰۰cm^۳$$

هر $۱۰۰۰cm^۳$ برابر ۱ لیتر است. $V=۹۰۰L$

۴۶ B ۴

طول شمع ۱۸cm است و در مدت ۲h آب می‌شود، بنابراین آهنگ آب شدن شمع خواهد شد:

$$\text{آهنگ آب شدن شمع}=\frac{\text{طول شمع}}{\text{مدت زمان آب شدن}}=\frac{۱۸cm}{۲h}=۹cm/h$$

حال با روش تبدیل زنجیره‌ای، یکای (cm/h) را به یکای $\mu m/ms$ تبدیل می‌کنیم.

$$۹cm/h\times\frac{۱m}{\underbrace{۱۰^{+۲}cm}_{\text{ضریب تبدیل m به cm}}}\times\frac{۱۰^{+۶}\mu m}{\underbrace{۱m}_{\text{ضریب تبدیل m به }\mu m}}\times\frac{۱h}{\underbrace{۳۶۰۰s}_{\text{ضریب تبدیل ساعت به ثانیه}}}\times\frac{۱s}{\underbrace{۱۰^{۳}ms}_{\text{ضریب تبدیل s به ms}}}=\frac{۱۰}{۴۰۰}\mu m/ms$$

$$=\frac{۱}{۴}\times۱۰^{-۱}Mm/ms$$

یادآوری در نماد علمی، عدد حاصل‌ضرب $a\times۱۰^b$ نوشته می‌شود که در آن $۱\le a<۱۰$ و b یک عدد صحیح است.

عدد را به نماد علمی می‌نویسیم.

$$\frac{۱}{۴}\times۱۰^{-۱}\mu m/ms=۰/۲۵\times۱۰^{-۱}\mu m/ms=۲/۵\times۱۰^{-۲}\mu m/ms$$

بازی با سوال **ارتفاع یک گیاه در هر هفته به اندازهٔ ۱۰/۰۸cm رشد می‌کند. آهنگ متوسط رشد این گیاه چند $\mu m/s$ است؟** از کتاب درسی

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

گزینه ۲

۴۷ B ۳

یادآوری در فیزیک تغییر هر کمیت را نسبت به زمان معمولاً آهنگ آن کمیت می‌نامند. مثلاً آهنگ مصرف انرژی هنگام نشستن در کلاس $۱۲/۶kJ/min$ است که مفهوم آن این است که بدن شما در هر دقیقه نشستن در کلاس ۱۲/۶ kJ انرژی مصرف می‌کند.

آهنگ خروج بنزین از بشکه $۲L/s$ یعنی در هر ثانیه ۲L بنزین از بشکه خارج می‌شود. بنابراین در مدت ۴۵s مقدار بنزین خارج شده از بشکه برابر است با:

$$\text{مقدار بنزین خارج شده}=\text{آهنگ خروج}\times\text{زمان}=۲L/s\times۴۵=۹۰L$$

گنجایش بشکه ۱۰۰L بنزین بوده که در ابتدا در آن ۹۰L بنزین قرار داشته است یعنی $۱۰L=۱۰۰-۹۰$ از حجم بشکه خالی بوده است. اکنون باید مشخص کنیم این ۱۰L چند درصد حجم بشکه بوده است:

$$\frac{\text{حجم خالی}}{\text{حجم کل}}\times۱۰۰=\frac{۱۰}{۱۰۰}\times۱۰۰=۱۰٪$$

۴۸ B ۲

حجم گنجایش استخر خواهد شد: $V=۱/۵\times۱/۲\times۱۰\Rightarrow V=۱۸m^۳$

شیرهای آب در هر دقیقه به ترتیب $۰/۵m^۳$ و $۱m^۳$ آب وارد استخر می‌کنند. یعنی جمعاً $۱/۵m^۳$ در هر دقیقه. بنابراین:

$$\begin{array}{c|c} ۱/۵m^۳ & ۱min \\ \hline ۱۸ & t \end{array} \Rightarrow t=\frac{۱۸}{۱/۵}\Rightarrow t=۱۲min$$

$$t=\frac{۱۲}{۶۰}h\Rightarrow t=۰/۲h$$

۴۹ B ۱

خط فکری وقتی گفته می‌شود آهنگ تغییر سرعت خودرو $۱۸\times۱۰^۳m/(min)^۲$ است یعنی در هر دقیقه به اندازهٔ $۱۸\times۱۰^۳m/min$ بر سرعت خودرو اضافه می‌شود.

در مرحلهٔ اول دقیقه را به ثانیه تبدیل کنید سپس به کمک آهنگ تغییر سرعت، زمان رسیدن به سرعت $۲۵\times۱۰^{-۳}km/s$ را به‌دست بیاورید.

$$\text{آهنگ تغییر سرعت}=۱۸\times۱۰^۳\frac{m}{(min)^۲}\times\frac{۱min^۲}{\underbrace{۳۶۰۰s^۲}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{مربع دقیقه به مربع ثانیه}}}}=۵\frac{m}{s^۲}$$

سرعت داده شده را برحسب m/s حساب می‌کنیم.

$$v=۲۵\times۱۰^{-۳}\frac{km}{s}\times\underbrace{\frac{۱۰^۳m}{۱km}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{کیلومتر به متر}}}\Rightarrow v=۲۵\frac{m}{s}$$

با توجه به تعریف آهنگ می‌توان نوشت:

$$\text{آهنگ تغییر سرعت}=\frac{\text{تغییر سرعت}}{\text{زمان}}\Rightarrow ۵=\frac{۲۵-۰}{t}\Rightarrow t=۵s$$

۵۰ B ۲

خط فکری دقت کنید آهنگ افزایش ارتفاع آب از شما خواسته شده است. بنابراین باید مساحت سطح قاعدهٔ مخزن (۲) را داشته باشید تا به کمک آن بتوانید با استفاده از آهنگ حجم آب ریخته شده در مخزن (۲) آهنگ تغییر ارتفاع را حساب کنید.

ابتدا مساحت سطح (کف) مخزن (۲) را به‌دست می‌آوریم. $A=۱۰۰\times۵=۵\times۱۰^۲cm^۲$

آهنگ ورود آب به مخزن (۲)، $۲L/s$ است یعنی در هر ثانیه ۲L آب وارد مخزن (۲) می‌شود، از این‌رو ارتفاع آبی که در هر ثانیه به آب درون مخزن (۲) افزوده می‌شود برابر خواهد شد با:

$$V=A\times\Delta h\Rightarrow\Delta h=\frac{V}{A}=\frac{۲\times۱۰^۳cm^۳}{۵\times۱۰^۲cm^۲}\Rightarrow\Delta h=۴cm$$

بنابراین در هر ثانیه، ۴cm بر ارتفاع آب ظرف (۲) اضافه می‌شود یعنی آهنگ افزایش ارتفاع آب $۴cm/s$ است.

۵۱ B ۲

خط فکری در فیزیک دو کمیت یکسان با یکای یکسان را می‌توان با هم جمع و یا از هم کم کرد. به‌طور مثال اگر جرم جعبه‌ای ۲kg و جرم محتویات درون آن ۵kg باشد، مجموع جرم‌ها برابر $۵+۲=۷kg$ است. در واقع کمیت‌های متفاوت و یکاهای متفاوت را نمی‌توان با هم جمع یا از هم کم کرد. یعنی شما نمی‌توانید جرم جسم و شتاب آن را با هم جمع کنید و یا این که جرم برحسب kg را با جرم برحسب g جمع کنید. اما کمیت‌های مختلف با یکاهای مختلف به شرط سازگاری یکاها را می‌توان در هم ضرب یا بر هم تقسیم کرد. به‌طور مثال در رابطهٔ $F=ma$، m جرم جسم، a شتاب جسم و F نیرو است و مشاهده می‌کنید که کمیت جرم را می‌توان در کمیت شتاب ضرب کرد و کمیت نیرو را به‌دست آورد. اما سازگاری یکاها نیز باید رعایت شود یعنی برای آنکه نیرو برحسب نیوتون به‌دست آید باید جرم برحسب کیلوگرم و شتاب برحسب متر بر مربع ثانیه $(m/s^۲)$ در رابطه قرار داده شود.

با توجه به آن‌چه در خط فکری بیان شده است، گزارهٔ (الف) برای دو کمیت فیزیکی با دو یکای متفاوت قابل انجام نیست اما اعمال ریاضی در گزارهٔ (ب) و (پ) قابل انجام است.

۵۲ B ۲

در گزینهٔ (۱)، یکای توان $P=W/t$ برابر وات بوده که معادل J/s است و در گزینهٔ (۱) سازگاری یکاها در SI رعایت نشده است و گزینهٔ (۱) نادرست است. / در گزینهٔ (۲)، طبق قانون دوم نیوتون اگر نیرو بر حسب نیوتون باشد حتماً جرم باید بر حسب (kg) و شتاب بر حسب $(m/s^۲)$ باشد که چنین است و گزینهٔ (۲) دارای سازگاری یکاها بوده و پاسخ درست است.

در گزینهٔ (۳) زمان برحسب ساعت (h) و تندی بر حسب (km/h) بوده بنابراین مسافت طی شده باید برحسب (km) باشد که چنین نیست و گزینهٔ (۳) نادرست است.

در گزینهٔ (۴) با توجه به تعریف فشار هرگاه نیرو بر حسب (N) و سطح برحسب $(m^۲)$ باشد فشار برحسب پاسکال (Pa) خواهد بود که در رابطهٔ گزینهٔ (۴)، مساحت سطح برحسب $cm^۳$ است. بنابراین سازگاری یکاها وجود نداشته و گزینهٔ (۴) نادرست است.

B ۴ ۵۳

خط فکری ابتدا یکاهای فرعی نیرو در SI را مشخص کنید. اگر خاطرتان نیست از قانون دوم نیوتون $F=ma$ کمک بگیرید. سپس باید با توجه به یکای تندی (m/s) و سازگاری یکاها در دو طرف رابطه $F=kv$، یکای k را به‌دست آورید.

در رابطهٔ $F=ma$ اگر جرم برحسب kg و شتاب برحسب m/s^2 باشد، نیرو برحسب kgm/s^2 خواهد بود. اکنون یکای نیرو و یکای تندی را در رابطهٔ مسأله قرار می‌دهیم و یکای k را حساب می‌کنیم.

$$F=kv\Rightarrow kg.m/s^2=[k](m/s)\Rightarrow[k]=kg/s$$

A ۳ ۵۴

کمیت A انرژی می‌باشد و یکای SI آن ژول و یکای فرعی آن kgm^2/s^2 می‌باشد و یکای C برابر متر است. با قرار دادن این یکاها در رابطهٔ مسأله می‌توان یکای B را به‌دست آورد:

$$A=BC^2\Rightarrow B=\frac{A}{C^2}\Rightarrow[B]=\frac{kgm^2/s^2}{m^2}=\frac{kg}{s^2}$$

A ۲ ۵۵

ابتدا به‌جای کمیت‌های داده شده یکاهای آن‌ها را جایگذاری می‌کنیم.

$$B=\frac{mv^2}{L}\Rightarrow B=\frac{kgm^2/s^2}{m}\Rightarrow B=kgm/s^2\Rightarrow B=\text{جرم}\times\text{شتاب}$$

بنابراین کمیت B باید نیرو باشد. $(F=ma)$

A ۱ ۵۶

یکای T، ثانیه و یکای m، kg است و عدد 2π یکا ندارد.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},\ s=\sqrt{\frac{kg}{k}}\Rightarrow s^2=\frac{kg}{|k|}\Rightarrow|k|=\frac{kg}{s^2}$$

B ۴ ۵۷

یادآوری زمانی دوکمیت قابل جمع و تفریق‌اند که هم‌جنس و هم‌یکا باشند.

الف) $(at+v)$ باید حاصل‌ضرب at از جنس v و یکای آن برابر یکای v باشد. یکای v، m/s، یکای a، m/s^2 و یکای زمان s است. بنابراین:

$$at+v\Rightarrow\frac{m}{s^2}\times s+\frac{m}{s}=\frac{m}{s}+\frac{m}{s}$$

قابل انجام است.

ب) ضریب $\frac{1}{2}$ یکا ندارد و آن را در نظر نمی‌گیریم.

$$\frac{1}{2}at^2+vt\Rightarrow\frac{m}{s^2}\times s^2+\frac{m}{s}\times s=m+m$$

قابل انجام است.

پ) $ax+v^2\Rightarrow\frac{m}{s^2}\times m+(\frac{m}{s})^2=\frac{m^2}{s^2}+\frac{m^2}{s^2}$ قابل انجام است.

بازی با سؤال **با در نظر گرفتن یکای کمیت‌های جابه‌جایی، سرعت، شتاب و زمان، در چه تعداد از روابط زیر، یکای دو طرف تساوی با یکدیگر سازگاری دارد؟**
(x نماد جابه‌جایی، v نماد سرعت، a نماد شتاب و t نماد زمان است.)

الف) $x=vt$ / ب) $v^3=2ax^2$ / پ) $t=\sqrt{\frac{2x}{a}}$ / ت) $v=at$ / ث) $v=\frac{1}{2}at^3$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵ گزینهٔ ۲

B ۱ ۵۸

در رابطهٔ $\Delta x=AB^2+vB$، یکای Δx متر و از جنس طول است. بنابراین باید یکای AB^2 و vB هر دو متر و از جنس طول باشند تا بتوان آن‌ها را با هم جمع کرد. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$m=[v][B]\Rightarrow[B]=\frac{m}{[v]}=\frac{m}{m/s}=s$$

$$m=[A][B^2]\Rightarrow[A]=\frac{m}{[B]^2}\Rightarrow[A]=m/s^2$$

A ۴ ۵۹

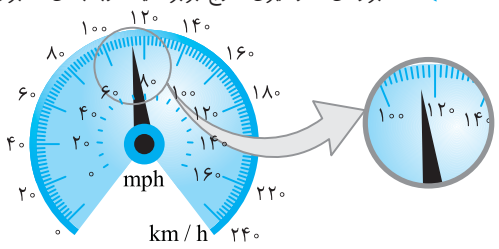
عوامل مؤثر بر دقت اندازه‌گیری، دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری، تعداد دفعات اندازه‌گیری و میانگین‌گیری اعداد و مهارت شخص آزمایشگر است.

A ۳ ۶۰

کمینهٔ درجه‌بندی روی خط‌کش، ۱mm است.

A ۱ ۶۱

خط فکری دقت ابزارهای اندازه‌گیری مدرج، برابر کمینهٔ درجه‌بندی آن ابزار است.



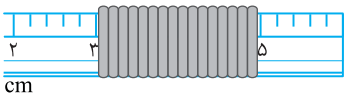
به شکل نگاه کنید فاصلهٔ بین ۰ تا ۲۰ و ۱۰۰ تا ۱۲۰، به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده یعنی کمینه درجه‌بندی این تندی‌سنج $\frac{20}{10}=2\frac{km}{h}$ بوده بنابراین دقت اندازه‌گیری آن $2\frac{km}{h}$ است که این دقت اگر برحسب m/s بیان شود، معادل مقدار زیر است:

$$2\frac{km}{h}\times\frac{1h}{3600s}\times\frac{1000m}{1km}\Rightarrow\text{دقت}=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}\frac{m}{s}$$

A ۴ ۶۲

با توجه به شکل فاصلهٔ بین ۲cm و ۳cm، به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده، بنابراین کمینه درجه‌بندی خط‌کش $\frac{3-2}{5}=\frac{1}{5}=0/2cm$ بوده و دقت این خط‌کش ۰/۲cm یا ۲mm است. اکنون تعداد دورهای سیم روی خط‌کش را بشمارید، بله تعداد دورها ۱۶ است یعنی اگر قطر سیم را با حرف D نمایش دهیم، ۱۶D برابر ۵−۳=۲cm می‌شود. از این‌رو قطر سیم خواهد شد:

$$16D=2cm\Rightarrow D=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}cm\Rightarrow D=\frac{1}{8}cm\times\frac{10mm}{1cm}=1/25mm$$



A ۲ ۶۳

خط فکری دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند. بنابراین شما باید به آخرین رقم عدد یا اولین رقم سمت راست آن نگاه کنید. دقت هریک از وسیله‌ها خواهد شد

A ۲۰/۱۵m/s — دقت A: ۰/۰۱m/s

B ۲۰/۱m/s — دقت B: ۰/۱m/s

C ۲۰/۱۵۶m/s — دقت C: ۰/۰۰۱m/s

بنابراین بیشترین دقت را وسیلهٔ C دارد.

B ۲ ۶۴

کمینه درجه‌بندی شکل (الف)، ۱cm است بنابراین دقت آن نیز ۱cm است.



کمینه درجه‌بندی شکل (ب)، ۰/۵cm یا ۵mm است و دقت آن نیز ۵mm خواهد بود.



فاصلهٔ بین صفر تا ۱cm به پنج قسمت مساوی تقسیم شده و کمینه درجه‌بندی شکل (پ) ۲mm است که جواب مسأله است.



فاصلهٔ بین صفر تا ۱cm به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است. کمینه درجه‌بندی شکل (ت) $\frac{1}{10}cm$ یا ۱mm است.



A ۶۵ ۲

دقت اندازه‌گیری برابر کمینه درجه‌بندی روی خط‌کش است که در این مسئله دقت ۰/۲cm بوده یعنی فاصلهٔ بین دو خط روی خط‌کش ۰/۲cm است و هر سانتی‌متر به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده است. از این‌رو در فاصلهٔ ۱۰cm=۱۰−۲۰، به ۵۰=۵×۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است.

A ۶۶ ۲

آمپرسنج رقمی بوده و دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) است در این صورت دقت اندازه‌گیری این آمپرسنج ۰/۰۰۱mA است که اگر دقت برحسب میکرومتر بیان شود خواهد شد: ۰/۰۰۱mA=۱۰$^{-۶}$A=۱μA

A ۶۷ ۲

در وسایل رقمی دقت وسیله برابر با یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) است، پس دقت هر وسیله را به‌دست می‌آوریم تا مشخص شود کدام‌یک از آن‌ها با بقیه فرق می‌کند.

دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۱): ۰/۰۰۱m=۰/۰۱dm / دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۲): ۰/۰۱m

دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۳): ۱mm=۰/۰۰۱m / دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۴): ۰/۱cm=۰/۰۰۱m

بنابراین دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۲) با بقیه متفاوت است.

A ۶۸ ۲

ساعت A، کمترین زمانی که اندازه می‌گیرد، یک دقیقه است. پس کمینهٔ اندازه‌گیری آن ۱ دقیقه است ولی ساعت B کمترین زمانی را که اندازه می‌گیرد یک ثانیه است که

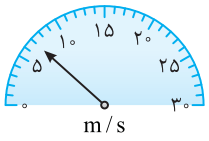
معادل آن $\frac{۱}{۶۰}$ دقیقه است پس داریم: $\frac{\text{کمینهٔ اندازه‌گیری ساعت A}}{\text{کمینهٔ اندازه‌گیری ساعت B}}=\frac{۱\,\text{min}}{\frac{۱}{۶۰}\,\text{min}}=۶۰$

ساعت B، وقت را دقیق‌تر نشان می‌دهد، در نتیجه دقت آن نسبت به ساعت A بیشتر است.

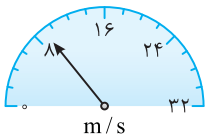
A ۶۹ ۳

در صورت مسأله دقت اندازه‌گیری ۰/۱m/s بیان شده است.

در گزینهٔ (۱) فاصلهٔ بین صفر تا ۵m/s به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده و دقت آن ۱m/s است. بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.



در گزینهٔ (۲) با یک تقسیم‌بندی غیرمعمول روبه‌رو هستیم. فاصلهٔ بین صفر تا ۸m/s به چهار قسمت مساوی تقسیم شده و دقت آن ۲m/s است. بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.



در گزینهٔ (۳) با یک وسیلهٔ رقمی روبه‌رو هستیم که دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری شده بوده یعنی ۰/۱m/s است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

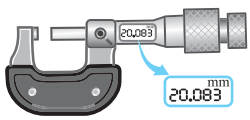


A ۷۰ ۱

دقت کولیس برابر ۰/۰۰۱cm یعنی ۰/۰۱mm است، بنابراین اعدادی که این کولیس نمایش می‌دهد برحسب میلی‌متر باید دارای دو رقم بعد از اعشار باشد و تنها عدد گزارش شده در گزینهٔ (۱) دارای دو رقم بعد از اعشار است.

A ۷۱ ۱

وسیلهٔ نشان داده شده یک ریزسنج رقمی است. دقت وسایل رقمی (دیجیتال) یک واحد از آخرین رقمی است که وسیله نشان می‌دهد، بنابراین دقت این وسیله ۰/۰۰۱mm است.



A ۷۲ ۳

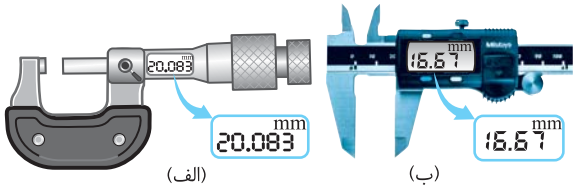
در هر دور کامل جابه‌جایی زبانه ۰/۵mm است که این ۰/۵mm در واقع به ۱۰۰ قسمت تقسیم شده یعنی کمینه درجه‌بندی این ریزسنج $\frac{۰/۵}{۱۰۰}$=۰/۰۰۵mm است، بنابراین دقت آن ۰/۰۰۵mm است.

A ۷۳ ۴

با توجه به شکل دقت ریزسنج ۰/۰۰۱mm و دقت کولیس ۰/۰۱mm است، بنابراین ریزسنج دقت بالاتری دارد و گزارهٔ (الف) درست است.

دقت یک خط‌کش مدرج که فاصلهٔ بین ۱cm تا ۲cm آن به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده برابر $\frac{۲-۱}{۱۰}=\frac{۱}{۱۰}$cm=۱mm است که با دقت کولیس (۰/۰۱mm) شکل (ب) برابر نیست و گزارهٔ (ب) نادرست است.

دقت ریزسنج (الف) ۰/۰۰۱mm است و اگر نتیجه اندازه‌گیری برحسب mm بیان شود دارای سه رقم بعد از اعشار است و گزارهٔ (پ) درست است.



(الف) (ب)

B ۷۴ ۲

یادآوری در دستگاه‌های مدرج دقت برابر کمینه درجه‌بندی دستگاه است، بنابراین:

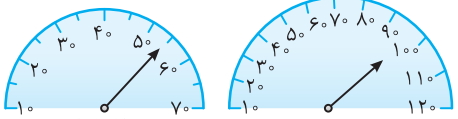
۱ دقت تندی‌سنج (۱) را بر حسب m/s می‌نویسیم:

$$\text{دقت تندی‌سنج}=۵\frac{\text{km}}{\text{h}}\times\frac{۱۰^{۳}\text{m}}{۱\text{km}}\times\frac{۱\text{h}}{۳۶۰۰\text{s}}=\frac{۵}{۳/۶}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲ دقت تندی‌سنج (۲) را بر حسب m/s می‌نویسیم:

$$\text{دقت تندی‌سنج}=۱۰\frac{\text{ft}}{\text{s}}\times\frac{۳۰\text{cm}}{۱\text{ft}}\times\frac{۱\text{m}}{۱۰۰\text{cm}}=۳\text{m/s}$$

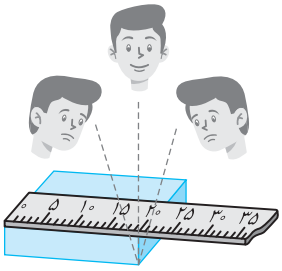
حال اختلاف دقت وسیله‌ها را به‌دست می‌آوریم: $۳-\frac{۵}{۳/۶}=\frac{۵/۸}{۳/۶}=\frac{۵۸}{۳۶}=\frac{۲۹}{۱۸}$m/s

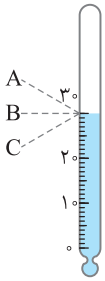


تندی سنج(۱) تندی سنج(۲)

B ۷۵ ۲

خط فکری در یک وسیلهٔ اندازه‌گیری اگر درجه‌بندی روی مورد اندازه‌گیری قرار گیرد مانند درجه‌بندی دماسنج الکلی یا جیوه‌ای که تقسیم‌بندی روی شیشهٔ دماسنج است و یا مانند شکل زیر که خط‌کش روی قطعه قرار دارد اگر از سمت عددهای کوچک‌تر، عدد اندازه‌گیری را بخوانیم، عدد کمتری را گزارش خواهیم کرد و اگر از سمت عددهای بزرگ‌تر عدد اندازه‌گیری را بخوانیم، عدد بزرگ‌تری را گزارش خواهیم کرد.





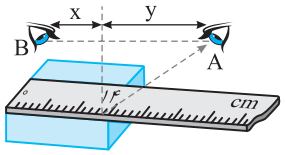
در مسأله ناظر A از سمت عددهای بزرگ‌تر عدد را می‌خواند بنابراین عدد بزرگ‌تری را (مثلاً ۳۱°C) بیان خواهد کرد. ناظر B عمود نگاه می‌کند و دقت بالایی دارد و درست می‌خواند و ناظر C که از سمت عددهای کوچک‌تر دما را می‌خواند، دمای کمتری مثلاً ۲۹°C را اعلام می‌کند.

نکته هرگاه در وسیلهٔ مدرج، عقربه روی صفحهٔ مدرج قرار داشته باشد، مانند تندی‌سنج خودرو، اگر از سمت عددهای کوچک‌تر عدد خوانده شود، عدد گزارش شده از اندازهٔ واقعی بزرگ‌تر است و بالعکس.

A ۷۶ ۲

خط فکری هرگاه موقع اندازه‌گیری با وسیلهٔ مدرج به جای عمود نگاه کردن به وسیله به‌طور مایل به آن نگاه کنیم، در اندازه‌گیری دچار خطا می‌شویم و هرچه از خط عمود دورتر باشید خطای شما بیشتر است و عدد گزارش شده توسط شما از عدد واقعی دورتر است.

اگر به خط‌کش عمود نگاه کنیم عدد اندازه‌گیری برابر ۱۴cm است، شخص A که از سمت عددهای بزرگ‌تر به خط‌کشی که روی جسم است نگاه می‌کند



عددی که گزارش می‌کند از ۱۴cm بیشتر است که در مسأله بیان شده ۱۵cm است. شخص B به خط عمود نزدیک‌تر است و چون فاصلهٔ او از خط عمود کمتر از A است، عدد گزارش شدهٔ او با آنکه از ۱۴cm کمتر است اما به ۱۴ نزدیک‌تر مثلاً برابر ۱۳/۵cm است.

B ۷۷ ۲

خط فکری برای کاهش خطا در اندازه‌گیری هر کمیت، معمولاً اندازه‌گیری آن را چند بار تکرار می‌کنند و میانگین عددهای حاصل از اندازه‌گیری به عنوان نتیجهٔ اندازه‌گیری گزارش می‌شود. البته در میان عددهای متفاوت، اگر یک یا دو عدد اختلاف زیادی با بقیه داشته باشند در میانگین‌گیری به حساب نمی‌آیند بنابراین شما باید ابتدا اعدادی که دارای اختلاف زیاد با بقیه هستند شناسایی کرده و کنار بگذارید، سپس میانگین‌گیری را انجام دهید.

عدد ۸/۳ و عدد ۳/۲ با سایر اعداد اندازه‌گیری گزارش شده، اختلاف بیشتری دارند پس در محاسبات حذف می‌شوند و عدد گزارش‌شده برابر میانگین بقیه اعداد اندازه‌گیری است.

$$\frac{۵/۵+۵/۲+۵/۸+۵/۲}{۴}=\frac{۲۱/۷}{۴}=۵/۴۲۵\approx ۵/۴\text{kg}$$

نکته باید تعداد اعشار عدد حاصل از میانگین‌گیری با اعشار عددهای گزارش شده یکی باشد.

A ۷۸ ۱

در اعداد گزارش شده، اعداد ۱/۰۵s و ۶/۰۴s از بقیهٔ اعداد فاصلهٔ غیرعادی دارند، بنابراین آن‌ها را دور می‌ریزیم و بین بقیهٔ اعداد میانگین‌گیری را انجام می‌دهیم.

$$\text{میانگین } t=\frac{۳/۹۸+۴/۰۲+۴/۰۴}{۳}=۴/۰۱\overline{۳}\approx ۴/۰۱\text{s}$$

وسیلهٔ اندازه‌گیری رقمی است و تعداد ارقام بعد از اعشار آن دو رقم است و دقت اندازه‌گیری این زمان‌سنج ۰/۰۱s است، بنابراین باید عدد گزارش شده هم دارای دو رقم بعد از اعشار باشد از این‌رو به جای عدد ۴/۰۱$\overline{۳}$ عدد ۴/۰۱s گزارش می‌شود.

شماره آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵
زمان سقوط	۴/۰۲s	۳/۹۸s	۶/۰۴s	۱/۰۵s	۴/۰۴s

A ۷۹ ۱

مقدارهای ۰/۲g و ۰/۰۱۱g از بقیه داده‌ها دور هستند و حذف می‌شوند و بین مقادیر باقی‌مانده میانگین را به‌دست می‌آوریم.

$$m=\frac{۰/۰۲۵+۰/۰۲۳+۰/۰۲۱}{۳}=۰/۰۲۳\text{g}\Rightarrow ۰/۰۲۳\text{g}\times\frac{۱۰^{۳}\text{mg}}{۱\text{g}}=۲۳\text{mg}$$

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۸۰ ۱

کلاهک پیچ به ۵۰ قسمت تقسیم شده است و در یک دور کامل کلاهک پیچ، فک متحرک ریزسنج ۰/۵mm جابه‌جا می‌شود. یعنی هر قسمت کلاهک معادل $\frac{۰/۵}{۵۰}=۰/۰۱\text{mm}$ است، از این‌رو ۱۲ قسمت کلاهک برابر ۰/۱۲ میلی‌متر است.

B ۸۱ ۳

خط فکری به این سؤال‌ها پاسخ دهید. ۱) یک متر چند سانتی‌متر است؟ بله، ۱۰۰ سانتی‌متر است. ۲) یک متر چند کیلومتر است؟ درست می‌گویید یک متر، $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ کیلومتر است، بنابراین اگر اندازهٔ یک کمیت با یکای کوچک‌تری بیان شود، عدد بزرگ‌تر می‌شود و اگر با یکای بزرگ‌تری بیان شود، عدد کوچک‌تر می‌شود. حال شما باید در بررسی گزینه‌ها به این مطلب دقت کنید که عدد بعد از تغییر یکا چه تغییری می‌کند.

گزینهٔ (۱): اگر B به پیشوند کوچک‌تر تغییر یکا بدهد، عدد گزارش شده برای B، بزرگ‌تر می‌شود و چون B در مخرج $\left(\frac{A}{BC^{۲}}\right)$ قرار دارد، عدد گزارش شده برای کمیت کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۱) نادرست است.

گزینهٔ (۲): اگر A و C به یک پیشوند یکسان کوچک‌تر مثلاً میلی تغییر کنند، هریک از آن‌ها در عدد ۱۰۰۰ ضرب می‌شود. $\left(\frac{۱۰۰۰A}{B(۱۰۰۰C)^{۲}}\right)$ اما چون C توان (۲) دارد و مخرج کسر است سبب می‌گردد که عدد بیان شده برای کمیت کوچک‌تر شود و گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینهٔ (۳): A در صورت کسر و B در مخرج آن قرار دارد و اگر به یک پیشوند یکسان بزرگ‌تر تغییر یکا دهند، ضریب پیشوند از صورت و مخرج حذف شده و عدد گزارش شده تغییری نمی‌کند و گزینهٔ (۳) درست است.

A ۸۲ ۳

یادآوری یکای نجومی (AU): میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید $(۱\text{AU}\approx ۱/۵\times ۱۰^{۱۱}\text{m})$ است.

سال نوری (ly): مسافتی که نور در مدت یک سال در خلأ طی می‌کند.

۱ فاصلهٔ دو ستاره از هم ۵/۸۴AU است که آن را برحسب متر حساب می‌کنیم.

$$۵/۸۴\text{AU}\times\underbrace{\frac{۱/۵\times ۱۰^{۱۱}}{۱\text{AU}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{AU به m}}}=۵/۸۴\times ۱/۵\times ۱۰^{۱۱}\text{m}=۵۸۴\times ۱۵\times ۱۰^{۸}\text{m}$$

۲ یک سال را به ثانیه تبدیل می‌کنیم.

$$۱\text{y}=۱\text{y}\times\underbrace{\frac{۳۶۵\text{d}}{۱\text{y}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{سال به روز}}}\times\underbrace{\frac{۲۴\text{h}}{۱\text{d}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{روز به ساعت}}}\times\underbrace{\frac{۳۶۰۰\text{s}}{۱\text{h}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{ساعت به ثانیه}}}=۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۲}\text{s}$$

۳ مسافت طی شده در مدت یک سال توسط نور خواهد شد:

$$\text{زمان}\times\text{تندی}=\text{مسافت}\Rightarrow\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$$

$$\Rightarrow\text{سال نوری}=۳\times ۱۰^{۸}\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۲}$$

$$\Rightarrow\text{سال نوری}=۳\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۱۰}\text{m}$$

بنابراین ضریب تبدیل متر به سال نوری خواهد شد: $\left(\frac{۱\text{ly}}{۳\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۱۰}}\right)$

۴ اکنون به کمک ضریب تبدیل می‌توان نوشت:

$$۵/۸۴\text{AU}=۵۸۴\times ۱۵\times ۱۰^{۸}\times\frac{۱\text{ly}}{۳\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۱۰}}=\frac{۱}{۱۰۸}\times ۱۰^{-۲}\approx ۰/۰۱\times ۱۰^{-۲}$$

$$۵/۸۴\text{AU}\approx ۱۰^{-۴}\text{ly}$$

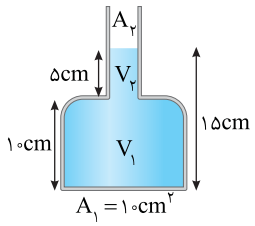
C ۸۳ ۲

۱ آهنگ خروج آب از شیر $۱۰\text{cm}^{۳}/\text{s}$ است یعنی در هر ثانیه $۱۰\text{cm}^{۳}$ آب درون این ظرف می‌ریزد بنابراین در مدت ۱۲/۵s حجم آبی که درون ظرف می‌ریزد، خواهد شد:

$$V=۱۰\times ۱۲/۵=۱۲۵\text{cm}^{۳}$$

۲ ارتفاع آب ۱۵cm شده است که ۱۰cm آن در قسمت پهن ظرف و ۵cm آن در قسمت باریک ظرف است. حجم قسمت پهن را حساب می‌کنیم

$$V_۱=A_۱h_۱=۱۰\times ۱۰=۱۰۰\text{cm}^{۳}$$



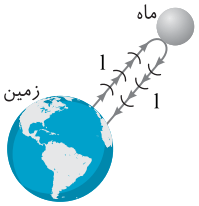
۳ حجم آب در قسمت باریک برابر است با:

$$V=V_۱+V_۲\Rightarrow ۱۲۵=۱۰۰+V_۲\Rightarrow V_۲=۲۵\text{ cm}^{۳}$$

۴ مساحت سطح مقطع قسمت باریک خواهد شد:

$$V_۲=A_۲h_۲\Rightarrow ۲۵=A_۲\times ۵\Rightarrow A_۲=۵\text{cm}^{۲}$$

B ۳ ۸۴



مسافتی که موج رادار در رفت و برگشت طی می‌کند مطابق شکل دو برابر فاصلهٔ ماه تا زمین است. با توجه به تعریف تندی که در متوسطه اول خوانده‌اید می‌توان نوشت:

$$\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}\Rightarrow \text{مسافت}=\text{زمان}\times\text{تندی}\xrightarrow{\text{تندی موج}=۳\times۱۰^{۵}\frac{km}{h}=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}}$$

$$۲l=۳\times۱۰^{۸}\times۳\Rightarrow l=۴/۵\times۱۰^{۸}m$$

اکنون این فاصله را به یکای نجومی (AU) تبدیل می‌کنیم.

$$l=۴/۵\times۱۰^{۸}m=۴/۵\times۱۰^{۸}\times(\underbrace{\frac{۱AU}{۱/۵\times۱۰^{۱۱}m}}_{\text{ضریب تبدیل متر به یکای نجومی}})\Rightarrow l=۳\times۱۰^{-۳}AU$$

B ۲ ۸۵

ابتدا به کمک میانگین‌گیری دورهٔ T را به‌دست می‌آوریم. حواسمان باشد زمان‌های داده شده برای سه دوره (۳T) بوده و عدد گزارش شده در آزمایش اول از بقیهٔ نتایج فاصلهٔ زیادی دارد و در میانگین‌گیری در نظر گرفته نمی‌شود.

$$۳T=\frac{۰/۸۸+۰/۹۴+۰/۸۶+۰/۹۲}{۴}=\frac{۳/۶}{۴}\Rightarrow ۳T=۰/۹\Rightarrow T=۰/۳s$$

اکنون به کمک رابطهٔ بین g و T، شتاب گرانشی را حساب می‌کنیم.

$$g=\frac{۰/۱\pi^{۲}}{(T^{۲})}\Rightarrow g=\frac{۰/۱\times(۳)^{۲}}{(۰/۳)^{۲}}=\frac{۰/۹}{۰/۰۹}=۱۰\,m/s^{۲}$$

پنجره ۳

A ۳ ۸۶

با تغییر حالت، جرم ثابت می‌ماند اما حجم تغییر می‌کند که باعث تغییر چگالی می‌شود پس گزینهٔ (۱) نادرست است. هم‌چنین با افزایش دما، جسم منبسط می‌شود حجم افزایش و جرم ثابت می‌ماند، در نتیجه چگالی تغییر می‌کند و گزینهٔ (۲) نادرست است.

$$\rho=\frac{m}{V\uparrow}\Rightarrow \text{چگالی کاهش می‌یابد}$$

پرتقال با پوست چگالی کمتری از آب دارد و روی سطح آب باقی می‌ماند اما پرتقال بدون پوست، چگالی‌اش بیشتر از آب است و در آب فرومی‌رود و گزینهٔ (۴) نیز نادرست است.

A ۴ ۸۷

مایع کپسول ضدحریق باید روی مایع شعله‌ور قرار بگیرد تا مانع از رسیدن اکسیژن به مایع شعله‌ور شده و باعث خاموش شدن آتش شود. پس باید چگالی مایع ضدحریق کپسول از چگالی مایع در حال اشتعال کمتر باشد، بنابراین گزینه (۴) درست است.

B ۴ ۸۸

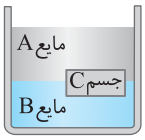
خط فکری مایعی که دارای چگالی بیشتر است ته‌نشین شده و مایع‌ها به ترتیب چگالی از چگالی بیشتر به کمتر از کف ظرف روی هم قرار می‌گیرند و مایع با کمترین چگالی در سطح قرار می‌گیرد، بنابراین شما باید بررسی کنید که چگالی A، B و C نسبت به هم چگونه است. با توجه به فرض مسئله $\rho_A=۳\rho_B$، از طرفی چگالی مایع C، ۴۰ درصد چگالی مایع A است یعنی خواهیم داشت:

$$\rho_C=\frac{۴۰}{۱۰۰}\rho_A\Rightarrow\rho_C=\frac{۴۰}{۱۰۰}\times۳\rho_B\Rightarrow\rho_C=۱/۲\rho_B$$

بنابراین ترتیب چگالی‌ها نسبت به هم به‌صورت $\rho_A>\rho_C>\rho_B$ است و A ته‌نشین و B سطح‌نشین و C بین آن‌ها قرار می‌گیرد.

A ۲ ۸۹

یادآوری هرگاه چگالی جسمی از چگالی مایع بیشتر باشد جسم در آن مایع فرو می‌رود و اگر چگالی جسم از چگالی مایع کمتر باشد جسم بر سطح مایع قرار می‌گیرد.



۱ مایع B ته‌نشین شده بنابراین چگالی آن از چگالی A بزرگ‌تر است. $\rho_B>\rho_A$

۲ جسم C درون مایع A فرو رفته و در ته مایع A قرار گرفته بنابراین چگالی جسم C از چگالی مایع A بیشتر است. $\rho_C>\rho_A$

۳ جسم C روی سطح مایع B قرار دارد بنابراین چگالی C از چگالی مایع B کمتر است. $\rho_C<\rho_B$

۴ نتیجه نهایی این است که: $\rho_B>\rho_C>\rho_A$

A ۱ ۹۰

با توجه به تعریف چگالی:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۱/۰۵=\frac{m}{۵\times۱۰^{+۳}}\Rightarrow m=۵۲۵۰g\Rightarrow m=۵/۲۵kg$$

A ۴ ۹۱

چگالی شمش را حساب می‌کنیم. اگر مقدار به‌دست آمده مساوی یا نزدیک به چگالی طلا در جدول باشد، شمش طلا خالص است و در غیر این صورت دارای ناخالصی است.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[V=۱/۵\times۱۰^{۴}\times۱۰^{-۶}m^{۳}]{m=۲۴۰kg}\rho=\frac{۲۴۰}{۱/۵\times۱۰^{۴}\times۱۰^{-۶}}$$

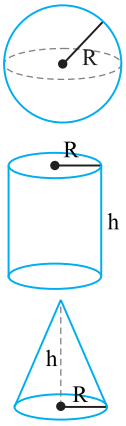
$$\Rightarrow\rho=۱۶۰\times۱۰^{۲}=۱۶\times۱۰^{۳}kg/m^{۳}$$

چگالی به‌دست آمده از چگالی طلا در جدول $(۱۹/۳\times۱۰^{۳}kg/m^{۳})$ کمتر است بنابراین شمش ناخالص است.

A ۳ ۹۲

یادآوری ریاضی حجم کره‌ای به شعاع R:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi R^{۳}$$



حجم استوانه‌ای به ارتفاع h و شعاع قاعده R:

$$V=\pi R^{۲}h$$

حجم مخروط به ارتفاع h و شعاع قاعده R:

$$V=\frac{۱}{۳}\pi R^{۲}h$$

ابتدا حجم کره را حساب می‌کنیم:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi R^{۳}\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times\pi\times(۵\times۱۰^{-۲})^{۳}$$

$$\Rightarrow V=\frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳}m^{۳}$$

اکنون جرم را به کمک رابطهٔ چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow m=(۶\times۱۰^{۳})\times\frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳}\Rightarrow m=۳/۱۴kg$$

بازی با سؤال **می‌خواهیم از فلزی به چگالی $۶g/cm^{۳}$، یک استوانهٔ توخالی با شعاع داخلی ۵cm و شعاع خارجی ۱۰cm و ارتفاع ۲۰cm بسازیم، جرم این استوانه چند کیلوگرم می‌شود؟ $(\pi\simeq۳)$**

۱) ۷ ۲) ۴۸ ۳) ۲۴ ۴) ۳۶

گزینهٔ ۴

A ۲ ۹۳

حجم مکعب مستطیل را به کمک تعریف چگالی به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m=۷/۳۵\times۱۰^{+۳}g]{\rho=۲۲/۵g/cm^{۳}}۲۲/۵=\frac{۱/۳۵\times۱۰^{۳}}{V}\Rightarrow V=\frac{۱/۳۵\times۱۰^{۳}}{۲۲/۵}$$

$$\Rightarrow V=۶۰cm^{۳}$$

اکنون می‌توانیم L را حساب کنیم

$$V=۳\times L\times(۱/۲۵L)\Rightarrow ۶۰=۳/۷۵L^{۲}\Rightarrow L^{۲}=۱۶\Rightarrow L=۴cm$$

۹۴ A **۱**

یادآوری ریاضی حجم مخروط $=\frac{۱}{۳}$(ارتفاع×مساحت قاعده)

با توجه به تعریف چگالی $P=\frac{m}{V}=\frac{۵۴\times۱۰^{-۱}}{\frac{۱}{۳}\times(۳)\times(۱۰^{-۲})\times(۲\times۱۰^{-۱})}=۲۷\times۱۰^{۲}\,kg/m^{۳}$

۹۵ A **۴**

چگالی از ویژگی‌های ساختاری یک عنصر است. مثلاً اگر سیمی را از وسط نصف کنید، جرم هر قسمت آن نیز نصف می‌شود و نسبت $\frac{m}{V}$ یعنی چگالی ثابت می‌ماند و یا اگر آن را از دستگاهی بگذرانید تا باریک شود قطعاً طول آن زیاد می‌شود و حجم آن ثابت می‌ماند و چون جرم آن ثابت است، نسبت $\frac{m}{V}$ یعنی چگالی ثابت است. بنابراین چگالی تغییر نمی‌کند.

۹۶ A **۳**

جرم جسم ثابت است و حجم آن افزایش یافته بنابراین چگالی جسم کاهش می‌یابد $(\rho_{\downarrow}=\frac{m}{V_{\uparrow}})$. با نوشتن رابطه چگالی در دو حالت مسئله قابل حل است.

$$\begin{cases}\rho=\frac{m}{V}\\ \rho'=\frac{m}{V+\frac{۵}{۱۰۰}V}\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{V}{۱/۰۵V}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{۱}{۱/۰۵}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{۱۰۰}{۱۰۵}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{۲۰}{۲۱}$$

بازی با سؤال **درون یک ظرف دارای پیستون مقداری گاز محبوس است. اگر توسط پیستون حجم ظرف را نصف کنیم، چگالی گاز درون ظرف چند برابر می‌شود؟**

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۴۲ ۴) تغییر نمی‌کند

گزینه ۲

۹۷ A **۳**

ابتدا به کمک یک تناسب ساده مجموع جرم انسان‌ها را به‌دست می‌آوریم:

۱	۶۰
۷×۱۰^{۹}	$m_{کل}=۴۲۰\times۱۰^{۹}kg$

با داشتن جرم به کمک چگالی، حجم کل آدم‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow V=\frac{۴۲۰\times۱۰^{۹}}{۱۰۰\times۱۰^{۶}}=۴۲۰۰\,m^{۳}$$

۹۸ A **۴**

با یک تست با محاسبات ریاضی عجیب و غریب روبه‌رو هستیم.

حل تست ساده است با استفاده از حجم کره حجم نوترون را حساب می‌کنیم و چگالی را به‌دست می‌آوریم اما محاسبات آن فراموش نشدنی است. $V=\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times۳\times r^{۳}$

$$V=۴\times(۸/۴)^{۳}\times۱۰^{-۴۸}\times۱۰^{۶}=۴\times(۸/۴)^{۳}\times۱۰^{-۴۲}\,cm^{۳}$$

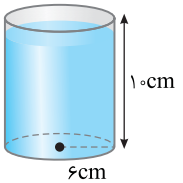
$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۱/۷\times۱۰^{-۲۷}\times۱۰^{۳}}{۴\times(۸/۴)^{۳}\times۱۰^{-۴۲}}=\frac{۱/۷\times۱۰^{-۲۴}}{۴\times(۸/۴)^{۳}\times۱۰^{-۴۲}}$$

$$\rho=\frac{۱/۷}{۴\times(۸/۴)^{۳}}\times۱۰^{۱۸}=۰/۷۱۷\times۱۰^{۱۵}\Rightarrow\rho=۷/۱۷\times۱۰^{۱۴}\,g/cm^{۳}$$

برای اینکه وارد محاسبات پیچیده نشویم از این راه نیز می‌توانیم پاسخ صحیح را پیدا کنیم: ۸/۴ را تقریباً برابر ۸ می‌گیریم و ۱/۷ را تقریباً برابر ۲: $(۸/۴)^{۳}\simeq۸^{۳}=۵۱۲$

$$\Rightarrow\rho=\frac{۲\times۱۰^{-۲۴}}{۴\times۵۱۲\times۱۰^{-۴۲}}=\frac{۱۰^{-۲۴}}{۱۰۲۴\times۱۰^{-۴۲}}\simeq\frac{۱۰^{۱۸}}{۱۰^{۳}}\simeq۱۰^{۱۵}\,g/cm^{۳}$$

۹۹ A **۴**



حداکثر مقدار روغن یعنی تمام ظرف پر از روغن شده باشد، بنابراین حجم روغن باید برابر گنجایش ظرف باشد. گنجایش ظرف را حساب می‌کنیم:

$$\text{حجم استوانه}=\text{مساحت قاعده}\times\text{ارتفاع}\Rightarrow V=\pi R^{۲}h$$

$$\Rightarrow V=۳\times(۶)^{۲}\times۱۰\Rightarrow V=۱۰۸۰\,cm^{۳}$$

جرم روغن خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=۰/۸g/cm^{۳}}m=۰/۸\times۱۰۸۰\Rightarrow m=۸۶۴g$$

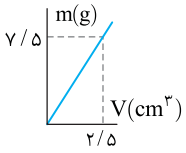
۱۰۰ A **۴**

خط فکری جرم ظرف خالی و مجموع جرم ظرف و مایع درون آن را نیز در اختیار داریم بنابراین جرم مایع را می‌توانید به‌دست بیاورید و با تعریف چگالی، حجم مایع درون ظرف را حساب کنید که در واقع گنجایش ظرف به‌دست می‌آید که حجم روغن ریخته شده در ظرف نیز همان حجم ظرف است، بنابراین چگالی روغن قابل محاسبه می‌شود. جرم مایع اول برابر $۵۴۰-۳۰۰=۲۴۰g$ است، به کمک تعریف چگالی حجم مایع که برابر با حجم ظرف است، خواهد شد: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{۲۴۰}{۱/۲}\Rightarrow V=۲۰۰cm^{۳}$ حجم ظرف:

جرم روغن برابر $۴۶۰-۳۰۰=۱۶۰g$ و حجم روغن که همان حجم ظرف است برابر با $۲۰۰cm^{۳}$ است. در این صورت، چگالی روغن را می‌توان حساب کرد.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۱۶۰}{۲۰۰}\Rightarrow\rho=۰/۸g/cm^{۳}=۸۰۰g/L$$

۱۰۱ A **۱**



باتوجه تعریف چگالی $\rho=\frac{m}{V}$، شیب خط نمودار $m-V$ یک جسم برابر چگالی آن است. بنابراین چگالی جسم خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۲/۵}{۲/۵}\Rightarrow\rho=۳g/cm^{۳}=۳\times۱۰^{۳}\,\frac{kg}{m^{۳}}$$

حجم $۲/۲۵kg$ از این ماده خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۳\times۱۰^{۳}=\frac{۲/۲۵}{V}\Rightarrow V=\frac{۲/۲۵}{۳\times۱۰^{۳}}$$

$$\Rightarrow V=۰/۷۵\times۱۰^{-۳}\,m^{۳}\Rightarrow V=۷/۵\times۱۰^{-۴}\,m^{۳}$$

میانبر چگالی یک جسم ثابت است از این رو می‌توان نوشت: $\frac{m_{۲}}{m_{۱}}=\frac{V_{۲}}{V_{۱}}$

۱۰۲ A **۴**

در دمای ثابت انبساط و انقباض برای جسم رخ نمی‌دهد، بنابراین چگالی آن ثابت است، از طرفی چگالی از ویژگی‌های ساختاری ماده است و با تغییر حجم، چگالی ثابت می‌ماند. به‌طور مثال اگر یک کرهٔ توپر از جنس مس داشته باشید و بخواهید یک کرهٔ توپر بزرگ‌تر از مس بسازید، همگام با افزایش حجم کره، جرم آن نیز تغییر می‌کند به‌طوری که چگالی ثابت می‌ماند.

۱۰۳ A **۲**

خط فکری هرگاه جسمی در مایعی فرو رود، حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم است، بنابراین با تغییر سطح آب درون استوانه شما حجم جسم را در اختیار دارید و می‌توانید چگالی جسم را به‌دست آورید.

حجم گلوله برابر حجم آب جابه‌جا شدهٔ درون استوانه است: $V=۵۴-۵۰=۴cm^{۳}$

چگالی گلوله برابر با $\rho=\frac{m}{V}=\frac{۴۲}{۴}=۱۰/۵g/cm^{۳}$ خواهد شد.

۱۰۴ A **۱**

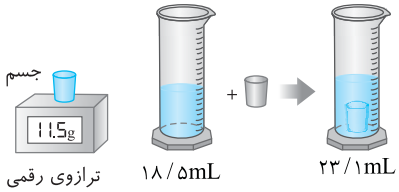
ترازوی رقمی جرم جسم را ۱۱/۵g نشان داده است از طرفی حجم جسم برابر حجم مایع جابه‌جا شده در استوانهٔ مدرج است.

$$V_{جسم}=۲۳/۱-۱۸/۵\Rightarrow V_{جسم}=۴/۶mL=۴/۶cm^{۳}$$

چگالی جسم خواهد شد: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۱۱/۵}{۴/۶}\Rightarrow\rho=۲/۵g/cm^{۳}$

چگالی را برحسب $kg/m^{۳}$ به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=۲/۵\,\frac{g}{cm^{۳}}\times\frac{۱kg}{۱۰^{۳}g}\times\frac{۱۰^{۶}cm^{۳}}{۱m^{۳}}\Rightarrow\rho=۲/۵\times۱۰^{۳}kg/m^{۳}=۲۵۰۰kg/m^{۳}$$



A ۱۰۵ ۱

خط فکری حجم مقدار مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسمی است که در مایع فرو می‌رود. در این مسئله مایع جابه‌جا شده از ظرف بیرون ریخته است بنابراین ابتدا باید حجم مایع بیرون ریخته را به کمک چگالی مایع حساب کنید و این حجم همان حجم قطعه فلز است که به کمک آن می‌توانید جرم قطعه فلز را حساب کنید.

حجم الکل بیرون ریخته شده را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m=۱۶۰g]{\rho=۰/۸g/cm^۳}۰/۸=\frac{۱۶۰}{V}\Rightarrow V=۲۰۰cm^۳$$

بنابراین حجم قطعه فلز برابر $۲۰۰cm^۳$ است و می‌توان جرم آن را حساب کرد.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۲/۷=\frac{m}{۲۰۰}\Rightarrow m=۵۴۰g$$

A ۱۰۶ ۳

مساحت سطح مقطع داخلی استوانه $A=۱۰cm^۲$ و ارتفاع آب جابه‌جا شده $۱۲cm$ است بنابراین حجم آب جابه‌جا شده که برابر حجم جسم است را می‌توان حساب کرد.

$$V_{\text{فلز}}=V_{\text{آب جابه‌جا شده}}=Ah\Rightarrow V_{\text{فلز}}=۱۰\times۱۲=۱۲۰cm^۳$$

جرم قطعه فلز $۹۰۰g$ است بنابراین چگالی فلز برابر خواهد شد با:

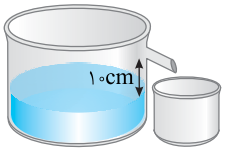
$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۹۰۰}{۱۲۰}\Rightarrow\rho=۷/۵g/cm^۳$$

B ۱۰۷ ۴

وقتی سنگ را درون ظرف قرار می‌دهیم به اندازهٔ حجم سنگ، روغن جابه‌جا می‌شود. بنابراین ابتدا حجم سنگ را حساب می‌کنیم

$$V_{\text{سنگ}}=\Delta V_{\text{روغن}}$$

$$V_{\text{سنگ}}=\left(\frac{m}{\rho}\right)_{\text{سنگ}}=\frac{۱۸۰۰۰}{۵}=۳۶۰۰cm^۳$$



حجم مایع جابه‌جا شده برابر $۳۶۰۰cm^۳$ است. ابتدا حجم مایع را برای ارتفاع $۱۰cm$ ظرف (۱) حساب می‌کنیم. $\Delta V=\pi r^۲\Delta h=۳\times(۱۰)^۲\times۱۰\Rightarrow\Delta V=۳۰۰۰cm^۳$ درون ظرف بنابراین از $۳۶۰۰cm^۳$ مایع جابه‌جا شده $۳۰۰۰cm^۳$ در ظرف (۱) است و باقی آن یعنی $۳۶۰۰-۳۰۰۰=۶۰۰cm^۳$ در ظرف (۲) ریخته شده است. اکنون ارتفاع مایع در ظرف (۲) را حساب می‌کنیم: $\Delta V_۲=\pi r_۲^۲h\Rightarrow۶۰۰=۳\times(۵)^۲\times h\Rightarrow h=۸cm$

B ۱۰۸ ۴

نکته همواره حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم و یا حجم قسمتی از جسم است که در مایع فرو رفته است.

۱ با قرار گرفتن جسم، آب $۲۰cm$ بالا آمده است، حجم آب جابه‌جا شده را حساب می‌کنیم. $\Delta V_{\text{آب}}=A\Delta h\xrightarrow[\Delta h=۲۰cm]{A=۲۰cm^۲}\Delta V_{\text{آب}}=۲۰\times۲۰=۴۰۰cm^۳$

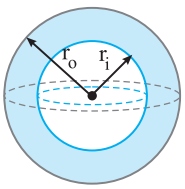
۲ حجم آب جابه‌جا شده برابر $\frac{۱}{۵}$ حجم جسم است که در مایع فرو رفته بنابراین حجم جسم خواهد شد: $\Delta V_{\text{آب}}=\frac{۱}{۵}V_{\text{جسم}}\Rightarrow۲۰۰=\frac{۱}{۵}V_{\text{جسم}}\Rightarrow V_{\text{جسم}}=۱۰۰۰cm^۳$

۳ جرم جسم $۲kg$ و حجم آن $۱۰۰۰cm^۳$ است، بنابراین چگالی جسم برابر است با: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۲}{۱۰۰۰\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow\rho=۲۰۰۰kg/m^۳$

A ۱۰۹ ۱

یادآوری ریاضی حجم کره‌ای با شعاع خارجی r_o و شعاع داخلی r_i از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$V=\frac{۴}{۳}\pi r_o^۳-\frac{۴}{۳}\pi r_i^۳=\frac{۴}{۳}\pi(r_o^۳-r_i^۳)$$



ابتدا حجم کره که از فلز ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳_{\text{خارجی}}-\frac{۴}{۳}\pi r^۳_{\text{داخلی}}\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times۳\times(۶۴-۲۷)\Rightarrow V=۴\times۳۷cm^۳$$

جرم فلز را به کمک تعریف چگالی حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V=۵\times۴\times۳۷\Rightarrow m=۷۴۰g=۰/۷۴kg$$

A ۱۱۰ ۴

حجم ماده‌ای که پوستهٔ کروی از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم.

$$V=\frac{۴}{۳}\pi(r_o^۳-r_i^۳)\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\pi[(۲a)^۳-a^۳]\Rightarrow V=\frac{۲۸\pi}{۳}a^۳$$

با استفاده از تعریف چگالی، a را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{۳۰}{۷\pi}=\frac{۴\times۱۰^{-۲}\times۱۰^۳}{\frac{۲۸\pi}{۳}a^۳}\Rightarrow۱۰a^۳=۱۰\Rightarrow a=۱cm$$

B ۱۱۱ ۴

حجم ماده‌ای که لوله از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم.

$$V=\pi(r_o^۲-r_i^۲)h\Rightarrow V=\pi[(۱/۱a)^۲-a^۲]\times۱۰a\Rightarrow V=۲/۱\pi a^۳$$

اکنون به کمک تعریف چگالی a را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{۸}{\pi}=\frac{۲/۱\times۱۰^۳}{۲/۱\pi a^۳}\Rightarrow a^۳=\frac{۱۰^۳}{۸}\Rightarrow a=\frac{۱۰}{۲}=۵cm$$

A ۱۱۲ ۲

با توجه به رابطهٔ جرم و چگالی، حجم قسمت توپر را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V_{\text{توپر}}=\frac{۱۸۹۰۰}{۲/۷}=۷۰۰۰cm^۳$$

با توجه به شعاع خارجی، حجم کل گوی را حساب می‌کنیم.

$$V_{\text{کل}}=\frac{۴}{۳}\pi\times r^۳\Rightarrow V_{\text{کل}}=\frac{۴}{۳}\times۳\times(۱۵)^۳=۱۳۵۰۰cm^۳$$

بنابراین حجم حفره که از روغن پر می‌شود، برابر است با:

$$V_{\text{حفره}}=۱۳۵۰۰-۷۰۰۰=۶۵۰۰cm^۳$$

جرم روغن خواهد شد: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V=۰/۸\times۶۵۰۰=۵۲۰۰g=۵/۲kg$

B ۱۱۳ ۲

خط فکری ابتدا با داشتن جرم قطعه طلا و چگالی طلا، حجم طلایی که در ساختن این قطعه به کار رفته است را حساب کنید و با مقایسهٔ حجم طلای به کار برده شده با حجم ظاهری طلا می‌توانید حجم حفرهٔ درون آن را به‌دست آورید.

۱ حجم طلای به کار برده شده در این قطعه برابر است با:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m=۱۹۹/۵g]{\rho=۱۹۰۰۰kg/m^۳=۱۹g/cm^۳}۱۹=\frac{۱۹۹/۵}{V}\Rightarrow V=\frac{۱۹۹/۵}{۱۹}\Rightarrow V=۱۰/۵cm^۳$$

۲ حجم حفرهٔ درون قطعه خواهد شد:

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{فلز}}\Rightarrow V_{\text{حفره}}=۱۲-۱۰/۵=۱/۵cm^۳$$

B ۱۱۴ ۳

ابتدا با توجه به چگالی فلز و جرم مکعب، حجم فلزی که مکعب از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۸=\frac{۶۰۰۰}{V}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=۷۵۰cm^۳$

حال حجم ظاهری مکعب کامل را حساب می‌کنیم: $V=a^۳\Rightarrow V_{\text{مکعب}}=۱۰^۳cm^۳$

حجم مکعب کامل از حجم فلزی که مکعب مسئله از آن ساخته شده بیشتر است، بنابراین مکعب مسئله دارای فضای خالی با حجم $۱۰۰۰-۷۵۰=۲۵۰cm^۳$ است.

B ۱۱۵ ۳

۱ ابتدا حجم ظاهری کرهٔ کامل را حساب می‌کنیم

حجم کره کامل: $V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times۳\times۱۲۵\Rightarrow V=۵۰۰cm^۳$

۲ با توجه به چگالی و جرم کره، حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{m}{\rho}=\frac{۱۰۸۰}{۲/۷}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=۴۰۰cm^۳$

۳ در این صورت حجم حفرهٔ درون کرهٔ فلزی خواهد شد:

$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری کره}}-V_{\text{فلز}}\Rightarrow V_{\text{حفره}}=۵۰۰-۴۰۰=۱۰۰cm^۳$

۴ درصد حجم حفره از حجم کل کره برابر است با: $\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{کره}}}\times ۱۰۰=\frac{۱۰۰}{۵۰۰}\times ۱۰۰=۲۰٪$

بازی با سؤال درون مکعبی برنزی به جرم $۶/۴kg$ که طول هر ضلع آن $۱۰cm$ است، حفره‌ای وجود دارد، اگر چگالی برنز $۸g/cm^۳$ باشد، چند درصد از حجم این مکعب برنزی را حفره تشکیل داده است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۵ ۴) ۱۵

گزینهٔ ۱

C ۱۱۶ ۱

۱ حجم ظاهری مکعب برابر است با: $V_{\text{ظاهری}}=a^۳$

۲ حجم حفرهٔ کروی با شعاع $\frac{a}{۲}$ خواهد شد:

$V_{\text{حفره}}=\frac{۴}{۳}\pi r^۳\Rightarrow V_{\text{حفره}}=\frac{۴}{۳}\times ۳(\frac{a}{۲})^۳\Rightarrow V_{\text{حفره}}=\frac{a^۳}{۲}$

۳ حجم فلز به کار رفته برای ساخت این مکعب را حساب می‌کنیم.

$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{فلز}}\Rightarrow \frac{a^۳}{۲}=a^۳-V_{\text{فلز}}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{a^۳}{۲}$

۴ جرم فلز خواهد شد: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۸=\frac{m}{\frac{a^۳}{۲}}\Rightarrow m_{\text{فلز}}=۴a^۳$

۵ حجم مایع درون حفره برابر حجم حفره $\frac{a^۳}{۲}$ است بنابراین جرم مایع را می‌توان حساب کرد.

$\rho_{\text{مایع}}=\frac{m_{\text{مایع}}}{V}\Rightarrow ۲=\frac{m_{\text{مایع}}}{\frac{a^۳}{۲}}\Rightarrow m_{\text{مایع}}=a^۳$

۶ با توجه به فرض مسئله مجموع جرم مایع و جرم فلز $۹۵۰g$ است بنابراین می‌توان نوشت: $m_{\text{فلز}}+m_{\text{مایع}}=۹۵۰ \quad (۱)$

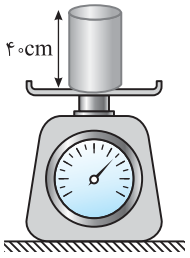
۷ نسبت جرم فلز به جرم مایع را حساب می‌کنیم.

$\frac{m_{\text{فلز}}}{m_{\text{مایع}}}=\frac{۴a^۳}{a^۳}=۴\Rightarrow m_{\text{فلز}}=۴m_{\text{مایع}}$

در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$۴m_{\text{مایع}}+m_{\text{مایع}}=۹۵۰\Rightarrow ۵m_{\text{مایع}}=۹۵۰\Rightarrow m_{\text{مایع}}=۱۹۰g$

بازی با سؤال مطابق شکل استوانه‌ای توخالی به ارتفاع $۴۰cm$ به شعاع داخلی $۵cm$ و شعاع خارجی R از یک فلز با چگالی $۳۵۰۰kg/m^۳$ ساخته شده است. اگر استوانه را از آب پر کنیم، جرم مجموع برابر $۷/۶۲$ کیلوگرم می‌شود. R چند سانتی‌متر است؟ $(\pi\approx ۳, \rho_{\text{آب}}=۱kg/lit)$



۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

گزینهٔ ۲

A ۱۱۷ ۱

خط فکری در فرض مسئله چگالی جسم A، ۱/۵ برابر چگالی جسم B است بنابراین شما کافی است $\rho_A=۱/۵\rho_B$ را نوشته و مقدارهای داده شده در مسئله را در این رابطه جای‌گذاری کنید.

$\rho_A=۱/۵\rho_B\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\frac{m_A}{V_A}=۱/۵\frac{m_B}{V_B}$

$\xrightarrow[m_A=?, V_A=۲۰cm^۳]{m_B=۲۰۰g, V_B=۵۰cm^۳}\frac{m_A}{۲۰}=۱/۵\times\frac{۲۰۰}{۵۰}\Rightarrow m_A=۱۲۰g$

بازی با سؤال چگالی جسم A، $\frac{۲}{۳}$ چگالی جسم B است. اگر جرم $۵۰cm^۳$ از جسم A برابر $۷۵۰g$ باشد، جرم $۶۰cm^۳$ از جسم B چند گرم است؟ کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۹۰۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۱۱۲۵ ۴) ۱۳۵۰

گزینهٔ ۴

A ۱۱۸ ۳

خط فکری نسبت جرم‌ها را دارید $(\frac{m_A}{m_B}=۱)$، نسبت حجم‌ها را حساب کنید تا بتوانید نسبت چگالی‌ها را به‌دست آورید.

نسبت چگالی‌ها برابر است با:

$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{V_B}{V_A}$

$\xrightarrow[r_A=۳cm, r_B=۶cm]{V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳}\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{۴}{۳}\pi(۶)^۳}{\frac{۴}{۳}\pi(۳)^۳}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=۸$

بازی با سؤال قطر یک گلولهٔ توپر آلومینیمی دو برابر قطر یک گلولهٔ توپر مسی است. اگر جرم گلولهٔ آلومینیمی ۲/۴ برابر جرم گلولهٔ مسی باشد، چگالی آلومینیم چند برابر چگالی مس است؟ خارج ریاضی - ۸۷

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

گزینهٔ ۳

A ۱۱۹ ۱

استوانه و مکعب هم‌جنس هستند. بنابراین $\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=۱$ است.

حجم مکعب برابر است با: $V_۱=a^۳$

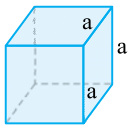
حجم استوانه برابر است با:

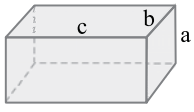
$V_۲=\pi r^۲h\xrightarrow[h=a]{r=\frac{a}{۲}}V_{\text{استوانه}}=۳\times(\frac{a}{۲})^۲\times a\Rightarrow V_{\text{استوانه}}=\frac{۳}{۴}a^۳$

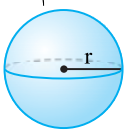
نسبت $\frac{m_۲}{m_۱}$ خواهد شد: $\rho_۱=\rho_۲\Rightarrow\frac{m_۱}{V_۱}=\frac{m_۲}{V_۲}\Rightarrow\frac{m_۲}{m_۱}=\frac{V_۲}{V_۱}\Rightarrow\frac{m_۲}{m_۱}=\frac{\frac{۳}{۴}a^۳}{a^۳}=\frac{۳}{۴}$

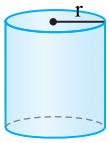
B ۱۲۰ ۳

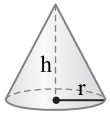
یادآوری ریاضی یادآوری حجم بعضی از اجسام هندسی:

مکعب: $V=a^۳$ 

مکعب مستطیل: $V=abc$ 

کره: $V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳$ 

استوانه: $V=\pi r^۲h$ 

مخروط: $V=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h$ 

جرم مخروط و جرم مکعب با هم برابر است $(m_۱=m_۲)$ ارتفاع مخروط برابر طول ضلع مکعب یعنی $h=a$ و شعاع آن نصف طول ضلع مکعب $(r=\frac{a}{۲})$ است. حجم مخروط خواهد شد:

$V_۱=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h\Rightarrow V_۲=\frac{۱}{۳}\pi(\frac{a}{۲})^۲\times a\xrightarrow{\pi=۳}V_۱=\frac{a^۳}{۴}$

حجم مکعب با ضلع a برابر $V_۲=a^۳$ است.

اکنون $V_۱$ و $V_۲$ را داریم، نسبت $\frac{\rho_۱}{\rho_۲}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}\rho_۱=\frac{m_۱}{V_۱}\\ \rho_۲=\frac{m_۲}{V_۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=\frac{m_۱}{m_۲}\times\frac{V_۲}{V_۱}\xrightarrow{m_۱=m_۲}\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=۱\times\frac{a^۳}{\frac{a^۳}{۴}}\Rightarrow\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=۴$$

B ۱۲۱ ۲

شعاع کرهٔ A، ۲۵ درصد کمتر از شعاع کرهٔ B است.

$$R_A=R_B-۰/۲۵R_B\Rightarrow R_A=\frac{۳}{۴}R_B$$

حال با توجه به نسبت شعاع، نسبت حجم را حساب می‌کنیم:

$$V_A=\frac{۴}{۳}\pi R_A^۳,\quad V_B=\frac{۴}{۳}\pi R_B^۳\xrightarrow{\div}$$

$$\frac{V_A}{V_B}=(\frac{R_A}{R_B})^۳\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=(\frac{۳}{۴})^۳\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{۲۷}{۶۴}$$

جرم کرهٔ A نصف جرم کره B است. به کمک نسبت جرم و حجم، نسبت چگالی را به‌دست می‌آوریم.

$$m_A=\frac{۱}{۲}m_B\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}\rho_AV_A=\frac{۱}{۲}\rho_BV_B$$

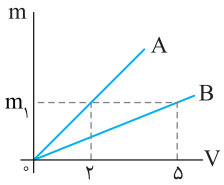
$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۱}{۲}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۶۴}{۲۷}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۳۲}{۲۷}\Rightarrow\rho_A=\frac{۳۲}{۲۷}\rho_B$$

درصد بیشتر بودن ρ_A نسبت به ρ_B را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\rho_A-\rho_B}{\rho_B}\times۱۰۰=\frac{\frac{۳۲}{۲۷}\rho_B-\rho_B}{\rho_B}\times۱۰۰=\frac{۵}{۲۷}\times۱۰۰\sim۱۸/۵٪$$

A ۱۲۲ ۴

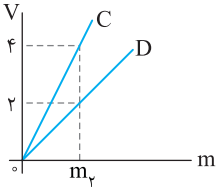
در نمودار (الف) چگالی‌های A و B را با هم مقایسه می‌کنیم:



$$\rho_A=\frac{m_۱}{۲}\ ,\ \rho_B=\frac{m_۱}{۵}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_۱}{۲}}{\frac{m_۱}{۵}}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow\rho_B=\frac{۲}{۵}\rho_A$$

در نمودار (ب) هم چگالی‌ها را مقایسه می‌کنیم:



$$\rho_C=\frac{m_۲}{۴}\ ,\ \rho_D=\frac{m_۲}{۲}$$

$$\frac{\rho_C}{\rho_D}=\frac{\frac{m_۲}{۴}}{\frac{m_۲}{۲}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\rho_D=۲\rho_C$$

B ۱۲۳ ۳

با توجه به نسبت چگالی‌های داده شده و $\rho=\frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho_A=\frac{۵}{۲}\rho_B\Rightarrow\frac{m_A}{V_A}=\frac{۵}{۲}\frac{m_B}{V_B}\xrightarrow[V_B=۴L,\,V_A=۲L]{m_A=m_B+۱}\frac{m_B+۱}{۲}=\frac{۵}{۲}\frac{m_B}{۴}$$

$$\Rightarrow m_B+۱=\frac{۵}{۴}m_B\Rightarrow\frac{m_B}{۴}=۱\Rightarrow m_B=۴kg$$

جرم ۴L مایع B برابر ۴kg شده است بنابراین چگالی B خواهد شد:

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}=\frac{۴}{۴}=۱kg/L$$

چگالی همواره مقداری ثابت است، بنابراین جرم ۱۰L از جسم B را به کمک چگالی می‌توان حساب کرد:

$$\rho_B=\frac{m'_B}{V'_B}\Rightarrow۱=\frac{m'_B}{۱۰}\Rightarrow m'_B=۱۰kg$$

A ۱۲۴ ۲

هرگاه جسمی درون مایعی قرار گیرد حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم است. اکنون که ظرف در دو حالت لبریز است بنابراین حجم مقدار مایعی که از ظرف بیرون می‌ریزد برابر حجم جسم است. در نتیجه حجم مایع بیرون ریخته در دو حالت یکسان و برابر حجم جسم است.

از این‌رو می‌توان نوشت: $V_۱=V_۲\Rightarrow\frac{m_۱}{\rho_۱}=\frac{m_۲}{\rho_۲}\Rightarrow\frac{m}{\rho_۱}=\frac{۲m}{\rho_۲}\Rightarrow\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=۲$

B ۱۲۵ ۴

خط فکری نسبت چگالی‌ها از ما خواسته شده است بنابراین شما باید ابتدا نسبت جرم‌ها و نسبت حجم‌ها را به‌دست بیاورید سپس نسبت $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ را حساب کنید.

۱ حجم استوانهٔ توپر A برابر است با: $V_A=\pi R^۲h_A=\pi R^۲h$

۲ ارتفاع و شعاع خارجی استوانه توخالی برابر ارتفاع و شعاع استوانهٔ A است. $(h_A=h_B$ و $R_O=R)$ و شعاع داخلی آن نصف شعاع خارجی است. $(R_i=\frac{R}{۲})$

بنابراین حجم استوانه خواهد شد:

$$V_B=\pi(R_O^۲-R_i^۲)h_B\Rightarrow V_B=\pi(R^۲-\frac{R^۲}{۴})h=\frac{۳}{۴}\pi R^۲h$$

۳ نسبت $\frac{V_B}{V_A}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{V_B}{V_A}=\frac{\frac{۳}{۴}\pi R^۲h}{\pi R^۲h}\Rightarrow\frac{V_B}{V_A}=\frac{۳}{۴}$$

۴ نسبت چگالی‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\xrightarrow{m_A=m_B}\frac{\rho_A}{\rho_B}=۱\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

B ۱۲۶ ۲

با توجه به تعریف چگالی:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=۳\times\frac{\pi(r_B^۲-\frac{r_B^۲}{۴})h_B}{\pi r_A^۲h_A}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=۳\times\frac{(\frac{۳}{۴}r_B^۲)}{(۲r_B)^۲}\times\frac{h_B}{۳h_B}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۳}{۱۶}$$

B ۱۲۷ ۳

یادآوری ریاضی حجم کرهٔ توپر $V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳$ و حجم کرهٔ توخالی با شعاع خارجی R_O و شعاع داخلی R_i برابر است با: $V_{\text{توخالی}}=\frac{۴}{۳}\pi(R_O^۳-R_i^۳)$

با توجه به برابر بودن جرم‌ها و داشتن چگالی‌ها می‌توان نسبت حجم‌ها را حساب کرد.

$$m_A=m_B\Rightarrow\rho_AV_A=\rho_BV_B$$

$$\xrightarrow{\rho_A=۴/۲g/cm^۳,\ \rho_B=۸/۴g/cm^۳}۴/۲\times V_A=۸/۴\times V_B$$

$$\Rightarrow V_A=۲V_B\qquad(۱)$$

شعاع کرهٔ A و شعاع خارجی کرهٔ B یکسان و برابر $R_A=R_{B_O}=R$ است.

حجم کرهٔ A برابر است با: $V_A=\frac{۴}{۳}\pi R^۳$

حجم کرهٔ B برابر است با: $V_B=\frac{۴}{۳}\pi(R_O)^۳-\frac{۴}{۳}\pi(R_i)^۳=\frac{۴}{۳}\pi(R^۳-R_i^۳)$

اکنون حجم‌های به‌دست آمده را در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم و شعاع داخلی B را حساب می‌کنیم.

$$V_A=۲V_B\Rightarrow\frac{۴}{۳}\pi R^۳=۲\times(\frac{۴}{۳}\pi R^۳-\frac{۴}{۳}\pi R_i^۳)$$

$$\Rightarrow۲\times\frac{۴}{۳}\pi R_i^۳=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\Rightarrow R_i^۳=\frac{R^۳}{۲}\Rightarrow R_i=\frac{R}{\sqrt[۳]{۲}}\Rightarrow R_i=\frac{\sqrt[۳]{۴}}{۲}R$$

B ۱۲۸ ۲

خط فکری جنس استوانه و جنس کره یکسان است. بنابراین چگالی در دو حالت برابر است و چون ρ ثابت است قطعاً نسبت $\frac{m}{V}$ در دو حالت با هم برابر است. بنابراین شما باید حجم استوانه و کره را حساب کنید، سپس نسبت $\frac{m}{V}$ را در دو حالت برابر قرار دهید.

حجم استوانه را به‌دست می‌آوریم:

$$V_{\text{استوانه}}=[\pi(r_o^2-r_i^2)]\times h$$

$$\xrightarrow{h=2R\,,\,R_o=R\,,\,R_i=\frac{R}{2}}\pi(R^2-\frac{R^2}{4})\times 2R=\frac{3}{2}\pi R^3$$

حجم کره را نیز حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{کره}}=\frac{4}{3}\pi(r_o^3-r_i^3)$$

$$\xrightarrow{r_o=R\,,\,R_i=\frac{R}{2}}V_{\text{کره}}=\frac{4}{3}\pi[R^3-(\frac{R}{2})^3]=\frac{4}{3}\pi(\frac{7}{8}R^3)=\frac{7}{6}\pi R^3$$

چون چگالی ثابت است از این‌رو:

$$\rho_{\text{کره}}=\rho_{\text{استوانه}}\Rightarrow\frac{M_{\text{کره}}}{V_{\text{کره}}}=\frac{M_{\text{استوانه}}}{V_{\text{استوانه}}}\Rightarrow\frac{M_{\text{کره}}}{M_{\text{استوانه}}}=\frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{استوانه}}}$$

$$\Rightarrow\frac{M_{\text{کره}}}{M}=\frac{\frac{7}{6}\pi R^3}{\frac{3}{2}\pi R^3}\Rightarrow M_{\text{کره}}=\frac{7}{9}M$$

B ۱۲۹ ۳

۱ حجم آب حاصل از ذوب یخ برابر گنجایش ظرف است $V_{\text{آب}}=720\,cm^3$

۲ جرم آب حاصل از ذوب یخ را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{آب}}=\frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}}\xrightarrow{\rho=1\,g/cm^3}1=\frac{m}{720}\Rightarrow m=720\,g$$

۳ جرم یخ نیز برابر جرم آب تولید شده یعنی $720\,g$ است.

۴ حجم یخ ذوب شده برابر است با: $\rho_{\text{یخ}}=\frac{m_{\text{یخ}}}{V_{\text{یخ}}}\Rightarrow 0/9=\frac{720}{V}\Rightarrow V=800\,cm^3$

C ۱۳۰ ۳

خط فکری به چگالی یخ $\rho=0/9\,g/cm^3$ و چگالی آب $\rho_{\text{آب}}=1\,g/cm^3$ دقت کنید. چگالی آب بیشتر از چگالی یخ است با توجه به اینکه هنگام ذوب، جرم جسم ثابت می‌ماند. باید حجم آب از حجم یخ کمتر باشد $\rho=\frac{m_{\text{ثابت}}}{V\downarrow}\uparrow$ به همین دلیل هنگام ذوب یخ، حجم کل مخلوط کاهش یافته است.

جرم یخ و جرم آب حاصل از ذوب آن برابر است: $m_i=m_W$

با توجه به صورت مسئله حجم، $5\,cm^3$ کم شده است یعنی اکنون می‌توان نوشت:

$$V_W=V_i-5$$

$$m_i=m_W\xrightarrow{m=\rho V}\rho_i V_i=\rho_W V_W\Rightarrow 0/9\times V_i=1\times(V_i-5)$$

$$\Rightarrow V_i=50\,cm^3$$

بنابراین جرم یخ خواهد شد: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m_i=\rho_i V_i\Rightarrow m_i=0/9\times 50=45\,g$

بازی با سؤال **ظرفی محتوی آب را که قطعه یخی بر سطح آن شناور است حرارت می‌دهیم تا همهٔ یخ ذوب شود به‌طوری که $3\,cm^3$ از حجم مخلوط آب و یخ کاسته می‌شود. اگر چگالی یخ $0/9\,g/cm^3$ و چگالی آب $1\,g/cm^3$ باشد، حجم یخ اولیه چند سانتی‌متر مکعب بوده است؟**

۱) ۲۷ ۲) ۱۸ ۳) ۴۵ ۴) ۳۰

گزینهٔ ۴

B ۱۳۱ ۱

یادآوری هرگاه در اثر مخلوط کردن دو جسم، مجموع حجم آن‌ها ثابت بماند در این‌صورت چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}}\Rightarrow\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2}$$

باید ابتدا حجم مایع A و حجم مایع B را به کمک داده‌های مسئله حساب کنیم. چگالی مایع A و B برحسب kg/m^3 خواهد شد.

$$\rho_A=1200\,g/L=1200\frac{g}{L}\times\frac{1\,L}{10^{-3}\,m^3}\times\frac{1\,kg}{10^3\,g}\Rightarrow\rho_A=1200\frac{kg}{m^3}$$

به همین ترتیب $\rho_B=1500\frac{kg}{m^3}$ خواهد شد.

حجم مایع A را حساب می‌کنیم

$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow 1200=\frac{2}{V_A}\Rightarrow V_A=\frac{2}{1200}\Rightarrow V_A=\frac{1}{600}\,m^3$$

حجم مایع B را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow 1500=\frac{4}{V_B}\Rightarrow V_B=\frac{4}{1500}=\frac{2}{750}\,m^3$$

چگالی مخلوط خواهد شد:

$$\rho=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\Rightarrow\rho=\frac{2+4}{\frac{1}{600}+\frac{2}{750}}=\frac{6}{\frac{5+8}{3000}}\Rightarrow\rho=\frac{18000}{13}$$

B ۱۳۲ ۳

چگالی مخلوط برابر است با: $\rho=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}$

دقت کنید که در صورت مسئله چگالی مایع A و چگالی مایع B داده شده و نسبت حجم‌ها خواسته شده است. بنابراین ما باید جرم‌ها را برحسب حجم و چگالی بنویسیم.

$$\rho=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\xrightarrow{m=\rho V}\rho=\frac{\rho_A V_A+\rho_B V_B}{V_A+V_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_B=800\,g/L=0/8\,g/cm^3]{\rho_A=600\,g/L=0/6\,g/cm^3}0/75=\frac{0/6V_A+0/8V_B}{V_A+V_B}$$

$$\Rightarrow 0/75V_A+0/75V_B=0/6V_A+0/8V_B\Rightarrow 0/15V_A=0/05V_B$$

$$\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{0/05}{0/15}=\frac{1}{3}$$

A ۱۳۳ ۱

چگالی مخلوط برابر است با: $\rho=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2}$

جرم‌ها را برحسب ρV می‌نویسیم $(m=\rho V)$:

$$\rho=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2}\xrightarrow[V_2=\frac{2}{3}V]{V_1=\frac{1}{3}V}\rho=\frac{\rho_1\times\frac{1}{3}V+\rho_2\times\frac{2}{3}V}{V}\Rightarrow\rho=\frac{\rho_1+2\rho_2}{3}$$

B ۱۳۴ ۲

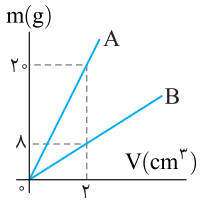
با توجه به نمودار اگر جرم A و B یکسان و $12\,g$ باشد، حجم A برابر $10\,cm^3$ و حجم B برابر $5\,cm^3$ است. حال در سؤال چگالی مخلوط خواسته شده در حالتی که جرم یکسانی از A و B در مخلوط ریخته شود. می‌توان فرض کرد که این جرم یکسان برابر $12\,g$ است:

$$\bar{\rho}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\Rightarrow\bar{\rho}=\frac{12+12}{10+5}=\frac{24}{15}=\frac{8}{5}=1/6\,g/cm^3$$

B ۱۳۵ ۳

خط فکری شیب نمودار جرم برحسب حجم یک ماده برابر چگالی آن ماده است، بنابراین ابتدا چگالی‌های دو مادهٔ A و B را حساب کنید. حجم مادهٔ B را بیابید سپس به کمک رابطهٔ چگالی، جرم A را حساب کنید.

۱ چگالی A و B را از روی نمودار به‌دست می‌آوریم:



$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow\rho_A=\frac{۲۰}{۲}$$
$$\Rightarrow\rho_A=۱۰g/cm^۳=۱۰۰۰۰kg/m^۳$$
$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow\rho_B=\frac{۸}{۲}$$
$$\Rightarrow\rho_B=۴g/cm^۳=۴۰۰۰kg/m^۳$$

۲ حجم ۲۰kg از مادهٔ B را حساب می‌کنیم:

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow۴۰۰۰=\frac{۲۰}{V_B}\Rightarrow V_B=۵\times۱۰^{-۳}m^۳$$

۳ رابطهٔ چگالی مخلوط را می‌نویسیم و داده‌ها را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\xrightarrow{V_A=\frac{m_A}{\rho_A}}۸۰۰۰=\frac{m_A+۲۰}{\frac{m_A}{۱۰۰۰۰}+۵\times۱۰^{-۳}}$$
$$\Rightarrow۰/۸m_A+۴۰=m_A+۲۰\Rightarrow۲۰=۰/۲m_A\Rightarrow m_A=۱۰۰kg$$

C ۱۳۶ **۳**

در حالت اول نصف ظرف از هر کدام از مایع‌ها پر شده پس حجم دو مایع با هم برابر است:

$$\left.\begin{matrix}V_A=V_B=V\\m_A=\rho_AV\\m_B=\rho_BV\end{matrix}\right\}\Rightarrow\rho_{مخلوط}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}=\frac{\rho_AV+\rho_BV}{V+V}=\frac{\rho_A+\rho_B}{۲}=۳$$
$$\Rightarrow\rho_A+\rho_B=۶\quad(۱)$$

در حالت دوم جرم یکسانی از دو ماده با هم مخلوط شده بنابراین:

$$\left.\begin{matrix}m_A=m_B=m\\V_A=\frac{m}{\rho_A}\\V_B=\frac{m}{\rho_B}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\rho_{مخلوط}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}=\frac{۲m}{\frac{m}{\rho_A}+\frac{m}{\rho_B}}=\frac{۸}{۳}$$
$$\Rightarrow\frac{۱}{\frac{۱}{\rho_A}+\frac{۱}{\rho_B}}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\frac{۱}{\rho_A}+\frac{۱}{\rho_B}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\frac{\rho_A+\rho_B}{\rho_A\rho_B}=\frac{۳}{۴}\qquad(۲)$$

به معادلهٔ (۱) و (۲) دقت کنید. دو معادله با دو مجهول ρ_A و ρ_B، دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{\rho_A+\rho_B}{\rho_A\rho_B}}{\frac{\rho_A+\rho_B}{۱}}=\frac{۳}{۶}\Rightarrow۴\times۶=۳\rho_A\rho_B\Rightarrow\rho_A=\frac{۸}{\rho_B}$$

اکنون مقدار به دست آمده را در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم

$$\rho_A+\rho_B=۶\Rightarrow\frac{۸}{\rho_B}+\rho_B=۶\Rightarrow۸+\rho_B^۲=۶\rho_B\Rightarrow\rho_B^۲-۶\rho_B+۸=۰$$
$$\Rightarrow(\rho_B-۲)(\rho_B-۴)=۰\Rightarrow\rho_B=۲g/cm^۳\text{ یا }۴g/cm^۳$$

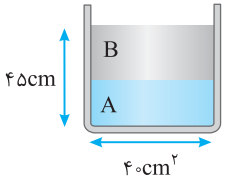
بنابراین چگالی A نیز برابر است با:

$$\rho_A+\rho_B=۶g/cm^۳\Rightarrow\rho_A=۲g/cm^۳\text{ یا }۴g/cm^۳$$

B ۱۳۷ **۴**

ابتدا ارتفاع مایع‌ها را حساب می‌کنیم:

$$m_A=m_B\Rightarrow\rho_AV_A=\rho_BV_B\Rightarrow۱/۲\times A\times h_A=۰/۸\times A\times h_B$$
$$\Rightarrow h_B=۱/۵h_A$$
$$h_A+h_B=۴۵cm\Rightarrow۲/۵h_A=۴۵\Rightarrow h_A=۱۸cm,h_B=۲۷cm$$
$$V_A=Ah_A\Rightarrow V_A=۴۰\times۱۸=۷۲۰cm^۳,m_A=\rho_AV_A$$
$$m_A=۱/۲\times۷۲۰=۸۶۴g$$
$$V_B=Ah_B=۴۰\times۲۷=۱۰۸۰cm^۳\Rightarrow m_B=\rho_BV_B\Rightarrow m_B=۰/۸\times۱۰۸۰=۸۶۴g$$



$\rho_B=۰/۸g/cm^۳$

$\rho_A=۱/۲g/cm^۳$

اکنون چگالی مخلوط را حساب می‌کنیم:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}=\frac{۱۷۲۸}{۱۸۰۰}=۰/۹۶g/cm^۳$$

روش دیگر: با استفاده از تعریف چگالی، جرم مایع‌ها را می‌نویسیم و برابر قرار می‌دهیم:

$$m_A=\rho_AV_A\,,m_B=\rho_BV_B\,,۱/۲V_A=۰/۸V_B\Rightarrow$$
$$\frac{V_B}{V_A}=۱/۵\Rightarrow V_B=۱/۵V_A$$

رابطهٔ چگالی مخلوط در مایع برابر است با:

$$\rho=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\Rightarrow\rho=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B}{V_A+V_B}=\frac{۱/۲V_A+۰/۸(۱/۵V_A)}{۲/۵V_A}$$
$$=\frac{۲/۴}{۲/۵}=۰/۹۶g/cm^۳$$

B ۱۳۸ **۴**

خط فکری باید به سراغ یافتن حجم آب و حجم مایع برویم. حجم آب به راحتی به‌دست می‌آید اما برای یافتن حجم مایع باید از رابطهٔ چگالی مخلوط استفاده کنید. اکنون به مراحل زیر دقت کنید.

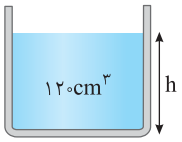
۱ ۸۰ گرم آب به چگالی $۱g/cm^۳$ با m گرم مایع به چگالی $۱/۶g/cm^۳$ مخلوط کرده‌ایم. ابتدا حجم هر دو مایع را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow\begin{cases}V_W=\frac{m_W}{\rho_W}\Rightarrow V_W=\frac{۸۰}{۱}=۸۰cm^۳\\V_{مایع}=\frac{m_{مایع}}{\rho_{مایع}}\Rightarrow V_{مایع}=\frac{m}{۱/۶}\end{cases}$$

۲ اکنون چگالی مخلوط را می‌نویسیم و داده‌ها را در آن قرار می‌دهیم و جرم مایع را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_W+m_{مایع}}{V_W+V_{مایع}}=\frac{۸۰+m}{۸۰+\frac{m}{۱/۶}}=۱/۲\Rightarrow۸۰+m=۹۶+\frac{۱/۲}{۱/۶}m$$
$$\Rightarrow۸۰+m=۹۶+\frac{۳}{۴}m\Rightarrow\frac{m}{۴}=۱۶\Rightarrow m=۶۴g$$

۳ با داشتن جرم مایع حجم آن را حساب می‌کنیم:



$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V_{مایع}=\frac{m_{مایع}}{\rho_{مایع}}\Rightarrow V_{مایع}=\frac{۶۴}{۱/۶}=۴۰cm^۳$$

۴ حجم مخلوط برابر مجموع حجم آب و حجم مایع است از این‌رو:

$$V_{مخلوط}=V_W+V_{مایع}=۸۰+۴۰=۱۲۰cm^۳$$

۵ با داشتن حجم مخلوط و سطح مقطع ظرف، ارتفاع مخلوط در ظرف را حساب می‌کنیم.

$$V_{مخلوط}=A_{ظرف}\times h\Rightarrow۱۲۰=۲۰\times h\Rightarrow h=۶cm$$

B ۱۳۹ **۱**

حجم آلیاژ $۵۰cm^۳$ است که $۱۰cm^۳$ از مجموع حجم دو ماده کمتر است یعنی می‌توان نوشت: $V_۱+V_۲=۵۰+۱۰\Rightarrow V_۱+V_۲=۶۰cm^۳\quad(۱)$

جرم آلیاژ برابر مجموع جرم دو مادهٔ تشکیل‌دهندهٔ آن است.

$$m_{آلیاژ}=m_۱+m_۲\xrightarrow[m_{آلیاژ}=۱۸۰g]{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}۱۸۰=\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲$$
$$\xrightarrow{\rho_۱=۲g/cm^۳\,,\rho_۲=۴g/cm^۳}۱۸۰=۲V_۱+۴V_۲$$
$$\Rightarrow V_۱+۲V_۲=۹۰cm^۳\qquad(۲)$$

اکنـون بـا حل دو معادلـه دو مجهول معادلات (۱) و (۲)، حجم اولیـه هر یک از دو ماده را حساب می‌کنیم

$$\begin{cases} V_۱+V_۲=۶۰ \\ V_۱+۲V_۲=۹۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}}$$

$$V_۱+۲V_۲-V_۱-V_۲=۹۰-۶۰\Rightarrow V_۲=۳۰cm^۳$$

بنابراین حجم $V_۱$ خواهد شد: $V_۱+V_۲=۶۰\Rightarrow V_۱+۳۰=۶۰\Rightarrow V_۱=۳۰cm^۳$

B ۱۴۰ ۲

مجموع حجم‌های طلا و نقره برابر $۵cm^۳$ و مجموع جرم آن‌ها $۶۸g$ است. بنابراین:

$$V_{Au}+V_{Ag}=۵\Rightarrow V_{Au}=۵-V_{Ag}\ (I)$$

$$m_{Au}+m_{Ag}=۶۸g\Rightarrow \rho_{Au}V_{Au}+\rho_{Ag}V_{Ag}=۶۸$$

$$\Rightarrow ۱۹V_{Au}+۱۰V_{Ag}=۶۸\ (II)$$

از رابطهٔ (I) در رابطهٔ (II) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$۱۹\times(۵-V_{Ag})+۱۰V_{Ag}=۶۸\Rightarrow ۹۵-۱۹V_{Ag}+۱۰V_{Ag}=۶۸$$

$$۲۷=۹V_{Ag}\Rightarrow V_{Ag}=۳cm^۳$$

جرم نقره خواهد شد: $m_{Ag}=\rho_{Ag}V_{Ag}=۱۰\times۳\Rightarrow m_{Ag}=۳۰g$

بازی با سؤال **جواهرفروشی در ساختن یک قطعه جواهر به جای طلای خالص، مقداری نقره نیز به کار برده است. اگر حجم قطعهٔ ساخته شده ۵ سانتی‌متر مکعب و چگالی آن $۱۳/۶g/cm^۳$ باشد، جرم نقرهٔ به کار رفته چند گرم است؟ (چگالی نقره و طلا به‌ترتیب $۱۰g/cm^۳$ و $۱۹g/cm^۳$ فرض شود.)** خارج ریاضی - ۹۵

۱) ۸ ۲) ۳۰ ۳) ۳۴ ۴) ۳۸

گزینهٔ ۲

C ۱۴۱ ۴

مساحت سطح مقطع میله و طول میله را در اختیار داریم بنابراین می‌توانیم حجم میله را حساب کنیم. $V=AL\Rightarrow V=۲\times۱۰^{-۴}\times۱/۷\Rightarrow V=۳/۴\times۱۰^{-۴}m^۳$

حجم میله برابر مجموع حجم دو ماده است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_A+V_B=۳/۴\times۱۰^{-۴}m^۳\quad (۱)$$

ترازو وزن کل میله را $۱۳/۲N$ نشان می‌دهد بنابراین جرم آن برابر است با:

$$W=mg\Rightarrow ۱۳/۲=m\times۱۰\Rightarrow m=۱/۳۲kg$$

جرم میله برابر مجموع جرم دو ماده است بنابراین خواهیم داشت:

$$m_A+m_B=۱/۳۲kg\xrightarrow{m=\rho V}\rho_AV_A+\rho_BV_B=۱/۳۲$$

$$\xrightarrow[\rho_B=۴۵۰۰g/L=۴۵۰۰kg/m^۳]{\rho_A=۲/۴g/cm^۳=۲۴۰۰kg/cm^۳} ۲۴۰۰V_A+۴۵۰۰V_B=۱/۳۲\quad (۲)$$

از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$۲۴۰۰V_A+۴۵۰۰(۳/۴\times۱۰^{-۴}-V_A)=۱/۳۲$$

$$۲۴۰۰V_A+۱/۵۳-۴۵۰۰V_A=۱/۳۲\Rightarrow ۲۱۰۰V_A=۰/۲۱$$

$$V_A=\frac{۰/۲۱}{۲۱۰۰}=۱۰^{-۴}cm^۳$$

حجم جسم A و سطح مقطع میله را داریم بنابراین می‌توانیم طول میلهٔ A را حساب کنیم. $V_A=AL_A\Rightarrow ۱۰^{-۴}=۲\times۱۰^{-۴}L_A\Rightarrow L_A=۰/۵m$

B ۱۴۲ ۲

یادآوری ۱ ابتدا یکای چگالی B را برحسب $kg/m^۳$ به‌دست آوریم، کافی است $۲g/cm^۳$ را در $۱۰^۳$ ضرب کنید. $\rho_B=۲g/cm^۳\Rightarrow\rho_B=۲۰۰۰kg/m^۳$

یادآوری ۲ عدد چگالی برحسب g/L برابر عدد چگالی برحسب $kg/m^۳$ است، بنابراین چگالی مخلوط در SI خواهد شد:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=۱۵۰۰g/L\Rightarrow\rho_{\text{مخلوط}}=۱۵۰۰kg/m^۳$$

۱ جرم کل مخلوط برابر است با:

$$m_{\text{مخلوط}}=m_A+m_B+m_C=۱۵۰+۱۰۰+۲۰۰=۴۵۰g\Rightarrow m_{\text{مخلوط}}=۰/۴۵kg$$

۲ حجم مخلوط را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}}\Rightarrow ۱۵۰۰=\frac{۰/۴۵}{V_{\text{مخلوط}}}\Rightarrow V_{\text{مخلوط}}=۳\times۱۰^{-۴}m^۳=۳۰۰cm^۳$$

۳ حجم مایع A خواهد شد: $\rho_A=\frac{m_A}{V_A}\xrightarrow[\rho_A=۸۰۰kg/m^۳]{m_A=۰/۱۵kg}۸۰۰=\frac{۰/۱۵}{V_A}$

$$\Rightarrow V_A=\frac{۰/۱۵}{۸۰۰}m^۳\Rightarrow V_A=۱۸۷/۵cm^۳$$

۴ حجم مایع B خواهد شد:

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}\xrightarrow{m_B=۰/۱kg}۲۰۰۰=\frac{۰/۱}{V_B}\Rightarrow V_B=۵۰cm^۳$$

۵ حجم مایع C را با توجه به حجم مایع‌های A و B و حجم کل به‌دست می‌آوریم:

$$V_A+V_B+V_C=V_{\text{مخلوط}}\Rightarrow ۱۸۷/۵+۵۰+V_C=۳۰۰\Rightarrow V_C=۶۲/۵cm^۳$$

۶ حال با توجه به حجم و جرم مایع C، چگالی ρ' را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho'=\frac{m_C}{V_C}\Rightarrow\rho'=\frac{۲۰۰\times۱۰^{-۳}}{۶۲/۵\times۱۰^{-۶}}=۳۲۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

B ۱۴۳ ۳

با توجه به داده‌های مسئله می‌توان نوشت:

$$\rho=\frac{m_A+m_B+m_C}{V_A+V_B+V_C}\Rightarrow\rho=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B+\rho_CV_C}{V_A+V_B+V_C}$$

$$\rho=\frac{۴\times۰/۲V_{\text{آلیاژ}}+۶\times۰/۳V_{\text{آلیاژ}}+۲\times۰/۵V_{\text{آلیاژ}}}{V_{\text{آلیاژ}}}\Rightarrow\rho=۰/۸+۱/۸+۱$$

$$\Rightarrow\rho=۳/۶g/cm^۳$$

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۱۴۴ ۱

خط فکری حجم آبی که بیرون می‌ریزد برابر حجم جسم است بنابراین ابتدا حجم آب را حساب کنید سپس حجم آب را با حجم لوله $V=\pi(r_o^۲-r_i^۲)h$ برابر قرار دهید.

۱ حجم آب سر ریز شده را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[\rho=۱g/cm^۳]{m=۹kg=۹۰۰۰g}۱=\frac{\frac{۹۰۰۰}{۸}}{V}\Rightarrow V=\frac{۹۰۰۰}{۸}cm^۳$$

۲ این حجم برابر حجم لوله است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$V=\pi(r_o^۲-r_i^۲)h\xrightarrow[r_o=۱۰cm,\ h=۵cm]{\pi\approx۳}\frac{۹۰۰۰}{۸}=۳(۱۰^۲-r_i^۲)\times۵$$

$$\Rightarrow\frac{۶۰۰}{۸}=۱۰۰-r_i^۲\Rightarrow r_i^۲=۱۰۰-\frac{۶۰۰}{۸}=\frac{۲۰۰}{۸}\Rightarrow r_i^۲=\frac{۱۰۰}{۴}\Rightarrow r_i=\frac{۱۰}{۲}=۵cm$$

B ۱۴۵ ۱



۱ با خارج کردن قطعه فلزی از درون ظرف، سطح آب ۲cm پایین رفته است، حجم این آب جابه‌جا شده را حساب می‌کنیم. $V=Ah\Rightarrow V=۱۶\times۲=۳۲cm^۳$

۲ حجم ظاهری این قطعه فلزی با حجم آب جابه‌جا شده برابر است. $V_{\text{ظاهری}}=۳۲cm^۳$

۳ حجم فلزی که قطعه فلزی از آن ساخته شده است را به کمک جرم آن $(m_{\text{فلز}}=۲۱۰g)$ و چگالی آن $(\rho_{\text{فلز}}=۷g/cm^۳)$ حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۷=\frac{۲۱۰}{V_{\text{فلز}}}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{۲۱۰}{۷}=۳۰cm^۳$$

۴ حجم حفره درون قطعه فلز برابر با حجم ظاهری قطعه فلز منهای حجم فلزی است که قطعه از آن ساخته شده است. $V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{فلز}}=۳۲-۳۰=۲cm^۳$

۱ ۱۴۶ B

خط فکری برای آنکه وضعیت پوسته را درون مایع مشخص کنید ابتدا باید چگالی مجموعه را حساب کنید. اگر این چگالی از چگالی مایع کمتر باشد، مجموعه بر سطح مایع شناور و یا درون آن غوطه‌ور می‌ماند و اگر چگالی به‌دست آمده از چگالی مایع بیشتر باشد، مجموعه درون مایع ته‌نشین می‌شود، بنابراین باید چگالی مجموعه را حساب کنید.

۱ حجم فلزی که پوسته از آن ساخته شده است را حساب می‌کنیم.

$$V=\frac{۴}{۳}\pi(r_o^۳-r_i^۳)\xrightarrow[r_i=۴cm,\ \pi=۳]{r_o=۵cm}V=\frac{۴}{۳}\times۳(۵^۳-۴^۳)$$

$$\Rightarrow V=۴(۱۲۵-۶۴)\Rightarrow V=۴(۶۱)=۲۴۴cm^۳$$

۲ جرم فلز به‌کار برده شده در پوسته را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho_{فلز}=۳g/cm^۳}۳=\frac{m}{۲۴۴}\Rightarrow m=۷۳۲g$$

۳ حجم آب درون حفره برابر است با:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳\Rightarrow V_{آب}=\frac{۴}{۳}\times۳\times(۴)^۳\Rightarrow V_{آب}=۲۵۶cm^۳$$

۴ جرم آب برابر خواهد شد با:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۱=\frac{m_{آب}}{۲۵۶}\Rightarrow m_{آب}=۲۵۶g$$

۵ چگالی مجموعه را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{مجموعه}=\frac{m_{آب}+m_{فلز}}{V_{آب}+V_{فلز}}=\frac{۲۵۶+۷۳۲}{۲۵۶+۲۴۴}=\frac{۹۸۸}{۵۰۰}\Rightarrow\rho_{مجموعه}=۱/۹۷۶g/cm^۳>۱/۶g/cm^۳$$

چگالی مجموعه از چگالی مایع بیشتر است و مجموعه در مایع ته‌نشین می‌شود.

۴ ۱۴۷ B

چگالی اسفنج برابر $\rho=m/V$ است. وقتی اسفنج درون آب قرار می‌گیرد و آب جذب می‌کند حجم مجموعه همان حجم اولیهٔ اسفنج است، بنابراین چگالی جدید برابر است با:

$$\rho'=\frac{m_{اسفنج}+m_{\text{آب جذب شده}}}{V}\xrightarrow{\rho'=۴\rho}\frac{m+m_{آب}}{V}=۴\frac{m}{V}\Rightarrow m_{آب}=۳m$$

۲ ۱۴۸ B

خط فکری برای اینکه کره در آب فرو نرود باید چگالی آن کمتر از چگالی آب باشد و برای اینکه کره درون مایع فرو رود باید چگالی کره از چگالی مایع بیشتر باشد، $\rho_{آب}>\rho_{کره}>\rho_{مایع}$ باشد، بنابراین چگالی کرهٔ توپر را بررسی می‌کنیم.

با توجه به خط فکری بیان شده چگالی کره را بین چگالی مایع و آب قرار می‌دهیم و حجم کره را بررسی می‌کنیم:

$$\rho_{مایع}<\rho_{کره}<\rho_{آب}\Rightarrow۵۰۰<\frac{m_{کره}}{V_{کره}}<۱۰۰۰$$

$$\Rightarrow۵۰۰<\frac{۴}{V_{کره}}<۱۰۰۰\Rightarrow۱۲۵<\frac{۱}{V_{کره}}<۲۵۰\Rightarrow\frac{۱}{۲۵۰}<V_{کره}<\frac{۱}{۱۲۵}$$

اکنون با توجه به حجم کره $(\frac{۴}{۳}\pi R^۳)$ خواهیم داشت:

$$۴\times۱۰^{-۳}<\frac{۴}{۳}\pi R^۳<۸\times۱۰^{-۳}\Rightarrow۴\times۱۰^{-۳}<۴R^۳<۸\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow۱۰^{-۳}<R^۳<۲\times۱۰^{-۳}\Rightarrow۱۰^{-۱}<R<\sqrt[۳]{۲\times۱۰^{-۱}}\Rightarrow۰/۱m<R<۰/۱۲۶m$$

پس شعاع انتخابی بین ۱۰cm تا ۱۲/۶cm است که تنها گزینه (۲) در این بازه قرار می‌گیرد.

۴ ۱۴۹ B

حجم کل جسم از حجم فلز A، حجم فلز B و حجم حفرهٔ درون آن تشکیل شده است. اگر حجم جسم را V در نظر بگیریم: $V=V_A+V_B+V_{حفره}$

با توجه به سؤال ۲۵درصد حجم جسم یعنی $\frac{۲۵}{۱۰۰}=\frac{۱}{۴}$ حجم جسم از فلز A ساخته شده است و $V_A=\frac{V}{۴}$ است. می‌خواهیم بدانیم چند درصد از حجم جسم، از فلز B است.

درصد حجم فلز B را با x نشان می‌دهیم: $V_B=\frac{x}{۱۰۰}V_{جسم}$

$$\rho_{جسم}=\frac{m_A+m_B}{V_{جسم}}=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B}{V_{جسم}}$$

$$\Rightarrow۷=\frac{۸(\frac{۲۵}{۱۰۰}V_{جسم})+۲۰(\frac{x}{۱۰۰}V_{جسم})}{V_{جسم}}\Rightarrow۷=۲+۰/۲x\Rightarrow۵=۰/۲x\Rightarrow x=۲۵$$

۲۵ درصد حجم جسم از فلز B است.

۲ ۱۵۰ C

می‌خواهیم جرم کره را حساب کنیم، بنابراین باید حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را به‌دست بیاوریم. حجم فلز برابر است با:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi(R_o^۳-R_i^۳)\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\pi(R_۲^۳-R_۱^۳)=\frac{۴}{۳}\pi(R_۲-R_۱)(R_۲^۲+R_۱R_۲+R_۱^۲)$$

$$\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\pi(R_۲-R_۱)[(R_۲+R_۱)^۲-R_۱R_۲]\qquad(۱)$$

از اینجا به بعد، شما باید به کمک ریاضی مسئله را حل کنید، تفاضل $(R_۲-R_۱)$ و مجموع $(R_۲+R_۱)$ را در اختیار دارید. به کمک آن‌ها $R_۱R_۲$ را باید حساب کنید.

$$\begin{cases}R_۲+R_۱=a\\R_۲-R_۱=b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R_۲^۲+R_۱^۲+۲R_۱R_۲=a^۲\\R_۲^۲+R_۱^۲-۲R_۱R_۲=b^۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow۴R_۱R_۲=a^۲-b^۲\Rightarrow R_۱R_۲=\frac{a^۲-b^۲}{۴}$$

با جای‌گذاری در رابطه (۱) مسئله قابل حل است.

$$V=\frac{۴}{۳}\times۳(b)[a^۲-\frac{a^۲-b^۲}{۴}]\Rightarrow V=۴b(\frac{۴a^۲-a^۲+b^۲}{۴})\Rightarrow V=b(۳a^۲+b^۲)$$

جرم کره خواهد شد: $m=\rho V\Rightarrow m=\rho b(۳a^۲+b^۲)$

۳ ۱۵۱ C

نکته چگالی آب $۱g/cm^۳$ است، بنابراین همواره عدد حجم آب برحسب $cm^۳$ با عدد جرم آب برحسب g برابر است به‌طور مثال جرم $۵cm^۳$ آب $۵g$ است.

چگالی محلول آب و نمک در حالت اول برابر است با:

$$\rho_{محلول}=\frac{m_{محلول}}{V_{محلول}}\Rightarrow\frac{m_{محلول}}{V_{محلول}}=۱/۲$$

$$\xrightarrow{V_{محلول}=۱L=۱۰۰۰cm^۳}m_{محلول}=۱۰۰۰\times۱/۲=۱۲۰۰g$$

پس از آنکه مقداری آب بخار می‌شود، چگالی $۱/۵g/cm^۳$ می‌شود. البته اگر به اندازهٔ x گرم از آب بخار شود، حجم آب بخار شده نیز x سانتی‌متر مکعب است، بنابراین جرم محلول در حالت جدید خواهد شد $۱۲۰۰-x$ و حجم محلول نیز $۱۰۰۰-x$ خواهد شد بنابراین:

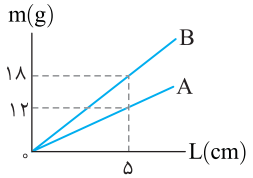
$$\rho'=\frac{m-x}{V_{محلول}-x}=۱/۵\Rightarrow\frac{۱۲۰۰-x}{۱۰۰۰-x}=۱/۵$$

$$\Rightarrow۱۲۰۰-x=۱۵۰۰-۱/۵x\Rightarrow۰/۵x=۳۰۰\Rightarrow x=۶۰۰cm^۳$$

۴ ۱۵۲ B

چگالی A و B را جداگانه می‌نویسیم:

$$\begin{cases}\rho_A=\frac{m_A}{V_A}=\frac{m_A}{L_AA_A}\ (۱)\\\rho_B=\frac{m_B}{V_B}=\frac{m_B}{L_BV_B}\ (۲)\end{cases}\xrightarrow{\text{تقسیم طرفین}}\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{L_A}\times\frac{L_B}{m_B}\times\frac{A_B}{A_A}\ (۳)$$



با توجه به نمودار، نسبت $\frac{m}{L}$ برای هر استوانه به‌دست می‌آید:

$$\frac{m_A}{L_A}=\frac{۱۲}{۵}\quad,\quad\frac{m_B}{L_B}=\frac{۱۸}{۵}$$

مقادیر به‌دست آمده را در رابطهٔ (۳) قرار می‌دهیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۱۲}{۵}\times\frac{۵}{۱۸}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow{\frac{A_B}{A_A}=\frac{۱}{۲}}\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۱۲}{۱۸}\times\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{۴}{\rho_B}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\rho_B=۱۲g/cm^۳$$

فصل دوم: ویژگی‌های فیزیکی مواد

پنجره ۱

A ۱۵۳ ۲

ذره‌های سازندهٔ مواد همواره در حرکت‌اند و بر هم نیرو وارد می‌کنند و گزارهٔ (الف) درست است. / ذرات جسم جامد به سبب نیروهای الکتریکی که به یکدیگر وارد می‌کنند در کنار یکدیگر می‌مانند و گزارهٔ (ب) نادرست است. / حالت ماده به چگونگی حرکت ذرات و بزرگی نیروی بین ذرات بستگی دارد و گزارهٔ (پ) درست است. / پلاسما اغلب (نه همواره) در دماهای خیلی بالا به‌وجود می‌آید بنابراین گزاره (ت) نادرست است.

A ۱۵۴ ۲

نیروی بین مولکولی در جامدها بیشتر از نیروی بین مولکولی در مایع‌ها و در مایع‌ها نیز بیشتر از نیروی بین مولکولی در گازها است. $F_s > F_l > F_g$

A ۱۵۵ ۳

فاصلهٔ ذرات سازندهٔ مایع و جامد تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم $(10^{-10}\,m)$ است. اما فاصلهٔ بین مولکول‌ها در گازها بسیار بیشتر از مایعات و جامدات است. بنابراین $d_s \sim d_l < d_g$

A ۱۵۶ ۴

جامدها به دو دستهٔ جامدهای بلورین و جامدهای بی‌شکل تقسیم می‌شوند. هر گاه یک جسم مذاب (مایع) را به آهستگی سرد کنیم، مولکول‌ها وقت کافی برای ایجاد شبکهٔ بلوری خواهند داشت. این جامدها، جامدهای بلورین نامیده می‌شوند و فلزات و بیشتر سنگ‌ها مانند آهن، الماس و نمک طعام جزء جامدهای بلورین هستند. هر گاه یک جسم مذاب (مایع) را به سرعت سرد کنیم، مولکول‌ها فرصت کافی برای تشکیل شبکهٔ بلوری ندارند و جامد بی‌شکل مانند شیشه تشکیل می‌شود.

بنابراین آهن جزء دستهٔ جامدهای بلورین و شیشه، جامد بی‌شکل (آمورف) است.

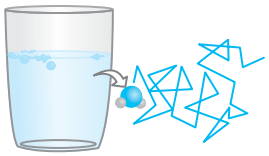
اما مادهٔ درون ستارگان و شفق قطبی مربوط به حالت چهارم ماده یعنی پلاسما است که اغلب در دماهای خیلی بالا به‌وجود می‌آید.

A ۱۵۷ ۲

شکل (الف) دارای طرح‌های منظم تکرارشونده است، بنابراین مربوط به جامد بلورین است و شکل (ب) دارای طرح‌های منظم نیست و مربوط به جامد آمورف مانند شیشه است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند.

شکل (الف) که مربوط به جامد بلورین است هنگام سرد کردن آرام مایع تشکیل می‌شود و شکل (ب) که مربوط به جامد بی‌شکل (آمورف) است از سرد کردن سریع مایع به وجود می‌آید و گزینهٔ (۲) درست است.

A ۱۵۸ ۳



در مایع‌ها مانند گازها مولکول‌ها در حال حرکت بوده و با یکدیگر برخورد دارند. مولکول‌های قطرهٔ جوهر نیز در مسیر خود دائماً با مولکول‌های آب برخورد کرده و دائماً تغییر جهت می‌دهند که به این پدیده فرایند پخش می‌گویند. این پدیده سبب می‌گردد که قطره جوهر در آب پخش شود.

A ۱۵۹ ۳

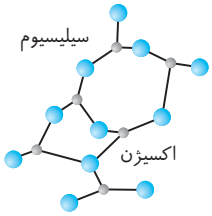
مولکول‌های مایع نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به صورت نامنظم و نزدیک به یکدیگر قرار گرفته‌اند و گزینهٔ (۱) درست است.

فاصلهٔ میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازهٔ آن‌ها، خیلی بیشتر است و گزینهٔ (۲) درست است.

سرعت پدیدهٔ پخش در گازها از سرعت پدیدهٔ پخش در مایع‌ها بیشتر است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

اتم‌های برخی از جامدها در طرح‌های منظمی کنار یکدیگر قرار دارند. جامدهایی را که از یک الگوی سه بعدی تکرارشونده از این واحدهای منظم ساخته می‌شوند، جامدهای بلورین می‌نامند و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۶۰ ۲



ذرات سازندهٔ جامدهای بی‌شکل (آمورف) مانند شیشه بر خلاف جامدهای بلورین در طرح‌های منظمی کنار هم قرار ندارند. بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.

در گازها فاصلهٔ میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازهٔ آن‌ها خیلی بیشتر است. مثلاً اندازهٔ مولکول‌های هوا بین ۱ تا ۳ آنگستروم است در حالی که فاصلهٔ میانگین آن‌ها در شرایط معمولی در حدود ۳۵ آنگستروم است و گزارهٔ (ب) درست است.

فاصلهٔ بین مولکول‌های گاز زیاد بوده و گازها تراکم‌پذیرند. اما فاصلهٔ بین مولکولی مایع‌ها تقریباً مانند جامدها در حدود ۱ آنگستروم بوده و مایع‌ها تراکم‌ناپذیرند و گزارهٔ (پ) نادرست است.

دلیل اینکه شکر می‌تواند آب را شیرین کند پدیدهٔ پخش در مایع‌ها است که دلیل این پدیده حرکت کاتوره‌ای مولکول‌های آب و برخورد آن‌ها با ذرات شکر است و گزارهٔ (ت) درست است.

A ۱۶۱ ۴

نیروی رباییشی بین مولکول‌های یک جسم جامد یا مایع، مولکول‌ها را کنار هم نگه می‌دارد. اگر مولکول‌های جسم تحت تأثیر یک نیروی تراکمی، فوق‌العاده به هم نزدیک شوند، نیروی بین آن‌ها رانشی می‌شود و اگر فاصلهٔ بین آن‌ها از حالت عادی کمی بیشتر شود، نیرو رباییشی است.

بازی با سوال **اگر فاصلهٔ بین دو مولکول مایع یک بار $10^{-12}\,m$ و بار دیگر $10^{-8}\,m$ باشد، نیروی بین دو مولکول به ترتیب از چه نوعی است؟**

۱) رباییشی، رانشی

۲) رانشی، رباییشی

۳) رانشی، نیروی بین مولکولی صفر است.

۴) رباییشی، نیروی بین مولکولی صفر است.

گزینهٔ ۳

A ۱۶۲ ۳

شفق قطبی نمونه‌ای از پلاسما است و گزارهٔ (الف) نادرست است.

رباییش مولکول‌های همسان را هم‌چسبی می‌گویند و گزارهٔ (ت) نادرست است.

فاصلهٔ ذرات سازندهٔ مایع و جامد تقریباً یکسان و در حدود $1\,\text{Å}$ است. بنابراین گزاره (ب) درست است.

اندازهٔ مولکول‌های هوا بین $1\,\text{Å}$ تا $3\,\text{Å}$ است در حالیکه فاصله میانگین آنها در شرایط معمولی $35\,\text{Å}$ است و گزاره (پ) درست است.

A ۱۶۳ ۳

تراوش آب از منفذهای دیوارها به دلیل خاصیت مویینگی است که علت آن بزرگ‌تر بودن نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و دیوار از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است. نشستن حشرات روی سطح آب به دلیل وجود کشش سطحی است و همچنین تشکیل حباب‌های کروی صابون و قطره‌های کروی آب به دلیل کشش سطحی آب است.

A ۱۶۴ ۲

علت تشکیل قطره‌های شبنم روی شاخ و برگ درختان نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب است و گزارهٔ (الف) درست است.

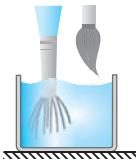


مولکول‌های آب به یکدیگر نیروی جاذبه وارد می‌کنند.



علت پخش شدن قطره‌های جوهر در آب، حرکت‌های نامنظم و کاتوره‌ای مولکول‌های آب است و گزارهٔ (ب) نادرست است.

علت ناتوانی توفان در بلند کردن حجم زیادی از آب دریاها، نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب (کشش سطحی) است و گزارهٔ (پ) نادرست است.



علت به هم چسبیدن موهای قلم‌مو هنگام خارج کردن آن از ظرف آب کشش سطحی مولکول‌های آب است و گزارهٔ (ت) درست است.

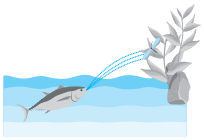
A ۱۶۵ ۲



شکل (الف) مربوط به پدیدهٔ پخش برای ذرات سازندهٔ جوهر در آب است.



شکل (ب) قطره‌های کروی آب در حال سقوط آزاد، جلوه‌هایی از کشش سطحی هستند که ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است.



شکل (پ) هدف‌گیری حشرات توسط ماهی کمان‌گیر به کمک نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب صورت می‌گیرد که سبب می‌شود هنگام پرتاب آب به صورت یک قطره کروی (شبیه یک گلولهٔ کوچک) عمل کند.



شکل (ت): نیروی هم‌چسبی قوی بین مولکول‌های جیوه سبب می‌گردد که جیوه به شکل قطره روی سطح شیشه باقی بماند.

بنابراین علت پدیده‌های ایجاد شده در شکل‌های (ب)، (پ) و (ت) نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جسم است.

A ۱۶۶ ۱

علت کروی بودن قطره‌ها، کشش سطحی یا همان نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های سطحی مایع می‌باشد. قطره‌های قطره‌چکان (۱) بزرگ‌ترند که نشان‌دهندهٔ نیروی هم‌چسبی بیشتر روغن در این حالت است و دمای روغن نیز قطعاً در این حالت کمتر است **زیرا هر چه دما بالاتر رود نیروی هم‌چسبی کمتر می‌شود.** مثلاً هنگام شستن ظرف، افزون بر مایع ظرفشویی از آب گرم استفاده می‌کنیم تا هم‌چسبی بین مولکول‌های چربی کاهش یابد.

بازی با سؤال **دو ظرف آب A و B در دو دمای T_A و T_B در اختیار داریم. اگر $T_B<T_A$ باشد، کدام گزینه درست است؟**

۱) قطره‌های آب ظرف A از قطره‌های آب ظرف B بزرگ‌تر است.

۲) اگر آب درون ظرف A روی سطح شیشه‌ای به صورت قطره باقی بماند، قطعاً آب درون ظرف B نیز روی سطح به صورت قطره باقی می‌ماند.

۳) اگر گیره‌ای فلزی در ظرف A روی سطح آن باقی نماند، قطعاً روی سطح ظرف B نیز باقی نمی‌ماند.

۴) هر سه گزینه درست است.

گزینهٔ ۲

A ۱۶۷ ۱

با افزودن مایع شوینده به آب، کشش سطحی آب کاهش می‌یابد و گیره در آب فرو می‌رود. همچنین نیروی دگرچسبی بین کارت و آب نیز با اضافه شدن مایع شوینده کاهش یافته و کارت از سمت چپ می‌افتد.

A ۱۶۸ ۴

هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع (مانند آب) و ظرف مسطح (مانند شیشه) از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر باشد، مایع به صورت لایهٔ نازکی در می‌آید و در سطح ظرف پخش می‌شود و سطح ظرف را تَر می‌کند.

A ۱۶۹ ۴

شناور ماندن یک تیغ فولادی روی سطح آب، کروی بودن قطره‌های آب هنگام سقوط آزاد و قطره‌ای قرار گرفتن جیوه روی سطح شیشه همگی به دلیل نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع است اما علت آنکه پرتقال با پوست روی سطح آب می‌ماند کمتر بودن چگالی پرتقال با پوست از چگالی آب است، بنابراین علت سه پدیده نیروی هم‌چسبی است.

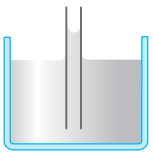
A ۱۷۰ ۳

در پدیده‌هایی مانند بالا رفتن آب در لولهٔ مویین، پخش شدن آب روی سطح شیشه و برآمده بودن (محدب بودن) سطح جیوه در لولهٔ مویین شیشه‌ای، نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و جامد نقش دارد. اما ایستادن یک حشره بر سطح آب مربوط به نیروی هم‌چسبی مولکول‌های سطح آب است که سبب کشش سطحی می‌شود و گزینهٔ (۳) پاسخ تست است.

A ۱۷۱ ۳

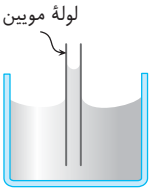
هر گاه یک لولهٔ مویین شیشه‌ای در یک ظرف آب فرو رود، سطح آب درون لولهٔ مویین از سطح آب درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد که علت آن اختلاف نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب و نیروی دگر چسبی بین مولکول‌های آب و شیشه است. بنابراین اثر مویینگی جواب تست نیست. / نشستن پشه روی سطح آب، تشکیل حباب‌های صابون و کروی بودن قطره‌های آب هنگام سقوط در اثر کشش سطحی ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است. بنابراین عامل این سه پدیده ربطی به اختلاف نیروی هم‌چسبی و دگرچسبی ندارد. اما ترشوندگی دقیقاً به اختلاف نیروی هم‌چسبی و دگر چسبی وابسته است و هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع و جامد از هم‌چسبی مولکول‌های مایع بیشتر باشد، مایع، جسم جامد را تر می‌کند. بنابراین قسمت (ت) نیز جواب تست نیست. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

A ۱۷۲ ۳



هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع و شیشه از نیروی هم‌چسبی بین مولکول مایع بیشتر باشد، مایع درون لوله مویین بالا می‌رود و سطح مایع درون لوله از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد. از طرفی سطح مایع درون لوله فرورفته است.

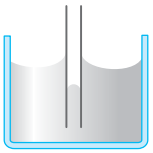
A ۱۷۳ ۴



لوله مویین است و در لولهٔ مویین سطح مایع از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار گرفته است. رفتار لولهٔ مویین ارتباطی به کشش سطحی و هم‌چنین چگالی لوله یا چگالی مایع ندارد بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است.

اما بالا رفتن مایع درون لولهٔ مویین بیان‌گر این است که نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و لوله از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر است و گزینهٔ (۳) نادرست است و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۷۴ ۳



سطح درون لوله چرب شده است و همین باعث شده که نیروی دگر چسبی بین آب و دیوارهٔ داخلی لوله از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب کمتر شود و نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب باعث می‌شود، سطح آب درون لوله مطابق شکل از سطح آب درون ظرف پایین‌تر باشد و سطح آب درون لوله برآمده (کوژ) باشد. اما در قسمت بیرونی لوله، آب با شیشه در تماس است که نیروی دگرچسبی آب و شیشه از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب کمتر است و سبب می‌گردد که سطح آب فرورفته (کاو) باشد.

بازی با سؤال **هر گاه سطح درونی لولهٔ شیشه‌ای را روغن‌اندود کرده و سپس لوله را وارد ظرف آب کنیم، سطح آب درون لوله ..... می‌ایستد، زیرا نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب از نیروی دگرچسبی بین آب و روغن ..... است.**

۱) کوژ - کمتر **۲)** کاو - کمتر **۳)** کوژ - بیشتر **۴)** کاو - بیشتر

گزینهٔ ۳

A ۱۷۵ ۴

با توجه به لبه‌های سطح مایع درون لوله و اینکه سطح مایع دارای فرورفتگی (تقعر) است، مشخص است که نیروی دگرچسبی بین مایع و لوله از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های مایع بیشتر است و گزینهٔ (۱) درست است. / اگر مقداری از این مایع بر سطحی از جنس لوله قرار گیرد چون نیروی دگر چسبی بیشتر از نیروی هم‌چسبی است، مایع به صورت یک لایه روی سطح در می‌آید و گزینهٔ (۲) نادرست است. / اگر یک لولهٔ مویین از جنس لوله بسازیم مایع در این لوله از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد و گزینهٔ (۳) درست است.

B ۱۷۶ ۳

مایع بر سطح جامد به صورت قطره قرار گرفته است، بنابراین نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع از نیروی دگر چسبی بین مولکول‌های مایع و سطح جامد بیشتر است. با گرم کردن مایع، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آن ضعیف شده و ممکن است نیروی دگر چسبی بر آن غلبه کرده و مایع به صورت لایه نازکی بر سطح جامد پخش شود و گزاره (الف) درست است.

اگر سطح جامد را دودانود کنیم، نیروی دگر چسبی بین مایع و سطح دودانود کمتر شده و مایع همچنان به صورت قطره می‌ماند و گزارهٔ (ب) نادرست است.

با بررسی گزاره (الف)، متوجه شدیم که نیروی هم‌چسبی مولکول‌های این مایع از نیروی دگرچسبی بین مایع و جسم جامد بیشتر است، بنابراین اگر یک ظرف را از این مایع پر کنیم سپس از جسم جامد یک لولهٔ مویین بسازیم و آن را در مایع قرار دهیم، قطعاً سطح مایع درون لوله مویین از سطح مایع درون ظرف پایین‌تر قرار می‌گیرد و گزارهٔ (پ) درست است.

بازی با سوال کدام‌یک از گزاره‌های زیر در مورد مایع ریخته شده بر سطح جامد درست است؟

۱) الزاماً سطح جامد چرب است.

۲) سطح این مایع درون لولهٔ مویین از جنس این جامد دارای تحدب (کوژ) خواهد بود.

۳) مایع درون لولهٔ مویین از جنس این جامد بالاتر از سطح مایع قرار می‌گیرد.

۴) تمام موارد گفته شده

گزینهٔ ۳

A ۱۷۷ ۱

به دلیل بزرگ بودن نیروی هم‌چسبی جیوه از نیروی دگرچسبی بین جیوه و لوله، سطح جیوه درون لولهٔ مویین پایین‌تر از سطح جیوه درون ظرف است.

از طرفی سطح جیوه دارای برآمدگی (تحدب) است و شکل A درست است.

A ۱۷۸ ۲

در لوله‌های مویین هر چه مساحت سطح مقطع لوله بزرگ‌تر (لوله پهن‌تر) باشد، سطح مایع درون لوله به سطح مایع درون ظرف نزدیک‌تر می‌شود. از طرفی سطح آب درون لوله فرو رفته (تقعر، کاو) است، اما سطح جیوه درون لوله و ظرف برآمده (کوژ، محدب) است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

A ۱۷۹ ۴

خط فکری هر چه قطر یک لولهٔ مویین کوچک‌تر باشد، فاصلهٔ مایع درون لوله از سطح آزاد مایع درون ظرف بیشتر می‌شود.

بنابراین با کاهش قطر لوله (D) مایع بیشتر درون لوله بالا می‌رود و گزینهٔ (۱) و (۳) نادرست است. میزان فرورفتگی لوله (h') تأثیری در مقدار بالا آمدن مایع درون لولهٔ مویین ندارد بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست و گزینهٔ (۴) است.

بازی با سوال با توجه به شکل روبه‌رو کدام گزینه درست است؟

۱) اگر x' ، ۱cm افزایش پیدا کند، x نیز ۱cm افزایش می‌یابد.

۲) اگر x' ، ۱cm افزایش پیدا کند، x کمتر از ۱cm افزایش می‌یابد.

۳) اگر x' ، ۱cm افزایش پیدا کند، x تغییر نمی‌کند.

۴) اگر x' ، ۱cm افزایش پیدا کند، x بیشتر از ۱cm افزایش می‌یابد.

گزینهٔ ۳

A ۱۸۰ ۴

خط فکری ابتدا باید میزان بالا آمدن آب در حالت اول را به‌دست آوریم. سپس ارتفاع لوله که در حالت دوم خارج از آب می‌ماند را حساب کنیم تا بتوانیم در مورد مسئله اظهار نظر کنیم.

۱ طول لوله ۵۰cm و میزان فرورفتگی آن در آب ۸cm است بنابراین ۴۲cm آن خارج از آب می‌ماند و فاصلهٔ سطح آب درون لوله تا دهانهٔ آن ۲۵cm است. از این‌رو مقدار بالا آمدن آب درون لولهٔ مویین $۴۲-۲۵=۱۷cm$ است.

۲ طول لوله دوم ۲۵cm است و ۱۰cm آن درون آب قرار گرفته است بنابراین $۲۵-۱۰=۱۵cm$ لوله خارج از آب است و چون لوله مشابه اولی است و تنها طول آن کوتاه‌تر است، آب بالا می‌آید اما نه به اندازهٔ ۱۷cm بلکه تا لبهٔ دهانه لوله یعنی ۱۵cm بالا می‌آید و در آن‌جا باقی می‌ماند و گزینهٔ (۴) درست است.

نکته در لوله‌های مویین مایع سرریز نمی‌شود.

C ۱۸۱ ۲

خط فکری آب در لوله مویین تا جایی بالا می‌آید که نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه برابر وزن آب باشد.

در محاسبه از تعریف چگالی $\rho=\frac{m}{V}$ یعنی نسبت جرم به حجم استفاده می‌کنیم:

$$F_{\text{دگرچسبی}}=mg \xrightarrow{\rho=m/V \Rightarrow m=\rho V}$$

$$F_{\text{دگرچسبی}}=\rho Vg \xrightarrow{V=Ah} F_{\text{دگرچسبی}}=\rho Ahg$$

$$\Rightarrow F_{\text{دگرچسبی}}=۱۰۰۰\times ۰/۴\times ۱۰^{-۶}\times ۴\times ۱۰^{-۱}\times ۱۰=۱/۶\times ۱۰^{-۳}N$$

پنجره ۲

A ۱۸۲ ۱

مسئلهٔ ساده‌ای است و تنها باید با فرمول فشار $(P=\frac{F}{A})$ آشنا بود که در آن F برابر وزن شخص و مساحت A برابر مساحت قاعده مکعب $A=۰/۲\times ۰/۲=۰/۰۴m^2$ است، بنابراین:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow P=\frac{W}{A}\Rightarrow P=\frac{۸۰۰}{۰/۰۴}\Rightarrow P=۲۰۰۰۰Pa\Rightarrow P=۲۰kPa$$

A ۱۸۳ ۲

خط فکری می‌توان ثابت کرد که در جامدهای همگن مانند مکعب توپر فشار از رابطهٔ $P=\rho gh$ به‌دست می‌آید. به اثبات مقابل دقت کنید:

$$P=\frac{W}{A}=\frac{\rho Vg}{A}=\frac{\rho Ahg}{A}=\rho hg$$

اکنون با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

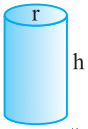
$$\frac{P_A}{P_B}=۶\Rightarrow\frac{\rho_A h_A g}{\rho_B h_B g}=۶\xrightarrow{h_A=۴h_B}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}\times ۴=۶\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۳}{۲}$$

A ۱۸۴ ۴

خط فکری ابتدا باید فشار حاصل از هر استوانه را با توجه به رابطهٔ $P=\frac{F}{A}$ به‌دست آوریم که در آن F وزن استوانه است و با توجه به صورت سؤال دو استوانه هم‌وزن هستند.

۱ فشار وارد بر قاعدهٔ هر استوانه را به‌دست می‌آوریم:



$A=\pi r^2$

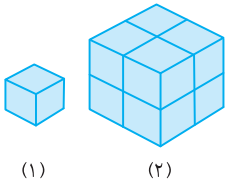
$$P=\frac{W}{A}\Rightarrow\begin{cases}P_A=\frac{m_Ag}{A_A}\Rightarrow P_A=\frac{m_Ag}{\pi(r_A)^2}\\ P_B=\frac{m_Bg}{A_B}\xrightarrow{r_B=2r_A}P_B=\frac{m_Bg}{\pi(2r_A)^2}\end{cases}$$

۲ اکنون دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{\frac{m_Ag}{\pi r_A^2}}{\frac{m_Bg}{4\pi r_A^2}}\xrightarrow{m_A=m_B}\frac{P_A}{P_B}=4$$

A ۱۸۵ ۳

به دو شکل دقیق نگاه کنید. مکعب (۱) شامل یک مکعب کوچک است اما مکعب (۲) مجموع هشت مکعب مانند مکعب (۱) است. بنابراین جرم و حجم مکعب (۲) هشت برابر جرم و حجم مکعب (۱) است. از طرفی مساحت قاعدهٔ مکعب (۲) چهار برابر مساحت قاعدهٔ مکعب (۱) است، بنابراین:



$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{W_2}{A_2}}{\frac{W_1}{A_1}}=\frac{W_2}{W_1}\times\frac{A_1}{A_2}=8\times\frac{1}{4}=2$$

میانبر با توجه به اینکه مکعب همگن است می‌توان از رابطهٔ $P=\rho gh$ نیز مسئله را حل کرد. ارتفاع شکل (۲) دو برابر شکل (۱) بوده و فشار حاصل از شکل (۲) نیز دو برابر شکل (۱) است.

A ۱۸۶ ۳

خط فکری با توجه به تعریف فشار $P=\frac{F}{A}$ و اینکه برای این مکعب مستطیل، F همان نیروی وزن (W) است، بیشترین فشار وقتی است که مساحت سطح قاعده کمترین مقدار باشد یعنی مکعب روی سطح ab قرار گیرد و کمترین فشار وقتی است که مساحت سطح قاعده بیشترین مقدار باشد یعنی مکعب روی سطح bc باشد.

۱ در صورت مسئله بیان شده که ابعاد a، b و c به نسبت ۱، ۲ و ۳ هستند، این یعنی $b=2a$ و $c=3a$ است. اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases}P_{max}=\frac{W}{A_{min}}=\frac{W}{a\times b}=\frac{W}{a(2a)}\Rightarrow P_{max}=\frac{W}{2a^2}\\ P_{min}=\frac{W}{A_{max}}=\frac{W}{bc}=\frac{W}{2a(3a)}\Rightarrow P_{min}=\frac{W}{6a^2}\end{cases}$$

۲ حالت نسبت فشار خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{\frac{W}{2a^2}}{\frac{W}{6a^2}}\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=3$$

میانبر فشار برای جامدات همگن با شکل‌هایی مانند مکعب، مکعب مستطیل، استوانه و ... به ارتفاع جامد بستگی دارد.

$$P=\rho gh\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{\rho gh_{max}}{\rho gh_{min}}=\frac{c}{a}=\frac{3a}{a}\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=3$$

A ۱۸۷ ۳

وقتی گفته می‌شود که استوانهٔ فلزی را ذوب کرده و مکعب ساخته‌ایم یعنی باید بدانید که در دو حالت جرم (وزن) استوانه و مکعب یکی است و با استفاده از تعریف فشار، فشار استوانه و مکعب را به‌دست آورید و بر هم تقسیم کنید.

۱ فشار وارد بر قاعدهٔ استوانه برابر است با: $P=\frac{F}{A}\Rightarrow P=\frac{mg}{\pi R^2}$

۲ فشار وارد بر قاعدهٔ مکعب را حساب می‌کنیم: $P'=\frac{F}{A}\Rightarrow P'=\frac{mg}{R^2}$

۳ دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم: $\frac{P'}{P}=\frac{\frac{mg}{R^2}}{\frac{mg}{\pi R^2}}\Rightarrow P'=\pi P$

B ۱۸۸ ۳

یادآوری حجم مخروط به ارتفاع h و شعاع قاعدهٔ R برابر است با: $V=\frac{1}{3}\pi R^2h$

و حجم مکعب به ضلع a برابر است با: $V=a^3$

خط فکری داستان از این جا شروع می‌شود که جرم دو جسم یکسان است $(m_1=m_2)$ و شما با برابر قرار دادن جرم و سپس استفاده از فرمول چگالی $(m=\rho V)$ و سرانجام به کار گیری فرمول حجم مخروط و مکعب می‌توانید مسئله را حل کنید.

۱ جرم دو جسم یکی است.

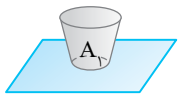
$$m_1=m_2\xrightarrow{m=\rho V}\rho_1V_1=\rho_2V_2\xrightarrow[V_2=a^3]{V_1=\frac{1}{3}\pi R^2h}\rho_1(\frac{1}{3}\pi R^2h)=\rho_2a^3$$

۲ با توجه به فرض مسئله $h=a$ و $R=\frac{a}{2}$ است، آن‌ها را در رابطه‌ای که در بالا به‌دست آورده‌ایم، قرار می‌دهیم.

$$\rho_1[\frac{1}{3}\times3(\frac{a}{2})^2a]=\rho_2a^3\Rightarrow\rho_1\frac{a^3}{4}=\rho_2a^3\Rightarrow\frac{\rho_1}{\rho_2}=4$$

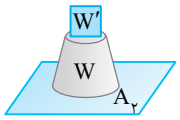
B ۱۸۹ ۲

۱ در حالت اول فشار وارد بر قاعدهٔ کوچک مخروط برابر است:



$$P_1=\frac{W}{A_1}$$

۲ در حالت دوم مخروط روی قاعدهٔ بزرگ خود قرار دارد و وزنه‌ای به جرم W' روی آن قرار داده‌ایم، فشار در این حالت برابر است با:



$$P_2=\frac{W+W'}{A_2}$$

۳ در فرض مسئله بیان شده شعاع قاعده بزرگ مخروط دو برابر شعاع قاعدهٔ کوچک آن است.

$$\begin{cases}A_1=\pi r_1^2\\ A_2=\pi(2r_1)^2\end{cases}\Rightarrow A_2=4A_1$$

۴ از طرفی می‌خواهیم در دو حالت فشار تغییر نکند:

$$P_1=P_2$$

$$\Rightarrow\frac{W}{A_1}=\frac{(W+W')}{A_2}\Rightarrow\frac{W}{A_1}=\frac{W+W'}{4A_1}\Rightarrow4W=W+W'\Rightarrow W'=3W$$

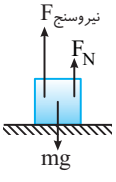
B ۱۹۰ ۲

خط فکری با توجه به شکل بر جسم سه نیروی وزن (W)، نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی نیروسنج وارد می‌شود.

وزن جسم برابر است با: $W=mg\xrightarrow{m=0/5kg}W=0/5\times10=5N$

با توجه به تعریف فشار (نیروی عمودی وارد بر یکای سطح) نیروی عمودی سطح وارد بر کف وزنه را به‌دست می‌آوریم:

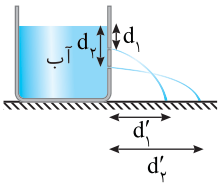
$$P=\frac{F_N}{A}\Rightarrow300=\frac{F_N}{(0/1)^2}\Rightarrow F_N=3N$$



نیروی وزن 5N و نیروی عمودی سطح $F_N=3N$ شده است از این‌رو نیرویی که نیروسنج به وزنه وارد می‌کند باید $5-3=2N$ و رو به بالا باشد. زیرا وزنه ساکن و در تعادل است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است بنابراین نیروسنج عدد 2N را نشان می دهد.

A ۲ ۱۹۱

خط فکری فشار مایع به عمق آن بستگی دارد و هرچه از سطح مایع پایین‌تر برویم، فشار بیشتر می‌شود. هرچه سوراخ در بدنهٔ ظرف پایین‌تر باشد، فشار آب بیشتر شده و آب با فشار بیشتری خارج می‌شود و آب خروجی فاصله بیشتری از ظرف می‌گیرد. $d_2>d_1\Rightarrow d'_2>d'_1$



A ۲ ۱۹۲

فشار کل در عمق h از یک مایع ساکن برابر فشار ناشی از مایع (ρgh) و فشار هواست.

بنابراین: $P=P_0+\rho gh \xrightarrow[h=8m,P_0=10^5Pa]{P=1/76atm} 1/76\times10^5=10^5+\rho\times10\times8$

$0/76\times10^5=80\rho\Rightarrow\rho=950kg/m^3\Rightarrow\rho=0/95g/cm^3$

A ۳ ۱۹۳

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{\rho_2gh_2+P_0}{\rho_1gh_1+P_0}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{1000\times10\times5+10^5}{1000\times10\times3+10^5}$$

$$=\frac{5\times10^4+10^5}{3\times10^4+10^5}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{15}{13}$$

B ۳ ۱۹۴

فشار کل در عمق h از یک مایع با چگالی ρ برابر است با: $P=P_0+\rho gh$

با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

در عمق 5cm: $P_1=P_0+\rho gh_1\Rightarrow10^5=P_0+\rho\times10\times\frac{5}{100}=P_0+0/5\rho$

در عمق 20cm: $P_2=P_0+\rho gh_2\Rightarrow1/06\times10^5=P_0+\rho\times10\times\frac{20}{100}=P_0+2\rho$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$0/06\times10^5=2\rho-0/5\rho\Rightarrow6\times10^3=1/5\rho\Rightarrow\rho=4000kg/m^3$

فشار هوا خواهد شد: $10^5=P_0+0/5\rho\Rightarrow10^5=P_0+2\times10^3$

$100\times10^3=P_0+2\times10^3\Rightarrow P_0=98\times10^3Pa=98kPa$

مبانبر اختلاف فشار بین دو نقطه از یک مایع از رابطه $\Delta P=\rho g\Delta h$ به‌دست می‌آید که در آن Δh، اختلاف ارتفاع نقاط درون مایع است:

$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow(106-100)10^3=\rho\times10\times\frac{15}{100}\Rightarrow\rho=4000kg/m^3$

B ۳ ۱۹۵

یادآوری فشار در عمق h یک مایع از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید: $P=\rho gh+P_0$

۱) فشار در عمق 10cm، برابر است با:

$P=P_0+\rho gh_1\Rightarrow P_1=1/026\times10^5+\rho\times10\times\frac{10}{100}\Rightarrow P_1=1/026\times10^5+\rho$

۲) فشار در عمق 53cm برابر است:

$$\begin{cases}P_2=P_0+\rho gh_2\\P_2=1/026\times10^5+\rho\times10\times\frac{53}{100}\end{cases}\Rightarrow P_2=1/026\times10^5+5/3\rho$$

۳) با توجه به صورت سؤال $P_2=1/5P_1$ است:

$$\begin{cases}P_2=1/5P_1\Rightarrow1/5P_1=1/026\times10^5+5/3\rho\\P_1=1/026\times10^5+\rho\end{cases}$$

۴) رابطهٔ P_1 و P_2 را برهم تقسیم می‌کنیم تا مجهول P_1 از صورت و مخرج حذف شود و تنها مجهول چگالی باقی بماند:

$$\frac{P}{1/5P}=\frac{1/026\times10^5+\rho}{1/026\times10^5+5/3\rho}\Rightarrow\frac{2}{3}=\frac{1/026\times10^5+\rho}{1/026\times10^5+5/3\rho}$$

$$\Rightarrow2(1/026\times10^5)+10/6\rho=3(1/026\times10^5)+3\rho\Rightarrow7/6\rho=1/026\times10^5$$

$\rho=13500kg/m^3=13/5g/cm^3$

B ۴ ۱۹۶

خط فکری به کمک حجم داده شده، ارتفاع آب درون استوانه را حساب می‌کنیم و به کمک $P=\rho gh$ فشار را به‌دست می‌آوریم.

۱ ارتفاع آب درون استوانه برابر است با:

$V=Ah\xrightarrow{A=\pi r^2}V=\pi r^2h\xrightarrow[V=157cm^3]{r=1cm}$

$157=3/14\times1\times h\Rightarrow h=50cm$

۲ اکنون فشار آب را به‌دست می‌آوریم.

$P=\rho gh\xrightarrow{\rho=1000kg/m^3}P=1000\times10\times\frac{50}{100}\Rightarrow P=5000Pa$

B ۴ ۱۹۷

خط فکری برای ظروفی مانند استوانه که سطح مقطع آن در ارتفاع‌های مختلف یکسان است فشار حاصل از مایع را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد: $P=\rho gh=\frac{mg}{A}$

جرم مایع داده شده، پس راحت‌تر است فشار را از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ به‌دست آوریم:

$$P=\frac{(157\times10^{-3})\times10}{\pi r^2}\xrightarrow[\pi=3/14]{r=1cm}P=\frac{157\times10^{-2}}{(3/14)\times10^{-4}}=5\times10^2=5000Pa$$

A ۱ ۱۹۸

در هنگام سقوط آزاد، نیروی وزن مایع به کف سطل وارد نمی‌شود، بنابراین می‌توان گفت از طرف مایع فشاری به کف سطل وارد نمی‌شود و تنها فشار هوا را در نظر می‌گیریم.

$P=P_0+P_{مایع}\xrightarrow{P_{مایع}=0}P=P_0$

B ۴ ۱۹۹

نکته در محاسبهٔ فشار حاصل از مایع یا فشار در یک نقطه از مایع شکل ظرف اهمیت ندارد.

۱ فشار حاصل از مایع در نقطهٔ A را حساب می‌کنیم. نقطه A در مایع ρ' قرار گرفته است: $P_A=\rho'gh$

۲ فشار حاصل از مایع در نقطهٔ B را حساب می‌کنیم. نقطه A در مایع ρ قرار گرفته است: $P_A=\rho gh$

حال نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{\rho'gh}{\rho gh}=\frac{\rho'}{\rho}=\frac{3/5}{10/5}=\frac{1}{3}$$

B ۲ ۲۰۰

نکته عمق یک مایع را همواره از سطح آزاد مایع می‌سنجند.

فشار کل مایع حاصل‌جمع فشار مایع (ρgh) و فشار هوا (P_0) است. $P=P_0+\rho gh$

عمق ۵۰٪ افزایش یافته یعنی $h'=1/5h$ و فشار ۱۰٪ زیاد شده بنابراین $P'=1/1P$ است. از این‌رو:

$P'=1/1P\Rightarrow P_0+\rho gh'=1/1(P_0+\rho gh)$

$\Rightarrow P_0+\rho g(1/5h)=1/1P_0+1/1\rho gh\Rightarrow0/4\rho gh=0/1P_0\Rightarrow4\rho gh=P_0$

$\xrightarrow[P_0=10^5Pa]{\rho=10^3kg/m^3}4\times10^3\times10\times h=10^5\Rightarrow h=2/5m$

اکنون می‌توان P را حساب کرد.

$P=P_0+\rho gh=10^5+10^3\times10\times2/5\Rightarrow P=12/5\times10^4Pa=1/25\times10^5Pa$

A ۳ ۲۰۱

در $h=0$ یعنی در سطح مایع فشار 10^5Pa و در عمق 1/6m، فشار برابر $1/2\times10^5Pa$ است. از این‌رو:

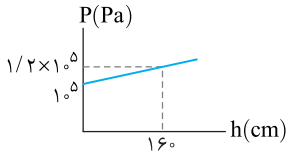
$P=P_0+\rho gh\Rightarrow1/2\times10^5=10^5+\rho\times10\times1/6$

$\rho=\frac{20000}{16}\Rightarrow\rho=1250kg/m^3\Rightarrow\rho=1/25g/cm^3$

فشار پیمانه‌ای یعنی اختلاف فشار با فشار هوا:

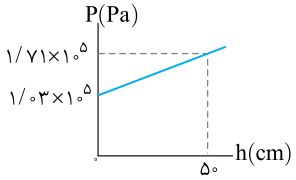
$$P=\rho gh+P_0 \Rightarrow P-P_0=\rho gh \Rightarrow P_g=\rho gh$$

$$\Rightarrow P_g=1250\times 10\times 1 \Rightarrow Pg=12500Pa$$



بازی با سؤال شکل زیر، فشار درون یک مایع را برحسب h نشان می‌دهد و h فاصله تا سطح آزاد مایع است. فشار پیمانه‌ای در عمق ۱۰ سانتی‌متری این مایع، چند پاسکال است؟ ($g=10N/kg$ و چگالی مایع ثابت فرض شود.)

ریاضی (نوبت اول) - ۱۴۰۲



۱) $1/34\times10^5$

۲) $1/166\times10^5$

۳) $6/8\times10^4$

۴) $1/36\times10^4$

گزینهٔ ۴

۲۰۲ B

با توجه به نمودار در می‌یابیم در عمق ۳۰ سانتی‌متری فشار ناشی از مایع برابر ۴۵۰۰Pa بوده است، بنابراین داریم:

$$P=\rho gh \Rightarrow 4500=\rho\times10\times\frac{3}{10} \Rightarrow \rho=1500kg/m^3$$

$$P_{کل}=P_{مایع}+P_0 \Rightarrow P_{کل}=1500\times10\times\frac{1}{2}+10^5 \Rightarrow P_{کل}=10750Pa$$

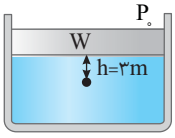
$$\Rightarrow 107/5kPa$$

۲۰۳ B

خط فکری فشار در عمق مایع ناشی از سه فشار است.

۱ فشار هوا ۲ فشار ناشی از وزن پیستون $(P=\frac{W}{A})$

۳ فشار ناشی از مایع (ρgh) و هر فشار را باید به‌دست آورد و با هم جمع کرد.



۱ فشار مایع در عمق ۳ متری برابر است با:

$$P_{مایع}=\rho gh \xrightarrow[g=10m/s^2]{\rho=2000kg/m^3} P=2000\times10\times3 \Rightarrow P_{مایع}=60000Pa$$

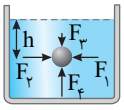
۲ فشار ناشی از وزن پیستون را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{A}=\frac{mg}{A}=\frac{200}{100\times10^{-4}} \Rightarrow P=2\times10^4 Pa=20000Pa$$

۳ اکنون این دو فشار را با فشار هوا جمع می‌کنیم تا فشار کل به‌دست آید.

$$P=P_0+P_{مایع}+P_{پیستون}=10^5+60000+20000=18\times10^4 Pa$$

۲۰۴ A



در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن فشار در همهٔ جهت‌ها یکسان است بنابراین در امتداد یک خط افقی درون مایع نیروهای وارد بر یک جسم کروی از دو طرف یکسان است $F_1=F_2$. اما در سطح بالایی کره به دلیل عمق کمتر، فشار و در نتیجه نیرو کمتر است. $F_4>F_2=F_1>F_3$

۲۰۵ A

خط فکری نیروی حاصل از فشار وارد بر یک سطح از رابطهٔ $F=PA$ به‌دست می‌آید که در این رابطه P فشار وارد بر یک سطح و A سطح مقطع آن است.

۱ فشار در عمق ۵ متری آب را حساب می‌کنیم:

$$P=P_0+\rho gh$$

$$\xrightarrow{P_0=10^5Pa,\rho=1000kg/m^3} P=10^5+1000\times10\times5 \Rightarrow P=150000Pa$$

۲ اکنون نیروی وارد بر پردهٔ گوش شخص را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{F}{A} \Rightarrow F=PA \xrightarrow{A=1cm^2} F=150000\times1\times10^{-4} \Rightarrow F=15N$$

۲۰۶ B

با توجه به تعریف فشار در عمق h می‌توان نوشت:

$$P=\frac{F}{A} \Rightarrow P_0+\rho gh=\frac{F}{A} \Rightarrow 10^5+1020\times10\times h=\frac{7320}{1200\times10^{-4}}$$

$$10200h=51000 \Rightarrow h=5m$$

۲۰۷ A

خط فکری اول باید بدانیم در حل این مسئله نیازی به فشار هوا نیست، زیرا فشار هوای درون زیردریایی با فشار هوای محیط برابر است و اثر هم را از بین می‌برند و تنها فشار مؤثر فشار مایع بالای سوراخ است و برای آنکه آب وارد زیردریایی نشود باید حداقل نیرویی برابر نیرویی که آب بر سوراخ وارد می‌کند، به کار برد.

۱ ابتدا فشار آب در عمق ۲۰m را با توجه به فرض مسئله به‌دست می‌آوریم:

$$P=2000\times10^4=2\times10^5Pa$$

۲ اکنون نیرو را حساب می‌کنیم: $P=\frac{F}{A} \Rightarrow F=2\times10^5\times10^{-3} \Rightarrow F=200N$

۲۰۸ A

خط فکری ابتدا فشار ستون جیوه $P=\rho gh$ را به‌دست می‌آوریم، سپس فشار به‌دست آمده را در مساحت سطح مقطع ظرف ضرب می‌کنیم تا نیروی وارد بر کف ظرف به‌دست آید.

۱ فشار وارد بر ته لوله برابر است با:

$$P=\rho gh \Rightarrow P=13/6\times10^3\times10\times0/1 \Rightarrow P=13/6\times10^3 Pa$$

۲ مساحت سطح مقطع لوله را حساب می‌کنیم.

$$A=\pi r^2 \xrightarrow[r=\frac{2}{2}=1cm]{\pi=3} A=3\times(10^{-2})^2=3\times10^{-4}m^2$$

۳ نیروی وارد بر ته لوله خواهد شد:

$$P=\frac{F}{A} \Rightarrow F=PA \Rightarrow F=13/6\times10^3\times3\times10^{-4} \Rightarrow F=4/08N \Rightarrow F\approx4N$$

۲۰۹ A

خط فکری در ظرف‌هایی که سطح مقطع آن‌ها ثابت است، نیروی وارد بر کف ظرف برابر نیروی وزن مایع بدون ظرف خواهد بود.

دقت کنید که در صورت مسئله بیان شده در سه ظرف مقدار مایع ریخته شده برابر و وزن این سه مایع یکسان است. از طرفی نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع خواسته شده است که این نیرو همان نیروی وزن مایع است بنابراین $F_1=F_2=F_3$.

۲۱۰ B

ابتدا به سراغ مقایسه فشار آب در دو ظرف می‌رویم که راحت‌تر است. ارتفاع آب در ظرف B نصف ارتفاع آب در ظرف A است و با توجه به رابطه $P=\rho gh$ خواهیم داشت:

$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{\rho gh_A}{\rho gh_B} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B}=\frac{h_A}{h_B}=\frac{h_A}{\frac{h_A}{2}} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B}=2$$

اکنون به سراغ مقایسهٔ نیروی وارد بر کف ظرف می‌رویم. می‌توان از دو روش به جواب رسید؛ روش اول مقایسهٔ وزن آب در دو ظرف است زیرا نیرویی که آب به کف ظرف استوانه‌ای شکل وارد می‌کند همان نیروی وزن است و دیگری استفاده از حاصل‌ضرب فشار در مساحت کف ظرف $(F=PA)$ است.

روش اول: ابعاد استوانهٔ B نصف ابعاد استوانهٔ A است.

$$\begin{cases} h_B=\frac{1}{2}h_A \\ R_B=\frac{1}{2}R_A \end{cases} \xrightarrow{V=\pi R^2h} \frac{V_A}{V_B}=\frac{R_A^2h_A}{(\frac{1}{2}R_A)^2(\frac{1}{2}h_A)} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B}=8$$

یعنی در ظرف A هشت برابر ظرف B آب وجود دارد بنابراین وزن آب در ظرف A هشت برابر وزن آب در ظرف B است و خواهیم داشت:

$$\frac{F_A}{F_B}=8$$

روش دوم:

$$\begin{cases} F_A=P_AA_A \\ F_B=P_BA_B \end{cases} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B}=\frac{P_A}{P_B}\times\frac{A_A}{A_B} \xrightarrow[A_A=4A_B]{P_A=2P_B} \frac{F_A}{F_B}=2\times4=8$$

A ۲۱۱ ۴

خط فکری دقت کنید ظرف دوم را پر از مایع نکرده‌ایم، بلکه تمام مایع ظرف اول را در ظرف دوم ریخته‌ایم، یعنی وزن مایع در دو حالت یکسان است اما مساحت کف ظرف دوم بزرگ‌تر است. زیرا ابعاد ظرف دوم دو برابر ظرف اول است بنابراین فشار در حالت کمتر خواهد شد. اما حل مسئله:

مساحت سطح کف ظرف مکعب‌شکل برابر $A=a^2$ است از این‌رو:

$$A=a^2 \xrightarrow[A_2=a_2^2]{A_1=a_1^2} \frac{A_2}{A_1}=\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{2a_1}{a_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1}=4$$

نسبت فشارها خواهد شد:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{W}{A_2}}{\frac{W}{A_1}}=\frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=\frac{1}{4}$$

میانبر مقدار مایع یکسان است وقتی کف ظرف چهار برابر شود، ارتفاع مایع $\frac{1}{4}$ می‌شود و فشار $\frac{1}{4}$ می‌شود.

$$\begin{cases} h_2=\frac{1}{4}h_1 \Rightarrow P_2=\frac{1}{4}P_1 \\ P=\rho gh \end{cases}$$

A ۲۱۲ ۱

با توجه به فشار کل در حالت اول داریم:

$$P_{کل(1)}=P_0+P_{\text{حالت اول مایع}} \Rightarrow P_{\text{حالت اول مایع}}=P_{کل(1)}-P_0=106-100$$

$$\Rightarrow P_{\text{حالت اول مایع}}=6kP$$

چون مایع تغییر نکرده، جرم آن ثابت است و در نتیجه نیرو ثابت می‌ماند:

$$P=\frac{F}{A} \Rightarrow \frac{P_{(2)\text{حالت}}}{P_{(1)\text{حالت}}}=\frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{P_{(2)\text{حالت}}}{6}=\frac{\pi(10)^2}{30^2}=\frac{1}{3} \Rightarrow P_{(2)\text{حالت}}=2kPa$$

$$P_{کل(2)}=P_0+P_{(2)\text{حالت}} \Rightarrow P_{2\text{کل}}=100+2=102kPa$$

B ۲۱۳ ۳

خط فکری در صورت مسئله بیان شده حجم آب و حجم روغن ریخته شده در دو ظرف برابر است. بنابراین می‌توان با توجه به شکل ظرف‌ها، نسبت ارتفاع آب و روغن را در ظرف A و B حساب کرد و سپس به کمک رابطه فشار مایع (ρgh) نسبت فشارها را به‌دست آورد.

در ظرف استوانه‌ای A، آب ریخته شده و حجم آب برابر است با: $V_{\text{آب}}=\pi R^2 h_{\text{آب}}$

در ظرف مکعب‌شکل B، روغن ریخته شده و حجم روغن برابر است با: $V_{\text{روغن}}=R^2 h_{\text{روغن}}$

حجم آب و روغن برابر است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_{\text{آب}}=V_{\text{روغن}} \Rightarrow \pi R^2 h_{\text{آب}}=R^2 h_{\text{روغن}} \Rightarrow h_{\text{روغن}}=\pi h_{\text{آب}}$$

اکنون نسبت فشار آب در ظرف A به فشار روغن در ظرف B را حساب می‌کنیم.

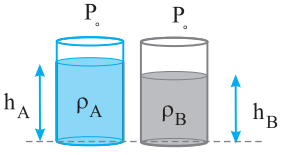
$$\frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{روغن}}}=\frac{\rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}}}{\rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}}} \xrightarrow[\rho_{\text{روغن}}=0/8 g/cm^3]{\rho_{\text{آب}}=1 g/cm^3} \frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{روغن}}}=\frac{1\times h_{\text{آب}}}{0/8\times \pi h_{\text{آب}}}=\frac{10}{8\times 3}=\frac{5}{12}$$

B ۲۱۴ ۳

جرم جیوه و جرم آب برابر است:

$$m_{\text{جیوه}}=\rho_B h_B, m_{\text{آب}}=\rho_A h_A$$

فشار وارد بر کف ظرف‌ها برابر است با:



$$P_A=\rho_A g h_A+P_0 \ , \ P_B=\rho_B g h_B+P_0 \xrightarrow{\rho_B h_B=\rho_A h_A} P_A=P_B$$

B ۲۱۵ ۴

خط فکری نکته اصلی در حل این مسئله هم‌جرم بودن آب و جیوه است، یعنی وزن آب با وزن جیوه برابر است، بنابراین باید برای حساب کردن فشار از رابطهٔ $P=\frac{W}{A}$ استفاده کرد، در ضمن ابعاد ظرف B دو برابر ابعاد ظرف A است، یعنی مساحت کف ظرف B چهار برابر مساحت کف ظرف A است. با توجه به این نکات شما می‌توانید مسئله را حل کنید.

نسبت فشار آب بر کف ظرف A به فشار جیوه بر کف ظرف B برابر است با:

$$\frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{جیوه}}}=\frac{\frac{W_{\text{آب}}}{A_A}}{\frac{W_{\text{جیوه}}}{A_B}} \xrightarrow{W_{\text{آب}}=W_{\text{جیوه}}} \frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{جیوه}}}=\frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A_B=4A_A} \frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{جیوه}}}=4$$

A ۲۱۶ ۴

خط فکری می‌خواهیم فشار کل وارد بر کف ظرف را با افزایش ارتفاع مایع دو برابر کنیم، بنابراین کافی است فشار کل را در حالت h_1 به‌دست آوریم، سپس آن را دو برابر کنیم و ارتفاع h_2 را حساب کنیم.

فشار کل در عمق h_1 برابر است با: $P_1=\rho g h_1+P_0$

$$P_1=2000\times 10\times \frac{50}{100}+10^5 \Rightarrow P_1=110000Pa$$

فشار P_2 دو برابر P_1 است از این‌رو: $P_2=2\times 110000=220000Pa$

اکنون ارتفاع مایع را در حالت جدید حساب می‌کنیم.

$$P_2=\rho g h_2+P_0$$

$$\Rightarrow 220000=2000\times 10h_2+100000 \Rightarrow 120000=20000h_2 \Rightarrow h_2=6m=600\,cm$$

عجب ظرف استوانه‌ای بلندی، ارتفاع ۶ متر شده است.

B ۲۱۷ ۲

فشار کل در عمق h از یک مایع ساکن برابر مجموع فشار هوا و فشار حاصل از مایع است: $P_1=P_0+\rho gh$

بنابراین فشار کل در عمق $2h$ برابر خواهد شد با: $P_2=P_0+2\rho gh$

اکنون فشار P_2 و P_1 را مقایسه می‌کنیم. البته قطعاً $P_2>P_1$ است اما چه مقدار؟ مسئله را به روش زیر بررسی می‌کنیم:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{P_0+2\rho gh}{P_0+\rho gh}=\frac{P_0+\rho gh+\rho gh}{P_0+\rho gh}=\frac{P_0+\rho gh}{P_0+\rho gh}+\frac{\rho gh}{P_0+\rho gh} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=1+\frac{\rho gh}{P_0+\rho gh}$$

کامل مشخص است که مقدار $\frac{\rho gh}{P_0+\rho gh}$ از یک کمتر است، بنابراین نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ از ۱ بیشتر و از ۲ کمتر می‌شود:

$$1<\frac{P_2}{P_1}<2$$

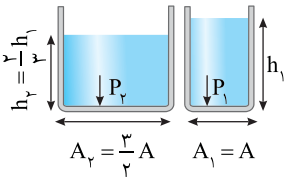
میانبر کافی است دو عدد اختیاری به P_0 و ρgh بدهید. مثلاً ۵ و ۸ در این صورت:

$$P_1=8+5=13$$

با دو برابر شدن ρgh یعنی $2\times 5=10$ خواهیم داشت: $P_2=8+2\times 5=18$

قطعاً $1<\frac{18}{13}<2$ است بنابراین $1<\frac{P_2}{P_1}<2$.

B ۲۱۸ ۳



مقدار آب ریخته شده در دو ظرف برابر است، بنابراین حجم آب درون ظرف‌ها یکی است و ارتفاع آب در ظرفی که قاعده‌اش بزرگ‌تر است، کمتر است. جرم آب‌ها در دو حالت یکی است بنابراین حجم آب در دو حالت برابر است از این‌رو:

$$m_1=m_2 \Rightarrow V_1=V_2 \Rightarrow A_1h_1=A_2h_2 \Rightarrow Ah_1=\frac{3}{2}Ah_2 \Rightarrow h_1=\frac{3}{2}h_2$$

از طرفی فشار وارد بر کف ظرف برابر مجموع فشار هوا و فشار آب است:

$$P_1=\rho gh_1+P_0 \Rightarrow P_1=\frac{3}{2}\rho gh_2+P_0 \quad (1)$$

$$P_2=\rho gh_2+P_0 \quad (2)$$

با مقایسهٔ رابطه‌های (۱) و (۲) مشخص است که P_1 از P_2 بیشتر است، اما برابر $\frac{3}{2}$ نمی‌شود، یعنی: $P_2<P_1<\frac{3}{2}P_2$

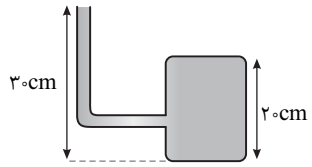
نکته دقت کنید وقتی در یک دوجمله‌ای مانند $y=a+b$ تنها یکی از جمله‌ها مثلاً a، $\frac{۳}{۲}$ برابر شود، مقدار y افزایش می‌یابد اما $\frac{۳}{۲}$ برابر نمی‌شود زیرا برای $\frac{۳}{۲}$ برابر شدن حتماً باید b نیز $\frac{۳}{۲}$ برابر شود.

B ۲۱۹ ۳

۱ نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع ناشی از فشار مایع است. ابتدا فشار مایع را به‌دست می‌آوریم. البته یادآوری می‌کنیم که عمق مایع را از سطح آزاد آن اندازه‌گیری می‌کنند یعنی در این ظرف $h=۳۰cm$ است بنابراین:

$$P=\rho gh \Rightarrow P=۸۰۰\times ۱۰\times \frac{۳۰}{۱۰۰} \Rightarrow P=۲۴۰۰Pa$$

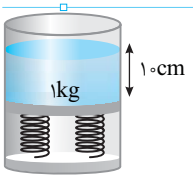
۲ اکنون نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع را حساب می‌کنیم.



$$P=\frac{F}{A} \Rightarrow F=PA$$
$$\Rightarrow F=۲۴۰۰\times ۱۰۰\times ۱۰^{-۴}$$
$$\Rightarrow F=۲۴N$$

B ۲۲۰ ۳

خط فکری یک مسئله با شکل عجیب اما بسیار ساده. دو فنر در واقع وزن پیستون و آب روی آن را تحمل می‌کنند بنابراین کافی است وزن آب را با وزن پیستون جمع کنیم.



حجم آب برابر است با: $V=Ah \Rightarrow V=۱۰\times ۲۰\times ۱۰^{-۶} \Rightarrow V=۲\times ۱۰^{-۴}m^۳$

جرم آب خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V} \Rightarrow m=\rho V \xrightarrow{\rho=۱۰۰۰kg/m^۳} m=۱۰۰۰\times ۲\times ۱۰^{-۴} \Rightarrow m=۰/۲kg$$

وزن آب را حساب می‌کنیم: $W_{آب}=mg=۰/۲\times ۱۰=۲N$

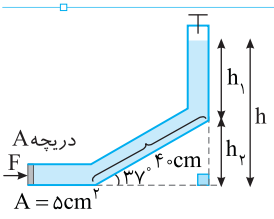
وزن پیستون برابر است با: $W_{پیستون}=mg=۱\times ۱۰=۱۰N$

دو فنر جمعاً $۱۲N=۲+۱۰$ نیرو تحمل می‌کنند بنابراین هر فنر $۶N$ نیرو تحمل می‌کند.

میانبر جرم $۱cm^۳$ آب $۱g$ است بنابراین در این مسئله جرم $۲۰۰cm^۳$ آب $۲۰۰g$ یا $۰/۲kg$ است.

C ۲۲۱ ۲

خط فکری فشار مایع به شکل ظرف بستگی ندارد و تنها به ارتفاع مایع درون ظرف بستگی دارد، بنابراین در حل این مسئله گام اول یافتن ارتفاع مایع درون ظرف است.



۱ با توجه به شکل ارتفاع مایع درون ظرف برابر است با: $h=h_۱+h_۲$

اما $h_۲$ چگونه به‌دست می‌آید؟ به کمک $\sin ۳۷^\circ$ می‌توان $h_۲$ را حساب کرد.

$$\sin ۳۷^\circ=\frac{h_۲}{۴۰} \Rightarrow h_۲=۴۰\sin ۳۷^\circ \Rightarrow h_۲=۴۰\times ۰/۶=۲۴cm$$

بنابراین $h=۲۵+۲۴=۴۹cm$ است.

۲ فشار این مایع را حساب می‌کنیم، دقت کنید که بالای این مایع خلأ است.

$$P_{مایع}=\rho gh=۴\times ۱۰^۴\times ۱۰\times ۴۹\times ۱۰^{-۲}=۱/۹۶\times ۱۰^۵Pa$$

۳ عاملی که می‌خواهد مانع خروج دریچه شود، فشار هوای بیرون و فشار حاصل از نیروی F است که بر سطح دریچه وارد می‌شود و جمع این دو فشار باید با فشار مایع برابر شود.

$$P_{مایع}=P_۰+\frac{F}{A}$$

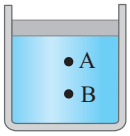
بنابراین: $۱/۹۶\times ۱۰^۵=۱۰^۵+\frac{F}{A} \Rightarrow ۰/۹۶\times ۱۰^۵=\frac{F}{۵\times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow F=۴۸N$

A ۲۲۲ ۱

نکته در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن، فشار یکسان است.

در هر سه حالت غشای D واقع بر دهانهٔ فشارسنج‌های A، B و C در عمق یکسانی قرار دارد، بنابراین در هر سه حالت فشار یکسانی بر آن وارد می‌شود و $P_A=P_B=P_C$ است.

A ۲۲۳ ۴



به شکل نگاه کنید، عمق B از عمق A بیشتر است و با توجه به رابطهٔ $(P=\rho gh)$ قطعاً فشار مایع در عمق B از فشار مایع در عمق A بیشتر است $(P_A<P_B)$. با قرار دادن وزنه روی پیستون، این وزنه فشاری برابر $P=\frac{W}{A}$ بر مایع وارد می‌کند و بنا بر اصل پاسکال، مایع این افزایش فشار را به‌طور یکسان به تمام نقاط منتقل می‌کند، بنابراین افزایش فشار در نقطهٔ A با افزایش فشار در نقطهٔ B برابر است $(\Delta P_B=\Delta P_A)$.

A ۲۲۴ ۴

نکته فشار در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن همواره با هم برابر است و به شکل ظرف و سرباز یا سربسته بودن شاخه‌ها بستگی ندارد.

بنابراین فشار نقاط M، N و P با هم برابر است.

B ۲۲۵ ۴

خط فکری نکته مهم در حل این مسئله این است که یادمان باشد، فشار در هر نقطه از مایع ساکن به عمق مایع یعنی فاصلهٔ آن نقطه از سطح آزاد مایع بستگی دارد، بنابراین برای مقایسه فشار در نقطهٔ A و نقطهٔ B باید فاصلهٔ قائم این دو نقطه را از سطح آزاد مایع حساب کنیم.

۱ فشار بر درپوش A برابر است با:

$$P_A=\rho gh_A \xrightarrow[\rho=۱/۵g/cm^۳=۱۵۰۰kg/m^۳]{h_A=۱۲cm} P_A=۱۵۰۰\times ۱۰\times ۱۲\times ۱۰^{-۲} \Rightarrow P_A=۱۵۰\times ۱۲$$

۲ برای یافتن فشار بر درپوش B، ابتدا h را به کمک شکل حساب می‌کنیم.

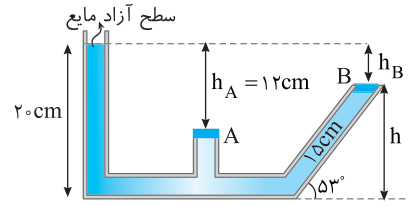
$$\sin ۵۳^\circ=\frac{h}{۱۵} \Rightarrow h=۱۵\sin ۵۳^\circ \Rightarrow h=۱۵\times ۰/۸=۱۲cm$$

بنابراین عمق B از سطح آزاد مایع برابر است با: $h_B=۲۰-۱۲=۸cm$

۳ فشار بر درپوش B خواهد شد: $P_B=\rho gh_B=۱۵۰۰\times ۱۰\times ۸\times ۱۰^{-۲}=۱۵۰\times ۸$

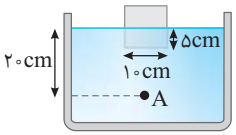
۴ اختلاف فشار بر درپوش A و B خواهد شد:

$$P_A-P_B=۱۵۰\times ۱۲-۱۵۰\times ۸=۱۵۰\times (۱۲-۸)=۱۵۰\times ۴=۶۰۰Pa$$



B ۲۲۶ ۱

خط فکری وقتی جسمی را روی سطح مایع قرار می‌دهیم، مقداری از جسم در مایع فرو رفته و سطح مایع بالا می‌آید و جسم روی سطح شناور می‌ماند. این افزایش ارتفاع مایع باعث می‌شود که فشار مایع در همهٔ نقاط آن افزایش یابد.



بنابراین برای به‌دست آوردن فشار در نقطهٔ A کافی است فشار مایع در عمق $۲۰cm$ را با فشار هوا جمع کرد. فشار در عمق $۲۰cm$ و در نقطهٔ A خواهد شد: $P=P_۰+\rho gh$

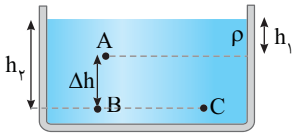
$$P=۱۰^۵+۱۰۰۰\times ۱۰\times ۰/۲ \Rightarrow P=۱۰۲۰۰۰Pa=۱/۰۲\times ۱۰^۵Pa$$

A ۲۲۷ ۳

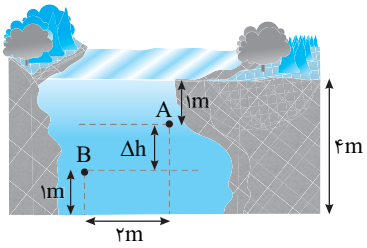
خط فکری اختلاف فشار دو نقطه درون یک مایع همواره برابر $\Delta P=\rho g\Delta h$ است که در آن Δh فاصلهٔ قائم دو نقطه از یکدیگر است. به اثبات زیر دقت کنید:

$$\begin{cases} P_A=P_۰+\rho gh_۱ \\ P_B=P_۰+\rho gh_۲ \end{cases} \Rightarrow \Delta P=P_B-P_A=\rho g(h_۲-h_۱)=\rho g\Delta h$$

$$\begin{cases} P_A=P_۰+\rho gh_۱ \\ P_C=P_۰+\rho gh_۲ \end{cases} \Rightarrow \Delta P=P_C-P_A=\rho g(h_۲-h_۱)=\rho g\Delta h$$



اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ قائم A و B از هم یعنی Δh روی شکل بستگی دارد.



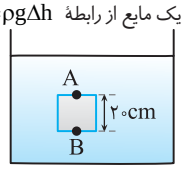
۱ با توجه به اعداد روی شکل، Δh را حساب می‌کنیم: $\Delta h = ۴-(۱+۱)=۲m$

۲ اختلاف فشار برابر است با:

$$\Delta P_{AB}=\rho g \Delta h_{AB} \xrightarrow{\rho=۱/۵\,g/cm^۳=۱۵۰۰\,kg/m^۳} \Delta P_{AB}=۱۵۰۰\times ۱۰\times ۲ \Rightarrow \Delta P_{AB}=۳۰۰۰۰Pa=۳۰kPa$$

۲۲۸ B ۳

اختلاف فشار بین دو نقطه درون یک مایع از رابطهٔ $\Delta P=\rho g \Delta h$ به‌دست می‌آید:



$$\begin{cases} P_A=۱۰۱kPa \\ P_B=۱۰۵kPa \end{cases} \Rightarrow \Delta P_{AB}=۱۰۵-۱۰۱=۴kPa=۴۰۰۰Pa$$

حال با توجه به ΔP مقدار چگالی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta P=\rho g \Delta h \Rightarrow ۴۰۰۰=\rho \times ۱۰\times ۰/۲ \Rightarrow \rho=۲۰۰۰kg/m^۳$$

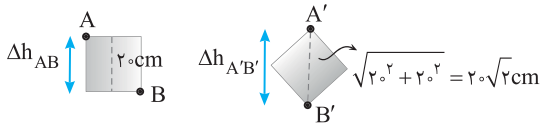
مقدار چگالی بر حسب گرم بر لیتر خواهد شد:

$$\rho=۲۰۰۰\frac{kg}{m^۳}\times\frac{۱۰۰۰g}{۱kg}\times\frac{۱m^۳}{۱۰۰۰L}=۲۰۰۰\frac{g}{L}$$

۲۲۹ B ۳

اختلاف فشار بین دو نقطه در مایع از رابطهٔ $\Delta P=\rho g \Delta h$ به‌دست می‌آید که در آن Δh فاصلهٔ قائم دو نقطه است.

$$\Delta P=\rho g \Delta h_{AB} \qquad \Delta P_{A'B'}=\rho g \Delta h_{A'B'}$$



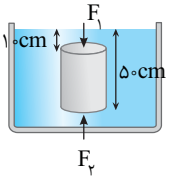
حال نسبت ΔP_{AB} و $\Delta P_{A'B'}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta P_{AB}}{\Delta P_{A'B'}}=\frac{\rho g \Delta h_{AB}}{\rho g \Delta h_{A'B'}}=\frac{۲۰}{۲۰\sqrt{۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۲۳۰ B ۲

۱ نیروی وارد بر سطح بالایی از طرف آب برابر است با: $F_۱=P_۱A=\rho g h_۱ A$

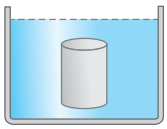
۲ نیروی وارد بر سطح پایینی از طرف آب خواهد شد: $F_۲=P_۲A=\rho g h_۲ A$



۳ اختلاف دو نیرو را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F=F_۲-F_۱=\rho g(h_۲-h_۱)A \xrightarrow[\rho=۱۰۰۰\,kg/m^۳]{A=۲۰\,cm^۲} \Delta F=۱۰۰۰\times ۱۰\times(۰/۵-۰/۱)\times ۲۰\times ۱۰^{-۴} \Rightarrow \Delta F=۱۰^۴\times ۰/۴\times ۲۰\times ۱۰^{-۴}=۸N$$

بازی با سوال مطابق شکل، جسمی درون مایعی قرار دارد. اختلاف نیروی وارد بر سطح بالایی جسم با نیروی وارد بر سطح پایینی جسم از طرف مایع به کدام عامل بستگی ندارد؟

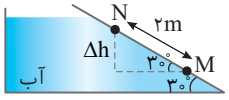


۱) ابعاد جسم
۲) چگالی جسم
۳) چگالی مایع
۴) شتاب گرانش

گزینهٔ ۲

۲۳۱ B ۲

اختلاف فشار بین دو نقطهٔ M و N از رابطهٔ $P=\rho g \Delta h$ به‌دست می‌آید که در آن Δh فاصلهٔ قائم بین دو نقطهٔ M و N است.



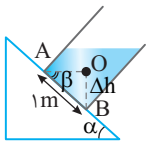
بنابراین ابتدا Δh را حساب می‌کنیم: $\Delta h=MN\sin ۳۰^\circ \Rightarrow \Delta h=۲\times\frac{۱}{۲}=۱m$

اکنون اختلاف فشار بین نقاط M و N را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\rho g \Delta h=۱۰۰۰\times ۱۰\times ۱=۱۰۰۰۰Pa=۱۰kPa$$

۲۳۲ B ۱

اختلاف فشار بین این دو نقطه برابر است با:



$$۱۲۰۰\frac{g}{lit}=۱۲۰۰\frac{g}{lit}\times\frac{۱۰^{-۳}kg}{۱g}\times\frac{۱lit}{۱۰^{-۳}m^۳}$$
$$=۱۲۰۰kg/m^۳$$

$$\Delta P=\rho g \Delta h \Rightarrow ۹۶۰۰=۱۲۰۰\times ۱۰\Delta h \Rightarrow \Delta h=۰/۸m$$

بنا به خطوط موازی و مورب، زاویهٔ β در مثلث AOB برابر زاویهٔ α است و می‌توان نوشت:

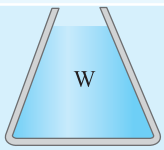
$$\sin\beta=\frac{\Delta h}{AB} \xrightarrow{\alpha=\beta} \sin\alpha=\frac{۰/۸}{۱} \Rightarrow \alpha=۵۳^\circ$$

۲۳۳ A ۱

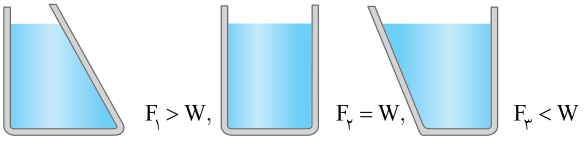
فشار مایع $P=\rho g h$ است که مایع هر سه ظرف یکسان است و با توجه به شکل ارتفاع مایع نیز یکسان است. بنابراین فشار آب بر کف در هر سه ظرف یکسان است. $(P_۱=P_۲=P_۳)$

۲۳۴ A ۱

خط فکری می‌توان گفت که سه نوع ظرف داریم و برای هرکدام از آن‌ها می‌توان مطابق جدول زیر نیروی وارد بر کف ظرف و وزن مایع را مقایسه کرد:

دهانهٔ ظرف پهن‌تر	دهانهٔ ظرف باریک‌تر	ظرف با سطح مقطع ثابت
		
$F < W$ وارد بر کف	$F > W$ وارد بر کف	$F = W$ وارد بر کف

با توجه به سؤال جرم مایع ریخته شده در ظرف‌ها یکسان است بنابراین:



$F_۱ > W$, $F_۲ = W$, $F_۳ < W$

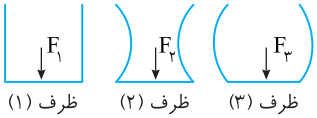
نیروی وارد بر کف ظرف (۱) از دو ظرف دیگر بیشتر است.

B ۴ ۲۳۵

دقت کنید حجم سه مایع یکسان و مساحت مقطع هر سه ظرف برابر $(A_۱=A_۲=A_۳)$ است. بنابراین در ظرف (۲) ارتفاع مایع از دو ظرف دیگر بیشتر و در ظرف (۳)، ارتفاع مایع از همه کمتر است $(h_۲>h_۱>h_۳)$. از طرفی نیروی وارد بر کف ظرف خواهد شد:

$$F=PA=\rho ghA$$

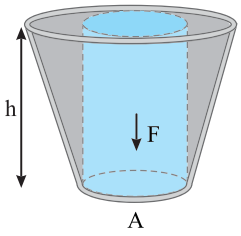
و با توجه به ارتفاع مایع در سه ظرف خواهیم داشت: $F_۲>F_۱>F_۳$



B ۲ ۲۳۶

خط فکری فشاری که مایع بر کف هر ظرف وارد می‌کند برابر با $P=\rho gh$ است. نیرویی که مایع بر کف هر ظرف وارد می‌کند نیز از رابطهٔ $F=PA$ به‌دست می‌آید:

$$P=\rho gh \xrightarrow{F=PA} F=\rho ghA$$



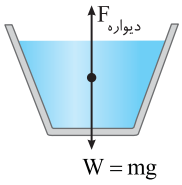
در شکل روبه‌رو hA برابر با حجم قسمتی از مایع است که به صورت استوانهٔ رنگی مشخص شده است. بنابراین $F=\rho ghA$ برابر با وزن این قسمت از مایع است که از وزن کل مایع کمتر است: $F<W$

با توجه به متن خط فکری قطعاً نیرویی که توسط مایع به کف ظرف وارد می‌شود از وزن مایع کمتر است $F_۱<۲۰N$.

اما دقت کنید نیرویی که یک جسم ساکن واقع بر سطح افقی به سطح وارد می‌کند، همواره برابر نیروی وزن جسم است بنابراین $F_۲=۲۰N$.

B ۱ ۲۳۷

مایع درون ظرف ساکن است بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است $(F_{net}=۰)$.



نیروهای وارد بر مایع را بررسی می‌کنیم:

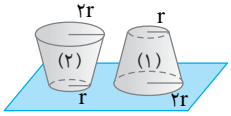
۱ نیروی وزن که توسط کرهٔ زمین بر مایع رو به پایین وارد می‌شود.

۲ نیرویی که از طرف دیواره‌ها به مایع وارد می‌شود.

نیروی دیواره‌ها باید نیروی وزن را خنثی کند. بنابراین نیروی خالصی که دیواره‌ها بر مایع وارد می‌کنند باید در راستای قائم (در راستای وزن) و رو به بالا باشد.

A ۳ ۲۳۸

خط فکری به عبارت نیروی وارد بر سطح افقی دقت کنید. یک جسم ساکن همواره نیرویی برابر نیروی وزن را بر تکیه‌گاهش وارد می‌کند. چون وزن ظرف و آب درون آن‌ها یکسان است، نیرویی که هر دو ظرف بر سطح افقی وارد می‌کنند یکسان است $(F_۱=F_۲)$.

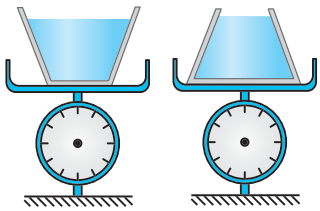


ارتفاع آب در دو ظرف یکسان است بنابراین فشار آب در کف ظرف‌ها یکسان است.

$$P=\rho gh \xrightarrow{h_۱=h_۲} P_۱=P_۲$$

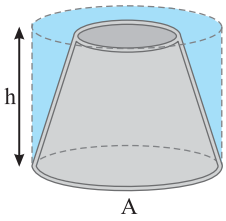
A ۱ ۲۳۹

این دو ترازو در هر حالت نیروی وزن اجسام روی کفهٔ ترازو را نشان می‌دهد و در هر دو حالت جرم ظرف‌ها و مایع درون آن‌ها یکسان است بنابراین اختلاف بین عددی که دو ترازو نشان می‌دهند $(a'-a)$ برابر صفر است.



B ۱ ۲۴۰

خط فکری با توجه به شکل مقابل:



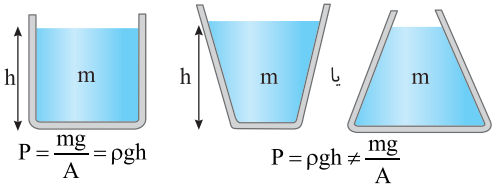
$$P=\rho gh \xrightarrow{F=PA} F=\rho ghA$$

اما hA برابر با حجم مایعی است که به صورت یک استوانهٔ رنگی مشخص شده است، بنابراین $F=\rho ghA$ از وزن مایع بیشتر است: $F>W$

با توجه به متن خط فکری نیرویی که از طرف مایع بر کف این ظرف وارد می‌شود از وزن مایع بیشتر است بنابراین $F>W_۱+W_۲$ خواهد بود.

A ۳ ۲۴۱

خط فکری برای ظرف‌هایی که سطح مقطع آن‌ها در حال تغییر است، فشار حاصل از مایع تنها از رابطهٔ $P=\rho gh$ به‌دست می‌آید.



با توجه به خط‌فکری بالا، فشار حاصل از مایع را حساب می‌کنیم:

$$P=\rho gh\Rightarrow P=۳۰۰۰\times ۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}=۳۰۰۰Pa$$

B ۱ ۲۴۲

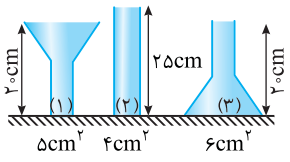
مایع ساکن است و برایند نیروهای وارد بر مایع صفر است. دو نیرو بر مایع وارد می‌شود، یکی نیروی وزن $(W=۵۰N)$ رو به پایین و دیگری نیرویی است که ظرف به مایع وارد می‌کند که اندازهٔ آن نیز باید ۵۰N و رو به بالا باشد. بنا به قانون سوم نیوتون مایع نیز همین نیروی ۵۰N را رو به پایین به ظرف وارد می‌کند.

A ۲ ۲۴۳

خط فکری نیرویی که مایع بر کف ظرف وارد می‌کند ناشی از فشار مایع $(F=PA)$ است. برای آنکه مشخص شود که نیروی وارد بر کف کدام ظرف بیشتر است باید از رابطهٔ $F=PA=\rho ghA$، نیروی وارد بر کف تک‌تک ظرف‌ها را به‌دست آوریم.

نیروی وارد بر کف هر ظرف خواهد شد:

$$F=PA\Rightarrow F=\rho ghA\Rightarrow\begin{cases}F_۳=\rho g(۲۰\times ۶)=۱۲۰\rho g\\F_۲=\rho g(۲۵\times ۴)=۱۰۰\rho g\\F_۱=\rho g(۲۰\times ۵)=۱۰۰\rho g\end{cases}$$



با مقایسه سه نیروی $F_۱$، $F_۲$، $F_۳$ مشخص است که $F_۱=F_۲<F_۳$ است.

B ۴ ۲۴۴

خط فکری در حل این مسئله می‌توان از تعریف اصلی فشار $P=\frac{F}{A}$ استفاده کرد و کافی است وزن آب اضافه شده را بر مساحت سطح دهانهٔ ظرف تقسیم کنیم، زیرا افزایش فشار در سطح بالایی آب به تمام نقاط به‌طور یکسان منتقل می‌شود.

نکته عدد حجم آب بر حسب لیتر با عدد جرم آن برحسب kg برابر است. وقتی حجم آب ۲lit است، جرم آن ۲kg است و فشاری که این مقدار آب ایجاد می‌کند برابر است با:

$$\Delta P=\frac{\Delta F}{A}\xrightarrow{\Delta F=\Delta W=\Delta mg}\Delta P=\frac{\Delta mg}{A}=\frac{۲\times ۱۰}{۰/۰۴}=۵۰۰Pa$$

B ۲۴۵ ۳

۱ ابتدا افزایش ارتفاع مایع را به ازای مایع اضافه شده به ظرف را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\Delta m=40g\\ \rho=4g/cm^3\end{cases}\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\Delta V=\frac{\Delta m}{\rho}\Rightarrow\Delta V=\frac{40}{4}=10cm^3$$

قسمت باریک ظرف استوانه‌ای است، بنابراین:

$$\Delta V=A\Delta h\Rightarrow 10=2\times\Delta h\Rightarrow\Delta h=5cm$$

۲ به اندازهٔ $5cm$ بر ارتفاع مایع افزوده شده بنابراین افزایش فشار برابر است با:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\xrightarrow[\Delta h=5cm=0/05m]{\rho=4g/cm^3=4000kg/m^3}\Delta P=4000\times10\times0/05=2000Pa$$

۳ افزایش نیروی وارد بر کف ظرف را حساب می‌کنیم:

$$\Delta P=\frac{\Delta F_{\text{کف ظرف}}}{A_{\text{کف ظرف}}}\Rightarrow\Delta F_{\text{کف ظرف}}=\Delta P A_{\text{کف ظرف}}$$

$$\Rightarrow\Delta F_{\text{کف ظرف}}=2000\times(20\times10^{-4})=4N$$

میانبر افزایش فشار در یک نقطه از مایع محصور به تمام نقاط مایع منتقل می‌شود:

$$\Delta P_{\text{بالا ظرف}}=\Delta P_{\text{کف ظرف}}\Rightarrow\frac{\Delta F_{\text{بالا ظرف}}}{A_{\text{دهانه}}}=\frac{\Delta F_{\text{کف ظرف}}}{A_{\text{کف ظرف}}}$$

$$\xrightarrow{\Delta F_{\text{بالا ظرف}}=\Delta mg}\Delta F_{\text{کف ظرف}}=\frac{A_{\text{کف ظرف}}}{A_{\text{دهانه}}}\times\Delta mg$$

B ۲۴۶ ۲

خط فکری بیشینه نیرویی که کف ظرف می‌تواند تحمل کند و نشکند $135N$ است. بنابراین ابتدا باید فشار قابل تحمل توسط کف ظرف را مشخص کنیم، سپس به کمک آن می‌توان ارتفاع ستونی از جیوه که می‌تواند این فشار را ایجاد کند به‌دست آورد.

۱ بیشینه فشار وارد بر کف ظرف را حساب می‌کنیم: $P_{max}=\frac{F_{max}}{A}=\frac{135}{20\times10^{-4}}Pa$

۲ بیشینه ارتفاع جیوه را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{max}=\rho_{Hg}gh_{max}\Rightarrow\frac{135}{20\times10^{-4}}=13500\times10h_{max}\Rightarrow h_{max}=50cm$$

۳ درون ظرف تا ارتفاع $40cm$ جیوه ریخته شده است بنابراین حداکثر باید $50-40=10cm$ به جیوه درون ظرف اضافه کرد.

B ۲۴۷ ۲

خط فکری نیروی وارد بر سطح تکیه‌گاه به شکل ظرف بستگی ندارد و همواره برابر مجموع نیروی وزن مایع و وزن ظرف است.

$$\Delta m=\rho\Delta V$$

$$\xrightarrow[\rho=800\frac{kg}{m^3}]{V=5L=5\times10^{-3}m^3}\Delta m=800\times5\times10^{-3}=4kg$$

بنابراین در این سؤال نیز نیروی وارد بر سطح میز به اندازهٔ وزن مایع اضافه شده افزایش می‌یابد. $\Delta W=\Delta mg\longrightarrow\Delta W=40N$

B ۲۴۸ ۳

خط فکری در حل این مسئله ابتدا باید حجم پایینی ظرف را حساب کنیم تا مشخص شود که چه مقدار از مایع در قسمت پایین ظرف و چه مقدار آن در قسمت بالایی ظرف قرار می‌گیرد تا بتوانیم ارتفاع کل مایع تا کف ظرف را حساب کنیم و فشار وارد بر کف ظرف و سپس نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع را به‌دست آوریم.

۱ حجم قسمت پایینی ظرف برابر است با:

$$V_1=A_1h_1\Rightarrow V_1=30\times75\Rightarrow V_1=2250cm^3=2/25L$$

۲ حجم کل مایع $7/5L$ است، بنابراین حجم مایع که به قسمت بالای ظرف (قسمت پهن) می‌رود برابر خواهد شد با:

$$V_2=7/5-2/25\Rightarrow V_2=5/25L=5250cm^3$$

۳ ارتفاع مایع در قسمت بالای ظرف را حساب می‌کنیم.

$$V_2=A_2h_2\Rightarrow 5250=150h_2\Rightarrow h_2=35cm$$

۴ ارتفاع کل مایع در ظرف از کف ظرف تا سطح مایع برابر است با:

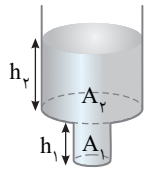
$$h_{\text{کل}}=h_1+h_2=75+35=110cm=1/1m$$

۵ پس فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P=\rho gh=3000\times10\times1/1=33\times10^3Pa$$

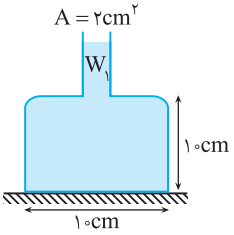
۶ حال نیروی وارد بر کف ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA=33\times10^3\times30\times10^{-4}=99N$$



دقت کنید با توجه به شکل ظرف که سطح مقطع بالایی آن بزرگ‌تر از سطح مقطع پایینی آن است، نیروی وارد بر کف ظرف (F) از وزن مایع (W) کمتر است پس نمی‌توان نیروی وارد بر کف ظرف را برابر با $W=mg$ دانست.

B ۲۴۹ ۱



۱) نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از فشار مایع است. وقتی آب به وزن W_1 به ظرف اضافه می‌شود، افزایش فشار در دهانهٔ ظرف خواهد شد:

$$\Delta P=\frac{W_1}{A}=\frac{W_1}{2\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow\Delta P=5000W_1$$

نکته هر گاه بر یک مایع محبوس فشاری وارد شود، مایع این فشار را به تمام نقاط منتقل می‌کند.

۲) افزایش فشار در کف ظرف نیز $5000W_1$ بوده و افزایش نیروی وارد بر کف خواهد شد:

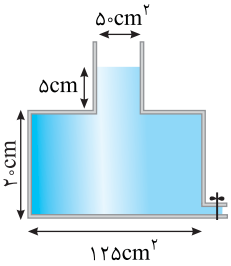
$$\Delta F_{\text{کف}}=\Delta PA_{\text{کف}}=5000W_1\times(10^{-2})\Rightarrow\Delta F_{\text{کف}}=50W_1$$

۳) افزایش نیروی وارد بر سطح افقی برابر همان وزن آب اضافه شده به ظرف یعنی W_1 است.

$$\Delta F_{N_1}=\Delta W=W_1$$

B ۲۵۰ ۴

خط فکری دوباره یک مسئله با یک ظرف که دو قسمت پهن و باریک دارد و مقداری مایع. ابتدا حجم مایع در قسمت باریک را حساب می‌کنیم تا مشخص شود وقتی $0/5kg$ آب از شیر خارج می‌شود، سطح آب چند سانتی‌متر پایین می‌آید.



۱ حجم آب را در قسمت بالای ظرف به‌دست می‌آوریم.

$$V_1=A_1h_1\Rightarrow V_1=50\times5=250cm^3$$

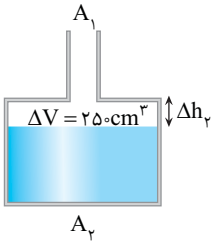
۲ حجم $0/5kg$ آب را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow1000=\frac{0/5}{V}\Rightarrow$$

$$V=5\times10^{-4}m^3\Rightarrow V=500cm^3$$

۳ وقتی $500cm^3$ آب از ظرف خارج شود، $250cm^3$ آن مربوط به قسمت باریک است و $250cm^3$ مربوط به قسمت پهن (پایینی) است. کاهش ارتفاع در قسمت پهن (پایین) ظرف را حساب می‌کنیم: $\Delta V=A_2\Delta h_2$

$$\Rightarrow250=125\Delta h_2\Rightarrow\Delta h_2=2cm$$



۴ کاهش ارتفاع کل برابر است با: $\Delta h_{\text{کل}}=5+2=7cm$

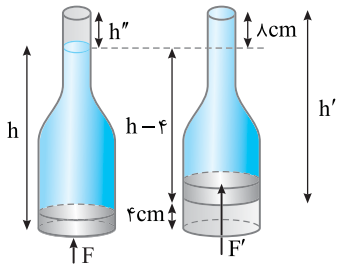
۵ کاهش فشار وارد بر کف ظرف برابر خواهد شد با:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow\Delta P=1000\times10\times\frac{7}{100}=700Pa$$

۲۵۱ C ۳

۱ با حرکت پیستون $4cm$ از مایع در قسمت پهن ظرف کاسته شده و همین حجم مایع باید به قسمت باریک ظرف اضافه شود:

$$\Delta V_{\text{قسمت پهن}} = \Delta V_{\text{قسمت باریک}} \xrightarrow{V=Ah} 10\times h'' = 20\times 4 \Rightarrow h'' = 8cm$$



۲ در ابتدا ارتفاع مایع درون ظرف h بوده است. با حرکت پیستون به اندازهٔ $4cm$ رو به بالا مایع درون قسمت باریک $8cm$ بالا رفته است. با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$h' = h - 4 + 8 \Rightarrow h' = h + 4$$

افزایش ارتفاع مایع نسبت به حالت قبل $4cm$ است

بنابراین فشار مایع درون ظرف به مقدار زیر افزایش می‌یابد.

$$\Delta P = \rho g h \Rightarrow \Delta P = \rho g \times \frac{4}{100} \Rightarrow \Delta P = 1200\times 10\times \frac{4}{100} = 480Pa$$

۳ افزایش نیرویی که مایع به پیستون در حالت جدید وارد می‌کند، برابر است با:

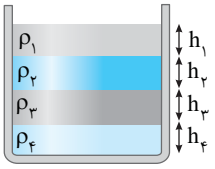
$$\Delta F = \Delta P A \Rightarrow \Delta F = 480\times 20\times 10^{-4} = 0/96N$$

۴ باید نیروی F به اندازهٔ $0/96N$ زیاد شود تا مایع در تعادل بماند یعنی $F' = F + 0/96N$.

۲۵۲ A ۱

خط فکری هنگامی که دو یا چند مایع روی هم ریخته می‌شوند فشار وارد بر کف ظرف از طرف مایع‌ها برابر مجموع فشارهای آن‌ها است:

$$P = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 + \rho_4 g h_4$$



فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P = P_0 + \rho g h + \rho' g h'$$

$$\Rightarrow P = 10^5 + 2500\times 10\times \frac{8}{100} + 1500\times 10\times \frac{8}{100}$$

$$\Rightarrow P = 10^5 + 2000 + 1200$$

$$\Rightarrow P = 10^3 (100 + 2 + 1/2) = 103/2\times 10^3 Pa = 103/2kPa$$

$$\rho' = 1/5 \frac{g}{cm^3} = 1500 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho = 2/5 \frac{g}{cm^3} = 2500 \frac{kg}{m^3}$$



۲۵۳ A ۲

یادآوری فشار وارد بر یک ظرف با سطح مقطع ثابت از رابطهٔ $P = \frac{mg}{A}$ نیز به‌دست می‌آید:

فشار حاصل از آب را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{آب}} = \frac{m_W g}{A} \xrightarrow[A = 5cm^2 = 5\times 10^{-4} m^2]{m_W = 200g = 0/2kg} P_{\text{آب}} = \frac{2}{5\times 10^{-4}} = 4000Pa$$

فشار حاصل از جیوه را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{جیوه}} = \frac{m_{Hg} g}{A} \xrightarrow[A = 5cm^2 = 5\times 10^{-4} m^2]{m_{Hg} = 400g = 0/4kg} P_{\text{جیوه}} = \frac{4}{5\times 10^{-4}} = 8000Pa$$

فشار حاصل از دو مایع بر کف ظرف برابر است با:

$$P_{\text{کف}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}} = 4000 + 8000 = 12000 \Rightarrow P_{\text{کف}} = 12kPa$$

میانبر چون جرم جیوه دو برابر جرم آب است، پس وزن و فشار جیوه نیز دو برابر وزن و فشار آب است.

۲۵۴ A ۳

خط فکری حل این مسئله جالب است. آب در ته ظرف و روغن روی آن قرار می‌گیرد. در مسئله ارتفاع آب داده شده است، بنابراین فشار آب را از رابطه $\rho_W g h_W$ به‌دست می‌آوریم. اما برای روغن صحبت از جرم است، بنابراین فشار روغن را از رابطه $P = \frac{m_0 g}{A}$ به‌دست می‌آوریم.

فشار وارد بر کف ظرف ناشی از مجموع فشار دو مایع است.

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{روغن}} = \rho_W g h_W + \frac{m_0 g}{A}$$

$$\xrightarrow[h_W = 10cm, A = 2\times 10^{-3} m^2]{P = 2000Pa} 2000 = 1000\times 10\times \frac{10}{100} + \frac{m_0\times 10}{2\times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow 1000 = \frac{m_0\times 10}{2\times 10^{-3}} \Rightarrow m_0 = 0/2kg = 200g$$

۲۵۵ A ۴

با افزودن روغن فشار مایع بر کف ظرف ٪۲۰ افزایش یافته است. یعنی فشار ناشی از ستون روغن ٪۲۰ فشار ستون آب است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_0 = \frac{20}{100} P_W \Rightarrow \rho_0 g h_0 = \frac{20}{100} \rho_W g h_W$$

$$\Rightarrow 0/8 h_0 = \frac{2}{10}\times 1\times h_W \Rightarrow h_0 = \frac{0/2}{0/8} h_W = \frac{1}{4} h$$

۲۵۶ A ۴

نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از فشار مایع‌ها برابر است با:

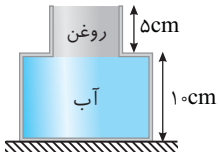
$$F = PA = (P_O + P_W) A$$

$$= (\rho_O g h_O + \rho_W g h_W) A$$

$$F = (800\times 10\times \frac{5}{100} + 1000\times 10\times \frac{10}{100}) \times 50\times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow F = (1400)\times 50\times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow F = 70000\times 10^{-4} \Rightarrow F = 7N$$



۲۵۷ A ۱

یادآوری مایعی که دارای چگالی بیشتر است ته‌نشین می‌شود.

خط فکری فشار در کف ظرف داده شده است و فشار در ارتفاع $4cm$ از کف ظرف خواسته شده است، بنابراین کافی است از فشار کف ظرف، فشار ستون $4cm$ آب را کم کرد. البته شما می‌دانید که چون آب دارای چگالی بیشتری است، آب ته‌نشین شده است.

به حل مسئله می‌پردازیم:

$$P_A = P_{\text{در کف ظرف}} - \rho g \Delta h$$

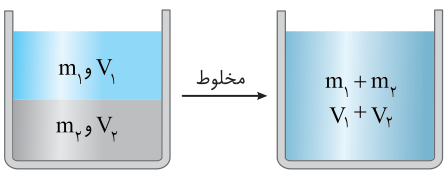
$$= 1800 - 1000\times 10\times \frac{4}{100}$$

$$P_A = 1800 - 400 = 1400Pa$$



۲۵۸ A ۱

در هر دو حالت فشار مایع بر کف ظرف برابر نسبت مجموع وزن دو مایع بر کف ظرف است $(P_{\text{کل}} = \frac{W_{\text{کل}}}{A})$، بنابراین $P_1 = P_2$ است.



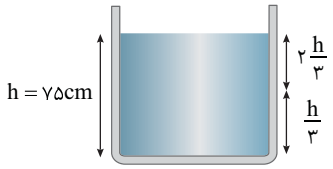
$$P = \frac{m_1 g}{A} + \frac{m_2 g}{A} \qquad P = \frac{(m_1 + m_2) g}{A}$$

B ۱ ۲۵۹

خط فکری چـه دو مایع بـا هم مخلوط شـوند و چه به صورت مخلوط نشـده در ظرف اسـتوانه‌ای قرار بگیرند، چون وزن مایع درون ظرف یکسان است، فشار وارد بر کف ظرف در دو حالت یکسان است. در حل این سؤال برای راحتی فرض می‌کنیم که دو مایع مخلوط نشده باشند. چگالی مایع A از چگالی مایع B بیشتر است و مایع A ته‌نشین می‌شود. با توجه به شکل ارتفاع مایع A و ارتفاع مایع B را می‌توان به‌دست آورد.

$$\begin{cases} V_A=\frac{1}{3}V \\ V_B=\frac{2}{3}V \end{cases} \xrightarrow{V=Ah} \begin{cases} h_A=\frac{1}{3}h \\ h_B=\frac{2}{3}h \end{cases}$$

$$h_A=\frac{h}{3}=\frac{75}{3}=25cm \quad , \quad h_B=\frac{2h}{3}=\frac{2}{3}\times 75=50cm$$



فشار وارد بر کف ظرف توسط مخلوط برابر است با:

$$P=\rho_A gh_A+\rho_B gh_B=1200\times 10\times\frac{25}{100}+600\times 10\times\frac{50}{100}$$

$$\Rightarrow P=3000+3000=6000Pa$$

B ۳ ۲۶۰

ابتدا چگالی مخلوط را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2}\Rightarrow\rho=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2}\Rightarrow\rho=\frac{1\times 400+1/2\times 600}{400+600}$$

$$\rho=1/12g/cm^3\Rightarrow\rho=1120kg/m^3$$

فشار پیمانه‌ای خواهد شد:

$$P=\rho gh\Rightarrow P=1120\times 10\times 0/5\Rightarrow P=5600Pa\Rightarrow P=5/6kPa$$

B ۱ ۲۶۱

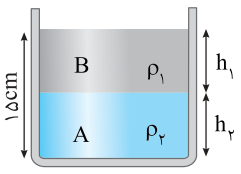
خط فکری ایـن نوع مسـائل به یک دسـتگاه دو معادلـه - دو مجهول می‌رسـد. معادله اول از روی شـکل مشـخص اسـت $(h_1+h_2=0/15m)$ و معادلهٔ دوم باید به کمک فشـار حاصل از دو مایع بر کف ظرف نوشـته شود و با حل دستگاه دو معادله - دو مجهول h_1 و h_2 به‌دست می‌آید.

۱ چگالی‌ها را بر حسب یکای SI به‌دست می‌آوریم:

$$1200g/L\times\frac{10^3L}{1m^3}\times\frac{1kg}{10^3g}=1200kg/m^3$$

دقـت کردیـد مقدار چگالی بر حسـب g/L همان مقدار چگالی بر حسـب kg/m^3 است، بنابراین $900g/L$ نیز همان $900kg/m^3$ است.

۲ مایعی که چگالی بیشـتری دارد ته‌نشـین می‌شود، بنابراین $\rho_1=900kg/m^3$ و $\rho_2=1200kg/m^3$ اسـت. فشـار این دو مایع برابر $1650Pa$ شـده اسـت، بنابراین می‌توان نوشت:



$$P_1+P_2=1650\Rightarrow\rho_1gh_1+\rho_2gh_2=1650$$

$$\Rightarrow 900\times 10\times h_1+1200\times 10\times h_2=1650$$

$$\Rightarrow 3h_1+4h_2=0/55 \quad (2)$$

از طرفـی مجمـوع h_1 و h_2، برابر $0/15m$ اسـت، بنابراین همان‌گونـه که پیش‌بینی کردیم به دو معادله و دو مجهول رسیدیم که باید آن را حل کنیم.

$$\begin{cases} 3h_1+4h_2=0/55 \\ h_1+h_2=0/15 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} 3h_1+4h_2=0/55 \\ -3h_1-3h_2=-0/45 \end{cases}$$

$$h_2=0/1m=10cm\,,\,h_1=5cm$$

بنابراین نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ برابر است با:

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{10}{5}=2$$

B ۱ ۲۶۲

خط فکری در این نوع مسائل، با دو معادله و دو مجهول سر و کار داریم. یعنی باید دو رابطه بین ارتفاع آب و ارتفاع جیوه پیدا کنیم و با حل آن‌ها مسئله قابل حل می‌شود.

جرم جیوه چهار برابر جرم آب است:

$$m_{Hg}=4m_W\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}\rho_{Hg}V_{Hg}=4\rho_W V_W$$

حجم مایع $V=Ah$ است که مساحت سطح مقطع ظرف برای هر دو مایع یکسان است بنابراین:

معادله اول: $13/6\times A\times h_{Hg}=4\times 1\times A\times h_W\Rightarrow h_W=3/4h_{Hg}$ (۱)

اکنون معادله دوم را می‌نویسیم: $h_W+h_{Hg}=44$ (۲)

با توجه به معادلهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$3/4h_{Hg}+h_{Hg}=44\Rightarrow h_{Hg}=10cm, h_W=34cm$$

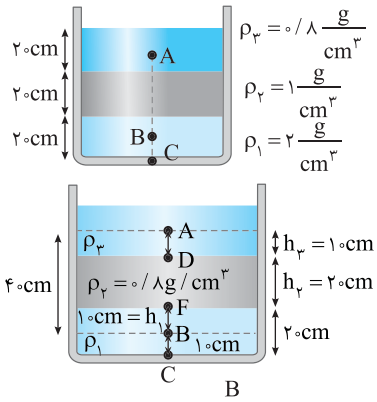
فشار آب برابر است با: $P_W=\rho_W gh_W=1000\times 10\times\frac{34}{100}=3400Pa$

فشار جیوه برابر است با: $P_{Hg}=\rho_{Hg}gh_{Hg}=13600\times 10\times 0/1=13600Pa$

فشار کل خواهد شد: $P=P_{Hg}+P_W=13600+3400=17000Pa=17kPa$

B ۴ ۲۶۳

خط فکری به شـکل دقت کنیـد، در فاصلـهٔ AB، $10cm$ از مایع با چگالی ρ_1، $20cm$ از مایـع بـا چگالی ρ_2 و $10cm$ از مایع با چگالی ρ_3 قـرار دارد. بنابراین برای به‌دسـت آوردن اختلاف فشـار بین AB باید فشار حاصل از $10cm$ مایع ρ_1 و $20cm$ مایع ρ_2 و $10cm$ مایع ρ_3 را با هم جمع کنیم.



اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B برابر است با:

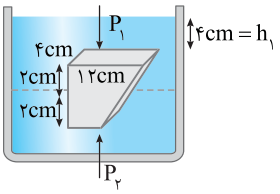
$$\Delta P_{AB}=\rho_1gh_1+\rho_2gh_2+\rho_3gh_3$$

$$=2000\times 10\times\frac{10}{100}+1000\times 10\times\frac{20}{100}+800\times 10\times\frac{10}{100}$$

$$=2000+2000+800=4800Pa$$

A ۳ ۲۶۴

۱ سـطح بالایی جسـم تنها در مایع ρ_1 فـرو رفتـه و فشـار وارد بـر سـطح بالایی جسم از طرف مایع برابر است با:



$$P_1=\rho_1gh_1=\rho_1g\frac{4}{100}=0/4\rho_1$$

۲ سطح پایینی جسم در مایع ρ_2 نیز فرو رفته و فشار وارد بر این سطح از طرف دو مایع برابر است با:

$$P_2=P_{(1)\text{مایع}}+P_{(2)\text{مایع}}\Rightarrow P_2=\rho_1g\frac{6}{100}+\rho_2g\frac{2}{100}=0/6\rho_1+0/2\rho_2$$

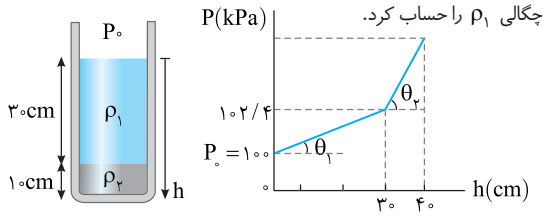
۳ نیروی وارده از طرف مایع برابر $F=PA$ است:

$$F_۱=F_۲\Rightarrow P_۱A_۱=P_۲A_۲\xrightarrow[A_۲=۴\times۵=۲۰cm^۲]{A_۱=۴\times۱۲=۴۸cm^۲}۰/۴\rho_۱\times۴۸=(۰/۶\rho_۱+۰/۲\rho_۲)\times۲۰$$

$$۴/۸\rho_۱=۳\rho_۱+\rho_۲\Rightarrow\rho_۲=۱/۸\rho_۱\Rightarrow\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=۱/۸$$

۴ **۲۶۵** **A**

فشار ۳۰cm از مایع $\rho_۱$ برابر $۱۰۲/۴-۱۰۰=۲/۴kPa$ شده است و می‌توان به کمک آن چگالی $\rho_۱$ را حساب کرد.



$$P=\rho_۱gh_۱\Rightarrow۲۴۰۰=\rho_۱\times۱۰\times\frac{۳۰}{۱۰۰}\Rightarrow\rho_۱=۸۰۰kg/m^۳$$

به نمودارها دقت کنید شیب این نمودارها برابر است با:

$$\tan\theta=\frac{\Delta P}{\Delta h}\xrightarrow{\Delta P=\rho g\Delta h}\tan\theta=\frac{\rho g\Delta h}{\Delta h}\Rightarrow\tan\theta=\rho g$$

با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$\tan\theta_۲=۱۷\tan\theta_۱\Rightarrow\rho_۲g=۱۷\rho_۱g\Rightarrow\rho_۲=۱۷\times۸۰۰\Rightarrow\rho_۲=۱۳۶۰۰kg/m^۳$$

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

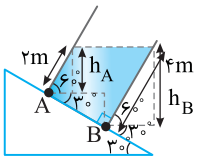
۳ **۲۶۶** **B**

در هر دو حالت فشار مایع بر کف ظرف از رابطهٔ $P=\rho gh$ به‌دست می‌آید بنابراین اختلاف فشار مایع در نقطهٔ B در دو حالت خواهد شد:

$$P'-P=\rho gh'-\rho gh\Rightarrow P'-P=\rho g(h'-h)$$

۴ **۲۶۷** **B**

خط فکری وقتی صحبت از فشار مایع $P=\rho gh$ است باید بدانیم منظور از h ارتفاع قائم مایع است و اختلاف فشار بین دو نقطه $(\Delta P=\rho g\Delta h)$ بستگی به اختلاف ارتفاع قائم دو نقطه از هم دارد.



۱ عمق نقطهٔ A از سطح آب را حساب می‌کنیم.

$$\sin۶۰^\circ=\frac{h_A}{۲}$$

$$\Rightarrow h_A=۲\sin۶۰^\circ=۲\times\frac{\sqrt۳}{۲}\Rightarrow h_A=\sqrt۳m$$

۲ عمق نقطهٔ B از سطح آب را نیز به‌دست می‌آوریم.

$$\sin۶۰^\circ=\frac{h_B}{۴}\Rightarrow h_B=۴\sin۶۰^\circ=۴\times\frac{\sqrt۳}{۲}\Rightarrow h_B=۲\sqrt۳m$$

۳ اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B برابر خواهد شد با:

$$\Delta P=P_B-P_A=\rho gh_B-\rho gh_A=\rho g(h_B-h_A)$$

$$\Delta P=۸۰۰\times۱۰(۲\sqrt۳-\sqrt۳)\Rightarrow\Delta P=۸۰۰۰\sqrt۳Pa$$

۱ **۲۶۸** **B**

ابتدا باید بدانیم آهنگ ثابت خروج آب از شیر یعنی در هر ثانیه مقدار ثابتی آب وارد ظرف می‌شود. اما هر چه از کف ظرف به سمت دهانهٔ ظرف برویم، مساحت سطح بیشتر می‌شود و با حجم ثابت افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد. بنابراین آهنگ افزایش ارتفاع آب در حال کاهش است از این‌رو آهنگ تغییر فشار نیز در حال کاهش است.



۳ **۲۶۹** **B**

چون چگالی آب بیشتر از چگالی روغن است بنابراین آب زیر روغن قرار می‌گیرد. مجموع فشار دو مایع بر کف را حساب می‌کنیم. (ارتفاع روغن h_o و ارتفاع آب h_w)

$$P=(\rho gh)_w+(\rho gh)_o=۱۰^۳\times۱۰\times h_w+۸\times۱۰^۲\times۱۰\times h_o=۲۴۰۰$$

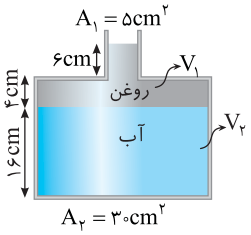
$$\Rightarrow۱۰۰h_w+۸۰h_o=۲۴\quad(۱)$$

حال با توجه به اینکه در صورت سؤال گفته شده که مجموع ارتفاع‌ها برابر ۲۶cm است داریم:

$$h_w+h_o=\frac{۲۶}{۱۰۰}\Rightarrow۱۰۰h_w+۱۰۰h_o=۲۶\quad(۲)$$

با حل دو معادله (۱) و (۲) ارتفاع‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}۱۰۰h_w+۸۰h_o=۲۴\\ ۱۰۰h_w+۱۰۰h_o=۲۶\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}h_o=۰/۱m=۱۰cm\\ h_w=۰/۱۶m=۱۶cm\end{matrix}$$



ارتفاع قسمت پهن ظرف ۲۰cm است که ۱۶cm آن را آب پُر کرده بنابراین ۴cm از ارتفاع روغن در این قسمت پهن قرار دارد و $۱۰-۴=۶cm$ روغن در قسمت باریک ظرف قرار دارد و حجم روغن مجموع حجم این دو قسمت است که باید آن را حساب کنیم.

$$V_{oil}=V_۱+V_۲=A_۱h_۱+A_۲h_۲=۶\times۵+۴\times۳۰=۱۵۰cm^۳$$

جرم روغن خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m_{oil}=\rho V_{oil}\Rightarrow m_{oil}=۰/۸\times۱۵۰=۱۲۰g$$

۲ **۲۷۰** **B**

یادآوری ریاضی حجم مخروط برابر $V=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h$ و حجم استوانه برابر $V=\pi r^۲h$ است.

خط فکری با برابر قرار دادن حجم آب در دو حالت ارتفاع مایع درون استوانه را حساب می‌کنیم، سپس با داشتن نسبت ارتفاع آب در مخروط و استوانه می‌توانیم نسبت فشار در حالت دوم به فشار حالت اول را حساب کنیم.

حجم آب در دو حالت برابر است از این‌رو:

$$V_{\text{استوانه}}=V_{\text{مخروط}}\Rightarrow\pi r'^۲h'=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h\xrightarrow{r'=\frac{r}{۲}}\frac{r^۲}{۴}h'=\frac{۱}{۳}r^۲h\Rightarrow h'=\frac{۴}{۳}h$$

با توجه به اینکه فشار مایع $P=\rho gh$ است می‌توان نوشت:

$$\frac{P_{\text{استوانه}}}{P_{\text{مخروط}}}=\frac{\rho gh'}{\rho gh}=\frac{۴}{۳}$$

دقت کنید که فشار مایع تنها در ظروف با سطح مقطع ثابت مانند ظرف استوانه‌ای را می‌توان از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ به‌دست آورد.

۲ **۲۷۱** **C**

خط فکری سؤال جالبی است. در حالت اول چگالی جسم از چگالی مایع کمتر است و جسم بر سطح مایع شناور می‌ماند و در حالت دوم چگالی جسم از چگالی مایع بیشتر است و جسم در مایع فرو می‌رود و در ته ظرف می‌نشیند. برای حالت اول مسئله را باید از تعریف اصلی فشار یعنی $P=\frac{F}{A}$ حل کرده که در آن F نیروی وزن است و با قرار دادن جسم روی سطح مایع افزایش فشار برابر $\frac{W}{A}$ می‌شود اما در حالت دوم برای یافتن فشار مایع بر کف ظرف باید مشخص شود که ارتفاع مایع درون ظرف چه مقدار افزایش یافته است.

۱ چون چگالی گوی فلزی اول کمتر از چگالی مایع است، گوی روی سطح مایع قرار می‌گیرد بنابراین افزایش فشار ناشی از افزایش وزن است از این‌رو:

$$P_۱=P_{\text{اضافه‌شده روی سطح}}\Rightarrow P_۱=\frac{mg}{A}=\frac{\rho Vg}{A}$$

$$P_۱=\frac{۲\times۱۰^۳\times(\frac{۴}{۳}\times\pi\times(۰/۱)^۳)\times۱۰}{۲۰۰\times۱۰^{-۴}}=۴\times۱۰^۳Pa$$

۲ چگالی گوی دوم بیشتر از چگالی مایع بوده و گوی در مایع فرو می‌رود و به اندازه

حجم گوی بر حجم مایع درون ظرف افزوده می‌شود. حجم گوی را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{گوی}}=\frac{۴}{۳}\pi R^۳ \Rightarrow V_{\text{گوی}}=\frac{۴}{۳}\times\pi\times(۰/۱)^۳ \Rightarrow V_{\text{گوی}}=۴\times۱۰^{-۳}\,m^۳$$

۳ افزایش حجم مایع نیز برابر $۴\times۱۰^{-۳}\,m^۳$ است بنابراین می‌توانیم افزایش ارتفاع مایع را حساب کنیم:

$$\Delta V_{\text{مایع}}=V_{\text{گوی}} \Rightarrow A\Delta h=V_{\text{گوی}} \Rightarrow ۲۰۰\times۱۰^{-۴}\times\Delta h=۴\times۱۰^{-۳} \Rightarrow \Delta h=۰/۲m$$

۴ افزایش فشار مایع در حالت دوم خواهد شد:

$$P_۲=P_{\text{ارتفاع اضافه‌شده}}=\rho g\Delta h \Rightarrow P_۲=۴\times۱۰^۳\times۱۰\times۲۰\times۱۰^{-۲}=۸\times۱۰^۳\,Pa$$

بنابراین نسبت $\frac{P_۲}{P_۱}$ برابر است با:

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۸\times۱۰^۳}{۴\times۱۰^۳}=۲$$

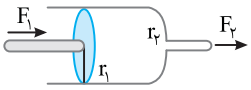
۲ ۲۷۲ C

خط فکری یک مایع محصور این توانایی را دارد که فشار وارد بر آن را به‌طور یکسان در تمام جهت‌ها منتقل کند، بنابراین فشاری که توسط شخص به پیستون سرنگ وارد می‌شود $(P=\frac{F_۱}{A_۱})$ عیناً به نوک سوزن $(P=\frac{F_۲}{A_۲})$ منتقل می‌شود. در حل این تست نیازی به تبدیل cm به m نداریم زیرا جواب نهایی بر حسب cm خواسته شده است.

۱ فشاری که توسط شخص به پیستون وارد می‌شود برابر است با:

$$P=\frac{F}{A} \Rightarrow P=\frac{۸}{\pi(۱/۲)^۲}$$

۲ این فشار به سوزن منتقل می‌شود و شعاع سطح مقطع سوزن برای حداقل نیروی لازم برای ورود مایع به بافت حیوان، برابر است با:



$$P=\frac{F_{۲\min}}{A_{۲\min}} \Rightarrow \frac{۸}{\pi(۱/۲)^۲}=\frac{۰/۳۲}{A_۲} \Rightarrow \frac{۸}{\pi(۱/۲)^۲}=\frac{۰/۳۲}{\pi r_{\min}^۲}$$

$$r_{\min}=\frac{۲}{۱۰}\times۱/۲ \Rightarrow r_{\min}=۰/۲۴cm$$

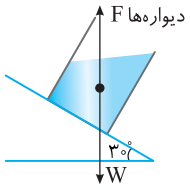
برای حالت حداکثر نیرو نیز خواهیم داشت:

$$P=\frac{F_{۲\max}}{A_{۲\max}} \Rightarrow \frac{۸}{\pi(۱/۲)^۲}=\frac{۰/۷۲}{\pi(r_{\max})^۲} \Rightarrow r_{\max}^۲=\frac{۹}{۱۰۰}\times(۱/۲)^۲ \Rightarrow r_{\max}=۰/۳۶cm$$

بنابراین شعاع انتخاب شده باید بین ۰/۲۴ و ۰/۳۶ سانتی‌متر باشد و گزینهٔ (۲) درست است. $۰/۲۴<r<۰/۳۶$

۴ ۲۷۳ C

خط فکری این مسئله بیشتر از آنکه به مبحث فشار مربوط باشد به مبحث دینامیک مربوط است، باید نیروهای وارد بر آب درون ظرف را بررسی کنیم و چون مایع ساکن است باید نیروی خالص وارد بر مایع صفر باشد.

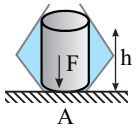


نیروی وزن در امتداد قائم بر مایع درون ظرف وارد می‌شود اما مایع ساکن است بنابراین برایند نیروهای وارد بر مایع توسط دیواره‌ها باید نیروی وزن را خنثی کند. از این‌رو این نیروی برایند باید هم‌اندازه وزن مایع و در امتداد قائم رو به بالا باشد، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۲ ۲۷۴ C

خط فکری نیرویی که از طرف مایع بر کف ظرف وارد می‌شود ناشی از فشار مایع است. فشار مایع در عمق h از یک مایع برابر ρgh و نیرویی که مایع بر سطح A وارد می‌کند برابر $F=\rho ghA$ است.

به نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود $(F=\rho ghA)$ دقت کنید. حاصل‌ضرب hA برابر حجم استوانه درون شکل زیر است و حجم این استوانه از حجم کل مایع کمتر است بنابراین نیرویی که مایع به کف ظرف وارد می‌کند از وزن کل مایع کمتر خواهد شد.



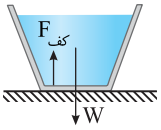
$$\begin{cases} F=\rho ghA \\ hA<V_{\text{کل مایع}} \end{cases} \Rightarrow F<\rho gV \xrightarrow{m=\rho V} F<mg$$

خط فکری نیرویی که از طرف یک جسم ساکن واقع بر سطح افقی به سطح زیری آن وارد می‌شود همواره برابر وزن جسم است. یعنی نیروی عمودی تکیه‌گاه در این حالت همان وزن جسم است.

جرم ظرف ناچیز است. بنابراین نیرویی که جسم بر سطح افقی وارد می‌کند برابر وزن مایع درون ظرف است $F'=W$ بنابراین $F<W=F'$.

۱ ۲۷۵ C

خط فکری مایع درون ظرف ساکن و نیروی خالص وارد بر مایع صفر است. نیروهای وارد بر مایع را رسم می‌کنیم:



۱ نیروی وزن که توسط کرهٔ زمین بر مایع وارد می‌شود.

۲ نیرویی که از طرف کف ظرف بر مایع رو به بالا وارد می‌شود.

۳ نیرویی که توسط دیواره‌های ظرف بر مایع وارد می‌شود.

ابتدا وزن مایع را به‌دست می‌آوریم: $W=mg \Rightarrow W=۵۰N$

سپس نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود را به‌دست می‌آوریم:

$$F=PA=\rho ghA \Rightarrow F=۲\times۱۰^۳\times۱۰\times۰/۱\times۱۵۰\times۱۰^{-۴}=۳۰N$$

بنا بر قانون سوم نیوتون، نیرویی که از طرف مایع بر کف ظرف می‌شود برابر نیرویی است که کف ظرف به مایع وارد می‌کند.

اکنون یک نیروی ۵۰N رو به پایین به مایع وارد می‌شود و یک نیروی ۳۰N نیز توسط کف ظرف رو به بالا به مایع وارد می‌شود و برای آنکه مایع ساکن بماند حتماً دیواره‌های ظرف نیروی رو به بالایی به اندازهٔ $۵۰-۳۰=۲۰N$ به مایع وارد می‌کنند تا نیروی خالص وارد بر مایع صفر شود.

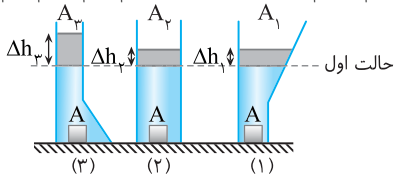
۲ ۲۷۶ C

خط فکری هر گاه در یک ظرف حاوی مایع، یک جسم (مثلاً یک سنگ) بیندازیم، به اندازهٔ حجم جسم، حجم مایع بالا می‌آید. به‌طور مثال اگر حجم مایع $۵۰cm^۳$ افزایش یابد حتماً حجم سنگ $۵۰cm^۳$ است.

وقتی در سه ظرف محتوی آب سنگ قرار دهیم، حجم آب جابه‌جا شده یکسان است اما سطح دهانه ظرف (۳) باریک‌تر و سطح دهانهٔ ظرف (۱) پهن‌تر است بنابراین:

$$\Delta V_۱=\Delta V_۲=\Delta V_۳$$

$$A_۱\Delta h_۱=A_۲\Delta h_۲=A_۳\Delta h_۳ \xrightarrow{A_۱>A_۲>A_۳} \Delta h_۱<\Delta h_۲<\Delta h_۳$$



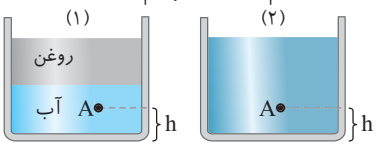
افزایش نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب برابر است با: $\Delta F=\Delta PA=\rho g\Delta hA$

از این‌رو: $F_۳>F_۲>F_۱$

۳ ۲۷۷ C

خط فکری وقتی دو مایع با چگالی‌های مختلف را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط، عددی بین عدد چگالی دو مایع است، یعنی وقتی آب و روغن را به هم می‌زنیم چگالی مخلوط از چگالی آب کمتر و از چگالی روغن بیشتر است. از طرفی همواره فشار وارد بر کف این ظرف برابر $P=\frac{W}{A}$ است.

چگالی روغن کمتر از چگالی آب است و با به هم زدن آن‌ها خواهیم داشت:



$\rho_{\text{آب}}>\rho_{\text{مخلوط}}>\rho_{\text{روغن}}$

فشار در کف ظرف از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}+P_۰$ به‌دست می‌آید و در دو حالت وزن کل مایع (mg) یکسان است. بنابراین فشار در کف ظرف در هر دو حالت با هم برابر است: $P=P'$ (۱)

در شکل (۱) فشار در کف ظرف برابر مجموع فشار در نقطهٔ A و فشار آب بین نقطهٔ A و کف ظرف است. $P=P_A+\rho_{\text{آب}}gh$ (۲)

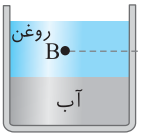
در شکل (۲) فشار در کف ظرف برابر مجموع فشار در نقطهٔ A و فشار مایع مخلوط بین نقطهٔ A و کف ظرف است.

$$P' = P'_A + \rho_{مخلوط} gh \quad (۳)$$

$$(۱),(۲),(۳) \Rightarrow P_A + \rho_{آب} gh = P'_A + \rho_{مخلوط} gh$$

$$\Rightarrow P'_A - P_A = (\rho_{آب} - \rho_{مخلوط}) gh \xrightarrow{\rho_{آب} > \rho_{مخلوط}} P'_A > P_A$$

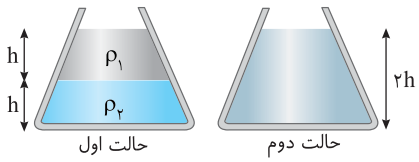
بازی با سؤال فشار در نقطهٔ B را قبل و بعد از مخلوط شدن دو مایع با هم مقایسه کنید.



C ۲۷۸ ۲

نکته ۱ اگر دو مایع با حجم یکسان و چگالی $\rho_۲ > \rho_۱$ را با هم مخلوط کنیم چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی‌هاست:

$$\rho = \frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲}$$



نکته ۲ هرگاه دو مایع به حجم‌های $V_۱$ و $V_۲ > V_۱$ با چگالی‌های $\rho_۱$ و $\rho_۲$ با هم مخلوط شوند، چگالی مخلوط به چگالی مایعی که دارای حجم بیشتری بوده است نزدیک‌تر است. با توجه به شکل حالت اول حجم مایع $\rho_۲$ که در کف ظرف است بیشتر است و چگالی مخلوط به $\rho_۲$ نزدیک‌تر است و چون $\rho_۲ > \rho_۱$ است بنابراین چگالی مخلوط از میانگین چگالی‌ها بیشتر می‌شود.

$$\rho_{مخلوط} > \frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲}$$

فشار در حالت اول برابر است با:

$$P_۱ = \rho_۱ gh + \rho_۲ gh = (\rho_۱ + \rho_۲) gh = \frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲} g(۲h) \quad (۱)$$

فشار در حالت دوم خواهد شد:

$$\rho_۲ = \rho_{مخلوط} g(۲h) \quad (۲)$$

با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲) و با توجه به اینکه $\rho_{مخلوط} > \frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲}$ است فشار در حالت دوم بیشتر از فشار در حالت اول است.

C ۲۷۹ ۱

خط فکری این مکعب از سه قسمت ساخته شده است. یکی از قسمت‌ها فلزی با چگالی $۲g/cm^۳$، دیگری فلزی با چگالی $۴g/cm^۳$ و یک قسمت هم حفره‌ای که حجم آن $\frac{۱}{۶}$ حجم مکعب است. بنابراین، حجم این مکعب برابر حاصل جمع حجم این سه قسمت است.

۱ با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال:

$$V_{فلز۱} + V_{فلز۲} + V_{حفره} = V_{مکعب} \quad (۱)$$

۲ با توجه به رابطهٔ چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ خواهیم داشت:

$$V_{فلز۱} = \frac{m_۱}{\rho_۱} \xrightarrow[\rho_۱ = ۲۰۰۰ kg/m^۳]{m_۱ = \frac{۱}{۳}m} V_{فلز۱} = \frac{\frac{۱}{۳}m}{۲۰۰۰} \Rightarrow V_{فلز۱} = \frac{m}{۶۰۰۰}$$

$$V_{فلز۲} = \frac{m_۲}{\rho_۲} \xrightarrow[\rho_۱ = ۴۰۰۰ kg/m^۳]{m_۲ = \frac{۲}{۳}m} V_{فلز۲} = \frac{\frac{۲}{۳}m}{۴۰۰۰} = \frac{m}{۶۰۰۰}$$

۳ حجم مکعب را حساب می‌کنیم:

$$V_{مکعب} = a^۳ = (۳۰ \times ۱۰^{-۲})^۳ \Rightarrow V_{مکعب} = ۲۷ \times ۱۰^{-۳} m^۳$$

۴ حجم حفره $\frac{۱}{۶}$ حجم مکعب است بنابراین: $V_{حفره} = \frac{۱}{۶} \times ۲۷ \times ۱۰^{-۳} = ۴/۵ \times ۱۰^{-۳} m^۳$

۵ به سراغ رابطهٔ (۱) می‌رویم و مقدارهای به‌دست آمده را در آن جای‌گذاری می‌کنیم تا جرم مکعب را حساب کنیم:

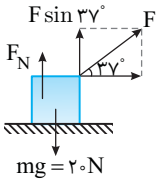
$$\frac{m}{۶۰۰۰} + \frac{m}{۶۰۰۰} + ۴/۵ \times ۱۰^{-۳} = ۲۷ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \frac{m}{۳۰۰۰} = ۲۲/۵ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow m = ۶۷/۵ kg$$

۶ فشار وارد بر قاعدهٔ مکعب خواهد شد:

$$P = \frac{mg}{A} = \frac{۶۷/۵ \times ۱۰}{۳۰ \times ۳۰ \times ۱۰^{-۴}} = ۷/۵ \times ۱۰^۳ Pa = ۷/۵ kPa$$

B ۲۸۰ ۳

خط فکری با توجه به آن چه در فیزیک (۱) پایهٔ دهم خوانده‌ایم، ابتدا نیروی F را تجزیه می‌کنیم، سپس به کمک رسم نیروها، نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم.



$$F_N + F \sin ۳۷^\circ = mg$$

$$\Rightarrow F_N = mg - F \sin ۳۷^\circ = ۲۰ - (۱۰ \times ۰/۶) = ۱۴ N$$

فشار برابر است با:

$$P = \frac{F_N}{A} = \frac{۱۴}{۰/۲ \times ۰/۷} = \frac{۱۴}{۰/۱۴} = ۱۰۰ Pa$$

C ۲۸۱ ۳

تذکر این مسئله ترکیبی از فصل ویژگی‌های ماده در پایهٔ دهم و فصل دینامیک در پایهٔ دوازدهم است که در آن نیروی کشسانی فنر آموزش داده شده و این نیرو برابر $F = k\Delta x$ است که در آن k ثابت فنر و Δx تغییر طول فنر است. دقت کنید این مسئله برای دانش‌آموز پایه دوازدهم است.

فشاری که به سطح $A_۲$ وارد می‌شود برابر است با مجموع فشار مایع و فشاری که در اثر قرار دادن جسم روی پیستون $A_۱$ ایجاد می‌شود. بنابراین:

$$P_{A_۲} = \rho gh + \frac{W}{A_۱} \Rightarrow P_{A_۲} = \rho g(h_۱ + h_۲ \sin ۳۰^\circ) + \frac{mg}{A_۱}$$

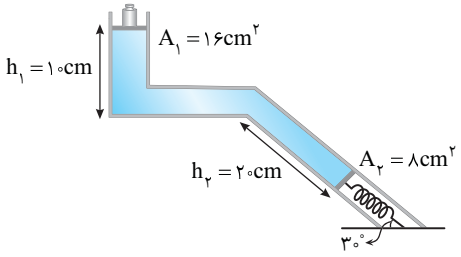
$$\Rightarrow P_{A_۲} = ۸ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times (۲۰ \times ۱۰^{-۲}) + \frac{۲ \times ۱۰}{۱۶ \times ۱۰^{-۴}}$$

$$= ۱۶ \times ۱۰^۳ + ۱۲/۵ \times ۱۰^۳ = ۲۸/۵ \times ۱۰^۳ Pa$$

نیروی وارد بر $A_۲$ برابر نیرویی است که فنر به سطح بیستون (۲) وارد می‌کند، بنابراین:

$$P_{A_۲} A_۲ = k\Delta x \Rightarrow ۲۸/۵ \times ۱۰^۳ \times (۸ \times ۱۰^{-۴}) = ۴۰۰ \Delta x$$

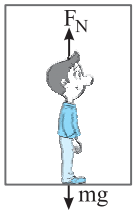
$$\Rightarrow \Delta x = ۵/۷ \times ۱۰^{-۲} \Rightarrow \Delta x = ۵/۷ cm$$



C ۲۸۲ ۲

خط فکری می‌دانیم فشار $P = \frac{F_N}{A}$ است که در آن F_N نیروی عمودی سطح است، بنابراین باید نیروی عمودی سطح را به‌دست آوریم. ابتدا نیروهای وارد بر جسم را در آسانسور رسم می‌کنیم. اگر جسم رو به بالا در حرکت باشد نیروی خالص وارد بر جسم برابر $F_{net} = F_N - mg$ خواهد بود چنانچه حرکت تندشونده باشد در قانون دوم نیوتون $F = ma$ شتاب را با علامت مثبت قرار می‌دهیم و اگر حرکت کندشونده باشد، شتاب را با علامت منفی قرار می‌دهیم.

۱ نیروهای وارد بر شخص را رسم می‌کنیم، یکی از نیروها، نیروی وزن که توسط کرهٔ زمین بر شخص وارد می‌شود و دیگری نیروی عمودی تکیه‌گاه که توسط کف آسانسور بر شخص وارد می‌شود.



۲ آسانسور با حرکت کندشونده در حال حرکت رو به بالا است بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - ۸۰ \times ۱۰ = ۸۰ \times (-۵) \Rightarrow F_N = ۴۰۰ N$$

اکنون می‌توان فشار وارد بر کف آسانسور را به‌دست آورد:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F_N}{A} \Rightarrow P = \frac{۴۰۰}{۲ \times ۴۰ \times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow P = ۵۰۰۰۰ Pa = ۵۰ kPa$$

۲۸۳ C **۳**

خط فکری برای حل این مسئله شما باید از دینامیک کمک بگیرید و به کمک تحلیل نیروهای وارد بر مایع، نیروی عمودی سطح کف ظرف وارد بر مایع را حساب کنید. ابتدا در حالت کلی مسئله را حل می‌کنیم و روابط مربوط به فشار در این حالت را به‌دست می‌آوریم سپس مسئله را حل می‌کنیم.

می‌دانیم فشار برابر اندازهٔ نیروی عمودی وارد بر سطح است $(P=\frac{F_N}{A})$. اگر ظرف ساکن باشد فشار $P=\rho gh$ و اختلاف فشار بین دو نقطه برابر $\Delta P=\rho g\Delta h$ است. در حالتی که ظرف با شتاب ثابت a در راستای قائم در حال حرکت است، ابتدا باید نیروی عمودی تکیه‌گاه را به‌دست آورد. اگر ظرف با شتاب a در حال حرکت تندشونده رو به پایین باشد، نیروی وزن از نیروی عمودی تکیه‌گاه بزرگ‌تر است.

$$F_T=ma\Rightarrow mg-F'_N=ma\Rightarrow F'_N=m(g-a)$$

فشار برابر خواهد شد با:

$$P'=\frac{F'_N}{A}\Rightarrow P'=\frac{m(g-a)}{A}\xrightarrow{m=\rho V}$$

$$P'=\frac{\rho V(g-a)}{A}\xrightarrow{V=Ah}P'=\rho h(g-a)$$

اگر ظرف با شتاب a در حال حرکت تندشونده رو به بالا باشد آن‌گاه می‌توان نشان داد که $P'=\rho h(g+a)$

اکنون با توجه به آنچه که در بالا به‌دست آورده‌ایم، خواهیم داشت:

$$P'=\rho h(g-a)=\rho h(g-\frac{g}{3})=\frac{2}{3}\rho hg\ ,\ \frac{P'}{P}=\frac{\frac{2}{3}\rho hg}{\rho hg}=\frac{2}{3}\Rightarrow\Delta P'=\frac{2}{3}\Delta P$$

بازی با سؤال **اختلاف فشار بین دو نقطه درون ظرف پر از آبی در حال سکون P می‌باشد. اگر ظرف آب با شتاب ثابت گرانش سقوط کند، اختلاف فشار بین این دو نقطه .....**

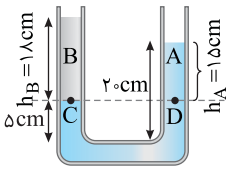
۱) برابر صفر می‌شود. ۲) بزرگ‌تر از صفر و کوچک‌تر از P می‌شود.
۳) برابر P می‌شود. ۴) بزرگ‌تر از P می‌شود.

گزینهٔ ۱

پنجره ۳

۲۸۴ A **۱**

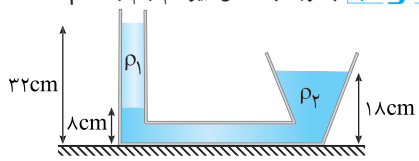
۱ خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. نقاط هم تراز درون یک مایع ساکن، هم‌فشارند.
۲ فشار در نقطهٔ C حاصل از ۱۸cm مایع B و در نقطهٔ D حاصل از ۱۵cm از مایع A است.



$$P_C=P_D\Rightarrow P_\circ+\rho_B gh_B=P_\circ+\rho_A gh_A$$

$$\rho_B\times18=\rho_A\times15\Rightarrow\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{15}{18}=\frac{5}{6}$$

بازی با سؤال **با توجه به شکل زیر، ρ_1/ρ_2 کدام است؟**



۱) $\frac{16}{9}$ ۲) $\frac{12}{5}$ ۳) $\frac{5}{12}$ ۴) $\frac{9}{16}$

گزینهٔ ۳

۲۸۵ A **۲**

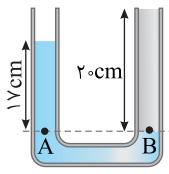
۱ خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم.
۲ فشار دو شاخه در خط هم‌تراز را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_{آب}gh_{آب}=\rho_{روغن}gh_{روغن}$$

$$\Rightarrow\rho_{آب}\times17=\rho_{روغن}\times20$$

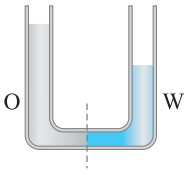
$$\rho_{روغن}=\frac{17}{20}\rho_{آب}\Rightarrow\rho_{روغن}=\frac{85}{100}\rho_{آب}$$

$$\rho_{روغن}-\rho_{آب}=\frac{85}{100}\rho_{آب}-\rho_{آب}=-\frac{15}{100}\rho_{آب}$$



بنابراین چگالی روغن ۱۵٪ کمتر از چگالی آب است.

۲۸۶ A **۳**



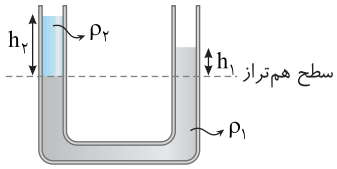
خط تراز دو مایع دقیقاً در وسط لوله قرار گرفته و فشار مایع از شاخهٔ سمت راست و شاخهٔ سمت چپ در این حالت با هم برابر است. فشار حاصل از شاخهٔ سمت راست برابر $\rho_W gh_W$ بوده و فشار حاصل از شاخهٔ سمت چپ برابر $\rho_O gh_O$ است.

$$P_{چپ}=P_{راست}\Rightarrow\rho_O gh_O=\rho_W gh_W\Rightarrow\frac{h_W}{h_O}=\frac{\rho_O}{\rho_W}=0/8$$

۲۸۷ A **۱**

هنگامی که دو مایع را درون ظرفی می‌ریزیم، همواره مایع با چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود و مایع با چگالی کمتر روی آن قرار می‌گیرد. بنابراین شکل‌های (الف) و (ب) که در آن ρ_2 ته‌نشین شده است نادرست‌اند.

در لولهٔ U شکل فشار در سطح هم‌تراز یکسان است. بنابراین در سطح هم‌تراز فشار مایع ρ_1 با فشار مایع ρ_2 برابر است.



$$P_1=P_2\Rightarrow\rho_1gh_1=\rho_2gh_2$$

$$\Rightarrow\rho_1h_1=\rho_2h_2$$

$$\xrightarrow{\rho_1>\rho_2}h_1<h_2$$

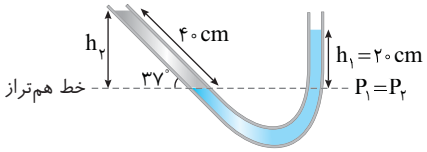
بنابراین شکل (پ) درست و شکل (ت) نادرست است.

میانبر مایع با چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود و ارتفاع آن کمتر از ارتفاع مایع در شاخهٔ دیگر لوله است.

۲۸۸ B **۲**

فشار مایع در یک ظرف به عمق قائم مایع از سطح آزاد آن بستگی دارد. یعنی ارتفاع مؤثر مایع در لولهٔ سمت چپ برابر است با:

$$\sin37^\circ=\frac{h_2}{40}\Rightarrow h_2=40\sin37^\circ=40\times0/6=24cm$$

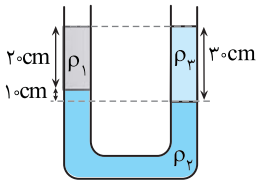


فشار در نقاط هم تراز یکسان است، از این رو:

$$\rho_1gh_1=\rho_2gh_2\Rightarrow2\times20=\rho_2\times24\Rightarrow\rho_2=\frac{40}{24}=\frac{5}{3}g/cm^3$$

۲۸۹ B **۴**

خط تراز را رسم می‌کنیم و برابری فشار برای نقاط روی خط تراز را می‌نویسیم:



$$\rho_1gh_1+\rho_2gh_2+P_\circ=\rho_3gh_3+P_\circ$$

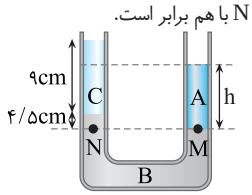
$$\Rightarrow\rho_1h_1+\rho_2h_2=\rho_3h_3$$

$$\Rightarrow\rho_1(20)+2\rho_1(10)=\rho_3(30)$$

$$\Rightarrow40\rho_1=30\rho_3\Rightarrow\frac{\rho_3}{\rho_1}=\frac{4}{3}$$

۲۹۰ B **۲**

ابتدا خط تراز را رسم می‌کنیم، فشار در نقاط M و N با هم برابر است.



فشار در نقطهٔ M برابر فشار ستون مایع A است و فشار در نقطهٔ N برابر فشار ستون مایع B و ۹cm از مایع C است.

$$\begin{cases}P_M=\rho_A gh\\P_N=\rho_B gh_B+\rho_C gh_C\end{cases}\xrightarrow{P_M=P_N}$$

$$1/8\times10^3\times g\times h=2\times10^3\times g\times\frac{4/5}{100}+0/8\times10^3\times g\times\frac{9}{100}$$

از دو طرف معادلهٔ بالا 10^3 و g را ساده می‌کنیم:

$$1/8h=\frac{9}{100}+\frac{7/2}{100}\Rightarrow 1/8h=\frac{16/2}{100}\Rightarrow h=9cm$$

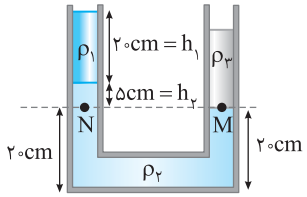
حال اختلاف ارتفاع دو شاخه در بالای خط تراز که خواستهٔ سؤال است را حساب می‌کنیم:

$$x=h_{\text{چپ}}-h_{\text{راست}}\Rightarrow x=(9+4/5)-9=4/5cm$$

B ۲۹۱ ۱

خط فکری برای حل مسائل لوله‌های U شکل، اولین کار رسم خط تراز و برابر قرار دادن فشار نقاط روی خط تراز است.

ابتدا خط تراز را می‌کشیم. فشار روی خط تراز باهم برابر است:



$$P_N=P_M\Rightarrow P_0+P_{\text{مایع }1}+P_{\text{مایع }2}=P_{\text{مایع }3}+P_0\xrightarrow{P=\rho gh}\rho_1gh_1+\rho_2gh_2=P_{\text{مایع }3}$$

$$\Rightarrow 800\times10\times\frac{20}{100}+2400\times10\times\frac{5}{100}=P_{\text{مایع }3}\Rightarrow P_{\text{مایع }3}=1600+1200=2800Pa$$

برای پیدا کردن جرم مایع ρ_3 ابتدا وزن این مایع را به کمک تعریف فشار حساب می‌کنیم.

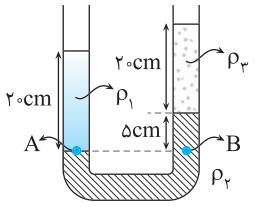
$$P_3=\frac{W_3}{A}\xrightarrow{A=2cm^2}2800=\frac{W_3}{2\times10^{-4}}\Rightarrow W_3=0/56N$$

جرم مایع خواهد شد: $W_3=m_3g\Rightarrow 0/56=m_3\times10\Rightarrow m_3=0/056kg=56g$

B ۲۹۲ ۲

۱ خط تراز را از پایین‌ترین سطح جدایی دو مایع رسم می‌کنیم.

۲ فشار در نقاط هم‌تراز A و B با هم برابر است. فشار در نقطهٔ A ناشی از مایع ρ_1 و فشار هواست و در نقطهٔ B ناشی از فشار 5cm مایع ρ_2 و فشار 20cm مایع ρ_3 و فشار هواست.



$$P_A=P_B\Rightarrow\rho gh_1+P_0=\rho_2gh_2+\rho_3gh_3+P_0$$

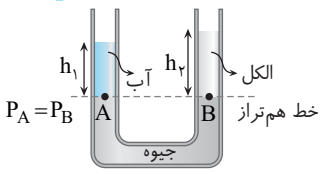
$$\rho_1h_1=\rho_2h_2+\rho_3h_3\Rightarrow\rho_1\times20=\rho_2\times5+\rho_3\times20$$

$$4\rho_1=\rho_2+4\rho_3\xrightarrow{\rho_1=2\rho_3}4\rho_1=\rho_2+4\frac{\rho_1}{2}$$

$$4\rho_1-2\rho_1=\rho_2\Rightarrow\frac{\rho_2}{\rho_1}=2$$

B ۲۹۳ ۳

در شاخهٔ سمت راست آن قدر الکل ریخته شده که ارتفاع جیوه در دو طرف برابر شده است، بنابراین فشار جیوه در دو طرف برابر است. خط هم‌تراز را رسم کرده و فشار در نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم.

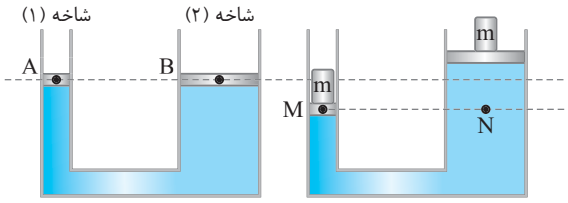


$$P_A=P_B\Rightarrow P_0+\rho_1gh_1=P_0+\rho_2gh_2$$

$$\rho_1h_1=\rho_2h_2\Rightarrow h_2=\frac{\rho_1h_1}{\rho_2}\Rightarrow h_2=\frac{1\times27/2}{0/8}=34cm$$

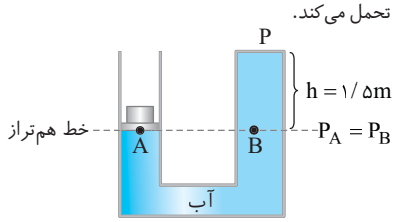
B ۲۹۴ ۲

با قرار دادن وزنه‌ای به جرم m روی پیستون‌ها، فشار در زیر پیستون به اندازهٔ $\frac{W}{A}$ افزایش می‌یابد و چون $A_1<A_2$، بنابراین $\Delta P_1>\Delta P_2$، بنابراین افزایش فشار در شاخهٔ (۱) بیشتر بوده و باعث می‌شود مایع در شاخهٔ (۲) بالا برود.



B ۲۹۵ ۱

خط فکری خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم و فشار را در نقاط هم‌تراز مساوی قرار می‌دهیم. فشار در نقطهٔ A مجموع فشار هوا (P_0) و فشار ناشی از وزنه $(P=\frac{W}{A})$ است. اما فشار در نقطهٔ B جمع فشار ارتفاع ۱/۵ متری مایع و فشاری است که دهانهٔ بستهٔ $(P)A_2$ تحمل می‌کند.



۱ فشار در نقطهٔ A را می‌نویسیم: $P_A=P_0+\frac{W}{A}$

۲ فشار در نقطهٔ B را می‌نویسیم: $P_B=P_{\text{دهانه بسته}}+\rho gh$

۳ اکنون P_A را مساوی P_B قرار می‌دهیم. $P_A=P_B$

$$P_0+\frac{mg}{A}=P+\rho gh\Rightarrow P=P_0+\frac{mg}{A}-\rho gh\Rightarrow P=10^5+\frac{20}{10^{-4}}-1000\times10\times1/5$$

$$\Rightarrow P=10^5+2\times10^5-1/5\times10^4\Rightarrow P=10^4(10+20-1/5)=28/5\times10^4Pa$$

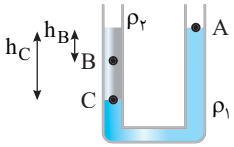
۴ نیروی وارد بر دهانهٔ A_2 برابر است با:

$$F=PA=28/5\times10^4\times10^{-4}=28/5N$$

A ۲۹۶ ۴

نقطهٔ A در سطح بالایی مایع قرار دارد و فشار در نقطهٔ A همان فشار هواست $(P_A=P_0)$. در نقاط B و C علاوه بر فشار هوا، فشار مایع نیز وجود دارد و هر چه عمق مایع بیشتر باشد فشار بیشتر است. بنابراین:

$$\left.\begin{aligned}P_B&=P_0+\rho gh_B>P_A\\P_C&=P_0+\rho gh_C\xrightarrow{h_C>h_B}P_C>P_B\end{aligned}\right\}\Rightarrow P_C>P_B>P_A$$

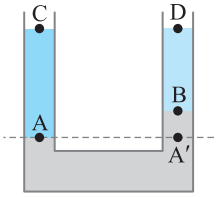


B ۲۹۷ ۱

نقاط D و C در سطح آزاد مایع قرار دارند و فشار در این نقاط برابر فشار هوا بوده و با هم برابر است.

$$P_C=P_D=P_0$$

خط تراز را می‌کشیم فشار نقاط A و A' برابر است و چون نقطهٔ A' پایین‌تر از نقطهٔ B بوده فشار نقطهٔ A' بیشتر از B است:



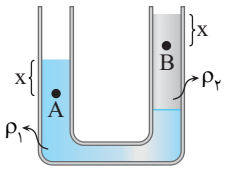
$$\left\{\begin{aligned}P_A&=P_{A'}\\P_{A'}&>P_B\end{aligned}\right.\Rightarrow P_A>P_B$$

نقطهٔ B پایین‌تر از نقطهٔ D است و فشار نقطهٔ B بیشتر از نقطهٔ D است.

بنابراین: $P_A>P_B>P_C=P_D$

A ۲۹۸ ۱

۱ مایع ρ_1 ته‌نشین شده است بنابراین چگالی آن بیشتر است $\rho_1 > \rho_2$.



۲ فشار در نقاط A و B برابر است با:

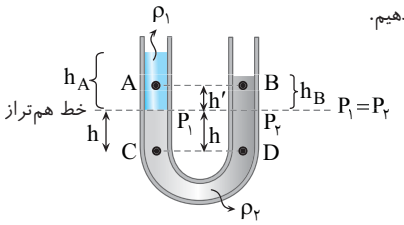
$P_A = P_\circ + \rho_1 gx$ و $P_B = P_\circ + \rho_2 gx$

۳ چون $\rho_1 > \rho_2$ است قطعاً $P_A > P_B$ خواهد بود.

B ۲۹۹ ۴

خط فکری در این تست کنکور، طراح دو حالت مختلف برای مقایسهٔ فشار در نظر گرفته است. یکی نقاط C و D که در یک مایع روی یک خط افقی قرار دارند و دیگری نقاط A و B که در دو مایع با چگالی‌های مختلف روی یک خط افقی قرار دارند. از طرفی مایع ρ_2 دارای چگالی بیشتری است زیرا ته‌نشین شده است.

۱ خط هم‌تراز را از سطح جدایی دو مایع رسم می‌کنیم و فشار نقاط روی این خط را برابر قرار می‌دهیم.



$P_1 = P_2 \Rightarrow P_\circ + \rho_1 g h_A = P_\circ + \rho_2 g h_B$

$\Rightarrow \rho_1 h_A = \rho_2 h_B \xrightarrow{h_A > h_B} \rho_1 < \rho_2$

۲ نقاط C و D درون یک مایع و در یک خط افقی قرار دارند بنابراین فشار در این دو نقطه باهم برابر است اما به اثبات این مسئله توجه کنید: فشار در نقطهٔ C برابر مجموع فشار P_1 و فشار ستون h از مایع است همچنین در نقطهٔ D فشار برابر مجموع فشار P_2 و فشار ستون h از مایع است. بنابراین:

$$\begin{cases} P_C = P_1 + \rho_2 gh \\ P_D = P_2 + \rho_2 gh \end{cases} \Rightarrow P_C = P_D$$

۳ اکنون فشار نقاط A و B را با هم مقایسه می‌کنیم. برای این منظور می‌توان فشار P_1 را مجموع فشار $\rho_1 gh'$ و فشار در نقطهٔ A در نظر گرفت، همچنین فشار P_2 را مجموع فشار $\rho_2 gh'$ و فشار در نقطهٔ B فرض کرد.

$P_1 = P_2 \Rightarrow P_A + \rho_1 gh' = P_B + \rho_2 gh' \xrightarrow{\rho_1 < \rho_2} P_A > P_B$

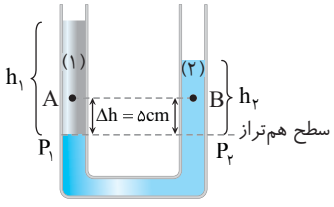
میانبر ۱ فشار در دو نقطه واقع بر یک خط افقی در یک مایع، یکسان است.

$P_C = P_D$

میانبر ۲ در یک لوله U شکل، فشار در دو نقطه واقع بر یک خط افقی در دو مایع متفاوت در نقطه‌ای بزرگ‌تر است که ارتفاع مایع بالای آن بیشتر است $P_A > P_B$.

B ۳۰۰ ۴

یادآوری برای دو مایع مخلوط‌نشدنی که در یک ظرف قرار دارند مایعی که ته‌نشین می‌شود دارای چگالی بیشتری است. با توجه به یادآوری در شاخهٔ سمت چپ، مایع (۲) زیر مایع (۱) است، پس چگالی مایع سمت چپ $\rho_1 = 800 kg/m^3$ و چگالی مایع سمت راست $\rho_2 = 1000 kg/m^3$ است. فشار در نقطهٔ A برابر است با: $P_A = P_1 - \rho_1 g\Delta h$



فشار در نقطهٔ B برابر است با: $P_B = P_2 - \rho_2 g\Delta h$

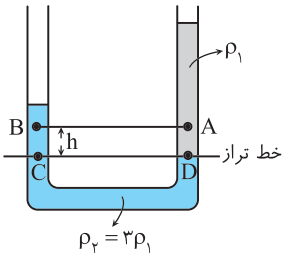
$P_A - P_B = P_1 - \rho_1 g\Delta h - (P_2 - \rho_2 \Delta h) = (\rho_2 - \rho_1) g\Delta h$

$\Rightarrow P_A - P_B = (1000 - 800) \times 10 \times \frac{5}{100} \Rightarrow P_A = P_B + 100$

میانبر اگر دو مایع در لوله U شکل داشته باشیم، اختلاف فشار بین دو نقطه در ارتفاع یکسان از کف لوله و در دو مایع مختلف برابر است با: $\Delta P_{AB} = (\Delta\rho) gh$

B ۳۰۱ ۱

خط تراز را رسم می‌کنیم.



فشار در نقاط C و D واقع بر خط تراز یکسان است. $P_C = P_D$

فشار در نقطهٔ B: $P_B = P_C - \rho_1 gh$

فشار در نقطهٔ A: $P_A = P_D - \rho_1 gh$

اختلاف فشار بین A و B را به‌دست می‌آوریم:

$P_A - P_B = P_D - \rho_1 gh - P_C + \rho_2 gh \xrightarrow{P_C = P_D}$

$P_A - P_B = \rho_2 gh - \rho_1 gh \Rightarrow P_A - P_B = 3\rho_1 gh - \rho_1 gh$

$P_A - P_B = 2\rho_1 gh$

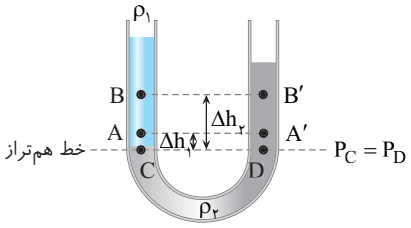
B ۳۰۲ ۱

راه‌حل اول: مایع ρ_1 روی مایع ρ_2 قرار دارد، بنابراین $\rho_1 < \rho_2$ است. در نقاط هم‌تراز C و D فشار یکسان است. فشار در نقطهٔ D را می‌توان به صورت‌های زیر نوشت:

$P_D = P_{A'} + \rho_2 g\Delta h_1$ (۱) $\qquad P_D = P_{B'} + \rho_2 g\Delta h_2$ (۲)

فشار در نقطهٔ C را می‌توان به صورت‌های زیر نوشت:

$P_C = P_A + \rho_1 g\Delta h_1$ (۳) $\qquad P_C = P_B + \rho_1 g\Delta h_2$ (۴)



رابطه‌های (۱) و (۳) و همچنین رابطه‌های (۲) و (۴) را مساوی قرار می‌دهیم:

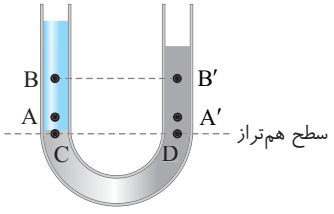
$\xrightarrow{(۱)\text{ و }(۳)} P_{A'} + \rho_2 g\Delta h_1 = P_A + \rho_1 g\Delta h_1 \Rightarrow \overbrace{P_A - P_{A'}}^{\Delta P_1} = (\rho_2 - \rho_1) g\Delta h_1$

$\xrightarrow{(۲)\text{ و }(۴)} P_{B'} + \rho_2 g\Delta h_2 = P_B + \rho_1 g\Delta h_2 \Rightarrow \underbrace{P_B - P_{B'}}_{\Delta P_2} = (\rho_2 - \rho_1) g\Delta h_2$

$\xrightarrow{\Delta h_1 < \Delta h_2} \Delta P_1 < \Delta P_2$

نتیجه در لوله‌های U شکل محتوی دو مایع مخلوط‌نشدنی، هر چه از سطح هم‌تراز دو مایع بالاتر رویم، اختلاف فشار بین دو نقطه واقع بر یک خط افقی افزایش می‌یابد.

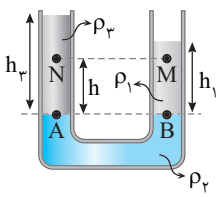
میانبر دقت کنید اختلاف فشار در نقاط C و D واقع بر خط هم‌تراز صفر است. هر چه از سطح آزاد مایع به سمت خط هم‌تراز برویم، اختلاف فشار در نقاط واقع در دو مایع کاهش می‌یابد و به صفر می‌رسد و هر چه از خط هم‌تراز به سمت سطح آزاد مایع برویم، اختلاف فشار در دو طرف لوله بیشتر می‌شود.



$P_B - P_{B'} > P_A - P_{A'}$

B ۳۰۳ ۳

خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. فشار در نقاط A و B واقع بر سطح هم‌تراز برابر است. فشار در نقطهٔ A برابر فشار ستون h_3 از مایع ρ_3 و فشار در نقطهٔ B برابر فشار ستون h_1 از مایع ρ_1 است:



$P_A = P_B \Rightarrow \rho_3 gh_3 = \rho_1 gh_1 \xrightarrow{h_3 > h_1} \rho_3 < \rho_1$

برای بررسی فشار در نقاط N و M، کافی است از نقاط B و A به اندازه h بالا برویم، در این صورت در شاخه سمت چپ، فشار در نقطهٔ N برابر $P_N = P_A - \rho_3 gh$ و در شاخه سمت راست، فشار در نقطهٔ M برابر $P_M = P_B - \rho_1 gh$ است.

با توجه به اینکه $P_A = P_B$ و ρ_1 بزرگ‌تر از ρ_3 است، فشار در نقطهٔ N از فشار در نقطهٔ M بزرگ‌تر است. $(P_N > P_M)$

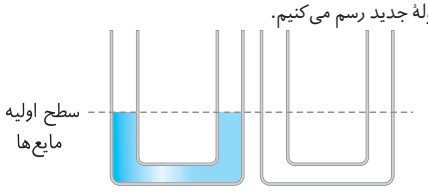
میانبر مایع ρ_2 در این مسئله نقشی ندارد و در مایع ρ_1 و ρ_3 فشار دو نقطه روی یک خط افقی همواره در مایعی با چگالی بیشتر، کمتر از دیگری است. (یا اینکه در نقطه‌ای که ارتفاع مایع بالا سر آن کمتر باشد، فشار کمتر است.)

۳۰۴ | ۲ | B

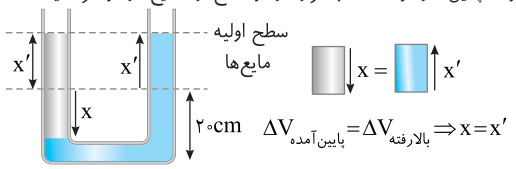
نکته اگر در لولهٔ U شکل تنها یک مایع قرار گرفته باشد، همواره سطح آزاد مایع در دو شاخه در یک سطح (تراز) قرار می‌گیرند.

خط فکری برای حل سؤالاتی که در لولهٔ U شکل قرار است مایع اضافه شود باید مراحل زیر را طی کنیم:

۱ یک لولهٔ U شکل در کنار لولهٔ اولیهٔ داده شده رسم می‌کنیم و سطح مایع اولیه در لوله را در لولهٔ جدید رسم می‌کنیم.



۲ مایع جدید را در لولهٔ دوم اضافه می‌کنیم، فقط دقت کنید در شاخه‌ای که مایع اضافه می‌شود (شاخهٔ سمت چپ) مقداری مایع اولیه پایین رفته و همان مقدار مایع در شاخهٔ دیگر (شاخهٔ سمت راست) بالا می‌آید. در این سؤال سطح مقطع دو ظرف برابر است و همچنین در دو شاخه آب قرار دارد و سطح آزاد مایع در دو طرف یکسان است:



$\Delta V_{\text{پایین آمده}} = \Delta V_{\text{بالارفته}} \Rightarrow x = x'$

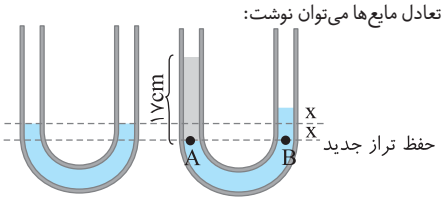
۳ بنابراین ارتفاع مایع اضافه شده برابر ۲x است:

$V_{\text{مایع جدید}} = A(2x) \Rightarrow 200 = 20 \times 2x \Rightarrow x = 5cm$

۴ ارتفاع مایع در شاخهٔ سمت راست برابر $20 + 5 = 25\ cm$ می‌شود.

۳۰۵ | ۱ | B

با توجه به تعادل مایع‌ها می‌توان نوشت:



$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{Hg}(2x)$

$17 \times 2 = 13/6(2x) \Rightarrow x = 1/25cm$

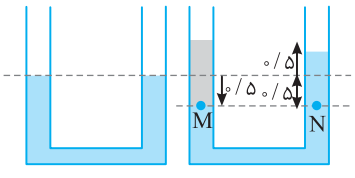
۳۰۶ | ۳ | B

در ابتدا درون لوله تنها جیوه بوده است. با اضافه کردن الکل به یک شاخه در آن شاخه جیوه پایین رفته و به همان اندازه در شاخهٔ دیگر جیوه بالا می‌رود:

$P_M = P_N \Rightarrow \rho_O g h_O = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow 0/8 \times h_O = 13/6 \times 1$

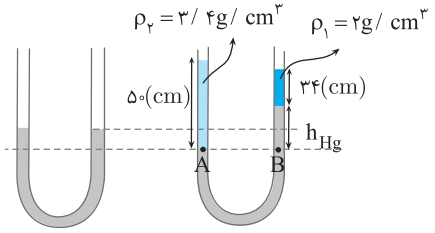
$\Rightarrow h_O = 17cm$

حال حجم الکل را به‌دست می‌آوریم: $V_O = Ah \Rightarrow V_O = 2 \times 17 = 34cm^3$



۳۰۷ | ۱ | B

چگالی مایع که در شاخه سمت چپ ریخته شده بیشتر از چگالی مایع ریخته شده در شاخه سمت راست است و ارتفاع آن هم بیشتر است، بنابراین جیوه در شاخه سمت چپ پایین می‌رود و در شاخه سمت راست بالا می‌آید. (مطابق شکل):



در نقاط هم‌تراز A و B فشار برابر است:

$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_{Hg} h_{Hg} + \rho_1 h_1$

$\Rightarrow 3/4 \times 50 = 13/6 \times h_{Hg} + 34 \times 2$

$\Rightarrow 50 = 4h_{Hg} + 20 \Rightarrow 30 = 4h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = 7/5cm$

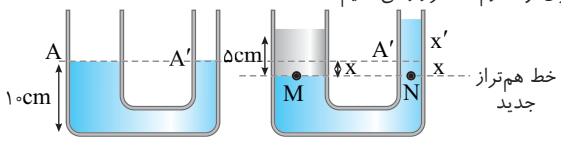
۳۰۸ | ۲ | B

ابتدا کنار لولهٔ U شکل سؤال، لولهٔ U شکل دیگری رسم می‌کنیم و نفت را به شاخه سمت چپ آن اضافه می‌کنیم. برای اینکه بتوانیم دو حالت را باهم مقایسه کنیم، خط هم‌تراز سطح آب در لولهٔ اول را روی لولهٔ دوم مشخص می‌کنیم. حجم آبی که در شاخهٔ سمت چپ پایین رفته با حجم آبی که در شاخهٔ سمت راست بالا می‌آید برابر است.

$\Delta V_{\text{آب بالا رفته}} = \Delta V_{\text{آب پایین آمده}} \Rightarrow \pi(3r)^2 \times x = \pi r^2 x' \Rightarrow x' = 9x$

یعنی وقتی در شاخهٔ سمت چپ نفت روی آب ریخته می‌شود و آب به اندازه x پایین می‌رود در شاخهٔ سمت راست آب به اندازهٔ 9x بالا می‌رود و سطح آب در شاخهٔ سمت راست 10x بالاتر از خط هم‌تراز جدید است.

برای لولهٔ دوم خط تراز را می‌کشیم:

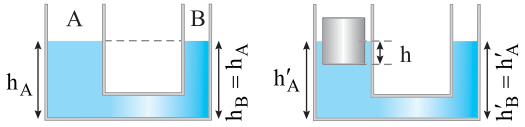


$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{نفت}} g h_{\text{نفت}} = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} \Rightarrow 0/8 \times 5 = 1 \times (10x) \Rightarrow x = 0/4cm$

میزان آبی که در شاخهٔ باریک بالا رفته برابر است با: $x' = 9x = 9 \times 0/4 = 3/6cm$

۳۰۹ | ۳ | B

نکتهٔ مهم در حل این مسئله این است که بدانیم وقتی درون ظروف مرتبط مایعی ریخته شود همواره سطح مایع در تمام ظروف در ارتفاع یکسان قرار دارد. اگر جسم را روی سطح آب شناور کنیم باز ارتفاع مایع در شاخهٔ سمت چپ و سمت راست باهم برابر است $h'_A = h'_B$. حتی اگر مقداری سنگ‌ریزه در یک شاخه بریزیم باز ارتفاع مایع در دو شاخه یکی است، زیرا فشار در کف ظرف توسط مایع در دو حالت باید یکسان باشد در غیر این صورت آب از ناحیه با فشار بیشتر به سمت ناحیه با فشار کمتر شارش می‌کند تا فشار یکسان شود یعنی ارتفاع مایع در دو طرف یکی شود.

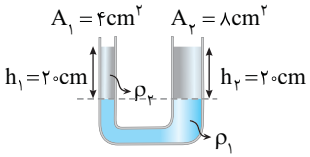


۳۱۰ | ۳ | B

خط فکری وقتی که در شاخهٔ سمت راست همان مایع ρ_2 ریخته می‌شود تا سطح مایع ρ_1 در دو شاخه در یک تراز قرار گیرد، فشار مایع ρ_2 در دو طرف یکسان است. یکسان بودن فشار مایع یعنی ارتفاع مایع اضافه شده نیز همان 20cm است. اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

شکل را رسم می‌کنیم، نسبت حجم مایع در دو شاخه برابر است با: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{A_2 h_2}{A_1 h_1} = \frac{8}{4} = 2$

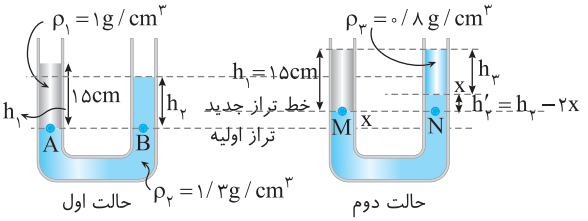
$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\begin{cases}m_۱=\rho V_۱\\ m_۲=\rho V_۲\end{cases}\Rightarrow\frac{m_۲}{m_۱}=۲\Rightarrow m_۲=۲m$$



بنابراین جرم مایع اضافه شده به شاخهٔ سمت راست دو برابر جرم مایع شاخهٔ سمت چپ است.

C ۳ ۳۱۱

خط فکری شکل دو حالت مسئله را کنار هم رسم می‌کنیم. در حالت اول خط تراز را می‌کشیم تا ارتفاع $h_۲$ را حساب کنیم. وقتی مایع $\rho_۳$ را به شاخهٔ سمت راست اضافه می‌کنیم. مایع $\rho_۲$ به اندازهٔ x در سمت راست پایین می‌رود و به همین اندازه مطابق شکل در سمت چپ بالا می‌رود. از این‌جا به بعد شما با مقایسهٔ دو شکل باید مقدار x و $h_۲$ را حساب کنید.



۱ خط تراز در حالت اول را رسم می‌کنیم. فشار نقاط A و B واقع بر خط تراز یکسان است.

$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_۱gh_۱=\rho_۲gh_۲\Rightarrow۱\times۱۵=۱/۳h_۲\Rightarrow h_۲=\frac{۱۵۰}{۱۳}cm$$

۲ مایع $\rho_۳$ به شاخهٔ سمت راست اضافه شده تا سطح آزاد مایع در دو شاخه برابر شود. در این حالت مجدداً خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقاط N و M برابر است. فشار در نقطهٔ M، فشار ستون ۱۵cm مایع $\rho_۱$ است و فشار در نقطهٔ N مجموع فشار ستون $h_۳$ مایع $\rho_۳$ و فشار ستون $h'_۲=\frac{۱۵۰}{۱۳}-۲x$ مایع $\rho_۲$ است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\rho_M=\rho_N\Rightarrow\rho_۱h_۱=\rho_۳h_۳+\rho_۲h'_۲\Rightarrow۱\times۱۵=۰/۸h_۳+۱/۳(\frac{۱۵۰}{۱۳}-۲x)$$

$$۱۵=۰/۸h_۳+۱۵-۲/۶x\Rightarrow۰/۸h_۳=۲/۶x\Rightarrow x=\frac{۴}{۱۳}h_۳$$

۳ اکنون باید به دقت به شکل حالت دوم و اعداد روی شاخهٔ راست و چپ دقت کنید. $h_۱$ با مجموع $h_۳$ و $h'_۲$ برابر است.

$$h_۱=h'_۲+h_۳\Rightarrow۱۵=(\frac{۱۵۰}{۱۳}-۲x)+h_۳\Rightarrow h_۳-۲x'=۱۵-\frac{۱۵۰}{۱۳}=\frac{۴۵}{۱۳}$$

۴ از رابطهٔ (I) در رابطهٔ بالا جایگذاری می‌کنیم

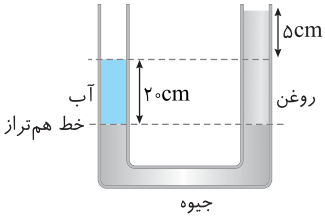
$$\frac{۴۵}{۱۳}=h_۳-\frac{۸}{۱۳}h_۳\Rightarrow\frac{۵}{۱۳}h_۳=\frac{۴۵}{۱۳}\Rightarrow h_۳=۹cm$$

حجم مایع اضافه شده خواهد شد: $V_۳=Ah_۳=۱\times۹=۹cm^۳$

بالاخره تموم شد، عجب محاسبات عددی وحشتناکی! پس باید محاسبات عددی خودمون رو بهشدت تقویت کنیم.

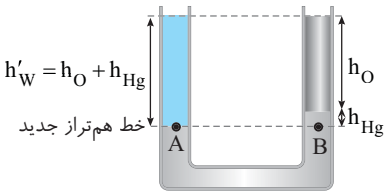
C ۳ ۳۱۲

در حالت اول خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. روی این خط فشار آب در سمت چپ با فشار روغن در سمت راست برابر است.



$$P_۰+\rho_Wgh_W=\rho_Ogh_O+P_۰$$
$$\Rightarrow\rho_Wh_W=\rho_Oh_O$$
$$\Rightarrow۱\times۲۰=\rho_O\times۲۵$$
$$\Rightarrow\rho_O=۰/۸g/cm^۳$$

پس از افزودن آب، مایع‌های درون ظرف به شکل زیر قرار می‌گیرند. برای سطح هم‌تراز نقاط A و B می‌توان نوشت:



$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_Wgh'_W+P_۰=\rho_Ogh_O+\rho_{Hg}gh_{Hg}+P_۰$$
$$۱\times h'_W=۰/۸\times۲۵+۱۳/۶\times h_{Hg}\Rightarrow h'_W=۲۰+۱۳/۶h_{Hg}\quad(۱)$$

از طرفی با توجه به شکل می‌توان نوشت: $h'_W=h_O+h_{Hg}\Rightarrow h'_W=۲۵+h_{Hg}\quad(۲)$

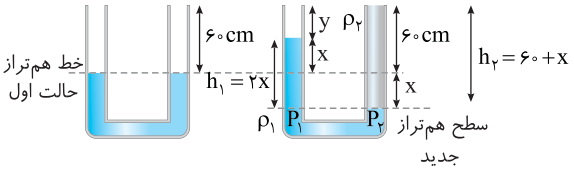
از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$۲۵+h_{Hg}=۲۰+۱۳/۶h_{Hg}$$
$$\Rightarrow h_{Hg}=\frac{۵}{۱۲/۶}\Rightarrow h_{Hg}\approx۰/۴cm\ ,\ h'_W=۲۵+۰/۴=۲۵/۴cm$$

ارتفاع آب در حالت اول ۲۰cm بود و در حالت دوم ۲۵/۴cm شده است، بنابراین ارتفاع آب اضافه شده برابر است با: $۲۵/۴-۲۰=۵/۴cm$

B ۳ ۳۱۳

خط فکری در مسائلی که به یک شاخهٔ لولهٔ U شکل مایع اضافه می‌کنیم، باید لوله را در دو حالت اول و دوم مطابق شکل کنار هم رسم کنیم تا تغییرات را با چشم به خوبی ببینیم.



وقتی در یک سمت لوله الکل می‌ریزیم و سطح آب به اندازهٔ x از سطح اولیه پایین می‌رود، در طرف دیگر آب به اندازهٔ x بالا می‌رود (به شکل‌ها دقت کنید). فشار در سطح هم‌تراز جدید را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_۱=P_۲\Rightarrow\rho_۱g(۲x)=\rho_۲g(۶۰+x)$$
$$\Rightarrow۱\times(۲x)=۰/۸\times(۶۰+x)\Rightarrow۲x=۴۸+۰/۸x\Rightarrow۱/۲x=۴۸\Rightarrow x=۴۰cm$$

اکنون مقدار y یعنی فاصله سطح آب در شاخهٔ سمت چپ تا لبهٔ لوله را به‌دست می‌آوریم

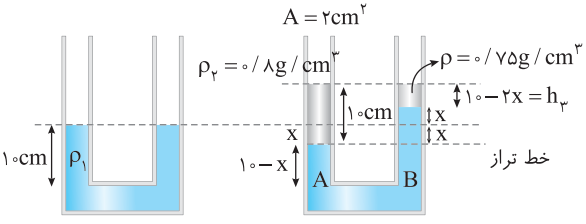
$$x+y=۶۰\xrightarrow{x=۴۰cm}۴۰+y=۶۰\Rightarrow y=۲۰cm$$

C ۴ ۳۱۴

۱ ارتفاع مایع $\rho_۲$ را حساب می‌کنیم.

$$V_۲=Ah_۲\xrightarrow{V=۲۰cm^۳}۲۰=۲h_۲\Rightarrow h_۲=۱۰cm$$

۲ اکنون با دقت به شکل سمت راست نگاه کنید. وقتی مایع $\rho_۲$ را اضافه می‌کنیم مایع $\rho_۱$ از سمت چپ به اندازه x پایین می‌آید و از سمت راست به اندازهٔ x بالا می‌رود.



۳ اگر خط تراز را رسم کنید. فشار در نقاط A و B برابر است ۰. فشار در نقطهٔ A ناشی از ارتفاع ۱۰cm مایع $\rho_۲$ و فشار در نقطهٔ B ناشی از ارتفاع $۲x$ آب و از ارتفاع $(۱۰-۲x)$ مایع $\rho_۳$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho_A=\rho_B\Rightarrow\rho_۲h_۲=\rho_۱(۲x)+\rho_۳(۱۰-۲x)$$
$$\Rightarrow۰/۸\times۱۰=۱\times۲x+۰/۷۵(۱۰-۲x)$$
$$\Rightarrow۸=۲x+۷/۵-۱/۵x=۰/۵=۰/۵x\Rightarrow x=۱cm$$

۴ ارتفاع ستون $h_۳$ خواهد شد. $h_۳=۱۰-۲x=۱۰-۲\times۱\Rightarrow h_۳=۸cm$

۵ حجم مایع $\rho_۳$ خواهد شد: $V_۳=Ah_۳=۲\times۸=۱۶cm^۳$

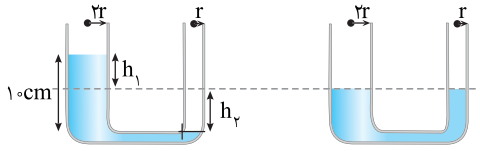
۳ ۳۱۵ A

نکته در ظروف مرتبط با هم همواره ارتفاع قائم مایع یکسان است.

وقتی شیر را باز می‌کنیم، آب وارد لولهٔ باریک می‌شود تا جایی که آب در دو طرف هم‌سطح شود، حجم آبی که در شاخهٔ سمت چپ پایین می‌رود برابر با حجم آبی است که در شاخه سمت راست بالا می‌آید: $۴\pi(۲r)^۲h_۱=۴\pi r^۲h_۲\Rightarrow ۴h_۱=h_۲$

با توجه به شکل

$$\begin{cases}۱۰-h_۱=h_۲\\ ۴h_۱=h_۲\end{cases}\Rightarrow ۱۰-h_۱=۴h_۱\Rightarrow h_۱=۲$$



۲ ۳۱۶ C

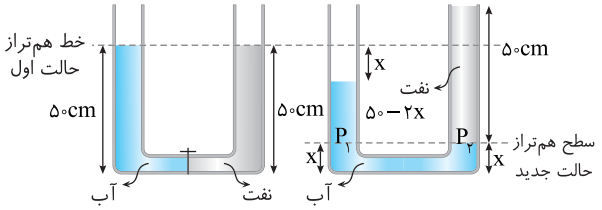
خط فکری با باز کردن شیر، آب که دارای چگالی بیشتری است از شاخهٔ سمت چپ به سمت شاخهٔ سمت راست می‌رود و اگر آب در سمت چپ به اندازهٔ x پایین بیاید در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x بالا می‌رود (دقت کنید سطح مقطع دو شاخه یکی است.) در این صورت در سمت راست به اندازه ۵۰cm نفت و x سانتی‌متر آب وجود دارد و در سمت چپ تنها به اندازهٔ $(۵۰-x)cm$ آب وجود دارد. شکل را در دو حالت کنار هم رسم می‌کنیم و خط هم تراز حالت اول و خط هم‌تراز حالت دوم را می‌کشیم. فشار در خط هم‌تراز را مساوی قرار می‌دهیم.

به دو شکل رسم شده دقت کنید. در سمت راست بالای خط هم‌تراز جدید ارتفاع نفت ۵۰cm است و در سمت چپ ارتفاع آب در بالای خط هم تراز جدید $۵۰-۲x$ است.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_۱=P_۲\Rightarrow \rho_W h_W=P_O h_O\Rightarrow ۱۰۰۰\times(۵۰-۲x)=۸۰۰\times۵۰$$

$$۵۰-۴۰=۲x\Rightarrow x=۵cm$$



۳ ۳۱۷ A

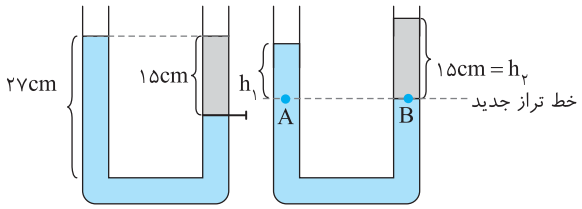
با باز کردن شیر، مایع $\rho_۱$ که دارای چگالی بیشتری است پایین می‌آید و مایع $\rho_۲$ در سمت راست بالا می‌رود.

در نقاط روی خط تراز فشار یکسان است:

$$P_A=P_B\Rightarrow \rho_۱gh_۱=\rho_۲gh_۲$$

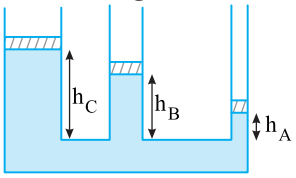
$$\rho_۱h_۱=\rho_۲h_۲\Rightarrow ۱\times h_۱=۰/۸\times۱۵\Rightarrow h_۱=۱۲cm$$

بنابراین $\Delta h=h_۲-h_۱=۱۵-۱۲=۳cm$



۱ ۳۱۸ A

با توجه به اینکه فشار برابر $P=\frac{F}{A}$ است و به پیستون‌ها نیروی یکسان mg اضافه می‌شود پس فشار وارد بر پیستون A بیشتر از همه و فشار وارد بر پیستون C کمتر از همه است پس باید در شاخهٔ A، مایع بیشتر پایین رفته و در شاخهٔ C مایع کمتر پایین رود: $h_A<h_B<h_C$



پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

۲ ۳۱۹ B

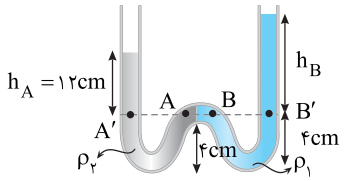
باید فشار مایع‌ها در دو طرف سطح تماس دو مایع یکسان باشد تا مایع‌ها در تعادل باشند. فشار نقاط A و A' در مایع $\rho_۲$ با هم برابر است. هم‌چنین فشار نقاط B و B' در مایع $\rho_۱$ با هم برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow \rho_۲gh_A=\rho_۱gh_B$$

$$۱۴۰۰\times۱۰\times\frac{۱۲}{۱۰۰}=۱۲۰۰\times۱۰\times h_B\Rightarrow h_B=\frac{۱۴}{۱۰۰}m=۱۴cm$$

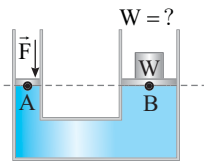
اختلاف سطح آزاد دو مایع در دو طرف شاخه‌ها برابر اختلاف ارتفاع h_A و h_B است:

$$h_B-h_A=۱۴-۱۲=۲cm$$



۴ ۳۲۰ A

خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط A و B با هم برابر است:



$$P_A=P_B\Rightarrow \frac{F}{A_A}=\frac{W}{A_B}\Rightarrow \frac{F}{W}=\frac{A_A}{A_B}\xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}$$

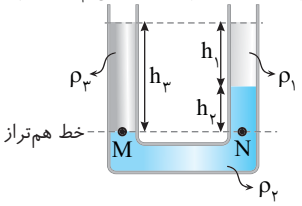
$$\frac{F}{W}=\frac{D_A^۲}{D_B^۲}\Rightarrow \frac{۲۰}{W}=\left(\frac{۱}{۱۰}\right)^۲\Rightarrow W=۲۰۰۰N$$

۳ ۳۲۱ B

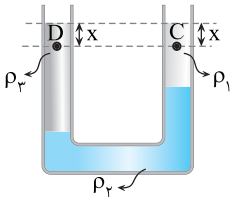
۱ ابتدا باید مقایسه‌ای از چگالی مایع‌های درون لوله داشته باشیم. مایع (۲) ته‌نشین شده و چگالی مایع (۲) بیشتر از همه است. خط تراز را می‌کشیم، فشار در نقاط M و N با هم برابر است: $P_M=P_N\Rightarrow \rho_۳gh_۳=\rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲\xrightarrow{h_۳=h_۱+h_۲}$

$$\rho_۳g(h_۱+h_۲)=\rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲\Rightarrow \rho_۳gh_۱+\rho_۳gh_۲=\rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲$$

چگالی $\rho_۲$ از چگالی $\rho_۳$ بیشتر است، پس $\rho_۳gh_۲<\rho_۲gh_۲$ است و برای اینکه تساوی بالا برقرار شود باید $\rho_۳gh_۱>\rho_۱gh_۱$ بوده و $\rho_۳>\rho_۱$ باشد. (البته از نظر ظاهری هم میشه این موضوع را فهمید که چون مایع $\rho_۳$ در شاخه سمت چپ میزان بیشتری نسبت به مایع $\rho_۱$ در شاخهٔ سمت راست، پایین آمده است، پس باید چگالی $\rho_۳$ بیشتر از چگالی $\rho_۱$ باشد.)

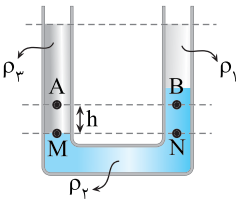


۲ فاصلهٔ نقاط C و D تا سطح آزاد مایع‌ها یکسان است.



$$P_D=\rho_3 gx \xrightarrow{\rho_3>\rho_1} P_D>P_C$$
$$P_C=\rho_1 gx$$

۳ نقاط A و B در فاصلهٔ یکسانی از خط تراز قرار دارند. نقطهٔ A به اندازهٔ h متر در مایع ρ_3 بالاتر از خط تراز قرار دارد، بنابراین فشار در نقطهٔ A به اندازهٔ $\rho_3 gh$ از فشار نقطهٔ M کمتر است. همچنین نقطهٔ B به اندازهٔ h متر در مایع ρ_2 بالاتر از خط تراز بوده و فشار این نقطه به اندازهٔ $\rho_2 gh$ از فشار نقطهٔ N کمتر است:

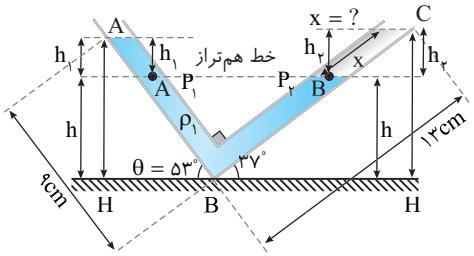


$$P_A=P_M-\rho_3 gh \xrightarrow{P_M=P_N=P}$$
$$P_B=P_N-\rho_2 gh$$
$$P_A=P-\rho_3 gh \xrightarrow{\rho_2>\rho_3} P_A>P_B$$
$$P_B=P-\rho_2 gh$$

B ۳۲۲ **۲**

۱ ابتدا ارتفاع قائم مایع ρ_1 را حساب می‌کنیم.

$$\sin 53^\circ=\frac{AH}{AB}\Rightarrow AH=AB\sin 53^\circ\Rightarrow AH=9\times 0/8=7/2cm$$



۲ فاصلهٔ سطح مایع ρ_2 تا سطح افقی را به‌دست می‌آوریم.

$$\sin 37^\circ=\frac{CH}{BC}\Rightarrow CH=BC\sin 37^\circ\Rightarrow CH=13\times 0/6=7/8cm$$

۳ خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم و فشار روی خط هم‌تراز را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_1=P_2\Rightarrow \rho_1 gh_1=\rho_2 gh_2\Rightarrow \rho_1 h_1=\rho_2 h_2 \quad (I)$$

۴ h_1 و h_2 را از روی شکل به‌دست می‌آوریم:

$$h_1=AH-h=7/2-h \quad , \quad h_2=CH-h=7/8-h$$

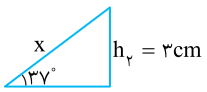
h_1 و h_2 را در رابطهٔ (I) قرار می‌دهیم.

$$1\times(7/2-h)=0/8(7/8-h)\Rightarrow h=4/8cm$$

۵ با داشتن h می‌توان مقدار h_2 را حساب کرد.

$$h_2=7/8-h\Rightarrow h_2=7/8-4/8=3cm$$

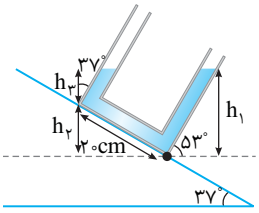
۶ اکنون می‌توان به سراغ محاسبه x رفت، با توجه به مثلثات:



$$\sin 37^\circ=\frac{h_2}{x}\Rightarrow x=\frac{h_2}{\sin 37^\circ}=\frac{3}{0/6}=5cm$$

C ۳۲۳ **۴**

۱ با توجه به شکل فشار ناشی از h_1 باید با مجموع فشار h_2 و h_3 برابر باشد:



$$\rho gh_1=\rho gh_2+\rho gh_3$$
$$\Rightarrow h_1=h_2+h_3 \quad (1)$$

۲ حال با استفاده از هندسه اندازه زاویه‌هایی که برای حل باید بدانیم را به‌دست می‌آوریم:

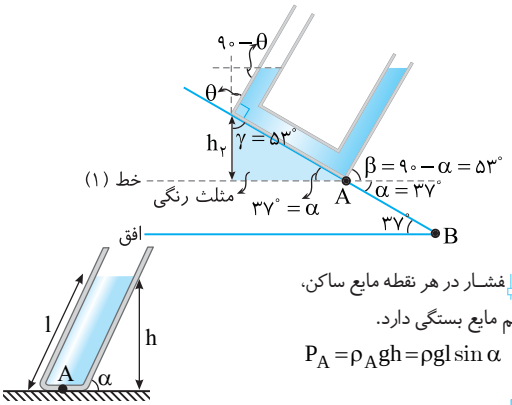
خط (۱) با سطح افق موازی است و سطح شیبدار مورب این دو خط موازی است پس زاویه α ، 37° است.

مثلث رنگی مثلث قائم‌الزاویه است، بنابراین زاویه γ ، 53° است.

$$\gamma+90+\theta=180^\circ \xrightarrow{\gamma=53^\circ} \theta=37^\circ$$

۳ حال با توجه به یادآوری و زوایای به‌دست آمده در بالا معادلهٔ (۱) را کامل می‌کنیم:

$$18\sin 53^\circ=20\times\sin 37^\circ+x\sin 53^\circ\Rightarrow 14/4=12+x\times 0/8\Rightarrow x=3cm$$



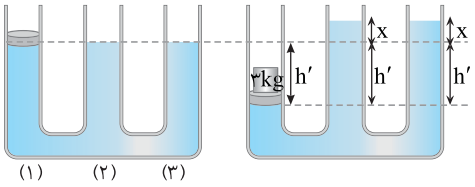
یادآوری فشار در هر نقطه مایع ساکن، به ارتفاع قائم مایع بستگی دارد.

$$P_A=\rho_A gh=\rho gl\sin\alpha$$

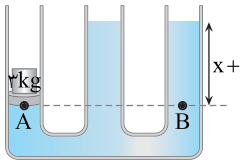
B ۳۲۴ **۲**

با قرار گرفتن جسم روی شاخهٔ (۱) مایع در این شاخه پایین آمده و در دو شاخهٔ دیگر بالا می‌رود. دقت کنید که در ظروف مرتبط با هم سطح مایع‌ها یکسان است از این رو سطح مایع در دو شاخهٔ (۲) و (۳) نیز باید با هم یکسان باشند بنابراین اگر مایع در شاخهٔ (۲) x سانتی‌متر بالا رود در شاخهٔ (۳) نیز x سانتی‌متر بالا می‌رود. از طرفی حجم مایعی که در شاخهٔ (۱) پایین آمده با حجم مایع بالا رفته در شاخه‌های (۲) و (۳) یکسان است و چون سطح مقطع سه لوله یکسان است، مایع در لوله (۱) به اندازهٔ $h'=x+x=2x$ پایین می‌رود.

$$\Delta V_{\text{پایین آمده}}=\Delta V_{\text{بالا رفته}}\Rightarrow Ah'=Ax+Ax\Rightarrow h'=2x$$



خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقاط A و B با هم برابر است:

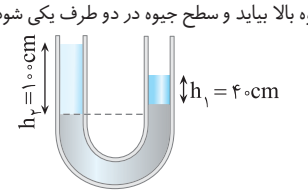


$$P_A=P_B\Rightarrow \frac{mg}{A}=\rho gh \xrightarrow{h=3x}$$
$$\frac{3\times 10}{100\times 10^{-4}}=1000\times 10\times 3x$$
$$\Rightarrow x=0/1m=10cm$$

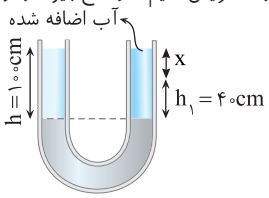
بنابراین آب در شاخهٔ (۳) به اندازهٔ $x=10cm$ بالا می‌رود.

B ۳۲۵ **۴**

خط فکری دقت کنید در صورت سؤال بیان نشده که با چه روشی می‌خواهیم سطح جیوه در هر دو شاخه را یکسان کنیم. با دو روش می‌توان این کار را انجام داد. با توجه به گزینه‌ها روش اول این است که آن قدر به مقدار آب شاخهٔ سمت راست اضافه کنیم تا سطح جیوه در این شاخه پایین برود و در شاخهٔ دیگر بالا بیاید و سطح یکسان شود. در روش دوم، مقداری از نفت شاخهٔ سمت چپ را خارج کنیم تا فشار در این شاخه کم شود و سطح جیوه بالا بیاید و سطح جیوه در دو طرف یکی شود.

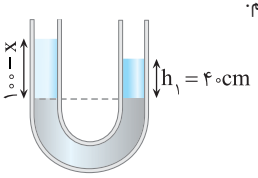


روش اول: ارتفاع آب درون ظرف را به اندازهٔ x افزایش دهیم تا ارتفاع جیوه در دو طرف یکی شود.



$$P_{\text{نفت}}=P_{\text{آب}}$$
$$\Rightarrow \rho_2 g h_2=\rho_1 g(h_1+x)$$
$$\Rightarrow ۰/۸\times ۱۰۰=۱(۴۰+x)$$
$$\Rightarrow ۸۰=۴۰+x\Rightarrow x=۴۰cm$$

روش دوم: ارتفاع نفت را به اندازهٔ x کاهش دهیم.



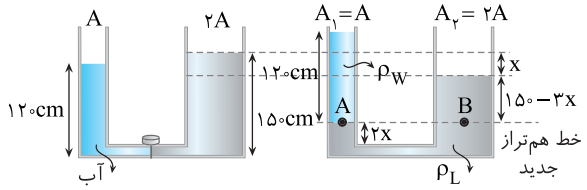
$$P_{\text{نفت}}=P_{\text{آب}}\Rightarrow \rho_2 g(h_2-x)=\rho_1 g h_1$$
$$\Rightarrow ۰/۸(۱۰۰-x)=۱\times ۴۰$$
$$\Rightarrow ۸۰-۰/۸x=۴۰$$
$$\Rightarrow ۰/۸x=۴۰\Rightarrow x=۵۰cm$$

C ۳۲۶ | ۱

چگالی مایع از چگالی آب بیشتر است و با باز کردن شیر رابط، مایع از شاخهٔ سمت راست به شاخهٔ سمت چپ می‌رود. مساحت سطح مقطع شاخهٔ سمت راست دو برابر سطح مقطع شاخهٔ سمت چپ است. بنابراین اگر مایع در سمت راست به اندازهٔ x پایین برود، در سمت چپ به اندازهٔ $2x$ بالا می‌رود. در این صورت در بالای خط هم‌تراز جدید در سمت راست ارتفاع مایع برابر $۱۵۰-۳x$ و در سمت چپ ارتفاع آب بالای خط هم‌تراز جدید هم‌چنان ۱۲۰cm است. فشار روی خط هم‌تراز را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A=P_B\Rightarrow \rho_W g h_W=\rho_L g h_L\Rightarrow ۱\times ۱۲۰=۲\times(۱۵۰-۳x)$$
$$۶۰=۱۵۰-۳x\Rightarrow ۳x=۹۰\Rightarrow x=۳۰cm$$

ارتفاع مایع در سمت چپ برابر $2x$ یعنی ۶۰cm می‌شود.

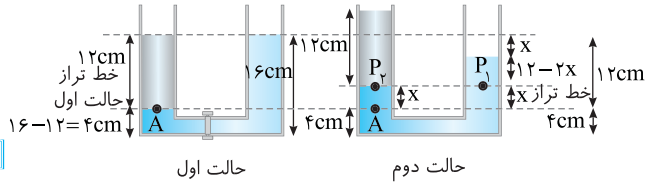


B ۳۲۷ | ۲

با باز کردن شیر رابط مایع که دارای چگالی بیشتری است در سمت راست پایین می‌رود و در سمت چپ نیز بالا می‌آید. اگر در سمت راست به اندازهٔ x پایین برود در سمت چپ به اندازهٔ x بالا می‌رود مثل همیشه شکل را در دو حالت کنار هم رسم می‌کنیم. خط هم‌تراز را در حالت دوم می‌کشیم و در شاخه سمت چپ ۱۲cm مایع ρ_2 در بالای خط تراز و در شاخهٔ سمت راست $(۱۲-2x)$ سانتی‌متر مایع ρ_1 قرار دارد. فشار در خط هم‌تراز را مساوی قرار می‌دهیم.

$$P_1=P_2\Rightarrow \rho_1 g h_1=\rho_2 g h_2\Rightarrow ۱/۵(۱۲-2x)=۱\times ۱۲$$
$$\Rightarrow ۱۸-۳x=۱۲\Rightarrow x=۲cm$$

بالای سر نقطهٔ A در سمت چپ به ارتفاع ۲cm از مایع ρ_1 اضافه شده است بنابراین فشار در نقطهٔ A به مقدار زیر افزایش می‌یابد.



$$\Delta P_A=\rho_1 g\Delta h \xrightarrow{\rho_1=۱/۵g/cm^3=۱۵۰۰kg/m^3} \Delta P_A=۱۵۰۰\times ۱۰\times \frac{۲}{۱۰۰}=۳۰۰Pa$$

پنجره ۴

A ۳۲۸ | ۲

خط فکری با توجه به اینکه فشار $P=\frac{F}{A}$ است، می‌توان فشار هوای محیط را ناشی از وزن هوای اطراف کرهٔ زمین فرض کرد و به کمک فشار هوا در سطح دریا نیروی F که همان وزن ستون هواست را حساب کرد.

با توجه به تعریف فشار می‌توان نوشت:

$$P=\frac{W}{A}\xrightarrow[A=۱m^2]{P=۱bar=۱۰^5Pa} ۱۰^5=\frac{m\times ۱۰}{۱}\Rightarrow m=۱۰^4kg$$

A ۳۲۹ | ۳

فشار برحسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

$$P=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow ۶۸\times ۱۰^3=۱۳۶۰۰\times ۱۰\times h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=۰/۵m=۵۰cm$$

بنابراین فشار ۶۸kPa معادل ۵۰ سانتی‌متر جیوه است.

B ۳۳۰ | ۲

خط فکری فشار در عمق ۱۳۶cm آب رودخانه، مجموع فشار هوا و فشار آب است که ابتدا باید فشار ناشی از آب را برحسب cmHg حساب کنید.

فشار ۱۳۶cm آب برحسب cmHg خواهد شد:

$$\rho_W gh_W=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow ۱۰۰۰\times\frac{۱۳۶}{۱۰۰}=۱۳۶۰۰h_{Hg}\Rightarrow$$
$$h_{Hg}=۰/۱m=۱۰cm\Rightarrow P_W=۱۰cmHg$$

فشار در این عمق برابر است با: $P_{\text{کل}}=P_۰+P_W=۷۶+۱۰=۸۶cmHg$

B ۳۳۱ | ۱

ابتدا فشار آب را به‌دست می‌آوریم:

$$P_T=P_۰+P_W\Rightarrow ۱۰۰=۷۵+P_W\Rightarrow P_W=۲۵cmHg$$

حال فشار آب را با فشار ستون ۲۵ سانتی‌متری از جیوه برابر قرار داده و عمق آب را به‌دست می‌آوریم:

$$P_W=P_{Hg}\Rightarrow \rho_W gh_W=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow \rho_W h_W=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow$$
$$۱\times h_W=۱۳/۶\times ۲۵\Rightarrow h_W=۳۴۰cm=۳/۴m$$

نکته برای تبدیل یکای فشار ستونی از مایع به ارتفاع $h_{\text{مایع}}$ به سانتی‌متر جیوه، کافی است بنویسیم: $P_{cmHg}=\frac{\rho_{\text{مایع}}h_{\text{مایع}}}{\rho_{Hg}}$

$$\rho_{\text{مایع}}h_{\text{مایع}}=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow P_{cmHg}=\frac{\rho_{\text{مایع}}h_{\text{مایع}}}{\rho_{Hg}}$$

بازی با سؤال **چه ارتفاعی از آب (برحسب متر) فشاری برابر با ۱۵۰ میلی‌متر جیوه دارد؟ (چگالی آب و جیوه به ترتیب $۱۰۰۰kg/m^3$ و $۱۳۶۰۰kg/m^3$ است.)**

۱) ۰/۱۵ ۲) ۱/۵۰ ۳) ۲/۰۴ ۴) ۸/۰۲

گزینهٔ ۳

A ۳۳۲ | ۲

ارتفاع مایع درون ظرف را به دست می‌آوریم $V=۲/۵L=۲۵۰۰cm^3$

$$V=Ah\Rightarrow ۲۵۰۰=۵۰h_{\text{مایع}}\Rightarrow h_{\text{مایع}}=۵۰cm$$

فشار را بر حسب cmHg حساب می‌کنیم

$$\rho_{\text{مایع}}h_{\text{مایع}}=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow ۱/۲\times ۵۰=۱۳/۶h_{Hg}$$
$$h_{Hg}\simeq ۴/۴cm\Rightarrow P_g=۴/۴cmHg$$

البته بهتر بود که در متن سؤال از کلمهٔ تقریباً استفاده می‌شد.

A ۳۳۳ | ۱

اختلاف فشار هوا در نزدیکی زمین را می‌توان مانند اختلاف فشار مایع‌ها به‌دست آورد. در واقع فشاری که این ستون فرضی هوا ایجاد می‌کند، هم‌اندازه با فشاری است که ستون جیوه با ارتفاع ۱۵ میلی‌متر ایجاد کرده است.

$$(\rho h)_{\text{هوا}}=(\rho h)_{\text{جیوه}}\Rightarrow ۱/۲\times h=۱۳۶۰۰\times ۱۵\times ۱۰^{-3}\Rightarrow h=۱۷۰m$$

بازی با سؤال ارتفاع سقف یک سالن از کف آن برابر ۸ متر است. چنانچه چگالی هوا $1/25\,g/L$ باشد، فشار هوا در سقف سالن چند پاسکال از فشار هوا در کف سالن کمتر است؟ $(g=10\,N/kg)$ از کتاب درسی

۱) صفر ۲) ۱۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰۰۰

گزینهٔ ۳

A ۳۳۴ ۱

خط فکری فشار شاره با تغییر ارتفاع تغییر می‌کند، پس تنها عاملی که باعث تغییر در فشار می‌شود اوج گرفتن (افزایش ارتفاع) هواپیما است و با افزایش ارتفاع، فشار به اندازه $\Delta P=\rho gh$ کاهش می‌یابد و نیروی وارد شده نیز کاهش می‌یابد.

کاهش فشار در اثر افزایش ارتفاع یک کیلومتری را حساب می‌کنیم. البته ابتدا چگالی هوا را برحسب kg/m^3 به‌دست می‌آوریم. $\rho=1/2\frac{10^{-3}\,kg}{10^{-3}\,m^3}=1/2\frac{kg}{m^3}$

$$\Delta P=\rho gh\Rightarrow\Delta P=1/2\times10\times10^3\Rightarrow\Delta P=12\times10^3\,Pa$$

کاهش نیروی وارد بر پنجره برابر است با:

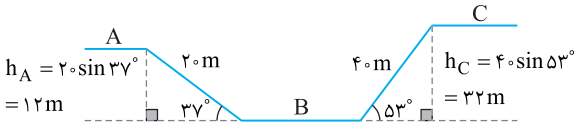
$$\Delta P=\frac{\Delta F}{A}\Rightarrow\Delta F=\Delta PA\Rightarrow\Delta F=12\times10^3\times50\times10^{-4}\Rightarrow\Delta F=60\,N$$

A ۳۳۵ ۳

۱ ابتدا به کمک مثلثات ارتفاع نقاط A و C را از سطح زمین حساب می‌کنیم.

$$\sin37^\circ=\frac{h_A}{20}\Rightarrow h_A=20\sin37^\circ\Rightarrow h_A=20\times0/6=12m$$

$$\sin53^\circ=\frac{h_C}{40}\Rightarrow h_C=40\sin53^\circ=40\times0/8=32m$$



۲ اختلاف ارتفاع قائم نقاط A و C برابر است با: $\Delta h=h_C-h_A=32-12=20m$

۳ اختلاف فشار هوا بین این دو نقطه خواهد شد.

$$\Delta P_{A,C}=\rho gh\Rightarrow\Delta P_{A,C}=1/2\times10\times20=240\,Pa$$

B ۳۳۶ ۲

غواص به وسیلهٔ لوله‌ای که یک سر آن بیرون از آب است، در حال تنفس است. پس فشار درون ریهٔ او برابر فشار هوای محیط یعنی P_0 است و فشار وارد بر قسمه سینهٔ غواص برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون آب است $(P_{\text{وارد بر قفسهٔ سینه}}=P_0+\rho gh)$ $h=6/2m$.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_{\text{وارد بر قفسهٔ سینه}}-P_{\text{درون ریه}}=P_0+\rho gh-P_0=\rho gh$$
$$=1000\times10\times6/2=62000\,Pa=62\,kPa$$

A ۳۳۷ ۲

خط فکری فشار پیمانه‌ای اختلاف فشار ناشی از ارتفاع مایع یعنی ρgh است.

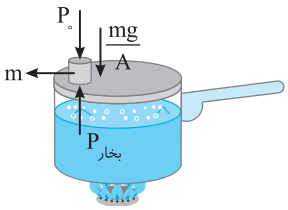
$$P=\rho gh\Rightarrow1254=1045\times10\times h\Rightarrow h=0/12m=12cm$$

B ۳۳۸ ۴

به در زودپز از بیرون فشار هوا و فشار حاصل از وزنهٔ روی روزنه وارد می‌شود و از داخل فشار بخار وارد می‌شود:

$$P_{\text{بخار}}=P_0+\frac{mg}{A}$$

به اختلاف فشار بین $P_{\text{بخار}}$ و P_0 فشار پیمانه‌ای گفته می‌شود.



$$P_{\text{بخار}}-P_0=\frac{mg}{A}\Rightarrow P_g=\frac{mg}{A}\xrightarrow{A=5\times10^{-6}m^2}10^5=\frac{m\times10}{5\times10^{-6}}$$
$$\Rightarrow m=5\times10^{-2}\,kg=50g$$

B ۳۳۹ ۲

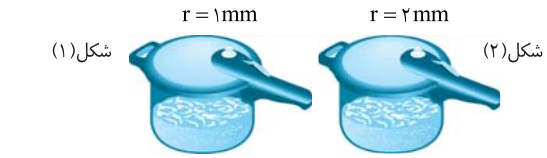
خط فکری فشار درون دیگ‌های زودپز قرار است ۲atm شود، یعنی وزنه‌ای که روی روزنه می‌گذاریم باید به کمک فشار هوا (۱ atm) بیاید تا بخار آب از درون دیگ خارج نشود. در واقع فشار دیگ زودپز باید با مجموع فشار هوای محیط (P_0) و فشار ناشی از وزنه $(P_{\text{وزنه}}=\frac{W}{A})$ برابر شود.

۱ برای دیگ زودپز شکل (۱) خواهیم داشت:

$$P_{1_{\text{دیگ}}}=P_0+\frac{W_1}{A_1}\xrightarrow{A_1=\pi r_1^2}2\times10^5=10^5+\frac{m_1\times10}{\pi(10^{-3})^2}$$
$$\Rightarrow10^5=\frac{m_1\times10}{\pi\times10^{-6}}\Rightarrow m_1=\pi\times10^{-2}\,kg\Rightarrow m_1=10\pi g$$

۲ برای دیگ زودپز شکل (۲) خواهیم داشت:

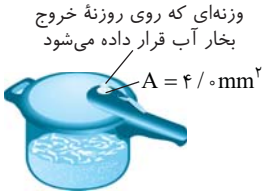
$$P_{2_{\text{دیگ}}}=P_0+\frac{W_2}{A_2}\xrightarrow{A_2=\pi r_2^2}2\times10^5=10^5+\frac{m_2\times10}{\pi(2\times10^{-3})^2}\Rightarrow$$
$$10^5=\frac{m_2\times10}{4\pi\times10^{-6}}\Rightarrow m_2=4\pi\times10^{-2}\,kg\Rightarrow m_2=40\pi g$$



۳ بنابراین $m_2-m_1=40\pi-10\pi=30\pi=30\times3=90g$

میانبر $P_{\text{دیگ}}=P_0+\frac{W}{A}\Rightarrow\frac{m_0g}{A}=P_{\text{دیگ}}-P_0\Rightarrow m_0g=(P_{\text{دیگ}}-P_0)A$

بازی با سؤال مساحت روزنهٔ خروج بخار آب روی در یک زودپز $4mm^2$ است. جرم وزنه‌ای که روی این روزنه باید گذاشت چند گرم باشد تا فشار داخل زودپز در ۲atm نگه داشته شود؟ $(P_0=1\,atm)$



۱) ۴۰
۲) ۰/۰۴
۳) ۸۰
۴) ۰/۰۸

گزینهٔ ۱

C ۳۴۰ ۱

خط فکری فشار در ته لوله (کف داخلی لوله) برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون جیوه است. در حل این مسئله بهتر است ابتدا فشار هوا را برحسب cmHg به‌دست آوریم، سپس فشار در حالت دوم را دو برابر فشار در حالت اول قرار دهیم $(P_2=2P_1)$.

۱ تبدیل یکای فشار هوا از پاسکال به cmHg: $P=\rho_{Hg}gh_{Hg}$

$$\Rightarrow h_{Hg}=\frac{P}{\rho_{Hg}\times g}=\frac{1/0336\times10^5}{13600\times10}\Rightarrow h_{Hg}=0/76m\Rightarrow P_{\text{هوا}}=76cmHg$$

۲ فشار در حالت اول برابر است با:

$$P_1=P_0+P_{\text{جیوه}}\xrightarrow{P_{\text{جیوه}}=4cmHg}P=76+4=80cmHg$$

۳ فشار در حالت دوم، دو برابر فشار در حالت اول است بنابراین:

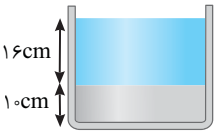
$$P_2=2P_1=2\times80=160cmHg$$

۴ اکنون ارتفاع جیوه در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$P_2=P_0+P_{\text{جیوه}}\Rightarrow160=76+h_{\text{جیوه}}\Rightarrow h_{\text{جیوه}}=84cm$$

B ۳۴۱ ۳

خط فکری فشار مایعی به چگالی ρ، در عمق h برابر ρgh است که برحسب پاسکال به‌دست می‌آید، برای آن که فشار مایع مستقیماً برحسب cmHg به‌دست آید. کافی است ρgh را با $\rho_{Hg}gh_{Hg}$ برابر قرار دهیم. در این صورت، ارتفاع ستونی از جیوه که فشارش با فشار مایع برابر است به‌دست می‌آید.



۱ فشار مایع $\rho_۱$ برحسب cmHg خواهد شد: $\rho_۱gh_۱=\rho_{Hg}gh_{Hg} \xrightarrow{h_۱=۱۰cm}$

$۶/۸\times۱۰=۱۳/۶h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=۵cm\Rightarrow P_۱=۵cmHg$

۲ فشار مایع $\rho_۲$ برحسب cmHg را حساب می‌کنیم.

$\rho_۲gh_۲=\rho_{Hg}gh_{Hg} \xrightarrow{h_۲=۱۶cm} ۳/۴\times۱۶=۱۳/۶\times h_{Hg}\Rightarrow$

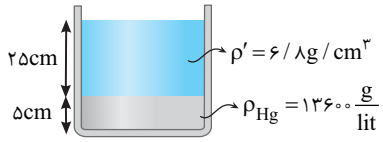
$h_{Hg}=۴cm\Rightarrow P_۲=۴cmHg$

۳ فشار کل وارد بر کف ظرف را به‌دست می‌آوریم.

$P=P_۱+P_۲+P_۰=۵+۴+۷۵\Rightarrow P=۸۴cmHg$

بازی با سؤال **در ظرفی مطابق شکل دو مایع روی هم قرار گرفته‌اند، فشار ناشی از مایع در کف ظرف P کیلوپاسکال و P' سانتی‌متر جیوه است. P و P' به ترتیب از راست به چپ کدام است؟** $(g=۱۰N/kg)$

۱) ۱۷/۵ ، ۱۶/۸
۲) ۱۲/۵ ، ۱۶/۸
۳) ۱۷/۵ ، ۲۳/۸
۴) ۱۲/۵ ، ۲۳/۸



گزینهٔ ۳

B ۳۴۲ ۴

خط فکری مجدداً مسئله را بخوانید. جرم جیوه و جرم آب هر دو ۱۳۶g و وزن آن‌ها برابر است، بنابراین برای حل این مسئله بهتر است از تعریف اصلی فشار یعنی $P=\frac{F}{A}$ که در آن F مجموع وزن دو مایع است $(F=۲mg)$، استفاده کرد.

۱ در ظرف استوانه‌ای دو مایع به جرم‌های $m=۱۳۶g$ ریخته شده، پس فشار را از $P=\frac{W}{A}$ حساب می‌کنیم.



$P=\frac{W}{A}=\frac{۲mg}{A}=\frac{۲\times۱۳۶\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۵\times۱۰^{-۴}}=۵۴۴۰Pa$

۲ فشار هوا را به پاسکال تبدیل می‌کنیم.

$P_۰=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow P_۰=۱۳/۶\times۱۰^۳\times۱۰\times۰/۷۶=۱۰۳۳۶۰Pa$

۳ فشار کل خواهد شد:

$P_{کل}=P_{دو\ مایع}+P_۰\Rightarrow P_{کل}=۵۴۴۰+۱۰۳۳۶۰=۱۰۸۸۰۰Pa$

B ۳۴۳ ۳

ابتدا فشار هوا را برحسب پاسکال به‌دست می‌آوریم.

$P_۰=۷۵cmHg\Rightarrow P_۰=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow P_۰=۱۳۵۰۰\times۱۰\times\frac{۷۵}{۱۰۰}=۱۰۱۲۵۰Pa$

در حالت اول فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$P_{کف}=P_۰+P_{مایع}\Rightarrow P_۱=۱۰۱۲۵۰+\rho gh$

$P_۱=۱۰۱۲۵۰+۱۲۵۰\times۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}=۱۰۲۵۰۰Pa$

در حالت دوم فشار وارد بر کف ظرف به اندازه $\Delta P=۱/۰۲P_۱-P_۱=۰/۰۲P_۱$ افزایش یافته است که این افزایش به دلیل اضافه شدن مایع به چگالی $۸۰۰kg/m^۳$ است:

$\rho'gh'=۰/۰۲P_۱\Rightarrow ۸۰۰\times۱۰\times h'=۲۰۵۰\Rightarrow h'=\frac{۲۰۵۰}{۸}\times۱۰^{-۳}m=\frac{۲۰۵۰}{۸}\times۱۰^{-۱}cm$

حجم مایع اضافه شده برابر است با:

$V=A\Delta h\Rightarrow V=۲۰\times\frac{۲۰۵۰}{۸}\times۱۰^{-۱}=\frac{۲۰۵۰}{۴}=۵۱۲/۵cm^۳$

B ۳۴۴ ۴

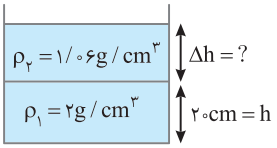
فشار کل وارد بر کف لوله برابر است با: $P_{کل}=P_۰+P_{مایع}$

فشار کل پس از افزودن مایع:

$P'_{کل}=P_{کل}+\frac{۱}{۱۰}P_{کل}\Rightarrow P'_{کل}=\frac{۱۱}{۱۰}P_{کل}$

$P_۰+(P_{مایع}+P_{مایع\ جدید})=\frac{۱۱}{۱۰}(P_۰+P_{مایع})$

$P_{مایع\ جدید}=\frac{۱}{۱۰}(P_۰+P_{مایع})$



فشار هوا را بر حسب پاسکال می‌نویسیم:

$P_۰=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow \rho_۲g\Delta h=\frac{۱}{۱۰}(\rho_{Hg}gh_{Hg}+\rho gh)$

$۱/۰۶\times\Delta h=\frac{۱}{۱۰}(۱۳/۶\times۷۵+۲\times۲۰)\Rightarrow ۱۰/۶\Delta h=۱۰۶۰\Rightarrow\Delta h=۱۰۰cm$

حجم مایع جدید خواهد شد:

$V=A\Delta h\Rightarrow V=۱۵\times۱۰۰\Rightarrow V=۱۵۰۰cm^۳\Rightarrow V=۱/۵L$

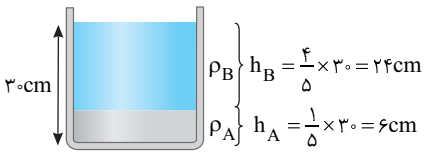
B ۳۴۵ ۳

خط فکری اگر دو مایع A و B را درون ظرفی بریزیم، مایع با چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود و مایع دیگر روی آن قرار می‌گیرد. اما نکته مهم چیست؟ فشار وارد بر کف ظرف از طرف دو مایع با توجه به تعریف فشار $P=\frac{F}{A}$ به دست می‌آید که نیروی F در آن مجموع نیروی وزن دو مایع است $P=\frac{W_A+W_B}{A}$. بنابراین اگر مایع‌ها را با هم مخلوط کنیم، فشار وارد بر کف ظرف تغییر نمی‌کند. به همین دلیل به جملهٔ «با یکدیگر مخلوط کرده» توجهی نمی‌کنیم و مسئله را شبیه دو مایع که روی هم قرار دارند حل کنیم که در آن $\frac{۱}{۵}$ حجم کل، مربوط به مایع A و $\frac{۴}{۵}$ حجم کل مربوط به مایع B است.

۱ شکل زیر را رسم کرده و ارتفاع هر مایع را حساب می‌کنیم:

ارتفاع مایع A، $\frac{۱}{۵}$ ارتفاع کل مایع است. $h_A=\frac{۱}{۵}\times۳۰=۶cm$

ارتفاع مایع B خواهد شد: $h_B=۳۰-۶=۲۴cm$



۲ اکنون فشار هر مایع را برحسب cmHg به دست می‌آوریم.

$\rho_Ah_A=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow ۳/۴\times۶=۱۳/۶h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=۱/۵cm$

$\Rightarrow P_A=۱/۵cmHg\ ,\ \rho_Bh_B=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow ۱/۷\times۲۴=۱۳/۶h_{Hg}$

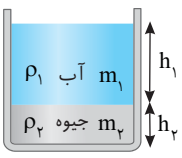
$\Rightarrow h_{Hg}=۳cm\Rightarrow P_B=۳cmHg$

۳ فشار کل مخلوط بر کف ظرف برابر است با:

$P=P_A+P_B=۱/۵+۳=۴/۵cmHg$

C ۳۴۶ ۲

خط فکری ابتدا با توجه به یکسان بودن جرم آب و جیوه می‌توان یک رابطهٔ ریاضی بین $h_۱$ و $h_۲$ پیدا کرد و سپس با توجه به فرض مسئله رابطه $h_۱+h_۲=۷۳$ را نوشته و یک دستگاه دو معادله دو مجهول را حل کرد.



جرم آب و جیوه برابر است. از این رو:

$m_۱=m_۲\Rightarrow\rho_۱V_۱=\rho_۲V_۲\Rightarrow\rho_۱Ah_۱=\rho_۲Ah_۲$

$\Rightarrow ۱\times h_۱=۱۳/۶h_۲\Rightarrow h_۱=۱۳/۶h_۲$

با توجه به فرض مسئله $h_۱+h_۲=۷۳cm$ است، بنابراین دستگاه زیر را حل می‌کنیم.

$\begin{cases}۱\times h_۱=۱۳/۶h_۲\\ h_۱+h_۲=۷۳\end{cases}\Rightarrow ۱۳/۶h_۲+h_۲=۷۳\Rightarrow ۱۴/۶h_۲=۷۳\Rightarrow h_۲=۵cm$

چون ارتفاع جیوه ۵cm است، پس فشار آن ۵cmHg است. از طرفی وزن آب و جیوه در مسأله یکسان است. پس فشار آب نیز ۵cmHg است و فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P_{کل}=P_۱+P_۲=۱۰cmHg$$

B ۳۴۷ ۳

۱ فشار هوا را بر حسب پاسکال به‌دست می‌آوریم.

$$P=P_{Hg}+P_W+P_۰$$

$$P_۰=\rho_{Hg}+gh_{Hg}\xrightarrow{h_{Hg}=۷۵cm,\rho_{Hg}=۱۳۶۰۰kg/m^۳}P_۰=۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۷۵}{۱۰۰}$$

$$P_۰=۱۳۶۰۰\times\frac{۳}{۴}\Rightarrow P_۰=۱۰۲۰۰۰Pa$$

۲ فشار وارد بر کف لولهٔ استوانه‌ای مجموع فشار هوا و فشار جیوه و فشار آب است.

$$P=\frac{W_{Hg}}{A}+\frac{W_W}{A}+P_۰$$

$$P=\frac{۲۷۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۲۰\times۱۰^{-۴}}+\frac{۵۵۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۲۰\times۱۰^{-۴}}+۱۰۲۰۰۰$$

$$P=\frac{۲۷۲۰}{۲}+\frac{۵۴۴۰}{۲}+۱۰۲۰۰۰\Rightarrow P=۱۳۶۰+۲۷۲۰+۱۰۲۰۰۰\Rightarrow P=۱۰۶۰۸۰Pa$$

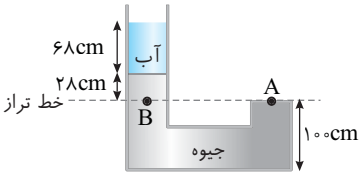
B ۳۴۸ ۳

فشار ارتفاع ۶۸ سانتی‌متر آب را به سانتی‌متر جیوه تبدیل می‌کنیم:

$$P_{آب}=\rho_{آب}gh=\rho_{جیوه}gh'\Rightarrow h'=\frac{۱}{۱۳/۶}\times۶۸=۵cm$$

در لولهٔ زیر فشار نقاط A و B را که روی یک خط تراز هستند برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{ته لوله}}=P_{آب}+P_{جیوه}+P_۰\Rightarrow P_{\text{ته لوله}}=۵+۲۸+۷۷=۱۱۰cmHg$$

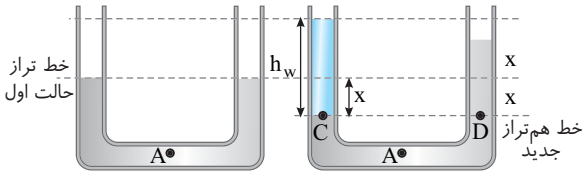


C ۳۴۹ ۱

ابتدا باید ارتفاع آب اضافه شده را به‌دست آورد

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow V=\frac{۶۸}{۱}cm^۳$$

$$\Rightarrow V=Ah_W\Rightarrow ۲\times h_W=۶۸\Rightarrow h_W=۳۴cm$$



وقتی مطابق شکل در شاخهٔ سمت چپ آب بریزیم، اگر جیوه در این شاخه به اندازهٔ x از خط تراز حالت اول پایین برود از شاخهٔ دیگر به اندازه x از خط تراز حالت اول بالا می‌رود. خط تراز جدید را رسم می‌کنیم و فشار نقاط C و D واقع بر این خط را مساوی قرار می‌دهیم. فشار نقطه C برابر فشار ستون ۳۴cm آب و فشار هواست و فشار نقطهٔ D برابر فشار ستون ۲x cm جیوه و فشار هواست.

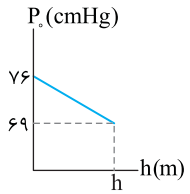
$$P_C=P_D\Rightarrow P_۰+\rho_W gh_W=P_۰+\rho_{Hg}gh_D\Rightarrow\rho_W gh_W=\rho_{Hg}gh_{Hg}$$

$$\Rightarrow ۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۳۴}{۱۰۰}=۱۳۶۰۰\times۱۰\times(۲x)\Rightarrow ۲x=\frac{۱}{۴۰}\Rightarrow x=\frac{۱}{۸۰}m=۱/۲۵cm$$

بنابراین ارتفاع جیوه در سمت راست ۱/۲۵cm از حالت اولیه بیشتر شده از این رو فشار در نقطهٔ A ۱/۲۵cmHg افزایش می‌یابد.

A ۳۵۰ ۳

با توجه به نمودار کاهش فشار از سطح زمین تا ارتفاع h برابر است با:



$$\Delta P=۷۶-۶۹=۷cmHg$$

اکنون می‌توان مقدار h را حساب کرد.

$$\Delta P=\rho_{هوا}g(h-۰)\Rightarrow\rho_{Hg}g(\frac{۷}{۱۰۰})=\rho_{هوا}gh$$

$$\Rightarrow ۱۴\times۱۰^۳\times\frac{۷}{۱۰۰}=۱\times h\Rightarrow h=۹۸۰m$$

A ۳۵۱ ۳

خط فکری با افزایش ارتفاع چگالی هوا کاهش می‌یابد و اختلاف فشار بین دو نقطه در هوا برابر $\Delta P=\bar{\rho}g\Delta h$ است که $\bar{\rho}$ چگالی متوسط بین آن دو نقطه است.

۱ اختلاف فشار $\Delta P_۱$ برابر است با: $\Delta P_۱=\bar{\rho}g\Delta h_{AB}\Rightarrow\Delta P_۱=\bar{\rho}g۵۰۰۰$

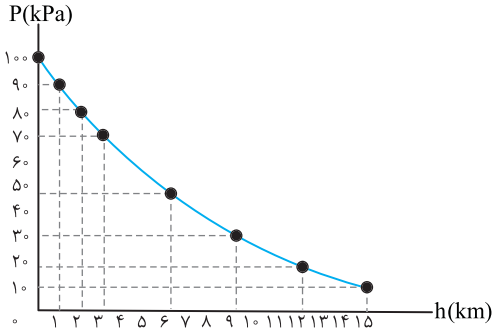
۲ اختلاف فشار $\Delta P_۲$ برابر است با: $\Delta P_۲=\bar{\rho}'g\Delta h_{BC}\Rightarrow\Delta P_۲=\bar{\rho}'g۵۰۰۰$

۳ با افزایش ارتفاع چگالی هوا کاهش می‌یابد بنابراین $\bar{\rho}'<\bar{\rho}$ است:

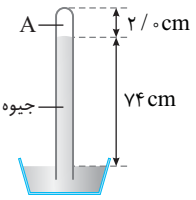
$$\bar{\rho}'g۵۰۰۰<\bar{\rho}g۵۰۰۰\Rightarrow\Delta P_۲<\Delta P_۱$$

A ۳۵۲ ۴

به نمودار دقت کنید، در سطح دریای آزاد فشار ۱۰۰kPa (۱ bar) و در ارتفاع ۱۲km فشار ۲۰kPa است. یعنی فشار در ارتفاع ۱۲km، ۲۰ درصد فشار در سطح دریای آزاد است و ۸۰ درصد فشار هوا کاسته شده است. بنابراین جرم هوای موجود تا ارتفاع ۱۲km از سطح دریا، ۸۰٪ جرم کل هواست.



A ۳۵۳ ۳

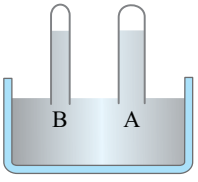


هرگاه یک جوسنج را به بالای کوه ببریم به دلیل کاهش فشار هوا در بالای کوه، ارتفاع ستون جیوه در جوسنج کاهش می‌یابد و گزارهٔ (الف) درست است. یک جوسنج (بارومتر) همواره فشار هوای محیط را نشان می‌دهد و دو برابر کردن سطح مقطع لولهٔ آن تأثیری در این اندازه‌گیری ندارد و هم‌چنان فشار هوای محیط یعنی ۷۴cmHg را نشان می‌دهد و ارتفاع تغییر نمی‌کند و گزارهٔ (ب) نادرست است. اگر به جای جیوه از مایعی با چگالی کمتر استفاده شود برای آنکه فشار ستون مایع با فشار هوای محیط برابر شود، ستون مایع باید ارتفاع بیشتری نسبت به حالت جیوه داشته باشد و گزارهٔ (پ) درست است.

B ۳۵۴ ۲

با توجه به رابطهٔ فشار مایع در عمق h $(P=\rho gh)$ فشار مایع به عمق و چگالی مایع و شتاب گرانش در محل بستگی دارد.

B ۳۵۵ ۳



خط فکری این سؤال در واقع تکرار آزمایش توریچلی با دو لوله با قطرهای متفاوت است. در این آزمایش در هر دو لوله ارتفاع جیوه بیانگر فشار هوا برحسب cmHg است.

فشار هوای محیط $۷۶cmHg$ است، بنابراین در هر دو لوله ارتفاع ستون جیوه $۷۶cm$ است. از این رو حجم جیوه در دو لوله خواهد شد:

$$V=\pi r^۲h\Rightarrow\begin{cases}V_A=\pi(r_A)^۲h_A\\V_B=\pi(r_B)^۲h_B\end{cases}\xrightarrow[r_A=۲r_B]{h_A=h_B}\frac{V_A}{V_B}=\frac{(۲r_B)^۲}{r_B^۲}=۴\Rightarrow V_A=۴V_B$$

بازی با سؤال **درون لولهٔ فشارسنجی که قطر مقطع آن یک سانتی‌متر است، تا ارتفاع ۶۵ سانتی‌متر جیوه وجود دارد. در فشارسنج دیگری که قطر مقطع لولهٔ آن $\frac{۱}{۲}$ سانتی‌متر است. ارتفاع ستون جیوه در همان مکان چند سانتی‌متر می‌شود؟**

۱) $۳۲/۵$ ۲) ۶۵ ۳) ۱۳۰ ۴) $۶۵\sqrt{۲}$

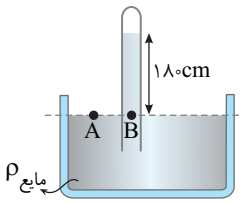
گزینهٔ ۲

B ۳۵۶ ۲

خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. با توجه به خط هم‌تراز فشار در نقاط A و B با هم برابر است.

۱ فشار در نقطهٔ A برابر فشار هوا است.

۲ فشار در نقطهٔ B حاصل از ارتفاع $۲۰۰-۲۰=۱۸۰cm$ ستون مایع است.



بنابراین: $P_A=P_B\Rightarrow P_۰=\rho_{مایع}g\frac{۱۸۰}{۱۰۰}$

فشار هوا برابر $۷۲cmHg$ است، در واقع فشار هوا با فشار حاصل از ارتفاع جیوه یعنی $\rho_{Hg}g\frac{۷۲}{۱۰۰}$، برابر است.

$$\rho_{Hg}g\frac{۷۲}{۱۰۰}=\rho_{مایع}g\frac{۱۸۰}{۱۰۰}$$

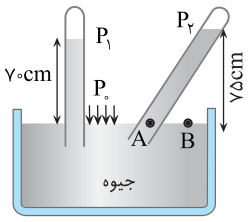
$$\xrightarrow{g\text{ از دو طرف ساده می‌شود}}۱۳۵۰۰\times\frac{۷۲}{۱۰۰}=\rho_{مایع}\times\frac{۱۸۰}{۱۰۰}\Rightarrow\rho_{مایع}=۵۴۰۰kg/m^۳$$

B ۳۵۷ ۳

در لولهٔ سمت راست ارتفاع قائم جیوه $۷۵cm$ است و فشار نقاط A و B با هم برابر است، از این‌رو:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{گاز}+P_{جیوه}=P_۰\Rightarrow$$

$$\begin{cases}\xrightarrow[\text{نداشته باشد}]{\text{اگر گاز وجود}}P_۰=P_{جیوه}=۷۵cmHg\\\xrightarrow[\text{لوله محبوس باشد}]{\text{اگر گاز در بالای}}P_۰>۷۵cmHg\end{cases}$$

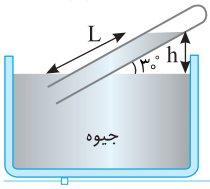


بنابراین حداقل فشار هوا برابر $۷۵cmHg$ است. حال که حداقل فشار هوا $۷۵cmHg$ است، بنابراین در لولهٔ سمت چپ نیز باید ارتفاع جیوه $۷۵cm$ باشد که چنین نیست و مشخص است که در بالای لولهٔ سمت چپ مقداری گاز محبوس است. به همین دلیل لولهٔ سمت چپ کمکی به ما در حل مسئله نخواهد کرد.

A ۳۵۸ ۲

یادآوری فشار مایع به ارتفاع قائم مایع بستگی دارد.

فشار جو برابر $۷۵cmHg$ است، از این رو ارتفاع قائم جیوهٔ درون لوله برابر $۷۵cm$ خواهد بود با توجه به شکل مقدار L خواهد شد:



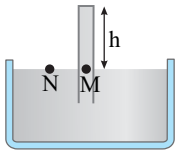
$$\sin۳۰^\circ=\frac{h}{L}$$

$$\Rightarrow\sin۳۰^\circ=\frac{۷۵}{L}\Rightarrow L=۱۵۰cm$$

B ۳۵۹ ۱

خط فکری هنگامی که مایع تمام لوله را پر کرده است از طرف مایع بر ته لوله فشار وارد می‌شود. در این سؤالات ابتدا خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقطهٔ M حاصل از فشار ستون مایع و فشار وارد بر ته لوله است:

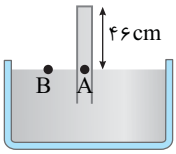
$$P_N=P_M\Rightarrow P_۰=P_{مایع}+P_{\text{ته لوله}}$$



نقاط A و B هم‌ترازند و فشار در آن‌ها یکسان است:

$$P_B=P_A\Rightarrow ۷۶=۴۶+P_{\text{ته لوله}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{ته لوله}}=۳۰cmHg$$



این فشار را برحسب پاسکال به‌دست می‌آوریم:

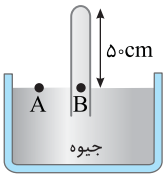
$$P=\rho gh\Rightarrow P=۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۳}{۱۰}=۳\times۱۳/۶\times۱۰^۳Pa$$

بنابراین نیروی وارد بر ته لوله برابر است با:

$$F=PA\Rightarrow F=۳\times۱۳/۶\times۱۰^۳\times۲/۵\times۱۰^{-۴}=۱۰/۲N\approx۱۰N$$

B ۳۶۰ ۴

با سوراخ شدن انتهای لوله، بر جیوهٔ درون لوله فشار هوا وارد می‌شود و فشار هوا در سطح جیوهٔ درون ظرف با فشار هوای وارد بر جیوهٔ درون لوله برابر شده و جیوهٔ درون لوله، درون ظرف تخلیه می‌شود.



B ۳۶۱ ۴

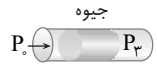
به شکل (۱) نگاه کنید چرا جیوه پایین نمی‌رود؟ زیرا مقداری گاز زیر جیوه محبوس است و فشار گاز در این حالت برابر است با مجموع فشار هوا و فشار ستون جیوه:

$$P_۱=P_۰+P_{Hg}\qquad(I)$$

در شکل (۲) جیوه از لوله بیرون نمی‌ریزد، زیرا فشار هوا مانع بیرون ریختن جیوه می‌شود، یعنی فشار هوا برابر مجموع فشار گاز محبوس و فشار ستون جیوه است:

$$P_۰=P_۲+P_{Hg}\Rightarrow P_۲=P_۰-P_{Hg}\qquad(II)$$

در شکل (۳) لوله افقی است به همین دلیل فشار دو طرف جیوه با هم برابر است و فشار هوا با فشار گاز محبوس برابر است:



$$P_۳=P_۰\qquad(III)$$

با توجه به روابط (I)، (II) و (III) خواهیم داشت: $P_۱>P_۳>P_۲$

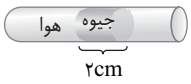
بازی با سؤال **به وسیلهٔ $۲cm$ جیوه، مقداری هوا درون لولهٔ افقی محبوس شده است. هرگاه لوله را به صورت قائم در آوریم و جیوه نریزد فشار هوای محبوس شده چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) ۲ سانتی‌متر جیوه افزایش می‌یابد.

۲) ۲ سانتی‌متر جیوه کاهش می‌یابد.

۳) تغییر نمی‌کند.

۴) گزینه‌های (۱) و (۲)



گزینهٔ ۴

A ۳۶۲ ۳

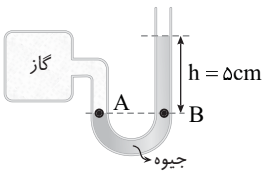
خط فکری ۱ در این سؤالات ابتدا خط تراز را می‌کشیم.

با توجه به خط تراز فشار نقاط A و B با هم برابر است. فشار در نقطهٔ A برابر فشار گاز و فشار در نقطهٔ B برابر فشار هوا و فشار حاصل از ستون $۵cm$ مایع است.

۲ فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز درون مخزن با فشار هوای بیرون $(P_۰)$ است:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{گاز}=P_۰+\rho gh\xrightarrow{P_g=P_{گاز}-P_۰}P_g=\rho gh$$

$$\Rightarrow P_g=۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۵}{۱۰۰}\Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}}=۶۸۰۰Pa$$



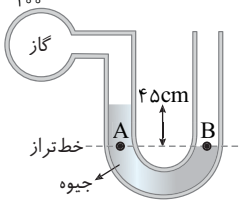
A ۳۶۳ ۱

خط فکری خط تراز را می‌کشیم. فشار نقاط A و B روی خط تراز برابر است. در شاخهٔ سمت راست در نقطهٔ B، فشار برابر فشار هوای محیط $P_B=P_۰$ و در شاخهٔ سمت چپ در نقطهٔ A، فشار برابر مجموع فشار گاز و فشار ستون $۴۵cm$ جیوه است.

فشار نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{گاز}+P_{جیوه}=P_\circ\Rightarrow P_{گاز}=P_\circ-P_{Hg}\xrightarrow{P_{Hg}=\rho_{Hg}gh_{Hg}}$$

$$P_{گاز}=10^5-13600\times10\times\frac{45}{100}\Rightarrow P_{گاز}=38800Pa$$



۴ ۳۶۴ B

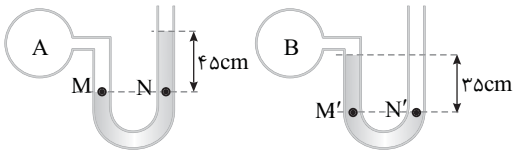
با توجه به خط تراز برای مخزن A داریم:

$$P_M=P_N\Rightarrow P_A=P_\circ+P_{جیوه}\Rightarrow P_A=75+45=120cmHg$$

برای مخزن B نیز با توجه به خط تراز داریم:

$$P_{M'}=P_{N'}\Rightarrow P_B+P_{جیوه}=P_\circ\Rightarrow P_B+35=75\Rightarrow P_B=40cmHg$$

بنابراین نسبت فشار مخزن A به فشار مخزن B برابر است با: $\frac{P_A}{P_B}=\frac{120}{40}=3$

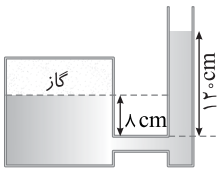


شکل (۱) شکل (۲)

میانبر در شکل (۱) فشار گاز درون مخزن بیشتر از فشار هواست و جیوه را در شاخهٔ سمت راست بالا برده است. $P_{گاز}=P_\circ+P_{جیوه}$

در شکل (۲) فشار هوا از فشار گاز درون مخزن بیشتر است و جیوه را در شاخهٔ سمت چپ بالا برده است. $P_{گاز}=P_\circ-P_{جیوه}$

بازی با سؤال **در شکل مقابل، مایع درون ظرف جیوه است. اگر فشار هوا ۷۵ سانتی‌متر جیوه باشد، فشار گاز درون محفظه چند سانتی‌متر جیوه است؟**

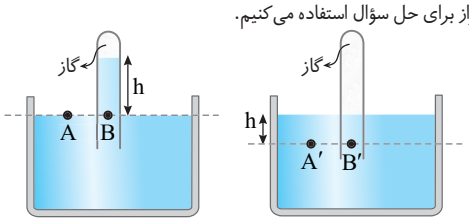


۱) ۴۵ ۲) ۸۳ ۳) ۱۷۵ ۴) ۱۸۷

گزینهٔ ۴

۲ ۳۶۵ A

خط فکری در سؤالاتی که لوله‌ای به طور وارون درون یک ظرف قرار می‌گیرد نیز از خط تراز برای حل سؤال استفاده می‌کنیم.

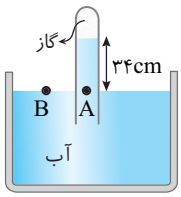


$P_A=P_B$ $P_{A'}=P_{B'}$

$P_\circ=P_{گاز}+\rho gh$ $P_\circ+\rho gh=P_{گاز}$

۱ ابتدا فشار ستون ۳۴ سانتی‌متری آب را برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:

$$\rho_W gh_W=\rho_{Hg}gh_{Hg}$$
$$\Rightarrow 1\times34=13/6h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=2/5cm$$
$$\Rightarrow P_{آب}=2/5cmHg$$



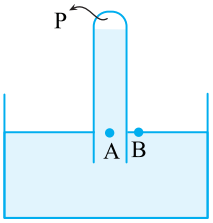
۲ فشار در نقاط A و B که روی یک خط تراز قرار دارند برابر است از این‌رو:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{گاز}+P_{آب}=P_\circ\xrightarrow{P_{گاز}=72cmHg}P_\circ=72+2/5=74/5cmHg$$

۴ ۳۶۶ A

فشار مایع را برحسب سانتی‌متر جیوه حساب می‌کنیم. $(\rho gh)_{مایع}=(\rho gh)_{جیوه}$

$$\Rightarrow 2/8\times51=13/6\times h_{جیوه}\Rightarrow h_{جیوه}=10/5\,cmMg$$



با توجه به خط تراز فشار گاز را حساب می‌کنیم.

$$P_A=P_B\Rightarrow P+P_{مایع}=P_\circ$$

$$P+10/5=75/5\Rightarrow P=65cm\,Hg$$

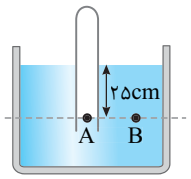
حال فشار را به Pa تبدیل می‌کنیم.

$$P=\rho_{Hg}gh_{Hg}=13600\times10\times\frac{65}{100}=8840Pa$$

۳ ۳۶۷ B

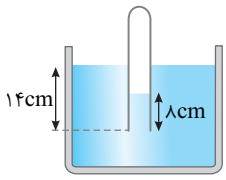
با توجه به خط تراز فشار در نقاط A و B با هم برابر است: $P_A=P_B$

فشار در نقطهٔ A برابر فشار گاز محبوس در لوله و فشار در نقطهٔ B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۲۵ سانتی‌متری مایع است:



$$P_{گاز}=P_\circ+\rho gh\xrightarrow{\rho=2g/cm^3=2000kg/m^3}$$
$$P_{گاز}=10^5+2000\times10\times\frac{25}{100}$$
$$P_{گاز}=105\times10^3Pa=105kPa$$

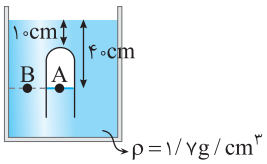
بازی با سؤال **مطابق شکل، دهانهٔ لولهٔ قائمی تا عمق ۱۴ سانتی‌متر درون مایعی به چگالی $0/9g/cm^3$ فرو برده شده است. اگر ارتفاع مایع در داخل لوله ۸ سانتی‌متر باشد، فشار هوای داخل لوله چند سانتی متر جیوه است؟ (فشار هوا ۷۶cmHg و $\rho_{جیوه}=13/5g/cm^3$ است.)**



۱) ۷۵/۵ ۲) ۷۵/۶ ۳) ۷۶/۴ ۴) ۷۶/۵

گزینهٔ ۳

۱ ۳۶۸ B



۱ فشار در نقاط A و B واقع بر خط تراز با هم برابر است. $P_A=P_B$

۲ فشار در نقطهٔ B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۴۰cm مایع است و فشار در نقطهٔ A برابر فشار گاز محبوس در لوله است.

$$P_B=P_A\Rightarrow P_\circ+\rho gh=P_{گاز}\quad(1)$$

۳ فشار پیمانه‌ای (P_g) برابر تفاضل فشار مخزن (گاز) و فشار هوای محیط است، بنابراین:

$$P_g=P_{گاز}-P_\circ=\rho gh\Rightarrow P_g=1700\times10\times\frac{4}{10}=6800Pa$$

فشار را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم.

$$\rho h=\rho_{Hg}h_{Hg}$$
$$\Rightarrow 1/7\times40=13/6h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=5\,cm\Rightarrow P_g=5cmHg$$

۱ ۳۶۹ B

خط فکری ابتدا به کمک نیروی وارد بر کف، فشار وارد بر کف ظرف را حساب می‌کنیم. فشار به‌دست آمده مجموع فشار ارتفاع $18cm=8+10$ جیوه و فشار گاز محبوس در بالای لوله است. حال به حل مسئله می‌پردازیم.

۱ نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از فشار مایع و فشار گاز است. فشار مایع را به‌دست می‌آوریم:

$$F=PA\Rightarrow 680=P\times200\times10^{-4}\Rightarrow P=34000Pa$$

۲ اکنون فشار را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم:

$$P=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow 34000=13600\times10\times h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=0/25m=25cm$$

پس فشار وارد بر کف ظرف برابر $25cmHg$ است.

۳ از طرفی ارتفاع جیوه در ظرف $10+8=18cm$ بوده، بنابراین فشار گاز بالای لوله برابر است با:

$$P=P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}\Rightarrow P_{\text{گاز}}=25-18=7cmHg$$

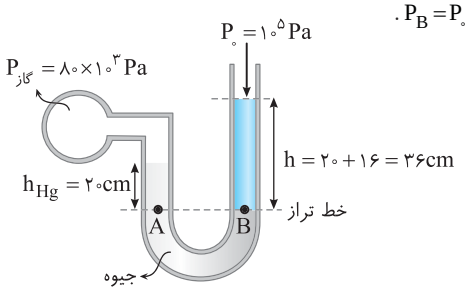
B ۳۷۰ ۳

خط فکری برای حل سؤالاتی که با لولهٔ U سرو کار داریم ابتدا خط تراز را می‌کشیم. خط تراز آخرین جایی است که مایع در دو شاخه یکسان بوده و خطی موازی با سطحی است که لوله روی آن قرار گرفته است. ویژگی خط تراز این است که فشار روی خط تراز یکسان است.

مطابق شکل خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط A و B با هم برابر است: $P_A=P_B$

فشار در نقطه A برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می‌آورد پس $P_A=P_{\text{گاز}}+\rho_{Hg}gh_{Hg}$.

فشار در نقطهٔ B برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می‌آورد پس $P_B=P_\circ+\rho gh$.



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+\rho_{Hg}gh_{Hg}=P_\circ+\rho gh$$

$$80\times10^3+13600\times10\times\frac{20}{100}=10^5+\rho\times10\times\frac{36}{100}$$

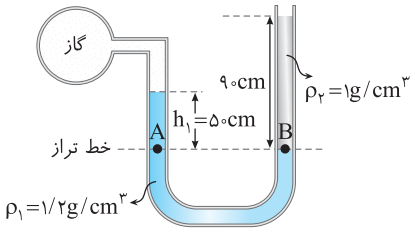
$$8\times10^4+27200=10^5+3/6\rho\Rightarrow8\times10^4+2/72\times10^4-10^5=3/6\rho$$

$$\Rightarrow0/72\times10^4=3/6\rho\Rightarrow\rho=2000kg/m^3$$

B ۳۷۱ ۱

با توجه به خط تراز فشار نقاط A و B برابر است. $P_A=P_B$

$$P_{\text{گاز}}+\rho_1gh_1=P_\circ+\rho_2gh_2$$



فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار مخزن گاز و فشار هواست، بنابراین:

$$P_g=P_{\text{گاز}}-P_\circ=\rho_2gh_2-\rho_1gh_1\Rightarrow P_g=1000\times10\times\frac{90}{100}-1200\times10\times\frac{50}{100}$$

$$\Rightarrow P_g=9000-6000=3000Pa$$

B ۳۷۲ ۱

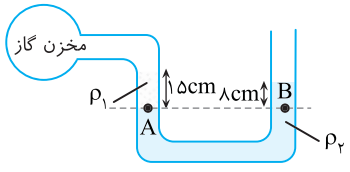
فشار نقاط روی خط تراز با هم برابر است:

$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_1gh_1+P_{\text{مخزن}}=\rho_2gh_2+P_\circ\Rightarrow$$

$$1/2\times10\times15+P_{\text{مخزن}}=1/57\times10\times8+P_\circ\Rightarrow P_\circ-P_{\text{مخزن}}=-54/4Pa$$

ارتفاع ستون جیوه‌ای که فشاری معادل $-54/4Pa$ ایجاد می‌کند برابر است با:

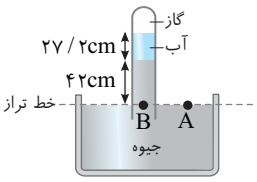
$$-54/4=13/6\times10\times h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=-4mm$$



B ۳۷۳ ۴

۱ نقاط هم‌تراز درون یک مایع ساکن هم‌فشارند. فشار در نقطهٔ A برابر فشار هوا و فشار در نقطهٔ B برابر مجموع فشار جیوه، فشار آب و فشار گاز محبوس در بالای لوله است. اکنون فشار نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_\circ=P_{\text{جیوه}}+P_{\text{آب}}+P_{\text{گاز}}$$



۲ فشار آب برحسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

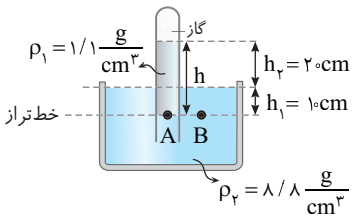
$$P_{\text{آب}}=\frac{(\rho h)_{\text{آب}}}{\rho_{\text{جیوه}}}=\frac{1\times27/2}{13/6}=2cmHg$$

۳ بنابراین خواهیم داشت:

$$72=42+2+P_{\text{گاز}}\Rightarrow P_{\text{گاز}}=28cmHg$$

B ۳۷۴ ۴

خط فکری فشار پیمانه‌ای گاز خواسته شده است یعنی $P_g=P_G-P_\circ$، بنابراین با رسم یک خط تراز می‌توان مسئله را حل کرد.



۱ خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقاط A و B واقع بر خط تراز را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_A=P_B$$

۲ فشار نقطهٔ A برابر مجموع فشار گاز و فشار ستون $h=20+10=30cm$ مایع ρ_1 است.

$$P_A=P_{\text{گاز}}+\rho_1gh$$

۳ فشار نقطهٔ B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون $h_1=10cm$ مایع ρ_2 است.

$$P_B=P_\circ+\rho_2gh_2$$

۴ اکنون می‌توان نوشت:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+\rho_1gh=P_\circ+\rho_2gh_2\Rightarrow\underbrace{P_{\text{گاز}}-P_\circ}_{P_g}=\rho_2gh_2-\rho_1gh$$

$$P_g=8/8\times10^3\times10\times0/1-1/1\times10^3\times10\times0/3\Rightarrow P_g=5/5\times10^3Pa=5/5kPa$$

A ۳۷۵ ۳

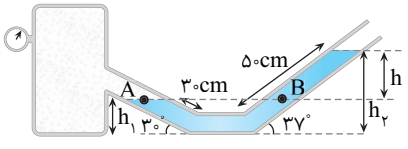
فشار درون لاستیک که توسط فشارسنج اندازه‌گیری می‌شود، فشار پیمانه‌ای هوای درون لاستیک $(P_g=P_G-P_\circ)$ است و گزینهٔ (۱) و (۴) نادرست است./ هر $10^5Pa=100kPa$ برابر $1atm$ است، بنابراین $220kPa$ برابر $2/2atm$ است و گزینهٔ (۲) نادرست است. / بنابراین گزینهٔ (۳) درست است اما آن را حساب می‌کنیم.

$$P=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow220\times10^3=13/6\times10^3\times10\times h_{Hg}\Rightarrow$$

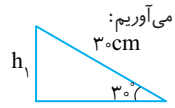
$$h_{Hg}\approx1/62m\Rightarrow P=162cmHg$$

A ۳۷۶ ۱

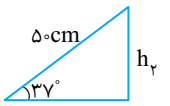
خط فکری ابتدا باید بدانیم که فشارسنج، فشار پیمانه‌ای $(P_g=P_G-P_\circ)$ را اندازه‌گیری می‌کند، مطلب بعدی که باید یادمان باشد این است که فشار مایع به ستون قائم آن بستگی دارد.



۱ ارتفاع قائم مایع در هر لوله را به کمک مثلثات به‌دست می‌آوریم:



$$\sin ۳۰^\circ = \frac{h_۱}{۳۰} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{h_۱}{۳۰} \Rightarrow h_۱ = ۱۵cm$$



$$\sin ۳۷^\circ = \frac{h_۲}{۵۰} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{h_۲}{۵۰} \Rightarrow h_۲ = ۳۰cm$$

۲ خط تراز را رسم می‌کنیم و فشار نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم. $P_A = P_B$

۳ فشار نقطهٔ A همان فشار مخزن گاز است. $P_A = P_G$

۴ فشار نقطهٔ B فشار هوای محیط به اضافهٔ فشار ستون h مایع است که است. $h = h_۲ - h_۱ = ۳۰ - ۱۵ = ۱۵cm$

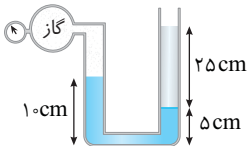
$P_B = P_۰ + P_h$

۵ سرانجام می‌نویسیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_G = P_۰ + P_h$$

$$\Rightarrow P_G - P_۰ = P_h \Rightarrow P_g = \rho gh = ۸۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۱۵}{۱۰۰} \Rightarrow P_g = ۱۲۰۰Pa$$

بازی با سؤال **درون لولهٔ U شکلی که به یک مخزن محتوی گاز وصل شده است. دو مایع به چگالی $\rho_۱ = ۱۲۰۰kg/m^۳$ و $\rho_۲ = ۹۰۰g/lit$ قرار دارد. فشارسنج بوردون متصل به مخزن فشار چند کیلوپاسکال را نشان می‌دهد؟ $(P_۰ = ۱۰^۵Pa, g = ۱۰N/kg)$**

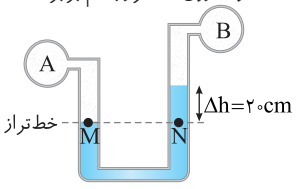


۱) ۱/۶۵ ۲) ۱۰۱/۵۵۰ ۳) ۱۰۴/۵۵۰ ۴) ۴/۵۵۰

گزینهٔ ۱

A ۳۷۷ ۳

ابتدا خط هم‌تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط M و N روی خط تراز با هم برابر است بنابراین:



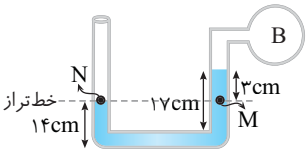
$$P_M = P_N \Rightarrow P_A = P_B + \rho gh$$

$$P_A - P_B = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta P = \rho g \Delta h$$

$$\Delta P = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۲۰۰۰Pa$$

B ۳۷۸ ۴

۱ با توجه به شاخهٔ متصل به مخزن B، شاخهٔ وسط و استفاده از خط تراز فشار مخزن B را به‌دست می‌آوریم:



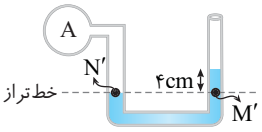
$$P_N = P_M$$

$$\Rightarrow P_۰ = P_B + \rho g \Delta h$$

$$\Rightarrow P_B = P_۰ - ۶۸۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۳}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow P_B = P_۰ - ۲۰۴۰Pa$$

۲ با توجه به شاخهٔ متصل به مخزن A، شاخهٔ وسط و استفاده از خط تراز فشار مخزن A را به‌دست می‌آوریم:



$$P_{N'} = P_{M'}$$

$$\Rightarrow P_A = P_۰ + \rho g \Delta h'$$

$$\Rightarrow P_A = P_۰ + ۶۸۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۴}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow P_A = P_۰ + ۲۷۲۰Pa$$

۳ حال اختلاف فشار مخزن A و B را حساب می‌کنیم:

$$P_A - P_B = (P_۰ + ۲۷۲۰) - (P_۰ - ۲۰۴۰) \Rightarrow \Delta P_{AB} = ۴۷۶۰Pa$$

۴ این فشار را برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta P_{AB} = \rho gh_{Hg} \Rightarrow ۴۷۶۰ = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times h_{Hg}$$

$$\Rightarrow h_{Hg} = ۳/۵ \times ۱۰^{-۲}m = ۳/۵cmHg$$

B ۳۷۹ ۴

خط فکری فشار در نقطهٔ A برحسب cmHg خواسته شده است، بنابراین ابتدا فشار ستون ۱۰cm مایع بالای خط تراز و هم‌چنین فشار ستون ۳/۴ متری آب را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم. سپس به کمک خط تراز مسئله را حل می‌کنیم.

۱ فشار ستون ۱۰cm مایع برحسب cmHg خواهد شد:

$$\rho_{مایع} gh_{مایع} = \rho_{Hg} gh_{Hg}$$

$$\xrightarrow[\rho_{Hg} = ۱۳/۶g/cm^۳]{\rho_{مایع} = ۶/۸g/cm^۳} ۶/۸ \times ۱۰ = ۱۳/۶ \times h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = ۵cm$$

بنابراین فشار مایع $P_{مایع} = ۵cmHg$ است.

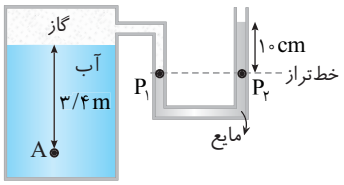
۲ فشار ستون ۳/۴m آب را حساب می‌کنیم.

$$\rho_W gh_W = \rho_{Hg} gh_{Hg} \Rightarrow ۱ \times ۳/۴ = ۱۳/۶ h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = \frac{۱}{۴}m = ۲۵cm$$

بنابراین فشار آب نیز برابر ۲۵cmHg می‌شود.

۳ فشار گاز درون مخزن را به کمک خط تراز حساب می‌کنیم.

$$P_۱ = P_۲ \Rightarrow P_{گاز} = P_۰ + P_{مایع} = ۷۵ + ۵ \Rightarrow P_{گاز} = ۸۰cmHg$$



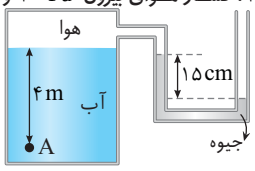
۴ فشار در نقطهٔ A برابر مجموع فشار گاز و فشار ۳/۴m آب است.

$$P_A = P_{آب} + P_{گاز} \Rightarrow P_A = ۲۵ + ۸۰ \Rightarrow P_A = ۱۰۵cmHg$$

میانبر فشار در نقطهٔ A برابر مجموع فشار ستون ۳/۴m آب، فشار ستون ۱۰cm مایع و فشار هواست.

$$P_A = P_W + P_{مایع} + P_۰$$

بازی با سؤال **فشار در نقطهٔ A چند کیلوپاسکال است؟ (چگالی آب $۱۰۰۰kg/m^۳$، چگالی جیوه $۱۳۶۰۰kg/m^۳$، فشار هوای بیرون $۱۰^۵Pa$ و $g = ۱۰N/kg$ است.)** (تجربی - ۹۴)



۱) ۷۹/۶ ۲) ۱۱۹/۶ ۳) ۶۸/۴ ۴) ۱۲۰/۴

گزینهٔ ۲

B ۳۸۰ ۳

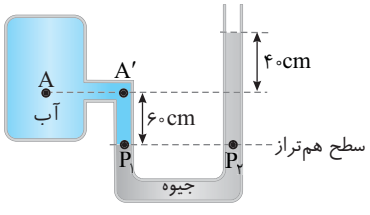
با توجه به شکل سطح هم‌تراز را رسم می‌کنیم. فشار در سطح‌های هم‌تراز در یک مایع برابر است. از طرفی فشار $P_۱$ برابر مجموع فشار در سطح A و فشار ستون ۶۰cm آب است و فشار $P_۲$ برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۱۰۰cm جیوه است.

$$P_۱ = P_۲ \Rightarrow P_A + \rho_W gh_W = P_۰ + \rho_{Hg} gh_{Hg}$$

$$\Rightarrow P_A - P_۰ = \rho_{Hg} gh_{Hg} - \rho_W gh_W$$

$$P_A - P_۰ = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۱ - ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۶ \Rightarrow$$

$$P_A - P_۰ = ۱۳۶۰۰۰ - ۶۰۰۰ = ۱۳۰۰۰۰Pa = ۱۳۰kPa$$



$$P_A = P_{A'}$$

B ۱ ۳۸۱

اختلاف فشار در نقطهٔ A با فشار هوای محیط را فشار پیمانه‌ای گویند.

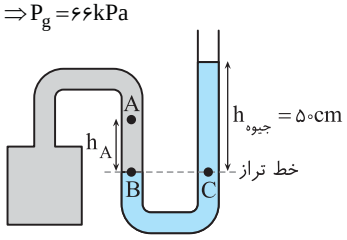
$$P_B = P_C$$

$$P_A + \rho g h_A = P_\circ + \rho_{Hg} g h_{Hg}$$

$$\xrightarrow{P_A - P_\circ = P_g} P_g = P_A - P_\circ = \rho_{Hg} g h_{Hg} - \rho_g h_A$$

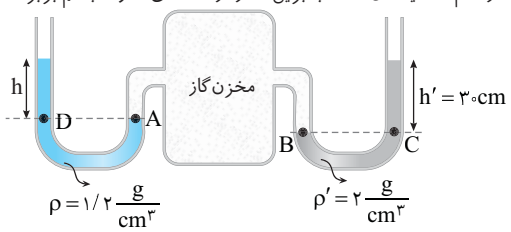
$$P_g = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۵ - ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۲$$

$$P_g = ۶۶۰۰۰ P_a \Rightarrow P_g = ۶۶ kPa$$



B ۱ ۳۸۲

خط فکری مهم‌ترین نکته‌ای که باید به آن دقت کرد این است که فشار گاز در یک محفظه در تمام نقاط یکسان است. بنابراین فشار در نقطه‌های A و B با هم برابر است.



۱ در سمت راست خط تراز را رسم می‌کنیم و فشار نقاط B و C را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_B = P_C \Rightarrow P_B = \rho' g h' + P_\circ \quad (۱)$$

۲ در سمت چپ خط تراز را رسم می‌کنیم و فشار نقاط A و D را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_A = P_D \Rightarrow P_A = \rho g h + P_\circ \quad (۲)$$

۳ گفتیم فشار در تمام نقاط یک مخزن گاز برابر است از این رو:

$$P_A = P_B \xrightarrow{(۱),(۲)} \rho g h + P_\circ = \rho' g h' + P_\circ$$

$$\rho h = \rho' h' \Rightarrow ۱/۲ h = ۲ \times ۳۰ \Rightarrow h = ۵۰cm$$

B ۴ ۳۸۳

فشار نقاط روی خط تراز یکسان است.

$$P_A = P_B \Rightarrow ۱۲۰ \times ۱۰^۳ = P_{B_{مخزن}} + \rho g \times ۰/۴$$

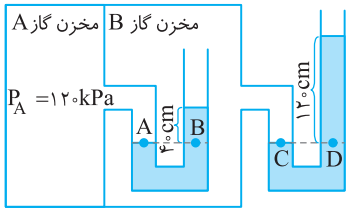
$$P_C = P_D \Rightarrow P_{B_{مخزن}} = P_\circ + \rho \times ۱۰ \times ۱/۲ \Rightarrow P_{B_{مخزن}} = ۱۰^۵ + ۱۲\rho \quad (۲)$$

$$۱/۲ \times ۱۰^۵ = P_B + \rho \times ۴ \quad (۱)$$

در معادله (۱)، از معادله (۲) جایگذاری می‌کنیم.

$$۱/۲ \times ۱۰^۵ = ۱۰^۵ + ۱۲\rho + ۴\rho \Rightarrow ۰/۲ \times ۱۰^۵ = ۱۶\rho$$

$$\rho = \frac{۲۰۰۰۰}{۱۶} = \rho = ۱۲۵۰ kg/m^۳ = ۱۲۵ g/L$$



B ۲ ۳۸۴

فشار در دو نقطهٔ هم‌تراز A و B یکسان است، از این رو:

$$P = P_۱ + \rho g h \Rightarrow ۱/۳ \times ۱۰^۵ = P_۱ + ۱۳/۶ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times h \quad (۱)$$

$$\Rightarrow P_۱ = ۱/۳ \times ۱۰^۵ - ۱/۳۶ \times ۱۰^۵ h$$

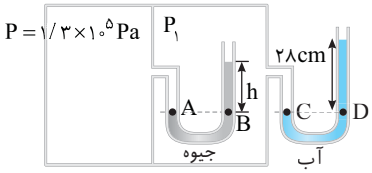
فشار در دو نقطهٔ هم‌تراز C و D یکسان است. بنابراین:

$$P_۱ = P_\circ + \rho_{آب} g h_{آب} \Rightarrow P_۱ = ۱۰^۵ + ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۲۸ \times ۱۰^{-۲} \quad (۲)$$

سمت چپ رابطهٔ (۱) و (۲) برابر است از این رو مقدار سمت راست این رابطه‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$(۲),(۱) \Rightarrow ۱/۳ \times ۱۰^۵ - ۱/۳۶ \times ۱۰^۵ h = ۱۰^۵ + ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۲۸ \times ۱۰^{-۲}$$

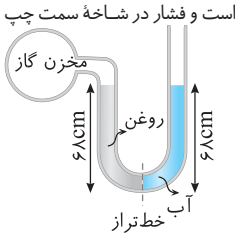
$$\Rightarrow ۰/۳ \times ۱۰^۵ - ۲۸۰۰ = ۱/۳۶ \times ۱۰^۵ h \Rightarrow h = \frac{۰/۲۷۲ \times ۱۰^۵}{۱/۳۶ \times ۱۰^۵} = ۰/۲ m = ۲۰ cm$$



B ۳ ۳۸۵

خط فکری ارتفاع آب و روغن در دو شاخه یکی است. فشار پیمانه‌ای (P_g) نیز اختلاف فشار گاز و فشار هوا است. خط تراز در این مسئله پایین‌ترین نقطهٔ لولهٔ U شکل در محل تماس آب و روغن است.

فشار در شاخهٔ سمت راست با فشار در شاخهٔ سمت چپ برابر است. فشار در شاخهٔ سمت راست مجموع فشار هوا و فشار ستون آب است و فشار در شاخهٔ سمت چپ مجموع فشار گاز و ستون روغن است.



$$P_{چپ} = P_{راست} \Rightarrow P_{گاز} + P_O = P_\circ + P_W$$

$$\Rightarrow \underbrace{P_{گاز} - P_\circ}_{P_g} = P_W - P_O \Rightarrow P_g = P_W - P_O$$

$$P_g = \rho_W g h_W - \rho_O g h_O = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۶۸}{۱۰۰} - ۸۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۶۸}{۱۰۰}$$

$$P_g = ۶۸۰ \times ۱۰ - ۶۸۰ \times ۸ = ۶۸۰ \times ۲ = ۱۳۶۰ Pa$$

این فشار را به cmHg تبدیل می‌کنیم.

$$P_g = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow P_{cmHg} = \frac{۱۳۶۰}{۱۳۶۰۰ \times ۱۰} \times ۱۰۰ = ۱ cmHg = ۱۰ mmHg$$

میانبر از همان ابتدا می‌توانستیم بفهمیم اختلاف فشار گاز و فشار هوا یعنی فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار ستون آب و روغن است و بنویسیم.

$$P_g = \rho_W g h_W - \rho_O g h_O$$

B ۳ ۳۸۶

فشار ستون چپ و ستون راست با هم برابر است.

$$P_{روغن} + P_{ریهٔ شخص} = P_\circ + P_{آب} \Rightarrow P_{ریهٔ شخص} - P_\circ = P_{آب} - P_{روغن}$$

$$\Rightarrow P_g = P_{آب} - P_{روغن}$$

$$\Rightarrow P_g = \rho_W g h_W - \rho_O g h_O \xrightarrow{h_W = h_O = h} P_g = (\rho_W - \rho_O) g h$$

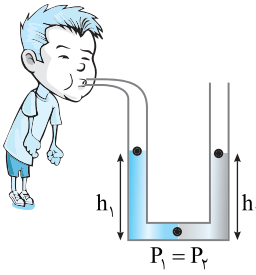
$$P_g = (۱ - ۰/۶) \times ۱۰ \times ۲۷/۲ = ۱۰۸/۸ Pa$$

حال فشار به‌دست آمده را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم:

$$۱۰۸/۸ = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = \frac{۱۰/۸۸}{۱۳/۶} \Rightarrow P_{پیمانه‌ای} = ۰/۸ cmHg$$

B ۳ ۳۸۷

خط فکری چگالی مایع $\rho_۲$ بیشتر است، بنابراین اگر شیر را باز کنیم مایع $\rho_۲$ ته‌نشین می‌شود و مایع $\rho_۱$ را در سمت چپ به بالا هل می‌دهد. برای آن که مایع‌ها در وضعیت قبل از باز شدن شیر باقی بمانند، باید از شاخهٔ سمت چپ در آن دمید و فشار این دمیدن باید با اختلاف فشار شاخهٔ سمت راست و سمت چپ برابر باشد. بنابراین فشار سمت راست لوله، مجموع فشار هوا و فشار مایع $\rho_۲$ است و فشار سمت چپ لوله، فشار دمیدن به‌اضافهٔ فشار مایع $\rho_۱$ است.

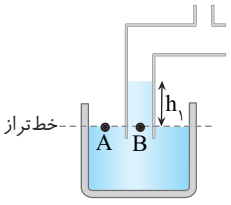


$$P_۱=P_۲\Rightarrow P_{\text{شخص}}+\rho_۱gh_۱=P_۰+\rho_۲gh_۲$$
$$\Rightarrow \underbrace{P_{\text{شخص}}-P_۰}_{\text{فشار پیمانه‌ای}}=\rho_۲gh_۲-\rho_۱gh_۱$$
$$\Rightarrow P_g=۱۵۰۰\times ۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}-۱۴۰۰\times ۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}$$
$$\Rightarrow P_g=۵۰۰\text{Pa}$$

میانبر فشار پیمانه‌ای دمیدن در این لوله برابر است با: $P_g=\rho_۲gh_۲-\rho_۱gh_۱$

۴ **۳۸۸** **B**

ابتدا برای ظرف حاوی آب خط تراز می‌کشیم:

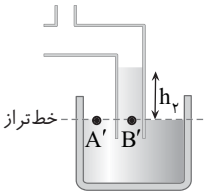


$$P_A=P_B\Rightarrow P_۰=\rho_{\text{آب}}gh_۱+P_{\text{شخص}}$$

هم‌چنین در ظرف حاوی الکل داریم:

$$P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow P_۰=\rho_{\text{الکل}}gh_۲+P_{\text{شخص}}$$

سمت چپ دو معادله با هم برابر است، بنابراین سمت راست دو معادله نیز با هم برابر است:



$$\rho_{\text{آب}}gh_۱=\rho_{\text{الکل}}gh_۲\Rightarrow h_۱=۰/۸h_۲$$
$$\Delta h=۱۰\text{cm}\Rightarrow h_۲-h_۱=۱۰\Rightarrow ۰/۲h_۲=۱۰$$
$$\Rightarrow h_۲=۵۰\text{cm}$$

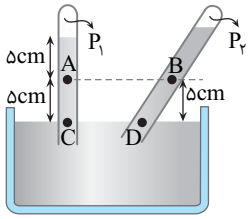
فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار هوای درون ریه شخص و فشار هواست. با توجه به ظرف حاوی الکل فشار پیمانه‌ای شخص را حساب می‌کنیم:

$$P_۰=\rho_{\text{الکل}}gh_۲+P_{\text{شخص}}\Rightarrow P_{\text{شخص}}-P_۰=-\rho_{\text{الکل}}gh_۲\Rightarrow$$
$$P_{\text{پیمانه‌ای}}=-۸۰۰\times ۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}=-۴۰۰۰\text{Pa}$$

۳ **۳۸۹** **B**

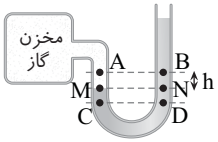
یادآوری فشار مایع ناشی از ارتفاع قائم مایع است و کج بودن لوله مهم نیست.

به شکل نگاه کنید، فشار نقاط C و D که روی یک خط تراز قرار دارند باهم برابر است. نقطه A، ۵cm از نقطهٔ C بالاتر و نقطهٔ B نیز ۵cm از نقطهٔ D بالاتر است، یعنی اگر از نقطهٔ C به نقطهٔ A برویم و یا از نقطهٔ D به نقطهٔ B برویم مقدار کاهش فشار یکسان است. بنابراین در نقطه‌های A و B نیز فشارها با هم برابر است و اختلاف فشار این دو نقطه صفر است.



۲ **۳۹۰** **B**

۱ نقاط C و D هم‌تراز هستند و در یک مایع قرار دارند، پس $P_C=P_D$ است.



۲ فشار در نقطهٔ A برابر فشار مخزن گازی است. همچنین اگر خط تراز بکشیم فشار نقاط M و N باهم برابراست. فشار در نقطهٔ M برابرفشار مخزن گازی یا همان فشار در نقطهٔ A است:

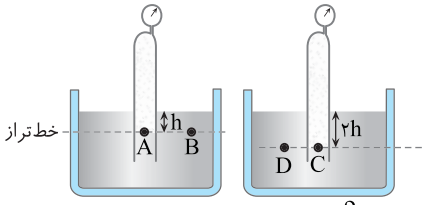
$$\begin{cases}P_M=P_N & \text{نقاط هم‌تراز}\\ P_M=P_A\end{cases}\Rightarrow P_N=P_A$$

نقطهٔ B به اندازهٔ h بالاتر از نقطهٔ N قرار دارد، بنابراین فشار در نقطهٔ B به اندازهٔ ρgh از فشار N کمتر است.

$$P_B=P_N-\rho gh\xrightarrow{P_N=P_M=P_A}P_B=P_A-\rho gh\Rightarrow P_A>P_B$$

۱ **۳۹۱** **C**

یادآوری فشارسنج بوردون فشار پیمانه‌ای $(P_g=P_G-P_۰)$ را اندازه‌گیری می‌کند.



(۱) $\rho_۱=\rho_{Hg}$ (۲) $\rho_۲=\frac{\rho_{Hg}}{۳}$

در شکل (۱) فشار نقاط A و B روی خط تراز برابر است:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{۱G}=P_۰+P_h\Rightarrow \underbrace{P_{۱G}-P_۰}_{P_{۱g}}=P_h\Rightarrow P_{۱g}=\rho_{Hg}gh$$

در شکل (۲) فشار نقاط C و D روی خط تراز برابر است:

$$P_C=P_D\Rightarrow P_{۲G}=P_۰+P_{۲h}\Rightarrow \underbrace{P_{۲G}-P_۰}_{P_{۲g}}=P_{۲h}\Rightarrow P_{۲g}=\frac{\rho_{Hg}g(۲h)}{۳}$$

بنابراین اختلاف فشاری که دو فشارسنج نشان می‌دهد خواهد شد:

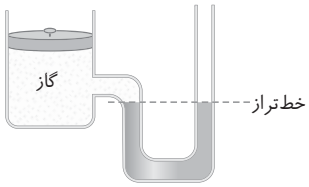
$$P_{۱g}-P_{۲g}=\rho_{Hg}gh-\frac{\rho_{Hg}}{۳}g(۲h)\Rightarrow P_{۱g}-P_{۲g}=\frac{۱}{۳}\rho_{Hg}gh$$

بنابراین اختلاف فشار برحسب cmHg برابر $\frac{۱}{۳}h$ است.

۳ **۳۹۲** **B**

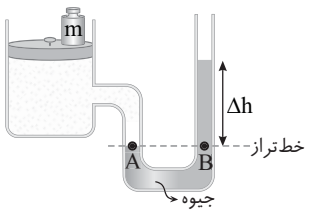
خط فکری در ابتدا ارتفاع جیوه در دو شاخهٔ لوله یکسان است و این یعنی فشار گاز درون مخزن و فشار هوای محیط یکسان است. وقتی وزنه را روی پیستون قرار می‌دهیم، فشاری برابر $\frac{W}{A}$ به گاز وارد می‌شود و این افزایش فشار سبب می‌گردد که جیوه در شاخهٔ سمت چپ پایین رفته و در شاخهٔ سمت راست بالا برود. مثل همیشه خط تراز را رسم کرده، مسئله را حل می‌کنیم.

حالت اول: فشار هوای محیط و فشار گاز برابر است. $P_{\text{گاز}}=P_۰$



حالت دوم: فشار در نقاط هم‌تراز A و B برابر است.

$$P_A=P_B\Rightarrow P_۰+\frac{W}{A}=P_۰+\rho g\Delta h$$
$$\Rightarrow\frac{W}{A}=\rho g\Delta h\Rightarrow mg=\rho g\Delta hA\Rightarrow m=\rho\Delta hA$$
$$\Rightarrow m=۱۳۶۰۰\times\frac{۷/۵}{۱۰۰}\times۵۰\times۱۰^{-۴}\Rightarrow m=۵/۱\text{kg}$$



میانبر همان‌گونه که در خط فکری بیان شد، با قرار دادن وزنه و افزایش فشار در سمت چپ، جیوه در سمت راست بالا میرود تا فشار در دو سوی لوله یکی شود. بنابراین فشار حاصل از وزنه برابر فشار ستون اضافی جیوه است.

$$\Delta P=\frac{W}{A}=\rho_{Hg}g(\Delta h_{Hg})$$

B ۳ ۳۹۳

باید فشار مطلق دو مخزن را مقایسه کنیم، بنابراین فشار مطلق مخزن A را به‌دست می‌آوریم.

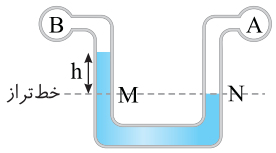
$P_{A\ \text{مطلق}} = P_{A\ \text{پیمانه‌ای}} - P_{\circ} \Rightarrow P_{A\ \text{مطلق}} = P_{A\ \text{پیمانه‌ای}} + P_{\circ} = ۱۲\times۱۰^{۴}\ Pa$

$P_{B\ \text{مطلق}} = ۱۰/۶\times۱۰^{۴}\ Pa$

چون فشار مطلق A بزرگ‌تر از فشار مطلق B است، بنابراین مایع در شاخهٔ سمت چپ بالا می‌رود و ارتفاع مایع در سمت چپ بیشتر از سمت راست می‌شود. فشار روی خط تراز را برابر قرار می‌دهیم.

$P_N = P_M \Rightarrow P_A = P_B + \rho gh \Rightarrow P_A - P_B = \rho gh$

$\Rightarrow ۱/۴\times۱۰^{۴} = ۷\times۱۰^{۳}\times۱۰\times h \Rightarrow h = ۰/۲m = ۲۰cm$



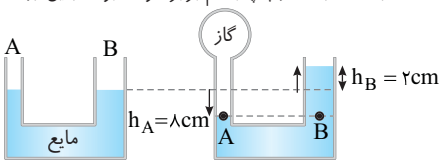
C ۲ ۳۹۴

حجم مایع جابه‌جا شده در دو شاخه یکسان است.

۱ قطر شاخهٔ B دو برابر قطر شاخهٔ A است. بنابراین نسبت مساحت سطح مقطع B به مساحت سطح مقطع A خواهد شد.

$D_B = ۲D_A \Rightarrow r_B = ۲r_A \xrightarrow{A=\pi r^{۲}} A_B = ۴A_A$

۲ وقتی شاخهٔ A را به مخزن گاز وصل کرده و مایع در آن ۸cm پایین برود، حجم مایع جابه‌جا شده در سمت راست و چپ با هم برابر خواهد بود، از این رو:



$V_A = V_B \Rightarrow h_A A_A = h_B A_B \Rightarrow ۸\times A_A = h_B \times ۴A_A \Rightarrow h_B = ۲cm$

۳ به شکل نگاه کنید. اختلاف ستون مایع در دو طرف لوله برابر است با:

$h = h_A + h_B = ۱۰cm$

۴ خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار واقع بر خط تراز یکسان است.

$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_{\circ} + P_{\text{مایع}}$

۵ فشار هوا ۷۶cmHg است. برای آن که فشار گاز را برحسب سانتی‌متر جیوه حساب کنیم، باید فشار ستون ۱۰cm مایع را بر حسب سانتی‌متر جیوه حساب کنیم.

$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{Hg} h_{Hg} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = h_{Hg} = \frac{\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}}{\rho_{Hg}} = \frac{۶/۸\times۱۰}{۱۳/۶} = ۵cmHg$

۶ فشار گاز خواهد شد. $P_{\text{گاز}} = ۷۶ + ۵ = ۸۱cmHg$

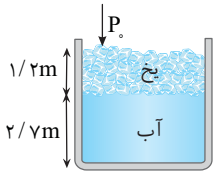
پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۲ ۳۹۵

فشار در عمق ۲/۷m آب برابر است با فشار حاصل از آب و یخ و فشار هوا:

$P_A = P_{\circ} + P_{\text{یخ}} + P_{\text{آب}}$

$P_A = P_{\circ} + \rho_{\text{یخ}} g\times۱/۲ + \rho_{\text{آب}} g\times۲/۷$



به‌جای چگالی آب، $\rho_{\text{آب}} = \frac{\rho_{Hg}}{۱۳/۵}$ و به‌جای چگالی یخ $\rho_{\text{یخ}} = \frac{\rho_{Hg}}{۱۵}$ قرار می‌دهیم و این فشارها را برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:

تبدیل فشار حاصل از یخ به cmHg : $\rho_{\text{یخ}} g\times۱/۲ = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow$

$\frac{\rho_{Hg}}{۱۵}\times۱/۲ = \rho_{Hg} h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = ۸cmHg$

تبدیل فشار حاصل از آب به cmHg : $\rho_{\text{آب}} g\times۲/۷ = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow$

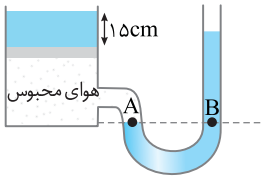
$\frac{\rho_{Hg}}{۱۳/۵}\times g\times۲/۷ = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = ۰/۲m = ۲۰cmHg$

حال فشار در نقطهٔ A را به‌دست می‌آوریم:

$P_A = P_{\circ} + P_{\text{یخ}} + P_{\text{آب}} \Rightarrow P_A = ۷۵ + ۸ + ۲۰ = ۱۰۳cmHg$

B ۱ ۳۹۶

ابتدا فشار هوای محبوس زیر پیستون را به‌دست می‌آوریم:



$P_{\text{هوای محبوس}} = \rho_W g h_W + P_{\circ} + \frac{W}{A}$

$= ۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۱۵}{۱۰۰} + P_{\circ} + \frac{۱۰^{-۱}}{۵\times۱۰^{-۴}}$

$= P_{\circ} + ۱/۵\times۱۰^{۳} + ۰/۲\times۱۰^{۳}$

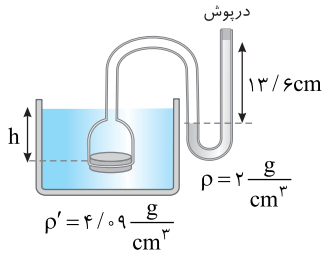
$\Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = P_{\circ} + ۱/۷\times۱۰^{۳}$

این فشار در تمام نقاط هوای محبوس یکسان است و در نقطهٔ A نیز همین فشار وجود دارد. اکنون با توجه به خط تراز داریم: $P_A = P_B \Rightarrow P_{\circ} + ۱/۷\times۱۰^{۳} = \rho gh + P_{\circ}$

$\Rightarrow ۱/۷\times۱۰^{۳} = ۱۷۰۰\times۱۰\times h \Rightarrow h = ۰/۱m = ۱۰cm$

بازی با سؤال **در شکل زیر نیروی وارد بر درپوش بالایی لوله ۶۰N و سطح مقطع لوله ۲۰cm² است و در طرف دیگر لولهٔ U شکل، پیستون سبکی مقداری هوا را در لوله محبوس کرده است. h چند سانتی‌متر است؟**

۱) ۰/۸
۲) ۰/۶
۳) ۸۰
۴) ۶۰



گزینهٔ ۳

B ۴ ۳۹۷

خط تراز را در لولهٔ U شکل رسم می‌کنیم و فشار نقاط N و M واقع بر این خط را با هم برابر قرار می‌دهیم.

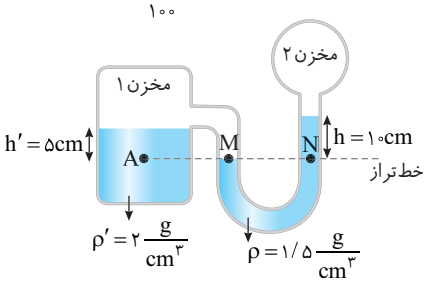
$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{مخزن ۱}} = P_{\text{مخزن ۲}} + \rho gh \Rightarrow$

$P_{\text{مخزن ۱}} = ۱/۲\times۱۰^{۳} + ۱/۵\times۱۰^{۳}\times۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰} = ۲/۷\times۱۰^{۳}\ Pa$

فشار در نقطهٔ A برابر مجموع فشار گاز مخزن (۱) و فشار ستون ۵cm مایع در این مخزن است.

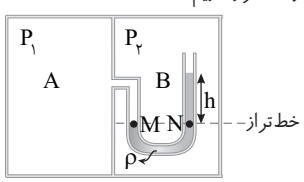
$P_A = P_{\text{مخزن ۱}} + \rho' gh' \Rightarrow$

$P_A = ۲/۷\times۱۰^{۳} + ۲\times۱۰^{۳}\times۱۰\times\frac{۵}{۱۰۰} = ۳/۷\times۱۰^{۳}\ Pa = ۳/۷kPa$



B ۳ ۳۹۸

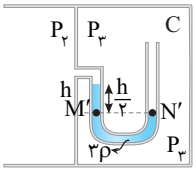
بین مخزن A و B با توجه به لوله U شکل و خط تراز داریم:



$P_M = P_N$

$P_۱ = P_۲ + \rho gh \Rightarrow P_۱ > P_۲$

بین مخزن B و C با توجه به لوله U شکل و خط تراز داریم:



$$P_{M'}=P_{N'}$$
$$P_۲+۳\rho g\frac{h}{۲}=P_۳\Rightarrow P_۳>P_۲$$

بنابراین فشار $P_۲$ از $P_۱$ و $P_۳$ کوچک‌تر است و گزینهٔ (۲) یا گزینهٔ (۳) درست است.

$$P_۱=P_۲+\rho gh$$
$$P_۳=P_۲+\frac{۳}{۲}\rho gh\Rightarrow P_۳>P_۱$$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

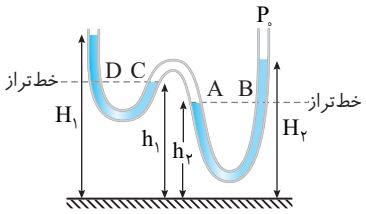
B ۳۹۹ ۳

فشار هوای محبوس در تمام نقاط آن یکسان است. بنابراین $P_C=P_A$ خواهد بود. خط تراز را برای دو طرف رسم می‌کنیم و به کمک خط تراز روابط زیر را می‌نویسیم.

$$\begin{cases}P_C=P_D\\P_C=\rho g(H_۱-h_۱)+P_۰\end{cases}(۲)\quad,\quad\begin{cases}P_A=P_B\\P_A=\rho g(H_۲-h_۲)+P_۰\end{cases}(۱)$$

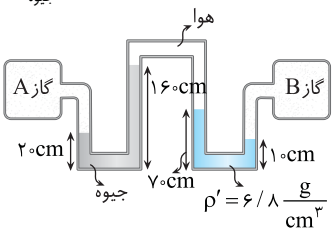
البته می‌دانیم $P_C=P_A$ است بنابراین سمت راست دو رابطه (۱) و (۲) را با هم برابر قرار می‌دهیم.

$$\rho g(H_۲-h_۲)=\rho g(H_۱-h_۱)\Rightarrow H_۲-h_۲=H_۱-h_۱$$



بازی با سؤال در شکل زیر، فشار گاز مخزن B از فشار گاز مخزن A ..... سانتی‌متر جیوه ..... است. $(\rho_{\text{جیوه}}=۱۳/۶g/cm^۳, g=۱۰N/kg)$

۱) ۱۱۰، بیشتر
۲) ۱۱۰، کمتر
۳) ۵۵، بیشتر
۴) ۵۵، کمتر



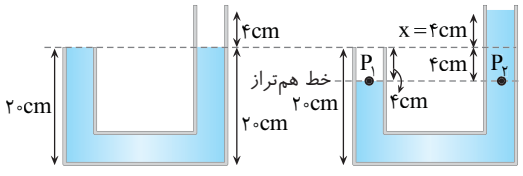
گزینهٔ ۱

B ۴۰۰ ۴

با دمیدن در شاخهٔ سمت چپ، مایع در شاخهٔ سمت راست باید ۴cm بالا برود تا به لبهٔ لوله برسد، بنابراین در شاخهٔ سمت چپ نیز مایع ۴cm پایین می‌رود و اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف ۸cm می‌شود. خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم و فشار را در دو طرف مساوی قرار می‌دهیم، اما $P_۱$ در سمت چپ همان فشار دمیدن و $P_۲$ در سمت راست مجموع فشار هوا و فشار ۸cm مایع است. بنابراین:

$$P_۱=P_۲\Rightarrow P_{\text{دمیده شده}}=\rho gh+P_۰=۲/۵\times۱۰^۳\times۱۰\times۸\times۱۰^{-۲}+۱۰^۵$$
$$=۱۰^۵+۲\times۱۰^۳=۱۰۲\times۱۰^۳Pa$$

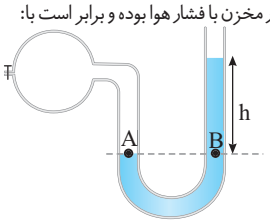
بنابراین حداقل فشار دمیدن ۱۰۲kPa می‌شود.



شکل (۱)

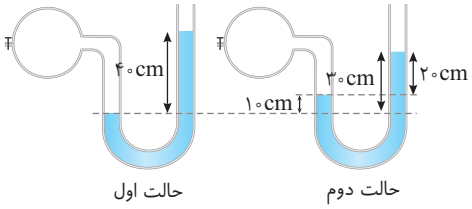
C ۴۰۱ ۴

یادآوری فشار پیمانه‌ای گاز برابر اختلاف فشار مخزن با فشار هوا بوده و برابر است با:



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}=\rho gh+P_۰$$
$$\Rightarrow P_{\text{گاز}}-P_۰=\rho gh\Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}}=\rho gh$$

مایع در شاخهٔ سمت راست ۱۰cm پایین آمده و همین مقدار مایع در شاخهٔ سمت چپ بالا می‌رود، بنابراین اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف شاخهٔ لولهٔ U شکل ۲۰cm می‌شود:



حالت اول: $P_{\text{پیمانه‌ای}}=\rho g\frac{۴۰}{۱۰۰}=۴۰۰۰\times۱۰\times\frac{۴۰}{۱۰۰}=۱۶۰۰Pa$

حالت دوم: $P'_{\text{پیمانه‌ای}}=\rho g\frac{۲۰}{۱۰۰}=۴۰۰۰\times۱۰\times\frac{۲۰}{۱۰۰}=۸۰۰Pa$

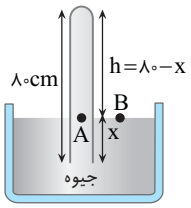
بنابراین فشار مخزن به اندازهٔ $۱۶۰۰-۸۰۰=۸۰۰Pa$ کاهش می‌یابد. با توجه به صورت سؤال در هر ثانیه فشار مخزن ۲۰۰Pa کاهش می‌یابد، بنابراین

۱ s	۲۰۰Pa
t	۸۰۰Pa

$$\Rightarrow t=۴s$$

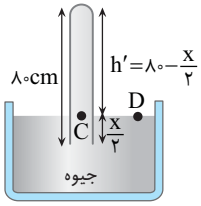
C ۴۰۲ ۳

طول قسمتی از لوله که در جیوه فرو رفته است را با x نمایش می‌دهیم، فشار در نقاط A و B روی خط هم‌تراز برابر است. فشار در نقطهٔ B برابر فشار هوا و فشار در نقطهٔ A برابر مجموع فشار ستون h جیوه و فشار وارد بر انتهای لوله است.



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز لوله}}+P_h=P_۰$$
$$\Rightarrow ۷+P_h=P_۰\Rightarrow ۷+(۸۰-x)=P_۰$$
$$\Rightarrow ۸۷-x=P_۰\Rightarrow x=۸۷-P_۰\qquad(I)$$

در حالت دوم قسمت درون جیوه $\frac{x}{۲}$ و فشار نقاط C و D برابر است:



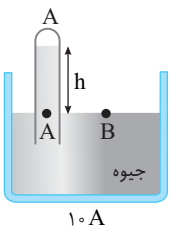
$$P_C=P_D\Rightarrow P'_{\text{گاز لوله}}+P_{h'}=P_۰$$
$$\Rightarrow ۳+۸۰-\frac{x}{۲}=P_۰\Rightarrow ۸۳-\frac{x}{۲}=P_۰\qquad(II)$$

از رابطهٔ (I) در رابطهٔ (II) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$۸۳-\frac{۸۷-P_۰}{۲}=P_۰\Rightarrow ۸۳-۴۳/۵+\frac{P_۰}{۲}=P_۰\Rightarrow ۳۹/۵=\frac{P_۰}{۲}\Rightarrow P_۰=۷۹cmHg$$

B ۴۰۳ ۲

فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز با فشار هوا می‌باشد.

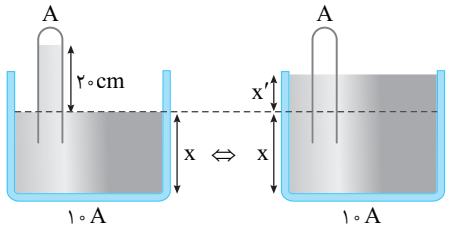


۱۰A

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}=P_۰\Rightarrow P_{\text{گاز}}-P_{\text{جیوه}}=P_۰$$

بنابراین فشار پیمانه‌ای برابر فشار ستون جیوه در لوله بوده و h برابر ۲۰cm است. با ایجاد سوراخ در بالای لوله فشار بالای لوله نیز برابر $P_۰$ خواهد شد و سطح جیوه در ظرف و لوله یکسان خواهد شد. در این صورت حجم $Ah=۲۰A$ از جیوه به ظرف بازمی‌گردد که با توجه به مساحت کف ظرف در شکل زیر، سطح جیوه در ظرف ۲cm بالا آید. پس جیوه در واقع ۱۸cm پایین آمده است.

$$۲۰A=۱۰A\times x'\Rightarrow x'=۲cm$$



۴ ۴۰۴ A

با افزایش فشار هوای محفظه، فشار روی بادکنک افزایش می‌یابد، حجم بادکنک کم می‌شود و احتمال ترکیدن آن کاهش می‌یابد.

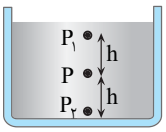
۱ ۴۰۵ A

نقاط A و B هر دو در تماس با سطح آزاد می‌باشند، بنابراین: $P_A = P_B = P_0$

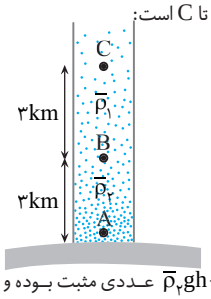
و فشار در نقطهٔ C برابر با $P_C = P_0 + \rho gh$ است. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۳ ۴۰۶ B

خط فکری اگر فشار در یک شاره برابر P باشد، فشار h متر بالاتر از آن برابر $P_1 = P - \rho gh$ و h متر پایین‌تر از آن برابر است:



با افزایش ارتفاع چگالی هوا کاهش می‌یابد بنابراین چگالی متوسط هوا از A تا B بزرگ‌تر از چگالی متوسط هوا از B تا C است:



$$\begin{cases} P_C = P_B - \bar{\rho}_1 gh \\ P_A = P_B + \bar{\rho}_2 gh \end{cases} \xrightarrow[\text{و تقسیم بر ۲ می‌کنیم}]{\text{دو طرف معادله را جمع کرده}}$$

$$\frac{P_A + P_C}{2} = \frac{2P_B + \bar{\rho}_2 gh - \bar{\rho}_1 gh}{2}$$

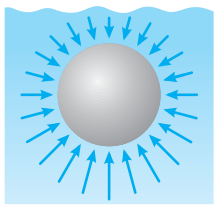
$$\Rightarrow \frac{P_A + P_C}{2} = P_B + \frac{\bar{\rho}_2 gh - \bar{\rho}_1 gh}{2}$$

با توجه به اینکه $\bar{\rho}_1 < \bar{\rho}_2$ است، بنابراین $\bar{\rho}_2 gh - \bar{\rho}_1 gh$ عددی مثبت بوده و $\frac{P_A + P_C}{2}$ از P_B بزرگ‌تر است.

پنجره ۵

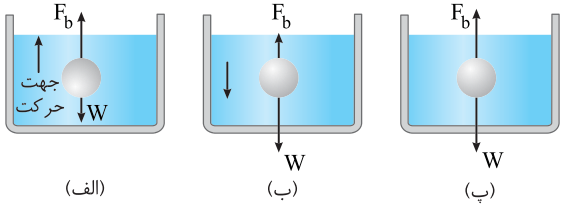
۲ ۴۰۷ A

به جسم درون یک شاره یا غوطه‌ور در آن، همواره **نیروی بالاسوی** خالصی به نام نیروی شناوری از طرف شاره وارد می‌شود. در شکل روبه‌رو پیکان‌ها نشان می‌دهند که نیروهای ناشی از فشار وارد بر جسم، به دلیل افزایش عمق، در زیر جسم بزرگ‌ترند و این سبب می‌گردد که نیروی شناوری بالاسو بر جسم وارد شود.



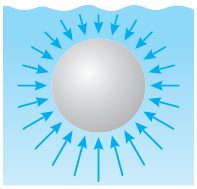
۳ ۴۰۸ A

نیروی شناوری رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین به جسم وارد می‌شود، بنابراین اگر نیروی شناوری بیشتر باشد، جسم به سمت بالا حرکت می‌کند و گزاره (الف) درست است و اگر نیروی وزن بیشتر باشد، جسم به سمت پایین حرکت کرده و گزاره (ب) درست است و هنگامی که این دو نیرو با هم برابر باشند، اگر جسم روی سطح مایع باشد شناور می‌ماند، اما چون جسم در این شکل درون مایع است جسم به حالت غوطه‌ور می‌ماند و گزارهٔ (پ) نادرست است.



۱ ۴۰۹ B

خط فکری با توجه به تحلیل کیفی کتاب درسی برای نیروی شناوری در شکل زیر، می‌توان نتیجه گرفت نیروی شناوری ناشی از اختلاف فشار در سطح پایینی و سطح بالایی است. (که فشار شاره نیز به چگالی شاره و عمق آن بستگی دارد.)



پیکان‌ها نشان می‌دهند که نیروهای ناشی از فشار وارد شده بر جسم، به دلیل افزایش عمق، در زیر جسم بزرگ‌ترند.

در شکل‌های (الف)، چگالی مایع (۲) بیشتر و نیروی شناوری وارد بر آن بزرگ‌تر است. $(F_{b_1} < F_{b_2})$

در شکل (ب) هرچه ابعاد جسم بزرگ‌تر باشد، نیروهای ناشی از فشار وارد بر جسم، به دلیل بیشتر شدن اختلاف عمق، بیشتر شده و نیروی شناوری بزرگ‌تر می‌شود، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم C از نیروی شناوری وارد بر جسم B بزرگ‌تر است. $F_{b_B} < F_{b_C}$

۳ ۴۱۰ A

خط فکری وقتی چگالی جسمی بیشتر از چگالی مایع باشد، جسم در مایع فرو می‌رود و ته‌نشین می‌شود. در حالی که اگر چگالی جسم کمتر از چگالی مایع باشد، جسم روی مایع شناور می‌ماند و در حالتی که چگالی جسم و مایع یکسان باشد، جسم به‌صورت غوطه‌ور یا شناور درمی‌آید.

جسم A شناور شده است، بنابراین چگالی آن از چگالی آب کمتر است و جسم B در آب فرو رفته است، بنابراین چگالی جسم B از چگالی آب بیشتر است، بنابراین $\rho_B > \rho_A$ است و گزینهٔ (۳) درست است.

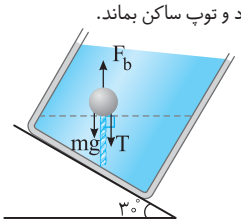
در مورد مقایسه مقدار نیروی شناوری وارد بر دو جسم و همچنین مقایسه جرم آن‌ها نمی‌توان اظهارنظر کرد. مثلاً جسم A می‌تواند یک کشتی باربری بسیار بزرگ باشد که بر سطح آب شناور است و جسم B یک سنگ‌ریزه باشد که در آب فرو می‌رود.

۴ ۴۱۱ B

نکته ۱ سطح مایع درون ظرف همواره افقی است.

نکته ۲ نیروی شناوری همواره بالاسو است.

وقتی جسم کروی شکل توخالی (مثلاً یک توپ فوتبال پلاستیکی) را درون آب فرو کرده و رها کنید، جسم به سمت سطح آب باز می‌گردد و روی آب شناور می‌ماند. چنانچه توپ را با ریسمانی به ته ظرف ببندید، همچنان به دلیل نیروی شناوری توپ به سمت سطح آب حرکت می‌کند تا کشیدگی ریسمان مانع حرکتش شود و توپ ساکن بماند.



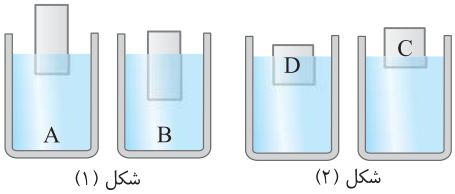
در این حالت امتداد ریسمان کشیده شده بر سطح آزاد مایع عمود است و مطابق شکل زاویهٔ بین ریسمان و سطح مایع ۹۰° است.

۲ ۴۱۲ B

خط فکری هرچه چگالی یک جسم بیشتر باشد، فرورفتگی آن در یک مایع بیشتر است و هرچه چگالی مایع بیشتر باشد، فرورفتگی جسم در مایع کمتر است.

در شکل (۱) دو جسم یکسان را در مایع‌های مختلف A و B قرار داده‌ایم و این دو جسم بر سطح مایع‌ها شناورند اما فرورفتگی جسم در مایع B بیشتر است، بنابراین چگالی مایع B از چگالی مایع A کمتر است $\rho_A > \rho_B$.

در شکل (۲) جسم D و جسم C دو جسم متفاوت هستند که در سطح مایع یکسانی شناورند و فرورفتگی جسم D از فرورفتگی جسم C در مایع بیشتر است، بنابراین چگالی D بیشتر از چگالی C است $(\rho_D > \rho_C)$.



A ۴۱۳ ۴



نیروی شناوری ناشی از اختلاف فشار است و برای سنگی که تماماً درون مایع قرار گرفته اختلاف فشار بین سطح بالا و پایین آن $(\Delta P=\rho g\Delta h)$ ثابت است، وقتی تمام جسم در مایع قرار می‌گیرد، در تمام مسیر پایین رفتن جسم تا ته‌نشین شدن آن نیروی شناوری وارد بر جسم ثابت می‌ماند یعنی $F_{b_1}=F_{b_2}=F_{b_3}$ است.

بازی با سؤال **اگر سنگ را از بیرون آب رها کنیم تا وارد آب شده و در آن فرو رود، نیروی شناوری وارد بر آن چه تغییری می‌کند؟**

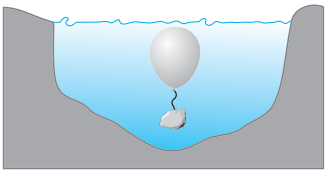
۱) همواره ثابت است. ۲) افزایش می‌یابد.

۳) ابتدا افزایش و سپس ثابت ۴) هر سه گزینه ممکن است.

گزینهٔ ۳

B ۴۱۴ ۲

با پایین رفتن مجموعه در دریاچه، فشار مایع افزایش می‌یابد که این افزایش فشار بر جسمی مانند بادکنک سبب کاهش حجم آن شده و با کوچک شدن بادکنک نیروی شناوری کاهش می‌یابد.



B ۴۱۵ ۳

خط فکری کافی است چند فیلم اکشن دیده باشید که در آن وقتی قایق‌شان سوراخ شده، برای جلوگیری از غرق شدن سریع آن، اشیاء درون قایق را به بیرون انداخته‌اند، یعنی افراد می‌دانند هرگاه جسمی را از درون قایق بیرون بیندازند، فرورفتگی قایق در آب کمتر می‌شود. با انداختن توپ بولینگ به درون استخر، قایق سبک‌تر شده و میزان فرورفتگی آن در آب کمتر می‌شود و سطح آب در کنارهٔ قایق نسبت به حالت قبل پایین‌تر قرار می‌گیرد.

بازی با سؤال **نیروی شناوری وارد بر قایق چگونه تغییر می‌کند؟**

B ۴۱۶ ۲

در هر دو حالت قایق بر سطح آب شناور است، بنابراین نیروی شناوری در هر دو حالت با نیروی وزن قایق برابر است، از این‌رو نیروی شناوری تغییر نمی‌کند.

اما چگالی آب شور از چگالی آب شیرین بیشتر است و هرچه چگالی مایع بیشتر باشد فرورفتگی جسم در آن کمتر است، بنابراین فرورفتگی قایق در آب کاهش می‌یابد.

افرادی که به دریاچهٔ ارومیه رفته باشند کاملاً متوجه شده‌اند که درون آب دریاچه فرو نمی‌روند برخلاف آب استخر.

بازی با سؤال **تکه چوبی در آب شناور می‌ماند، به‌طوری که نیمی از حجم آن زیر سطح آب قرار می‌گیرد. اگر همین تکه چوب در نفت شناور شود، چه کسری از حجم آن زیر سطح نفت قرار می‌گیرد؟**

$(\rho_O=0/8\,g/cm^3,\rho_W=1\,g/cm^3)$

۱) بیش از نصف ۲) نصف

۳) کمتر از نصف ۴) پاسخ به شکل تکه چوب بستگی دارد.

گزینهٔ ۱

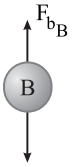
B ۴۱۷ ۳

یادآوری جسمی روی سطح مایع شناور می‌ماند که چگالی آن کمتر از چگالی مایع باشد. در این سؤال هر دو جسم روی سطح مایع شناورند، بنابراین چگالی هر دو جسم از چگالی مایع کمتر است.

هر دو جسم شناورند، بنابراین نیروی شناوری وارد بر آن‌ها برابر نیروی وزن است:



$$F_{b_A}=m_Ag$$



$$F_{b_B}=m_Bg$$

$$\xrightarrow[\text{فرض مسئله}]{F_{b_A}>F_{b_B}} m_Ag>m_Bg\Rightarrow m_A>m_B$$

حجم دو جسم با هم برابر است:

$$\begin{cases} m_A>m_B \\ V_A=V_B \end{cases} \xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}} \rho_A>\rho_B$$

بازی با سؤال **اگر نیروی شناوری وارد بر دو جسم برابر و حجم جسم A بیشتر از حجم B باشد، چگالی A و B را با هم مقایسه کنید؟**

۱) $\rho_{\text{مایع}}<\rho_A=\rho_B$ ۲) $\rho_A<\rho_B<\rho_{\text{مایع}}$

۳) $\rho_B<\rho_A<\rho_{\text{مایع}}$ ۴) $\rho_{\text{مایع}}<\rho_A<\rho_B$

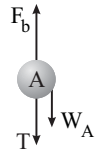
گزینهٔ ۲

B ۴۱۸ ۳

خط فکری برای بررسی نیروی شناوری به ابعاد جسم توجه کنید. هرچه اختلاف فشار وارد بر سطح بالایی و پایینی یک جسم بیشتر باشد، نیروی شناوری وارد بر آن بیشتر است.

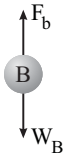
حجم سه جسم یکسان است از این‌رو اختلاف فشار بین سطح بالایی و پایینی هر سه جسم برابر $\Delta P=\rho g(2r)$ است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر هر سه جسم با هم برابر است.

جسم A در حال تعادل است:



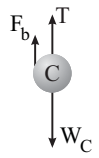
$$W_A+T=F_b\Rightarrow W_A=F_b-T \quad (1)$$

جسم B در حال تعادل است:



$$W_B=F_b \quad (2)$$

جسم C در حال تعادل است:

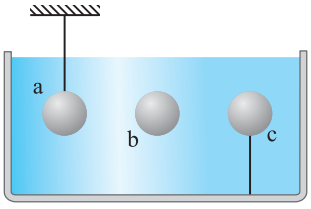


$$W_C=F_b+T \quad (3)$$

از سه معادلهٔ بالا مشخص است که: $W_A<W_B<W_C$

البته همانطور که مشخص است جسم C تمایل به فرو رفتن و جسم A تمایل به بالا آمدن دارد، پس جسم C بیشترین وزن و جسم A کمترین وزن را دارد.

بازی با سؤال **در شکل زیر سه جسم a، b و c جرم برابر دارند و هر سه در یک مایع فرو رفته‌اند. جسم a از یک ریسمان کشیده شده آویزان است و جسم c نیز به یک ریسمان کشیده شده متصل است و هر سه جسم در تعادل‌اند. اگر نیروی شناوری وارد بر آن‌ها به‌ترتیب F_{b_a}، F_{b_b} و F_{b_c} باشد، کدام گزینه درست است؟**



۱) $F_{b_a}=F_{b_b}=F_{b_c}$

۲) $F_{b_a}<F_{b_b}<F_{b_c}$

۳) $F_{b_a}>F_{b_b}=F_{b_c}$

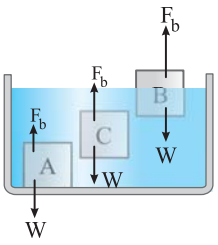
۴) $F_{b_a}=F_{b_b}>F_{b_c}$

گزینهٔ ۲

B ۴۱۹ ۳

به فرض مسئله یعنی برابری جرم هر سه جسم A و B و C دقت کنید. در این صورت نیروی وزن وارد بر هر جسم یکسان است:

$$W_A = W_B = W_C = W$$



جسم A ته‌نشین شده است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم A از نیروی وزن آن کمتر است. $(F_{b_A} < W)$

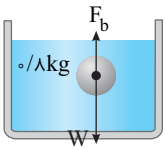
جسم B روی سطح مایع شناور است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم B برابر نیروی وزن جسم B است $(F_{b_B} = W)$.

جسم C درون مایع غوطه‌ور و در تعادل است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم C برابر نیروی وزن جسم C است $(F_{b_C} = W)$.

در نتیجه $F_{b_A} < F_{b_B} = F_{b_C}$.

B ۴۲۰ ۱

نیروهای وارد بر جسم را در حال فرو رفتن در مایع رسم می‌کنیم. نیروی وزن (W) از نیروی شناوری (F_b) بزرگ‌تر است و بنا بر قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

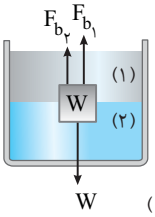


$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_b = ma \xrightarrow{m=0/8kg, F_b=6N}$$

$$0/8 \times 10 - 6 = 0/8a \Rightarrow a = 2/5 m/s^2$$

B ۴۲۱ ۱

خط فکری جسم ساکن است، بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است. اما باید بررسی کنید چه نیروهایی به جسم وارد می‌شوند و این نیروها در کدام جهت هستند.



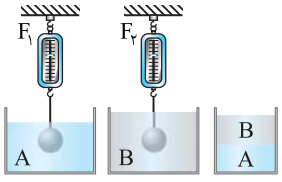
بر این جسم سه نیرو وارد می‌شود: ۱ نیروی وزن ۲ نیروی شناوری مایع (۱) ۳ نیروی شناوری مایع (۲)

نیروی وزن رو به پایین و نیروهای شناوری F_{b_1} و F_{b_2} در امتداد قائم و رو به بالا هستند. بنابراین نیروی وزن جسم توسط این دو نیروی شناوری خنثی می‌شود یعنی $W = F_{b_1} + F_{b_2}$.

B ۴۲۲ ۳

خط فکری اگر یک گلوله فولادی را در سطح آب رها کنیم، درون آب فرو می‌رود اما اگر همین گلوله را در سطح جیوه رها کنیم، روی سطح جیوه باقی می‌ماند و اگر گلوله فولادی را به زور درون جیوه هل داده و رها کنیم، گلوله به سمت بالا می‌آید تا روی جیوه شناور شود یعنی وقتی گلوله در جیوه فرو رفته نیروی شناوری که جیوه به گلوله فولادی وارد می‌کند، از نیروی شناوری که آب به گلوله فولادی وارد می‌کند بیشتر است، بنابراین نتیجه می‌گیریم وقتی جسم درون مایعی قرار گیرد، **هر چه چگالی مایع بیشتر باشد، نیروی شناوری بزرگ‌تری به جسم وارد می‌کند.**

به شکل (۳) نگاه کنید. مایع A ته‌نشین شده است، بنابراین $\rho_A > \rho_B$ است.

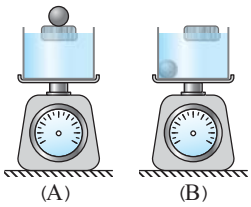


شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳)

وقتی که این قطعهٔ فلزی در مایع A قرار می‌گیرد، چون چگالی A بیشتر است نیروی شناوری که بر آن وارد می‌شود بیشتر از نیروی شناوری وارد بر این قطعه فلز در مایع B است، بنابراین نیروسنج شکل (۱) از نیروسنج شکل (۲) عدد کمتری را نشان می‌دهد $(F_1 < F_2)$.

B ۴۲۳ ۲

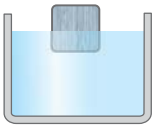
خط فکری اگر اجزای مجموعه ثابت باشند، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد در تمام حالت‌ها با هم برابر است. مثلاً در شکل روبه‌رو در حالت A گوی بالای چوب قرار گرفته و در حالت B گوی را برداشته و درون آب می‌اندازیم ولی در هر دو حالت وزن مجموعه شامل گوی، چوب، آب و ظرف آن ثابت است، پس عددی که ترازو در حالت A و B نشان می‌دهد مجموع وزن ظرف، آب، چوب و گوی است که با هم برابر است. ترازو وزن ظرف، مایع و جسم را نشان می‌دهد که در دو حالت یکسان است.


(A) (B)

B ۴۲۴ ۳

وقتی جسم را وارد ظرف حاوی مایع می‌کنیم از طرف مایع به جسم نیروی شناوری F_b وارد می‌شود و سبب کاهش وزن جسم می‌شود. با توجه به‌صورت مسئله این مقدار کاهش برابر $W'' = F_b$ است، بنابراین مایع بر جسم نیروی W'' را روبه بالا و بنا به قانون سوم نیوتون جسم نیز بر مایع نیروی W'' را رو به پایین وارد کرده و نیروسنج جمع نیروی وزن ظرف و نیروی W'' را نشان می‌دهد $(W + W'')$.

B ۴۲۵ ۴



در ابتدا نیرویی که به کف ظرف وارد می‌شود برابر وزن آب درون ظرف است. با قرار دادن قطعه چوب بر سطح آب، نیرویی که بر کف ظرف وارد می‌شود برابر مجموع وزن آب و قطعه‌چوب است یعنی به اندازهٔ وزن قطعه چوب بر نیروی وارد بر کف ظرف اضافه شده است.

بازی با سؤال **ظرفی استوانه‌ای‌شکل، حاوی آب روی سطح افقی قرار دارد. اگر جسمی درون مایع غوطه‌ور شود، افزایش نیروی وارد بر کف ظرف برابر است با:**

۱) صفر ۲) وزن جسم
۳) نیروی شناوری وارد بر جسم ۴) گزینهٔ (۲) و (۳) درست است.

گزینهٔ ۴

B ۴۲۶ ۲

با قرار گرفتن جسم درون مایع، از طرف مایع نیروی شناوری رو به بالا به جسم وارد می‌شود، بنابراین طبق قانون سوم نیوتون از طرف جسم نیز نیرویی هم‌اندازه با نیروی شناوری رو به پایین به مایع وارد می‌شود، بنابراین نیروی وارد بر کف ظرف به اندازهٔ نیروی شناوری افزایش می‌یابد.

B ۴۲۷ ۴

در حرکت شاره پدیده‌های جالبی رخ می‌دهد و بررسی این پدیده‌ها اغلب می‌تواند بسیار پیچیده باشد. برای پرهیز از این پیچیدگی‌ها، مدل آرمانی و ساده شده‌ای از یک شاره در حال حرکت و بدون تلاطم که دارای **جریان لایه‌ای یکنواخت** است را بررسی می‌کنیم، افزون بر این فرض می‌کنیم شاره تراکم‌ناپذیر است (یعنی، **چگالی آن ثابت است**) و اصطکاک داخلی (گران‌روی) ندارد (**اتلاف انرژی رخ نمی‌دهد**). بنابراین گزاره‌های (الف)، (پ) و (ت) برای مدل‌سازی شاره به‌کار می‌رود، اما قانون پایستگی جرم برای سادگی و مدل‌سازی نیست بلکه یک قانون حاکم بر طبیعت در مکانیک نیوتونی است.

A ۴۲۸ ۴

خط فکری هرچه جریان یک مایع تندتر شود تمایل آن مایع برای ایجاد جریان متلاطم بیشتر می‌شود. زیرا جریان از سطح مقطع بزرگ به سمت لوله با سطح مقطع کوچک می‌رود، پس سرعت جریان شاره افزایش می‌یابد. اگر این افزایش سرعت زیاد باشد، ممکن است باعث شود که در لولهٔ (۲) جریان متلاطم شود و همچنین ممکن است این افزایش سرعت چشم‌گیر نباشد و جریان به حرکت خود به صورت لایه‌ای ادامه دهد.

بازی با سؤال **با توجه به شکل روبه‌رو و متلاطم بودن جریان در مقطع (۱)، نوع جریان در مقطع (۲) چگونه می‌تواند باشد؟**



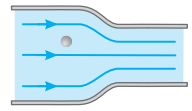
۱) جریان در قسمت (۲) الزاماً متلاطم است.
۲) جریان در قسمت (۲) می‌تواند لایه‌ای باشد.
۳) جریان در قسمت (۲) می‌تواند متلاطم باشد.
۴) گزینه‌های (۲) و (۳) درست است.

گزینهٔ ۱

B ۴۲۹ ۲

خط فکری در حرکت لایه‌ای و پایای یک شاره درون لوله‌ای با سطح مقطع‌های مختلف که همه‌جای لوله پر از شاره است، مقدار شاره‌ای که در یک مدت‌زمان معین از یک مقطع لوله می‌گذرد با مقدار شاره‌ای که از هر مقطع دیگر لوله در همان مدت‌زمان می‌گذرد برابر است و با کاهش مساحت سطح مقطع لوله، جریان شاره تندتر می‌شود و فشار آن کاهش می‌یابد.

با توجه به شکل در مقطع (۲) تندی، شاره بیشتر است، بنابراین تندی شاره و تندی حباب هوا نیز بیشتر است. از طرفی با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد و این امر سبب می‌گردد که فشار درونی حباب هوا از فشار بیرونی آن بیشتر باشد و این باعث افزایش حجم حباب می‌شود. در نتیجه $v_۲ > v_۱$ و $D_۲ > D_۱$ است.



مقطع (۲) مقطع (۱)

A ۴۳۰ ۱

خط فکری بنا بر اصل برنولی برای شاره‌ای که به‌طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

با توجه به اصل برنولی در نقطهٔ B مساحت سطح مقطع لوله کمتر از مساحت سطح مقطع آن در نقطهٔ A است، بنابراین تندی شاره در نقطهٔ B بیشتر و فشار شاره در نقطهٔ B کمتر است. $v_A < v_B$ و $P_A > P_B$.



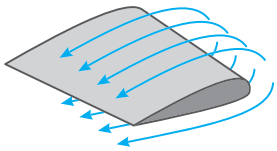
B ۴۳۱ ۳

در شکل (۱) با جاری کردن آب بین دو قایق، تندی جریان آب بین آن‌ها زیاد شده و بنا به اصل برنولی فشار کاهش می‌یابد و چون فشار در دو طرف قایق‌ها بیشتر از فشار بین آن‌ها است، دو قایق به سمت هم کشیده می‌شوند و گزاره (الف) درست است.

در شکل (۲) اگر تندی هوا بالای بال هواپیما کمتر باشد، بنا بر اصل برنولی، فشار هوا در بالای بال بیشتر است و هواپیما نمی‌تواند اوج بگیرد و گزاره (ب) نادرست است.

با حرکت کامیون تندی هوای بالای کامیون بیشتر شده پس از فشار هوای بالای برزنت کاسته شده و برزنت به سمت بالا پف می‌کند و گزاره (پ) درست است.

بازی با سؤال **شکل زیر بال هواپیما را نشان می‌دهد. اگر جریان تند هوا در زیر بال و جریان آرام هوا بالای بال باشد، کدام گزینه درست است؟**

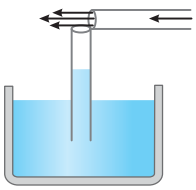


۱) نیروی خالص وارد بر بال توسط هوا به سمت پایین است.
۲) نیروی خالص وارد بر بال توسط هوا به سمت بالا است.
۳) نیروی خالص وارد بر بال توسط هوا افقی است.
۴) هر سه حالت ممکن است.

گزینهٔ ۱

A ۴۳۲ ۴

وقتی در نی افقی می‌دمیم، تندی شارش هوا در دهانهٔ لولهٔ قائم افزایش می‌یابد و بنا به اصل برنولی، فشار هوا در بالای دهانهٔ نی قائم کاهش می‌یابد و همین امر سبب می‌گردد که سطح آب درون لولهٔ قائم بالا بیاید.



A ۴۳۳ ۱

با حرکت آب به سمت بالا تندی جریان آب به‌دلیل شتاب گرانش کاهش می‌یابد، طبق معادله پیوستگی، Av مقدار ثابتی است و با کاهش تندی جریان آب باید سطح مقطع (A) افزایش یابد.

بازی با سؤال **وقتی شیر آب را کمی باز می‌کنیم، آب به آرامی جریان پیدا می‌کند و مشاهده می‌شود که باریکه آب با نزدیک شدن به زمین باریک‌تر می‌شود. دلیل این موضوع آن است که .....**

۱) نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب، با نزدیک‌تر شدن به زمین کمتر می‌شود.
۲) نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب، با نزدیک‌تر شدن به زمین زیادتر می‌شود.
۳) تندی جریان آب، با نزدیک‌تر شدن به زمین زیادتر می‌شود.
۴) نیروی جاذبهٔ زمین در نزدیکی سطح زمین بیشتر است.

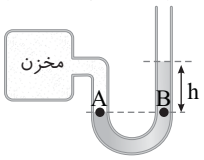
گزینهٔ ۳

A ۴۳۴ ۴

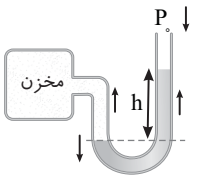
کاربراتور با توجه به اصل برنولی کار می‌کند، این‌گونه که هنگام گاز دادن دریچهٔ هوا و دریچهٔ پروانه‌ای باز می‌شود و هوا وارد لوله ونتوری می‌شود و هنگام عبور از گلوگاه لولهٔ ونتوری، با نازک شدن لوله و کاهش سطح مقطع آن بنا بر معادلهٔ پیوستگی تندی جریان هوا بالا رفته و بنا بر اصل برنولی فشار هوا پایین می‌آید و این امر باعث می‌شود سوخت به لوله تزریق شود.

B ۴۳۵ ۲

یادآوری فشار پیمانه‌ای مخزن برابر اختلاف فشار گاز محبوس در مخزن و فشار هوا است. بنابراین:

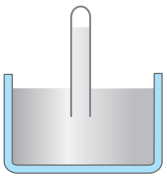


$$P_A = P_B$$
$$P_{\text{مخزن}} = P_\circ + \rho gh \Rightarrow P_{\text{مخزن}} - P_\circ = \rho gh \Rightarrow$$
$$P_g = \rho gh$$



با دمیدن بالای شاخهٔ سمت راست به صورت افقی، تندی هوا افزایش و طبق اصل برنولی، فشار هوای بالای شاخه کاهش یافته و مطابق شکل مایع در این شاخه بیشتر بالا می‌آید، بنابراین اختلاف ارتفاع مایع (h) بین دو شاخه افزایش یافته و فشار پیمانه‌ای زیاد می‌شود: افزایش می‌یابد P_g $\xrightarrow{\text{افزایش یافته } h}$ $P_g = \rho gh$

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو یک لولهٔ آزمایش را درون ظرف حاوی مایع به‌صورت وارون قرار داده‌ایم و مایع درون لوله در حال تعادل است. اگر بالای ظرف و به موازات سطح مایع با یک دمندهٔ قوی به شدت بدمیم، ارتفاع مایع درون لوله چگونه تغییر می‌کند؟**

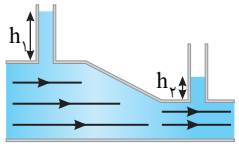


۱) کاهش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) تغییری نمی‌کند.
۴) اظهارنظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۱

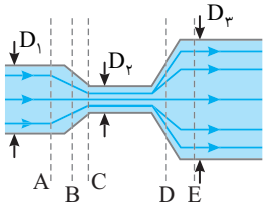
B ۴۳۶ ۱

در قسمت (۱) سطح مقطع لوله که در آن آب در حال حرکت است از سطح مقطع لوله در قسمت (۲) بیشتر است، بنابراین تندی جریان آب در قسمت (۱) کمتر است، در نتیجه بنا به اصل برنولی فشار آب در قسمت (۱) بیشتر از قسمت (۲) است و ارتفاع آب در لوله (۱) از ارتفاع آب در لوله (۲) بیشتر است.



B ۴۳۷ ۴

خط فکری در لولهٔ زیر که به لولهٔ ونتوری معروف است داریم:



در بخش A $\Rightarrow$ فشار ثابت P_A $\Rightarrow$ تندی ثابت v_A $\Rightarrow$ سطح مقطع ثابت

در بخش B $\Rightarrow$ سطح مقطع در حال کاهش $\Rightarrow$ تندی در حال افزایش

$\Rightarrow$ فشار در حال کاهش

در بخش C $\Rightarrow$ سطح مقطع ثابت $\Rightarrow$ تندی ثابت $v_C (v_C > v_A)$

$\Rightarrow$ فشار ثابت $P_C (P_C < P_A)$

در بخش D $\Rightarrow$ سطح مقطع در حال افزایش $\Rightarrow$ تندی در حال کاهش

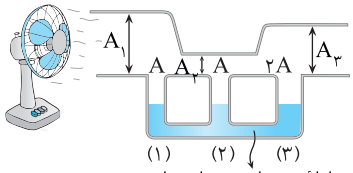
$\Rightarrow$ فشار در حال افزایش

در بخش E $\Rightarrow$ سطح مقطع ثابت $\Rightarrow$ تندی ثابت $v_E (v_C > v_A > v_E)$

$\Rightarrow$ فشار ثابت $P_E (P_E > P_A > P_C)$

به شکل نگاه کنید، مساحت سطح مقطع لوله در قسمت‌های (۱)، (۲) و (۳) را با هم مقایسه کنید، مشخص است که $A_1 > A_3 > A_2$ است بنابراین برای تندی شاره در قسمت‌های مختلف خواهیم داشت $v_2 > v_3 > v_1$ و بنا به اصل برنولی، هرچه تندی شاره بیشتر باشد، فشار شاره در آن‌جا کمتر است. $P_2 < P_3 < P_1$

چون فشار هوا روی قسمت (۲) از دو قسمت دیگر کمتر است آب در این لوله بالاتر قرار می‌گیرد و در قسمت (۳) نیز آب بالاتر از قسمت (۱) خواهد بود. $h_2 > h_3 > h_1$



لولهٔ مرتبط بین شاخه‌ها

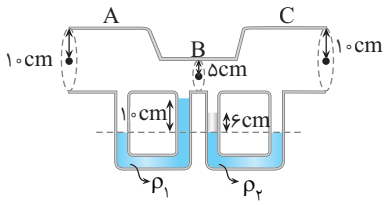
۴۳۸ | ۲ | B

خط فکری باید به سراغ اصل برنولی و معادله پیوستگی برویم زیرا بنا بر معادلهٔ پیوستگی، تندی جریان هوا در قسمت‌های باریک‌تر لوله، بیشتر است و در نتیجه فشار هوا کمتر است و ارتفاع مایع در قسمتی که فشار هوای بالاسر آن کمتر است، بیشتر است. این اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف هر لولهٔ U شکل ناشی از اختلاف فشار هوا در دو شاخهٔ لوله است.

فشار هوا در قسمت A و C برابر و در قسمت B کمتر است. از این‌رو اختلاف فشار قسمت A و B $(P_A - P_B)$ برابر اختلاف فشار قسمت B و C، $(P_C - P_B)$ است $(P_A - P_B = P_C - P_B)$. اکنون برای هر لولهٔ U شکل به کمک خط تراز خواهیم داشت:

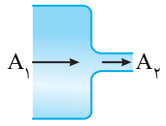
$$\rho_1: P_A - P_B = \rho_1 g h_1 \xrightarrow{P_A - P_B = P_C - P_B}$$
لوله حاوی مایع
$$\rho_2: P_C - P_B = \rho_2 g h_2$$
لوله حاوی مایع

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 \times ۱۰ = \rho_2 \times ۶ \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{۵}{۳}$$



۴۳۹ | ۳ | A

در یک شاره تراکم‌ناپذیر، مقدار شاره‌ای که در بازهٔ زمانی Δt از سطح مقطع A_1 می‌گذرد، درست برابر مقدار شاره‌ای است که در همین بازهٔ زمانی از سطح مقطع A_2 می‌گذرد.



۴۴۰ | ۱ | A

آهنگ شارش حجمی شاره یعنی حجم شاره شارش شده در یکای زمان، بنابراین می‌توان نوشت: $\text{آهنگ شارش حجمی شاره} = \frac{\text{حجم شاره}}{\text{زمان}} = \frac{AL}{\Delta t}$

اما $\frac{L}{\Delta t}$ برابر تندی شاره (v) است. از این‌رو: $\text{آهنگ شارش حجمی شاره} = Av$

اکنون آهنگ شارش حجمی شاره را حساب می‌کنیم.

$$Av = ۲۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۷ = ۱۴۰ \times ۱۰^{-۴} = ۱۴ \times ۱۰^{-۳} m^3/s = ۱۴ lit/s$$

بازی با سؤال آهنگ شارش حجمی شاره در یک لوله برابر $۳۷/۵ lit/s$ است. اگر قطر سطح مقطع لوله $۱۰cm$ باشد، تندی جریان شاره در لوله چند m/s است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۶/۲۵ ۴) ۱۰

گزینهٔ ۱

۴۴۱ | ۱ | A

خط فکری با توجه به معادلهٔ پیوستگی آهنگ شارش مایع درون لوله ثابت است.

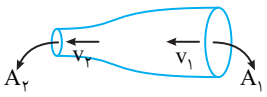
تندی مایع — سطح مقطع لوله — حجم شارش شده

آهنگ شارش مایع برابر $\frac{V}{\Delta t} = Av$ است، بنابراین در دو مقطع A_1 و A_2 از یک لوله که مایع در آن‌ها تندی v_1 و v_2 دارد، داریم: $A_1 v_1 = A_2 v_2$

با توجه به معادلهٔ پیوستگی داریم: $A_A v_A = A_B v_B$

$$\Rightarrow \pi r_A^2 v_A^2 = \pi r_B^2 v_B^2 \xrightarrow{d_A = ۲d_B \Rightarrow r_A = ۲r_B} v_B = ۴v_A \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{۱}{۴}$$

بازی با سؤال **شاره‌ای با جریان لایه‌ای و پایا تمام فضای لولهٔ نشان داده شده در شکل را پر کرده است. شعاع سطح مقطع در قسمت بزرگ‌تر لوله $r_1 = ۴cm$ و شعاع سطح مقطع کوچک‌تر $r_2 = ۱/۵cm$ است. اگر تندی شاره در عبور از سطح بزرگ‌تر $۹cm/s$ باشد، تندی شاره در عبور از سطح کوچک‌تر چند سانتی‌متر بر ثانیه خواهد بود؟**



۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۶۴ ۴) ۴

گزینهٔ ۳

۴۴۲ | ۲ | A

مساحت سطح مقطع دایره‌ای‌شکل در ورودی لوله $A_1 = \pi r^2$ است و مساحت سطح مقطع مربعی‌شکل در قسمت خروجی $A_2 = r^2$ می‌شود. اکنون به کمک معادلهٔ پیوستگی مسئله قابل حل است:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi r^2 \times ۴ = r^2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = ۱۲ m/s$$

۴۴۳ | ۱ | A

قطر متقاطع ۴۰ درصد کاهش یافته: $d_{\text{گشاد}} = ۰/۶ d_{\text{گشاد}} \Rightarrow d_{\text{تنگ}} = d_{\text{گشاد}} - ۰/۴ d_{\text{گشاد}}$

نسبت سطح برابر است با:

$$\frac{A_{\text{گشاد}}}{A_{\text{تنگ}}} = \frac{\pi \frac{d_{\text{گشاد}}^2}{۴}}{\pi \frac{d_{\text{تنگ}}^2}{۴}} = \left(\frac{d_{\text{گشاد}}}{d_{\text{تنگ}}}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_{\text{تنگ}}}{A_{\text{گشاد}}} = \frac{۳۶}{۱۰۰}$$

با توجه به معادلهٔ پیوستگی: $A_{\text{گشاد}} V_{\text{گشاد}} = A_{\text{تنگ}} V_{\text{تنگ}} \Rightarrow \frac{V_{\text{گشاد}}}{V_{\text{تنگ}}} = \frac{A_{\text{تنگ}}}{A_{\text{گشاد}}} = \frac{۳۶}{۱۰۰}$

بنابراین تندی ٪۶۴ کاهش می‌یابد.

۴۴۴ | ۴ | A

خط فکری هنگام خروج آرام آب از شیر به دلیل نیروی گرانش و سقوط آب، تندی آب افزایش می‌یابد و با توجه به ثابت بودن آهنگ شارش حجمی آب و معادله پیوستگی به دلیل افزایش تندی، قطر باریکهٔ آب کاهش می‌یابد. بنابراین مسئله را به کمک معادلهٔ پیوستگی حل می‌کنیم.

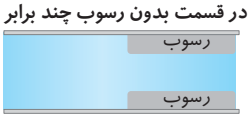
۱ معادله پیوستگی را می‌نویسیم. $A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$

$$\xrightarrow{A = \pi(\frac{D}{۲})^2} \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow v_2 = \frac{۲۵}{۱۶} v_1$$

۲ حال درصد تغییرات تندی را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta v}{v_1} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{۹}{۱۶} v_1}{v_1} \times ۱۰۰ = \frac{۹}{۱۶} \times ۱۰۰ = ۵۶/۲۵٪$$

بازی با سؤال **در شکل زیر به علت تشکیل رسوب در لوله، مساحت سطح قسمتی از لوله ۲۰ درصد کاهش یافته است. اگر درون لوله شاره‌ای پایا و لایه‌ای برقرار باشد، آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت بدون رسوب چند برابر قسمت رسوب کرده است؟**

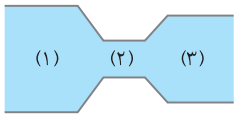


۱) ۱ ۲) ۱/۲ ۳) ۱/۴۴ ۴) ۰/۸

گزینهٔ ۱

A ۴۴۵ ۲

معادلهٔ پیوستگی را برای قسمت‌های (۱) و (۲) و (۳) می‌نویسیم:



$$A_1v_1=A_2v_2=A_3v_3$$

$$\Rightarrow\frac{v_3}{v_1}=\frac{A_1}{A_3}=\frac{\pi r_1^2}{\pi r_3^2}=(\frac{r_1}{r_3})^2=\frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow v_3=\frac{25}{16}v_1=\frac{25}{16}\times 8=12/5\,cm/s$$

میانبر معادلهٔ پیوستگی را می‌توان مستقیماً برای سطح مقطع (۱) و (۳) نوشت:

$$A_1v_1=A_3v_3$$

B ۴۴۶ ۴

آهنگ شارش حجمی شاره برابر است با Av، بنابراین:

$$\frac{(Av)_A}{(Av)_B}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{A_A}{A_B}\times\frac{v_A}{v_B}=\frac{3}{2}\xrightarrow{A_A=2A_B}v_A=\frac{3}{4}v_B$$

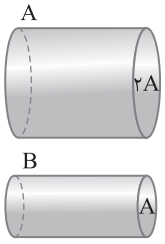
تندی شاره در لوله A کمتر از تندی شاره در لوله B به‌دست آمده است و با توجه به فرض مسئله که اختلاف تندی شاره در لوله A و B، $2cm/s$ است باید نوشت:

$$v_B-v_A=2\Rightarrow v_B-\frac{3}{4}v_B=2\Rightarrow v_B=8cm/s$$

B ۴۴۷ ۱

آهنگ شارش حجمی شاره یعنی حجمی که در هر ثانیه از سطح مقطع لوله می‌گذرد برابر است با:

$$\text{آهنگ شارش حجمی شاره}=\frac{\text{حجم شارش شده}}{\text{زمان}}=\text{تندی شاره}\times\text{مساحت سطح مقطع}$$



$$\Rightarrow\frac{V}{t}=Av\Rightarrow\frac{\frac{V_A}{t_A}}{\frac{V_B}{t_B}}=\frac{A_A}{A_B}\times\frac{v_A}{v_B}\xrightarrow{\substack{A_A=2A_B\\v_A=\frac{4}{3}v_B}}$$

$$\frac{\frac{V_A}{1}}{\frac{V_B}{2}}=\frac{2A}{A}\times\frac{\frac{4}{3}v_B}{v_B}\Rightarrow\frac{2V_A}{V_B}=\frac{8}{3}\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{4}{3}$$

اکنون با داشتن نسبت حجم در لوله‌های A و B و همچنین نسبت چگالی‌ها می‌توان نوشت:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\begin{cases}m_A=\rho_A V_A\\ m_B=\rho_B V_B\end{cases}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{\rho_A V_A}{\rho_B V_B}$$

$$\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=1$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو دو لوله با شعاع‌های مختلف داریم و تندی جریان آب در لولهٔ (۱) نصف تندی جریان آب در لولهٔ (۲) است. اگر مقدار آب خارج شده از لولهٔ (۱) در مدت زمان t_1 برابر مقدار آب خارج شده از لولهٔ (۲) در مدت t_2 باشد، $\frac{t_2}{t_1}$ برابر کدام گزینه است؟

(۱)
(۲) ۲r
(۲)
r

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

B ۴۴۸ ۲

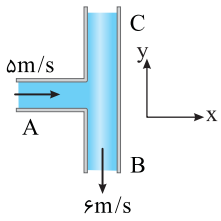
خط فکری دقت کنید که ذهن خود را درگیر تعداد حفره‌های خروجی نکنید، بلکه برای خروج آب یک حفره در نظر بگیرید که مساحت سطح آن سه برابر مساحت سطح یکی از حفره‌هاست، سپس به کمک معادلهٔ پیوستگی مسئله به راحتی قابل حل است.

معادله پیوستگی را می‌نویسیم و داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم:

$$A_1v_1=A_2v_2\xrightarrow[A_2=3\pi(\frac{5}{2})^2\times10^{-4}]{A_1=\pi(\frac{2}{2})^2\times10^{-4},v=3m/s}$$

$$\pi(1)^2\times3=3\pi(\frac{25}{4})v_2\Rightarrow v_2=16m/s$$

بازی با سؤال در یک لولهٔ سه راهه افقی که سطح مقطع سه شاخهٔ آن یکسان است آب جریان دارد. سرعت در مقطع C در SI کدام است؟



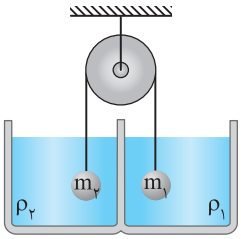
۱) $-1\vec{j}$ ۲) $+1\vec{j}$
۳) $-2\vec{j}$ ۴) $+2\vec{j}$

گزینهٔ ۱

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۴۴۹ ۳

خط فکری هرچه چگالی مایع بیشتر باشد نیروی شناوری که بر جسم وارد می‌کند بیشتر است.



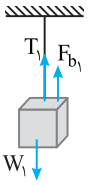
دستگاه در تعادل است و $\rho_1<\rho_2$ است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر m_1 توسط مایع ρ_1 از نیروی شناوری وارد بر m_2 توسط مایع ρ_2 کمتر است و برای آن‌که دستگاه در تعادل بماند باید نیروی گرانشی وارد بر جسم m_1 کمتر از نیروی گرانشی وارد بر جسم m_2 باشد. در نتیجه $m_1<m_2$ است.

B ۴۵۰ ۲

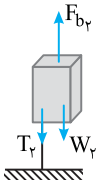
نیروی شناوری حاصل از اختلاف فشار بین سطح مقطع بالا و پایین جسم یعنی $\Delta P=\rho_{\text{مایع}}g\Delta h$ است. دو جسم مکعب‌شکل هستند و حجم آن‌ها از رابطهٔ $V=Ah$ به‌دست می‌آید:

$$V_2=2V_1\Rightarrow A_2h_2=2A_1h_1\xrightarrow{\text{سطح مقطع دو جسم یکسان}}h_2=2h_1$$

ارتفاع جسم (۲) دو برابر ارتفاع جسم (۱) است و اختلاف فشار بین سطح بالا و پایین آن $(\rho g\Delta h)$ دو برابر اختلاف فشار بین سطح بالا و پایین جسم (۱) است و نیروی شناوری وارد بر جسم (۲)، دو برابر نیروی شناوری وارد بر جسم (۱) است:



جسم در تعادل است: $T_1+F_{b_1}=W_1\Rightarrow T_1=W_1-F_{b_1}$



جسم در تعادل است: $T_2+W_2=F_{b_2}\Rightarrow T_2=F_{b_2}-W_2$

$$\xrightarrow{T_1=T_2}W_1-F_{b_1}=F_{b_2}-W_2$$

با توجه به معادلهٔ بالا داریم:

$$W_1-F_{b_1}=F_{b_2}-W_2\Rightarrow W_1+W_2=F_{b_1}+F_{b_2}$$

$$\xrightarrow[F_{b_2}=2F_{b_1}]{W_1+W_2=50N}50=3F_{b_1}\Rightarrow F_{b_1}=\frac{50}{3}N$$

B ۴۵۱ ۳

نیروی شناوری (F_b) توسط مایع بر فلز رو به بالا وارد می‌شود، بنا بر قانون سوم نیوتون همین مقدار نیرو توسط فلز بر مایع رو به پایین وارد می‌شود، بنابراین عددی که ترازوی B نمایش می‌دهد، برابر وزن مایع، وزن ظرف و نیروی شناوری است.

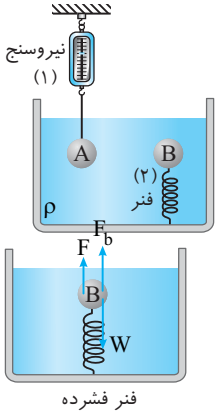
$$F_b+W_{\text{مایع}}+W_{\text{ظرف}}=7/5\times g\Rightarrow F_b=(7/5-1-1/8)g\Rightarrow F_b=4/7gN$$

عددی که ترازوی فنری A نمایش می‌دهد تفاضل نیروی وزن و نیروی شناوری است از این‌رو:

$$W_{\text{فلز}}-F_b=3/5\times g\Rightarrow m_{\text{فلز}}g-4/7g=3/5\times g\Rightarrow m_{\text{فلز}}=8/2kg$$

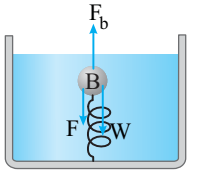
۴ ۴۵۲ B

نیروسنج (۱) عدد صفر را نشان داده است، بنابراین نیروی وزن وارد بر جسم A با نیروی شناوری وارد بر آن برابر است. در این صورت چگالی جسم A با چگالی مایع یکی است $(\rho_A=\rho)$.



فنر فشرده

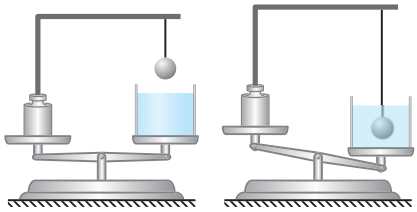
فنر شماره (۲) مشخص نیست که جمع شده یا باز شده است. اگر جمع شده باشد، می‌خواهد باز شود و به جسم B یک نیروی رو به بالا وارد می‌کند، یعنی بر جسم B نیروی وزن رو به پایین و نیروی فنر و شناوری رو به بالا وارد می‌شود، بنابراین نیروی وزن جسم B از نیروی شناوری بزرگ‌تر است. بنابراین چگالی جسم B از چگالی مایع بیشتر است $(\rho_B>\rho)$.



اما اگر فنر باز شده باشد، می‌خواهد به حالت اول برگردد و جسم B را به پایین می‌کشد. در این حالت نیروی وزن W و نیروی فنر F رو به پایین و F_b رو به بالاست. بنابراین $F_b>W$ است و چگالی B از چگالی مایع کمتر است $(\rho_B<\rho)$.

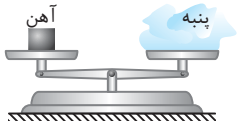
۳ ۴۵۳ C

وزنه وارد ظرف آب در کفهٔ سمت راست شده است. بر وزنه نیروی شناوری رو به بالا وارد می‌شود، یعنی از کفهٔ سمت چپ به اندازهٔ نیروی شناوری کاسته می‌شود. از طرفی وقتی آب به وزنه نیروی شناوری وارد می‌کند، بنا بر قانون سوم نیوتون وزنه نیز به آب کفه سمت راست نیروی شناوری رو به پایین وارد می‌کند. یعنی به اندازهٔ نیروی شناوری به کفهٔ راست افزوده می‌شود. دقت کنید به اندازهٔ نیروی شناوری از کفه سمت چپ کم شده و به همان اندازه به کفهٔ سمت راست اضافه شده و برای برقراری مجدد تعادل باید در کفهٔ سمت چپ، وزنه‌ای قرار دهیم که وزن آن دو برابر نیروی شناوری وارد بر وزنه است.



برای مثال اگر هر دو کفه در ابتدا ۱۰N وزن داشته باشند و کفهٔ سمت راست ۲N اضافه وزن بیابد، وزنش به ۱۲N می‌رسد و کفهٔ سمت چپ وزنش ۲N کاهش یافته و به ۸N می‌رسد. پس باید وزنهٔ ۴N را به کفهٔ سمت چپ اضافه کرد تا تعادل برقرار گردد، یعنی وزن وزنه باید دو برابر نیروی شناوری وارد بر توپ باشد.

بازی با سؤال مقداری پنبه و مقداری آهن در دو کفهٔ ترازو قرار دارند و ترازو در تعادل است. نیروی گرانش وارد بر .....



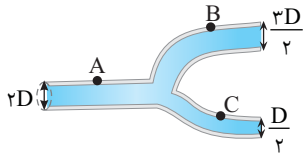
۱) پنبه و آهن برابر است.
۲) پنبه از آهن کمتر است.
۳) پنبه از آهن بیشتر است.
۴) اظهارنظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۳

۲ ۴۵۴ C

خط فکری هنگامی که در دو قسمت از لوله‌ای سوراخی ایجاد شود، در هر قسمتی که فشار بیشتر است، ارتفاع آب خروجی از آن قسمت بیشتر خواهد بود.

در یک لوله، آهنگ شارش جریان پایای مایع (Av) ثابت است، پس هر قسمت از لوله که باریک‌تر باشد، تندی مایع در آن قسمت بیشتر است، همچنین در اصل برنولی گفته می‌شود که در مسیر حرکت شاره با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد، بنابراین



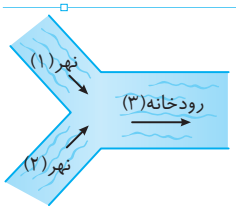
$$A_A>A_B>A_C\Rightarrow v_A<v_B<v_C\Rightarrow P_A>P_B>P_C$$

بنابراین ارتفاع مایع خارج شده از سوراخ A بیشترین و از سوراخ C کمترین خواهد بود.

$$h_A>h_B>h_C$$

۳ ۴۵۵ B

خط فکری با توجه به ثابت بودن آهنگ شارش حجمی شاره، قطعاً مجموع آهنگ شارش در نهر (۱) و (۲) برابر آهنگ شارش در رودخانه (۳) است و به کمک این مطلب باید مسئله را حل کرد.



آهنگ شارش حجمی نهر (۲) + آهنگ شارش حجمی نهر (۱) = آهنگ شارش حجمی رودخانه (۳)

مساحت سطح مقطع هر قسمت برابر حاصل‌ضرب پهنای آن در عمق آن است، بنابراین مساحت سطح مقطع‌ها برابر خواهد شد با:

$$A_1=2\times4m^2 \qquad A_2=5\times3m^2 \qquad A_3=10\times h_3 m^2$$

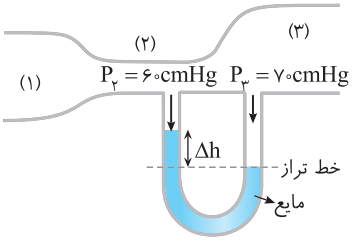
با نوشتن معادلهٔ پیوستگی برای سه مسیر حرکت آب مسئله قابل حل است.

$$A_1v_1+A_2v_2=A_3v_3\Rightarrow(2\times4)\times2+(5\times3)\times4=(10\times h_3)\times2/5$$

$$\Rightarrow16+60=(25h_3)\Rightarrow h_3=\frac{76}{25}\Rightarrow h_3=3/04m$$

۳ ۴۵۶ B

در قسمت (۳) فشار هوا ۷۰ cmHg و در قسمت (۲) فشار هوا ۶۰ cmHg است که سبب می‌گردد در شاخهٔ سمت راست مایع پایین برود و در شاخهٔ سمت چپ مایع بالا بیاید. تا جایی که اختلاف فشار هوا (P_3-P_2) در دو طرف لوله با اختلاف فشار مایع $(\Delta P=\rho g\Delta h)$ یکی شود.



۱ اختلاف فشار در دو طرف لوله $70-60=10\ cmHg$ است که آن را به پاسکال تبدیل می‌کنیم.

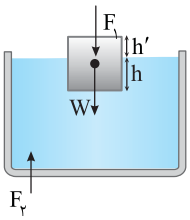
$$P=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow P=13600\times10\times\frac{10}{100}\Rightarrow P=13600Pa$$

۲ این فشار را با اختلاف فشار مایع برابر قرار می‌دهیم:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\xrightarrow{\rho=4000kg/m^3}13600=4000\times10\times\Delta h$$

$$\Rightarrow\Delta h=0/34m\Rightarrow\Delta h=34cm$$

۲ ۴۵۷ C



جرم مکعب چوبی را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=750\times(0/1)^3\Rightarrow m=0/75kg$$

برای حل این مسئله از قانون دوم نیوتون کمک می‌گیریم. جسم روی سطح آب ساکن و در تعادل است بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است. نیروهای وارد بر این مکعب را رسم می‌کنیم. سه نیرو در امتداد قائم بر این مکعب وارد می‌شود.

۱ نیروی وزن W

۲ نیرویی که از طرف هوا بر سطح بالایی مکعب وارد می‌شود $F_1=P_{هوا}\times A$

۳ نیرویی که از طرف آب بر سطح پایینی مکعب وارد می‌شود:

$$F_2=(P_{هوا}+\rho gh)A$$

بنابر قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F_{net}=0\Rightarrow F_1+W=F_2\Rightarrow P_{هوا}\times A+mg=(P_{هوا}+\rho gh)A$$

$$P_{هوا}A+mg=P_{هوا}A+\rho ghA\Rightarrow mg=\rho ghA\Rightarrow0/75=1000\times h\times(0/1)^2$$

$$h=0/075m\Rightarrow h=7/5cm\Rightarrow h'=10-7/5=2/5cm$$

فصل سوم: کار، انرژی و توان

پنجره ۱

A ۴۵۸ ۱

انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای و همواره مثبت است، این کمیت تنها به جرم و تندی جسم بستگی دارد و به جهت حرکت جسم وابسته نیست.

نکته در فیزیک تندی یعنی مسافت طی شده تقسیم بر زمان که کمیتی نرده‌ای، همواره مثبت و بدون جهت است، اما سرعت یعنی جابه‌جایی تقسیم بر زمان که کمیتی برداری است و جهت آن مهم است.

A ۴۵۹ ۲

خط فکری برای آنکه در رابطهٔ $K=\frac{1}{2}mv^2$ انرژی جنبشی برحسب ژول به‌دست آید، باید تندی برحسب m/s و جرم برحسب kg باشد (سازگاری یکاها) بنابراین شما ابتدا باید تبدیل یکا برای جرم و تندی را انجام دهید، سپس انرژی جنبشی را به‌دست بیاورید.

هر تن برابر $1000\,kg$ است. بنابراین جرم هواپیما خواهد شد:

$$m=500\,ton=500\times1000\Rightarrow m=5\times10^5\,kg$$

تندی هواپیما را برحسب m/s حساب می‌کنیم:

$$v=720\frac{km}{h}\times\frac{1h}{3600s}\times\frac{10^3m}{1km}\Rightarrow v=200\frac{m}{s}$$

انرژی جنبشی را به‌دست می‌آوریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow k=\frac{1}{2}\times5\times10^5\times(200)^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}\times5\times10^5\times4\times10^4$$

$$K=10^{10}J\xrightarrow{1MJ=10^6J}K=10^4MJ$$

میانبر تبدیل $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ و بالعکس

$$\frac{km}{h}\xrightarrow[\times3/6]{\div3/6}\frac{m}{s}$$

A ۴۶۰ ۲

انرژی جنبشی ماهواره خواهد شد:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow{m=200kg,v=2/5km/s}$$

$$K=\frac{1}{2}\times200\times(2/5\times10^3)^2\Rightarrow K=100\times6/25\times10^6$$

$$K=625\times10^6J=625MJ\Rightarrow K=6/25\times10^2MJ$$

A ۴۶۱ ۳

انرژی جنبشی به جهت حرکت جسم وابسته نیست. تندی ماهواره خواهد شد:

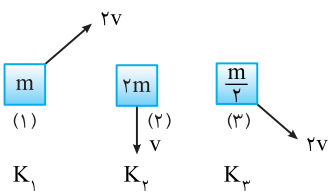
$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow[m=100kg]{K=5\times10^7J}5\times10^7=\frac{1}{2}\times100\times v^2\Rightarrow v^2=10^6\Rightarrow v=10^3\frac{m}{s}$$

A ۴۶۲ ۲

یادآوری انرژی جنبشی جسم به جهت حرکت جسم بستگی ندارد.

جرم هر سه جسم و تندی آن‌ها با هم برابر است از این رو انرژی جنبشی آن‌ها نیز $(K=\frac{1}{2}mv^2)$ برابر است $(K_1=K_2=K_3)$.

بازی با سؤال در کدام گزینه انرژی جنبشی اجسام زیر به‌درستی مقایسه شده است؟



۱) $K_2<K_3<K_1$

۲) $K_3<K_2<K_1$

۳) $K_3=K_2<K_1$

۴) $K_3=K_2=K_1$

گزینهٔ ۳

B ۴۶۳ ۳

ابتدا باید انرژی جنبشی جسم را از رابطهٔ آن حساب کنید سپس با یک تناسب ساده مسئله را حل کنید.

۱ انرژی جنبشی جسم برابر است با:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow[m=2/1\times10^{+4}kg]{v=8km/s=8000m/s}K=\frac{1}{2}\times2/1\times10^4(8\times10^3)^2$$

$$K=\frac{1}{2}\times2/1\times10^4\times64\times10^6\Rightarrow K=32\times2/1\times10^{10}J$$

۲ با توجه به فرض مسئله انرژی حاصل از انفجار یک تن TNT برابر $4/2\times10^9J$ است، بنابراین می‌توانیم تناسب زیر را بنویسیم:

$$\frac{4/2\times10^9J}{32\times2/1\times10^{10}J}\left|\begin{matrix}1ton\\ m\end{matrix}\right.\Rightarrow m=\frac{32\times2/1\times10^{10}}{4/2\times10^9}=160ton$$

A ۴۶۴ ۳

جرم جسم ثابت است، بنابراین با نوشتن انرژی جنبشی جسم در دو حالت و تقسیم آن‌ها بر هم، می‌توانیم تندی جسم را در حالت دوم به‌دست آوریم.

$$\begin{cases}K_2=\frac{1}{2}mv_2^2\\ K_1=\frac{1}{2}mv_1^2\end{cases}\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{v_2^2}{v_1^2}\xrightarrow{K_1=4J,K_2=5J,\ v_1=4m/s}\frac{5}{4}=\frac{v_2^2}{4^2}$$

$$\Rightarrow v_2^2=20\Rightarrow v_2=2\sqrt{5}m/s$$

A ۴۶۵ ۲

انرژی جنبشی در دو حالت را نوشته از هم کم می‌کنیم و تفاضل آن‌ها را بنا به فرض مسئله برابر ۴ ژول قرار می‌دهیم.

$$K_1=\frac{1}{2}mv_1^2\xrightarrow{v_1=2m/s}K_1=\frac{1}{2}m(4)$$

$$K_2=\frac{1}{2}mv_2^2\xrightarrow{v_2=6m/s}K_2=\frac{1}{2}m(36)\Rightarrow K_2-K_1=\frac{1}{2}m(36-4)$$

$$4=\frac{1}{2}m(32)\Rightarrow m=\frac{1}{4}kg=250g$$

B ۴۶۶ ۳

انرژی جنبشی در دو حالت را به‌دست آورده از هم کم می‌کنیم.

$$K_1=\frac{1}{2}mv_1^2,\quad K_2=\frac{1}{2}mv_2^2\Rightarrow\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Delta K=\frac{1}{2}\times1000(25^2-18^2)\Rightarrow\Delta K=500(625-324)\Rightarrow\Delta K=500\times301$$

$$\Rightarrow\Delta K=150500J=1/505\times10^5J\Rightarrow\Delta K=1/505\times10^{-1}MJ$$

A ۴۶۷ ۲

تندی جسم $5m/s$ افزایش یافته یعنی $v_2=v_1+5$ است. با افزایش تندی، افزایش انرژی جنبشی $\frac{5}{4}$ انرژی جنبشی اولیه شده است $(K_2=K_1+\frac{5}{4}K_1)$. با توجه به این داده‌ها مسئله به راحتی قابل حل است.

$$K_2=K_1+\frac{5}{4}K_1\Rightarrow K_2=\frac{9}{4}K_1\xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2}\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{9}{4}(\frac{1}{2}mv_1^2)$$

$$\Rightarrow v_2=\frac{3}{2}v_1\xrightarrow{v_2=v_1+5}v_1+5=\frac{3}{2}v_1\Rightarrow\frac{1}{2}v_1=5\Rightarrow v_1=10m/s$$

A ۴۶۸ ۴

تندی جسم افزایش یافته بنابراین انرژی جنبشی آن قطعاً افزایش می‌یابد. با توجه به فرض مسئله تندی $1m/s$ زیاد شده یعنی $(v_2=v_1+1)$ و سبب گردیده که انرژی جنبشی از $18J$ به $18+14=32J$ برسد، بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} K_۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \\ K_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱}=\frac{v_۲^۲}{v_۱^۲} \Rightarrow \frac{۳۲}{۱۸}=\frac{(v_۱+۱)^۲}{v_۱^۲} \Rightarrow \frac{۱۶}{۹}=\frac{(v_۱+۱)^۲}{v_۱^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{v_۱+۱}{v_۱}=\frac{۴}{۳} \Rightarrow ۳v_۱+۳=۴v_۱ \Rightarrow v_۱=۳m/s$$

اکنون جرم جسم قابل محاسبه است. $K_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow ۱۸=\frac{۱}{۲}\times m\times(۳)^۲ \Rightarrow m=۴kg$

۴۶۹ | ۲ | A

خط فکری جهت حرکت جسم تأثیری در انرژی جنبشی جسم ندارد، بنابراین کافی است شما انرژی جنبشی در حالت دوم را حساب کرده تا بتوانید تغییر انرژی جنبشی را به‌دست آورید.

ابتدا انرژی جنبشی جسم در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$\frac{K_۲}{K_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲} \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱}=(\frac{v_۲}{v_۱})^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{۱۰۰}=(\frac{۲۰}{۱۰})^۲ \Rightarrow K_۲=۴۰۰J$$

بنابراین تغییر انرژی جنبشی خواهد شد: $\Delta K=K_۲-K_۱=۴۰۰-۱۰۰ \Rightarrow \Delta K=۳۰۰J$

۴۷۰ | ۲ | A

نسبت انرژی جنبشی A به انرژی جنبشی B برابر است:

$$\begin{cases} K_A=\frac{۱}{۲}m_Av_A^۲ \\ K_B=\frac{۱}{۲}m_Bv_B^۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{v_A^۲}{v_B^۲}$$

$$\xrightarrow[v_A=\frac{۱}{۲}v_B]{K_A=۳K_B} ۳=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{(\frac{۱}{۲}v_B)^۲}{v_B^۲} \Rightarrow \frac{m_B}{m_A}=\frac{۱}{۱۲}$$

بازی با سؤال **نسبت انرژی جنبشی جسمی به جرم $m_۱$ که با تندی $v_۱$ در حرکت است، به انرژی جنبشی جسم دیگری که جرم آن $۲m_۱$ و تندی‌اش $\frac{۱}{۲}v_۱$ است، چقدر است؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲ گزینهٔ ۴

۴۷۱ | ۱ | B

حالت اول: جرم و انرژی جنبشی A، نصف جرم و انرژی جنبشی B است، بنابراین:

$$K_A=\frac{۱}{۲}K_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}m_Av_A^۲=\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}m_Bv_B^۲)$$

$$\xrightarrow{m_A=\frac{۱}{۲}m_B} \frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}m_B)v_A^۲=\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}m_B)v_B^۲ \Rightarrow v_A=v_B \quad (۱)$$

حالت دوم: تندی A، $۱m/s$ افزایش یافته $(v'_A=v_A+۱)$ و انرژی جنبشی خودروها، مساوی شده است. از این‌رو می‌توان نوشت:

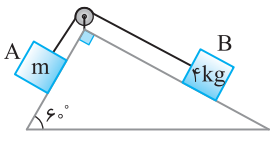
$$K'_A=K_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}m_A(v_A+۱)^۲=(\frac{۱}{۲}m_B)v_B^۲$$

$$\xrightarrow[m_A=\frac{۱}{۲}m_B]{(۱)} \frac{۱}{۲}(v_A+۱)^۲=v_A^۲ \Rightarrow v_A+۱=\sqrt{۲}v_A$$

$$\xrightarrow{\sqrt{۲}=۱/۴} v_A+۱=۱/۴v_A \Rightarrow v_A=\frac{۱}{۰/۴}=۲/۵m/s$$

۴۷۲ | ۳ | B

خط فکری به شکل به خوبی نگاه کنید. اگر جسم B، یک متر پایین بیاید در همان زمان جسم A که با یک ریسمان به جسم B متصل است، یک متر بالا می‌رود. یعنی تندی حرکت جسم B برابر تندی حرکت جسم A است. اکنون انرژی جنبشی A را سه برابر انرژی جنبشی B قرار دهید و مسئله را حل کنید.



با توجه به داده‌های مسئله می‌توان نوشت:

$$K_A=۳K_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}m_Av_A^۲=۳(\frac{۱}{۲}m_Bv_B^۲) \xrightarrow{v_A=v_B} m_A=۳m_B$$

$$\Rightarrow m_A=۳\times۴=۱۲kg$$

۴۷۳ | ۱ | B

انرژی جنبشی را در حالت اول و دوم می‌نویسیم و تندی ثانویه را برحسب تندی اولیه حساب می‌کنیم.

$$\frac{K_۲}{K_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲} \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱}=\frac{v_۲^۲}{v_۱^۲} \Rightarrow \frac{۹}{۴}=(\frac{v_۲}{v_۱})^۲ \Rightarrow \frac{۳}{۲}=\frac{v_۲}{v_۱} \Rightarrow v_۲=\frac{۳}{۲}v_۱$$

درصد تغییرات (افزایش) سرعت برابر خواهد شد با:

$$\frac{\Delta v}{v_۱}\times۱۰۰=\frac{v_۲-v_۱}{v_۱}\times۱۰۰=\frac{\frac{۳}{۲}v_۱-v_۱}{v_۱}\times۱۰۰=۵۰٪$$

بنابراین باید تندی را ۵۰٪ افزایش دهیم.

۴۷۴ | ۴ | A

انرژی جنبشی جسم ۴۴ درصد افزایش یافته، یعنی به انرژی جنبشی اولیه $K_۱$ به اندازهٔ $۰/۴۴K_۱$ اضافه شده است، بنابراین: $K_۲=K_۱+۰/۴۴K_۱ \Rightarrow K_۲=۱/۴۴K_۱$

جرم جسم ثابت است، اکنون به جای $K_۱$ و $K_۲$ رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ قرار می‌دهیم و مسئله حل می‌شود.

$$\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=۱/۴۴\times\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow v_۲^۲=۱/۴۴v_۱^۲ \Rightarrow v_۲=۱/۲v_۱ \quad (۱)$$

با توجه به فرض مسئله $v_۲=v_۱+۵$ است. از این‌رو خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{(۱)} v_۱+۵=۱/۲v_۱ \Rightarrow ۰/۲v_۱=۵ \Rightarrow v_۱=۲۵m/s$$

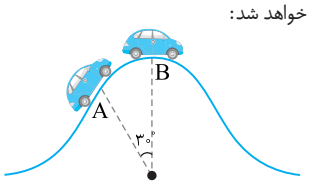
بازی با سؤال **جسمی با سرعت $v_۱$ در حرکت است. اگر به سرعت آن $۶m/s$ افزوده شود، انرژی جنبشی آن ۲۱٪ افزایش می‌یابد، $v_۱$ چند متر بر ثانیه است؟**

۱) ۳۰ ۲) ۶۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

گزینهٔ ۲

۴۷۵ | ۲ | A

انرژی جنبشی جسم ۱۹٪ کاهش یافته است، یعنی اگر انرژی جنبشی جسم در نقطهٔ A، K_A باشد انرژی جنبشی آن در نقطهٔ B خواهد شد:



$$K_B=K_A-\frac{۱۹}{۱۰۰}K_A$$

$$\Rightarrow K_B=\frac{۸۱}{۱۰۰}K_A$$

در فرمول انرژی جنبشی، v تندی است و به جهت حرکت جسم بستگی ندارد. از طرفی جرم جسم ثابت است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{۲}mv_B^۲=\frac{۸۱}{۱۰۰}\times\frac{۱}{۲}mv_A^۲ \Rightarrow v_B=\frac{۹}{۱۰}\times۲۰=۱۸m/s$$

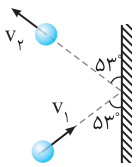
۴۷۶ | ۲ | B

خط فکری درصد تغییرات هر کمیت در فیزیک برابر است با تغییرات آن کمیت تقسیم بر مقدار اولیه آن ضربدر ۱۰۰، به عنوان مثال درصد تغییرات انرژی جنبشی برابر است با: $\frac{K_۲-K_۱}{K_۱}\times۱۰۰$

حال اگر
- $K_۲-K_۱>۰$ باشد، به اندازهٔ درصد به‌دست آمده انرژی جنبشی افزایش یافته است.
- $K_۲-K_۱<۰$ باشد، به‌اندازهٔ درصد به‌دست آمده انرژی جنبشی کاهش یافته است.

از طرفی انرژی جنبشی به جهت حرکت بستگی ندارد، بنابراین شما باید انرژی جنبشی اولیه و نهایی را حساب کنید تا بتوانید درصد تغییرات انرژی جنبشی را به‌دست آورید.

انرژی جنبشی در حالت اول برابر است با:



$$K_1=\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}m(10)^2=50m$$

انرژی جنبشی در حالت دوم خواهد شد:

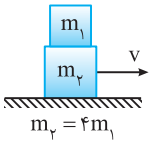
$$K_2=\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}m(8)^2=32m$$

اکنون درصد تغییرات انرژی جنبشی را حساب می‌کنیم.

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{K_2-K_1}{K_1}\times100=\frac{32m-50m}{50m}\times100\Rightarrow\text{درصد تغییرات}=-36\%$$

بنابراین انرژی جنبشی جسم ۳۶٪ کاهش می‌یابد.

۳ ۴۷۷ B



حالت اول: دو جسم با تندی ثابت باهم در حال حرکت‌اند و مجموع جرم آن‌ها برابر است با:

$$M=m_1+m_2\xrightarrow{m_2=4m_1}M=m_1+4m_1\Rightarrow M=5m_1$$

انرژی جنبشی در حالت اول خواهد شد:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow K_1=\frac{1}{2}(5m_1)v^2\Rightarrow K_1=2/5m_1v^2$$

حالت دوم: m_1 را از روی m_2 برمی‌داریم. یعنی تنها جرم $m_2=4m_1$ باقی می‌ماند از طرفی به تندی آن ۲۰٪ اضافه می‌کنیم، یعنی تندی v بعد از افزایش خواهد شد:

$$v'=v+0/2v=1/2v$$

اکنون انرژی جنبشی در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$K_2=\frac{1}{2}m_2v'^2=\frac{1}{2}(4m_1)(1/2v)^2=2m_1\times1/44v^2$$

با داشتن K_1 و K_2 تغییرات انرژی جنبشی مجموعه خواهد شد:

$$\Delta K=K_2-K_1=2/88m_1v^2-2/5m_1v^2=0/38m_1v^2$$

درصد تغییرات انرژی جنبشی را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta K}{K_1}\times100=\frac{0/38m_1v^2}{2/5m_1v^2}\times100=15/2\%\ \text{افزایش}$$

۳ ۴۷۸ B

با توجه به فرض مسئله:

$$K_2=\frac{5}{4}K_1,\ v_2=\frac{5}{4}v_1\Rightarrow\frac{1}{2}m_2\left(\frac{5}{4}v_1\right)^2=\frac{5}{4}\left(\frac{1}{2}\right)m_1v_1^2$$

$$\Rightarrow\frac{5}{4}m_2=m_1\Rightarrow m_2=\frac{4}{5}m_1=\frac{4}{5}\times5=4kg$$

بنابراین جرم ۱kg کاهش یافته است.

۳ ۴۷۹ B

انرژی جنبشی در دو حالت یکسان است. $K_2=K_1$

تندی موشک ۲۵٪ افزایش یافته: $v_2=1/25v_1=\frac{5}{4}v_1$

بنابراین خواهیم داشت:

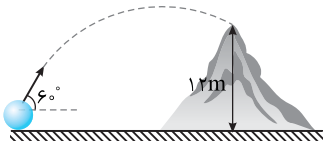
$$\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_1v_1^2\Rightarrow m_2\left(\frac{5}{4}v_1\right)^2=m_1v_1^2\Rightarrow m_2=\frac{m_1}{\left(\frac{5}{4}\right)^2}\Rightarrow m_2=\frac{16}{25}m_1$$

درصد تغییر جرم خواهد شد:

$$\frac{\Delta m}{m_1}\times100=\frac{\frac{16}{25}m_1-m_1}{m_1}\times100=-\frac{9}{25}\times100=-36\%$$

جرم ۳۶ درصد کاهش یافته است.

۱ ۴۸۰ B



انرژی جنبشی جسم ۳۶٪ کاهش یافته است. یعنی اگر انرژی جنبشی اولیه K_1 است انرژی جنبشی ثانویهٔ آن $K_2=K_1-\frac{36}{100}K_1$ است، بنابراین خواهیم داشت:

$$K_2=\frac{64}{100}K_1\quad(1)$$

اکنون با قرار دادن $K=\frac{1}{2}mv^2$ در رابطهٔ بالا، نسبت v_2 به v_1 را حساب می‌کنیم.

$$\xrightarrow{(1)}\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{64}{100}\left(\frac{1}{2}mv_1^2\right)\Rightarrow v_2^2=\frac{64}{100}v_1^2\Rightarrow v_2=0/8v_1$$

درصد تغییرات سرعت خواهد شد:

$$\frac{\Delta v}{v_1}\times100=\frac{0/8v_1-v_1}{v_1}\times100=-0/2\times100=-20\%$$

بنابراین تندی ۲۰٪ کاهش یافته است.

۳ ۴۸۱ B

$$K_2=K_1+0/69K_1\ ,\ K_2=\frac{1}{2}m(v_1+6)^2\ ,\ K_1=\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}m(v_1+6)^2=\frac{1}{2}mv_1^2(1/69)\Rightarrow(v_1+6)^2=(1/3)^2v_1^2\Rightarrow v_1+6=1/3v_1$$

$$\Rightarrow0/3v_1=6\Rightarrow v_1=20m/s\xrightarrow{\times3/6}72\ km/h$$

۱ ۴۸۲ B

ابتدا، سرعت جسم را در لحظهٔ $t=2s$ به‌دست می‌آوریم.

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow5=\frac{v-0}{2}\Rightarrow v=10m/s$$

انرژی جنبشی را حساب می‌کنیم.

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}\times500\times(10)^2\Rightarrow K=25000J$$

۳ ۴۸۳ B

ابتدا لحظهٔ t را حساب می‌کنیم: $\Delta x=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow100=\frac{1}{2}\times2(t)^2\Rightarrow t=10s$

تندی در لحظهٔ $t=10s$ را به‌دست می‌آوریم. $v=at+v_0\Rightarrow v=2\times10+0=20m/s$

انرژی جنبشی خواهد شد: $K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}\times5\times(20)^2\Rightarrow K=1000J$

۳ ۴۸۴ B

سرعت اتومبیل را در $t=1s$ و $t=2s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v=at+v_0\Rightarrow v_1=3\times1+0\Rightarrow v_1=3m/s$$

$$v_2=3\times2+0\Rightarrow v_2=6m/s$$

نسبت تغییر انرژی جنبشی‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta K=\frac{1}{2}m(v'^2-v^2)\Rightarrow\frac{\Delta K_{1-2}}{\Delta K_{0-1}}=\frac{v_2^2-v_1^2}{v_1^2-v_0^2}\Rightarrow\frac{\Delta K_{1-2}}{\Delta K_{0-1}}=\frac{36-9}{9-0}=\frac{27}{9}=3$$

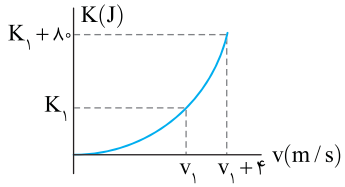
۲ ۴۸۵ B

به نمودار نگاه کنید، وقتی تندی v_1 است، انرژی جنبشی K_1 بوده و وقتی تندی v_1+4 است، انرژی جنبشی K_1+80 می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$K_2=\frac{1}{2}mv_2^2\Rightarrow K_1+80=\frac{1}{2}m(v_1+4)^2\Rightarrow K_1+80=\frac{1}{2}m(v_1^2+8v_1+16)$$

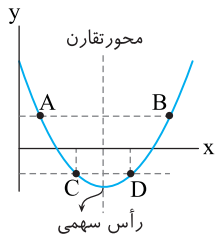
$$\Rightarrow K_1+80=\underbrace{\frac{1}{2}mv_1^2}_{K_1}+4mv_1+8m\Rightarrow4mv_1+8m=80$$

$$\xrightarrow{m=2/5kg}4\times2/5v_1+8\times2/5=80\Rightarrow v_1=6m/s$$

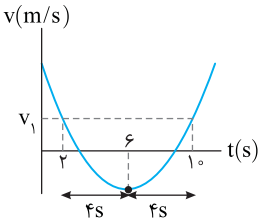


۱ ۴۸۶ B

یادآوری در نمودار سهمی، خط قائمی که از رأس می‌گذرد محور تقارن سهمی است و نقاط روی نمودار که در فاصلهٔ طولی یکسانی از رأس سهمی قرار دارند، مقدار yهای آن‌ها با هم برابر است. به‌طور مثال روی شکل $y_A=y_B$ و $y_C=y_D$ است.



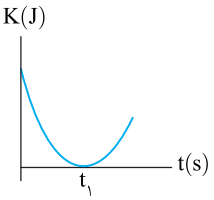
به شکل نمودار دقت کنید. فاصلهٔ نقاط در لحظه‌های $t=2s$ و $t=10s$ تا رأس سهمی برابر است، بنابراین تندی جسم در این دو لحظه برابر است و نسبت انرژی جنبشی جسم در این دو لحظه $\frac{K_1}{K_2}=1$ خواهد بود.



۴ ۴۸۷ B

خط فکری وقتی انرژی جنبشی یک جسم کاهش می‌یابد، حتماً تندی آن کاهش یافته است و بالعکس، بنابراین شما باید به نمودار دقت کنید و بررسی کنید که انرژی جنبشی در چه بازه‌ای کاهش می‌یابد و در چه بازه‌ای افزایش می‌یابد. از طرفی یادتان باشد انرژی جنبشی جسم به جهت حرکت بستگی ندارد. یعنی اگر انرژی جنبشی جسم کاهش یابد و جسم متوقف شود و مجدداً در هر جهتی شروع به حرکت کند، چون تندی‌اش زیاد می‌شود، انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد.

به نمودار دقت کنید. در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد و سرانجام در لحظهٔ t_1 صفر می‌شود، یعنی تندی متحرک صفر می‌شود. بعد از لحظهٔ t_1 مجدداً جسم شروع به حرکت کرده و انرژی جنبشی جسم زیاد می‌شود. یعنی تندی جسم افزایش می‌یابد اما اینکه در چه جهتی شروع به حرکت کرده است معلوم نیست، ممکن است پس از توقف در همان جهت اولیه به حرکت درآید و یا در خلاف جهت اولیه شروع به حرکت کرده باشد و یا در جهت دیگری، بنابراین گزینهٔ (۱) و (۲) هر دو می‌توانند صحیح باشند.



۲ ۴۸۸ B

با توجه به تعریف تندی که برابر مسافت طی‌شده بر زمان است و اینکه در مدت زمان یکسان اتومبیل A چهار دور و اتومبیل B یک دور مسیر را طی می‌کند، بنابراین اگر مسافت B برابر d باشد مسافت طی‌شدهٔ A، برابر $4d$ است از این رو:

$$v_A=\frac{4d}{t},\ v_B=\frac{d}{t}\Rightarrow v_A=4v_B$$

حال می‌توان نسبت $\frac{K_A}{K_B}$ را حساب کرد:

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{\frac{1}{2}m_Av_A^2}{\frac{1}{2}m_Bv_B^2}=\frac{m(4v_B)^2}{8mv_B^2}=\frac{16mv_B^2}{8mv_B^2}=2$$

۴ ۴۸۹ C

پس از برخورد و شکستن اولین صفحهٔ شیشه‌ای، انرژی جنبشی مصرف‌شده خواهد شد:

$$K_1-K_2=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}\times2\times10^{-3}\times3600-\frac{1}{2}\times2\times10^{-3}\times2500=1/1J$$

در این صورت، انرژی جنبشی بعد از اولین برخورد برابر $3/6-1/1=2/5J$ خواهد بود و به ازای هر $1/1J$ کاهش انرژی جنبشی، یک صفحهٔ شیشه‌ای می‌شکند. بنابراین دو صفحهٔ شیشه‌ای دیگر هم خواهد شکست: $1/4-1/1=0/3J$, $2/5-1/1=1/4J$

۴ ۴۹۰ B

خط فکری ابتدا باید به‌وسیلهٔ تعریف شتاب متوسط $(a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t})$، تندی جسم را حساب کنید، سپس انرژی جنبشی آن را به‌دست آورید. البته جسمی که از حال سکون شروع به حرکت می‌کند در ابتدا تندی‌اش صفر است.

تندی جسم را حساب می‌کنیم.

$$a_{av}=\frac{v-v_0}{t}\xrightarrow[t=2/5s]{a_{av}=4m/s^2}4=\frac{v-0}{2/5}\Rightarrow v=10m/s$$

انرژی جنبشی جسم خواهد شد:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow{m=0/5kg}K=\frac{1}{2}\times0/5\times10^2\Rightarrow K=25J$$

۳ ۴۹۱ B

شتاب جسم $a=4m/s^2$ به ما داده شده است. همچنین تندی اولیهٔ آن $2m/s$ است، بنابراین با توجه به تعریف شتاب می‌توانیم تندی ثانویهٔ جسم را حساب کنیم.

$$\text{شتاب}=\frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{زمان}}\Rightarrow a=\frac{v_2-v_1}{t}\xrightarrow{t=2s}4=\frac{v_2-2}{2}\Rightarrow v_2=10\frac{m}{s}$$

انرژی جنبشی جسم خواهد شد: $K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow{m=2kg}K=\frac{1}{2}\times2\times10^2=100J$

دقت کردید که جهت حرکت جسم مهم نبود چون شتاب حرکت جسم را در اختیار داشتیم.

۳ ۴۹۲ C

۱ با توجه به قانون دوم نیوتون چون نیرو ثابت است، شتاب حرکت جسم هم ثابت است. با توجه تعریف شتاب خواهیم داشت:

$$\text{شتاب}=\frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{زمان}}\Rightarrow a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{v-v_0}{t}\xrightarrow{v_0=0}v_1=at$$

۲ در مدت $2t$ دیگر یعنی پس از گذشت زمان $t+2t=3t$، تندی جسم خواهد شد: $v_2=a(3t)$

اکنون انرژی جنبشی را در حالت اول و دوم می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{K'}{K}=\frac{\frac{1}{2}ma^2(3t)^2}{\frac{1}{2}m(at)^2}=9\Rightarrow K'=9K$$

۴ ۴۹۳ B

ابتدا شتاب را به‌دست می‌آوریم: $a=\frac{F}{m}=\frac{3}{5}m/s^2$

اگر جهت مثبت را جهت مثبت محور x ها بگیریم جهت شتاب و نیرو خلاف آن بوده و منفی است: $a=-\frac{3}{5}m/s^2$

چون انرژی جنبشی جسم به همان مقدار قبلی می‌رسد یعنی اینکه تندی جسم به $-6m/s$ رسیده است:

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow v=at+v_0\Rightarrow-6=-\frac{3}{5}t+6\Rightarrow t=20s$$

پنجره ۲

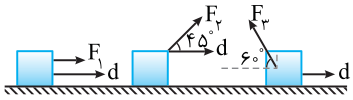
۳ ۴۹۴ A

با توجه به تعریف کار نیروی ثابت $(W=Fd\cos\theta)$ که در آن θ زاویهٔ بین بردار نیرو و جابه‌جایی است می‌توان مشاهده کرد که نیروی شخص بر راستای حرکت عمود است $(\theta=90^\circ)$ و کار نیروی عمود بر مسیر، صفر است. $\cos\theta=0\Rightarrow W=0$

A ۱ ۴۹۵

کار تک‌تک نیروها را در هر شکل به‌دست می‌آوریم.

$$W=Fd\cos\theta\begin{cases}\xrightarrow{F_1} W_1=F_1d\cos 0^\circ \Rightarrow W_{F_1}=F_1d\\ \xrightarrow{F_2} W_2=F_2d\cos 45^\circ \Rightarrow W_{F_2}=\frac{\sqrt{2}}{2}F_2d\\ \xrightarrow{|F_2|=\sqrt{2}F_1} W_{F_2}=F_1d\\ \xrightarrow{F_3} W_3=F_3d\cos(120^\circ)\xrightarrow[|F_3|=\sqrt{2}F_1]{\cos 120^\circ=-\cos 60^\circ=-\frac{1}{2}}\\ W_{F_3}=-\frac{\sqrt{2}}{2}F_1d\Rightarrow W_{F_2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}W_{F_1}\Rightarrow W_{F_1}=-\sqrt{2}W_{F_3}\end{cases}$$

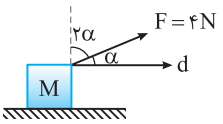


بنابراین خواهیم داشت:

$$W_{F_1}=W_{F_2}=-\sqrt{2}W_{F_3}$$

A ۴ ۴۹۶

خط فکری اندازهٔ جابه‌جایی در هر دقیقه را در اختیار دارید و می‌توانید جابه‌جایی را در هر ثانیه و سپس در ۱۰s به‌دست بیاورید. البته با توجه به اینکه روی شکل زاویهٔ ۹۰° برابر ۳α شده است، بنابراین زاویهٔ بین F و d نیز مشخص است. پس به سراغ حل مسأله بروید. جابه‌جایی در مدت ۱min=۶۰s برابر ۱۲۰ متر است، پس در هر ثانیه، جابه‌جایی $\frac{120}{60}=2m$ و در ۱۰s جابه‌جایی $d=2\times10=20m$ خواهد بود. زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی خواهد شد:



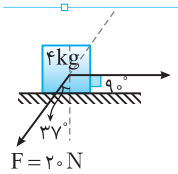
$$3\alpha=90^\circ\Rightarrow\alpha=30^\circ$$

اکنون کار قابل محاسبه است:

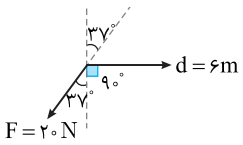
$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow{\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}}W=4\times20\times\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow W=40\sqrt{3}J$$

B ۱ ۴۹۷

خط فکری برای یافتن کار باید زاویهٔ بین جهت بردار نیرو و جهت بردار جابه‌جایی را به‌دست آوریم. مطابق شکل نیروی F را امتداد می‌دهیم تا زاویهٔ بین F و d به‌دست آید.



به شکل نگاه کنید. جسم را به صورت یک نقطه فرض کرده‌ایم و بردار F را از آن نقطه رسم می‌کنیم. زاویهٔ بین بردار d و F برابر (۹۰+۳۷) است. از این‌رو می‌توان نوشت:

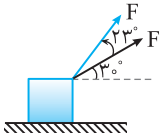


$$W=Fd\cos\theta\Rightarrow W=20\times6\times\cos(90+37)$$

$$\xrightarrow{\cos(90+37)=-\sin 37}W=20\times6\times(-0/6)\Rightarrow W=-72J$$

B ۳ ۴۹۸

خط فکری مسألهٔ ساده‌ای است. ابتدا زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی ۳۰° است و پس از آنکه نیرو ۲۳° پادساعتگرد در همان صفحه بچرخد زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی ۵۳°=۳۰+۲۳ می‌شود. البته یک مطلب ریاضی که باید برای حل مسئله بدانیم سینوس و کسینوس زاویه‌های متمم با هم برابرند یعنی cos ۵۳° با sin ۳۷° و cos ۳۰° با sin ۶۰° و ... برابر است، بنابراین کار در هر دو حالت را بیابید و با توجه به فرض مسأله آن‌ها را برابر قرار دهید.



بنا به تعریف کار خواهیم داشت:

حالت اول: $W=Fd\cos\theta\xrightarrow[\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}]{\theta=30^\circ}W=\frac{\sqrt{3}}{2}Fd$

حالت دوم: $W=Fd'\cos\theta'\xrightarrow[\cos 53^\circ=0/6]{\theta'=53^\circ}W=0/6Fd'$

کارها را برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}Fd=0/6Fd'\Rightarrow\frac{d'}{d}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0/6}\Rightarrow\frac{d'}{d}=\frac{\sqrt{3}}{1/2}\Rightarrow\frac{d'}{d}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$$

B ۲ ۴۹۹

خط فکری جهت نیروی وارد بر جسم و جهت حرکت آن در این مسأله مشخص نیست، بنابراین زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی از θ=0 تا θ=180° می‌تواند تغییر کند بنابراین شما کار این نیرو را باید یک بار با زاویهٔ θ=0 و بار دیگر با زاویهٔ θ=180° حساب کنید تا مشخص شود کار این نیرو بین چه مقدارهایی می‌تواند قرار گیرد. سپس گزینه‌ها را با این بازه مقایسه کنید.

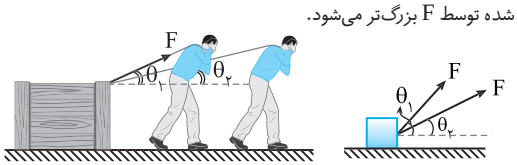
بنا به تعریف کار نیروی ثابت می‌توان نوشت:

$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow[d=4m]{F=12N}\begin{cases}\theta=0\Rightarrow\cos\theta=1\Rightarrow W=12\times4\times1=48J\\ \theta=180^\circ\Rightarrow\cos\theta=-1\Rightarrow W=12\times4\times(-1)=-48J\end{cases}$$

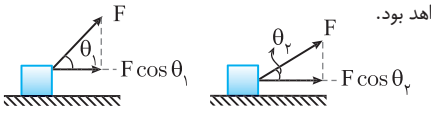
بنابراین کار نیروی F می‌تواند بین دو مقدار $-48\le W\le48$ باشد و تنها گزینهٔ (۲) بین این دو مقدار است.

B ۲ ۵۰۰

به دو شکل رسم شده خوب دقت کنید. هرچه طناب بلندتر باشد، هنگام کشیدن جسم، زاویهٔ بین نیرو و امتداد جابه‌جایی کوچک‌تر می‌شود. هرچه زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی کوچک‌تر، کسینوس آن بزرگ‌تر می‌شود و با توجه به تعریف کار $W=Fd\cos\theta$، کار انجام شده توسط F بزرگ‌تر می‌شود.

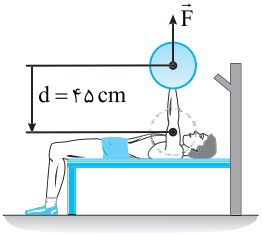


البته دقت کنید اگر نیروی F را در دو حالت تجزیه کنید، مؤلفهٔ افقی در حالت دوم بزرگ‌تر خواهد بود.



A ۲ ۵۰۱

خط فکری با توجه به تعریف کار نیروی ثابت $W=Fd\cos\theta$ و با توجه به شکل هنگام پایین آمدن وزنه، نیروی شخص وارد بر وزنه رو به بالا و جابه‌جایی رو به پایین است (θ=180°) و کار نیروی شخص منفی است اما نیروی وزن رو به پایین بوده و زاویهٔ بین نیروی وزن و جابه‌جایی θ=0 است بنابراین کار نیروی وزن مثبت است.



ورزشکار وزنه را یکنواخت پایین آورده یعنی نیروی خالص وارد بر وزنه صفر است و نیروی وزن وزنه با نیروی شخص هم‌اندازه است (F=W). با توجه به این مطالب می‌توانید کار نیروی وزن و کار نیروی شخص را حساب کنید.

کار نیروی وزن برابر است با:

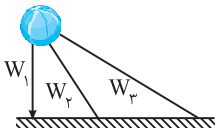
$$W=Fd\cos\theta\Rightarrow W_W=mgd\cos0^\circ\Rightarrow W_W=60\times10\times0/45\Rightarrow W=270J$$

کار نیروی شخص را حساب می‌کنیم. البته می‌دانیم که اندازهٔ F و W یکی است. یعنی بنابراین: F=mg=270N

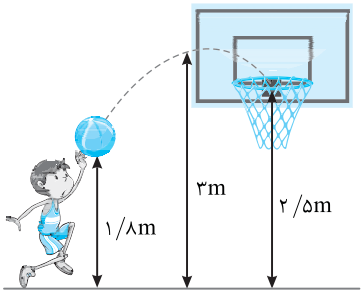
$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=600\times0/45\times(-1)=-270J$$

A ۴ ۵۰۲

خط فکری مهم‌ترین مطلب دربارهٔ کار نیروی وزن این است که کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم دو نقطهٔ ابتدایی و انتهایی مسیر بستگی دارد $(W_1=W_2=W_3)$. اگر جسم بالا برود، کار نیروی وزن منفی است و اگر جسم پایین بیاید، کار نیروی وزن مثبت است. بنابراین در حل این مسأله باید ارتفاع نقطهٔ پرتاب تا حلقه را حساب کنیم.



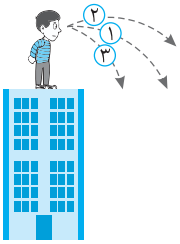
با توجه به شکل ارتفاع حلقه از نقطهٔ پرتاب برابر است با: $h=۲/۵-۱/۸=۰/۷m$



کار نیروی وزن منفی است زیرا ارتفاع توپ تا رسیدن به حلقه زیاد شده است، بنابراین خواهیم داشت: $W_W=-mgh\Rightarrow W_W=-۱\times۱۰\times۰/۷\Rightarrow W_W=-۷J$

A ۱ ۵۰۳

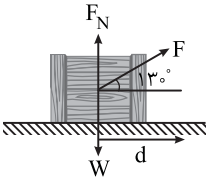
یادآوری کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و برابر $W_W=\pm mgh$ است. علامت مثبت برای وقتی است که جسم پایین می‌آید و علامت منفی برای وقتی است که جسم بالا می‌رود و منظور از h فاصلهٔ قائم بین نقطهٔ ابتدایی و انتهایی مسیر است.



سه توپ دارای جرم یکسان بوده و از یک نقطه پرتاب شده‌اند. بنابراین برای هر سه توپ کار نیروی وزن $W_W=mgh$ خواهد بود و $W_1=W_2=W_3$ است.

A ۴ ۵۰۴

خط فکری هرگاه بردار نیرو بر بردار جابه‌جایی جسم عمود باشد، کار نیرو صفر است. بنابراین باید بررسی کنید که در جابه‌جایی این جسم کدام نیروها بر مسیر حرکت عمود هستند. در جابه‌جایی روی سطح افقی، نیروی وزن بر مسیر حرکت عمود است و کار نیروی وزن صفر است.

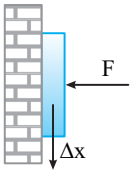


$\theta=۹۰^\circ\Rightarrow\cos\theta=۰\Rightarrow W_W=۰$

به شکل نگاه کنید. نیروی عمودی سطح (F_N) نیز بر مسیر عمود است، بنابراین کار آن نیز صفر است.

A ۲ ۵۰۵

جابه‌جایی جسم در مدت ۵s برابر است با:



$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\Delta x=۴\times۵=۲۰m$

نیروی F بر جابه‌جایی عمود است. پس: $W_F=۰$

کار نیروی وزن برابر است با:

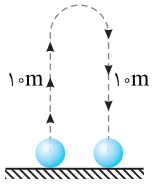
$W_g=mg\Delta x=۲۰\times۲۰=۴۰۰J$

B ۲ ۵۰۶

کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و برابر است با:

$W_{mg}=mgh=۲\times۱۰\times۱۰\Rightarrow W_{mg}=۲۰۰J$

B ۲ ۵۰۷

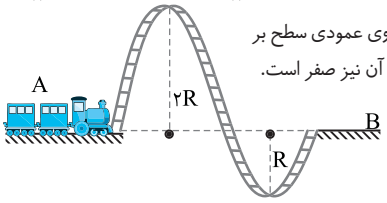


دقت کنید کار در کل مسیر یعنی جسم به محل اول خود بازگردد. کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم نقطهٔ ابتدایی و انتهایی بستگی دارد که در این مسأله فاصلهٔ نقطهٔ ابتدایی و انتهایی از هم صفر است، بنابراین کار نیروی وزن صفر خواهد بود. $(W_W=۰)$. اما کار نیروی مقاومت هوا به مسیر بستگی دارد و برای به‌دست آوردن کار نیروی مقاومت هوا در کل مسیر باید نیروی مقاومت هوا را در مسافتی که گلوله طی کرده $(۱۰+۱۰=۲۰m)$ ضرب کرد البته نیروی مقاومت هوا همواره در خلاف جهت حرکت گلوله است و کار آن منفی است.

$W_F=-۲\times۲۰=-۴۰J$

A ۳ ۵۰۸

به مسیر نگاه کنید، در طول مسیر ترن از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود و ارتفاع قائم B نسبت A صفر است، بنابراین کار نیروی وزن صفر است. $W_W=mgh\xrightarrow{h=۰}W_W=۰$



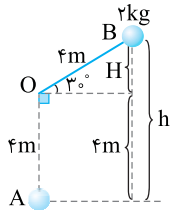
در طول مسیر حرکت ترن، نیروی عمودی سطح بر مسیر حرکت عمود است و کار آن نیز صفر است.

$W_{F_W}=F_N d\cos۹۰^\circ$

$\Rightarrow W_{F_N}=۰$

B ۱ ۵۰۹

خط فکری باید ارتفاع نقطهٔ ابتدایی و انتهایی را به‌دست بیاورید. جسم به پایین آمده و کار نیروی وزن مثبت است، بنابراین باید به سراغ ریاضی برویم.



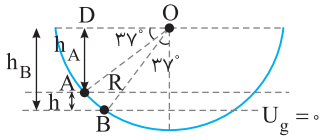
به شکل نگاه کنید. ابتدا ارتفاع BH را در مثلث OBH به کمک سینوس زاویهٔ ۳۰° به‌دست می‌آوریم.

$\sin۳۰^\circ=\frac{BH}{OB}\Rightarrow BH=OB\sin۳۰^\circ\Rightarrow BH=۴\times\frac{۱}{۲}=۲m$

ارتفاع h خواهد شد: $h=۴+۲=۶m$

کار نیروی وزن خواهد شد: $W_W=mgh=۲\times۱۰\times۶=۱۲۰J$

B ۱ ۵۱۰



به دقت به شکل نگاه کنید. ابتدا به کمک مثلثات h_A و h_B را که روی شکل مشخص کرده‌ایم، به‌دست می‌آوریم.

$\sin۳۷^\circ=\frac{h_A}{OA}\xrightarrow{OA=R}h_A=R\sin۳۷^\circ\Rightarrow h_A=\frac{۷۰}{۲}\times۰/۶=۲۱cm$

$\sin۵۳^\circ=\frac{h_B}{OB}\xrightarrow{OB=R}h_B=R\sin۵۳^\circ\Rightarrow h_A=\frac{۷۰}{۲}\times۰/۸=۲۸cm$

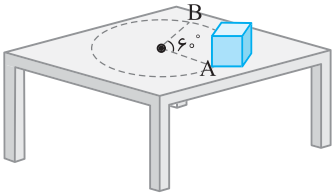
اکنون مقدار جابه‌جایی m را در راستای قائم از A تا B حساب می‌کنیم.

$h=h_B-h_A\Rightarrow h=۲۸-۲۱\Rightarrow h=۷cm$

کار نیروی وزن خواهد شد: $W_g=mgh=۰/۱\times۱۰\times۰/۰۷m=۰/۰۷J$

B ۲ ۵۱۱

خط فکری کار نیروی اصطکاک به مسیر حرکت و مسافت طی شده جسم بستگی دارد و در حرکت این جعبه، کار نیروی اصطکاک منفی است، بنابراین مسافت طی شده روی محیط دایره را حساب کنید و کار نیروی اصطکاک را در این مسافت به‌دست آورید.



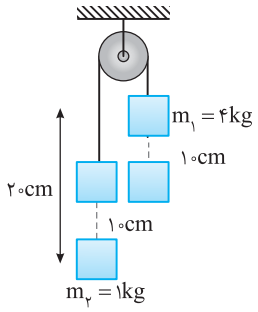
طول مسیر حرکت از A تا B برابر $\frac{۳۶۰}{۶۰}=\frac{۱}{۶}$ محیط دایره است.

$$L=\frac{۱}{۶}(۲\pi r)\Rightarrow L=\frac{۱}{۶}(۲\pi\times ۰/۴۵)=\frac{۱۵}{۱۰۰}\pi$$

کار نیروی اصطکاک خواهد شد: $W_F=-۲\times\frac{۱۵}{۱۰۰}\pi=-۰/۳\pi J$

۴ ۵۱۲ C

خط فکری وقتی وزنه‌ها را رها می‌کنید، وزنهٔ ۴kg پایین می‌آید و وزنهٔ ۱kg بالا می‌رود و وقتی از کنار هم می‌گذرند وزنه ۴kg، ۱۰cm پایین می‌آید و وزنه ۱kg، ۱۰cm بالا می‌رود. کار نیروی وزن وزنهٔ ۴kg مثبت و کار نیروی وزن وزنهٔ ۱kg منفی است. زیرا وزنهٔ ۴kg پایین می‌آید و وزنهٔ ۱kg بالا می‌رود، بنابراین کار نیروی وزن را برای هر وزنه حساب کنید و با هم جمع کنید.



کار نیروی وزن وارد بر وزنه ۴kg برابر است با: $W_۱=+m_۱gh=۴\times۱۰\times۰/۱=۴J$

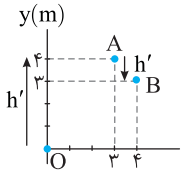
کار نیروی وزن وارد بر وزنهٔ ۱kg برابر است با: $W_۲=-m_۲gh=-۱\times۱۰\times۰/۱=-۱J$

کار نیروی وزن وارد بر مجموعه خواهد شد: $W_W=۴+(-۱)=۳J$

۲ ۵۱۳ B

خط فکری برای یافتن کار نیروی وزن بین دو نقطه، باید ارتفاع قائم این دو نقطه از یکدیگر را پیدا کنید و کار نیروی وزن $(W=\pm mgh)$ را به‌دست بیاورید.

با پرتاب توپ از مبدأ $O(۰,۰)$ وقتی توپ از نقطهٔ $A(۳,۴)$ می‌گذرد، در امتداد قائم ۴ متر بالا رفته است و کار نیروی وزن در جابه‌جایی OA منفی و برابر است با:



$W=-mgh \xrightarrow{m=۰/۵kg} W_{W_{O\to A}}=-۰/۵\times۱۰\times۴$ حرکت رو به بالا

$\Rightarrow W_W=-۲۰J$

در جابه‌جایی از A تا B جسم در امتداد محور قائم از ۴m به ۳m می‌رود یعنی به‌اندازهٔ $h'=۱m$ پایین می‌آید در این صورت کار نیروی وزن مثبت و برابر است با:

$$W=+mgh'\Rightarrow W_{W_{A\to B}}=۰/۵\times۱۰\times۱\Rightarrow W_{W_{A\to B}}=+۵J$$

۲ ۵۱۴ B

کار مؤلفهٔ $F_y=۳۰N$ که بر مسیر عمود است صفر است و نیروی $F_x=۴۰N$ که در جهت حرکت است، کار انجام می‌دهد. بنابراین: $W=F_xd\Rightarrow W=۴۰\times۱۰=۴۰۰J$

بازی با سؤال نیروی $\vec{F}=(۳۰N)\vec{i}+(۴۰N)\vec{j}$ به جسمی به جرم ۵kg وارد می‌شود و آن را روی سطح افقی به‌اندازهٔ $\Delta\vec{x}=(۶m)\vec{i}$ جابه‌جا می‌کند. کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی چند ژول است؟

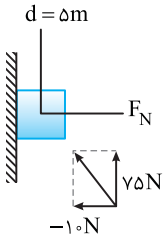
۱) ۱۸۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۴۲۰

خارج ریاضی - ۹۳

گزینهٔ ۱

۱ ۵۱۵ B

بردار جابه‌جایی با توجه به داده‌های مسأله برابر است با: $\vec{d}=۵\vec{j}$



مؤلفهٔ افقی نیرو $F_x=-۱۰N$ بر مسیر حرکت عمود است و کار آن صفر است، بنابراین کار نیروی F برابر کار مؤلفهٔ قائم آن $F_y=۱۵N$ در جابه‌جایی ۵ متر است.

$$W_F=F_yd_y=۱۵\times۵=۷۵J$$

اما کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر حرکت عمود است در این جابه‌جایی صفر است.

۳ ۵۱۶ B

برای به‌دست آوردن جابه‌جایی در امتداد محور y از کار نیروی $F_۳$ استفاده می‌کنیم.

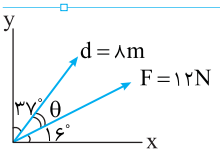
$$W_۳=F_۳d_y\Rightarrow ۲۰=۴d_y\Rightarrow d_y=۵m$$

به کمک کار نیروی $F_۲$ جابه‌جایی در امتداد محور x را به‌دست می‌آوریم.

$$W_۲=F_۲d_x\Rightarrow ۳۰=۳d_x\Rightarrow d_x=۱۰m$$

کار نیروی $\vec{F}_۱=۱۰N\vec{i}$ خواهد شد: $W_۱=F_۱d_x=۱۰\times۱۰=۱۰۰J$

۱ ۵۱۷ B



به دقت به شکل نگاه کنید، زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی برابر است با:

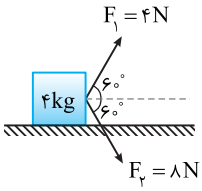
$$\theta=۹۰-(۳۷+۱۶)\Rightarrow\theta=۳۷^\circ$$

بنابراین کار نیروی F در این جابه‌جایی خواهد شد:

$$W=Fd\cos\theta\Rightarrow W=۱۲\times۸\times\cos۳۷^\circ=۱۲\times۸\times۰/۸=۷۶/۸J$$

۱ ۵۱۸ B

خط فکری کار تک‌تک نیروها را باید حساب کرده و با هم جمع کنیم. کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر حرکت عمودند، در این جابه‌جایی صفر است، بنابراین شما کافی است کار نیروی $F_۱$ و کار نیروی $F_۲$ را حساب کرده و با هم جمع کنید.



کار نیروی $F_۱$ برابر است با:

$$W_{F_۱}=F_۱d\cos\theta_۱\Rightarrow W_{F_۱}=۴\times۴\times\cos۶۰^\circ \xrightarrow{\cos۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}} W_{F_۱}=۸J$$

کار نیروی $F_۲$ خواهد شد: $W_{F_۲}=F_۲d\cos\theta_۲\Rightarrow W_{F_۲}=۸\times۴\times\cos۶۰^\circ=۱۶J$

کار کل برابر خواهد شد با: $W_t=۸+۱۶=۲۴J$

۴ ۵۱۹ C

خط فکری کار نیروی F در امتداد محور xها برابر F_xd_x و در امتداد محور yها برابر F_yd_y است، بنابراین شما باید جابه‌جایی روی هریک از محورها را حساب کنید سپس کار در راستای هر محور را به‌دست آورده و با هم برابر قرار دهید.

جابه‌جایی روی محور xها برابر است با: $d_x=B_x-A_x=a-(-۴)=a+۴$

کار در امتداد محور xها خواهد شد: $W_x=F_xd_x\Rightarrow W_x=-۱۲\times(a+۴)$ (۱)

جابه‌جایی روی محور yها برابر است با: $d_y=B_y-A_y=۲a-(-۶)=۲a+۶$

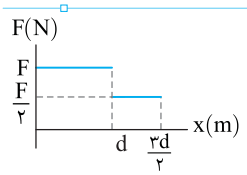
کار در امتداد محور yها خواهد شد: $W_y=F_yd_y\Rightarrow W_y=۸(۲a+۶)$ (۲)

اکنون با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$W_x=W_y\Rightarrow -۱۲(a+۴)=۸(۲a+۶)\Rightarrow -۳(a+۴)=۲(۲a+۶)$$

$$\Rightarrow -۳a-۱۲=۴a+۱۲\Rightarrow -۷a=۲۴\Rightarrow a=-\frac{۲۴}{۷}$$

۲ ۵۲۰ B



ابتدا کار در جابه‌جایی صفر تا d و سپس در جابه‌جایی d تا $\frac{۳d}{۲}$ را حساب کرده مجموع آن‌ها را برابر ۲۰J قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} W_{۰\to d}=Fd \\ W_{d\to\frac{۳d}{۲}}=(\frac{F}{۲})\times(\frac{d}{۲}) \end{cases} \xrightarrow{W=W_{۰\to d}+W_{d\to\frac{۳d}{۲}}} W=Fd+\frac{Fd}{۴}$$

$$\xrightarrow{W=۲۰J}\frac{۵Fd}{۴}=۲۰\Rightarrow Fd=۱۶$$

اکنون به سراغ کار در جابه‌جایی صفر تا $\frac{d}{2}$ می‌رویم. در این جابه‌جایی نیروی وارد بر جسم F است.

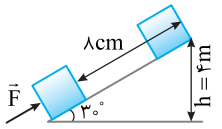
$$W_{0\to\frac{d}{2}}=F\times\frac{d}{2}\xrightarrow{Fd=16}W_{0\to\frac{d}{2}}=\frac{16}{2}=8J$$

۵۲۱ B ۳

نیروی F_1 با راستای جابه‌جایی زاویه θ می‌سازد و کار آن $W_1=F_1d\cos\theta$ است، نیروی F_2 هم‌راستای جابه‌جایی است $(\cos\theta=1)$ پس $W_2=F_2d$ و نیروی F_3 عمود بر راستای جابه‌جایی $(\cos\theta=0)$ و کار حاصل از آن $W_3=0$ است. برای مقایسه W_1 و W_2 دقت کنید که $\cos\theta$ در شکل (۱) از یک کمتر است و حاصل $F_1d\cos\theta$ کوچک‌تر از F_1d می‌شود بنابراین $W_1<W_2$ خواهد بود.

۵۲۲ B ۳

کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و برابر $W_W=\pm mgh$ است که در آن h فاصلهٔ قائم بین دو نقطهٔ ابتدایی و انتهایی است بنابراین ابتدا ارتفاعی که جسم بالا می‌رود را حساب می‌کنیم.

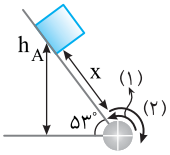


طول ضلع مقابل به زاویهٔ ۳۰° برابر نصف وتر است یعنی $h=\frac{8}{2}=4m$ است از این‌رو کار نیروی وزن خواهد شد:

$$W_W=mgh\xrightarrow{m=0/15kg}W_W=0/15\times9/8\times4\Rightarrow W_W=5/88J$$

۵۲۳ B ۳

خط فکری دقت کنید کار نیروی وزن کاهش یافته است بنابراین در تنظیم جدید باید فاصلهٔ نقطهٔ A از سطح زمین کم شده باشد، زیرا هرچه جسم از ارتفاع کمتری رها شود کار نیروی وزن کوچک‌تر خواهد شد، بنابراین باید سطح شیبدار را در سوی (۱) بچرخانیم اما حل مسأله چگونه است، کافی است در دو حالت کار نیروی وزن را حساب کنیم.



حالت اول: ابتدا ارتفاع A را به‌دست می‌آوریم.

$$\sin53^\circ=\frac{h_A}{x}\Rightarrow h_A=x\sin53^\circ\Rightarrow h_A=0/8x$$

کار نیروی وزن شد: $W_W=+mgh_A\Rightarrow W_W=mg(0/8x)\quad(1)$

کار نیروی وزن در **حالت دوم**: $W'_W=mgh'_A\quad(2)$

با توجه به فرض مسأله کار نیروی وزن ۳۷/۵ درصد کاهش یافته است یعنی:

$$W'_W=W_W-\frac{37/5}{100}W_W\Rightarrow W'_W=\frac{62/5}{100}W_W$$

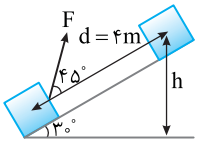
$$mgh'_A=\frac{62/5}{100}(mg)(0/8x)\Rightarrow h'_A=\frac{x}{2}\xrightarrow{h'_A=x\sin\alpha'}\sin\alpha'=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\alpha'=30^\circ$$

بنابراین زاویه از ۵۳° باید به ۳۰° تغییر کند یعنی سطح شیبدار به‌اندازهٔ ۲۳° پادساعتگرد و در سوی (۱) بچرخد.

۵۲۴ B ۲

ابتدا باید جابه‌جایی جسم روی سطح شیبدار را به کمک زاویهٔ ۳۰° حساب کنیم.



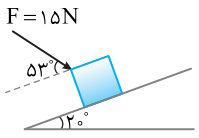
$$\sin30^\circ=\frac{h}{d}\Rightarrow d=\frac{h}{\sin30^\circ}$$

$$\Rightarrow d=\frac{2}{\frac{1}{2}}=4m$$

زاویهٔ بین نیرو F و جابه‌جایی ۴۵° است و کار نیروی F خواهد شد:

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=15\times4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=30\sqrt{2}J$$

بازی با سؤال جسمی را از پایین سطح شیبداری مطابق شکل با نیروی F=۱۵N بالا می‌بریم. در بازه‌ای که جسم ۲ متر جابه‌جا می‌شود، کار نیروی F چند ژول است؟

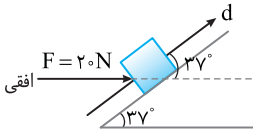


۱) ۱۸ ۲) ۱/۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

گزینهٔ ۱

۵۲۵ B ۱

به شکل دقت کنید. با توجه به قضیهٔ خطوط موازی و مورب زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی $\theta=37^\circ$ است، بنابراین کار نیروی F در جابه‌جایی ۴ متر روی سطح برابر است با:



$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=20\times4\times\cos37^\circ\Rightarrow W_F=20\times4\times0/8=64J$$

۵۲۶ A ۴

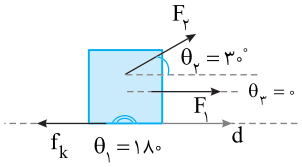
کار کل برابر کار تک‌تک نیروهای وارد بر جعبه است:

کار نیروی اصطکاک $=f_kd\cos\theta_1=30\times10\times\cos180^\circ=-300J$

کار نیروی $F_1=F_1d\cos\theta_2=150\times10\times\cos30^\circ=750\sqrt{3}=1275J$

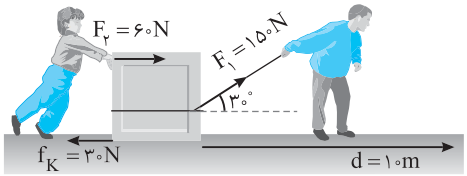
کار نیروی $F_2=F_2d\cos\theta_3=60\times10\times\cos0^\circ=600J$

$$\Rightarrow W_t=-300+600+1275=1575J$$



بازی با سؤال شکل زیر پدر و پسری را در حال جابه‌جا کردن یک جعبهٔ سنگین روی سطحی هموار نشان می‌دهد. نیروی F_1 را پدر و نیروی F_2 را پسر به جسم وارد می‌کنند و f_k نیز نیروی اصطکاک جنبشی است. کار کل چند ژول است؟ $(\sqrt{3}=1/7)$

از کتاب درسی

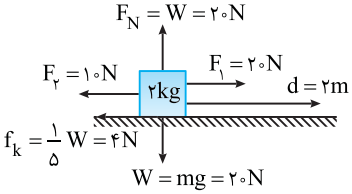


۱) ۲۱۷۵ ۲) ۱۵۷۵ ۳) ۱۲۴۵ ۴) ۸۷۵

گزینهٔ ۲

۵۲۷ A ۴

کار تک‌تک نیروها را به‌دست می‌آوریم و سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم تا کار کُل به‌دست آید.



۱ کار نیروی وزن (W) و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) که بر مسیر عمود هستند صفر است.

۲ کار نیروی F_1 را حساب می‌کنیم.

$$W_F=Fd\cos\theta\xrightarrow[\theta=0^\circ]{F_1=20N}W_{F_1}=20\times2\times\cos0^\circ=40J$$

۳ کار نیروی $F_۲$ برابر است با:

$$W_{F_۲}=F_۲\,d\cos\theta_۲=۱۰\times۲\times\cos۱۸۰^\circ\Rightarrow W_{F_۲}=-۲۰J$$

۴ نیروی اصطکاک جنبشی $\frac{۱}{۵}$ نیروی وزن است یعنی:

$$f_k=\frac{۱}{۵}W=\frac{۱}{۵}\times۲\times۱۰\Rightarrow f_k=۴N$$

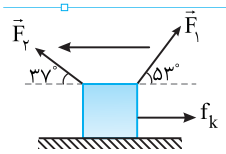
کار نیروی اصطکاک برابر است با:

$$W_{f_k}=f_k d\cos۱۸۰^\circ\Rightarrow W_{f_k}=۴\times۲\times(-۱)=-۸J$$

۵ کار کل خواهد شد:

$$W_t=W_{F_۱}+W_{F_۲}+W_W+W_{f_k}+W_{F_N}=۴۰+(-۲۰)+(-۸)\Rightarrow W_t=۱۲J$$

۴ ۵۲۸ B



کار کل برابر مجموع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم است. بنابراین:

$$W_t=W_{F_۱}+W_{F_۲}+W_{f_k}+W_{F_N}+W_W$$

کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) در این جابه‌جایی صفر است، زیرا بر مسیر عمودند. با توجه به فرض مسأله نیروی $F_۱$ خلاف جهت حرکت و منفی بوده $W_{F_۱}=-\frac{۱}{۲}W_t$ و نیروی $F_۲$ در جهت حرکت و مثبت است: $W_{F_۲}=۲W_t$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t=-\frac{۱}{۲}W_t+۲W_t+W_{f_k}\Rightarrow W_t=۱/۵W_t+W_{f_k}\Rightarrow W_{f_k}=-\frac{۱}{۲}W_t$$

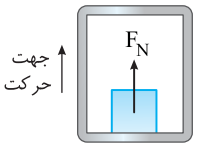
۱ ۵۲۹ B

کار کل مجموع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم است.

$$W_t=W_۱+W_۲+W_۳\Rightarrow ۵۰=۳۰+(-۷۰)+W_۳\Rightarrow W_۳=۹۰J$$

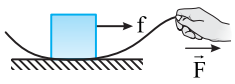
۴ ۵۳۰ B

تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



وقتی جسمی در یک آسانسور قرار دارد و آسانسور رو به بالا حرکت می‌کند، نیروی عمودی تکیه‌گاه کف آسانسور جسم را به بالا می‌برد و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر نخواهد بود.

نتیجه ☑ کار نیروی عمودی تکیه‌گاه می‌تواند صفر و یا غیرصفر باشد، بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.



اگر یک جسم را روی یک ورقه کاغذ قرار دهید و کاغذ را بر سطح صاف میزی بکشید، عامل حرکت جسم نیروی اصطکاک بین جسم و کاغذ است که این نیرو در جهت جابه‌جایی جسم است و کار نیروی اصطکاک در این حالت مثبت است.

نتیجه ☑ کار نیروی اصطکاک می‌تواند مثبت و یا منفی باشد، بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

مجموع جبری کار نیروهای وارد بر جسم با کار کل برابر است و گزینهٔ (۳) نیز نادرست است. $W_t=W_۱+W_۲$

اگر جسمی تحت تأثیر چند نیرو با سرعت ثابت در حرکت باشد، مجموع جبری کار نیروهای وارد بر آن صفر است. به‌طور مثال اگر شما وزنهٔ ۲kg را با سرعت ثابت تا ارتفاع یک متری بالا ببرید، بر وزنه دو نیرو وارد می‌شود. یکی نیروی وزن $W=mg=۲۰N$ دیگری نیروی دست شما که با نیروی وزن برابر است $(F=۲۰N)$ زیرا جسم دارای سرعت ثابت است.

در این حالت کار نیروی وزن برابر است با: $W_W=-mgh\Rightarrow W_W=-۲۰J$

و کار نیروی شما نیز خواهد شد: $W_F=۲۰\times۱=+۲۰J$

و مجموع جبری کار نیروها صفر می‌شود.

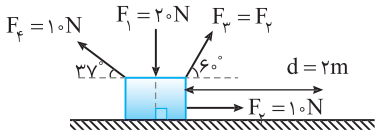
نتیجه ☑ هرگاه جسم با سرعت ثابت در حرکت باشد، مجموع جبری کار تک‌تک نیروها صفر می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۳ ۵۳۱ B

کار یک نیروی ثابت از رابطهٔ $W=Fd\cos\theta$ به‌دست می‌آید که θ زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی می‌باشد. کار نیروی $F_۲$ و $F_۳$ را حساب می‌کنیم.

$$W_{F_۲}=F_۲\,d\cos\theta\xrightarrow{\theta=۰}W_{F_۲}=۲۰J$$

$$W_{F_۳}=F_۳ d\cos\theta\xrightarrow{\theta=۶۰^\circ}W_{F_۳}=۱۰J$$



کار نیروی $F_۳$، ۱۰J و نصف کار نیروی $F_۲$ (۲۰J) است، بنابراین گزارهٔ (الف) درست است. نیروی $F_۱$ بر مسیر حرکت عمود است پس $\theta=۹۰^\circ$ و $\cos۹۰^\circ=۰$ می‌شود، پس کار نیروی $F_۱$ صفر است $(W_{F_۱}=۰)$ و گزارهٔ (ب) درست است. کار نیروی $F_۴$ را به‌دست می‌آوریم:

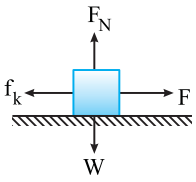
$$W_{F_۴}=۱۰\times۲\times\cos۱۴۳^\circ\Rightarrow W_{F_۴}=۱۰\times۲\times\cos(۱۸۰^\circ-۳۷^\circ)=-۱۶J$$

کار کل برابر مجموع کار تک تک نیروهاست، از این‌رو:

$$W_t=W_{F_۱}+W_{F_۲}+W_{F_۳}+W_{F_۴}=۰+۲۰+۱۰-۱۶=۱۴J$$

کار کل برابر ۱۴J است و گزارهٔ (پ) نادرست است. بنابراین پاسخ گزینهٔ (۳) است.

۳ ۵۳۲ B



خط فکری قبل از حل این مسأله به شکل زیر دقت کنید و سپس کار کل را در این مسأله بررسی می‌کنیم:

$$W_t=W_W+W_{F_N}+W_F+W_{f_k}$$

کار نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه بر مسیر حرکت عمود هستند و اندازهٔ آن‌ها در این جابه‌جایی صفر است، بنابراین خواهیم داشت:

$$W_t=W_F+W_{f_k}\Rightarrow W_t=Fd\cos۰+f_k d\cos۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow W_t=Fd-f_k d=\underbrace{(F-f_k)}_{F_{net}}d$$

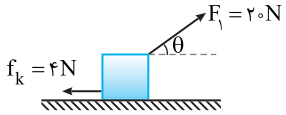
اما $F-f_k$ نیروی خالص وارد بر این جسم است، بنابراین کار کل برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است. $W_t=W_{F_{net}}$

اکنون مسیر حل مسأله مشخص است.

کار نیروی برایند یعنی کار کل ۳۰J است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t=W_{F_N}+W_W+W_{F_۱}+W_{f_k}\Rightarrow W_t=F_۱d\cos\theta+f_k d\cos۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۳۰=۲۰\times۵\times\cos\theta+۴\times۵\times(-۱)\Rightarrow\cos\theta=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\theta=۶۰^\circ$$



۱ ۵۳۳ C

نکته هرگاه یک جسم تحت تأثیر چند نیروی ثابت از حال سکون به حرکت درآید، جسم در جهت نیروی برایند (خالص) حرکت خواهد کرد و زاویهٔ بین نیروی برایند و جهت حرکت جسم صفر است $(\theta=۰)$.

خط فکری مجموع جبری کار نیروهای وارد بر جسم برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است، بنابراین شما ابتدا باید نیروی خالص را حساب کنید سپس اندازهٔ این نیرو را به‌دست آورید و در آخر کار این نیرو را در جابه‌جایی ۵m حساب کنید.

۱ ابتدا نیروی خالص را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_t=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3\Rightarrow\vec{F}_t=(2\vec{i}-5\vec{j})+(3\vec{i}+6\vec{j})+(-\vec{i}+2\vec{j})$$

$$\Rightarrow\vec{F}_t=4\vec{i}+3\vec{j}\Rightarrow|\vec{F}_t|=\sqrt{4^2+3^2}=5N$$

۲ مجموع جبری کار تک‌تک نیروها برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است از این‌رو:

$$W_t=W_{F_t}=F_t d\Rightarrow W_t=5\times5=25J$$

۵۳۴ B ۱

خط فکری در روز سرد، با مالیدن دست‌های خود به هم، دستان خود را گرم می‌کنیم یعنی کار نیروی اصطکاک بین دستان شما به گرما تبدیل می‌شود. بنابراین هرگاه در حرکت جسم روی یک سطح، گرمای تولید شده از شما خواسته شود شما باید به سراغ کار نیروی اصطکاک بروید.

۱ ابتدا جابه‌جایی جسم در مدت یک دقیقه $(60s)$ را حساب می‌کنیم.

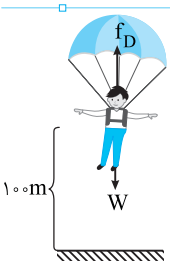
$$d=\text{زمان}\times\text{تندی}\Rightarrow d=3\times60=180m$$

۲ کار نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$W_f=f_k d\cos180^\circ\Rightarrow W_f=-2\times180=-360J$$

۳ بنابراین گرمای تولید شده در این مدت $360J$ بوده است.

۵۳۵ B ۳



تندی جسم ثابت است بنابراین نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. یعنی نیروی مقاومت هوا برابر نیروی وزن جسم است.

$$F_{net}=0\Rightarrow f_D=W\Rightarrow f_D=mg$$

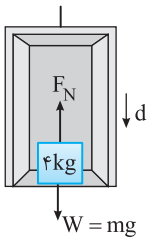
$$\Rightarrow f_D=80\times10=800N$$

جابه‌جایی رو به پایین و نیروی مقاومت هوا رو به بالاست و زاویهٔ $\theta=180^\circ$ می‌شود از این‌رو کار نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow{\cos180^\circ=-1}W_f=800\times100\times(-1)=-80000J$$

$$W_f=-80kJ$$

۵۳۶ B ۲



۱ باید جابه‌جایی آسانسور را در مدت $4s$ حساب کنیم.

$$d=vt\Rightarrow d=2\times4=8m$$

۲ چون جابه‌جایی رو به پایین است کار نیروی وزن مثبت و برابر است با:

$$W_W=+mgh\Rightarrow W_W=4\times10\times8\Rightarrow W_W=320J$$

۳ جعبه با تندی ثابت رو به پایین در حرکت است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است. به جعبه دو نیروی وزن و نیرو عمودی تکیه‌گاه وارد می‌شود بنابراین خواهیم داشت:

$$F_{net}=0\Rightarrow F_N=W\Rightarrow F_N=4\times10=40N$$

۴ کار نیروی عمودی سطح خواهد شد:

$$W_{F_N}=F_N d\cos\theta\xrightarrow[\cos\theta=-1]{\theta=180^\circ}W_{F_N}=40\times8\times(-1)\Rightarrow W_{F_N}=-320J$$

میانبر چون تندی ثابت است، کار کل صفر است و وقتی کار وزن $+320J$ است قطعاً کار نیروی عمودی سطح $-320J$ است.

۵۳۷ B ۲

خط فکری اگر به یک جسم چند نیرو اثر کند

- جسم ساکن بماند: $W_{F_{کل}}=0$
- جسم با تندی ثابت شروع به حرکت کند: $W_{F_{کل}}=0$
- جسم با شتاب ثابت شروع به حرکت کند:

$$\begin{cases}F_{کل}=ma\\W_{F_{کل}}=F_{کل}d\cos\theta=mad\cos\theta\end{cases}$$

۱ نیروی خالص وارد بر جسم را به کمک قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم.

$$F_{net}=ma\xrightarrow[a=0/6m/s^2]{m=72+18=90kg}F_{net}=90\times0/6\Rightarrow F_{net}=54N$$

۲ کار کل وارد بر مجموعه برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است.

$$W_t=W_{F_{net}}=F_{net}\times d\Rightarrow W_t=54\times2/5\Rightarrow W_t=135J$$

۵۳۸ B ۱

خط فکری نیروی شناوری همواره رو به بالاست. پس بر مسیر حرکت قایق بر سطح آب عمود است و **کار آن صفر است**. اما کار کل برابر کار نیروی برایند است، بنابراین شما ابتدا باید نیروی برایند را به‌دست آورید، سپس کار کل را حساب کنید.

۱ نیروی خالص وارد بر قایق بنا به قانون دوم نیوتون برابر است با:

$$F=ma\Rightarrow F=100\times2\Rightarrow F=200N$$

۲ کار کل خواهد شد: $W_t=W_{F_{net}}=F_{net}d\Rightarrow W_t=200\times10=2000J=2kJ$

۵۳۹ B ۱

خط فکری این مسأله ترکیب مبحث کار با دینامیک نیروهاست و شما ابتدا باید نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید سپس به کمک قانون دوم نیوتون نیروی F را حساب کنید. دقت کنید که جسم از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت کرده است یعنی نیروی وزن از نیروی F بزرگ‌تر است. حال به سراغ حل مسأله برود.

۱ نیروها را رسم می‌کنیم و برایند نیروها را بنا به قانون دوم نیوتون مساوی ma قرار می‌دهیم.



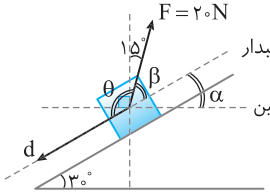
$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-F=ma$$

$$\xrightarrow{m=4kg}40-F=4\times2\Rightarrow F=32N$$

۲ کار نیروی F را حساب می‌کنیم البته F رو به بالا و جابه‌جایی رو به پایین است بنابراین زاویهٔ بین F و d، 180° خواهد بود بنابراین:

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=32\times5\times\cos180^\circ=-160J$$

۵۴۰ C ۴



۱ از محل جسم خطی موازی سطح زمین و خطی موازی سطح شیبدار رسم کنید. بنا به خطوط موازی - مورب زاویهٔ بین این دو خط $\alpha=30^\circ$ خواهد بود.

موازی سطح شیبدار

موازی سطح زمین

۲ به شکل خوب نگاه کنید. زاویهٔ β یعنی زاویهٔ بین نیرو و امتداد حرکت برابر است با:

زاویهٔ بین نیرو و امتداد حرکت: $15+\beta+\alpha=90\Rightarrow15+\beta+30=90\Rightarrow\beta=45^\circ$

۳ زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی برابر است با: $\theta=180-\beta=180-45$

۴ جابه‌جایی جسم با تندی $4m/s$ در مدت یک ثانیه خواهد شد:

$$d=vt\Rightarrow d=4\times1=4m$$

۵ کار نیروی F خواهد بود:

$$W_F=Fd\cos\theta$$

$$\Rightarrow W_F=20\times4\times\underbrace{\cos(180-45)}_{-\cos45}\Rightarrow W_F=80\times\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)\Rightarrow W_F=-40\sqrt{2}J$$

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

۵۴۱ C ۱

یادآوری همواره نیرویی که در راستای حرکت است کار انجام می‌دهد و اگر نیرو عمود بر مسیر حرکت باشد، کار آن صفر است.

مؤلفهٔ افقی نیرو (F_x) که بر راستای محور y عمود است، در امتداد محور yها کارش صفر است و در امتداد محور xها، کارش برابر است با: $W_x=F_x x$

مؤلفهٔ قائم نیرو (F_y) که بر راستای محور x عمود است، در امتداد محور xها کارش صفر است و در راستای محور yها، کارش برابر است با: $W_y=F_y y$

بنابراین کار نیروی F در این مسیر خواهد شد:

$$W=W_x+W_y\Rightarrow W=F_x x+F_y y\Rightarrow W=(2\times3)+[(-5)\times(-1)]=11J$$

بازی با سؤال **در صفحهٔ xoy بر جسمی که جابه‌جایی آن به صورت $\vec{d}=5\vec{i}+4\vec{j}$ است، نیروی $\vec{F}=\alpha\vec{i}+5\vec{j}$ وارد شده است. اگر کار این نیرو در این جابه‌جایی، سه برابر کار آن در جابه‌جایی روی محور xها باشد، α کدام است؟ (تمامی واحدها در دستگاه اندازه‌گیری SI می‌باشند.)**

گزینهٔ ۲

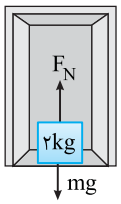
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴ ۵۴۲ B

خط فکری نیروهای وارد بر جسم (وزنه) را رسم می‌کنیم. نیروی برایند را بنا به قانون دوم نیوتون مساوی ma قرار می‌دهیم و به کمک آن نیروی عمودی تکیه‌گاه را حساب می‌کنیم تا بتوانیم کار نیروی عمودی تکیه‌گاه را به‌دست آوریم.

آسانسور با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ رو به بالا شروع به حرکت می‌کند، بنابراین نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم از نیروی وزن بزرگ‌تر است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net}=ma\Rightarrow F_N-mg=ma\Rightarrow F_N-۲\times۱۰=۲\times۲\Rightarrow F_N=۲۴N$$

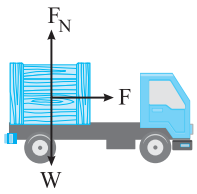


کار نیروی عمودی تکیه‌گاه در ۲۵ سانتی‌متر حرکت آسانسور برابر است با:

$$W_{F_N}=F_N d\cos\theta=۲۴\times\frac{۱}{۴}\times\cos۰=۶J$$

۱ ۵۴۳ C

خط فکری اولین سؤالی که باید از خود بکنید این است که «چه نیرویی باعث حرکت جعبه به همراه کامیون می‌شود؟» بله، پاسخ نیروی اصطکاک است که جعبه را حرکت می‌دهد و به جعبه شتاب می‌دهد. به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی اصطکاک وارد بر جعبه را بیابید و کار نیروی وارد بر جعبه را حساب کنید.



عامل حرکت جعبه نیروی اصطکاک بین جعبه و کامیون است که به جعبه شتاب $۲m/s^۲$ می‌دهد، بنابراین:

$$F=ma\Rightarrow F=۱\times۲=۲N$$

کار نیروی اصطکاک در جابه‌جایی 5m خواهد شد.

$$W_F=F\times d\times\cos۰\Rightarrow W_F=۲\times۵=۱۰N$$

۲ ۵۴۴ C

خط فکری جسم تحت تأثیر سه نیرو، دارای حرکت با سرعت ثابت است. یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. از طرفی هرگاه برایند سه نیرو (بردار) صفر شود، همواره برایند دو نیرو هم‌اندازهٔ نیروی سوم و در جهت خلاف آن است. با این دانسته‌ها باید به سراغ حل مسأله بروید.

در این مسأله سرعت جسم ثابت بوده است یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

$$\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=۰\Rightarrow(\vec{F}_۱+\vec{F}_۳)=-\vec{F}_۲$$

و اندازهٔ برایند $F_۱$ و $F_۳$ در این مسأله ۱۶N است.

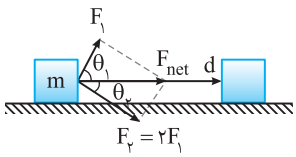
در ابتدا جسم در جهت نیروی $F_۲$ در حرکت است. پس از حذف نیروی $F_۲$، نیروی خالص $F_{۱۳}=۱۶N$ باقی می‌ماند که در خلاف جهت نیروی $F_۲$ بوده یعنی زاویهٔ بین نیروی $F_{۱۳}$ و جهت حرکت جسم ۱۸۰° است، بنابراین کار کل خواهد شد:

$$W_t=F_{۱۳}d\cos۱۸۰^\circ\Rightarrow W_t=-۱۶\times۱۰=-۱۶۰J$$

۲ ۵۴۵ B

خط فکری هرگاه جسمی از حال سکون تحت تأثیر دو یا چند نیروی ثابت شروع به حرکت کند، جسم در جهت نیروی خالص (برایند) به حرکت درمی‌آید. یعنی مطابق شکل جسم در جهت F_{net} جابه‌جا می‌شود. در حل این تست باید از مثلثات به نحو چشمگیری استفاده کنید.

۱ زاویهٔ بین نیروی $F_۱$ و جابه‌جایی را $\theta_۱$ و زاویهٔ بین نیروی $F_۲$ و جابه‌جایی را $\theta_۲$ می‌نامیم و می‌توانیم بنویسیم:



$$\tan\theta_۱=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

$$\Rightarrow\tan\theta_۱=\frac{F_۲}{F_۱}\quad(I)$$

۲ کار نیروی $F_۱$ و $F_۲$ در مسیر حرکت و جابه‌جایی d خواهد شد:

$$W=Fd\cos\theta\Rightarrow\begin{cases}W_۱=F_۱d\cos\theta_۱\\W_۲=F_۲\,d\cos\theta_۲\end{cases}\Rightarrow\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{F_۲}{F_۱}\times\frac{\cos\theta_۲}{\cos\theta_۱}\quad(II)$$

۳ مجدداً به سراغ مثلثات می‌رویم، دو نیرو بر هم عمود هستند بنابراین مجموع $\theta_۱$ و $\theta_۲$، ۹۰° است یعنی $\theta_۱$ و $\theta_۲$ متمم یکدیگرند و کسینوس هر زاویه با سینوس زاویهٔ دیگر برابر است.

$$\theta_۱+\theta_۲=۹۰^\circ\Rightarrow\sin\theta_۱=\cos\theta_۲$$

۴ به جای $\cos\theta_۲$ در رابطهٔ (II)، $\sin\theta_۱$ را قرار می‌دهیم.

$$\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{F_۲}{F_۱}\times\frac{\sin\theta_۱}{\cos\theta_۱}=\frac{F_۲}{F_۱}\times\tan\theta_۱$$

۵ از رابطهٔ (I) به جای $\tan\theta_۱$ قرار می‌دهیم:

$$\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{F_۲}{F_۱}\times\frac{F_۲}{F_۱}=\left(\frac{F_۲}{F_۱}\right)^۲\xrightarrow{F_۲=۲F_۱}\frac{W_۲}{W_۱}=\left(\frac{۲F_۱}{F_۱}\right)^۲=۴$$

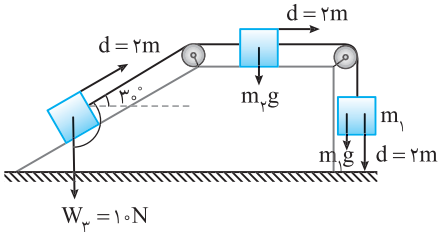
بازی با سؤال **بر جسم ساکنی که روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد، دو نیروی افقی عمود بر هم $|\vec{F}_۱|=۱۲N$ و $\vec{F}_۲$ وارد می‌شود. اگر در یک جابه‌جایی معین کار نیروی $\vec{F}_۱$، ۹ برابر کار نیروی $\vec{F}_۲$ باشد، بزرگی نیروی $\vec{F}_۲$ چند نیوتون است؟**

۱) ۳۶ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) ۴ ۴) ۶

گزینهٔ ۳

۴ ۵۴۶ B

خط فکری به شکل دقت کنید جابه‌جایی تمام این جسم‌ها یکسان است. کار نیروی وزن برای تک‌تک نیروها را حساب می‌کنیم. جسم‌های $m_۱$، $m_۲$ و $m_۳$ به‌وسیلهٔ طناب به هم متصل‌اند و زمانی که $m_۱$، ۲ متر پایین بیاید، $m_۲$، ۲ متر به سمت راست و $m_۳$ نیز ۲ متر روی سطح شیبدار حرکت می‌کند.



۱ کار نیروی وزن برای جسم $m_۱$: جسم رو به پایین در حرکت است و زاویهٔ بین نیروی وزن و جابه‌جایی $m_۱$ صفر است. از این رو می‌توان نوشت:

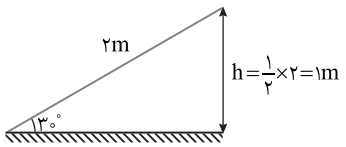
$$W_{m_۱g}=m_۱gd\cos۰\Rightarrow W_{m_۱g}=m_۱gd=۱۰\times۲=۲۰J$$

۲ جسم $m_۲$ روی سطح افقی، ۲m جابه‌جا می‌شود و در این مسیر نیروی وزن بر جابه‌جایی عمود است و کار نیروی وزن صفر است.

$$\theta=۹۰^\circ\Rightarrow W_{m_۲g}=m_۲gd\cos۹۰^\circ=m_۲gd(۰)=۰$$

۳ به شکل دقت کنید وقتی جسم $m_۳$ روی سطح به‌اندازهٔ ۲m بالا می‌رود و در امتداد قائم به‌اندازهٔ ۱m بالا می‌رود و کار نیروی وزن در این حالت منفی و برابر است با:

$$W_{m_۳g}=-m_۳gh\Rightarrow W_{m_۳g}=-۱۰\times۱=-۱۰J$$



۴ ۵۴۷ C

خط فکری این مسأله ترکیبی از مبحث کار و انرژی و دینامیک سال دوازدهم است. دقت کنید که جهت حرکت جسم و نوع حرکت جسم مشخص نیست بنابراین هر حالتی ممکن است و می‌توانید بدون استدلال گزینهٔ (۴) را انتخاب کنید. اما برای حل علمی آن باید تمام حالات ممکن را بررسی کنید.

مثلاً اینکه جسم در حال حرکت رو به بالاست یا در حال حرکت رو به پایین است؟ و ... وزن جسم ۲۰N و نیروی وارد بر آن F=۲۴N است. بنابراین برایند نیروها رو به بالا و شتاب حرکت رو به بالا است.

اگر جسم در حال حرکت به سمت بالا باشد، با گذشت زمان سرعت جسم افزایش یافته و در ثانیه‌های متوالی جابه‌جایی افزایش می‌یابد. پس کار نیروی F افزایش می‌یابد، $\uparrow W_F = Fd \uparrow$ بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

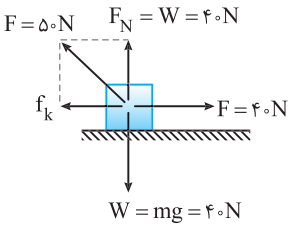
اگر جسم در حال حرکت به سمت پایین باشد، چون شتاب رو به بالا است، حرکت کندشونده بوده و جابه‌جایی جسم در ثانیه‌های متوالی کاهش می‌یابد. چنانچه در بازهٔ زمانی مورد نظر، جسم متوقف نشود، کار نیروی F در حال کاهش است و گزینهٔ (۲) نیز می‌تواند درست باشد. $\downarrow W_F = Fd \downarrow$

چنانچه در بازهٔ زمانی مورد نظر، جسم متوقف شود و رو به بالا شروع به حرکت تندشونده کند، کار نیروی F ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است. بنابراین گزینهٔ (۳) نیز درست است.

C ۵۴۸ ۱

خط فکری مسأله ترکیبی از فصل کار و انرژی و دینامیک سال دوازدهم است (یادتان باشد این کتاب برای داوطلب آزمون سراسری نوشته شده است) از طرف سطح، نیروی عمودی تکیه‌گاه رو به بالا و نیروی اصطکاک در امتداد حرکت جسم وارد می‌شود که برایند این دو نیرو را نیروی سطح وارد بر جسم گویند. اما کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر و کار سطح برابر کار نیروی اصطکاک است، بنابراین باید نیروها را رسم کنید و نیروی اصطکاک را به کمک ریاضی به‌دست بیاورید.

۱ به شکل مقابل خوب دقت کنید. نیروی ۵۰N توسط سطح بر جسم وارد شده است. این نیرو دارای دو مؤلفهٔ $F_N = 40N$ و f_k است که بر هم عمودند بنابراین بنا به قضیهٔ فیثاغورس می‌توان نوشت:



$F^2 = f_k^2 + F_N^2 \Rightarrow 50^2 = f_k^2 + 40^2 \Rightarrow f_k = 30N$

۲ کار نیروی F در جابه‌جایی ۱۰m برابر است با:

$W = Fd\cos\theta \Rightarrow W_F = 40 \times 10 \times \cos 0 \Rightarrow W_F = 400J$

۳ کار نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ \Rightarrow W_{f_k} = 30 \times 10 \times (-1) = -300J$

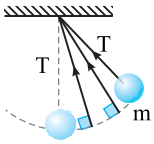
۴ کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر است.

۵ کار کل را به‌دست می‌آوریم.

$W_t = W_{f_k} + W_F + W_{F_N} + W_W = -300 + 400 \Rightarrow W_t = 100J$

C ۵۴۹ ۲

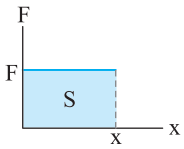
دقت کنید این مسأله، یک مسألهٔ خاص است و در طول مسیر حرکت نیرویی که نخ بر جسم وارد می‌کند همواره در راستای نخ و در امتداد شعاع مسیر حرکت گلولهٔ آونگ است. یعنی در هر نقطه از مسیر نیرو بر راستای حرکت عمود است $(\theta = 90^\circ)$ و کار نیروی کشش نخ در کل مسیر صفر است. $W_T = 0$



C ۵۵۰ ۳

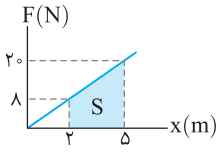
نکته هرگاه کمیت روی محور عرض‌ها را در کمیت روی محور طول‌ها ضرب کنیم، اندازهٔ کمیت حاصل برابر سطح زیر نمودار است.

خط فکری اکنون به نکتهٔ بالا فکر کنید. در شکل روبه‌رو نمودار نیرو - مکان F−x جسم رسم شده است. کار نیروی F خواهد شد W=Fx اگر به Fx دقت کنید برابر سطح زیر نمودار است.



نتیجه ✓ سطح محصور بین نمودار F−x و محور x برابر کار نیروی F است.

نمودار F=۴x را رسم می‌کنیم، این نمودار خطی است که از مبدأ می‌گذرد و شیب آن ۴ است. اکنون در x=۲m و x=۵m نیرو را به‌دست می‌آوریم.



$x=2 \Rightarrow F=4\times2=8N$

$x=5 \Rightarrow F=4\times5=20N$

یادآوری مساحت ذوزنقه برابر مجموع دو قاعده ضرب‌در نصف ارتفاع.

سطح S را که یک ذوزنقه است حساب می‌کنیم.

$W_F = S = \frac{20+8}{2}\times(5-2) \Rightarrow W_F = 42J$

پنجره ۳

A ۵۵۱ ۲

خط فکری در حل مسائلی که داده‌های مسئله، تندی و جرم است و کار کل را از شما می‌خواهد باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی $(W_t = \Delta K)$ بروید و به کمک تغییر انرژی جنبشی کار کل را حساب کنید.

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی ، کار کل برابر است با:

$W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} W_t = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

هواپیما از حال سکون شروع به حرکت کرده یعنی تندی اولیه آن و همچنین انرژی جنبشی اولیه آن صفر است بنابراین :

$W_t = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=80\times10^3 kg,\ v=70m/s}$

$W_t = \frac{1}{2}\times80\times10^3\times(70)^2 \Rightarrow W_t = 196\times10^6 J = 196MJ$

A ۵۵۲ ۲

جرم خودرو و تندی آن داده شده است و کار کل را از شما می‌خواهد، یعنی مسئله می‌گوید به سراغ قضیهٔ کار و انرژی جنبشی بروید.

$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

$\xrightarrow[m=1500kg]{v_1=10m/s,\ v_2=5m/s} W_t = \frac{1}{2}\times1500(5^2-10^2) = \frac{1}{2}\times1500(25-100)$

$\Rightarrow W_t = -56250J$

A ۵۵۳ ۳

خط فکری تندی جسم دو برابر شده است. پس ابتدا حساب کنید که انرژی جنبشی ثانویه چند برابر انرژی جنبشی اولیه است و سپس به سراغ قضیه کار و انرژی بروید.

۱ تندی جسم دو برابر شده است بنابراین:

$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$

$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$

$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = (\frac{v_2}{v_1})^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = (\frac{2v_1}{v_1})^2 = 4 \Rightarrow K_2 = 4K_1$

۲ قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{W_t=30J} 30 = 4K_1 - K_1 \Rightarrow K_1 = 10J$

B ۵۵۴ ۴

به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، تندی درموقعیت B را حساب می‌کنیم. ابتدا یکای km/h را به m/s تبدیل می‌کنیم:

$v = 126\times\frac{1000m}{3600s} \Rightarrow v = 35m/s$

$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow 24\times10^3 = \frac{1}{2}\times60(v_B^2 - 35^2)$

$800 = v_B^2 - 35^2 \Rightarrow 800 = v_B^2 - 1225$

$v_B^2 = 2025 \Rightarrow v_B = 45m/s$

اما مسئله سرعت را بر حسب km/h می‌خواهد.

$v_B = 45\times3/6 \Rightarrow v_B = 162km/h$

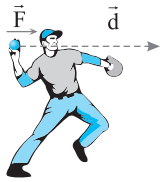
B ۴ ۵۵۵

به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی مسئله را حل می‌کنیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}\times 0/45\times(64-100)=-8/1J$$

A ۳ ۵۵۶

خط فکری در مدتی که شخص به توپ نیرو وارد می‌کند مطابق شکل جسم در امتداد افقی حرکت می‌کند و نیروی وزن بر مسیر عمود بوده و کار نیروی وزن صفر است. توپ مسافت افقی ۱/۵m را طی می‌کند که در این مسیر به آن نیروی ۷۵N وارد می‌شود و تنها این نیرو به توپ وارد می‌شود. به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

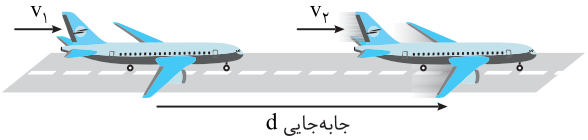


$$W=\Delta K\Rightarrow Fd=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2\Rightarrow 75\times 1/5=\frac{1}{2}\times 150\times 10^{-3}(v_2^2-0^2)$$

$$\Rightarrow 75\times 1/5=75\times 10^{-3}v_2^2\Rightarrow v_2^2=1500\Rightarrow v_2=10\sqrt{15}m/s$$

A ۴ ۵۵۷

خط فکری مجموع جبری کار تک تک نیروها (کار کل) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. اما در این مسئله مشخص نیست که در جابه‌جایی هواپیما، تندی هواپیما ثابت است یا در حال کاهش و یا در حال افزایش. در این صورت حالت‌های مختلفی برای کار کل و مقایسه کار نیروی پیشران W_F و کار نیروی اصطکاک W_f ایجاد می‌شود. بنابراین حالت‌های مختلف را باید بررسی کنید.



اگر $v_2>v_1$، تندی هواپیما در حال افزایش یعنی انرژی جنبشی آن در حال افزایش بوده $(\Delta K>0)$ و کار کل مثبت است. کار نیروی پیشران مثبت و کار نیروی اصطکاک منفی است، وقتی کار کل مثبت است یعنی W_F از W_f بزرگ‌تر است و گزینهٔ (۱) می‌تواند درست باشد. $W_{کل}>0\Rightarrow W_F>W_f$

اگر تندی هواپیما در جابه‌جایی d ثابت باشد، تغییر انرژی جنبشی صفر است و کار کل نیز صفر است بنابراین: $W_{کل}=0\Rightarrow W_F=W_f$

و گزینه (۲) درست است.

اگر هواپیما در حال توقف (ترمز گرفتن) باشد یعنی $v_1>v_2$ است و $\Delta K<0$ بوده و چون $W_{کل}=\Delta K$ ، $W_{کل}<0$ می‌شود. $W_{کل}<0\Rightarrow W_F-W_f<0\Rightarrow W_F<W_f$

و گزینه (۳) نیز می‌تواند درست باشد.

بنابراین هر سه حالت ممکن است و پاسخ گزینه (۴) می‌شود.

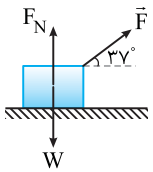
A ۲ ۵۵۸

طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_T=\Delta K\Rightarrow W_T=\frac{1}{2}(20)(25^2-5^2)=6000J=6kJ$$

A ۲ ۵۵۹

بر جسم سه نیروی F، وزن (W) و نیروی عمودی سطح (F_N) وارد می‌شود و کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح صفر است بنابراین کار کل برابر کار نیروی F است و کار نیروی F را بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی با تغییر انرژی جنبشی برابر قرار می‌دهیم و F را حساب می‌کنیم.



$$W_F=\Delta K\Rightarrow Fd\cos\theta=\frac{1}{2}mv^2-0\Rightarrow F\times 10\times 0/8=\frac{1}{2}\times 2(10^2)\Rightarrow F=12/5N$$

B ۳ ۵۶۰

یادآوری انرژی جنبشی کمیت نرده‌ای است و به جهت حرکت جسم بستگی ندارد. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است بنابراین باید انرژی جنبشی ثانویه را حساب کنیم. از این رو می‌نویسیم:

$$\left.\begin{matrix}K_2=\frac{1}{2}mv_2^2\\ K_1=\frac{1}{2}mv_1^2\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2^2}{v_1^2}\right)$$

$$\xrightarrow[v_1=10m/s,\,v_2=20m/s]{K_1=100J}\frac{K_2}{100}=\left(\frac{20}{10}\right)^2\Rightarrow K_2=4\times 100=400J$$

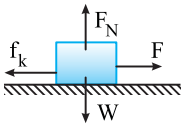
کار کل خواهد شد: $W_t=\Delta K=400-100=300J$

بازی با سوال **جسمی با سرعت 8m/s در جهت مثبت محور xها حرکت می‌کند و انرژی جنبشی آن 64J است. پس از مدتی سرعت این جسم تغییر می‌کند و در جهت منفی محور xها به 16m/s می‌رسد. کار کل وارد بر جسم در این مدت چند ژول است؟**

۱) ۱۲۸ ۲) −۱۹۲ ۳) −۱۲۸ ۴) ۱۹۲

گزینهٔ ۴

B ۳ ۵۶۱



جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و تندی اولیه آن صفر است.

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، مجموع جبری کار تک تک نیروها را برابر تغییر انرژی جنبشی قرار می‌دهیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_N}+W_W+W_{f_k}+W_F=\Delta K$$

$$\xrightarrow[W_W=0,\,W_{F_N}=0]{W_F=Fd,\,W_{f_k}=-f_kd}-f_kd+Fd=\frac{1}{2}mv^2-0$$

$$\xrightarrow[v=4m/s,\,d=1/6m]{m=2kg,\,f_k=\frac{1}{6}F}\left(-\frac{1}{6}F+F\right)\times 1/6=\frac{1}{2}\times 2\times(4)^2$$

$$\frac{5}{6}F\times 1/6=16\Rightarrow F=12N$$

بنابراین نیروی اصطکاک نیز خواهد شد: $f_k=\frac{1}{6}F\Rightarrow f_k=\frac{1}{6}\times 12\Rightarrow f_k=2N$

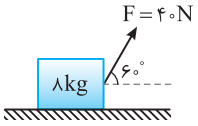
بازی با سوال **جسمی به جرم 2kg روی سطح افقی ساکن است و تحت تأثیر نیروی افقی 20N شروع به حرکت می‌کند و تندی‌اش پس از طی مسافت ۵ متر به 8m/s می‌رسد. نیروی اصطکاک جسم با سطح چند نیوتون است؟** $(g=10m/s^2)$

گزینهٔ ۴

۱) ۹ ۲) صفر ۳) ۳/۶ ۴) ۷/۲

B ۳ ۵۶۲

خط فکری این مسئله را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی حل می‌کنیم. مجموع کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم را برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار می‌دهیم.



بنا به قضیه کار و انرژی خواهیم داشت:

$$W_T=\Delta K\Rightarrow W_F+W_{F_N}+W_{وزن}+W_{f_k}=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2\ (I)$$

کار نیروی وزن و نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود هستند، صفر است بنابراین:

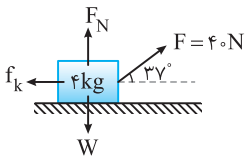
$$Fd\cos\theta+0+0+(-f_kd)=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow[\cos 60^\circ=0/5]{d=5m,\,v=2/5m/s}$$

$$40\times 5\times\frac{1}{2}-f_k\times 5=\frac{1}{2}\times 8\times(2/5)^2\Rightarrow 100-5f_k=25$$

$$75=5f_k\Rightarrow f_k=15N$$

B ۵۶۳ ۲

ابتدا با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل را به‌دست می‌آوریم:



$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}\times 4(16-0)=32J$$

کار کل برابر مجموع جبری کار تک تک نیروهاست. کار نیروهای وزن (W) و عمودی سطح (F_N) که بر مسیر عمودند صفر است و تنها کار نیروی F و نیروی اصطکاک جنبشی باقی می‌ماند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t=W_F+W_{f_k}\Rightarrow 32=Fd\cos 37^\circ+f_k d\cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow 32=40\times 1/6\times 0/8+f_k\times 1/6\times(-1)$$

دو طرف معادلهٔ بالا را بر ۱/۶ تقسیم می‌کنیم: $20=40\times 0/8-f_k\Rightarrow f_k=12N$

B ۵۶۴ ۲

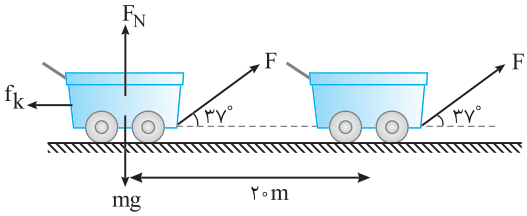
ابتدا نیروهای وارد بر گاری را مشخص می‌کنیم. کار نیروهای F_N و mg صفر است، زیرا بر مسیر حرکت عمود هستند. $W_t=W_g+W_{F_N}+W_F+W_{f_k}$

$$\Rightarrow W_t=W_F+W_{f_k}=Fd\cos 37^\circ+f_k(d)(\cos 180^\circ)$$

$$=1500\times 20\times\frac{8}{10}+900\times 20\times -1=24000-18000\Rightarrow W_t=6000J$$

$$W_t=K_2-K_1\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow 6000=\frac{1}{2}\times 800\times v^2-\frac{1}{2}\times 800\times 4$$

$$\Rightarrow 400v^2=6000+1600=7600\Rightarrow v^2=\frac{38}{2}\Rightarrow v=\sqrt{19}m/s$$



B ۵۶۵ ۲

یادآوری ریاضی نمودار تابع درجه ۲ به‌صورت $y=ax^2+bx+c$ سهمی است و وقتی ضریب x^2 یعنی a مثبت است، نمودار دارای مینیمم و اگر a منفی باشد، نمودار دارای ماکزیمم است.

کار نیروی F بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است. از طرفی جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و انرژی جنبشی اولیهٔ جسم صفر است، از این رو کار نیروی F خواهد شد: $W_F=\Delta K\Rightarrow W_F=\frac{1}{2}mv^2$

کار نیروی F برحسب تندی جسم یک تابع درجه دو بوده و نمودار تابع درجه ۲ سهمی است و با توجه به اینکه ضریب v^2 مثبت است بنابراین نمودار دارای مینیمم است در نتیجه گزینه (۲) نمودار $W-v$ این جسم است.

B ۵۶۶ ۳

برای بررسی علامت کار کل باید بررسی کنید که تندی جسم و در نتیجه انرژی جنبشی جسم در حال کاهش است یا در حال افزایش و به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، علامت کار کل را مشخص کنید.

به نمودار دقت کنید، در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، تندی جسم در حال کاهش و انرژی جنبشی جسم در حال کم شدن است و تغییر انرژی جنبشی منفی و کار کل منفی است.

$$0\to t_1: v_2<v_1\Rightarrow K_2<K_1\Rightarrow \Delta K<0\xrightarrow{W_t=\Delta K} W_t<0$$

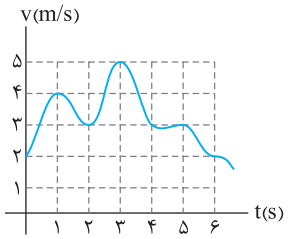
در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، تندی جسم و در نتیجه انرژی جنبشی جسم در حال افزایش است و تغییر انرژی جنبشی مثبت وکار کل، مثبت است:

$$t_1\to t_2: v_2>v_1\Rightarrow K_2>K_1\Rightarrow \Delta K>0\xrightarrow{W_t=\Delta K} W_t>0$$

B ۵۶۷ ۳

خط فکری اول فکر کنید مفهوم دو ثانیه سوم چیست؟ دو ثانیهٔ سوم یعنی بازهٔ زمانی بین $t_1=4s$ تا $t_2=6s$. برای یافتن کار کل باید از روی نمودار، تندی در این دو لحظه را مشخص کنید سپس انرژی جنبشی در این دو حالت را به‌دست بیاورید و از هم کم کنید.

دو ثانیهٔ سوم بازهٔ $t_1=4s$ تا $t_2=6s$ می‌باشد. پس با توجه به نمودار، تندی در این دو لحظه برابر است با $v_1=3m/s$ و $v_2=2m/s$.



طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t=K_2-K_1=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}\times 3(4-9)=-7/5J$$

A ۵۶۸ ۴

۱ جابه‌جایی جسم در بازهٔ صفر تا ۲s را حساب می‌کنیم.

$$x=t^2+4t+10\xrightarrow{t=0} x_1=0+0+10=10m$$

$$\xrightarrow{t=2s} x_2=4+8+10=22m$$

$$\xrightarrow{d=x_2-x_1} d=22-10=12m$$

۲ کار نیروی F در این جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم.

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=30\times 12\Rightarrow W_F=360J\ (I)$$

۳ تندی در $t=0$ و $t=2s$ را نیز به‌دست می‌آوریم:

$$v(0)=2(0)+4=4m/s\ ,\ v(2)=2(2)+4=8m/s$$

۴ تغییر انرژی جنبشی جسم در بازهٔ صفر تا ۲s را حساب می‌کنیم.

$$\Delta K=K_2-K_1\Rightarrow \Delta K=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow \Delta K=\frac{1}{2}\times 10\times(8^2)-\frac{1}{2}\times 10\times(4^2)=5\times 48\Rightarrow \Delta K=240J\quad (II)$$

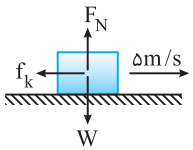
۵ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل (مجموع جبری کار تک تک نیروها) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_N}+W_W+W_F+W_{f_k}=\Delta K$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} 360+W_{f_k}=240\Rightarrow W_{f_k}=-120J$$

B ۵۶۹ ۴

خط فکری هرگاه یک جسم را پرتاب می‌کنید از لحظه‌ای که جسم از دست شما جدا می‌شود نیروی جلوبری بر جسم وارد نمی‌شود و نیروهای وارد بر جسم به‌صورت شکل روبه‌رو است. کار کل را برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم قرار دهید و مسئله را حل کنید.



۱ کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح که بر جابه‌جایی عمودند صفر است.

$$W_{F_N}=W_W=0$$

۲ قضیهٔ کار و انرژی جنبشی جسم را می‌نویسیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_N}+W_W+W_{f_k}=0-\frac{1}{2}mv^2$$

$$\xrightarrow{W_{f_k}=-f_k d} -f_k d=-\frac{1}{2}mv^2$$

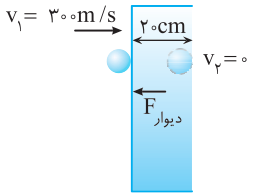
$$\xrightarrow[f_k=2N]{m=2kg,\ v=5m/s} 2\times d=\frac{1}{2}\times 2\times 5^2\Rightarrow d=12/5m$$

بازی با سؤال مکعبی به جرم ۲kg روی سطح افقی با تندی اولیه v_0 پرتاب می‌شود. در لحظه‌ای که کار نیروی اصطکاک به ۲۴ ژول می‌رسد، تندی جسم ۴m/s کمتر از تندی اولیهٔ آن است. v_0 چند متر بر ثانیه است؟ گزینهٔ ۲

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۲/۵

۵۷۰ ۲ B

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیرویی که دیوار بر گلوله وارد می‌کند برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.



$$W_t = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_{F_{دیوار}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow[v_1=300 m/s]{v_2=0} W_{F_{دیوار}} = \frac{1}{2}\times 400\times 10^{-3}(0^2-(300)^2)$$

$$\Rightarrow W_{F_{دیوار}} = 200\times 10^{-3}(-90000) = -1800 J$$

۵۷۱ ۱ B

خط فکری تمام انرژی جنبشی چکش به میخ منتقل شده است یعنی چکش متوقف شده است. انرژی جنبشی چکش را حساب کنید سپس آن را با کار نیروی مقاوم چوب برابر قرار دهید.

بنا به قضیه کار و انرژی کار نیروی مقاوم برابر تغییر انرژی جنبشی است. از طرفی کار این نیرو منفی است زیرا نیرو و جابه‌جایی با هم زاویهٔ 180° می‌سازند از این رو خواهیم داشت:

$$W_f = \Delta K \Rightarrow W_f = K_2 - K_1 \Rightarrow -fd = 0 - \frac{1}{2}mv^2$$

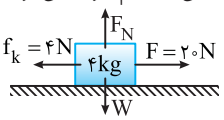
$$\xrightarrow[f=500 N]{m=0/4 kg,\ v=5 m/s} 500\times d = \frac{1}{2}\times 0/4\times 25 \Rightarrow d = \frac{1}{50}m \Rightarrow d = 2cm$$

۵۷۲ ۲ B

خط فکری مسئلهٔ زیبایی است به‌ویژه که شما ممکن است فکر کنید که پس از پاره شدن طناب، جسم بلافاصله متوقف می‌شود که اینگونه نیست و بنا به قانون اول نیوتون جسم به حرکت خود ادامه می‌دهد تا سرانجام نیروی اصطکاک آن را متوقف کند.

شما در دو مرحله باید از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده کنید، بار اول برای یافتن تندی جسم در لحظهٔ پاره‌شدن طناب و بار دیگر برای یافتن مسافتی که جسم متوقف می‌شود.

حالت اول: جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده، کار کل را برابر تغییر انرژی جنبشی قرار می‌دهیم.



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_N} + W_W + W_F + W_{f_k} = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\Rightarrow Fd - f_k d = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 20\times 5 - 4\times 5 = \frac{1}{2}\times 4\times v^2 \Rightarrow v^2 = 40$$

$$\Rightarrow v = 2\sqrt{10} m/s$$

حالت دوم: پس از پاره شدن نخ، تنها نیروی اصطکاک باقی می‌ماند و در نهایت تندی صفر است بنابراین:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow -f_k d' = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 4d' = \frac{1}{2}\times 4\times 40 \Rightarrow d' = 20m$$

میانبر از ابتدا می‌توانید بنویسید که اندازه کار کُل در قسمت اول با اندازه کار کُل در قسمت دوم مسیر برابر است.

$$|W_t| = |W_t'| \Rightarrow |Fd - f_k d| = |-f_k d'| \Rightarrow |20\times 5 - 4\times 5| = |-4d'| \Rightarrow d' = 20m$$

بازی با سؤال در مسئلهٔ قبل جابه‌جایی جسم از ابتدا تا انتهای حرکت چند متر است؟

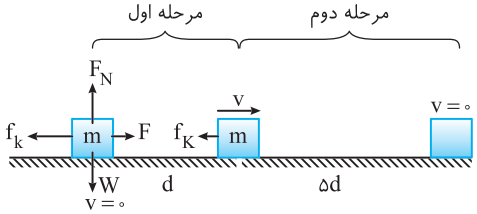
گزینهٔ ۳

۱) ۵ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۱۵

۵۷۳ ۳ B

به شکل مسیری که رسم کرده‌ایم دقت کنید، تغییر انرژی جنبشی از ابتدا تا انتهای مسیر صفر است زیرا تندی اول و آخر مسیر صفر است. اکنون کار کل در مسیر حرکت را برابر تغییر انرژی جنبشی می‌گذاریم.

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\Delta K = 0} W_{F_N} + W_W + W_F + W_{f_k} = 0 \quad (1)$$



نکته نکته مهم این است که نیروی F تنها در جابه‌جایی d بر جسم اثر می‌کند اما نیروی اصطکاک در تمام مسیر $(d+5d=6d)$ بر جسم اثر می‌کند. بنابراین خواهیم داشت:

$$(1) \Rightarrow Fd - f_k(6d) = 0 \Rightarrow \frac{F}{f_k} = 6$$

۵۷۴ ۱ A

نیروها داده شده و انرژی جنبشی خواسته شده پس برای حل از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_f = \Delta K \Rightarrow Fd\cos\theta + fd\cos 180 = \Delta K$$

$$\Rightarrow 6000\times 5\times 0/8 + 4000\times 5\times(-1) = \Delta K$$

$$\Rightarrow \Delta K = 24000 - 20000 \Rightarrow \Delta K = 4000 J$$

کار نیروی وزن و نیروی عمودی سطح در این جابه‌جایی صفر است زیرا بر مسیر عمودند.

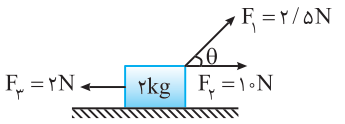
۵۷۵ ۲ B

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی مجموع کار تک تک نیروها (کار کل) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_{کل} = \Delta K \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow F_1 d\cos\theta + F_2 d + F_3 d\cos 180^\circ = \frac{1}{2}\times 2\times(100 - 0)$$

$$\Rightarrow 10\times(2/5\cos\theta + 10 - 2) = 100 \Rightarrow \cos\theta = \frac{2}{2/5} = 0/8 \Rightarrow \theta = 37^\circ$$



۵۷۶ ۳ B

تغییر انرژی جنبشی جسم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta K = K_2 - K_1 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \xrightarrow[v=5 m/s]{m=5 kg} \Delta K = \frac{1}{2}\times 5\times 5^2$$

$$\Rightarrow \Delta K = \frac{125}{2} = 62/5 J$$

اکنون مجموع کار تک تک نیروها را با تغییر انرژی جنبشی جسم برابر قرار می‌دهیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} = \Delta K$$:قضیه کار و انرژی جنبشی

$$\xrightarrow[W_{F_2}=+25 J]{W_{F_1}=-10 J} -10 + 25 + W_{F_3} = 62/5 \Rightarrow W_{F_3} = 47/5 J$$

بازی با سؤال جسمی به جرم ۱۶۰۰ گرم فقط تحت تأثیر سه نیروی $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ قرار گرفته و در ۲۰ متر جابه‌جایی، تندی آن از $36 km/h$ به $72 km/h$ می‌رسد. اگر کار نیروی $\vec{F}_1$ در این جابه‌جایی معادل ۶۰J باشد، کار برایند نیروهای $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ در همین جابه‌جایی چند ژول است؟

گزینهٔ ۲

۱) ۳۰۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۱۲۰

۵۷۷ ۲ B

خط فکری به گزینه‌ها دقت کنید، باید اظهار نظر کنید که در کدام مورد، تندی جسم یعنی انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد و تغییر انرژی جنبشی منفی است، در واقع کار کل انجام شده روی جسم منفی است. پس شما باید متوجه باشید که در این حرکت، اندازه کار نیرویی که در خلاف جهت حرکت است از اندازهٔ کار نیروی در جهت حرکت بیشتر بوده به‌طوری که جمع کارها منفی شده است.

دو نیروی F' و F در خلاف جهت هم هستند و اگر کار نیروی F مثبت باشد کار نیروی F' منفی و بالعکس.

با توجه به خط‌فکری، کار نیروی در خلاف جهت حرکت بزرگتر است یعنی نیرویی که در خلاف جهت حرکت است از نیروی در جهت حرکت بزرگتر است.

اگر F هم‌جهت حرکت باشد، F' خلاف جهت حرکت بوده و باید $F' > F$ باشد تا کار کل منفی شود بنابراین گزینه (۱) نادرست و گزینهٔ (۲) درست است.

اگر F' هم‌جهت حرکت باشد یعنی F در خلاف جهت حرکت است و باید $F > F'$ باشد تا اندازه کار F از کار F' بیشتر بوده و کار کل منفی می‌شود، بنابراین گزینه (۳) و (۴) نادرست است.

۵۷۸ B **۳**

یادآوری مجموع جبری کار تک تک نیروها برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت: $W_{F_{net}}=W_t=\Delta K$

به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، نیروی خالص را به‌دست می‌آوریم:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow F_t d=K_2-K_1\Rightarrow F_t\times 10=40-0\Rightarrow F_t=4N$$

$$F_t=\sqrt{F^2+F^2}\Rightarrow 4=\sqrt{2F^2}\Rightarrow F=2\sqrt{2}N$$

بازی با سؤال دو نیروی عمود برهم F_1 و $F_2=30N$ بر جسم ساکن ۵ کیلوگرمی وارد می‌شوند. تندی جسم پس از ۱۰ متر جابه‌جایی برابر $10\sqrt{2}m/s$ می‌شود. F_1 چند نیوتون است؟

گزینهٔ ۳

۱) ۵۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

۵۷۹ A **۱**

کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. در ابتدا جسم ساکن بوده و در انتها نیز جسم روی سطح میز ساکن است و بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل صفر است.

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{K_2=K_1=0}W_t=0$$

مجموع کار نیروی شخص و کار نیروی وزن (کار کل) نیز صفر خواهد بود از این رو می‌توان نوشت: $W_t=W_F+W_W=0$

کار نیروی وزن منفی است زیرا جسم رو به بالا حرکت کرده است $W_W=-mgh$

بنابراین: $W_F-mgh=0\Rightarrow W_F=mgh=2\times 10\times 1=20J$

۵۸۰ B **۲**

جسم به اندازهٔ h از سطح زمین بالا رفته و تندی‌اش به v رسیده و در طول مسیر نیروی F رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین بر آن وارد شده است و مجموع کار F و کار نیروی وزن برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

بنابراین می‌توان نوشت: $W_t=\Delta K\Rightarrow W_F+W_W=\frac{1}{2}mv^2$

کار نیروی وزن منفی و برابر $-mgh$ است از این رو:

$$W_F-mgh=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow W_F=\frac{1}{2}mv^2+mgh$$

کاملاً مشخص است که کار نیروی F از انرژی جنبشی جسم بیشتر است. $W_F>\frac{1}{2}mv^2$

۵۸۱ B **۱**

با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی:

کار کل نیروهای وارد بر قطرهٔ باران را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی حساب می‌کنیم.

$$W_t=K_2-K_1\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\xrightarrow{m=6\times 10^{-5}kg,\ v=30m/s}W_t=\frac{1}{2}\times 6\times 10^{-5}\times 900-0=27\times 10^{-3}J$$

بر قطرهٔ باران دو نیرو یکی وزن و دیگری مقاومت هوا وارد می‌شود که مجموع کار آن برابر کار کل است از این رو:

$$W_t=W_g+W_f\Rightarrow W_t=mgh-W_f$$

$$\Rightarrow 27\times 10^{-3}=6\times 10^{-5}\times 10\times 2500+W_f\Rightarrow W_f=-1/473J\approx -1/5J$$

۵۸۲ B **۴**

نیروهای وارد بر چترباز، نیروی گرانش و نیروی مقاومت هواست. بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت: $W_t=\Delta K\Rightarrow W_{mg}+W_{f_D}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$

$$\Rightarrow mgh+W_{f_D}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)\xrightarrow[v_1=1/5m/s,\ v_2=4/5m/s]{m=100kg,\ h=500m}$$

$$(100\times 10\times 500)+W_{f_D}=\frac{1}{2}\times 100\times(4/5^2-1/5^2)$$

$$\Rightarrow 500000+W_{f_D}=50(4/5+1/5)(4/5-1/5)$$

$$\Rightarrow 500000+W_{f_D}=50\times 6\times 3\Rightarrow 500000+W_{f_D}=900$$

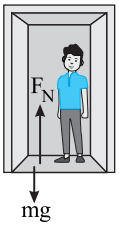
$$\Rightarrow W_{f_D}=-499100J=-499/1kJ$$

بازی با سؤال چتربازی از ارتفاع ۸۰۰ متری از حال سکون رها می‌شود. جرم چترباز همراه چترش ۸۰kg است. اگر چترباز با تندی $5m/s$ به زمین برسد کار نیروی مقاومت هوا در مسیر سقوط چند کیلوژول است؟ $(g=10N/kg)$

۱) -629 ۲) -639 ۳) -629×10^3 ۴) 639×10^3

گزینهٔ ۲

۵۸۳ B **۴**



خط فکری تمام داستان حرکت از طبقهٔ سوم به طبقهٔ دهم در حل مسئله تأثیری ندارد. تنها نکتهٔ مهم این مسئله تندی ثابت آسانسور در مسافت 6m است و زمان بیان شده در مسئله نیز مهم نیست و مسئله به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی به راحتی قابل حل است.

جرم کل شخص $70+5=75kg$ است. کار نیروی وزن در 6m جابه‌جایی خواهد شد:

$$W_W=-mgh\xrightarrow{m=75kg}W_W=-75\times 10\times 6\Rightarrow W_W=-4500J$$

نیرویی که آسانسور به شخص وارد می‌کند همان نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) است. تندی جسم ثابت است و تغییر انرژی جنبشی جسم صفر و کار کل نیز صفر است.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_W+W_{F_N}=0\Rightarrow W_{F_N}=-W_W\Rightarrow W_{F_N}=-(-4500)=4500J$$

۵۸۴ B **۱**

در کل مسیر از سطح زمین تا لحظهٔ پرتاب جسم، دو نیرو یکی نیروی شخص (W_F) و دیگری نیروی وزن (W_W) بر جسم وارد می‌شود که کار نیروی وزن منفی و برابر $-mgh$ است. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_g+W_F=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2\Rightarrow -mgh+W_F=\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow W_F=\frac{1}{2}mv^2+mgh\xrightarrow{m=0/5kg,\ h=1/5m,\ v=8m/s}$$

$$W_F=\frac{1}{2}\times 0/5\times 64+0/5\times 10\times 1/5\Rightarrow W_F=23/5J$$

۵۸۵ A **۲**

خط فکری ثانیه اول یعنی بازهٔ زمانی ۰ تا 1s، ثانیه دوم یعنی بازهٔ زمانی 1s تا 2s، ثانیهٔ سوم یعنی بازهٔ زمانی 2s تا 3s و ... . شتاب سقوط جسم بنا به فرض مسئله $10m/s^2$ است بنابراین شما به کمک تعریف شتاب می‌توانید تندی جسم در $t=2s$ و $t=3s$ و هم‌چنین انرژی جنبشی جسم را در این دو لحظه به‌دست بیاورید و تغییر انرژی جنبشی جسم را حساب کنید در این صورت کار نیروی وزن مشخص می‌شود.

جسم در شرایط خلأ رها شده و تندی اولیهٔ آن صفر بوده از طرفی شتاب وارد بر جسم شتاب گرانش $g=10m/s^2$ است. طبق رابطهٔ شتاب متوسط که در سال نهم خواندید داریم:

$$\text{شتاب متوسط}=\frac{\text{تغییر تندی}}{\text{زمان}}\begin{cases}\frac{v(3)-v(0)}{3}=10\Rightarrow v(t=3s)=30m/s\\ \frac{v(2)-v(0)}{2}=10\Rightarrow v(t=2s)=20m/s\end{cases}$$

حال طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم: $W_{کل}=\Delta K\Rightarrow W_{mg}=\Delta K$

$$\Rightarrow W_{mg}=\frac{1}{2}m(v_3^2-v_2^2)=\frac{1}{2}\times 1\times(900-400)=250J$$

۵۸۶ A **۳**

W_1 و W_2 را با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی حساب می‌کنیم:

$$W_1=\Delta K_1\Rightarrow W_1=\frac{1}{2}m(v^2-0)\Rightarrow W_1=\frac{1}{2}mv^2$$

$$W_2=\Delta K_2=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow{v_1=v,\ v_2=3v}W_2=\frac{1}{2}m((3v)^2-v^2)\Rightarrow W_2=\frac{8}{2}mv^2$$

حال $\frac{W_2}{W_1}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{W_2}{W_1}=\frac{\frac{8}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv^2}=8$$

۴ ۵۸۷ B

خط فکری صحبت از کار کل است، بنابراین اولین راه حل استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی است. در دو مرحله قضیه کار و انرژی را می‌نویسیم و روابط به دست آمده را بر هم تقسیم می‌کنیم. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$K_t=\Delta K\begin{cases}\xrightarrow{\text{مرحله اول}} ۱۲۰=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\\ \xrightarrow{\text{مرحله دوم}} K=\frac{۱}{۲}m(۴v_۱)^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\end{cases}$$

$$\frac{۱۲۰}{K}=\frac{v_۱^۲}{۱۶v_۱^۲-v_۱^۲}\Rightarrow K=۱۲۰\times ۱۵\Rightarrow K=۱۸۰۰J$$

۲ ۵۸۸ B

کار کل در مسیر AB برابر است با:

$$W_{t_{AB}}=\Delta K_{AB}\Rightarrow W_{t_{AB}}=\frac{۱}{۲}m(۴v^۲-v^۲)\Rightarrow W_{t_{AB}}=\frac{۳}{۲}mv^۲$$

کار کل در مسیر BC برابر است با:

$$W_{t_{BC}}=\Delta K_{BC}\Rightarrow W_{t_{BC}}=\frac{۱}{۲}m(۰-۴v^۲)\Rightarrow W_{t_{BC}}=-\frac{۴}{۲}mv^۲$$

نسبت $\frac{W_{t_{AB}}}{W_{t_{BC}}}$ خواسته شده است:

$$\frac{W_{t_{AB}}}{W_{t_{BC}}}=\frac{\frac{۳}{۲}mv^۲}{-\frac{۴}{۲}mv^۲}=-\frac{۳}{۴}$$

۳ ۵۸۹ B

کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی است، در هر حالت تغییر انرژی جنبشی را بررسی می‌کنیم.

تندی جسم از $v_۰$ به $v_۰+۵$ رسیده و کار کل انجام شده برابر ۲۵۰J بوده است بنابراین:

$$W_t=K_۲-K_۱\Rightarrow ۲۵۰=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\xrightarrow{m=۴kg} ۲۵۰=\frac{۱}{۲}\times ۴(v_۰+۵)^۲-\frac{۱}{۲}\times ۴\times v_۰^۲$$

$$۱۲۵=v_۰^۲+۱۰v_۰+۲۵-v_۰^۲\Rightarrow v_۰=۱۰m/s$$

اکنون کار کل را در مدتی که تندی از $۱۰+۵=۱۵m/s$ به $۱۵+۵=۲۰m/s$ می‌رسد، حساب می‌کنیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}\times ۴\times(۲۰^۲-۱۵^۲)\Rightarrow W_t=۲\times ۱۷۵=۳۵۰J$$

۲ ۵۹۰ C

در لحظهٔ $t=۰$ تندی $v_۱$ است. در لحظهٔ $t=۱s$، تندی ۲۰٪ $v_۱$ افزایش می‌یابد و برابر $v_۲=۱/۲v_۱$ می‌شود بنابراین کار کل در بازهٔ ثانیهٔ اول (یعنی از $t=۰$ تا $t=۱s$) بنا به قضیهٔ کار و انرژی خواهد شد:

$$W_{t_۱}=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow W_{t_۱}=\frac{۱}{۲}m(۱/۴۴v^۲-v^۲)$$

$$\Rightarrow W_{t_۱}=۰/۴۴(\frac{۱}{۲}mv^۲)$$

در ثانیهٔ بعدی یعنی ثانیهٔ دوم مجدداً ۲۰٪ $v_۱$ به تندی اضافه می‌شود و تندی خواهد شد:

$$v_۳=v_۲+۰/۲۰v_۱=۱/۲v_۱+۰/۲v_۱\Rightarrow v_۳=۱/۴v_۱$$

کار کل در بازهٔ ثانیهٔ دوم (یعنی از $t=۱s$ تا $t=۲s$) خواهد شد:

$$W_{t_۲}=\frac{۱}{۲}mv_۳^۲-\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=\frac{۱}{۲}m(۱/۴v_۱)^۲-\frac{۱}{۲}m(۱/۲v_۱)^۲=$$

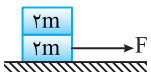
$$W_{t_۲}=\frac{۱}{۲}m(۱/۹۶v_۱^۲-۱/۴۴v_۱^۲)=۰/۵۲(\frac{۱}{۲}mv^۲)$$

اکنون نسبت $\frac{W_۲}{W_۱}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{۰/۵۲\times\frac{۱}{۲}mv^۲}{۰/۴۴\times\frac{۱}{۲}mv^۲}\Rightarrow\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{۱۳}{۱۱}$$

۱ ۵۹۱ B

حالت اول: با نیروی F، تندی از صفر به v می‌رسد، کار نیروی F بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهد شد:



$$W_F=\Delta K\Rightarrow Fd=\frac{۱}{۲}(۴m)(v^۲-۰)\Rightarrow Fd=۲mv^۲\qquad(۱)$$

حالت دوم: با همان نیروی F، می‌خواهیم تندی وزنه‌ای به جرم ۲m را از v به ۲v برسانیم بنابراین می‌توان نوشت:

$$W'_F=\Delta K'\Rightarrow Fd'=\frac{۱}{۲}(۲m)(۴v^۲-v^۲)\Rightarrow Fd'=۳mv^۲\qquad(۲)$$

با تقسیم رابطهٔ (۲) بر رابطهٔ (۱) داریم:

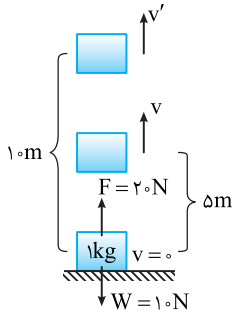
$$\frac{Fd'}{Fd}=\frac{۳mv^۲}{۲mv^۲}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow d'=\frac{۳}{۲}d$$

۲ ۵۹۲ B

خط فکری ابتدا به شما بگوییم که در فصل دینامیک پایه دوازدهم این مسئله را راحت‌تر می‌توانید حل کنید اما در فصل کار و انرژی اول نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید سپس مجموع کار نیروها را در هر مسیر با تغییر انرژی جنبشی برابر قرار دهید تا بتوانید تندی جسم را در ارتفاع ۱۰ متری و در وسط مسیر یعنی ارتفاع ۵ متری حساب کنید.

دو نیرو یکی وزن و دیگری نیروی F بر جسم وارد می‌شود.

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_F+W_{mg}=\Delta K$$

$$(۱)\rightarrow \text{وسط مسیر}: ۲۰\times ۵-۱\times ۱۰\times ۵=\frac{۱}{۲}\times ۱\times(v^۲-۰^۲)\Rightarrow ۵۰=\frac{۱}{۲}v^۲\Rightarrow v=۱۰m/s$$

$$(۲)\rightarrow \text{در ارتفاع ۱۰ متری}: ۲۰\times ۱۰-۱\times ۱۰\times ۱۰=\frac{۱}{۲}m(v'^۲-۰^۲)\Rightarrow ۱۰۰=\frac{۱}{۲}v'^۲$$

$$\Rightarrow v'=۱۰\sqrt{۲}m/s$$

در این صورت نسبت تندی‌ها خواهد شد:

$$\frac{v}{v'}=\frac{۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۲ ۵۹۳ B

کار نیروی عمودی سطح F_N و کار نیروی وزن وارد بر هر دو قایق صفر است زیرا این نیروها بر مسیر عمودند از طرفی نیروی وارد بر هر دو قایق یکسان و برابر F است و از ابتدا تا انتهای مسیر هر دو قایق، مسیر یکسانی را طی کرده‌اند. بنابراین کار کل انجام شده روی قایق‌ها برابر است و گزاره (الف) درست است. $W_t=Fd$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند و انرژی جنبشی اولیهٔ آن‌ها صفر است. بنابراین انرژی جنبشی نهایی آن‌ها یکی است.

$$W_{t_۱}=W_{t_۲}\Rightarrow\Delta K_۱=\Delta K_۲\xrightarrow{K_{۰۱}=K_{۰۲}=۰}K_۱=K_۲$$

و گزاره (ب) درست است.

اما وقتی انرژی جنبشی آن‌ها یکی است جسمی که جرم کمتری دارد تندی‌اش بیشتر است یعنی تندی آن در انتهای مسیر برابر نیست و گزاره (پ) نادرست است.

$$K_۱=K_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}m_۱v_۱^۲=\frac{۱}{۲}m_۲v_۲^۲\xrightarrow{m_۲=۲m_۱}v_۱^۲=۲v_۲^۲\Rightarrow v_۱=\sqrt{۲}v_۲$$

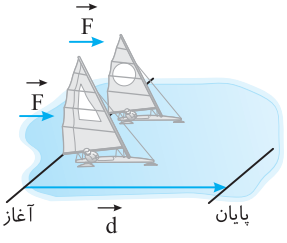
$$\Rightarrow v_۱\neq v_۲$$

۱ ۵۹۴ B

روش اول: استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی:

۱ نیروی وارد بر هر دو قایق یکسان و جابه‌جایی آن‌ها نیز یکسان است، بنابراین کار نیروی باد بر هر دو قایق یکسان است.

$$W=Fd\Rightarrow W_۱=W_۲$$



یادآوری کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

۲ با توجه به قضیهٔ کار و انرژی خواهیم داشت:

$$W=\Delta K \xrightarrow{W_1=W_2} \Delta K_1=\Delta K_2 \Rightarrow K_1=K_2$$

$$\xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{2}m_1v_1^2=\frac{1}{2}m_2v_2^2 \xrightarrow{m_1=4m_2}$$

$$\frac{1}{2}(4m_2)v_1^2=\frac{1}{2}m_2v_2^2 \Rightarrow v_2=2v_1$$

بنابراین تندی قایق سبک‌تر دو برابر تندی قایق سنگین‌تر است.

روش دوم: استفاده از روابط حرکت‌شناسی و دینامیک

نیروی وارد بر قایق‌ها برابر است اما جرم قایق اول ۴ برابر جرم قایق دوم است $(m_1=4m_2)$ و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F=ma \xrightarrow{F_1=F_2} m_1a_1=m_2a_2 \Rightarrow 4m_2a_1=m_2a_2$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{1}{4}a_2 \quad (1)$$

با توجه به رابطهٔ مستقل از زمان می‌توان نوشت:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x_1=\Delta x_2=d} \begin{cases} v_1^2-0=2a_1d \\ v_2^2-0=2a_2d \end{cases}$$

$$\frac{v_2^2}{v_1^2}=\frac{a_2}{a_1} \xrightarrow{(1)} \frac{v_2^2}{v_1^2}=\frac{a_2}{\frac{1}{4}a_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1}=2$$

A ۵۹۵ **۱**

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی در دو حالت داریم:

$$W_{\text{الف}}=\Delta K_{\text{الف}} \Rightarrow F_{\text{الف}}d=\frac{1}{2}m(v^2-0)$$

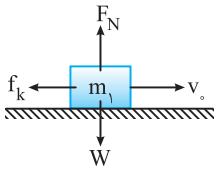
$$W_{\text{ب}}=\Delta K_{\text{ب}} \Rightarrow F_{\text{ب}}\times 2d=\frac{1}{2}\times 4m(v^2-0^2)$$

اگر دو معادله را بر هم تقسیم کنیم داریم:

$$\frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}}\times\frac{d}{2d}=\frac{m}{4m} \Rightarrow \frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}}=\frac{1}{2}$$

B ۵۹۶ **۲**

یادآوری هرگاه جسمی را با سرعت اولیه به حرکت در می‌آورید، پس از جدا شدن جسم از دست شما، نیروی جلوبری وجود ندارد و جسم چون سرعت گرفته به حرکت خود ادامه می‌دهد.



بر هر جسم سه نیروی ۱) وزن ۲) عمودی سطح ۳) اصطکاک وارد می‌شود. کار نیروی وزن و نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود هستند صفر است و کار کل برابر کار نیروی اصطکاک وارد بر جسم است. اگر نیروی اصطکاک جسم سبک را f_k بنامیم با توجه به فرض مسئله نیروی اصطکاک جسم سنگین $2f_k$ خواهد بود.

با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی در هر حالت جابه‌جایی جسم تا توقف را حساب می‌کنیم:

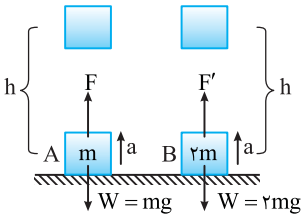
$$W_t=\Delta K \Rightarrow \begin{cases} \text{۱ جسم: } W_{f_k}=\Delta K \Rightarrow f_k\times x\times\cos 180^\circ \\ =\frac{1}{2}m(0-v_0^2) \Rightarrow x=\frac{mv_0^2}{2f_k} \\ \text{۲ جسم: } W_{f_k}=\Delta K \Rightarrow 2f_k\times X\times\cos 180^\circ \\ =\frac{1}{2}(2m)(0-v_0^2) \Rightarrow X=\frac{mv_0^2}{2f_k} \end{cases}$$

یعنی مسافت طی شده توسط دو جسم از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ توقف برابر است $(x=X)$.

C ۵۹۷ **۱**

خط فکری انرژی جنبشی اولیه هر دو جسم که از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند صفر است و پس از جابه‌جایی یکسان h، انرژی جنبشی آن‌ها را باید به‌دست بیاورید و مقایسه کنید. برای این کار شما باید نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنید، کار تک تک نیروها را حساب کرده و مجموع آن‌ها را بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر ΔK قرار دهید و انرژی جنبشی هر یک را به‌دست آورید.

۱ با توجه به فرض مسئله شتاب هر دو جسم A و B یکسان است. هر جسم رو به بالا شروع به حرکت کرده و نیروی رو به بالا از وزن بیشتر است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{array}{l} A: F-mg=ma \Rightarrow F=mg+ma \\ B: F'-2mg=2ma \Rightarrow F'=2mg+2ma \end{array}\right\} F'=2F$$

۲ قضیه کار و انرژی را برای هر جسم می‌نویسیم:

$$A: W_{t_A}=\Delta K_A \Rightarrow W_F+W_{W_A}=\Delta K_A$$

$$\xrightarrow[K_{\circ A}=0]{W_{W_A}=-mgh,\ W_F=Fh} Fh-mgh=K_A \quad (1)$$

$$B: W_{t_B}=\Delta K_B \Rightarrow W_{F'}+W_{W_B}=\Delta K_B$$

$$\xrightarrow[K_{\circ B}=0]{W_{W_B}=-2mgh,\ W_{F'}=F'h=2Fh} 2Fh-2mgh=K_B$$

$$\Rightarrow 2(Fh-mgh)=K_B \quad (2)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که $K_B=2K_A$.

A ۵۹۸ **۴**

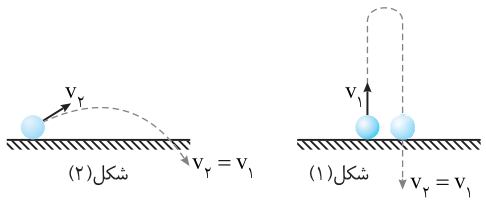
کار کل یا همان کار نیروی برایند وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است و به تندی ابتدایی و انتهایی مسیر بستگی ندارد و چگونگی مسیر در محاسبه آن تأثیری ندارد بنابراین طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{کار کل}}=\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2) \xrightarrow{m=2kg,\ v_1=20m/s,\ v_2=10m/s}$$

$$W_{\text{کار کل}}=\frac{1}{2}\times 2\times((10^2)-(20)^2)=(100-400) \Rightarrow W_{\text{کار کل}}=-300J$$

A ۵۹۹ **۴**

به شکل زیر و به کلمهٔ الزاماً در صورت مسئله دقت کنید. در شکل (۱) گلوله‌ای را در شرایط خلأ از سطح زمین رو به بالا پرتاب می‌کنیم (اکنون خودکار خود را به بالا پرتاب کنید) گلوله بالا می‌رود، می‌ایستد و با همان تندی به محل اولیه‌اش برمی‌گردد.



چون تندی ابتدایی و انتهایی یکسان است، تغییر انرژی جنبشی صفر است و در نتیجه کار کل صفر است. اما در کل مسیر برایند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست و در تمام مسیر بر جسم نیروی وزن وارد می‌شود و بنابراین گزینه (۱) نادرست است. در طول مسیر تندی ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود و گزینه (۲) نادرست است. در شکل (۲) مسیر خمیده است و کار کل نیز صفر است بنابراین گزینه (۳) نیز نادرست است اما به هر حال تندی اولیه و نهایی باید یکسان باشد تا تغییر انرژی جنبشی و در نتیجه کار کل صفر شود یعنی گزینه (۴) درست است.

A ۶۰۰ **۲**

بر ماهواره تنها نیروی وزن وارد می‌شود و این نیرو همواره در امتداد شعاع کرهٔ زمین است که بر مسیر حرکت ماهواره عمود است. یعنی $\theta=90^\circ$ و $\cos\theta=0$. بنابراین کار انجام شده بر ماهواره صفر می‌شود و تندی ماهواره تغییر نمی‌کند البته با توجه به رابطهٔ کار و

انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_{کل}=\Delta K \xrightarrow{W_{کل}=0} \Delta K=0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=0 \Rightarrow v_1=v_2=20\,m/s$$

بازی با سؤال ماهواره‌ای به جرم ۵۰۰kg با تندی ۳m/s در فاصلهٔ ۷۲۰۰km از مرکز زمین به گرد زمین می‌چرخد، در مدتی که ماهواره نیم دور به گرد زمین می‌چرخد، انرژی جنبشی آن چند ژول می‌شود؟ از کتاب درسی

۱) صفر ۲) ۲۲۵۰ ۳) ۴۵۰۰ ۴) 4500π

گزینهٔ ۲

۲ ۶۰۱ B

نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم. سه نیرو بر جسم وارد می‌شود:

۱ نیروی وزن W ۲ نیروی اصطکاک f_k

۳ نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) F_N

کار نیروی عمودی سطح که در طول مسیر رفت و برگشت بر مسیر عمود است صفر است. $W_{F_N}=0$

در لحظهٔ رها شدن تندی جسم صفر و در انتها نیز در پایین مسیر تندی صفر است. بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است. $\Delta K=0$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_W+W_{f_k}+W_{F_N}=\Delta K$$

$$\xrightarrow{\Delta K=0} W_W=-W_{f_k} \Rightarrow \frac{W_{f_k}}{W_W}=-1$$

۴ ۶۰۲ B

خط فکری کار کل یعنی به‌دنبال تغییر انرژی جنبشی بروید برای این منظور باید اندازهٔ سرعت در نقاط A و B را داشته باشید تا به کمک آن، انرژی جنبشی را در نقاط A و B حساب کنید.

اندازه سرعت خودرو در نقطهٔ A:

$$\vec{v}_A=3\vec{i}+4\vec{j} \Rightarrow v_A=\sqrt{3^2+4^2}=5\,m/s$$

اندازه سرعت خودرو در نقطهٔ B:

$$\vec{v}_B=5\vec{i}-12\vec{j} \Rightarrow v_B=\sqrt{5^2+(-12)^2}=13\,m/s$$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل خواهد شد:

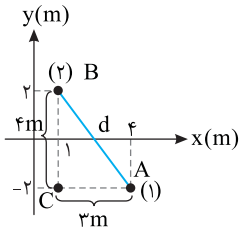
$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_t=K_B-K_A \Rightarrow W_t=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\xrightarrow{m=800kg} W_t=\frac{1}{2}\times 800\times(13^2-5^2) \Rightarrow W_t=400\times(144)$$

$$\Rightarrow W_t=400\times 144 \Rightarrow W_t=57600J=57/6kJ$$

۴ ۶۰۳ B

ابتدا با رسم نمودار مسیر حرکت جسم را مشخص می‌کنیم و با توجه به قضیهٔ فیثاغورس d برابر است با:



$$d=\sqrt{3^2+4^2}=5m$$

$$W_t=\Delta K \Rightarrow F_t d=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow F_t\times 5=2(64-4) \Rightarrow F_t=24N$$

۱ ۶۰۴ A

خط فکری برای یافتن کار کل شما باید تغییر انرژی جنبشی را به‌دست آورید و تغییر انرژی جنبشی به تندی ابتدایی و انتهایی بستگی دارد و شکل مسیر هرگونه‌ای که باشد و چگونگی حرکت جسم اصولاً مهم نیست.

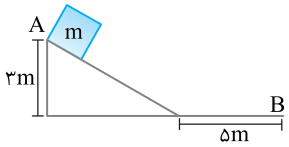
کار کل نیروهای وارد بر جسم بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییرات انرژی جنبشی است از این‌رو:

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_t=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2 \xrightarrow{m=2000kg,\ v_1=2m/s,\ v_2=12m/s}$$

$$W_t=\frac{1}{2}\times 2\times 10^3(144-4)=140\times 10^3 J=140kJ$$

۱ ۶۰۵ A

خط فکری برای به‌دست آوردن کار نیروی وزن تنها جابه‌جایی در راستای قائم مهم است. همچنین با داشتن تندی اولیه و تندی نهایی می‌توان کار کل را با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی به‌دست آورد.

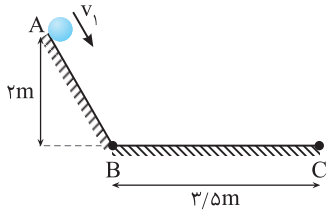


کار نیروی وزن برابر است با: $W_{mg}=mgh\cos\alpha=5\times 10\times 3\times 1=150J \Rightarrow W_1=150J$

کار کل نیروها را از قضیهٔ کار و انرژی به‌دست می‌آوریم:

$$W_t=\Delta K=K_B-K_A=0-\frac{1}{2}mv_A^2=-\frac{1}{2}\times 5\times(2)^2=-10J \Rightarrow W=-10J$$

بازی با سؤال مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم ۱kg با تندی اولیهٔ v_1 از نقطهٔ A شروع به حرکت می‌کند و مماس بر مسیر بدون اصطکاک AB با تندی ۷m/s به نقطه B می‌رسد و پس از طی مسافت ۳/۵ متر در مسیر افقی، در نقطهٔ C می‌ایستد. کار کل انجام شده روی گلوله چند ژول است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$



گزینهٔ ۱

۱) $-4/5$ ۲) $4/5$ ۳) ۹ ۴) -9

۴ ۶۰۶ C

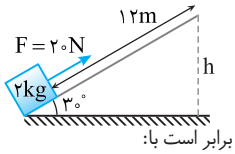
خط فکری تندی ابتدایی و انتهایی را در مسیر حرکت را در اختیار داریم یعنی باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی برویم.

۱ نیروی عمودی سطح F_N بر مسیر عمود بوده و کارش صفر است.

۲ کار نیروی F=۲۰N در جابه‌جایی ۱۲m برابر است با:

$$W_F=Fd\cos\theta \xrightarrow{\theta=0,\ \cos\theta=1} W_F=20\times 12=240J$$

۳ برای یافتن کار نیروی وزن ارتفاعی که جسم بالا رفته را حساب می‌کنیم، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است. $h=\frac{12}{2}=6m$



جسم رو به بالا حرکت کرده و کار نیروی وزن منفی و برابر است با:

$$W_W=-mgh \xrightarrow{m=2kg} W_W=-2\times 10\times 6 \Rightarrow W_W=-120J$$

۴ مجموع کار تک تک نیروها را برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار می‌دهیم.

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_{F_N}+W_W+W_F+W_{f_k}=\frac{1}{2}mv^2-0$$

$$\Rightarrow 0-120+240+W_{f_k}=\frac{1}{2}\times 2\times 6^2 \Rightarrow 120+W_{f_k}=36 \Rightarrow W_{f_k}=-84J$$

۵ اکنون می‌توان نیروی اصطکاک را به‌دست آورد.

$$W_{f_k}=f_k d\cos\theta \xrightarrow{\theta=180^\circ,\ \cos\theta=-1} -84=f_k\times 12\times(-1) \Rightarrow f_k=7N$$

۲ ۶۰۷ B

کار کل در مسیر رفت را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی به‌دست می‌آوریم:

$$W_t=\Delta K=K_B-K_A \xrightarrow{K_B=0} W_t=0-\frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow W_{t_{رفت}}=-\frac{1}{2}\times m(8^2) \Rightarrow W_{t_{رفت}}=-32m$$

کار کل در مسیر برگشت خواهد شد:

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_{t_{برگشت}}=\frac{1}{2}mv_A'^2-0 \Rightarrow W_{t_{برگشت}}=\frac{1}{2}mv_A'^2$$

با توجه به فرض مسئله:

$$\frac{|W_{t_{رفت}}|}{|W_{t_{برگشت}}|}=2$$

از این رو خواهیم داشت:

$$\frac{32m}{\frac{1}{2}mv_A'^2}=2 \Rightarrow v_A'^2=32 \Rightarrow v_A'=4\sqrt{2}m/s$$

B ۲ ۶۰۸

پس از پاره شدن نخ در راستای جابه‌جایی جسم دو نیروی وزن و شناوری بر جسم وارد می‌شود: کار نیروی وزن در این جابه‌جایی جسم رو به بالا منفی و برابر است با:

$$W_{وزن}=mgd\cos 180^\circ=10\times(20\times10^{-2})\times(-1)=-2J$$

کار نیروی شناوری خواهد شد: $W_{F_b}=F_b d\cos 0^\circ=20\times(20\times10^{-2})=4J$

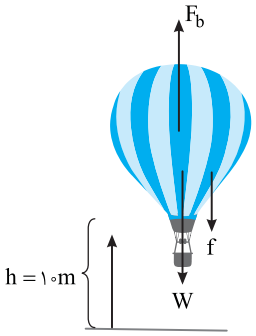
بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی شناوری برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. $W_{کل}=\Delta K\Rightarrow W_{F_b}+W_{وزن}=\Delta K$

$$4+(-2)=K_2-K_1 \xrightarrow[\text{جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده}]{K_1=0} K_2=2J$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}\times1\times v_2^2=2\Rightarrow v_2=2m/s$$

B ۴ ۶۰۹

خط فکری در مسائل این چنینی بهتر است با رسم یک شکل ساده نیروهای وارد بر جسم مورد نظر را مشخص کنیم. سپس به حل مسئله بپردازیم. نیروهای وارد بر بالون عبارتند از:



۱ نیروی شناوری F_b که سبب بالا رفتن بالون می‌شود.

۲ نیروی وزن

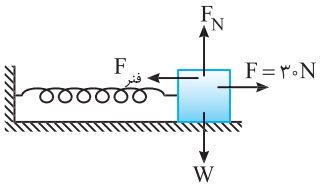
۳ نیروی مقاومت هوا. کار نیروی مقاومت هوا منفی و برابر $-500J$ است و کار نیروی وزن نیز منفی می‌باشد، با توجه به قضیهٔ کار و انرژی خواهیم داشت: $W_t=\Delta K\Rightarrow W_g+W_f+W_{F_b}=\frac{1}{2}mv^2-0$

$$\Rightarrow mgh\cos 180^\circ+(-500)+F_b\times h=\frac{1}{2}\times50\times16$$

$$-50\times10\times10-500+10F_b=400\Rightarrow F_b=590N$$

B ۱ ۶۱۰

۱ بر جسم چهار نیرو وارد می‌شود.



۱) نیروی وزن ۲) نیروی عمودی سطح ۳) نیروی فنر ۴) نیروی F

نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر مسیر حرکت عمود بوده و کار آن‌ها صفر است.

۲ کار نیروی $F=30N$ در جابه‌جایی $10cm$ خواهد شد:

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=30\times0/1\times1\Rightarrow W_F=3J$$

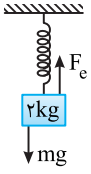
۳ تندی جسم در ابتدا و انتهای مسیر صفر است، بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم نیز صفر است. $(\Delta K=0)$

۴ کار کل را بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار می‌دهیم.

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=0}W_{F_N}+W_F+W_{F_{فنر}}+W_W=0$$

$$\Rightarrow3+W_{F_{فنر}}=0\Rightarrow W_{F_{فنر}}=-3J$$

B ۲ ۶۱۱



مطابق شکل، نیروی وزن در جهت جابه جایی و نیروی کشسانی فنر خلاف جهت جابه‌جایی به جسم وارد می‌شود. جسم رها شده است بنابراین تندی اولیه آن صفر است $(v_1=0)$. با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

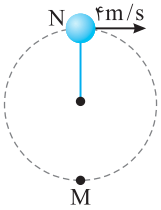
$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_g+W_{F_e}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow mgh+W_{F_e}=\frac{1}{2}\times2\times0/04$$

$$2\times10\times\frac{4}{100}+W_{F_e}=0/04\Rightarrow W_{F_e}=0/04-0/8=-0/76J$$

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۲ ۶۱۲



بر جسم سه نیرو وارد می‌شود. ۱) نیروی وزن ۲) نیروی کشش نخ ۳) نیروی مقاومت هوا

۱ نیروی کشش نخ در تمام نقاط مسیر از جسم به سمت مرکز دایره است بنابراین بر مسیر حرکت عمود بوده و کارش صفر است.

۲ کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و به فاصله N تا M که دو برابر طول نخ است بستگی دارد $(h=2\times1=2m)$ و چون از N تا M جسم رو به پایین حرکت می‌کند کار نیروی وزن مثبت است.

$$W_W=+mgh\xrightarrow{m=2kg}W_W=2\times10\times2\Rightarrow W_W=40J$$

۳ در نقطه N تندی جسم $4m/s$ است و با توجه به فرض مسئله تندی در نقطه M، ۵۰٪ بیشتر است. یعنی:

$$v_M=v_N+\frac{50}{100}v_N\Rightarrow v_M=\frac{150}{100}v_N\Rightarrow v_M=\frac{3}{2}\times4=6m/s$$

۴ اما کار نیروی مقاومت هوا: برای یافتن کار نیروی مقاومت همواره باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی $(W_t=\Delta K)$ برویم.

$$W_F+W_W+W_f=\Delta K\Rightarrow0+40+W_f=\frac{1}{2}mv_M^2-\frac{1}{2}mv_N^2$$

$$\xrightarrow{m=2kg}40+W_f=\frac{1}{2}\times2\times(6)^2-\frac{1}{2}\times2\times(4)^2\Rightarrow40+W_f=20$$

$$W_f=-20J$$

C ۴ ۶۱۳

یادآوری ۱ جسم ساکن هرگاه تحت تأثیر چند نیروی ثابت قرار گیرد در جهت برایند نیروهای وارد بر جسم حرکت خواهد کرد و کار نیروی برایند برابر $W_{F_{net}}=F_{net}d$ می‌شود.

یادآوری ۲ کار نیروی برایند برابر کار کل نیروهای وارد بر جسم است.

$$W_t=W_{F_{net}}=\Delta K$$

یادآوری ۳ قضیه کار و انرژی جنبشی چگونگی آرایش نیروها و مسیر حرکت را مشخص نمی‌کند.

ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی نیروی برایند را حساب می‌کنیم.

$$W_{F_{net}}=\Delta K\Rightarrow F_{net}\times d=K_2-K_1\xrightarrow[K_2=35J,\,d=7m]{K_1=0}$$

$$F_{net}\times7=35-0\Rightarrow F_{net}=5N$$

برایند $F_1=3N$ و F_2 برابر $5N$ شده است اما ما نمی‌دانیم که آیا این دو نیرو هم‌جهت هستند یا در خلاف جهت هم و یا باهم زاویه می‌سازند از این‌رو:

اگر $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ هم‌جهت باشد، در این صورت: $F_1+F_2=5\Rightarrow3+F_2=5\Rightarrow F_2=2N$

اگر $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ در خلاف‌جهت هم باشند، $F_2>F_1$ باشد آنگاه:

$$F_2-F_1=5\Rightarrow F_2-3=5\Rightarrow F_2=8N$$

اگر $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ عمود بر هم باشند آنگاه: $F_1^2+F_2^2=5^2\Rightarrow3^2+F_2^2=5^2\Rightarrow F_2=4N$

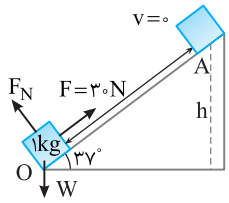
در نتیجه با قضیه کار و انرژی جنبشی نمی‌توان نیروی $\vec{F}_2$ را تعیین کرد، در واقع برای $\vec{F}_2$ بی‌نهایت جواب وجود دارد. بنابراین گزینه (۴) درست است.

C ۲ ۶۱۴

۱ در ابتدا جسم ساکن و تندی اولیه صفر است $(v_1=0)$، جسم حداکثر تا جایی بالا می‌رود که تندی آن صفر شود $(v_2=0)$، بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است $(\Delta K=0)$

۲ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل نیز صفر خواهد شد. $W_t=\Delta K=0$

۳ کار نیروی عمودی سطح صفر و مجموع کار نیروی F و نیروی وزن خواهد شد:



$$W_t = W_{F_N} + W_W + W_F = ۰$$
$$\Rightarrow W_W + W_F = ۰$$
$$\Rightarrow W_W = -W_F \Rightarrow W_W = -Fd$$

نیروی $F=-۳۰N$ فقط $۵m$ بر جسم وارد شده است از این رو:

$$W_W = -۳۰\times۵ \Rightarrow W_W = -۱۵۰J$$

۴ کار نیروی وزن در این مسیر منفی و برابر $W_W=-mgh$ است از این رو:

$$-۱۵۰ = -۱\times۱۰\times h \Rightarrow h = ۱۵m$$

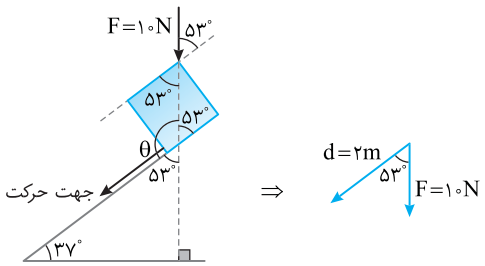
۵ کل جابه‌جایی (OA) خواهد شد:

$$\sin ۳۷^\circ = \frac{h}{OA} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{۱۵}{OA} \Rightarrow OA = \frac{۱۵}{۰/۶} \Rightarrow OA = ۲۵m$$

۳ ۶۱۵ B

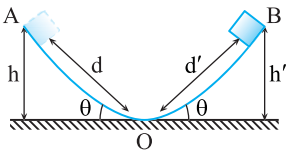
به شکل زیر دقت کنید. برای یافتن کار نیروی $F=۱۰N$ در جابه‌جایی $۲m$ به زاویه بین نیرو و جابه‌جایی نیاز داریم که این زاویه برابر ۵۳° است از این رو کار نیروی F خواهد شد:

$$W_F = Fd\cos\theta \Rightarrow W_F = ۱۰\times۲\times۰/۶ \Rightarrow W_F = ۱۲J$$



۲ ۶۱۶ C

۱ جسم با تندی ثابت به پایین می‌لغزد بنابراین انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند $(\Delta K=۰)$ و کار کل انجام شده روی جسم نیز صفر است.



۲ سه نیرو بر جسم وارد می‌شود، نیروی عمودی سطح، نیروی وزن و نیروی اصطکاک. کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود است، صفر است. وقتی جسم از A تا O حرکت می‌کند جسم پایین می‌آید پس کار نیروی وزن مثبت و برابر mgh است و کار نیروی اصطکاک برابر $W_{f_K}=-f_K d$ است.

۳ قضیه کار و انرژی جنبشی را برای حرکت جسم از A تا O می‌نویسیم و نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$W_W + W_{F_N} + W_{f_k} = \Delta K \Rightarrow mgh - f_k d = ۰$$
$$\Rightarrow f_k = mg\frac{h}{d} \xrightarrow{\frac{h}{d}=\sin\theta} f_k = mg\sin\theta \qquad (۱)$$

۴ هنگامی که جسم از O تا B بالا می‌رود کار نیروی وزن منفی و برابر $W'_W=-mgh'$ و کار نیروی اصطکاک برابر $W'_{f_k}=-f_k d'$ است. مجدداً قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم. تندی جسم در نقطهٔ O، $۸m/s$ و در نقطهٔ B صفر است.

$$W_{f_k} + W_W + W_{F_N} = \Delta K \Rightarrow -f_k d' - mgh' + ۰ = ۰ - \frac{۱}{۲}mv^۲ \qquad (۲)$$

۵ اکنون نیروی اصطکاک را از رابطه (۱) در رابطهٔ (۲) قرار می‌دهیم و h' را به‌دست می‌آوریم:

$$(۱)\text{ و }(۲) \Rightarrow -(mg\underbrace{\sin\theta d'}_{h'}) - mgh' = -\frac{۱}{۲}mv^۲$$
$$\Rightarrow -۲gh' = -\frac{۱}{۲}\times(۸)^۲ \Rightarrow h' = ۱/۶m$$

۲ ۶۱۷ B

خط فکری در این حرکت کار کل همان کار نیروی F است و برای به‌دست آوردن کار کل در ثانیه دوم، ابتدا باید بدانید که ثانیه دوم یعنی بازهٔ زمانی بین $t=۱s$ و $t=۲s$، سپس با یافتن شتاب حرکت به کمک قانون دوم نیوتون، تندی جسم را در لحظه‌های $t=۱s$ و $t=۲s$ حساب کنید و سرانجام به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی F را به‌دست آورید.

۱ شتاب حرکت جسم را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F=ma \xrightarrow{m=۵kg} ۲=۵a \Rightarrow a=۰/۴m/s^۲$$

۲ تندی در لحظهٔ $t=۱s$ و $t=۲s$ را به کمک تعریف شتاب به‌دست می‌آوریم.

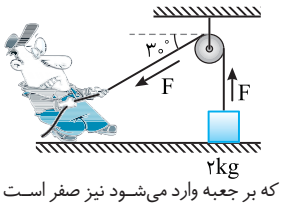
$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\begin{cases} \xrightarrow{t=۱s} ۰/۴=\frac{v_۱-۰}{۱} \Rightarrow v_۱=۰/۴m/s \\ \xrightarrow{t=۲s} ۰/۴=\frac{v_۲-۰}{۲} \Rightarrow v_۲=۰/۸m/s \end{cases}$$

۳ کار نیروی F را حساب می‌کنیم:

$$W_F=\Delta K \Rightarrow W_F=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow W_F=\frac{۱}{۲}\times۵(۰/۶۴-۰/۱۶)$$
$$W_F=\frac{۱}{۲}\times۵(۰/۴۸)=۵\times۰/۲۴ \Rightarrow W_F=۱/۲J$$

۴ ۶۱۸ C

نکته نیرویی که سبب بالا رفتن وزنهٔ ۲kg توسط نخ می‌شود هم‌اندازهٔ نیروی F است که توسط کارگر بر نخ وارد می‌شود. تندی جعبه ثابت است و انرژی جنبشی جعبه تغییر نمی‌کند $(\Delta K=۰)$.

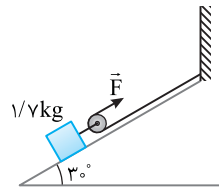


بنابراین مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی F که بر جعبه وارد می‌شود نیز صفر است بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_F + W_{mg} = \Delta K \xrightarrow[\text{تندی ثابت}]{\Delta K=۰} W_F - mgh = ۰ \Rightarrow W_F = ۲\times۱۰\times۴ = ۸۰N$$

۲ ۶۱۹ C

۱ تندی جسم ثابت است و انرژی جنبشی جسم تغییر نمی‌کند بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است. پس بنا به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی مجموع جبری کار نیروهای وارد بر جسم صفر است.



۲ بر جسم چهار نیرو وارد می‌شود.

I) نیروی عمودی سطح: که چون بر مسیر عمود است، کارش صفر است.

II) نیروی وزن: جسم رو به بالا در حرکت است و کار نیروی وزن منفی و برابر $W_W=-mgh$ است که در آن h خواهد بود:

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow h = ۵\times\sin ۳۰^\circ \Rightarrow h = ۲/۵m$$
$$W_W = -۱/۷\times۱۰\times۲/۵ \Rightarrow W_W = -۴۲/۵J$$

III) نیروی اصطکاک: کار نیروی اصطکاک برابر است با:

$$W_{f_k} = -f_k d \Rightarrow W_{f_k} = -۳\times۵ = -۱۵J$$

۳ اکنون می‌توان به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیروی F را حساب کرد.

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\Delta K=۰} W_{F_N} + W_W + W_{f_k} + W_F = ۰$$
$$\Rightarrow ۰ - ۴۲/۵ - ۱۵ + W_F = ۰ \Rightarrow W_F = ۵۷/۵J$$

پنجره چهارم

۲ ۶۲۰ A

انرژی پتانسیل گرانشی هر دو شخص در طبقه سوم با توجه به رابطه $U=mgh$ نسبت به زمین یکسان است و گزاره (الف) نادرست است.

کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم نقطه انتهایی از نقطهٔ ابتدایی بستگی دارد که ارتفاع قائم در حرکت شخص A و شخص B از سطح زمین در طبقه سوم یکی است و کار نیروی وزن یکسان است $(W_{W_A}=W_{W_B}=-mgh)$ و گزاره (ب) درست است.

اگر شخص B از پله‌ها آرام‌تر بالا می‌رود و در مدت t به طبقه سوم برسد قطعاً شخص A که سریع‌تر بالا می‌رود در زمان کوتاه‌تری به طبقه سوم می‌رسد، بنابراین شخص B در لحظهٔ $\frac{t}{۲}$ ارتفاع کمتری از شخص A بالا رفته و انرژی پتانسیل گرانشی آن کمتر است و گزاره (پ) نادرست است.

B ۶۲۱ ۱

به فرض مسئله دقت کنید، انرژی جنبشی ٪۱۰ از انرژی پتانسیل گرانشی کمتر است یعنی انرژی جنبشی ٪۹۰ انرژی پتانسیل گرانشی است. از طرفی سطح زمین مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب شده است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$K=\frac{۹۰}{۱۰۰}U\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۹۰}{۱۰۰}mgh\Rightarrow v^۲=۱/۸gh \quad (۱)$$

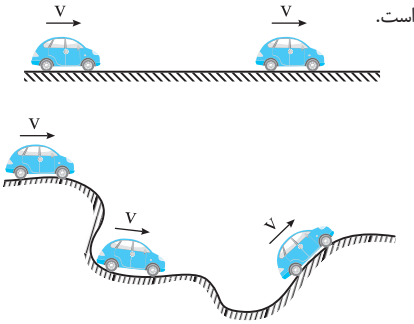
اما باید تندی هواپیما را برحسب m/s حساب کنیم و سپس آن را در رابطه (۱) قرار دهیم:

$$v=۸۶۴km/h=\frac{۸۶۴}{۳/۶}m/s=۲۴۰m/s$$

$$\text{رابطه (۱)}\Rightarrow(۲۴۰)^۲=۱/۸\times۱۰\times h\Rightarrow h=۳۲۰۰m$$

B ۶۲۲ ۱

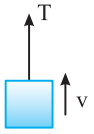
نکته تندی حرکت برابر بزرگی سرعت است، در شکل‌های زیر تندی حرکت جسم ثابت است.



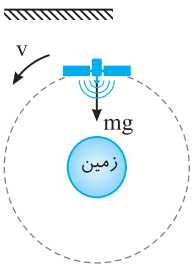
الف) با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی ($W_t=\Delta K$) با ثابت ماندن تندی خواهیم داشت: $W_t=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)\xrightarrow{v_۱=v_۲}W_t=۰$

گزارهٔ (الف) درست است.

ب) فرض کنید در شکل روبه‌رو با تندی ثابت جعبه‌ای را به سمت بالا بکشیم در این صورت با اینکه انرژی جنبشی ثابت می‌ماند، اما انرژی پتانسیل در حال افزایش است، بنابراین در این حرکت با تندی ثابت انرژی مکانیکی $(E=K+U)$ افزایش می‌یابد. بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.



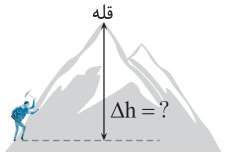
پ) در حرکت ماهواره به دور زمین تندی حرکت ماهواره ثابت است، اما به ماهواره همواره نیروی خالص mg به سمت مرکز زمین وارد می‌شود، بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست است.



A ۶۲۳ ۱

خط فکری کمیتی که در فیزیک اهمیت دارد تغییر انرژی پتانسیل گرانشی (ΔU) بین دو نقطه است نه مقدار U در یک نقطهٔ خاص، می‌توانیم U را در هر نقطه‌ای که بخواهیم برابر صفر تعریف کنیم بدون آنکه تأثیری در پاسخ مسئله داشته باشد. به همین دلیل در این مسئله مبدأ انرژی پتانسیل مشخص نیست که البته مهم هم نیست و شما کافی است از رابطهٔ $\Delta U=mg\Delta h$ مسئله را حل کنید.

جرم کوهنورد ۷۲kg و انرژی پتانسیل گرانشی او در نقطهٔ A، ۵۷۶kJ− و در قله ۲۸۸kJ است بنابراین می‌توان نوشت:

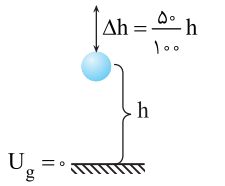


$$\Delta U=mg\Delta h\Rightarrow U_۲-U_۱=mg\Delta h\Rightarrow ۲۸۸\times۱۰^۳-(-۵۷۶)\times۱۰^۳=۷۲\times۱۰\Delta h$$

$$۸۶۴\times۱۰^۳=۷۲۰\Delta h\Rightarrow\Delta h=\frac{۸۶۴\times۱۰^۳}{۷۲۰}=۱۲۰۰m$$

B ۶۲۴ ۲

در صورت سؤال، تغییر ارتفاع، ٪۵۰ ارتفاع اولیه بوده است $\Delta h=\frac{۵۰}{۱۰۰}h$ و این افزایش ارتفاع سبب شده است که انرژی پتانسیل به اندازه $\Delta U=+۱۵۰J$ افزایش یابد. بنابراین برای تغییر انرژی پتانسیل گرانشی می‌توان نوشت:



$$\Delta U=mg\Delta h\xrightarrow{m=۴kg}۱۵۰=۴\times۱۰\Delta h$$

$$\xrightarrow{\Delta h=\frac{۵۰}{۱۰۰}h}۱۵۰=۴۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}h\Rightarrow h=۷/۵m$$

A ۶۲۵ ۱

خط فکری تغییر انرژی پتانسیل گرانشی به مبدأ اختیاری بستگی ندارد و برابر $\Delta U=mg\Delta h$ است. حال اگر جسم رو به بالا حرکت کند $\Delta h>۰$ و در نتیجه $\Delta U>۰$ بوده یعنی انرژی پتانسیل گرانشی در حال افزایش است.

در تمام طول مسیر جسم در حال بالا رفتن بوده و انرژی پتانسیل گرانشی آن در حال افزایش است و نوع حرکت تأثیری در این مطلب ندارد.

B ۶۲۶ ۳

خط فکری ابتدا چند مطلب را برای خود روشن کنید:

۱ نیروی کابل متصل به آسانسور رو به بالاست یا رو به پایین؟ قطعاً رو به بالاست.

۲ وقتی آسانسور پایین می‌آید، انرژی پتانسیل گرانشی زیاد می‌شود یا کم؟ قطعاً کاهش می‌یابد.

۳ فنر، وزن جسم را تحمل می‌کند بنابراین فنر فشرده شده یا کشیدگی دارد؟ قطعاً، فنر زیر جسم فشرده شده است. اکنون مسئله قابل بررسی است.

آسانسور در حال پایین آمدن است و نیروی کابل رو به بالاست، بنابراین $\theta=۱۸۰^\circ$ و کار نیروی کابل منفی است.

جسم در حال پایین آمدن است بنابراین $(\Delta h<۰)$ و انرژی پتانسیل گرانشی در حال کاهش بوده و تغییر انرژی پتانسیل $(\Delta U=mg\Delta h<۰)$ است.

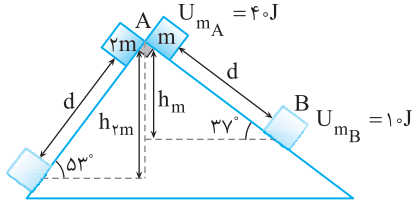
فنر فشرده شده است. هر گاه فنر کشیده یا فشرده شود، در آن انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود، بنابراین انرژی پتانسیل کشسانی فنر مثبت است.

B ۶۲۷ ۱

خط فکری جعبه m و جعبه ۲m در ابتدا در ارتفاع یکسانی قرار دارند و با توجه به رابطه $U=mgh$ ، انرژی پتانسیل گرانشی جعبه ۲m در آن ارتفاع ۲ برابر انرژی پتانسیل گرانشی جعبه m است. انرژی پتانسیل جعبه m را در نقطهٔ A و B در اختیار داریم، به کمک آن d را حساب می‌کنیم، سپس با استفاده از d انرژی پتانسیل جعبه ۲m را وقتی به اندازهٔ d پایین می‌آید به‌دست می‌آوریم.

۱ جرم ۲m دو برابر جرم m است. انرژی پتانسیل m در نقطهٔ A، ۴۰J است بنابراین انرژی پتانسیل ۲m در نقطهٔ A، ۸۰J است.

$$U_{۲m_A}=۲U_{m_A}=۲\times۴۰=۸۰J$$



۲ ارتفاع قائم A تا B برابر است با:

$$|\Delta U_m|=mgh_m\Rightarrow|۱۰-۴۰|=m\times۱۰h_m\Rightarrow h_m=\frac{۳}{m}$$

۳ مقدار d را حساب می‌کنیم:

$$\sin ۳۷^\circ = \frac{h_m}{d} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{\frac{۳}{m}}{d} \Rightarrow d = \frac{۵}{m}$$

۴ وقتی جعبه ۲m به اندازهٔ d روی سطح پایین می‌آید، مقدار ارتفاعی که پایین می‌آید برابر خواهد شد با:

$$h_{۲m} = d\sin ۵۳^\circ \Rightarrow h_{۲m} = \frac{۵}{m} \times ۰/۸ \Rightarrow h_{۲m} = \frac{۴}{m}$$

۵ تغییر انرژی پتانسیل ۲m خواهد شد:

$$|\Delta U_{۲m}| = ۲mgh_{۲m} \Rightarrow |\Delta U_{۲m}| = ۲m \times ۱۰ \times \frac{۴}{m}$$

$$\Rightarrow |\Delta U_{۲m}| = ۸۰J \Rightarrow \Delta U_{۲m} = -۸۰J$$

۶ بنابراین انرژی پتانسیل جعبه ۲m، از ۸۰J به صفر می‌رسد.

$$\Delta U = U_۲ - U_۱ \Rightarrow -۸۰ = U_۲ - ۸۰ \Rightarrow U_۲ = ۰$$

۶۲۸ B ۱

۱ بر این جسم دو نیرو، یکی وزن رو به پایین و دیگری نیروی دست رو به بالا وارد می‌شود.

۲ تندی جسم در ابتدا و انتهای مسیر صفر است و تغییر انرژی جنبشی از ابتدا تا انتهای مسیر صفر می‌شود $(\Delta K = ۰)$.

۳ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کُل نیز صفر است. $W_t = \Delta K = ۰$

۴ کار کُل مجموع کار نیروی وزن و نیروی دست است، بنابراین خواهیم داشت:

$$W_{دست} + W_W = ۰ \Rightarrow W_{دست} = -W_W \quad (I)$$

۵ کار نیروی وزن همواره برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

$$(\Delta U = -W_W) \text{ بنابراین خواهیم داشت: } (I) \Rightarrow W_{دست} = \Delta U \Rightarrow \frac{\Delta U}{W_{دست}} = ۱$$

میانبر کافی بود در این مسئله به خود بگویید کاری که شما برای بالا بردن جسم انجام داده‌اید به صورت انرژی پتانسیل در آن ذخیره شده است. بنابراین $W_W = \Delta U$

۶۲۹ A ۳

خط فکری تغییر انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم در یک مسیر همواره برابر منفی کار نیروی وزن در آن مسیر است $(\Delta U_g = -W_W)$ بنابراین به این مسئله بدون حل می‌توان جواب داد. با توجه به خط فکری می‌توان نوشت:

$$\Delta U_g = -W_W \Rightarrow \frac{\Delta U_g}{W_W} = -۱$$

بازی با سؤال **سنگی به جرم ۱kg از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین، با تندی ۲۰m/s به طرف بالا پرتاب شده و با تندی ۲۲m/s به زمین می‌رسد، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آن در طول این حرکت چند برابر کار نیروی وزن است؟** $(g = ۱۰m/s^۲)$

۱) −۱ ۲) ۲ ۳) −۲ ۴) ۱

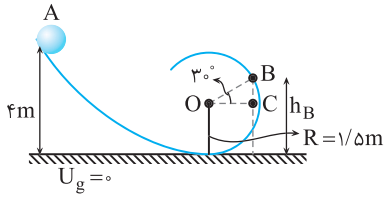
گزینهٔ ۱

۶۳۰ B ۳

ابتدا باید ارتفاع نقطهٔ B تا سطح زمین را حساب کنیم.

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{BC}{OB} \Rightarrow BC = ۱/۵ \times \frac{۱}{۲} = ۰/۷۵m$$

$$h_B = BC + R = ۰/۷۵ + ۱/۵ = ۲/۲۵m$$



اکنون تغییر انرژی پتانسیل از نقطهٔ A تا نقطهٔ B را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta U = U_B - U_A = mgh_B - mgh_A \xrightarrow{m = ۰/۵kg}$$

$$\Delta U = ۰/۵ \times ۱۰(۲/۲۵ - ۴) \Rightarrow \Delta U = ۵(-۱/۷۵) \Rightarrow \Delta U = -۸/۷۵J$$

۶۳۱ A ۲

خط فکری انرژی مکانیکی مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی است $(E = U + K)$ و در یک مسیر بدون اتلاف انرژی، انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند (اصل پایستگی انرژی مکانیکی). از طرفی با حرکت جسم به سمت پایین انرژی پتانسیل گرانشی جسم کاهش می‌یابد و هنگام حرکت جسم رو به بالا انرژی پتانسیل گرانشی جسم افزایش می‌یابد. جسم در شرایط خلأ رها شده و جسم رو به پایین در حرکت است بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی جسم در حال کاهش است اما چون شرایط خلأ است انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند.

۶۳۲ B ۴

کار نیروی وزن وقتی جسم به اندازهٔ h بالا می‌رود، منفی بوده و برابر است با:

$$W_{mg} = -mgh \Rightarrow W_{mg} = -۶۰ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۶۰۰ \Rightarrow W_{mg} = -۳/۶ \times ۱۰^۸ J$$

افزایش انرژی مکانیکی هواپیما برابر مجموع افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی آن است.

افزایش انرژی پتانسیل گرانشی $\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow \Delta U = ۳/۶ \times ۱۰^۸ J$

$$\Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \Rightarrow \Delta K = \frac{۱}{۲} \times ۶۰ \times ۱۰^۳ \times (۱۶۰^۲ - ۸۰^۲)$$

$$\Rightarrow \Delta K = ۳۰۰۰۰ \times (۸۰)^۲ (۲^۲ - ۱) \Rightarrow \Delta K = ۵/۷۶ \times ۱۰^۸ J$$

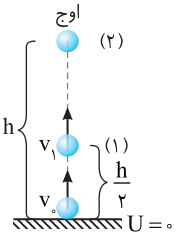
در این صورت:

$$\Delta E = \Delta U + \Delta K \Rightarrow \Delta E = ۳/۶ \times ۱۰^۸ + ۵/۷۶ \times ۱۰^۸ \Rightarrow \Delta E = ۹/۳۶ \times ۱۰^۸ J$$

میانبر البته در این تست می‌توانستید استدلال کنید که کار نیروی وزن منفی است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند، از طرفی افزایش انرژی مکانیکی به‌ازای افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی بوده و از مقدار کار نیروی وزن بیشتر است، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۶۳۳ A ۴

انرژی مکانیکی پایسته است، پس نیازی به محاسبهٔ ارتفاع و تندی در نقطهٔ مورد نظر نیست. انرژی مکانیکی جسم در همهٔ نقاط مسیر یکسان و برابر انرژی مکانیکی اولیه است. از طرفی انرژی مکانیکی اولیه جسم همان انرژی جنبشی اولیه است بنابراین:

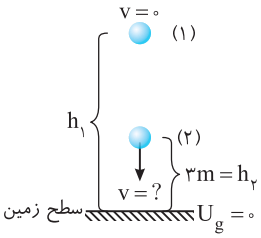


$$E_۱ = E_۰ = K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۰^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۰۰ = ۱۰۰J$$

۶۳۴ A ۴

خط فکری در حل این گونه مسائل باید انرژی مکانیکی در حالت اول و دوم را برابر قرار دهیم.

انرژی مکانیکی در نقاط (۱) و (۲) را برابر قرار می‌دهیم. (سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کرده‌ایم.)



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲$$

$$\xrightarrow{K_۱ = ۰} mgh_۱ = mgh_۲ + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$v_۲^۲ = ۲g(h_۱ - h_۲) \Rightarrow v_۲^۲ = ۲ \times ۱۰(۸ - ۳)$$

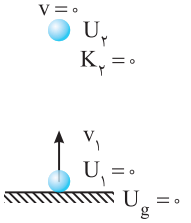
$$v_۲^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow v_۲ = ۱۰m/s$$

میانبر می‌توانید از رابطهٔ نهایی استفاده کنید یعنی: $v = \sqrt{۲g\Delta h}$

۶۳۵ A ۳

خط فکری ارتفاع اوج گلوله جایی است که تندی گلوله صفر می‌شود و گلوله به سمت پایین بر می‌گردد، پس ارتفاع اوج یعنی جایی که $v = ۰$ است.

سطح پایین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. سپس انرژی مکانیکی گلوله در سطح زمین و در اوج را مساوی قرار می‌دهیم.



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲$$

$$\xrightarrow{U_۱ = ۰, K_۲ = ۰}$$

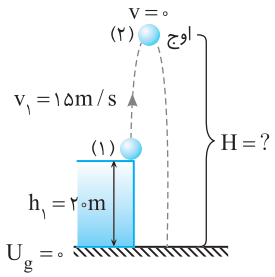
$$\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = mgh \Rightarrow v_۱ = \sqrt{۲gh}$$

$$\Rightarrow v_۱ = \sqrt{۲ \times ۱۰ \times ۷/۲} \Rightarrow v_۱ = ۱۲m/s$$

B ۶۳۶ ۱

خط فکری بیشینه ارتفاع گلوله جایی است که تندی گلوله صفر و انرژی جنبشی گلوله صفر می‌شود، بنابراین اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل بگیرید اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه پرتاب گلوله و نقطهٔ اوج بنویسید مسئله حل می‌شود.

برای نقطهٔ پرتاب و نقطهٔ اوج اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهد شد:



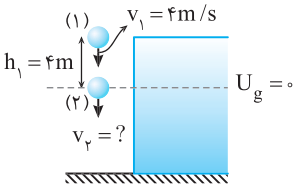
$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{K_2 = 0} mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgH + 0$$

$$\Rightarrow 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times (15)^2 = 10 \times H$$

$$200 + \frac{225}{2} = 10H \Rightarrow H = 31/25m$$

B ۶۳۷ ۴

می‌خواهیم این بار محل (۲) را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم و برای نقاط (۱) و (۲) پایستگی انرژی مکانیکی را بنویسیم و به کمک آن تندی گلوله را پس از ۴ متر پایین آمدن به‌دست آوریم.



یعنی در محل (۲)، انرژی پتانسیل گرانشی را صفر فرض می‌کنیم.

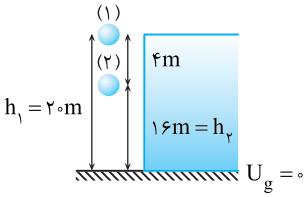
$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_2 = 0} mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$10 \times 4 + \frac{1}{2} \times 16 = \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 96$$

نیازی به جذر گرفتن نیست زیرا نسبت $\frac{K_2}{K_1}$ از ما خواسته شده است.

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = \left(\frac{96}{16}\right) \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = 6$$

اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل فرض کنید آن‌گاه خواهید دید که تفاوتی در حل مسئله وجود ندارد. با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

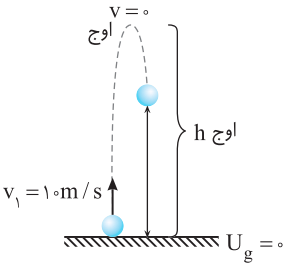


$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow 8 + 200 = 160 + \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow 96 = v_2^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = \frac{96}{16} = 6$$

B ۶۳۸ ۲

ارتفاع اوج نقطه‌ای است که تندی گلوله در آن صفر می‌شود و گلوله برمی‌گردد. با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی ارتفاع اوج را به‌دست می‌آوریم:



$$E_2 = E_1 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow h_{اوج} = \frac{100}{20} = 5m$$

یادآوری کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم نقطهٔ انتهایی از نقطهٔ ابتدایی بستگی دارد و چنانچه جسم از ابتدا به انتها رو به پایین حرکت کند کار نیروی وزن مثبت و اگر رو به بالا حرکت کند، کار نیروی وزن منفی است.

در این صورت $\frac{2}{3}$ ارتفاع اوج را حساب می‌کنیم:

$$h = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}m$$

کار نیروی وزن منفی و برابر خواهد شد با:

$$W_W = -mgh \xrightarrow{m=0/3kg} W_W = -0/3 \times 10 \times \frac{10}{3} \Rightarrow W_W = -10J$$

B ۶۳۹ ۲

خط فکری به سؤال دقت کردید، در یک نقطه از مسیر انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی جسم را به ما داده است یعنی ما با جمع کردن K و U، انرژی مکانیکی جسم را در اختیار داریم. در لحظهٔ رها شدن جسم تنها دارای انرژی پتانسیل گرانشی است یعنی انرژی مکانیکی در لحظهٔ رها شدن همان انرژی پتانسیل گرانشی است.

۱ انرژی مکانیکی جسم خواهد شد:

$$E = U + K \xrightarrow{U=60J,\ K=20J} E = 60 + 20 \Rightarrow E = 80J$$

۲ انرژی پتانسیل گرانشی در لحظهٔ رها شدن برابر انرژی مکانیکی جسم است بنابراین:

$$E = U = mgh \xrightarrow{m=2kg} 80 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 4m$$

B ۶۴۰ ۱

کافی است اصل پایستگی انرژی مکانیکی را بنویسید و به جای انرژی جنبشی ثانویه (K_2) مقدار $K_2 = K_1 + 15$ را قرار دهید.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow[h_2 = 0]{K_2 = K_1 + 15} mgh + K_1 = 0 + K_1 + 15$$

$$\Rightarrow 0/1 \times 10 \times h = 15 \Rightarrow h = 15m$$

روش دیگر: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی: در طول مسیر حرکت تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن است و کار نیروی وزن در این حالت برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_W = K_2 - K_1 \Rightarrow mgh = 15 \Rightarrow 0/1 \times 10 \times h = 15 \Rightarrow h = 15m$$

B ۶۴۱ ۱

استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$\Rightarrow U_A - U_B = K_B - K_A \Rightarrow |\Delta U| = |\Delta K|$$

در واقع مقدار کاهش انرژی پتانسیل برابر مقدار افزایش انرژی جنبشی است و بالعکس.

از طرفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی برابر است با: $|\Delta U| = mg|\Delta h|$ (۲)

با ترکیب رابطهٔ (۱) و (۲) مسئله به سادگی قابل حل است.

$$mg\Delta h = \left|\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2\right| \Rightarrow g\Delta h = \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{v_2 = 6m/s,\ v_1 = 4m/s} 10 \times \Delta h = \frac{1}{2} \times (36 - 16) \Rightarrow \Delta h = 1m$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta h$.

B ۶۴۲ ۳

یادآوری با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت $|\Delta U| = |\Delta K|$

جسم به سمت پایین پرتاب شده و انرژی پتانسیل آن کاهش یافته و از U به $\frac{U}{3}$ رسیده یعنی تغییر انرژی پتانسیل برابر $\left(\Delta U = \frac{U}{3} - U = -\frac{2}{3}U\right)$ است. در این بازه انرژی جنبشی از ۲۰J به ۳۴J رسیده یعنی ۱۴J افزایش یافته است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$|\Delta U| = |\Delta K| \Rightarrow \frac{2}{3}U = 14 \Rightarrow U = 21J$$

درنتیجه در لحظه‌ای که انرژی جنبشی جسم ۲۰J است انرژی پتانسیل گرانشی جسم ۲۱J است. بنابراین انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر از جمله در $\frac{h}{2}$ برابر است با:

$$E = U + K \Rightarrow E = 21 + 20 = 41J$$

B ۶۴۳ ۲

ارتفاع اوج را به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی حساب می‌کنیم.

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2$$

$$\Rightarrow 0+\frac{1}{2}mv_0^2=mgh+0\Rightarrow h_{اوج}=\frac{v_0^2}{2g}$$

فاصلهٔ نقطهٔ (۳) از سطح زمین بنا به فرض مسئله $\frac{1}{3}$ ارتفاع اوج یعنی برابر است با:

$$h'=\frac{1}{3}h\Rightarrow h'=\frac{1}{3}\frac{v_0^2}{2g}$$

این بار اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه‌های (۱) و (۳) می‌نویسیم:

$$E_1=E_3\Rightarrow\frac{1}{2}mv_0^2=U_3+K_3\Rightarrow\frac{1}{2}mv_0^2=mg(\frac{1}{3}\frac{v_0^2}{2g})+K_3$$

$$\Rightarrow K_3=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{6}mv_0^2\Rightarrow K_3=\frac{1}{3}mv_0^2$$

بازی با سؤال جسمی به جرم ۲kg در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود. اگر انرژی جنبشی آن در لحظه‌ای که $\frac{1}{7}$ مسیر را طی کرده است برابر ۳۰J باشد، ارتفاع h چند متر است؟ $(g=10N/kg)$

۱) ۱۰/۵ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۳/۵

گزینهٔ ۱

B ۶۴۴ ۴

انرژی مکانیکی در تمام نقاط مسیر حرکت گلوله یکسان است. برای ابتدای مسیر و محلی که در آن تندی گلوله نصف می‌شود $(v_2=\frac{1}{2}v_1=\frac{20}{2}=10m/s)$ اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم.

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\Rightarrow 0+\frac{1}{2}mv_1^2=mgh+\frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}(20)^2=10\times h+\frac{1}{2}(10)^2\Rightarrow h=15m$$

B ۶۴۵ ۳

سؤال فاصله گلوله از سطح زمین را موقعی که انرژی جنبشی نصف انرژی پتانسیل گرانشی باشد خواسته است. انرژی مکانیکی را در این لحظه برحسب انرژی پتانسیل گرانشی حساب می‌کنیم:

$$E_2=K_2+U_2\xrightarrow{K_2=\frac{1}{2}U_2}E_2=\frac{1}{2}U_2+U_2\Rightarrow E_2=\frac{3}{2}U_2$$

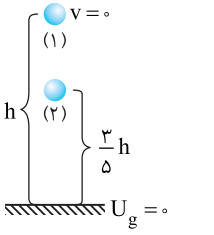
حال با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای حالت اول و حالت دوم می‌توان نوشت:

$$E_2=E_1\Rightarrow\frac{3}{2}U_2=K_1+U_1\Rightarrow\frac{3}{2}mgh_2=\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow 3gh_2=v_1^2$$

$$\Rightarrow 30h_2=900\Rightarrow h_2=30m$$

B ۶۴۶ ۴

اصل پایستگی انرژی مکانیکی جسم را برای ارتفاع h و در فاصلهٔ $h-\frac{2}{5}h=\frac{3}{5}h$ می‌نویسیم:



$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2$$

$$\xrightarrow[U_1=mgh]{K_1=0}mgh+0=mg(\frac{3}{5}h)+K_2$$

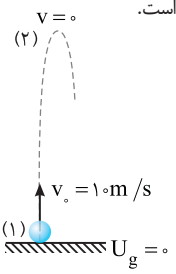
$$\Rightarrow K_2=\frac{2}{5}mgh$$

انرژی پتانسیل گرانشی در این نقطه $U_2=\frac{3}{5}mgh$ است بنابراین:

$$\frac{K_2}{U_2}=\frac{\frac{2}{5}mgh}{\frac{3}{5}mgh}=\frac{2}{3}$$

B ۶۴۷ ۲

یادآوری اوج نقطه‌ای است که تندی جسم در آن‌جا صفر است.



۱ با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی ارتفاع اوج را حساب می‌کنیم:

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2$$

$$\Rightarrow 0+\frac{1}{2}mv_0^2=mgh_{اوج}+0$$

$$\Rightarrow h_{اوج}=\frac{v_0^2}{2g}\Rightarrow h_{اوج}=\frac{10^2}{2\times10}=5m$$

۲ در لحظه‌ای که انرژی جنبشی جسم ٪۲۵ انرژی مکانیکی آن است، انرژی پتانسیل گرانشی جسم ٪۷۵ انرژی مکانیکی جسم است. بنابراین:

$$U=\frac{75}{100}E\Rightarrow mgh=\frac{75}{100}(\frac{1}{2}mv_0^2+0)\Rightarrow 10\times h=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times10^2\Rightarrow h=3/75m$$

۳ فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر از نقطه اوج خواهد شد: $5-3/75=1/25m$

بازی با سؤال جسمی را از سطح زمین با تندی ۲۰m/s در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. در ارتفاع چند متری از سطح زمین انرژی جنبشی جسم یک پنجم انرژی جنبشی آن در لحظهٔ پرتاب خواهد شد؟ $(g=10N/kg$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۱۶ ۲) ۴ ۳) ۲۰ ۴) ۵

گزینهٔ ۱

B ۶۴۸ ۴

خط فکری دقت کنید وقتی رابطهٔ انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم را در نقطه‌ای از مسیر یک حرکت به شما بدهند و از شما تندی جسم را در آن نقطه بخواهند شما باید در انرژی مکانیکی $(E=U+K)$ به جای U، مقدار آن را برحسب K قرار دهید که در آن تندی وجود دارد.

حالت اول: اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+0=U_2+K_2\xrightarrow{U_2=K_2}U_1=K_2+K_2$$

$$\Rightarrow mgh=2(\frac{1}{2}mv^2)\Rightarrow v=\sqrt{gh}$$

حالت دوم: پایستگی انرژی مکانیکی را نوشته و در نقطهٔ مورد نظر U را برحسب K قرار می‌دهیم:

$$E_1=E_3\Rightarrow U_1+0=U_3+K_3\xrightarrow{U_3=\frac{1}{3}K_3}U_1=\frac{1}{3}K_3+K_3$$

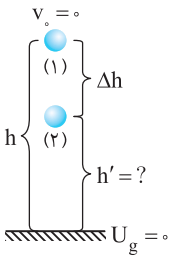
$$\Rightarrow U_1=\frac{4}{3}K_3\Rightarrow mgh=\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}mv'^2\Rightarrow v'^2=\frac{3}{2}gh\Rightarrow v'=\sqrt{\frac{3}{2}gh}$$

بنابراین نسبت $\frac{v}{v'}$ خواهد شد:

$$\frac{v}{v'}=\frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{\frac{3}{2}gh}}=\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

B ۶۴۹ ۱

خط فکری هر گاه در یک نقطه از مسیر رابطهٔ بین انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم را به شما بدهند و در مورد ارتفاع آن (محل آن) نقطه سؤال کنند شما باید K را برحسب U در رابطهٔ انرژی مکانیکی قرار دهید. یعنی وقتی گفته می‌شود انرژی جنبشی $\frac{1}{4}$ انرژی پتانسیل است شما باید به جای K مقدار $\frac{1}{4}U$ را قرار دهید.



بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_2=E_1\Rightarrow U_2+K_2=U_1$$

$$\xrightarrow{K_2=\frac{1}{4}U_2}\frac{5}{4}U_2=U_1$$

$$\Rightarrow\frac{5}{4}mgh'=mgh\Rightarrow h'=\frac{4}{5}h$$

$$\xrightarrow{\Delta h=h-h'}\Delta h=\frac{1}{5}h\Rightarrow\frac{\Delta h}{h}=\frac{1}{5}$$

میانبر انرژی جنبشی جسم $\frac{۱}{۵}$ انرژی پتانسیل اولیه شده است یعنی $\frac{۱}{۵}U$ به انرژی جنبشی تبدیل شده است. بنابراین باید جسم به اندازه $\frac{۱}{۵}h$ پایین آمده باشد.

بازی با سؤال **گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و پس از طی Δh، انرژی جنبشی آن با $\frac{۱}{۵}$ انرژی پتانسیل گرانشی اولیه آن برابر می‌شود. $\frac{\Delta h}{h}$ کدام است؟ (مبدأ پتانسیل سطح زمین است و مقاومت هوا ناچیز است.)**

مشابه خارج ریاضی - ۹۷

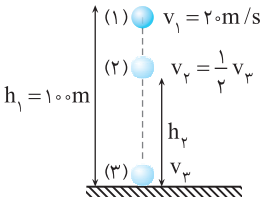
۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

گزینهٔ ۲

۶۵۰ C ۲

خط فکری هر گاه از یک وسیلهٔ در حال حرکت جسمی رها شود، سرعت اولیه جسم هنگام رها شدن همان سرعت وسیلهٔ متحرک است و جهت سرعت اولیه هم‌جهت حرکت وسیله است. اکنون با دانستن این مطلب، شما باید پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه شروع و برخورد به زمین بنویسید و تندی گلوله در برخورد به زمین را حساب کنید سپس با نوشتن مجدد اصل پایستگی انرژی مکانیکی محلی که تندی گلوله نصف تندی آن در برخورد به زمین است را حساب کنید.

در لحظه‌ای که گلوله از بالون رها می‌شود، سرعت گلوله برابر با سرعت بالون و جهت آن رو به بالا است. پس در لحظهٔ رها شدن گلوله از بالون، گلوله هم دارای انرژی جنبشی و هم دارای انرژی پتانسیل گرانشی است. چون مقاومت هوا ناچیز است طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_۱=E_۳\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۳+K_۳\xrightarrow{U_۳=۰}U_۱+K_۱=K_۳$$
$$\Rightarrow mgh_۱+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=\frac{۱}{۲}mv_۳^۲\Rightarrow ۱۰\times ۱۰۰+\frac{۱}{۲}\times ۲۰^۲=\frac{۱}{۲}v_۳^۲$$
$$\Rightarrow v_۳^۲=۲۴۰۰\Rightarrow v_۳=۲۰\sqrt{۶}m/s$$

با توجه به اینکه اندازه سرعت گلوله در نقطه (۲) نصف اندازه سرعت آن در لحظه رسیدن به زمین است، داریم:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\Rightarrow mgh_۱+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=mgh_۲+\frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$
$$\xrightarrow{v_۲=\frac{۱}{۲}v_۳=۱۰\sqrt{۶}m/s}۱۰\times ۱۰۰+\frac{۱}{۲}\times ۲۰^۲=۱۰\times h_۲+\frac{۱}{۲}\times(۱۰\sqrt{۶})^۲\Rightarrow h_۲=۹۰m$$

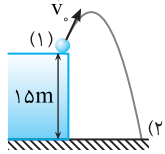
۶۵۱ A ۱

خط فکری انرژی مکانیکی در نبود نیروهای اتلافی در تمام نقاط مسیر حرکت ثابت و یکسان است بنابراین انرژی مکانیکی در نقطهٔ اوج همان انرژی مکانیکی در لحظهٔ پرتاب است. برای یافتن انرژی مکانیکی در اوج کافی است انرژی جنبشی اولیه را حساب کنیم.

$$E=U+K\xrightarrow{U=۰}E=K_۰=\frac{۱}{۲}mv_۰^۲\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times ۹۰۰=۴۵J$$

۶۵۲ A ۲

سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانش فرض می‌کنیم و برای نقطهٔ پرتاب و لحظهٔ رسیدن جسم به زمین پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم.

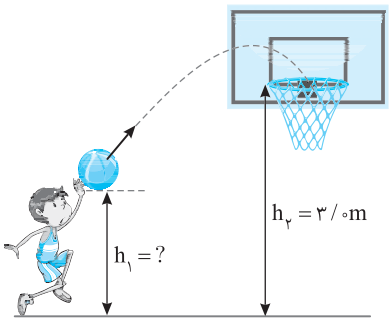


$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲$$
$$\xrightarrow{U_۲=۰}mgh+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$
$$\Rightarrow ۱۵۰+۵۰=\frac{۱}{۲}v_۲^۲\Rightarrow v_۲^۲=۴۰۰\Rightarrow v_۲=۲۰m/s$$

۶۵۳ A ۱

اتلاف انرژی نداشته و با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

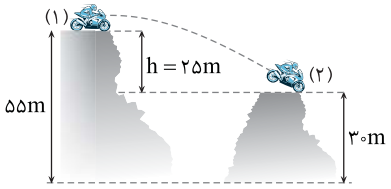
$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow{U=mgh\,,\,K=\frac{۱}{۲}mv^۲}$$
$$mgh_۱+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=mgh_۲+\frac{۱}{۲}mv_۲^۲\xrightarrow{v_۱=۶m/s\,,v_۲=۵m/s}$$
$$۱۰h_۱+\frac{۱}{۲}\times ۳۶=۳۰+\frac{۱}{۲}\times ۲۵\Rightarrow ۲۰h_۱+۳۶=۶۰+۲۵\Rightarrow h_۱=۲/۴۵m$$



۶۵۴ A ۳

روش اول: اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

نیروی مقاومت هوا وجود ندارد بنابراین می‌توان از اصل پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کرد. محل تپهٔ دوم را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.



$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow[U_۱=mgh]{U_۲=۰}mgh+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=۰+\frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$
$$۱۰\times ۲۵+\frac{۱}{۲}\times(۲۰)^۲=\frac{۱}{۲}v_۲^۲\Rightarrow v_۲^۲=۹۰۰\Rightarrow v_۲=۳۰m/s$$

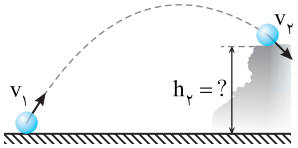
روش دوم: با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کُل یعنی کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_t=\Delta K\xrightarrow[W_g=+mgh]{W_t=W_g}W_g=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$
$$mgh=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲)-\frac{۱}{۲}m(۲۰)^۲\xrightarrow{h=۲۵m}۲۵۰=\frac{v_۲^۲}{۲}-۲۰۰$$
$$\frac{v_۲^۲}{۲}=۴۵۰\Rightarrow v_۲^۲=۹۰۰\Rightarrow v_۲=۳۰m/s$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $(v_۲^۲=v_۱^۲+۲g\Delta h)$

بازی با سؤال **توپی مطابق شکل از سطح زمین با تندی $۴۰m/s$ به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود و با تندی $۲۰m/s$ با بالای صخره برخورد می‌کند. اگر از مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم، ارتفاع $h_۲$ چند متر است؟**

از کتاب درسی



۱) ۶۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۳۰

گزینهٔ ۱

۶۵۵ A ۴

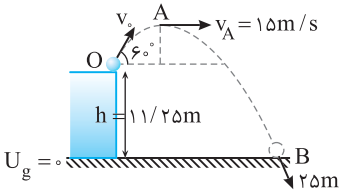
گلوله از سطح زمین و با سرعت اولیه پرتاب شده است. بنابراین انرژی جنبشی اولیه گلوله برابر با انرژی مکانیکی آن است. پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow K_۱=K_۲+U_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}m(۲۰)^۲=\frac{۱}{۲}m(۱۲)^۲+m\times ۱۰\times h$$
$$\Rightarrow ۲۰۰=۷۲+۱۰h\Rightarrow ۱۲۸=۱۰h\Rightarrow h=۱۲/۸m$$

۳ ۶۵۶ B

خط فکری سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل بگیرید و اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطهٔ O (نقطهٔ پرتاب) و نقطهٔ B (محل برخورد گلوله به زمین) بنویسید و سرعت اولیه v_0 را بیابید. اما مفهوم حداقل تندی گلوله چیست؟ از نقطهٔ O تا A که گلوله در حال بالا رفتن است، تندی آن در حال کاهش است و از A به بعد تندی گلوله در حال افزایش است بنابراین منظور از حداقل تندی، بالاترین نقطهٔ مسیر است که با نوشتن پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط B و A می‌توانید فاصله A از سطح زمین را بیابید.

برای نقاط O و B پایستگی انرژی مکانیکی می‌نویسیم:



$$E_O = E_B \Rightarrow U_O + K_O = U_B + K_B \xrightarrow{U_B = 0} mgh + \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$= 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B^2 = v_0^2 + 2gh \Rightarrow (۲۵)^2 = v_0^2 + ۲\times ۱۰ \times ۱۱/۲۵$$

$$\Rightarrow v_0^2 = ۴۰۰ \Rightarrow v_0 = ۲۰ m/s$$

اما برای یافتن بیشترین ارتفاع از سطح زمین می‌توان نوشت:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B^2 = v_A^2 + 2gh_A \Rightarrow ۲۵^2 = ۱۵^2 + ۲۰h_A \Rightarrow h_A = ۲۰ m$$

۱ ۶۵۷ B

یادآوری اندازهٔ افزایش انرژی جنبشی برابر اندازهٔ کاهش انرژی پتانسیل جسم است.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow U_1 - U_2 = K_2 - K_1 \Rightarrow |\Delta U| = |\Delta K|$$

۱ انرژی جنبشی اولیه را حساب می‌کنیم:

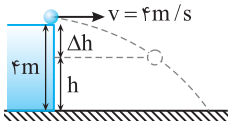
$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2}\times ۲ \times ۴^2 \Rightarrow K_1 = ۱۶ J$$

۲ افزایش انرژی جنبشی جسم ۸۰٪ انرژی جنبشی اولیه است.

$$\Delta K = \frac{۸۰}{۱۰۰}K_1 \Rightarrow \Delta K = \frac{۴}{۵}\times ۱۶ \Rightarrow \Delta K = ۱۲/۸ J$$

۳ اندازهٔ کاهش انرژی پتانسیل گرانشی برابر ۱۲/۸J است، بنابراین ارتفاعی که گلوله پایین می‌آید برابر است با: $\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow ۱۲/۸ = ۲\times ۱۰ \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = ۰/۶۴ m$

۴ در این لحظه ارتفاع گلوله از سطح زمین برابر است با: $h = ۴ - ۰/۶۴ = ۳/۳۶ m$



۲ ۶۵۸ B

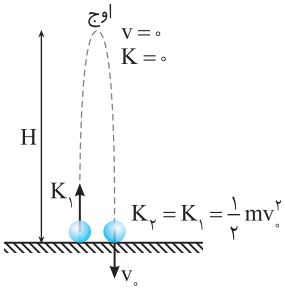
مقاومت هوا ناچیز است و انرژی مکانیکی در طول مسیر ثابت است و نمودار انرژی مکانیکی برحسب h باید خط راست افقی و موازی محور h باشد از این‌رو گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست است. انرژی پتانسیل گرانشی برابر $U = mgh$ است که یک تابع خطی است که شیب آن mg بوده و مثبت است. از طرفی با کاهش K ، U افزایش می‌یابد بنابراین گزینه (۲) درست است.

۲ ۶۵۹ C

با توجه به شکل روبه‌رو با بالا رفتن جسم از سرعت آن کاسته شده تا سرعت در اوج به صفر می‌رسد و در بازگشت چون مقاومت هوا ناچیز است، سرعت به حالت اول باز می‌گردد.

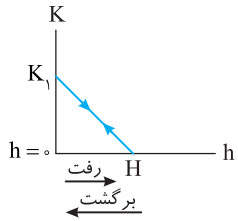
یعنی انرژی جنبشی ابتدا $K_1 = \frac{1}{2}mv^2$ و در اوج $K = 0$ و در محل پرتاب هنگام برگشت همان مقدار $K_2 = \frac{1}{2}mv_0^2$ است.

از طرفی داریم:

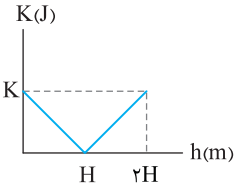


$$\Delta K = \Delta U \Rightarrow \Delta K = mgh$$

یعنی تغییرات انرژی جنبشی با h رابطهٔ خطی دارد، از این‌رو وقتی جسم از زمین تا اوج می‌رود، انرژی جنبشی به‌طور خطی نسبت به h کاهش یافته و به صفر می‌رسد و در برگشت از $h = H$ به $h = 0$ انرژی جنبشی افزایش یافته و به مقدار K_1 می‌رسد.

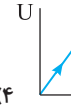


دقت کنید بعضی از دانش‌آموزان عزیز ممکن است که گزینه (۱) را انتخاب کنند که در آن انرژی جنبشی صفر و سپس زیاد شده است، اما دقت نمی‌کنند که در نقطه $h = H$ انرژی جنبشی صفر می‌شود و جسم باید $h = H$ را برگردد تا به صفر برسد در حالی که در این نمودار گویی جسم از ارتفاع H بالاتر می‌رود و به ارتفاع ۲H می‌رسد و به زمین $(h = 0)$ بر نمی‌گردد و این نمودار نادرست است.



بازی با سؤال **جسمی را با سرعت اولیهٔ v_0 در شرایط خلأ از سطح زمین و در راستای قائم، رو به بالا پرتاب می‌کنیم. نمودار انرژی پتانسیل بر حسب ارتفاع از زمین در زمان رفت و برگشت کدام است؟ (سطح زمین مبدأ انرژی پتانسیل است.)** گزینهٔ ۲

۱) 

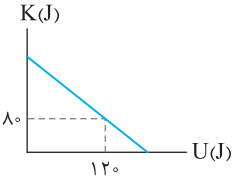
۲) 

۳) 

۴)

۲ ۶۶۰ B

انرژی مکانیکی در هر نقطه از مسیر حرکت جسم برابر مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی جسم است. بنابراین با توجه به اعداد روی نمودار وقتی انرژی پتانسیل جسم ۱۲۰J است، انرژی جنبشی آن ۸۰J است، در نتیجه انرژی مکانیکی جسم برابر است با: $E = U + K \Rightarrow E = ۱۲۰ + ۸۰ \Rightarrow E = ۲۰۰ J$



انرژی مکانیکی در همهٔ نقاط ثابت و یکسان است از این‌رو انرژی مکانیکی جسم در لحظهٔ پرتاب نیز ۲۰۰J است و در لحظهٔ پرتاب $U = 0$ است. در نتیجه:

$$E = K_0 \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{1}{2}mv_0^2 \xrightarrow{m = ۴kg} ۲۰۰ = \frac{1}{2}\times ۴ v_0^2 \Rightarrow v_0 = ۱۰ m/s$$

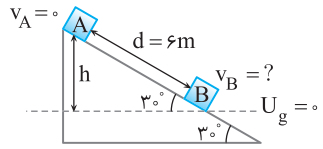
۴ ۶۶۱ A

۱ ارتفاع عمودی پایین آمدن جسم وقتی به اندازه ۶m روی سطح پایین می‌آید را حساب می‌کنیم.

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{۶} \Rightarrow h = ۳ m$$

۲ محل نقطهٔ B را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

۳ پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و B می‌نویسیم:

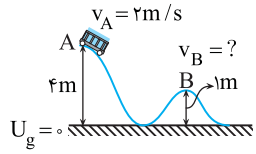


$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow[K_A = 0]{U_B = 0} mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_B = \sqrt{۲\times ۱۰ \times ۳} \Rightarrow v_B = ۲\sqrt{۱۵} m/s$$

۲ ۶۶۲ A

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. بنا بر پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:



$$E_A = E_B$$

$$\Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

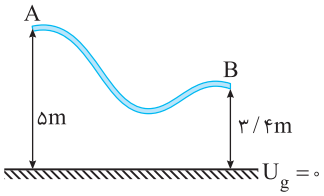
$$\Rightarrow ۴۰m + ۲m = ۱۰m + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = ۶۴ \Rightarrow v_B = ۸ m/s$$

B ۶۶۳ ۳

۱ مسیر بدون اصطکاک است پس از A تا B انرژی مکانیکی ثابت است. جسم از نقطهٔ A، رها شده و انرژی جنبشی در نقطهٔ A صفر است:

(سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.)

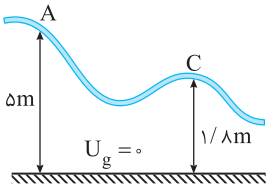


$$E_A=E_B\Rightarrow mgh_A=mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2$$

از دو طرف معادله m را ساده می‌کنیم ⟶

$$50=34+\frac{v_B^2}{2}\Rightarrow v_B^2=32\Rightarrow v_B=4\sqrt{2}\ m/s$$

۲ مسیر A تا C بدون اصطکاک است:



$$E_A=E_C\Rightarrow mgh_A=mgh_C+\frac{1}{2}mv_C^2$$

از دو طرف معادله m را ساده می‌کنیم ⟶

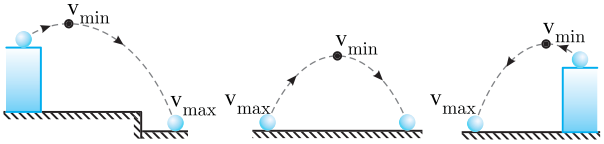
$$50=18+\frac{v_C^2}{2}\Rightarrow\frac{v_C^2}{2}=32\Rightarrow v_C^2=64\Rightarrow v_C=8m/s$$

۳ حال نسبت $\frac{v_C}{v_B}$ را حساب می‌کنیم:

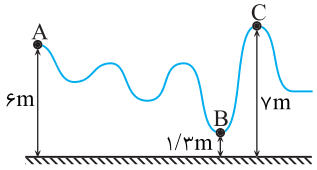
$$\frac{v_C}{v_B}=\frac{8}{4\sqrt{2}}\Rightarrow\frac{v_C}{v_B}=\frac{2}{\sqrt{2}}\Rightarrow\frac{v_C}{v_B}=\sqrt{2}$$

B ۶۶۴ ۳

خط فکری در حرکت یا پرتاب یک جسم، بیشینه تندی در کمینه ارتفاع و کمینه تندی در بیشینه ارتفاع رخ می‌دهد. مثلاً:



گلولـه هـر چه پایین‌تـر می‌آید مقدار بیشـتری از انرژی پتانسـیل گرانشـی آن به انرژی جنبشـی تبدیل می‌شـود، پس زمانی که ارتفاع گلوله به ۱/۳m از سـطح زمین می‌رسد، گلوله بیشترین تندی را دارد.



$$E_A=E_B\Rightarrow\frac{1}{2}mv_A^2+mgh_A=\frac{1}{2}mv_B^2+mgh_B$$

$$\Rightarrow 2+60=\frac{1}{2}v_B^2+13\Rightarrow v_B=7\sqrt{2}m/s$$

کمینه سرعت نیز وقتی است که متحرک به بیشینه ارتفاع خود از سطح زمین می‌رسد.

$$E_A=E_C\Rightarrow\frac{1}{2}mv_A^2+mgh_A=\frac{1}{2}mv_C^2+mgh_C\Rightarrow 2+60=\frac{1}{2}v_C^2+70$$

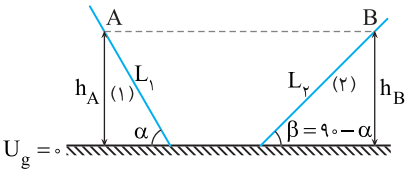
با توجه به معادلهٔ بالا v_C^2 منفی می‌شـود، یعنی گلوله به نقطهٔ C نمی‌رسـد و قبل از آن تنـدی گلوله به طور لحظه‌ای صفر می‌شـود. در نتیجه کمتریـن تندی متحرک، لحظه‌ای است که تندی آن صفر می‌شود. $(v_{min}=0)$

B ۶۶۵ ۲

خط فکری وقتی سـطوح بدون اصطکاک هسـتند، جسم رها شـده از نقطهٔ A در سـطح روبه‌رو، مطابق شـکل به نقطهٔ B می‌رسـد و بنا بر اصل پایسـتگی انرژی مکانیکی ارتفاع نقطهٔ B با ارتفاع نقطهٔ A برابر است.

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B\xrightarrow{K_A=K_B=0}$$

$$U_A=U_B\Rightarrow mgh_A=mgh_B\Rightarrow h_A=h_B$$



با توجه به خط فکری بیان شده، مسافت طی شده L_1 و L_2 را برحسب زوایای α و β حساب می‌کنیم.

$$\sin\alpha=\frac{h_A}{L_1}\Rightarrow h_A=L_1\sin\alpha$$

$$\sin\beta=\frac{h_B}{L_2}\Rightarrow h_B=L_2\sin\beta$$

$$\xrightarrow{h_A=h_B} L_1\sin\alpha=L_2\sin\beta\quad(1)$$

چـون $\alpha+\beta=90^\circ$ اسـت از ایـن‌رو $\cos\beta=\sin\alpha$ و $\cos\alpha=\sin\beta$ خواهـد بود بنابراین:

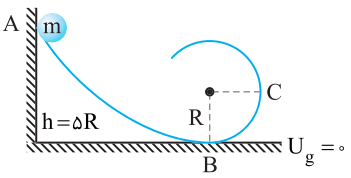
$$(1)\Rightarrow L_1\cos\beta=L_2\sin\beta\Rightarrow\frac{L_1}{L_2}=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}\Rightarrow\frac{L_1}{L_2}=\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}=\cot\alpha$$

A ۶۶۶ ۲

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. بنابر پایستگی انرژی مکانیکی:

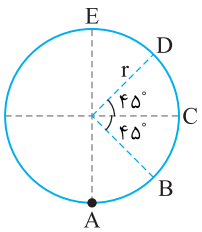
$$E_C=E_A\Rightarrow U_C+K_C=U_A+K_A\xrightarrow{U_C=mgR,U_A=mg(5R)}$$

$$\Rightarrow mgR+\frac{1}{2}mv_C^2=mg5R+0\Rightarrow v_C=2\sqrt{2Rg}$$



B ۶۶۷ ۲

خط فکری در نقطـه‌ای کـه تندی صفر می‌شـود، انرژی جنبشی گلوله صفر شده است و تمام انرژی جنبشی اولیـهٔ آن بـه انرژی پتانسـیل گرانشـی تبدیل می‌شـود. با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، ارتفاع قائم گلوله در لحظه‌ای که تندی‌اش صفر است را به دست بیاورید و به شکل نگاه کنید و ببینید کدام نقطه در این ارتفاع قرار دارد.



نقطهٔ A را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

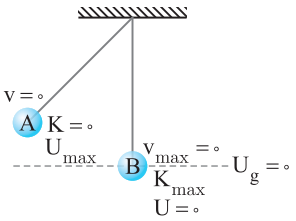
$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\xrightarrow[K_2=0]{U_1=0}K_1=U_2$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}mv^2=mgh\xrightarrow{v=\sqrt{2gr}}\frac{1}{2}(2gr)=gh\Rightarrow r=h$$

که ارتفاع نقطه C از نقطهٔ A برابر r است.

B ۶۶۸ ۴

خط فکری آونگ ساده از یک ریسمان سبک و یک وزنه تشکیل شده است. با انحراف آونگ از راستای قائم، مقداری انرژی پتانسیل گرانشی در آن ذخیره می‌شود و لحظهٔ رها شدن قطعاً انرژی پتانسیل گرانشی آن بیشینه است و انرژی جنبشی آن صفر است و هر چه آونگ به حالت قائم نزدیک‌تر می‌شود، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد و به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود، به‌طوری که در پایین‌ترین نقطهٔ مسیر انرژی پتانسیل به حداقل می‌رسد و اگر این نقطه مبدأ انرژی پتانسیل فرض شود، انرژی پتانسیل صفر و انرژی جنبشی بیشینه می‌شود.



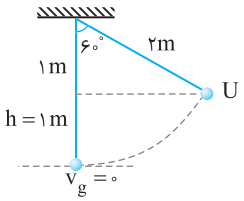
بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط A و B می‌توان نوشت:

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B \xrightarrow[U_B=0,\ K_B=K_{max}]{K_A=0,\ U_A=U_{max}}$$

$$U_{max}+0=0+K_{max}\Rightarrow U_{max}=K_{max}\Rightarrow \frac{U}{K}=1$$

B ۶۶۹ ۴

بیشترین انرژی جنبشی وزنه برابر انرژی پتانسیل گرانشی ذخیره شده در سامانه وزنه - زمین است.

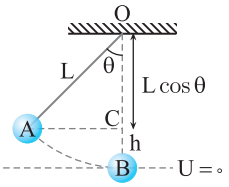


$$K_m=U=mgh=0/2\times10\times1$$

$$\Rightarrow K_m=2J$$

B ۶۷۰ ۲

پایین‌ترین نقطهٔ مسیر را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم $U_B=0$، برای حل مسئله ابتدا باید فاصلهٔ قائم نقطهٔ A تا B را حساب کنیم، یعنی مقدار h را باید به‌دست بیاوریم:



$$h=OB-OC$$

OB همان طول ریسمان یعنی L است. اما OC را به کمک کسینوس زاویهٔ θ حساب می‌کنیم.

$$\cos\theta=\frac{OC}{OA}\Rightarrow\cos\theta=\frac{OC}{L}\Rightarrow OC=L\cos\theta$$

بنابراین h خواهد شد:

$$h=L-L\cos\theta=L(1-\cos\theta)$$

با توجه به شکل و پایستگی انرژی مکانیکی، خواهیم داشت:

$$E_A=E_B\Rightarrow mgh=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow g(L-L\cos\theta)=\frac{1}{2}v^2$$

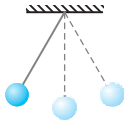
$$\Rightarrow10\times0/9\times(1-\cos\theta)=\frac{1}{2}\times9\Rightarrow\cos\theta=\frac{1}{2}\Rightarrow\theta=60^\circ$$

مبانی ۱ فاصلهٔ قائم هر نقطه از مسیر از پایین‌ترین نقطه برابر است با:

$$h=L(1-\cos\theta)$$

مبانی ۲ تندی در پایین‌ترین نقطه مسیر خواهد شد: $v=\sqrt{2gL(1-\cos\theta)}$

بازی با سؤال **آونگی به طول ۱/۶ متر در حال نوسان است. وقتی گلولهٔ آونگ از پایین‌ترین نقطهٔ مسیر می‌گذرد، سرعتش ۴m/s است. زاویهٔ راستای نخ با خط قائم وقتی گلوله به بالاترین نقطهٔ مسیر می‌رسد، چند درجه است؟ ($g=10m/s^2$ و مقاومت هوا ناچیز است.)**

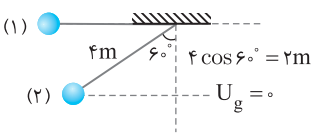


۱) ۴۵ ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

گزینهٔ ۳

B ۶۷۱ ۲

مکان ۲ را مبدأ پتانسیل در نظر می‌گیریم و به کمک پایستگی انرژی مکانیکی مسئله را حل می‌کنیم:



$$E_1=E_2\Rightarrow mgh+0=0+\frac{1}{2}mv^2$$

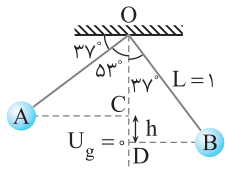
$$v^2=2gh\Rightarrow v^2=2\times10\times2\Rightarrow v=2\sqrt{10}m/s$$

B ۶۷۲ ۲

با توجه به شکل ابتدا فاصلهٔ قائم A تا B یعنی h را حساب می‌کنیم:

$$h=OD-OC,\ OD=L\cos37^\circ,\ OC=L\cos53^\circ$$

$$h=L\cos37^\circ-L\cos53^\circ\Rightarrow h=0/8-0/6=0/2m$$



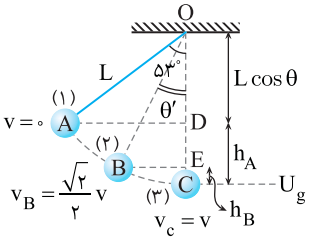
صفحهٔ افقی که B و D در آن واقع‌اند را مبدأ پتانسیل گرانشی می‌گیریم. بنا بر اصل پایسته بودن انرژی مکانیکی:

$$E_A=E_B=U_A+K_A=U_B+K_B\Rightarrow mgh+0=0+\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{2gh}\Rightarrow v=\sqrt{20\times0/2}\Rightarrow v=2m/s$$

B ۶۷۳ ۳

پایین‌ترین نقطهٔ مسیر (نقطه C) را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.



۱ ارتفاع نقطهٔ A از نقطهٔ C را به‌دست می‌آوریم:

$$h_A=OC-OD=L-L\cos53^\circ=L(1-\cos53^\circ)=1\times(1-0/6)$$

$$h_A=0/4m$$

۲ پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و C می‌نویسیم:

$$E_A=E_C\Rightarrow U_A+K_A=U_C+K_C\Rightarrow mgh_A+0=0+\frac{1}{2}mv_C^2$$

$$v_C^2=2\times10\times0/4\Rightarrow v_C=\sqrt{8}m/s$$

۳ ارتفاع نقطهٔ B از نقطهٔ C را حساب می‌کنیم.

$$h_B=OC-OE\Rightarrow h_B=L-L\cos\theta' \xrightarrow{L=1m} h_B=1-\cos\theta'$$

۴ پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط B و C می‌نویسیم و θ' را به دست می‌آوریم.

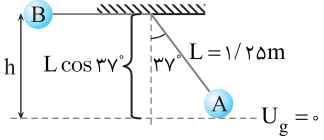
$$E_B=E_C\Rightarrow U_B+K_B=U_C+K_C\Rightarrow mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2$$

$$=0+\frac{1}{2}mv_C^2 \xrightarrow{v_B=\frac{\sqrt{2}}{2}v=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{8})=2m/s}$$

$$10\times(1-\cos\theta')+\frac{1}{2}(2)^2=\frac{1}{2}\times(\sqrt{8})^2\Rightarrow\cos\theta'=0/8\Rightarrow\theta'=37^\circ$$

B ۶۷۴ ۲

خط فکری وضعیت افقی یعنی گلوله آن‌قدر بالا برود تا ریسمان در امتداد افق قرار گیرد، یعنی به وضعیت B برسد. از طرفی حداقل تندی در نقطهٔ A خواسته شده است. یعنی وقتی گلوله به وضعیت B می‌رسد تندی‌اش صفر شده و تمام انرژی مکانیکی آن به صورت انرژی پتانسیل گرانشی باشد.



سطحی که نقطه A در آن است را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم ($U_A=0$)، فاصلهٔ قائم B از A را حساب می‌کنیم:

$$h_B=L\cos 37^\circ \xrightarrow[\cos 37^\circ=0/8]{L=1/25m} h_B=1/25\times 0/8 \Rightarrow h_B=1\,m$$

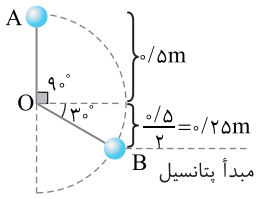
اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و B را می‌نویسیم:

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B \xrightarrow{U_A=0,\,K_B=0} K_A=U_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2=mgh_B\Rightarrow \frac{1}{2}v_A^2=10\times 1\Rightarrow v_A=2\sqrt{5}m/s$$

B ۶۷۵ ۲

انرژی مکانیکی جسم پایسته است. نقطهٔ B را به عنوان مبنای انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم:



$$E_A=E_B\Rightarrow K_A+U_A=K_B+U_B$$

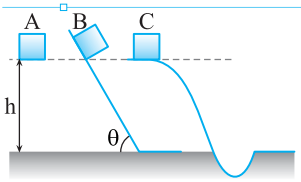
$$\xrightarrow{K_A=0,\ U_B=0} U_A=K_B$$

$$\Rightarrow mgh_A=\frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B=\sqrt{2gh_A}\Rightarrow v_B=\sqrt{2\times 10\times 0/75}=\sqrt{15}\,m/s$$

B ۶۷۶ ۴

در هر سه حالت سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و پایستگی انرژی را برای نقطهٔ رها شدن و سطح زمین می‌نویسیم:



$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2 \xrightarrow[U_2=0]{K_1=0} U_1=K_2$$

$$\Rightarrow mgh=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow v=\sqrt{2gh}$$

وقتی جسمی از ارتفاع h رها می‌شود تا به سطح زمین برسد، با عبور از هر مسیر بدون اصطکاکی تندی رسیدن به زمین به جرم جسم و شکل مسیر بستگی ندارد و همواره برابر $v=\sqrt{2gh}$ است. تندی رسیدن هر سه جسم به سطح زمین برابر است.

A ۶۷۷ ۱

برای توپ‌های ۱ و ۳ تا رسیدن به زمین تندی در حال افزایش است اما برای توپ ۲ که به بالا پرتاب شده ابتدا تندی کاهش و سپس افزایش می‌یابد. بنابراین گزاره (الف) درست است و گزاره (ب) نادرست است.

تندی اولیه سه توپ یکسان بوده و انرژی جنبشی اولیه آن‌ها برابر $K_1=K_2=K_3=\frac{1}{2}mv^2$ است. انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها نیز یکسان است $U_1=U_2=U_3=mgh$، بنابراین انرژی جنبشی آن‌ها در رسیدن به زمین برابر بوده و تندی آن‌ها یکی است و گزاره (پ) درست است. زمان حرکت در توپ ۲ که ابتدا رو به بالا می‌رود از دو توپ دیگر بیشتر بوده و گزاره (ت) نادرست است.

A ۶۷۸ ۱

خط فکری هر گلوله که از نقطهٔ A در ارتفاع h رها می‌شود، در سطح دیگر تا جایی بالا می‌رود که تندی‌اش صفر شود. یعنی تمام انرژی مکانیکی آن انرژی پتانسیل گرانشی باشد.

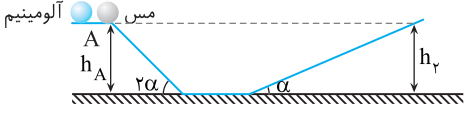
بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_A=E_2\Rightarrow U_A+K_A=U_2+K_2 \xrightarrow{K_A=0,\,K_2=0}$$

$$mgh_A=mgh_2\Rightarrow h_2=h_A$$

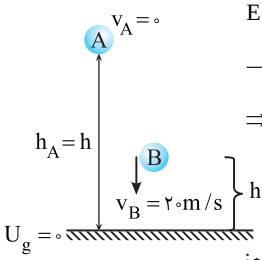
بنابراین ارتفاع جسم در سطح شیبدار دیگر به زاویهٔ سطح و جرم جسم بستگی ندارد در نتیجه:

$$h_{Cu}=h_{Al}$$



B ۶۷۹ ۳

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. پایستگی انرژی مکانیکی را برای جسم A می‌نویسیم.



$$E_{1A}=E_{2A}\Rightarrow U_{1A}+K_{1A}=U_{2A}+K_{2A}$$

$$\xrightarrow[K_{1A}=0]{U_{2A}=0} mgh=\frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow v_A=\sqrt{2gh}\Rightarrow v_A=\sqrt{20h}\quad (1)$$

پایستگی انرژی مکانیکی را برای جسم B می‌نویسیم:

$$E_{1B}=E_{2B}\Rightarrow U_{1B}+K_{1B}=U_{2B}+K_{2B} \xrightarrow{U_{2B}=0}$$

$$mgh_B+\frac{1}{2}mv_{1B}^2=0+\frac{1}{2}mv_B^2\Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2=\frac{1}{2}\times(20)^2+10\times\frac{h}{4}$$

$$\Rightarrow v_B^2=400+5h\Rightarrow v_B=\sqrt{400+5h}\quad (2)$$

با توجه به فرض مسئله تندی A و B در برخورد به زمین برابر است از این‌رو:

$$(1)\text{ و }(2):\sqrt{20h}=\sqrt{400+5h}\Rightarrow 15h=400\Rightarrow h=\frac{80}{3}m$$

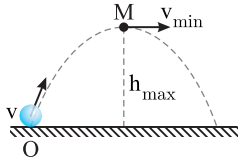
میانبر استفاده از رابطهٔ $v^2=v_0^2+2g\Delta h$:

$$v_A^2=20h$$

$$v_B^2=20^2+20\times\frac{h}{4}\Rightarrow 20h=400+5h\Rightarrow h=\frac{400}{15}=\frac{80}{3}m$$

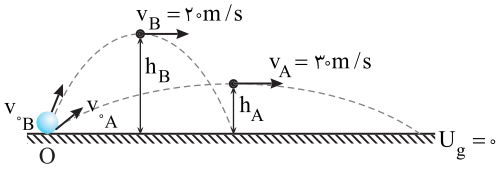
C ۶۸۰ ۱

خط فکری هر گاه گلوله‌ای مطابق شکل پرتاب شود هنگام بالا رفتن، تندی آن کاهش می‌یابد و در بالاترین نقطه مسیر (نقطهٔ M) تندی‌اش کمینه است و بعد از عبور از M و با پایین آمدن گلوله تندی آن افزایش می‌یابد. با توجه به سؤال حداقل تندی گلوله‌های A و B در بالاترین نقطه مسیر اتفاق می‌افتد. تندی و جرم دو گلوله یکی است، بنابراین انرژی مکانیکی دو گلوله برابر است و با نوشتن پایستگی انرژی مکانیکی برای هر گلوله می‌توان مسئله را حل کرد.



۱ پایستگی انرژی را برای گلولهٔ A می‌نویسیم:

$$E_{1A}=E_{2A}\Rightarrow \frac{1}{2}mv_{0A}^2+0=\frac{1}{2}mv_A^2+mgh_A\quad (I)$$



۲ پایستگی انرژی را برای گلوله B می‌نویسیم:

$$E_{1B}=E_{2B}\Rightarrow U_{1B}+K_{1B}=U_{2B}+K_{2B}$$

$$\Rightarrow 0+\frac{1}{2}mv_{0B}^2=mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2\quad (II)$$

سمت چپ دو رابطه (I) و (II) برابر است بنابراین سمت راست آن‌ها نیز برابر است.

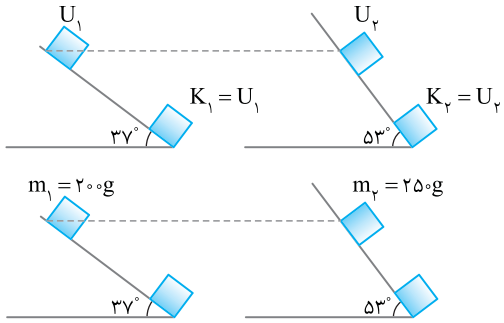
$$mgh_A+\frac{1}{2}mv_A^2=mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2\Rightarrow 10h_A+\frac{1}{2}(30)^2=10h_B+\frac{1}{2}(20)^2$$

$$\Rightarrow 450-200=10(h_B-h_A)\Rightarrow h_B-h_A=25m$$

B ۶۸۱ ۲

بنا به پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی جسم در پایین سطح شیبدار برابر انرژی پتانسیل گرانشی اولیه آن است. بنابراین:

$$\left.\begin{matrix}K_1=U_1\\ K_2=U_2\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{K_1}{K_2}=\frac{U_1}{U_2}=\frac{m_1gh}{m_2gh}\Rightarrow\frac{K_1}{K_2}=\frac{200}{250}=0/8$$



B ۶۸۲ ۳

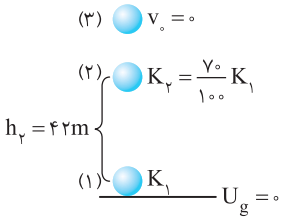
پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم.

$$E_۱=E_۲\Rightarrow K_۱+U_۱=K_۲+U_۲$$

$$\Rightarrow K_۱+۰=\frac{۷۰}{۱۰۰}K_۱+mgh_۲\Rightarrow$$

$$\frac{۳۰}{۱۰۰}\times\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=mgh_۲$$

$$\Rightarrow\frac{۳}{۲۰۰}v_۱^۲=۴۲\Rightarrow v_۱^۲=۲۸۰۰$$



برای به دست آوردن ارتفاع اوج خواهیم داشت:

$$K_۱=U_۳\Rightarrow\frac{۱}{۲}m(۲۸۰۰)=m\times۱۰\times h_{\text{اوج}}\Rightarrow h_{\text{اوج}}=۱۴۰m$$

B ۶۸۳ ۴

ارتفاع آونگ در لحظهٔ رها شدن از پایین‌ترین نقطهٔ مسیر را حساب می‌کنیم:

$$h=OB-OC\xrightarrow[OC=L\cos ۳۷^\circ]{OB=L}h=L-L\cos ۳۷^\circ$$

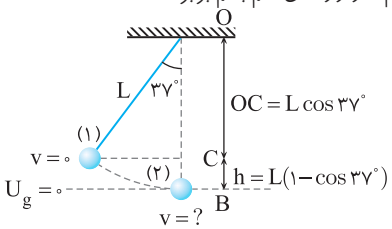
$$\Rightarrow h=L(۱-\cos ۳۷^\circ)\quad (I)$$

پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط (۱) و (۲) را می‌نویسیم:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow[U_۲=۰]{K_۱=۰}mgh=\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$v=\sqrt{۲gh}\xrightarrow{(I)}v=\sqrt{۲gL(۱-\cos ۳۷^\circ)}$$

همان‌طور که رابطه نشان می‌دهد این سرعت به جرم گلوله بستگی ندارد و چون طول دو آونگ و مقدار انحراف از امتداد قائم در هر دو آونگ یکی است، بنابراین سرعت گلولهٔ هر دو آونگ هنگام گذر از راستای قائم باهم برابر است.



B ۶۸۴ ۱

خط فکری مقاومت هوا ناچیز است پس می‌توان برای هر دو جسم پایستگی انرژی مکانیکی را نوشت. اگر سطح کره‌ها را مبدأ پتانسیل بگیریم هنگام رسیدن جسم به سطح کره انرژی پتانسیل گرانشی صفر است و چون جسم‌ها رها شده‌اند پس انرژی جنبشی اولیه آن‌ها صفر است.

برای جسم A: $E_{۱A}=E_{۲A}\Rightarrow K_{۱A}+U_{۱A}=K_{۲A}+U_{۲A}\Rightarrow mgh=K_A$

برای جسم B: $E_{۱B}=E_{۲B}\Rightarrow K_{۱B}+U_{۱B}=K_{۲B}+U_{۲B}\Rightarrow m\frac{g}{۶}h=K_B$

$$\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{mgh}{m\frac{g}{۶}h}\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=۶$$

A ۶۸۵ ۳

جسم در هوا در حال سقوط است بنابراین تندی آن و انرژی جنبشی آن می‌تواند در حال افزایش باشد اما انرژی مکانیکی آن قطعاً در حال کاهش است زیرا در اثر مقاومت هوا بخشی از انرژی مکانیکی آن تلف می‌شود.

A ۶۸۶ ۳

طبق پایستگی انرژی، انرژی از بین نمی‌رود و از شکلی به شکل دیگر تغییر می‌کند. در اینجا هم بخشی از انرژی جنبشی به انرژی درونی توپ و بخش دیگر به انرژی درونی دست تبدیل می‌شود.

A ۶۸۷ ۱

انرژی جنبشی گلوله را در لحظهٔ برخورد به مانع حساب می‌کنیم. با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K_۱=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}\times۰/۰۲۵\times۴۰۰^۲=\frac{۱}{۲}\times۰/۰۲۵\times۱۶۰۰۰۰=۲\times۱۰^۳J$$

با توجه به فرض مسئله تمام انرژی جنبشی به گرما تبدیل شده است، پس ۲×۱۰^۳ ژول گرما ایجاد می‌شود.

B ۶۸۸ ۱

خط فکری انرژی جنبشی گلوله هنگام برخورد به مانع کاهش یافته است و این کاهش انرژی جنبشی گلوله به انرژی درونی مانع و گلوله تبدیل شده است. افزایش انرژی درونی مانع ۲ برابر افزایش انرژی درونی گلوله است.

اگر افزایش انرژی درونی را با حرف ΔQ نمایش دهیم در این صورت با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$|\Delta K|=\Delta Q_{\text{گلوله}}+\Delta Q_{\text{مانع}}\xrightarrow{\Delta Q_{\text{مانع}}=۲\Delta Q_{\text{گلوله}}}|\Delta K|=۳\Delta Q_{\text{گلوله}}$$

داده‌های مسئله را در رابطهٔ به‌دست آمده قرار می‌دهیم.

$$|K_۲-K_۱|=۳\Delta Q_{\text{گلوله}}\Rightarrow|\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲|=۳\Delta Q_{\text{گلوله}}$$

$$\xrightarrow[v_۲=۲۰m/s]{m=۰/۰۴kg,v_۱=۱۴۰m/s}|\frac{۱}{۲}\times۰/۰۴\times۲۰^۲-\frac{۱}{۲}\times۰/۰۴\times۱۴۰^۲|=۳\Delta Q_{\text{گلوله}}$$

$$|۸-۳۹۲|=۳\Delta Q_{\text{گلوله}}\Rightarrow۳۸۴=۳\Delta Q_{\text{گلوله}}\Rightarrow\Delta Q_{\text{گلوله}}=۱۲۸J$$

B ۶۸۹ ۴

خط فکری جسم روی سطح افقی در حرکت است. چنانچه این سطح را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم، انرژی مکانیکی جسم همان انرژی جنبشی آن است. بنابراین شما باید کاهش انرژی جنبشی خودرو را حساب کنید که برابر افزایش انرژی درونی خودرو و محیط اطراف آن است.

ابتدا یکای تندی‌ها را به m/s تبدیل می‌کنیم.

$$v_۱=۷۲km/h=\frac{۷۲}{۳/۶}m/s\Rightarrow v_۱=۲۰m/s$$

$$v_۲=۱۸km/h=\frac{۱۸}{۳/۶}m/s\Rightarrow v_۲=۵m/s$$

درصد تغییر انرژی مکانیکی جسم برابر است با:

$$\frac{\Delta E}{E_۱}\times۱۰۰=\frac{\Delta K}{K_۱}\times۱۰۰=\frac{K_۲-K_۱}{K_۱}\times۱۰۰$$

$$=\frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲}\times۱۰۰=\frac{۵^۲-۲۰^۲}{۲۰^۲}\times۱۰۰$$

$$\text{درصد تغییر انرژی مکانیکی}=\frac{۲۵-۴۰۰}{۴۰۰}\times۱۰۰=-۹۳/۷۵٪$$

بازی با سوال **اتومبیلی به جرم $۸۰۰kg$ و تندی $۱۰m/s$ ترمز کرده و متوقف می‌شود. چه مقدار انرژی برحسب ژول به گرما تبدیل می‌شود؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۴×۱۰^۳ ۲) ۴×۱۰^۴

۳) ۸×۱۰^۴ ۴) باید نیروی اصطکاک معلوم باشد.

گزینهٔ ۲

B ۶۹۰ ۳

خط فکری بنا به قانون پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم است. از طرفی تغییر انرژی مکانیکی این قطعه برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. بنابراین شما انرژی جنبشی در حالت اول و حالت دوم را نوشته و از هم کم کنید و آن را برابر کار نیروی اصطکاک قرار دهید.

بنا به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow K_۲-K_۱=W_f\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=W_f$$

$$\xrightarrow[v_۲=v-۴\,,\,v_۱=v]{m=۰/۲kg\,,\,W_f=-۸J}\frac{۱}{۲}\times ۰/۲(v-۴)^۲-\frac{۱}{۲}\times ۰/۲v^۲=-۸$$

$$v^۲-۸v+۱۶-v^۲=-۸۰\Rightarrow -۸v=-۹۶\Rightarrow v=۱۲m/s$$

۴ ۶۹۱ B

با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی و با توجه به اینکه تغییر انرژی مکانیکی در این مسئله همان تغییر انرژی جنبشی است می‌توان نوشت: $W_f=E_۲-E_۱\Rightarrow W_f=K_۲-K_۱$

۱۹ درصد انرژی جنبشی اولیه در اثر برخورد تلف شده است یعنی $W_f=\frac{-۱۹}{۱۰۰}K_۱$ بنابراین:

$$\frac{-۱۹}{۱۰۰}K_۱=K_۲-K_۱\Rightarrow K_۲=\frac{۸۱}{۱۰۰}K_۱\xrightarrow{K=\frac{۱}{۲}mv^۲}$$

$$\frac{۱}{۲}mv'^۲=\frac{۸۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲}mv^۲)\Rightarrow v'^۲=\frac{۸۱}{۱۰۰}v^۲\Rightarrow\frac{v'}{v}=\frac{۹}{۱۰}$$

روش دیگر: با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{اصطکاک}}=K_۲-K_۱\Rightarrow W_{\text{اصطکاک}}=\frac{۱}{۲}m(v'^۲-v^۲)$$

$$\Rightarrow-\frac{۱۹}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲}mv^۲)=\frac{۱}{۲}mv'^۲-\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\Rightarrow\frac{۸۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲}mv^۲)=\frac{۱}{۲}mv'^۲\Rightarrow v'=\frac{۹}{۱۰}v\Rightarrow\frac{v'}{v}=\frac{۹}{۱۰}$$

۳ ۶۹۲ A

با توجه به قانون پایستگی انرژی، توپ در لحظهٔ رها شدن دارای انرژی پتانسیل گرانشی است و پس از چند بار برخورد به زمین جسم متوقف می‌شود، یعنی تمام انرژی پتانسیل گرانشی اولیهٔ آن به گرما تبدیل می‌شود. $Q=U_{\text{گرانشی}}=mgh=۱\times۱۰\times۲=۲۰J$

بازی با سؤال **توپی به جرم ۲ کیلوگرم را از سطح زمین با تندی اولیه ۱۰m/s در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم و توپ پس از چند بار برخورد به زمین نهایتاً روی سطح زمین متوقف می‌شود. چند ژول گرما در این حرکت به توپ و محیط اطراف آن داده شده است؟**

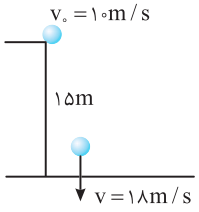
۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰

۳) صفر ۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

گزینهٔ ۲

۴ ۶۹۳ B

روش اول: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی:



$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_g+W_f=\frac{۱}{۲}mv^۲-\frac{۱}{۲}mv_۰^۲$$

$$mgh+W_f=\frac{۱}{۲}mv^۲-\frac{۱}{۲}mv_۰^۲$$

$$۰/۲\times۱۰\times۱۵+W_f=\frac{۱}{۲}(۰/۲)(۱۸^۲-۱۰^۲)$$

$$۳۰+W_f=\frac{۱}{۱۰}(۲۸)(۸)\Rightarrow W_f=-۷/۶J$$

روش دوم: استفاده از قانون پایستگی انرژی:

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow(\underbrace{U_۲}_{\text{صفر}}+K_۲)-(\underbrace{U_۱}_{\text{mgh}}+K_۱)=W_f$$

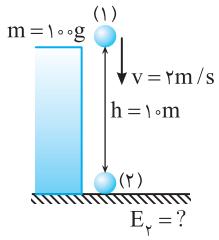
$$K_۲-mgh-K_۱=W_f\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-mgh-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=W_f$$

$$\frac{۱}{۲}\times۰/۲(۱۸)^۲-۰/۲\times۱۰\times۱۵-\frac{۱}{۲}\times(۰/۲)(۱۰)^۲=W_f$$

$$\Rightarrow W_f=-۷/۶J$$

۲ ۶۹۴ B

با توجه به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی مکانیکی برابر کار نیروی مقاومت هواست.



$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow E_۲=W_f+E_۱$$

انرژی اولیه جسم را حساب می‌کنیم.

$$E_۱=mgh+\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\Rightarrow E_۱=۰/۱\times۱۰\times۱۰+\frac{۱}{۲}\times۰/۱\times۴=۱۰/۲J$$

اکنون انرژی گلوله در برخورد به زمین را به‌دست می‌آوریم.

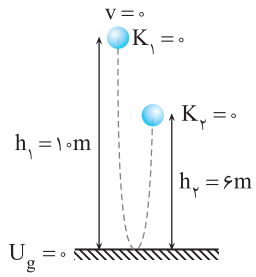
$$E_۲=W_f+E_۱\Rightarrow E_۲=-۲+۱۰/۲=۸/۲J$$

۳ ۶۹۵ A

یادآوری همواره تغییر انرژی پتانسیل گرانشی برابر منفی کار نیروی وزن است، بنابراین: $W_{mg}=-\Delta U\Rightarrow W_{mg}+\Delta U=۰$

۱ ۶۹۶ B

۱ انرژی مکانیکی اولیه گلوله را حساب می‌کنیم.



$$E_۱=U_۱+K_۱\Rightarrow E_۱=mgh_۱$$

$$\Rightarrow E_۱=۱\times۱۰\times۱۰=۱۰۰J$$

۲ گلوله پس از برخورد به زمین تا ارتفاع ۶ متری بالا می‌رود یعنی در این ارتفاع تندی آن به‌طور لحظه‌ای صفر شده و انرژی جنبشی صفر می‌شود و انرژی مکانیکی گلوله در این نقطه خواهد شد:

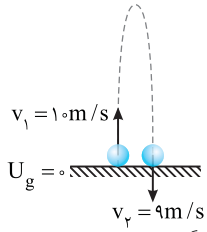
$$E_۲=U_۲+K_۲\xrightarrow{K_۲=۰}E_۲=mgh_۲\Rightarrow E_۲=۱\times۱۰\times۶=۶۰J$$

۳ بنا به قانون پایستگی انرژی، کار نیروهای مقاوم در برابر حرکت در کل مسیر خواهد شد:

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow ۶۰-۱۰۰=W_f\Rightarrow W_f=-۴۰J$$

۱ ۶۹۷ B

۱ انرژی مکانیکی اولیه توپ همان انرژی جنبشی آن است.



$$E_۱=U_۱+K_۱\xrightarrow{U_۱=۰}E_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}\times۰/۲\times۱۰۰=۱۰J\Rightarrow E_۱=۱۰J$$

۲ انرژی مکانیکی هنگام رسیدن به نقطهٔ پرتاب مجدداً انرژی جنبشی است.

$$E_۲=U_۲+K_۲\xrightarrow{U_۲=۰}E_۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲\Rightarrow E_۲=\frac{۱}{۲}\times۰/۲\times۹^۲\Rightarrow E_۲=۸/۱J$$

۳ بنا به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی مکانیکی برابر کار نیروهای مقاوم است که به گرما تبدیل می‌شود.

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow ۸/۱-۱۰=W_f\Rightarrow W_f=-۱/۹J\xrightarrow{Q=|W_f|}Q=۱/۹J$$

۳ ۶۹۸ B

با توجه به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی جنبشی گلوله (ΔK) برابر مجموع تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن $(|\Delta U|)$ و کار نیروی اصطکاک است $(|W_f|=\frac{۴۰}{۱۰۰}K_۱)$، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$|\Delta K|=|\Delta U|+|W_f|\Rightarrow|\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲|=|mg\Delta h|+\frac{۴۰}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲}mv_۱^۲)$$

$$\xrightarrow{v_۱=۲۰m/s\,,\,\Delta h=۰/۷۵m}|\frac{۱}{۲}v_۲^۲-\frac{۱}{۲}(۲۰)^۲|=۱۰\times۰/۷۵+\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۱}{۲}\times۲۰^۲$$

$$|\frac{۱}{۲}v_۲^۲-۲۰۰|=۷/۵+۸۰\Rightarrow ۲۰۰-\frac{۱}{۲}v_۲^۲=۸۷/۵\Rightarrow v_۲^۲=۲۲۵\Rightarrow v_۲=۱۵m/s$$

B ۶۹۹ ۳

در طـول مسـیر دو نیرو یکـی وزن و دیگری اصطکاک هوا بر جسـم وارد می‌شـود و کار هریک از نیروها را حساب می‌کنیم.

۱ کار نیروی وزن برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل است. $W_{mg}=-\Delta U_g$

جسم رو به پایین حرکت کرده و انرژی پتانسیل آن از mgh ، صفر می‌شود، بنابراین:

$$W_{mg}=-(U_{2g}-U_{1g})\Rightarrow W_{mg}=-(0-mgh)\Rightarrow W_{mg}=mgh$$

۲ کار نیروی اصطکاک بنا به فرض مسـئله ۱۰٪ انرژی پتانسـیل اولیه اسـت البته می‌دانیم کار نیروی اصطکاک منفی است بنابراین: $W_f=-\frac{10}{100}mgh$

۳ با توجه به قضیه کار و انرژی خواهیم داشت:

$$\Delta K=W_f+W_g\Rightarrow +81=-\frac{10}{100}mgh+mgh$$

$$\Rightarrow 81=\frac{9}{10}\times 3\times 10\times h\Rightarrow h=3m$$

B ۷۰۰ ۱

یادآوری وقتی گلوله در راسـتای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود تا جایی بالا می‌رود که تندی‌اش صفر شود، این نقطه را نقطهٔ اوج گلوله گویند.

حالـت اول: گلوله در هنگام بالا رفتن ۱۰J انرژی از دسـت می‌دهـد یعنی تغییر انرژی مکانیکی آن $E_2-E_1=-10J$ است و با توجه به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow mgh-\frac{1}{2}mv^2=-10\Rightarrow 2h-\frac{1}{2}\times 0/2\times 900=-10$$

$$\Rightarrow h=40m$$

حالـت دوم: اگر مقاومت هوا وجود نداشـت با توجه به اصل پایسـتگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت: $E_2=E_1\Rightarrow mgh'=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow 10h'=\frac{1}{2}\times 900\Rightarrow h'=45m$

بنابراین گلوله $45-40=5m$ بالاتر می‌رفت.

B ۷۰۱ ۳

خط فکری هنگام سقوط گلوله یا پایین آمدن گلوله، انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل به انرژی جنبشـی جسـم و صرف غلبه بر اصطکاک می‌شـود. البته اگر در مسیر حرکت اصطکاک وجود نداشـت، کاهش انرژی پتانسـیل با افزایش انرژی جنبشـی برابر بود اما به دلیل وجود مقاومت هوا بخشـی از انرژی هدر می‌رود و به گرما تبدیل می‌شـود که این مقدار گرما همان کار نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم است.

کار نیروی مقاومت هوا در این مسـئله برابر تفاوت بین کاهش انرژی پتانسـیل و افزایش انرژی جنبشی است بنابراین:

$$W_f=|\Delta K|-|\Delta U|\xrightarrow{|\Delta K|=54J\,,\,|\Delta U|=80J}W_f=54-80=-26J$$

اکنون می‌توان نیروی مقاومت هوا را به‌دست آورد.

$$W_f=f_k d\cos\theta\Rightarrow -26=f_k\times 13\times\cos\pi\Rightarrow f_k=2N$$

B ۷۰۲ ۲

خط فکری بنـا به قانون پایسـتگی انرژی هـرگاه در جایی انرژی کم شـود حتماً به انرژی دیگری تبدیل شـده اسـت. در سقوط جسـم کاهش انرژی پتانسیل گرانشی برابر افزایش انرژی جنبشی جسم است $|\Delta U|=|\Delta K|$. البته اگر مقاومت هوا ناچیز باشد اما اگر مقاومت هوا مؤثر باشـد قطعاً $|\Delta K|<|\Delta U|$ خواهد شد یعنی بخشی از تغییر انرژی پتانسـیل گرانشی به کار نیروی مقاومت هوا تبدیل می‌شود. اکنون با دانستن این مطلب مسئله قابل حل است. $|\Delta U|=|\Delta K|+|W_f|$

۱ در صورت مسـئله بیان شـده که تغییر انرژی جنبشـی، $\frac{2}{3}$ تغییر انرژی پتانسیل بوده اسـت $(|\Delta K|=\frac{2}{3}|\Delta U|)$ بنابراین می‌توان نوشـت هنگام سـقوط انرژی پتانسیل گرانشی به انرژی جنبشی و هم‌چنین کار نیروی اصطکاک تبدیل می‌شود.

$$|\Delta U|=|\Delta K|+|W_f|\Rightarrow|\Delta U|=\frac{2}{3}|\Delta U|+|W_f|\Rightarrow|W_f|=\frac{1}{3}|\Delta U|\quad(1)$$

۲ قدرمطلق کار نیروی وزن برابر قدرمطلق تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است $(|\Delta U|=|W_{mg}|)$ بنابراین خواهیم داشت:

$$(1)\Rightarrow|W_f|=\frac{1}{3}|W_{mg}|$$

جسـم در حـال حرکـت رو به پایین بـوده و کار نیروی وزن مثبت اسـت. امـا کار نیروی اصطکاک منفی است. بنابراین:

$$W_f=-\frac{1}{3}W_g\Rightarrow\frac{W_f}{W_g}=-\frac{1}{3}$$

بازی با سؤال **در حین سـقوط جسـمی در نزدیکی سـطح زمین نسبت تغییرات انرژی جنبشـی به قدرمطلق کار نیروی مقاومت هوا برابر ۳ است. نسبت تغییرات انرژی جنبشی به تغییرات انرژی پتانسیل کدام است؟**

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{2}{5}$

گزینهٔ ۳

B ۷۰۳ ۱

نیروهـای وارد بر بسـته یکی نیروی وزن و دیگری نیروی مقاومت هواسـت. قضیه کار و انرژی جنبشی را نوشته و مسئله را حل می‌کنیم:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{وزن}+W_{f_D}=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$mgh+W_{f_D}=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2\Rightarrow 20\times 10\times 100+W_{f_D}=\frac{1}{2}\times 20(35^2-5^2)$$

$$20000+W_{f_D}=10\times(35+5)(35-5)$$

$$200000+W_{f_D}=120000\Rightarrow W_{f_D}=-8000J=-8kJ$$

C ۷۰۴ ۲

یادآوری هنگامی که وسـیله‌ای با تندی v در حال حرکت اسـت، تندی تمام اجسام و اشخاص درون آن نیز برابر v می‌باشد پس اگر از این وسیلهٔ جسمی را به بیرون رها کنیم تندی اولیه آن جسم برابر v و در جهت حرکت وسیله است.

۱ انرژی مکانیکی اولیه جسم برابر است با:

$$E_1=U_1+K_1\Rightarrow E_1=mgh+\frac{1}{2}mv_1^2=5\times 10\times 100+\frac{1}{2}\times 5\times 40^2=9000J$$

۲ انرژی مکانیکی جسم هنگام برخورد به زمین برابر خواهد شد با:

$$E_2=U_2+K_2\xrightarrow{U_2=0}E_2=\frac{1}{2}mv_2^2$$

۳ بنا به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_2-E_1=W_f\xrightarrow{W_f=-1000J}\frac{1}{2}mv_2^2-9000=-1000$$

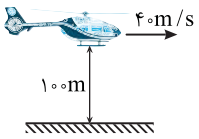
$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times 5v_2^2=+8000\Rightarrow v_2^2=3200\Rightarrow v_2=40\sqrt{2}m/s$$

روش دیگر: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی است.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{وزن}+W_{اصطکاک}=\Delta K\Rightarrow mg\Delta h-1000=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow 5\times 10\times 100-1000=\frac{1}{2}\times 5\times(v_2^2-1600)\Rightarrow 1600=v_2^2-1600\Rightarrow v_2^2=3200$$

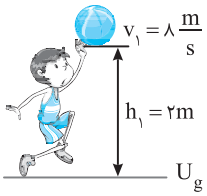
$$\Rightarrow v_2=40\sqrt{2}m/s$$



B ۷۰۵ ۴

۱ انـرژی مکانیکـی در لحظـهٔ پرتـاب را به‌دست می‌آوریم:
(سـطح زمین را مبدأ انرژی پتانسـیل گرانشی در نظر می‌گیریم.)

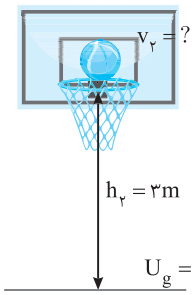
$$E_1=K_1+U_1\Rightarrow E_1=\frac{1}{2}mv_1^2+mgh_1$$



$$\Rightarrow E_1=\frac{1}{2}\times m\times 64+m\times g\times 2$$

$$\Rightarrow E_1=32m+20m\Rightarrow E_1=52m$$

۲ انرژی مکانیکی در لحظهٔ رسیدن به سبد را به‌دست می‌آوریم:



$$E_۲ = K_۲ + U_۲ \Rightarrow E_۲ = \frac{۱}{۲}m \times v_۲^۲ + mg \times ۳ \Rightarrow$$

$$E_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + ۳۰m$$

۳ بنا به فرض مسئله کار نیروی مقاومت هوا خواهد شد:

$$W_f = -\frac{۱}{۸}K_۰ \Rightarrow W_f = -\frac{۱}{۸}(\frac{۱}{۲}mv_۱^۲) \Rightarrow W_f = -\frac{۱}{۱۶}m(۸)^۲ \Rightarrow W_f = -۴m$$

۴ قانون پایستگی انرژی را نوشته و $v_۲$ را حساب می‌کنیم.

$$E_۲ - E_۱ = W_f \Rightarrow K_۲ + U_۲ - E_۱ = W_f$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲ - E_۱ = -۴m \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + ۳۰m - ۵۲m = -۴m$$

$$\frac{۱}{۲}v_۲^۲ + ۳۰ - ۵۲ = -۴ \Rightarrow \frac{۱}{۲}v_۲^۲ = ۱۸ \Rightarrow v_۲^۲ = ۳۶ \Rightarrow v_۲ = ۶m/s$$

C ۷۰۶ ۲

خط فکری انرژی مکانیکی اولیه توپ انرژی پتانسیل گرانشی $(E_۱ = U_۱)$ است. هر بار که گلوله به زمین برخورد می‌کند، $\frac{۱}{۴}$ انرژی قبل از برخورد را از دست می‌دهد یعنی $E_۲ = E_۱ - \frac{E_۱}{۴} = \frac{۳}{۴}E_۱$ است و در دومین برخورد انرژی جسم $E_۳ = E_۲ - \frac{۱}{۴}E_۲ = \frac{۳}{۴}E_۲ = \frac{۹}{۱۶}E_۱$ می‌شود و الا آخر، ... بنابراین شما در هر برخورد با استفاده از قانون پایستگی انرژی می‌توانید ارتفاعی که گلوله پس از برخورد بالا می‌رود را به‌دست آورید و تعداد برخوردها را حساب کنید.

با استفاده از قانون پایستگی انرژی بیشینه ارتفاعی که توپ پس از اولین برخورد با زمین بالا می‌آید را حساب می‌کنیم:

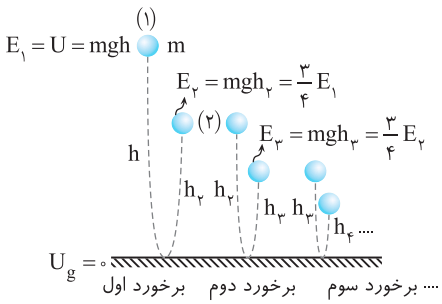
$$E_۲ - E_۱ = W_f \Rightarrow mgh_۲ - mgh = -\frac{۱}{۴}mgh \Rightarrow h_۲ = \frac{۳}{۴}h$$

حال بیشینه ارتفاعی که توپ پس از دومین برخورد با زمین بالا می‌آید را حساب می‌کنیم:

$$E_۳ - E_۲ = W_f \Rightarrow mgh_۳ - \frac{۳}{۴}mgh = -\frac{۱}{۴}(\frac{۳}{۴}mgh)$$

$$\Rightarrow mgh_۳ = -\frac{۳}{۱۶}mgh + \frac{۳}{۴}mgh = \frac{۹}{۱۶}mgh \Rightarrow h_۳ = \frac{۹}{۱۶}h$$

بنابراین توپ پس از دومین برخورد $\frac{۹}{۱۶}$ ارتفاع اولیه بالا می‌آید.



B ۷۰۷ ۱

خط فکری جسم در حال پایین آمدن بوده و انرژی پتانسیل گرانشی آن آزاد می‌شود اما تندی جسم ثابت مانده و این انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل نمی‌شود پس در طول مسیر اصطکاک داریم.

الف) کار نیروی سطح برابر برایند کار نیروی عمودی سطح و کار نیروی اصطکاک است و چون مسیر دارای اصطکاک بوده پس کار نیروی سطح داشته و گزارهٔ (الف) نادرست است.

ب) انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است، با توجه به اینکه تندی ثابت بوده و انرژی جنبشی ثابت می‌ماند اما با پایین آمدن جسم انرژی پتانسیل گرانشی کاهش یافته پس: $E = K + U \xrightarrow[K\text{ ثابت ماند}]{U\text{ کم شد}} \downarrow E$

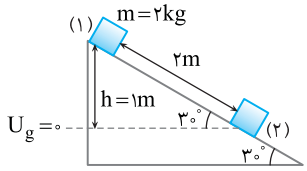
گزارهٔ (ب) درست است.

پ) با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی است پس $W_t = \Delta K$ بوده و با ثابت بودن تندی انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند و کار کل صفر است، در حالی که با پایین آمدن جسم روی سطح شیبدار کار نیروی وزن صفر نیست $(W_g = mg\Delta h)$ و گزارهٔ (پ) نادرست است.

ت) با توجه به توضیحات گزارهٔ (ب)، چون انرژی مکانیکی در حال کاهش بوده پس این گزاره نادرست است.

B ۷۰۸ ۴

جسم با سرعت ثابت به پایین می‌لغزد بنابراین انرژی جنبشی آن ثابت می‌ماند. مسئله را می‌توانید به کمک قانون پایستگی انرژی یا قضیه کار و انرژی جنبشی حل کنید.



روش قانون پایستگی انرژی: کار نیروی اصطکاک برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم است.

$$E_۲ - E_۱ = W_f \xrightarrow[E_۱ = K_۱ + U_۱ = K_۱ + mgh]{E_۲ = K_۲ + U_۲ = K_۲ + ۰} K_۲ - (K_۱ + mgh) = W_f \quad (۱)$$

$K_۲ = K_۱$ است از طرفی ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است $h = \frac{۲}{۲} = ۱m$،

بنابراین: $(۱) \Rightarrow ۰ - ۲ \times ۱۰ \times ۱ = W_f \Rightarrow W_f = -۲۰J$

روش قضیه کار و انرژی جنبشی: نیروهای وارد بر جسم عبارت‌اند از

۱ نیروی وزن

۲ نیروی اصطکاک

۳ نیروی عمودی سطح

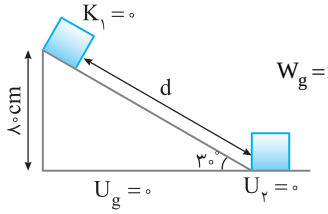
$$W_t = \Delta K \xrightarrow[v = \text{ثابت}]{\Delta K = ۰} W_{F_N} + W_W + W_f = ۰$$

$$\Rightarrow W_f = -mgh \Rightarrow W_f = -۲ \times ۱۰ \times ۱ = -۲۰J$$

B ۷۰۹ ۱

یادآوری کار نیروی وزن برابر $W_g = \pm mgh$ است که اگر جسم بالا رود $W_g < ۰$ و اگر جسم پایین بیاید $W_g > ۰$ است.

۱ کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم، جسم از سطح شیب‌دار پایین آمده و W_g مثبت است.



$$W_g = mgh \Rightarrow W_g = \frac{۵۰۰}{۱۰۰۰} \times ۱۰ \times \frac{۸۰}{۱۰۰} = ۴J$$

۲ با توجه به پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_۲ - E_۱ = W_f \Rightarrow U_۲ + K_۲ - (U_۱ + K_۱) = W_f$$

جسم از ارتفاع ۸۰cm رها شده $(v_۱ = ۰)$ پس $U_۱$ برابر $mgh_۱$ بوده که $h_۱ = ۰/۸m$ است و $K_۱$ برابر صفر است. هنگام رسیدن به زمین $U_۲$ صفر است. بنابراین:

$$K_۲ - U_۱ = W_f \Rightarrow \frac{۱}{۲}m(v_۲)^۲ - mgh_۱ = W_f \Rightarrow$$

$$\frac{۱}{۲} \times ۰/۵ \times ۹ - ۰/۵ \times ۱۰ \times ۰/۸ = W_f \Rightarrow ۲/۲۵ - ۴ = W_f \Rightarrow W_f = -۱/۷۵J$$

میانبر چون در گزینه‌ها مقدار W_f که داده شده متفاوت است، پس تنها کافی است W_f را حساب کنیم.

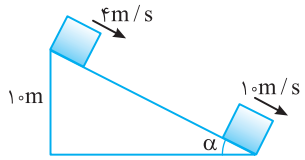
B ۴ ۷۱۰

با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_۲-E_۱=W_f \Rightarrow K_۲-(K_۱+U_۱)=W_f$$

$$\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times ۱۰۰-(\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times ۱۶+۰/۱\times ۱۰\times ۱۰)=W_f \Rightarrow ۵-(۰/۸+۱۰)=W_f$$

$$W_f=-۵/۸J$$



B ۳ ۷۱۱

بنا به قانون پایستگی انرژی: $E_B-E_A=W_f$

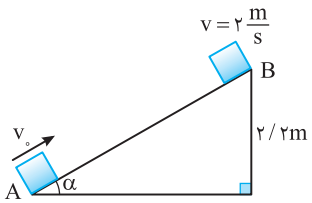
با توجه به فرض مسئله $W_f=-\frac{۲۵}{۱۰۰}K_A$ است، سطح زمین را مبدأ پتانسیل می‌گیریم.

بنابراین:

$$\frac{۱}{۲}mv_B^۲+mgh_B-\frac{۱}{۲}mv_A^۲=-\frac{۲۵}{۱۰۰}\times\frac{۱}{۲}mv_A^۲$$

$$\frac{۱}{۲}(۲)^۲+۱۰\times ۲/۲-\frac{۱}{۲}v_۰^۲=-\frac{۱}{۸}v_۰^۲$$

$$۲+۲۲=\frac{۳}{۸}v_۰^۲ \Rightarrow ۲۴=\frac{۳}{۸}v_۰^۲ \Rightarrow v_۰=۸m/s$$



البته شما می‌توانید به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی هم این مسئله را حل کنید.

B ۲ ۷۱۲

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل فرض می‌کنیم:

جسم در سطح زمین بوده و انرژی پتانسیل آن صفر است. از این‌رو انرژی مکانیکی اولیهٔ آن خواهد شد: $E_۱=U_۱+K_۱ \Rightarrow E_۱=K_۱ \Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}m(۸۰)^۲ \Rightarrow E_۱=(۳۲۰۰)mJ$

انرژی مکانیکی ثانویه را حساب می‌کنیم. در این نقطه جسم هم انرژی پتانسیل دارد و هم انرژی جنبشی:

$$E_۲=K_۲+U_۲ \Rightarrow E_۲=\frac{۱}{۲}m\times ۴۰۰+mg(۲۳۶)$$

$$\Rightarrow E_۲=۲۰۰m+۲۳۶۰m \Rightarrow E_۲=(۲۵۶۰m)J$$

با توجه به پایستگی انرژی، کار نیروی اتلافی در اثر مقاومت هوا را حساب می‌کنیم:

$$E_۲-E_۱=W_f \Rightarrow ۲۵۶۰m-۳۲۰۰m=W_f \Rightarrow W_f=-۶۴۰m$$

خواسته سؤال این است که مقدار W_f چند درصد مقدار $K_۱$ است:

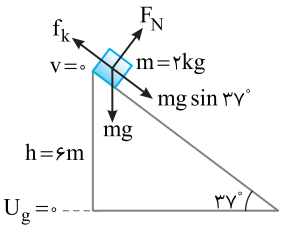
$$\frac{W_f}{K_۱}\times ۱۰۰=\frac{۶۴۰m}{۳۲۰۰m}\times ۱۰۰=۲۰٪$$

B ۱ ۷۱۳

راه‌حل اول: بنا بر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر کار کل است.

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_{F_N}+W_{f_k}+W_W$$

$$=\frac{۱}{۲}mv^۲-۰ \qquad (۱)$$



طول سطح شیبدار یعنی جابه‌جایی جسم را حساب می‌کنیم:

$$d=\frac{h}{\sin ۳۷^\circ} \Rightarrow d=\frac{۶}{۰/۶}=۱۰m$$

اکنون با جای‌گذاری در رابطهٔ به‌دست آمده سرعت را حساب می‌کنیم:

$$(۱) \Rightarrow -f_k d+mgh=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow -۴\times ۱۰+۲\times ۱۰\times ۶=\frac{۱}{۲}\times ۲\times v^۲$$

$$\Rightarrow v=۴\sqrt{۵}m/s$$

راه‌حل دوم: تغییرات انرژی مکانیکی جسم برابر کار نیروی اصطکاک است. از این‌رو:

$$E_۲-E_۱=W_f \Rightarrow K_۲+U_۲-(K_۱+U_۱)=W_f$$

$$\xrightarrow{K_۲=\frac{۱}{۲}mv^۲,\ U_۱=mgh} \frac{۱}{۲}mv^۲-mgh=-f_k d$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۲\times v^۲-۲\times ۱۰\times ۶=-۴\times ۱۰ \Rightarrow v^۲=۸۰ \Rightarrow v=۴\sqrt{۵}m/s$$

B ۱ ۷۱۴

خط فکری در صورت مسئله کاهش انرژی مکانیکی خواسته شده است بنابراین شما باید انرژی مکانیکی در حالت اول و حالت دوم را حساب کنید و از هم کم کنید.

۱ انرژی مکانیکی در حالت اول برابر است با:

$$E_۱=K_۱+U_۱=\frac{۱}{۲}mv_۰^۲+۰=\frac{۱}{۲}\times ۱\times ۳۶=۱۸J \Rightarrow E_۱=۱۸J$$

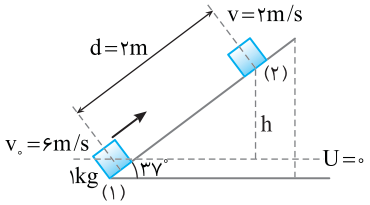
۲ انرژی مکانیکی در حالت دوم را حساب می‌کنیم. اما ابتدا ارتفاعی که جسم بالا می‌رود را حساب می‌کنیم. $\sin ۳۷^\circ=\frac{h}{d} \Rightarrow ۰/۶=\frac{h}{۲} \Rightarrow h=۱/۲m$

$$E_۲=K_۲+U_۲=\frac{۱}{۲}mv^۲+mgh \Rightarrow E_۲=\frac{۱}{۲}\times ۱\times ۴+۱\times ۱۰\times (۱/۲)=۲+۱۲=۱۴J$$

۳ کاهش انرژی مکانیکی خواهد شد:

$$\Delta E=E_۲-E_۱ \Rightarrow \Delta E=۱۴-۱۸ \Rightarrow \Delta E=-۴J$$

علامت منفی نشان‌دهنده کاهش انرژی مکانیکی است.



B ۴ ۷۱۵

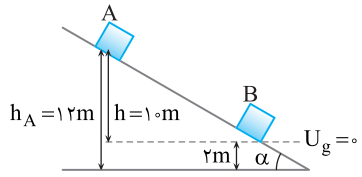
خط فکری کار نیروهای مقاوم برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم است. دقت کنید تندی ثابت است یعنی انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند و تغییر انرژی مکانیکی جسم همان تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

$$E_۲-E_۱=W_{f_{کل}} \Rightarrow U_۲+K_۲-(U_۱+K_۱)=W_{f_{کل}}$$

$$\xrightarrow{K_۲=K_۱} U_۲-U_۱=W_{f_{کل}} \Rightarrow \Delta U=W_{f_{کل}}$$

۱ با توجه به خط فکری ابتدا باید تغییر انرژی پتانسیل گرانشی را حساب کنیم.

$$\Delta U=-mgh \Rightarrow \Delta U=-۴\times ۱۰\times ۱۰ \Rightarrow \Delta U=-۴۰۰J$$



۲ نیروی اصطکاک بین جعبه و سطح ۹ برابر نیروی مقاومت هوا است بنابراین کار نیروی اصطکاک بین جعبه و سطح ۹ برابر کار نیروی مقاومت هوا در یک جابه‌جایی معین است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$W_{f_{کل}}=W_{f_{سطح}}+W_{f_{هوا}} \Rightarrow W_{f_{کل}}=۹W_{f_{هوا}}+W_{f_{هوا}} \Rightarrow W_{f_{کل}}=۱۰W_{f_{هوا}}$$

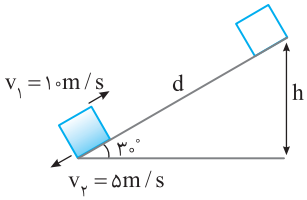
$$\Delta U=W_{f_{کل}} \Rightarrow -۴۰۰=۱۰W_{f_{هوا}} \Rightarrow W_f=-۴۰J$$

۳

B ۷۱۶ ۴

تندی جسم در برگشت کمتر از تندی اولیه است، بنابراین سطح دارای اصطکاک است.

کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت را به‌دست می‌آوریم.



$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=W_f$$

$$\frac{1}{2}\times2\times5^2-\frac{1}{2}\times2\times10^2=W_f\Rightarrow W_f=-75J$$

در مسیر رفت کار نیروی اصطکاک خواهد شد:

$$W_{f_{رفت}}=\frac{-75}{2}=-37/5J$$

$E'_2-E_1=W_f\Rightarrow$ ، انرژی مکانیکی در انتهای مسیر رفت: E'_2

$$2\times10\times h-\frac{1}{2}\times2\times100=-37/5\Rightarrow h=3/125m$$

B ۷۱۷ ۲

۱ جابه‌جایی جعبه را روی سطح شیبدار از ابتدا تا ترک سطح حساب می‌کنیم.

$$\sin30^\circ=\frac{2/5}{d}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{2/5}{d}\Rightarrow d=5m$$

۲ ابتدای سطح شیبدار را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. بنابراین انرژی مکانیکی جعبه در ابتدای سطح برابر است با:

$$E_1=U_1+K_1\xrightarrow{U_1=0}E_1=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow E_1=\frac{1}{2}\times2\times10^2\Rightarrow E_1=100J$$

۳ کار نیروی اصطکاک در این مسیر را حساب می‌کنیم.

$$W_f=-f_Kd\Rightarrow W_f=-5\times5\Rightarrow W_f=-25J$$

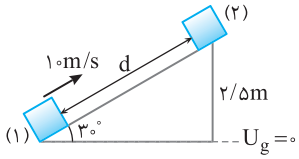
۴ با توجه به قانون پایستگی انرژی، انرژی مکانیکی ثانویه را به‌دست می‌آوریم.

$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow E_2-100=-25\Rightarrow E_2=75J$$

۵ به کمک انرژی مکانیکی E_2 ، می‌توان تندی جدا شدن جعبه از سطح را حساب کرد.

$$E_2=U_2+K_2\Rightarrow E_2=mgh+\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow75=2\times10\times2/5+\frac{1}{2}\times2\times v^2$$

$$\Rightarrow v^2=25\Rightarrow v=5m/s$$



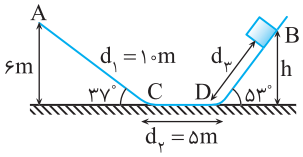
B ۷۱۸ ۲

کار نیروی اصطکاک را در طول مسیر حساب می‌کنیم:

۱ طول مسیر d_1 و d_3 را حساب می‌کنیم.

$$\sin37^\circ=\frac{6}{AC}\Rightarrow0/6=\frac{6}{d_1}\Rightarrow d_1=10m$$

$$\sin53^\circ=\frac{h}{d_3}\Rightarrow d_3=\frac{h}{\sin53^\circ}\Rightarrow d_3=\frac{h}{0/8}\Rightarrow d_3=\frac{5}{4}h$$



۲ برای یافتن کار نیروی اصطکاک در کل مسیر کار نیروی اصطکاک در مسیر d_1 ، مسیر d_2 و مسیر d_3 را حساب می‌کنیم و با هم جمع می‌کنیم

$$W_f=-fd_1-fd_2-fd_3\Rightarrow W_f=-20-10-2d_3\xrightarrow{d_3=\frac{5}{2}h}W_f=-30-\frac{5}{2}h$$

۳ در نقطهٔ A و B تندی جسم صفر و انرژی جنبشی صفر است و انرژی مکانیکی در این نقاط انرژی پتانسیل گرانشی است. $E_A=mgh_A$ و $E_B=mgh_B$

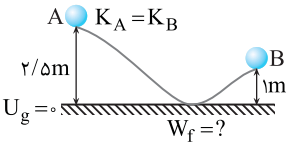
۴ با توجه به قانون پایستگی انرژی داریم:

$$E_B-E_A=W_f\Rightarrow(mgh)_B-(mgh)_A=W_f$$

$$20h-120=-30-\frac{5}{2}h\Rightarrow\frac{45h}{2}=90\Rightarrow h=4m$$

B ۷۱۹ ۳

سطح زمین را مبدأ پتانسیل می‌گیریم و قانون پایستگی انرژی را برای نقاط A و B می‌نویسیم

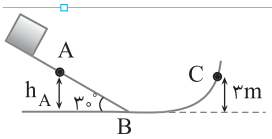


$$E_B-E_A=W_f$$
$$\Rightarrow(U_B+K_B)-(U_A+K_A)=W_f$$

بنا بر فرض $K_A=K_B$ است، بنابراین:

$$U_B-U_A=W_f\Rightarrow1\times10\times1-1\times10\times2/5=W_f\Rightarrow W_f=-15J$$

B ۷۲۰ ۳



مبدأ پتانسیل را در سطح زمین در نظر می‌گیریم.

با توجه به اصل پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_C-E_A=W_f\Rightarrow mgh_C-(\frac{1}{2}mv_A^2+mgh_A)=-380$$

$$10\times10\times3-(\frac{1}{2}\times10\times36+10\times10\times h_A)=-380$$

$$300-180-100h_A=-380\Rightarrow h_A=5m$$

$$\sin30^\circ=\frac{h_A}{AB}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{5}{AB}\Rightarrow AB=10m$$

B ۷۲۱ ۴

۱ سطح افقی را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته‌ایم. بنابراین انرژی مکانیکی در نقطهٔ C یعنی $E_C=K_C+U_C$ برابر صفر است. قانون پایستگی انرژی را برای نقاط B و C می‌نویسیم:

$$E_C-E_B=W_{f_{B\to C}}\Rightarrow0-\frac{1}{2}mv_B^2=f_k(BC)\cos\pi$$

$$\Rightarrow-\frac{1}{2}mv_B^2=-f_k(BC)\Rightarrow v_B^2=4\times4\Rightarrow v_B=4m/s$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

۲ برای به‌دست آوردن کار نیروی اصطکاک در مسیر خمیده نیز قانون پایستگی انرژی را برای نقاط A و B می‌نویسیم.

$$E_B-E_A=W_{f_{A\to B}}\Rightarrow\frac{1}{2}mv_B^2-mgh_A=W_f$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times2\times16-2\times10\times1=W_f=-4J$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.

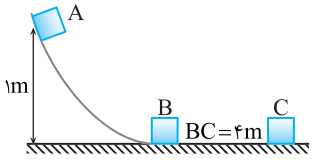
۳ کار نیروی وزن در مسیر ABC را بررسی می‌کنیم. در مسیر BC چون نیروی وزن بر مسیر عمود است، کار آن صفر است. از طرفی کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و در مسیر AB کار نیروی وزن مثبت و برابر با mgh است.

کار نیروی وزن: $W_{mg}=W_{mg_{ABC}}=W_{mg_{AB}}+W_{mg_{AC}}=mgh_A+0$

$$\Rightarrow W_{mg}=20J$$

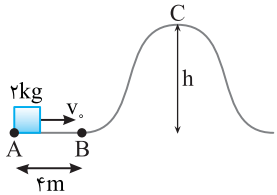
بنابراین گزینه (۳) نیز درست است از این‌رو پاسخ گزینهٔ (۴) درست است.

سعی کنید این مسئله را به کمک قضیهٔ کار و انرژی حل کنید.



A ۷۲۲ | ۳

خط فکری کمینه مقدار h که جسم از نقطهٔ C عبور نکند یعنی تندی جسم در نقطهٔ C برابر صفر شود و تمام انرژی جنبشی جسم در نقطهٔ B به انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ C تبدیل شود. بنابراین در قدم اول شما باید به کمک قانون پایستگی انرژی، انرژی جنبشی جسم را در نقطه B به‌دست بیاورید و آن را با انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ C برابر قرار دهید.



سطح AB را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم و قانون پایستگی انرژی را برای نقاط A و B می‌نویسیم.

$$E_B-E_A=W_f\Rightarrow(K_B+U_B)-(K_A+U_A)=W_f$$

$$\xrightarrow{U_A=U_B=0}K_B-K_A=-f_k(AB)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=-f_k(AB)\xrightarrow[f_k=2N,\,AB=4m]{v_A=10m/s,\,m=2kg}$$

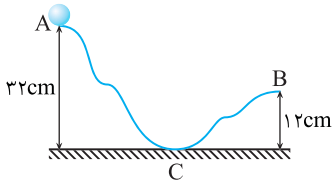
$$K_B-\frac{1}{2}\times2\times100=-2\times4\Rightarrow K_B=-8+100\Rightarrow K_B=92J$$

اکنون در مسیر بدون اصطکاک BC باید انرژی جنبشی در نقطهٔ B را با انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ C برابر قرار دهیم.

$$U_C=K_B\Rightarrow mgh_{min}=92\Rightarrow2\times10\times h_{min}=92\Rightarrow h_{min}=4/6m$$

B ۷۲۳ | ۳

نقطهٔ C را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.



اگر سطح بدون اصطکاک باشد، می‌توان برای نقاط A و B اصل پایستگی انرژی مکانیکی را نوشته، تندی در نقطهٔ B را به‌دست آوریم.

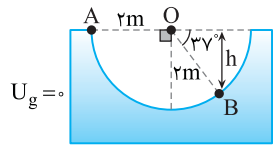
$$E_A=E_B\Rightarrow mgh_A+0=mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2\Rightarrow g(h_A-h_B)=\frac{1}{2}\times v_B^2$$

$$10(0/32-0/12)=\frac{1}{2}\times v_B^2\Rightarrow v_B^2=4\Rightarrow v_B=2m/s$$

اما اگر سطح دارای اصطکاک باشد مقداری از انرژی مکانیکی تلف می‌شود و تندی جسم در نقطهٔ B از $2m/s$ کمتر خواهد بود.

B ۷۲۴ | ۱

ابتدا به کمک شکل ارتفاعی که گلوله در مسیر A و B پایین می‌آید را حساب می‌کنیم



$$\sin37^\circ=\frac{h}{OB}\Rightarrow0/6=\frac{h}{2}$$

$$\Rightarrow h=1/2m$$

با نوشتن قانون پایستگی انرژی برای نقاط A و B، تندی گلوله را در نقطهٔ B حساب می‌کنیم (نقطهٔ B را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم).

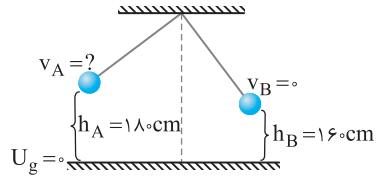
$$E_B-E_A=W_f\Rightarrow(U_B+K_B)-(U_A+K_A)=W_f$$

$$\xrightarrow{U_B=0,\,K_A=0}\frac{1}{2}mv_B^2-mgh=W_f$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times0/4\times16-0/4\times10\times1/2=W_f\Rightarrow3/2-4/8=W_f\Rightarrow W_f=-1/6J$$

B ۷۲۵ | ۴

گلوله مماس بر نوک بینی شخص B متوقف شود یعنی اینکه گلوله حداکثر تا آن نقطه $(h=160cm)$ بالا رود و در آنجا تندی گلوله صفر شود. قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم.



$$E_B-E_A=W_f\xrightarrow{W_f=-\frac{20}{100}E_A}E_B-E_A=-\frac{20}{100}E_A$$

$$\Rightarrow E_B=0/8E_A\Rightarrow mgh_B=0/8(mgh_A+\frac{1}{2}mv_A^2)$$

$$\Rightarrow16=0/8(18+\frac{1}{2}v_A^2)\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر }0/8}20=18+\frac{1}{2}v_A^2$$

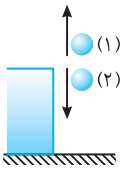
$$\Rightarrow v_A^2=4\Rightarrow v_A=2m/s$$

A ۷۲۶ | ۳

با رها شدن A و B، نیروی وزن آن‌ها برابر است $(W_A=W_B)$ اما مقاومت هوای وارد بر جسم A از مقاومت هوا وارد بر جسم B بیشتر است یعنی در طول این مسیر معین کار نیروی مقاومت هوا وارد بر جسم A بیشتر بوده و اتلاف انرژی آن نیز بیشتر است از این‌رو انرژی جنبشی A از انرژی جنبشی B کمتر است $(K_A<K_B)$ و (الف) نادرست است. اما پس از جابه‌جایی یکسان فاصلهٔ آن‌ها از محل رها شدن و هم‌چنین ارتفاع آن‌ها از سطح زمین یکسان است بنابراین با برابر بودن جرم آن‌ها، انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها یکی است $(U_A=U_B=mgh)$ و (ب) درست است.

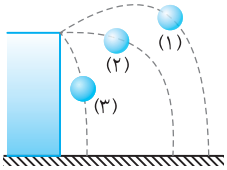
در مورد انرژی مکانیکی کاملاً مشخص است که چون $U_A=U_B$ و $K_A<K_B$ است انرژی مکانیکی $(E=K+U)$ A کمتر از انرژی مکانیکی B است و (پ) نادرست است.

A ۷۲۷ | ۲



تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابر $\Delta U=mg\Delta h$ است و برای هر دو گلوله Δh یا تغییرات ارتفاع مشابه است، زیرا از یک ارتفاع مشخص به زمین می‌رسند، گلوله‌ها مشابه هستند پس $m_1=m_2$ بوده و در نتیجه تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برای هر دو گلوله یکسان است. اما کار نیروی اصطکاک به مسیر بستگی دارد و هرچه مسیر طولانی‌تر باشد کار نیروی اصطکاک بیشتر می‌شود پس کار نیروی اصطکاک گلوله (۱) بیشتر از گلوله (۲) است.

بازی با سؤال **مطابق شکل سه گلوله یکسان را در سه حالت نشان داده شده با تندی یکسان پرتاب می‌کنیم. کدام گزینه در مورد تندی گلوله‌ها هنگام رسیدن به زمین می‌تواند درست باشد؟**



۱) تندی هر سه گلوله با هم برابر است.

۲) تندی گلولهٔ (۱) از همه بیشتر است.

۳) تندی گلولهٔ (۳) از همه بیشتر است.

۴) گزینه‌های (۱) و (۳) می‌توانند درست باشند.

گزینهٔ ۴

C ۷۲۸ | ۲

حالت اول: با فرض اینکه سطح زمین مبدأ پتانسیل گرانشی است قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم.

$$E_2-E_1=W_f$$

$$E_2-E_1=W_f\xrightarrow[E_2=U_2+K_2,\,K_2=0]{E_1=U_1+K_1,\,U_1=0}U_2-K_1=W_f$$

$$\Rightarrow mgh-\frac{1}{2}mv_0^2=-f_Dh$$

$$\xrightarrow[m=0/4kg]{h=4m}0/4\times10\times4-\frac{1}{2}\times0/4\times v_0^2=-f_D\times4\qquad(1)$$

حالت دوم: گلوله روی سطح افقی پرتاب شده و انرژی پتانسیل گرانشی آن صفر است و قانون پایستگی انرژی خواهد شد:

$$E'_2-E'_1=W'_f\Rightarrow0-\frac{1}{2}\times0/4\times v_0^2=-f_k\times4\qquad(2)$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم.

$$16=-f_D\times4-(-f_k\times4)\Rightarrow16=4(f_k-f_D)\Rightarrow f_k-f_D=4N$$

میانبر در حرکت جسم رو به بالا مجموع کار نیروی مقاومت هوا و کار نیروی وزن با انرژی جنبشی اولیه برابر می‌شود و در حرکت جسم روی سطح افقی، کار نیروی اصطکاک با انرژی جنبشی اولیه برابر است بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_{f_D}+W_{mg}=W_{f_k}\Rightarrow-f_Dh-mgh=-f_kd$$

$$\xrightarrow{d=h}f_k-f_D=mg=0/4\times10=4N$$

A ۷۲۹ ۲

انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با: $K_1=\frac{1}{2}mv_0^2$

انرژی جنبشی نهایی جسم در برگشت به نقطه پرتاب برابر است با:

$$K_2=\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{v=\frac{1}{3}v_0} K_2=\frac{1}{2}m(\frac{1}{3}v_0)^2=\frac{1}{9}(\frac{1}{2}mv_0^2)$$

تغییر انرژی جنبشی خواهد شد: $\Delta K=K_2-K_1=\frac{1}{9}(\frac{1}{2}mv_0^2)-\frac{1}{2}mv_0^2$

$$\Rightarrow \Delta K=-\frac{8}{9}(\frac{1}{2}mv_0^2)\Rightarrow \Delta K=-\frac{8}{9}K_1$$

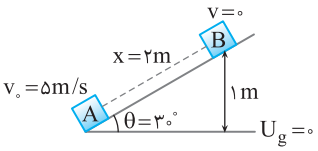
بنا به قانون پایستگی انرژی $\frac{8}{9}$ انرژی جنبشی اولیه در اثر اصطکاک تلف شده است.

B ۷۳۰ ۳

خط فکری کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت برابر کار نیروی اصطکاک در مسیر برگشت است بنابراین کافی است شما کار نیروی اصطکاک را به کمک قانون پایستگی انرژی در مسیر رفت به‌دست آورید و آن را دو برابر کنید.

نقطهٔ پرتاب را با حرف A و نقطه‌ای که جسم متوقف می‌شود و برمی‌گردد را B می‌نامیم.

ابتدا برای زمانی که جسم از A تا B جابه‌جا می‌شود قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:



$$E_B-E_A=W_{f_k}$$
$$\Rightarrow mgh-\frac{1}{2}mv^2=W_{f_k}$$
$$\Rightarrow ۲\times۱۰\times۱-\frac{1}{2}\times۲\times(۵)^2=W_{f_k}$$
$$\Rightarrow W_{f_k}=-۵J$$

اکنون کافی است کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت را دو برابر کنیم.

$$W_{f_{k_{کل}}}=۲W_{f_{k_{A\to B}}}=۲\times(-۵)=-۱۰J$$

بازی با سؤال **جسمی به جرم ۳۰۰ گرم را از پایین سطح شیبداری با زاویهٔ شیب ۳۷° با تندی اولیهٔ ۶m/s مماس بر سطح، رو به بالا پرتاب می‌کنیم. پس از ۱/۵ متر پیش‌روی جسم متوقف شده و بازمی‌گردد. کار نیروی اصطکاک و کار نیروی وزن در تمام مسیر رفت و برگشت به‌ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟** $(g=۱۰N/kg, \sin ۳۷^\circ=۰/۶)$

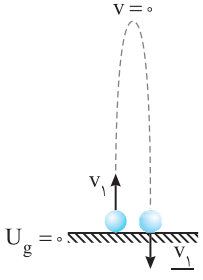
۱) صفر، صفر ۲) ۰/۴− ، صفر ۳) صفر، ۰/۴+ ۴) ۰/۴+ ، ۰/۴−

گزینهٔ ۲

C ۷۳۱ ۱

خط فکری نیروی مقاومت هوا در طول مسیر رفت و برگشت ثابت است بنابراین کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت برابر کار نیروی مقاومت هوا در مسیر برگشت است. شما باید کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت را به کمک قانون پایستگی انرژی $(E_2-E_1=W_f)$ حساب کنید سپس به کمک کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت، ارتفاع اوج یعنی طول مسیر بالا رفتن گلوله را به‌دست بیاورید تا بتوانید کار نیروی وزن $W_{mg}=-mgh_{اوج}$ را حساب کنید.

۱ قانون پایستگی انرژی در مسیر رفت و برگشت را می‌نویسیم.



$$E_2-E_1=W_f$$
$$\Rightarrow (K_2+U_2)-(K_1+U_1)=W_f$$
$$\xrightarrow{U_2=U_1=0} K_2-K_1=W_f$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=W_f$$
$$\xrightarrow{v_2=\frac{v_1}{2}} \frac{1}{2}m(\frac{v_1}{2})^2-\frac{1}{2}mv_1^2=W_f$$
$$W_f=\frac{1}{2}m(\frac{v_1^2}{4}-v_1^2)\Rightarrow W_f=-\frac{3}{4}(\frac{1}{2}mv_1^2)=-\frac{3}{8}mv_1^2$$

۲ کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت خواهد شد.

$$W_{f_{رفت}}=\frac{W_f}{2}\Rightarrow W_{f_{رفت}}=\frac{1}{2}(-\frac{3}{8}mv_1^2)=-\frac{3}{16}mv_1^2$$

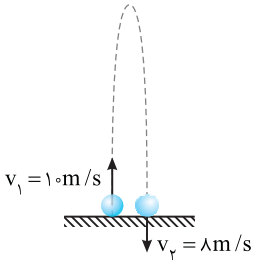
۳ به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی وزن در مسیر رفت را حساب می‌کنیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{f_{رفت}}+W_{mg}=0-K_1$$
$$\Rightarrow -\frac{3}{16}mv_1^2+W_{mg}=-\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow W_{mg}=-\frac{5}{16}mv_1^2$$

۴ نسبت کار نیروی وزن در مسیر رفت و کار نیروی اصطکاک در کل مسیر برابر است با:

$$\frac{W_{mg}}{W_f}=\frac{-\frac{5}{16}mv_1^2}{-\frac{3}{8}mv_1^2}=\frac{5}{6}$$

B ۷۳۲ ۲



نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت را f_{D_1} و در مسیر برگشت را f_{D_2} می‌نامیم. با توجه به فرض مسئله: $f_{D_1}=۱/۴f_{D_2}$

اندازه جابه‌جایی در مسیر رفت و برگشت (h) یکسان است بنابراین کار نیروی f_{D_1} در مسیر رفت ۱/۴ کار نیروی f_{D_2} در مسیر برگشت است.

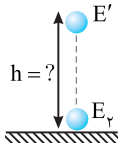
$$W_{f_{D_1}}=۱/۴W_{f_{D_2}}$$

کار نیروی اصطکاک در کل مسیر رفت و برگشت خواهد شد:

$$W_f=W_{f_{D_1}}+W_{f_{D_2}}=۱/۴W_{f_{D_2}}+W_{f_{D_2}}\Rightarrow W_f=۲/۴W_{f_{D_2}}$$

قانون پایستگی انرژی را در کل مسیر رفت و برگشت می‌نویسیم:

$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow (K_2+U_2)-(K_1+U_1)=W_f$$
$$\xrightarrow{U_1=U_2=0} K_2-K_1=W_f\Rightarrow \frac{1}{2}m(۸^2)-\frac{1}{2}m(۱۰)^2=۲/۴W_{f_{D_2}}$$
$$\Rightarrow -۱۸m=۲/۴W_{f_{D_2}}\Rightarrow W_{f_{D_2}}=-۷/۵m$$



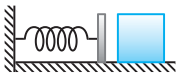
مسیر برگشت از نقطهٔ اوج تا رسیدن به سطح زمین است:

$$E_2-E'=W_{f_{D_2}} \xrightarrow[U'=mgh]{E'=K'+U',K'=0}$$
$$\frac{1}{2}m\times۶۴-m\times۱۰\times h=-۷/۵m$$
$$\Rightarrow ۱۰h=۳۹/۵\Rightarrow h=۳/۹۵m$$

B ۷۳۳ ۱

خط فکری بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی سامانهٔ جرم - فنر وقتی اتفاق می‌افتد که فنر بعد از برخورد فشرده شده و جسم متوقف می‌شود. در این حالت انرژی مکانیکی ثانویه سامانه همان انرژی کشسانی فنر است. بنابراین شما انرژی مکانیکی اولیه را حساب کنید و به کمک قانون پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک را به‌دست آورید.

۱ انرژی مکانیکی اولیه همان انرژی جنبشی جسم است.



$$E_1=K_1=\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=۰/۲kg, v=۱۰m/s}$$
$$E_1=\frac{1}{2}\times ۰/۲\times ۱۰^2\Rightarrow E_1=۱۰J$$

۲ قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$E_2-E_1=W_f \xrightarrow{E_2=U_2=۹J} ۹-۱۰=W_f\Rightarrow W_f=-۱J$$

B ۷۳۴ ۴

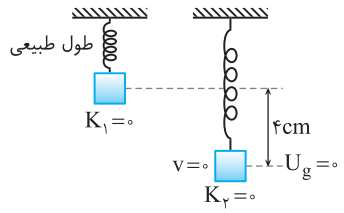
پایین‌ترین نقطه مسیر را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

انرژی مکانیکی در ابتدا برابر است با:

$$E_1=K_1+U_1 \xrightarrow{K_1=0} E_1=U_1=mgh$$
$$\xrightarrow{m=۰/۵kg, h=۴cm} E_1=۰/۵\times ۹/۸\times\frac{۴}{۱۰۰}\Rightarrow E_1=۰/۱۹۶J$$

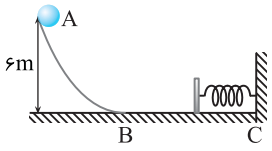
انرژی مکانیکی در حالت (۲) یعنی در حداکثر کشیدگی فنر، همان بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی فنر است و بنابر اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E_۲=E_۱ \xrightarrow[K_۲=۰]{E_۲=U_{۲e}} U_{۲e}=۰/۱۹۶J$$



۳ ۷۳۵ B

۱ گلوله از نقطهٔ A رها شده بنابراین تندی و انرژی جنبشی گلوله در نقطهٔ A صفر است و اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی $U_g=۰$ فرض کنیم



انرژی مکانیکی گلوله در نقطه A برابر خواهد شد با:

$$E_A=K_A+U_A \xrightarrow{K_A=۰} E_A=U_A=mgh \xrightarrow[h=۶m]{m=۰/۲kg} E_A=۰/۲\times۱۰\times۶=۱۲J$$

۲ اکنون با نوشتن قانون پایستگی انرژی، انرژی مکانیکی جسم را در نقطهٔ B به‌دست می‌آوریم.

$$E_B-E_A=W_{f_{A\to B}} \xrightarrow{W_f=-۲J} E_B-۱۲=-۲\Rightarrow E_B=۱۰J$$

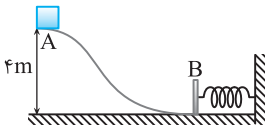
۳ سطح BC بدون اصطکاک است و بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_B=E_C$$

بنابراین بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی فنر برابر است با:

$$E_C=K_C+U_C \xrightarrow{K_C=۰} U_{C_{max}}=۱۰J$$

بازی با سؤال مطابق شکلی جسمی به جرم ۲۰۰g از نقطهٔ A رها می‌شود. از زمان شروع حرکت جسم تا لحظه‌ای که جسم توسط فنر به‌طور لحظه‌ای متوقف می‌شود، ۱۰ درصد انرژی مکانیکی اولیه آن تلف می‌شود. بیشترین مقدار ذخیره شده در فنر چند ژول است؟



۱) ۱/۸ ۲) ۳/۶ ۳) ۷/۲ ۴) ۱۰/۸

گزینهٔ ۳

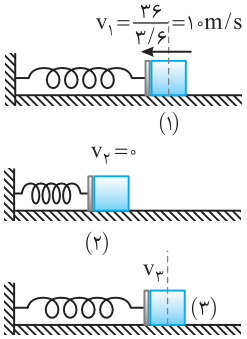
۴ ۷۳۶ C

تندی جسم در لحظهٔ برخورد را برحسب m/s به‌دست می‌آوریم.

$$v_۱=۳۶\frac{km}{h}=\frac{۳۶}{۳/۶}\frac{m}{s}\Rightarrow v_۱=۱۰m/s$$

بیشینه انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر وقتی است که جسم به‌طور لحظه‌ای متوقف می‌شود (شکل (۲)).

قانون پایستگی انرژی را برای نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم و به کمک آن کار نیروی اصطکاک را در این مسیر به‌دست می‌آوریم.



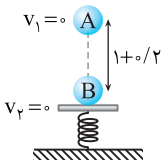
$$E_۲-E_۱=W_f \xrightarrow{E_۲=U_e,\ E_۱=K_۱} U_e-K_۱=W_f \xrightarrow{U_e=۸۲J} ۸۲-\frac{۱}{۲}mv^۲=W_f \xrightarrow{m=۲kg} ۸۲-\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^۲=W_f\Rightarrow W_f=-۱۸J$$

از وضعیت (۲) تا وضعیت (۳)، با توجه به ثابت ماندن نیرو اصطکاک و یکسان بودن جابه‌جایی از حالت (۱) تا (۲) و حالت (۲) تا (۳)، کار نیروی اصطکاک همان $-۱۸J$ است، بنابراین در مسیر برگشت قانون پایستگی انرژی خواهد شد:

$$E_۳-E_۲=W_f\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_۳^۲-U_{فنر}=W_f\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times۲\times v_۳^۲-۸۲=-۱۸$$

$$\Rightarrow v_۳^۲=۶۴\Rightarrow v_۳=۸m/s$$

۱ ۷۳۷ B



در طول مسیر بر گلوله سه نیرو

۱ وزن

۲ مقاومت هوا

۳ نیروی فنر وارد می‌شود و کار کل آن‌ها بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است.

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

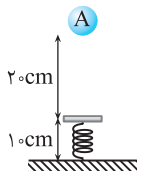
$$W_{کل}=\Delta K\Rightarrow W_{mg}+W_{اصطکاک}+W_{فنر}=K_۲-K_۱$$

در ابتدا و انتهای مسیر تندی گلوله صفر است، بنابراین:

$$W_{mg}+W_{اصطکاک}+W_{فنر}=۰\Rightarrow+mgh+(-۶)+W_{فنر}=۰$$

$$\Rightarrow ۳\times۱۰\times(۱/۲)+(-۶)+W_{فنر}=۰\Rightarrow W_{فنر}=-۳۰J$$

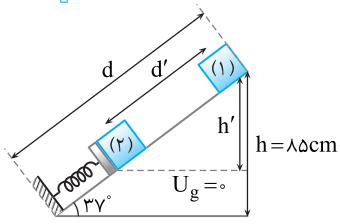
بازی با سؤال جسمی از نقطهٔ A رها شده است، هنگامی که تندی متحرک ۱/۵m/s می‌شود، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل کشسانی فنر با هم برابر خواهد شد. در این لحظه فاصلهٔ جسم از سطح زمین چند سانتی‌متر است؟ (از نیروی مقاومت‌ها صرف‌نظر کنید.)



۱) ۲۲/۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۲۵ ۴) ۵

گزینهٔ ۲

۴ ۷۳۸ B



ابتدا طول سطح (d) را به کمک روابط مثلثاتی حساب می‌کنیم.

$$\sin ۳۷^\circ=\frac{h}{d}\Rightarrow ۰/۶=\frac{۸۵}{d}$$

$$\Rightarrow d=\frac{۸۵۰}{۶}cm$$

فنر هنگامی بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی را دارد که وزنه متوقف شده و تمام انرژی جنبشی اولیه و انرژی پتانسیل گرانشی‌اش به انرژی پتانسیل کشسانی تبدیل شود. بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_۲=E_۱\Rightarrow U_e=U_g+K \xrightarrow{U_e=۱/۸K} ۱/۸K=U_g+K$$

$$\Rightarrow U_g=۰/۸K\Rightarrow mgh'=۰/۸\left(\frac{۱}{۲}mv^۲\right)\Rightarrow ۱۰h'=۰/۴\times۴^۲$$

$$\Rightarrow h'=۰/۶۴m=۶۴cm$$

اکنون d' یعنی مقداری که وزنه روی سطح پایین می‌آید را حساب می‌کنیم.

$$\sin ۳۷^\circ=\frac{h'}{d'}\Rightarrow d'=\frac{۶۴}{۰/۶}=\frac{۶۴۰}{۶}cm$$

بنابراین کمترین طول فنر برابر اختلاف d و d' بوده و مقدار آن خواهد شد:

$$d-d'=\frac{۸۵۰}{۶}-\frac{۶۴۰}{۶}=\frac{۲۱۰}{۶}=۳۵cm$$

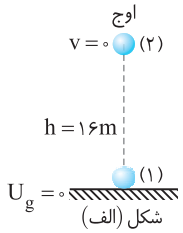
پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

۱ ۷۳۹ B

خط فکری حداکثر ارتفاعی که گلوله بالا می‌رود ۱۶m است یعنی در این نقطه، تندی گلوله به‌طور لحظه‌ای صفر می‌شود. با داشتن تندی اولیه و ارتفاع اوج شما می‌توانید به کمک قانون پایستگی انرژی، نیروی مقاومت هوا را حساب کنید. سپس مجدداً قانون پایستگی انرژی برای نقطه‌ای در ارتفاع ۷ متری یک‌بار هنگام بالا رفتن گلوله و بار دیگر در برگشت گلوله بنویسید و تندی جسم را به‌دست بیاورید.

سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی می‌گیریم

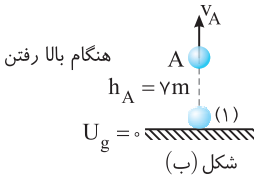
۱ قانون پایستگی انرژی را برای نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم (شکل الف) و نیروی مقاومت هوا را به‌دست می‌آوریم.



شکل (الف)

$$E_۲-E_۱=W_f \Rightarrow mgh_۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=W_{f_D}$$
$$\Rightarrow ۳۲۰-۴۰۰=W_{f_D} \Rightarrow -۸۰=fh\cos ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow -۸۰=-f_D\times ۱۶ \Rightarrow f_D=۵N$$

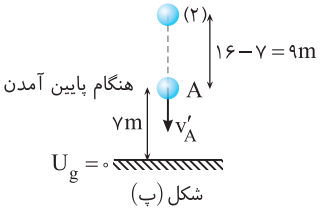
۲ تندی در ارتفاع ۷ متری سطح زمین را نیز با نوشتن قانون پایستگی انرژی برای نقاط (۱) و A در شکل (ب) حساب می‌کنیم.



شکل (ب)

$$E_A-E_۱=W'_f \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_A^۲+mgh_A-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=f_Dh_A\cos ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow v_A^۲+۱۴۰-۴۰۰=۵\times ۷\times(-۱) \Rightarrow v_A^۲=۲۲۵ \Rightarrow v_A=۱۵m/s$$

۳ برای یافتن تندی گلوله هنگام برگشت در ارتفاع ۷ متر قانون پایستگی انرژی را برای نقاط (۲) و A می‌نویسیم. کار نیروی اصطکاک در این مسیر که طول آن $۱۶-۷=۹m$ است برابر است با:



شکل (پ)

$$W''_f=-f_Dd=-۵\times ۹ \Rightarrow W''_f=-۴۵J$$
$$E'_A-E_۲=W''_f \xrightarrow{E_۲=mgh \atop E'_A=U'_A+K'_A} \frac{۱}{۲}mv'^۲_A+mgh_A-mgh=-۴۵$$
$$\xrightarrow{m=۲kg} v'^۲_A+۲\times ۱۰\times ۷-۲\times ۱۰\times ۱۶=-۴۵$$
$$\Rightarrow v'^۲_A=۱۳۵ \Rightarrow v'_A=۳\sqrt{۱۵}m/s \Rightarrow \frac{v_A}{v'_A}=\frac{۱۵}{۳\sqrt{۱۵}}=\frac{۵}{\sqrt{۱۵}}$$

۳ ۷۴۰ B

مقاومت هوا ناچیز است بنابراین می‌توانیم از اصل پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کرده و برای هر جسم تندی رسیدن به زمین را حساب کنیم.

$$m_{\text{جسم}}: E_۱=E_۲ \Rightarrow mgh+۰=۰+\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow v=\sqrt{۲gh}$$
$$۲m_{\text{جسم}}: E_۱=E_۲ \Rightarrow ۲mg(۲h)+۰=۰+\frac{۱}{۲}(۲m)v'^۲ \Rightarrow v'=\sqrt{۴gh}$$

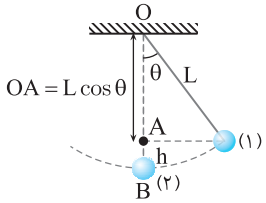
بنابراین خواهیم داشت:
$$\frac{v'}{v}=\frac{\sqrt{۴gh}}{\sqrt{۲gh}}=\sqrt{۲}$$

میانبر جسمی که در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی تندی آن پس از سقوطی به اندازه h برابر است با: $v=\sqrt{۲gh}$

۴ ۷۴۱ B

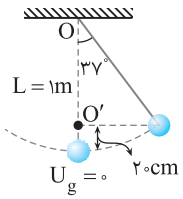
یادآوری هرگاه آونگی به طول L و جسم m را از راستای قائم مطابق شکل به اندازهٔ θ منحرف کنیم انرژی پتانسیل گرانشی ذخیره شده در آن خواهد شد:

$$\left.\begin{array}{l} U=mgh \\ h=OB-OA=L-L\cos\theta \end{array}\right\} \Rightarrow U=mgL(۱-\cos\theta)$$



وقتی آونگ به اندازه ۳۷° منحرف می‌شود. انرژی پتانسیل ذخیره شده در آن برابر است با:

$$U_۱=mgL(۱-\cos\theta) \Rightarrow U_۱=mgL(۱-۰/۸)$$
$$\Rightarrow U_۱=mg(۱)(۰/۲) \Rightarrow U_۱=۰/۲mg$$



وقتی آونگ رها می‌شود و نخ آن در نقطه O′ به میخ گیر می‌کند و آونگ در طرف چپ به حرکت خود ادامه می‌دهد. در این حالت طول آونگ جدید $L'=۱۰۰-۸۰=۲۰cm$ می‌شود و تا جایی گلوله بالا می‌رود که تمام انرژی آن به انرژی پتانسیل گرانشی $(U_۲)$ تبدیل شود (بنابر اصل پایستگی انرژی مکانیکی).

$$U_۲=mgL'(۱-\cos\theta')=۰/۲mg(۱-\cos\theta')$$
$$U_۱=U_۲ \Rightarrow ۰/۲mg=۰/۲mg(۱-\cos\theta') \Rightarrow \cos\theta'=۰ \Rightarrow \theta'=۹۰^\circ$$

۱ ۷۴۲ C

۱ ابتدا به کمک شکل مشخص می‌کنیم که گلوله نسبت به حالت قائم تا چه ارتفاعی بالا رفته است.

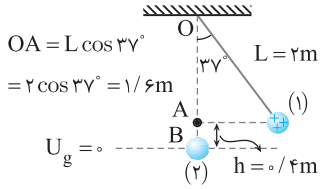
$$h=OB-OA \xrightarrow[OA=L\cos ۳۷^\circ]{OB=L} h=L-L\cos ۳۷^\circ \Rightarrow h=۲-۲\cos ۳۷^\circ$$
$$\Rightarrow h=۰/۴m$$

۲ انرژی مکانیکی گلوله در نقطهٔ (۱) شامل انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی پتانسیل الکتریکی است.

$$E_۱=U_۱+K_۱ \xrightarrow{K_۱=۰} E_۱=U_{۱E}+U_{۱g}$$

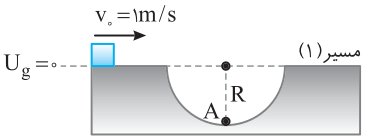
۳ پایین‌ترین نقطهٔ مسیر را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. با خنثی شدن میله و گذر گلوله از حالت قائم انرژی آن در این لحظه انرژی جنبشی است $E_۲=K_۲$ و بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E_۱=E_۲ \Rightarrow U_{۱E}+U_{۱g}=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow ۱۰۰+۱\times ۱۰\times ۰/۴=\frac{۱}{۲}\times ۱\times v^۲$$
$$\Rightarrow v=۴\sqrt{۱۳}m/s$$

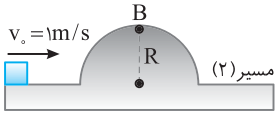


۴ ۷۴۳ C

دو سطح بدون اصطکاک است و در مسیر (۱) انرژی تلف نمی‌شود و وقتی جسم پایین می‌آید تا به نقطهٔ A برسد و مجدداً تا همان سطح بالا می‌رود، تندی جسم در انتهای مسیر (۱) همان ۱m/s است. اما به کمک مسیر (۱) و اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان شعاع R را به‌دست آورد. سطح افقی مسیر را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم در این صورت انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ A برابر $U_A=-mgR$ می‌شود.



$$\text{مسیر (۱)}: E_۱=E_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۰^۲+۰=\frac{۱}{۲}mv_A^۲-(mgR) \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۱=\frac{۱}{۲}\times ۲^۲-۱۰R$$
$$\Rightarrow R=۰/۱۵m$$



در مسیر (۲) باید جسم به اندازه $R=۰/۱۵m$ بالا برود در این‌صورت در نقطهٔ B انرژی پتانسیل گرانشی آن خواهد شد: $U_B=mgR=۲\times ۱۰\times ۰/۱۵ \Rightarrow U_B=۳J$

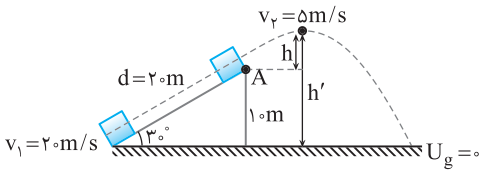
اما دقت کنید جسم در ابتدا دارای $K=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱^۲=۱J$ انرژی جنبشی است

بنابراین جسم در مسیر (۲) انرژی لازم برای گذر از B را ندارد و گزینه (۴) درست است.

۳ ۷۴۴ C

انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با $\frac{۱}{۲}mv^۲=۲۰۰m$ و انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ A برابر است با:

$$mgd\sin ۳۰^\circ=m\times ۱۰\times ۲۰\times \frac{۱}{۲}=۱۰۰m$$



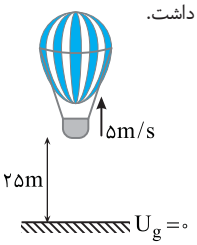
پس هنگامی که جعبه به نقطهٔ A می‌رسد تمام انرژی جنبشی اولیه آن به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل نشده و جسم هنوز دارای انرژی جنبشی و تندی است و از نقطه A می‌گذرد. کمینه سرعت جسم مربوط به لحظه‌ای است که جسم در ارتفاع بیشینه قرار گرفته است. اکنون اصل پایستگی انرژی مکانیکی را نوشته و بیشینه ارتفاع را حساب می‌کنیم:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲+mgh'\Rightarrow ۲۰۰=\frac{۱}{۲}\times ۲۵+gh'$$
$$\Rightarrow ۱۸۷/۵=gh'\Rightarrow h'=۱۸/۷۵m$$

بیشینه ارتفاع از نقطهٔ A برابر است با: $h'-۱۰=h\Rightarrow h=۸/۷۵m$

۳ ۷۴۵ C

یادآوری هرگاه از درون دستگاه متحرکی، جسمی رها شود جسم سرعت اولیه‌ای برابر سرعت دستگاه متحرک و در جهت حرکت دستگاه خواهد داشت.



سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. ابتدا فاصلهٔ بالون از سطح زمین را در لحظهٔ رها شدن کیسه شنی حساب می‌کنیم:

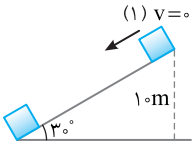
$$\text{مسافت}=\text{تندی}\times\text{زمان}\Rightarrow h=۵\times ۵=۲۵m$$

در این لحظه تندی کیسه شن $۵m/s$ رو به بالا و فاصلهٔ آن از سطح زمین ۲۵ متر است و کیسه شن تا زمانی بالا می‌رود که تندی‌اش صفر شود. بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی کیسه شن را در لحظهٔ رها شدن کیسه و در لحظهٔ توقف آن برابر قرار می‌دهیم.

$$E_۱=E_۲\Rightarrow K_۱+U_۱=K_۲+U_۲$$
$$\xrightarrow[U_۱=mgh_۱,\,U_۲=mgh_۲]{v_۲=۰\Rightarrow K_۲=۰}\frac{۱}{۲}mv_۱^۲+mgh_۱=۰+mgh_۲$$
$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}v_۱^۲+۱۰h_۱=۱۰h_۲\xrightarrow[h_۱=۲۵m]{v=۵m/s}\frac{۱}{۲}\times ۵^۲+۱۰\times ۲۵=۱۰\times h_۲$$
$$\Rightarrow h_۲=۲۶/۲۵m$$

۲ ۷۴۶ B

خط فکری شتاب متوسط $\left(a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}\right)$



از شما خواسته شده است، بنابراین شما باید تندی جسم را به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی در پایین سطح پیدا کنید.

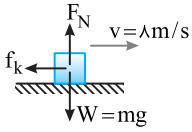
در حل این مسئله زاویهٔ ۳۰° جزء داده‌های اضافی است و کافی است بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی بنویسیم.

$$E_۱=E_۲\Rightarrow|\Delta U|=|\Delta K|\Rightarrow mg\Delta h=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow ۱۰\times ۱۰=\frac{۱}{۲}v^۲$$
$$\Rightarrow v=۱۰\sqrt{۲}m/s$$

شتاب متوسط خواهد شد: $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow a_{av}=۵\sqrt{۲}m/s^۲$

۲ ۷۴۷ B

یادآوری هرگاه جسمی را با تندی اولیه به حرکت در آوریم، از لحظهٔ جدا شدن جسم از دست ما، دیگر نیروی جلوبری بر جسم وارد نمی‌شود. نیروی مؤثر وارد بر جسم که آن را متوقف می‌کند نیروی اصطکاک f_k است. به کمک قانون دوم نیوتون شتاب توقف جسم را به‌دست می‌آوریم.



$$F_{net}=ma\xrightarrow[m=۲kg]{F_{net}=f_k=-۴N}-۴N=۲a\Rightarrow a=-۲m/s^۲$$

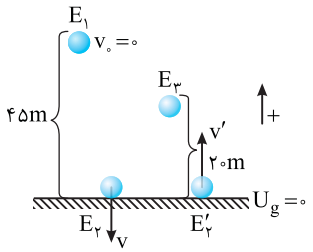
ثانیه دوم یعنی بازهٔ زمانی $t=۱s$ تا $t=۲s$، بنابراین سرعت متحرک را به کمک تعریف شتاب در این لحظه‌ها به‌دست می‌آوریم.

$$\text{شتاب}=\frac{\text{تغییر سرعت}}{\text{زمان}}\Rightarrow a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow\begin{cases}t=۱s\Rightarrow -۲=\frac{v_۱-۸}{۱}\Rightarrow v_۱=۶m/s\\ t=۲s\Rightarrow -۲=\frac{v_۲-۸}{۲}\Rightarrow v_۲=۴m/s\end{cases}$$

تغییر انرژی مکانیکی خواهد شد:

$$\Delta E=E_۲-E_۱=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow\Delta E=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۶-\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۳۶\Rightarrow\Delta E=-۲۰J$$

۴ ۷۴۸ B



ابتدا به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی سرعت برخورد گلوله به زمین و همچنین سرعت برگشت آن از سطح زمین را حساب می‌کنیم. سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.

$$E_۲=E_۱\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv^۲=mgh\Rightarrow v^۲=۲\times ۱۰\times ۴۵\Rightarrow v=-۳۰m/s$$

علت منفی قرار دادن سرعت برخورد به زمین این است که جهت مثبت را رو به بالا اختیار کرده‌ایم. اما پس از برخورد گلوله به زمین، گلوله ابتدا متوقف شده و سپس با سرعت v' رو به بالا حرکت می‌کند و در این لحظه دارای انرژی جنبشی $\frac{۱}{۲}mv'^۲$ است و تا ۲۰m بالا می‌رود و سرعتش صفر می‌شود و انرژی جنبشی‌اش به انرژی پتانسیل تبدیل می‌شود. $\frac{۱}{۲}mv'^۲=mgh'\Rightarrow v'^۲=۲gh'=۲\times ۱۰\times ۲۰\Rightarrow v'=۲۰m/s$

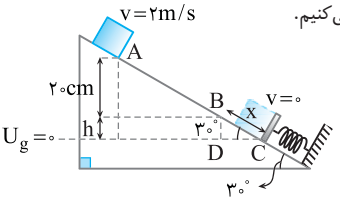
v' را مثبت قرار می‌دهیم زیرا جهتش رو به بالا و در جهت مثبت اختیاری ما است. اکنون شتاب در مدت برخورد و سپس نیروی خالص را حساب می‌کنیم.

$$a=\frac{v'-v}{t}=\frac{۲۰-(-۳۰)}{۲\times ۱۰^{-۳}}=۲۵\times ۱۰^۳m/s^۲$$
$$F_{net}=ma\Rightarrow F_{net}=۰/۲\times ۲۵\times ۱۰^۳=۵۰۰۰N$$

میانبر در شرایط خلأ می‌توانید از رابطهٔ $v=\sqrt{۲gh}$ که در آن h مقدار جابه‌جایی در امتداد قائم است استفاده کنید.

۲ ۷۴۹ B

سطحی که نقطهٔ C در آن واقع شده و جسم در آن نقطه متوقف شده است را مطابق شکل مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.



جسم در نقطهٔ C متوقف شده $(K_C=۰)$ و انرژی جسم در نقطهٔ همان انرژی پتانسیل کشسانی فنر است. $(E_C=U_e=۱۰J)$

ارتفاع قائمی که جسم از A تا C پایین می‌آید مطابق شکل $(۰/۲+h)$ است.

و انرژی مکانیکی جسم در نقطهٔ A برابر است با:

$$E_A=K_A+U_A\Rightarrow E_A=\frac{۱}{۲}mv^۲+mg(۰/۲+h)$$

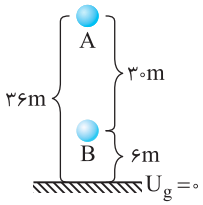
اکنون با نوشتن اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط A و C مسئله حل می‌شود.

$$E_۱=E_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_A^۲+mg(۰/۲+h)=U_e$$
$$\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۴+۲\times ۱۰(۰/۲+h)=۱۰\Rightarrow h=۰/۱m$$

با توجه به مثلث BDC: $\sin ۳۰^\circ=\frac{h}{x}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{۰/۱}{x}\Rightarrow x=۰/۲m=۲۰cm$

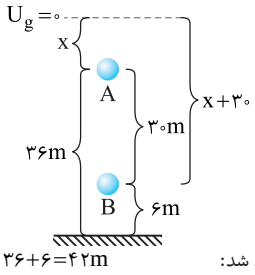
۷۵۰ C ۲

خط فکری مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را می‌توان به‌طور دلخواه انتخاب کرد. در ابتدا مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی سطح زمین است و چون انرژی پتانسیل گرانشی A از انرژی پتانسیل گرانشی B بیشتر است $(\frac{U_A}{U_B}=۶)$ یعنی نقطهٔ A از نقطهٔ B بالاتر است.



$$\frac{mgh_A}{mgh_B}=۶\Rightarrow\frac{h_A}{h_B}=۶\Rightarrow\frac{۳۶}{h_B}=۶\Rightarrow h_B=۶m$$

مبدأ پتانسیل گرانشی را جابه‌جا کرده‌ایم و قطعاً مبدأ بالاتر از سطح زمین اختیار شده است و باید جایی بالاتر نقطهٔ A باشد. در این حالت مجدداً باید بنویسیم:



$$\frac{U_B}{U_A}=۶\Rightarrow\frac{-mgh'_B}{-mgh'_A}=۶\Rightarrow\frac{x+۳۰}{x}=۶$$
$$\Rightarrow x+۳۰=۶x\Rightarrow x=۶m$$

بنابراین فاصلهٔ مبدأ پتانسیل از سطح زمین خواهد شد:
$۳۶+۶=۴۲m$

۷۵۱ C ۱

خط فکری انرژی جنبشی جسم پس از اعمال نیرو به مقدار اولیه می‌رسد یعنی انرژی جنبشی ثانویه و انرژی جنبشی اولیه برابر است بنابراین تندی نهایی جسم با تندی اولیهٔ آن برابر است. اما چون نیروی F در خلاف‌جهت حرکت به جسم وارد شده است تندی جسم در ابتدا کاسته شده و به صفر رسیده سپس تحت تأثیر نیروی F مجدداً شروع به حرکت در خلاف جهت اولیه می‌کند. به همین دلیل سرعت جسم در حالت ثانویه قرینه سرعت جسم در حالت اولیه خواهد بود.

۱ انرژی جنبشی را در دو حالت برابر قرار می‌دهیم.

$$K_۲=K_۱\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow v_۲^۲=v_۱^۲\Rightarrow v_۲=-v_۱\Rightarrow v_۲=-۴m/s$$

۲ شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم:

$$a=\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{-۴-۴}{۱۶}\Rightarrow a=-۰/۵m/s^۲$$

۳ اندازه نیروی F را با استفاده از قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم.

$$|F|=|ma|\Rightarrow F=|۲\times(-۰/۵)|=۱N$$

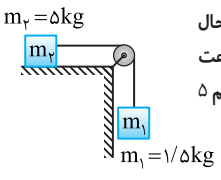
۷۵۲ B ۲

در حل این مسئله می‌خواهیم تنها با توجه به قانون پایستگی انرژی و تبدیل انرژی‌ها به هم به سریع‌ترین روش مسئله را حل می‌کنیم.

وقتی دستگاه را رها می‌کنیم وزنه ۴kg شروع به پایین آمدن می‌کند و انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد و انرژی پتانسیل آزاد شده وزنهٔ ۴kg به انرژی جنبشی کل دستگاه تبدیل می‌شود. بنابراین کافی است تغییر انرژی پتانسیل را برابر تغییر انرژی جنبشی قرار دهیم.

$$\Delta U=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=۲J}mg\Delta h=۲\Rightarrow۴\times۱۰\times\Delta h=۲\Rightarrow\Delta h=\frac{۱}{۲۰}m=۵cm$$

بازی با سؤال در شکل مقابل دستگاه را از حال سکون رها می‌کنیم. پس از ۱۰cm جابه‌جایی سرعت وزنه‌ها ۴۰cm/s می‌شود. نیروی اصطکاک بین جسم ۵ کیلوگرمی و سطح افقی میز چند نیوتون است؟ $(g=۱۰N/kg$، جرم نخ و قرقره ناچیز$)$



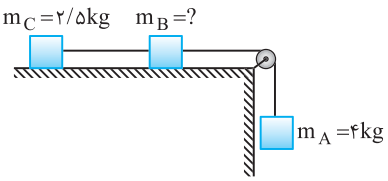
۱) ۴/۹ ۲) ۵ ۳) ۹/۸ ۴) ۶/۵

گزینهٔ ۳

۷۵۳ B ۴

به استدلالی که با توجه به قانون پایستگی انرژی صورت می‌گیرد با دقت توجه کنید.

با یک متر جابه‌جایی، وزنه A به اندازه $mgh=۴\times۱۰\times۱=۴۰J$ انرژی پتانسیل آزاد می‌کند که ۵ ژول آن صرف غلبه بر اصطکاک می‌شود و از ۳۵ ژول باقی‌مانده، ۲۵ ژول تبدیل به انرژی جنبشی دو وزنه A و C شده است و $(K_{A\,و\,C}=۲۵J)$ بقیهٔ آن یعنی $K_B=۱۰J$ به انرژی جنبشی وزنه B تبدیل شده است: $۳۵-۲۵=۱۰J$

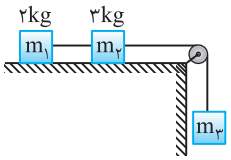


نکته وقتی که اجسام به‌صورت شکل با ریسمان به‌دنبال هم وصل هستند، تندی آن‌ها در تمام لحظات باهم برابر است.

اکنون برای جسم B و مجموعه جسم‌های A و C انرژی جنبشی را نوشته و دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم و با توجه به نکتهٔ بیان شده، تندی‌ها از دو رابطه حذف می‌شود و جرم m_B به‌دست می‌آید.

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow\begin{cases}K_B=\frac{۱}{۲}m_Bv^۲\\K_{A,C}=\frac{۱}{۲}(m_A+m_C)v^۲\end{cases}\Rightarrow\frac{K_B}{K_{A,C}}=\frac{m_B}{m_A+m_C}$$
$$\Rightarrow\frac{۱۰}{۲۵}=\frac{m_B}{۴+۲/۵}\Rightarrow m_B=۲/۶kg$$

بازی با سؤال در شکل زیر وزنه $m_۳$ از حال سکون رها می‌شود. اگر تا لحظه‌ای که وزنهٔ $m_۳$، ۹۰ سانتی‌متر پایین می‌آید، مجموع انرژی جنبشی دو وزنهٔ $m_۱$ و $m_۲$ روی سطح افقی به ۲۲/۵ ژول برسد، $m_۳$ چند کیلوگرم است؟ $(g=۱۰m/s^۲$ و کلیهٔ اصطکاک‌ها و جرم نخ و قرقره ناچیز است.$)$



۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۱۰

گزینهٔ ۲

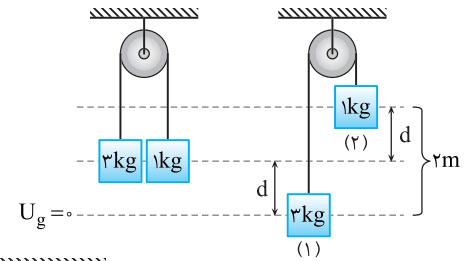
۷۵۴ C ۲

هنگامی که جسم ۳kg، d متر پایین می‌آید، جسم ۱kg، d متر بالا می‌رود. در سؤال گفته شده که فاصله دو جسم از هم ۲m شود، در واقع $d+d=۲m\Rightarrow d=۱m$.

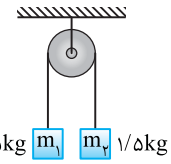
اما چگونه در مورد مسئله فکر کنیم؟ جسم ۳kg، ۱m پایین می‌آید و به اندازهٔ ۱m هم که ۱kg انرژی پتانسیل آزاد می‌کند، جسم $U=mgd=۳\times۱۰\times۱=۳۰J$ بالا می‌رود به اندازه $U=mgd=۱\times۱۰\times۱=۱۰J$ انرژی پتانسیل دریافت می‌کند تفاوت این دو انرژی کجا رفته است؟

تبدیل به انرژی جنبشی مجموعه می‌شود: $۳۰-۱۰=K\Rightarrow K=۲۰J$

دو جسم به‌هم وصل هستند و در هر لحظه تندی آن‌ها برابر است از این رو خواهیم داشت: $K=\frac{۱}{۲}(m_۱+m_۲)v^۲\Rightarrow۲۰=\frac{۱}{۲}(۳+۱)v^۲\Rightarrow v^۲=۱۰\Rightarrow v=\sqrt{۱۰}m/s$



بازی با سؤال در شکل روبه‌رو جرم نخ و قرقره و اصطکاک ناچیز است، دستگاه را از حال سکون رها می‌کنیم. در لحظه‌ای که هریک از وزنه‌ها ۳۰cm جابه‌جا شده است، انرژی جنبشی وزنهٔ ۱/۵ کیلوگرمی چند ژول است؟ $(g=۱۰N/kg)$



گزینهٔ ۲

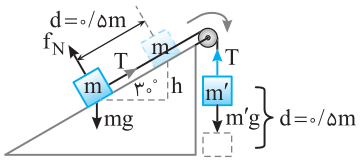
۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۹}{۸}$ ۳) $\frac{۱۵}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

C ۷۵۵ ۴

نکته در طول یک ریسمان سبک، نیروی کشش یکسان است.

وقتی دستگاه را رها می‌کنیم مطابق شکل مسئله m' پایین می‌آید و m روی سطح شیبدار بالا می‌رود. اگر m' به اندازه d پایین بیاید، m روی سطح شیبدار به اندازهٔ d جابه‌جا می‌شود. البته جابه‌جایی m در امتداد قائم خواهد شد:

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow h = \frac{۱}{۲}d \Rightarrow h = \frac{۱}{۲} \times ۰/۵ = ۰/۲۵m$$



برای هر جسم قضیهٔ کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم (T نیرویی است که نخ بر جسم وارد می‌کند).

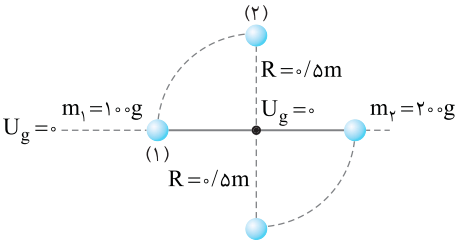
$$m' \text{جسم}: W_{m'g} + W_T = \Delta K' \xrightarrow{K'_۱ = ۰} m'gd + W_T = K'_۲ - ۰$$
$$\Rightarrow m'gd - Td = K'_۲$$
$$m \text{جسم}: W_{mg} + W_T = \Delta K \Rightarrow -mgh + W_T = K_۲ - ۰$$
$$\Rightarrow -mgh + Td = K_۲$$

دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم:

$$m'gd - Td - mgh + Td = K'_۲ + K_۲ \Rightarrow mg(۰/۵) - mg(۰/۲۵) = \frac{۱}{۲}mv^۲ + \frac{۱}{۲}mv^۲$$
$$۵ - ۲/۵ = v^۲ \Rightarrow v^۲ = \frac{۵}{۲} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{۱۰}}{۲} m/s$$

C ۷۵۶ ۱

حالت افقی اولیه را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی اختیار می‌کنیم. انرژی مکانیکی دستگاه را در حالت افقی $E_۱$ و در حالت قائم $E_۲$ می‌نامیم. منظور از انرژی مکانیکی مجموع انرژی مکانیکی هر دو جسم است.

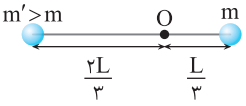


دقت کنید که چون حالت افقی را مبدأ انرژی پتانسیل اختیار کرده‌ایم، در حالت قائم $m_۱$ به اندازهٔ R بالاتر رفته و $m_۲$ به اندازهٔ R پایین آمده است، پس انرژی پتانسیل $m_۱$ برابر با $m_۱gR$ و انرژی پتانسیل $m_۲$ برابر با $-m_۲gR$ شده است.

اکنون با نوشتن اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی کل دستگاه در حالت دوم یعنی $K_۲$ را حساب می‌کنیم.

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow ۰ = m_۱gR + (-m_۲gR) + K_۲$$
$$\Rightarrow ۰ = ۰/۱ \times ۱۰ \times ۰/۵ - ۰/۲ \times ۱۰ \times ۰/۵ + K_۲ \Rightarrow K_۲ = ۰/۵J$$

بازی با سؤال **در شکل زیر به دو سر میلهٔ سبکی دو گلولهٔ m و m' متصل است. میله می‌تواند حول نقطهٔ O بدون اصطکاک در صفحهٔ قائم بچرخد. اگر میله را از وضع افقی رها کنیم، لحظه‌ای که میله به وضع قائم در می‌آید مجموع انرژی جنبشی گلوله‌ها برابر mgL می‌شود. $\frac{m'}{m}$ کدام است؟**



۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

پنجره ۵

A ۷۵۷ ۴

آهنگ انجام کار را توان گویند، توان کمیتی نرده‌ای است $P = \frac{W}{\Delta t}$ و گزاره (الف) درست است. با توجه به تعریف توان، هرچه توان دستگاهی بیشتر باشد، مقدار کار مشخصی را در بازهٔ زمانی کوتاه‌تری انجام می‌دهد و گزاره (ب) درست است.

$$\uparrow P = \frac{W_{\text{ثابت}}}{\Delta t \downarrow}$$

نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی را بازده می‌نامیم.

$$Ra = \frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ \xrightarrow{W_{\text{خروجی}} = P_{\text{خروجی}} t \atop W_{\text{ورودی}} = P_{\text{ورودی}} t} Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰$$

بنابراین گزاره (پ) درست است.

اسب بخار یکای قدیمی توان است $۱hp = ۷۴۶W$ و گزاره (ت) نادرست است.

A ۷۵۸ ۱

به آهنگ انجام کار توان می‌گویند $(P = \frac{W}{t})$ و دو دستگاه A و B قرار است کار یکسانی را انجام دهند $(W_A = W_B)$ بنابراین خواهیم داشت:

$$P_A = \frac{W_A}{t_A} \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} = \frac{W_B}{W_A} \times \frac{t_A}{t_B} \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} = \frac{t_A}{t_B}$$
$$P_B = \frac{W_B}{t_B}$$
$$\frac{P_A = ۱۲۰W}{P_B = ۸۰W} \rightarrow \frac{۸۰}{۱۲۰} = \frac{t_A}{t_B} \Rightarrow \frac{t_A}{t_B} = \frac{۲}{۳}$$

B ۷۵۹ ۲

خط فکری کار مفیدی که پمپ برای خروج آب انجام می‌دهد به انرژی جنبشی آب تبدیل می‌شود، بنابراین ابتدا شما باید انرژی جنبشی را به‌دست آورده و سپس توان مفید پمپ را حساب کنید.

ابتدا تندی را برحسب m/s به‌دست می‌آوریم:

$$v = ۷۲km/h \xrightarrow[\frac{۱۰۰۰}{۳۶۰۰}]{\times} v = ۲۰m/s$$

اکنون انرژی جنبشی آب یعنی کار مفید پمپ را به‌دست می‌آوریم:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۷۵ \times ۴۰۰ \Rightarrow K = ۱۵۰۰۰J \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = ۱۵kJ$$

توان مفید پمپ خواهد شد:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{t} \Rightarrow P = \frac{۱۵}{۶۰} \Rightarrow P = ۰/۲۵kW$$

بازی با سؤال **یک پمپ آتش‌نشانی در هر دقیقه ۳۰۰ لیتر آب را با تندی ۲۰m/s پرتاب می‌کند. توان خروجی این پمپ چند وات است؟**

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۱۰ ۴) ۱

گزینهٔ ۲

A ۷۶۰ ۳

خط فکری تندی شخص برای بالا رفتن ثابت است، بنابراین اندازه کاری که شخص انجام می‌دهد برابر اندازه کار نیروی وزن $(W = mgh)$ است بنابراین ابتدا باید ارتفاعی که شخص بالا می‌رود را حساب کنیم، سپس کار شخص و در نهایت توان متوسط مفید او را به‌دست بیاوریم.

ارتفاعی که شخص بالا رفته است را حساب می‌کنیم: ارتفاع هر پله ۳۰cm است و شخص ۷۰ پله بالا رفته است بنابراین:

$$h = ۷۰ \times ۰/۳ = ۲۱m$$

کار شخص برابر است با:

$$W_{\text{شخص}} + W_{mg} = \Delta K$$
$$\xrightarrow{\Delta K = ۰} W_{\text{شخص}} = -W_{mg} = -(-mgh) = mgh$$
$$\xrightarrow{m = ۶۰kg} W_{\text{شخص}} = ۶۰ \times ۱۰ \times ۲۱ \Rightarrow W_{\text{شخص}} = ۱۲۶۰۰J$$

توان متوسط مفید شخص خواهد شد:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{۱۲۶۰۰}{۹۰} \Rightarrow P = ۱۴۰W$$

A ۷۶۱ ۲

با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{\text{شخص}}+W_{\text{وزن}}=\frac{1}{2}mv^2-0\Rightarrow W_{\text{شخص}}=mgh+\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}}=0/2\times10\times1/5+\frac{1}{2}\times0/2\times144=17/4J$$

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow P=\frac{17/4}{1/2}=14/5W$$

B ۷۶۲ ۱

به کمک قضیه و کار انرژی جنبشی، کار نیروی موتور را حساب می‌کنیم. البته می‌دانیم که بالابر رو به بالا حرکت می‌کند و کار نیروی وزن منفی $(W_{mg}=-mgh)$ است.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t=W_{\text{موتور}}+W_{mg}=\Delta K\xrightarrow{v_1=0}W_{\text{موتور}}-mgh=\frac{1}{2}mv^2-0$$

$$\xrightarrow[v=2m/s,\,m=500kg]{h=10m}W_{\text{موتور}}-500\times10\times10=\frac{1}{2}\times500\times2^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}}=5000+1000\Rightarrow W_{\text{موتور}}=5100W$$

حال توان متوسط موتور را حساب کرده و در گام بعدی مقدار توان را بر حسب اسب بخار به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{W}{t}=\frac{5100}{10}=510W\Rightarrow W_{\text{موتور}}=510W\times\frac{1hp}{750W}\Rightarrow W_{\text{موتور}}=6/8hp$$

B ۷۶۳ ۳

تندی حرکت آسانسور ثابت و شتاب آسانسور صفر است بنابراین بنا به قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر آسانسور صفر بوده و نیروی موتور آسانسور ثابت و برابر نیروی وزن است.

$$F_{\text{موتور}}=mg$$

توان نیروی موتور بالابر در جابه‌جایی d و در مدت زمان t برابر است با:

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow P=\frac{F.d}{t}\Rightarrow P=F.v\xrightarrow[F=\text{ثابت}]{v=\text{ثابت}}P=\text{ثابت}$$

(تندی)

بنابراین نمودار گزینهٔ (۳) درست است.

B ۷۶۴ ۲

خط فکری اگر در جابه‌جایی d و در مدت زمان t توان موتور خودرویی که با تندی ثابت در حرکت است برابر P باشد، آنگاه شما می‌توانید بنویسید،

$$P=\frac{W}{t}\xrightarrow{W=F.d}P=\frac{F.d}{t}\xrightarrow{v=\text{تندی}=\frac{d}{t}}P=F.v$$

مسئله با رابطه‌ای که به‌دست آورده‌ایم به‌راحتی قابل حل است:

$$P=Fv\xrightarrow[F=1500N]{P=36\times10^3W,\,v=?}36\times10^3=1500\times v\Rightarrow v=24m/s$$

B ۷۶۵ ۲

کار نیروی خالص را با استفاده از تعریف توان به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{W_t}{t}\Rightarrow W_t=Pt\xrightarrow{P=12\times10^3W,\,t=10s}W_t=12\times10^3\times10$$

$$\Rightarrow W_t=12\times10^4J$$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل (یا کار نیروی خالص) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است بنابراین:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow{v_1=5m/s,\,v_2=15m/s}12\times10^4=\frac{1}{2}m(15^2-5^2)$$

$$\Rightarrow12\times10^4=\frac{1}{2}\times m(225-25)\Rightarrow m=1200kg$$

B ۷۶۶ ۱

۱ ابتدا تندی خودرو را حساب می‌کنیم.

$$v=\frac{d}{t}\Rightarrow v=\frac{240}{12}\Rightarrow v=20m/s$$

۲ خودرو دارای سرعت ثابت است و بنا بر قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر آن صفر بوده و نیروی پیشران خودرو با نیروی مقاوم در برابر حرکت خودرو برابر است.

$$F_{\text{کل}}=0\Rightarrow F=f\xrightarrow{f=1500N}F=1500N$$

۳ توان را حساب می‌کنیم:

$$P=W/t\xrightarrow{W=Fd}P=Fd/t\xrightarrow{v=d/t}P=Fv$$

$$\xrightarrow[v=20m/s]{F=1500N}P=1500\times20\Rightarrow P=30000W=30kW$$

بازی با سؤال **تندی خودرویی به جرم ۱۲۰۰kg در مدت ۱۰s و طی مسافت افقی ۱۰۰m از ۵m/s به ۱۵m/s می‌رسد. نیروی اصطکاک وارد بر خودرو در طول مسیر ثابت و برابر ۳۰۰N است. توان متوسط موتور پیشران خودرو چند اسب بخار است؟ (1hp=750W)**

۱) ۱۵۰۰۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۷۵۰

گزینهٔ ۲

B ۷۶۷ ۱

خط فکری ۱ تندی جعبه ثابت است زیرا در هر ثانیه، ۲/۵m طی می‌کند.

۲ مؤلفهٔ عمود نیرو کار انجام نمی‌دهد و مؤلفه‌ای که در راستای حرکت است $(F\cos\theta)$ کار انجام می‌دهد.

تندی جعبه را حساب می‌کنیم:

$$v=\frac{d}{t}\Rightarrow v=\frac{2/5}{1}=2/5m/s$$

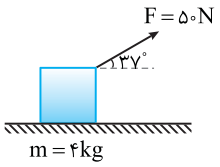
کار نیروی F برابر است با:

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=50\times d\times0/8\Rightarrow W_F=40d$$

توان نیروی F را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W_F}{t}\Rightarrow P=\frac{40d}{t}\Rightarrow P=40\times2/5\Rightarrow P=100W$$

چون تندی جسم ثابت است توان نیروی F در تمام لحظه‌ها ثابت است و توان در چهار ثانیهٔ سوم همان ۱۰۰W است.



B ۷۶۸ ۳

۱ نیروی پیشرانه‌ای هر موتور $F=3\times10^5N$ است و جابه‌جایی هواپیما در همان امتداد نیرو در هر دقیقه ۱۵km است بنابراین کار نیروی هر موتور را می‌توان حساب کرد.

$$W=Fd\Rightarrow W=3\times10^5\times15\times10^3\Rightarrow W=45\times10^8J$$

۲ توان هر موتور برابر است با:

$$P=\frac{W}{t}\xrightarrow{t=1min=60s}P=\frac{45\times10^8}{60}\Rightarrow P=7/5\times10^7W$$

۳ توان را برحسب اسب بخار به‌دست می‌آوریم.

$$P=7/5\times10^7W\times\frac{1hp}{750W}\Rightarrow P=10^5hp$$

ضریب تبدیل وات به اسب بخار

B ۷۶۹ ۲

خط فکری برای یافتن توان متوسط نیروی خالص وارد بر جسم، شما باید ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل (کار نیروی خالص) را حساب کنید و سپس توان را به‌دست بیاورید.

با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار نیروی خالص خواهد شد:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=K_2-0=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow[v=5m/s]{m=2kg}W_t=\frac{1}{2}\times2\times5^2$$

$$\Rightarrow W_t=25J$$

اکنون توان متوسط نیروی خالص وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow P=\frac{25}{10}=2/5W$$

۷۷۰ A ۱

۱ ابتدا جابه‌جایی جسم را در مدت ۱۰s به‌دست می‌آوریم:

$$d=vt\Rightarrow d=1\times10\Rightarrow d=10m$$

۲ ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است:

$$h=\frac{10}{2}=5m$$

۳ کار نیروی F را به کمک توان آن حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow W_F=Pt\Rightarrow W_F=10\times10=100J$$

۴ کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود بوده صفر است. $W_{F_N}=0$

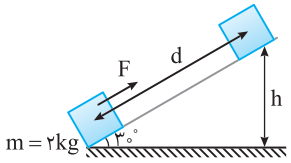
۵ جسم در امتداد قائم $h=5m$ بالا رفته و کار نیروی وزن منفی و برابر است با:

$$W_{mg}=-mgh\Rightarrow W_{mg}=-2\times10\times5\Rightarrow W_{mg}=-100J$$

۶ تندی جسم ثابت است و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{mg}+W_f+W_{F_N}+W_F=0\Rightarrow-100+W_f+0+100=0$$
$$\Rightarrow W_f=0$$

کار نیروی اصطکاک صفر شده است، مفهوم آن این است که سطح بدون اصطکاک بوده و کار نیروی ثابت با کار نیروی وزن برابر شده و این کار به انرژی پتانسیل گرانشی جسم تبدیل شده است.



بازی با سؤال **جسمی به جرم ۱kg روی سطح شیبداری که با افق زاویه ۳۰° می‌سازد، قرار دارد. به آن نیروی ثابت F که موازی سطح شیبدار است، وارد می‌کنیم. این نیرو جسم را با تندی ثابت ۰/۵m/s به سمت بالا جابه‌جا می‌کند. اگر توان نیروی F، ۵ وات باشد، کار نیروی اصطکاک وارد بر جسم در مدت ۱۰s چند ژول است؟** $(g=10N/kg)$

۱) −۴۵ ۲) −۲۵ ۳) −۵۰ ۴) −۱۵

گزینهٔ ۲

۷۷۱ A ۴

۱ جرم آبی را که پمپ بالا می‌برد را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[V=750\times10^{-3}m^3]{\rho=1000kg/m^3}1000=\frac{m}{750\times10^{-3}}\Rightarrow m=750kg$$

۲ کاری که این پمپ انجام می‌دهد برابر است با:

$$W=mgh\Rightarrow W=750\times10\times5\Rightarrow W=37500J$$

۳ توان پمپ را برحسب وات به‌دست می‌آوریم:

$$P=2hp\times\frac{750W}{1hp}\Rightarrow P=1500W$$

ضریب تبدیل اسب بخار به وات

۴ اکنون می‌توان زمان را حساب کرد. $P=\frac{W}{t}\Rightarrow1500=\frac{37500}{t}\Rightarrow t=25s$

۷۷۲ C ۱

خط فکری آب از ارتفاع ۲۰m سقوط می‌کند و روی آب توسط توربین کار انجام می‌شود، پس با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان کار توربین را حساب کرد. (هر متر مکعب آب جرمی برابر ۱۰۰۰kg دارد.)

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\text{تندی اولیه آب صفر است}}W_g+W_{\text{توربین}}=K_2-K_1$$

در حال پایین آمدن

$$\Rightarrow\underbrace{mgh}+W_{\text{توربین}}=K_2\Rightarrow W_{\text{توربین}}=25000-400000=-375000J$$

مقاومت در برابر حرکت آب <0 $W_{\text{توربین}}$

$$P=\frac{|W|}{t}=\frac{375000}{1}=375kW$$

۷۷۳ B ۱

کار مفید A، ۲۶٪ از کار مفید B بیشتر است بنابراین:

$$W_A=W_B+0/26W_B\Rightarrow W_A=1/26W_B$$

نسبت توان A به توان B خواهد شد:

$$\begin{cases}P_A=\frac{W_A}{t_A}\\P_B=\frac{W_B}{t_B}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_A}{P_B}=\frac{W_A}{W_B}\times\frac{t_B}{t_A}\xrightarrow{\frac{t_A=3D}{t_B=4D}}\frac{P_A}{P_B}=\frac{1/26W_B}{W_B}\times\frac{4}{3}=1/68$$

۷۷۴ B ۴

سطح بدون اصطکاک است و تندی جسم برای هر دو جسم ثابت و برابر است، بنابراین تغییر انرژی جنبشی هر دو جسم صفر است $(\Delta K=0)$. قضیهٔ کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=0}W_{F_N}+W_{mg}+W_F=0$$

$$\xrightarrow[W_{F_N}=0]{F_N\text{ بر مسیر عمود است}}W_F=-W_{mg}$$

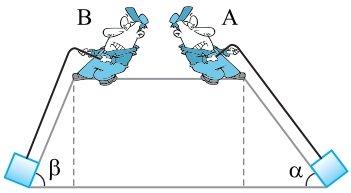
جسم رو به بالا حرکت می‌کند و کار نیروی وزن منفی و برابر $W=-mgh$ است از این‌رو: $W_F=mgh$

بنابراین کار هردو یکسان است.

البته از همان ابتدا شما می‌توانستید بگویید کار هر شخص به‌صورت انرژی پتانسیل گرانشی (mgh) در جسم‌ها ذخیره می‌شود (در سامانهٔ جسم - زمین) چون h یکسان است، کار یکسان است.

اما باید به سراغ توان برویم. شخص A، باید جسم را روی مسیر طولانی‌تری با همان تندی بالا بکشد، بنابراین زمان برای او بیشتر است $t_A>t_B$.

با توجه به رابطهٔ $P=\frac{W}{t}$، توان شخص A کمتر از توان شخص B است.



۷۷۵ B ۱

کاری که هر تلمبه انجام می‌دهد، بالا بردن مایع تا ارتفاع h می‌باشد بنابراین داریم:

$$P_{\text{تلمبه آب}}=\frac{(mg)_{\text{آب}}h}{t}\xrightarrow{m=\rho V}P_{\text{تلمبه آب}}=\frac{\rho_{\text{آب}}V_{\text{آب}}gh}{t}$$

$$P_{\text{تلمبه روغن}}=\frac{(mg)_{\text{روغن}}h}{t}\Rightarrow P_{\text{تلمبه روغن}}=\frac{\rho_{\text{روغن}}V_{\text{روغن}}gh}{t}$$

توان هر دو تلمبه یکسان است بنابراین:

$$P_{\text{تلمبه آب}}=P_{\text{تلمبه روغن}}\Rightarrow\frac{\rho_{\text{آب}}V_{\text{آب}}gh}{t}=\frac{\rho_{\text{روغن}}V_{\text{روغن}}gh}{t}$$

$$\xrightarrow{t=1s}V_{\text{آب}}=0/8V_{\text{روغن}}\Rightarrow\frac{V_{\text{آب}}}{V_{\text{روغن}}}=0/8$$

۷۷۶ A ۳

خط فکری توان ورودی ماشین برابر مجموع توان مفید و توان اتلافی آن است و بازده، نسبت توان مفید به توان ورودی دستگاه است. با این دانسته‌ها مسئله قابل حل است.

با توجه به فرض مسئله $P_{\text{مفید}}=P_{\text{خروجی}}=\frac{1}{4}P_{\text{اتلاف}}$ بنابراین توان ورودی خواهد شد:

$$P_{\text{ورودی}}=P_{\text{خروجی}}+P_{\text{اتلاف}}\xrightarrow{P_{\text{اتلاف}}=4P_{\text{خروجی}}}$$

$$P_{\text{ورودی}}=P_{\text{خروجی}}+4P_{\text{خروجی}}\Rightarrow P_{\text{ورودی}}=5P_{\text{خروجی}}$$

بازده را حساب می‌کنیم:

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times100\Rightarrow Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{5P_{\text{خروجی}}}\times100\Rightarrow Ra=20\%$$

A ۷۷۷ ۳

با داشتن بازده و توان ورودی موتور الکتریکی می‌توان توان مفید آن را حساب کرد.

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times 100 \xrightarrow{Ra=75\%,\ P_{\text{ورودی}}=200W}$$

$$75=\frac{P_{\text{خروجی}}}{200}\times 100\Rightarrow \text{توان مفید: } P_{\text{خروجی}}=150W$$

بنابراین این موتور الکتریکی توانی که تلف می‌کند برابر است با:

$$P_{\text{ورودی}}=P_{\text{خروجی}}+P_{\text{اتلافی}}\Rightarrow 200=150+P_{\text{اتلافی}}\Rightarrow P_{\text{اتلافی}}=50W$$

$$P=\frac{E}{t}\Rightarrow E_{\text{اتلافی}}=50\times 60=3000J=3kJ$$

A ۷۷۸ ۴

۱ کار مفید پمپ بالا بردن ۲۵۲ تن آب تا ارتفاع ۱۲ متری است، بنابراین کار مفید برابر است با:

$$W=mgh$$

$$\xrightarrow{m=252\times10^3 kg,\ h=12m} \text{کار مفید (خروجی) } W_O=252\times10^3\times10\times12J$$

۲ توان مفید پمپ را حساب می‌کنیم:

$$\text{توان خروجی (مفید) } P_{\text{خروجی}}=\frac{W}{t}\xrightarrow{t=1h=3600s} P_{\text{خروجی}}=\frac{252\times10^4\times12}{3600}$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}}=8400W$$

۳ با توجه به تعریف بازده می‌توان توان ورودی (توان پمپ) را حساب کرد.

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times 100\Rightarrow 80=\frac{8400}{P_{\text{ورودی}}}\times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{ورودی}}=10500W\Rightarrow P_{\text{ورودی}}=10/5kW$$

بازی با سؤال **توان موتور آبی ۵۰۰ وات و بازده آن ۸۰ درصد است. به کمک این پمپ پس از چند ثانیه، می‌توان ۲۰۰۰ لیتر آب را تا ارتفاع ۱۰ متر بالا برد؟** $(\rho_{\text{آب}}=1g/cm^3, g=10N/kg)$

۱) ۱۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۶۰۰

گزینهٔ ۳

B ۷۷۹ ۱

خط فکری بازده برابر نسبت کار مفید (کار خروجی) به کار ورودی است، بنابراین کافی است کار ورودی را به کمک توان ورودی و کار مفید را به کمک $W=mgh$ حساب کنید.

یادآوری جرم هر لیتر آب $1kg$ است.

۱ توان ورودی $30kW$ است بنابراین کار ورودی در هر ثانیه برابر است با:

$$P_{\text{ورودی}}=\frac{W_{\text{ورودی}}}{t}\Rightarrow 30=\frac{W_{\text{ورودی}}}{1}\Rightarrow W_{\text{ورودی}}=30kJ$$

۲ کار مفید، بالا بردن ۶۰ لیتر آب (یعنی $60kg$ آب) به ارتفاع ۲۰ متری است از این‌رو:

$$W=mgh\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=60\times10\times20\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=12kJ$$

۳ بازدهٔ تلمبه خواهد شد:

$$Ra=\frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}}\times 100\Rightarrow Ra=\frac{12}{30}\times 100\Rightarrow Ra=40\%$$

B ۷۸۰ ۲

۱ جرم ۳ مترمکعب آب را به کمک چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho=1g/cm^3=1000kg/m^3} 1000=\frac{m}{3}\Rightarrow m=3000kg$$

۲ کار مفید پمپ بالا فرستادن $3000kg$ آب به ارتفاع ۲۴ متری است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$W_{\text{مفید}}=W_{\text{خروجی}}=mgh\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=3000\times10\times24\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=72\times10^4J$$

$$\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=720kJ$$

۳ کار ورودی پمپ را به کمک توان پمپ حساب می‌کنیم.

$$P_{\text{ورودی}}=\frac{W_{\text{ورودی}}}{t}\Rightarrow W_{\text{ورودی}}=P_{\text{ورودی}}t$$

$$\xrightarrow[P_{\text{ورودی}}=20kW]{t=1min=60s} W_{\text{ورودی}}=20\times60=1200kJ$$

۴ اکنون بازده قابل محاسبه است.

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times 100\Rightarrow Ra=\frac{720}{1200}\times 100\Rightarrow Ra=60\%$$

B ۷۸۱ ۱

خط فکری توان ورودی پمپ را در اختیار دارید بنابراین می‌توانید به کمک بازده توان مفید و از آن‌جا، کار مفید را حساب کنید و در آخر به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، جرم آب را به‌دست آورید و آهنگ جریان آب را حساب کنید.

۱ توان مفید این پمپ را حساب می‌کنیم:

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times 100\xrightarrow[P_{\text{ورودی}}=5kW]{Ra=60\%} 60=\frac{P_{\text{خروجی}}}{5}\times 100\Rightarrow P_{\text{خروجی}}=3kW$$

۲ کار مفید پمپ برابر است با: $P_{\text{خروجی}}=\frac{W_{\text{خروجی}}}{t}=W_{\text{خروجی}}=P_{\text{خروجی}}.t$

۳ کار کل یعنی مجموع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم را با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی مساوی تغییرات انرژی جنبشی آب قرار می‌دهیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{\text{پمپ}}+W_{mg}=K_2-K_1\Rightarrow P_{\text{خروجی}}t-mgh=\frac{1}{2}mv^2-0$$

$$\xrightarrow{v=6m/s} 3000t-m\times10\times1/2=\frac{1}{2}\times m\times6^2\Rightarrow 3000t=30m \quad (1)$$

یادآوری تغییر هر کمیت را نسبت به زمان، آهنگ آن کمیت می‌نامند.

بنابراین آهنگ جریان آب یعنی مقدار جرم آب نسبت به زمان در نتیجه:

$$(1)\Rightarrow\frac{m}{t}=\frac{3000}{30}=100kg/s$$

بازی با سؤال **پمپ آبی با توان ورودی $10kW$ و بازده ۷۹/۵ درصد، در هر ثانیه ۲۵ لیتر آب به چگالی $1g/cm^3$ را از ته چاهی به عمق ۳۰ متر بالا می‌کشد و با تندی v به بیرون پمپاژ می‌کند، v چند متر بر ثانیه است؟** $(g=10N/kg)$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

گزینهٔ ۴

B ۷۸۲ ۲

۱ انرژی آزاد شده از سوختن هر لیتر بنزین برابر $3/2\times10^7J$ است بنابراین انرژی آزاد شده از سوختن نیم‌لیتر بنزین خواهد شد:

$1L$	$E=3/2\times10^7J$
$0/5L$	$E=?$

$$\Rightarrow E=0/5\times3/2\times10^7\Rightarrow E=1/6\times10^7J$$

۲ تنها ۱۰٪ از انرژی آزاد شده از بنزین به انرژی جنبشی خودرو تبدیل می‌شود، بنابراین انرژی جنبشی خودرو در اثر سوختن $0/5L$ بنزین برابر است با:

$$K=\frac{10}{100}E\Rightarrow K=\frac{10}{100}\times1/6\times10^7\Rightarrow K=1/6\times10^6J$$

۳ با داشتن انرژی جنبشی خودرو و تندی آن، جرم خودرو قابل محاسبه است:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow{v=40m/s} 1/6\times10^6=\frac{1}{2}\times m\times(40)^2\Rightarrow m=2000kg$$

بازی با سؤال **انرژی شیمیایی ذخیره شده در هر لیتر بنزین $2000kJ$ است. اگر ۱۰ درصد از انرژی ذخیره شده در بنزین توسط موتور خودرویی به جرم یک تن به انرژی جنبشی خودرو تبدیل شود، برای آنکه تندی خودرو به $72km/h$ برسد، چند لیتر بنزین مصرف خواهد شد؟**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۱/۵

گزینهٔ ۱

۷۸۳ B

۱ کار مفید موتور خودرو صرف تغییر انرژی جنبشی خودرو می‌شود، بنابراین خواهیم داشت:

$$W_{\text{مفید}}=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow W_F=\frac{1}{2}\times 3000(144-100)$$
$$\Rightarrow W_{\text{مفید}}=3000\times 22J$$

۲ توان مفید موتور را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}}=\frac{W_{\text{مفید}}}{t}=\frac{3000\times 22}{5/5}=12000W=12kW$$

۳ کل توان تولیدی $15kW$ است که $12kW$ آن مفید و سبب افزایش تندی خودرو می‌شود. توانی که صرف کارهایی غیر از افزایش تندی خودرو شده است، برابر است با:

$$P_{\text{اتلاف}}=15-12=3kW$$

۴ درصد توان تلف شده خواهد شد:

$$\frac{\Delta P}{P_i}\times 100=\frac{3}{15}\times 100=\frac{1}{5}\times 100=20\%$$

۷۸۴ B

خط فکری انرژی ورودی به توربین، انرژی جنبشی آب هنگام ورود است. تفاوت انرژی جنبشی آب ورودی به توربین و انرژی جنبشی آب خروجی از توربین به انرژی مفید تبدیل می‌شود.

۱ تغییر انرژی جنبشی جسم را حساب می‌کنیم.

$$\Delta K=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$
$$\xrightarrow{v_1=v \text{ و } v_2=\frac{v}{2}} \Delta K=\frac{1}{2}m(\frac{v}{2})^2-\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \Delta K=-\frac{3}{4}(\frac{1}{2}mv^2)=-\frac{3}{4}K_1$$

۲ بنابراین کار مفید توربین برابر است با:

$$W_{\text{مفید}}=|\Delta K|=\frac{3}{4}K_1$$

۳ بازده توربین خواهد شد:

$$Ra=\frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{ورودی}}} \xrightarrow[W_{\text{مفید}}=\frac{3}{4}K_1]{W_{\text{ورودی}}=K_1} Ra=\frac{3}{4}\times 100 \Rightarrow Ra=75\%$$

۷۸۵ B

خط فکری انرژی ورودی به توربین از آزاد شدن انرژی پتانسیل گرانشی آبی که از آبشار فرو می‌ریزد تأمین می‌شود، یعنی $(W_{\text{ورودی}}=mgh)$ و انرژی الکتریکی که توربین تولید می‌کند همان انرژی خروجی (کار مفید) است.

۱ انرژی خروجی این توربین $650kJ$ و بازدهٔ آن 65% است بنابراین انرژی (کار) ورودی به توربین خواهد شد:

$$Ra=\frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}}\times 100 \Rightarrow 65=\frac{650}{W_{\text{ورودی}}}\times 100 \Rightarrow W_{\text{ورودی}}=1000kJ$$

۲ کار ورودی برابر است با:

$$W_{\text{ورودی}}=mgh \Rightarrow 1000\times 10^3=m\times 10\times 10 \Rightarrow m=10^4 kg$$

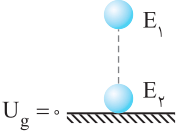
۳ با توجه به اینکه جرم هر مترمکعب آب $1000kg$ است، حجم آب خواهد شد:

$$\frac{1000kg}{10^4 kg}\ \Big|\ \frac{1m^3}{V} \Rightarrow V=\frac{10^4\times 1}{1000}=10m^3$$

۷۸۶ B

خط فکری کار مفیدی که ماشین بالابر انجام داده به‌صورت انرژی پتانسیل گرانشی در جسم ذخیره می‌شود و اگر وزنه در شرایط خلأ رها شود تمام این انرژی ذخیره شده بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی به انرژی جنبشی وزنه تبدیل می‌شود. یعنی شما برای یافتن کار مفید ماشین بالابر کافی است، انرژی جنبشی جسم را هنگام برخورد به زمین به‌دست آورید سپس به کمک آن بازده ماشین را حساب کنید.

۱ انرژی ذخیره شده در جسم در ارتفاع h که توسط ماشین بالا برده شده است را با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی حساب می‌کنیم:



$$E_1=E_2 \Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2 \xrightarrow{K_1=0,U_2=0} E_1=K_2$$
$$\Rightarrow E_1=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow E_1=\frac{1}{2}\times 50\times 64=1600J$$

۲ بنابراین ماشین $2000J$ انرژی مصرف کرده اما به جسم $1600J$ انرژی رسیده است:

$$\text{۲۰۰۰J انرژی کل مصرفی ماشین} \xrightarrow{\text{بالابر}} \text{۱۶۰۰J انرژی مفید ذخیره شده در وزنه}$$

$$Ra=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}\times 100 \Rightarrow Ra=\frac{1600}{2000}\times 100=80\%$$

۷۸۷ B

توان مصرفی برابر آهنگ مصرف انرژی یا $\frac{E}{t}$ است و چون در مدت زمان یکسان داده شده تنها باید انرژی‌های مصرفی را مقایسه کرد اما بازده نسبت انرژی مفید به انرژی کل است. توان‌ها و بازده‌ها را به‌دست آورده با هم مقایسه می‌کنیم. بازده را با R نمایش می‌دهیم، داریم:

مقایسه توان:
$$\begin{cases} P_A=\frac{E_A}{t}=\frac{2000J}{3600s} \\ P_B=\frac{E_B}{t}=\frac{4000J}{3600s} \end{cases} \Rightarrow P_B>P_A$$

مقایسه بازده‌ها:
$$\begin{cases} Ra_A=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}=\frac{15}{20}=\frac{30}{40} \\ Ra_B=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}=\frac{28}{40} \end{cases} \Rightarrow Ra_A>Ra_B$$

۷۸۸ B

توان ورودی هر دو تلمبه یکسان است بنابراین انرژی ورودی هر دو با هم برابر است. این انرژی ورودی در تلمبه اول باعث می‌شود که تلمبه A $70L$ یا $70kg$ آب را به ارتفاع ۱۰ متری ببرد، بنابراین بازده تلمبه A خواهد شد:

$$(Ra)_A=\frac{(E_A)_{\text{مفید}}}{(E_A)_{\text{کل}}}=\frac{m_A gh_A}{E_{\text{کل}}}=\frac{70\times 10\times 10}{E_{\text{کل}}}$$

انرژی ورودی در تلمبه دوم $50L$ یا $50kg$ را به ارتفاع ۱۴ متری می‌برد، بنابراین بازده تلمبه B برابر می‌شود با:

$$(Ra_B)=\frac{(E_B)_{\text{مفید}}}{(E_B)_{\text{کل}}}=\frac{m_B gh_B}{E_{\text{کل}}}=\frac{50\times 10\times 14}{E_{\text{کل}}}$$

اکنون نسبت بازده‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{(Ra)_A}{(Ra)_B}=\frac{\frac{70\times 10\times 10}{E_{\text{کل}}}}{\frac{50\times 10\times 14}{E_{\text{کل}}}}=1$$

بازی با سؤال **توان مصرفی بالابر A، ۲۰ درصد از توان مصرفی بالابر B بیشتر است و بازدهٔ آن $\frac{6}{5}$ برابر بازدهٔ بالابر B است. اگر m کیلوگرم بار با تندی ثابت توسط بالابرهای A و B به‌ترتیب در مدت زمان t_A و t_B تا یک ارتفاع مشخص بالا رود. حاصل $\frac{t_A}{t_B}$ کدام است؟**

۱) $\frac{36}{25}$ ۲) $\frac{6}{5}$ ۳) $\frac{25}{36}$ ۴) $\frac{5}{6}$

گزینهٔ ۳

۷۸۹ B

۱ توان ۶ لامپ ۱۰۰ واتی برابر است با:

$$P_{\text{کل}}=6\times 100=600W$$

۲ مدت زمانی که لامپ‌ها در مدت یک ماه روشن هستند را برحسب ثانیه به‌دست می‌آوریم. دقت کنید که لامپ در هر روز ۶ ساعت روشن است.

$$t=1\times 30\times 6\times 3600 \Rightarrow t=180\times 3600s$$
(۱ روز، ۳۰ روز، ۶ ساعت، ۳۶۰۰ تبدیل به ثانیه)

۳ انرژی مصرفی توسط این ۶ لامپ در هر ماه خواهد شد:

$$P=\frac{E}{t} \Rightarrow E=Pt \Rightarrow E_{\text{انرژی مفید}}=600\times 180\times 3600J$$

۴ با توجه به نمودار این انرژی ٪۹۰ انرژی رسیده به خطوط انتقال است بنابراین انرژی که توسط خطوط انتقال منتقل می‌شود خواهد شد:

$$\text{Ra}_{\text{خطوط انتقال}}=\frac{\text{انرژی رسیده به لامپ‌ها}}{\text{انرژی ورودی به خطوط}}$$

$$\Rightarrow \frac{۹۰}{۱۰۰}=\frac{۶۰۰\times ۱۸۰\times ۳۶۰۰}{\text{انرژی ورودی به خطوط}}$$

$$\Rightarrow \text{انرژی ورودی به خطوط}=۱۲\times ۳۶\times ۱۰^{۶}\,\text{J}$$

$$\Rightarrow \text{انرژی ورودی به خطوط}=۱۲\times ۳۶\,\text{MJ}$$



خطوط انتقال توان الکتریکی



انرژی مفید

۵ ٪۳۶ از انرژی حاصل از سوختن گازوئیل مفید بوده و وارد خطوط انتقال می‌شود بنابراین: $\text{Ra}_{\text{بازده نیروگاه}}=\frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{سوخت}}}\Rightarrow\frac{۳۶}{۱۰۰}=\frac{۱۲\times ۳۶}{W_{\text{سوخت}}}\Rightarrow W_{\text{سوخت}}=۱۲۰۰\,\text{MJ}$

۶ از سوخت هر لیتر گازوئیل ۳۰MJ انرژی تولید می‌شود بنابراین:

$$\begin{array}{c|c}۳۰\,\text{MJ} & ۱\,\text{L}\\ ۱۲۰۰\,\text{MJ} & V\end{array}\Rightarrow V=\frac{۱۲۰۰\,\text{MJ}}{۳۰\,\text{MJ}}=۴۰\,\text{L}$$

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۷۹۰ ۱

۱ جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و تندی اولیه آن صفر است. با توجه به تعریف شتاب، تندی جسم را پس از ۵s حساب می‌کنیم.

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow{a=۲\,\text{m/s}^{۲}}۲=\frac{v-۰}{۵}\Rightarrow v=۱۰\,\text{m/s}$$

۲ کار کل (کار نیروی خالص) وارد بر جسم را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی جسم به‌دست می‌آوریم.

$$W_t=W_{F_{net}}=\Delta K\Rightarrow W_F=K_۲-K_۱\Rightarrow W_F=\frac{۱}{۲}mv^{۲}-۰$$

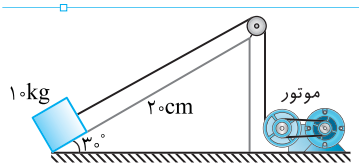
$$\xrightarrow[v=۱۰\,\text{m/s}]{m=۸\,\text{kg}}W_F=\frac{۱}{۲}\times ۸\times ۱۰^{۲}\Rightarrow W_F=۴۰۰\,\text{J}$$

۳ توان متوسط برابر خواهد شد با:

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow P=\frac{۴۰۰}{۵}\Rightarrow P=۸۰\,\text{W}$$

B ۷۹۱ ۲

۱ تندی جعبه ثابت بوده و تغییر انرژی جنبشی آن صفر است $(\Delta K=۰)$. از طرفی نیروی عمودی سطح بر مسیر عمود و کارش صفر است. $W_{F_N}=۰$



۲ ارتفاع سطح شیبدار را حساب می‌کنیم. ضلع روبه‌رو به زاویه ۳۰° نصف وتر است. $h=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\,\text{m}$

۳ کار نیروی وزن در بالا رفتن جسم از سطح منفی است، مقدار آن را به‌دست می‌آوریم. $W_{mg}=-mgh\Rightarrow W_{mg}=-۱۰\times ۱۰\times ۱۰\Rightarrow W_{mg}=-۱۰۰۰\,\text{J}$

۴ کار نیروی اصطکاک $\frac{۱}{۵}$ کار نیروی موتور است. $W_f=-\frac{۱}{۵}W_{\text{موتور}}$

۵ قضیه کار و انرژی جنبشی را نوشته و کار موتور را به‌دست می‌آوریم.

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=۰}W_{\text{موتور}}+W_{mg}+W_{F_N}+W_f=۰$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}}-۱۰۰۰-\frac{۱}{۵}W_{\text{موتور}}=۰\Rightarrow\frac{۴}{۵}W_{\text{موتور}}=۱۰۰۰\Rightarrow W_{\text{موتور}}=۱۲۵۰\,\text{J}$$

۶ کار موتور در مدت ۴s صورت گرفته است. بنابراین توان نیرو موتور خواهد شد:

$$P_{\text{موتور}}=\frac{W_{\text{موتور}}}{t}=\frac{۱۲۵۰}{۴}=۳۱۲/۵\,\text{W}$$

B ۷۹۲ ۲

خط فکری دقت کنید که کار کل مفیدی که قرار است انجام شود، بالا بردن جسم است یعنی مجموع کار مفید موتورهای بالابر در دو مرحله باید برابر mgh جسم شود. کار مفید در هر مرحله را به کمک بازده حساب کنید و مجموع آن‌ها را برابر mgh قرار دهید.

در ۵۰s، دو موتور با توان ۴۰kW و بازده ۲۵ درصد کار می‌کنند بنابراین:

$$\text{Ra}=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times ۱۰۰\Rightarrow ۲۵=\frac{P_{\text{خروجی}}}{۴۰}\times ۱۰۰\Rightarrow P_{\text{خروجی}}=۱۰\,\text{kW}$$

توان مفید هر موتور ۱۰kW بوده و توان مجموع آن ۱۰+۱۰=۲۰kW است، بنابراین در مدت ۵۰s کار مفید هر دو موتور برابر است با:

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow W_{۱_{\text{خروجی}}}=۲۰\times ۵۰=۱۰۰۰\,\text{kJ}\Rightarrow W_{۱_{\text{خروجی}}}=۱۰^{۶}\,\text{J}$$

در ادامهٔ مسیر یک موتور با توان مفید ۱۰kW جسم را بالا می‌برد و کار مفید در این قسمت خواهد شد: $W_{۲_{\text{خروجی}}}=۱۰\,\text{kW}\times t'=۱۰^{۴}\,t'\,\text{J}$

مجموع کار $W_{۱_{\text{خروجی}}}$ و $W_{۲_{\text{خروجی}}}$ را برابر mgh قرار می‌دهیم.

$$W_{۱_{\text{خروجی}}}+W_{۲_{\text{خروجی}}}=mgh\xrightarrow{m=۲۵۰۰\,\text{kg}}۱۰^{۶}+۱۰^{۴}\times t'=۲۵۰۰\times ۱۰\times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۱۰^{۶}+۱۰^{۴}t'=۲/۵\times ۱۰^{۶}\Rightarrow t'=\frac{۱/۵\times ۱۰^{۶}}{۱۰^{۴}}\Rightarrow t'=۱۵۰\,\text{s}$$

B ۷۹۳ ۱

۱ تندی حرکت جسم ثابت و برابر ۱m/s است در این‌صورت جابه‌جایی بار در مدت ۲ دقیقه خواهد شد: $d=vt\Rightarrow d=۱\times ۱۲۰\Rightarrow d=۱۲۰\,\text{m}$

۲ کار مفید این موتور بالا بردن ۴۰۰۰kg بار به ارتفاع ۱۲۰ متر است بنابراین:

$$W_{\text{موتور}}=mgh\Rightarrow W_{\text{موتور}}=۴\times ۱۰^{۳}\times ۱۰\times ۱۲۰\Rightarrow W_{\text{موتور}}=۴۸۰۰\times ۱۰^{۳}\,\text{J}=۴۸۰۰\,\text{kJ}$$

۳ توان مفید موتور را حساب می‌کنیم.

$$P_{\text{مفید}}=\frac{W_{\text{مفید}}}{t}\Rightarrow P_{\text{مفید}}=\frac{۴۸۰۰\,\text{kJ}}{۱۲۰}\Rightarrow P_{\text{مفید}}=۴۰\,\text{kW}$$

۴ به کمک بازده، توان مصرفی این موتور الکتریکی را به‌دست می‌آوریم.

$$\text{Ra}=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}}\times ۱۰۰\Rightarrow ۸۰=\frac{۴۰}{P_{\text{ورودی}}}\times ۱۰۰\Rightarrow P_{\text{ورودی}}=۵۰\,\text{kW}$$

۵ برای به‌دست آوردن انرژی الکتریکی مصرفی برحسب kWh کافی است در رابطهٔ $E=Pt$، توان را برحسب kW و زمان را برحسب ساعت قرار دهید.

$$E=۵۰\times\frac{۲}{۶۰}\Rightarrow E=\frac{۵}{۳}\,\text{kWh}$$

B ۷۹۴ ۱

خط فکری کار مفید هر دو پمپ فرستادن آب به ارتفاع h $(W_{\text{پمپ}}=mgh)$ است. با داشتن توان ورودی و بازدهٔ هر پمپ توان خروجی هر پمپ را حساب کنید و به کمک توان خروجی هر پمپ، کار مفید را به‌دست آورید تا بتوانید نسبت $\frac{h_A}{h_B}$ را حساب کنید.

۱ توان خروجی پمپ A را حساب می‌کنیم.

$$\text{Ra}_A=\frac{P_{\text{خروجی}_A}}{P_{\text{ورودی}_A}}\times ۱۰۰\xrightarrow[\text{Ra}_A=۶۰٪]{P_{\text{ورودی}_A}=۱۲۰۰\,\text{W}}۶۰=\frac{P_{\text{خروجی}_A}}{۱۲۰۰}\times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}_A}=۷۲۰\,\text{W}$$

۲ توان خروجی پمپ B را به‌دست می‌آوریم.

$$\text{Ra}_B=\frac{P_{\text{خروجی}_B}}{P_{\text{ورودی}_B}}\times ۱۰۰\xrightarrow[\text{Ra}_A=۴۰٪]{P_{\text{ورودی}_B}=۶۰۰\,\text{W}}۴۰=\frac{P_{\text{خروجی}_B}}{۶۰۰}\times ۱۰۰\Rightarrow P_{\text{خروجی}_B}=۲۴۰\,\text{W}$$

۳ حجم آبی که پمپ A پمپاژ می‌کند دو برابر حجم آبی است، که پمپ B پمپاژ می‌کند بنابراین $m_A=۲m_B$ است اکنون نسبت $\frac{P_{\text{خروجی}_A}}{P_{\text{خروجی}_B}}$ را می‌نویسیم:

$$\frac{P_{\text{خروجی}_A}}{P_{\text{خروجی}_B}}=\frac{\frac{W_{\text{خروجی}_A}}{t_A}}{\frac{W_{\text{خروجی}_B}}{t_B}}\xrightarrow[W=mgh]{t_A=t_B}\frac{۷۲۰}{۲۴۰}=\frac{m_Agh_A}{m_Bgh_B}\Rightarrow\frac{۷۲۰}{۲۴۰}=\frac{۲h_A}{h_B}$$

$$\Rightarrow\frac{h_A}{h_B}=\frac{۳۶۰}{۲۴۰}\Rightarrow\frac{h_A}{h_B}=\frac{۳}{۲}$$

فصل چهارم: دما و گرما

پنجره ۱

A ۷۹۵ ۳

دما کمیتی است که میزان سردی و گرمی اجسام را نشان می‌دهد. برای اندازه‌گیری دما توسط دماسنج از تغییر یک کمیت در اثر گرمی و سردی استفاده می‌شود که به آن **کمیت دماسنجی** می‌گویند.

کمترین دمای ممکن صفر کلوین برابر $-۲۷۳/۱۵^\circ C$ است. بنابراین پاسخ گزینهٔ (۳) است.

A ۷۹۶ ۳

دانشمندان برای کارهای علمی، سه دماسنج را به عنوان دماسنج‌های معیار برای اندازه‌گیری گسترهٔ دماهای مختلف پذیرفته‌اند، دماسنج گازی، دماسنج مقاومت پلاتینی و تف‌سنج.

A ۷۹۷ ۳

در دماسنج فارنهایت نقطهٔ انجماد آب $۳۲^\circ F$ و نقطهٔ جوش آب $۲۱۲^\circ F$ است و بین این دو دما به ۱۸۰ قسمت تقسیم شده و گزینهٔ (۱) درست است.

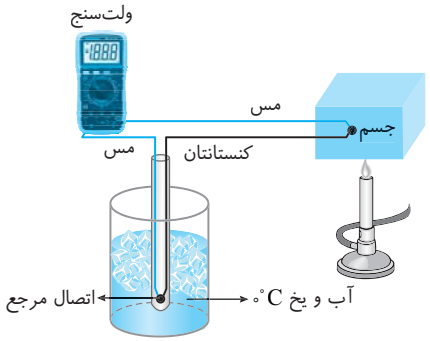
اساس کار تف‌سنج که یک دماسنج معیار است، تابش گرمایی اجسام است و گزینهٔ (۲) درست است.

مقیاس دما در SI کلوین است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

در دماسنج ترموکوپل کمیت دماسنجی ولتاژ است و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۷۹۸ ۲

ترموکوپل یکی از انواع دماسنج است که مطابق شکل کمیت دماسنجی آن ولتاژ است. این دماسنج از دو سیم رسانای غیرهم‌جنس مانند مس و کنستانتان ساخته شده که از یک طرف در دمای ذوب یخ نگه‌داشته شده و از طرف دیگر در مکانی که می‌خواهیم دمای آن را اندازه‌گیری کنیم، به هم متصل شده‌اند که با تغییر دمای محل مورد نظر، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد تغییر می‌کند. بنابراین این دماسنج بر اساس تغییر ولتاژ در اثر تغییر دما کار می‌کند.



طرحی از یک دماسنج ترموکوپل

بازی با سؤال اساس کار دماسنج ترموکوپل چیست؟

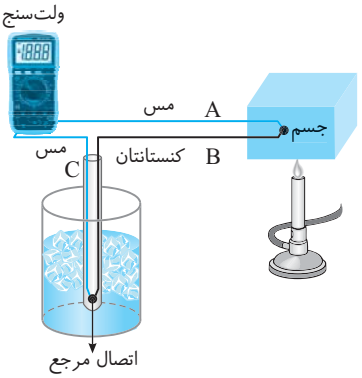
۱) تبدیل انرژی الکتریکی به گرمایی ۲) تبدیل انرژی شیمیایی به گرمایی

۳) تبدیل انرژی گرمایی به الکتریکی ۴) تبدیل انرژی گرمایی به شیمیایی

گزینهٔ ۳

A ۷۹۹ ۲

در دماسنج ترموکوپل وسیله اندازه‌گیری (X) ولت‌سنج می‌باشد و دو سیم هم‌جنس به آن متصل می‌شود پس A و C هم‌جنس‌اند. همچنین در ترموکوپل برای ایجاد این اختلاف پتانسیل لازم است که دو سیم غیرهم‌جنس به جسم و منبع آب و یخ در اتصال مرجع به هم برسند و B و C متفاوت بوده و B و A نیز متفاوت هستند.

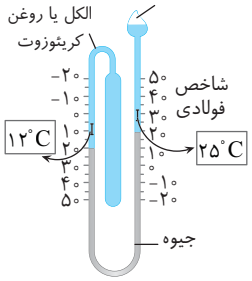


A ۸۰۰ ۱

دماسنج کمینه - بیشینه

A ۸۰۱ ۱

شاخه فولادی در سمت راست این دماسنج مقدار بیشینهٔ دما و شاخهٔ فولادی در سمت چپ این دماسنج مقدار کمینه دما را نشان می‌دهد. مطابق شکل زیر شاخهٔ فولادی در گزینهٔ (۱) مقدار بیشینه دما را $۲۵^\circ C$ و مقدار کمینه آن را $۱۲^\circ C$ نشان می‌دهد.



A ۸۰۲ ۲

ابتدا دمای $۱۲۲^\circ F$ را برحسب درجه سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow ۱۲۲=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow ۹۰=\frac{۹}{۵}\theta\Rightarrow\theta=۵۰^\circ C$$

حال دمای $۵۰^\circ C$ را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T=\theta+۲۷۳\Rightarrow T=۵۰+۲۷۳=۳۲۳K$$

بازی با سؤال در کدام گزینه اختلاف دو دما $۱۰^\circ C$ است؟

از کتاب درسی

۱) $۳۰۰K$ و $۲۳^\circ C$ ۲) $۶۸^\circ F$ و $۲۰^\circ C$

۳) $۱۴۰^\circ F$ و $۵۰^\circ C$ ۴) $۲۴۳K$ و $-۲۳^\circ C$

گزینهٔ ۳

A ۸۰۳ ۴

رابطهٔ اختلاف دما بر حسب فارنهایت و اختلاف دما بر حسب سلسیوس به صورت زیر است.

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta$$

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}(\theta_۲-\theta_۱)\xrightarrow{\theta_۲=-۱۰^\circ C,\theta_۱=۴۰^\circ C}\Delta F=\frac{۹}{۵}|-۱۰-۴۰|=۹۰$$

A ۸۰۴ ۱

رابطه بین افزایش دما بر حسب فارنهایت با افزایش دما بر حسب درجه سلسیوس به صورت زیر است:

$$\begin{cases}F_۲=\frac{۹}{۵}\theta_۲+۳۲\\ F_۱=\frac{۹}{۵}\theta_۱+۳۲\end{cases}\Rightarrow\Delta F=F_۲-F_۱=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta$$

نکته ۱ تغییر دما در مقیاس‌های سلسیوس و کلوین با هم برابر است $\Delta T=\Delta\theta$

نکته ۲ تغییر دما در مقیاس‌های سلسیوس و فارنهایت از رابطهٔ $\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta$ به‌دست می‌آید.

با توجه به نکته‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta T$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta T}{\Delta F}=\frac{۵}{۹}$$

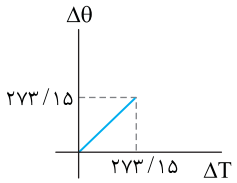
بازی با سؤال **دمای جسمی x درجه فارنهایت افزایش می‌یابد. افزایش دمای این جسم بر حسب کلوین چند x است؟**

۱) $\frac{۵}{۹}$ ۲) $\frac{۹}{۵}$ ۳) $\frac{۲۷۳}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۲۷۳}$

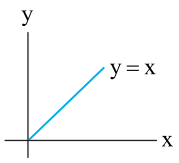
گزینهٔ ۱

۳ ۸۰۵ A

تغییرات دما برحسب کلوین و درجهٔ سلسیوس با هم برابرند $(\Delta\theta=\Delta T)$ و نمودار $\Delta\theta$ بر حسب ΔT خط راست مایل گذرنده از مبدأ خواهد بود.



یادآوری نمودار $y=x$، یک خط راست مایل است که از مبدأ مختصات می‌گذرد.



۲ ۸۰۶ A

با توجه به فرض مسأله $(T=۴\theta)$ و با توجه به رابطهٔ دماسنجی بین درجه‌بندی سلسیوس و کلوین $(T=۲۷۳+\theta)$ خواهیم داشت:

$$۴\theta=۲۷۳+\theta\Rightarrow\theta=۹۱^\circ C$$

۳ ۸۰۷ A

۱) بنا به فرض مسئله:

$$\theta_F=۵\theta_C \quad (I)$$

۲) با توجه به رابطهٔ درجه‌بندی فارنهایت و درجه‌بندی سلسیوس می‌توان نوشت:

$$\theta_F=\frac{۹}{۵}\theta_C+۳۲ \qquad (II)$$

۳) از رابطهٔ (I) در رابطه (II) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$۵\theta_C=\frac{۹}{۵}\theta_C+۳۲\Rightarrow ۵\theta_C-\frac{۹}{۵}\theta_C=۳۲$$

$$\frac{۲۵\theta_C-۹\theta_C}{۵}=۳۲\Rightarrow\frac{۱۶\theta_C}{۵}=۳۲\Rightarrow\theta_C=۱۰^\circ C$$

۴) دما برحسب کلوین را به‌دست می‌آوریم:

$$T=۲۷۳+\theta\Rightarrow T=۲۷۳+۱۰\Rightarrow T=۲۸۳K$$

۳ ۸۰۸ B

با توجه به فرض مسأله مجموع اعداد دو دماسنج ۵۲− شده است. (I)

$$\theta+F=-۵۲$$

از طرفی رابطهٔ مقیاس دما در درجه‌بندی سلسیوس و فارنهایت به شکل زیر است:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow\theta=\frac{۵}{۹}(F-۳۲) \qquad (II)$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$(I),(II)\Rightarrow\frac{۵}{۹}(F-۳۲)+F=-۵۲\Rightarrow\frac{۱۴F}{۹}=-۵۲+\frac{۵}{۹}(۳۲)$$

$$\Rightarrow\frac{۱۴F}{۹}=\frac{-۴۶۸+۱۶۰}{۹}\Rightarrow ۱۴F=-۳۰۸\Rightarrow F=-۲۲^\circ$$

بازی با سؤال **مجموع عددی دمای جسمی بر حسب کلوین و درجه سلسیوس ۶۰۰ می‌باشد. دمای جسم چند درجه سلسیوس است؟**

۱) ۱۶۳/۵ ۲) ۳۲۷ ۳) ۴۶۳/۵ ۴) ۶۰۰

گزینهٔ ۱

۳ ۸۰۹ B

یادآوری دقت اندازه‌گیری ابزار مدرج برابر کمینهٔ درجه‌بندی آن ابزار است.

دقت دماسنج A، $۱^\circ C$ و دقت دماسنج B، $۱K$ و دقت دماسنج C برابر $۱^\circ F$ است.

دقت دماسنج‌های B و C را بر حسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

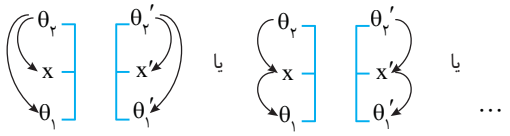
$$(B)\text{ دقت دماسنج کلوین}\xrightarrow{\Delta T=\Delta\theta}a=b=۱^\circ C$$

$$(C)\text{ دقت دماسنج فارنهایت}\xrightarrow{\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta}۱^\circ F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۵}{۹}^\circ C$$

بنابراین دقت دماسنج‌های A و B برابر $۱^\circ C$ است و دقت دماسنج C برابر $\frac{۵}{۹}^\circ C$ که تقسیم‌بندی‌های آن کوچک‌تر و دماسنج دقیق‌تری است.

۲ ۸۱۰ B

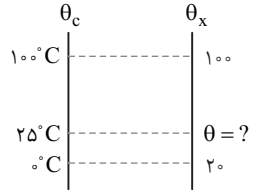
خط فکری هرگاه یک دماسنج با درجه‌بندی دلخواه دماهای $\theta_۱$ و $\theta_۲$ را $\theta'_۱$ و $\theta'_۲$ نشان دهد، در این صورت می‌توان با استفاده از شکل زیر و نوشتن یک تناسب هم‌ارز هر دمایی را در درجه‌بندی معلوم (x) و درجه‌بندی نامعلوم (x') به‌دست آورد.



$$\frac{\theta_۲-x}{\theta_۲-\theta_۱}=\frac{\theta'_۲-x'_۱}{\theta'_۲-\theta'_۱} \qquad \frac{\theta_۲-x}{x-\theta_۱}=\frac{\theta'_۲-x'}{x'-\theta'_۱}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید فقط کافی است که صورت و مخرج‌های این تناسب‌ها باهم هم‌ارز باشد، یعنی اگر در صورت کسر دمای بیشینه از دمای کمینه در دماسنج معلوم کم شده باشد در دماسنج مجهول نیز در صورت کسر، دمای بیشینه مجهول از دمای کمینه مجهول کاسته می‌شود.

برای حل مسأله از یک تناسب ساده و نمودار روبه‌رو کمک می‌گیریم:



$$\frac{۱۰۰-۰}{۲۵-۰}=\frac{۱۰۰-۲۰}{\theta-۲۰}$$

$$\Rightarrow ۴\theta-۸۰=۸۰\Rightarrow\theta=۴۰^\circ C$$

بازی با سؤال **کمیت دماسنجی در یک دماسنج، ارتفاع ستون مایع است. اگر در دمای $۲۰^\circ C$ ارتفاع ستون مایع ۳۵ میلی‌متر و در دمای $۸۰^\circ C$ ارتفاع ستون مایع ۴۰ میلی‌لیتر باشد، چنانچه ارتفاع ستون مایع ۳۶ میلی‌متر شود، دما چند درجهٔ سلسیوس است؟**

۱) ۲۲ ۲) ۳۲ ۳) ۲۴ ۴) ۳۴

گزینهٔ ۲

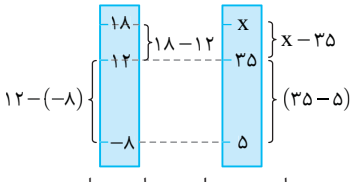
۱ ۸۱۱ A

خط فکری برای نوشتن تناسب پیش خود می‌گوییم فاصلهٔ $(-۸)-۱۲$ در دماسنج سلسیوس معادل $(۵-۳۵)$ در دماسنج مجهول است. حال فاصلهٔ $(۱۲-۱۸)$ باید معادل فاصلهٔ $(x-۳۵)$ باشد.

ابتدا دمای $۶۴/۴^\circ$ فارنهایت را به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow ۶۴/۴=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow\theta=۱۸^\circ C$$

اکنون با رسم نمودار زیر و یک تناسب ساده مسئله را حل می‌کنیم.



$$\frac{۱۸-۱۲}{۱۲-(-۸)}=\frac{x-۳۵}{۳۵-۵}\Rightarrow\frac{۶}{۲۰}=\frac{x-۳۵}{۳۰}\Rightarrow ۹=x-۳۵\Rightarrow x=۴۴^\circ$$

بازی با سؤال یک دماسنج که طریقهٔ مدرج کردن آن مشخص نیست، دمای مخلوط آب و یخ در حال تعادل را صفر و دمای بخار آب جوش در فشار ۱atm را ۲۵۰° نشان می‌دهد، این دماسنج ۴۱°F را چند درجه نشان می‌دهد؟

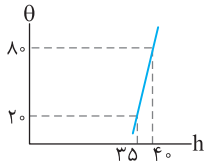
۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۳۷ ۴) ۱۵

گزینهٔ ۱

B ۸۱۲ ۴

با داشتن مختصات دو نقطه از یک خط راست می‌توان معادله آن را نوشت:

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

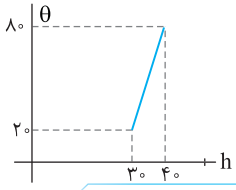


در این جا تابع θ و متغیر h است از این‌رو:

$$(\theta_1=20, h_1=35),\ (\theta_2=80, h_2=40) \Rightarrow \frac{\theta-20}{80-20}=\frac{h-35}{40-35} \Rightarrow \frac{\theta-20}{60}=\frac{h-35}{5}$$

$$\Rightarrow \theta-20=12h-420 \Rightarrow \theta=12h-400$$

بازی با سؤال کمیت دماسنجی در یک دماسنج، ارتفاع ستون مایع است. اگر نمودار تغییرات ارتفاع بر حسب دما به‌صورت مقابل باشد، در کدام ارتفاع اندازهٔ دما با مقدار ارتفاع برابر است؟



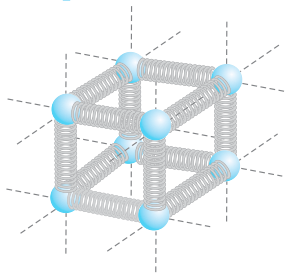
۱) ۲۸
۲) ۳۰
۳) ۳۲
۴) ۳۶

گزینهٔ ۳

پنجره ۲

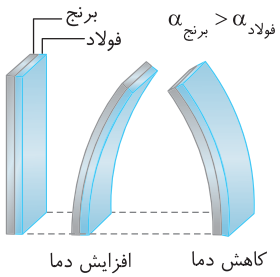
A ۸۱۳ ۳

توجیه انبساط گرمایی مبتنی بر دیدگاه میکروسکوپی است. انبساط گرمایی یک جسم **پیامد تغییر فاصلهٔ بین اتم‌ها و مولکول‌های تشکیل‌دهندهٔ آن است.** برای درک این مدل، چگونگی رفتار اتم‌ها در یک مادهٔ جامد را در نظر بگیرید. مطابق شکل می‌توان

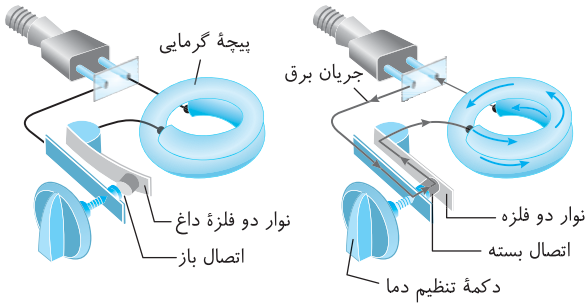


اتم‌ها را ذراتی در نظر گرفت که با فنرهایی به اتم‌های مجاور متصل شده‌اند و پیرامون مکان‌های تعادل خود با دامنهٔ کم نوسان می‌کنند. می‌توان نشان داد با افزایش دمای جامد، **فاصلهٔ متوسط بین اتم‌ها افزایش می‌یابد و درنتیجه جسم جامد منبسط می‌شود.** بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) درست‌اند.

در یک نوار دوفلزه (دماپا) از دو فلز (مثلاً برنج و فولاد) استفاده می‌شود که ضریب انبساط آن‌ها متفاوت است. وقتی نوار گرم می‌شود و دمایش بالا می‌رود فلزی که ضریب انبساط طولی بزرگ‌تری دارد، انبساط طولی آن بیشتر است این سبب می‌گردد تیغه تاب بردارد و کمانی شکل شود، از آنجا که تیغهٔ بیرونی کمان طول



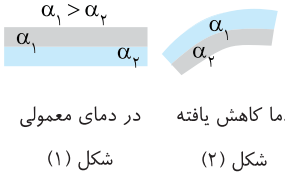
بیشتری دارد. پس قسمت بیرونی کمان، فلزی است که ضریب انبساط طولی بزرگ‌تری دارد. حال اگر نوار را سرد کنیم و دمای آن کاهش یابد، این بار، قسمت بیرونی کمان نواری است که ضریب انبساط طولی کمتری دارد، زیرا همان‌طور که گفتیم طول نوار بیرونی بیشتر از طول نوار درونی است و فلزی که ضریب انبساط طولی کم‌تری دارد، به ازای کاهش دما، طول آن کم‌تر کاهش می‌یابد. (فلزی که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد طول آن بیشتر کاهش می‌یابد. (نوار درونی)) بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. همین تغییر شکل دماپا و تاب برداشتن آن در اثر تغییر دما سبب می‌گردد که در مدارهای الکتریکی به‌عنوان کلید قطع و وصل استفاده شود و گزینهٔ (۴) درست است.



A ۸۱۴ ۲

خط فکری هرچه ضریب انبساط طولی جسمی بیشتر باشد با توجه به رابطهٔ $\Delta L=L\alpha\Delta\theta$ تغییر طول آن بیشتر است. در سؤالات نوار دوفلزه، طول اولیهٔ فلزها باهم برابر است، بنابراین هر میله‌ای که ضریب انبساط طولی بیشتری داشته باشد تغییر طولش بیشتر است. نکتهٔ دیگری که در این سؤالات باید به آن دقت کنید این است که هر میله‌ای که در سطح خارجی قوس قرار گرفته است، طول بزرگ‌تری دارد.

در این سؤال دمای میله‌ها کاهش یافته بنابراین تغییر طول میله‌ها کاهشی بوده و چون $\alpha_2>\alpha_1$ است بنابراین طول میلهٔ (۲) بیشتر کاهش می‌یابد و طول ثانویهٔ این میله کوتاه‌تر از میلهٔ (۱) خواهد شد و میلهٔ (۱) قوس خارجی نوار است.



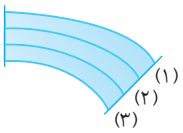
در دمای معمولی — شکل (۱)

دما کاهش یافته — شکل (۲)

بازی با سؤال اگر دمای این نوار را افزایش دهیم، شکل قرارگیری آن چگونه خواهد شد؟

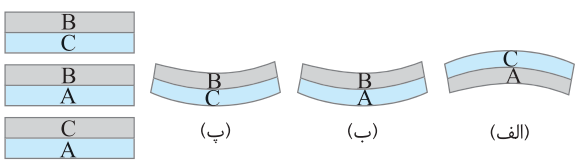
B ۸۱۵ ۴

خط فکری طول میله‌های A و B و C با هم برابر است. هرچه ضریب انبساط طولی جسمی بیشتر باشد، با افزایش دمای یکسان، افزایش طول آن بیشتر است و هنگام کاهش دما نیز، کاهش طول آن بیشتر است، بنابراین در حل این مسئله کاملاً باید دقت کرد که ضریب انبساط طولی B از بقیه بیشتر است $(\alpha_C<\alpha_A<\alpha_B)$، البته در صورت سؤال مشخص نشده که افزایش دما داشته‌ایم یا کاهش دما، بنابراین باید هر دو حالت را بررسی کنیم.



اگر دمای میله‌ها را بالا برده باشیم، با توجه به $\Delta L=L\alpha\Delta\theta$ و $\alpha_C<\alpha_A<\alpha_B$، طول میله B بیشتر از همه افزایش یافته است، پس میلهٔ (۱) از جنس B است و میلهٔ (۲) از جنس A و میلهٔ (۳) از جنس C و اگر دمای میله‌ها را کاهش دهیم نیز طول میله B بیشتر از همه کاهش می‌یابد، پس میله (۳) از جنس B و میلهٔ (۲) از جنس A و میلهٔ (۱) از جنس C است.

بازی با سؤال شکل‌های زیر، تیغه‌های فلزی A، B و C را نشان می‌دهد که در دمای اولیهٔ یکسان T_0 دارای طول‌های اولیهٔ یکسانی هستند و دوبه‌دو به یکدیگر به‌طور سراسری جوش داده شده‌اند و سپس دمایشان تغییر داده شده است. اگر مقایسهٔ بین ضرایب انبساط طولی آن‌ها به‌صورت $\alpha_A>\alpha_B>\alpha_C$ باشد، در شکل‌های (الف)، (ب) و (پ) به‌ترتیب از راست به چپ نوع تغییر دمای تیغه‌ها نسبت به دمای T_0 چگونه بوده است؟

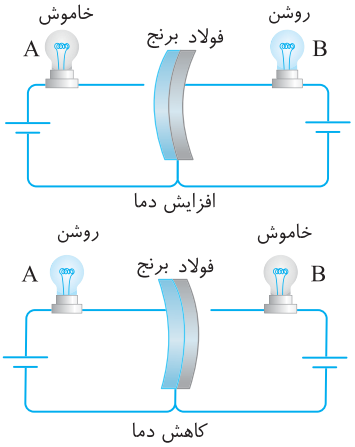


۱) افزایش، افزایش، افزایش
۲) کاهش، کاهش، افزایش
۳) کاهش، افزایش، کاهش
۴) افزایش، افزایش، کاهش

گزینهٔ ۳

A **۸۱۶** **۳**

تیغهٔ نواری بین دو میله شبیه یک کلید عمل می‌کند. اگر دما افزایش یابد، برنج که ضریب انبساط طولی بزرگ‌تری دارد، بیشتر منبسط می‌شود و تیغه خمیده می‌شود به گونه‌ای که کمان بیرونی آن برنج باشد، بنابراین تیغه به سمت راست خم می‌شود و لامپ B روشن می‌شود. وقتی که دما کاهش می‌یابد، نوار برنجی بیشتر منقبض شده و طولش کوتاه‌تر می‌شود و کمان داخلی تیغهٔ خمیده، برنج خواهد بود یعنی تیغه به سمت چپ خم می‌شود و لامپ A روشن می‌شود.



B **۸۱۷** **۱**

خط فکری برای انبساط طولی یک جسم معمولاً از سه کمیت سؤال می‌شود، اندازهٔ ثانویه طول پس از تغییر دما، تغییر طول و درصد تغییرات طولی:

	درصد تغییرات طول	تغییر طول	اندازهٔ ثانویه طول
انبساط طولی	$\frac{\Delta L}{L_1}\times 100=\alpha\Delta\theta\times 100$	$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$	$L_2=L_1(1+\alpha\Delta\theta)$

نکته ۱ در دو رابطهٔ ابتدایی باید یکاهای (L_1 و L_2) یا (L_1 و ΔL) با هم یکسان باشند.

نکته ۲ اگر یکای ضریب انبساط طولی $^\circ C^{-1}$ و یا K^{-1} باشد، $\Delta\theta$ باید تغییر دما بر حسب $^\circ C$ یا K باشد.

در این مسئله تغییر طول پل خواسته شده است، بنابراین:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta \xrightarrow[L_1=2000m]{[\Delta L]=[L_1]=m} \Delta L=2000\times 1/2\times 10^{-6}\times 50\Rightarrow \Delta L=0/12m$$

B **۸۱۸** **۱**

کافی است در رابطهٔ انبساط طولی جامدها داده‌های مسئله را قرار دهیم.

$$\Delta L=L_1\times\alpha\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=50^\circ C]{\Delta L=3\times 10^{-3}m,\alpha=1/2\times 10^{-5}K^{-1}}$$

$$3\times 10^{-3}=L_1\times 1/2\times 10^{-5}\times 50\Rightarrow L_1=5m$$

B **۸۱۹** **۲**

سردترین موقع سال، طول پل کوتاه‌ترین مقدار ممکن یعنی ۹۰۰ متر را دارد. بیشترین طول پل نیز در گرم‌ترین روز سال یعنی بیشترین دما و برابر ۹۰۰/۹ متر است، بنابراین:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow 0/9=900\times 1/25\times 10^{-5}\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=80^\circ C$$

B **۸۲۰** **۲**

نکته دقت کنید چون یکای ضریب انبساط طولی K^{-1} است، باید تغییر دما برحسب $^\circ C$ یا K باشد.

در رابطهٔ $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$ تغییرات دما را با توجه به واحد α باید یا برحسب درجهٔ سلسیوس و یا بر حسب کلوین باشد. از این‌رو تغییر دما را برحسب $^\circ C$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} F_2=\frac{9}{5}\theta_2+32 \\ F_1=\frac{9}{5}\theta_1+32 \end{cases} \xrightarrow[\text{از هم کم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را}} \Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow \Delta\theta=\frac{5}{9}\Delta F=\frac{5}{9}(104-(-4))=60^\circ C$$

اکنون تغییر طول میله را حساب می‌کنیم.

$$\Delta L=L_1\times\alpha\times\Delta\theta=1\times 13\times 10^{-6}\times 60=7/8\times 10^{-4}m=0/78mm$$

بازی با سؤال **طول میله‌ای در دمای صفر درجه سلسیوس برابر ۸۰۰cm است. اگر طول آن در دمای ۵۰ درجه سلسیوس به ۸۰۱cm برسد، ضریب انبساط طولی آن در SI کدام است؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) $2/5\times 10^{-4}$ ۲) $2/5\times 10^{-5}$ ۳) 4×10^{-4} ۴) 4×10^{-5}

گزینهٔ ۲

B **۸۲۱** **۱**

خط فکری ابتدا تغییر دما را بر حسب درجهٔ سلسیوس حساب می‌کنیم و در گام بعد به کمک رابطهٔ $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$ تغییر طول پل را حساب می‌کنیم. ۱) تغییر دما بر حسب درجهٔ فارنهایت برابر است با:

$$\Delta F=F_2-F_1=122-(-58)=180^\circ F$$

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow 180=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=100^\circ C$$

۲) تغییر طول پل برابر است با:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta L=1158\times 1/3\times 10^{-5}\times 100$$

$$\Rightarrow\Delta L=1/5054\simeq 1/5m$$

A **۸۲۲** **۳**

خط فکری هرگاه صحبت از انبساط قطر کره یا شعاع دایره یا ضلع مکعب و یا ... باشد در واقع صحبت از انبساط طولی است.

درصد تغییر طول قطر را حساب می‌کنیم.

$$\text{درصد تغییر طول قطر}=\frac{\Delta D}{D_1}\times 100 \xrightarrow{\Delta D=D_1\alpha\Delta\theta}$$

$$\text{درصد تغییر طول قطر}=\alpha\Delta\theta\times 100=2\times 10^{-5}\times 50\times 100=10^{-1}\%=0/1\%$$

بازی با سؤال **طول تیرآهنی ۱۲ متر است. اگر دمای آن از صفر درجه سلسیوس به ۵۰ درجه سلسیوس برسد، طول آن چند میلی‌متر افزایش می‌یابد؟** $(\alpha=1/2\times 10^{-5}\ ^\circ C^{-1})$ خارج تجربی - ۹۲

۱) ۷/۲ ۲) ۷۲ ۳) $7/2\times 10^{-1}$ ۴) $7/2\times 10^{-2}$

گزینهٔ ۱

B **۸۲۳** **۳**

خط فکری افزایش طول محیط دایره، به کمک رابطهٔ انبساط طولی به‌دست می‌آید.

۱ شعاع دایره نصف قطر آن است. $r=\frac{D}{2}=\frac{1}{2}in\Rightarrow r=\frac{1}{2}\times 2/5\Rightarrow r=1/25cm$

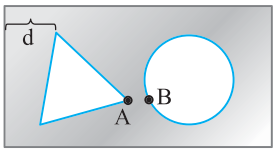
۲ محیط حفره برابر است با: $L=2\pi r\Rightarrow L=2\pi\times 1/25\Rightarrow L=2/5\pi cm$

۳ افزایش محیط حفره خواهد شد: $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$

$$\Delta L=2/5\pi\times 2\times 10^{-5}\times 200 \xrightarrow{\pi=3}\Delta L=3\times 10^{-2}cm\Rightarrow\Delta L=0/3mm$$

A **۸۲۴** **۲**

خط فکری هرگاه یک جسم در اثر تغییر دما منبسط شود تمام ابعاد و اجزاء آن به یک نسبت منبسط می‌شوند، بنابراین ابعاد هر حفره یا فاصلهٔ بین هر دو نقطه از جسم افزایش می‌یابد.



در اثر تغییر دما شعاع حفرهٔ دایره‌ای افزایش یافته است بنابراین دمای صفحهٔ فلزی بالا رفته و تمام ابعاد صفحه بزرگ شده است و فاصلهٔ نقاط A و B و همچنین d افزایش می‌یابد.

بازی با سؤال **پیچ و مهره‌ای با ضریب انبساط طولی متفاوت $\alpha_{پیچ}$ و $\alpha_{مهره}$ در اختیار داریم. اگر مهره درون پیچ گیر کرده باشد، چه تعداد از گزاره‌های زیر می‌تواند باعث بیرون آمدن مهره شود؟**

الف) $\alpha_{پیچ}>\alpha_{مهره}$ **باشد و دمای پیچ و مهره را افزایش دهیم. / ب)** $\alpha_{پیچ}<\alpha_{مهره}$ **باشد و دمای پیچ و مهره را افزایش دهیم. / پ)** $\alpha_{مهره}>\alpha_{پیچ}$ **باشد و دمای پیچ و مهره را کاهش دهیم.**

گزینهٔ ۲

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

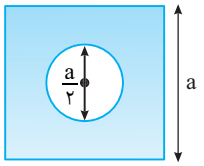
A ۸۲۵ ۱

خط فکری هرگاه یک جسم جامد فلزی در اثر افزایش دما منبسط شود تمام ابعاد و اجزای آن با یک نسبت ثابت بزرگ می‌شود.

با افزایش دما، مساحت سطح سوراخ افزایش می‌یابد و چون تمام ابعاد خط‌کش به یک نسبت منبسط می‌شوند، مرکز سوراخ همچنان بر $5/5cm$ باقی می‌ماند.

A ۸۲۶ ۲

با گرم کردن یک جسم، تمام ابعاد آن به یک نسبت بزرگ می‌شوند. از این‌رو نسبت قسمت‌های مختلف جسم ثابت می‌ماند و نسبت قطر سوراخ به ضلع مربع خواهد شد:



$$\frac{a}{a}=\frac{1}{2}$$

B ۸۲۷ ۲

خط فکری وقتی جسمی را گرم می‌کنیم و منبسط می‌شود، تمام ابعاد و اجزای آن به یک نسبت بزرگ می‌شوند. یعنی با انبساط و افزایش حجم مکعب، حجم حفره درون آن نیز افزایش می‌یابد و برای بررسی افزایش حجم حفره دقیقاً تصور می‌کنیم که یک حفره از همان جنس مکعب و با همان ضریب انبساط طولی در حال افزایش است. در این مسئله دربارهٔ انبساط شعاع حفره و انبساط ضلع مکعب صحبت شده است یعنی ما با روابط انبساط طولی سروکار داریم.

۱ ابتدا برای افزایش طول ضلع مکعب می‌نویسیم:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow 0/004=200\alpha\Delta\theta \qquad (I)$$

۲ برای افزایش شعاع حفره خواهیم داشت:

$$\Delta R=R_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow \Delta R=50\alpha\Delta\theta \qquad (II)$$

۳ ضریب انبساط طولی و تغییر دما در رابطه (I) و (II) یکی است بنابراین

افزایش: $\frac{0/004}{\Delta R}=\frac{200\alpha\Delta\theta}{50\alpha\Delta\theta}\Rightarrow \Delta R=0/001mm$

B ۸۲۸ ۱

خط فکری تغییر دما برحسب کلوین و برحسب درجه‌بندی سلسیوس یکسان است $(\Delta T=\Delta\theta)$.

تغییر طول در دو حالت را به کمک رابطهٔ انبساط طولی $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$ نوشته و تغییر دما در حالت دوم را حساب کرده، سپس دمایی که در آن طول $4mm$ افزایش یافته حساب می‌کنیم.

در حالت اول: $\Delta L_1=L_1\alpha\Delta\theta_1$

در حالت دوم: $\Delta L_2=L_2\alpha\Delta\theta_2$ $\xrightarrow{\div}$

$$\frac{\Delta L_1}{\Delta L_2}=\frac{\Delta\theta_1}{\Delta\theta_2}\xrightarrow{\Delta\theta=\Delta T}\frac{6}{4}=\frac{373-253}{\Delta T_2}\Rightarrow\frac{6}{4}=\frac{120}{\Delta T_2}\Rightarrow \Delta T_2=80K$$

حال با استفاده از تغییر دمای به‌دست آمده و اینکه دمای اولیه برابر $253K$ است، دمای ثانویه را به‌دست می‌آوریم:

$$80=T_2'-253\Rightarrow T_2'=333K$$

$$T_2'=333K\xrightarrow{T=273+\theta}333=273+\theta_2\Rightarrow\theta_2=60^\circ C$$

B ۸۲۹ ۲

طول اولیهٔ هر دو میله $1m$ است. اختلاف طول‌ها برحسب میلی‌متر خواسته شده بنابراین در روابط انبساط، طول اولیه را 10^3mm قرار می‌دهیم. ابتدا طول ثانویه میلهٔ A را به‌دست می‌آوریم:

$$L_{2A}=L_{1A}(1+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow L_{2A}=10^3(1+5\times10^{-5}\times90)$$

$$\Rightarrow L_{2A}=(10^3+4/5)mm$$

دمای میلهٔ B، $90^\circ F$ کاهش یافته، تغییر دمای میلهٔ B را برحسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\xrightarrow{\Delta F=-90^\circ F}-90=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=-50^\circ C$$

طول ثانویهٔ میلهٔ B را به‌دست می‌آوریم:

$$L_{2B}=L_{1B}(1+\alpha_B\Delta\theta)\Rightarrow$$

$$L_{2B}=10^3(1+4\times10^{-5}\times(-50))\Rightarrow L_{2B}=(10^3-2)mm$$

حال اختلاف طول خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$L_{2A}-L_{2B}=(10^3+4/5)-(10^3-2)\Rightarrow L_{2A}-L_{2B}=6/5mm$$

B ۸۳۰ ۳

خط فکری طول اولیه دو میله برابر است. وقتی دمای هر دو میله را به یک اندازه بالا ببریم افزایش طول میله آلومینیمی از افزایش طول میلهٔ فولادی بیشتر است زیرا ضریب انبساط طولی آلومینیم بزرگ‌تر است. بعد از افزایش دما طول میلهٔ آلومینیمی $2/3mm$ بیشتر از طول میلهٔ فولادی است بنابراین $\Delta L_{Al}-\Delta L_M=2/3mm$ است. اکنون با جایگذاری $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$ می‌توانید مسئله را حل کنید.

تغییر طول آلومینیم و تغییر طول فولاد را حساب می‌کنیم سپس آن‌ها را از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta L_{Al}-\Delta L_M=2/3\times10^{-3}\Rightarrow L_{Al}\alpha_{Al}\Delta\theta-L_M\alpha_M\Delta\theta=2/3\times10^{-3}$$

$$\xrightarrow[\alpha_{Al}=23\times10^{-6}K^{-1},\ \alpha_M=11/5\times10^{-6}K^{-1}]{L_{Al}=L_M=4m}$$

$$(4\times23\times10^{-6}-4\times11/5\times10^{-6})\Delta\theta=2/3\times10^{-3}\Rightarrow 46\times10^{-6}\Delta\theta=2/3\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=\frac{2/3\times10^{-3}}{46\times10^{-6}}=\frac{2/3\times10^{3}}{46}=50^\circ C$$

B ۸۳۱ ۲

خط فکری طول اولیهٔ دو میله یکسان و افزایش دمای آن‌ها نیز برابر است. پس هر میله‌ای که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد، افزایش طول بیشتری خواهد داشت. ضریب انبساط طولی مس بیشتر از آهن است و افزایش طول میلهٔ مسی بیشتر از میلهٔ آهنی خواهد شد و برای اینکه اختلاف طول دو میله $0/3mm$ باشد باید افزایش طول میلهٔ مسی ۰/۳ میلی‌متر بیشتر از افزایش طول میلهٔ آهنی باشد، افزایش طول هر دو میله را $(\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta)$ حساب کنید و تفاضل آن‌ها را برابر $0/3mm$ قرار دهید.

۱ معادلهٔ افزایش طول میلهٔ مسی را می‌نویسیم. برای آن‌که این افزایش برحسب میلی‌متر به‌دست آید طول اولیهٔ مسی را برحسب میلی‌متر $(0/5\times1000=500mm)$ قرار می‌دهیم:

$$\Delta L_{cu}=L_{cu}\alpha_{cu}\Delta\theta\Rightarrow\Delta L_{cu}=500\times1/8\times10^{-5}\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\Delta L_{cu}=9\times10^{-3}\Delta\theta$$

۲ معادلهٔ افزایش طول میلهٔ آهنی را می‌نویسیم:

$$\Delta L_{Fe}=L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta\Rightarrow\Delta L_{Fe}=500\times1/2\times10^{-5}\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\Delta L_{Fe}=6\times10^{-3}\Delta\theta$$

۳ اختلاف ΔL_{cu} و ΔL_{Fe} برابر $0/3mm$ است:

$$\Delta L_{cu}-\Delta L_{Fe}=0/3mm\Rightarrow9\times10^{-3}\Delta\theta-6\times10^{-3}\Delta\theta=0/3$$

$$\Rightarrow3\times10^{-3}\Delta\theta=0/3\Rightarrow\Delta\theta=100^\circ C$$

A ۸۳۲ ۴

خط فکری با تغییر دما، اختلاف طول دو میلهٔ A و B ثابت مانده است اما این به چه معنی است؟ یعنی تغییر طول هر دو فلز A و B در این حالت با هم برابر است. دقت کنید که با $30^\circ C$ افزایش دما ممکن نیست که میلهٔ A که طول کمتری دارد $(50cm)$ طولش آن‌قدر زیاد شود تا از میلهٔ B که طول بیشتری دارد $(70cm)$، $20cm$ بلندتر شود. تغییر طول دو میله را برابر قرار می‌دهیم.

$$\Delta L_A=\Delta L_B\Rightarrow L_A\alpha_A\Delta\theta_A=L_B\alpha_B\Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow50\alpha_A(30)=70\alpha_B(30)\Rightarrow\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{7}{5}$$

بازی با سؤال **طول یک میلهٔ آهنی در دمای صفر درجهٔ سلسیوس $4cm$ بیشتر از طول یک میلهٔ نقره‌ای در همان دما است. طول اولیهٔ میلهٔ نقره‌ای در دمای صفر درجه سلسیوس چند سانتی‌متر باشد تا اختلاف طول آن‌ها در دمای $60^\circ C$ برابر $4cm$ شود؟ (ضریب انبساط طولی آهن و نقره به‌ترتیب $12\times10^{-6}\ ^\circ C^{-1}$ و $18\times10^{-6}\ ^\circ C^{-1}$)**

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۲۰

گزینهٔ ۱

B ۸۳۳ ۲

۱ طول اولیهٔ میلهٔ A، ۵ درصد از طول میلهٔ B بیشتر است بنابراین:

$$L_A = L_B + \frac{۵}{۱۰۰}L_B \Rightarrow L_A = ۱/۰۵L_B$$

۲ همچنین α_A را حساب می‌کنیم:

$$۳/۰۵\alpha_A = ۱۵/۲۵\times۱۰^{-۵} \Rightarrow \alpha_A = ۵\times۱۰^{-۵}\ ^\circ C^{-۱}$$

۳ قرار است طول ثانویهٔ دو میله برابر شود، از این‌رو:

$$L_A = L_B \Rightarrow L_{۰A}(۱+\alpha_A\theta) = L_{۰B}(۱+\alpha_B\theta) \xrightarrow{L_{۰A}=۱/۰۵L_{۰B}}$$

$$۱/۰۵L_{۰B}(۱+\alpha_A\theta) = L_{۰B}(۱+\alpha_B\theta)$$

طول اولیهٔ B $(L_{۰B})$ را از دو طرف معادله ساده می‌کنیم:

$$۱/۰۵(۱+\alpha_A\theta) = ۱+\alpha_B\theta \xrightarrow{\alpha_B = ۳/۰۵\alpha_A}$$

$$۱/۰۵+۱/۰۵\alpha_A\theta = ۱+۳/۰۵\alpha_A\theta \Rightarrow ۰/۰۵ = ۲\alpha_A\theta \Rightarrow$$

$$\theta = \frac{۰/۰۵}{۲\alpha_A} \Rightarrow \theta = \frac{۰/۰۵}{۱۰^{-۴}} = ۵۰۰^\circ C$$

A ۸۳۴ ۳

خط فکری در ابتدا طول میلهٔ آهنی ۱mm بیشتر از طول میلهٔ مسی است. با $۱۰۰^\circ C$ افزایش دمای میله‌ها، چون ضریب انبساط طولی مس از آهن بیشتر است، انبساط آن بیشتر خواهد بود و طول میلهٔ مسی ۰/۵mm بیشتر از طول میلهٔ آهنی می‌شود، بنابراین کافی است دو رابطهٔ $L_{Fe}-L_{Cu}=۱$ و $L'_{Cu}-L'_{Fe}=۰/۵$ را نوشته و با قرار دادن اطلاعات مسئله، آن را حل کرد.

$$L_{Fe}-L_{Cu}=۱$$

$$L'_{Cu}-L'_{Fe}=۰/۵ \Rightarrow L_{Cu}+L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta - L_{Fe}-L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta = ۰/۵ \Rightarrow$$

$$\overbrace{L_{Cu}-L_{Fe}}^{-۱} + L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta - L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta = ۰/۵ \Rightarrow$$

$$L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta - L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta = ۱/۵ \Rightarrow$$

$$(L_{Fe}-۱)\times۱/۸\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰ - L_{Fe}\times۱/۲\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰ = ۱/۵ \Rightarrow$$

$$۱/۸\times۱۰^{-۳}L_{Fe} - ۱/۸\times۱۰^{-۳} - ۱/۲\times۱۰^{-۳}L_{Fe} = ۱/۵ \Rightarrow$$

$$۰/۶\times۱۰^{-۳}L_{Fe} = ۱/۵+۱/۸\times۱۰^{-۳} \Rightarrow$$

$$L_{Fe} = \frac{۱/۵+۱/۸\times۱۰^{-۳}}{۰/۶\times۱۰^{-۳}} = (۲/۵\times۱۰^{۳}+۳)mm = ۲۵۰۳mm$$

$$\Rightarrow L_{Fe} = ۲/۵۰۳m$$

B ۸۳۵ ۳

خط فکری تغییر طول میله برابر $\Delta L = L_۱\alpha\Delta\theta$ است که در این رابطه برای یک میله علاوه بر $\Delta\theta$، طول اولیه نیز مهم است.

در حالت اول با تغییر دما از ۰ تا $\theta^\circ C$، افزایش طول میله برابر است با: $\Delta L_۱ = L_۱\alpha\Delta\theta$

در این صورت طول ثانویهٔ میله $(L_۲)$ از طول اولیه میله بیشتر می‌شود. $L_۲ > L_۱$. حال اگر میله‌ای با طول $L_۲ > L_۱$ را مجدداً گرم کنیم تا دمای آن از θ به ۲θ برسد یعنی تغییر دمای آن مانند حالت اول $\Delta\theta = ۲\theta - \theta = \theta$ باشد، چون طول اولیهٔ میله در این حالت بزرگ‌تر است بنابراین افزایش طول آن $(\Delta L_۲)$ در این حالت قطعاً بزرگ‌تر از $\Delta L_۱$ است در نتیجه $\frac{\Delta L_۲}{\Delta L_۱} > ۱$ و $\frac{\Delta L_۱}{\Delta L_۲} < ۱$ است.

B ۸۳۶ ۴

افزایش طول هر قطعه را در اثر تغییر دما از $۱۰^\circ C$ به $۴۰^\circ C$ به‌دست می‌آوریم. فاصلهٔ بین دو قطعه باید برابر این افزایش طول باشد.

$$\Delta L = L_۱\alpha\Delta\theta \Rightarrow \Delta L = ۲۰\times۱/۴\times۱۰^{-۵}\times(۴۰-۱۰)$$

$$\Delta L = ۲۰\times۱/۴\times۱۰^{-۵}\times۳۰ \Rightarrow \Delta L = ۸/۴\times۱۰^{-۳}m$$

$$\Delta L = ۸/۴mm$$

بازی با سؤال ریل‌های ۱۰ متری راه‌آهنی را در یک روز زمستانی با دمای $-۱۰^\circ C$ به دنبال هم کار می‌گذارند. اگر دما در تابستان تا $۴۰^\circ C$ بالا رود، از ابتدا (در دمای $-۱۰^\circ C$) حداقل چند میلی‌متر باید فاصلهٔ بین ریل‌ها خالی بماند تا در اثر انبساط حرارتی به هم فشار نیاورند؟ تجربی - ۸۶

$(\alpha_{\text{آهن}} = ۱۲\times۱۰^{-۶}K^{-۱})$

۱) ۳/۶۵ ۲) ۴/۸ ۳) ۵ ۴) ۶ گزینهٔ ۴

B ۸۳۷ ۴

خط فکری به شکل دقت کنید، هر میله از یک طرف به یک دیوار ثابت شده است، بنابراین میلهٔ مسی از سمت راست و میلهٔ آلومینیمی از سمت چپ افزایش طول پیدا می‌کند و مجموع افزایش طول آن‌ها باید برابر فاصلهٔ دو میله از هم شود.

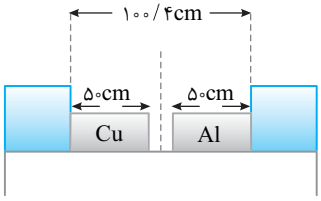
با توجه به شکل، فاصلهٔ دو میله از هم $۱۰۰/۴-۱۰۰=۰/۴cm$ است، پس افزایش طول دو میله باید برابر $۰/۴cm$ شود تا این دو به هم برسند:

$$۰/۴ = \Delta L_{Cu} + \Delta L_{Al} \Rightarrow ۰/۴ = \alpha_{Cu}L_{۱\,Cu}\Delta\theta + \alpha_{Al}L_{۱\,Al}\Delta\theta$$

$$۰/۴ = ۱/۷\times۱۰^{-۵}\times۵۰\times\Delta\theta + ۲/۳\times۱۰^{-۵}\times۵۰\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow ۰/۴ = \Delta\theta\times۵۰\times۱۰^{-۵}(۱/۷+۲/۳) \Rightarrow \Delta\theta = ۲۰۰^\circ C$$

تغییرات دما برحسب کلوین و سلسیوس یکسان است بنابراین $\Delta T = ۲۰۰K$.



B ۸۳۸ ۱

مجموع افزایش طول دو قطعه مس و آلومینیوم باید ۲/۴mm شود.

طول اولیهٔ میله‌ها و افزایش دمای آن‌ها برابر است:

$$\Delta L_{Al} + \Delta L_{Cu} = ۲/۴mm$$

$$L_۱\alpha_{Al}\Delta\theta + L_۱\alpha_{Cu}\Delta\theta = ۲/۴mm$$

$$L_۱\Delta\theta(\alpha_{Al}+\alpha_{Cu}) = ۲/۴\times۱۰^{-۳}$$

$$۶۰\times۱۰^{-۲}\Delta\theta(۲/۳\times۱۰^{-۵}+۱/۷\times۱۰^{-۵}) = ۲/۴\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{۲/۴\times۱۰^{-۳}}{۶۰\times۱۰^{-۲}\times۴\times۱۰^{-۵}} = ۱۰۰^\circ C$$

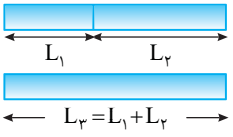
B ۸۳۹ ۱

وقتی به جسمی گرما داده شود، طول آن در تمام جهت‌ها افزایش پیدا خواهد کرد. به دلیل دو دیوارهٔ ثابت نقطهٔ A به طرف راست و نقطهٔ B به طرف بالا تغییر طول خواهد داشت. از طرفی در هر جهت تغییر طول طبق رابطهٔ $\Delta L = L_۱\alpha\Delta\theta$ خواهد بود، پس وقتی طول اولیهٔ رأس B، نصف طول اولیهٔ رأس A است، تغییر طول آن نصف تغییر طول A خواهد بود:

$$\Delta L_B = \frac{۱}{۲}\Delta L_A = \frac{۱}{۲}\times۴ = ۲mm$$

B ۸۴۰ ۳

خط فکری می‌خواهیم در هر دمایی رابطهٔ $L_۳ = L_۱ + L_۲$ برقرار باشد. برای این منظور باید مجموع تغییر طول میله‌های (۱) و (۲) با تغییر طول میلهٔ (۳) برابر باشد. از این رو می‌توان نوشت:



$$\Delta L_۳ = \Delta L_۱ + \Delta L_۲ \Rightarrow$$

$$L_۳\alpha_۳\Delta\theta = L_۱\alpha_۱\Delta\theta + L_۲\alpha_۲\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \alpha_۳ = \frac{L_۱\alpha_۱ + L_۲\alpha_۲}{L_۳}$$

۸۴۱ B ۱

با توجه به فرض مسئله اختلاف طول میله‌ها ۲۰cm بوده است.

$$L_۲-L_۱=۲۰cm \quad (۱)$$

پس از گرم کردن میله‌ها مجموع طول ثانویهٔ آن‌ها برابر است با: $L'_۲+L'_۱=۴/۰۰۸$

با توجه به رابطهٔ انبساط طولی $L_۲=L_۱(۱+\alpha\Delta\theta)$ خواهیم داشت:

$$L_۲(۱+\alpha\Delta\theta)+L_۱(۱+\alpha\Delta\theta)=۴/۰۰۸$$

$$\xrightarrow{\text{از } \alpha\Delta\theta+۱ \text{ فاکتور می‌گیریم}}(L_۲+L_۱)(۱+\alpha\Delta\theta)=۴/۰۰۸\Rightarrow$$

$$(L_۲+L_۱)(۱+۲\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰)=۴/۰۰۸\Rightarrow(L_۲+L_۱)=\frac{۴/۰۰۸}{۱/۰۰۲}\Rightarrow$$

$$L_۲+L_۱=۴m \quad (۲)$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) یک دستگاه دو معادله دو مجهول داریم:

$$\begin{cases}L_۲-L_۱=۲۰cm\\L_۲+L_۱=۴۰۰cm\end{cases}\Rightarrow ۲L_۲=۴۲۰$$

$$\Rightarrow L_۲=۲۱۰cm=۲/۱m, L_۱=۱۹۰cm=۱/۹m$$

۸۴۲ A ۱

خط فکری با افزایش دما، مساحت قرص فلزی یک درصد افزایش یافته است، یعنی $\Delta A=\frac{۱}{۱۰۰}A_۱$ است.

با توجه به رابطهٔ انبساط سطحی جامدات خواهیم داشت:

$$\Delta A=A_۱(۲\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\frac{۱}{۱۰۰}A_۱=A_۱(۲\alpha)\times۲۵۰\Rightarrow\alpha=\frac{۱}{۵۰۰۰۰}=۲\times۱۰^{-۵}K^{-۱}$$

میانبر درصد تغییرات سطح یک جسم برحسب درصد برابر است با:

درصد تغییرات: $\frac{\Delta A}{A_۱}\times۱۰۰\xrightarrow{\Delta A=A_۱۲\alpha\Delta\theta}۲\alpha\Delta\theta\times۱۰۰$

$$\Rightarrow۱=۲\alpha\times۲۵۰\times۱۰۰\Rightarrow\alpha=۲\times۱۰^{-۵}K^{-۱}$$

۸۴۳ A ۴

ابتدا دمای $۵۲۷^\circ C$ را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T_۲=۲۷۳+\theta_۲\Rightarrow T_۲=۲۷۳+۵۲۷=۸۰۰K$$

بنابراین دمای ورقه از ۵۰۰K به ۸۰۰K رسیده و دمای ورقه ۳۰۰K افزایش یافته است.

حال با توجه به رابطهٔ انبساط سطحی داریم: $\Delta A=A_۱(۲\alpha)\Delta T$

$$\Rightarrow ۲۷\times۱۰^{-۳}mm^۲=(۴۰mm\times۵mm)(۲\alpha)(۸۰۰-۵۰۰)\Rightarrow۲\alpha=۴/۵\times۱۰^{-۷}(K^{-۱})$$

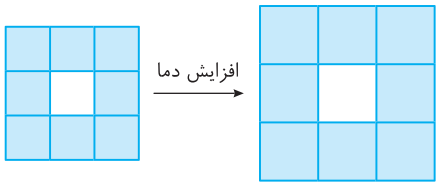
بازی با سؤال ضریب انبساط سطحی فلزی $۱۰^{-۵}\ ^\circ C^{-۱}$ است. اگر شعاع صفحه‌ای دایره‌ای‌شکل از آن فلز در دمای صفر درجهٔ سلسیوس ۱m باشد، افزایش قطر آن در دمای $۱۰۰^\circ C$ چند میلی‌متر می‌شود؟ ریاضی - ۹۳

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۲

گزینهٔ ۲

۸۴۴ A ۴

خط فکری در هر جسم جامد اگر حفره‌ای وجود داشته باشد، برای بررسی انبساط حفره، آن را به صورت جسمی هم‌جنس با جسم جامد فرض کرده و مسئله را حل می‌کنیم. به شکل زیر دقت کنید.



مساحت ثانویه حفره خواسته شده است. بنابراین: $A_۲=A_۱(۱+۲\alpha\Delta\theta)\Rightarrow$

$$A_۲=۵۰(۱+۲(۲/۳\times۱۰^{-۵})\times۸۰)\Rightarrow A_۲=۵۰(۱+۳۶۸\times۱۰^{-۵})=۵۰/۱۸۴cm^۲$$

۸۴۵ B ۴

خط فکری وقتی بیان می‌شود که در اثر افزایش دما طول ۰/۱۷٪ افزایش یافته یعنی $\Delta L=\frac{۰/۱۷}{۱۰۰}L_۱$ است و می‌توان ضریب انبساط طولی مس را از این رابطه به دست آورد و سپس به کمک ضریب انبساط طولی مشخص کرد که مساحت ورقه چند برابر می‌شود.

۱ ضریب انبساط طولی مس خواهد شد:

$$\Delta L=L\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{۰/۱۷}{۱۰۰}L=L\alpha\times۱۰۰\Rightarrow\alpha=۱/۷\times۱۰^{-۵}\ ^\circ C^{-۱}$$

۲ رابطهٔ انبساط سطحی را می‌نویسیم.

$$A_۲=A_۱(۱+۲\alpha\Delta\theta)\Rightarrow\frac{A_۲}{A_۱}=۱+۲\alpha\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\frac{A_۲}{A_۱}=۱+۲\times۱/۷\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰\Rightarrow\frac{A_۲}{A_۱}=۱/۰۰۳۴$$

میانبر به‌ازای تغییر دمای یکسان برای جسمی درصد تغییرات طولی $\alpha\Delta\theta\times۱۰۰$ و درصد تغییرات سطحی $۲\alpha\Delta\theta\times۱۰۰$ خواهد بود. بنابراین:

$$\alpha\Delta\theta\times۱۰۰=۱۷\times۱۰^{-۲}\Rightarrow\alpha\Delta\theta=۱۷\times۱۰^{-۴}$$

$$\frac{A_۲}{A_۱}=۱+۲\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{A_۲}{A_۱}=۱+۳۴\times۱۰^{-۴}=۱/۰۰۳۴$$

۸۴۶ B ۳

خط فکری با توجه به رابطهٔ $\Delta A=A۲\alpha\Delta\theta$ برای اجسام هم‌جنس که ضریب انبساط یکسانی دارند، هر قدر، ابعاد یک جسم بزرگ‌تر باشد، در اثر میزان مشخص افزایش دما، انبساط آن بیشتر خواهد بود. در صورت مسئله بیان شده که بیشترین و کمترین انبساط سطح به‌ترتیب مربوط به صفحهٔ C و صفحهٔ B است، بنابراین صفحهٔ C باید از دیگر صفحه‌ها بزرگ‌تر باشد و صفحه B باید از دیگر سطوح کوچک‌تر باشد. مساحت این صفحات را بررسی می‌کنیم.

مساحت صفحهٔ A: $A_A=۴\times۴=۱۶cm^۲$

مساحت صفحهٔ B: $A_B=۲L_۱cm^۲$

مساحت صفحهٔ C: $A_C=۲L_۲cm^۲$

مساحت صفحهٔ D: $A_D=۴\times۲/۵=۱۰cm^۲$

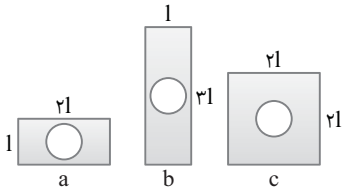
طبق خط فکری مساحت صفحهٔ C باید از $۱۶cm^۲$ بزرگ‌تر باشد:

$$A_C>A_A\Rightarrow۲L_۲>۱۶\Rightarrow L_۲>۸cm$$

و مساحت صفحهٔ B باید از $A_D=۱۰cm^۲$ کمتر باشد.

$$A_B<A_D\Rightarrow۲L_۱<۱۰\Rightarrow L_۱<۵cm$$

بازی با سؤال شکل زیر سه صفحهٔ فلزی هم‌جنس را در یک دما، نشان می‌دهد. اگر حفره‌های موجود در هر سه صفحه هم‌اندازه باشند، با افزایش دمای یکسان سطح کدام صفحه و سطح کدام حفره بیشتر از بقیه افزایش خواهد یافت؟ از کتاب درسی



۱) a ، c
۲) c ، a
۳) a ، b
۴) c ، هر سه حفره یکسان افزایش سطح می‌یابند.

گزینهٔ ۴

۸۴۷ B ۱

افزایش دمای دو ورقه را برحسب $^\circ C$ به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta T_A=۴۰۰K\xrightarrow{\Delta T_A=\Delta\theta_A}\Delta\theta_A=۴۰۰^\circ C$$

$$\Delta F_B=۲۷۰^\circ F\xrightarrow{\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta}۲۷۰=\frac{۹}{۵}\times\Delta\theta_B\Rightarrow\Delta\theta_B=۱۵۰^\circ C$$

رابطهٔ انبساط سطحی جامد را می‌نویسیم:

$$\Delta S=S_1(2\alpha)\Delta\theta \xrightarrow[\Delta S_B=S_B(2\alpha_B)\Delta\theta_B]{\Delta S_A=S_A(2\alpha_A)\Delta\theta_A}$$

$$\frac{\Delta S_A}{\Delta S_B}=\frac{S_A\alpha_A\Delta\theta_A}{S_B\alpha_B\Delta\theta_B}$$

داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم

$$(\Delta S_A=2\Delta S_B\ ,\alpha_A=4\alpha_B)$$

$$2=\frac{S_A}{S_B}\times\frac{4\alpha_B}{\alpha_B}\times\frac{400}{150}\Rightarrow\frac{S_B}{S_A}=\frac{16}{3}$$

۱ ۸۴۸ B

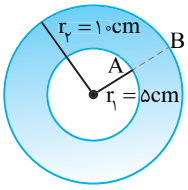
ابتدا مساحت حفره را حساب می‌کنیم:

$$A=\pi r^2\Rightarrow A=3\times16=48cm^2$$

اکنون تغییر سطح را حساب می‌کنیم:

$$\Delta A=A_1\times2\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta A=48\times4/8\times10^{-5}\times250\Rightarrow\Delta A=0/576cm^2$$

۴ ۸۴۹ B



با افزایش دما مساحت سطح رنگی و فاصله بین نقاط A و B افزایش می‌یابد. ابتدا افزایش سطح را محاسبه می‌کنیم. برای این منظور مساحت سطح رنگی اولیه را به‌دست می‌آوریم:

برای به‌دست آوردن مساحت قسمت رنگی، مساحت دایرهٔ بزرگ با شعاع $r_2=10cm$ و مساحت دایرهٔ کوچک با شعاع $r_1=5cm$ را به‌دست آورده و از هم کم می‌کنیم:

$$A_{\text{رنگی}}=\pi(r_2^2-r_1^2)\Rightarrow A=3(100-25)=225cm^2$$

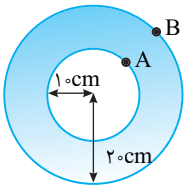
اکنون انبساط سطحی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta A_{\text{رنگی}}=A_{\text{رنگی}}\times2\alpha\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta A_{\text{رنگی}}=225\times2\times1/5\times10^{-5}\times40=0/27cm^2$$

افزایش فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B به معنای انبساط یک میله به طول $L_{AB}=r_2-r_1=10-5=5cm$ است، بنابراین افزایش فاصله A و B برابر است با:

$$\Delta L_{AB}=\alpha\times L_{AB}\times\Delta\theta=1/5\times10^{-5}\times5\times40=0/003cm$$

بازی با سؤال در شکل زیر، دمای صفحهٔ فلزی را به اندازهٔ ۲۰ درجهٔ سلسیوس افزایش می‌دهیم. فاصلهٔ نقاط A و B چگونه تغییر می‌کند؟ (ضریب انبساط سطحی فلز $=3\times10^{-5}K^{-1}$)



۱) ۰/۰۳ میلی‌متر افزایش
۲) ۰/۰۳ میلی‌متر کاهش
۳) ۰/۰۶ میلی‌متر افزایش
۴) ثابت می‌ماند.

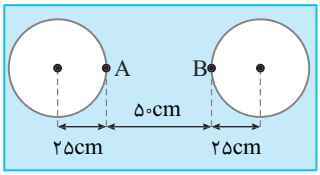
گزینهٔ ۱

۳ ۸۵۰ B

در اثر افزایش دما فاصلهٔ A تا B شبیه یک میله دارای انبساط طولی خواهد بود بنابراین:

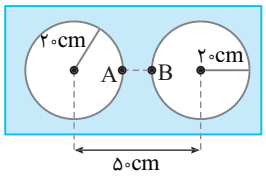
$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta=50\times\frac{3/6}{2}\times10^{-5}\times200\Rightarrow\Delta L_{AB}=0/18cm$$

طول AB خواهد شد: $L_2=L_1+\Delta L\Rightarrow L_2=50/18cm=501/8mm$



دقت کردید به اینکه در سؤال ضریب انبساط سطحی یعنی 2α داده شده بود اما برای حل سؤال نیاز به ضریب انبساط طولی یا α داشتیم و در رابطه به جای α، $\frac{3/6}{2}\times10^{-5}$ قرار دادیم.

بازی با سؤال در شکل زیر صفحه از جنس فلزی به ضریب انبساط سطحی $5\times10^{-6}K^{-1}$ است. اگر دما به‌طور یکنواخت $60^\circ C$ افزایش یابد، فاصلهٔ بین A و B چگونه تغییر می‌کند؟

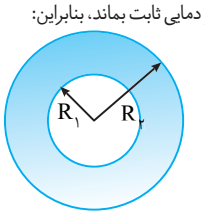


۱) ۰/۰۱۵ درصد کاهش می‌یابد.
۲) ۰/۰۱۵ درصد افزایش می‌یابد.
۳) ۰/۰۳ درصد کاهش می‌یابد.
۴) ۰/۰۳ درصد افزایش می‌یابد.

گزینهٔ ۲

۱ ۸۵۱ B

می‌خواهیم هنگام انبساط دو ورقه، اختلاف مساحت آن‌ها یعنی مساحت قسمت رنگی ثابت بماند در این صورت باید افزایش مساحت (ΔA) هر دو ورقه در هر دمایی ثابت بماند، بنابراین:



$$\Delta A_1=\Delta A_2$$

$$\Rightarrow\pi R_1^2\times2\alpha_1\times\Delta\theta=\pi R_2^2\times2\alpha_2\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\frac{\alpha_2}{\alpha_1}=\frac{R_1^2}{R_2^2}\Rightarrow\frac{\alpha_2}{\alpha_1}=\frac{25}{36}$$

۲ ۸۵۲ A

تغییر حجم جسم جامد از رابطهٔ $\Delta V=V_1\times3\alpha\times\Delta\theta$ به دست می‌آید که α ضریب انبساط طولی است:

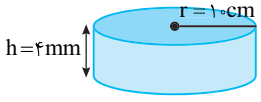
$$\Delta V=V_1\times3\alpha\times\Delta\theta\xrightarrow[\Delta V=8/1cm^3]{V_1=1000cm^3}8/1=1000\times3\alpha\times120$$

$$\alpha=\frac{8/1}{1000\times3\times120}=\frac{8/1}{36}\times10^{-4}\Rightarrow\alpha=\frac{0/9}{4}\times10^{-4}=0/225\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow\alpha=2/25\times10^{-5}(K^{-1})$$

۴ ۸۵۳ A

ابتدا حجم قرص فلزی را قبل از انبساط حساب می‌کنیم:



$$V_1=\pi r^2h\xrightarrow{r=10cm,h=0/4cm}$$

$$V_1=3\times10^{+2}\times0/4$$

$$V_1=1/2\times10^{+2}cm^3$$

تغییر حجم قرص از رابطهٔ $\Delta V=V_1\,3\alpha\Delta\theta$ به‌دست می‌آید، بنابراین:

$$\Delta V=V_1(3\alpha)\Delta T\Rightarrow\Delta V=1/2\times10^2\times3\times5\times10^{-5}\times100=1/8cm^3$$

۴ ۸۵۴ A

ابتدا حجم میله را حساب می‌کنیم. $V=Al\Rightarrow V=50\times40=2000cm^3$

سپس تغییر دما را بر حسب درجه سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F=F_2-F_1=72^\circ F\ ,\quad\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=40^\circ C$$

حال تغییر حجم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V=V_1\times3\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta V=2000\times3\times6\times10^{-6}\times40=1/44cm^2$$

۲ ۸۵۵ A

ضریب انبساط طولی (α)، $3\times10^{-5}\frac{1}{^\circ C}$ داده شده پس ضریب انبساط حجمی یعنی 3α برابر $9\times10^{-5}\frac{1}{^\circ C}$ می‌شود، همچنین تغییرات دما $200^\circ C$ است. چون در سؤال گفته شده، دما $200^\circ C$ افزایش یافته است.

یادآوری درصد تغییرات حجمی برابر $3\alpha\Delta\theta\times100$ است:

$$\text{درصد تغییرات حجمی}=\frac{\Delta V}{V_1}\times100\Rightarrow\text{درصد تغییرات حجمی}=\frac{V_1\,3\alpha\Delta\theta}{V_1}\times100$$

$$\Rightarrow\text{درصد تغییرات حجمی}=9\times10^{-5}\times(200)\times100\Rightarrow\text{درصد تغییرات حجمی}=1/8\%$$

B ۸۵۶ ۲

یادآوری درصد افزایش حجم جسم در اثر افزایش دما خواهد شد:

$$\frac{\Delta V}{V_1}\times 100=\frac{V_1 3\alpha\Delta\theta}{V_1}\times 100=3\alpha\Delta\theta\times 100$$

با توجه به یادآوری بالا مسئله به‌راحتی قابل حل است.

$$3\alpha\Delta\theta\times 100=3\times(2\times 10^{-5})\times(250-0)\times 100=1500\times 10^{-5}\times 100$$

$$=1/5\%\ \text{درصد تغییرات حجم}$$

بنابراین حجم ۱/۵٪ درصد افزایش می‌یابد.

بازی با سؤال **ضریب انبساط طولی فلزی $10^{-5}K^{-1}$ است. اگر دمای قطعه‌ای از این فلز را $100^\circ C$ افزایش دهیم، حجم آن چند درصد افزایش می‌یابد؟**

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۳ ۳) ۱ ۴) ۳

تجربی - ۹۴ — گزینهٔ ۲

B ۸۵۷ ۴

خط فکری درصد تغییرات یک کمیت یعنی نسبت تغییرات آن کمیت به مقدار اولیهٔ آن ضرب در صد. البته نگران این جمله عجیب نباشید یعنی:

$$\text{درصد تغییر طول}=\frac{\Delta L}{L_1}\times 100=\frac{L_1\alpha\Delta\theta}{L_1}\times 100=(\alpha\Delta\theta)\times 100$$

$$\text{درصد تغییر حجم}=\frac{\Delta V}{V_1}\times 100=\frac{V_1(3\alpha)\Delta\theta}{V_1}\times 100=(3\alpha)\Delta\theta\times 100$$

اگر این دو رابطه را بر هم تقسیم کنید به نتیجهٔ زیر می‌رسید:

$$\frac{\text{درصد تغییر حجم}}{\text{درصد تغییر طول}}=\frac{(3\alpha\Delta\theta)\times 100}{(\alpha\Delta\theta)\times 100}=3$$

برای نسبت تغییرات سطح به تغییرات طول نیز می‌توان به نتیجه زیر رسید:

$$\frac{\text{درصد تغییر سطح}}{\text{درصد تغییر طول}}=\frac{(2\alpha\Delta\theta)\times 100}{(\alpha\Delta\theta)\times 100}=2$$

اکنون مسئله به‌راحتی قابل حل است.

$$\frac{\text{درصد تغییر حجم میله}}{\text{درصد تغییر طول میله}}=3\Rightarrow\frac{\text{درصد تغییر حجم}}{1\%}=3\Rightarrow\text{درصد تغییر حجم}=3\%$$

پیشنهاد می‌کنیم نتایج به‌دست آمده را به‌خاطر بسپارید.

B ۸۵۸ ۴

درصد تغییرات حجمی کره برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات حجم}=\frac{\Delta V}{V_1}\times 100\xrightarrow[\Delta\theta=80^\circ C]{\Delta V=V_1(3\alpha)\Delta\theta}$$

$$0/08=(3\alpha)\times\Delta\theta\times 100\Rightarrow 0/08=(3\alpha)\times 80\times 100\Rightarrow\alpha=\frac{1}{3}\times 10^{-5}$$

درصد تغییرات سطحی کره برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات سطح}=\frac{\Delta A}{A_1}\times 100\xrightarrow[\Delta\theta'=60^\circ,\alpha=\frac{1}{3}\times 10^{-5}]{\Delta A=A_1(2\alpha)\Delta\theta'}$$

$$\text{درصد تغییرات سطح}=2\alpha\Delta\theta'\times 100$$

$$\text{درصد تغییرات سطح}=(\frac{2}{3}\times 10^{-5})\times 60\times 100=0/04\%$$

میانبر نسبت درصد تغییرات سطح به درصد تغییرات حجم برابر است با:

$$\frac{\text{درصد تغییرات سطح}}{\text{درصد تغییرات حجم}}=\frac{2}{3}\times\frac{\Delta\theta_{\text{سطح}}}{\Delta\theta_{\text{حجم}}}$$

A ۸۵۹ ۱

خط فکری دو کره هم‌جنس و دارای شعاع یکسان هستند. البته یکی توپر (A) و دیگری توخالی (B) است، اما با افزایش یکسان دما $(\Delta\theta_A=\Delta\theta_B)$ همواره هر دو کره به اندازه منبسط می‌شوند و توپر و توخالی بودن جسم تأثیری در رابطهٔ $\Delta V=V_1(3\alpha)\Delta\theta$ نخواهد داشت.

با توجه به خط فکری بیان شده با افزایش دمای یکسان، انبساط دو کرهٔ A و B برابر است $(\Delta V_A=\Delta V_B)$.

بازی با سؤال **دمای کرهٔ مسی توپر A به شعاع r و کرهٔ مسی توخالی B به شعاع داخلی $\frac{r}{2}$ و خارجی r را به‌طور یکسان بالا می‌بریم. افزایش حجم مس به‌کار رفته در کرهٔ A چند برابر افزایش حجم مس به‌کار رفته در کرهٔ B است؟**

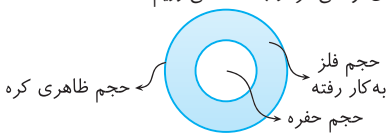
۱) $\frac{7}{8}$ ۲) $\frac{8}{7}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{1}{8}$

گزینهٔ ۲

B ۸۶۰ ۱

خط فکری برای یک کرهٔ توخالی با سه حجم متفاوت روبه‌رو هستیم:

تغییر حجم فضای توخالی کره را به‌دست می‌آوریم.



$$\Delta V=V_1\beta\Delta\theta\xrightarrow{V_1=\frac{4}{3}\pi r^3}\Delta V=\frac{4}{3}\pi r^3\beta\Delta\theta$$

برای یافتن تغییر حجم فلز به‌کار برده شده در کره، ابتدا حجم فلز را حساب می‌کنیم.

$$V_m=\text{حجم فلز}=\frac{4}{3}\pi r_o^3-\frac{4}{3}\pi r_i^3\xrightarrow[r_o=2r]{r_i=r}$$

$$V_{1m}=\frac{4}{3}\pi[(2r)^3-r^3]\Rightarrow V_{1m}=\frac{4}{3}\pi(7r^3)=\frac{28}{3}\pi r^3$$

اکنون تغییر حجم فلز را حساب می‌کنیم.

$$\Delta V_m=V_{1m}\beta\Delta\theta\Rightarrow\Delta V_m=\frac{28}{3}\pi r^3\beta\Delta\theta$$

نسبت تغییر حجم فضای توخالی به تغییر حجم فلز برابر خواهد شد با:

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_m}=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\beta\Delta\theta}{\frac{28}{3}\pi r^3\beta\Delta\theta}\Rightarrow\frac{\Delta V}{\Delta V_m}=\frac{1}{7}$$

میانبر $\Delta\theta$ و α یکسان است از این رو می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد.

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_m}=\frac{V_1}{V_{1m}}$$

B ۸۶۱ ۲

خط فکری توخالی یا توپر بودن مکعب تأثیر روی انبساط اضلاع آن در یک تغییر دمای معین نخواهد داشت.

۱ با افزایش دما طول ضلع مکعب ۰/۱mm افزایش می‌یابد بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\xrightarrow{L_1=20cm}0/1\times 10^{-1}=20\alpha\Delta\theta\Rightarrow\alpha\Delta\theta=5\times 10^{-4}$$

۲ باید نسبت حجم ثانویه حفره به حجم اولیه آن را حساب کنیم از این‌رو:

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{V_1(1+3\alpha\Delta\theta)}{V_1}=1+3\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=1+3\times 5\times 10^{-4}\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=1/0015$$

B ۸۶۲ ۲

ضریب انبساط طولی یعنی انبساط طول واحد طول جسم در اثر یک درجه افزایش دما. تغییر دما در درجه‌بندی سلسیوس و کلوین یکسان است $(\Delta T=\Delta\theta)$ و تغییر دما در درجه‌بندی فارنهایت $\frac{9}{5}$ تغییر دما در درجه‌بندی سلسیوس و کلوین است.

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\xrightarrow{\Delta\theta=\Delta T}\Delta F=\frac{9}{5}\Delta T\Rightarrow\Delta T=\frac{5}{9}\Delta F$$

یعنی وقتی دما $1^\circ F$ تغییر می‌کند، تغییر دما در کلوین $\frac{5}{9}$ است.

$$3\alpha_F=\frac{5}{9}(3\alpha_K)\Rightarrow\beta_F=\frac{5}{9}\beta_K$$

B ۸۶۳ ۴

خط فکری رابطهٔ افزایش حجم به‌صورت $\Delta V = V_1 \gamma \Delta\theta$ است. دقت کنید که در این رابطه یکای ΔV و V_1 یکسان و یکای α و $\Delta\theta$ معکوس یکدیگرند.

بنابراین اگر یکای α به صورت $\frac{1}{^\circ C}$ باشد، تغییر دما باید برحسب $^\circ C$ باشد و اگر یکای α به‌صورت $\frac{1}{^\circ F}$ باشد، تغییر دما باید برحسب $^\circ F$ باشد.

۱ برای کرهٔ A، ضریب انبساط طولی $۲\times۱۰^{-۵}\ ^\circ C^{-۱}$ و تغییر دما $۵۰^\circ C$ است:

$$\Delta V_A = V_1 \gamma_A \Delta\theta_A \Rightarrow \Delta V_A = V_1 (۶\times۱۰^{-۵})(۵۰) \Rightarrow \Delta V_A = V_1 (۳\times۱۰^{-۳})$$

۲ برای کرهٔ B، ضریب انبساط طولی برابر $۴\times۱۰^{-۵}\ ^\circ F^{-۱}$ است. بنابراین تغییر دما را باید برحسب درجه فارنهایت به‌دست آوریم:

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow \Delta F = \frac{۹}{۵}\times۵۰ \Rightarrow \Delta F = ۹۰^\circ F$$

$$\Delta V_B = V_1 \gamma_B \Delta\theta_B \Rightarrow \Delta V_B = V_1 (۱۲\times۱۰^{-۵})(۹۰) \Rightarrow \Delta V_B = V_1 (۱۰/۸\times۱۰^{-۳})$$

۳ شعاع هر دو کره در ابتدا یکسان است، بنابراین حجم اولیه دو کره با هم برابر است:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_1 (۳\times۱۰^{-۳})}{V_1 (۱۰/۸\times۱۰^{-۳})} = \frac{۱}{۳/۶} = \frac{۱۰}{۳۶} = \frac{۵}{۱۸}$$

B ۸۶۴ ۳

وقتی جسمی گرم می‌شود، فاصلهٔ بین مولکولی ذرات آن افزایش یافته و جسم در همهٔ راستاها افزایش طول خواهد داشت. در نتیجه قطر داخلی، قطر خارجی، ارتفاع و ضخامت فلز افزایش می‌یابند. بنابراین بر حجم آن نیز اضافه خواهد شد و مطابق رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ با توجه به ثابت ماندن m، چگالی و حجم با هم رابطهٔ عکس دارند و با افزایش حجم، چگالی کاهش خواهد یافت.

بازی با سؤال **اگر دمای یک لولهٔ مسی به تدریج افزایش یابد، کدام کمیت وابسته به آن کاهش می‌یابد؟**

۱) چگالی ۲) قطر خارجی ۳) قطر داخلی ۴) چگالی و قطر داخلی

گزینهٔ ۱

B ۸۶۵ ۲

با توجه به رابطهٔ چگالی با دما داریم:

$$\rho_2 = \rho_1 (۱-\beta\Delta T) \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = ۱-\beta\Delta T = ۱-۲/۵\times۱۰^{-۵}\times۴۰۰ = ۱-۰/۰۱ = ۰/۹۹$$

البته می‌توانستید از رابطهٔ زیر نیز استفاده کنید.

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{۱+\beta\Delta T} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{۱}{۱+\beta\Delta T} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{۱}{۱+۲/۵\times۱۰^{-۵}\times۴۰۰} = \frac{۱}{۱/۰۱} \simeq ۰/۹۹$$

بازی با سؤال **دمای جسم جامدی را $۱۰۰۰^\circ C$ تغییر داده‌ایم. بدون تغییر فاز جسم، چگالی آن از $۳/۹ g/cm^۳$ به $۳ g/cm^۳$ کاهش می‌یابد. ضریب انبساط خطی جسم جامد برحسب $K^{-۱}$ چند است؟** از کتاب درسی

۱) $۱۰^{-۴}$ ۲) ۳×۱۰^{-۴} ۳) $۱۰^{-۵}$ ۴) ۳×۱۰^{-۵}

گزینهٔ ۱

B ۸۶۶ ۲

روش اول: ابتدا رابطهٔ چگالی و دما را می‌نویسیم:

$$V_2 = V_1 (۱+۳\alpha\Delta\theta) \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} \rho_2 = \frac{\rho_1}{۱+۳\alpha\Delta\theta}$$

اگر بخواهیم رابطهٔ بین ρ_1 و ρ_2 را به‌دست آوریم، باید $\alpha\Delta\theta$ را محاسبه کنیم. پس از داده‌های مسئله استفاده می‌کنیم:

$$\Delta L = L_1 \alpha\Delta\theta \xrightarrow{\Delta L = \frac{۰/۱}{۱۰۰} L_1} \frac{۰/۱}{۱۰۰} L_1 = L_1 \alpha\Delta\theta \Rightarrow \alpha\Delta\theta = ۱۰^{-۳}$$

اکنون $\alpha\Delta\theta$ را در رابطه چگالی قرار می‌دهیم:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{۱+۳\times۱۰^{-۳}} \Rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_1}{۱/۰۰۳} = ۰/۹۹۷\rho_1 \Rightarrow \Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 = -۰/۰۰۳\rho_1 \Rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho_1} = -۰/۰۰۳ = -۰/۳٪$$

روش دوم: با توجه به رابطهٔ $\rho_2 = \rho_1 (۱-\beta\Delta\theta)$ درصد تغییرات برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات چگالی} = \frac{\Delta\rho}{\rho_1}\times۱۰۰ = \frac{\rho_1 (۱-۳\alpha\Delta\theta) - \rho_1}{\rho_1}\times۱۰۰ \Rightarrow$$

$$\text{درصد تغییرات چگالی} = -۳\alpha\Delta\theta\times۱۰۰$$

درصد تغییرات طول برابر ۰/۱ درصد است:

$$\text{درصد تغییرات طول} = \frac{\Delta L}{L_1}\times۱۰۰ = (\alpha\Delta\theta)\times۱۰۰ = ۰/۱$$

$$\text{درصد تغییرات چگالی} = -۳\alpha\Delta\theta\times۱۰۰ = -۳(\alpha\Delta\theta\times۱۰۰) = -۰/۳$$

بنابراین چگالی ۰/۳ درصد کاهش یافته است.

بازی با سؤال **در اثر افزایش دما، چگالی میله‌ای n درصد کاهش می‌یابد، طول میله چند برابر می‌شود؟** آزمون مدارس برتر

۱) $\frac{n}{۱۰۰}$ ۲) $\frac{n}{۳۰۰}$ ۳) $۱+\frac{n}{۱۰۰}$ ۴) $۱+\frac{n}{۳۰۰}$

گزینهٔ ۴

B ۸۶۷ ۳

یکای ضریب انبساط طولی بر حسب دمای کلوین داده شده است، بنابراین تغییر دما را برحسب K یا $^\circ C$ به‌دست می‌آوریم:

$$F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \Rightarrow \Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{۵}{۹}\times۳۶۰ = ۲۰۰^\circ C$$

به کمک رابطهٔ چگالی برحسب دما می‌توان نوشت:

$$\rho_2 \simeq \rho_1 (۱-\beta\Delta T),\ \frac{\Delta\rho}{\rho_1} \simeq -\beta\Delta T,\ \beta = ۳\alpha = ۱۸\times۱۰^{-۵} K^{-۱}$$

$$\text{درصد تغییر چگالی} \simeq -\beta\Delta T\times۱۰۰ \simeq -(۱۸\times۱۰^{-۵})\times(۲۰۰)\times۱۰۰ \simeq -۳/۶٪$$

B ۸۶۸ ۳

۱ چگالی جسم را در دمای $^\circ C$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \rho = \frac{m}{V} \\ V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ = \frac{۴}{۳}\times۳\times۱^۳ = ۴ cm^۳ \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{۴۴ g}{۴ cm^۳} \Rightarrow \rho = ۱۱ g/cm^۳$$

۲ تغییر چگالی برابر است با:

$$\rho_2 = \rho_1 (۱-۳\alpha\Delta\theta) \Rightarrow \rho_2 = \rho_1 - \rho_1 (۳\alpha)\Delta\theta \Rightarrow \Delta\rho = -\rho_1 (۳\alpha)\Delta\theta$$

دقت کنید چون تغییر چگالی را بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب می‌خواهد، باید چگالی در دمای $^\circ C$ را بر حسب $kg/m^۳$ قرار دهیم:

$$\rho_1 = ۱۱ g/cm^۳ \times ۱۰۰۰ = ۱۱۰۰۰ kg/m^۳$$

$$\Delta\rho = -\rho_1 (۳\alpha)\Delta\theta \Rightarrow \Delta\rho = -۱۱۰۰۰\times(۹\times۱۰^{-۵})\times۱۰۰ = -۹۹ kg/m^۳$$

بنابراین چگالی جسم $۹۹ kg/m^۳$ کاهش یافته است.

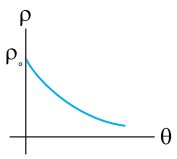
B ۸۶۹ ۳

یادآوری با توجه به رابطهٔ انبساط حجمی جامدات و تعریف چگالی می‌توان نوشت:

$$V_2 = V_1 (۱+۳\alpha\Delta\theta)$$

$$(\rho = \frac{m}{V}, m = \text{ثابت}) \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_1 (۱+۳\alpha\Delta\theta)} \Rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_1}{۱+۳\alpha\Delta\theta}$$



اگر دمای اولیه $\theta = ۰$ باشد:

$$\rho = \frac{\rho_۰}{۱+۳\alpha\Delta\theta},\quad \theta = ۰ \Rightarrow \rho = \rho_۰,\quad \theta \to \infty \Rightarrow \rho \to ۰$$

بازی با سؤال اگر از رابطهٔ $\rho_2=\rho_1(1-3\alpha\Delta\theta)$ استفاده می‌کردیم نمودار چگالی بر حسب دما چگونه می‌شد؟

۸۷۰ A ۲

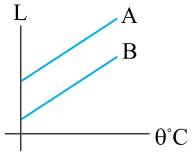
خط فکری با توجه به رابطهٔ $L=L_\circ(1+\alpha\Delta\theta)$ داریم:

عرض از مبدأ — شیب خط

$L=L_\circ\alpha\Delta\theta+L_\circ$

$y=nx+b$

پس در نمودار $L-\theta$، شیب خط برابر $L_\circ\alpha$ و عرض از مبدأ برابر $L_\circ$ است. به نمودار دقت کنید.

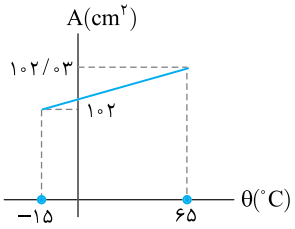


چون دو خط A و B با هم موازی‌اند، پس شیب دو خط برابر است با: $L_{\circ A}\alpha_A=L_{\circ B}\alpha_B$

طول اولیه A بزرگ‌تر از طول اولیهٔ B است، پس باید ضریب انبساط طولی A کوچک‌تر از ضریب انبساط طولی B باشد تا شیب خط‌ها با هم برابر شوند. $\alpha_A<\alpha_B$

۸۷۱ A ۳

خوب به شما یک تست نموداری داده‌ایم تا به شما بگوییم. این تست با یک تست معمولی که در آن مساحت سطح صفحه در دمای $-15^\circ C$ برابر $102cm^2$ و در دمای $65^\circ C$ برابر $102/03cm^2$ است، فرقی ندارد کافی است برای تغییر دمای $\Delta\theta=65-(-15)=80^\circ C$ و تغییر مساحت سطح $102/03-102=0/03cm^2$ رابطهٔ انبساط سطحی را بنویسیم. (در واقع تنها باید به نمودار خوب نگاه کنید و اطلاعات مورد نظر را از آن بیرون بکشید.)

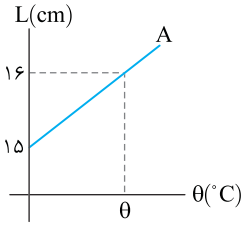


$\Delta A=A_1\gamma\Delta\theta\Rightarrow 0/03=102\times 2\alpha(80)\Rightarrow\alpha=1/84\times10^{-6}K^{-1}$

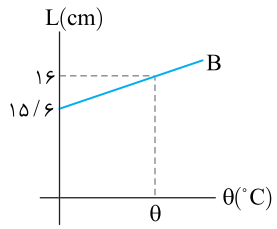
۸۷۲ B ۳

با توجه به نمودار با تغییر دما از صفر به θ، طول میلهٔ A به اندازهٔ $1cm$ افزایش می‌یابد:

$\Delta L_A=L_{\circ A}\alpha_A\Delta\theta\Rightarrow 1=15\alpha_A\theta \quad (I)$



حال با توجه به نمودار با تغییر دما از صفر به θ، طول میلهٔ B به اندازهٔ $0/4cm$ افزایش می‌یابد: $\Delta L_B=L_{\circ B}\alpha_B\Delta\theta\Rightarrow 0/4=15/6\alpha_B\theta \quad (II)$



حال دو معادلهٔ به‌دست آمده را برهم تقسیم می‌کنیم:

$\frac{1}{0/4}=\frac{15\alpha_A\theta}{15/6\alpha_B\theta}\Rightarrow\frac{10}{4}=\frac{5}{5/2}\times\frac{\alpha_A}{\alpha_B}\Rightarrow\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{52}{20}=\frac{13}{5}$

۸۷۳ B ۱

ضریب انبساط حجمی مایعات از ضریب انبساط حجمی جامدها بیشتر است. با توجه به سؤال حجم جسم جامد و مایع یکسان بوده و همچنین افزایش دماها یکسان است:

$\Delta V_{جامد}=V\beta_{جامد}\Delta\theta$

$\Delta V_{مایع}=V\beta_{مایع}\Delta\theta \xrightarrow{\beta_{مایع}>\beta_{جامد}} \Delta V_{مایع}>\Delta V_{جامد}$

۸۷۴ A ۴

انبساط تانکر ناچیز فرض شده است، بنابراین تنها انبساط مایع را حساب می‌کنیم:

$\Delta V=V_1\beta\Delta\theta \xrightarrow{\beta=10^{-3}K^{-1},V_1=4\times10^4L} \Delta V=4\times10^4\times10^{-3}\times25$

$\Rightarrow\Delta V=1000L$

در این صورت حجم نفت در محل تخلیه برابر است با:

$V_2=V_1+\Delta V\Rightarrow V_2=4\times10^4+10^3=41\times10^3L$

۸۷۵ A ۳

دقت کنید با توجه به افزایش چگالی، حجم مایع باید کاهش یافته باشد، در واقع دما کاهش یافته و تغییر دما منفی است.

$\Delta\rho=-\rho_1\beta\Delta\theta\Rightarrow 0/2=-4\beta\Delta\theta\Rightarrow\beta\Delta\theta=\frac{0/2}{-4}\Rightarrow\beta\Delta\theta=\frac{-1}{20}$

با توجه به مقدار $\beta\Delta\theta$ به‌دست آمده تغییر حجم مایع را به‌دست می‌آوریم. به دلیل آنکه تغییر حجم برحسب لیتر خواسته شده در رابطهٔ $\Delta V=V_1\beta\Delta\theta$، یکای حجم اولیه را برحسب لیتر قرار می‌دهیم: $\Delta V=V_1\beta\Delta\theta \xrightarrow{V_1=2000L} \Delta V=2000(\beta\Delta\theta)$

$\Rightarrow\Delta V=2000(\frac{-1}{20})=-100L$

۸۷۶ A ۲

خط فکری وقتی ظرفی از مایع پر شده باشد با توجه به اینکه ضریب انبساط حجمی مایع از ظرف بیشتر است، با افزایش دما حجم مایع بیشتر از حجم ظرف افزایش می‌یابد و این اختلاف در افزایش حجم باعث می‌شود مقداری مایع از ظرف سرریز شود.

ابتدا انبساط جیوه را به‌دست می آوریم:

$\Delta V_{جیوه}=V_1\beta\Delta\theta\Rightarrow\Delta V_{جیوه}=200\times1/8\times10^{-4}\times30\Rightarrow\Delta V_{جیوه}=1/08cm^3$

سپس انبساط ظرف را حساب می‌کنیم:

$\Delta V_{ظرف}=V_1(3\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\Delta V_{ظرف}=200\times3\times10^{-5}\times30=0/18cm^3$

در این صورت مقدار جیوه‌ای که بیرون می‌ریزد برابر تفاضل تغییر حجم جیوه و تغییر حجم ظرف، یعنی انبساط ظاهری جیوه است:

حجم جیوهٔ بیرون ریخته شده $=1/08-0/18=0/9cm^3$

میانبر اگر ظرفی به ضریب انبساط طولی α از مایعی با ضریب انبساط حجمی β پر شده باشد و با افزایش دما مقدار $\Delta V_{سرریز}$ مایع از ظرف سرریز شود، داریم: $\Delta V_{سرریز}=V(\beta-3\alpha)\Delta\theta$

بازی با سؤال **در دمای صفر درجهٔ سلسیوس، حجم ظرفی شیشه‌ای توسط یک لیتر جیوه کاملاً پر شده است. هنگامی که دمای مجموعه را به $80^\circ C$ می‌رسانیم $12cm^3$ جیوه از ظرف خارج می‌شود. اگر ضریب انبساط حجمی جیوه $1/8\times10^{-4}K^{-1}$ باشد، ضریب انبساط خطی شیشه در SI کدام است؟** ریاضی - ۸۶

۱) $1/2\times10^{-4}$ ۲) 10^{-4} ۳) 10^{-5} ۴) 3×10^{-5}

گزینهٔ ۳

۸۷۷ B ۲

انبساط حجم ظرف − انبساط حجم گلیسرین = حجم گلیسرین سرریز شده

$\Delta V=V_1\beta\Delta\theta-V_1(3\alpha)\Delta\theta=V_1(\beta-3\alpha)\Delta\theta$

$\Delta V=500\times(5\times10^{-4}-3\times23\times10^{-6})\times(40-20)$

$\Delta V=500\times(5\times10^{-4}-0/69\times10^{-4})\times20$

$\Delta V=4/31cm^3\sim4/3cm^3$

بازی با سؤال ظرفی به گنجایش ۲ لیتر از مایعی پر شده است. اگر دمای مایع و ظرف را $80^\circ C$ کاهش دهیم، چند سانتی‌متر مکعب از ظرف خالی خواهد ماند؟ ریاضی - ۸۶

$(\beta_{\text{مایع}}=0/5\times10^{-3}K^{-1}, \alpha_{\text{ظرف}}=1/5\times10^{-5}K^{-1})$

۱) ۴۶/۴ ۲) ۷۲/۸ ۳) ۱۹۲۰ ۴) ۵۶/۷

گزینهٔ ۲

B ۸۷۸ ۳

باید افزایش حجم مایع برابر با افزایش حجم ظرف باشد، یعنی هر مقداری که حجم مایع افزایش یابد، حجم ظرف نیز همان مقدار افزایش یابد:

$$\Delta V'=\Delta V\Rightarrow V'\beta\Delta\theta=V(3\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\frac{V}{V'}=\frac{\beta}{3\alpha}$$

B ۸۷۹ ۳

خط فکری وقتی یک ظرف از مایع پر است و در اثر افزایش دما مقداری مایع سرریز می‌شود، حجم مقدار مایع سرریز شده برابر تفاضل انبساط مایع و انبساط ظرف است. انبساط ظرف − انبساط مایع = حجم مایع سرریز

با افزایش دما به اندازهٔ $40^\circ C$، حجم مایع سرریزی از ظرف A برابر $4mm^3$ است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_{A\ \text{سرریز}}=\Delta V_{\text{مایع}}-\Delta V_{\text{ظرف}}$$
$$4=V\times\beta\times40-V(3\alpha)\times40 \qquad (I)$$

حجم مایع سرریزی از ظرف B خواهد شد:

$$V_{B\ \text{سرریز}}=1/5V\times\beta\times40-1/5V\times3\alpha\times40$$
$$V_{B\ \text{سرریز}}=1/5(V\times\beta\times40-V\times3\alpha\times40) \qquad (II)$$

از رابطهٔ I را در رابطهٔ II جای‌گذاری می‌کنیم.

$$V_{B\ \text{سرریز}}=1/5\times4=6mm^3$$

میانبر تغییر دما، جنس ظرف و جنس یکسان است و تفاوت تنها در حجم ظرف‌ها $(V_B=1/5V_A)$ است و با توجه به رابطهٔ $\Delta V=V\beta\Delta\theta$ مشخص است که:

$$V_{B\ \text{سرریز}}=1/5V_{A\ \text{سرریز}}$$

B ۸۸۰ ۲

راه حل اول: ظرف از مایع پرشده و ظرف و مایع دارای حجم یکسانی هستند، ابتدا با توجه به جرم و چگالی مایع، حجم را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow V=\frac{400}{0/5}\Rightarrow V=800cm^3$$

با افزایش دما، حجم ظرف ثابت می‌ماند بنابراین حجم مایع درون ظرف در دمای $80^\circ C$ نیز همچنان $800cm^3$ است، اما چگالی مایع در حال تغییر است، بنابراین چگالی در دمای $80^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$\rho_2=\rho_1(1-\beta\Delta\theta)\Rightarrow\rho_2=0/5(1-2\times10^{-3}\times50)\Rightarrow\rho_2=0/45g/cm^3$$

حجم مایع درون ظرف $800cm^3$ و چگالی مایع $0/45g/cm^3$ است بنابراین جرم مایع درون ظرف برابر است با:

$$\rho_2=\frac{m_2}{V}\Rightarrow m_2=\rho_2V\Rightarrow m_2=0/45\times800=360g$$

راه حل دوم: ظرف از مایع پر شده بنابراین حجم ظرف و مایع با هم برابر است. ضریب انبساط طولی ظرف ناچیز بوده و حجم ظرف ثابت است، بنابراین حجم مایع درون ظرف نیز در دمای $30^\circ C$ و $80^\circ C$ یکسان و برابر حجم ظرف است:

$$V_1=V_2\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\frac{m_1}{\rho_1}=\frac{m_2}{\rho_2}\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}$$

با توجه به رابطهٔ تقریبی تغییر چگالی $\rho_2=\rho_1(1-\beta\Delta\theta)$ و اینکه جرم مایع در ابتدا $400g$ بوده می‌توان نوشت:

$$\frac{m_2}{400}=\frac{\rho_1(1-\beta\Delta\theta)}{\rho_1}\Rightarrow\frac{m_2}{400}=1-2\times10^{-3}\times50\Rightarrow\frac{m_2}{400}=0/9\Rightarrow m_2=360g$$

B ۸۸۱ ۱

از انبساط ظرف، صرف نظر شده است؛ بنابراین، بنزین برای سرریزی، باید به اندازهٔ فضای خالی ظرف منبسط شود. $V_1=A\times5m^3$

$$\Delta V=V_1\beta\Delta\theta\Rightarrow A\times\frac{25}{100}=A\times5\times10^{-3}\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=50^\circ C$$

دمای اولیهٔ بنزین را حساب می‌کنیم: $T=273+\theta\Rightarrow263=273+\theta\Rightarrow\theta=-10^\circ C$

دمای نهایی بنزین را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\theta=\theta_2-\theta_1\Rightarrow50=\theta_2-(-10)\Rightarrow\theta_2=40^\circ C$$

یکای دما را به فارنهایت تبدیل می‌کنیم.

$$F=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow F=\frac{9}{5}\times40+32\Rightarrow F=104^\circ F$$

B ۸۸۲ ۴

خط فکری از انبساط ظرف چشم‌پوشی شده است. بنابراین تمام انبساط مایع به صورت افزایش ارتفاع آن خواهد بود. یعنی مساحت سطح مقطع استوانه در دو حالت A و حجم بنزین ابتدا $V_1=Ah_1$ و در نهایت $V_2=Ah_2$ خواهد بود.

۱ حجم اولیهٔ بنزین برابر است با: $V_1=Ah_1$

۲ حجم ثانویهٔ بنزین خواهد شد:

$$V_2=V_1(1+\beta\Delta\theta)\Rightarrow Ah_2=Ah_1(1+\beta\theta)\Rightarrow h_2=h_1(1+\beta\theta)\Rightarrow\frac{h_2}{h_1}=1+\beta\theta$$

B ۸۸۳ ۲

انبساط حجمی ظرف‌ها ناچیز است، بنابراین مساحت مقطع ظرف‌ها با افزایش دما تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند. برای آنکه اختلاف ارتفاع مایع‌ها یکسان باشد، با افزایش دما هر دو مایع باید به یک اندازه در ظرف بالا بیایند، ظرف‌های A و B مشابه‌اند پس تغییر حجم آن‌ها یکسان خواهد بود:

$$\Delta V_A=\Delta V_B\xrightarrow{\Delta V=V\beta\Delta\theta}V_A\beta_A\Delta\theta=V_B\beta_B\Delta\theta\Rightarrow\frac{V_B}{V_A}=\frac{\beta_A}{\beta_B}$$

حجم مایع A برابر است با: $V_A=Ah_A$

حجم مایع B برابر است با: $V_B=Ah_B$

حجم‌های به‌دست آمده را در معادله جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{Ah_B}{Ah_A}=\frac{\beta_A}{\beta_A}\Rightarrow\frac{h_B}{h_A}=\frac{\beta_A}{\beta_B}$$

نکته در یک ظرف با انبساط ناچیز افزایش ارتفاع مایع درون آن با تغییر دما از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید: $\Delta h=h_1\beta\Delta\theta$

B ۸۸۴ ۳

خط فکری در این نوع مسائل که دربارهٔ انبساط آب پرسیده می‌شود، همواره باید به انبساط غیر عادی آب در محدودهٔ $4^\circ C$ تا $0^\circ C$ توجه کرد. در دمای $4^\circ C$ حجم مقدار معینی آب کمینه و چگالی آب بیشینه است و توجه به این رفتار در پاسخگویی به مسئله لازم است.

به دلیل انبساط غیرعادی آب، چگالی مقدار معینی آب $4^\circ C$ بیشینه مقدار چگالی است و در روزهای سرد، آب $4^\circ C$ در دریاچه و آب‌گیرها ته‌نشین می‌شود، از این‌رو آب $0^\circ C$ که در سطح بالای دریاچه است، شروع به یخ زدن می‌کند و به مرور بر ضخامت آن افزوده می‌شود، اما آهنگ افزایش ضخامت یخ کاهش می‌یابد زیرا یخ نارساناست و انتقال گرما از آب به هوا کندتر صورت می‌گیرد و یخ زدن آب با آهنگ کندتری انجام می‌شود.

بازی با سؤال حجم آب از دمای $0^\circ C$ تا ..... کاهش می‌یابد.

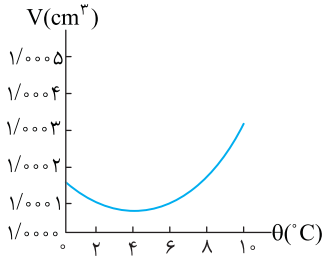
۱) $4^\circ C$ ۲) $277K$

۳) $39/2^\circ F$ ۴) هر سه گزینه درست است.

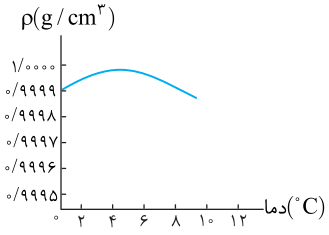
گزینهٔ ۴

B ۲ ۸۸۵

خط فکری باید به انبساط غیرعادی آب فکر کنیم، هرگاه دمای آب از ۰ تا $4^\circ C$ افزایش یابد، حجم آن به‌طور غیرعادی کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد و با افزایش دما از $4^\circ C$ به بالاتر، حجم آب به‌طور عادی افزایش و چگالی آن کاهش می‌یابد. در نتیجه حجم مقدار معینی آب در دمای $4^\circ C$ کمترین مقدار و چگالی آن بیشترین مقدار است.



(الف) تغییرات حجم آب (شیرین) با دما



(ب) تغییرات چگالی آب (شیرین) با دما

A ۲ ۸۸۶

در بازهٔ $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ آب رفتار غیرعادی دارد و با افزایش دمای آب از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ حجم آب کاهش می‌یابد.

با افزایش دما آب ظرف A لبریز شده است بنابراین حجم آب افزایش یافته یعنی دمای آب بالای $4^\circ C$ ($\theta_1 > 4^\circ C$) است. ارتفاع آب در ظرف B کاهش یافته است بنابراین دمای ظرف B از $4^\circ C$ کمتر است ($\theta_2 < 4^\circ C$).

B ۲ ۸۸۷

فشار وارد بر کف ظرف تغییر نمی‌کند، زیرا فشار وارد بر ته ظرف $P=\rho gh+P_0$ است که این رابطه از $P=\frac{W}{A}+P_0$ به‌دست آمده است که هیچ کدام از عوامل تغییر نکرده‌اند؛ (انبساط ظرف ناچیز است) دقت کنید که با وجود این‌که جیوه منبسط شده و ارتفاع آن زیاد می‌شود؛ اما چگالی آن نیز تغییر کرده و کم می‌شود و این دو تغییر اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند. (تبخیر صورت نگرفته و وزن جیوه ثابت مانده است.)

B ۳ ۸۸۸

خط فکری دقت کنید چون ظرف استوانه‌ای است پس فشار وارد بر کف ظرف را از رابطهٔ $\frac{(mg)_{آب}}{A_{کف\ ظرف}}$ و نیروی وارد بر کف ظرف را نیز می‌توان از رابطهٔ $(mg)_{آب}$ به‌دست آورد. دقت کنید دلیل استفاده از این دو رابطه این است که با تغییر دمای آب جرم آب ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند اما با کاهش یا افزایش دما چگالی و ارتفاع مایع هر دو تغییر می‌کند. مثلاً در این سؤال با کاهش دما، حجم و ارتفاع آب کاهش و چگالی آب افزایش می‌یابد، بنابراین از رابطهٔ $P=\rho gh$ نمی‌توان سؤال را حل کرد.

۱ بررسی تغییر فشار:

$$P=\frac{(mg)_{آب}}{A_{کف\ ظرف}} \xrightarrow[\text{کاهش: کف ظرف } A\text{ ، ثابت: } m]{\text{دما کاهش یافته}} \text{افزایش می‌یابد: } P$$

۲ نیروی وارد بر کف ظرف: نیروی وارد بر کف ظرف برابر mg است که با تغییر دما ثابت می‌ماند.

B ۱ ۸۸۹

خط فکری مقدار فرورفتگی یک جسم شناور در مایع به چگالی مایع بستگی دارد یعنی هر چه چگالی مایع بیشتر باشد فرورفتگی جسم شناور در مایع کمتر خواهد بود.

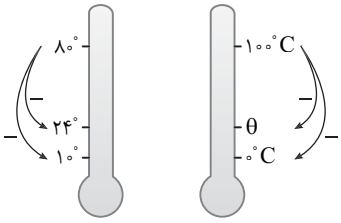


با افزایش دمای آب از $5^\circ C$ تا $65^\circ C$ حجم آب افزایش و در نتیجه چگالی آن کاهش می‌یابد و با کاهش چگالی مایع، مقدار فرورفتگی قطعه چوب در مایع افزایش می‌یابد.

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۲ ۸۹۰

ابتدا به‌دست می‌آوریم که 24° این دماسنج چند درجهٔ سلسیوس است.



$$\frac{100-\theta}{100-0}=\frac{80-24}{80-10}\Rightarrow$$

$$\frac{100-\theta}{100}=\frac{56}{70}\Rightarrow$$

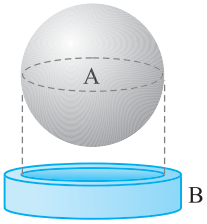
$$100-\theta=80\Rightarrow\theta=20^\circ C$$

بنابراین دما از $0^\circ C$ به $20^\circ C$ افزایش یافته و مقدار انبساط میله برابر است با:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow 4=L_1\times 2/5\times 10^{-5}\times 20\Rightarrow L_1=8\times 10^3\,mm=8m$$

B ۲ ۸۹۱

برای اینکه گلوله بتواند از حلقه عبور کند باید طول قطر بیرونی گلوله و طول قطر درونی حلقه یکی شود و می‌دانیم انبساط قطر از نوع انبساط طولی است. از این‌رو:



$$L_{2A}=L_{2B}$$

$$\Rightarrow d_A(1+\alpha_A\Delta\theta)=d_B(1+\alpha_B\Delta\theta)$$

$$\Rightarrow d_A+d_A\alpha_A\Delta\theta=d_B+d_B\alpha_B\Delta\theta$$

$$\Rightarrow d_A-d_B=\Delta\theta(d_B\alpha_B-d_A\alpha_A)$$

$$\xrightarrow[d_A-d_B=0/002]{\text{با توجه به سؤال}}$$

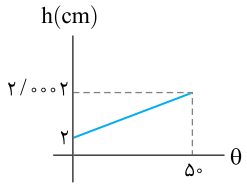
$$0/002=\Delta\theta(1\times 6/004\times 10^{-6}-1/002\times 2\times 10^{-6})$$

$$\Rightarrow 0/002=\Delta\theta(6/004\times 10^{-6}-2/004\times 10^{-6})\Rightarrow 0/002=\Delta\theta\,(4\times 10^{-6})$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=500^\circ C\Rightarrow\theta_2-\theta_1=500\Rightarrow\theta_2-10=500\Rightarrow\theta_2=510^\circ C$$

C ۳ ۸۹۲

خط فکری از روی نمودار ارتفاع اولیه و شعاع اولیه استوانه را به‌دست می‌آوریم. سپس تغییر ارتفاع در اثر $50^\circ C$ افزایش دما را مشخص می‌کنیم تا بتوانیم به کمک آن ضریب انبساط طولی این استوانه را به‌دست آوریم.



۱ ارتفاع اولیه $h=2cm$ است و چون قطر سطح مقطع استوانه برابر ارتفاع آن است بنابراین قطر سطح مقطع استوانه $2cm$ و شعاع آن $\frac{2}{2}=1cm$ است.

۲ تغییر ارتفاع با توجه به نمودار $\Delta h=2/0002-2=0/0002cm$ است به کمک رابطهٔ انبساط طولی، ضریب انبساط طولی خواهد شد:

$$\Delta h=h_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow 0/0002=2\times\alpha\times 50\Rightarrow\alpha=2\times 10^{-6}\ ^\circ C^{-1}$$

۳ ضریب انبساط حجمی استوانه برابر است با:

$$\beta=3\alpha\Rightarrow\beta=3\times 2\times 10^{-6}=6\times 10^{-6}\ ^\circ C^{-1}$$

۴ اکنون تغییر حجم استوانه قابل محاسبه است.

$$\Delta V=V_1\times\beta\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta V=(\pi r_1^2h_1)\times\beta\times\Delta\theta$$

$$\Delta V=(3\times 1\times 2)\times 6\times 10^{-6}\times 50$$

$$\Delta V=1/8\times 10^{-3}\,cm^3=1/8\times 10^{-3}\times 10^3\,mm^3=1/8mm^3$$

میانبر

$$\begin{cases}\Delta h=h\times\alpha\times\Delta\theta\\ \Delta r=r\times\alpha\times\Delta\theta\end{cases}\Rightarrow\frac{\Delta h}{\Delta r}=\frac{h}{r}=2\Rightarrow\Delta r=\frac{\Delta h}{2}=0/0001cm$$

تغییر حجم برابر است با:

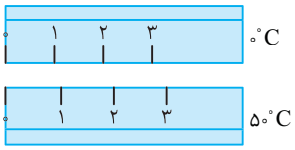
$$\Delta V=V_2-V_1=\pi r_2^2h_2-\pi r_1^2h_1=\pi(r_2^2h_2-r_1^2h_1)=1/8\,mm^3$$

۸۹۳ **۱** **B**

افزایش طول میز در اثر افزایش دما، ناچیز فرض شده است. اما در اثر افزایش دما، فاصلهٔ درجه‌بندی خط‌کش افزایش می‌یابد و طول میز را از طول واقعی آن کمتر نشان می‌دهد بنابراین:

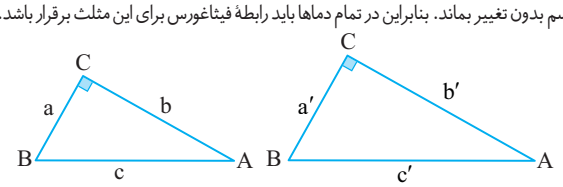
$$\frac{\Delta L}{L_1}\times 100=\frac{L_1\alpha\Delta\theta}{L_1}\times 100=2\times 10^{-5}\times 50\times 100=0/1\%$$

در واقع در این دما فاصلهٔ بین درجه‌بندی‌های خط‌کش افزایش می‌یابد، بنابراین خط‌کش در دمای $50^\circ C$ طول میز را کمتر نشان می‌دهد، در واقع طول واقعی میز از طول اندازه‌گیری شده $0/1\%$ بیشتر است.



۸۹۴ **۳** **C**

خط فکری وقتی می‌خواهیم زاویهٔ قائمه (راست) تغییر نکند، یعنی بعد از تغییر دما شکل جسم بدون تغییر بماند. بنابراین در تمام دماها باید رابطهٔ فیثاغورس برای این مثلث برقرار باشد.



راه‌حل اول: بنابر رابطهٔ فیثاغورس داریم: $a^2+b^2=c^2$

همچنین در دمای θ_2 در اثر تغییر دما طول اضلاع خواهد شد:

$$a'=a(1+\alpha\Delta\theta),\ b'=b(1+\alpha\Delta\theta),\ c'=c(1+\alpha_c\Delta\theta)$$

چون در هر دمایی زاویهٔ بین a و b برابر 90° است، یعنی بین اضلاع رابطهٔ فیثاغورس برقرار است.

$$a'^2+b'^2=c'^2$$

$$a^2(1+\alpha\Delta\theta)^2+b^2(1+\alpha\Delta\theta)^2=c^2(1+\alpha_c\Delta\theta)^2\Rightarrow$$

$$(1+\alpha\Delta\theta)^2(a^2+b^2)=c^2(1+\alpha_c\Delta\theta)^2\xrightarrow{a^2+b^2=c^2}$$

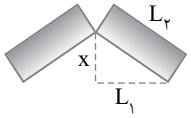
$$(1+\alpha\Delta\theta)^2=(1+\alpha_c\Delta\theta)^2\Rightarrow\alpha_c=\alpha\Rightarrow\frac{\alpha_c}{\alpha}=1$$

راه‌حل دوم: برای آنکه زاویه قائمه بماند باید تمام اضلاع با نسبت یکسانی تغییر کنند یعنی $\frac{c}{c'}=\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\Rightarrow\frac{c}{c(1+\alpha_c\Delta\theta)}=\frac{a}{a(1+\alpha\Delta\theta)}=\frac{b}{b(1+\alpha\Delta\theta)}\Rightarrow\alpha_C=\alpha$

۸۹۵ **۱** **C**

خط فکری چرا در اثر افزایش دما از قسمت شکاف وسط میله، میله به سمت بالا حرکت کرده است؟ خُب علت آن، انبساط طولی میله است که در اثر انبساط و افزایش طول راهی به جز تغییر شکل نداشته است.

طول اولیهٔ هر قسمت را L_1 و طول ثانویه را L_2 می‌نامیم. با توجه به شکل و قضیهٔ فیثاغورس:



$$L_2^2=x^2+L_1^2\Rightarrow x^2=L_2^2-L_1^2$$

$$\Rightarrow x^2=L_1^2(1+\alpha\Delta\theta)^2-L_1^2$$

$$x^2=L_1^2(1+\alpha^2\Delta\theta^2+2\alpha\Delta\theta)-L_1^2$$

چون α از مرتبهٔ 10^{-6} است، وقتی به توان ۲ می‌رسد از مرتبهٔ 10^{-12} می‌شود و در مقایسه با $\alpha\Delta\theta$ بسیار کوچک شده و در مقابل $\alpha\Delta\theta$ قابل چشم‌پوشی است:

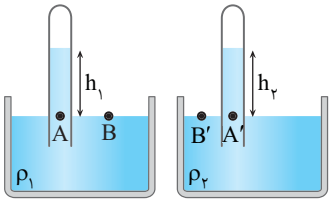
$$x^2=2L_1^2\alpha\Delta\theta=2\times 200^2\times 25\times 10^{-6}\times 32=64\Rightarrow x=8cm$$

۸۹۶ **۳** **C**

با توجه به آنچه از فصل فشار یاد گرفته‌ایم فشار نقاط A و B، همچنین A' و B' با هم برابر است:

$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_1gh_1=P_0$$

$$P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow\rho_2gh_2=P_0$$



بنابراین:

$$\rho_1gh_1=\rho_2gh_2\Rightarrow\frac{h_2}{h_1}=\frac{\rho_1}{\rho_2}$$

حال با توجه به رابطهٔ دمایی چگالی $\rho_2=\rho_1(1-\beta\Delta\theta)$ داریم:

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{\rho_1}{\rho_1(1-\beta\Delta\theta)}=\frac{1}{1-\beta\Delta\theta}$$

مزدوج مخرج را در صورت و مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{1}{1-\beta\Delta\theta}\times\frac{1+\beta\Delta\theta}{1+\beta\Delta\theta}\Rightarrow\frac{h_2}{h_1}=\frac{1+\beta\Delta\theta}{1-(\beta\Delta\theta)^2}\xrightarrow{(\beta\Delta\theta)^2\sim 0}\frac{h_2}{h_1}\simeq 1+\beta\Delta\theta$$

۸۹۷ **۱** **B**

حجم اولیه دو مایع یکسان است $V_1=V_2$ و افزایش حجم مخلوط دو مایع در اثر افزایش دما برابر مجموع انبساط حجمی دو مایع است. با این اطلاعات می‌توان V_1 را به‌دست آورد.

$$\Delta V=\Delta V_1+\Delta V_2\xrightarrow{\Delta V=V\beta\Delta\theta}2/7=V_1\beta_1\Delta\theta+V_2\beta_2\Delta\theta\xrightarrow{V_1=V_2}$$

$$2/7=V_1\times 50(1/2\times 10^{-3}+1/5\times 10^{-3})\Rightarrow V_1=\frac{2/7}{50\times 2/7\times 10^{-3}}=20cm^3$$

حال با مشخص شدن حجم اولیهٔ مایع (۱)، حجم ثانویهٔ آن را در دمای $20^\circ C$ به‌دست می‌آوریم: $V_1'=V_1(1+\beta_1\Delta\theta)=20(1+1/2\times 10^{-3}\times 20)=20/48cm^3$

۸۹۸ **۴** **B**

خط فکری در حل این مسئله دقت کنید که بخشی از ظرف خالی است. برای حل آن ابتدا باید حجم ثانویه آب و حجم ثانویه ظرف را حساب کنید، سپس تفاضل آن‌ها را برابر $50L$ قرار دهید.

۱ حجم ظرف $1m^3$ و افزایش دما $80^\circ C$ بنابراین حجم ثانویه ظرف خواهد شد:

$$V_2=V_1(1+3\alpha\Delta\theta)\Rightarrow V_{2\,\text{ظرف}}=1(1+3\times 5\times 10^{-6}\times 80)$$

$$\Rightarrow V_{2\,\text{ظرف}}=(1+0/0012)=1/0012m^3=1001/2L$$

۲ حجم ثانویهٔ مایع را برحسب β حساب می‌کنیم. حجم اولیهٔ مایع $\frac{9}{10}$ حجم اولیهٔ ظرف یعنی $\frac{9}{10}m^3$ است.

$$V_{2\,\text{مایع}}=V_{1\,\text{مایع}}(1+\beta\Delta\theta)\Rightarrow V_{2\,\text{مایع}}=\frac{9}{10}(1+\beta\times 80)=\frac{9}{10}+72\beta\Rightarrow$$

$$V_{2\,\text{مایع}}=(\frac{9}{10}+72\beta)\times 10^3L$$

۳ تفاضل حجم ثانویهٔ مایع و حجم ثانویهٔ ظرف را برابر $50L$ قرار می‌دهیم.

$$V_{2\,\text{مایع}}-V_{2\,\text{ظرف}}=50\Rightarrow(\frac{9}{10}+72\beta)\times 10^3-1001/2=50$$

$$900+72000\beta-1001/2=50\Rightarrow 72000\beta-101/2=50$$

$$72000\beta=151/2\Rightarrow\beta=2/1\times 10^{-3}K^{-1}$$

بازی با سؤال **درون ظرفی به حجم $50cm^3$، مقدار $49/25cm^3$ مایع وجود دارد. حداکثر دمای ظرف را چند درجهٔ سلسیوس افزایش دهیم تا مایع از ظرف سرریز نشود؟** $(\beta_{\text{مایع}}=10^{-3}K^{-1},\alpha_{\text{ظرف}}=\frac{2/5}{3}\times 10^{-5}K^{-1})$

۱) ۱۶/۲۵ ۲) ۱۵/۲۵ ۳) ۱۵/۶۲۵ ۴) ۱۶/۶۲۵

گزینهٔ ۳

۸۹۹ **۲** **C**

در ابتدا حجم مایع درون ظرف برابر $V=Ah$ است، بنابراین $h=\frac{V}{A}$ می‌شود.

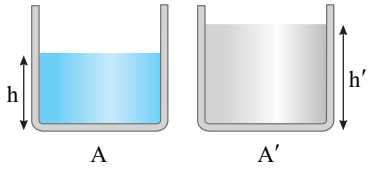
پس از افزایش دما حجم مایع درون ظرف $V'=A'h'$ است، بنابراین $h'=\frac{V'}{A'}$ که در آن V' حجم مایع درون ظرف و A' مساحت سطح مقطع ظرف است. با توجه به رابطهٔ انبساط حجمی مایع $V'=V(1+\beta\Delta\theta)$ و رابطهٔ انبساط سطحی کف ظرف $A'=A(1+2\alpha\Delta\theta)$ می‌توان نوشت.

$$h'=\frac{V(1+\beta\Delta\theta)}{A(1+2\alpha\Delta\theta)}\xrightarrow{h=\frac{V}{A}}h'=h(\frac{1+\beta\Delta\theta}{1+2\alpha\Delta\theta})\Rightarrow\frac{h'}{h}=\frac{1+\beta\Delta\theta}{1+2\alpha\Delta\theta}$$

با توجه به فرض مسئله $h'=1/05h$ است بنابراین:

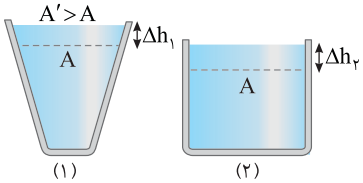
$$1/05=\frac{1+3/55\times10^{-4}\Delta\theta}{1+2\times5\times10^{-5}\Delta\theta}\Rightarrow1/05+1/05\times10^{-4}\Delta\theta=1+3/55\times10^{-4}\Delta\theta$$

$$0/05=2/5\times10^{-4}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{0/05}{2/5\times10^{-4}}\Rightarrow\Delta\theta=200^\circ C=200K$$



B ۹۰۰ | ۲

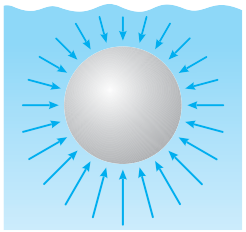
مقدار مایع در دو طرف یکسان است و سطح مقطع بالایی مایع‌ها در دو ظرف یکی است. با افزایش دما مقدار انبساط دو مایع برابر است: $\Delta V_1=\Delta V_2$



سطح مقطع ظرف (۲) ثابت است و افزایش ارتفاع آب برابر $\Delta h_2=\frac{\Delta V_2}{A}$ می‌باشد. اما در ظرف (۱) هرچه مایع بالاتر می‌رود سطح مقطع بزرگ‌تر بوده و با تغییر حجم یکسان، افزایش ارتفاع کمتر است بنابراین $\Delta h_1<\Delta h_2$ می‌شود. اما نکتهٔ مهم این است که در ظرف شمارهٔ (۲) با توجه به تعریف اساسی فشار $P_2=\frac{W}{A}$ با ثابت بودن W و A، فشار در اثر افزایش دما ثابت می‌ماند. یعنی $\Delta P_2=0$ است. در واقع افزایش حجم مایع سبب کاهش چگالی به همان نسبت می‌شود و د رابطهٔ $P_2=\rho gh$ ، P_2 ثابت می‌ماند و $\Delta P_2=0$ می‌شود. در ظرف (۱) تغییر چگالی با ظرف (۲) یکسان است اما $\Delta h_1<\Delta h_2$ بوده بنابراین فشار در ظرف (۲) کاهش می‌یابد و $\Delta P_1<0$ خواهد بود بنابراین $\Delta P_2>\Delta P_1$ می‌شود.

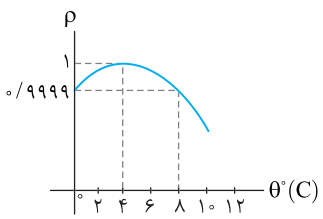
C ۹۰۱ | ۲

خط فکری با توجه به شکل، فشار وارد بر سطح بالایی جسم از فشار بر سطح پایینی جسم کمتر است و همین اختلاف فشار $(\Delta P=\rho g\Delta h)$ سبب ایجاد نیروی شناوری می‌شود بنابراین نیروی شناوری به چگالی مایع بستگی دارد و هرچه چگالی مایع بیشتر باشد، نیروی شناوری بزرگ‌تر است.



خط فکری با تغییر دمای آب از ۰ تا $4^\circ C$ حجم آب کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد و با تغییر دمای آب از $4^\circ C$ به بالاتر حجم آب افزایش و چگالی آن کاهش می‌یابد.

خط فکری با توجه به نمودار تغییرات چگالی برحسب دما، در دمای $0^\circ C$ و $8^\circ C$ تقریباً چگالی آب یکسان است. در دمای صفر جسم غوطه‌ور است بنابراین نیروی شناوری و نیروی وزن با هم برابر است. با افزایش دما از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ چگالی آب افزایش می‌یابد و نیروی شناوری بیشتر می‌شود در نتیجه جسم شروع به بالا رفتن می‌کند. اما با افزایش دما پس از دمای تقریباً $8^\circ C$ چگالی آب از چگالی آب صفر درجه کمتر می‌شود پس نیروی شناوری از وزن کمتر شده و پس از مدتی جسم در دمای بالایی $8^\circ C$ شروع به پایین آمدن می‌کند.



C ۹۰۲ | ۳

ابتدا به بررسی ارتفاع h می‌پردازیم:

آب دارای انبساط غیرعادی است و وقتی دمای آب از $80^\circ C$ به $4^\circ C$ می‌رسد حجم آب و حجم ظرف کم می‌شود. البته کاهش حجم آب از کاهش حجم ظرفش بیشتر است زیرا $\beta_{آب}>\beta_{ظرف}$ است بنابراین h کاهش می‌یابد. اما از $4^\circ C$ به $2^\circ C$ انبساط غیرعادی آب شروع می‌شود و آب منبسط شده و ارتفاع آب کمی افزایش می‌یابد. پس h ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

فشار وارد بر کف ظرف:

بنا به تعریف فشار $P=\frac{F}{A}$ ، فشار وارد بر کف ظرف توسط آب برابر $P=\frac{W}{A}$ است که در آن وزن آب (W) ثابت است اما چون ظرف سرد شده مساحت سطح مقطع کف ظرف اندکی کاهش می‌یابد بنابراین فشار وارد بر کف ظرف اندکی افزایش می‌یابد

$$\uparrow P=\frac{W}{A\downarrow}$$ (W ثابت)

عددی که ترازو نشان می‌دهد چیزی به جز وزن ظرف و آب درون آن نیست $(a=W_{ظرف}+W_{آب})$ که هر دو ثابت است، بنابراین a ثابت است.

B ۹۰۳ | ۴

در صورت این تست المپیاد فیزیک کشوری، مایع درون دماسنج مشخص نیست. در صورتی که مایع درون دماسنج آب خالص باشد و دمای محیط $4^\circ C$ باشد، اگر دمای محیط افزایش یابد، ارتفاع آب درون دماسنج زیاد می‌شود و اگر دمای محیط کاهش یابد، ارتفاع آب درون دماسنج باز هم زیاد می‌شود در واقع این امکان وجود دارد که ارتفاع آب درون دماسنج بالا برود و مقابل یک دما بایستد اما مشخص نیست که دما بالای $4^\circ C$ یا زیر $4^\circ C$ است. همین امر نیز سبب می‌گردد فاصلهٔ درجه‌ها در این دماسنج یکسان نباشد که علت این پدیده انبساط غیرعادی آب از $4^\circ C$ تا $0^\circ C$ است.

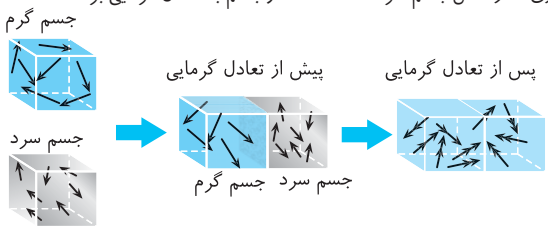
پنجره ۳

A ۹۰۴ | ۲

گرما به صورت نوعی انرژی تعریف شده است که از محل با دمای بالاتر به محل با دمای پایین‌تر شارش می‌یابد.

B ۹۰۵ | ۴

وقتی دو جسم سرد و گرم در تماس با یکدیگر قرار می‌گیرند، از دیدگاه میکروسکوپی، آنچه که اتفاق می‌افتد کاهش انرژی‌های پتانسیل و جنبشی مربوط به حرکت‌های کاتوره‌ای اتم‌ها، مولکول‌ها و سایر اجزای میکروسکوپی داخل جسم گرم و افزایش همین انرژی‌ها در داخل جسم سرد است تا آنکه دو جسم به تعادل گرمایی برسند.



A ۹۰۶ | ۳

گرمای ویژهٔ آب از سایر مواد بیشتر است. این نشان می‌دهد که وقتی یک کیلوگرم آب به اندازهٔ $1^\circ C$ تغییر دما دهد، در مقایسه با سایر مواد، گرمای بیشتری با محیط اطراف خود مبادله می‌کند. از این خاصیت آب برای گرم کردن فضای خانه‌ها به وسیلهٔ شوفاژ استفاده می‌شود.

بازی با سوال ..... **آب از سایر مواد بیشتر است، بنابراین وقتی یک کیلوگرم آب به اندازهٔ یک درجه سلسیوس تغییر دما می‌دهد، در مقایسه با سایر مواد، گرمای** ..... **با محیط اطراف خود مبادله می‌کند که** ..... **به دلیل همین ویژگی آب است.**

۱) ظرفیت گرمایی - بیشتری - یخ زدن سطح دریاچه‌ها در زمستان

۲) گرمای ویژه - بیشتری - استفاده از آب در رادیاتور ماشین

۳) ظرفیت گرمایی - کمتری - استفاده از آب در رادیاتور ماشین

۴) گرمای ویژه - کمتری - یخ زدن سطح دریاچه‌ها در زمستان

گزینهٔ ۲

A ۹۰۷ | ۱

خط فکری گرمای ویژه به جنس جسم و دمای آن بستگی دارد. ظرفیت گرمایی به جنس و جرم جسم بستگی دارد.

ظرفیت گرمایی جسم یعنی $C=mc$ که در آن c گرمای ویژه و m جرم جسم است، گرمای ویژهٔ یک جسم مقدار ثابتی است. بنابراین اگر جرم جسم نصف شود، ظرفیت گرمایی آن نصف می‌شود اما گرمای ویژه آن ثابت است.

A ۹۰۸ | ۱

دقت کنید که گرمای ویژه به جنس ماده بستگی دارد، بنابراین به کمک رابطهٔ گرما، گرمای ویژهٔ جسم را حساب می‌کنیم و با مراجعه به جدول جنس جسم را مشخص کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow[m=۴kg]{Q=۲۵/۶kJ,\Delta\theta=۷۰-۲۰=۵۰^\circ C} ۲۵۶۰۰=۴\times c\times ۵۰$$

$$\Rightarrow c=۱۲۸J/kgK$$

بنابراین فلز مورد نظر سرب است.

B ۹۰۹ | ۱

خط فکری در رابطهٔ گرماسنجی $Q=mc\Delta\theta$ هر گاه جسم گرما بگیرد، Q مثبت و دمای جسم افزایش یافته و هر گاه جسم گرما از دست بدهد، Q منفی و دمای جسم کاهش یافته است.

با نوشتن رابطهٔ گرما، مسئله قابل حل است. البته گرما را در رابطه با علامت منفی قرار می‌دهیم، زیرا جسم گرما از دست داده است:

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow[\theta_۱=۵۰^\circ C,c=۴۰۰J/kg^\circ C]{Q=-۴۰kJ=-۴۰۰۰J,m=۲kg}$$

$$-۴۰۰۰=۲\times ۴۰۰(\theta_۲-۵۰)\Rightarrow -۵۰=\theta_۲-۵۰\Rightarrow \theta_۲=۰^\circ C$$

B ۹۱۰ | ۳

یادآوری به حاصل‌ضرب جرم جسم (m) در گرمای ویژهٔ جسم (c) ظرفیت گرمایی گویند.

در ابتدا ظرفیت گرمایی جسم برابر $m_۱c=۲۱۰۰J/K$ بوده و با کم کردن جرم به اندازهٔ $(m_۲=m_۱-۱)\,۱kg$ ظرفیت گرمایی ۲۰٪ کاهش یافته است، بنابراین:

$$m_۲c=\frac{۸۰}{۱۰۰}m_۱c\Rightarrow m_۱-۱=\frac{۴}{۵}m_۱\Rightarrow \frac{۱}{۵}m_۱=۱\Rightarrow m_۱=۵kg$$

گرمای ویژه خواهد شد: $m_۱c=۲۱۰۰\Rightarrow ۵c=۲۱۰۰\Rightarrow c=۴۲۰J/kgK$

A ۹۱۱ | ۲

خط فکری تغییر دما برحسب درجهٔ سلسیوس و کلوین باهم برابر است، بنابراین اگر یکای گرمای ویژه برحسب $J/kg.K$ باشد، باید تغییر دما برحسب درجهٔ سلسیوس یا کلوین باشد.

ابتدا افزایش دما را برحسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow ۹=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۵^\circ C$$

اکنون به کمک رابطهٔ گرما، گرمای داده شده به آب را حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow[c=۴۲۰۰J/kg.K]{m=۱kg} Q=۱\times ۴۲۰۰\times ۵=۲۱۰۰۰J=۲۱kJ$$

B ۹۱۲ | ۲

۱ ابتدا گرمای خواسته شده را برحسب SI (یعنی ژول) به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=۴\times ۲۱۰۰\times ۸=۶۷۲۰۰J$$

۲ هر کالری ۴/۲ ژول است حال گرمای به‌دست آمده را از ژول به کالری تبدیل می‌کنیم:

$$۶۷۲۰۰J\times\frac{۱cal}{۴/۲J}=۱۶۰۰۰cal$$

A ۹۱۳ | ۳

خط فکری مسئلهٔ ساده‌ای است. به صحبت‌های عجیب جرم مولی توجه نکنید. کافی است جرم جسم را به کمک رابطهٔ گرما حساب کنید، سپس جرم را به تعداد مول‌ها تقسیم کنید و جرم مولی را به‌دست آورید.

یادآوری تعداد مول برابر است با: $n=\frac{m}{M}$ (m: جرم جسم، M: جرم مولی)

با توجه به رابطهٔ گرما خواهیم داشت

$$Q=mc\Delta T$$

$$\xrightarrow[c=۳۷۵۰J/kg.K]{Q=۳۷۵۰J,\Delta T=۳۰۳-۲۸۳=۲۰K} ۳۷۵۰۰=m\times ۳۷۵۰\times ۲۰\Rightarrow m=۰/۵kg$$

اکنون جرم مولی را به‌دست می‌آوریم.

$$n=\frac{m}{M}\Rightarrow ۲۵=\frac{۰/۵}{M}\Rightarrow M=\frac{۰/۵}{۲۵}=۰/۰۲kg/mol=۲۰g/mol$$

A ۹۱۴ | ۳

ابتدا جرم آبی که نیروگاه از رودخانه می‌گیرد را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V \xrightarrow{\rho_{آب}=۱۰۰۰kg/m^۳,V=۱۰^۵m^۳}$$

$$m=۱۰۰۰\times ۱۰^۵\Rightarrow m=۱۰^۸kg$$

یادآوری هر گیگا ژول، $۱۰^۹$ ژول است.

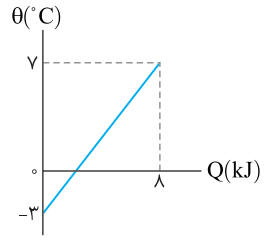
اکنون به کمک رابطهٔ گرما، دمای آب خروجی را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow{Q=۲۱۰۰GJ=۲۱۰۰\times ۱۰^۹J,\theta=۲۵^\circ C}$$

$$۲۱۰۰\times ۱۰^۹=۱۰^۸\times ۴۲۰۰\times(\theta-۲۵)\Rightarrow(\theta-۲۵)=۵\Rightarrow\theta=۳۰^\circ C$$

A ۹۱۵ | ۴

خط فکری با توجه به رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ برای مقدار معینی از یک جسم، گرما و تغییر دما باهم متناسب‌اند.

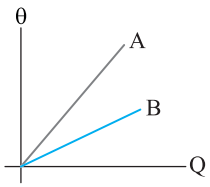


با توجه به نمودار برای تغییر دمای جسم به اندازهٔ $۷-(-۳)=۱۰^\circ C=۱۰K$ گرمای لازم $۸kJ$ بوده است، بنابراین برای تغییر دمای $۳K$، گرمای لازم را به کمک یک تناسب ساده به‌دست می‌آوریم.

۱۰	۸kJ
۳	Q

$$\Rightarrow Q=۲/۴kJ$$

بازی با سؤال کدام گزینهٔ زیر در مورد نمودار دما برحسب گرمای روبه‌رو، درست است؟



۱) ظرفیت گرمایی A بیشتر از ظرفیت گرمایی B است.

۲) ظرفیت گرمایی B بیشتر از ظرفیت گرمایی A است.

۳) گرمای ویژهٔ A بیشتر از گرمای ویژهٔ B است.

۴) گرمای ویژهٔ B بیشتر از گرمای ویژهٔ A است.

گزینهٔ ۲

B ۹۱۶ | ۱

۱ ابتدا جرم فلزی که مکعب از آن ساخته شده است را به کمک رابطهٔ گرماسنجی به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۳۲۰۰۰=m\times ۴۰۰\times ۲۰\Rightarrow m=۴kg$$

یادآوری در رابطهٔ چگالی فلز سازنده باید از جرم فلز به کار رفته (قسمت توپر) و حجم فلز به کار رفته (حجم قسمت توپر) استفاده کرد: $\rho_{فلز}=\frac{m_{توپر}}{V_{توپر}}$

۲ حجم فلز به کار برده شده در ساخت مکعب را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۸۰۰۰=\frac{۴}{V}\Rightarrow V=\frac{۱}{۲۰۰۰}m^۳\Rightarrow V=\frac{۱۰^۶}{۲۰۰۰}cm^۳=۵۰۰cm^۳$$

۳ حجم ظاهری مکعب برابر است با: $V_{مکعب}=a^۳=۸^۳\Rightarrow V_{مکعب}=۵۱۲cm^۳$

۴ حجم حفره برابر اختلاف حجم مکعب و حجم فلزی است که مکعب از آن ساخته شده است. حجم حفره $=۵۱۲-۵۰۰=۱۲cm^۳$

A ۹۱۷ ۳

خط فکری کافی است، جرم جسم را در هر حالت از رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ به‌دست آورده و از هم کم کنیم:

$$Q_1=m_1c\Delta\theta_1 \xrightarrow[\Delta\theta_1=30^\circ C]{Q=1200J,c=400J/kg^\circ C} 1200=m_1\times400\times30$$

$$\Rightarrow m_1=0/1\,kg=100g$$

$$Q_2=m_2c\Delta\theta_2 \xrightarrow{Q=300J,\Delta\theta_2=30^\circ C} 300=m_2\times400\times30$$

$$\Rightarrow m_2=0/025\,kg=25g$$

اختلاف جرم برابر است با: $\Delta m=100-25=75g$

A ۹۱۸ ۱

گرمای داده شده به مادهٔ A و مادهٔ B باهم برابر است. گرمای داده شده را طبق رابطهٔ گرما می‌نویسیم و باهم برابر قرار می‌دهیم.

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow{Q_A=Q_B} m_Ac_A\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B$$

$$\xrightarrow[\Delta\theta_A=5^\circ C,\Delta\theta_B=2^\circ C]{m_A=3g,m_B=2g} 3\times c_A\times5=2\times c_B\times3\Rightarrow\frac{c_A}{c_B}=\frac{2}{5}=0/4$$

بازی با سؤال به دو جسم A و B که نسبت جرم آن‌ها $\frac{M_A}{M_B}=\frac{4}{3}$ و نسبت گرمای ویژهٔ آن‌ها $\frac{c_A}{c_B}=\frac{3}{5}$ است، به یک اندازه گرما می‌دهیم. اگر افزایش دمای جسم A برابر ۴۰ درجهٔ سلسیوس باشد، افزایش دمای جسم B چند درجهٔ سلسیوس خواهد بود؟

گزینهٔ ۲

۱) ۱۸ ۲) ۳۲ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

B ۹۱۹ ۳

به کمک رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$، c را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} A:1800=2c_A\times2\Rightarrow c_A=450\dfrac{J}{kgC} \\ B:1200=1\times c_B\times2\Rightarrow c_B=600\dfrac{J}{kgC} \\ C:3000=1/5\times c_C\times4\Rightarrow c_C=500\dfrac{J}{kgC} \end{cases} \Rightarrow c_B>c_C>c_A$$

B ۹۲۰ ۴

گرمای داده شده به دو جسم A و B برابر است. گرمای Q_A و Q_B را در رابطهٔ گرما برابر قرار می‌دهیم و به کمک آن یک رابطه بین $\Delta\theta_A$ و $\Delta\theta_B$ به‌دست می‌آوریم.

$$Q_A=Q_B \xrightarrow[c_A=250J/kg^\circ C,\,c_B=125J/kg^\circ C]{m_A=m_B=1\,kg}$$

$$1\times250\times\Delta\theta_A=1\times125\times\Delta\theta_B\Rightarrow\Delta\theta_A=5\Delta\theta_B \quad (I)$$

در صورت مسئله بیان شده که افزایش دمای جسم A، $20^\circ C$ بیشتر از افزایش دمای جسم B است، بنابراین:

$$\Delta\theta_A=\Delta\theta_B+20 \quad (II)$$

اکنون دو معادله و دو مجهول (I) و (II) را در اختیار داریم.

$$(I)\text{ و }(II)\Rightarrow5\Delta\theta_B=\Delta\theta_B+20\Rightarrow4\Delta\theta_B=20\Rightarrow\Delta\theta_B=5^\circ C$$

گرمای Q را حساب می‌کنیم. $Q=m_Bc_B\Delta\theta_B\Rightarrow Q=1\times125\times5\Rightarrow Q=625J$

B ۹۲۱ ۱

با توجه به صورت مسئله چگالی A، ۰/۸ چگالی B است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\rho_A=0/8\rho_B\Rightarrow\frac{m_A}{V_A}=0/8\frac{m_B}{V_B} \xrightarrow{V_A=2V_B}$$

$$\frac{m_A}{2V_B}=0/8\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow m_A=1/6m_B$$

گرمای داده شده به دو جسم یکسان است، بنابراین:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac_A\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B \xrightarrow{c_A=\frac{1}{2}c_B}$$

$$1/6m_B\times\frac{c_B}{2}\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B\Rightarrow\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}=\frac{1}{0/8}=\frac{5}{4}$$

B ۹۲۲ ۲

۱ حجم فلزی که کرهٔ A از آن ساخته شده است برابر است با:

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3 \xrightarrow{R_A=20cm} V_A=\frac{4}{3}\pi(20)^3=\frac{4}{3}\pi(8000)$$

۲ حجم فلزی که کرهٔ B از آن ساخته شده است برابر خواهد شد با:

$$V_B=\frac{4}{3}\pi(R_o^3-R_i^3)\Rightarrow V_B=\frac{4}{3}\pi(20^3-10^3)=\frac{4}{3}\pi(7000)$$

۳ دو کره هم‌جنس هستند و چگالی آن‌ها باهم برابر است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\rho_A=\rho_B\Rightarrow\frac{m_A}{V_A}=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{V_A}{V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{\frac{4}{3}\pi(8000)}{\frac{4}{3}\pi(7000)}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{8}{7}$$

۴ گرمای داده شده به دو کره یکسان است، از طرفی دو کره هم‌جنس هستند و گرمای ویژه آن‌ها برابر است $(c_A=c_B)$، بنابراین:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac\Delta\theta_A=m_Bc\Delta\theta_B\Rightarrow\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}=\frac{m_A}{m_B}\Rightarrow\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}=\frac{8}{7}$$

B ۹۲۳ ۲

گرمای داده شده در هر دو حالت یکسان است، بنابراین در رابطهٔ گرما، گرمای داده شده به دو جسم را برابر قرار می‌دهیم.

$$Q_1=Q_2\Rightarrow m_1c\Delta\theta_1=m_2c\Delta\theta_2\Rightarrow m_1\Delta\theta_1=m_2\Delta\theta_2 \quad (I)$$

با توجه به صورت مسئله، دمای جسم ۲۵٪ بیشتر افزایش یافته است یعنی:

$$\Delta\theta_2=\Delta\theta_1+\frac{25}{100}\Delta\theta_1\Rightarrow\Delta\theta_2=1/25\Delta\theta_1 \quad (II)$$

اکنون رابطه (II) را در رابطهٔ (I) جایگذاری می‌کنیم.

$$m_1\Delta\theta_1=m_2(1/25\Delta\theta_1)\Rightarrow m_2=0/8m_1$$

بنابراین تغییر جرم برابر است با: $\Delta m=m_2-m_1=0/8m_1-m_1=-0/2m_1$

یعنی باید ۲۰٪ از جرم جسم کم کنیم.

B ۹۲۴ ۳

چون ظرفیت گرمایی دو جسم داده شده است برای محاسبهٔ گرما از رابطهٔ $Q=C\Delta\theta$ استفاده می‌کنیم:

در حالت اول به دو جسم گرمای یکسانی داده شده است، بنابراین:

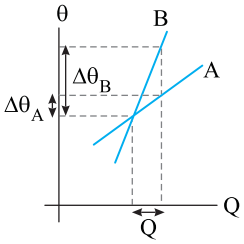
$$Q_A=Q_B\Rightarrow C_A\Delta\theta_A=C_B\Delta\theta_B \xrightarrow{C_A>C_B}\Delta\theta_A<\Delta\theta_B$$

در حالت دوم تغییر دمای دو جسم یکسان است:

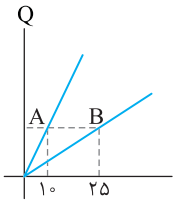
$$\begin{matrix}Q_A=C_A\Delta\theta\\ Q_B=C_B\Delta\theta\end{matrix} \xrightarrow{C_A>C_B} Q_A>Q_B$$

A ۹۲۵ ۳

جرم دو جسم مشخص نیست، بنابراین در مورد گرمای ویژهٔ آن‌ها نمی‌توان اظهار نظر کرد. به سراغ رابطهٔ گرما $Q=C\Delta\theta$ می‌رویم که در آن C ظرفیت گرمایی جسم است و هر چه C بزرگ‌تر باشد، افزایش دمای جسم کمتر خواهد بود. با توجه به نمودار برای گرمای یکسان Q، افزایش دمای A از افزایش دمای B کمتر است، بنابراین ظرفیت گرمایی A از ظرفیت گرمایی B بیشتر است.



بازی با سؤال نمودار گرمای داده شده به دو جسم A و B با جرم‌های یکسان، بر حسب تغییر دما به صورت روبه‌رو است. نسبت $\frac{c_A}{c_B}$ کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

گزینهٔ ۲

۹۲۶ A ۱

خط فکری آهنگ گرما دادن، همان توان گرمایی است، اما دقت کنید یکای آهنگ گرما برحسب J/min است که باید به J/s یا همان وات تبدیل شود.

$$۲۰۰۰\frac{J}{min}\times\frac{۱min}{۶۰s}=\frac{۲۰۰۰}{۶۰}=\frac{۱۰۰}{۳}J/s$$

تغییر دمای آب از $۱۰^\circ C$ تا $۷۰^\circ C$ برابر $۶۰^\circ C$ است و گرمایی که آب دریافت می‌کند (Q) برابر خواهد شد با:

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow[c=۴۲۰۰J/kg^\circ C]{m=۴kg} Q=۴\times۴۲۰۰\times۶۰$$

اکنون می‌توان زمان را به‌دست آورد.

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow t=\frac{Q}{P}=\frac{۴\times۴۲۰۰\times۶۰}{\frac{۱۰۰}{۳}}=۳\times۴\times۴۲\times۶۰s=\frac{۳\times۴\times۴۲\times۶۰}{۳۶۰۰}h=۸/۴h$$

میانبر چون آهنگ گرما دادن ثابت است، بنابراین نسبت گرما و زمان یکسان تغییر می‌کنند. در این سؤال گفته شده ۲۰۰۰J گرما در هر دقیقه داده می‌شود و گرمای مورد نیاز $Q=mc\Delta\theta=۵۰۴(۲۰۰۰)$ است. بنابراین این گرما در مدت ۵۰۴ دقیقه به جسم داده می‌شود.

$$t=\frac{۵۰۴}{۶۰}=۸/۴h$$

۹۲۷ A ۳

توان گرمایی اجاق الکتریکی $(P=\frac{Q}{t})$ ثابت است. بنابراین:

$$P_۱=P_۲\Rightarrow\frac{Q_W}{t_W}=\frac{Q_O}{t_O}\xrightarrow{Q=mc\Delta\theta}\frac{m_Wc_W\Delta\theta_W}{t_W}=\frac{m_Oc_O\Delta\theta_O}{t_O}$$

$$\xrightarrow[t_W=۱۰min\ ,\ t_O=۱۵min]{m_O=۳kg\ ,\ m_W=۱kg\ ,\ \Delta\theta_W=\Delta\theta_O}\frac{۱\times c_W}{۱۰}=\frac{۳\times c_O}{۱۵}\Rightarrow\frac{c_O}{c_W}=\frac{۱}{۲}$$

۹۲۸ A ۴

ابتدا گرمایی که دمای آلومینیوم را بالا می‌برد، حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta T=۴۰\times۹۰۰\times۱۲/۵=۴۵۰۰۰۰J \text{ یا } ۴۵۰kJ$$

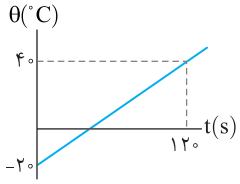
مقدار گرمایی که گرمکن در مدت ۶min به آلومینیوم می‌دهد:

$$Q_{\text{آزاد شده}}=P.t=۱/۵\times۶\times۶۰=۵۴۰kJ$$

پس مقدار $۵۴۰-۴۵۰=۹۰kJ$ گرما تلف شده است.

۹۲۹ B ۳

به نمودار نگاه کنید. در مدت ۱۲۰s، دمای جسم در اثر دریافت گرما از $-۲۰^\circ C$ به $۴۰^\circ C$ رسیده است، یعنی $۶۰^\circ C$ افزایش یافته است، بنابراین گرمایی که جسم دریافت می‌کند خواهد شد:



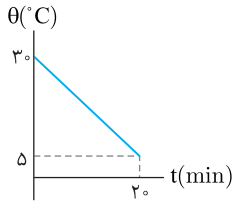
$$Q=mc\Delta\theta=Q=۰/۱\times۴۰۰\times۶۰\Rightarrow Q=۲۴۰۰J$$

این گرمایی است که جسم در ۱۲۰s دریافت کرده است، بنابراین گرمایی که در هر ثانیه دریافت می‌کند خواهد شد:

$$P=\frac{Q}{t}=\frac{۲۴۰۰}{۱۲۰}=۲۰J/s$$

میانبر در مدت ۱۲۰s دمای جسم جامد $۶۰^\circ C$ افزایش یافته بنابراین در هر ثانیه دمای جسم به‌اندازهٔ $۰/۵^\circ C$ افزایش می‌یابد: $Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=۰/۱\times۴۰۰\times۰/۵=۲۰J$

۹۳۰ A ۴



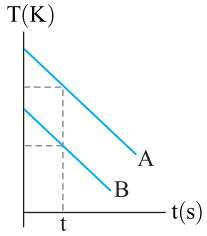
توان وسیلهٔ سرمازا ۳ وات است، یعنی وسیله در هر ثانیه ۳J گرما از جسم می‌گیرد. بنابراین با توجه به نمودار در مدت ۲۰ دقیقه مقدار گرمایی که جسم از دست می‌دهد تا دمایش از $۳۰^\circ C$ به $۵^\circ C$ برسد برابر است با:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt=۳\times(۲۰\times۶۰)=۳۶۰۰J$$

به کمک رابطهٔ گرما، گرمای ویژه جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow۳۶۰۰=۰/۳\times c\times۲۵\Rightarrow c=۴۸۰\frac{J}{kg\cdot K}$$

۹۳۱ B ۱



توان وسیله‌ها یکسان است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $P=\frac{Q}{t}$ درمدت زمان یکسان، گرمای گرفته شده از دو جسم نیز یکسان است:

$$Q_A=P_At_A \xrightarrow{P_A=P_B\ ,\ t_A=t_B} Q_A=Q_B$$
$$Q_B=P_Bt_B$$

شیب نمودار برابر تغییرات محور قائم بر روی تغییرات محور افقی است (یعنی $\frac{\Delta T}{\Delta t}$) و با توجه به نمودار دو خط موازی‌اند، شیب هر دو نمودار یکسان است. بنابراین در مدت زمان یکسان تغییر دمای دو جسم یکسان است:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac_A\Delta T=m_Bc_B\Delta T\Rightarrow m_Ac_A=m_Bc_B\Rightarrow C_A=C_B$$

۹۳۲ B ۳

خط فکری در واقع مسئله از ما خواسته که دربارهٔ گرمای ویژهٔ واقعی فلز اظهار نظر کنیم. در این صورت باید ابتدا مشخص کنیم که گرمکن با توان P=۵۰W در مدت t=۱۲۰s چند ژول گرما به فلز می‌دهد. سپس به کمک رابطهٔ گرما، گرمای لازم برای بالا بردن دمای قطعه فلز از $۱۸^\circ C$ به $۳۸^\circ C$ را به‌دست بیاوریم و با گرمایی که گرمکن به فلز می‌دهد مقایسه کنیم.

گرمایی که گرمکن در مدت ۱۲۰s تولید می‌کند برابر است با:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\Rightarrow Q=۵۰\times۱۲۰\Rightarrow Q=۶۰۰۰J$$

گرمایی که قطعه فلز می‌گیرد تا دمایش بالا رود برابر است با:

$$Q_{\text{فلز}}=mc\Delta\theta=۰/۶\times c\times(۳۸-۱۸)=۱۲c$$

حال اگر تمام گرمایی که گرمکن تولید می‌کند صرف گرم شدن فلز شده باشد آن‌گاه:

$$Q_{\text{فلز}}=۶۰۰۰J\Rightarrow۶۰۰۰=۱۲c\Rightarrow c=۵۰۰J/kg^\circ C$$

البته ممکن است که همهٔ ۶۰۰۰J گرما صرف گرم شدن قطعه فلز نشده و بخشی از آن به محیط داده شود. یعنی $Q_{\text{فلز}}<۶۰۰۰J$ باشد. بنابراین

$$mc\Delta\theta<۶۰۰۰\Rightarrow۱۲c<۶۰۰۰\Rightarrow c<۵۰۰J/kg^\circ C$$

در نتیجه $c\le۵۰۰J/kg^\circ C$ خواهد بود.

۹۳۳ B ۲

۱ $\frac{۷}{۸}$ توان الکتریکی کتری به گرما تبدیل شده بنابراین توان گرمایی کتری برابر است با:

$$P_{\text{گرمایی}}=\frac{۷}{۸}P_{\text{الکتریکی}}\Rightarrow P_{\text{گرمایی}}=\frac{۷}{۸}\times۸۰۰=۷۰۰W$$

۲ حال گرمای داده شده به آب پس از ۱۰ دقیقه یا ۶۰۰ ثانیه را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{\text{گرمایی}}=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=P_{\text{گرمایی}}t\Rightarrow Q=۷۰۰\times۶۰۰=۴۲\times۱۰^۴J$$

۳ این گرما به ۲/۵kg آب با دمای اولیهٔ $۵^\circ C$ داده شده است:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow۴۲\times۱۰^۴=۲/۵\times۴۲۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۴۰^\circ C$$

۴ دمای جسم $۴۰^\circ C$ افزایش یافته:

$$\Delta\theta=\theta_۲-\theta_۱\Rightarrow۴۰=\theta_۲-۵\Rightarrow\theta_۲=۴۵^\circ C$$

B ۹۳۴ ۳

ابتدا توان مفید گرمکن را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}}=Ra\times P\Rightarrow P_{\text{مفید}}=\frac{۸۰}{۱۰۰}\times ۱/۵=۱/۲kW$$

تغییر دمای آب را بر حسب درجه سلسیوس حساب می‌کنیم:

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۵}{۹}\times ۸۱=۴۵^\circ C$$

گرمایی که آب گرفته است برابر است با:

$$Q=mc\Delta\theta=\frac{۸۰۰}{۱۰۰۰}\times ۳۰۰۰\times ۴۵=۱/۰۸\times ۱۰^۵J$$

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow t=\frac{Q}{P}=\frac{۱/۰۸\times ۱۰^۵}{۱/۲\times ۱۰^۳}=۹۰s$$

A ۹۳۵ ۲

خط فکری در این سؤالات باید یک‌بار گرمایی که مایع می‌گیرد تا دمایش افزایش پیدا کند را حساب کنیم. سپس گرمایی که گرمکن در مدت ۲۴s تولید می‌کند را به‌دست می‌آوریم، تا مشخص شود چقدر از گرمای گرمکن به مایع رسیده است.

۱ گرمایی که دمای ۶۰g مایع را از ۳۰°C به ۵۰°C می‌رساند برابر است:

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow{c=۱۵۰۰J/kgK}Q=\frac{۶۰}{۱۰۰۰}\times ۱۵۰۰\times(۵۰-۳۰)\Rightarrow Q_{\text{مایع}}=۱۸۰۰J$$

۲ گرمایی که گرمکن تولید می‌کند خواهد شد:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q_{\text{گرمکن}}=Pt\xrightarrow{P=۳۰۰W,\ t=۲۴s}$$

$$Q_{\text{گرمکن}}=۳۰۰\times ۲۴\Rightarrow Q_{\text{گرمکن}}=۷۲۰۰J$$

۳ اکنون مشخص می‌کنیم $Q_{\text{مایع}}$ چند درصد $Q_{\text{گرمکن}}$ است.

$$\frac{Q_{\text{مایع}}}{Q_{\text{گرمکن}}}\times ۱۰۰=\frac{۱۸۰۰}{۷۲۰۰}\times ۱۰۰=۰/۲۵\times ۱۰۰=۲۵٪$$

میانبر در سؤالاتی که با توان و بازده سروکار داریم، می‌توانیم از رابطهٔ مقابل استفاده کنیم:

$Q=Ra\times P\times t$ (راندمان به صورت نسبت، مدت زمان، توان وسیله، گرمایی که وسیله داده)

بازی با سؤال **یک گرمکن با توان P و بازده ۸۴ درصد در مدت ۱۲۵s می‌تواند دمای ۶۰۰g آب ۳۰°C را به ۸۰°C برساند، P چند وات است؟** ($c_{\text{آب}}=۴۲۰۰J/kg.K$، **از اتلاف انرژی صرف‌نظر شود.**) آزمون مدارس برتر

۱) ۱۸۰۰ ۲) ۱۵۰۰ ۳) ۱۲۰۰ ۴) ۱۰۰۰

گزینهٔ ۳

A ۹۳۶ ۱

گلولهٔ سربی در اثر برخورد به دیوار متوقف شده و ۵۰ درصد انرژی جنبشی آن به گرما تبدیل شده است. بنابراین باید در رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ به جای Q، ۵۰٪ انرژی جنبشی را قرار دهیم.

$$Q=\frac{۱}{۲}K\Rightarrow mc\Delta\theta=\frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۲}mv^۲\right)$$

$$\Rightarrow ۱۲۵\Delta\theta=\frac{۱}{۴}\times(۴۰۰)^۲\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۴۰۰\times ۴۰۰}{۵۰۰}\Rightarrow\Delta\theta=۳۲۰K$$

B ۹۳۷ ۴

با پایین آمدن وزنه، انرژی پتانسیل آن به اندازه $\Delta U=mgh$ کاهش می‌یابد که این انرژی به انرژی جنبشی همزن تبدیل می‌شود و همزن این انرژی را به آب می‌دهد و دمای آب را بالا می‌برد. بنابراین در رابطهٔ دماسنجی $Q=m_Wc\Delta\theta$ به جای Q مقدار mgh را قرار می‌دهیم.

$$Q=m_Wc\Delta\theta\xrightarrow{m_W=۲m\ \\ Q=mgh}mgh=۲mc\Delta\theta\xrightarrow{g=۱۰N/kg}\Delta\theta=\frac{۵h}{c}$$

B ۹۳۸ ۴

خط فکری در واقع این مسئله یک مسئله ترکیبی از فصل کار و انرژی و فصل گرماست. وقتی سنگ در شرایط خلأ رها می‌شود، انرژی مکانیکی آن در طول مسیر ثابت می‌ماند و تمام انرژی پتانسیل گرانشی آن هنگام برخورد به زمین به انرژی جنبشی جسم تبدیل می‌شود. بنابراین به کمک پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی هنگام برخورد به زمین را حساب می‌کنیم، سپس به کمک رابطه گرما، افزایش دمای سنگ در اثر دریافت انرژی را به‌دست می‌آوریم.

بنا به پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow{K_۱=۰,U_۲=۰\ \\ U_۱=mgh}mgh+۰=۰+K_۲$$

$$\Rightarrow K_۲=m\times ۱۰\times ۲۴۰\Rightarrow K_۲=۲۴۰۰m\ \text{ژول}$$

یک سوم این انرژی به گرما تبدیل شده است.

$$Q=\frac{۱}{۳}K_۲=\frac{۱}{۳}\times ۲۴۰۰m=۸۰۰m\xrightarrow{Q=mc\Delta\theta\ \\ c=۴۰۰J/kg^\circ C}m\times ۴۰۰\times\Delta\theta=۸۰۰m$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=۲^\circ C$$

B ۹۳۹ ۱

خط فکری گرمایی که به مجموعه داده می‌شود صرف گرم کردن آب و فلز می‌شود. از طرفی دمای آب و فلزی که در آن قرار دارد ۱۰°C است. بنابراین کافی است مجموع گرمای آب و فلز را برابر کل گرمای ۲۱kJ قرار دهیم. چون آب و فلز در تماس باهم هستند، دمای نهایی آن‌ها نیز یکسان خواهد شد.

با توجه به رابطهٔ گرماسنجی و مقدار گرمای داده شده به مجموعه می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{کل}}=Q_{\text{آب}}+Q_{\text{فلز}}=m_Wc_W\Delta\theta+C\Delta\theta$$

$$۲۱۰۰۰=۲\times ۴۲۰۰\Delta\theta+۲۱۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow ۲۱۰۰۰=۸۴۰۰\Delta\theta+۲۱۰۰\Delta\theta$$

$$\Delta\theta=\frac{۲۱۰۰۰}{۱۰۵۰۰}=۲^\circ C$$

$$\Delta\theta=\theta_۲-\theta_۱\Rightarrow ۲=\theta_۲-۱۰\Rightarrow\theta_۲=۱۲^\circ C$$ دمای نهایی مجموعه خواهد شد.

B ۹۴۰ ۲

۱ ابتدا گرمایی که گرمکن به مجموعهٔ ظرف عایق می‌دهد را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\xrightarrow{P=۵۰W,\ t=۶۰s}Q=۵۰\times ۶۰=۳۰۰۰J$$

۲ این گرما صرف گرم کردن آب و ظرف عایق شده است، بنابراین:

$$Q=Q_{\text{آب}}+Q_{\text{گرماسنج}}=m_Wc_W\Delta\theta+C\Delta\theta$$

$$\Rightarrow ۳۰۰۰=۰/۱\times ۴۲۰۰\times(۲۵-۲۰)+C(۲۵-۲۰)$$

$$۹۰۰=۵C\Rightarrow C=۱۸۰J/^\circ C$$

۳ توان گرمایی گرمکن ثابت است و در مدت ۱min، دمای مجموعه ۵°C افزایش یافته است. برای به‌دست آوردن مدت زمانی که دمای مجموعه ۱۰۰−۲۵=۷۵°C افزایش می‌یابد، کافی است که از یک تناسب ساده استفاده کنیم.

۵°C	۱min
۷۵°C	t

$$\Rightarrow t=۱۵\,\text{min}$$

B ۹۴۱ ۳

خط فکری در واقع با روشن شدن همزن برقی، کاری که همزن انجام می‌دهد به گرما تبدیل شده و انرژی درونی آب و ظرف عایق را بالا برده و سبب افزایش دمای آن‌ها می‌شود. مقدار انرژی که همزن به مجموعه می‌دهد از تعریف توان $P=W/t$ به‌دست می‌آید.

ابتدا گرمایی که لازم است تا دمای آب و ظرف عایق ۱۰°C بالا برود را به کمک رابطهٔ گرما به‌دست می‌آوریم.

$$Q=Q_{\text{آب}}+Q_{\text{ظرف}}=m_Wc_W\Delta\theta+C\Delta\theta$$

$$Q=۰/۱\times ۴۲۰۰\times ۱۰+۳۰۰\times ۱۰\Rightarrow Q=۷۲۰۰J$$

این مقدار گرما توسط همزن تأمین شده است، از این‌رو:

$$P=\frac{W}{t}\xrightarrow{Q=W=۷۲۰۰}۲۰۰=\frac{۷۲۰۰}{t}\Rightarrow t=۳۶s$$

B ۹۴۲ ۱

خط فکری ابتدا باید براساس انبساط حجمی مایع، تغییر دمای آن را حساب کنیم سپس به کمک چگالی جرم مایع را به‌دست می‌آوریم و به کمک تغییر دما و جرم مایع، گرمای داده شده به مایع را به‌دست می‌آوریم:

۱ افزایش حجم مایع $۲cm^۳$ است. با توجه به رابطهٔ انبساط حجمی مایع می‌توان نوشت:

$$\Delta V=V_۱\beta\Delta\theta \xrightarrow{V_۱=۲۰۰cm^۳} ۲=۲۰۰\times ۱/۲\times ۱۰^{-۳}\times\Delta\theta$$

$$\Delta\theta=\frac{۱۰۰}{۱۲}=\frac{۲۵}{۳}{}^\circ C$$

۲ جرم جسم را به کمک تعریف چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V \xrightarrow{\rho=۰/۸g/cm^۳} m=۰/۸\times ۲۰۰\Rightarrow m=۱۶۰g$$

۳ اکنون گرمایی که به مایع می‌دهیم قابل محاسبه است:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=\frac{۱۶۰}{۱۰۰۰}\times ۲۴۰۰\times\frac{۲۵}{۳}\Rightarrow Q=۳۲۰۰J=۳/۲kJ$$

B ۹۴۳ ۲

ابتدا تغییر دما را حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۸۰\times ۱۰^۳=۲\times ۴۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۱۰۰{}^\circ C$$

حال درصد تغییرات حجم را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta V}{V_۱}\times ۱۰۰=۳\alpha\Delta\theta\times ۱۰۰=۹\times ۱۰^{-۵}\times ۱۰۰\times ۱۰۰=٪۰/۹$$

B ۹۴۴ ۳

با توجه به رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$، دمای ثانویه را به‌دست آوریم. البته به دلیل آنکه از آب گرما گرفته‌ایم باید Q را منفی قرار دهیم.

$$-۴۲\times ۱۰^۳=mc\Delta\theta\Rightarrow -۴۲\times ۱۰^۳=۱\times ۴۲۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=-۱۰{}^\circ C$$

دما $۱۰{}^\circ C$ کاهش می‌یابد یعنی دمای آب از $۱۲{}^\circ C$ به $۲{}^\circ C$ رسیده و با توجه به انبساط غیر عادی آب، با کاهش دما از $۱۲{}^\circ C$ تا $۴{}^\circ C$، حجم کاهش و چگالی آب افزایش می‌یابد و از $۴{}^\circ C$ تا $۲{}^\circ C$ حجم افزایش و چگالی آب کاهش می‌یابد.

نکته به‌طور کلی هر گاه با تغییر حجم یا چگالی آب سر و کار داشتید، حواستون به دمای $۴{}^\circ C$ باشد که آیا در بازهٔ تغییرات دما قرار دارد یا نه.

بازی با سؤال از ۵۰۰ گرم آب $۱۳{}^\circ C$ مقدار $۲۱kJ$ گرما می‌گیریم. حجم آب چگونه تغییر می‌کند؟ $(c_{آب}=۴۲۰۰J/kg{}^\circ C)$

۱) کاهش می‌یابد. ۲) افزایش می‌یابد.

۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. ۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

گزینهٔ ۳

B ۹۴۵ ۲

خط فکری وقتی در مسئله به دو جسم متفاوت گرما می‌دهیم، برای بررسی و مقایسه انبساط آن‌ها ابتدا باید از رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$، رابطه‌ای بین تغییر دمای دو جسم به‌دست آوریم و سپس با استفاده از روابط انبساط تغییر خواسته شده را حساب کنیم.

۱ گرمای داده شده به هر دو میله یکسان است:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow mc_A\Delta\theta_A=mc_B\Delta\theta_B \xrightarrow{\frac{c_A=۲}{c_B}} ۲\Delta\theta_A=\Delta\theta_B$$

۲ تغییر طول میله از رابطهٔ $\Delta L=L\alpha\Delta\theta$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B}=\frac{L_A\alpha_A\Delta\theta_A}{L_B\alpha_B\Delta\theta_B} \xrightarrow{L_A=L_B} \frac{\Delta L_A}{\Delta L_B}=\frac{\alpha_A\Delta\theta_A}{\alpha_B\Delta\theta_B}$$

$$\xrightarrow[\alpha_B=۲\alpha_A]{\Delta\theta_B=۲\Delta\theta_A} \frac{\Delta L_A}{\Delta L_B}=\frac{۱}{۴}$$

B ۹۴۶ ۴

۱ گرمای داده شده به دو جسم یکسان است. بنابراین:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac_A\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B \xrightarrow[c_A=\frac{۱}{۲}c_B]{m_A=m_B}$$

$$m_B\frac{۱}{۲}c_B\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B\Rightarrow\Delta\theta_B=\frac{۱}{۲}\Delta\theta_A$$

۲ نسبت تغییر حجم دو جسم خواسته شده است.

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{V_A(۳\alpha_A)\Delta\theta_A}{V_B(۳\alpha_B)\Delta\theta_B} \xrightarrow[\Delta\theta_A=۲\Delta\theta_B]{V_B=۴V_A} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{۱}{۴}\times\frac{\alpha_A}{\alpha_B}\times ۲$$

$$\xrightarrow{\alpha_A=\frac{۱}{۲}\alpha_B} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۲}\times ۲=\frac{۱}{۴}$$

بازی با سؤال دو میلهٔ فلزی A و B در دمای اتاق هم‌طول هستند. اگر به هر کدام از میله‌ها گرمای برابر بدهیم، افزایش طول میله B چند برابر افزایش طول میله A خواهد بود؟ (m جرم و c ظرفیت گرمایی ویژه و α ضریب انبساط طولی است.)

۱) $\frac{m_B\alpha_Bc_B}{m_Ac_A\alpha_A}$ ۲) $\frac{m_B\alpha_Ac_B}{m_Ac_A\alpha_B}$

۳) $\frac{m_A\alpha_Ac_A}{m_Bc_B\alpha_B}$ ۴) $\frac{m_Ac_A\alpha_B}{m_Bc_B\alpha_A}$

گزینهٔ ۴

B ۹۴۷ ۴

۱ دو ورقه هم‌جنس و با ضخامت یکسان هستند که سطح یکی دو برابر دیگری است $(S_۲=۲S_۱)$، بنابراین با توجه به رابطهٔ $V=Ah$ حجم دومی نیز دو برابر حجم اولی است $(V_۲=۲V_۱)$ و چون دو ورقه هم‌جنس بوده و چگالی آن‌ها یکسان است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases}\rho_۱=\frac{m_۱}{V_۱}\\ \rho_۲=\frac{m_۲}{V_۲}\end{cases} \xrightarrow{\rho_۲=\rho_۱} \frac{m_۱}{V_۱}=\frac{m_۲}{V_۲} \xrightarrow{V_۲=۲V_۱} m_۲=۲m_۱$$

۲ گرمای داده شده به $S_۲$ دو برابر گرمای داده شده به $S_۱$ است و با توجه به رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ خواهیم داشت:

$$Q_۲=۲Q_۱\Rightarrow m_۲c\Delta\theta_۲=۲m_۱c\Delta\theta_۱$$

$$\xrightarrow{m_۲=۲m_۱} ۲m_۱\Delta\theta_۲=۲m_۱\Delta\theta_۱\Rightarrow\Delta\theta_۲=\Delta\theta_۱$$

۳ اکنون نسبت شعاع دو ورقه را به‌دست می‌آوریم:

$$S_۲=۲S_۱\Rightarrow\pi R_۲^۲=۲\pi R_۱^۲\Rightarrow R_۲=\sqrt{۲}R_۱$$

۴ به کمک رابطه انبساط طولی خواهیم داشت:

$$\Delta R=R\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{\Delta R_۱}{\Delta R_۲}=\frac{R_۱\alpha\Delta\theta_۱}{R_۲\alpha\Delta\theta_۲}\Rightarrow\frac{\Delta R_۱}{\Delta R_۲}=\frac{R_۱}{\sqrt{۲}R_۱}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

بازی با سؤال از یک ورقهٔ آلومینیمی دو صفحهٔ دایره‌ای شکل به مساحت‌های $S_۱=S$ و $S_۲=nS$ بریده و جدا کرده‌ایم. حال اگر به صفحهٔ اول گرمای $Q_۱=Q$ و به صفحهٔ دوم گرمای $Q_۲=nQ$ را بدهیم و بر اثر این گرما، افزایش شعاع آن‌ها به ترتیب $\Delta R_۱$ و $\Delta R_۲$ باشد، $\frac{\Delta R_۲}{\Delta R_۱}$ چقدر است؟

سراسری تجربی - ۹۲

۱) ۱ ۲) n ۳) $\sqrt{n}$ ۴) $\frac{۱}{n}$

گزینهٔ ۳

B ۹۴۸ ۳

ابتدا گرمای داده شده به میله در مدت ۳۰ دقیقه را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt \xrightarrow[t=۳۰min=۳۰\times ۶۰s]{P=۰/۱kW=۱۰۰W} Q=۱۰۰\times ۳۰\times ۶۰\Rightarrow Q=۱۸\times ۱۰^۴J$$

با توجه به رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$، تغییر دما خواهد شد:

$$۱۸\times ۱۰^۴=۲\times ۶۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۱۸}{۱۲}\times ۱۰^۲\Rightarrow\Delta\theta=۱۵۰{}^\circ C$$

در نمودار نشان داده شده که در مدت ۳۰ دقیقه که دما $۱۵۰{}^\circ C$ افزایش یافته طول میله $۸۰/۲۴-۸۰=۰/۲۴cm$ افزایش یافته است:

$$\Delta L=L_۱\alpha\Delta\theta \xrightarrow[L_۱=۸۰cm]{\Delta L=۰/۲۴cm} ۰/۲۴=۸۰\times\alpha\times ۱۵۰$$

$$\Rightarrow\alpha=\frac{۰/۲۴}{۱۲}\times ۱۰^{-۳}\Rightarrow\alpha=۲\times ۱۰^{-۵}\frac{۱}{{}^\circ C}$$

B ۳ ۹۴۹

در چند ثانیهٔ اول گرم کردن مشاهده می‌شود که سطح آب درون لوله اندکی پایین می‌آید. زیرا لولهٔ شیشه‌ای رسانای ضعیف گرما است.

بنابراین نخست لولهٔ شیشه‌ای منبسط می‌شود و حجم درون آن افزایش می‌یابد و سطح مایع که هنوز شروع به انبساط نکرده است پایین می‌آید و همین که گرما به مایع (آب) رسید، مایع منبسط می‌شود و در لوله از سطح اولیه بالاتر می‌رود زیرا ضریب انبساط حجمی مایع بیشتر از ضریب انبساط حجمی جامد است.

B ۱ ۹۵۰

دو کره هم‌جنس (مسی) و شعاع آن‌ها یکی است، پس جرم کرهٔ توخالی کمتر است و برای افزایش دمای یکسان به گرمای کمتری نیاز دارد.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow\begin{cases}Q_A=m_Ac\Delta\theta_A\\ Q_B=m_Bc\Delta\theta_B\end{cases}\xrightarrow[\Delta\theta_A=\Delta\theta_B]{m_A<m_B}Q_A<Q_B$$

از طرفی دمای هر دو کره به یک اندازه افزایش یافته است و بنا بر رابطه انبساط حجمی $\Delta V=V_1\beta\Delta\theta$، افزایش حجم دو کره و همچنین افزایش شعاع دو کره $(\Delta R=R_1\alpha\Delta\theta)$ باهم برابر است.

بازی با سوال **دو کره مسی داریم که قطر خارجی آن‌ها برابر ولی یکی توپر و دیگری تو خالی است. اگر آن‌ها را در آب جوش بیندازیم، پس از تعادل گرمایی، افزایش قطر کره توپر .....** کنکور دهه‌های گذشته

۱) کمتر از افزایش قطر خارجی کره تو خالی است.

۲) بیشتر از افزایش قطر خارجی کره توخالی است.

۳) به اندازه افزایش قطر داخلی کره توخالی است.

۴) به اندازه افزایش قطر خارجی کره توخالی است.

گزینهٔ ۴

B ۳ ۹۵۱

خط فکری توجه کنید که انبساط تنها به تغییر دما بستگی دارد.

$$\begin{cases}\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\\ \Delta A=A_1(2\alpha)\Delta\theta\\ \Delta V=V_1(3\alpha)\Delta\theta\end{cases}$$

هنگامی که در سؤال گفته شود به جسمی گرما داده‌ایم با توجه به رابطهٔ زیر ابتدا باید تغییر دما را محاسبه کنیم و سپس در معادلهٔ انبساط قرار دهیم.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{Q}{mc}\qquad(1)$$

به دو کره انرژی گرمایی مساوی داده شده است. جنس دو کره نیز یکسان است، یعنی گرمای ویژهٔ آن‌ها باهم برابر است. بنابراین طبق رابطهٔ (۱) تغییر دمای کره‌ای که درون آن حفره است و جرم کمتری دارد، بیشتر از دیگری است.

$$Q_{\text{توپر}}=Q_{\text{حفره‌دار}}\xrightarrow{c=c'}m\Delta\theta=m'\Delta\theta'\xrightarrow{m>m'}\Delta\theta<\Delta\theta'$$

تغییر شعاع کره‌ها از رابطهٔ $\Delta R=R_1\alpha\Delta\theta$ به‌دست می‌آید. دو کره هم‌جنس‌اند، پس ضریب انبساط طولی آن‌ها هم برابر است، همچنین دو کره در ابتدا شعاع اولیهٔ یکسانی دارند، بنابراین کرهٔ توخالی که تغییر دمای بیشتری داشته افزایش شعاع بیشتری هم خواهد داشت.

جمع‌بندی اگر دو جسم هم‌جنس و با شکل ظاهری یکسان داشته باشیم که جسم A توپر و جسم B توخالی باشد، در مسائلی که یا دمای دو جسم را یکسان تغییر می‌دهند (حالت ۱) یا به دو جسم گرمای یکسان داده می‌شود (حالت ۲):

حالت ۲: $m_A>m_B$ — A (توپر) B (توخالی)

$Q_A=Q_B$

$\Delta\theta_A<\Delta\theta_B$

$\Delta R_A<\Delta R_B$

حالت ۱: $m_A>m_B$ — A (توپر) B (توخالی)

$\Delta\theta_A=\Delta\theta_B$

$Q_A>Q_B$

$\Delta R_A=\Delta R_B$

B ۳ ۹۵۲

خط فکری گرمای داده شده به هر چهار صفحهٔ فلزی هم‌جنس برابر است. در این صورت هر صفحه‌ای که جرم بیشتری دارد. افزایش دمای کمتری دارد. البته برای مقایسه جرم‌ها نیز کافی است، مساحت سطح ورقه‌ها را باهم مقایسه کنیم، زیرا چگالی هر چهار صفحه برابر است و مساحت روزنهٔ آن‌ها نیز یکسان است و ورقه‌ای که مساحت بیشتری دارد، جرمش بیشتر است. اگر مساحت سطح روزنه‌ها را یکسان و برابر x بگیریم.

مساحت ورقه A: $S_A=2l\times l-x=2l^2-x$

مساحت ورقه B: $S_B=3l\times l-x=3l^2-x$

مساحت ورقه C: $S_C=3l\times 2l-x=6l^2-x$

مساحت ورقه D: $S_D=0/5l\times 2l-x=l^2-x$

بنابراین $S_D<S_A<S_B<S_C$ است و $m_D<m_A<m_B<m_C$ است.

با توجه به رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ با ثابت بودن Q هر چه m کمتر باشد $\Delta\theta$ بیشتر است.

$$m_Ac\Delta\theta_A=m_Bc\Delta\theta_B=m_Cc\Delta\theta_C=m_Dc\Delta\theta_D$$

$$\xrightarrow{m_D<m_A<m_B<m_C}\Delta\theta_D>\Delta\theta_A>\Delta\theta_B>\Delta\theta_C$$

قطر چهار حفره یکسان است و هر چه افزایش دما بیشتر باشد، انبساط حفره بزرگ‌تر است، بنابراین صفحهٔ D که بیشترین افزایش دما را دارد انبساط قطر حفرهٔ آن بیشترین و صفحهٔ C که کمترین افزایش دما را دارد انبساط قطر حفرهٔ آن کمترین است.

میانبر با تجربهٔ فیزیکی خود می‌دانیم هر چه جسمی کوچک‌تر باشد با گرمای یکسان، قطعاً سریع‌تر دمایش بالا می‌رود و سریع نیز منبسط می‌شود، بنابراین جسم کوچک‌تر افزایش دمایش بیشتر است و حفرهٔ آن نیز بزرگ‌تر می‌شود.

B ۳ ۹۵۳

۱ حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را حساب می‌کنیم.

$$V=\frac{4}{3}\pi(r^3_{\text{خارجی}}-r^3_{\text{داخلی}})\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{4}{3}\times 3(4^3-3^3)$$

$$\Rightarrow V_{\text{فلز}}=4(64-27)=4\times 37cm^3=148cm^3$$

۲ جرم فلز را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=2g/cm^3}m_{\text{فلز}}=2\times 148\Rightarrow m_{\text{فلز}}=296g$$

۳ به کمک رابطهٔ گرماسنجی تغییر دمای فلز قابل محاسبه است.

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow[c=400J/kg.K]{Q=29600J}29600=296\times 10^{-3}\times 400\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=250^\circ C$$

۴ افزایش حجم فلز از ما خواسته شده است بنابراین:

$$\Delta V_{\text{فلز}}=V_{\text{فلز}}(3\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\Delta V_{\text{فلز}}=148\times 3\times 10^{-5}\times 250\Rightarrow\Delta V_{\text{فلز}}=1/11cm^3$$

B ۲ ۹۵۴

با توجه به تعریف چگالی خواهیم داشت:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{m=\rho V}\frac{m_A}{m_B}=\frac{\rho V_A}{\rho V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{V_A}{V_B}\qquad(1)$$

گرمای داده شده به هر دو کره یکسان است، دو کره هم‌جنس هستند و گرمای ویژهٔ آن‌ها یکی است به کمک رابطهٔ گرما خواهیم داشت:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac\Delta\theta_A=m_Bc\Delta\theta_B\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}\qquad(2)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{V_A}{V_B}=\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$$

اکنون نسبت تغییر حجم کره A و کرهٔ B را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{V_A(\beta)\Delta\theta_A}{V_B(\beta)\Delta\theta_B}=\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}\times\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}\Rightarrow\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=1$$

دقت کردید که اعداد داده شده در صورت مسئله تأثیری در حل این مسئله ندارد. از طرفی حجم کرهٔ A که توپر است برابر حجم فلزی است که کره از آن ساخته شده است اما حجم کرهٔ B و حجم فلزی که کرهٔ B از آن ساخته شده یکی نیست و در صورت مسئله نسبت حجم کرهٔ A به حجم فلزی که کرهٔ B از آن ساخته شده است مدنظر است.

جمع‌بندی بـرای یک کرهٔ دارای حفره در مسـائل می‌تواند افزایش حجم کره، یا حفره یا فلز به کار رفته در قسمت توپر خواسته شود:

افزایش حجم فلز به کار رفته: $\Delta V = V\beta\Delta\theta \Rightarrow (\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}_{\text{خارجی}} - \frac{۴}{۳}\pi r^{۳}_{\text{داخلی}})$

افزایش حجم حفره: $\Delta V = V\beta\Delta\theta \Rightarrow (\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}_{\text{داخلی}})$

افزایش حجم کره: $\Delta V_{\text{کره}} = V_{\text{کره}}\beta\Delta\theta \Rightarrow (\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}_{\text{خارجی}})$

بازی با سؤال **دو کـرهٔ فلزی هم‌جنـس، هم‌دما و هم‌شـعاع A و B در اختیـار داریم. کرهٔ A توپُر و کرهٔ B توخالی اسـت، به‌طوری که $m_A = ۲m_B$. اگر به هر دو کره گرمای یکسـان دهیم، افزایش حجم کرهٔ A چند برابر افزایش حجم کرهٔ B خواهد بود؟**

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

گزینهٔ ۳

A ۹۵۵ ۱

خط فکری تعادل گرمایی یعنی هم‌دما شدن دو جسم. وقتی یک جسم گرم با یک جسـم سـرد در تماس قرار گیرد و باهم گرما مبادله کنند، گرما از جسـم گرم آن‌قدر به جسم سرد شارش می‌کند تا دمای آن‌ها یکی شود که به این دما، دمای تعادل می‌گویند.

با توجه به خط فکری بیان شده گزینهٔ (۱) درست است.

اگـر ظـرف A آب محتـوی ۲۰۰L آب و ظـرف B محتوی ۲۰L آب و هـر دو هم‌دما باشـند، باهـم در تعادل گرمایی هسـتند، اما قطعـاً انرژی درونی آب ظـرف A از انرژی درونی آب ظرف B بیشتر است، زیرا ظرف A تعداد ذرات بیشتری دارد، بنابراین گزینهٔ (۲) و (۴) نادرست هستند.

دو جسم مانند آهن و آب می‌توانند باهم در تعادل گرمایی باشند در حالی که گرمای ویژهٔ آن‌ها برابر نیست، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

A ۹۵۶ ۱

وقتـی آلومینیم و مس $۲۰^\circ C$ را درون مقداری آب $۱۰۰^\circ C$ بیندازیم، آب به آلومینیم و مس آن قدر گرما می‌دهد تا هر سه جسم به تعادل گرمایی برسند و دمای آن‌ها باهم برابر شـود. یعنی دمای نهایی آلومینیم و مس برابر است. بنابراین افزایش دمای آن‌ها یکسان است. در نتیجه گزینهٔ (۱) درست و گزینهٔ (۲) نادرست است.

امـا برای تغییر دمای یکسـان ۱kg آلومینیم و ۱kg مس، قطعـاً گرمایی که آلومینیم بایـد دریافت کند، با توجه بـه رابطهٔ گرمایی $Q = mc\Delta\theta$ بیش از دو برابر مس خواهد بود زیرا گرمای ویژهٔ آلومینیم بیش از دو برابر گرمای ویژهٔ مس است بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

B ۹۵۷ ۴

خط فکری با توجه به مسئله $c_A > ۲c_B$ است. اما جرم A و B مشخص نیست و اگر گرمای یکسانی به آن داده شود نمی‌توان تغییر دمای آن‌ها را باهم مقایسه کرد.

رابطهٔ گرماسنجی را می‌نویسیم و گرمای داده شده را برابر قرار می‌دهیم.

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{m_B c_B}{m_A c_A}$$

کاملاً مشـخص اسـت که چون $\frac{m_B}{m_A}$ مشخص نیسـت هر حالتی ممکن است، بنابراین گزینهٔ (۴) پاسخ درست است.

A ۹۵۸ ۴

گرمایی که آلومینیم از دست می‌دهد برابر است با:

$$Q_{Al} = m_{Al} c_{Al} \Delta\theta_{Al} \xrightarrow[\theta_{۱Al} = ۹۰^\circ C]{m_{Al} = ۱kg \,,\, c_{Al} = ۹۰۰ J/kg.K} Q_{Al} = ۱\times ۹۰۰ \times (\theta_e - ۹۰)$$

گرمایی که مس از دست می دهد خواهد شد:

$$Q_{Cu} = m_{Cu} c_{Cu} \Delta\theta_{Cu} \xrightarrow[\theta_{۱Cu} = ۹۵^\circ C]{m_{Cu} = ۲kg \,,\, c_{Cu} = ۴۰۰ J/kgK} Q_{Cu} = ۲\times ۴۰۰ (\theta_e - ۹۵)$$

چون دمای محیط مشخص نیست نمی‌توان نسبت $\frac{Q_{Al}}{Q_{Cu}}$ را حساب کرد بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

B ۹۵۹ ۱

خط فکری هر سـه گـوی را پس از مدتـی از درون آب جوش بیـرون آورده‌ایم، از این‌رو دمای اولیه هر گوی $۱۰۰^\circ C$ اسـت. سـه گوی را روی یک ورقه بزرگ پارافین قرار داده‌ایم و این کار سبب می‌گردد دمای نهایی هر سه گوی برابر دمای ورقه بزرگ پارافین شود، یعنی تغییر دمای سه گوی یکسان است. $\Delta\theta_{Ag} = \Delta\theta_{Cu} = \Delta\theta_{Fe}$

اکنون گرمایی که هر گوی از دست می‌دهد را به‌دست می‌آوریم.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_۱ = m_{Ag} \times ۲۴۰ \times \Delta\theta_{Ag}$$

$$Q_۲ = m_{Cu} \times ۴۰۰ \times \Delta\theta_{Cu} \quad , \quad Q_۳ = m_{\text{فولاد}} \times ۴۵۰ \times \Delta\theta_{\text{فولاد}}$$

گوی‌ها گرما را از دست داده و این گرما به پارافین می‌رسد، پس هرچه گرمایی که گوی‌ها از دست می‌دهند بیشتر باشد، مقدار پارافین ذوب شده بیشتر است. یعنی نسبت پارافین ذوب شده برابر نسبت گرماهای از دست داده شده توسط گوی‌هاست.

$$\frac{Q_۳}{Q_۱} = \frac{m_{\text{فولاد}} \times ۴۵۰ \times \Delta\theta_{\text{فولاد}}}{m_{Ag} \times ۲۴۰ \times \Delta\theta_{Ag}} = \frac{۱۵}{۸} \Rightarrow \frac{m_۳}{m_۱} = \frac{۱۵}{۸} \Rightarrow m_۳ = \frac{۱۵}{۸} m_۱$$

$$\frac{Q_۲}{Q_۱} = \frac{m_{Cu} \times ۴۰۰ \times \Delta\theta_{Cu}}{m_{Ag} \times ۲۴۰ \times \Delta\theta_{Ag}} = \frac{۵}{۳} \Rightarrow \frac{m_۲}{m_۱} = \frac{۵}{۳} \Rightarrow m_۲ = \frac{۵}{۳} m_۱$$

B ۹۶۰ ۴

گرمایـی کـه آلومینیم از دسـت می‌دهد تا دمایـش از $\theta_{۱Al} = ۹۴^\circ C$ به $\theta_e = ۵۲^\circ C$ برسـد برابر گرمایی اسـت که $۴/۵kg$ آب $\theta_{۱W} = ۵۰^\circ C$ دریافت می‌کند تا دمای آن نیز به دمای تعادل $\theta_e = ۵۲^\circ C$ برسد، از این رو خواهیم داشت.

$$Q_{Al} + Q_W = ۰ \Rightarrow m_{Al} c_{Al} (\theta_e - \theta_{۱Al}) + m_W c_W (\theta_e - \theta_{۱W}) = ۰$$

$$\xrightarrow{c_{Al} = ۹۰۰ J/kg^\circ C \,,\, c_W = ۴۲۰۰ J/kg^\circ C}$$

$$m\times ۹۰۰ (۵۲ - ۹۴) + ۴/۵ \times ۴۲۰۰ (۵۲ - ۵۰) = ۰$$

$$\Rightarrow ۲m \times (۴c) = ۴c \times ۲ \Rightarrow m = ۱kg$$

B ۹۶۱ ۳

خط فکری هـر گاه دو جسـم یا دو مایـع را در کنار هم قرار می‌دهیـم تا با یکدیگر تبادل گرمایی انجام دهند و اتلاف گرمایی نداشـته باشـیم، مجموع جبری گرمای مبادله شده بین آن‌ها صفر می‌شود: $Q_۱ + Q_۲ + \cdots = ۰$

مجموع جبری گرمای مبادله شده بین دو جسم صفر است، بنابراین:

$$Q_۱ + Q_۲ = ۰ \Rightarrow m_۱ c(\theta_e - \theta_۱) + m_۲ c(\theta_e - \theta_۲) = ۰$$

$$\Rightarrow m_۱(۲۰ - ۵) + m_۲(۲۰ - ۹۵) = ۰ \Rightarrow m_۱ = ۵m_۲$$

از طرفی مجموع جرم آب‌های مخلوط شـده برابر است با $m_۱ + m_۲ = ۱۵۰g$، بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} m_۱ = ۵m_۲ \\ m_۱ + m_۲ = ۱۵۰ \end{cases} \Rightarrow ۶m_۲ = ۱۵۰ \Rightarrow m_۲ = ۲۵g \Rightarrow m_۱ = ۱۲۵g$$

میانبر هر گاه دو جسم هم‌جنس A و B با دماهای θ_A و θ_B را در کنار هم قرار دهیم تا با هم به تعادل دمایی برسند، داریم: $\frac{m_A}{m_B} = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$

بازی با سؤال ۲۰۰g آب ۲۲/۵°C را با ۱۵۰g آب ۴۰°C مخلوط می‌کنیم. پس از تعادل گرمایی، دمای آب به چند درجهٔ سلسیوس می‌رسد؟ تجربی - ۹۲

۱) ۲۷/۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۲ ۴) ۳۲/۵

گزینهٔ ۲

۹۶۲ A ۳

خط فکری جرم هر لیتر آب ۱kg است. بعد از برقراری تعادل ۶۰L یعنی ۶۰kg آب ۴۰°C داریم. بنابراین مجموع جرم دو مقدار آب ۶۰kg است. مسئله را حل کرده و جرم‌ها را به‌دست می‌آوریم عددی که برای جرم‌ها به‌دست می‌آید، همان مقدار حجم آن‌ها برحسب لیتر است.

با توجه به قانون پایستگی انرژی مجموع گرمای مبادله شده صفر است.

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1c(\theta_e-\theta_1)+m_2c(\theta_e-\theta_2)=0$$

$$\Rightarrow m_1(40-50)+m_2(40-20)=0\Rightarrow m_1=2m_2 \quad (2)$$

جمع m_1 و m_2 برابر ۶۰kg است بنابراین:

$$m_1+m_2=60\Rightarrow 2m_2+m_2=60\Rightarrow m_2=20kg, m_1=40kg$$

حجم آب ۵۰°C، ۴۰L و حجم آب ۲۰°C، ۲۰L بوده است.

بازی با سؤال m_1 کیلوگرم آب با دمای ۱۰°C را با m_2 کیلوگرم آب با دمای ۵۰°C مخلوط می‌کنیم و دمای تعادل بدون اتلاف گرما ۳۰°C می‌شود. m_2 چند برابر m_1 است؟ خارج ریاضی - ۸۸

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{3}{5}$

گزینهٔ ۱

۹۶۳ A ۴

بنابر قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow 0/8\times4200\times(\theta_e-0)=0/42\times400\times(84-\theta_e)$$

$$\Rightarrow 80\theta_e=4(84-\theta_e)\Rightarrow 84\theta_e=4\times84\Rightarrow\theta_e=4°C$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}$

بازی با سؤال یک قطعه آهن به دمای ۸۸°C و ظرفیت گرمایی ۴۲۰J/K را در یک کیلوگرم آب صفر درجهٔ سلسیوس وارد می‌کنیم. اگر اتلاف گرما ناچیز باشد، دمای تعادل چند درجهٔ سلسیوس خواهد بود؟ $(c_{آب}=4200J/kg.K)$ تجربی - ۸۹

۱) ۰/۸۸ ۲) ۸/۸ ۳) ۸ ۴) ۲۶

گزینهٔ ۳

۹۶۴ A ۳

هنگامی که تبادل گرمایی با محیط صورت نگیرد بنا به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$Q_W+Q_{Al}=0\Rightarrow m_Wc_W(\theta_e-\theta_{1W})+m_{Al}c_{Al}(\theta_e-\theta_{1Al})=0$$

$$m_W=0/3kg, m_{Al}=0/12kg, \theta_{1W}=70°C, \theta_{1Al}=20°C$$

$$c_W=4200J/kg°C, c_{Al}=900J/kg°C$$

داده‌ها را در رابطهٔ بالا قرار می‌دهیم.

$$0/3\times4200(\theta_e-70)+0/12\times900(\theta_e-20)=0$$

$$70(\theta_e-70)+6(\theta_e-20)=0\Rightarrow 70\theta_e-4900+6\theta_e-120=0$$

$$\theta_e=\frac{5020}{76}\simeq66°C\Rightarrow T_e=273+66\Rightarrow T_e=339K$$

میانبر استفاده از رابطهٔ دمای تعادل:

$$\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}$$

۹۶۵ A ۴

۱ ابتدا دمای تعادل را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1c_1(\theta_e-\theta_1)+m_2c_2(\theta_e-\theta_2)=0$$

$$\Rightarrow(70\times10^{-3})(900)(\theta_e-70)+(60\times10^{-3})(4200)(\theta_e-7/5)=0$$

$$(60\times10^{-3})(4200)(\theta_e-7/5)=(70\times10^{-3})(900)(70-\theta_e)\Rightarrow\theta_e=20°C$$

۲ اکنون گرمای مبادله شده را به‌دست می‌آوریم:

$$|Q|=|mc\Delta\theta|=|\frac{70}{1000}\times900\times(70-20)|\Rightarrow|Q|=63\times50\Rightarrow|Q|=3150J$$

تذکر چون یکاها از صورت و مخرج حذف می‌شدند، تبدیل واحد را انجام نداده‌ایم و فقط به این نکته توجه کرده‌ایم که یکاها یکسان باشند.

میانبر

$$\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}\Rightarrow\theta_e=\frac{(70\times900\times70)+(60\times4200\times7/5)}{(70\times900)+(60\times4200)}$$

$$\theta_e=\frac{70\times9\times7+6\times42\times7/5}{7\times9+6\times42}=\frac{70\times9+6\times6\times7/5}{9+6\times6}=\frac{70+30}{1+4}=20°C$$

۹۶۶ A ۲

ابتدا با توجه به حجم و چگالی داده شده جرم آلومینیم و جرم آب را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{آب: }\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow1=\frac{m_1}{540}\Rightarrow m_1=540g$$

$$\text{آلومینیم: }\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow2/7=\frac{m_2}{200}\Rightarrow m_2=540g$$

با فرض ناچیز بودن اتلاف گرمایی دمای تعادل را حساب می‌کنیم:

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1c_1(\theta_e-\theta_1)+m_2c_2(\theta_e-\theta_2)=0$$

$$\Rightarrow\frac{540}{1000}\times4200\times(\theta_e-20)+\frac{540}{1000}\times900(\theta_e-100)=0$$

$$\Rightarrow\frac{540}{1000}\times4200(\theta_e-20)=\frac{540}{1000}\times900\times(100-\theta_e)\Rightarrow\theta_e\simeq34°C$$

نکته دقت کنید که اگر یکای گرمای ویژه به صورت J/g.K داده شد با ضرب عدد در ۱۰۰۰ یکا را به SI تبدیل کرده و به J/kg.K می‌رسانیم.

میانبر

$$\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}\Rightarrow\theta_e=\frac{540\times4/2\times20+540\times0/9\times100}{540\times4/2+540\times0/9}$$

$$\Rightarrow\theta_e=\frac{4/2\times20+0/9\times100}{4/2+0/9}\Rightarrow\theta_e=\frac{84+90}{5/1}=\frac{174}{5/1}\simeq34°C$$

بازی با سؤال یک ظرف عایق گرما حاوی ۸۰g آب ۱۱/۵°C است. یک قطعه مس به جرم ۴۲۰g و دمای ۱۰۰°C را در این ظرف می‌اندازیم. اگر فقط بین آب و مس تبادل گرما صورت گیرد و $c_{آب}=4200J/kg.K$ و $c_{مس}=380J/kg.K$ باشد، تا برقراری تعادل گرمایی، دمای آب چند کلوین افزایش می‌یابد؟ خارج تجربی - ۹۳

۱) ۲۸/۵ ۲) ۴۰ ۳) ۳۱۳ ۴) ۳۰۱/۵

گزینهٔ ۱

۹۶۷ B ۴

گرما بین آب‌ها و ظرف تبادل می‌شود:

$$Q_{آب}+Q'_{آب}+Q_{ظرف}=0$$

$$\Rightarrow m_Wc_W\Delta\theta_W+m'_Wc_W\Delta\theta'_W+m_{ظرف}c_{ظرف}\Delta\theta_{ظرف}=0$$

$$0/08\times4200\times(\theta_e-20)+0/02\times4200\times(\theta_e-80)+0/3\times400\times(\theta_e-32)=0$$

دو طرف را بر ۳۰۰ تقسیم می‌کنیم:

$$0/08\times14\times(\theta_e-20)+0/02\times14\times(\theta_e-80)+0/4\times(\theta_e-32)=0$$

$$\Rightarrow1/12\theta_e-22/4+0/28\theta_e-22/4+0/4\theta_e-12/8=0$$

$$\Rightarrow1/8\theta_e=57/6\Rightarrow\theta_e=32°C$$

۹۶۸ B ۱

مجموع گرمای مبادله شده بین فلز، مس و آب تا رسیدن به حالت تعادل را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$Q_{آب}+Q_{مس}+Q_{فلز}=۰$$

$$m_{آب}c_{آب}(\theta_e-\theta_{آب})+m_{مس}c_{مس}(\theta_e-\theta_{مس})+m_{فلز}c_{فلز}(\theta_e-\theta_{فلز})=۰$$

$$۰/۵\times۴۲۰۰(۲۵-۲۰)+۰/۴\times۴۲۰(۲۵-۵۰)+۰/۲c_{فلز}(۲۵-۶۰)=۰$$

$$۲۱۰۰\times۵+۱۶۸\times(-۲۵)=۷c_{فلز}\Rightarrow c_{فلز}=\frac{۱۰۵۰۰-۴۲۰۰}{۷}=۹۰۰J/kg.K$$

با توجه به جدول داده شده فلز به کار رفته آلومینیم است.

۹۶۹ B ۲

بنا به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$Q_{آب}+Q_{مس}+Q_{فلز}=۰$$

$$m_{آب}c_{آب}(\theta_e-\theta_{آب})+m_{مس}c_{مس}(\theta_e-\theta_{مس})+C_{فلز}(\theta_e-\theta_{فلز})=۰$$

$$m_{آب}=۵۲۰g=۰/۵۲kg \quad , \quad m_{مس}=۰/۱kg$$

$$c_{آب}=۴۲۰۰J/kg^\circ C \ , \ \theta_{آب}=۱۵^\circ C \ , \ \theta_{مس}=۵۰^\circ C$$

$$\theta_{فلز}=۶۰^\circ C \ , \ c_{مس}=۴۰۰J/kg^\circ C \ , \ \theta_e=۲۰^\circ C$$

$$۰/۵۲\times(۴۲۰۰)(۲۰-۱۵)+۰/۱\times۴۰۰(۲۰-۵۰)+C(۲۰-۶۰)=۰$$

$$۵۲\times۴۲\times(۵)+۴۰\times(-۳۰)+C(-۴۰)=۰$$

$$۵۲\times۴۲+۸(-۳۰)-۸C=۰\Rightarrow C=\frac{۲۱۸۴-۲۴۰}{۸}\Rightarrow C=۲۴۳J/^\circ C$$

۹۷۰ B ۴

تا اینجا سؤالات را با راه حل پایستگی انرژی حل کردیم. این تست را با راه حل تستی که در سؤالات قبلی هم ذکر کردیم حل می‌کنیم.

دمای تعادل چند جسم که در تبادل گرمایی به تعادل می‌رسند برابر است با:

$$\theta=\frac{m_Ac_A\theta_A+m_Bc_B\theta_B+m_Cc_C\theta_C}{m_Ac_A+m_Bc_B+m_Cc_C}$$

با توجه به داده‌های مسئله $m_A=m_B=m_C$ و برای گرمای ویژه داریم $c_A=۳c_C, c_B=\frac{۳}{۲}c_C$ و دمای اولیه آن‌ها $\theta_A=۱۵^\circ C$ و $\theta_B=۲۰^\circ C$ است و دمای تعادل $۲۵^\circ C$، مسئله با جایگذاری قابل حل است. جرم‌ها از صورت و مخرج حذف می‌شوند.

$$۲۵=\frac{۳c_C\times۱۵+\frac{۳}{۲}c_C\times۲۰+c_C\times\theta_C}{۳c_C+\frac{۳}{۲}c_C+c_C}$$

c_C از صورت و مخرج حذف می‌شود.

$$۲۵=\frac{۴۵+۳۰+\theta_c}{\frac{۱۱}{۲}}\Rightarrow ۲۵\times\frac{۱۱}{۲}=۷۵+\theta_c\Rightarrow\theta_c=۶۲/۵^\circ C$$

۹۷۱ B ۴

خط فکری هر گاه در یک مسئله دماهای مختلف برحسب یکاهای متفاوت بیان شود، اولین کار تبدیل همهٔ یکاها به یک یکای مشخص است که معمولاً آن یکا، درجه‌بندی سلسیوس است.

دمای تعادل را برحسب درجه‌بندی سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow ۱۱۳=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow ۸۱=\frac{۹}{۵}\theta\Rightarrow\theta_e=۴۵^\circ C$$

۱ با توجه به پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_A+Q_B=۰\Rightarrow m_Ac_A(\theta_e-\theta_A)+m_Bc_B(\theta_e-\theta_B)=۰$$

$$\Rightarrow ۴۰۰\times۳/۲(۴۵-۵۰)+۲۰۰\times۴(۴۵-\theta_B)=۰$$

$$\Rightarrow ۳/۲\times(-۵)+۹۰-۲\theta_B=۰\Rightarrow ۷۴=۲\theta_B\Rightarrow\theta_B=۳۷^\circ C$$

۲ دمای T برحسب کلوین خواسته شده: $T=۲۷۳+۳۷=۳۱۰K$

۹۷۲ B ۲

۱ ابتدا رابطهٔ بین گرمای ویژهٔ مایع A و B را به‌دست می‌آوریم، با مخلوط کردن جرم یکسان از دو مایع A و B دمای تعادل آن‌ها $۳۰^\circ C$ شده است، از این‌رو می‌توان نوشت: $Q_A+Q_B=۰\Rightarrow mc_A(۳۰-۸۰)+mc_B(۳۰-۲۰)=۰\Rightarrow c_B=۵c_A$

۲ اکنون دمای تعادل در حالت دوم را به‌دست می‌آوریم که در آن جرم A دو برابر جرم مایع B $(m_A=۲m_B)$ است:

$$Q_A+Q_B=۰\Rightarrow ۲mc_A(\theta_e-۸۰)+mc_B(\theta_e-۲۰)=۰\xrightarrow{c_B=۵c_A}$$

$$\Rightarrow ۲\theta_e-۱۶۰+۵\theta_e-۱۰۰=۰\Rightarrow ۷\theta_e=۲۶۰\Rightarrow\theta_e=\frac{۲۶۰}{۷}^\circ C$$

۹۷۳ B ۲

رابطهٔ دمای تعادل را می‌نویسیم:

$$\theta_e=\frac{m_۱c_۱\theta_۱+m_۲c_۲\theta_۲}{m_۱c_۱+m_۲c_۲}\Rightarrow ۵۰=\frac{m_۱\times۴۰+۱\times۸۰}{m_۱+۱}\Rightarrow m_۱=۳kg$$

اکنون ۴kg آب در دمای تعادل $۵۰^\circ C$ داریم، دمای تعادل جدید را به‌دست می‌آوریم:

$$\theta_e=\frac{۴\times۵۰+۱\times۸۰}{۴+۱}=\frac{۲۸۰}{۵}=۵۶^\circ C$$

۹۷۴ B ۳

با توجه به پایستگی انرژی، گرمایی که لیوان از دست می‌دهد با گرمایی که آب دریافت می‌کند تا به تعادل برسند باهم برابر است:

$$Q_{Al}=Q_W\Rightarrow m_{Al}c_{Al}\Delta\theta_{Al}=m_Wc_W\Delta\theta_W$$

با توجه به فرض مسئله $\Delta\theta_W=\frac{۲۰}{۱۰۰}\Delta\theta_{Al}$ است، بنابراین:

$$m_{Al}c_{Al}\Delta\theta_{Al}=m_Wc_W(\frac{۲۰}{۱۰۰}\Delta\theta_{Al})\xrightarrow[c_W=۴۲۰۰J/kg.K]{m_{Al}=۲۱۰g,c_{Al}=۹۰۰J/kg.K}$$

$$۲۱۰\times۹۰۰=m_W\times۴۲۰۰\times\frac{۲۰}{۱۰۰}\Rightarrow m_W=\frac{۹۰۰}{۴}\Rightarrow m_W=۲۲۵g$$

۹۷۵ B ۱

مجموع گرمای مبادله شده بین میلهٔ آلومینیمی و آب تا رسیدن به حالت تعادل را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$Q_{Al}+Q_W=۰\Rightarrow m_{Al}c_{Al}(\theta_e-\theta_{Al})+m_Wc_W(\theta_e-\theta_W)=۰$$

داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم.

$$m_{Al}=۲/۵kg, m_{آب}=۱/۵kg$$

$$c_{آب}=۴۲۰۰J/kg.K, c_{Al}=۹۰۰J/kg^\circ C$$

$$۲/۵\times۹۰۰(\theta_e-۵)+۱/۵\times۴۲۰۰(\theta_e-۱۰۰)=۰$$

$$\Rightarrow\theta_e=\frac{۲/۵\times۹۰۰\times۵+۱/۵\times۴۲۰۰\times۱۰۰}{۲/۵\times۹۰۰+۱/۵\times۴۲۰۰}=۷۵^\circ C$$

اکنون به کمک رابطهٔ انبساط طولی افزایش طول آلومینیم را به‌دست می‌آوریم:

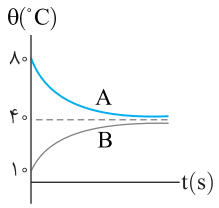
$$\Delta L=L_۱\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta L=۲۰۰\times۲۳\times۱۰^{-۶}\times(۷۵-۵)=۰/۳۲۲cm$$

میانبر دمای تعادل را می‌توان از رابطهٔ زیر به‌دست آورد.

$$\theta=\frac{m_۱c_۱\theta_۱+m_۲c_۲\theta_۲}{m_۱c_۱+m_۲c_۲}$$

۹۷۶ B ۱

خط فکری چون نسبت ظرفیت‌های گرمایی خواسته شده است، از رابطهٔ گرما به صورت $Q=C\Delta\theta$ استفاده می‌کنیم.



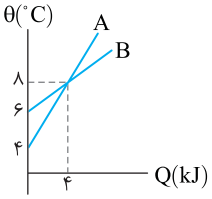
با توجه به نمودار دمای اولیهٔ A، $۸۰^\circ C$، دمای اولیهٔ B، $۱۰^\circ C$ و دمای تعادل آن‌ها $۴۰^\circ C$ است و مجموع گرمای مبادله شده بین A و B صفر است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$Q_A+Q_B=۰\Rightarrow C_A\Delta\theta_A+C_B\Delta\theta_B=۰$$

$$\Rightarrow C_A(۴۰-۸۰)+C_B(۴۰-۱۰)=۰\Rightarrow\frac{C_A}{C_B}=\frac{۳}{۴}$$

B ۲ ۹۷۷

خط فکری ابتدا از روی نمودارهای $\theta-Q$، ظرفیت گرمایی دو جسم را به‌دست می‌آوریم، سپس با نوشتن رابطهٔ تعادل گرمایی، دمای تعادل را به‌دست می‌آوریم:



۱ ظرفیت گرمایی دو جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=C\Delta\theta\Rightarrow C=\frac{Q}{\Delta\theta}\Rightarrow\begin{cases}C_A=\dfrac{Q}{\Delta\theta_A}\Rightarrow C_A=\dfrac{۴۰۰۰}{۸-۴}=۱۰۰۰\,J/^\circ C\\ C_B=\dfrac{Q}{\Delta\theta_B}=\dfrac{۴۰۰۰}{۸-۶}=۲۰۰۰\,J/^\circ C\end{cases}$$

۲ رابطهٔ تعادل گرمایی را می‌نویسیم:

$$Q_A+Q_B=۰\Rightarrow C_A\Delta\theta_A+C_B\Delta\theta_B=۰$$
$$\Rightarrow ۱۰۰۰\times(\theta_e-۶۰)+۲۰۰۰(\theta_e-۱۰)=۰$$
$$\Rightarrow\theta_e-۶۰+۲\theta_e-۲۰=۰\Rightarrow\theta_e=\frac{۸۰}{۳}{}^\circ C$$
$$\Rightarrow F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow F=\frac{۹}{۵}\times\frac{۸۰}{۳}+۳۲=۴۸+۳۲=۸۰^\circ F$$

B ۴ ۹۷۸

خط فکری هر گاه دو جسم که باهم در تماس هستند در اثر تبادل گرمایی به دمای تعادل برسند، دمای تعادل به دمای اولیه جسمی که دارای ظرفیت گرمایی بیشتری است نزدیک‌تر خواهد شد زیرا هر چه ظرفیت گرمایی جسم بزرگ‌تر باشد، تغییر دمای آن کمتر است.

با توجه به خط فکری بیان شده در شکل (الف) که $C_A=C_B$ است، دمای تعادل برابر میانگین دمای اولیه دو جسم A و B است و نمودار (الف) درست است. در نمودار (ب) چون $C_A>C_B$ است، دمای تعادل باید به θ_A نزدیک‌تر باشد که چنین است و در نمودار (پ) نیز چون $C_A<C_B$ است دمای تعادل باید به θ_B نزدیک‌تر باشد که چنین است.

یادداشت ریاضی اما اکنون مسئله را به صورت ریاضی نیز حل می‌کنیم. با توجه به نمودارها، $\theta_A>\theta_B$ است و دمای تعادل قطعاً از θ_A کوچک‌تر و از θ_B بزرگ‌تر است $\theta_A<\theta_e<\theta_B$

مجموع گرمای مبادله شده بین دو جسم را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$Q_A+Q_B=۰\Rightarrow C_A(\theta_e-\theta_A)+C_B(\theta_e-\theta_B)=۰$$
$$\Rightarrow C_A(\theta_A-\theta_e)=C_B(\theta_e-\theta_B)$$

۱ اگر $C_A=C_B$ باشد: $\theta_A-\theta_e=\theta_e-\theta_B\Rightarrow\theta_e=\dfrac{\theta_A+\theta_B}{۲}$

نمودار (الف) درست است.

۲ اگر $C_A>C_B$ باشد: $\theta_A-\theta_e<\theta_e-\theta_B\Rightarrow\theta_e>\dfrac{\theta_A+\theta_B}{۲}$

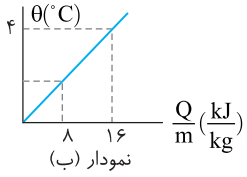
نمودار (ب) درست است.

۳ اگر $C_A<C_B$ باشد: $\theta_A-\theta_e>\theta_e-\theta_B\Rightarrow\theta_e<\dfrac{\theta_A+\theta_B}{۲}$

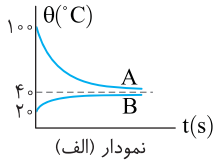
نمودار (پ) درست است.

نکتهٔ مهم دقت کنید که $\theta_B<\theta_e$ و $\theta_A>\theta_e>\theta_B$ است و در نوشتن تغییرات دمای A، $\Delta\theta_A$ را باید $\theta_A-\theta_e$ بنویسیم و در نوشتن $\Delta\theta_B$ باید $\theta_e-\theta_B$ بنویسیم.

بازی با سؤال دو مادهٔ A و B با دماهای اولیهٔ مختلف را در ظرف عایقی قرار می‌دهیم. نمودار (الف) تغییر دمای آن‌ها را برحسب زمان نشان می‌دهد و نمودار (ب) برای مادهٔ B رسم شده است. گرمای ویژهٔ A در SI کدام است؟ $(m_A=۵kg\,,\,m_B=۱/۵kg)$



نمودار (ب)



نمودار (الف)

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۳۰۰

گزینهٔ ۳

A ۲ ۹۷۹

گرماسنج بمبی نوعی گرماسنج است که از آن برای تعیین ارزش غذایی مواد با اندازه‌گیری انرژی آزاده شدهٔ آن‌ها در حین سوختن استفاده می‌شود، بنابراین گزاره (الف) درست است. نمونه‌ای که جرم آن به دقت اندازه‌گیری شده است در ظرف سربسته‌ای که محتوی **اکسیژن** است قرار داده می‌شود، بنابراین گزاره (ب) نادرست است. سپس این محفظه در آب یک گرماسنج قرار داده می‌شود و توسط جریان الکتریکی عبوری از یک سیم نازک، نمونهٔ داخل آن سوزانده می‌شود. بنابراین گزاره (پ) نادرست است. با اندازه‌گیری تغییر دمای آب، انرژی حاصل از احتراق مادهٔ مورد نظر را به‌دست می‌آورند که تقریباً معادل انرژی آزاد شده ماده است. در نتیجه تنها گزاره (الف) درست است.

A ۱ ۹۸۰

خط فکری گرمای ویژه یک جسم مقدار گرمایی است که به یکای جرم جسم داده می‌شود تا دمایش ۱K بالا برود، بنابراین هرچه گرمای ویژهٔ جسمی بیشتر باشد، باید گرمای بیشتری دریافت کند تا دمایش ۱K بالا برود یعنی اگر به دو جسم با گرمای ویژهٔ متفاوت گرمای یکسانی بدهیم، دمای جسمی که گرمای ویژهٔ بیشتری دارد کمتر بالا می‌رود. با توجه به این نکتهٔ فیزیکی به تحلیل مسئله بپردازید.

گرمای ویژه آلومینیم از دو برابر گرمای ویژهٔ مس بیشتر است از این‌رو وقتی آلومینیم در آب ۵۰°C قرار می‌گیرد و با آن تبادلی گرمایی انجام می‌دهد، افزایش دمای آن از افزایش دمای مس کمتر است و دمای تعادل آلومینیم با آب از دمای تعادل مس با آب کمتر خواهد بود.

A ۴ ۹۸۱

انرژی آزاد شده از مادهٔ غذایی سبب بالا رفتن دمای آب شده پس انرژی آزاد شدهٔ ماده غذایی برابر گرمای داده شده به آب است:

$$Q=mc\Delta\theta=۰/۲\times۴۲۰۰\times(۲۰-۱۵)=۴۲۰۰J=۴/۲kJ$$

B ۲ ۹۸۲

۶۰۰ گرم آب ۲۰°C درون گرماسنج به این معنی است که دمای اولیه گرماسنج نیز ۲۰°C است. قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$Q_{W_۱}+Q_{W_۲}+Q_C=۰\Rightarrow m_۱c(\theta_e-\theta_{W_۱})+m_۲c(\theta_e-\theta_{W_۲})+C(\theta_e-\theta_۱)=۰$$
$$\xrightarrow{\theta_e=۳۶^\circ C,\theta_{W_۲}=۸۰^\circ C,m_{W_۲}=۴۰۰g}$$
$$\frac{۶۰۰}{۱۰۰۰}\times۴۲۰۰(۳۶-۲۰)+\frac{۴۰۰}{۱۰۰۰}\times۴۲۰۰(۳۶-۸۰)+C(۳۶-۲۰)=۰$$
$$۰/۶\times۴۲۰۰\times(۱۶)+۰/۴\times۴۲۰۰(-۴۴)+C(۱۶)=۰\Rightarrow C=۲۱۰۰J/^\circ C$$

میانبر: استفاده از رابطهٔ دمای تعادل $\theta_e=\dfrac{m_۱c_۱\theta_۱+m_۲c_۲\theta_۲+C\theta_e}{m_۱c_۱+m_۲c_۲+C}$

A ۴ ۹۸۳

خط فکری برای به‌دست آوردن دمای تعادل کافی است مجموع گرمای مبادله شده بین اجسام در تماس باهم را برابر صفر قرار دهیم. در ضمن دقت کنید دمای اولیه گرماسنج و آب درون آن باهم برابر است.

بنا بر قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{فلز}}+Q_{\text{آب}}+Q_{\text{گرماسنج}}=0$$

$$\Rightarrow m_{\text{فلز}}c_{\text{فلز}}(\theta_e-\theta_{\text{فلز}})+m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e-\theta_{\text{آب}})+C_{\text{گرماسنج}}(\theta_e-\theta_{\text{گرماسنج}})=0$$

$$\xrightarrow[m_{\text{آب}}=0/5\text{kg},\,m_{\text{فلز}}=0/8\text{kg}]{\theta_{\text{آب}}=\theta_{\text{گرماسنج}}=20^\circ C,\,\theta_e=25^\circ C,\,C=180\text{J/K},\,c_{\text{آب}}=4200\text{J/kg.K}}$$

$$0/8\times c_{\text{فلز}}(25-100)+0/5\times4200(25-20)+180(25-20)=0$$

$$\Rightarrow -60c_{\text{فلز}}+10500+900=0\Rightarrow c_{\text{فلز}}=\frac{11400}{60}\Rightarrow c_{\text{فلز}}=190\text{J/kg}^\circ C$$

۳ ۹۸۴ A

۱ مجموع گرمای مبادله شده بین گرماسنج و آب و قطعه بنا به پایستگی انرژی صفر است.

$$Q_{\text{آب}}+Q_{\text{قطعه}}+Q_{\text{گرماسنج}}=0$$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e-\theta_{۱\text{آب}})+m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e-\theta_{۲\text{آب}})$$

$$+m_{\text{قطعه}}c_{\text{قطعه}}(\theta_e-\theta_{\text{قطعه}})+m_{\text{مس}}c_{\text{مس}}(\theta_e-\theta_{\text{مس}})=0$$

۲ اکنون داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم.

$$\Rightarrow\frac{50}{1000}\times c_{\text{آب}}\times(52-30)+\frac{100}{1000}\times c_{\text{آب}}\times(52-74)+\frac{80}{1000}\times c_{\text{قطعه}}\times(52-30)$$

$$+\frac{200}{1000}\times c_{\text{مس}}\times(52-30)=0$$

۳ با توجه به اینکه گرمای ویژهٔ مس $\frac{1}{10}$ گرمای ویژهٔ آب بوده، در معادلهٔ بالا به جای $c_{\text{مس}}$، $\frac{c_{\text{آب}}}{10}$ قرار می‌دهیم:

$$\frac{5c_{\text{آب}}\times22}{100}-\frac{10c_{\text{آب}}\times22}{100}+\frac{8c_{\text{قطعه}}\times22}{100}+\frac{2c_{\text{آب}}\times22}{100}=0\Rightarrow\frac{8c_{\text{قطعه}}}{100}=\frac{3c_{\text{آب}}}{100}$$

$$\Rightarrow c_{\text{قطعه}}=\frac{3}{8}\times4000=1500\text{J/kg.K}$$

۲ ۹۸۵ B

قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$Q_1+Q_2+Q_{\text{اتلافی}}=0\Rightarrow C_1\Delta\theta_1+C_2\Delta\theta_2+Q_{\text{اتلافی}}=0$$

$$\Rightarrow800\times(50-60)+1600\Delta\theta_2=-4000\Rightarrow1600\Delta\theta_2=4000\Rightarrow\Delta\theta_2=2/5C$$

دمای نهایی جسم برابر است با: $50-\theta=2/5\Rightarrow\theta=47/5^\circ C$

۲ ۹۸۶ B

خط فکری اگر در حین تبادل گرما، مجموعه گرمای Q' را با محیط مبادله کند:

$$Q_1+Q_2+\cdots=Q'\Rightarrow\begin{matrix}Q'<0\text{ گرما ازدست‌داده باشد }Q'\\ Q'>0\text{ گرما گرفته باشد }Q'\end{matrix}$$

با توجه به خط فکری معادله را می‌نویسیم: $Q_1+Q_2=Q'$

Q' گرمای اتلافی بوده و $Q'=-126\text{kJ}$ است:

$$m_1c_1(\theta_e-\theta_1)+m_2c_2(\theta_e-\theta_2)=Q'$$

$$\Rightarrow m_1\times4200\times(50-80)+1\times4200\times(50-20)=-126000$$

$$\Rightarrow-126000m_1+126000=-126000\Rightarrow m_1=2\text{kg}$$

بازی با سؤال یک گلولهٔ فلزی به دمای $100^\circ C$ را درون 2kg آب صفر درجهٔ سلسیوس می‌اندازیم. اگر $\frac{1}{6}$ گرمایی که گلوله از دست می‌دهد به محیط اطراف داده شود و دمای تعادل $20^\circ C$ گردد، ظرفیت گرمایی گلوله چند $J/^\circ C$ است؟ $(c_{\text{آب}}=4200\text{J/kg}^\circ C)$

۱) ۲۵۲ ۲) ۱۲۶۰۰ ۳) ۱۲۶۰ ۴) ۲۵۲۰

گزینه ۴

۱ ۹۸۷ B

۲۰ درصد از گرمای جسم به محیط اطراف داده شده بنابراین ۸۰ درصد این گرما به آب می‌رسد. دقت کنید که جسم گرما از دست داده و آب ۸۰ درصد از این گرما را گرفته

بنابراین نوشت: $\frac{80}{100}|Q_{\text{جسم}}|=Q_{\text{آب}}\Rightarrow0/8|C_{\text{جسم}}\Delta\theta_{\text{جسم}}|=mc\Delta\theta_{\text{آب}}$

اگر دمای تعادل را با θ_e نشان دهیم، این دما از دمای جسم $70^\circ C$ کوچک‌تر و از دمای آب $0^\circ C$ بیشتر است:

$$0/8\times437/5\times(70-\theta_e)=0/5\times4200\times(\theta_e-0)$$

$$\Rightarrow70-\theta_e=6\theta_e\Rightarrow7\theta_e=70\Rightarrow\theta_e=10^\circ C$$

۲ ۹۸۸ B

ابتدا معادلهٔ تعادل گرمایی را می‌نویسیم:

C_1: ظرفیت گرمایی ظرف ، C_2: ظرفیت گرمایی مایع

C_3: ظرفیت گرمایی فلز ، $Q_T=0$

$$C_1(\theta_e-\theta_1)+C_2(\theta_e-\theta_2)+C_3(\theta_e-\theta_3)+Q=0$$

$$\Rightarrow90(9-3)+630(9-3)+C_3(9-45)+1800=0\Rightarrow540+3780-36C_3+1800=0$$

$$\Rightarrow5400+3780+1800=36C_3\Rightarrow C_3=170\text{J/}^\circ C$$

ظرفیت گرمایی حاصل‌ضرب جرم جسم در گرمای ویژهٔ آن است بنابراین:

$$C_3=m_{\text{فلز}}\times c_{\text{فلز}}\Rightarrow170=0/5\times c\Rightarrow c_{\text{فلز}}=340\text{J/kg.}^\circ C$$

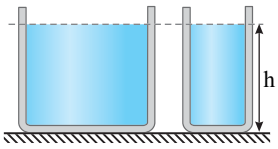
پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

۴ ۹۸۹ B

یادآوری انرژی درونی یک جسم، مجموع انرژی‌های ذره‌های تشکیل دهندهٔ آن است. معمولاً با گرم‌تر شدن یک جسم انرژی درونی آن بالا می‌رود.

بنابراین انرژی درونی جسم به دمای جسم و تعداد ذرات تشکیل دهندهٔ آن بستگی دارد. دمای یک جسم بیانگر میانگین انرژی جنبشی ذرات آن است یعنی هر چه دمای جسم بالاتر باشد، میانگین انرژی جنبشی ذرات آن بیشتر است.

ظرفیت گرمایی برابر $C=mc$ است و چون جرم آب ظرف B از جرم آب ظرف A کمتر است، ظرفیت گرمایی آب در ظرف B کمتر از ظرف A است و گزینهٔ (۱) نادرست است.



تعداد مولکول‌های آب در ظرف A در دمای $20^\circ C$ از تعداد مولکول‌های آب در ظرف B بیشتر است، بنابراین انرژی درونی ظرف‌ها یکی نیست و گزینه (۲) نادرست است.

فشار آب هر دو ظرف بر کف آن‌ها برابر $P=\rho gh$ است، اما چون مساحت کف ظرف B کمتر است، نیروی وارد بر کف ظرف B کوچک‌تر است $(F=\rho ghA)$ و گزینهٔ (۳) نادرست است.

دمای آب ظرف A و B باهم برابر است، از این‌رو میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آن‌ها یکی است و گزینهٔ (۴) درست است.

۳ ۹۹۰ B

خط فکری به کمک رابطهٔ گرما، گرمای داده شده به جسم را به‌دست می‌آوریم، سپس گرما را برحسب کالری حساب می‌کنیم.

۱ دقت کنید یکای گرمای ویژه به صورت $J/kg^\circ F$ داده شده، بنابراین در رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ تغییرات دما نیز باید برحسب فارنهایت قرار گیرد.

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\xrightarrow{\Delta\theta=\Delta T=100}\Delta F=\frac{9}{5}\times100=180^\circ F$$

۲ گرمای داده شده به فلز برابر است با:

$$Q=mc\Delta F\Rightarrow Q=\frac{175}{1000}\times400\times180\Rightarrow Q=12600\text{J}$$

۳ گرما را برحسب کالری حساب می‌کنیم. $12600\text{J}\times\frac{1\text{cal}}{4/2\text{J}}=3000\text{ cal}$

B ۹۹۱ ۲

توان گرمایی گرمکن ثابت است $(P_۱=P_۲)$ و در یک مدت معین $(t_۱=t_۲)$ گرمایی که به $m_۱$ و گرمایی که به $m_۲$ می‌دهد $(Q=Pt)$ باهم برابر است.

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\xrightarrow[P_۱=P_۲]{t_۱=t_۲}Q_۱=Q_۲$$

$$\xrightarrow{Q=mc\Delta\theta} m_۱c(۳۶-۳۰)=m_۲c(۴۲-۳۰)$$

$$\Rightarrow ۶m_۱=۱۲m_۲\Rightarrow m_۱=۲m_۲$$

وقتی آب‌ها را با هم مخلوط می‌کنیم، جرم کل مخلوط خواهد شد:

$$m=m_۱+m_۲\Rightarrow m=۲m_۲+m_۲\Rightarrow m=۳m_۲$$

در حالتی که دو مایع را باهم مخلوط می‌کنیم چون زمان دادن گرما $۲t_۱$ است یعنی دو برابر حالت‌های قبلی است گرما داده شده به مخلوط دو برابر مقدار گرمای حالت‌های قبلی است بنابراین خواهیم داشت.

$$Q=Pt\xrightarrow[P=\text{ثابت}]{t=۲t_۱}Q=۲Q_۲\Rightarrow mc\Delta\theta=۲(m_۲c(\Delta\theta_۲))$$

$$\xrightarrow{m=۳m_۲}۳m_۲c(\theta-۳۰)=۲m_۲c(۴۲-۳۰)$$

$$\Rightarrow ۳\theta-۹۰=۲۴\Rightarrow ۳\theta=۱۱۴\Rightarrow\theta=۳۸^\circ C\Rightarrow\Delta\theta=۳۸-۳۰=۸^\circ C$$

B ۹۹۲ ۲

خط فکری ۰/۱ کار نیروی وزن صرف افزایش دمای جسم ۱۰ کیلوگرمی و ۰/۹ کار نیروی وزن با توجه به اتصال آن به همزن صرف افزایش دمای آب می‌شود.

۱ گرمایی که جسم ۱۰kg دریافت می‌کند:

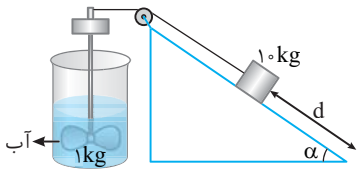
$$۰/۱W_{mg}=Q_{\text{جسم}}\Rightarrow ۰/۱\times(W_{mg})=۱۰\times۴۰۰\times\Delta\theta_{\text{جسم}}$$

۲ گرمایی که ۱kg آب دریافت می‌کند:

$$۰/۹W_{mg}=Q_{\text{آب}}\Rightarrow ۰/۹(W_{mg})=۱\times۴۰۰۰\times\Delta\theta_{\text{آب}}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$۹=\frac{۱\times۴۰۰۰\times\Delta\theta_{\text{آب}}}{۱۰\times۴۰۰\times\Delta\theta_{\text{جسم}}}\Rightarrow\frac{\Delta\theta_{\text{آب}}}{\Delta\theta_{\text{جسم}}}=۹$$



B ۹۹۳ ۳

خط فکری مقدار انبساط میله‌ها به دو عامل طول اولیه میله و افزایش دمای میله‌ها بستگی دارد. البته گرمای ویژه و ضریب انبساط دمایی هر دو میله یکی است.

گرمایی که به هر قسمت میله داده‌ایم برابر است. میله‌ای که طول کمتری دارد، جرم کمتری دارد و به‌همان‌نسبت افزایش دمای بیشتری دارد. $(\Delta\theta_۲>\Delta\theta_۱\xleftarrow[Q_۱=Q_۲]{m_۲<m_۱}L_۲<L_۱)$

این توضیحات را دادیم تا کمی با فضای این سؤال آشنا شوید، حالا برویم سراغ حل:

اگر فرض کنیم با دو تکه کردن میله یک میله طولش $\frac{L}{n}$ می‌شود، میله دیگر طولش $L-\frac{L}{n}=\frac{n-۱}{n}L$ اگر جرم کل میله m باشد، جرم آن‌ها به ترتیب $\frac{m}{n}$ و $m-\frac{m}{n}=(\frac{n-۱}{n})m$ خواهد شد.

به کمک رابطهٔ گرماسنجی رابطهٔ تغییر دمای دو جسم را حساب می‌کنیم.

$$Q=m_۱c\Delta\theta_۱\xrightarrow{m_۱=\frac{m_{\text{کل}}}{n}}Q=\frac{m_{\text{کل}}}{n}\times c\times\Delta\theta_۱$$

$$Q=m_۲c\Delta\theta_۲\xrightarrow{m_۲=\frac{n-۱}{n}m_{\text{کل}}}Q=\frac{n-۱}{n}m_{\text{کل}}\times c\times\Delta\theta_۲\Rightarrow\Delta\theta_۱=(n-۱)\Delta\theta_۲$$

$\frac{L}{n}$ و $\frac{m}{n}$

(۱)

(۲)

$\frac{n-۱}{n}L$ و $\frac{n-۱}{n}m$

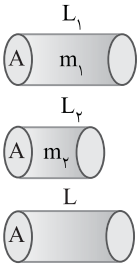
با توجه به رابطه انبساط طولی خواهیم داشت:

$$\Delta L=L\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta L_۲=\frac{n-۱}{n}L\alpha\Delta\theta_۲\ ,\ \Delta L_۱=\frac{L}{n}\alpha\Delta\theta_۱$$

$$\Rightarrow\Delta L_۱=\frac{L}{n}\alpha(n-۱)\Delta\theta_۲=\frac{n-۱}{n}L\alpha\Delta\theta_۲=\Delta L_۲$$

روش دیگر:

۱ گرمای داده شده به هر دو تکه میله یکسان است:



$$Q_۱=Q_۲\Rightarrow m_۱c_۱\Delta\theta_۱=m_۲c_۲\Delta\theta_۲$$

$$\xrightarrow[c_۱=c_۲]{\text{دو تکه میله هم‌جنس‌اند}}m_۱\Delta\theta_۱=m_۲\Delta\theta_۲$$

۲ جرم میله m را می‌توان از رابطهٔ چگالی و استفاده از حجم به‌دست آورد:

$$m=\rho V\Rightarrow m=\rho AL$$

۳ در رابطهٔ اول به‌دست آمده به جای m، ρAL قرار می‌دهیم:

$$\rho_۱A_۱L_۱\Delta\theta_۱=\rho_۲A_۲L_۲\Delta\theta_۲$$

$$\xrightarrow[A_۱=A_۲\text{ دو تکه میله سطح مقطع یکسانی دارند}]{\rho_۱=\rho_۲\text{ دو تکه میله هم‌جنس‌اند}}L_۱\Delta\theta_۱=L_۲\Delta\theta_۲$$

۴ تغییرات طول برابر $\Delta L=L\alpha\Delta\theta$ است که چون دو تکه میله هم‌جنس‌اند $\alpha_۱=\alpha_۲$ بوده و با توجه به رابطهٔ قبل $L_۱\Delta\theta_۱=L_۲\Delta\theta_۲$ شده، بنابراین $\Delta L_۱=\Delta L_۲$ می‌شود.

بنابراین تغییرات طول هر دو میله یکسان است.

میانبر البته چون سؤال کلی گفته است شما می‌توانید یک حالت خاص را مثال بزنید و سؤال را حل کنید:

$$Q_۱=Q_۲\xrightarrow[m_۲=\frac{۲m}{۳}]{m_۱=\frac{m}{۳}}\Delta\theta_۱=۲\Delta\theta_۲$$

حال با توجه به رابطهٔ انبساط طولی داریم:

$$\Delta L=L\Delta\theta\begin{cases}\xrightarrow{\Delta\theta_۱=۲\Delta\theta_۲}\Delta L_۱=\frac{L}{۳}\alpha\Delta\theta_۱=\frac{۲L}{۳}\alpha\Delta\theta_۲\\ \Delta L_۲=\frac{۲L}{۳}\alpha\Delta\theta_۲\end{cases}\Rightarrow\Delta L_۱=\Delta L_۲$$

$\frac{L}{۳}$ و $\frac{m}{۳}$

(۱)

(۲)

$\frac{۲L}{۳}$ و $\frac{۲m}{۳}$

B ۹۹۴ ۴

خط فکری گرمای داده شده به دو گوی هم‌جنس $(c_A=c_B)$ یکسان است و چون افزایش دمای گوی B کمتر از افزایش دمای گوی A است $(\Delta\theta_B=\frac{۲۶}{۲۷}\Delta\theta_A)$، قطعاً جرم گوی B بیشتر است. در نتیجه گوی B باید توپر و گوی A که جرم کمتری دارد باید توخالی باشد. اما با محاسبات عددی هم این نتیجه را بررسی کنیم.

$$Q_A=Q_B\xrightarrow{Q=mc\Delta\theta}m_Ac\Delta\theta_A=m_Bc\Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow m_A\Delta\theta_A=m_B(\frac{۲۶}{۲۷}\Delta\theta_A)\Rightarrow m_A=\frac{۲۶}{۲۷}m_B\Rightarrow\text{گوی A توخالی است}$$

دو جسم هم‌جنس هستند و چگالی آن‌ها یکسان است.

$$V_B=\frac{۴}{۳}\pi(\frac{d}{۲})^۳\ \text{حجم گوی توپر B}$$

$$V_A=\frac{۴}{۳}\pi\left[(\frac{d}{۲})^۳-(\frac{d'}{۲})^۳\right]\ \text{حجم فلز گوی توخالی A}$$

$$\rho_A=\rho_B\Rightarrow\frac{m_A}{V_A}=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{V_A}{V_B}\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{۲۶}{۲۷}$$

حجم‌ها را جایگزین می‌کنیم.

$$\frac{\frac{۴}{۳}\pi\left[(\frac{d}{۲})^۳-(\frac{d'}{۲})^۳\right]}{\frac{۴}{۳}\pi(\frac{d}{۲})^۳}=\frac{۲۶}{۲۷}\Rightarrow ۲۷(d)^۳-۲۷(d')^۳=۲۶d^۳$$

$$\Rightarrow d^۳=۲۷d'^۳\Rightarrow d'^۳=\frac{d^۳}{۳^۳}\Rightarrow d'=\frac{d}{۳}$$

بنابراین قطر داخلی گوی A برابر $\frac{d}{۳}$ است.

B ۳ ۹۹۵

گرمایی که جسم A از محیط می‌گیرد برابر است با: $Q_A = m_A c_A (T' - ۱۰)$

گرمایی که جسم B از محیط می‌گیرد خواهد شد: $Q_B = m_B c_B (T' - ۵)$

با توجه به فرض مسئله $m_A = ۲m_B$ ، $c_A = ۲c_B$ و $Q_A = ۲Q_B$ است. بنابراین:

$$m_A c_A (T' - ۱۰) = ۲m_B c_B (T' - ۵) \Rightarrow ۲m_B (۲c_B)(T' - ۱۰) = ۲m_B c_B (T' - ۵)$$

$$\Rightarrow ۲T' - ۲۰ = T' - ۵ \Rightarrow T' = ۱۵^\circ C$$

بنابراین دمای T' برحسب کلوین خواهد شد: $T' = ۲۷۳ + ۱۵ = ۲۸۸K$

C ۳ ۹۹۶

۱ گرمای داده شده (Q) به هر دو جسم یکسان بنابراین:

$$Q = Q' \Rightarrow C\Delta\theta = C'\Delta\theta' \xrightarrow{\Delta\theta = ۱۰^\circ C ,\Delta\theta' = ۴۰^\circ C} C \times ۱۰ = C' \times ۴۰$$

$$\Rightarrow C = ۴C'$$

۲ دو جسم را باهم تماس داده‌ایم تا به تعادل گرمایی برسند. بنابراین دمای آن‌ها یکسان شده است و وقتی به آن‌ها گرمای Q داده می‌شود چون باهم در تماس هستند دمای آن‌ها به یک اندازه بالا می‌رود و مجموع گرمایی که دو جسم دریافت می‌کنند برابر Q است.

$$Q = C\Delta\theta + C'\Delta\theta$$

$$Q = ۴C'\Delta\theta + C'\Delta\theta \Rightarrow Q = ۵C'\Delta\theta \quad (I)$$

۳ وقتی به جسم C' به اندازهٔ Q گرما داده‌ایم دمای آن $۴۰^\circ C$ بالا رفته است.

بنابراین می‌توان نوشت: $Q = C' \times ۴۰ \quad (II)$

۴ اکنون با مقایسه رابطه‌های (I) و (II) نتیجه می‌شود:

$$C' \times ۴۰ = ۵C'\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = ۸^\circ C$$

بازی با سؤال **به دو مایع A و B با جرم‌های یکسان m و دمای اولیه $۰^\circ C$، گرمای یکسان (Q) داده شده است و دمای مایع A و B به ترتیب به اندازهٔ θ و ۲θ افزایش یافته است. اگر این دو مایع را باهم مخلوط کرده و به آن‌ها همان گرمای Q را داده بودیم، دمای نهایی مخلوط چند θ می‌شد؟**

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) ۱

گزینه ۲

B ۳ ۹۹۷

۱ وقتی گلولهٔ فلزی را درون آب انداخته‌ایم، دمای آب با افزایش دمای $۱۰^\circ C$ از $۱۰^\circ C$ به $۲۰^\circ C$ رسیده است و دمای تعادل گلوله و آب $۲۰^\circ C$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q_W + Q_{\text{فلز}} = ۰ \Rightarrow C_W \Delta\theta_W + C_{\text{فلز}} \Delta\theta_{\text{فلز}} = ۰$$

$$C_W (۱۰) = C_{\text{فلز}} (۸۰ - ۲۰) \Rightarrow C_W = ۶C_{\text{فلز}} \quad (I)$$

۲ اکنون درون آب $۲۰^\circ C$ گلوله‌ای مشابه گلولهٔ اول با همان دمای $۸۰^\circ C$ انداخته‌ایم. دوباره قانون پایستگی انرژی را می‌نویسم:

$$Q_W + Q_{\text{فلز}} = ۰ \Rightarrow C_W (\theta_e - ۲۰) + C_{\text{فلز}} (\theta_e - ۸۰) = ۰ \quad (II)$$

۳ از رابطه (I) در رابطهٔ (II) جایگذاری می‌کنیم:

$$۶C_{\text{فلز}} (\theta_e - ۲۰) + C_{\text{فلز}} (\theta_e - ۸۰) = ۰ \Rightarrow ۶\theta_e - ۱۲۰ + \theta_e - ۸۰ = ۰$$

$$۷\theta_e = ۲۰۰ \Rightarrow \theta_e = \frac{۲۰۰}{۷}^\circ C < ۳۰^\circ C$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.

B ۱ ۹۹۸

خط فکری مسئله حل چند مرحله‌ای دارد. ابتدا باید حجم فلز و حجم آب درون حفره را حساب کنیم. سپس جرم فلز و آب را به کمک چگالی آن‌ها به‌دست می‌آوریم. سرانجام با نوشتن $Q_{\text{فلز}} + Q_W = ۰$ دمای تعادل مسئله را به‌دست می‌آوریم.

۱ آب درون حفرهٔ نیمکره ریخته شده است و حجم آب با حجم حفره برابر است:

$$V_W = \frac{۱}{۲}(\text{حجم حفره کره}) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳} \times \pi (۵)^۳ \xrightarrow{\pi = ۳} V_W = ۲۵۰ cm^۳$$

۲ جرم آب خواهد شد:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho = ۱ g/cm^۳} ۱ = \frac{m}{۲۵۰} \Rightarrow m_W = ۲۵۰ g = ۰/۲۵ kg$$

۳ حجم بخش توپر نیمکره که از فلز ساخته شده را حساب می‌کنیم.

$$V_{\text{فلز}} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳} \pi (R_o^۳ - R_i^۳) = \frac{۱}{۲} \times ۴ (۱۰۰۰ - ۱۲۵) = ۱۷۵۰ cm^۳$$

۴ جرم فلز را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho = ۱۰ g/cm^۳} ۱۰ = \frac{m_{\text{فلز}}}{۱۷۵۰} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = ۱۷۵۰۰ g = ۱۷/۵ kg$$

۵ دمای تعادل را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_W + Q_{\text{فلز}} = ۰ \Rightarrow m_W c_W (\theta_e - \theta_{۱W}) + m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} (\theta_e - \theta_{۱\,\text{فلز}}) = ۰$$

$$\xrightarrow[c_W = ۴۲۰۰ J/kgK \ , \ c_{\text{فلز}} = ۱۰۰ J/kgK]{\theta_{۱W} = ۱۰^\circ C, \theta_{۱\,\text{فلز}} = ۸۰^\circ C}$$

$$۰/۲۵ \times ۴۲۰۰ (\theta_e - ۱۰) + ۱۷/۵ \times ۱۰۰ (\theta_e - ۸۰) = ۰$$

$$۴۲\theta_e - ۴۲۰ + ۷۰\theta_e - ۵۶۰۰ = ۰ \Rightarrow ۱۱۲\theta_e = ۶۰۲۰ \Rightarrow \theta_e = ۵۳/۷۵^\circ C$$

C ۲ ۹۹۹

خط فکری آهنگ یعنی مقدار آبی که در هر ثانیه در حوض ریخته می‌شود و جرم هر لیتر آب برابر ۱ kg است، از طرفی دمای نهایی هر دو آب $۲۰^\circ C$ است. زیرا دمای آب حوض ثابت است. در ضمن مقداری از گرما به محیط داده شده است که در نوشتن پایستگی انرژی باید در نظر گرفته شود.

در هر ثانیه مجموع جرم آب سرد و گرم برابر ۰/۴۸ kg است. دقت کنید که هر ۱ L آب ۱ kg جرم دارد: $m_C + m_H = ۰/۴۸ kg \Rightarrow m_C = ۰/۴۸ - m_H$

حال پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$Q_T = ۰ \Rightarrow Q_C + Q_H = Q_f \Rightarrow m_C c (\theta_e - \theta_C) + m_H c (\theta_e - \theta_H) = Q_f$$

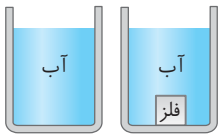
$$\xrightarrow{Q_f < ۰} (۰/۴۸ - m_H) \times ۴۲۰۰ (۲۰ - ۰) + m_H (۴۲۰۰)(۲۰ - ۸۰) = -۴۲۰۰$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف بر ۴۲۰۰ تقسیم شوند}} ۲۰ (۰/۴۸ - m_H) - ۶۰ m_H = -۱$$

$$\Rightarrow ۹/۶ - ۸۰ m_H = -۱ \Rightarrow ۸۰ m_H = ۱۰/۶ \Rightarrow m_H = ۰/۱۳۲۵ kg = ۱۳۲/۵ g$$

C ۳ ۱۰۰۰

خط فکری به دو لیوان گرمای یکسانی داده شده است $(Q_A = Q_B)$ و دمای هر دو لیوان با محتویات آن‌ها به یک اندازه افزایش یافته است $(\Delta\theta_A = \Delta\theta_B)$، گرمایی که فلز در ظرف B دریافت می‌کند، قطعاً با گرمایی که آب هم‌حجم فلز در لیوان A دریافت می‌کند برابر است:



لیوان A لیوان B

$$\left.\begin{matrix} \Delta\theta_{\text{فلز}} = \Delta\theta_{\text{آب}} \\ Q_{\text{فلز}} = Q_{\text{آب}} \end{matrix}\right\} m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}}$$

$$\xrightarrow{m = \rho V} \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \xrightarrow{V_{\text{فلز}} = V_{\text{آب}}}$$

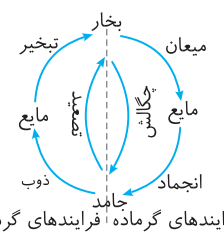
$$\rho_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} = \rho_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{c_{\text{فلز}}}{c_{\text{آب}}} = \frac{\rho_{\text{آب}}}{\rho_{\text{فلز}}} \xrightarrow{\substack{\rho_{\text{آب}} = ۱ g/cm^۳ \\ \rho_{\text{فلز}} = ۸ g/cm^۳}} \frac{c_{\text{فلز}}}{c_{\text{آب}}} = \frac{۱}{۸}$$

پنجره ۴

A ۴ ۱۰۰۱

خط فکری گذار از یک حالت (فاز) به حالت دیگر را یک تغییر حالت (گذار فاز) می‌نامند.

با توجه به نمودار خط فکری، تبدیل بخار به مایع را میعان، تبدیل جامد به بخار را تصعید و تبدیل مایع به بخار را تبخیر گویند.



فرایندهای گرماده فرایندهای گرماگیر

بازی با سؤال کدام‌یک از فرایندهای زیر گرماگیر است؟ کنکور دهه‌های گذشته

۱) چگالش، تبخیر ۲) انجماد، میعان ۳) ذوب، میعان ۴) تصعید، ذوب

گزینهٔ ۴

A ۱۰۰۲ ۳

افـزودن ناخالصـی به هر مایعی باعـث پایین آمدن نقطهٔ انجماد و بـالا رفتن نقطهٔ جوش می‌شود، پس گزینهٔ (۳) درست است.

A ۱۰۰۳ ۳

گزینهٔ (۳) نادرست است. زیرا دماسنج را باید در بالای سطح مایع در حال جوشیدن قرار داد، زیرا این قسـمت به دمای ثابتی رسـیده است. در حالی که ته ظرف در حال دریافت مستقیم گرما از منبع گرما اسـت و تحت تأثیر دمای منبع اسـت. دربارهٔ گزینهٔ (۴) هم باید گفت که وقتی دما بالا می‌رود، آهنگ تبخیر سطحی افزایش یافته و بخشی از گرمای لازم برای تبخیر توسط مولکول‌های خود مایع تأمین می‌شود، پس گرمای نهان تبخیر کاهش می‌یابد.

A ۱۰۰۴ ۳

تبخیر سـطحی فرایندی اسـت که طی آن مایع در هر دمایی به بخار تبدیل می‌شود، یعنی تا پیش از رسـیدن به نقطهٔ جوش مایع، تبخیر به‌طور پیوسـته از سـطح مایع رخ می‌دهد، بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

تجربه نشـان می‌دهد آهنگ رخ‌دادن تبخیر سـطحی به عواملی از جمله دما و مسـاحت سـطح مایع بسـتگی دارد، بنابراین با افزایش دما، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۲) درست است.

هم‌چنین با افزایش سطح آزاد مایع، تبخیر سطحی بیشتر می‌شود و گزینهٔ (۴) نیز درست است. اما با افزایش فشار هوا آهنگ تبخیر سطحی کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

بازی با سؤال وقتی دسـت شـما خیس اسـت، در کدام حالت سریع‌تر خشک می‌شود؟

۱) فشار و رطوبت هوا کم باشد. ۲) رطوبت هوا زیاد و فشار هوا کم باشد.

۳) فشار و رطوبت هوا زیاد باشد. ۴) فشار هوا زیاد باشد و رطوبت هوا کم باشد.

گزینهٔ ۱

A ۱۰۰۵ ۳

معمولاً افزایش فشار وارد بر جسم سبب بالا رفتن نقطهٔ ذوب جسم می‌شود و حجم این اجسام هنـگام ذوب افزایـش می‌یابد. اما در برخی مواد مانند یخ که حجـم آن‌ها پس از ذوب کاهش می‌یابد، با افزایش فشار نقطهٔ ذوب یخ هر چند ناچیز کاهش می‌یابد. هنگام انجماد آب نیز نقطهٔ انجماد که همان نقطهٔ ذوب است با افزایش فشار کاهش می‌یابد و به پایین‌تر از صفر می‌رسد.

A ۱۰۰۶ ۴

خط فکری چند جملهٔ مهم از کتاب درسی:

۱ معمـولاً حجم جامدهای بلورین هنگام ذوب افزایـش می‌یابد زیرا حجمی که بلور با آرایش منظم مولکول‌ها در حالت جامد اشغال می‌کند در مقایسه با حجم همین مقدار ماده در حالت مایع که آرایش مولکولی نامنظم دارند، کمتر است. البته آب و یخ استثناء هستند.

۲ افزایش فشـار وارد بر جسم سـبب بالا رفتن نقطهٔ ذوب جسم می‌شود البته یخ در این مورد استثناء است یعنی افزایش فشار وارد بر یخ نقطهٔ ذوب آن را کاهش می‌دهد.

۳ افزایش فشـار باعث بالا رفتن نقطه جوش می‌شـود (دلیل اسـتفاده از زودپز برای زودتر پختن غذا)

۴ بـر خـلاف جامدهای بلورین، جامدهای بی‌شـکل مثل شیشـه و قیر نقطـه ذوب کاملاً مشخص ندارند و ابتدا به شکل خمیر در می‌آیند و در گستره‌ای از دما و به تدریج ذوب می‌شوند.

۵ ناخالصی باعث کاهش نقطه ذوب می‌شـود (پاشـیدن نمک در روزهای برفی روی یخ خیابان‌ها)

۶ ناخالصی باعث بالا رفتن نقطه جوش می‌شود.

اجسام جامد بلورین نقطه ذوب مشخص دارند، اما جامدهای بی‌شکل نقطه ذوب مشخص ندارند و در گستره‌ای از دما به تدریج ذوب می‌شوند و گزینهٔ (۱) نادرست است.

یخ حاصل از انجماد آب و برف حاصل از چگالش بخار آب است و گزینهٔ (۲) نادرست است.

حجم جامد بلورینی مانند یخ هنگام ذوب کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

افزودن ناخالصی و افزایش فشار باعث بالا رفتن نقطهٔ جوش می‌شود و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۰۰۷ ۴

الـف) در دیـگ زودپز آب ابتدا بخار می‌شـود اما به دلیل آن‌که راهـی به خارج ندارد در ظرف می‌ماند و فشـار داخل ظرف بالا می‌رود که سبب افزایش نقطهٔ جوش آب می‌شود و غذا در دمای بالاتری می‌پزد که باعث زود پختن غذا می‌شود.

ب) در کوزه‌ها آب از بدنهٔ کوزه به بیرون تراوش کرده و با گرفتن گرما از بدنهٔ کوزه بخار می‌شود و این گرما گرفتن باعث خنک ماندن می‌شود.

پ) در پخته شـدن تخم‌مرغ در ارتفاعات به دلیل کاهش فشـار، نقطهٔ جوش آب کاهش می‌یابد و تخم‌مرغ در دمای پایین‌تری پخته می‌شود پس به زمان طولانی‌تری نیاز دارد.

ت) در قلهٔ کوه‌ها به دلیل کمتر شدن فشار، نقطهٔ ذوب یخ بالا می‌رود و یخ دیرتر ذوب می‌شود.

بنابرایـن دلیـل گزارهٔ (الف) افزایش فشـار و دلیل گزاره‌های (پ) و (ت) کاهش فشـار و دلیل گزارهٔ (ب) تبخیر سطحی است.

B ۱۰۰۸ ۱

با خروج مقداری هوا از بالای سـطح آب، فشـار هوای وارد بر سطح آب کاهش می‌یابد و با کاهش فشار وارد بر سطح آب درون ظرف، آب راحت‌تر می‌تواند تبخیر سطحی انجام دهد. مولکول‌های سـطح آب برای تبخیر، گرمای نهان تبخیر $Q_V = mL_V$ را از مولکول‌های پایین‌تر دریافت می‌کنند و این سبب کاهش دمای آب باقی‌مانده در ظرف می‌شود.

A ۱۰۰۹ ۳

خط فکری لطفاً عجله نکنید، قرار نیسـت همواره با دادن گرما، دمای جسـم بالا رود یا با گرفتن گرما، دمای آن کاهش یابد. در هنگام تغییر حالت، جسم گرما گرفته یا از دست می‌دهد اما این تبادل گرما باعث تغییر دمای جسم نمی‌شود.

دمای آب $0^\circ C$ اسـت و با گرفتن گرما از آب ابتدا باید به یخ تبدیل شـود، بنابراین ابتدا باید حساب کنیم که آیا تمام آب با گرفتن $1500J$ گرما یخ می‌زند یا خیر. برای این کار گرمایی که باید از $5g$ آب $0^\circ C$ گرفته شود تا تمام آن یخ بزند را حساب می‌کنیم:

$$Q_{\text{تغییر حالت}} = mL_F \Rightarrow Q_{\text{تغییر حالت}} = \frac{5}{1000} \times 336 \times 10^3 = 1680J$$

برای اینکه تمام $5g$ آب یخ بزند باید $1680J$ گرما از آن گرفته شود و با گرفتن $1500J$ گرما تنها بخشی از آب یخ می‌زند و طی این فرایند تغییر دما رخ نمی‌دهد و آب و یخ $0^\circ C$ داریم.

A ۱۰۱۰ ۲

خط فکری دمای بدن ما از دمای فلز گالیم $(29/8^\circ C)$ بیشتر است و این فلز با گرفتن گرما از دست ذوب می‌شود و در مدت ذوب دمای آن ثابت می‌ماند.

۱ گرمای لازم برای ذوب $10g$ از این فلز را به‌دست می‌آوریم.

$$Q = mL_F \xrightarrow{m=10g, L_F=80/4kJ/kg} Q = \frac{10}{1000} \times 80400 \Rightarrow Q = 804J$$

۲ ۸۰٪ این گرما از دست ما به گالیم داده شده است، بنابراین:

$$Q_{\text{دست}} = \frac{80}{100} \times 804 = 643/2J$$

A ۱۰۱۱ ۲

$50g$ آب روی شیشـه در اثر میعان بخار آب و تبدیل آن به مایع تشـکیل شـده است. در این فرایند بخار آب گرما از دست داده، در واقع بخار آب به شیشه گرما می‌دهد و گرمای نهان تبخیر آب در دمای $0^\circ C$ برابر $L_V = 2490kJ/kg$ است.

$$Q_V = mL_V \Rightarrow Q_V = 50 \times 10^{-3} \times 2490 \times 10^{+3}$$

$$Q_V = 124500J = 124/5kJ$$

A ۱۰۱۲ ۲

خط فکری گرمای نهان تبخیر هر مایع (L_V) به جنس و دمای آن بستگی دارد و با افزایش دما، گرمای نهان تبخیر کاهش می‌یابد.

مقادیر L_V برای آب در دماهای مختلف

دما $(^\circ C)$	۰	۱۵	۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰
$L_V(\frac{kJ}{kg})$	۲۴۹۰	۲۴۵۴	۲۳۷۴	۲۲۵۶	۲۱۱۵	۱۹۴۰

هر چه دما بالاتر باشد، گرمای نهان تبخیر (L_V) کمتر است. با توجه به اینکه گرمای تبخیر برابر mL_V بوده و جرم مایع تبخیر شده در سه حالت با هم برابر است، داریم:

$$\begin{cases} Q_1 = m(L_V)_1 \\ Q_2 = m(L_V)_2 \\ Q_3 = m(L_V)_3 \end{cases} \xrightarrow[(L_V)_1 < (L_V)_2 < (L_V)_3]{\theta_1 > \theta_2 > \theta_3} Q_3 > Q_2 > Q_1$$

B ۳ ۱۰۱۳

دمای آب هنگام بخار شدن ثابت مانده است یعنی با گرما دادن به آب، آب به بخار تبدیل می‌شود و شاهد تبخیر سطحی هستیم از این‌رو: $Q = mL_V = ۰/۲ \times ۲۳۷۵ = ۴۷۵kJ$

B ۲ ۱۰۱۴

خط فکری مسئله سختی نیست. ابتدا حجم یخ روی دریاچه را حساب می‌کنیم $(V = Ah)$، سپس جرم یخ را به کمک چگالی به‌دست می‌آوریم و سرانجام گرمایی که دریاچه در بهار برای ذوب یخ $۰^\circ C$ به آن می‌دهد را از رابطهٔ گرمای نهان ذوب $(Q = mL_F)$ به‌دست می‌آوریم.

۱ حجم کل یخ تشکیل شده برابر است با:

$$V = Ah \xrightarrow[h = ۱۰cm = ۰/۱m]{A = ۵۰۰km^2 = ۵۰۰ \times ۱۰^6 m^2} V = ۵۰۰ \times ۱۰^6 \times ۰/۱ \Rightarrow V = ۵ \times ۱۰^7 m^3$$

۲ جرم کل یخ خواهد شد:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho = ۹۰۰kg/m^3} ۹۰۰ = \frac{m}{۵ \times ۱۰^7} \Rightarrow m = ۴۵ \times ۱۰^9 kg$$

۳ گرمایی که یخ برای ذوب شدن دریافت می‌کند برابر است با:

$$Q = mL_F \Rightarrow Q = ۴۵ \times ۱۰^9 \times ۳۳۶ \times ۱۰^3 = ۱۵۱۲۰ \times ۱۰^{12} J$$

یادآوری هر $۱۰^6 J$ برابر $۱MJ$ است: $Q = ۱۵۱۲۰ \times ۱۰^6 MJ = ۱/۵۱۲ \times ۱۰^{10} MJ$

A ۳ ۱۰۱۵

خط فکری هر گاه در صورت مسئله صحبت از یک قطعهٔ یخ بزرگ در دمای $۰^\circ C$ است منظور این است که دمای نهایی $۰^\circ C$ است. یعنی تا وقتی که دمای فلز به $۰^\circ C$ برسد، به یخ گرما می‌دهد:

۱ ابتدا گرمای لازم برای ذوب $۱۹۰g$ یخ را به‌دست می‌آوریم:

$$Q = m_{یخ} L_F \Rightarrow Q = \frac{۱۹۰}{۱۰۰۰} \times ۳/۴ \times ۱۰^5 \Rightarrow Q = ۶/۴۶ \times ۱۰^4 J$$

۲ این گرما را فلز به یخ داده و دمای فلز از $۶۸^\circ C$ به صفر درجه سلسیوس رسیده است، بنابراین:

$$Q = m_{فلز} c_{فلز} \Delta\theta \Rightarrow ۶/۴۶ \times ۱۰^4 = ۲/۵ \times c_{فلز} \times ۶۸ \Rightarrow c_{فلز} = ۳۸۰ J/kg.K$$

A ۱ ۱۰۱۶

خط فکری در سؤالاتی که هم تغییر دما و هم تغییر حالت داریم، نمودار تغییرات را مشابه نمودار زیر نوشته و گرمای هر بخش را جداگانه حساب می‌کنیم:

نقره مایع $۹۶۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2}$ نقره جامد $۹۶۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1}$ نقره جامد $۲۰^\circ C$

۱ گرمای Q_1 باعث تغییر دمای نقره از $۲۰^\circ C$ به $۹۶۰^\circ C$ می‌شود:

$$Q_1 = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_1 = ۰/۵ \times ۲۴۰ \times ۹۴۰ = ۱۱۲۸۰۰ J$$

۲ گرمای Q_2 باعث تغییر حالت نقره می‌شود:

$$Q_2 = mL_F \xrightarrow{L_F = ۹۰ \times ۱۰^3 J/kg} Q_2 = ۰/۵ \times (۹۰ \times ۱۰^3) = ۴۵ \times ۱۰^3 = ۴۵۰۰۰ J$$

۳ کل گرمای داده شده به نقره برابر است با:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_T = ۱۱۲۸۰۰ + ۴۵۰۰۰ = ۱۵۷۸۰۰ J = ۱۵۷/۸ kJ$$

بازی با سؤال چند کیلوژول گرما لازم است تا ۵۰ گرم یخ $-۱۰^\circ C$ به بخار آب $۱۲۰^\circ C$ تبدیل شود؟ ($L_V = ۲۲۶۰ kJ/kg$، $L_F = ۳۳۶ kJ/kg$، $c_{یخ} = c_{بخار} = ۲/۱ kJ/kg.K$ و $c_{آب} = ۴/۲ kJ/kg.K$)

گزینه ۲

۱) ۱۵۲/۹۴ ۲) ۱۵۳/۹۵ ۳) ۱۵۱/۹۸ ۴) ۱۵۴/۹۷

A ۳ ۱۰۱۷

ابتدا دمای آب از $۲۰^\circ C$ به $۰^\circ C$ می‌رسد و سپس آب $۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود، بنابراین باید مجموع این دو مقدار گرما را که آب از دست داده حساب کنیم.

آب $۲۰^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1 = mc_{آب}\Delta\theta}$ آب $۰^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_2 = mL_F}$ یخ $۰^\circ C$

$$Q = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + mL_F$$

تذکر در رابطهٔ $mc\Delta\theta$ اگر گرمای ویژه را بر حسب kJ/kgK قرار دهیم و بقیه پارامترها در SI باشند، گرمای به‌دست آمده بر حسب کیلوژول خواهد بود، همچنین در رابطهٔ mL_F اگر گرمای نهان ذوب را بر حسب kJ/kg قرار دهیم و یکای جرم کیلوگرم باشد، گرمای به‌دست آمده از رابطه برحسب کیلوژول خواهد بود.

$$Q = (۱۵۰ \times ۴/۲ \times ۲۰)kJ + (۱۵۰ \times ۳۳۶)kJ \Rightarrow Q = ۱۲۶۰۰kJ + ۵۰۴۰۰kJ = ۶۳۰۰۰kJ$$

B ۴ ۱۰۱۸

خط فکری ابتدا تبدیل دما از فارنهایت به سلسیوس را انجام می‌دهیم. سپس مقدار گرمای لازم را برای تبدیل $۲۰g$ یخ $۰^\circ C$ به $۲۰g$ آب $۰^\circ C$ و پس از آن افزایش دمای آب تا دمای خواسته شده را به‌دست می‌آوریم.

۱ ابتدا دمای نهایی آب را از $۵۰^\circ F$ به سلسیوس تبدیل می‌کنیم.

$$F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \Rightarrow ۵۰ = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \Rightarrow ۱۸ = \frac{۹}{۵}\theta \Rightarrow \theta = ۱۰^\circ C$$

۲ گرمای لازم برای ذوب کامل $۲۰g$ یخ $۰^\circ C$ را حساب می‌کنیم.

$$Q = mL_F \Rightarrow Q_1 = ۲۰g \times ۳۳۶J/g \Rightarrow Q_2 = ۶۷۲۰J$$

۳ گرمایی که آب $۰^\circ C$ می‌گیرد تا دمایش $۱۰^\circ C$ شود خواهد شد:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_2 = ۲۰g \times (۴/۲J/g^\circ C) \times ۱۰ \Rightarrow Q_2 = ۸۴۰J$$

۴ گرمای کلی که باید به آب بدهیم برابر است با:

$$Q = ۶۷۲۰ + ۸۴۰ \Rightarrow Q = ۷۵۶۰J$$

A ۳ ۱۰۱۹

اگر $c_{آب} = ۴۲۰۰ J/kg.K$ را به عنوان یک ضریب در نظر بگیریم مقدار $L_F = ۳۳۶ \times ۱۰^3 J/kg$ است، برابر $۸۰c_{آب}$ و $c_{یخ} = \frac{۱}{۲}c_{آب}$ خواهد بود:

یخ $-۱۰^\circ C$ $\xrightarrow[Q_1]{mc_{یخ}\Delta\theta}$ یخ $۰^\circ C$ $\xrightarrow[Q_2]{mL_F}$ آب $۰^\circ C$ $\xrightarrow[Q_3]{mc_{آب}\Delta\theta}$ آب $۱۰^\circ C$

$$Q_{کل} = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_{کل} = mc_{یخ}\Delta\theta + mL_F + mc_{آب}\Delta\theta$$

$$Q_{کل} = ۰/۵ \times \frac{c_{آب}}{۲} \times ۱۰ + ۰/۵ \times ۸۰c_{آب} + ۰/۵c_{آب} \times ۱۰$$

$$\Rightarrow Q_{کل} = ۲/۵c_{آب} + ۴۰c_{آب} + ۵c_{آب} \Rightarrow Q_{کل} = ۴۷/۵c_{آب}$$

حال به جای c مقدار ۴۲۰۰ را قرار می‌دهیم:

$$Q_{کل} = ۴۷/۵ \times ۴۲۰۰ = ۱۹۹۵۰۰J = ۱۹۹/۵kJ$$

بازی با سؤال اگر گرمای ویژهٔ آب و یخ به ترتیب $۴۲۰۰ J/kg.K$ و $۲۱۰۰ J/kg.K$ و همچنین $L_F = ۳۳۵۰۰۰ J/kg$ باشد، چند کیلوژول گرما لازم است تا ۲۰۰ گرم یخ $-۵^\circ C$ به آب $۵۰^\circ C$ تبدیل شود؟ تجربی - ۹۵

۱) ۱۱/۳۲ ۲) ۱۱۱/۱ ۳) ۱۱۳/۲ ۴) ۱۱۱۱۰۰

B ۱ ۱۰۲۰

مراحل تغییرات به صورت زیر است:

$$\text{آب}_{۱۰۰^\circ C} \rightarrow \text{یخ}_{۰^\circ C} \rightarrow \text{آب}_{۰^\circ C} \rightarrow \text{یخ}_{-۲۰^\circ C}$$

$$Q_t = mc_i\Delta\theta_i + mL_F + mc_w\Delta\theta_w$$

$$Q_t = (۲ \times ۲/۱ \times ۲۰ + ۲ \times ۳۳۶ + ۲ \times ۴/۲ \times ۱۰۰) \times ۱۰^3 J$$

$$Q_t = (۸۴ + ۶۷۲ + ۸۴۰) \times ۱۰^3 J \Rightarrow Q_t = ۱۵۹۶kJ$$

B ۲ ۱۰۲۱

۱ ابتدا مقدار گرمایی را که آب $50^\circ C$ از دست داده تا به دمای $0^\circ C$ برسد، به‌دست می‌آوریم:

$$|Q|=|mc\Delta\theta|\Rightarrow|Q|=0/8\times4200\times50=40\times4200J$$

۲ اگر ۹۰ درصد این گرما به یخ داده شود با توجه به رابطهٔ $m'L_F$ باعث ذوب شدن m' گرم یخ می‌شود.

$$m'L_F=\frac{90}{100}\times40\times4200$$

$$\Rightarrow m'\times336000=\frac{90}{100}\times40\times4200\Rightarrow m'=0/45kg=450g$$

میانبر خوب است در سؤالاتی که با آب و تغییر حالت آن سروکار داریم، گرمای ویژهٔ آب و یخ و گرمای نهان ذوب یا تبخیر را بر حسب هم بنویسیم:

$$c_{آب}=4200J/kg.K=c \qquad L_F=336\times10^3J/kg=80c$$

$$c_{یخ}=2100J/kg.K=\frac{c}{2} \qquad L_V=2268\times10^3J/kg=540c$$

B ۴ ۱۰۲۲

یخ $-10^\circ C$ در تبدیل به آب $15^\circ C$ وقتی گرما دریافت می‌کند از سه مرحله می‌گذرد.

$$\text{یخ } -10^\circ C \xrightarrow{Q_1} \text{یخ } 0^\circ C \xrightarrow{Q_2} \text{آب } 0^\circ C \xrightarrow{Q_3} \text{آب } 15^\circ C$$

اما آب $10^\circ C$ تنها یک مرحله یعنی گذار از دمای $10^\circ C$ به $60^\circ C$ را طی می‌کند.

گرمای داده شده به یخ و آب برابر است. از این‌رو:

$$Q_{1i}+Q_{2i}+Q_{3i}=Q_W$$

$$m_ic_i(10)+m_iL_F+m_ic_W(15)=m_Wc_W\Delta\theta_W$$

$$m_i\times\frac{1}{2}c_W\times10+m_i\times80c_W+m_i\times c_W(15)=m_Wc_W(60-10)$$

$$5m_i+80m_i+15m_i=50m_W\Rightarrow100m_i=50m_W\Rightarrow\frac{m_W}{m_i}=2$$

B ۲ ۱۰۲۳

۱ **حالت اول:** گرمای لازم برای اینکه $5kg$ یخ $-20^\circ C$ به آب $20^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم. برای این کار نموداری مطابق شکل زیر می‌کشیم و گرمای هر مرحله را به‌دست می‌آوریم.

یخ $5kg$ $-20^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{یخ}\Delta\theta}$ تغییر دمای یخ — یخ $5kg$ $0^\circ C$ $\xrightarrow{mL_F}$ تغییر حالت — آب $5kg$ $0^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{آب}\Delta\theta}$ تغییر دمای آب — آب $5kg$ $20^\circ C$

$$Q_1=mc_{یخ}\Delta\theta+mL_F+mc_{آب}\Delta\theta \xrightarrow[L_F=160c_{یخ}]{c_{آب}=2c_{یخ}}$$

$$Q_1=5\times c_{یخ}\times20+5\times160c_{یخ}+5\times(2c_{یخ})(20)\Rightarrow Q_1=1100c_{یخ}$$

اکنون می‌خواهیم بدانیم که اگر به $1kg$ آب $63^\circ C$ این مقدار گرما $(Q_1=1100c_{یخ})$ داده شود، چند گرم آن تبخیر می‌شود. مجدداً با رسم یک نمودار مسیر تحولات را مشخص می‌کنیم و به کمک آن می‌توانیم بنویسیم:

۲ **حالت دوم:**

آب $1kg$ $63^\circ C$ $\xrightarrow{m'c\Delta\theta}$ آب $1kg$ $100^\circ C$ $\xrightarrow{m''c\Delta\theta}$ بخار آب $100^\circ C$

$$Q_2=m'c_{آب}\Delta\theta+m''L_V \xrightarrow[c_{آب}=2c_{یخ},L_V=1080c_{یخ}]{m'=1kg}$$

$$Q_2=1\times2c_{یخ}\times(100-63)+m''(1080c_{یخ})$$

$$\xrightarrow[Q_2=1100c_{یخ}]{Q_2=Q_1}1100c_{یخ}=74c_{یخ}+m''(1080c_{یخ})$$

$$\xrightarrow{c_{یخ}\text{ را از دو طرف ساده می‌کنیم}}1100=74+1080m''$$

$$m''=\frac{1026}{1080}=\frac{114}{120}=\frac{19}{20}kg\Rightarrow m'=950g$$

B ۴ ۱۰۲۴

گرمای لازم برای ذوب یخ برابر است با:

$$Q_F=mL_F\Rightarrow Q_F=m\times336$$

گرمای لازم برای آنکه آب $0^\circ C$ به آب $20^\circ C$ تبدیل شود برابر است با:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=m\times4/2\times20=m\times84$$

کل گرمای داده شده به یخ را حساب می‌کنیم:

$$Q_t=Q_F+Q=m\times336+m\times84=420m$$

اکنون می‌توان درصد گرما برای ذوب یخ را حساب کرد:

$$\frac{Q_F}{Q_t}=\frac{m\times336}{m\times420}=\frac{8}{10}=80\%$$

بازی با سؤال **مقداری آب $40^\circ C$ را در محلی که نقطهٔ جوش آب $100^\circ C$ است به بخار آب $100^\circ C$ تبدیل می‌کنیم. در صورتی که گرمای نهان ویژهٔ تبخیر آب ۵۴۰ برابر گرمای ویژهٔ آب باشد، چند درصد گرمای داده شده صرف افزایش دمای آب شده است؟**

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

گزینهٔ ۲

B ۲ ۱۰۲۵

روش اول: یخ صفر درجه ابتدا تغییر حالت داده و به آب $0^\circ C$ تبدیل می‌شود و سپس آب $0^\circ C$ به آب $20^\circ C$ تغییر دما می‌دهد:

یخ $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1=mL_F}$ آب $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2=mc\Delta\theta}$ آب $20^\circ C$

$$Q_{کل}=Q_1+Q_2\Rightarrow Q_{کل}=mL_F+mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow Q_{کل}=m\times336000+m\times4200\times20$$

$$Q_{کل}=336000m+84000m=420000m(J)$$

سؤال نسبت گرمای ذوب یخ (Q_1) به کل گرمای داده شده به آن $(Q_{کل})$ را برحسب درصد خواسته است:

$$\frac{Q_{\text{ذوب یخ}}}{Q_{کل}}\times100=\frac{Q_1}{Q_{کل}}\times100=\frac{336000m}{420000m}\times100=80\%$$

روش دوم: برای حل این دسته از سؤالات بهتر است نسبت L_F و L_V آب را برحسب $c_{آب}=4200J/kg.K$ به خاطر بسپارید:

$$L_F=336000=80\times4200=80c_{آب}$$

$$L_V=2268000=540\times4200=540c_{آب}$$

گرمای نهان ذوب $L_F=336\times10^3J/kg$، ۸۰ برابر گرمای ویژهٔ آب $(c=4200J/kg.K)$ است بنابراین برای سادگی در روابط $L_F=80c$ را به کار می‌بریم:

صرف ذوب یخ — صرف افزایش دمای آب

$$Q_{کل}=Q_1+Q_2=mL_F+mc\Delta\theta$$

$$Q_{کل}=m(80c)+mc\times20=100mc$$

یخ $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1}$ آب $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2}$ آب $20^\circ C$

از $100mc$ گرما، $80mc$ صرف ذوب یخ شده است:

$$\frac{Q_1}{Q_{کل}}\times100=\frac{80mc}{100mc}\times100=80\%$$

A ۳ ۱۰۲۶

خط فکری وسایل گرمایی مانند سماور، گرمکن و ... دارای توان گرمایی هستند. همان‌طور که می‌دانیم توان یعنی آهنگ مصرف انرژی و در وسایل گرمایشی توان گرمایی یعنی آهنگ مصرف گرما که این گرما می‌تواند باعث تغییر دما یا تغییر حالت شود:

$$P_{\text{گرمایی}}=\frac{Q}{t}$$

یکای سی‌سی (cc) حجم همان یکای cm^3 است.

۱ جرم آب را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho=1g/cm^3,V=2000cc} m=1\times2000=2000g$$

۲ گرمای لازم برای تبخیر $2000g$ آب $100^\circ C$ و تبدیل آن به بخار $100^\circ C$ را حساب می‌کنیم.

$$Q=mL_V\Rightarrow Q=2000\times10^{-3}\times(2250\times10^3)\Rightarrow Q=450\times10^4\,J$$

۳ توان گرمایی کتری خواهد شد:

$$P=\frac{Q}{t}\xrightarrow{t=50min=50\times60s} P=\frac{4500\times10^3}{50\times60}\Rightarrow P=1/5\times10^3\,W\Rightarrow P=1/5kW$$

A ۱۰۲۷ ۱

گرمایی که کتری در مدت زمان جوشیدن و تبخیر $2kg$ آب به آن می‌دهد را حساب می‌کنیم.

$$Q_V=mL_V=2\times2256kJ$$

زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{Q_V}{t}\Rightarrow3=\frac{2\times2256}{t}\Rightarrow t=\frac{2\times2256}{3}s\Rightarrow$$

$$t=1504s=\frac{1504}{60}min\Rightarrow t=25\,min$$

A ۱۰۲۸ ۱

خط فکری توان گرمایی گرمکن ثابت است، بنابراین در مدت t گرمایی که به آب $100^\circ C$ می‌دهد تا تبخیر شود برابر مقدار گرمایی است که در همان مدت به یخ $0^\circ C$ می‌دهد تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود.

گرمای تبدیل آب $100^\circ C$ به بخار $100^\circ C$ و گرمای تبدیل یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ را برابر قرار می‌دهیم.

$$\xrightarrow[\text{توان و مدت زمان در هر دو حالت یکسان است}]{Q=Pt} Q_{\text{بخار}}=Q_{\text{یخ}}$$

$$\Rightarrow m_{\text{بخار}}L_V=m_{\text{یخ}}L_F\Rightarrow100\times2268=m_{\text{یخ}}\times336$$

دو طرف رابطه را به ۴/۲ تقسیم می‌کنیم. $100\times540=m_{\text{یخ}}\times80\Rightarrow m_{\text{یخ}}=675g$

میانبر اگر گرمای ویژهٔ آب $4200J/kg^\circ C$ و گرمای نهان تبخیر آب $2268kJ/kg$ و گرمای نهان ذوب $336kJ/kg$ باشد، می‌توان گرمای ویژهٔ آب را c، گرمای نهان تبخیر را $540c$ و گرمای نهان ذوب را $80c$ گرفت:

$$Q_{\text{بخار}}=Q_{\text{آب}}\Rightarrow100(540c)=m_{\text{یخ}}(80c)\Rightarrow m_{\text{یخ}}=\frac{675}{1000}kg=675g$$

B ۱۰۲۹ ۳

ابتدا گرمای لازم برای اینکه دمای آب از $20^\circ C$ به نقطهٔ جوش $(100^\circ C)$ برسد را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_1=mc\Delta\theta\xrightarrow{c_{\text{آب}}=4200J/kg^\circ C} Q_1=m\times4200\times80$$

$$\Rightarrow Q_1=42\times8\times10^3\,m\,\text{ژول}$$

حال گرمای لازم برای تبدیل آب $100^\circ C$ به بخار آب $100^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$Q_2=mL_V\xrightarrow{L_V=2268\times10^3J/kg} Q_2=m\times2268\times10^3$$

توان گرمایی گرمکن ثابت است:

$$P_1=P_2\Rightarrow\frac{Q_1}{t_1}=\frac{Q_2}{t_2}\Rightarrow\frac{42\times8\times10^3\times m}{8\,min}=\frac{2268\times10^3\times m}{t_2}\Rightarrow t_2=54\,min$$

بازی با سؤال **یک اجاق برقی دمای مقدار معینی آب را در مدت ۸ دقیقه از ۲۰ درجهٔ سلسیوس به نقطهٔ جوش $100^\circ C$ می‌رساند. چند دقیقهٔ دیگر طول می‌کشد تا با ثابت ماندن توان گرمایی اجاق، تمام آب تبخیر شود؟** $(L_V=2268J/g,c=4/2J/g.K)$

۱) ۲۸ ۲) ۳۶ ۳) ۵۴ ۴) ۱۰۸

گزینهٔ ۳

B ۱۰۳۰ ۴

تذکر اگر در رابطه‌های تغییر حالت یکای L_F و L_V را بر حسب kJ/kg قرار دهیم و یکای جرم نیز بر حسب kg باشد، گرمای به‌دست آمده بر حسب کیلوژول است.

۱ گرمایی که $100g$ یخ $0^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود برابر است با:

$$Q_1=mL_F\Rightarrow Q_1=0/1\times334\Rightarrow Q_F=33/4kJ$$

۲ گرمایی که $100g$ آب $0^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $100^\circ C$ و سپس به بخار $100^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم:

آب $0^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{mc\Delta\theta}$ آب $100^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{mL_V}$ بخار $100^\circ C$

$$Q_2=mc\Delta\theta+mL_V\xrightarrow{L_V=2256kJ/kg,c=4/2J/kg.K}$$

$$Q=0/1\times4/2\times100+0/1+2256\Rightarrow Q_2=42+225/6\Rightarrow Q_2=267/6kJ$$

۳ توان گرمایی گرمکن ثابت است بنابراین:

$$P_1=P_2\Rightarrow\frac{Q_1}{t_1}=\frac{Q_2}{t_2}\Rightarrow\frac{33/4}{10}=\frac{267/6}{t_2}\Rightarrow t_2\simeq80\,min$$

میانبر چون مقدار تقریبی زمان خواسته شده می‌توانستیم با توجه به توضیحاتی که قبلاً داده‌ایم $c=c_{\text{آب}}=4200J/kg.K$ گرفته و $L_V=540c$ و $L_F=80c$ در رابطه‌ها قرار دهیم.

A ۱۰۳۱ ۳

خط فکری راندمان یا بازده: در وسایل گرمایی عموماً توان الکتریکی به عنوان توان ورودی و توان گرمایی به عنوان توان خروجی است، بنابراین:

$$Ra=\frac{P_{\text{گرمایی}}}{P_{\text{الکتریکی}}}\Rightarrow P_{\text{گرمایی}}=Ra\times P_{\text{الکتریکی}}$$

۱ بازده گرمکن ٪۹۰ است بنابراین توان مفید آن خواهد شد:

$$P_{\text{مفید}}=P_{\text{کل}}\times\frac{90}{100}\xrightarrow{P=8000W} P_{\text{مفید}}=8000\times\frac{90}{100}=7200W$$

۲ گرمای لازم برای تبدیل $9kg$ یخ $0^\circ C$ به آب $80^\circ C$ برابر است با:

$$Q=mL_F+mc\Delta\theta\xrightarrow[\Delta\theta=80^\circ C]{L_F=80c_{\text{آب}},m=9kg} Q=9\times80c+9\times c\times80$$

$$\Rightarrow Q=1440c=1440\times4200$$

۳ با توجه به تعریف توان می‌توان زمان را به‌دست آورد.

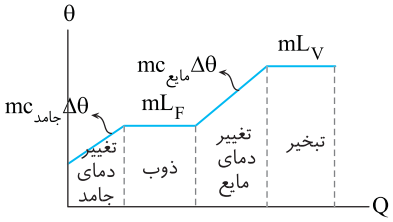
$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow7200=\frac{1440\times4200}{t}\Rightarrow t=\frac{1440\times4200}{7200}\Rightarrow t=840s\Rightarrow t=14\,min$$

میانبر در سؤالات گرما که توان و بازده داده می‌شود، می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$Q=Ra\times P_{\text{الکتریکی}}\times t$$

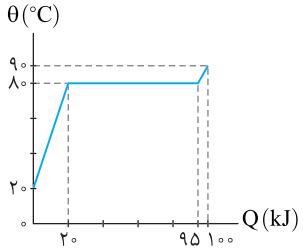
A ۱۰۳۲ ۴

خط فکری در سؤالاتی که نمودار داده شده دقت کنید در بازه‌هایی که با گذشت زمان یا دادن گرما، دمای جسم تغییر نمی‌کند، جسم در حال تغییر حالت است. همچنین قسمت‌های مختلف نمودار مهم است به شکل زیر خوب نگاه کنید:



با توجه به خط فکری بالا در دمای ذوب با دادن گرما دما تغییر نمی‌کند، پس با توجه به نمودار $80^\circ C$ دمای ذوب ماده است و در بازه‌ای که گرمای داده شده به جسم از $20kJ$ به $95kJ$ می‌رسد، جسم در حال ذوب شدن است بنابراین:

$$Q_{\text{ذوب}}=mL_F\Rightarrow(95-20)\times10^3=0/5L_F\Rightarrow L_F=1/5\times10^5\,J/kg$$



۱ ۱۰۳۳ B

با توجه به نمودار در مدت ۴۰min دمای مایع ۳۰K کاهش یافته است و گرمایی که مایع از دست می‌دهد برابر $Q=mc\Delta\theta$ است و به کمک آن توان دستگاه را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{|Q_1|}{t_1}\xrightarrow{Q_1=mc\Delta\theta}P=\frac{۰/۴\times۳۰۰۰\times۳۰}{۴۰\times۶۰}\Rightarrow P=۱۵W$$

همچنین فرایند انجماد ۳۰ دقیقه طول کشیده که با توجه با ثابت بودن توان وسیله، گرمای نهان انجماد را حساب می‌کنیم.

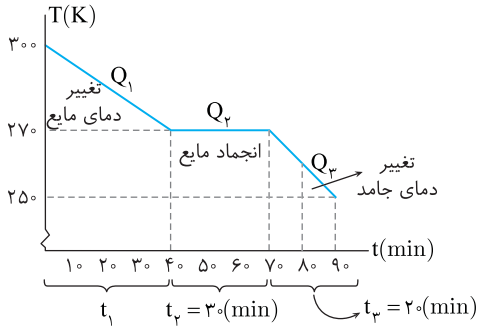
$$P=\frac{|Q_2|}{t_2}\Rightarrow Q_2=Pt_2\xrightarrow{Q_2=mL_F}$$

$$۰/۴\times L_F=۱۵\times۳۰\times۶۰\Rightarrow L_F=۶۷۵۰۰\,J/kg$$

همچنین در مدت ۲۰ دقیقه در حالت جامد، دمای جسم ۲۰°C پایین آمده است:

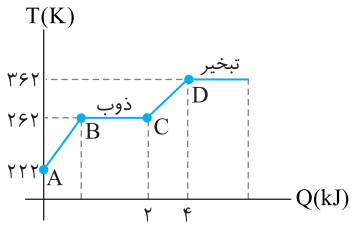
$$P=\frac{|Q_3|}{t_3}\xrightarrow[|Q_3|=Pt_3]{Q_3=mc\Delta\theta}mc\Delta\theta=Pt_3$$

$$\Rightarrow ۰/۴\times c_{\text{جامد}}\times۲۰=۱۵\times۲۰\times۶۰\Rightarrow c_{\text{جامد}}=۲۲۵۰\,J/kg^\circ C$$



۳ ۱۰۳۴ B

با توجه به نمودار جسم بین دو نقطه C با دمای ۲۶۲K و نقطهٔ D با دمای ۳۶۲K در حالت مایع قرار دارد. جسم با دریافت ۴−۲=۲kJ گرما، دمایش از ۲۶۲K به ۳۶۲K رسیده است. از این رو می‌توان ظرفیت گرمایی جسم در حالت مایع را حساب کرد.



$$Q=C\Delta T\Rightarrow ۲\times۱۰^۳=C(۳۶۲-۲۶۲)\Rightarrow C=۲۰J/K$$

اگر به این مایع ۱۰۰ ژول گرما بدهیم، دمای آن خواهد شد:

$$Q=C\Delta T\Rightarrow ۱۰۰=۲۰\Delta T\Rightarrow\Delta T=۵K$$

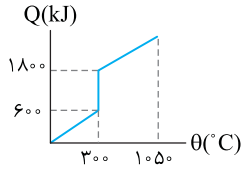
بنابراین افزایش دما خواهد شد:

$$\theta=۵^\circ C$$

میانبر با یک تناسب ساده مسئله قابل حل است.

$$\frac{۲۰۰۰J}{۱۰۰J}\Big|\frac{۱۰۰K}{\Delta T}\Rightarrow\Delta T=۵K\Rightarrow\Delta\theta=۵^\circ C$$

بازی با سؤال نمودار مقابل نمودار گرما بر حسب دما برای مایعی به جرم ۴kg است. اگر به این مایع به اندازهٔ ۹۰۰kJ حرارت بدهیم با توجه به نمودار، چند کیلوگرم آن به صورت مایع باقی می‌ماند؟



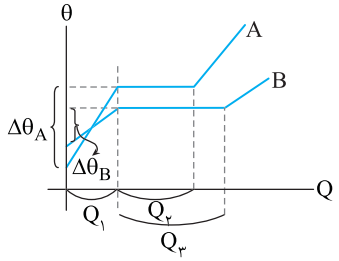
۱) ۱ ۲) ۳
۳) ۲/۵ ۴) ۰/۵

گزینهٔ ۲

۳ ۱۰۳۵ B

با گرمای یکسان Q_1 تغییر دمای A از تغییر دمای B بیشتر است.

$$Q_A=Q_B\Rightarrow C_A\Delta\theta_A=C_B\Delta\theta_B\xrightarrow{\Delta\theta_A>\Delta\theta_B}C_A<C_B$$



از طرفی برای ذوب کامل A مقدار گرمای لازم برابر Q_2 است و برای ذوب کامل B مقدار گرمای لازم برابر Q_3 و با توجه به اینکه $Q_2<Q_3$ است، گرمای نهان ذوب A از گرمای نهان ذوب B کمتر است. (دقت کنید جرم A و B برابر است.)

$$Q_2=mL_{F_A},Q_3=mL_{F_B}\xrightarrow{Q_2<Q_3}L_{F_A}<L_{F_B}$$

۲ ۱۰۳۶ B

۱ گرمایی که با توان ۱۰W جسم در مدت ۳۰۰s دریافت می‌کند برابر است با:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\Rightarrow Q=۱۰\times۳۰۰=۳۰۰۰J$$

۲ این گرما دمای جسم را از ۲۰°C به ۸۰°C رسانده است، به کمک آن جرم جسم را به‌دست می‌آوریم.

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow{c=۱۰^۳J/kg^\circ C}۳۰۰۰=m\times۱۰^۳\times۶۰$$

$$\Rightarrow m=\frac{۱}{۲۰}kg=۰/۰۵kg\Rightarrow m=۵۰g$$

۳ اکنون گرمایی که این جسم در مدت ۱۰۲۰−۳۰۰=۷۲۰s با توان ۱۰W دریافت می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$Q=Pt\Rightarrow Q=۱۰\times۷۲۰=۷۲۰۰J$$

۴ در این مدت جسم در حال تغییر حالت است و مقدار جرمی که توسط ۷۲۰۰J گرما ذوب می‌شود خواهد شد:

$$Q=mL_F\xrightarrow{L_F=۱۸\times۱۰^۴J/kg.K}۷۲۰۰=m\times۱۸\times۱۰^۴\Rightarrow m=۰/۰۴kg=۴۰g$$

۵ از ۵۰g جسم، ۴۰g آن ذوب شده، مقدار درصد جرم جامدی که ذوب می‌شود برابر است با:

$$\frac{۴۰}{۵۰}\times۱۰۰=۸۰٪$$

۴ ۱۰۳۷ B

خط فکری نمودار تغییرات را رسم می‌کنیم و در هر مرحله گرمایی که یخ دریافت می‌کند را حساب می‌کنیم و زمان آن را به‌دست می‌آوریم. آن‌گاه زمان‌های به‌دست آمده را با زمان‌های نمودارهای داده شده مقایسه می‌کنیم تا به جواب برسیم.

آهنگ گرمای داده شده $P=\frac{Q}{t}$ است و برابر ۲۱۰J/s است.

یخ −۱۰°C $\xrightarrow{Q_1}$ یخ ۰°C $\xrightarrow{Q_2}$ آب ۰°C $\xrightarrow{Q_3}$ آب ۱۰°C

مدتی که طول می‌کشد تا یخ $-۱۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ تبدیل شود:

$$P=\frac{Q_۱}{t}\Rightarrow ۲۱۰=\frac{Q}{t}\xrightarrow[Q_۱=mc_{یخ}\Delta\theta]{^\circ C\text{ یخ به یخ }-۱۰^\circ C}۲۱۰=\frac{۰/۲\times۲۱۰۰\times۱۰}{\Delta t_۱}\Rightarrow\Delta t_۱=۲۰s$$

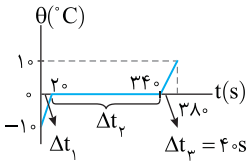
مدت زمان ذوب کامل یخ:

$$P=\frac{Q_۲}{t}\Rightarrow ۲۱۰=\frac{Q}{t}\xrightarrow[Q_۲=mL_F]{^\circ C\text{ آب به }^\circ C\text{ یخ}}۲۱۰=\frac{۰/۲\times۳۳۶۰۰۰}{\Delta t_۲}\Rightarrow\Delta t_۲=۳۲۰s$$

مدت زمان تبدیل آب $۰^\circ C$ به یخ $۱۰^\circ C$:

$$P=\frac{Q_۳}{t}\Rightarrow ۲۱۰=\frac{Q}{t}\xrightarrow[Q_۳=mc_{آب}\Delta\theta]{^\circ C\text{ آب به }^\circ C\text{ آب}}۲۱۰=\frac{۰/۲\times۴۲۰۰\times۱۰}{\Delta t_۳}\Rightarrow\Delta t_۳=۴۰s$$

بنابراین:



میانبر باتوجه‌به‌اینکه گرمای نهان ذوب به‌صورت $L_F=۳۳۶۰۰۰=۸۰\times۴۲۰۰$ است پس گرمای مورد نیاز برای ذوب برابر $mL_F=۸۰mc$ بوده و گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای $۲۰^\circ C$ آب برابر $mc\Delta\theta=۲۰mc$ است، بنابراین مدت زمان لازم برای ذوب یخ باید ۴ برابر مدت زمان تغییر دمای $۲۰^\circ C$ آب باشد که این مورد در سه گزینهٔ (۱) تا (۳) رعایت نشده است.

B ۱ ۱۰۳۸

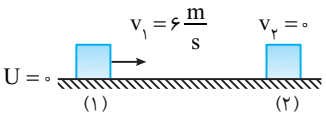
خط فکری یک تست ترکیبی از فصل گرما و فصل کار و انرژی روبه‌روی ما است.

گرمایی که در اثر اصطکاک ایجاد شده است سبب ذوب مقداری یخ $۰^\circ C$ شده است، بنابراین ابتدا باید کار نیروی اصطکاک را که به گرما تبدیل شده به کمک قانون پایستگی انرژی حساب کنیم و مقدار گرمای به‌دست آمده را با مقدار گرمای که یخ مورد نیاز برای ذوب برابر قرار دهیم.

۱ با توجه به پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$E_۲-E_۱=W_f\xrightarrow[E_۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=۰]{E_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=\frac{۱}{۲}m(۶)^۲}$$

$$۰-۱۸m=W_f\Rightarrow W_f=-۱۸m\xrightarrow{m=۵۵/۵}W_f=-۹۹۹J$$



۲ در واقع جسم ۹۹۹J انرژی از دست داده و این انرژی از دست رفته به صورت گرما به یخ داده شده، حال مقدار یخ ذوب شده توسط ۹۹۹J گرما را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=m'L_F\Rightarrow ۹۹۹=m'\times۳۳۳\times۱۰^۳\Rightarrow m'=۳\times۱۰^{-۳}kg=۳g$$

B ۲ ۱۰۳۹

خط فکری با رها کردن وزنه‌ها، وزنهٔ ۲۰kg، ۱۰m پایین می‌آید و وزنه ۱۰kg نیز ۱۰m پایین می‌رود. در واقع هر دو جسم به اندازهٔ mgh انرژی آزاد می‌کنند که این انرژی آزاد شده توسط همزن به یخ داده شده و باعث ذوب یخ می‌شود.

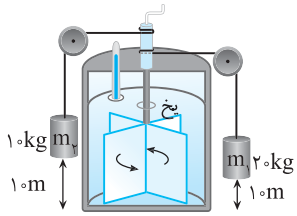
۱ انرژی پتانسیل آزاد شده توسط وزنهٔ $m_۱$ را حساب می‌کنیم.

$$|U_۱|=mgh_۱=۲۰\times۱۰\times۱۰=۲۰۰۰J$$

۲ انرژی پتانسیل آزاد شده توسط وزنهٔ $m_۲$ برابر است با:

$$|U_۲|=m_۲gh_۲=۱۰\times۱۰\times۱۰=۱۰۰۰J$$

۳ بنابراین در مجموع $۲۰۰۰+۱۰۰۰=۳۰۰۰J$ گرما توسط همزن متصل به جسم‌ها، به یخ داده می‌شود و باعث ذوب یخ خواهد شد:



$$Q=mL_F$$
$$\Rightarrow ۳۰۰۰=m\times۳۳۶J/g$$
$$\Rightarrow m=\frac{۳۰۰۰}{۳۳۶}g\simeq۹g$$

A ۲ ۱۰۴۰

۱ ابتدا مشخص می‌کنیم که وقتی ۴۰/۲kJ گرما از آب $۰^\circ C$ می‌گیریم، چند گرم از آب یخ می‌زند.

$$Q_F=mL_F\Rightarrow ۴۰/۲=m\times۳۳۵\Rightarrow m=۰/۱۲kg$$

۲ بنابراین ۱۲۰g آب $۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و $۱۸۰-۱۲۰=۶۰g$ آب $۰^\circ C$ باقی می‌ماند.

B ۱ ۱۰۴۱

خط فکری وقتی که در دمای نقطهٔ جوش یا نقطهٔ ذوب به جسم گرما می‌دهیم، در تمام مدت تغییر حالت، دما ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند اما انرژی درونی جسم (آب) افزایش می‌یابد. وقتی به آب گرما می‌دهیم ابتدا دمای آن به $۱۰۰^\circ C$ می‌رسد و سپس شروع به جوشیدن و بخار شدن می‌کند، در حل این نوع مسائل ابتدا باید گرمای لازم برای تغییر دما Q را بیابید و آن را با گرمای داده شده به جسم مقایسه کنید اگر گرمای داده شده به جسم از Q بزرگ‌تر باشد، مقدار اضافی آن صرف تبخیر آب می‌شود.

۱ حال گرمای لازم تا رسیدن به نقطهٔ جوش را محاسبه می‌کنیم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q_{۲۰^\circ C\text{ تا }۱۰۰^\circ C}=۲\times۴۲۰۰\times۸۰=۴۲\times۱۶\times۱۰^۳J=۴۲\times۱۶kJ$$

۲ گرمایی که برای تبخیر آب باقی می‌ماند برابر است با:

$$Q'=Q_{کل}-Q_{۲۰^\circ C\text{ تا }۱۰۰^\circ C}=۸۴۰kJ-۱۶\times۴۲kJ$$

$$\xrightarrow{۸۴۰kJ=۲\times۴۲}Q'=۲۰\times۴۲-۱۶\times۴۲\Rightarrow Q'=۴\times۴۲kJ$$

۳ بنابراین درصد گرمای تبخیر به گرمای کل داده شده به جسم خواهد شد:

$$\frac{Q'}{Q_{کل}}\times۱۰۰=\frac{۴\times۴۲}{۸۴۰}\times۱۰۰=\frac{۱}{۵}\times۱۰۰=۲۰٪$$

B ۱ ۱۰۴۲

گرمایی که صرف افزایش دمای مقداری آب از $۰^\circ C$ به $\theta^\circ C$ می‌شود، $\frac{۱}{۵}$ گرمای لازم برای ذوب همان مقدار یخ است.

$$mc\Delta\theta=\frac{۱}{۵}mL_F\Rightarrow ۴۲۰۰\Delta\theta=\frac{۱}{۵}\times۳۳۶۰۰۰\Rightarrow\Delta\theta=۱۶^\circ C$$

B ۳ ۱۰۴۳

خط فکری $\frac{۱}{۳}$ گرما تلف شده بنابراین $\frac{۲}{۳}$ آن صرف افزایش دمای آب $(Q=mc\Delta\theta)$ و تبخیر آب $(Q=mL_V)$ می‌شود، بنابراین ابتدا مقدار گرمای لازم برای افزایش دما از $۸۰^\circ C$ تا $۱۰۰^\circ C$ را حساب می‌کنیم، اگر از گرما چیزی باقی مانده باشد، مقدار اضافی گرما صرف تبخیر آب می‌شود.

۱ گرمایی که به آب داده می‌شود:

$$Q_{کل}=\frac{۲}{۳}\times۲۸۴/۷۶kJ\Rightarrow Q=۱۸۹/۸۴kJ$$

۲ گرمایی که ۱۰۰g آب $۸۰^\circ C$ می‌گیرد تا دمایش به $۱۰۰^\circ C$ برسد:

$$Q_۱=mc\Delta\theta\Rightarrow Q_۱=۰/۱\times۴۲۰۰\times(۱۰۰-۸۰)\Rightarrow Q=۸۴۰۰J=۸/۴kJ$$

۳ بنابراین ۸/۴kJ گرما صرف افزایش دمای آب شده و باقیماندهٔ گرما صرف تبخیر آب خواهد شد:

$$Q_{تبخیر}=Q_{کل}-Q_۱\Rightarrow Q_{تبخیر}=۱۸۹/۸۴-۸/۴=۱۸۱/۴۴kJ$$

۴ مقدار آب بخار شده را حساب می‌کنیم.

$$Q=mL_F\Rightarrow ۱۸۱/۴۴=m\times۲۲۶۸\Rightarrow m=۰/۰۸kg=۸۰g$$

۵ بنابراین از ۱۰۰g آب، ۸۰g بخار شده است.

$$\frac{۸۰}{۱۰۰}\times۱۰۰=۸۰٪$$

B ۱۰۴۴ ۲

کل گرمای داده شده به یخ توسط گرمکن را حساب می‌کنیم.

$$Q=Pt\Rightarrow Q=۲۱۰۰۰\times۱۰=۲۱۰۰۰J=۲۱۰kJ$$

گرمای لازم برای رسیدن دمای یخ از $-۲۰^\circ C$ به $۰^\circ C$ برابر است با:

$$Q_۱=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta\Rightarrow Q_۱=۰/۵\times۲۱۰۰\times۲۰\Rightarrow Q=۲۱۰۰۰J=۲۱kJ$$

گرمای لازم برای ذوب یخ

$$Q_۲=mL_F\Rightarrow Q_۲=۰/۵\times۳۳۶۰۰۰\Rightarrow Q_۲=۱۶۸۰۰۰J=۱۶۸kJ$$

کل گرمایی که صرف ذوب یخ شده برابر مجموع $۲۱kJ$ و $۱۶۸kJ$ یعنی $۱۸۹kJ$ است.

بقیهٔ گرما صرف بالا بردن دمای آب از $۰^\circ C$ به θ می‌شود.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۲۱۰-۱۸۹=۰/۵\times۴/۲\Delta\theta$$

$$۲۱=۲/۱\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۱۰^\circ C$$

B ۱۰۴۵ ۱

۱ ابتدا گرمایی که توسط گرمکن در مدت ۱۲۲/۵ ثانیه تولید می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow ۷۵۰=\frac{W}{۱۲۲/۵}\Rightarrow W=۷۵۰\times۱۲۲/۵\,J$$

۲ از این مقدار گرما ٪۸۰ صرف گرم کردن یخ می‌شود.

$$Q=\frac{۸۰}{۱۰۰}W\Rightarrow Q=\frac{۴}{۵}\times۷۵۰\times۱۲۲/۵\Rightarrow Q=۶۰۰\times۱۲۲/۵J\Rightarrow Q=۷۳۵۰۰J$$

۳ مقدار گرمایی که یخ $-۶^\circ C$ لازم دارد تا به یخ $۰^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم.

$$Q'=mc\Delta\theta\Rightarrow Q'=۰/۵\times۲۱۰۰\times۶\Rightarrow Q'=۶۳۰۰J$$

۴ بنابراین از $۷۳۵۰۰J$ گرمایی که گرمکن به یخ می‌دهد، $۶۳۰۰J$ صرف تبدیل یخ $-۶^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ می‌شود و باقی آن صرف ذوب یخ خواهد شد.

$$Q_{\text{ذوب}}=Q-Q'\Rightarrow Q_{\text{ذوب}}=۷۳۵۰۰-۶۳۰۰=۶۷۲۰۰J$$

۵ حال با توجه به گرمای ذوب به‌دست آمده، مقدار یخ ذوب شده را حساب می‌کنیم:

$$Q_{\text{ذوب}}=mL_F\Rightarrow ۶۷۲۰۰=m\times۳۳۶۰۰۰\Rightarrow m=۰/۲kg=۲۰۰g$$

در نتیجه $۵۰۰-۲۰۰=۳۰۰g$ یخ باقی می‌ماند.

B ۱۰۴۶ ۴

یادآوری دمای اولیهٔ یخ را برحسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\xrightarrow{F=۳۲^\circ F}۳۲=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow\theta=۰^\circ C$$

۱ ابتدا گرمای لازم برای ذوب یخ $۰^\circ C$ و رسیدن به آب $۰^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$Q_۱=mL_F\Rightarrow Q_۱=۲\times(۳۳۶\times۱۰^۳)=۶۷۲۰۰۰J$$

۲ گرمای باقی‌مانده را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_{\text{باقی‌مانده}}=Q_{\text{کل}}-Q_۱\Rightarrow Q_{\text{باقی‌مانده}}=۷۵۶۰۰۰-۶۷۲۰۰۰=۸۴۰۰۰J$$

۳ این گرما باعث تغییر دمای آب $۰^\circ C$ به آب $\theta^\circ C$ می‌شود:

$$Q_{\text{باقی‌مانده}}=mc_{\text{آب}}\Delta\theta\Rightarrow ۸۴۰۰۰=۲\times۴۲۰۰\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=۱۰^\circ C\xrightarrow{\theta_۱=۰^\circ C}\theta_۲-۰=۱۰\Rightarrow\theta_۲=۱۰^\circ C$$

B ۱۰۴۷ ۱

۱ ابتدا با توجه به آهنگ گرما و مدت زمان داده شده، گرمای داده شده به یخ را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\xrightarrow[t=۱۲min]{P=۱/۰۵\times۱۰^۳J/min}$$

$$Q=۱/۰۵\times۱۰^۳J/min\times۱۲min=۱۰۵۰\times۱۲J=۱۲۶۰۰J$$

۲ این گرما ابتدا دمای یخ را از $-۱۰^\circ C$ به صفر می‌رساند:

$$Q_۱=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta\xrightarrow[c_{\text{یخ}}=۲۱۰۰J/kg.K,m=۰/۲kg]{\Delta\theta=۱۰^\circ C}Q_۱=۰/۲\times۲۱۰۰\times۱۰=۴۲۰۰$$

۳ از $۱۲۶۰۰J$ گرما، $۴۲۰۰J$ گرما صرف تغییر دمای یخ از $-۱۰^\circ C$ به $۰^\circ C$ می‌شود و مابقی گرما می‌تواند یخ را ذوب کند، بنابراین گرمای باقی‌مانده $Q_۲=۱۲۶۰۰-۴۲۰۰=۸۴۰۰J$ است که باید بررسی کنیم که می‌تواند تمام یخ را ذوب کند یا خیر. برای این کار ابتدا گرمای لازم برای ذوب $۲۰۰g$ یخ صفر درجهٔ سلسیوس را حساب می‌کنیم:

$$Q'=mL_F\xrightarrow{L_F=۳۳۶\times۱۰^۳J/kg}$$

$$Q'=۰/۲\times۳۳۶\times۱۰^۳=۶۷/۲\times۱۰^۳J\Rightarrow Q'=۶۷۲۰۰J$$

برای ذوب کامل یخ به $۶۷۲۰۰J$ گرما نیاز است.

بنابراین $۸۴۰۰J$ گرما نمی‌تواند باعث ذوب کامل یخ شود و تنها بخشی از یخ ذوب شده و در نهایت مخلوط آب و یخ $۰^\circ C$ خواهیم داشت.

B ۱۰۴۸ ۴

خط فکری برای این نوع مسائل بهتر است نمودار شبیه آن‌چه که در زیر رسم کرده‌ایم، رسم کنید، سپس گرمای هر قسمت را برحسب گرمای ویژهٔ آب (c) حساب کنید. از سوی دیگر گرمایی که به یخ داده می‌شود آن را نیز بر حسب c به‌دست آورید تا به‌راحتی بتوانید مسیر اتفاقات را پیگیری کنید.

یخ $-۱۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۱=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta=۰/۲\times\frac{c}{۲}\times۱۰=c}$ یخ $۰^\circ C$

یخ $۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۲=mL_F=۰/۲\times۸۰c=۱۶c}$ آب $۰^\circ C$

آب $۰^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{\text{آب}}\Delta\theta=۰/۲\times c\times۱۰۰=۲۰c}$ آب $۱۰۰^\circ C$

گرمای داده شده به یخ $۱۰۵kJ$ است آن را بر ۴۲۰۰ تقسیم می‌کنیم تا مشخص شود Q چند برابر c است.

$$Q=۱۰۵kJ=\frac{۱۰۵\times۱۰^۳}{۴۲۰۰}\times c=۲۵c$$

برای تبدیل یخ $-۱۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ به اندازهٔ c گرما لازم است و گرمای داده شده به یخ $۲۵c$ است، بنابراین تمام یخ به دمای $۰^\circ C$ می‌رسد و گزینهٔ (۱) نادرست است.

گرمای لازم برای ذوب کامل یخ $۱۶c$ است که این نیز از گرمای داده شده به آب کمتر است و تمام یخ ذوب می‌شود و گزینهٔ (۲) و (۳) نادرست است، بنابراین تمام یخ ذوب می‌شود و دمای آن بالاتر از $۰^\circ C$ خواهد بود بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

برای به‌دست آوردن دمای نهایی نیز می‌توان با توجه به گرمای کل نوشت:

$$Q_{\text{کل}}=Q_۱+Q_۲+Q'\Rightarrow ۲۵c=c+۱۶c+mc\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow ۸c=۰/۲c\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۴۰^\circ C\Rightarrow\theta_{\text{نهایی}}=۴۰^\circ C$$

بازی با سوال به ۴۰۰ گرم آب صفر درجهٔ سلسیوس در فشار ۱atm مقدار ۳۹۴ کیلوژول گرما می‌دهیم. در نهایت .....

$$(L_V=۲۲۶۰kJ/kg\ ،\ c_{\text{آب}}=۴/۲kJ/kg.K\ ،\ c_{\text{بخار}}=۲/۱kJ/kg.K)$$

۱) دمای نهایی $۱۲۰^\circ C$ و تمام آب بخار می‌شود.

۲) دمای نهایی $۱۰۰^\circ C$ و ۳۰۰ گرم آب بخار می‌شود.

۳) دمای نهایی $۱۰۰^\circ C$ و ۱۰۰ گرم آب بخار می‌شود.

۴) دمای نهایی $۸۰^\circ C$ و آب بخار نمی‌شود.

گزینهٔ ۳

B ۱۰۴۹ ۳

گرما انرژی‌ای است که به دلیل اختلاف دما از جسم با دمای بیشتر به جسم با دمای کمتر منتقل می‌شود. در این مسأله دمای آب و یخ یکسان است و تبادل گرمایی رخ نمی‌دهد، بنابراین جرم یخ ثابت می‌ماند.

B ۱۰۵۰ ۲

دمای تعادل $۱۰^\circ C$ است بنابراین یخ $-۲۰^\circ C$ از فلز گرما می‌گیرد و ابتدا به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و سپس یخ $۰^\circ C$ به آب $۰^\circ C$ و در نهایت به آب $۱۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و در این فرایند فلز با از دست دادن گرما دمایش از $۹۰^\circ C$ به $۱۰^\circ C$ می‌رسد.

۱ نمودار زیر را برای درک بهتر تغییرها و تبدیل‌ها رسم می‌کنیم:

یخ $-۲۰^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{یخ}\Delta\theta}$ یخ $۰^\circ C$ $\xrightarrow{mL_F}$ آب $۰^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{آب}\Delta\theta}$ آب $۱۰^\circ C$

فلز $۱۰^\circ C$ $\xleftarrow{C'\Delta\theta'}$ فلز $۹۰^\circ C$

۲ فلز گرما از دست می‌دهد تا دمای آن پایین بیاید و یخ گرما گرفته است. با توجه به اینکه اتلاف گرمایی نداریم، فلز هر چه گرما از دست داده یخ این گرما را گرفته تا به آب $۱۰^\circ C$ تبدیل شود.

تذکر واحد جرم در یکای گرمای ویژه‌ها و گرمای نهان ذوب بر حسب گرم است پس در روابط، جرم نیز بر حسب گرم گذاشته می‌شود.

$$mc_{یخ}\Delta\theta+mL_F+mc_{آب}\Delta\theta=C'\Delta\theta'$$

$$۱۰۰\times۲\times۲۰+۱۰۰\times۳۴۰+۱۰۰\times۴\times۱۰=C'\times۸۰$$

$$۱۰۰(۴۰+۳۴۰+۴۰)=۸۰C'\Rightarrow C'=۵۲۵J/K$$

۴ ۱۰۵۱ B

خط فکری در این فرایند یخ از آب $۲۰^\circ C$ گرما می‌گیرد. ابتدا یخ $-۱۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود، سپس یخ $۰^\circ C$ با دریافت گرما از آب، ذوب می‌شود و به آب $۰^\circ C$ تبدیل شده و سرانجام دمای آن $۵^\circ C$ می‌شود. در این مدت، آب $۲۰^\circ C$ با از دست دادن گرما به آب $۵^\circ C$ تبدیل می‌شود. گرمایی که یخ $-۱۰^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $۵^\circ C$ تبدیل شود و هم‌چنین گرمایی که آب $۲۰^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش $۵^\circ C$ شود را حساب کنید و برابر قرار دهید تا بتوانید جرم آب $۲۰^\circ C$ را به‌دست بیاورید.

۱ گرمای لازم برای رسیدن یخ $-۱۰^\circ C$ به آب $۵^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$\text{یخ } {}^{۱kg}_{-۱۰^\circ C} \xrightarrow[m'c_{یخ}\Delta\theta_۱]{Q_۱} \text{یخ } {}^{۱kg}_{۰^\circ C} \xrightarrow[m'L_F]{Q_۲} \text{آب } {}^{۱kg}_{۵^\circ C}$$

$$Q_{یخ}=Q_۱+Q_۲+Q_۳=m'c_{یخ}\Delta\theta_۱+m'L_F+m'c_{آب}\Delta\theta$$

$$Q_{یخ}=۱\times۲۱۰۰\times۱۰+۱\times۳۳۶۰۰۰+۱\times۴۲۰۰\times۵$$

۲ گرمایی که آب $۲۰^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب $۵^\circ C$ برسد را حساب می‌کنیم:

$$Q_{آب}=mc_{آب}\Delta\theta'=m\times۴۲۰۰\times۱۵$$

۳ $Q_{یخ}$ و $Q_{آب}$ با هم برابرند است:

$$Q_{یخ}=Q_{آب}\rightarrow ۲۱۰۰\times۱۰+۳۳۶۰۰۰+۴۲۰۰\times۵=m\times۴۲۰۰\times۱۵$$

$$\xrightarrow[۲۱۰۰\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر}} ۱۰+۱۶۰+۱۰=۳۰m\rightarrow ۱۸۰=۳۰m\Rightarrow m=۶kg$$

میانبر می‌توان $c_{یخ}$ که برابر ۲۱۰۰ است را به‌عنوان c گرفت در این‌صورت $c_{آب}$ که برابر ۴۲۰۰ است برابر ۲c و L_F که برابر ۳۳۶۰۰۰ بوده برابر ۱۶۰c می‌شود:

$$Q_۱=۱۰c, Q_۲=۱۶۰c, Q_۳=۱۰c$$

$$Q_{آب}=۳۰mc$$

$$Q_{یخ}=Q_{آب}=۱۸۰c=۳۰mc\Rightarrow m=۶kg$$

۴ ۱۰۵۲ B

خط فکری هر گاه پس از تبادل گرمایی بین آب و یخ، مقداری یخ باقی مانده باشد یعنی دمای تعادل $۰^\circ C$ است و گرمایی که یخ دریافت کرده است سبب ذوب مقداری یخ شده است. گرمایی که آب $۵۰^\circ C$ از دست داده تا دمایش $۰^\circ C$ شود، صرف ذوب یخ $۰^\circ C$ شده است، از این‌رو:

$$mc\Delta\theta=m_iL_F\Rightarrow ۸۰۰\times۴۲۰۰\times۵۰=۳۳۶۰۰۰m_i\Rightarrow m_i=۵۰۰g$$ ذوب شده

$$\text{یخ } {}^{m_i}_{۰^\circ C}\rightarrow \text{آب } {}^{m_i}_{۰^\circ C} \quad ، \quad \text{آب } {}^{۸۰۰g}_{۰^\circ C}\leftarrow \text{آب } {}^{۸۰۰g}_{۵۰^\circ C}$$

بنابراین جرم یخ اولیه برابر $۵۰۰+۱۰۰=۶۰۰g$ است.

۳ ۱۰۵۳ B

خط فکری در صورت مسئله بیان شده بعد از تبادل گرمایی $\frac{۱}{۳}$ از جرم قطعه یخ $۰^\circ C$ باقی مانده است یعنی آب $۲۰^\circ C$ به یخ گرما داده و توانسته $\frac{۲}{۳}$ از جرم یخ $۰^\circ C$ را به آب $۰^\circ C$ تبدیل کند و دمای خودش نیز به $۰^\circ C$ رسیده است و در نهایت مخلوط آب و یخ $۰^\circ C$ در حال تعادل داریم.

نمودار تغییرات را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم.

یخ $۰^\circ C$ $\xrightarrow[Q_۱]{\frac{۲}{۳}m}$ آب $۰^\circ C$ $\xleftarrow[Q_۲]{m'}$ آب $۸۰۰g$ $۲۰^\circ C$

گرما می‌گیرد ← دمای تعادل ← گرما از دست می‌دهد

بنا به پایستگی انرژی مجموع گرمایی که آب از دست می‌دهد و یخ دریافت می‌کند برابر صفر است.

$$Q_۱+Q_۲=۰\Rightarrow \frac{۲}{۳}mL_F+m'c(۰-۲۰)=۰ \xrightarrow{\substack{L_F=۳۳۶۰۰۰J/kg\\ c_{آب}=۴۲۰۰J/kg.K}}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۳}m\times۳۳۶۰۰۰=\frac{۸۰۰}{۱۰۰۰}\times۴۲۰۰\times۲۰\Rightarrow \frac{۲}{۳}m=\frac{۱}{۵}\Rightarrow m=\frac{۳}{۱۰}kg=۳۰۰g$$

میانبر برای سادگی حل سؤال می‌توان گرمای ویژهٔ آب را $c=۴۲۰۰J/kg.K$ گرفت و گرمای نهان ذوب را به صورت $L_F=۳۳۶۰۰۰J/kg=۸۰\times۴۲۰۰=۸۰c$ در رابطه قرار داد.

۱ ۱۰۵۴ B

۱ تمام یخ ذوب نشده که به این معنا است که دمای نهایی $۰^\circ C$ است. ابتدا گرمایی را که ۱۰۰g آب از دست می‌دهد تا دمایش $۰^\circ C$ شود، حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=۰/۱\times۴/۲\times۸۰\Rightarrow Q=۳۳/۶kJ$$

۲ گرمایی که ۸۰ گرم یخ می‌گیرد تا ذوب شود را به‌دست می‌آوریم.

$$Q=mL_F=۸۰\times۱۰^{-۳}\times۳۳۶=۲۶/۸۸kJ$$

۳ آب $۳۳/۶kJ$ گرما از دست داده اما یخ به اندازهٔ $۲۶/۸۸kJ$ گرما گرفته بنابراین تفاوت این دو گرما تلف شده است. $۳۳/۶-۲۶/۸۸=۶/۷۲kJ$

۲ ۱۰۵۵ B

خط فکری قطعه مس باعث تبخیر ۵g آب $۱۰۰^\circ C$ شده است، بنابراین دمای قطعه مس از $۱۰۰^\circ C$ بیشتر است و این قطعه مس به آب $۱۰۰^\circ C$ گرما می‌دهد، همچنین مس نتوانسته تمام آب $۱۰۰^\circ C$ را تبدیل به بخار کند و از ۱۰۰g آب $۱۰۰^\circ C$ تنها ۵g آن به بخار تبدیل شده و در نهایت بخار آب و آب $۱۰۰^\circ C$ در حال تعادل خواهیم داشت، بنابراین دمای تعادل نهایی آب، بخار آب و مس $۱۰۰^\circ C$ خواهد بود.

حال با دانستن این مطالب مسئله به سادگی قابل حل است.

گرمایی که ۲۸۲g مس $\theta^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش به $۱۰۰^\circ C$ برسد برابر گرمایی است که ۵g آب $۱۰۰^\circ C$ دریافت کرده است تا بخار شود. این دو گرما را برابر قرار می‌دهیم:

$$m_{مس}c_{مس}\Delta\theta=m_{آب}L_V\Rightarrow ۲۸۲\times۱۰^{-۳}\times۴۰۰\times(\theta-۱۰۰)=۵\times۱۰^{-۳}\times۲۲۵۶\times۱۰^۳$$

$$\Rightarrow \theta-۱۰۰=۱۰۰\Rightarrow \theta=۲۰۰^\circ C$$

۲ ۱۰۵۶ B

چون دمای تعادل معلوم است، مراحل مبادلهٔ گرما را به صورت نمودار زیر مشخص می‌کنیم.

گرما گرفته ← دمای تعادل ← گرما داده

آب $۱۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۳}$ آب $۵۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۲}$ آب $۱۰۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۱}$ بخار $۱۰۰^\circ C$

گرمایی که بخار آب $۱۰۰^\circ C$ از دست داده تا به آب $۵۰^\circ C$ برسد باعث افزایش دمای آب $۱۰^\circ C$ تا $۵۰^\circ C$ شده بنابراین می‌توان نوشت:

$$|Q_۱|+|Q_۲|=Q_۳\Rightarrow m_۱L_V+m_۱c\Delta\theta_۱=m_۳c\Delta\theta_۲$$

$$\Rightarrow m_۱\times۲۲۶۸+m_۱\times۴/۲\times۵۰=۵۹۰\times۴/۲\times۴۰$$

می‌توان گرمای ویژهٔ آب را $c=۴/۲J/g^\circ C$ گرفت که در این صورت $L_V=۲۲۶۸J/g=۵۴۰\times ۴/۲=۵۴۰c$ می‌شود:

$$m_۱\times ۵۴۰c+m_۱c\times ۵۰=۵۹۰\times c\times ۴۰\Rightarrow m_۱=۴۰g$$

بازی با سؤال مقداری بخار $۱۰۰^\circ C$ را وارد ۵۰۰ گرم آب $۱۰^\circ C$ می‌کنیم، دمای تعادل $۴۰^\circ C$ می‌شود. اگر گرمای نهان ویژهٔ تبخیر آب $۲۲۶۸J/g$ باشد، بخار آب چند گرم بوده است؟ $(c_{آب}=۴/۲J/g.^\circ C)$

۱) ۱۲ ۲) ۲۵ ۳) ۱۲۰ ۴) ۲۵۰

گزینهٔ ۲

A ۱۰۵۷ ۲

۱ با تبخیر سطحی عرق از بدن شخص، دمای بدن پایین می‌آید. وقتی که دمای بدن $۱^\circ C$ کاهش می‌یابد، گرمایی که بدن از دست می‌دهد برابر است با:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=۶۰\times ۳۵۰۰\times ۱J$$

۲ گرمایی که عرق از بدن می‌گیرد تا تبخیر شود $(Q=mL_V)$ برابر گرمایی است که بدن از دست داده تا دمایش $۱^\circ C$ کاهش یابد. از این‌رو:

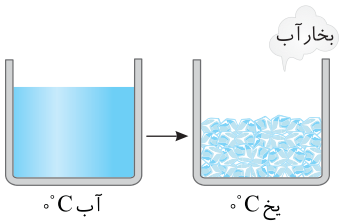
$$۶۰\times ۳۵۰۰\times ۱=m_{آب}\times ۲/۴\times ۱۰^۶\Rightarrow m_{آب}=۰/۰۸۷۵kg=۸۷/۵g$$

۳ بنابراین بدن $۸۷/۵g$ آب از دست داده و شخص برای جبران باید $۸۷/۵g$ آب بنوشد، حال حجم آب را به‌دست می‌آوریم:

یکای سی‌سی همان سانتی‌متر مکعب است. $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۱=\frac{۸۷/۵}{V}\Rightarrow V=۸۷/۵cm^۳$

B ۱۰۵۸ ۴

خط فکری ابتدا مقداری آب $۰^\circ C$ در اختیار داشته‌ایم. بخشی از آب بخار می‌شود و برای تبخیر سطحی این بخش از آب، گرما لازم است و این گرما از بخش دیگر آب دریافت می‌شود و آن بخش از آب $۰^\circ C$ به دلیل از دست دادن گرما یخ می‌زند.



۱ با توجه به صورت سؤال مجموع جرم یخ و بخار تولیدشده ۳۴۰ گرم است.

$$m_L+m_V=۳۴۰g \quad (I)$$

۲ از طرفی گرمایی که بخشی از آب از بخش دیگر می‌گیرد تا تبخیر شود سبب یخ زدن آن می‌شود، بنابراین گرمای نهان تبخیر را با گرمای نهان انجماد یخ برابر قرار می‌دهیم:

$$Q_F=Q_V\Rightarrow m_LL_F=m_VL_V\Rightarrow ۸۰c_{آب}m_L=۶۰۰c_{آب}m_V$$

$$\Rightarrow m_L=\frac{۶۰۰}{۸۰}m_V\Rightarrow m_L=۷/۵m_V \quad (II)$$

۳ اکنون دو معادله دو مجهول در اختیار داریم و می‌توان نوشت:

$$(I),(II):m_L+m_V=۳۴۰\xrightarrow{m_L=۷/۵m_V}$$

$$۷/۵m_V+m_V=۳۴۰\Rightarrow m_V=۴۰g$$

B ۱۰۵۹ ۱

خط فکری دقت کنید از لحظه‌ای که بخار آب $۱۰۰^\circ C$ با یخ $۰^\circ C$ در تماس قرار می‌گیرد به یخ $۰^\circ C$ گرما می‌دهد و آن را ذوب می‌کند. بخار آب $۱۰۰^\circ C$ ابتدا به آب $۱۰۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و مقداری یخ را ذوب می‌کند اما چون دمای آب از دمای یخ $۰^\circ C$ بیشتر است همچنان به یخ $۰^\circ C$ گرما می‌دهد تا آن را ذوب کند و تا زمانی که دمای آب به $۰^\circ C$ می‌رسد یخ در حال ذوب شدن است.

۱ ابتدا گرمایی را که بخار $۱۰۰^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش $۰^\circ C$ شود به‌دست می‌آوریم. زیرا تا زمانی که دمای بخار آب و آب حاصل از آن از دمای یخ $۰^\circ C$ بیشتر است، آب گرما از دست می‌دهد و یخ گرما می‌گیرد و ذوب می‌شود:

$$Q_۱=-mL_V\Rightarrow Q_۱=-۲\times ۲۲۶۸$$

$$Q_۲=-mc\Delta\theta\Rightarrow Q_۲=-۲\times ۴/۲\times ۱۰۰$$

۲ بخار آب این گرما را از دست داده و یخ صفر درجه سلسیوس همین مقدار گرما را دریافت کرده تا ذوب شود بنابراین قدر مطلق گرمایی را که بخار از دست می‌دهد با گرمایی که یخ می‌گیرد، برابر قرار می‌دهیم:

$$|Q_۱+Q_۲|=Q_۳\Rightarrow ۲\times ۲۲۶۸+۲\times ۴/۲\times ۱۰۰=m\times ۳۳۶$$

دو طرف را بر ۴/۲ تقسیم می‌کنیم. $۲\times ۵۴۰+۲۰۰=m\times ۸۰\Rightarrow m=\frac{۱۲۸۰}{۸۰}=۱۶g$

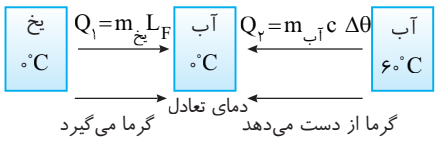
میانبر می‌توانستیم برای سادگی محاسبات از نسبت‌های زیر استفاده کنیم:

$c=۴۲۰۰J/kg.K$ ،$L_F=۸۰c$ ،$L_V=۵۴۰c$

B ۱۰۶۰ ۴

به سؤال و گزینه‌ها خوب دقت کنید. در صورت سؤال یخ $۰^\circ C$ داده شده که با آب $۶۰^\circ C$ در تبادل گرماست. آب به دلیل دمای بیشتر گرما از دست می‌دهد و این گرما را یخ می‌گیرد و ذوب می‌شود، بنابراین جرم نهایی آب برابر مجموع جرم اولیهٔ آب و مقداری یخ ذوب شده است و باید از $۸۰۰g$ بیشتر باشد و گزینهٔ (۱) و (۲) نادرست است.

همچنین با توجه به سؤال که گفته شده چند کیلوگرم آب صفر درجهٔ سلسیوس در نهایت خواهیم داشت، یعنی دمای تعادل آب و یخ صفر درجه سلسیوس است، بنابراین در این تبادل آب $۶۰^\circ C$ گرما از دست می‌دهد تا به آب $۰^\circ C$ برسد و این گرما را یخ $۰^\circ C$ گرفته تا ذوب شود:



$$Q_۱=Q_۲\Rightarrow m_{یخ}L_F=m_{آب}c\Delta\theta \xrightarrow[L_F=۳۳۶kJ/kg=۸۰c]{c_{آب}=۴/۲kJ/kg^\circ C=c}$$

$$m_{یخ}\times ۸۰c=\frac{۸۰۰}{۱۰۰۰}\times c\times ۶۰\Rightarrow m_{یخ}=\frac{۶۰۰}{۱۰۰۰}kg=۶۰۰g$$

۶۰۰g یخ ذوب شده و به آب $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و جرم نهایی آب $۰^\circ C$ برابر است با:

یخ $۰^\circ C$ که ذوب شده و به آب $۰^\circ C$ تبدیل شده

$$m=m_۱+m_۲\Rightarrow m=۸۰۰+۶۰۰=۱۴۰۰g=۱/۴kg$$

آبی که از دمای $۶۰^\circ C$ به $۰^\circ C$ رسیده

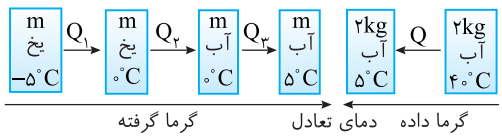
میانبر m گرم آب $۸۰^\circ C$ می‌تواند m گرم یخ $۰^\circ C$ را به طور کامل ذوب کند، بنابراین $۸۰۰g$ آب $۶۰^\circ C$ نمی‌تواند تمام $۸۰۰g$ یخ را ذوب کند و دمای نهایی مخلوط، $۰^\circ C$ است.

B ۱۰۶۱ ۳

۱ آب در حین تبادل گرمایی $۲۹۴kJ$ گرما از دست داده است، بنابراین ابتدا مشخص می‌کنیم که با از دست دادن این مقدار گرما دمای آب از $۴۰^\circ C$ به چه دمایی می‌رسد:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۲۹۴\times ۱۰^۳=۲\times ۴۲۰۰\times(۴۰-\theta)\Rightarrow\theta=۵^\circ C$$

۲ دمای نهایی آب $۵^\circ C$ شده است، بنابراین دمای تعادل $۵^\circ C$ است یعنی:



۳ یخ $-۵^\circ C$ گرمای ۲۹۴×۱۰^۳J را دریافت کرده تا به آب $۵^\circ C$ تبدیل شود:

$$Q=Q_۱+Q_۲+Q_۳\Rightarrow ۲۹۴\times ۱۰^۳=m\times ۲۱۰۰\times ۵+m\times ۳۳۶۰۰۰+m\times ۴۲۰۰\times ۵$$

دو طرف معادله را بر ۲۱۰۰ تقسیم می‌کنیم:

$$۱۴۰=۵m+۱۶۰m+۱۰m\Rightarrow m=\frac{۱۴۰}{۱۷۵}=۰/۸kg=۸۰۰g$$

بازی با سؤال درون ۲kg آب ۴۰°C مقداری یخ ۲۴°C− می‌اندازیم. اگر در تبادل گرما بین آب و یخ، آب ۳۰۲/۴kJ گرما از دست بدهد، جرم یخ چند گرم بوده است؟

$(L_F=۳۳۶kJ/kg\ ,c_{آب}=۴۲۰۰J/kgK\ ,c_{یخ}=۲۱۰۰J/kgK)$

۱) ۸۰۰ ۲) ۷۰۰ ۳) ۸۵۰ ۴) ۷۵۰

گزینه ۴

B ۱۰۶۲ **۲**

خط فکری اگر گرمایی که آب از دست می‌دهد تا دمایش کاهش یابد و به صفر برسد از گرمایی که یخ لازم دارد تا به طور کامل ذوب شود، کمتر باشد، یخ به طور کامل ذوب نشده و دمای تعادل ۰°C خواهد بود. بنابراین باید گرمایی که یخ برای ذوب کامل لازم دارد را به‌دست بیاوریم و با گرمایی که آب θ°C از دست می‌دهد تا دمایش به صفر برسد مقایسه کنیم.

گرمایی را که یخ برای ذوب شدن نیاز دارد به‌دست می‌آوریم: $Q'=m'L_F=\frac{m}{۲}L_F$

گرمایی را که آب θ°C تا رسیدن به دمای ۰°C از دست می‌دهد نیز حساب می‌کنیم:

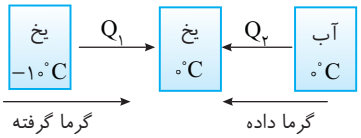
$|Q|=mc\Delta\theta=mc\theta$

اگر $Q=Q'$ باشد، یعنی آب θ درجه سلسیوس می‌تواند تمام یخ را ذوب کند و دمای مجموعه به صفر درجه رسیده و در ظرف تنها آب وجود دارد. در واقع تمام یخ ذوب می‌شود. اگر $Q<Q'$ باشد یعنی آب θ درجه سلسیوس نمی‌تواند گرمای لازم برای ذوب کامل یخ را تولید کند، پس بخشی از یخ ذوب می‌شود و در ظرف مخلوط آب و یخ صفر درجه سلسیوس باقی می‌ماند.

بنابراین: $|Q|\le Q'\Rightarrow mc\theta\le\frac{m}{۲}L_F\Rightarrow\theta\le\frac{L_F}{۲c}$

B ۱۰۶۳ **۱**

خط فکری چون مقدار آب ۰°C خیلی زیاد است پس دمای تعادل ۰°C است و یخ ۱۰°C− از آب صفر درجه گرما می‌گیرد تا دمایش صفر شود. بنابراین در این تبادل بخشی از آب ۰°C گرما از دست داده و به یخ ۰°C تبدیل می‌شود و یخ ۱۰°C− گرما گرفته و به یخ ۰°C تبدیل می‌شود:



$Q_۱=Q_۲\Rightarrow mc_{یخ}\Delta\theta=m_{آب}L_F$

$\frac{۸۰}{۱۰۰۰}\times۲۱۰۰\times۱۰=m_{آب}\times۳۳۶۰۰۰\Rightarrow m_{آب}=\frac{۵}{۱۰۰۰}kg=۵g$

بنابراین ۵g آب ۰°C به یخ ۰°C تبدیل می‌شود و به جرم یخ ۵g اضافه می‌شود.

یادآوری یخ صفر درجهٔ سلسیوس و آب صفر درجهٔ سلسیوس در تعادل گرمایی با یکدیگر قرار دارند و اگر در ظرف آب و یخ صفر درجه سلسیوس داشته باشیم بین آب و یخ تبادل گرمایی صورت نمی‌گیرد.

بازی با سؤال یک قطعه یخ به جرم ۰/۵kg و دمای ۳۳/۶°C− را در ظرف بزرگ محتوی آب ۰°C می‌اندازیم. پس از تعادل جرم یخ درون ظرف چند گرم می‌شود؟

$(L_F=۳۳۶۰۰J/kg$ و $c_{یخ}=۲۱۰J/kg.°C\ ,c_{آب}=۴۲۰۰J/kg.°C)$

۱) ۵۰۰ ۲) ۶۰۵ ۳) ۷۰۵ ۴) ۵۷۵

گزینه ۲

B ۱۰۶۴ **۱**

خط فکری جسمی که دارای دمای بالاتری است به جسم با دمای پایین‌تر گرما می‌دهد. در این مسئله دمای بخار آب ۱۵۰°C و دمای آب ۱۰۰°C است، بنابراین بخار آب به آب گرما می‌دهد. از طرفی به خاطر داریم که آب ۱۰۰°C با دریافت گرما به بخار ۱۰۰°C تبدیل می‌شود.

در محفظه مقدار زیادی آب ۱۰۰°C وجود دارد و دمای تعادل باید ۱۰۰°C باشد. در واقع بخار آب ۱۵۰°C گرما از دست می‌دهد تا به بخار ۱۰۰°C برسد این گرما باعث می‌شود، بخشی از آب ۱۰۰°C بخار شود، بنابراین پس از تعادل مقدار بخار آب ۱۰۰°C موجود در مخزن افزایش می‌یابد.

B ۱۰۶۵ **۴**

خط فکری وقتی آب ۵۰°C روی ۴۵۰g یخ ۰°C ریخته می‌شود، آب به یخ گرما می‌دهد و یخ شروع به ذوب شدن می‌کند. در صورت مسئله بیان شده سرانجام ۵۲۰g آب ۰°C خواهیم داشت که شامل دو قسمت است. یکی همان آب اولیهٔ ۵۰°C و دیگری آب حاصل از ذوب یخ، بنابراین اگر جرم آب اولیه را با $m_{آب}$ نشان دهیم، جرم یخ ذوب شده قطعاً $۵۲۰-m_{آب}$ است. البته گرمایی که آب از دست می‌دهد با گرمایی که یخ دریافت می‌کند تا ذوب شود برابر است. این خط فکری را دنبال کنید تا حل مسئله را راحت انجام دهید.

مجموع جرم آب و یخ ذوب شده در حالت ثانویه برابر ۵۲۰g است. در واقع $m_{آب}+m_{یخ\ ذوب\ شده}=۵۲۰g$ است و جرم یخ ذوب شده $=۵۲۰-m_{آب}=$

تمام گرمای لازم برای آنکه $(۵۲۰-m_{آب})g$ یخ ذوب شود از آب گرفته شده است.

در واقع: $Q_F=Q_{آب}\Rightarrow(۵۲۰-m)\times۳۳۶۰۰۰=m\times۴۲۰۰\times۵۰\xrightarrow{\div۴۲۰۰}$

$۵۲۰\times۸۰-۸۰m=۵۰m\Rightarrow۵۲۰\times۸۰=۱۳۰m\Rightarrow m=۳۲۰g$

B ۱۰۶۶ **۱**

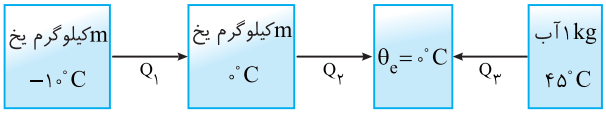
مسئله را از آخر حل می‌کنیم.

جرم آب در حالت نهایی ۳ برابر جرم یخ موجود در ظرف است. اگر جرم یخ ذوب شده را با m' نمایش بدهیم، جرم آب در حالت نهایی برابر جمع m' و یک کیلوگرم است، $(m'+۱)$ و از جرم یخ موجود در ظرف به اندازهٔ m' کاسته شده و برابر $m-m'$ است.

$\frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم یخ}}=۳\Rightarrow\frac{m'+۱}{m-m'}=۳\Rightarrow m'+۱=۳(m-m')\Rightarrow m'+۱=۳m-۳m'$

$\Rightarrow۴m'=۳m-۱\Rightarrow m'=\frac{۳m-۱}{۴}$ جرم یخ ذوب‌شده

به ابتدای مسئله برگردیم. یک کیلوگرم آب ۴۵°C با m کیلوگرم یخ ۱۰°C− تبادل گرمایی انجام داده و از m کیلوگرم یخ، $(\frac{۳m-۱}{۴})kg$ آن ذوب شده است، یعنی در نهایت مخلوط آب و یخ در حالت تعادل در دمای ۰°C در اختیار داریم. در نتیجه تغییرات به صورت نمودار زیر است.



بنا به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$Q_۱+Q_۲=Q_۳\Rightarrow m_ic_i\Delta\theta+m'L_F=m_Wc_W\Delta\theta_W$

$m\frac{c}{۲}\times۱۰+\frac{۳m-۱}{۴}\times۸۰c=۱\times c\times۴۵$

$۵m+۶۰m-۲۰=۴۵\Rightarrow۶۵m=۶۵\Rightarrow m=۱kg$

B ۱۰۶۷ **۳**

برای آنکه دمای تعادل ۰°C شود و تغییر حالتی نداشته باشیم، یعنی نه آب یخ بزند و نه یخ ذوب شود، باید گرمایی که یخ ۲۰°C− می‌گیرد تا دمایش ۰°C شود را با گرمایی که آب ۲۰°C از دست می‌دهد تا دمایش ۰°C شود، برابر قرار دهیم.

$Q_{یخ}=Q_{آب}\Rightarrow m_{یخ}c_{یخ}\Delta\theta_{یخ}=m_{آب}c_{آب}\Delta\theta_{آب}$

$۱۰۰\times۲/۱\times۲۰=m_{آب}\times۴/۲\times۲۰\Rightarrow m_{آب}=۵۰g$

میانبر تغییر دما در دو طرف برابر ۲۰°C است، چون گرمای ویژه آب دو برابر گرمای ویژهٔ یخ است، جرم آب نصف جرم یخ است.

B ۳ ۱۰۶۸

خط فکری قرار است تمام یخ ذوب شود، اما دمای نهایی یخ ذوب شده مشخص نیست. یعنی سؤال به طور مستقیم به ما نگفته که پس از ذوب یخ قرار است دمای آن $0^\circ C$ باشد یا بیشتر، همچنین در سؤال حداقل مقدار آب خواسته شده است، ما می‌دانیم هر چه مقدار آب بیشتر باشد، گرمایی که آب به یخ داده بیشتر و دمای تعادل بالاتر از صفر می‌شود، بنابراین کمترین مقدار آب یعنی مقدار آب به قدری باشد که تمام گرمایی که آب از دست می‌دهد تنها باعث ذوب یخ شود و دمای تعادل $0^\circ C$ بماند.

۱ ابتدا گرمایی که یخ لازم دارد تا به طور کامل ذوب شود را حساب می‌کنیم:

$$Q_i = mc\Delta\theta + mL_F \Rightarrow Q_i = 0/2\times 2100\times 5 + 0/2\times 336000$$

$$\Rightarrow Q_i = 0/5\times 4200 + 0/2\times 80\times 4200 = 16/5\times 4200 J$$

۲ این مقدار گرما باید توسط مقداری آب $100^\circ C$ تأمین شود و در نهایت دمای آب باید $0^\circ C$ شود، بنابراین:

$$Q_i = Q_W \Rightarrow 16/5\times 4200 = m\times 4200\times 100 \Rightarrow m = 165g$$

بازی با سؤال **ظرفی حاوی $100g$ یخ صفر درجه سلسیوس است. حداقل چند گرم آب $50^\circ C$ باید داخل آن بریزیم تا تمام یخ ذوب شود؟ ($c_{آب}=4200 J/kg.K$ ،$L_F=334 kJ/kg$ و از مبادله گرمای آب و یخ با محیط صرف‌نظر کنید.)**

۱) ۸۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۴۰ ۴) ۱۶۰

گزینهٔ ۴

B ۴ ۱۰۶۹

خط فکری قرار است $200g$ آب $0^\circ C$ یخ بزند و برای این کار از یخ $-20^\circ C$ استفاده شده است. بنابراین مقدار گرمایی که $200g$ آب $0^\circ C$ از دست می‌دهد تا یخ بزند باید با مقدار گرمایی که یخ $-20^\circ C$ دریافت می‌کند تا دمایش به $0^\circ C$ برسد، برابر باشد. دقت کنید منظور از حداقل مقدار یخ این است که آب $0^\circ C$ یخ بزند اما دمایش از $0^\circ C$ پایین نرود.

۱ گرمایی که $200g$ آب $0^\circ C$ از دست می‌دهد تا به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم.

$$Q_{آب} = mL_F \xrightarrow{L_F = 3/36\times 10^5 J/kg}$$

$$Q_{آب} = \frac{200}{1000}\times 3/36\times 10^5 = 2\times 3/36\times 10^4 \text{ ژول}$$

۲ این مقدار گرما باید با گرمایی که یخ $-20^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش صفر شود برابر باشد.

$$Q_{یخ} = m_{یخ} c_{یخ} \Delta\theta_{یخ} \xrightarrow[\Delta\theta=20^\circ C]{c_{یخ}=2100 J/kg} 3/36\times 2\times 10^4 = m_{یخ}\times 2100\times 20$$

$$\Rightarrow m = \frac{33/60}{21} \Rightarrow m = 1/6 kg = 1600g$$

B ۳ ۱۰۷۰

خط فکری کمینه مقدار بخار آب $100^\circ C$ خواسته شده بنابراین در این فرایند باید تمام یخ ذوب شده و به آب $0^\circ C$ تبدیل شود و دمای آن از $0^\circ C$ بالاتر نرود.

برای ذوب کامل یخ ابتدا باید دمای آن از $-10^\circ C$ به $0^\circ C$ برسد و سپس یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ تبدیل شود. در این فرایند بخار آب $100^\circ C$ ابتدا باید به آب $100^\circ C$ و سپس به آب $0^\circ C$ تبدیل شود و گرمایی که بخار آب از دست می‌دهد با گرمایی که یخ می‌گیرد برابر است.

تغییرات را به طور خلاصه می‌نویسیم:

بخار $100^\circ C$ ← آب $100^\circ C$ ← آب $0^\circ C$ ← یخ $0^\circ C$ ← یخ $-10^\circ C$

گرمایی که یخ دریافت کرده با گرمایی که بخار از دست می‌دهد برابر قرار می‌دهیم.

$$m_i c'\Delta\theta + m_i L_F = m_V c\Delta\theta + m_V L_V$$

داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم:

$$(64\times\frac{1}{2}c_{آب}\times 10) + (64\times 80 c_{آب}) = (m_V\times c_{آب}\times 100) + m_V\times 540 c_{آب}$$

$$\Rightarrow 64\times(85) = 640(m_V) \Rightarrow m_V = 8/5g$$

B ۳ ۱۰۷۱

خط فکری هر گاه به مخلوطی از آب و یخ در حال تعادل $(0^\circ C)$ گرما داده شود، ابتدا گرمای گرفته شده باعث ذوب یخ می‌شود و سپس گرمای مابقی دمای آب و یخ ذوب شده را بالا می‌برد. در این سؤال فلز با دمای بیشتر گرما از دست داده که بخشی از این گرما باعث ذوب یخ و مابقی آن باعث بالا رفتن دمای $400g$ آب و یخ ذوب شده از $0^\circ C$ به $5^\circ C$ شده است.

۱ گرمایی را که فلز از دست می‌دهد تا دمایش از $105^\circ C$ به $5^\circ C$ برسد حساب می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow |Q| = 0/2\times 840\times(105-5) \Rightarrow |Q| = 16800 J$$

۲ گرمایی که 400 گرم آب (مخلوط آب و یخ پس از ذوب یخ) می‌گیرد تا دمایش از $0^\circ C$ به $5^\circ C$ برسد را نیز به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 0/4\times 4200\times 5 \Rightarrow Q = 8400 J$$

۳ بنابراین از 16800 ژول گرمایی که فلز از دست می‌دهد، 8400 ژول آن صرف بالا بردن دمای آب می‌شود. اما بقیهٔ آن چه شده است؟ قطعاً صرف ذوب یخ شده است و می‌توان مقدار یخ را به‌دست آورد:

$$Q_F = mL_F \Rightarrow 16800 - 8400 = m_i\times 336000$$

$$\Rightarrow m_i = \frac{8400}{336000} \Rightarrow m_i = \frac{1}{40} kg \Rightarrow m_i = 25g$$

B ۲ ۱۰۷۲

خط فکری ۱ کمینه مقدار جرم فلز خواسته شده یعنی گرمایی که فلز با دمای بیشتر از دست می‌دهد باید توسط یخ گرفته شده باشد و تنها یخ را ذوب کند و دمای یخ ذوب شده $0^\circ C$ بماند.

خط فکری ۲ این مطلب که در ظرف یخی باقی نماند یعنی گرمایی که فلز از دست می‌دهد تا دمایش به $0^\circ C$ برسد برابر گرمایی است که تمام یخ $0^\circ C$ می‌گیرد تا ذوب شود و به آب $0^\circ C$ تبدیل شود.

باید گرمایی که فلز به آب و یخ می‌دهد صرف ذوب یخ شود.

$$mL_F = m_{فلز} c_{فلز} \Delta\theta \Rightarrow 200\times 336000 = m_{فلز}\times 400\times 250 \Rightarrow m_{فلز} = 672g$$

بازی با سؤال **یک قطعه مس به جرم $3 kg$ با دمای $11/1$ درجهٔ سلسیوس را داخل ظرف عایق‌بندی شده‌ای حاوی مخلوط به تعادل رسیدهٔ آب و یخ می‌اندازیم. هنگامی‌که تعادل مجدد برقرار شود، دمای مس صفر درجهٔ سلسیوس است. چند گرم یخ در این فرایند ذوب شده است؟** خارج تجربی - ۸۵

$$(L_F = 333 kJ/kg, c_{مس} = 400 J/kg\cdot K)$$

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰

گزینهٔ ۴

B ۳ ۱۰۷۳

خط فکری ظرف و یخ در ابتدا در حال تعادل‌اند، یعنی دمای آن‌ها برابر $0^\circ C$ است، با دادن گرما ابتدا یخ ذوب می‌شود و سپس دمای یخ ذوب شده و ظرف چدنی $2^\circ C$ افزایش می‌یابد تا به دمای خواسته شده برسند.

۱ گرمای لازم برای ذوب یخ:

$$Q_1 = mL_F \xrightarrow[L_F=336000 J/kg]{m=0/1 kg} Q_1 = 0/1\times 336000 = 33600 J$$

۲ گرمای لازم برای اینکه دمای یخ ذوب شده از صفر به $2^\circ C$ برسد:

$$Q_2 = mc\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=2^\circ C]{c=4200 J/kg^\circ C} Q_2 = 0/1\times 4200\times 2 = 840 J$$

۳ دمای ظرف چدنی نیز از $0^\circ C$ به $2^\circ C$ رسیده و گرمای آن را باید حساب کرد. دقت کنید که ظرفیت گرمایی ظرف داده شده و گرمای آن را باید از رابطهٔ $C\Delta\theta$ حساب کرد.

$$Q_3 = C_{چدن}\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=2^\circ C]{C=150 J/kg} Q_3 = 150\times 2 = 2100$$

۴ بنابراین کل گرمای داده شده برابر است با:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_T = 33600 + 840 + 2100$$

$$Q_T = 36540 J = 36/54 kJ$$

B ۲ ۱۰۷۴

خط فکری اگر به آب و یخ در حال تعادل یعنی در دمای $0^\circ C$ گرما بدهیم، ابتدا این گرما باعث ذوب یخ می‌شود و یخ به آب $0^\circ C$ تبدیل می‌شود. حال اگر باز به این مخلوط گرما داده شود دمای آب $0^\circ C$ و یخ ذوب شده $0^\circ C$ با هم شروع به افزایش می‌کند.

تذکر یکای گرمای نهان ذوب یا گرمای ویژه اگر بر حسب cal/g یا $cal/g^\circ C$ باشد و در روابط جرم را بر حسب گرم قرار دهیم، گرما بر حسب کالری به‌دست می‌آید.

۱ گرمای لازم برای ذوب یخ: $Q_1 = m_{یخ} L_F \Rightarrow Q_1 = 100 \times 80 = 8000 cal$

۲ حال در ظرف $200 + 100 = 300g$ آب صفر درجهٔ سلسیوس داریم که با گرفتن گرما دمای آن از صفر به $5^\circ C$ می‌رسد:

$$Q_2 = (m_{آب\ اولیه} + m_{یخ\ ذوب‌شده}) c \Delta\theta \Rightarrow Q_2 = 300 \times 1 \times 5 \Rightarrow Q_2 = 1500 cal$$

۳ کل گرمای داده شده برابر است با:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_T = 8000 + 1500 = 9500 cal = 9/5 kcal$$

B ۲ ۱۰۷۵

خط فکری هنگامی که به مجموعهٔ آب و یخ در حال تعادل گرما می‌دهیم، ابتدا گرما سبب ذوب یخ $0^\circ C$ می‌شود و چنانچه تمام یخ ذوب شود و دادن گرما به مجموعه ادامه یابد، دما بالا می‌رود. ابتدا گرمای لازم برای ذوب کامل یخ را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_F = mL_F \Rightarrow Q_F = 1 \times 336 = 336 kJ$$

گرمای داده شده به مجموعه $546 kJ$ است و از گرمایی که برای ذوب یخ لازم است بیشتر است $(546 > 336)$، بنابراین تمام یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ تبدیل می‌شود و جمعاً $4 + 1 = 5kg$ آب $0^\circ C$ در اختیار داریم و مقدار $546 - 336 = 210 kJ$ گرما که دمای $5kg$ آب را بالا می‌برد، بنابراین:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 210 = 5 \times 4/2 \times \Delta\theta \xrightarrow{\theta_1 = 0} \theta_2 = 10^\circ C$$

بازی با سؤال **توان گرمایی یک گرمکن الکتریکی ۸۴۰ وات است. آن را در مخلوط آب و یخ در حال تعادل قرار می‌دهیم. اگر جرم اولیهٔ یخ ۱۰۰g باشد، جرم یخ ذوب‌شده در مدت ۵s چند گرم است؟** $(L_F = 336 kJ/kg)$

۱) ۲/۵ ۲) ۱۲/۵

۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰

گزینهٔ ۲

B ۲ ۱۰۷۶

حداقل مقدار بخار آب خواسته شده پس باید مقدار بخار آب آنقدر کم باشد که در تماس با یخ، به آب $100^\circ C$ تبدیل شده و سپس گرما از دست داده و به آب $0^\circ C$ تبدیل شود و در مقابل این گرما باعث ذوب کامل یخ شود، البته دقت کنید که در این سؤال $6540 J$ گرمای اتلافی داریم:

گرمایی که بخار آب از دست می‌دهد:

$$Q_1 = -mL_V - mc\Delta\theta = -m \times 2256 - 40m$$

$$Q_1 = -2676m$$

گرمای گرفته شده توسط یخ را حساب می‌کنیم: $Q_2 = mL_F = 3360 J$

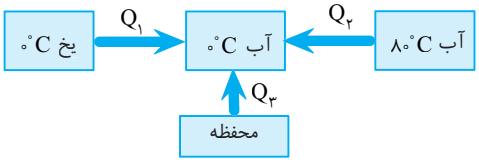
حال با توجه به $6540 J$ گرمای اتلافی:

$$Q_1 + Q_2 = Q_{اتلافی} \Rightarrow -2676m + 3360 = -6540$$

$$\Rightarrow 2676m = 40140 \Rightarrow m = 15g$$

B ۱ ۱۰۷۷

حداقل آب اضافه شده خواسته شده است بنابراین باید گرمایی که آب از دست می‌دهد تنها صرف ذوب یخ $0^\circ C$ شود و دمای نهایی $0^\circ C$ است.



گرمای آزاد شده: $|Q_2| = Q_1 + Q_3 \Rightarrow |m_{آب} c_{آب} \Delta\theta_{آب}|$

$$= m_{یخ} \times L_F + 5040$$

$$\Rightarrow m_{آب} \times 4200 \times 80 = \frac{35}{1000} \times 336000 + 5040 \Rightarrow m_{آب} = \frac{16800}{4200 \times 80}$$

$$\Rightarrow m_{آب} = 0/05 kg = 50g$$

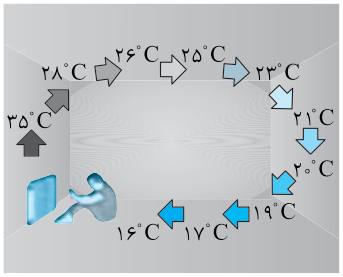
B ۳ ۱۰۷۸

در A گرما در فلز منتقل شده پس انتقال گرما در A به وسیلهٔ رسانش است، در B دست در بالای آتش است و می‌دانیم هوای گرم به دلیل کاهش چگالی به سمت بالا حرکت می‌کند پس انتقال گرمای B به روش همرفت و انتقال گرمای C تابش گرمایی می‌باشد.

B ۴ ۱۰۷۹

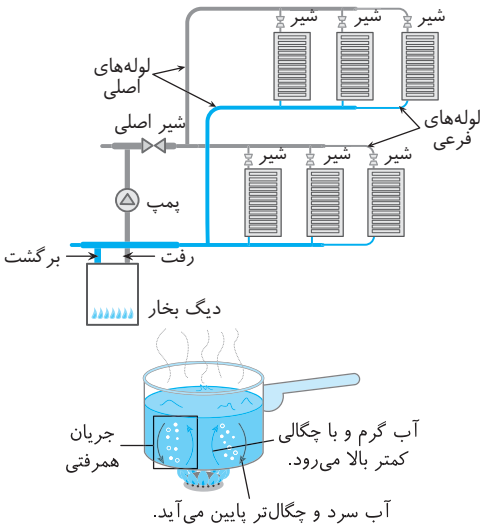
در فلزات رسانش هم به‌دلیل ارتعاش اتمی و هم به‌دلیل الکترون‌های آزاد رخ می‌دهد که سهم الکترون آزاد در رسانش گرمایی بیشتر است و گزینه (۱) درست است.

انتقال گرما در شاره‌ها که معمولاً رسانای گرمای خوبی نیستند، عمدتاً به روش همرفت یعنی همراه جابه‌جایی بخشی از خود شاره انجام می‌گیرد و این پدیده بر اثر انبساط حجمی رخ می‌دهد و حجم هوایی که در نزدیکی منبع گرم قرار دارد با افزایش دما، زیاد شد و این باعث کاهش چگالی شاره می‌شود و لایه‌های شاره جابه‌جا می‌شوند و گزینه (۲) درست است.



همرفت به دو صورت همرفت طبیعی و همرفت واداشته رخ می‌دهد که در همرفت واداشته، شاره به کمک یک تلمبهٔ طبیعی مانند قلب و یا تلمبه مصنوعی به حرکت واداشته می‌شود تا با این حرکت، انتقال گرما صورت پذیرد و گزینهٔ (۳) درست است.

گزینهٔ (۴) نادرست است، زیرا اساس کار ترموستات انبساط طولی است که باعث قطع یا وصل شدن جریان گرمایی در یک سیستم می‌شود.



بازی با سؤال **قابلیت رسانش گرمایی جامداتی مانند شیشه خیلی کمتر از فلزات است، زیرا .....**

۱) مولکول‌های شیشه در هنگام گرم‌شدن حرکت نمی‌کنند.

۲) مولکول‌های فلزات آزادتر حرکت می‌کنند.

۳) فلزات دارای الکترون‌های آزادند که گرما را منتقل می‌کنند.

۴) فلزات از نظر شیمیایی فعال‌تر از مواد عایق مانند شیشه هستند.

گزینهٔ ۳

A ۱۰۸۰ ۲

تف‌سنج برخلاف سایر دماسنج‌ها بدون تماس با جسم دمای جسم را اندازه می‌گیرد پس گزارهٔ (الف) درست است. / تف‌سنج به خصوص در اندازه‌گیری دماهای بالای $1100^{\circ}C$ اهمیت ویژه ای دارد پس گزارهٔ (ب) نادرست است. / دو نوع تف‌سنج، نوری و تابشی داریم و گزارهٔ (پ) درست است. / اما تنها تف‌سنج نوری به عنوان دماسنج معیار برای اندازه‌گیری دما انتخاب شده است پس گزارهٔ (ت) نادرست است.

A ۱۰۸۱ ۲

تابش گرمایی از نوع امواج الکترومغناطیسی است و گزارهٔ (الف) درست است. / هر جسم در هر دمایی تابش الکترومغناطیسی گسیل می‌کند که به این نوع تابش، تابش گرمایی گویند و گزارهٔ (ب) درست است. / تابش گرمایی در دماهای زیر حدود $500^{\circ}C$ عمدتاً **فروسرخ** است و گزارهٔ (پ) نادرست است. / برای آشکارسازی تابش‌های فروسرخ از ابزاری موسوم به **دمانگار** استفاده می‌کنیم و به تصویر به‌دست آمده از آن **دمانگاشت** می‌گوییم و گزارهٔ (ت) نادرست است.

بازی با سؤال **کدام گزینه، گزاره‌های درست را مشخص کرده است؟**

الف) شب‌ها، پدیدهٔ همرفت موجب وزش نسیمی از سوی ساحل به سمت دریا می‌شود. / ب) در همرفت، برخلاف رسانش گرمایی، انتقال گرما با انتقال بخش‌هایی از خود ماده صورت می‌گیرد. / پ) در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم‌ها است. / ت) تابش گرمایی سطوح تیره، ناصاف و مات بیشتر از تابش گرمایی سطوح صاف، درخشان و با رنگ‌های روشن است.

۱) (پ) و (ت) ۲) (ب) و (پ)

۳) (الف) و (پ) ۴) تمام گزاره‌ها درست‌اند.

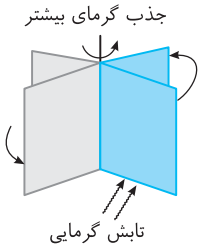
گزینهٔ ٤

B ۱۰۸۲ ۳

سیستم خنک‌کنندهٔ موتور اتومبیل، سیستم گرم‌کنندهٔ مرکزی ساختمان و گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش جریان خون، همرفت واداشته‌اند.

B ۱۰۸۳ ۳

سطوح تیره در مقایسه با سطوح روشن جذب گرمایی بیشتری دارند و دمای هوا را در اطراف خود بالا برده و بر انرژی جنبشی مولکول‌های هوای مجاور خود می‌افزایند. بنابراین مولکول‌های هوا در مقایسه با هوای مجاور صفحه روشن، شدیدتر رانده شده و نیروی واکنش شدیدتری بر صفحه تیره وارد می‌کنند بنابراین پره‌ها در جهت نشان داده شده می‌چرخند.



A ۱۰۸۴ ۱

برای لباس‌های آتش‌نشانی، پوشش‌های فلزی براق مناسب‌تر است. زیرا پوشش‌های فلزی براق، بخش بیشتری از انرژی‌های گرمایی دریافتی را بازتابش و بخش کمتری را جذب می‌کنند بنابراین گزینهٔ (۱) درست است. هنگامی که در یخچال را باز می‌کنیم، هوای سرد از پایین آن بیرون می‌آید. زیرا هوای سرد چگال‌تر از هوای گرم است و بنا بر جریان همرفتی هوای سرد خارج شده و به طرف کف آشپزخانه می‌رود و گزینهٔ (۲) نادرست است. در کشورهایی با آب و هوای گرم، رنگ سفید (روشن) برای نمای بیرون خانه‌ها مناسب‌تر است. زیرا رنگ سفید بخش زیادی از انرژی گرمایی دریافتی را بازتابش و بخش کمتری از آن را جذب می‌کند، در نتیجه خانه در طول روز خنک و در طول شب چون نمای بیرونی سفید است و تابش گرمایی کمتری گسیل می‌کند گرم می‌ماند، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. اگر در هوای سرد یک قطعه فلز و یک قطعه چوب خشک را لمس کنیم فلز سردتر به نظر می‌رسد، زیرا رسانندگی گرمایی فلز بسیار بیشتر از رسانندگی گرمایی چوب است و گزینه (۴) نادرست است.

A ۱۰۸۵ ۳

در شب دمای هوای سطح آب دریا از دمای هوای سطح ساحل بیشتر است. هوای گرم بالای سطح آب دریا بالا می‌رود و هوای سردتر از سوی ساحل به سمت دریا حرکت می‌کند. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است. سرعت انتقال گرما توسط تابش برابر سرعت نور و بسیار زیاد است و از سرعت انتقال در همرفت و رسانش بسیار بیشتر است، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است. انتقال گرما از طریق همرفت در شاره‌ها (مایع‌ها و گازها) صورت می‌گیرد و در خلأ انتقال گرما توسط تابش است. بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست و پاسخ پرسش است. در روز که هوای سطح خشکی از هوای سطح دریا گرم‌تر است، هوای سطح خشکی بالا می‌رود و هوای سطح دریا جای آن را می‌گیرد و وزش باد از دریا به سوی ساحل است و گزینهٔ (۴) درست است.

B ۱۰۸۶ ۲

آهن رسانای گرما است. وقتی قطعهٔ آهن را لمس می‌کنید، گرما از تمام نقاط قطعهٔ آهن به محل تماس دست شما و آهن هجوم می‌آورد. اما چوب نارسانای گرما است. وقتی چوب را لمس می‌کنید گرما تنها از محل تماس چوب با دست شما به‌دست منتقل می‌شود. همین امر سبب می‌گردد که آهن از چوب گرم‌تر احساس شود.

B ۱۰۸۷ ۱

تابش گرمایی از سطح هر جسم علاوه بر دما به مساحت، میزان صیقلی بودن و رنگ سطح آن جسم بستگی دارد، سطوح صاف و درخشان با رنگ‌های روشن تابش گرمایی کمتری دارند، درحالی که تابش گرمایی سطوح تیره، ناصاف و مات بیشتر است. بنابراین تابش گرمایی قوری سیاه‌رنگ بیشتر بوده پس آب درون آن زودتر خنک می‌شود.

بازی با سؤال **مناسب‌ترین رنگ برای بیرون یخچال، رنگ ..... و برای سطح بخاری، رنگ ..... است.**

۱) روشن - تیره ۲) روشن - روشن ۳) تیره - تیره ۴) تیره - روشن

گزینهٔ ۱

B ۱۰۸۸ ۳

خط فکری پتو عایق خوب گرماست و وقتی دماسنج را با پتو به خوبی می‌پوشانیم تبادل گرمایی با محیط به کندی صورت می‌گیرد. حواستان باشد پتو گرما تولید نمی‌کند تنها مانع تبادل گرمایی می‌شود.

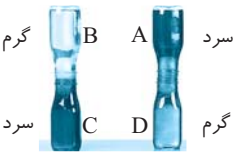
وقتی دماسنج را پس از آنکه با محیط به تعادل گرمایی رسید با پتو بپوشانیم، چون تبادل گرمایی صورت نمی‌گیرد عددی که دماسنج نشان می‌دهد تغییری نمی‌کند. اما اگر دمای محیط کاهش یابد، گرما از دماسنج با کندی از پتو عبور کرده و وارد محیط می‌شود و دمای دماسنج به کندی کاهش می‌یابد.

A ۱۰۸۹ ۴

شکل (الف) یک همرفت طبیعی را نشان می‌دهد اما در شکل (ب) و (پ) به‌ترتیب پمپ و قلب باعث همرفت واداشته می‌شوند.

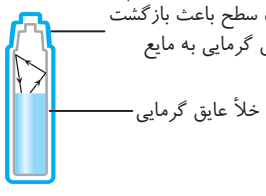
A ۱۰۹۰ ۳

در شکل (الف)، آب سرد بالا بوده و آب گرم پایین است. آب سرد دارای چگالی بیشتر است و با برداشتن کارت، آب سرد به سوی پایین حرکت کرده و آب سرد و گرم با هم مخلوط می‌شود. اما در شکل (ب)، آب سرد که دارای چگالی بیشتری است در بطری پایینی قرار دارد و با برداشتن کارت، آب‌ها با هم مخلوط نمی‌شوند.



A ۱۰۹۱ ۳

ظرف دو جداره سبب می‌گردد که مایع درون فلاسک عایق‌بندی شده و شارش گرما از خلأ بین دو جداره ناچیز باشد. براق و صیقلی کردن سطح درونی شیشهٔ فلاسک سبب می‌گردد که بخش زیادی از تابش گرمایی حاصل از مایع داغ، توسط دیواره‌ها بازتاب شود و مایع درون ظرف به مدت طولانی‌تری گرم بماند.



A ۱۰۹۲ ۳

تنهـا روش انتقـال گرما در خلأ، تابش گرمایی اسـت. بنابراین دمای ماهـواره با دریافت تابش گرمایی از محیط (خورشید) بالا می‌رود.

A ۱۰۹۳ ۴

برای آن‌که جسـم دیرتر گرم شـود باید از انتقال گرما به جسـم از سـه طریق رسـانش، همرفت و تابش جلوگیری شـود. خ نارسـانای گرما اسـت، پس گرما نمی‌تواند از طریق رسـانش به جسـم منتقل شـود. با ایجاد خلأ، انتقال گرما به طریـق همرفت نیز متوقف می‌شود. با صیقلی کردن سطح خارجی جسم، جسم مقدار بیشتری از انرژی تابش شده را بازتاب و کمی از آن را جذب می‌کند. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۰۹۴ ۲

دقـت کنیـد دمای هوای کنار یخ از هوای دیگر نقاط جعبه کمتر اسـت و این هوا چگال‌تر بوده و در کف ظرف قرار می‌گیرد و هوای گرم‌تر چگالی کمتری دارد و در قسمت بالایی ظرف قرار می‌گیرد. اگر سطح ABCD را بر داریم، هوای گرم بالای جعبه خارج شده و همرفتی به کندی رخ می‌دهد و یخ دیرتر ذوب می‌شود.

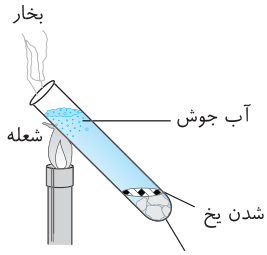
بازی با سؤال **هوای درون اتاقی در زمسـتان به وسـیلهٔ بخاری در حال گرم شـدن اسـت. اگر در این اتاق یک در، یک پنجره در دیوار و یک پنجره در سـقف وجود داشـته باشـد، با باز کردن کدام‌یک اتلاف انرژی گرمایی بیشتری رخ می‌دهد؟**

۱) در
۲) پنجرهٔ روی دیوار
۳) پنجرهٔ روی سقف
۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۳

A ۱۰۹۵ ۴

دقت کنید شعله سبب گرم شدن آب در قسمت بالای لولهٔ آزمایش شده است و آب گرم دارای چگالـی کمتری اسـت و همان بالای لوله قرار می‌گیرد و بـه پایین حرکت نمی‌کند، زیرا آب در ته لوله سردتر و چگالی آن بیشتر است، بنابراین جریان همرفتی رخ نمی‌دهد. از طرفی انتقال گرما توسـط رسـانش نیز ناچیز اسـت زیرا آب رسـانای خوبی برای گرما نیست. در نتیجه درحالی که آب در بالای لوله در حال جوشیدن است، یخ در پایین لوله به حالت خود باقی می‌ماند.



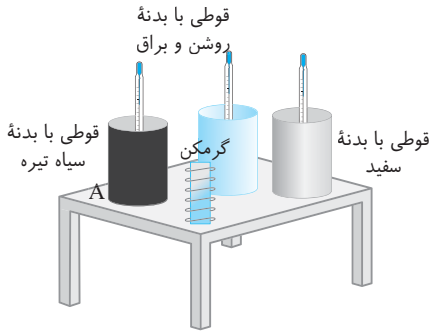
A ۱۰۹۶ ۴

هر میله‌ای که رسـانندگی گرمایی بیشـتری داشته باشـد، گرما را سریع‌تر از شعله به پارافین و چوب کبریت انتهای میله می‌رساند و پارافین زودتر ذوب می‌شود و چوب کبریت زودتر می‌افتد.

A ۱۰۹۷ ۱

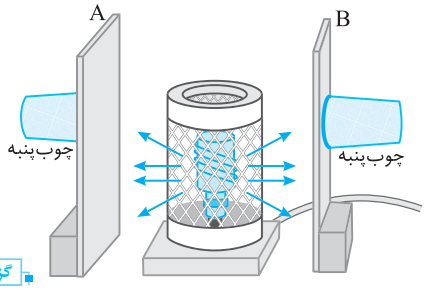
در یـک روز تابسـتانی اگر با لباس تیره بـه بیرون بروید، کاملاً احسـاس می‌کنید که به سرعت گرمتان می‌شود اما اگر لباس سفید و روشن پوشیده باشید، گرما را کمتر احساس می‌کنید. یعنی اجسـام تیره و غیر صیقلی، تابش گرمایی را از اجسـام روشن و براق بیشتر دریافت می‌کنند.

قوطی A سـیاه رنگ اسـت و تابش گرمایی را بهتر جذب می‌کند، بنابراین سـریع‌تر گرم می‌شود و پارافین درون آن زودتر ذوب می‌شود.



بازی با سؤال **مطابق شـکل زیـر، گرمکنی بین دو دیـوارهٔ A و B قرار گرفته اسـت. اگر سـطح دیوارهٔ A تیره و مات و سـطح دیوارهٔ B صیقلی و براق باشد، کدام چوب‌پنبه زودتر از دیواره کنده می‌شود؟**

۱) دیوارهٔ A
۲) دیوارهٔ B
۳) از هر دو دیواره هم‌زمان جدا می‌شود.
۴) اظهارنظر قطعی نمی‌توان کرد.



گزینهٔ ۱

B ۱۰۹۸ ۲

سـطح A و B و C هر سـه دارای دمای یکسان هستند اما تابش گرمایی سطح سیاه B از دو سطح دیگر بیشتر است. بنابراین اگر هوای مجاور سطح سفید رنگ A، 30° است، سطح B تابش گرمایی بیشتری دارد و دمای هوای مجاورش از 30° بالاتر است. تابش گرمایی سـطح براق و روشـن C از سطح سفید A کمتر است و هوای مجاور آن نیز دمای کمتری از $30^\circ C$ خواهد داشت بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۱۰۹۹ ۴

خط فکری یخ هنگام ذوب حجمش کم می‌شـود اما جرم آن تغییر نمی‌کند. بنابراین ابتدا به کمک تعریف چگالی، حجم یخ و حجم آب حاصل از ذوب یخ را به‌دست می‌آوریم و اختلاف آن‌ها را برابر $80cm^3$ قرار می‌دهیم.

$$\rho_{\text{یخ}}=\frac{m}{V_{\text{یخ}}}\Rightarrow V_{\text{یخ}}=\frac{m}{\rho_{\text{یخ}}}=\frac{m}{0/9}\ ,\ \rho_{\text{آب}}=\frac{m}{V_{\text{آب}}}\Rightarrow V_{\text{آب}}=\frac{m}{\rho_{\text{آب}}}=\frac{m}{1}$$

تفاضل این دو برابر $80cm^3$ است بنابراین:

$$\frac{m}{0/9}-\frac{m}{1}=80\Rightarrow\frac{m}{9}=80\Rightarrow m=720g$$

اکنون می‌توان گرمای داده شده به یخ را به‌دست آورد:

$$Q_F=mL_F\Rightarrow Q_F=720\times300=216000J=216kJ$$

بازی با سؤال **یـک قطعهٔ مـس به جـرم $2/7kg$ و دمای $13/4^\circ C$ را درون مخلوطـی از آب و یخ در حال تعادل می‌اندازیـم. هنگامی که مجموعه به تعادل برسـد، دمای مس صفر درجهٔ سلسیوس می‌شود. در نهایت حجم مخلوط آب و یـخ چنـد سـانتی‌متر مکعـب تغییـر می‌کنـد؟** ($c_{\text{مس}}=400J/kg^\circ C$، $L_F=335kJ/kg$، $\rho_{\text{آب}}=1g/cm^3$ و $\rho_{\text{یخ}}=0/9g/cm^3$) آزمون مدارس برتر

۱) صفر
۲) ۰/۴۸
۳) ۰/۴۳۲
۴) ۴/۸

گزینهٔ ۴

C ۲ ۱۱۰۰

پرسش زیبایی است، اما پاسخ آن را با چند پرسش کلیدی از شما شروع می‌کنیم:

پرسش اول: آیا اگر دمای آب برابر دمای نقطهٔ جوش آن باشد، آب بخار می‌شود؟

پاسخ: خیر، آب در نقطهٔ جوشش هنگامی می‌جوشد و بخار می‌شود که گرما دریافت کند.

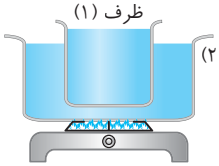
پرسش دوم: آیا هنگام جوشیدن آب دمای آن بالا می‌رود؟

پاسخ: در تمام مدت عمل تبخیر و جوشیدن، دمای مایع ثابت و برابر دمای نقطهٔ جوش مایع است.

پرسش سوم: عامل شارش گرما از یک جسم به جسم دیگر چیست؟

پاسخ: عامل شارش گرما اختلاف دمای بین دو جسم است و گرما از جسم با دمای بیشتر به جسم با دمای کمتر شارش می‌کند.

حال که مفاهیم تبادل گرمایی را بررسی کردیم به پاسخ می‌پردازیم. آب درون دو ظرف در حال جوشیدن است و دمای هر دو، دمای نقطهٔ جوش آب یعنی $100^\circ C$ است. وقتی ظرف (۱) را درون آب ظرف (۲) شناور می‌کنیم، آب درون ظرف (۲) که از اجاق گرما می‌گیرد به جوشیدن ادامه می‌دهد اما دمایش بالا نمی‌رود و دمایش با دمای ظرف (۱) برابر و هر دو $100^\circ C$ است. از این‌رو از ظرف (۲) به ظرف (۱) گرمایی منتقل نمی‌شود و آب درون ظرف (۱) با آن که در دمای نقطهٔ جوش است، چون گرمایی دریافت نمی‌کند، از جوشیدن می‌افتد.



B ۲ ۱۱۰۱

جرم یخ را با m_I و جرم آب را با m_W نمایش می‌دهیم. در مرحلهٔ اول گرمایی که آب $40^\circ C$ از دست می‌دهد، صرف ذوب یخ و بالا بردن دمای آن تا $30^\circ C$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_W c\Delta\theta_W = m_I L_F + m_I c\Delta\theta_I \Rightarrow m_W c\times(40-30) = m_I L_F + m_I c\times(30-0)$$
$$\Rightarrow 10 m_W c = m_I L_F + 30 m_I c \quad (1)$$

در مرحلهٔ دوم مقدار آب موجود در ظرف برابر مجموع جرم آب اولیه (m_W) و جرم یخ اولیه (m_I) است و این مقدار جرم (m_I+m_W) دارای دمای $30^\circ C$ است و وقتی مجدداً مقداری یخ در آن می‌اندازیم، آب به یخ گرما می‌دهد در این صورت گرمایی که یخ جدید دریافت می‌کند برابر گرمایی که m_I+m_W آب از دست می‌دهد است.

$$(m_I+m_W)c\times(30-\theta_e) = m_I L_F + m_I c(\theta_e - 0) \quad (2)$$

با قرارگیری مجدد یخ در آب دمای مجموعه پایین می‌آید، پس θ_e در حالت دوم از $30^\circ C$ کمتر است. به سمت راست رابطه‌های (۱) و (۲) دقت کنید. در رابطهٔ (۱)، سمت راست معادله به صورت $m_I L_f + 30 m_I c$ بوده و در رابطهٔ (۲)، سمت راست معادله به صورت $m_I L_f + m_I c\theta_e$ است و چون θ_e کمتر از $30^\circ C$ است، پس سمت راست معادلهٔ (۲) کوچک‌تر از سمت راست معادلهٔ (۱) خواهد بود، بنابراین سمت چپ رابطهٔ (۲) نیز از سمت چپ رابطهٔ (۱) کوچک‌تر است.

$$(m_I+m_W)c(30-\theta_e) < 10 m_W c \Rightarrow (m_I+m_W)(30-\theta_e) < 10 m_W$$

m_I+m_W بزرگ‌تر از m_W است. از این‌رو باید $30-\theta_e$ باشد تا نامساوی بالا برقرار باشد:

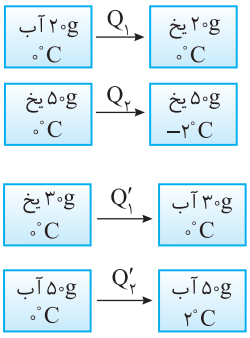
$$30-\theta_e < 10 \Rightarrow \theta_e > 20^\circ C$$

بنابراین θ_e از $30^\circ C$ کمتر و از $20^\circ C$ بیشتر است و گزینهٔ (۲) درست است.

میانبر در حالت اول یخ باعث شده که دمای آب از $40^\circ C$ به $30^\circ C$ برسد یعنی دمای آن $10^\circ C$ کم شود. اما در حالت دوم همان مقدار یخ $0^\circ C$ با مقدار بیشتری آب $30^\circ C$ (مجموع آب و یخ) در تماس قرار می‌گیرد. از این رو اگر چه باز هم دمای آب را کاهش می‌دهد اما نه به اندازهٔ $10^\circ C$، بلکه کمتر از $10^\circ C$. بنابراین دمای تعادل نهایی بین $20^\circ C$ و $30^\circ C$ است.

B ۲ ۱۱۰۲

قرار است دمای مخلوط آب و یخ $2^\circ C$ تغییر کند. یک‌بار از مخلوط گرما می‌گیریم، بنابراین دمای مخلوط از $0^\circ C$ باید به $-2^\circ C$ برسد اما برای این کار ابتدا باید آب $0^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود و کل یخ $(50\,g)$ به دمای $-2^\circ C$ برسد. بار دیگر باید به مخلوط گرما بدهیم تا دمایش از $0^\circ C$ به $2^\circ C$ برسد اما این بار ابتدا باید یخ $0^\circ C$ ذوب شود سپس کل آب $0^\circ C$ یعنی $50\,g$ آب، باید با دریافت گرما دمایش به $2^\circ C$ برسد. با رسم طرحواره‌های زیر در هر دو حالت مسئله را حل می‌کنیم.



حالت (۱): $|Q_{کل}| = |Q_1| + |Q_2|$

$$|Q_{کل}| = 0/02\times 336000 + 0/05\times 2100\times 2$$
$$= 6720 + 210 = 6930\,J$$

حالت (۲): $Q'_{کل} = Q'_1 + Q'_2$

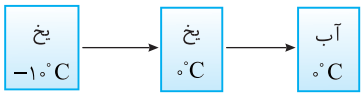
$$Q'_{کل} = 0/03\times 336000 + 0/05\times 4200\times 2$$
$$= 10080 + 420 = 10500\,J$$

$$\frac{Q_{کل}}{Q'_{کل}} = \frac{6930}{10500} = \frac{231}{350} = \frac{33}{50}$$

B ۲ ۱۱۰۳

خط فکری می‌خواهیم در آخر کار تنها آب داشته باشیم، اما می‌شود هم آب در دمای $0^\circ C$ داشت یعنی آنقدر گرما داده باشیم که تمام یخ به آب $0^\circ C$ تبدیل شده باشد (کمینه گرما) و هم می‌توان آب در دمای $100^\circ C$ داشت یعنی آنقدر گرما داده باشیم که تمام یخ به آب $100^\circ C$ تبدیل شود (بیشینه گرما).

۱ کمترین گرما برای حالتی است که تمام یخ $-10^\circ C$ دمایش به یخ $0^\circ C$ برسد و تمام یخ ذوب‌شده و به آب صفر درجه تبدیل شود.



$$Q_{min} = mc_{یخ}\Delta\theta + mL_F \xrightarrow[L_F = 80 c_{آب}]{c_{یخ} = \frac{c_{آب}}{2}} Q_{min} = m\times\frac{c}{2}\times 10 + m\times 80 c = 85 mc$$

۲ بیشترین گرما برای حالتی است که تمام یخ ذوب شده و دمای آن از $0^\circ C$ به $100^\circ C$ برسد:

$$Q_{max} = Q_{min} + mc\Delta\theta = 85mc + 100mc = 185mc$$

۳ نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{Q_{max}}{Q_{min}} = \frac{185}{85} = \frac{37}{17}$$

B ۱ ۱۱۰۴

۱ ابتدا با توجه به درصد تغییر طول مس، دمای نهایی مس که دمای تعادل است را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta L}{L_1}\times 100 = -0/017 \Rightarrow \alpha\Delta\theta\times 100 = -17\times 10^{-3}$$
$$\Rightarrow 1/7\times 10^{-6}\times\Delta\theta\times 100 = -17\times 10^{-3} \Rightarrow \Delta\theta = -100^\circ C$$

دمای میله $100^\circ C$ کاهش یافته و دمای آن از $110^\circ C$ به $10^\circ C$ رسیده است.

۲ بنابراین دمای آب و یخ در حال تعادل نیز باید به $10^\circ C$ برسد و گرمای لازم برای ذوب یخ و افزایش دمای آن‌ها از $0^\circ C$ به $10^\circ C$ از مس گرفته می‌شود:

$$Q_{مس} = Q_{\text{ذوب یخ}} + Q_{\text{افزایش دمای آب و یخ ذوب‌شده}}$$
$$\Rightarrow m_{مس} c_{مس}\Delta\theta_{مس} = m_{یخ} L_F + (m_{\text{یخ ذوب شده}} + m_{آب})c\Delta\theta$$
$$4\times 420\times(110-10) = m\times 336000 + 0/05\times 4200\times 10$$
$$\Rightarrow 336000 m = 147000 \Rightarrow m = 0/4375 kg = 437/5 g$$

B ۱۱۰۵ — ۱

دقت کنید در سؤال مستقیم گفته نشده که یخ به آب تبدیل شود یا آب به یخ تبدیل شود و شما باید این سؤال را دقیق بخوانید.

دمای تعادل $0^\circ C$ است که سه حالت داریم:

۱ تمام یخ ذوب شود و به آب $0^\circ C$ تبدیل شده و دمای نهایی آن $0^\circ C$ باشد.

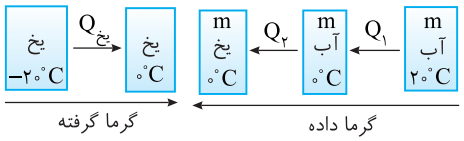
۲ بخشی از یخ ذوب شود یا بخشی از آب یخ بزند و دمای نهایی آن‌ها $0^\circ C$ باشد.

۳ تمام آب یخ بزند و به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل شده و دمای نهایی $0^\circ C$ باشد.

چون حداقل یا کمترین مقدار آب در ظرف ریخته شده پس باید حالت سوم رخ دهد:

$$Q_{\text{یخ}}=Q_1+Q_2 \Rightarrow 0/1\times 2100\times 20=m\times 4200\times 20+m\times 336000$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می کنیم}]{\text{دو طرف را بر } 4200} 1=20m+80m\Rightarrow 100m=1\Rightarrow m=\frac{1}{100}\,kg=10g$$



B ۱۱۰۶ — ۲

با توجه به نمودار در مدت ۴۰ دقیقه دمای یخ از $-30^\circ C$ به $-10^\circ C$ و دمای آب نیز از $40^\circ C$ به $0^\circ C$ رسیده چون گرمایی که آب از دست داده برابر گرمایی است که یخ می‌گیرد بنابراین می‌توان نوشت:

$$|Q_{\text{آب}}|=Q_{\text{یخ}} \Rightarrow 0/5\times 4200\times 40=m\times 2100\times 20\Rightarrow m=2kg$$

از ۴۰ دقیقه تا ۶۰ دقیقه آب صفر درجه گرما از دست می‌دهد و به یخ تبدیل می‌شود چون آهنگ گرمایی ثابت بوده پس می‌توان نوشت:

$$P=\frac{Q_{\text{آب}}}{40-0}=\frac{Q_{\text{تبدیل آب به یخ}}}{60-40}\Rightarrow\frac{0/5\times c\times 40}{40}=\frac{m'\times 80\,c}{20}\Rightarrow m'=0/125\,kg$$

بنابراین به اندازهٔ $2/125kg$ $2+0/125=2/125kg$ یخ درون ظرف باقی می‌ماند.

B ۱۱۰۷ — ۱

۱ گرمایی که $800g$ یخ $0^\circ C$ دریافت می‌کند تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود را به‌دست می‌آوریم.

$$Q_{\text{یخ}}=mL_F \xrightarrow{L_F=336J/g} Q_{\text{یخ}}=800\times 336$$

۲ گرمایی که $800g$ آب $20^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=800\times 4/2\times 20=800\times 84$$

۳ مقدار گرمایی که یخ برای ذوب کامل لازم دارد از مقدار گرمایی که آب $20^\circ C$ می‌تواند از دست بدهد بیشتر است $(Q_{\text{یخ}}>Q_{\text{آب}})$، بنابراین تمام یخ ذوب نمی‌شود و دمای تعادل $0^\circ C$ است.

۴ مقدار یخی که ذوب می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$Q_{\text{آب}}=m_{\text{یخ ذوب شده}}L_F\Rightarrow 800\times 84=m_{\text{یخ ذوب‌شده}}\times 336$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ ذوب‌شده}}=200g$$

۵ در نهایت $800+200=1000g$ آب $0^\circ C$ و $800-200=600g$ یخ $0^\circ C$ باقی خواهد ماند.

B ۱۱۰۸ — ۲

۱ ابتدا گرمایی را که یخ لازم دارد تا دمایش $0^\circ C$ شود به‌دست می‌آوریم:

$$Q_I=mc\Delta\theta=50\times 2/1\times 40=4200J$$

۲ گرمایی که آب $10^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش $0^\circ C$ شود برابر است با:

$$Q_W=mc\Delta\theta=100\times 4/2\times(0-10)=-4200J$$

۳ $Q_I=Q_W$ شده است. بنابراین یخ با دریافت $4200J$ گرما از آب دمایش به $0^\circ C$ رسیده است از طرفی آب $10^\circ C$ نیز با از دست دادن $4200J$ گرما دمایش به $0^\circ C$ رسیده است، بنابراین در نهایت مخلوطی از آب و یخ با دمای تعادل $0^\circ C$ داریم و چون یخ $0^\circ C$ دیگر گرمایی از آب $0^\circ C$ دریافت نمی‌کند مقدار یخ همچنان $50g$ خواهد بود.

B ۱۱۰۹ — ۱

ابتدا گرمایی را که آب می‌گیرد تا دمایش $100^\circ C$ شود به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=67/5\times c\times(100-50)=3375cJ$$

سپس گرمایی را که بخار $100^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب $100^\circ C$ تبدیل شود حساب می‌کنیم:

$$Q_V=mL_V\Rightarrow Q_V=10\times 540c\Rightarrow Q_V=5400cJ$$

$Q<Q_V$، بنابراین بخشی از بخار آب $100^\circ C$ با از دست دادن گرما به آب $100^\circ C$ تبدیل می‌شود. از طرفی آب $50^\circ C$ با دریافت این مقدار گرما به آب $100^\circ C$ تبدیل می‌شود و در نهایت مقداری بخار آب $100^\circ C$ موجود در آب $100^\circ C$ باقی خواهد ماند و دمای تعادل $100^\circ C$ خواهد بود. برای به‌دست آوردن جرم بخار آب باقی‌مانده ابتدا جرم بخاری را که به آب تبدیل می‌شود به‌دست می‌آوریم.

دقت کنید اگر آب $50^\circ C$ دمایش به $100^\circ C$ برسد به $3375cJ$ گرما نیاز دارد در حالی که گرمایی که بخار $100^\circ C$ باید از دست بدهد تا به آب $100^\circ C$ تبدیل شود $5400cJ$ است، یعنی آب $50^\circ C$ از بخار گرما می‌گیرد و دمایش به $100^\circ C$ می‌رسد اما در این فرایند تنها به اندازهٔ $3375cJ$ گرما از بخار آب $100^\circ C$ می‌گیرد و بخشی از بخار آب با این مقدار گرمایی که از دست می‌دهد به آب $100^\circ C$ تبدیل می‌شود. بنابراین جرم بخاری که به آب $100^\circ C$ تبدیل شده برابر است با:

$$Q=mL_V\Rightarrow 3375c=m\times 540c\Rightarrow m=6/25\,g$$

بنابراین جرم بخار آب باقی‌مانده برابر است با: $10-6/25=3/75\,g$

B ۱۱۱۰ — ۳

لایه‌لای پشم‌های پالتو هوا محبوس است که هوا نارسانای گرما است و از انتقال گرما از بدن به بیرون جلوگیری می‌کند و گزارهٔ (الف) درست است.

سیخ‌های فلزی رسانندهٔ گرما هستند، بنابراین گرما را از آب اطراف گرفته و به قسمت میانی سیب‌زمینی منتقل می‌کنند و گزارهٔ (ب) درست است.

در یک فر، هوای گرم که چگالی کمتری دارد با توجه به همرفت در قسمت‌های بالایی قرار می‌گیرد و گزارهٔ (پ) درست است.

بدنهٔ فرها از فلز ساخته شده که رسانندهٔ گرما هستند و هنگام برخورد دست با آن گرما از تمام نقاط فلز به محل تماس دست شما با فر هجوم می‌آورند و این باعث سوختن دست می‌شود و گزارهٔ (ت) نادرست است.

A ۱۱۱۱ — ۳

بین آب و یخ تبادل گرمایی صورت می‌گیرد و دمای آب پایین می‌آید، با کاهش دما از $7^\circ C$ تا $4^\circ C$ چگالی آب افزایش می‌یابد و آب با چگالی بیشتر (دمای کمتر) در پایین ظرف و در تماس با دماسنج B قرار می‌گیرد. کمترین چگالی آب در دمای $4^\circ C$ است پس از این با کاهش دما همچنان دما در اطراف دماسنج B همان $4^\circ C$ باقی می‌ماند اما در بالای ظرف دمای آب از $4^\circ C$ کوچک‌تر می‌شود پس گزینهٔ (۳) درست است.

C ۱۱۱۲ — ۲

شیشه رسانای خوبی نیست پس اگر لیوان ضخیم باشد، جدارهٔ داخلی آن گرم شده و منبسط می‌شود، در حالی که جدارهٔ خارجی آن هنوز گرمایی دریافت نکرده است و این امر سبب ترک خوردن شیشه می‌شود، پس بهتر است جدارهٔ لیوان شیشه‌ای ضخیم نباشد.

B ۱۱۱۳ — ۴

خط فکری باید جرم کل هوای درون سالن را به‌دست آوریم، همچنین گرمای کل گسیل شده توسط دانش‌آموزان را حساب کنیم تا بتوانیم افزایش دما را به‌دست آوریم.

ابتدا گرمای حاصل از هر دانش‌آموز را در مدت ۵۰ دقیقه به‌دست می‌آوریم:

$$Q=Pt\Rightarrow Q=200\times 50\times 60=6\times 10^5\,J$$

بنابراین گرمای کل تابش شده از ۱۰۰ دانش‌آموز برابر است با:

$$Q_{\text{کل}}=nQ=100\times 6\times 10^5=6\times 10^7\,J$$

جرم هوای اتاق را به‌دست می‌آوریم:

$$V_{\text{اتاق}}=Ah=1000\times 3=3000\,m^3\;u,\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow 1=\frac{m}{3000}\Rightarrow m=3000\,kg$$

با توجه به رابطهٔ گرماسنجی، تغییر دما را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{Q}{mc}=\frac{6\times 10^7}{3\times 10^3\times 10^3}=20^\circ C$$

فصل پنجم: الکتریسیتهٔ ساکن

پنجره ۱

A ۱۱۱۴ ۲

عبارت‌های (الف) و (پ) درست‌اند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت (ب): نادرست است. برای تعیین رسانا یا نارسانا بودن جسم به یک الکتروسکوپ باردار نیاز داریم. اگر در تماس جسم با الکتروسکوپ باردار فاصله ورقه‌ها از هم تغییر کرد، جسم رسانا است و اگر ثابت ماند، جسم نارسانا است.

عبارت (ت): نادرست است. این عبارت دقیقاً به معنای خنثی بودن جسم است.

A ۱۱۱۵ ۱

در مورد بارهای الکتریکی دو اصل وجود دارد.

۱ اصل پایستگی بار: مجموع جبری همهٔ بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی ثابت است (دستگاه منزوی دستگاهی است که با محیط تبادل بار انجام نمی‌دهد.)

۲ بار الکتریکی کمیتی کوانتیده و ناپیوسته است که همواره مضرب صحیحی از یک بار پایه است. $q=\pm ne$ ($e\simeq 1/6\times10^{-19}C$) است که در آن e بار بنیادی با نماد e است.

با توجه به اصل دوم کاملاً مشخص است که گزینهٔ (۱) درست و سه گزینهٔ دیگر نادرست‌اند.

A ۱۱۱۶ ۳

یک اتم دارای هسته با بار مثبت و تعدادی الکترون با بار منفی است که در حالت عادی تعداد پروتون‌های هسته با بار مثبت با تعداد الکترون‌های اتم با بار منفی برابر و اتم خنثی است، یعنی بار خالص آن صفر است. تعداد پروتون‌های هسته را عدد اتمی گویند، بنابراین وقتی عدد اتمی نیتروژن $Z=7$ است، یعنی تعداد پروتون‌های هسته ۷ بوده و بار هسته برابر $+7e$ است. $q=+ne \xrightarrow{n=7} q=+7e$

A ۱۱۱۷ ۳

یادآوری وقتی اتم الکترون از دست می‌دهد، دارای بار مثبت می‌شود و وقتی الکترون دریافت می‌کند و تعداد الکترون‌های آن از تعداد پروتون‌های آن بیشتر می‌شود، اتم دارای بار منفی می‌شود و هنگامی که بیان می‌شود اتم دارای ۳ بار مثبت است یعنی اتم ۳ الکترون از دست داده است و وقتی گفته می‌شود اتم دارای ۳ بار منفی است یعنی اتم ۳ الکترون دریافت کرده است.

بار الکتریکی اتم از $+3$ به -5 رسیده است یعنی این اتم، ۸ الکترون دریافت کرده است که مقدار این بار بر حسب کولن برابر است با:

$$q=-ne=-8\times(1/6\times10^{-19})=-1/28\times10^{-18}C$$

در این صورت بار اتم $-1/28\times10^{-18}C$ تغییر کرده است.

A ۱۱۱۸ ۴

خط فکری بار هستهٔ اتم کربن برابر $q=+6e$ و بار اتم یکبار یونیدهٔ آن $q_{اتم}=+e$ است، بنابراین

$$\frac{q_{هسته}}{q_{اتم}}=\frac{+6e}{+e}=6$$

A ۱۱۱۹ ۴

با توجه به کوانتیده بودن بار الکتریکی و این که سکه دارای بار $+1\mu C$ شده است، یعنی سکه مقدار بار $-1\mu C$ را از دست داده است. اکنون می‌توان تعداد الکترون‌هایی که سکه از دست داده است را حساب کرد.

$$q=-ne \xrightarrow{q=-1\mu C} -1\times10^{-6}=-1/6\times10^{-19}n\Rightarrow n=\frac{1}{1/6}\times10^{13}\Rightarrow n=6/25\times10^{12}$$

A ۱۱۲۰ ۲

ابتدا مساحت سطح مکعب را حساب می‌کنیم. $A=6a^2\Rightarrow A=6\times(10)^2=600cm^2$

با یک تناسب ساده تعداد الکترون‌هایی که در تمام سطح مکعب قرار می‌گیرند را به‌دست می‌آوریم.

الکترون	10^{10}	$1cm^2$
	n	600

$\Rightarrow n=6\times10^{12}$ الکترون

بار الکتریکی این مقدار الکترون برابر است با:

$$q=\pm ne\Rightarrow q=-6\times10^{+12}\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow q=-9/6\times10^{-7}C=-0/96\mu C$$

A ۱۱۲۱ ۳

بار الکتریکی، کمیتی کوانتیده است و همواره مضرب صحیحی از بار بنیادی e است. بنابراین باید تک‌تک بارها را بر عدد $e=1/6\times10^{-19}C$ تقسیم کنیم. هر گاه عدد به‌دست آمده یک عدد صحیح باشد، آن عدد می‌تواند عدد بار الکتریکی یک جسم باشد.

$$|q|=ne\Rightarrow\begin{cases}3/2\times10^{-20}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=0/2 & \text{غیرممکن}\\ 7/2\times10^{-18}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=45 & \text{ممکن}\\ 8\times10^{-17}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=500 & \text{ممکن}\\ 6/4\times10^{-19}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=4 & \text{ممکن}\end{cases}$$

بنابراین ۳ تا از اعداد داده شده می‌توانند بار الکتریکی یک جسم باشند.

بازی با سوال **اگر بار پروتون برابر e باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند معرف بار الکتریکی یک جسم باشد؟**

۱) $\frac{2}{5}\times10^{3}e$ ۲) $\frac{5}{2}\times10^{3}e$ ۳) $\frac{2}{3}\times10^{3}e$ ۴) $\frac{3}{2}\times10^{3}e$

گزینهٔ ۳

A ۱۱۲۲ ۱

بار الکتریکی هر دو جسم A و B یکسان و مثبت است که آن را q می‌نامیم. جسمی که دارای بار مثبت است با از دست دادهٔ n الکترون به اندازهٔ $q'=ne$ بر بار مثبتش افزوده می‌شود، اما جسم دیگر که این مقدار الکترون دریافت می‌کند، بار مثبت آن به اندازه $q'=ne$ کاهش می‌یابد. بنابراین:

$$\begin{cases}q_{2A}=q+q'\\ q_{2B}=q-q'\end{cases}\xrightarrow[\text{از هم کم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را}}\Delta q=2q'=8\times10^{-12}$$

$$\Rightarrow n\times1/6\times10^{-19}=4\times10^{-12}\Rightarrow n=2/5\times10^{7}$$

A ۱۱۲۳ ۱

از یک ذره با بار مثبت، تعدادی الکترون گرفته‌ایم، بنابراین بار مثبت ذره افزایش می‌یابد که این مقدار افزایش با توجه به صورت مسئله ۲۵ درصد مقدار اولیهٔ بار ذره است. از این‌رو:

$$\frac{25}{100}q_1\xrightarrow{\Delta q=ne}\frac{25}{100}q_1=3/125\times10^{12}\times1/6\times10^{-19}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{4}q_1=5\times10^{-7}\Rightarrow q_1=2\times10^{-6}C=2\mu C$$

بازی با سوال **جسمی دارای بار مثبت است. اگر از این جسم 5×10^{13} الکترون بگیریم، بار آن ۵ برابر می‌شود. بار اولیه جسم چند میکروکولن بوده است؟** $(e=1/6\times10^{-19}C)$

گزینهٔ ۲

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

A ۱۱۲۴ ۳

در هنگام مالش، با انتقال تعدادی الکترون از یک جسم به جسم دیگر، تعادل بارها در اتم خنثی بر هم می‌خورد و جسمی که الکترون از دست می‌دهد، تعداد الکترون‌هایش کمتر از تعداد پروتون‌های آن می‌شود و بار الکتریکی خالص آن مثبت می‌گردد و هم‌چنین جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، الکترون‌هایش از پروتون‌های آن فزونی می‌یابد و بار الکتریکی خالص آن منفی می‌شود. بنابراین در مالش، این الکترون است که از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود.

A ۱۱۲۵ ۱

خط فکری در جدول کشیده شده که به آن جدول الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک) گفته می‌شود، هرگاه دو جسم با یکدیگر مالش داده شود، جسمی که در جدول، بالاتر (نزدیک‌تر به انتهای مثبت) قرار دارد، دارای بار مثبت شده و جسمی که در جدول، پایین‌تر (نزدیک‌تر به انتهای منفی) قرار دارد، دارای بار منفی است.

گزارهٔ (الف): جسم C در جدول از جسم‌های A و B پایین‌تر است پس با مالش جسم C با جسم‌های A و B، جسم C دارای بار منفی می‌شود و گزارهٔ (الف) درست است.

گزارهٔ (ب): جسم D از جسم F در جدول بالاتر است بنابراین با مالش جسم D با جسم F، جسم D دارای بار مثبت می‌شود، هم‌چنین جسم D از جسم B در جدول پایین‌تر بوده و با مالش با جسم B، جسم D دارای بار منفی می‌شود، بنابراین اگر این دو جسم باردار شده را به‌هم نزدیک کنیم، یکدیگر را جذب می‌کنند.

گزاره (پ): جسم A در بالای جدول قرار گرفته بنابراین با مالش با هر جسم دیگر جدول دارای بار مثبت می‌شود یعنی با مالش الکترون از دست می‌دهد، بنابراین جسم A الکترون دهنده‌ترین جسم است و بالعکس جسم F که در پایین جدول قرار گرفته با مالش با هر جسم دیگری دارای بار منفی شده و در واقع الکترون می‌گیرد، بنابراین جسم F الکترون‌پذیرترین جسم است و این گزاره نادرست است.

انتهای مثبت
A
B
C
D
E
F
انتهای منفی

A ۱۱۲۶ ۲

در جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی، هر چه به سمت پایین جدول برویم، الکترون‌خواهی جسم بیشتر می‌شود، بنابراین وقتی پلاستیک پایین‌تر از پشم است، در اثر مالش این دو با هم پلاستیک دارای بار منفی و پشم دارای بار مثبت می‌شود، یعنی الکترون از پشم به پلاستیک منتقل می‌شود. تعداد الکترون‌هایی که به پلاستیک منتقل می‌شود برابر است با:

$$q=ne \Rightarrow ۱۲/۸\times۱۰^{-۹}=n\times(۱/۶\times۱۰^{-۱۹}) \Rightarrow n=۸\times۱۰^{۱۰}$$

A ۱۱۲۷ ۳

با مالش جسم A به جسم B، جسم A دارای بار منفی می‌شود. بنابراین در جدول سری الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک)، جسم A پایین‌تر از جسم B قرار دارد. با مالش جسم A با جسم C، جسم A دارای بار مثبت می‌شود. بنابراین در جدول جسم A بالاتر از جسم C قرار دارد. نتیجه می‌گیریم که در جدول تریبوالکتریک ترتیب A و B و C مطابق شکل روبه‌رو است و اگر جسم B را با جسم C مالش دهیم، جسم B دارای بار مثبت و جسم C دارای بار منفی می‌شود.

B
A
C

بازی با سؤال **هنگامی که جسم A را با جسم B مالش می‌دهیم، A دارای بار منفی می‌شود و هنگامی که جسم A را با جسم C مالش می‌دهیم، A دارای بار مثبت می‌شود، اجسام A و B و C در سری الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک) به‌ترتیب از بالا به پایین چگونه قرار می‌گیرند؟ (گزینه‌ها را از راست بخوانید.)**

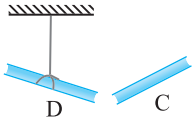
۱) C ،B ،A　　۲) C ،A ،B　　۳) B ،C ،A　　۴) A ،B ،C

گزینهٔ ۲

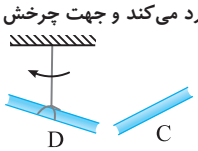
A ۱۱۲۸ ۴

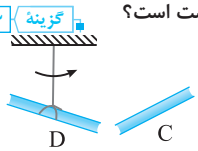
اگر میله B در جهت (۲) بچرخد، یعنی توسط میله A رانده شده است. بنابراین A و B همنام هستند و در اثر مالش جداگانه با پارچه C دارای بار همنام شده‌اند. بنابراین هر دو آن‌ها در جدول باید در بالا و یا هر دو در پایین C قرار داشته باشند. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) درست هستند. حال اگر میله B در جهت (۱) بچرخد یعنی توسط میله A جذب شده و A و B دارای بار ناهمنام هستند. در این صورت A و B باید یکی بالای C و دیگری در پایین آن در جدول قرار داشته باشد. بنابراین گزینه (۳) درست و گزینه (۴) نادرست و پاسخ مسأله است.

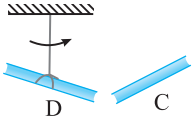
بازی با سؤال **هنگامی که میله A را با میله B مالش دهیم، میله A دارای بار منفی می‌شود و هنگامی که میله A را با میله C مالش دهیم، میله A دارای بار مثبت می‌شود، اگر میله خنثی C را با میلهٔ خنثی B مالش دهیم و سپس مطابق شکل میله C را به میله پلاستیکی خنثی D نزدیک کنیم، کدام گزینه در مورد نوع نیرویی که میله C به میله D وارد می‌کند و جهت چرخش میله D درست است؟**

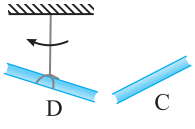


گزینهٔ ۳

۱) ربایش،


۲) رانش،


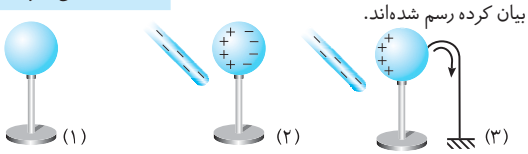
۳) ربایش،


۴) رانش،


A ۱۱۲۹ ۳

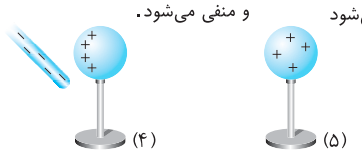
با توجه به جدول سری الکتریسیته مالشی، پلاستیک پایین‌تر از پشم است و الکترون‌خواهی آن بیشتر است و در اثر مالش این دو به هم پلاستیک دارای بار منفی می‌شود. اکنون به شکل‌ها دقت کنید که در آن‌ها مراحلی که مسئله بیان کرده رسم شده‌اند.

انتهای مثبت سری
پشم
پلاستیک
انتهای منفی سری



با لمس کره که باعث اتصال آن به زمین می‌شود بار منفی کره به زمین منتقل می‌شود

در اثر القای الکتریکی کره دارای بار القایی مثبت و منفی می‌شود.



بار دور کردن میلهٔ پلاستیکی بار مثبت در سطح کره پخش می‌شود.

دست خود را دور می‌کنیم.

بنابراین کره دارای بار مثبت می‌شود.

نکته همواره در این نوع باردار کردن جسم رسانا، بار جسم، ناهمنام با بار میله خواهد شد.

A ۱۱۳۰ ۳

گزاره (الف): اجسام رسانا دارای بار آزاد هستند، از این‌رو با روش القا می‌توان آن‌ها را باردار کرد. اجسام نارسانا به روش القا باردار نمی‌شوند. بنابراین گزاره (الف) درست است.

گزاره (ب): در سری الکتریسیته مالشی هر چه جسمی پایین‌تر باشد، الکترون‌خواهی آن بیشتر است و در اثر مالش بار آن منفی شده و الکترون می‌پذیرد و گزاره (ب) درست است.

گزاره (پ): کوانتیده بودن بار یعنی بار الکتریکی یک جسم همواره مضرب صحیحی از بار بنیادی (e) است و جملهٔ بیان شده در گزارهٔ (پ) مربوط به اصل پایستگی بار است، بنابراین گزاره (پ) نادرست است.

A ۱۱۳۱ ۴

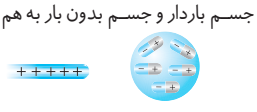
هر گاه یک جسم باردار را به یک جسم بدون بار نزدیک کنیم، در اثر القای الکتریکی همواره ربایش رخ می‌دهد. اما چگونه؟

اگر یک جسم رسانا یا نارسانای باردار را به یک جسم رسانای بدون بار نزدیک کنیم، در اثر القای الکتریکی در جسم رسانای بدون بار که دارای بار آزاد است، بار مثبت و منفی القایی به‌وجود می‌آید (شکل (۱)) که چون بارهای ناهمنام به هم نزدیک‌تر از بارهای همنام هستند ربایش الکتریکی از رانش قوی‌تر است و جسم باردار و جسم بدون بار به هم نیروی ربایش الکتریکی وارد می‌کنند.



شکل (۱)

اگر جسم خنثی نارسانا باشد، در اثر حضور جسم باردار در اثر القا در آن قطبیدگی رخ می‌دهد که سبب ربایش الکتریکی می‌شود.

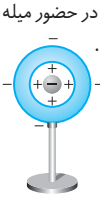


شکل (۲)

A ۱۱۳۲ ۲

خط فکری ۱ هرگاه جسم بارداری در نزدیکی کرهٔ رسانا قرار بگیرد در اثر القای الکتریکی بار همنام با جسم، در دورترین مکان نسبت به جسم در کره قرار می‌گیرد (به دلیل نیروی رانشی بین بارهای همنام) و بار ناهمنام با جسم در نزدیک‌ترین مکان نسبت به جسم در کره قرار می‌گیرد (به دلیل نیروی ربایشی بین بارهای ناهمنام.)

خط فکری ۲ همواره در اتصال به زمین بار همنام با میله باردار در حضور میله توسط زمین خنثی می‌شود و جسم دارای بار ناهمنام با میله باردار می‌شود.



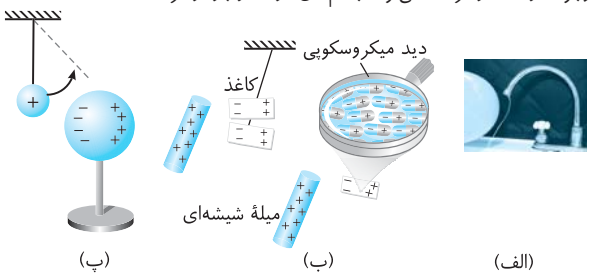
در شکل (الف): ۱) بار مثبت که بار ناهمنام با ذرهٔ منفی است، در نزدیک‌ترین ناحیهٔ پوسته یعنی سطح داخلی آن قرار می‌گیرد. ۲) بار منفی که بار همنام با ذرهٔ منفی است، در دورترین ناحیهٔ پوسته یعنی سطح خارجی آن قرار می‌گیرد.

در شکل (ب): ۱) بار مثبت که بار ناهمنام با جسم باردار منفی است در نزدیک‌ترین مکان نسبت به جسم باردار یعنی سمت چپ کره قرار می‌گیرد. ۲) بار منفی که بار همنام با جسم باردار منفی است در دورترین مکان نسبت به جسم باردار یعنی سمت راست کره قرار می‌گیرد. با اتصال کره‌ها به زمین بارهای منفی که با بار ذره و میله همنام هستند به زمین منتقل می‌شوند اما بارهای مثبت کره‌ها توسط بار منفی ذره و میله جذب شده و باقی می‌مانند و پوسته و کره دارای بار مثبت می‌شوند.

A ۲ ۱۱۳۳

روش باردار کردن به روش القا فقط در رساناها استفاده می‌شود. در واقع در نارساناها بارهای مثبت و منفی جسم از هم جدا نمی‌شوند و مولکول‌های دو قطبی آن‌ها تحت تأثیر میدان تا حدودی چرخیده و در راستای میدان جهت‌گیری می‌کنند یعنی نارسانا قطبیدگی پیدا می‌کند. پس تنها برای شکل (پ) می‌توان به وسیلهٔ القا و اتصال کرهٔ فلزی به زمین در آن بار منفی ایجاد کرد.

نکته القا یعنی اثرگذاری از دور، در شکل‌های (الف) و (ب) نیز این اثرگذاری وجود دارد امّا در اثر القا نمی‌توان جسم‌های نارسانا را باردار کرد.



A ۴ ۱۱۳۴

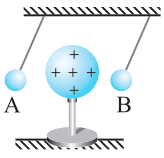
خط فکری هر گاه دو جسم با نیروی الکتریکی یکدیگر را دفع کنند، قطعاً هر دو باردار و دارای بار ناهمنام هستند. اما اگر دو جسم با نیروی الکتریکی یکدیگر را جذب کنند ممکن است هر دو باردار باشند و یا یکی از آن‌ها باردار و دیگری بدون بار باشد. یعنی شما از ربایش الکتریکی دو جسم اطلاعات کاملی به‌دست نمی‌آورید، اما از رانش الکتریکی می‌توانید بفهمید که دو جسم دارای بار همنام هستند.

جسم‌های A و B یکدیگر را می‌رانند. بنابراین قطعاً یکی از آن‌ها باردار است. جسم‌های B و C یکدیگر را می‌رانند، بنابراین قطعاً هر دو باردار و دارای بار همنام هستند. در این صورت جسم B قطعاً باردار است و جسم A ممکن است باردار یا بدون بار باشد.

B ۳ ۱۱۳۵

با توجه به شکل هر دو کره یکدیگر را جذب کرده‌اند و بر هم نیروی ربایش الکتریکی وارد می‌کنند، بنابراین یکی از آن‌ها یا هر دو باردار هستند. اما با وصل و سپس قطع کلید، دو کره به حالت قائم درآمده‌اند، یعنی جاذبهٔ الکتریکی بین آن‌ها از بین رفته است، بنابراین نتیجه می‌گیریم که کرهٔ A دارای بار الکتریکی بوده و با اتصال به زمین بار خود را از دست داده و کرهٔ B از ابتدا بدون بار بوده به همین دلیل وقتی A بدون بار شده است ربایش الکتریکی از بین رفته است. $|q_A| \neq 0$ و $q_B = 0$ در این صورت $q_A q_B = 0$.

بازی با سؤال **وضعیت قرارگیری دو آونگ A و B به صورت مقابل است. کدام گزینه الزاماً درست است؟**



۱) بار آونگ A مثبت است.
۲) بار آونگ A منفی است.
۳) بار آونگ B مثبت است.
۴) بار آونگ B منفی است.

گزینهٔ ۱

A ۲ ۱۱۳۶

طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، بار الکتریکی موجود در مجموعه دو جسم نباید از بین برود و یا به‌وجود آید. بنابراین مجموعه بارهای الکتریکی اولیهٔ موجود در آن‌ها با مجموع بارهای الکتریکی ثانویه موجود در آن‌ها یکسان و برابر است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$q_A + q_B = q'_A + q'_B \Rightarrow (+3) + (-7) = (-1) + q'_B \Rightarrow q'_B = -3\mu C$$

A ۲ ۱۱۳۷

نکته هر گاه دو جسم رسانا و مشابه و باردار با بار q_1 و q_2 با هم تماس یابند، دو جسم با هم بار الکتریکی مبادله می‌کنند تا لحظه‌ای که بار آن‌ها با هم برابر شود، در این صورت بار هر جسم میانگین بار دو جسم در حالت اول است.

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

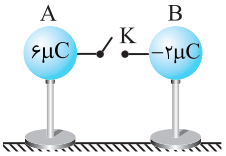
کره‌ها مشابه و رسانا هستند، بنابراین با بستن کلید آن‌قدر بین دو کره بار مبادله می‌شود تا بار کره‌ها برابر شود. از این‌رو:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{12 + 20}{2} = 16\mu C$$

بار کرهٔ A از $+20\mu C$ به $+16\mu C$ تغییر کرده است، یعنی $20 - 16 = +4\mu C$ بار از A به B منتقل شده و بار کرهٔ B را از $+12\mu C$ به $+16\mu C$ رسانده است. در واقع الکترون از کره B به کرهٔ A شارش کرده است و تعداد الکترون‌های شارش شده از B به A برابر است با:

$$\Delta q = ne \Rightarrow n = \frac{\Delta q}{e} = \frac{4 \times 10^{-6}}{1/6 \times 10^{-19}} = 2/5 \times 10^{13} \text{ الکترون}$$

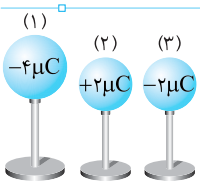
بازی با سؤال **مطابق شکل زیر کره‌های فلزی مشابه A و B بر روی پایه‌های عایقی قرار دارند. اگر سیم رابط دو کره را ببندیم ..... از کره ..... به کره ..... منتقل می‌شود.** $(e = 1/6 \times 10^{-19} C)$



۱) ۱ الکترون، B ،A
۲) ۱ پروتون، B ،A
۳) $2/5 \times 10^{13}$ الکترون، B ،A
۴) $1/25 \times 10^{13}$ پروتون، B ،A

گزینهٔ ۳

A ۳ ۱۱۳۸



چون گوی‌های (۲) و (۳) مشابه‌اند، بنابراین بعد از تماس، بار آن‌ها با هم برابر می‌شود که آن را با q' نشان می‌دهیم. اگر بار گوی (۱) را بعد از تماس با q'_1 نشان دهیم، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی داریم:

$$q_1 + q_2 + q_3 = q'_1 + q'_2 + q'_3 \Rightarrow (-4) + 2 + (-2) = -2 + q' + q'$$

$$\Rightarrow -4 = -2 + 2q' \Rightarrow 2q' = -2 \Rightarrow q' = -1\mu C$$

B ۱ ۱۱۳۹

با توجه به پایستگی بار الکتریکی مجموع بار کره‌ها قبل و بعد از تماس یکسان است:

$$\underbrace{q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5}_{\text{قبل از تماس}} = \underbrace{q'_1 + q'_2 + q'_3 + q'_4 + q'_5}_{\text{بعد از تماس}}$$

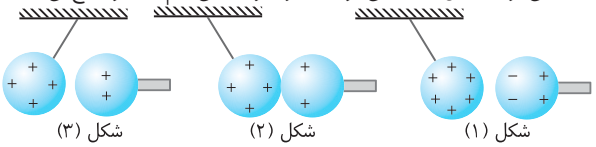
$$4 + (-3) + (-8) + 12 + 2 = q'_1 + q'_2 + q'_3 + q'_4 + q'_5$$

$$7\mu C = q'_1 + q'_2 + q'_3 + q'_4 + q'_5$$

A ۱ ۱۱۴۰

هنگام نزدیک شدن کره فلزی خنثی به گلوله، در اثر القا، کره دارای بار مثبت و بار منفی القایی می‌شود. چون مطابق شکل بارهای ناهمنام کره و گلوله به هم نزدیک‌تر هستند، نیروی ربایش از رانش قوی‌تر است و گلوله جذب کره می‌شود.

پس از تماس کره با گلوله، مقداری از بار گلولهٔ فلزی به کره منتقل شده و هر دو دارای بار مثبت می‌شوند. در این حالت وقتی کره را به گلوله نزدیک می‌کنیم یکدیگر را دفع می‌کنند.



B ۴ ۱۱۴۱

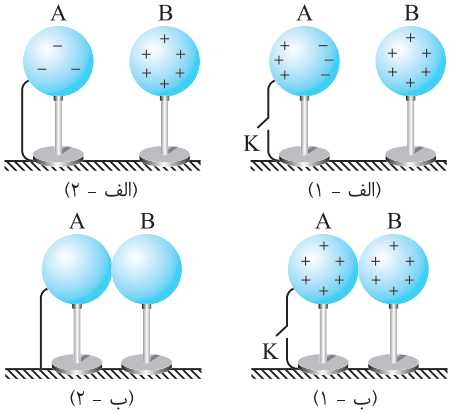
یادآوری به‌دست آوردن یا از دست دادن الکترون دو جسم در تماس با یکدیگر را می‌توان بر اساس جدولی موسوم به سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک) معلوم کرد. در این جدول مواد پایین‌تر، الکترون‌خواهی بیشتری دارند.

با مالش پارچهٔ ابریشمی با سرب چون در سری الکتریسیته مالشی، سرب بالاتر از ابریشم است، سرب مثبت و پارچه ابریشمی منفی می‌شود. همچنین آلومینیوم پایین‌تر از پارچهٔ ابریشمی است و با مالش این دو به هم، آلومینیوم منفی و پارچه ابریشمی مثبت می‌شود.

پس دو کره پس از مالش با پارچه ابریشمی بار ناهمنام پیدا می‌کنند. ابتدا کره‌ها به سوی هم جذب می‌شوند و با توجه به فرض سؤال $R>>r$ و ناچیز بودن جرم کره‌ها، دو کره با هم تماس پیدا می‌کنند. چنانچه بار کره‌ها برابر باشد یکدیگر را خنثی می‌کنند و کره‌ها از هم دور می‌شوند و در فاصله r از هم قرار می‌گیرند. در این صورت پاسخ گزینهٔ (۳) است و اگر اندازهٔ بار یک کره بیشتر باشد، پس از تماس بار آن‌ها همنام شده و به خاطر نیروی دافعه در فاصلهٔ بیشتری از r قرار می‌گیرند. یعنی پاسخ گزینه (۱) می‌شود. بنابراین گزینهٔ (۴) پاسخ درست است.

A ۱۱۴۲ **۳**

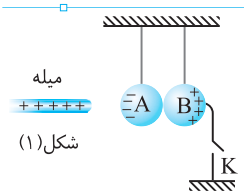
شکل (الف): کرهٔ B دارای بار مثبت است و در نزدیکی کرهٔ خنثی A قرار دارد. در اثر القای الکتریکی کرهٔ A دارای بار القایی می‌شود به گونه‌ای که سمت نزدیک B دارای بار منفی و سمت دورتر آن دارای بار مثبت می‌شود. با بستن کلید بارهای مثبت کرهٔ A به زمین منتقل می‌شوند و کرهٔ A دارای بار منفی می‌شود. (البته شما می‌توانید بگویید که الکترون از زمین به کرهٔ A منتقل شده و بارهای مثبت A را خنثی کرده است) و پس از باز کردن کلید، کرهٔ A هم‌چنان دارای بار منفی است. شکل (ب): دو کره در تماس با هم هستند، بنابراین بخشی از بار مثبت کره B به A منتقل شده است و وقتی کلید K را می‌بندیم. تمام بار (مثبت) کره‌ها به زمین منتقل شده و هر دو کره خنثی می‌شوند.



A ۱۱۴۳ **۲**

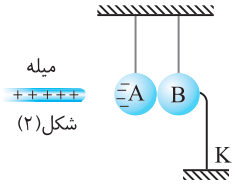
مرحله به مرحله، اتفاقات را بررسی می‌کنیم.

با نزدیک کردن میله با بار مثبت به کرهٔ A، بار منفی در کرهٔ A و بار مثبت در کرهٔ B القا می‌شود (شکل (۱)).



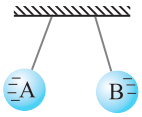
شکل (۱)

با وصل کلید در حضور میله بارهای مثبت که می‌خواهند از بار مثبت میله تا جایی که ممکن است دور شوند به زمین منتقل می‌شوند (شکل (۲)).



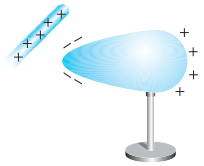
شکل (۲)

با باز کردن کلید و سپس دور کردن میله بار منفی از کره A به کره B می‌رود و دو کره مشابه دارای بار منفی یکسان می‌شوند و گزارهٔ (الف) درست است و به دلیل همنام بودن بار، دو کره بر یکدیگر نیروی دافعه وارد می‌کنند، بنابراین گزاره (ب) نادرست و گزاره (پ) درست است.

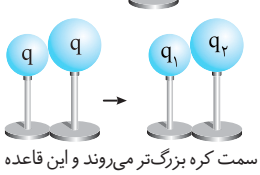


B ۱۱۴۴ **۱**

یادآوری در پدیده القا توزیع بار به شکل و ابعاد اجسام بستگی ندارد.



در تماس دو جسم رسانای باردار هر چه یک جسم بزرگ‌تر باشد، بار بیشتری می‌گیرد. مانند شکل مقابل که دو کره با بار یکسان q به هم تماس داده شده‌اند، چون بارها در کره کوچک‌تر به هم نزدیک‌ترند دافعه بین آن‌ها بیشتر است و به سمت کره بزرگ‌تر می‌روند و این قاعده در مورد کره‌ها با بار نامساوی نیز صادق است که در نهایت بعد از تماس بار کره بزرگ‌تر همواره بیشتر است. $q_1<q \ , \ q_2>q$

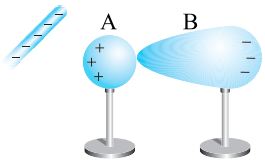


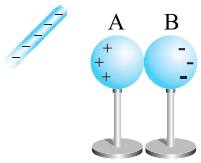
اگر دو کره رسانای مشابه با بارهای الکتریکی q_1 و q_2 را به یکدیگر تماس دهیم، مجموع بارهای الکتریکی q_1 و q_2 بین دو کره به صورت مساوی تقسیم می‌شود و برای به‌دست آوردن بار الکتریکی کره‌ها در حالت جدید داریم:

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}$$

دقت کنید که در این رابطه q_1 و q_2 با علامت جایگذاری می‌شوند.

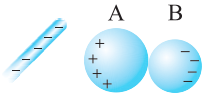
با نزدیک کردن میلهٔ پلاستیکی با بار منفی به جسم A، در اثر القا جسم A دارای بار مثبت و جسم B دارای بار همنام با میله یعنی بار منفی می‌شود. در مورد گوی C نیز همین اتفاق می‌افتد، چون شرایط مشابه است. بار q_B و بار q_C برابر خواهند شد.





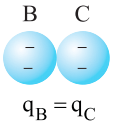
B ۱۱۴۵ **۴**

با نزدیک کردن میلهٔ پلاستیکی با بار منفی به کرهٔ A، این کره دارای بار مثبت القایی و کرهٔ B دارای بار منفی القایی می‌شود که مقدار بار منفی کرهٔ B و بار مثبت کرهٔ A بنابر اصل پایستگی بار برابر است $(q_B=-q_A)$



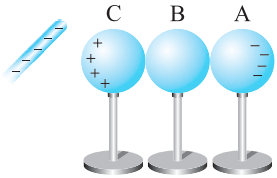
اکنون در حضور میله کرهٔ B را جدا می‌کنیم و با تماس آن با کرهٔ C که با B مشابه است، نیمی از بار منفی کره B به کره C منتقل می‌شود و در نهایت خواهیم داشت:

$$(q_B=q_C) \qquad q_A=-2q_B=-2q_C$$



B ۱۱۴۶ **۲**

با نزدیک کردن میله با بار منفی، کره C دارای بار القایی مثبت، کره A دارای بار القایی منفی می‌شود وکره B خنثی است. اگر ابتدا کره A را جدا کنیم، کره A دارای بار منفی باقی می‌ماند و با دور کردن میله بار مثبت کرهٔ C در کره‌های C و B توزیع می‌شود و هر سه کره باردار خواهند شد، پس گزاره (الف) درست است.



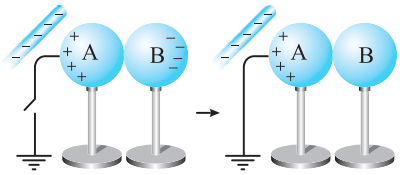
اگر میله و کره C را از کره‌های A و B دور کنیم، کره C دارای بار مثبت باقی می‌ماند و بار منفی کرهٔ A در کره‌های A و B توزیع می‌شود و هر سه کره باردار خواهند شد و گزاره (ب) درست است.

با توجه به شکل بارهای مثبت القاشده به واسطهٔ میله در کرهٔ C قرار گرفته و بارهای منفی القا شده به واسطهٔ میله در کرهٔ A تجمع می‌کنند. با جدا شدن A، بارهای منفی القاشده از مجموعه جدا شده و بار کرهٔ A منفی می‌شود و تنها بارهای مثبت القاشده در کرهٔ C باقی می‌ماند و کرهٔ B همچنان خنثی است، بنابراین اگر در حضور میله ابتدا کره A و سپس کره B را جدا کنیم، کره A دارای بار منفی، کره B خنثی و کره C دارای بار مثبت خواهد شد. بنابراین کرهٔ B بدون بار می‌ماند و هر سه کره باردار نبوده و گزاره (پ) نادرست است.

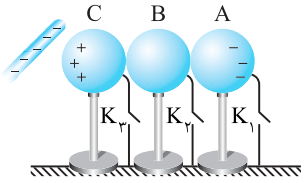
بار کره‌های A، B و C به ترتیب منفی، خنثی و مثبت است، و اگر در ابتدا کرهٔ B را جدا کنیم، کرهٔ B بدون بار بوده و بنابراین گزاره (ت) نادرست است. در نتیجه دو گزاره (الف) و (ب) درست است و پاسخ گزینه (۲) است.

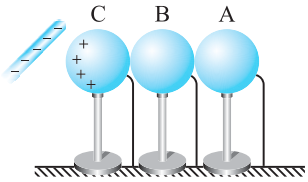
B ۱۱۴۷ **۴**

یادآوری در شکل زیر هنگامی که میله باردار را به کره A نزدیک می‌کنیم، بار ناهمنام با بار میله در کره A و نزدیک‌ترین مکان به میله تجمع می‌کند و بار همنام با بار میله در کره B و دورترین مکان به میله تجمع می‌کند. بارهای جمع شده در کره A در اسارت میله باردار می‌باشند و اگر تماسی با کره A در حضور میله باردار رخ دهد بارهای کره A در جای خود ثابت می‌مانند، پس با وصل کلید K_1 بار کره A تغییر نمی‌کند اما بار کره B خنثی می‌شود.



در شکل نشان داده شده در مسأله، کره‌های A و C به‌ترتیب دارای بار القایی منفی و مثبت و کرهٔ B خنثی است. اگر در حضور میله هر یک از کلیدهای K_1 و K_2 و K_3 یا همهٔ آن‌ها را ببندیم، بار منفی کره A به زمین منتقل می‌شود و کره‌های A و B بدون بار می‌شوند و تنها بار مثبت کرهٔ C در اسارت بار منفی میله باقی می‌ماند. با باز کردن کلیدها و سپس دور کردن میله باردار، بار مثبت کره C بین سه کره توزیع می‌شود و هر سه کره دارای بار مثبت می‌شوند.

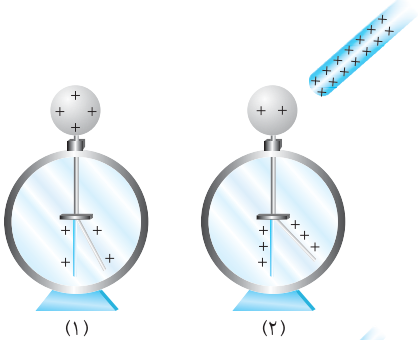


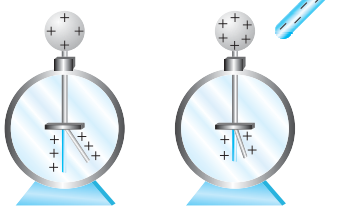


A ۱۱۴۸ ۴

الف) با نزدیک کردن یک جسم باردار به کلاهک الکتروسکوپ در اثر القا، کلاهک و ورقه‌های الکتروسکوپ دارای بار القایی شده و ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور می‌شوند. بنابراین به کمک الکتروسکوپ می‌توان باردار بودن جسم را تشخیص داد.

ب) اگر به یک الکتروسکوپ که از قبل باردار شده است و نوع بار آن معلوم است، مثلاً می‌دانیم که دارای بار مثبت است، یک جسم باردار را **به آرامی** نزدیک کنیم، اگر بار جسم با بار الکتروسکوپ همنام باشد، در اثر دافعهٔ بارهای همنام تعدادی از بار کلاهک به ورقه‌ها منتقل شده بار ورقه‌ها بیشتر شده و از هم دور می‌شوند و این نشان می‌دهد که بار جسم مثبت است به طور کلی اگر هنگام نزدیک کردن آرام جسم باردار به کلاهک الکتروسکوپ باردار، ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور شوند بار جسم همنام با بار الکتروسکوپ است و اگر ورقه‌ها به هم نزدیک شوند بار جسم ناهمنام با بار الکتروسکوپ است. بنابراین به کمک الکتروسکوپ باردار می‌توان نوع بار جسم را تشخیص داد.

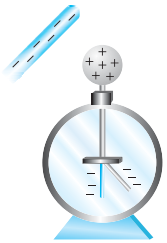

(۱) (۲)


(۱) (۲)

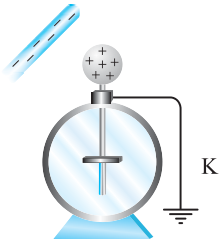
پ) اگر یک جسم رسانای بدون بار را به کلاهک یک الکتروسکوپ باردار تماس دهیم، الکتروسکوپ بدون بار می‌شود و اگر یک جسم عایق را به کلاهک الکتروسکوپ باردار تماس دهیم، تغییر محسوسی در الکتروسکوپ رخ نمی‌دهد. بنابراین می‌توان رسانا و نارسانا بودن جسم را نیز مشخص کرد و گزاره (پ) نیز درست است. ت) اگر از یک الکتروسکوپ مدرج مطابق شکل استفاده کنیم، می‌توان مقدار بار را برای مقادیر کوچک بار مشخص کرد و گزارهٔ (ت) درست است.


تصویری از یک الکتروسکوپ درجه‌بندی شده

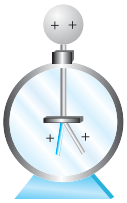
A ۱۱۴۹ ۴



وقتی میله باردار نزدیک الکتروسکوپ است، کلاهک الکتروسکوپ دارای بار مثبت القایی و ورقه‌های آن دارای بار منفی القایی است.

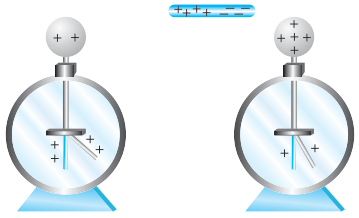


اگر کلید را ببندیم، بارهای منفی ورقه‌ها به زمین منتقل شده و بارهای مثبت کلاهک که اسیر بارهای منفی میله هستند، باقی می‌مانند و ورقه‌ها بسته می‌شود.



با باز کردن کلید، کلاهک هم‌چنان دارای بار مثبت است و با دور کردن میله مقداری از بار کلاهک به ورقه منتقل شده و ورقه‌های الکتروسکوپ با انحراف کمتری نسبت به حالت قبل از هم باز می‌شوند.

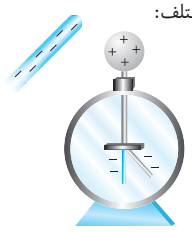
حال با نزدیک شدن میلهٔ خنثی به الکتروسکوپ به دلیل القا، در سمت نزدیک‌تر میله، به الکتروسکوپ بار منفی القا شده که باعث جذب بار مثبت از ورقه‌ها می‌شود و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند و انحراف ورقه‌ها کاهش می‌یابد.



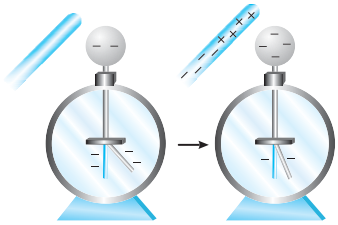
A ۱۱۵۰ ۱

یادآوری طرز استفاده از الکتروسکوپ در حالت‌های مختلف:

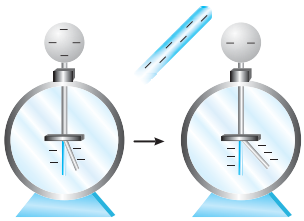
۱ اگر جسمی باردار به یک الکتروسکوپ بدون بار نزدیک شود، کلاهک الکتروسکوپ دارای بار ناهمنام و ورقه‌ها دارای بار همنام با بار جسم شده و ورقه‌ها هم باز می‌شوند.



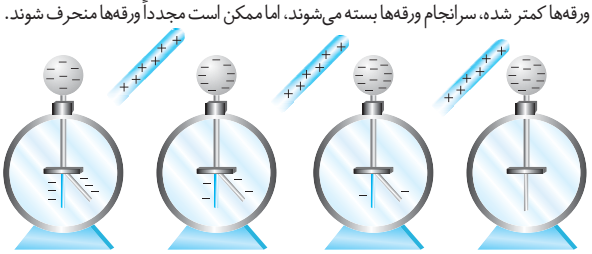
۲ اگر جسمی بدون بار به یک الکتروسکوپ باردار نزدیک شود، به دلیل القا بار مخالف بار کلاهک در قسمت نزدیک‌تر میله به کلاهک ایجاد می‌شود و وجود این میله بارهای بیشتری را روی کلاهک القا می‌کند، پس بار در ورقه‌ها کمتر شده و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند.



۳ اگر به یک الکتروسکوپ باردار، جسمی با بار همنام با آن را به آرامی نزدیک کنیم، انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ بیشتر می‌شود در این صورت مشخص می‌شود که جسم دارای بار همنام با الکتروسکوپ بوده است.



۴ اگر جسم بارداری را به آرامی به یک الکتروسکوپ باردار، نزدیک کنیم و شاهد کم شدن انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ باشیم، می‌فهمیم جسم دارای بار ناهمنام با بار الکتروسکوپ است. در این حالت اگر بار جسم زیاد باشد، هر چه جسم به الکتروسکوپ نزدیک‌تر می‌شود انحراف ورقه‌ها کمتر شده، سرانجام ورقه‌ها بسته می‌شوند، اما ممکن است مجدداً ورقه‌ها منحرف شوند.



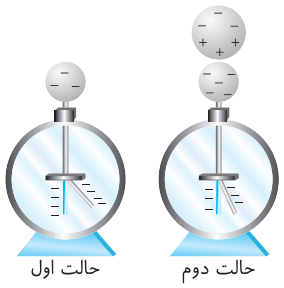
الکتروسکوپ دارای بار منفی است و برای آنکه ورقه‌ها به هم نزدیک شوند باید میلهٔ آلومینیمی با دستهٔ عایق دارای بار ناهمنام با الکتروسکوپ شود. یعنی میلهٔ آلومینیمی باید دارای بار مثبت باشد، در جدول سری الکتریسیته مالشی اجسام پایینی الکترون‌خواهی بیشتری دارند یعنی باید میلهٔ آلومینیمی را باید با جسمی مالش دهیم که تمایل به گرفتن الکترون دارد یعنی این جسم باید در جدول پایین‌تر از آلومینیم باشد.

A ۱۱۵۱ ۴

بار الکتریکی الکتروسکوپ مثبت است و ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دورند (منحرف شده‌اند). اگر بار منفی به کلاهک نزدیک کنیم مقداری بار مثبت از ورقه‌ها به دلیل جاذبهٔ بار منفی به کلاهک می‌روند و انحراف ورقه‌ها کم می‌شود. البته این در حالتی است که بار منفی کمتر از بار مثبت الکتروسکوپ باشد. اگر بار منفی میله اندکی از بار مثبت الکتروسکوپ بیشتر باشد، می‌تواند در یک فاصلهٔ معین تمام بارهای مثبت ورقه‌ها را به سوی کلاهک بکشد و ورقه‌ها بدون بار شده و به هم بچسبند و اگر بار منفی میله از بار مثبت الکتروسکوپ بسیار بیشتر باشد، با نزدیک کردن آرام میله به کلاهک، بارهای مثبت ورقه به سمت کلاهک رفته، انحراف ورقه‌ها کم می‌شود و با نزدیک‌تر کردن میله، ورقه‌ها چسبیده و وقتی میله به کلاهک خیلی نزدیک شود ورقه‌ها این بار دارای بار منفی شده و یکدیگر را می‌رانند که ممکن است انحراف ورقه‌ها از حالت اول نیز بیشتر شود.

A ۱۱۵۲ ۱

با نزدیک کردن کرهٔ فلزی خنثی، در کره بار مثبت و منفی القایی به‌وجود می‌آید. سمتی از کره که نزدیک کلاهک است دارای بار ناهمنام با بار کلاهک شده و مطابق شکل بارهای ناهمنام الکتروسکوپ و کره به هم نزدیک‌ترند و رباییش از رانش بارهای همنام کره و کلاهک بیشتر بوده، مقداری بار از ورقه به کلاهک منتقل شده و انحراف ورقه‌ها به آرامی کم می‌شود.



A ۱۱۵۳ ۱

در مورد باردار یا خنثی بودن میلهٔ A، اطلاعی نداریم. با نزدیک کردن میله A به الکتروسکوپ دارای بار مثبت، ورقه‌ها به هم نزدیک شده‌اند. بنابراین اگر میلهٔ A باردار بوده باشد، بار آن منفی بوده است. (البته ممکن است میلهٔ A خنثی باشد که در ادامه بررسی می‌کنیم.)

۱ اگر بار میلهٔ A منفی باشد، با نزدیک کردن آن به الکتروسکوپ، میله بارهای مثبت را از ورقه‌ها به سوی خود می‌کشد و فاصلهٔ ورقه‌ها از هم در ابتدا کاهش می‌یابد و اگر میلهٔ A با بار منفی را به میلهٔ B با بار منفی نزدیک کنیم همدیگر را دفع می‌کنند.

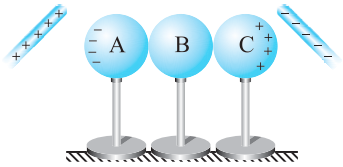
۲ اگر میلهٔ A خنثی باشد، با نزدیک کردن آن به الکتروسکوپ با بار مثبت، به دلیل القای الکتریکی در میله، بارهای منفی نزدیک به الکتروسکوپ قرار می‌گیرند و باز هم با رباییش بارهای مثبت الکتروسکوپ، ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند و اگر میلهٔ خنثی A را به میلهٔ با بار منفی B نزدیک کنیم، در اثر القای الکتریکی نیروی رباییش بین آن‌ها برقرار می‌شود. طبق توضیحات بالا، نیروی الکتریکی بین میله‌های A و B می‌تواند رباییشی یا رانشی باشد.

A ۱۱۵۴ ۳

با تماس میله به کلاهک الکتروسکوپ خنثی مقداری از بار میله به الکتروسکوپ منتقل می‌شود، الکتروسکوپ دارای بار منفی شده و ورقه‌ها از هم فاصله می‌گیرند. حال با نزدیک شدن مجدد میله که دارای بار منفی است به کلاهک الکتروسکوپ در اثر القای الکتریکی بارهای منفی بیشتری از کلاهک به ورقه‌ها منتقل می‌شود و فاصله بین ورقه‌ها افزایش می‌یابد. بنابراین $\beta > \alpha$ است.

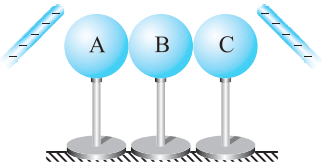
پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۱۱۵۵ ۳



در حضور میله‌ها بار الکتریکی القایی به صورت شکل روبه‌رو ایجاد می‌شود. در این حالت کرهٔ A بار منفی، کرهٔ B خنثی و کرهٔ C دارای بار مثبت است و اگر در حضور میله‌ها، کره‌ها را از هم دور کنیم. کرهٔ B هم‌چنان خنثی خواهد بود.

بازی با سؤال **سه کرهٔ فلزی A، B و C کاملاً مشابه و خنثی از نظر الکتریکی روی پایه‌های عایق قرار دارند. مطابق شکل هم‌زمان دو میله با بارهای هم‌اندازه و همنام در فاصله‌های یکسانی از کره‌های A و B و C قرار می‌گیرند. اگر در حضور میله‌ها سه گوی را از هم جدا کنیم، بار کرهٔ B کدام است؟**

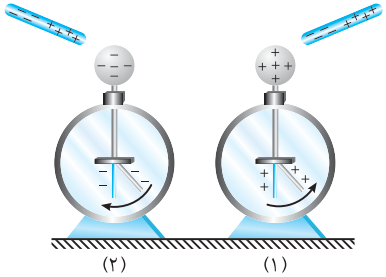


۱) خنثی
۲) مثبت
۳) منفی
۴) ابتدا منفی سپس خنثی

گزینهٔ ۳

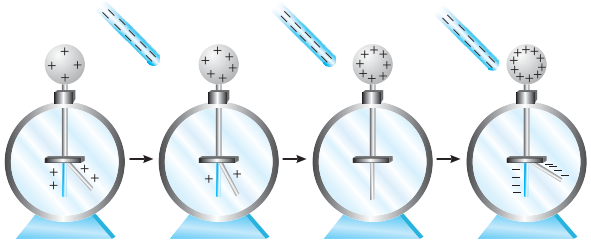
C ۱۱۵۶ ۳

به شکل‌های (۱) و (۲) بعد از نزدیک کردن میله دقت کنید، انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ (۱) افزایش و انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ (۲) کاهش یافته است. بنابراین قطعاً این میله خنثی نیست زیرا با نزدیک شدن میله خنثی به دلیل القا، بار ناهمنام با کلاهک در سمت نزدیک به آن در میله ایجاد شده که با توجه به نیروی رباییش بین بارها مطابق شکل‌های زیر بار ورقه‌ها کاهش یافته و زاویهٔ بین ورقه‌ها در هر دو شکل کاهش می‌یابد.



اگر بار میله همنام با بار الکتروسکوپ باشد، وقتی آن را به الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم در اثر دافعهٔ بین بارهای میله و بارهای کلاهک الکتروسکوپ، مقداری از بار کلاهک به ورقه‌ها منتقل می‌شود که باعث افزایش زاویهٔ بین ورقه‌های الکتروسکوپ می‌شود.

بنابراین گزینهٔ (۲) ممکن است درست باشد. چرا می‌گوییم ممکن است؟ فرض کنید بار میله با بار الکتروسکوپ ناهمنام باشد و بار میله نسبت به بار الکتروسکوپ بسیار زیاد باشد، پدیده‌های جالبی رخ می‌دهد. اگر میله را به کلاهک به آرامی نزدیک کنید شاهد خواهید بود که میله بارهای الکتروسکوپ را به سوی خود می‌کشد و انحراف ورقه‌ها به دلیل از دست دادن بار کم می‌شود و ممکن است ورقه‌ها بسته شوند اما به دلیل زیاد بودن بار میله همچنان به جذب بار ناهمنام از ورقه‌ها ادامه می‌دهد و این بار ورقه‌ها از هم باز می‌شوند و ممکن است انحراف از حالت اول نیز بیشتر باشد. یعنی افزایش انحراف ورقه، به تنهایی نوع بار میله را مشخص نمی‌کند. به مراحل زیر دقت کنید:

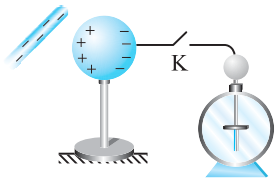


(۱) بدون حضور میله — (۲) کم شدن انحراف — (۳) بسته شدن — باز شدن مجدد

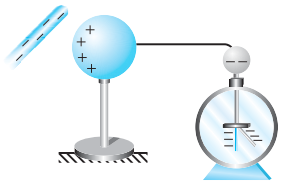
بنابراین لزومی ندارد گزینه (۲) درست باشد، هر چند ممکن است. اگر با نزدیک کردن میله انحراف ورقه‌ها کمتر شود، قطعاً بار میله و الکتروسکوپ ناهمنام‌اند و گزینهٔ (۳) الزاماً درست است.

۱ ۱۱۵۷ C

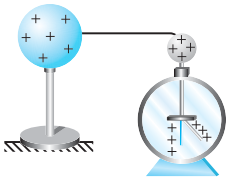
با نزدیک‌شدن میله به کره در دو سوی کره بار القایی مثبت و منفی ایجاد می‌شود (شکل (۱))



با وصل کلید بارهای همنام با میله از سمت راست کره به الکتروسکوپ منتقل می‌شوند و الکتروسکوپ دارای بار منفی شده و ورقه‌های آن از هم دور می‌شود و کره دارای بار مثبت و الکتروسکوپ دارای بار منفی خواهد بود.



بازی با سؤال **در شکل زیر کره و الکتروسکوپ دارای بار مثبت‌اند. حال اگر یک میلهٔ رسانای خنثی به کره نزدیک کنیم، انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ چگونه تغییر می‌کند؟**



۱) ورقه‌ها از هم دورتر می‌شوند.
۲) ورقه‌ها به هم نزدیک‌تر می‌شوند.
۳) فاصلهٔ ورقه‌ها تغییر نمی‌کند.
۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۲

۲ ۱۱۵۸ B

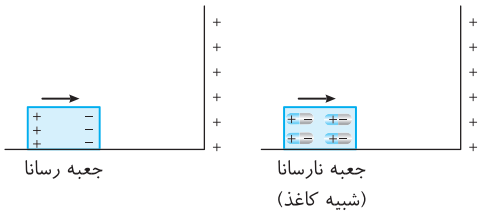
هر گاه به یک جسم دارای بار مثبت الکترون داده شود، الکترون، بار مثبت جسم را کاهش می‌دهد، زیرا بار منفی الکترون بارهای مثبت جسم را خنثی می‌کند. بنابراین باید بار نهایی کمتر از بار اولیه باشد، اما در صورت مسئله بیان شده مقدار بار نهایی ۳ برابر بار اولیه است یعنی، مقدار الکترون‌هایی که به جسم داده‌ایم آن قدر زیاد است که جسم نه تنها خنثی شده بلکه دارای بار منفی شده است، بنابراین اگر بار اولیه q باشد باید مقدار بار منفی داده شده به جسم $q'=-۴q$ باشد تا بار نهایی سه برابر بار اولیه شود:

$$q'=-۴q \xrightarrow{q'=-ne} -۵\times۱۰^{۱۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=۴q\Rightarrow q=۲\times۱۰^{-۶}C=۲\mu C$$

۲ ۱۱۵۹ B

یادآوری یک جسم باردار بر تمام اجسام چه باردار و چه بدون بار نیروی ربایش الکتریکی وارد کرده آن‌ها را جذب می‌کند.

وقتی جعبه با سرعت v به سوی صفحه پرتاب می‌شود، به دلیل باردار بودن صفحه، بار القایی در جعبه ایجاد می‌شود و سمتی که نزدیک صفحهٔ باردار است دارای بار ناهمنام با صفحه می‌شود و این امر سبب می‌گردد که بین جعبه و صفحه نیروی جاذبهٔ الکتریکی ایجاد شده و سرعت جعبه افزایش یابد. $(v'>v)$



۱ ۱۱۶۰ C

خط فکری با گرفتن الکترون از جسم B، بار مثبت جسم B افزایش می‌یابد و با انتقال الکترون‌ها به کرهٔ A، بار مثبت کرهٔ A کاهش می‌یابد. بنابراین ابتدا باید مشخص کنیم $\frac{۱۵}{۸}\times۱۰^{۱۳}$ الکترون چند کولن است و با انتقال این بار، مقدار این بار را به بار کرهٔ B اضافه و از بار کرهٔ A کم کنیم.

۱ مقدار بار انتقال یافته توسط الکترون‌ها برابر است با:

$$q=-ne=-\frac{۱۵}{۸}\times۱۰^{۱۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=-۳\times۱۰^{-۶}C=-۳\mu C$$

۲ با انتقال این بار از کرهٔ B بار کرهٔ B برابر $q'_B=q_B+|q|$ و بار کرهٔ A برابر $q'_A=q_A-|q|$ خواهد شد. اکنون به کمک دو معادله دو مجهول مسئله قابل حل است.

$$q'_B=q_B+|q| \xrightarrow{q'_B=۱/۵q'_A} ۱/۵q'_A=q_B+|q|$$
$$q'_A=q_A-|q| \xrightarrow{q_A=۱/۵q_B} q'_A=۱/۵q_B-|q|$$

معادلهٔ بالایی را در عدد ۱/۵ را ضرب کرده دو رابطه را از هم کم می‌کنیم.

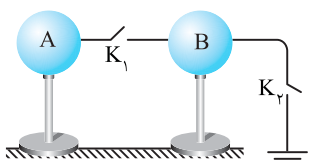
$$۲/۲۵q'_A=۱/۵q_B+۱/۵|q|$$
$$q'_A=۱/۵q_B-|q|$$
$$۱/۲۵q'_A=۲/۵|q|\Rightarrow q'_A=۲|q|=۲\times|-۳|=۶\mu C$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{q'_A=q_A-|q|} q=q_A-۳\Rightarrow q_A=۹\mu C \\ \longrightarrow q_A=۱/۵q_B\Rightarrow q=۱/۵q_B\Rightarrow q_B=۶\mu C \end{cases}$$

۴ ۱۱۶۱ B

با تماس گلوله با یکی از صفحه‌ها گلوله دارای بار همنام با آن صفحه شده و از بار آن صفحهٔ می‌کاهد و توسط آن صفحه رانده می‌شود و از سوی صفحه دیگر جذب می‌گردد و به آن برخورد می‌کند و بار آن توسط بخشی از بار صفحه خنثی می‌شود و از آن صفحه نیز بار دریافت می‌کند. پس مقداری از بار آن صفحه را هم کم می‌کند و مجدداً از صفحه رانده می‌شود و این عمل آن قدر تکرار می‌شود تا بعد از چندین رفت و برگشت بار صفحات و بار گلوله صفر شود. یعنی گلوله در فاصله کوتاه دو صفحه پس از چند نوسان به حالت تعادل برمی‌گردد.

۳ ۱۱۶۲ B

خط فکری کره‌ها مشابه هستند و در هر نوبت اتصال آن‌ها به هم (بستن کلید $K_۱$) بار الکتریکی آن‌ها برابر می‌شود $(q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{۲})$ اما اگر کلید $K_۱$ را باز و $K_۲$ را ببندیم بار کرهٔ B به زمین منتقل شده و کرهٔ B بدون بار می‌شود. با توجه به این مطالب مرحله به مرحله باید بار کره‌ها را تعیین کرد.



۱ کلید K_1 را می‌بندیم. بار کره‌های A و B یکسان و برابر می‌شود با:

$$q_{A_1}=q_{B_1}=\frac{q_A+q_B}{2}\Rightarrow q_{A_1}=q_{B_1}=\frac{۸۲+۴۶}{2}\Rightarrow q_{A_1}=q_{B_1}=۶۴\mu C$$

۲ کلید K_1 را باز و K_2 را می‌بندیم. تمام بار کرهٔ B به زمین منتقل شده و کرهٔ B بدون بار و کرهٔ A همچنان دارای بار $۶۴\mu C$ است.

۳ برای بار دوم K_2 را باز می‌کنیم و برای بار دوم K_1 را می‌بندیم

$$q_{A_2}=q_{B_2}=\frac{۶۴+۰}{2}=۳۲\mu C$$

۴ K_1 باز و برای بار دوم K_2 را می‌بندیم. بار کرهٔ B به زمین منتقل می‌شود و کرهٔ B بدون بار و کرهٔ A دارای بار $۳۲\mu C$ خواهد بود.

۵ K_2 را باز می‌کنیم و برای بار سوم K_1 می‌بندیم، مجدداً بار $۳۲\mu C$ بین دو کرهٔ مشابه به طور یکسان تقسیم می‌شود.

$$q_{A_3}=q_{B_3}=\frac{۳۲+۰}{2}=۱۶\mu C$$

۶ برای بار سوم K_2 را می‌بندیم. در این صورت بار کرهٔ B به زمین منتقل شده و در نهایت کرهٔ B بدون بار و کرهٔ A دارای بار $۱۶\mu C$ خواهد بود.

پنجره ۲

A ۱۱۶۳ ۳

ابتدا با توجه به قانون کولن فرمول k را بر اساس k مرتب می‌کنیم.

$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow Fr^2=kq_1q_2\Rightarrow k=\frac{Fr^2}{q_1q_2}$$

یکای نیرو در SI، نیوتون، یکای طول (r) متر و یکای بار الکتریکی کولن است. اکنون یکای آن‌ها را در رابطهٔ به‌دست آمده قرار می‌دهیم. یکای $k=N.m^2/C^2$

ثابت کولن را می‌توان بر حسب یک ضریب ثابت دیگر به نام ضریب گذردهی الکتریکی خلأ (ε_0) نیز نوشت:

$$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\Rightarrow\varepsilon_0=\frac{1}{4\pi k}$$

4π عدد ثابت و بدون یکا است، یکای k به‌دست آمده را در رابطهٔ بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

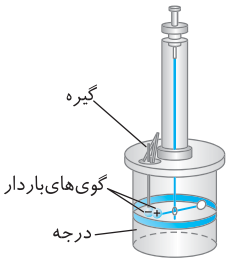
$$\varepsilon_0\text{ یکای}=\frac{1}{N.m^2/C^2}\Rightarrow\varepsilon_0\text{ یکای}=C^2/N.m^2$$

در واقع یکای k و ε_0 وارون یکدیگرند.

A ۱۱۶۴ ۲

بنا به قانون کولن $F=kq_1q_2/r^2$، نیروی الکتریکی با حاصل‌ضرب دو بار نسبت مستقیم و با مجذور فاصله دو بار نسبت وارون دارد.

A ۱۱۶۵ ۱



ترازوی پیچشی کولن. در یک سر یک میلهٔ نارسانای سبک افقی یک گوی باردار مثبت کوچک و در سر دیگر آن، یک قرص قرار دارد و میله از وسط توسط یک رشته سیم کشسان و نازک آویخته شده است. یک گوی با بار منفی از حفره‌ای به داخل استوانهٔ شیشه‌ای برده می‌شود. درجه‌هایی بر سطح استوانه حک شده است که زاویهٔ چرخش میله را نشان می‌دهد. نیروی مؤثر بین این بارها از اندازه‌گیری زاویهٔ چرخش تا رسیدن به حالت تعادل به‌دست می‌آید.

A ۱۱۶۶ ۱

رابطهٔ نیروی کولنی را نوشته و داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم. بار هر پروتون برابر بار بنیادی e است.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow[r=۶/۴\times۱۰^{-۱۵}m]{|q_1|=|q_2|=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C}F=۹\times۱۰^9\times\frac{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{۶/۴\times۶/۴\times۱۰^{-۳۰}}$$

$$F=\frac{9}{16}\times۱۰\Rightarrow F=\frac{۹۰}{16}=۵/۶۲۵N$$

بازی با سؤال در اتم هلیم، دو پروتون به فاصلهٔ تقریبی $۲\times۱۰^{-۱۵}m$ از هم درون هسته قرار دارند و دو الکترون هر یک به فاصلهٔ تقریبی $۵\times۱۰^{-۱۱}m$ از مرکز هسته قرار گرفته‌اند. نیروی دافعهٔ الکتریکی درون هسته چند برابر نیروی جاذبهٔ الکتریکی‌ای است که هسته به هر الکترون وارد می‌کند؟

۱) $\frac{۲۵}{8}\times۱۰^8$ ۲) $\frac{۲۵}{4}\times۱۰^8$ ۳) $\frac{۵}{4}\times۱۰^4$ ۴) $\frac{۵}{2}\times۱۰^4$

گزینهٔ ۱

A ۱۱۶۷ ۴

کافی است داده‌های مسئله را در قانون کولن قرار دهید و مجهول مسئله را بیابید.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow[q_1=۴\times۱۰^{-۶}C]{F=۴۰N,r=۳\times۱۰^{-۲}m}$$

$$۴۰=۹\times۱۰^9\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}|q|}{۹\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow|q|=۱۰^{-۶}C\Rightarrow|q|=۱\mu C$$

نیروی بین دو بار ربایشی است بنابراین دو بار ناهمنام هستند و $q=-۱\mu C$ است.

A ۱۱۶۸ ۴

با نوشتن قانون کولن و قرار دادن داده‌های مسئله در آن، q_1 را می‌توان حساب کرد.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow[q_2=۵q_1]{F=۰/۰۲N,r=۳m}۰/۰۲=۹\times۱۰^9\times\frac{۵q_1\times q_1}{(۳)^2}$$

$$\Rightarrow q_1^2=۴\times۱۰^{-۱۲}\Rightarrow q_1=۲\times۱۰^{-۶}C\Rightarrow q_1=۲\mu C$$

A ۱۱۶۹ ۲

یادآوری قانون سوم نیوتون: هر گاه جسم A نیروی F را بر جسم B وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیرویی هم‌اندازهٔ F و در خلاف جهت آن وارد می‌کند.

بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که بار q بر بار Q وارد می‌کند، هم‌اندازهٔ نیرویی است که بار Q بر بار q وارد می‌کند. $|F_{qQ}|=|F_{Qq}|=F$

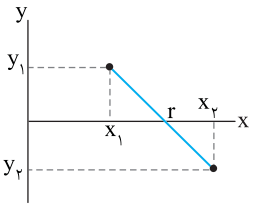
A ۱۱۷۰ ۳

یادآوری هر گاه بر جسمی نیرو وارد شود، جسم در جهت نیرو شتاب می‌گیرد که با نیرو متناسب و با جرم جسم نسبت وارون دارد. $a=\frac{F}{m}\Rightarrow F=ma$

بنا به قانون سوم نیوتون نیروی الکتروستاتیکی‌ای که ذره A بر ذره B وارد می‌کند با نیروی الکتروستاتیکی‌ای که ذره B بر ذره A وارد می‌کند برابر و در خلاف جهت هم است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$|F_A|=|F_B|\Rightarrow m_A|a_A|=m_B|a_B|\Rightarrow|\frac{a_A}{a_B}|=\frac{m_B}{m_A}\Rightarrow|\frac{a_A}{a_B}|=۳$$

A ۱۱۷۱ ۳

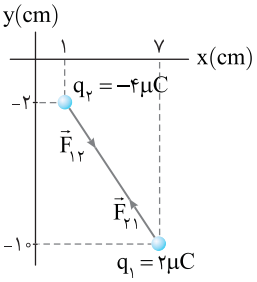


یادآوری فاصلهٔ دو نقطه روی صفحه xoy که دارای مختصات (x_1,y_1) و (x_2,y_2) هستند برابر است با:

$$r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

فاصلهٔ دو بار را حساب می‌کنیم:

$$r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{۶^2+۸^2}=۱۰cm$$



بنا به قانون کولن نیروی بین دو بار برابر خواهد شد با:

$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$$

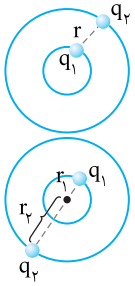
$$=۹\times۱۰^9\times\frac{۲\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{(۱۰\times۱۰^{-۲})^2}=۷/۲N$$

مکان ذره‌ها را روی صفحه xoy مشخص می‌کنیم تا سمت نیرو مشخص شود.

نیرویی که ذره q_1 به q_2 وارد می‌کند F_{12} می‌باشد که جهت آن به صورت ↘ است.

B ۱۱۷۲ ۲

خط فکری مقدار بارها ثابت است بنابراین بیشینه نیروی وقتی است که فاصلهٔ بین دو بار کمینه باشد و کمینه نیرو وقتی است که فاصلهٔ بین دو بار بیشینه باشد. بنابراین شما باید کمینه فاصله بین دو بار و بیشینه فاصله را مشخص کنید سپس به کمک قانون کولن نیروهای بیشینه و کمینه را حساب کنید.



حالت اول: بیشینه نیرو: در این حالت فاصلهٔ بین دو بار کمینه مقدار است که مطابق شکل $r_{min}=r_۲-r_۱$ است و بنا به قانون کولن خواهیم داشت:

$$F_{max}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{min}^۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{(۶-۳)^۲}$$

حالت دوم: کمینه نیرو: در این حالت فاصلهٔ بین دو بار مطابق شکل برابر است با: $r_{max}=r_۱+r_۲=۳+۶=۹cm$

کمینه نیرو برابر خواهد شد با:

$$F_{min}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{(r_{max})^۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{۹^۲}$$

بنابراین:

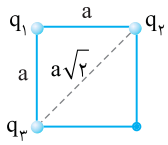
$$\frac{F_{max}}{F_{min}}=\frac{k\frac{|q_۱||q_۲|}{۳^۲}}{k\frac{|q_۱||q_۲|}{۹^۲}}\Rightarrow\frac{F_{max}}{F_{min}}=۹$$

B ۱۱۷۳ ۲

در این سؤال نحوهٔ قرار دادن بارها در رأس‌های مربع مهم است.

الف) باید بارهای $q_۱$ و $q_۲$ دو سر یک ضلع قرار گیرند.

ب) باید بارهای $q_۲$ و $q_۳$ رو به‌روی هم در دو سر یک قطر باشند. اندازهٔ بارها یکسان است. حال نیروی بین $q_۱$ و $q_۲$ و نیروی بین $q_۲$ و $q_۳$ را به‌دست می‌آوریم.



$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{a^۲}\Rightarrow F_{۱۲}=\frac{kq^۲}{a^۲}\qquad F_{۲۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{(a\sqrt{۲})^۲}\Rightarrow F_{۲۳}=\frac{kq^۲}{۲a^۲}$$

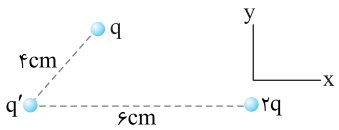
حال نسبت خواسته شده یعنی $\frac{F_{۱۲}}{F_{۲۳}}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{F_{۱۲}}{F_{۲۳}}=\frac{\frac{kq^۲}{a^۲}}{\frac{kq^۲}{۲a^۲}}=۲$$

B ۱۱۷۴ ۱

۱ اندازهٔ نیروی وارد بر بار q' توسط بار q را حساب می‌کنیم.

$$\vec{F}=۸\vec{i}+۶\vec{j}\Rightarrow F=\sqrt{۸^۲+۶^۲}=۱۰N$$



این نیرو با توجه به قانون کولن برابر است با:

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow ۱۰=k\frac{qq'}{(۴\times۱۰^{-۲})^۲}\qquad (۱)$$

۲ نیرویی که بار $۲q$ بر q' وارد می‌کند را با توجه به قانون کولن به‌دست می‌آوریم:

$$F'=k\frac{q'|۲q|}{(۶\times۱۰^{-۲})^۲}\qquad (۲)$$

۳ رابطه (۲) را بر رابطه (۱) تقسیم می‌کنیم.

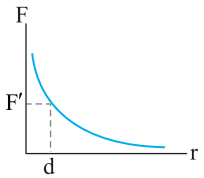
$$\frac{F'}{۱۰}=\frac{\frac{kq'(۲q)}{۳۶\times۱۰^{-۴}}}{\frac{kqq'}{۱۶\times۱۰^{-۴}}}\Rightarrow\frac{F'}{۱۰}=\frac{۳۲}{۳۶}\Rightarrow F'=\frac{۳۲۰}{۳۶}=\frac{۸۰}{۹}N$$

میانبر استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای نیروی کولن:

$$\frac{F'}{F}=\frac{q_۱'q_۲'}{q_۱q_۲}\times(\frac{r_۱}{r_۲})^۲\Rightarrow\frac{F'}{۱۰}=\frac{۲qq'}{qq'}\times(\frac{۴}{۶})^۲\Rightarrow F'=۲۰\times\frac{۴}{۹}=\frac{۸۰}{۹}N$$

A ۱۱۷۵ ۳

بنا به قانون کولن $F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$، نیروی کولنی با مربع فاصله نسبت وارون دارد. با توجه به صورت مسئله، مقدار دو بار تغییر نکرده و تنها فاصله تغییر کرده است. از این‌رو:



$$\begin{cases}F_۱=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_۱^۲}\\F_۲=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_۲^۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲\xrightarrow{F_۱=F'\ ,\ F_۲=۲F'}\frac{۲F'}{F'}=(\frac{d}{r_۲})^۲\Rightarrow r_۲=\frac{\sqrt{۲}}{۲}d$$

A ۱۱۷۶ ۲

خط فکری در این تست‌ها باید با توجه به قانون کولن، نیروی الکتریکی را در دو حالت به‌دست آورده و با تقسیم آن‌ها نسبت خواسته شده را به‌دست بیاوریم. بارهای اولیه را $q_۱$ و $q_۲$ و فاصلهٔ دو بار را r می‌گیریم. در این صورت نیرویی که دو بار در حالت اول به هم وارد می‌کنند برابر است با:

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}$$

در حالت دوم اندازهٔ هر بار سه برابر شده پس $q_۱'=۳q_۱$ و $q_۲'=۳q_۲$ و فاصلهٔ دو بار سه برابر شده بنابراین $r'=۳r$ است. نیرو در حالت دوم خواهد شد:

$$F'=k\frac{|q_۱'||q_۲'|}{(r')^۲}\Rightarrow F'=k\frac{(۳q_۱)(۳q_۲)}{(۳r)^۲}\Rightarrow F'=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow F'=F$$

میانبر رابطهٔ قانون کولن را بنویسید و تغییرات را روی آن اعمال کنید. هر بار ۳ برابر شده، بالای هر بار ۳ برابر نوشتیم و فاصلهٔ ۳ برابر شده بنابراین نیرو $\frac{۱}{۹}$ می‌شود

اکنون $\frac{۱}{۹}\times۳\times۳=۱$ خواهد شد.

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow F'=F$$

(۳ برابر، ۳ برابر، ۹ برابر)

بازی با سؤال **نیروی بین دو بار الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ که به فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، F است. اگر اندازهٔ یکی از بارها و همچنین فاصلهٔ بین دو بار نیز نصف شود، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟** خارج تجربی - ۸۷

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

گزینهٔ ۲

A ۱۱۷۷ ۱

حالت اول: نیروی بین دو بار در حالت اول برابر است با:

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow F=k\times\frac{۲\times۲}{r^۲}=k\frac{۴}{r^۲}\qquad (۱)$$

در حالت دوم: نصف بار یکی از کره‌ها را به دیگری منتقل کرده‌ایم، در این صورت اگر نصف بار $q_۱=۲\mu C$ یعنی $۱\mu C$ را به $q_۲=-۲\mu C$ اضافه کنیم بار $q_۱$ خواهد شد:

$$q_۱'=۲-۱=۱\mu C$$

مقدار بار $-۲\mu C$ با دریافت $+۱\mu C$ بار الکتریکی خواهد شد.

$$q_۲'=-۲+(۱)=-۱\mu C$$

نیروی بین دو بار در حالت دوم را به‌دست می‌آوریم:

$$F'=k\frac{|q_۱'||q_۲'|}{r'^۲}\xrightarrow[|q_۱'|=|q_۲'|=۱\mu C]{r'=\frac{r}{۲}}F'=k\times\frac{۱\times۱}{\frac{r^۲}{۴}}=k\frac{۴}{r^۲}\qquad (۲)$$

با مقایسهٔ رابطهٔ (۱) و (۲) مشخص می‌شود که $F'=F$ و $\frac{F'}{F}=۱$ است.

B ۱۱۷۸ ۲

نیروی بین دو بار الکتریکی را در حالت اول و حالت دوم با توجه به قانون کولن به‌دست آورده و بر هم تقسیم می‌کنیم:

در حالت اول نیروی بین دو بار خواهد شد:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow{q_1=q_2=q}\circ/\circ۲=k\frac{q^2}{r^2}\quad(1)$$

در حالت دوم نیروی بین دو بار برابر است با:

$$F'=k\frac{q'_1q'_2}{r'^2}\xrightarrow[r'=r]{q'_1=q,q'_2=q+۲}\circ/\circ۳=k\frac{q(q+۲)}{r^2}\quad(2)$$

رابطه (۱) و (۲) را برهم تقسیم می‌کنیم و مقدار q را حساب می‌کنیم.

$$\frac{F'}{F}=\frac{k\frac{q(q+۲)}{r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}}\Rightarrow\frac{\circ/\circ۳}{\circ/\circ۲}=\frac{q^2+۲q}{q^2}\Rightarrow\frac{۳}{۲}=\frac{q^2+۲q}{q^2}$$

$$\Rightarrow ۳q^2=۲q^2+۴q\Rightarrow q=۴\mu C$$

میانبر می‌توان قانون کولن را به صورت مقایسه‌ای به کار برد.

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

B ۱۱۷۹ ۴

خط فکری هر دو بار مثبت هستند و وقتی از بار $q_A=q$ تعدادی الکترون گرفته شود بار q_A مثبت‌تر می‌شود $(q'_A>q_A)$ و وقتی این الکترون‌ها به بار B داده می‌شود بار مثبت B کاهش می‌یابد. اما با توجه به صورت مسئله تعداد الکترون‌ها آن قدر زیاد بوده که بار الکتریکی B منفی شده و $q'_B=-۲q$ می‌شود. البته با توجه به پایستگی بار، مجموع بارهای A و B قبل از انتقال الکترون و بعد از آن تغییر نمی‌کند.

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B$$

با توجه به پایستگی بار الکتریکی، مقدار بار A را برحسب q به دست می‌آوریم.

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B\xrightarrow[q'_B=-۲q]{q_A=q_B=q}۲q=q'_A-۲q\Rightarrow q'_A=۴q$$

نیروی کولنی که دو ذره در دو حالت به هم وارد می‌کنند را حساب می‌کنیم:

$q_A=q$ ——— r ——— $q_B=q$

$$F_۱=k\frac{|q_A||q_B|}{r^2}\xrightarrow{|q_A|=|q_B|=q}F_۱=k\frac{q^2}{r^2}$$

$q'_A=+۴q$ ——— r ——— $q'_B=-۲q$

$$F_۲=k\frac{q'_Aq'_B}{r^2}\xrightarrow[|q'_B|=۲q]{|q'_A|=۴q}F_۲=k\frac{۸q^2}{r^2}$$

نسبت دو نیرو خواسته شده:

$$\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{k\frac{۸q^2}{r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}}\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=۸$$

B ۱۱۸۰ ۱

نیروی بین دو بار در حالت اول را حساب می‌کنیم.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F=k\frac{q_1\times۶q_1}{r^2}\Rightarrow F=۶k\frac{q_1^2}{r^2}$$

نصف بار q_2 یعنی $-۳q_1$ که وقتی به q_1 منتقل شود، بار کره‌ها خواهد شد:

$$q'_2=-۶q_1-(-۳q_1)=-۳q_1\ ,\ q'_1=q_1+(-۳q_1)=-۲q_1$$

هر دو بار همنام بوده و نیرو دافعه است.

$$F'=k\frac{|q'_1||q'_2|}{r^2}\Rightarrow F'=k\frac{۲q_1\times۳q_1}{r^2}\Rightarrow F'=۶k\frac{q_1^2}{r^2}\Rightarrow F'=F$$

B ۱۱۸۱ ۴

خط فکری هر گاه به شما تعدادی الکترون داده شود باید مقدار بار این تعداد الکترون را حساب کنید، سپس مشخص کنید با انتقال این مقدار بار از یک ذره به دیگری، بار هر ذره چقدر می‌شود تا بتوانید به کمک قانون کولن نیروی بین آن‌ها را بررسی کنید.

۱ در حالت اول نیرویی که بار q_1 بر q_2 وارد می‌کند به سمت راست است و مقدار آن برابر است با:

q_1 ——— q_2 $\vec{F}$

A

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F=k\frac{۶\times۲}{r^2}$$

۲ مقدار بار ۵×۱۰^{۱۳} الکترون را حساب می‌کنیم:

$$q=ne\Rightarrow q=-۵\times۱۰^{۱۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow q=-۸\times۱۰^{-۶}C=-۸\mu C$$

۳ وقتی بار $-۸\mu C$ را از $q_1=۲\mu C$ می‌گیریم بار آن خواهد شد:

$$q'_1=۲-(-۸)=+۱۰\mu C$$

و بار $۶\mu C$ با دریافت $-۸\mu C$ خواهد شد:

$$q'_2=۶+(-۸)=-۲\mu C$$

۴ نیرویی که ذره B (بار q_2) بر ذره A (q_1) در این حالت وارد می‌کند برابر است با:

$$F'=k\frac{|q'_1||q'_2|}{r^2}=k\frac{۱۰\times۲}{r^2}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{F'}{F}=\frac{k\frac{۱۰\times۲}{r^2}}{k\frac{۶\times۲}{r^2}}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{۵}{۳}$$

اما نیرویی که ذرهٔ B بر A وارد می‌کند نیروی ربایشی بین دو بار ناهمنام است، بنابراین این نیرو نیز به سمت راست است. در نتیجه:

A ——F'→ B

$q'_1=۱۰\mu C$ ——— $q'_2=-۲\mu C$

$$\vec{F'}=\frac{۵}{۳}\vec{F}$$

B ۱۱۸۲ ۳

خط فکری ۱ ۲۵ درصد از بار q_1 یعنی $\frac{۲۵}{۱۰۰}q_1$ یا $\frac{۱}{۴}q_1$ را به بار q_2 منتقل کرده‌ایم. بنابراین ابتدا بارهای جدید هر یک را حساب می‌کنیم:

$$q'_1=q_1-\frac{۱}{۴}q_1=۸۰-\frac{۱}{۴}\times۸۰=۶۰\mu C$$

$$q'_2=q_2+\frac{۱}{۴}q_1=-۵۰+\frac{۱}{۴}\times۸۰=-۳۰\mu C$$

نیرو را در دو حالت به‌دست می‌آوریم و بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$F_۱=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\ ,\ F_۲=k\frac{|q'_1||q'_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{\frac{|q'_1||q'_2|}{r^2}}{\frac{|q_1||q_2|}{r^2}}=\frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|}=\frac{۶۰\times۳۰}{۸۰\times۵۰}=\frac{۹}{۲۰}\Rightarrow F_۲=\frac{۹}{۲۰}F_۱$$

$q_1=+۸۰\mu C$ ——— $q_2=-۵۰\mu C$

r

$q'_1=۶۰\mu C$ ——— $q'_2=-۳۰\mu C$

r

خط فکری ۲ درصد تغییرات نیرو برابر $\frac{\Delta F}{F_۱}\times۱۰۰$ است که اگر حاصل آن مثبت باشد یعنی نیرو به اندازهٔ a درصد افزایش یافته و اگر حاصل آن منفی باشد یعنی نیرو به اندازهٔ a درصد کاهش یافته است.

$$\frac{\Delta F}{F_۱}\times۱۰۰=\frac{F_۲-F_۱}{F_۱}\times۱۰۰=\frac{\frac{۹}{۲۰}F_۱-F_۱}{F_۱}\times۱۰۰=-\frac{۱۱}{۲۰}\times۱۰۰=-۵۵٪$$

$\Rightarrow$ نیرو ۵۵ درصد کاهش یافته است.

۱۱۸۳ B **۴**

قرار است نیروی بین دو بار ٪۹۶ تغییر کند. دو حالت ممکن است یکی آنکه نیرو ٪۹۶ کاهش یابد و دیگری آنکه نیرو ٪۹۶ افزایش یابد.

حالت کاهش نیرو:

$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\xrightarrow{F'=F-\circ/۹۶F=\circ/\circ۴F}k\frac{q_1q_2}{d'^2}=\frac{۴}{۱۰۰}k\frac{q_1q_2}{d^2}$$

$$d'^2=\frac{۱۰۰}{۴}d\Rightarrow d'=۵d$$

در نتیجه گزینهٔ (۲) درست است.

حالت افزایش نیرو: $F'=F+\circ/۹۶F=۱/۹۶F\Rightarrow F'=۱/۹۶F$

بنابراین خواهیم داشت:

$$k\frac{q_1q_2}{d'^2}=۱/۹۶k\frac{q_1q_2}{d^2}\Rightarrow d'^2=\frac{d^2}{۱/۹۶}\Rightarrow d'=\frac{d}{۱/۴}\Rightarrow d'=\frac{۵}{۷}d$$

در نتیجه گزینهٔ (۱) نیز درست است، بنابراین پاسخ گزینهٔ (۴) است.

۱۱۸۴ B **۳**

در حالت اول نیروی بین دو بار یکسان q برابر است با:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=\frac{kq^2}{r^2}\qquad(۱)$$

در حالت دوم ٪۲۵ از بار الکتریکی یکی را به دیگری منتقل کرده‌ایم. در این صورت بارهای نقطه‌ای خواهند شد:

$$q'_1=q-\circ/۲۵q=q-\frac{q}{۴}=\frac{۳}{۴}q$$

$$q'_2=q+\circ/۲۵q=q+\frac{q}{۴}=\frac{۵q}{۴}$$

اکنون نیروی بین دو بار را در حالت جدید به‌دست می‌آوریم.

$$F'=k\frac{|q'_1||q'_2|}{r^2}\Rightarrow F'=k\frac{|\frac{۳}{۴}q||\frac{۵}{۴}q|}{r^2}=\frac{۱۵}{۱۶}k\frac{q^2}{r^2}\qquad(۲)$$

با مقایسه رابطهٔ (۱) و (۲) مشخص است که: $F'=\frac{۱۵}{۱۶}F$

۱۱۸۵ A **۲**

فاصلهٔ بین دو بار ٪۲۰ افزایش یافته بنابراین: $r_2=r_1+\circ/۲r_1\Rightarrow r_2=۱/۲r_1$

قانون کولن را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{k\frac{|q_1||q_2|}{r_2^2}}{k\frac{|q_1||q_2|}{r_1^2}}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2=\frac{۱}{۱/۴۴}\Rightarrow F_2=\circ/۷F_1$$

درصد تغییرات نیروی الکتریکی خواهد شد: $\frac{\Delta F}{F_1}\times۱۰۰=\frac{\circ/۷F_1-F_1}{F_1}\times۱۰۰=-٪۳۰$

۱۱۸۶ B **۲**

حالت اول: نیروی بین دو بار بنا به قانون کولن برابر است با:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F=k\frac{q^2}{r^2}$$

حالت دوم: x درصد از بار یکی از بارها کم شده بنابراین بار آن خواهد شد:

$$q'_1=q-xq$$

و به همین اندازه به بار دیگر اضافه شده و بار آن خواهد شد: $q'_2=q+xq$

فاصلهٔ بین دو بار ٪۲۵ افزایش یافته یعنی فاصلهٔ بین دو بار در این حالت برابر است با:

$$r'=r+\circ/۲۵r\Rightarrow r'=۱/۲۵r\Rightarrow r'=\frac{۵}{۴}r$$

نیروی بین دو بار ٪۵۲ کاهش یافته است، از این‌رو:

$$F'=F-\circ/۵۲F\Rightarrow F'=\circ/۴۸F$$

با توجه به قانون کولن خواهیم داشت: $k\frac{|q'_1||q'_2|}{r'^2}=\frac{۴۸}{۱۰۰}k\frac{q^2}{r^2}$

داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{(q-xq)(q+xq)}{(\frac{۵}{۴}r)^2}=\frac{۱۲}{۲۵}\frac{q^2}{r^2}\Rightarrow\frac{q^2-x^2q^2}{\frac{۲۵}{۱۶}r^2}=\frac{۱۲}{۲۵r^2}q^2$$

$$\Rightarrow\frac{۱۶q^2(۱-x^2)}{۲۵r^2}=\frac{۱۲q^2}{۲۵r^2}\Rightarrow۱-x^2=\frac{۳}{۴}\Rightarrow x^2=\frac{۱}{۴}\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}=۵\circ٪$$

بنابراین باید ٪۵۰ از یکی از بارها را به دیگری منتقل کنیم.

۱۱۸۷ B **۲**

نکته هر گاه مجموع دو عدد مقدار ثابتی باشد حاصل‌ضرب آن‌ها وقتی بیشینه می‌شود که دو عدد باهم برابر باشند.

ابتدا دقت کنید که دو بار یکدیگر را دفع می‌کنند یعنی همنام هستند. اما حل مسئله:

از یکی از بارهای الکتریکی مقداری بر می‌داریم و به بار دیگر می‌دهیم بنابراین مجموع دو بار تغییر نکرده است. از طرفی در قانون کولن نیروی بین دو بار با حاصل‌ضرب دو بار رابطهٔ مستقیم دارد بنابراین برای آنکه نیرو بیشینه شود باید حاصل‌ضرب دو بار بیشینه شود و برای اینکه حاصل‌ضرب دو بار بیشینه شود باید اندازهٔ دو بار یکسان شود. در این صورت بنا به اصل پایستگی بار می‌توان نوشت: $q'_1=q'_2=\frac{q_1+۲q_1}{۲}=\frac{۳}{۲}q_1$

مقدار بار $q_2=۲q_1$ بعد از جابه‌جایی بار برابر $q'_2=\frac{۳}{۲}q_1$ شده است. در نتیجه مقدار بار جابه‌جا شده برابر است با: $q_2-q'_2=۲q_1-\frac{۳}{۲}q_1\Rightarrow\Delta q=\frac{۱}{۲}q_1$

درصد بار جابه‌جا شده خواهد شد: $\frac{\Delta q}{q_2}\times۱۰۰=\frac{\frac{۱}{۲}q_1}{۲q_1}\times۱۰۰=۲۵٪$

۱۱۸۸ B **۴**

دوباره صورت مسئله را بخوانید. معلوم نیست که دو کرهٔ فلزی هم‌اندازه هستند یا نه؟ و اینکه دارای بار همنام هستند یا دارای بار ناهمنام؟ بنابراین در مورد مقدار بار نهایی دو کره نمی‌توان اظهارنظر کرد و هر حالتی ممکن است اتفاق بیافتد، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

اگر در صورت مسئله دو کرهٔ مشابه بودند نیز مسئله قابل حل نبود و هر سه حالت ممکن بود.

اگر دو کره دارای بار یکسان و همنام باشند با تماس آن‌ها به هم نیروی بین دو بار $F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ تغییر نمی‌کرد و $F'=F$ می‌شود.

اگر دو کره به‌طور مثال دارای بارهای همنام $q_1=۲\mu C$ و $q_2=۸\mu C$ بودند پس از برقراری تماس بار هر دو آن‌ها باهم برابر می‌شد $(q'_1=q'_2=\frac{۸+۲}{۲}=۵\mu C)$ در این صورت اگر نیروی بین دو بار در حالت اول و دوم را به‌دست بیاوریم مشخص است که $F'>F$ است.

$$F=k\frac{۲\times۸}{r^2}\quad,\quad F'=k\frac{۵\times۵}{r^2}\Rightarrow F'>F$$

اگر دو کره دارای بارهای ناهمنام $q_1=-۲\mu C$ و $q_2=۸\mu C$ باشند بعد از تماس بار هر کره برابر می‌شد. $(q'_1=q'_2=\frac{۸+(-۲)}{۲}=۳\mu C)$ در این صورت حاصل‌ضرب دو بار در حالت اول ۱۶ $=۸\times۲=|q_1||q_2|$ از حاصل‌ضرب دو بار در حالت دوم ۹ $=۳\times۳=|q'_1||q'_2|$ بیشتر می‌شد یعنی $F'<F$ می‌شود. بنابراین همه حالت‌ها ممکن بود.

۱۱۸۹ B **۴**

خط فکری باید نیرو را در حالت اول بیابید و پس از تماس دو کره بار هر یک از آن‌ها را حساب کنید و مجدداً نیروی بین دو بار را در حالت جدید به‌دست آورده و درصد تغییر نیرو را حساب کنید. در حل این نوع مسائل که نیروها را باهم مقایسه می‌کنیم نیازی به تبدیل واحد نیست و تنها واحدها باید یکسان باشد. یعنی در هر دو حالت میکروکولن یا سانتی‌متر استفاده شود.

۱ نیروی بین دو کره را قبل از تماس حساب می‌کنیم.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F=k\frac{15\times5}{r^2}$$

۲ بار دو کره مشابه بعد از تماس باهم برابر می‌شود.

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{5+15}{2}\Rightarrow q'_1=q'_2=10\mu C$$

۳ نیروی بین دو کره را بعد از تماس به‌دست می‌آوریم.

$$F'=k\frac{|q'_1||q'_2|}{r^2}\Rightarrow F'=k\frac{10\times10}{r^2}$$

۴ تغییر نیرو برابر است با:

$$\Delta F=F'-F=\frac{k\times100}{r^2}-\frac{k\times75}{r^2}=\frac{25k}{r^2}$$

۵ درصد تغییرات نیرو خواهد شد:

$$\frac{\Delta F}{F}\times100=\frac{\frac{25k}{r^2}}{\frac{75k}{r^2}}\times100\simeq33\%$$

B ۴ ۱۱۹۰

ابتدا بزرگی F را محاسبه می‌کنیم:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=k\frac{2q_1^2}{r^2}\quad(1)$$

با توجه به اینکه قدرمطلق بار q_2 را داشته و علامت آن مشخص نیست. پس دو حالت داریم:

حالت اول $q_2=+2q_1$: در این حالت پس از تماس دو کره فلزی با هم بار کره‌های مشابه یکسان شده و بار هر یک از آن‌ها خواهد شد:

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{3q_1}{2}$$

نیروی بین دو بار را در این حالت به‌دست می‌آوریم:

$$F'=k\frac{q'_1q'_2}{r^2}\Rightarrow F'=k\frac{9q_1^2}{4r^2}\quad(2)$$

با توجه به فرض مسئله:

$$F'=nF\Rightarrow k\frac{9q_1^2}{4r^2}=nk(\frac{2q_1^2}{r^2})\Rightarrow n=\frac{9}{8}$$

حالت دوم $q_2=-2q_1$: در این حالت پس از تماس دو کرهٔ فلزی باهم بار کره‌ها یکسان و بار هر یک خواهد شد:

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{-q_1}{2}$$

نیروی بین دو بار را حساب می‌کنیم:

$$F''=\frac{k\frac{q_1}{2}\times\frac{q_1}{2}}{r^2}=\frac{1}{4}k\frac{q_1^2}{r^2}$$

با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$F''=nF\Rightarrow\frac{1}{4}k\frac{q_1^2}{r^2}=n(2k\frac{q_1^2}{r^2})\Rightarrow n=\frac{1}{8}$$

B ۱ ۱۱۹۱

بار کره‌ها را در حالت اول q_1 و q_2 در نظر می‌گیریم. بعد از تماس کره‌ها با هم، نیروی بین آن‌ها، در همان فاصله، کاهش یافته است. بنابراین کره‌ها بار ناهمنام داشته‌اند و پس از تماس اندازهٔ بار آن‌ها کاهش یافته است.

$$F_1=\frac{k|q_1|q_2|}{r^2},F_2=\frac{k|q'_1||q'_2|}{r^2},|q'_1|=|q'_2|=|q'|,\frac{q_1+q_2}{2}=q'$$

$$F_1=27\times10^{-3}N\Rightarrow27\times10^{-3}=\frac{9\times10^9\times|q_1||q_2|\times10^{-12}}{4}$$

$$F_2=9\times10^{-3}N\Rightarrow9\times10^{-3}=\frac{9\times10^9\times|q'|^2\times10^{-12}}{4}$$

$$\Rightarrow|q_1||q_2|=12,|q'|=2$$

بار کره‌ها ناهمنام است:

$$q_1q_2=-12$$

$$\frac{q_1+q_2}{2}=|q'|=\pm2\Rightarrow q_1+q_2=\pm4$$

$$q_1=6\mu C,q_2=-2\mu C\ \text{یا}\ q_1=-6\mu C,q_2=+2\mu C$$

به طور کلی از یکی از کره‌ها $4\mu C$ بار به کرهٔ دیگر منتقل شده است.

$$q=ne\Rightarrow4\times10^{-6}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=\frac{4\times10^{-6}}{1/6\times10^{-19}}=2/5\times10^{13}$$

B ۲ ۱۱۹۲

خط فکری در حل این مسئله باید به چند نکته دقت کنید. در ابتدا باید بدانید که نیروی بین دو بار ربایشی (جاذبه) است یعنی دو بار ناهمنام هستند. دوم اینکه پس از تماس دو گلوله، بار هر یک از آن‌ها $+3\mu C$ شده است و مجموع بار پس از تماس برابر $+3+3=+6\mu C$ است، سوم آنکه در ابتدا بار مثبت از بار منفی بیشتر بوده که پس از تماس، بار نهایی کره‌ها مثبت شده است. حال به حل مسئله می‌پردازیم.

۱ نیروی بین دو بار قبل از تماس برابر است با:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow[F=4N]{r=30cm}4=9\times10^9\frac{|q_1||q_2|}{(3\times10^{-1})^2}\Rightarrow|q_1||q_2|=4\times10^{-11}$$

۲ با توجه به فرض مسئله و اصل پایستگی بار و با توجه به ناهمنام بودن دو بار می‌توان نوشت:

$$q_1-q_2=+6\mu C$$

۳ با توجه به اینکه مجموع دو بار برحسب میکروکولن به‌دست آمده، بار هر ذره را برحسب میکروکولن می‌گیریم. در این صورت اگر بار q_1 و q_2 برحسب میکروکولن باشد، ضرب این دو بار باید ضریب $10^{-12}=10^{-6}\times10^{-6}$ بدهد:

$$|q_1||q_2|=4\times10^{-11}=40\times10^{-12}$$

تنها گزینه‌ای که حاصل‌ضرب دو بار ۴۰ می‌شود گزینهٔ (۲) است.

یادداشت ریاضی در این سؤال اگر بخواهیم مسأله را تا انتها حل کنیم و از گزینه‌ها کمک نگیریم:

$$q_1+q_2=6,q_1q_2=-40\Rightarrow q_1=\frac{-40}{q_2}$$

در معادلهٔ اول به جای q_1، از $\frac{-40}{q_2}$ استفاده می‌کنیم:

$$-\frac{40}{q_2}+q_2=6\xrightarrow{\text{مخرج مشترک}}\frac{-40+q_2^2}{q_2}=6$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}-40+q_2^2=6q_2\Rightarrow q_2^2-6q_2-40=0$$

$$\Rightarrow(q_2-10)(q_2+4)=0\Rightarrow q_2=-4\mu C\ \text{یا}\ q_2=+10\mu C$$

اگر بار q_2 مثبت باشد، $q_2=+10\mu C$ است و بار q_1 منفی آن یعنی $-4\mu C$ می‌شود و بالعکس.

B ۲ ۱۱۹۳

حالت اول: قبل از تماس

با توجه به قانون کولن، نیروی بین دو بار در حالت اول برابر است با:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow0/9=9\times10^9\times\frac{|q_1||q_2|}{(0/6)^2}\Rightarrow q_1q_2=36\times10^{-12}\quad(1)$$

حالت دوم: بعد از تماس

نکته مهم در حل این مسئله این است که کره‌های مشابه فلزی دارای بار ناهمنام هستند و بار q_1 مثبت و بار q_2 منفی است و مقدار بار q_2 از مقدار بار q_1 بیشتر است و چون دو بار ناهمنام هستند باید برای یافتن مقدار بار کره‌ها پس از تماس تفاضل دو بار (جمع جبری دو بار) را حساب کرد. از این‌رو بار هر کره خواهد شد:

$$q'_1=q'_2=-\frac{|q_2|-q_1}{2}$$

نیروی بین دو بار در این حالت برابر است با:

$$F'=k\frac{|q'_1||q'_2|}{r^2}\Rightarrow1/6=9\times10^9\times\frac{(\frac{|q_2|-q_1}{2})^2}{(0/6)^2}\Rightarrow|q_2|-q_1=16\times10^{-6}$$

$$|q_2|=q_1+16\times10^{-6}\quad(2)$$

از رابطهٔ (۲) در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$q_1(q_1+16\times10^{-6})=36\times10^{-12}\Rightarrow q_1^2+16\times10^{-6}q_1-36\times10^{-12}=0$$

$$(q_1-2\times10^{-6})(q_1+18\times10^{-6})\Rightarrow\begin{cases}q_1=2\mu C\\ q_1=-18\mu C\ \text{غ.ق.ق}\end{cases}$$

B ۱۱۹۴ ۳

پس از تماس دو گوی با هم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها وقتی در همان فاصله از هم قرار دارند، کاهش یافته است، بنابراین باید بارهای دو گوی ناهمنام بوده باشد تا پس از تماس، بار آنها کمتر از حالت اول شود. بار هر یک از گوی‌ها بعد از تماس برابر است با:

$$q'_2=q'_1=\frac{q_1-|q_2|}{2}$$

نیروی بین دو بار در حالت اول برابر است با: $F=k\frac{q_1|q_2|}{r^2}$

نیروی بین دو بار در حالت دوم برابر است با: $F'=k\frac{(\frac{q_1-|q_2|}{2})^2}{r^2}$

با توجه به فرض مسئله:

$$F'=\frac{80}{100}F\Rightarrow k\frac{\frac{(q_1-|q_2|)^2}{4}}{r^2}=\frac{80}{100}k\frac{q_1|q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow\frac{|q_2|^2+q_1^2-2q_1|q_2|}{4}=0/8q_1|q_2|$$

$$|q_2|^2+q_1^2-2q_1|q_2|=3/2q_1|q_2|\Rightarrow|q_2|^2+q_1^2-5/2q_1|q_2|=0$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر }q_1^2}(\frac{|q_2|}{q_1})^2+1-5/2\frac{|q_2|}{q_1}=0$$

به جای $\frac{|q_2|}{q_1}$ که خواسته سؤال است x قرار می‌دهیم:

$$x^2+1-5/2x=0\Rightarrow(x-5)(x-0/2)=0\Rightarrow x=5\ \text{یا}\ 0/2$$

چون مقدار q_2 ($|q_2|$) بزرگ‌تر از q_1 است پس ۰/۲ غلط است.

A ۱۱۹۵ ۲

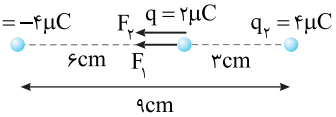
خط فکری در حل مسائل نیروی خالص قطعاً باید از اصل برهم‌نهی استفاده کرد که این اصل بیان می‌کند اگر چند بار الکتریکی بر یک بار نیرو وارد کند، شما باید نیروی هر بار را جداگانه حساب کنید سپس برایند نیروها را به‌دست آورید. البته حتماً جهت نیروها را باید روی شکل مشخص کنید تا بتوانید برایند را بررسی کنید.

۱ بار q_1 و بار q ناهمنام هستند و یکدیگر را جذب می‌کنند. مقدار نیرو را با استفاده از قانون کولن به‌دست می‌آوریم. مقدار $k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ است.

$$F_1=k\frac{|q_1||q|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{36\times10^{-4}}\Rightarrow F_1=20N$$

۲ بار q_2 با بار q همنام بوده و آن را دفع می‌کند (می‌راند).

$$F_2=k\frac{|q_2||q|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}\Rightarrow F_2=80N$$



۳ این دو نیرو هم‌جهت و به سمت چپ هستند و برایند آن‌ها خواهد شد:

$$F_{net}=F_1+F_2=F_{net}=20+80=100N$$

تنها می‌خواستیم بگوییم اگر یک کم دقت کنید برای به‌دست آوردن F_2 کافی بود که بگویید چون فاصله نصف شده (۳cm نصفِ ۶cm) بنابراین نیرو ۴ برابر یعنی ۸۰N است و محاسبات آن را حذف کنید.

A ۱۱۹۶ ۴

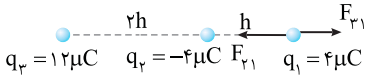
خط فکری نیروی خالص داده شده و فاصلهٔ h خواسته شده، شما باید تک‌تک نیروهای وارد بر q_1 را برحسب h حساب کنید سپس نیروی خالص را به‌دست آورده و مساوی ۳۸/۴N قرار دهید.

۱ نیرویی که بار q_2 بر بار q_1 وارد می‌کند ربایشی است چون دوبار ناهمنام هستند. این نیرو را به استفاده از قانون کولن حساب می‌کنیم:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F_{21}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{h^2}$$

$$\Rightarrow F_{21}=\frac{9\times16\times10^{-3}}{h^2}\Rightarrow F_{21}=\frac{144\times10^{-3}}{h^2}$$

۲ نیرویی که بار q_3 بر بار q_1 وارد می‌کند رانشی (دافعه) است چون دو بار همنام هستند. این نیرو را به‌دست می‌آوریم.



$$F_{31}=9\times10^9\times\frac{12\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(3h)^2}\Rightarrow F_{31}=\frac{48\times10^{-3}}{h^2}$$

۳ دو نیرو خلاف جهت هم هستند و نیروی خالص خواهد شد:

$$F_{net}=F_{21}-F_{31}\xrightarrow{F_{net}=38/4N}38/4=\frac{144\times10^{-3}}{h^2}-\frac{48\times10^{-3}}{h^2}$$

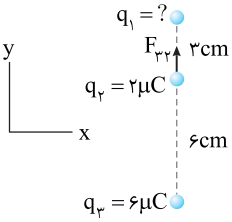
$$38/4=\frac{96\times10^{-3}}{h^2}\Rightarrow h^2=\frac{96\times10^{-3}}{38/4}\Rightarrow h^2=2/5\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow h=5\times10^{-2}m=5cm$$

B ۱۱۹۷ ۱

خط فکری فرقی نمی‌کند که سه بار روی یک خط افقی، مایل یا قائم باشد. داستان همان است باید نیروهایی که توسط بار q_1 و q_3 بر q_2 وارد می‌شود را بررسی کنید، البته نیروی خالص $\vec{F}_2=+10\vec{j}$ است یعنی نیروی خالص در جهت مثبت محور y هاست پس شروع به حل مسئله می‌کنیم.

۱ ابتدا نیرویی که q_3 بر q_2 وارد می‌کند را به‌دست می‌آوریم زیرا مقدار q_2 و q_3 و فاصلهٔ آن‌ها مشخص است. این نیرو رانشی (دافعه) است و رو به بالا می‌باشد.



$$F_{32}=k\frac{|q_2||q_3|}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_{32}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times6\times10^{-6}}{(6\times10^{-2})^2}$$

$$F_{32}=9\times10^9\times\frac{12\times10^{-12}}{36\times10^{-4}}\Rightarrow F_{32}=30N$$

۲ نیروی خالص ۱۰N رو به بالا است بنابراین نیرویی که بار q_1 بر q_2 وارد می‌کند باید $30-10=20N$ رو به پایین باشد.

۳ نیروی وارد بر q_2 توسط q_1 دافعه است بنابراین این دو بار همنام هستند یعنی بار q_1 نیز مثبت است. اندازهٔ آن را از قانون کولن به‌دست می‌آوریم.

$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow20=9\times10^9\times\frac{q_1\times2\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}\Rightarrow q_1=10^{-6}C=1\mu C$$

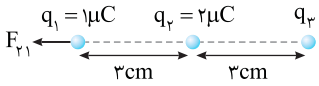
B ۱۱۹۸ ۱

خط فکری دقت کردید طراح قصدی برای بیان جهت نیروی خالص وارد بر بار q_2 ندارد و تنها بیان کرده مقدار این نیرو ۲۵N است به همین دلیل مسئله دو حالت دارد و در گزینه‌ها نیز دو عدد داده شده است بنابراین کاری که باید بکنید این است که یک‌بار نیروی خالص وارد بر q_1 رو به چپ و بار دیگر رو به سمت راست در نظر بگیرید.

حالت اول: نیروی خالص وارد بر بار q_1 به سمت راست

۱ اندازه و جهت نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند را معین می‌کنیم.

$$F_{۲۱}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow F_{۲۱}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow F_{۲۱}=۲۰N$$ به سمت چپ



۲ نیروی خالص وارد بر $q_۱$، $۲۵N$ و به سمت راست فرض شده بنابراین باید نیرویی که بار $q_۳$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند $۴۵N=۲۰+۲۵$ رو به راست باشد. یعنی بار $q_۳$ باید با بار $q_۱$ ناهمنام باشد و آن را جذب کند یعنی بار $q_۳$ منفی است و مقدار آن خواهد شد:

$$F_{۳۱}=k\frac{|q_۳||q_۱|}{r^۲}\Rightarrow ۴۵=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۳|\times۱\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}$$
$$\Rightarrow|q_۳|=۱۸۰\times۱۰^{-۷}\Rightarrow|q_۳|=۱۸\times۱۰^{-۶}C\Rightarrow|q_۳|=۱۸\mu C$$

حالت دوم: نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ به سمت چپ

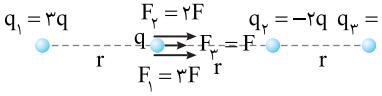
نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند را به‌دست آوردیم. این نیرو $۲۰N$ و به سمت چپ است. از طرفی نیروی خالص وارد بر $q_۱$، $۲۵N$ و رو به چپ است بنابراین باید نیرویی به سمت چپ و برابر $۲۵-۲۰=۵N$ توسط بار $q_۳$ بر $q_۱$ وارد شود. یعنی $q_۳$ باید $q_۱$ را با نیروی $۵N$ دفع کند بنابراین $q_۳$ باید مثبت باشد و مقدار آن خواهد شد:

$$F_{۳۱}=k\frac{|q_۳||q_۱|}{r^۲}\Rightarrow ۵=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۳|\times۱\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}$$
$$\Rightarrow|q_۳|=۲\times۱۰^{-۶}C\Rightarrow q_۳=۲\mu C$$

۳ B ۱۱۹۹

خط فکری در حل این نوع مسائل باید قانون کولن را به خوبی در نظر بگیرید که در آن نیروی بین دوبار با حاصل‌ضرب دو بار نسبت مستقیم و با مربع فاصله دو بار نسبت وارون دارد یعنی اگر نیروی بین دو بار q در فاصله r برابر F است، اگر فاصله دو برابر شود، این نیرو $\frac{۱}{۴}F$ می‌شود و یا اگر یکی از بارها ۳ برابر شود این نیرو ۳ برابر می‌شود. این بهترین روش است.

نیرویی که دو بار q در فاصله r برهم وارد می‌کنند F است بنابراین نیرویی که بار $q_۱=+۳q$ در فاصلهٔ r بر q وارد می‌کند $۳F$ و به سمت راست است و نیرویی که بار $q_۲=-۲q$ در فاصلهٔ r بر q وارد می‌کند $۲F$ و به سمت راست است و نیرویی که بار $q_۳=-۴q$ بر بار q وارد می‌کند $۴F$ است اما چون فاصله دو برابر r شده است، از این‌رو نیرو $\frac{۱}{۴}$ برابر می‌شود و در نهایت نیرو $F_۳=F$ و رو به راست است و نیروی خالص خواهد شد:



$$F_{net}=F_۱+F_۲+F_۳=۳F+۲F+F=۶F$$

البته ممکن است شما این‌گونه حل کنید.

$$F=k\frac{qq}{r^۲}\Rightarrow F=k\frac{q^۲}{r^۲}\ ,\ F_۱=k\frac{|q_۱|q}{r^۲}=k\frac{۳qq}{r^۲}=۳k\frac{q^۲}{r^۲}\Rightarrow F_۱=۳F$$

$$F_۲=k\frac{|q_۲|q}{r^۲}=k\frac{۲qq}{r^۲}=۲k\frac{q^۲}{r^۲}\Rightarrow F_۲=۲F$$

$$F_۳=k\frac{|q_۳|q}{r_۳^۲}=k\frac{۴qq}{(۲r)^۲}=k\frac{q^۲}{r^۲}\Rightarrow F_۳=F$$

اکنون با توجه به اینکه نیروها هم‌جهت هستند، آن‌ها را باهم جمع کنید.

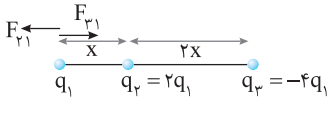
$$F_{net}=۳F+۲F+F=۶F$$

۳ B ۱۲۰۰

۱ نیروهای وارد بر $q_۱$ را حساب می‌کنیم، بار $q_۲$ و $q_۱$ همنام بوده و یکدیگر را دفع می‌کنند و بارهای $q_۳$ و $q_۱$ ناهمنام بوده و یکدیگر را جذب می‌کنند. به کمک قانون کولن نیروها را به‌دست می‌آوریم.

$$F_{۲۱}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲}=k\frac{۲q_۱^۲}{x^۲}$$

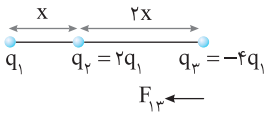
$$F_{۳۱}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^۲}=k\frac{۴q_۱^۲}{۹x^۲}$$



۲ دو نیرو خلاف جهت هم‌اند و اندازهٔ نیروی خالص وارد بر $q_۱$ برابر تفاضل $F_{۲۱}$ و $F_{۳۱}$ است:

$$F_۱=F_{۲۱}-F_{۳۱}=۲k\frac{q_۱^۲}{x^۲}-\frac{۴}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲}=\frac{۱۴}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲}$$

۳ نیروهای وارد بر $q_۳$ را حساب می‌کنیم. بنا به قانون سوم نیوتن نیرویی که $q_۳$ به $q_۱$ وارد می‌کند با نیرویی که $q_۱$ به $q_۳$ وارد کرده برابر است. از این‌رو اندازهٔ $F_{۱۳}$ نیز برابر $\frac{۴}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲}$ است:





$$F_{۲۳}=k\times\frac{۲q_۱\times۴q_۱}{۴x^۲}=۲k\frac{q_۱^۲}{x^۲}$$

۴ دو نیرو هم‌جهت‌اند:

$$F_۳=F_{۲۳}+F_{۱۳}=۲k\frac{q_۱^۲}{x^۲}+\frac{۴}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲}=\frac{۲۲}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲}$$

۵ حال نسبت $F_۱$ به $F_۳$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{F_۱}{F_۳}=\frac{\frac{۱۴}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲}}{\frac{۲۲}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲}}=\frac{۱۴}{۲۲}=\frac{۷}{۱۱}$$

روش دیگر:

در حل این نوع مسائل می‌توانید نیرویی که دو بار الکتریکی یکسان $q_۱$ در فاصلهٔ x بر هم وارد می‌کنند را F فرض کنیم و با توجه به قانون کولن $F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$، نیروهای دیگر را بر حسب F به‌دست آوریم.

۱ نیرویی که بار $q_۲=۲q_۱$ بر بار $q_۱$ در فاصلهٔ x وارد می‌کند برابر $F_{۲۱}=۲F$ و نیرویی که بار $q_۳=۴q_۱$ در فاصلهٔ $۳x$ وارد می‌کند برابر $F_{۳۱}=\frac{۴F}{۹}$ و نیروی خالص وارد بر $q_۱$ خواهد شد:

$$F_۱=۲F-\frac{۴}{۹}F\Rightarrow F_۱=\frac{۱۸F-۴F}{۹}\Rightarrow F_۱=\frac{۱۴}{۹}F$$

۲ نیرویی که بار $q_۱$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کند بنا به قانون سوم نیوتن هم‌اندازهٔ نیرویی است که بار $q_۳$ به بار $q_۱$ وارد می‌کند.

$$F_{۱۳}=\frac{۴}{۹}F$$

۳ نیرویی که بار $q_۲=۲q_۱$ بر بار $q_۳=۴q_۱$ در فاصلهٔ $۲x$ وارد می‌کند $F_{۲۳}=۲F$ و نیروی خالص وارد بر $F_۳$ خواهد شد:

$$F_۳=F+\frac{۴}{۹}F=\frac{۱۳}{۹}F$$

۴ نسبت $F_۱/F_۳$ خواهد شد:

$$\frac{F_۱}{F_۳}=\frac{\frac{۷}{۹}F}{\frac{۱۱}{۹}F}=\frac{۷}{۱۱}$$

۲ B ۱۲۰۱

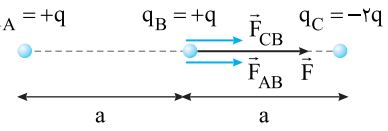
خط فکری هرگاه مسئله در دو حالت مختلف به ما اطلاعات بدهد، در هر حالت مسئله را حل می‌کنیم و سپس با هم مقایسه می‌کنیم.

حالت اول: بارهای A و B مثبت‌اند و یکدیگر را دفع می‌کنند و بارهای B و C ناهمنام‌اند و یکدیگر را جذب می‌کنند. بنابراین نیروهای F_{AB} و F_{CB} هم‌جهت با یکدیگرند و $F=F_{AB}+F_{CB}$ است.

اندازه $\vec{F}$: $F=F_{AB}+F_{CB}\Rightarrow F=k\frac{|q_A||q_B|}{a^2}+k\frac{|q_B||q_C|}{a^2}$

جهت $\vec{F}$: $=k\frac{q^2}{a^2}+k\frac{2q^2}{a^2}=3k\frac{q^2}{a^2}$

بردار برایند نیز به سمت راست است



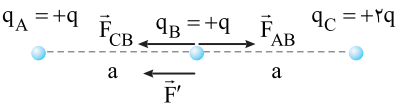
حالت دوم: بارهای A و B همنام‌اند و یکدیگر را دفع می‌کنند، همچنین بارهای C و B نیز در حالت دوم همنام‌اند و یکدیگر را دفع می‌کنند بنابراین F'_{AB} و F'_{CB} خلاف جهت هم‌اند و برایند نیروهای وارد بر بار B در حالت دوم برابر است با:

اندازه $\vec{F}'$: $F'=|F'_{CB}-F'_{AB}|\Rightarrow F'=k\frac{2q^2}{a^2}-\frac{kq^2}{a^2}=k\frac{q^2}{a^2}$

جهت $\vec{F}'$: چون اندازهٔ نیروی F'_{CB} بزرگ‌تر است برایند نیروها در جهت $\vec{F}'_{CB}$ و به سمت چپ خواهد بود

همان‌طور که به‌دست آوردیم اندازه $\vec{F}'$، $\frac{1}{3}$ اندازهٔ $\vec{F}$ و خلاف جهت آن است از این‌رو:

$$\vec{F}'=-\frac{1}{3}\vec{F}$$



C ۱۲۰۲ | ۱

با حذف بار q_3، نیروی خالص وارد بر بار q_1 تنها نیرویی است که بار q_2 بر آن وارد می‌کند. یعنی:

$$\vec{F}_{21}=-2\vec{i}$$

نیروی خالص وارد بر بار q_1 برابر $\vec{F}_{net}=8\vec{i}$ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{net}=\vec{F}_{21}+\vec{F}_{31}\Rightarrow 8\vec{i}=-2\vec{i}+\vec{F}_{31}\Rightarrow\vec{F}_{31}=10\vec{i}$$

نیرویی که q_2 بر q_1 وارد می‌کند در خلاف جهت محور xها است بنابراین q_2، q_1 را جذب می‌کند و q_2 و q_1 ناهمنام هستند اما نیرویی که q_3 بر q_1 وارد می‌کند در جهت مثبت محور xها است یعنی q_3، q_1 را دفع می‌کند (می‌راند) بنابراین q_3 و q_1 همنام هستند. در نتیجه q_2 و q_3 ناهمنام بوده و نسبت $\frac{q_2}{q_3}$ منفی است. این نسبت را حساب می‌کنیم.

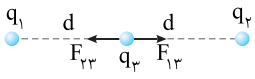
$$\begin{cases}F_{21}=k\frac{|q_2||q_1|}{r^2}\Rightarrow 2=k\frac{|q_2|\times q_1}{r^2}\\ F_{31}=k\frac{|q_3||q_1|}{(2r)^2}\Rightarrow 10=k\frac{|q_3|q_1}{4r^2}\end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را برهم}}\frac{1}{5}=\frac{4|q_2|}{|q_3|}\Rightarrow\frac{q_2}{q_3}=-\frac{1}{20}$$

B ۱۲۰۳ | ۳

خط فکری از ابتدا بگوییم که باید با حوصله این مسئله را حل کنید. ابتدا باید نیروهای وارد بر q_3 توسط q_1 و q_2 را حساب کنید و نیروی خالص را به‌دست بیاورید سپس تغییرات گفته شده در مسئله را در نظر گرفته و در حالت دوم نیروی خالص را به‌دست آورد و با حالت اول مقایسه کنید.

۱ **حالت اول:** نیروی وارد بر بار q_3 توسط q_1 و q_2 را حساب می‌کنیم و نیروی خالص را به‌دست می‌آوریم.

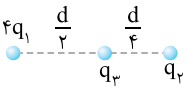


$$\begin{cases}F_{13}=k\frac{|q_1||q_3|}{d^2}\\ F_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{d^2}\end{cases}\xrightarrow{F_{net}=|F_{13}-F_{23}|}F_{net}=\frac{kq_3}{d^2}|q_1-q_2|\qquad(1)$$

۲ **حالت دوم:** بار q_1 چهار برابر و فاصلهٔ آن نصف شده و نیروی q_1 وارد بر q_3 خواهد شد:

$$F'_{13}=k\frac{|4q_1||q_3|}{(\frac{d}{2})^2}\Rightarrow F'_{13}=16k\frac{|q_1||q_3|}{d^2}$$

فاصلهٔ q_2 تا q_3 ۷۵٪ کاهش یافته یعنی:



$$d'_2=d-\frac{75}{100}d=d-\frac{3}{4}d\Rightarrow d'=\frac{1}{4}d$$

نیروی وارد بر بار q_3 توسط بار q_2 برابر است با:

$$F'_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{(\frac{d}{4})^2}\Rightarrow F'_{23}=16k\frac{|q_2||q_3|}{d^2}$$

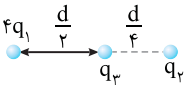
نیروی خالص وارد بر q_3 برابر است با:

$$F'_{net}=|F'_{13}-F'_{23}|=16\frac{k|q_3|}{d^2}|q_1-q_2|\qquad(2)$$

با مقایسه رابطهٔ (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{F'_{net}}{F_{net}}=16$$

میانبر در حالت اول $F_{net}=|F_{13}-F_{23}|$ و در حالت دوم با توجه به قانون کولن وقتی بار q_1، ۴ برابر می‌شود نیروی q_1 نیز ۴ برابر می‌شود از طرفی فاصله نصف شده بنابراین مجدداً نیروی q_1، ۴ برابر می‌شود یعنی $F'_{13}=4\times4=16F_{13}$. فاصلهٔ بار q_2 با بار q_3، ۷۵٪ کم شده یعنی فاصلهٔ بار q_2 از بار q_3، $\frac{1}{4}$ حالت اول و نیروی آن ۱۶ برابر شده است (نیرو با مربع فاصله نسبت وارون دارد.)



$$F'_{23}=16F_{23}$$

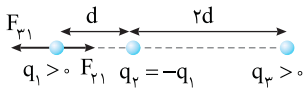
نیروی خالص جدید خواهد شد:

$$F'_{net}=|F'_{13}-F'_{23}|=|16F_{13}-16F_{23}|=16|F_{13}-F_{23}|\Rightarrow F'_{net}=16F_{net}$$

C ۱۲۰۴ | ۴

خط فکری مسیر مشخص است باید برایند نیروهای وارد بر q_1 و q_2 را حساب کنید و نیروها را برابر قرار دهید. اما محاسبات طولانی و با دقت در انتظار شما است.

۱ بررسی نیروی وارد بر q_1:



بار q_2، بار q_1 را می‌رباید اما با q_3، بار q_1 را می‌راند. نیروی وارد بر بار q_1 از طرف بار q_2 برابر است با:

$$F_{21}=k\frac{|q_2||q_1|}{r^2}\xrightarrow{q_2=-q_1}F_{21}=k\frac{q_1^2}{d^2}$$

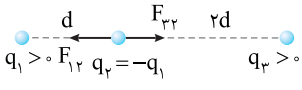
نیروی وارد بر بار q_1 از طرف بار q_3 برابر است با:

$$F_{31}=\frac{k|q_3||q_1|}{r^2}\xrightarrow{r=3d}F_{31}=k\frac{|q_3||q_1|}{9d^2}$$

نیروی خالص وارد بر بار q_1 برابر خواهد شد با:

$$F_1=|F_{21}-F_{31}|=k\frac{q_1^2}{d^2}-k\frac{|q_3||q_1|}{9d^2}=\frac{kq_1}{d^2}|q_1-\frac{1}{9}q_3|$$

۲ بررسی نیروی وارد بر q_2:



نیرویی که q_1 بر q_2 وارد می‌کند همان نیروی q_2 بر q_1 است. $F_{12}=k\frac{q_1^2}{d^2}$

نیرویی که q_3 بر q_2 وارد می‌کند را حساب می‌کنیم.

$$F_{32}=k\frac{|q_2||q_3|}{(2d)^2}\xrightarrow{q_2=-q_1}F_{32}=\frac{1}{4}k\frac{q_1q_3}{d^2}$$

نیروی خالص وارد بر بار q_2 برابر است با:

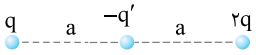
$$F_2=|F_{12}-F_{32}|=|\frac{kq_1^2}{d^2}-\frac{1}{4}k\frac{q_1q_3}{d^2}|=\frac{kq_1}{d^2}|q_1-\frac{1}{4}q_3|$$

حال دو نیرو را برابر قرار می‌دهیم. $F_1=F_2\Rightarrow\frac{kq_1}{d^2}|q_1-\frac{1}{9}q_3|=\frac{kq_1}{d^2}|q_1-\frac{1}{4}q_3|$

$$|q_1-\frac{q_3}{9}|=|q_1-\frac{q_3}{4}|\Rightarrow\begin{cases}q_1-\frac{q_3}{9}=q_1-\frac{q_3}{4} & \text{غ‌ق‌ق}\\ q_1-\frac{q_3}{9}=-(q_1-\frac{q_3}{4})\Rightarrow 2q_1=\frac{q_3}{4}+\frac{q_3}{9}\end{cases}$$

$$2q_1=\frac{9q_3+4q_3}{36}\Rightarrow 2q_1=\frac{13q_3}{36}\Rightarrow\frac{q_3}{q_1}=\frac{2\times36}{13}=\frac{72}{13}$$

بازی با سوال در شکل زیر $\frac{q'}{q}$ برابر چند باشد تا اندازه نیروی خالص وارد بر بار q و $-q'$ باهم برابر باشد؟



گزینهٔ ۴

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

B ۱۲۰۵ ۳

بر بار q_3 دو نیروی F_{13} و F_{23} به ترتیب از طرف دو بار q_1 و q_2 وارد می‌شود. این دو نیرو اگر هم‌جهت باشند برایند آن‌ها از جمع دو بردار به‌دست می‌آید $(F_3=F_{13}+F_{23})$ یعنی نیروی خالص وارد بر بار q_3 از هر یک از دو نیروی F_{13} و F_{23} بزرگ‌تر است. در حالی که در صورت مسئله بیان شده که نیروی برایند وارد بر q_3 با نیرویی که q_1 بر q_3 وارد می‌کند برابر است $(F_3=F_{13})$، بنابراین دو نیروی F_{13} و F_{23} هم‌جهت نیستند و در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها از تفاضل‌شان به‌دست می‌آید. $F_3=|F_{13}-F_{23}|$

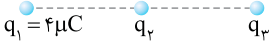
از طرفی خلاف جهت هم بودن دو نیروی F_{13} و F_{23} بیان می‌کند که یکی از دوبار q_1 و q_2 بار q_3 را دفع می‌کند و دیگری آن را جذب می‌کند؛ بنابراین بارهای q_1 و q_2 باید ناهمنام باشند، پس q_2 قطعاً دارای بار منفی است. اکنون مقدار بار q_2 را به‌دست می‌آوریم: $F_T=|F_{23}-F_{13}|\xrightarrow[F_T=F_{13}]{\text{فرض مسئله}}F_{13}=|F_{23}-F_{13}|$

$$\begin{cases}F_{13}=F_{23}-F_{13}\Rightarrow F_{23}=2F_{13} & (I)\\ -F_{13}=F_{23}-F_{13}\Rightarrow F_{23}=0 & \text{غیرقابل قبول}\end{cases}$$

از قانون کولن در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم:

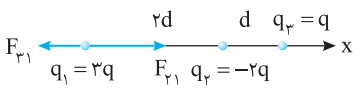
$$F_{23}=2F_{13}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}=2k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}\Rightarrow\frac{|q_2|}{L^2}=2\times\frac{4\times10^{-6}}{4L^2}$$

$$\Rightarrow|q_2|=2\times10^{-6}C\Rightarrow q_2=-2\mu C$$



B ۱۲۰۶ ۳

۱ نیروهای وارد بر بار $q_1=3q$ از طرف دو بار دیگر را رسم کرده و مقدار نیروها را به دست می‌آوریم.



$F_{31}=k\frac{|q_1||q_3|}{(3d)^2}\Rightarrow F_{31}=k\frac{3q\times q}{9d^2}=k\frac{q^2}{3d^2}$ q_3 بار q_1 را می‌راند.

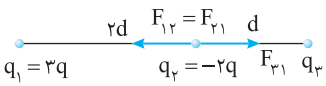
$F_{21}=k\frac{|q_2||q_1|}{(2d)^2}\Rightarrow F_{21}=k\frac{2q\times3q}{(2d)^2}\Rightarrow F_{21}=\frac{3}{2}k\frac{q^2}{d^2}$ q_2 بار q_1 را می‌رباید.

۲ نیروهای F_{21} و F_{31} در خلاف جهت هم بوده اندازهٔ برایند آن‌ها از تفاضل آن‌ها به دست می‌آید و بنا به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$F=F_{21}-F_{31}\Rightarrow F=\frac{3}{2}k\frac{q^2}{d^2}-k\frac{q^2}{3d^2}\Rightarrow F=\frac{9-2}{6}k\frac{q^2}{d^2}\Rightarrow F=\frac{7}{6}k\frac{q^2}{d^2}$$

این نیرو در جهت مثبت محور x‌هاست.

۳ نیروهای وارد بر بار $q_2=-2q$ را رسم کرده، اندازهٔ آن‌ها را به دست می‌آوریم. سپس برایند آن‌ها را حساب می‌کنیم.



نیرویی که q_1 بر q_2 وارد می‌کند با نیرویی که q_2 بر q_1 وارد می‌کند برابر است.

$$F_{12}=F_{21}=\frac{3}{2}k\frac{q^2}{d^2}$$

نیرویی که q_3 بر q_2 وارد می‌کند برابر است با:

$$F_{32}=k\frac{|q_2||q_3|}{d^2}\Rightarrow F_{32}=k\frac{2q\times q}{d^2}=2k\frac{q^2}{d^2}$$

۴ برایند نیروهای وارد بر بار q_2 را به دست می‌آوریم.

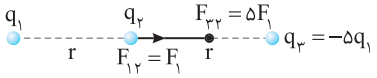
$$F'=F_{32}-F_{12}=2\frac{kq^2}{d^2}-\frac{3}{2}k\frac{q^2}{d^2}\Rightarrow F'=\frac{1}{2}k\frac{q^2}{d^2}$$

این نیرو در جهت مثبت محور x‌هاست.

۵ اکنون F' را بر F تقسیم می‌کنیم. $\frac{F'}{F}=\frac{\frac{1}{2}k\frac{q^2}{d^2}}{\frac{7}{6}k\frac{q^2}{d^2}}=\frac{3}{7}\Rightarrow F'=\frac{3}{7}F$

B ۱۲۰۷ ۲

برای حل این مسئله نیرویی که بار q_1 بر q_2 وارد می‌کند را برابر F_1 در نظر می‌گیریم. در این صورت نیروی وارد بر q_2 توسط $q_3=5q_1$، ۵ برابر F_1 می‌شود.



$(F_3=5F_1)$ زیرا فاصلهٔ q_3 و q_1 تا q_2 برابر است اما بار q_3، ۵ برابر q_1 است.

با توجه به فرض مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 برابر F است یعنی می‌توان نوشت:

$$F=F_1+5F_1\Rightarrow F=6F_1\ (I)$$

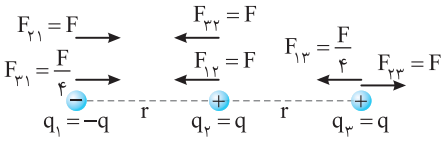
نیروی بین دو بار الکتریکی با توجه به قانون کولن $(F=kq_1q_2/r^2)$ با فاصله دو بار نسبت وارون دارد، یعنی وقتی فاصله q_3 تا q_2، $\frac{4r}{5}$ کم شده و برابر $r-\frac{4r}{5}=\frac{r}{5}$ می‌شود، نیروی آن ۲۵ $(F'_3=25F_3)$ برابر می‌شود. در این حالت نیروی خالص وارد بر q_2 خواهد شد:

$$F'=F_1+25F_3\xrightarrow{F_3=5F_1}F'=F_1+125F_1=126F_1\qquad(II)$$

با توجه به رابطهٔ I و II خواهیم داشت: $\frac{F'}{F}=\frac{126F_1}{6F_1}=21$

۴ ۱۲۰۸ B

خط فکری بارهـا را نامگذاری کنید و بردارهای نیرویی که بر هر بار توسـط دو بار دیگر وارد می‌شود را رسم کنید تا بتوانید مشخص کنید بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین نیروی خالص بر کدام بارها وارد می‌شـود. اگر نیروی بین دو بار q به فاصلهٔ r را برابر F بگیریم نیـروی بیـن دو بار $-q$ و $+q$ که در فاصلهٔ $2r$ از هم قرار دارند برابر $\frac{F}{4}$ می‌شـود. با توجه به این نکات مسئله قابل حل است.



۱ نیروهای وارد بر $q_2=q$ که در وسط دو بار دیگر قرار دارد، هم‌جهت‌اند و نیروی خالص وارد بر q_2 برابر است با:

$$F_2=F+F=2F$$

۲ اندازهٔ نیروی خالص وارد بر q_1 خواهد شد:

$$F_1=F+\frac{F}{4}=\frac{5}{4}F$$

۳ نیروهـای وارد بر بـار q_3 در خلاف جهت هم بوده و اندازهٔ نیروی خالص وارد بر بار q_3 خواهد شد:

$$F_3=F-\frac{F}{4}=\frac{3}{4}F$$

۴ بنابراین بزرگ‌ترین نیرو $2F$ و کوچک‌ترین نیرو $\frac{3}{4}F$ است، از این رو: $\frac{2F}{\frac{3F}{4}}=\frac{8}{3}$

۲ ۱۲۰۹ A

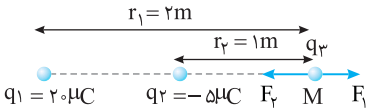
اگر دو بار همنام داشته باشیم، بار سوم باید بین دو بار و نزدیک به بار با مقدار کوچک‌تر قرار گیرد تا برایند نیروهای وارد بر آن صفر شـود. دو بار $-q$ و $-2q$ همنام هسـتند پس باید بار q' بین دو بار و نزدیک به بار $-q$ که مقدار بار کمتری دارد، قرار گیرد.

۴ ۱۲۱۰ A

با توجه به اینکه یکی از دو بار q_1 و q_2، مثبت و دیگری منفی است، یکی از دو بار، q_3 را می‌رباید و دیگری آن را می‌راند. اگر این دو نیرو برابر هم باشند، برایند نیروهای وارد بر بار q_3 صفر خواهد شد.

$$F_1=F_2\Rightarrow\frac{kq_1|q_3|}{r_1^2}=\frac{kq_2|q_3|}{r_2^2}\Rightarrow\frac{q_1}{r_1^2}=\frac{q_2}{r_2^2}\Rightarrow\frac{20}{4}=\frac{5}{1}\Rightarrow5=5$$

این تسـاوی نشـان می‌دهد که q_3 هر مقداری که داشـته باشـد F_2 و F_1 با هم برابر هستند. از ابتدا کاملاً مشخص است که q_1، ۴ برابر q_2 و فاصلهٔ q_1 از M، دو برابر فاصلـهٔ q_2 از M اسـت. پس نیرویی کـه از طرف دو بار، بر بار واقـع در نقطهٔ M وارد می‌شود، برابر است.



۴ ۱۲۱۱ B

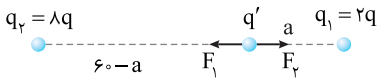
یادآوری در حالت تعادل بودن جسم یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

با توجه به اینکه قدرمطلق دو بار داده شده است پس دو حالت داریم یا دو بار q_1 و q_2 همنام هستند یا دو بار q_1 و q_2 ناهمنام هستند.

حالـت اول: اگر بارهای q_1 و q_2 همنام باشـند، بار q' باید بین دو بار q_1 و q_2 و نزدیک به بار q_1 (بار کوچک‌تر) قرار گیرد تا نیرویی که q_1 و q_2 بر q' وارد می‌کنند در خلاف جهت هم و برابر باشند و نیروی خالص وارد بر q' صفر شود.

$$F_2=F_1\Rightarrow k\frac{q_2q'}{(60-a)^2}=k\frac{q_1q'}{a^2}\Rightarrow\frac{a^2}{(60-a)^2}=\frac{q_1}{q_2}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow\frac{a}{60-a}=\frac{1}{2}\Rightarrow2a=60-a\Rightarrow a=20cm$$

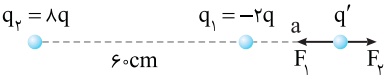


که فاصله بار q' از بار q_2، $60-20=40cm$ می‌شود.

حالت دوم: اگر بارهای q_1 و q_2 ناهمنام باشند بار q' باید خارج از دو بار و نزدیک بـه بار q_1 (بـار کوچک‌تر) قرار گیرد تـا نیروهایی که q_1 و q_2 بـر q' وارد می‌کنند خلاف جهت هم بوده و نیروی خالص وارد بر q' صفر شود.

$$F_1=F_2$$

$$\Rightarrow k\frac{q_1q'}{a^2}=k\frac{q_2q'}{(60+a)^2}\Rightarrow\frac{(60+a)^2}{a^2}=\frac{q_2}{q_1}=4\Rightarrow\frac{60+a}{a}=2\Rightarrow a=60cm$$

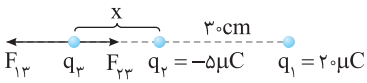


که فاصلهٔ q' از بار q_2، $60+60=120cm$ می‌شود.

۲ ۱۲۱۲ B

خط فکری با برابر قرار دادن نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3، فاصله بار q_3 از بارهای q_1 و q_2 محاسـبه می‌شـود. برایند نیروهای وارد بر بار q_2 را از طرف بارهای q_1 و q_3 به‌دست می‌آوریم. به این منظور مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

۱ دو بار ناهمنام هسـتند، بنابراین بار q_3 باید در خارج خط واصل دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر قرار گیرد. برای آنکه نیروی وارد بر q_3 صفر شـود باید دو نیروی F_{13} و F_{23} هم‌اندازه باشند.



$$F_{23}=F_{13}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_3|}{x^2}=k\frac{|q_1||q_3|}{(30+x)^2}\Rightarrow\frac{+5}{x^2}=\frac{20}{(30+x)^2}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{x^2}=\frac{4}{(30+x)^2}\Rightarrow2x=30+x\Rightarrow x=30cm$$

۲ نیرویی که بارهای q_1 و q_2 بر هم وارد می‌کنند برابر است با:

$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=9\times10^9\times\frac{5\times10^{-6}\times20\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}\Rightarrow F_{12}=10N$$

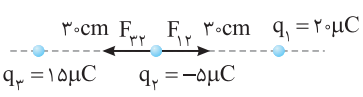
این نیرو جاذبه است و بر q_2 به سمت راست وارد می‌شود.

۳ نیرویی که بار q_3 بر q_2 وارد می‌کند نیز جاذبه بوده و به سـمت چپ اسـت و مقدار آن برابر است با:

$$F_{32}=k\frac{|q_3||q_2|}{r_{23}^2}=9\times10^9\times\frac{15\times10^{-6}\times5\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}=7/5N$$

۴ نیروی خالص وارد بر q_2 خواهد شد:

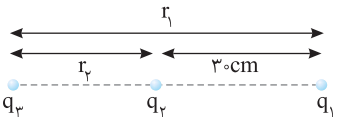
$$F_2=F_{12}-F_{32}=10-7/5=2/5N$$



میانبر اگر فاصلهٔ بار q_1 و q_2 از بار q_3 را به ترتیب r_1 و r_2 فرض کنیم و برایند نیروهای وارد بر q_3 صفر شـود، نسبت دو بار با نسبت فاصله‌ها رابطه مستقیم و مجذوری خواهد داشت:

$$\frac{|q_1|}{|q_2|}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\Rightarrow\frac{20}{5}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\Rightarrow2=\frac{r_1}{r_2}\xrightarrow{r_1-r_2=30cm}$$

$$r_1=60cm\ ,\ r_2=30cm$$



B ۱۲۱۳ ۳

برای آن که نیروی خالص وارد بر بار q_3 صفر شود، باید نیرویی که بارهای q_1 و q_2 بر q_3 وارد می‌کنند هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشد. از این رو بارهای q_2 و q_1 ناهمنام هستند.

$$F_{23}=F_{13}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_3|}{(1)^2}=k\frac{|q_1||q_3|}{(5)^2}$$

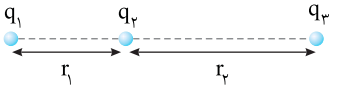
$$\frac{|q_2|}{1}=\frac{50}{25}\Rightarrow|q_2|=2\mu C\Rightarrow q_2=-2\mu C$$

B ۱۲۱۴ ۳

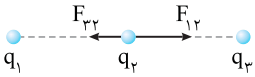
خط فکری در حال تعادل بودن یک جسم یعنی نیروی خالص وارد بر آن صفر است. در گزاره‌ها از شما خواسته شده که دربارهٔ نوع بار و بزرگی و کوچکی آن اظهارنظر کنید. بنابراین شما باید نیروهای وارد بر هر بار توسط دو بار دیگر را بنویسید و به کمک آن نوع بار و مقایسه بزرگی آن‌ها را انجام دهید.

۱ بررسی نیروهای وارد بر بار q_1: برای آنکه نیروی خالص وارد بر بار q_1 صفر شود، باید نیروهایی که بار q_2 و q_3 بر بار q_1 وارد می‌کنند در خلاف جهت هم باشد. یعنی اگر q_2، q_1 را براند، q_3 آن را جذب کند. بنابراین دو بار q_2 و q_3 ناهمنام هستند و گزارهٔ (الف) نادرست است.

از طرفی چون فاصلهٔ q_3 تا q_1 از فاصلهٔ q_2 تا q_1 بیشتر است باید $|q_3|>|q_2|$ باشد تا اندازه نیروهایی که آن‌ها بر q_1 وارد می‌کنند برابر شود.

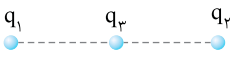


۲ بررسی نیروهای وارد بر q_2: در این حالت نیز باید نیرویی که بار q_3 بر q_2 و بار q_1 بر q_2 وارد می‌کنند در خلاف جهت هم و یکسان باشد و فاصلهٔ q_3 تا q_2 از فاصلهٔ q_1 تا q_2 بیشتر است، بنابراین باید $|q_3|>|q_2|$ باشد. در نتیجه اندازهٔ بار q_3 از هر دو بار بیشتر و گزارهٔ (پ) درست است.

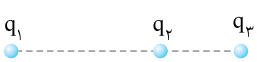


نیرویی که q_3 بر q_2 وارد می‌کند در خلاف جهت نیرویی است که q_1 بر q_2 وارد می‌کند، بنابراین اگر q_3، q_2 را دفع کند باید q_1 نیز q_2 را دفع کند در این صورت باید بار q_1 و q_2 همنام باشند و از آنجایی که q_3 با q_2 ناهمنام است پس q_1 و q_3 همنام‌اند و گزارهٔ (ب) درست است.

میانبر ۱ هر گاه دو بار الکتریکی q_1 و q_2 بر بار q_3 که بین آن‌ها روی خط وصل کننده q_1 و q_2 قرار دارد نیروهایی در خلاف جهت هم وارد کنند q_1 و q_2 همنام هستند و اگر نیروهای وارد بر q_3 توسط بار q_1 و q_2 هم‌جهت باشند، دوبار ناهمنام هستند.

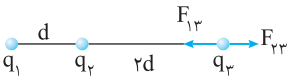


میانبر ۲ اگر بار q_3 در امتداد خط بین دو بار q_1 و q_2 باشد و نیروهایی که q_1 و q_2 بر q_3 وارد می‌کنند هم‌جهت باشد q_1 و q_2 همنام و اگر نیروها خلاف جهت هم باشند q_1 و q_2 ناهمنام هستند.



B ۱۲۱۵ ۴

نیروی خالص وارد بر هر بار صفر است. بنابراین نیروی خالص وارد بر q_3 صفر است.



$$F_{13}=F_{23}\Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{(3d)^2}=k\frac{|q_2||q_3|}{(2d)^2}=\frac{|q_2|}{|q_1|}=\frac{4}{9}$$

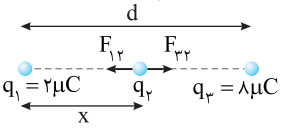
نیروهایی که q_1 و q_2 بر q_3 وارد می‌کنند در خلاف جهت هم‌اند، در نتیجه q_1 و q_2 ناهمنام هستند.

$$\frac{q_2}{q_1}=-\frac{4}{9}$$

B ۱۲۱۶ ۳

خط فکری سه بار نقطه‌ای داده شده که نیروی خالص وارد بر هر بار صفر است معمولاً در این نوع مسائل، یکی از بارها یا فاصلهٔ بین بارها مجهول است در این مسئله شما ابتدا می‌توانید با نیروهای وارد بر بار q_2 توسط دو بار دیگر، رابطه‌ای بین x و d پیدا کنید و بعد از آن در گام بعدی نیروهای وارد بر این ذره باید هم‌اندازه و خلاف جهت برای یافتن مقدار بار q_2 نیروهای وارد بر یکی از دو بار q_1 و یا q_3 را به دست آورده باهم برابر قرار دهید تا بار q_2 به‌دست آید.

۱ نیروی خالص وارد بر بار q_2 صفر است از این‌رو نیروهای وارد بر این ذره باید هم‌اندازه و خلاف جهت یکدیگر باشند. به‌طور مثال بار ذرهٔ q_2 را منفی فرض کرده و نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم. (البته می‌توانید این ذره را مثبت نیز بگیرید و ببینید بار q_2 در حل مسئله تأثیر ندارد)

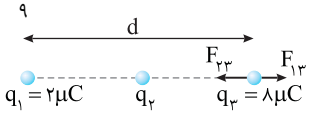


$$F_{12}=F_{32}\Rightarrow k\frac{q_1|q_2|}{x^2}=k\frac{q_3|q_2|}{(d-x)^2}\Rightarrow\frac{2}{x^2}=\frac{8}{(d-x)^2}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{2}{d-x}\Rightarrow x=\frac{d}{3}$$

۲ برایند نیروهای وارد بر بار q_3 صفر است. در این صورت باید بار q_2 منفی باشد که بار q_3 را به سوی خود بکشد و نیروی دافعه q_1 بر q_3 را خنثی کند. اکنون نیروی خالص وارد بر بار q_3 را برابر صفر قرار می‌دهیم تا بار q_2 را به‌دست آوریم:

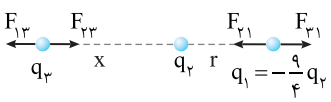
$$F_{23}=F_{13}\Rightarrow k\frac{|q_2|q_3}{(\frac{2d}{3})^2}=k\frac{q_1q_3}{d^2}\Rightarrow\frac{|q_2|}{\frac{4}{9}d^2}=\frac{2}{d^2}\Rightarrow|q_2|=\frac{8}{9}\mu C$$

$$\Rightarrow q_2=-\frac{8}{9}\mu C$$



B ۱۲۱۷ ۴

با توجه به شکل $q_1=-\frac{9}{4}q_2$ بوده و ناهمنام با یکدیگرند. برایند نیروهای وارد بر بار q_2 که در بین دو بار q_1 و q_3 قرار گرفته صفر می‌شود، پس باید بارهای q_1 و q_3 همنام باشند. برای به‌دست آوردن نسبت $\frac{x}{r}$ ابتدا برایند نیروهای وارد بر بار q_3 را با توجه به صورت مسئله برابر صفر قرار می‌دهیم.



نیرویی که q_1 به q_3 وارد می‌کند دافعه و مقدار آن برابر است با: $F_{13}=k\frac{|q_1||q_3|}{(r+x)^2}$

نیرویی که q_2 به q_3 وارد می‌کند جاذبه و مقدار آن برابر است با: $F_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{x^2}$

نیروی خالص وارد بر $q_۳$ صفر است از این‌رو این دو نیرو هم‌اندازه هستند.

$$F_{۱۳}=F_{۲۳}\Rightarrow k\frac{|q_۱|\times|q_۳|}{(r+x)^۲}=k\frac{|q_۲|\times|q_۳|}{x^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{\frac{۹}{۴}q_۲}{(r+x)^۲}=\frac{q_۲}{x^۲}\Rightarrow\frac{۳}{۲(r+x)}=\frac{۱}{x}\Rightarrow ۳x=۲r+۲x\Rightarrow x=۲r\Rightarrow\frac{x}{r}=۲$$

اما برای به‌دست آوردن نسبت $\frac{q_۳}{q_۲}$، نیروهای وارد بر بار $q_۱$ توسط بار $q_۳$ و $q_۲$ را بعد به‌دست آوردن مساوی قرار می‌دهیم.

نیرویی که $q_۲$ به $q_۱$ وارد می‌کند جاذبه و مقدار آن برابر است با: $F_{۲۱}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$

نیرویی که $q_۳$ به $q_۱$ وارد می‌کند باید دافعه باشد تا با $F_{۲۱}$ خلاف جهت بوده و یکدیگر را خنثی کنند. $F_{۳۱}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(r+x)^۲}$

$$|F_{۲۱}|=|F_{۳۱}|\Rightarrow|k\frac{q_۲q_۱}{r^۲}|=|k\frac{q_۳q_۱}{(۳r)^۲}|\Rightarrow|\frac{q_۳}{q_۲}|=۹$$

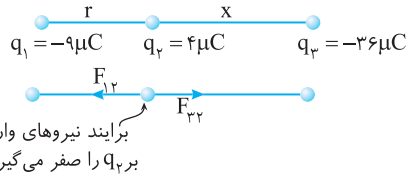
اما بار $q_۳$، بار $q_۱$ را دفع می‌کند یعنی $q_۳$ و $q_۱$ همنام‌اند، از طرفی $q_۲$ و $q_۱$ ناهمنام هستند، بنابراین $q_۳$ و $q_۲$ ناهمنام بوده و خواهیم داشت: $\frac{q_۳}{q_۲}=-۹$

B ۱۲۱۸ ۴

خط فکری در حل این سؤال ابتدا باید از فرض مسئله یعنی صفر بودن نیروهای وارد بر بارها استفاده کنیم و رابطه‌ای بین فاصلهٔ بارها به‌دست آوریم و در گام بعدی جای بارهای $q_۳$ و $q_۱$ را جابه‌جا کرد و نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ و $q_۱$ را برحسب رابطه‌ای که برای فاصله‌ها به‌دست آوردیم محاسبه کنیم.

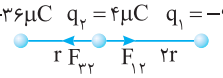
۱ با توجه به شکل زیر باید یک رابطه بین x و r به‌دست آوریم. از این‌رو مطابق فرض مسئله نیروی خالص وارد بر $q_۲$ را صفر گرفته‌ایم. در این صورت نیروهایی که دو بار $q_۱$ و $q_۳$ به بار $q_۲$ وارد می‌کنند باید هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

$$F_{۱۲}=F_{۳۲}\Rightarrow k\frac{|q_۱|q_۲}{r^۲}=k\frac{|q_۳|q_۲}{x^۲}\Rightarrow\frac{۹}{r^۲}=\frac{۳۶}{x^۲}\Rightarrow\frac{x^۲}{r^۲}=۴\Rightarrow x=۲r$$



برایند نیروهای وارد بر $q_۲$ را صفر می‌گیریم.

۲ جای بارهای $q_۱$ و $q_۳$ را عوض کرده و نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ را حساب می‌کنیم:



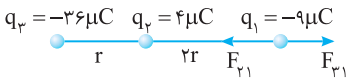
$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{(۲r)^۲}\Rightarrow F_{۱۲}=k\times\frac{۹\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{۴r^۲}=\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۳||q_۲|}{(r)^۲}\Rightarrow F_{۳۲}=k\times\frac{۳۶\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{r^۲}=\frac{۱۴۴\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

دو بردار $F_{۳۲}$ و $F_{۱۲}$ خلاف جهت هم‌اند بنابراین برآیند بزرگی نیروی خالص وارد بر $q_۲$ برابر اختلاف دو نیرو است:

$$|\vec{F}_۲|=|\underbrace{\vec{F}_{۱۲}-\vec{F}_{۳۲}}_{\text{خلاف جهت هم}}|\Rightarrow|\vec{F}_۲|=\frac{(۱۴۴-۹)\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}=\frac{۱۳۵\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

۳ نیروی خالص وارد بر بار $q_۱$ را حساب می‌کنیم:



$$|\vec{F}_{۲۱}|=|\vec{F}_{۱۲}|=\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

$$F_{۳۱}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(۳r)^۲}\Rightarrow F_{۳۱}=k\times\frac{۹\times۳۶\times۱۰^{-۱۲}}{۹r^۲}\Rightarrow F_{۳۱}=\frac{۳۶\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

دو بردار $F_{۳۱}$ و $F_{۲۱}$ خلاف جهت هم‌اند بنابراین:

$$|\vec{F}_۱|=|\underbrace{\vec{F}_{۳۱}-\vec{F}_{۲۱}}_{\text{خلاف جهت هم}}|\Rightarrow F_۱=\frac{۲۷\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

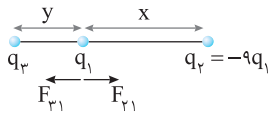
۴ حال نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{\frac{۱۳۵\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}}{\frac{۲۷\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}}=۵$$

B ۱۲۱۹ ۴

۱ ابتدا دقت کنید در هر چهار گزینه، بار $q_۳$ در سمت چپ بار $q_۱$ قرار می‌گیرد بنابراین طرز قرار گرفتن بارها به شکل زیر است.

۲ با توجه به فرض مسئله نیروهای وارد بر هر بار از جمله بار $q_۱$ صفر است.



از طرفی بارهای $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام هستند و نیروی $F_{۲۱}$ جاذبه است. بنابراین نیرویی که $q_۳$ بر $q_۱$ وارد می‌کند نیز باید جاذبه و به سمت چپ باشد یعنی $q_۳$ نیز باید با $q_۱$ ناهمنام باشد بنابراین $q_۳$ منفی است در نتیجه گزینه‌های (۱) و (۲) حذف شده و مقدار بار $q_۳=-\frac{۹}{۴}q_۱$ خواهد بود.

۳ با برابر قرار دادن نیروهای $F_{۲۱}$ و $F_{۳۱}$، مقدار y را برحسب x به‌دست می‌آوریم.

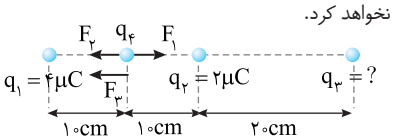
$$F_{۲۱}=F_{۳۱}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۱|}{x^۲}=k\frac{|q_۳||q_۱|}{y^۲}\Rightarrow\frac{|q_۲|}{x^۲}=\frac{|q_۳|}{y^۲}=\frac{۹q_۱}{x^۲}=\frac{\frac{۹}{۴}q_۱}{y^۲}$$

$$\Rightarrow y^۲=\frac{x^۲}{۴}\Rightarrow y=\frac{x}{۲}$$

B ۱۲۲۰ ۱

بار $q_۲=۲\mu C$ و $q_۱=۴\mu C$ در فاصلهٔ یکسانی از بار $q_۴$ قرار دارند و چون بار $q_۱$ بزرگ‌تر است، بنابراین نیرویی که $q_۱$ بر $q_۴$ وارد می‌کند از نیرویی که $q_۲$ بر $q_۴$ وارد می‌کند بزرگ‌تر است $(F_۱>F_۲)$. دو بار $q_۲$ و $q_۱$ همنام بوده و نیرویی که بر $q_۴$ وارد می‌کنند در خلاف جهت هم خواهد بود. از طرفی نیروی خالص وارد بر $q_۴$ صفر شده است بنابراین نیرویی که بار $q_۳$ بر بار $q_۴$ وارد می‌کند یعنی $F_۳$ باید در جهت $F_۲$ باشد تا به کمک نیروی $F_۲$ بتواند نیروی $F_۱$ را خنثی کند $(F_۲+F_۳=F_۱)$.

نکته در حل پایین فرض شده که بار $q_۴$ مثبت است. شما می‌توانید فرض کنید این ذره دارای بار منفی بوده، بنابراین تمام جهت‌های شکل قرینه می‌شود. اما پاسخ سؤال تغییری نخواهد کرد.



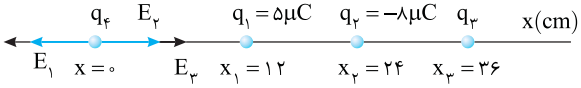
اکنون با توجه به قانون کولن $F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{k|q_۲||q_۴|}{r_۲^۲}+\frac{k|q_۳||q_۴|}{r_۳^۲}=\frac{k|q_۱||q_۴|}{r_۱^۲}\Rightarrow\frac{۲}{۱۰۰}+\frac{|q_۳|}{۹۰۰}=\frac{۴}{۱۰۰}\Rightarrow|q_۳|=۱۸\mu C$$

چون نیروهای $F_۲$ و $F_۳$ هم‌جهت‌اند و در یک سمت $q_۴$ قرار گرفته‌اند، پس باید این دو ذره همنام باشند: $q_۳=+۱۸\mu C$

B ۲ ۱۲۲۱

میدان الکتریکی بار q_1 در محل q_4 به سمت چپ (خلاف محور x) و میدان الکتریکی بار q_2 در محل q_4 به سمت راست (در جهت محور x) بوده و با آنکه $|q_2|>|q_1|$ است اما چون فاصله q_2 تا q_4، دو برابر فاصلهٔ q_1 تا q_4 است بنابراین میدان بار q_2 از بار q_4 ضعیف‌تر است. از این رو باید میدان الکتریکی بار q_3 در جهت میدان q_2 یعنی رو به راست باشد، بنابراین بار q_3 باید منفی باشد. از این رو می‌توان نوشت:



$$E_1=E_2+E_3\Rightarrow E_3=E_1-E_2 \xrightarrow{E=k\frac{|q|}{r^2}} \frac{k|q_3|}{(36)^2}=\frac{k(5)}{(12)^2}-\frac{k(8)}{(24)^2}$$

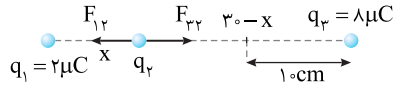
$$\xrightarrow{\text{دو طرف را در } (12)^2 \text{ ضرب می‌کنیم}} \frac{|q_3|}{3^2}=\frac{5}{1}-\frac{8}{2^2}\Rightarrow\frac{|q_3|}{9}=5-2\Rightarrow|q_3|=27\mu C$$

$$\Rightarrow q_3=-27\mu C$$

B ۴ ۱۲۲۲

خط فکری مقدار دو بار q_1 و q_3 را داریم. بنابراین شما باید ابتدا نیروهایی که این دو بار بر بار مجهول q_2 وارد می‌کنند را به‌دست بیاورید و مساوی هم قرار بدهید تا فاصلهٔ بین بارهای q_1 و q_2 همچنین q_3 و q_2 را حساب کنید سپس به سراغ بار q_1 و یا بار q_3 بروید و نیروهای وارد بر بار توسط دو بار دیگر را نوشته، برابر قرار دهید تا مقدار بار q_2 قابل محاسبه شود و در آخر کار باید به سراغ نیروی وارد بر بار q_4 در نقطهٔ O بروید. بنابراین یک مسئله محاسباتی پیش‌روی خود دارید.

برایند نیروهای وارد بر q_2 صفر است و نیرویی که بار q_3 و بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کنند را مساوی قرار می‌دهیم تا فاصله بارها از هم مشخص شود.



$$F_{32}=F_{12}\Rightarrow k\frac{q_3q_2}{(30-x)^2}=k\frac{q_1q_2}{x^2}\Rightarrow\frac{q_3}{q_1}=\frac{(30-x)^2}{x^2}$$

$$\Rightarrow 4=\frac{(30-x)^2}{x^2}\Rightarrow 2=\frac{30-x}{x}\Rightarrow x=10cm$$

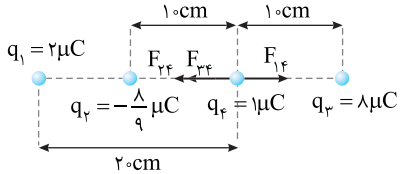
از این‌رو فاصلهٔ بار q_2 از بار q_3 نیز برابر ۳۰−۱۰=۲۰cm می‌شود.

حال برایند نیروهای وارد بر q_1 را صفر می‌گیریم، دقت کنید نیروی وارد بر q_1 که در خارج از فاصله دو بار q_3 و q_2 قرار گرفته است. صفر شده بنابراین بارهای q_2 و q_3 مختلف‌العلامت می‌باشند یعنی بار q_2 منفی است.

$$F_{21}=F_{31}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_1|}{10^2}=k\frac{|q_3||q_1|}{(30)^2}$$

$$\Rightarrow|q_2|=\frac{1}{9}|q_3|=\frac{8}{9}\mu C\Rightarrow q_2=-\frac{8}{9}\mu C$$

اکنون می‌توان نیروی وارد بر بار q_4 در نقطهٔ O را حساب کرد. با توجه به علامت بارها، بار q_3 بار q_4 را دفع می‌کند و نیروی F_{34} به سمت چپ است. بار q_1 بار q_4 را می‌راند و نیروی F_{14} به سمت راست است. بار q_2 بار q_4 را جذب می‌کند و نیروی F_{24} به سمت چپ است، بنابراین نیروی خالص وارد بر بار الکتریکی q_4 خواهد شد:



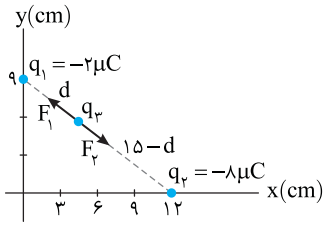
$$F_4=F_{24}+F_{34}-F_{14}=k\frac{q_2q_4}{(0/1)^2}+k\frac{q_3q_4}{(0/1)^2}-k\frac{q_1q_4}{(0/2)^2}$$

$$=9\times10^9\times\frac{10^{-12}}{(0/1)^2}[\frac{8}{9}\times1+8\times1-\frac{2\times1}{4}]=75/5\times10^{-1}\Rightarrow F_4=7/55N$$

B ۳ ۱۲۲۳

خط فکری مسئلهٔ ساده‌ای است. مکان دو بار را روی شکل نمایش دهید و فاصلهٔ بین دو بار را حساب کنید. دو بار q_1 و q_2، همنام هستند، بنابراین برای اینکه نیروی خالص الکتریکی وارد بر q_3، برابر صفر شود باید q_3 بین دو بار و نزدیک بار q_1 باشد. بار q_3 را در فاصلهٔ d از بار q_1 فرض کرده نیروی الکتریکی دو بار وارد بر q_3 را برابر قرار دهید.

۱) فاصلهٔ q_1 تا q_2 خواهد شد: $r=\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{81+144}\Rightarrow r=15cm$



۲) نیروها را برابر قرار می‌دهیم:

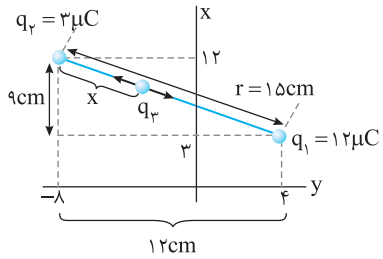
$$F_1=F_2\Rightarrow k\frac{|q_1|}{d^2}=k\frac{|q_2|}{(15-d)^2}\Rightarrow\frac{2}{d^2}=\frac{8}{(15-d)^2}\Rightarrow\frac{1}{d}=\frac{2}{15-d}$$

$$2d=15-d\Rightarrow 3d=15\Rightarrow d=5cm$$

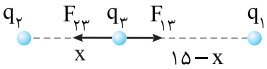
B ۳ ۱۲۲۴

خط فکری به ظاهر تست نگاه نکنید، در واقع مسئله این است که دو بار q_1 و q_2 بر بار q_3 نیرو وارد می‌کنند و نیروی خالص وارد بر q_3 صفر است. بنابراین بارهای q_1، q_2 و q_3 روی یک خط راست قرار دارند. دو بار q_1 و q_2 هم‌علامت‌اند پس باید بار q_3 بین این دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر یعنی q_2 باشد تا برایند نیروهای وارد بر q_3 صفر شود. ابتدا فاصلهٔ بین q_1 و q_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$r=\sqrt{12^2+9^2}=3\sqrt{3^2+4^2}=3\times5=15cm$$



برای آن‌که مسئله را راحت بفهمیم شکل را به صورت زیر رسم می‌کنیم.



برایند نیروهای وارد بر q_3 صفر است پس باید اندازهٔ نیروهایی که q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌کنند هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

$$F_{23}=F_{13}\Rightarrow k\frac{q_2q_3}{(x)^2}=k\frac{q_1q_3}{(15-x)^2} \xrightarrow{k\text{ و }q_3\text{ را از دو طرف ساده می‌کنیم}}$$

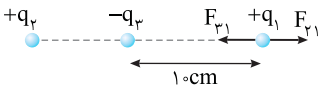
$$\frac{3}{x^2}=\frac{12}{(15-x)^2}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{2}{15-x}\Rightarrow15-x=2x\Rightarrow x=5cm$$

بنابراین بار q_3 در فاصلهٔ 5cm بار q_2 و در فاصلهٔ ۱۰cm بار q_1 قرار دارد. با توجه به فرض مسئله که نیروی خالص وارد بر هر ذره صفر است باید نیروهایی که بارهای q_2 و q_3 بر بار q_1 وارد می‌کنند برابر و خلاف جهت هم باشند تا یکدیگر را خنثی کنند. از این‌رو بار q_3 باید منفی باشد تا بار q_1+ را برباید. با برابر قرار دادن اندازهٔ

نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 از طرف بارهای q_2 و q_3، بار q_3 را به‌دست می‌آوریم.

$$F_{31}=F_{21}\Rightarrow k\frac{|q_3||q_1|}{(10\times10^{-2})^2}=k\frac{|q_2||q_1|}{(15\times10^{-2})^2}\Rightarrow\frac{|q_3|}{10^{+2}}=\frac{3\times10^{-6}}{15^2}$$

$$\Rightarrow|q_3|=\frac{100}{75}\times10^{-6}C=\frac{4}{3}\mu C\Rightarrow q_3=-\frac{4}{3}\mu C$$



بازی با سؤال دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2=-9\mu C$ به ترتیب در مختصات $(0,0)$ و $(3,3)$ واقع شده‌اند. اگر در نقطهٔ $(1,1)$ برایند نیروهای وارد بر q' صفر شود، اندازهٔ q_1 برابر چند میکروکولن است؟

۱) $\frac{9}{4}$ ۲) $\frac{4}{9}$ ۳) ۴ ۴) ۳

گزینهٔ ۱

۱۲۲۵ A ۳

در قدم اول باید فاصلهٔ دو بار q_1 و q_2 را از بار q_3 حساب کنیم:

$$AB=AC=\sqrt{AH^2+HC^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}cm$$

نیرویی که بار q_1 بر بار q_3 وارد می‌کند برابر است با:

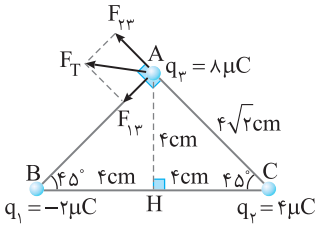
$$F_{13}=k\frac{q_1q_3}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times8\times10^{-6}}{32\times10^{-4}}=45N$$

نیرویی که بار q_2 بر بار q_3 وارد می‌کند برابر است با:

$$F_{23}=k\frac{q_2q_3}{r^2}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times8\times10^{-6}}{32\times10^{-4}}=90N$$

اکنون نیروی خالص وارد بر بار q_3 را به کمک قضیه فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:

$$F_T=\sqrt{(F_{13})^2+(F_{23})^2}\Rightarrow F_T=\sqrt{(45)^2+(90)^2}=45\sqrt{1+2^2}=45\sqrt{5}N$$



۱۲۲۶ B ۱

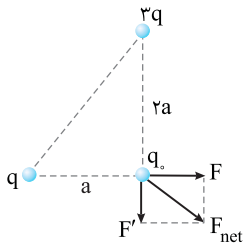
خط فکری دو ذرهٔ $3q$ و q در راستاهای عمود بر هم نسبت به q قرار دارند. پس در هر صورت نیرویی که این دو بار بر q_0 وارد می‌کنند بر هم عمود بوده و بزرگی نیروی خالص از رابطهٔ $\sqrt{F_1^2+F_2^2}$ به‌دست می‌آید.

نیرویی که بار q بر بار q_0 وارد می‌کند برابر است با:

$$F'=k\frac{qq_0}{a^2}(1)$$

نیرویی که بار $3q$ بر بار q_0 وارد می‌کند برابر است با:

$$F'=k\frac{3qq_0}{(2a)^2}=\frac{3}{4}k\frac{qq_0}{a^2}(2)$$



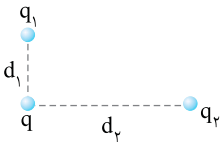
از رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که:

$$F'=\frac{3}{4}F\xrightarrow{F=80N}F'=\frac{3}{4}\times80=60N$$

اکنون به کمک رابطهٔ فیثاغورس نیروی خالص وارد بر q_0 را حساب می‌کنیم.

$$F_{net}=\sqrt{F^2+F'^2}=\sqrt{80^2+60^2}\Rightarrow F_{net}=100N$$

بازی با سؤال سه بار ذره‌ای مثبت مطابق شکل کنار یکدیگر قرار دارند، به گونه‌ای که $\frac{q_2}{q_1}=12$ و $\frac{d_2}{d_1}=4$ است. چنانچه نیروی وارد از طرف q_1 به q، F باشد، برایند نیرو الکتریکی وارد بر q چند F است؟

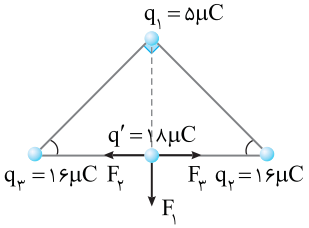


۱) ۴ ۲) $\frac{5}{4}$ ۳) $\sqrt{10}$ ۴) $\frac{3}{5}$

گزینهٔ ۲

۱۲۲۷ A ۱

دو بار q_2 و q_3 هر کدام $16\mu C$ هستند و در فاصلهٔ یکسان از بار q' قرار دارند و هر دو بار q' را دفع می‌کنند، بنابراین نیروهایی که بارهای q_2 و q_3 بر بار q' وارد می‌کنند، هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند و یکدیگر را خنثی می‌کنند و تنها نیروی وارد از طرف بار q_1 باقی می‌ماند.

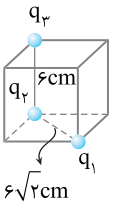


$$F_T=F_1=k\frac{q_1q'}{r^2}\Rightarrow F_T=9\times10^9\times\frac{5\times10^{-6}\times18\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2}\Rightarrow F_T=900N$$

۱۲۲۸ C ۱

دقت کنید که شکل مسئله سبب ترس شما از سؤال نشود این یک سؤال ساده است که در آن فاصلهٔ بار q_1 از بار q_2 برابر $6\sqrt{2}cm$ و فاصلهٔ بار q_3 از بار q_2 برابر $6cm$ است.

اندازهٔ نیروهای F_{12} و F_{32} را به‌دست می‌آوریم:

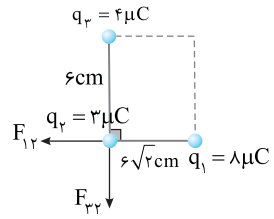


$$F_{12}=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}=\frac{9\times10^9\times8\times10^{-6}\times3\times10^{-6}}{72\times10^{-4}}=\frac{3\times10^{-3}}{10^{-4}}=30N$$

$$F_{32}=\frac{k|q_2||q_3|}{r^2}=\frac{9\times10^9\times3\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{36\times10^{-4}}=\frac{3\times10^{-3}}{10^{-4}}=30N$$

این دو نیرو بر هم عمودند:

$$F_2=\sqrt{F_{12}^2+F_{32}^2}=\sqrt{30^2+30^2}=30\sqrt{2}N$$



۱۲۲۹ B ۳

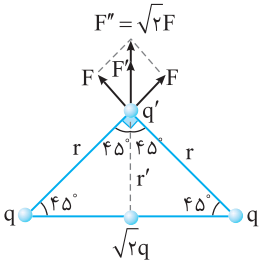
۱ فاصلهٔ بار $\sqrt{2}q$ تا q' را بر حسب r به کمک تعریف سینوس به دست می‌آوریم.

$$\sin\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}\Rightarrow\sin45^\circ=\frac{r'}{r}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{r'}{r}\Rightarrow r'=\frac{\sqrt{2}}{2}r$$

۲ نیروی بین بارهای q و q' برابر است با:

$$F=k\frac{|q||q'|}{r^2}(1)$$



۳ نیروی بین بارهای $\sqrt{۲}q$ و q' خواهد شد: $F'=k\frac{|\sqrt{۲}q||q'|}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲}r)^۲}=۲\sqrt{۲}k\frac{|q||q'|}{r^۲}$ (۲)

۴ با توجه به نیروی F و F' می‌توان نوشت: $F'=۲\sqrt{۲}F$

۵ نیروی وارد از طرف q بر بار q' برابر F است. بنابراین این دو نیرو با هم برابر بوده و برایند این نیروها دقیقاً بین آن‌ها قرار خواهد گرفت: $F''=\sqrt{F^۲+F^۲}\Rightarrow F''=\sqrt{۲}F$

این نیرو در امتداد نیمساز و رو به بالاست و با F' هم‌جهت است از این‌رو:

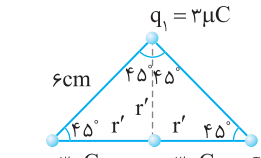
$F_{net}=F'+F''=۲\sqrt{۲}F+\sqrt{۲}F\Rightarrow F_{net}=۳\sqrt{۲}F$

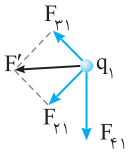
B ۱۲۳۰ ؟*

چون نسبت خواسته شده نیازی به تبدیل یکا نیست.

$r'=۶\times\sin۴۵^\circ=۳\sqrt{۲}cm$

برایند نیروهای وارد بر $q_۱$ را حساب می‌کنیم





$F_{۲۱}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۲۱}^۲}\Rightarrow F_{۲۱}=\frac{k\times۹}{۳۶}=\frac{k}{۴}$

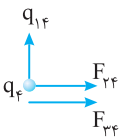
$F_{۳۱}=k\frac{|q_۳||q_۱|}{r_{۳۱}^۲}\Rightarrow F_{۳۱}=\frac{k\times۹}{۳۶}=\frac{k}{۴}$

$F_{۴۱}=k\frac{|q_۴||q_۱|}{r_{۴۱}^۲}\Rightarrow F_{۴۱}=\frac{k\times۹}{۱۸}=\frac{k}{۲}$

برایند $F_{۳۱}$ و $F_{۲۱}$ بر نیروی $F_{۴۱}$ عمود است: $F'=\sqrt{F_{۲۱}^۲+F_{۳۱}^۲}=\frac{k}{۴}\sqrt{۲}$

$F_{T_۱}=\sqrt{F'^۲+F_{۴۱}^۲}=\frac{k}{۲}\sqrt{(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲+۱^۲}=\frac{k}{۲}\sqrt{\frac{۳}{۲}}$

برایند نیروهای وارد بر $q_۴$ را حساب می‌کنیم:

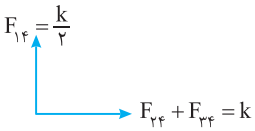


$F_{۱۴}=F_{۴۱}=\frac{k}{۲}$

$F_{۲۴}=k\frac{|q_۲||q_۴|}{r_{۲۴}^۲}=\frac{۹k}{۱۸}=\frac{k}{۲}$

$F_{۳۴}=k\frac{|q_۳||q_۴|}{r_{۳۴}^۲}=\frac{۹k}{۱۸}=\frac{k}{۲}$

نیروهای $F_{۲۴}$ و $F_{۳۴}$ هم‌جهت بوده و برایند آن‌ها بر $F_{۱۴}$ عمود است:



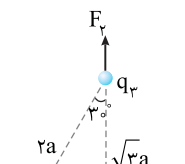
$F_{۲۴}+F_{۳۴}=k$

$F_{T_۴}=\sqrt{(\frac{k}{۲})^۲+k^۲}=k\sqrt{(\frac{۱}{۲})^۲+۱}\Rightarrow F_{T_۴}=k\sqrt{\frac{۵}{۴}}$

$\frac{F_{T_۱}}{F_{T_۴}}=\frac{\frac{k}{۲}\sqrt{\frac{۳}{۲}}}{k\sqrt{\frac{۵}{۴}}}=\frac{۱}{۲}(\sqrt{\frac{۱۲}{۱۰}})=\sqrt{\frac{۳}{۱۰}}=\frac{\sqrt{۳۰}}{۱۰}$

B ۱۲۳۱ ۱

خط فکری ابتدا باید با توجه به زاویه‌های داده شده برای مثلث قائم‌الزاویه می‌توان طول ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه را به‌دست آورد. اگر فاصلهٔ بار $q_۲$ از بار $q_۱$ را a بگیریم با توجه به اینکه ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است پس فاصلهٔ بار $q_۱$ تا بار $q_۳$ برابر $۲a$ است و ضلع روبه‌روی زاویهٔ ۶۰°، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتر بوده و فاصلهٔ بین $q_۲$ تا $q_۳$، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۲a=\sqrt{۳}a$ است. اکنون نیروهایی که $q_۱$ بر $q_۲$ و $q_۲$ بر $q_۳$ وارد می‌کند را حساب می‌کنیم و با توجه به فرض مسئله $(F_۱=F_۲)$ آن‌ها را برابر قرار می‌دهیم.



$\begin{cases}F_۱=k\frac{|q_۱||q_۲|}{a^۲}\xrightarrow{q_۱=q_۲}F_۱=k\frac{|q_۱||q_۱|}{a^۲}\\F_۲=k\frac{|q_۲||q_۳|}{(\sqrt{۳}a)^۲}\xrightarrow{q_۱=q_۲}F_۲=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۳a^۲}\end{cases}$

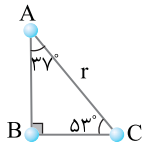
$\Rightarrow F_۱=F_۲\Rightarrow k\frac{q_۱^۲}{a^۲}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۳a^۲}\Rightarrow|q_۳|=۳|q_۱|$

حال نیرویی را که $q_۱$ به $q_۳$ وارد می‌کند حساب می‌کنیم و مقدار آن را برحسب $F_۱$ به‌دست می‌آوریم.

$F'=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(۲a)^۲}\Rightarrow F'=k\frac{|q_۱|\times|۳q_۱|}{۴a^۲}\Rightarrow F'=\frac{۳}{۴}k\frac{q_۱^۲}{a^۲}\xrightarrow{F_۱=k\frac{q_۱^۲}{a^۲}}F'=\frac{۳}{۴}F_۱$

B ۱۲۳۲ ۴

۱ ابتدا به کمک نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، طول ضلع AB و BC را بر حسب r به‌دست می‌آوریم:

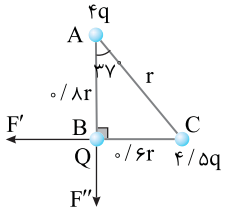


$\sin۳۷^\circ=\frac{BC}{r}\Rightarrow BC=۰/۶r$

$\cos۳۷^\circ=\frac{AB}{r}\Rightarrow AB=۰/۸r$

۲ با توجه به سؤال می‌توان نوشت: $F=k\frac{qQ}{r^۲}\xrightarrow{F=۱۰۰N}۱۰۰=k\frac{qQ}{r^۲}$

۳ حال نیرویی که بار $۴/۵q$ و بار $۴q$ به بار Q وارد می‌کنند را حساب می‌کنیم:



$F'=k\frac{۴/۵q\times Q}{۰/۳۶r^۲}=\frac{۴/۵}{۰/۳۶}k\frac{qQ}{r^۲}=۱۲/۵k\frac{qQ}{r^۲}$

$F'=۱۲/۵\times۱۰۰=۱۲۵۰N$

$F''=k\frac{۴q\times Q}{۰/۶۴r^۲}=\frac{۴}{۰/۶۴}k\frac{qQ}{r^۲}=۶/۲۵k\frac{qQ}{r^۲}$

$F''=۶/۲۵\times۱۰۰=۶۲۵N$

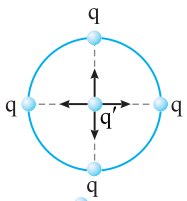
نیروی خالص وارد بر بار Q برابر است با:

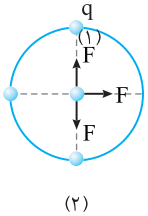
$F_T=\sqrt{F'^۲+F''^۲}$

$F_T=\sqrt{(۱۲۵۰)^۲+(۶۲۵)^۲}=۶۲۵\sqrt{۲^۲+۱}\Rightarrow F_T=۶۲۵\sqrt{۵}N$

B ۱۲۳۳ ۳

حالت اول: نیروهای وارد بر بار q' توسط هر یک از بارهای q را رسم می‌کنیم (شکل (۱))، تمام بارها یکسان و فاصلهٔ آن‌ها از بار q' برابر r است، بنابراین اندازهٔ نیروها با هم برابر است و دوبه‌دو یکدیگر را خنثی می‌کنند و نیروی برایند در حالت اول صفر است. $(F_T=۰)$





(۲)

حالت دوم: با حذف یکی از بارهای q، نیرویی که این‌بار به q' وارد می‌کند حذف می‌شود. (شکل (۲)) در این حالت از سه نیروی باقیمانده، دو نیرو همدیگر را خنثی می‌کنند و تنها یک نیرو باقی می‌ماند که مقدار آن خواهد شد.

$F_T'=F=k\frac{qq'}{r^۲}$

بنابراین نیروی برایند به اندازهٔ $k\frac{qq'}{r^۲}$ افزایش می‌یابد.

میانبر هرگاه برایند n بردار صفر شود، با حذف یکی از بردارها، برایند $n-۱$ بردار باقی مانده همواره برابر بزرگی بردار حذف شده و خلاف جهت آن است.

*- پاسخ صحیح در گزینه‌ها وجود ندارد.

A ۱۲۳۴ ۱

آرایش بارها را رسم می‌کنیم، با توجه به شکل بار q_2 در مقابل بار q_4 قرار دارد (نیروهای وارد بر q_2 را در شکل رسم کرده‌ایم.)

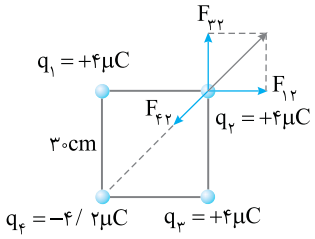
برایند نیروهای F_{12} و F_{32}، در راستای قطر مربع قرار دارد و جهت آن در خلاف جهت نیروی F_{42} است.

$$F_{12}=F_{32}=9\times10^9\times\frac{16\times10^{-12}}{9\times10^{-2}}=1/6N$$

اندازه نیروها را حساب می‌کنیم.

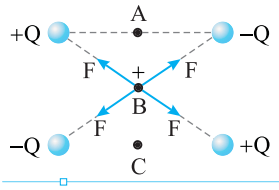
$$F_{42}=9\times10^9\times\frac{4/2\times4\times10^{-12}}{9\times10^{-2}\times2}=0/84N$$

$$F_T=\sqrt{2}\times1/6-0/84=2/24-0/84=1/4N$$



A ۱۲۳۵ ۲

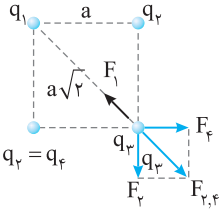
با توجه به نیروهای وارد بر بار مثبت در نقاط A، B و C در نقطهٔ B برایند نیروهای وارد بر بار صفر است.



B ۱۲۳۶ ۴

برای آنکه نیروی خالص وارد بر بار q_3 صفر شود باید نیرویی که بارهای q_2 و q_4 بر q_3 وارد می‌کنند برابر باشد و برایند نیروی این دو بار مطابق شکل درامتداد قطر مربع قرار گیرد و توسط نیروی q_1 خنثی شود.

از طرفی باید بارهای q_1 و q_2 ناهمنام باشند تا نیروی برایند $F_{2,4}$ و F_1 مطابق شکل در خلاف جهت هم باشند.

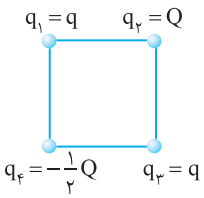


$$F_2=F_4=F, F_{2,4}=\sqrt{2}F$$

$$F_1=F_{2,4}\Rightarrow F_1=\sqrt{2}F$$

$$k\frac{|q_1||q_3|}{(a\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}\frac{k|q_2||q_3|}{a^2}\Rightarrow\frac{|q_2|}{|q_1|}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}\Rightarrow\frac{q_2}{q_1}=\frac{-\sqrt{2}}{4}$$

بازی با سوال چهار ذرهٔ باردار در رأس‌های یک مربع قرار دارند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار q_2 صفر است. $\frac{Q}{q}$ کدام است؟

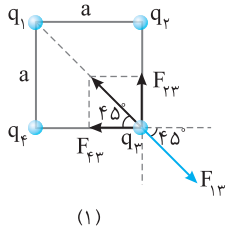


۱) $2\sqrt{2}$ ۲) $4\sqrt{2}$
۳) $-2\sqrt{2}$ ۴) $-4\sqrt{2}$

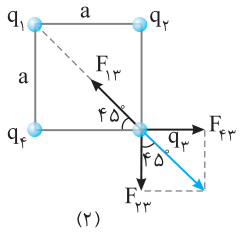
گزینه ۲

B ۱۲۳۷ ۲

خط فکری به بار q_3 از طرف سه بار q_1 و q_2 و q_4 به‌ترتیب نیروهای الکتریکی F_{13} و F_{23} و F_{43} وارد می‌شود که نیروهای وارد از طرف بارهای q_2 و q_4 بر بار q_3 برهم عمودند و نیروی وارد از طرف q_1 (F_{13}) در راستای قطر قرار دارد. برای اینکه برایند نیروهای وارد بر q_3 صفر شود باید برایند دو نیروی عمود برهم F_{23} و F_{43} هم‌اندازه و خلاف جهت نیرویی باشد که q_1 به q_3 (F_{13}) وارد می‌کند. در واقع شکل نیروها باید یکی از حالت‌های زیر باشد:



(۱)



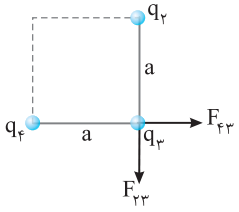
(۲)

دقت کنید که برایند F_{43} و F_{23} دقیقاً خلاف جهت با F_{13} است و چون در راستای قطر مربع است، یعنی با محور افقی و قائم زاویهٔ 45° می‌سازد پس باید نیروهای F_{43} و F_{23} هم‌اندازه باشند تا برایند آن‌ها دقیقاً وسط این دو بردار عمود برهم قرار گیرد یعنی در امتداد قطر مربع بوده و با محور افقی و قائم زاویهٔ 45° بسازد. از طرفی هر دو بار q_2 و q_4 بار q_3 را یا باهم جذب می‌کنند (شکل (۱)) و یا دفع می‌کنند (شکل (۲)) بنابراین باید q_2 و q_4 همنام باشند.

$$F_{23}=F_{43}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_3|}{a^2}=k\frac{|q_4||q_3|}{a^2}\Rightarrow|q_2|=|q_4|\Rightarrow q_2=q_4$$

با توجه به شکل (۱) اگر نیروهای F_{43} و F_{23} ربایشی باشند، نیروی F_{13} رانشی است و در شکل (۲) برعکس شده پس نوع نیروی F_{13} با دو نیروی دیگر متفاوت است و علامت بار q_1 با q_2 و q_4 مختلف است بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست‌اند.

همچنین با توجه به خط فکری باید برایند F_{43} و F_{23} برابر F_{13} باشد:



$$\begin{cases}F_{23}=k\dfrac{|q_2||q_3|}{a^2}\\ F_{43}=k\dfrac{|q_4||q_3|}{a^2}\end{cases}\xrightarrow[q_2=q_4]{\text{دو بردار برهم عمودند}}F=\sqrt{F_{23}^2+F_{43}^2}$$

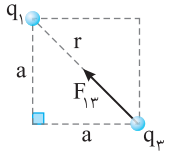
نکته برایند دو بردار هم‌اندازه و عمود برهم R برابر است با:

$$R_T=\sqrt{R^2+R^2}=R\sqrt{2}$$

در این سؤال نیز F_{23} و F_{43} باهم برابرند، پس:

$$F=k\frac{|q_2||q_3|}{a^2}\sqrt{2}$$

این نیرو باید با F_{13} برابر باشد:



فیثاغورس: $r=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$

قانون کولن: $F_{13}=k\frac{|q_1||q_3|}{(a\sqrt{2})^2}=k\frac{|q_1||q_3|}{2a^2}$

$$F=F_{13}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_3|}{a^2}\sqrt{2}=k\frac{|q_1||q_3|}{2a^2}$$

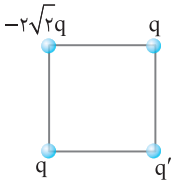
$$\Rightarrow2\sqrt{2}|q_2|=|q_1|\Rightarrow|q_2|=\frac{1}{2\sqrt{2}}|q_1|$$

مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$|q_2|=\frac{1}{2\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}|q_1|\Rightarrow|q_2|=\frac{\sqrt{2}}{4}|q_1|$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

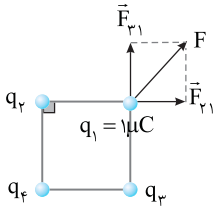
میانبر هر گاه بخواهیم برایند نیروهای وارد بر یک رأس مربع صفر شود باید دو بار مجاور آن رأس هم‌اندازه و همنام باشند و بار روی رأس روبه‌روی آن $-2\sqrt{2}$ برابر بار رأس‌های مجاور باشد.



C ۱۲۳۸ ۴

بزرگی نیروی خالص و جهت آن از طرف دو بار $q_۲$ و $q_۳$ برابر است با:

$$\vec{F}=\sqrt{۱۰^۲+۱۰^۲}=۱۰\sqrt{۲}N$$



برای آن که نیروهای وارد بر $q_۱$ متوازن باشند باید نیرویی که $q_۴$ بر $q_۱$ وارد می‌کند برابر $۱۰\sqrt{۲}N$ و در خلاف جهت F باشد، بنابراین باید بار $q_۴$ منفی بوده و $q_۱$ را جذب کند.

اندازهٔ فاصلهٔ $q_۱$ و $q_۴$ برابر است با:

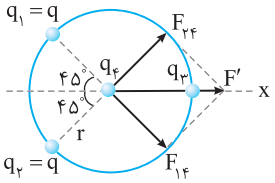
$$r^۲=۳^۲+۳^۲\Rightarrow r=۳\sqrt{۲}cm$$

$$F_{۴۱}=k\frac{|q_۴||q_۱|}{r^۲}\Rightarrow ۱۰\sqrt{۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۴|\times۱۰^{-۶}}{۱۸\times۱۰^{-۴}}$$

$$|q_۴|=۲۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۷}\Rightarrow q_۴=-۲\sqrt{۲}\mu C$$

B ۱۲۳۹ ۳

خط فکری هر گاه برایند نیروهای وارد بر یک بار صفر شود، علامت و مقدار آن بار در حل مسئله نقشی نخواهد داشت. به حل مسئله دقت کنید. خواهید دید که بار $q_۴$ از محاسبات حذف می‌شود.



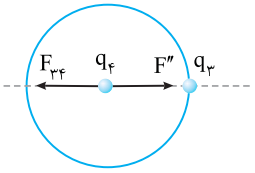
نیروها را رسم کنید و به تحلیل مسئله بپردازید. بار $q_۴$ را مثبت فرض می‌کنیم و نیروهای وارد بر آن را از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ رسم کرده و اندازه این دو نیرو را حساب می‌کنیم. بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها از $q_۴$ یکسان است، بنابراین نیروی این دو بار برابر است، مقدار این نیرو را حساب می‌کنیم.

$$F_{۲۴}=F_{۱۴}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$$

برایند دو نیروی هم‌اندازه روی نیمساز آن دو نیرو قرار می‌گیرد، یعنی برایند $F_{۱۴}$ و $F_{۲۴}$ روی محور xها می‌افتد و مقدار آن خواهد شد.

$$F'=\sqrt{F_{۲۴}^۲+F_{۱۴}^۲}\Rightarrow F'=\sqrt{۲}k\frac{|q||q_۴|}{r^۲}$$

برای آنکه نیروی خالص وارد بر $q_۴$ صفر شود، باید نیروی $F_{۳۴}$ هم‌اندازه و در خلاف F' باشد، یعنی $q_۳$ باید $q_۴$ را دفع کند بنابراین $q_۳$ و $q_۴$ همنام بوده یعنی $q_۳$ مثبت است حال می‌نویسیم

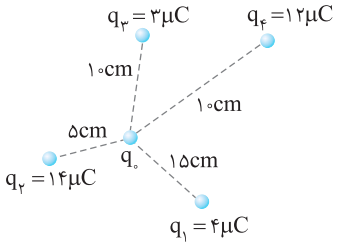


$$F_{۳۴}=F'\Rightarrow k\frac{|q_۳||q_۴|}{r^۲}=\sqrt{۲}k\frac{|q||q_۴|}{r^۲}\Rightarrow\frac{q_۳}{q_۲}=\frac{q_۳}{q}=\sqrt{۲}$$

B ۱۲۴۰ ۲

یادداشت ریاضی هر گاه برایند چهار بردار صفر شود. برایند هر سه بردار دلخواه از آن‌ها هم‌اندازه و در خلاف جهت بردار چهارم است.

$$\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳+\vec{F}_۴=۰\Rightarrow\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=-\vec{F}_۴\ \text{یا}\ \vec{F}_۱+\vec{F}_۳+\vec{F}_۴=-\vec{F}_۲$$

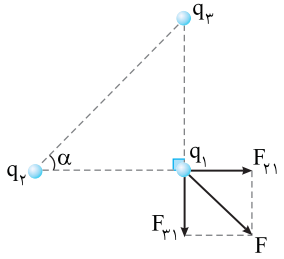


در این مسئله بر بار $q_۰$ از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ و $q_۳$ و $q_۴$ چهار نیرو وارد می‌شود که برایند آن‌ها صفر است. بنابراین اندازهٔ برایند سه نیروی $F_۱$ و $F_۲$ و $F_۳$ با نیروی $F_۴$ برابر است. با حذف $F_۴$، سه نیروی $F_۱$ و $F_۲$ و $F_۳$ باقی می‌ماند که برایند آن‌ها هم‌اندازه $F_۴$ است بنابراین کافی $F_۴$ را بنا به قانون کولن حساب کنید.

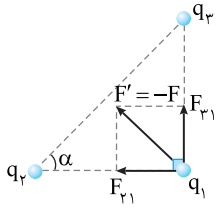
$$F_۴=k\frac{|q_۴||q_۰|}{d_۴^۲}\Rightarrow F_۴=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۲\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{(۰/۱)^۲}=۱۰۸\times۱۰^{-۱}=۱۰/۸N$$

A ۱۲۴۱ ۲

فرض کنیم هر سه بار الکتریکی مثبت هستند. نیروهای وارد بر $q_۱$ را رسم می‌کنیم. هر دو بار الکتریکی $q_۲$ و $q_۳$ بار $q_۱$ را می‌رانند (دفع می‌کنند).



حال اگر علامت هر دو بار $q_۲$ و $q_۳$ تغییر کند، اما مقدار این بارها ثابت باشد، در این صورت هر دو بار $q_۲$ و $q_۳$ بار الکتریکی $q_۱$ را می‌ربایند. بدون آنکه اندازهٔ نیروها تغییر کند. بنابراین نیروی خالص وارد بر $q_۱$ مطابق شکل اندازهٔ F است و تنها جهت آن وارون شود.



نکته در هر حالت دیگری نیز با قرینه شدن علامت بارها تنها جهت نیروها چرخیده و بزرگی آن‌ها تغییر نمی‌کند و همواره جواب این تست گزینهٔ (۲) یعنی $-\vec{F}$ خواهد بود.

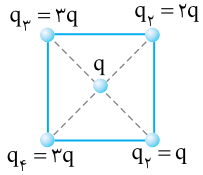
B ۱۲۴۲ ۴

یادداشت ریاضی اگر هر بردار را n برابر کنیم، برایند آن‌ها نیز n برابر می‌شود:

$$\vec{F}_{کل}=\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳+\cdots$$

$$\vec{F}'_{کل}=n\vec{F}_۱+n\vec{F}_۲+n\vec{F}_۳+\cdots=n(\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳+\cdots)\Rightarrow\vec{F}'_{کل}=n\vec{F}_{کل}$$

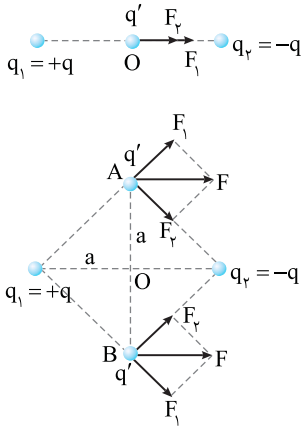
اکنون به سراغ حل مسئله برویم. بر بار q چهار نیرو وارد می‌شود. بنابراین نیروی خالص وارد بر بار q برایند این چهار نیرو است.



فاصلهٔ هر بار از بار q، $a\sqrt{۲}$ بوده است که وقتی a، دو برابر شود $(۲a)$ این فاصله هم برابر می‌شود و طبق قانون کولن $F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}$ نیروی هر بار $\frac{۱}{۴}$ حالت اول می‌شود، بنابراین نیروی خالص وارد بر بار q، $\frac{۱}{۴}$ نیروی خالص اولیه می‌شود.

B ۱۲۴۳ ۱

ابتدا نیروی وارد بر بار q' در نقطهٔ O وسط پاره‌خط بین دو بار را بررسی می‌کنیم. در نقطهٔ O نیرویی که هر بار بر بار q' وارد می‌کند از بقیهٔ نقاط مسیر AB بیشتر است زیرا فاصلهٔ بارها در این حالت کمترین مقدار است و از طرفی نیرویی که هر یک از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ بر بار q' در نقطهٔ O وارد می‌کنند هم‌جهت بوده و نیروها با



هم جمع می‌شود. بنابراین مطابق شکل وقتی از نقطهٔ A به سوی نقطهٔ O می‌رویم، نیروی خالص افزایش یافته تا به بیشینه مقدار خود برسد و وقتی که از نقطهٔ O به نقطهٔ B می‌رویم نیروی خالص وارد بر q' کاهش می‌یابد. نیروی خالص در نقطهٔ A را رسم می‌کنیم. در تمام نقاط بین A تا B نیروی خالص به همین صورت و به سمت راست است. بنابراین از A تا B جهت نیروی خالص تغییر نمی‌کند.

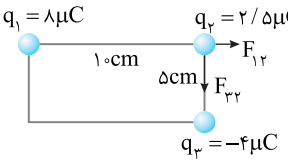
A ۱۲۴۴ ۲

نیروهای $F_{۱۲}$ و $F_{۳۲}$ را حساب می‌کنیم.

$$F=k\frac{|q||q'|}{r^۲}\Rightarrow\begin{cases}F_{۱۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۸\times۱۰^{-۶}\times۲/۵\times۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۲}}\Rightarrow F_{۱۲}=۱۸\text{N}\\ F_{۳۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۲/۵\times۱۰^{-۶}}{۲۵\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow F_{۳۲}=۳۶\text{N}\end{cases}$$

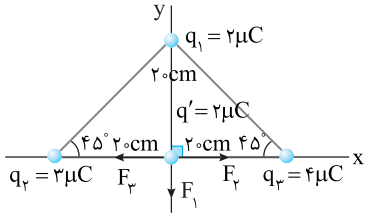
با توجه به جهت نیروها:

$$\vec{F}_۲=۱۸\vec{i}-۳۶\vec{j}$$



A ۱۲۴۵ ۱

خط فکری گزینه‌های تست برحسب بردارهای یکه $\vec{i}$ و $\vec{j}$ است، بنابراین کافی است نیروهای وارد بر q' را در امتداد محورها به دست آورید، سپس برایند نیروها را روی هر محور جداگانه به‌دست آورید، تا نیروی خالص را برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بنویسید. بنا بر قانون کولن نیرویی را که هر بار بر بار q' وارد می‌کند به‌دست می‌آوریم.



$$F=k\frac{qq'}{r^۲}\Rightarrow\begin{cases}\text{نیروی } q_۱ \text{ بر } q'\text{: دافعه } F_۱=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۴\times۱۰^{-۲}}=۰/۹\text{N}\\ \text{نیروی } q_۲ \text{ بر } q'\text{: دافعه } F_۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{۳\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۴\times۱۰^{-۲}}=۱/۳۵\text{N}\\ \text{نیروی } q_۳ \text{ بر } q'\text{: دافعه } F_۳=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۴\times۱۰^{-۲}}=۱/۸\text{N}\end{cases}$$

در این صورت بر طبق شکل نیروهای $F_۲$ و $F_۳$ روی محور xها بوده و در خلاف جهت هم هستند و اندازه برایند آن‌ها از تفاضل دو بردار به‌دست می‌آید.

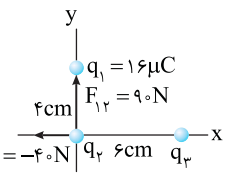
$$F_x=F_۳-F_۲=۱/۸-۱/۳۵=۰/۴۵\text{N}$$

نیروی $F_۱$ روی محور yها و در خلاف محور yهاست $F_y=۰/۹\text{N}$ بنابراین نیروی خالص وارد بر q' برابر است با:

$$\vec{F}_T=-۰/۴۵\vec{i}-۰/۹\vec{j}$$

B ۱۲۴۶ ۴

۱ نیروی F را روی شکل رسم می‌کنیم و مؤلفه‌های آن را روی محور x و y نشان می‌دهیم. $\vec{F}=-۴۰\vec{i}+۹۰\vec{j}$



یادآوری نیروی بین دو بار الکتریکی همواره در امتداد خط وصل کننده دو بار است.

۲ نیرویی که بار $q_۱$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند، نیروی ربایشی (جاذبه) است و مقدار آن ۹۰N است. بنابراین بارهای $q_۲$ و $q_۱$ ناهمنام‌اند از این رو $q_۲$ منفی است و مقدار آن خواهد شد.

$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow ۹۰=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۶\times۱۰^{-۶}\times|q_۲|}{(۴\times۱۰^{-۲})^۲}\Rightarrow ۹۰=\frac{۹\times۱۶\times۱۰^۳|q_۲|}{۱۶\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow|q_۲|=۱\times۱۰^{-۶}=۱\mu C\xrightarrow{q_۲\text{ منفی است}}q_۲=-۱\mu C$$

۳ نیرویی که بار $q_۳$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند رانشی (دافعه) است، بنابراین این دو بار همنام هستند و نسبت $\frac{q_۳}{q_۲}$ مثبت است. از طرفی اندازه نیروی $F_{۳۲}$ برابر ۴۰N است، بنابراین مقدار $q_۳$ را می‌توان حساب کرد.

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۳||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow ۴۰=۹\times۱۰^۹\frac{|q_۳|\times۱\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow|q_۳|=۱۶\mu C\xrightarrow{q_۳\text{ منفی است}}q_۳=-۱۶\mu C$$

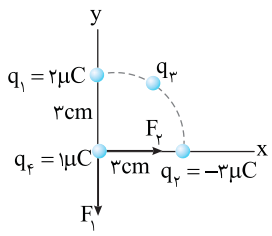
۴ نسبت $\frac{q_۳}{q_۲}$ خواهد شد.

$$\frac{q_۳}{q_۲}=\frac{-۱۶}{-۱}=۱۶$$

B ۱۲۴۷ ۲

خط فکری نیروی خالص وارد بر بار الکتریکی $q_۴$ را برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ در اختیار داریم $(\vec{F}=\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=۱۰\vec{i}+۱۰\vec{j})$. بنابراین کافی است نیرویی که بارهای $q_۱$ و $q_۲$ بر بار $q_۴$ وارد می‌کنند را به دست آورید و سپس، نیروی $F_۳$ را حساب کنید.

۱ نیرویی که بار $q_۱$ بر بار $q_۴$ وارد می‌کند دافعه (رانشی) است و نیروی $F_۱$ در خلاف جهت محور yها است و مقدار آن خواهد شد.



$$F_۱=k\frac{|q_۱||q_۴|}{r^۲}$$

$$\Rightarrow F_۱=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow F_۱=۲۰\text{N}\Rightarrow\vec{F}_۱=-۲۰\vec{j}$$

۲ نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۴$ وارد می‌کند جاذبه (ربایشی) است، زیرا دو بار ناهمنام هستند. بنابراین نیروی $F_۲$ در جهت محور xهاست و مقدار آن برابر است با:

$$F_۲=k\frac{|q_۲||q_۴|}{r^۲}\Rightarrow F_۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{۳\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow F_۲=۳۰\text{N}\Rightarrow\vec{F}_۲=+۳۰\vec{i}$$

۳ اکنون می‌توان بردار نیروی $\vec{F}_۳$ را به‌دست آورد:

$$\vec{F}=\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳$$

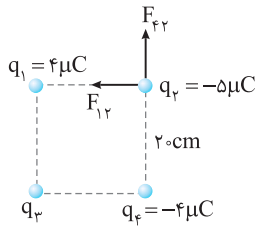
$$\Rightarrow۱۰\vec{i}+۱۰\vec{j}=-۲۰\vec{j}+۳۰\vec{i}+\vec{F}_۳\Rightarrow\vec{F}_۳=-۲۰\vec{i}+۳۰\vec{j}$$

۴ بزرگی نیروی $F_۳$ خواهد شد.

$$F_۳=\sqrt{F_{۳x}^۲+F_{۳y}^۲}\Rightarrow F_۳=\sqrt{۲۰^۲+۳۰^۲}\Rightarrow F_۳=۱۰\sqrt{۱۳}\text{N}$$

B ۱۲۴۸ ۴

روش اول: ابتدا نیروهایی را که بارهای $q_۱$ و $q_۴$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کنند رسم کرده و اندازهٔ آن‌ها را به دست می‌آوریم. البته حواسمان هست که چون بارهای $q_۱$ و $q_۴$ هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها تا بار $q_۲$ برابر است، $F_{۱۲}$ با $F_{۴۲}$ برابر است.



$$F_{۴۲}=F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^{-۶}}{۴۰۰\times۱۰^{-۴}}=۴/۵\text{N}$$

برایند نیروهای $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۴۲}$ را با توجه به جهت و اندازه‌های آن برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ به‌صورت روبه‌رو می‌نویسیم:

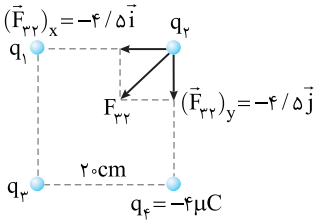
$$\vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۴۲}=-۴/۵\vec{i}+۴/۵\vec{j}$$

با توجه به صورت مسئله نیروی خالص وارد بر $q_۲$ برابر $-۹\vec{i}$ است. بنابراین:

$$\vec{F}=\vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۴۲}+\vec{F}_{۳۲}\xrightarrow{\vec{F}=-۹\vec{i}}\vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۴۲}=-۴/۵\vec{i}-۴/۵\vec{j}$$

$$-۹\vec{i}=-۴/۵\vec{i}+۴/۵\vec{j}+\vec{F}_{۳۲}\Rightarrow\vec{F}_{۳۲}=-۴/۵\vec{i}-۴/۵\vec{j}$$

بنابراین نیرویی که q_3 به q_2 وارد می‌کند مطابق شکل زیر است.



۱ نیروی $\vec{F}_{32}$ ربایشی است پس بارهای q_2 و q_3 ناهمنام بوده و q_3 مثبت است.

۲ اندازهٔ نیروی $\vec{F}_{32}$ برابر است با:

$$F_{32}=\sqrt{(F_{32})_x^2+(F_{32})_y^2}=4/5\sqrt{2}N$$

$$F_{32}=k\frac{|q_3||q_2|}{r_{32}^2}\xrightarrow[r_{23}=\sqrt{20^2+20^2}=20\sqrt{2}cm]{\text{فاصله }q_2\text{ و }q_3\text{ برابر قطر مربع}}$$

$$4/5\sqrt{2}=9\times10^9\times\frac{q_3\times5\times10^{-6}}{800\times10^{-4}}\Rightarrow q_3=8\sqrt{2}\times10^{-6}C=8\sqrt{2}\mu C$$

روش دوم: البته با کمی فکر کردن نیز می‌توانیم بردار $\vec{F}_{32}$ را به دست آوریم.

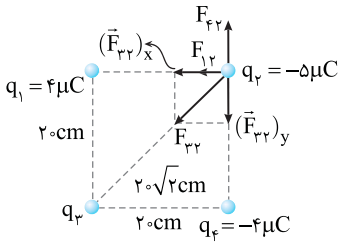
نیروی برایند $\vec{F}=-9\vec{i}$ مؤلفه قائم ندارد. بنابراین مؤلفه قائم نیرویی که بار q_3 بر بار q_2 وارد می‌کند باید هم‌اندازهٔ نیرویی باشد که بار q_4 بر بار q_2 وارد می‌کند.

$$F_{(32)y}=F_{42}=4/5N$$

نیرویی که بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کند ربایشی و مقدار آن $4/5N$ و در خلاف جهت محور xهاست، یعنی $\vec{F}_{12}=-4/5\vec{i}$ بنابراین مؤلفهٔ x نیرویی که q_3 بر q_2 وارد می‌کند نیز باید برابر $\vec{F}_{(32)x}=-4/5\vec{i}$ باشد، در نتیجه:

$$\left.\begin{matrix}(F_{32})_y=F_{42}\Rightarrow(F_{32})_y=4/5N\\(F_{32})_x+F_{12}=9N\Rightarrow(F_{32})_x=4/5N\end{matrix}\right\}\Rightarrow F_{32}=\sqrt{4/5^2+4/5^2}=4/5\sqrt{2}N$$

با توجه به اینکه نیروی F_{32} نیروی ربایشی است پس q_2 و q_3 مختلف‌العلامت هستند و q_3 مثبت است. در ادامه مشابه قسمت قبل عمل می‌کنیم.



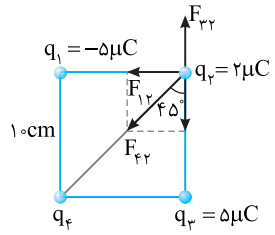
B ۱۲۴۹ ۴

۱ فاصلهٔ q_4 تا q_2 برابر قطر مربع است. $r_{24}=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}cm$

۲ نیرویی که بار q_1 و بار q_3 بر بار الکتریکی q_2 وارد می‌کنند هم‌اندازه است.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F_{12}=F_{32}=9\times10^9\times\frac{5\times2\times10^{-12}}{10^2\times10^{-4}}\Rightarrow F_{12}=F_{32}=9N$$

$$\Rightarrow\vec{F}_{12}=-9\vec{i},\quad \vec{F}_{32}=9\vec{j}$$



۳ بنا به فرض مسئله: $\vec{F}_{12}+\vec{F}_{32}+\vec{F}_{42}=-18\vec{i}\Rightarrow-9\vec{i}+9\vec{j}+\vec{F}_{42}=-18\vec{i}$

$$\vec{F}_{42}=-9\vec{i}-9\vec{j}\Rightarrow F_{42}=\sqrt{9^2+9^2}=9\sqrt{2}N$$

۴ با توجه به مؤلفه‌های نیرویی که بار q_4 بر بار q_2 وارد می‌کند، مشخص می‌شود بار q_4 منفی است. اکنون اندازهٔ q_4 را حساب می‌کنیم. بار q_4 بر بار q_2 نیروی جاذبه الکتریکی (ربایشی) وارد می‌کند.

$$F_{42}=k\frac{|q_2||q_4|}{r_{24}^2}\Rightarrow9\sqrt{2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times|q_4|}{(10\sqrt{2}\times10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow|q_4|=10\sqrt{2}\mu C\Rightarrow q_4=-10\sqrt{2}\mu C$$

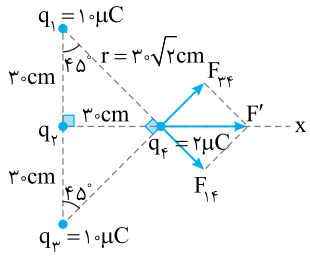
روش دیگر: نیروی خالص وارد بر بار الکتریکی q_2 روی محور xهاست و در جهت منفی محور است $\vec{F}=-18\vec{i}$. بنابراین نیروی F_{32} و مؤلفهٔ y نیروی F_{42} یکدیگر را خنثی کرده‌اند. از این‌رو:

$$F_{42y}=F_{32}\Rightarrow k\frac{|q_4||q_2|}{(10\sqrt{2})^2}\times\cos45^\circ=k\frac{|q_3||q_2|}{10^2}$$

$$|q_4|=2\sqrt{2}|q_3|=10\sqrt{2}\Rightarrow q_4=-10\sqrt{2}\mu C$$

B ۱۲۵۰ ۱

خط فکری نیروهای وارد بر بار q_4 توسط بارهای q_1 و q_3 را به‌دست بیاورید. این دو نیرو برابرند و برایند آن‌ها روی محور xها قرار می‌گیرد، پس دو نیرو را حساب کرده، برایند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم و با نیروی برایند $\vec{F}_T=[(\sqrt{2}-2)N]\vec{i}$ مقایسه می‌کنیم تا نیروی F_{24} مشخص شود.



۱ اندازه نیروهای F_{14} و F_{34} را حساب می‌کنیم. (فاصله بین q_1 و q_4 با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس خواهد شد: $r=30\sqrt{2}cm$)

$$F_{34}=F_{14}=k\frac{|q_1||q_4|}{r^2}\Rightarrow F_{34}=F_{14}=9\times10^9\times\frac{10\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{900\times2\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F_{34}=F_{14}=1N$$

۲ برایند این دو نیرو خواهد شد:

$$F'=\sqrt{F_{14}^2+F_{34}^2}=\sqrt{1^2+1^2}\Rightarrow F'=\sqrt{2}N\Rightarrow\vec{F}'=\sqrt{2}\vec{i}$$

۳ نیروی $\vec{F}_{24}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$F'_T=\vec{F}'+\vec{F}_{24}\Rightarrow(\sqrt{2}-2)\vec{i}=\sqrt{2}\vec{i}+\vec{F}_{24}\Rightarrow\vec{F}_{24}=-2\vec{i}$$

۴ نیروی وارد بر بار q_4 توسط q_2 ربایشی است، بنابراین q_2 دارای بار منفی است.

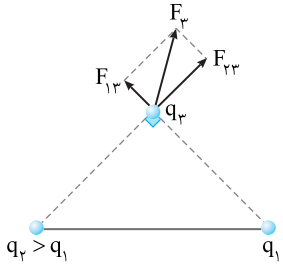
۵ مقدار q_2 را حساب می‌کنیم:

$$F_{24}=k\frac{|q_2||q_4|}{r^2}\Rightarrow2=9\times10^9\times\frac{|q_2|\times2\times10^{-6}}{900\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow|q_2|=10^{-5}C=10\mu C\Rightarrow q_2=-10\mu C$$

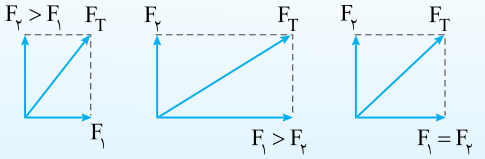
A ۱۲۵۱ ۴

بارها همه مثبت هستند و یکدیگر را دفع می‌کنند، بنابراین بارهای q_1 و q_2 هر دو بر بار الکتریکی q_3 نیروی رانشی وارد می‌کنند. البته نیرویی که بار q_2 بر بار q_3 وارد می‌کند بزرگتر از نیرویی است که بار q_1 بر بار q_3 وارد می‌کند. با رسم نیروهای F_{13} و F_{23} شکل نیروی خالص مطابق شکل روبرو است.

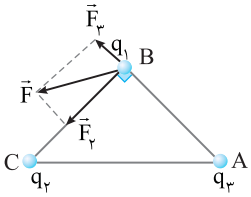


A ۱۲۵۲ ۱

یادداشت ریاضی در ابتدا یادآوری کنیم که برایند دو بردار که با هم زاویه می‌سازند، همواره بین آن دو قرار می‌گیرد و اگر دو بردار هم‌اندازه باشند، بردار برایند روی نیمساز آن دو بردار قرار می‌گیرد و اگر دو بردار هم‌اندازه نباشند، بردار برایند به بردار بزرگ‌تر نزدیک می‌شود. به شکل‌های زیر دقت کنید.



نیروی بین دو بار همواره روی خط وصل‌کننده دو بار است، یعنی نیرویی که بار q_3 بر بار q_1 وارد می‌کند (F_2)، روی امتداد خط AB و نیرویی که بار q_2 بر بار q_1 وارد می‌کند (F_1)، روی امتداد خط BC است، نیروی خالص F وارد بر q_1

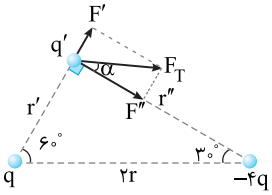


برایند دو نیروی F_1 و F_3 است بنابراین نیروی F را روی امتداد خط‌های AB و BC مطابق شکل تجزیه می‌کنیم. نیرویی که بار q_2 وارد می‌کند از نیرویی که بار q_3 وارد می‌کند بزرگ‌تر است $(F_2 > F_3)$. بنابراین مقدار بار q_2 از مقدار بار q_3 بیشتر است $|q_2| > |q_3|$ بار q_3 بار q_1 را می‌راند پس q_3 و q_1 همنام هستند. اما بار q_2 بار q_1 را می‌رباید بنابراین q_2 و q_1 همنام هستند.

B ۱۲۵۳ ۲

خط فکری در این سؤال مقدار بارهای q و $-4q$ و فاصلهٔ آن‌ها تا بار q' با هم متفاوت است. ابتدا بزرگی نیروهای وارد از طرف q و $-4q$ با یکدیگر مقایسه می‌کنیم.

برای این کار وتر مثلث را ۲r فرض می‌کنیم: $\sin ۳۰^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{وتر}} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{r'}{۲r'} \Rightarrow r' = r$



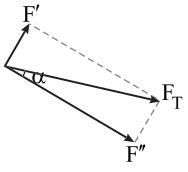
$\sin ۶۰^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{وتر}} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{r''}{۲r} \Rightarrow r'' = \sqrt{۳}r$

حال اندازهٔ نیروهای F' و F'' را حساب می‌کنیم:

$$F' = k\frac{qq'}{r'^2} \xrightarrow{r'=r} F' = k\frac{qq'}{r^2}\ ,\ F'' = k\frac{q'۴q}{r''^2} \xrightarrow{r''=\sqrt{۳}r} F'' = \frac{۴}{۳}k\frac{qq'}{r^2}$$

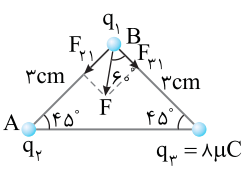
بنابراین F'' بزرگ‌تر از F' است و برایند نیروها به سمت نیروی F'' متمایل می‌شود:

(دقت کنید زاویه α از ۳۰° کمتر است و جهت $\vec{F}_T$ افقی نخواهد بود.)



B ۱۲۵۴ ۲

ابتدا دقت کنید این مثلث متساوی‌الساقین می‌باشد و زاویهٔ ساق آن ۴۵° است، بنابراین زاویهٔ رأس آن ۹۰° است و اضلاع AB و BC بر هم عمودند. نیروی F را بر دو امتداد AB و BC تجزیه می‌کنیم. با توجه به شکل:



$$\tan ۶۰^\circ = \frac{F_{۲۱}}{F_{۳۱}} \Rightarrow \sqrt{۳} = \frac{F_{۲۱}}{F_{۳۱}} \Rightarrow F_{۲۱} = \sqrt{۳}F_{۳۱}$$

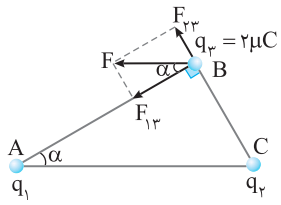
$$\Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = \sqrt{۳}\frac{k|q_1||q_3|}{r^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{r^2} = \sqrt{۳}\frac{|q_3|}{r^2}$$

$$\xrightarrow{q_3 = ۸\mu C} |q_2| = ۸\sqrt{۳}\mu C$$

با توجه به جهت نیروهای $F_{۳۱}$ و $F_{۲۱}$، این دو نیرو بار q_1 را به سوی خود کشیده‌اند. بار q_3 مثبت $(q_3 = ۸\mu C)$ است، بنابراین بار q_2 نیز مثبت است. $q_2 = ۸\sqrt{۳}\mu C$

B ۱۲۵۵ ۴

خط فکری در سؤالاتی مانند شکل زیر که امتداد نیروها بر هم عمودند و جهت نیروی برایند مشخص شده است، باید با استفاده از تجزیه بردار برایند و استفاده از روابط مثلثاتی سؤال را حل کنیم (اخیراً از این مدل تست زیاد استفاده می‌شود.). روابط زیر را می‌توانید در حل اینگونه مسائل بکار ببرید.

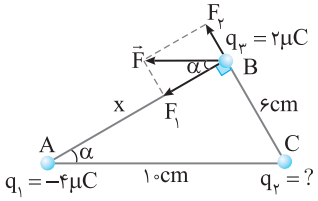


$$\tan\alpha = \frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}\ ,\ \sin\alpha = \frac{F_{۲۳}}{F}\ ,\ \cos\alpha = \frac{F_{۱۳}}{F}$$

البته در مثلث ABC نیز این روابط را برای اضلاع مثلث می‌توانید بنویسید.

$$\tan\alpha = \frac{BC}{AB},\quad \sin\alpha = \frac{BC}{AC},\quad \cos\alpha = \frac{AB}{AC}$$

۱ ابتدا فاصلهٔ بار q_1 از q_3 را به کمک رابطه فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:



$$AC^۲ = AB^۲ + BC^۲$$
$$\Rightarrow ۱۰^۲ = x^۲ + ۶^۲$$
$$\Rightarrow x = ۸cm \Rightarrow AB = ۸cm$$

۲ بارهای q_1 و q_3 ناهمنام هستند و q_1 بر بار q_3 نیروی رباینی (جاذبه) وارد می‌کند و این نیرو روی ضلع AB و به سوی q_1 است.

۳ نیروی F را روی امتداد اضلاع AB و BC تجزیه می‌کنیم. نیروی F_2 که در امتداد BC است، نیروی دافعه‌ای است که از سوی بار q_2 بر بار q_3 وارد شده است، بنابراین q_2 و q_3 همنام هستند و بار q_2 مثبت است.

۴ اگر زاویهٔ بین بردار F و بردار F_1 را α بنامیم، با توجه به شکل در مثلث ABC داریم:

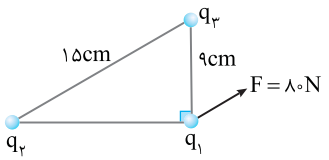
$$\tan\alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{۶}{۸} = \frac{۳}{۴}$$

۵ اکنون تانژانت α را برای نیروها نوشته از قانون کولن در آن جای‌گذاری کرده و q_2 را حساب می‌کنیم.

$$\tan\alpha = \frac{F_۲}{F_۱} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{k\frac{q_2 \times q_3}{۶^۲}}{k\frac{q_1 \times q_3}{۸^۲}} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{۶۴}{۳۶} \times \frac{q_2}{۴} \Rightarrow q_2 = \frac{۲۷}{۱۶}\mu C$$

بازی با سؤال **سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در جای خود ثابت شده‌اند. برایند نیروهایی که بارهای q_2 و q_3 بر بار q_1 وارد می‌کنند، بردار F، موازی با قاعده مثلث رسم شده است. نیرویی که بار q_2 بر بار q_1 وارد می‌کند، چند نیوتون است؟** $\left(k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$

آزمون مدارس برتر



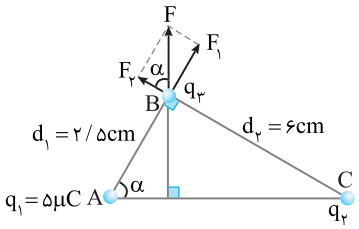
۱) $\frac{۸۱}{۴}$
۲) ۶۴
۳) ۴۸
۴) ۵۴

گزینهٔ ۲

B ۱۲۵۶ ۳

خط فکری در حل این مسائل دو نکته مهم باید در نظر گرفته شود.

۱ نیروی بین دو بار در امتداد خط واصل دو بار است. نیروی خالص، برایند دو نیروی F_1 و F_2 است، یعنی F را باید در امتداد خط‌های واصل بارها تجزیه کنیم تا F_1 و F_2 به دست آید. به شکل دقت کنید. نیروی F را تجزیه کرده‌ایم. هر دو بار q_1 و q_2 بار q_3 را می‌رانند بنابراین هر سه بار همنام و مثبت هستند.



۲ در مثلث‌های BF_2F و ABC دو زاویهٔ α برابر دیده می‌شود: در هر مثلث تانژانت زاویهٔ α می‌نویسیم سپس مقدارهای به دست آمده برحسب اضلاع و نیروها را برابر قرار می‌دهیم.

$$\Delta BF_2F: \tan\alpha=\frac{F_1}{F_2},\ \Delta ABC: \tan\alpha=\frac{BC}{AB}\Rightarrow\frac{F_1}{F_2}=\frac{BC}{AB}=\frac{d_2}{d_1}$$

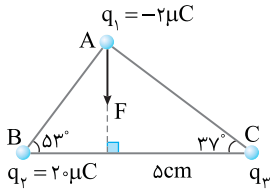
۳ از قانون کولن $F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ به‌جای F_1 و F_2 جای‌گذاری می‌کنیم

$$\frac{k\frac{q_1q_3}{(d_1)^2}}{k\frac{q_2q_3}{(d_2)^2}}=\frac{d_2}{d_1}\Rightarrow\frac{q_1}{q_2}\times\frac{(d_2)^2}{(d_1)^2}=\frac{d_2}{d_1}\Rightarrow\frac{q_1}{q_2}=\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow\frac{5}{q_2}=\frac{2/5}{6}\Rightarrow q_2=12\mu C$$

میانبر در این مسائل می‌توانید از نتیجهٔ به‌دست آمده استفاده کنید. یعنی

$$\frac{q_1}{q_2}=\frac{d_1}{d_2}\qquad \frac{5}{q_2}=\frac{2/5}{6}\Rightarrow q_2=12\mu C$$

بازی با سؤال **در شکل زیر، نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار $q_1=-2\mu C$ از طرف دو بار دیگر (F) نشان داده شده است. اندازهٔ این نیرو چند نیوتون است؟**



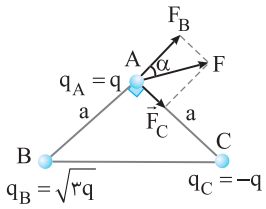
$$(BC=5cm,\ \sin 37^\circ=0/6,\ k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

۱) ۳۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۶۰۰

گزینهٔ ۳

B ۱۲۵۷ ۱

بارهای $q_C=-q$ و $q_A=q$ ناهمنام هستند، بنابراین بار q_C، بار q_A را می‌رباید (جذب می‌کند)، بارهای $q_B=\sqrt{3}q$ و $q_A=q$ همنام هستند و بار q_B، بار q_A را می‌رانند (دفع می‌کند)، البته نیروی F_{BA} از نیروی F_{CA} بزرگ‌تر است، زیرا فاصلهٔ بار q_B و q_C تا بار q_A برابر است اما $|q_B|>|q_C|$ است. نیروها را روی شکل رسم می‌کنیم. مسئله زاویهٔ α یعنی زاویهٔ بین نیروی برایند و امتداد پاره‌خط AB را خواسته است. با توجه به تعریف کتانژانت α می‌توان α را به دست آورد.



$$\cot\alpha=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}}\Rightarrow\cot\alpha=\frac{|\vec{F}_B|}{|\vec{F}_C|}$$

با توجه به قانون کولن $F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ به جای F_B و F_C مقدار قرار می‌دهیم.

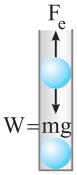
$$\cot\alpha=\frac{|\vec{F}_B|}{|\vec{F}_C|}=\frac{k\frac{(\sqrt{3}q)q}{a^2}}{k\frac{(q)(q)}{a^2}}=\sqrt{3}\Rightarrow\alpha=30^\circ$$

B ۱۲۵۸ ۳

خط فکری این مسئله ترکیبی از فصل الکتریسیته ساکن و قوانین نیوتون در متوسطه اول و فصل دینامیک سال دوازدهم است.

در حل این مسائل ابتدا نیروهای وارد بر جسم مورد نظر را باید رسم کنید و چون جسم در تعادل است نیروی خالص وارد بر جسم را برابر صفر قرار دهید. $(F_{net}=0)$

۱ نیروهای وارد بر گوی معلق، نیروی وزن و نیروی دافعه الکتریکی است که آن‌ها را رسم می‌کنیم:



۲ این دو نیرو در خلاف جهت هم هستند و برای آن‌که گوی ساکن بماند، باید این دو نیرو با هم برابر باشند، یعنی زمانی که دو گوی در فاصله ۳cm از هم قرار می‌گیرند، می‌توان نوشت:

$$F_e=mg\Rightarrow k\frac{q_2}{r^2}=mg\Rightarrow9\times10^9\times\frac{q^2}{9\times10^{-4}}=2/5\times10^{-3}\times10$$

$$\Rightarrow q^2=25\times10^{-16}\Rightarrow|q|=5\times10^{-8}C$$

۳ با توجه به رابطه $|q|=ne$ تعداد الکترون‌های کنده شده را به دست می‌آوریم.

$$5\times10^{-8}=1/6\times10^{-19}\times n\Rightarrow\frac{5}{1/6}\times10^{11}=n\Rightarrow n=\frac{25}{8}\times10^{11}$$

B ۱۲۵۹ ۲

برای اینکه گوی بالایی معلق بماند، باید نیروی وزن آن با نیروی الکتریکی که گوی پایینی به آن وارد می‌کند، برابر باشد.

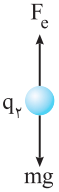
$$F_e=mg\Rightarrow9\times10^9\times\frac{3q^2}{9\times10^{-4}}=7/5\times10^{-8}$$

$$q^2=25\times10^{-22}\Rightarrow q=5\times10^{-11}$$

$$3q=ne\Rightarrow15\times10^{-11}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=9/375\times10^8$$

B ۱۲۶۰ ۴

برای اینکه گوی (۲) در حال تعادل باشد، باید نیروهای وارد بر آن با هم برابر و خلاف جهت هم باشند.



گویی که دارای بار q_2 است، معلق و در حال تعادل است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است. نیروهای وارد بر این گوی، نیروی وزن $(W=mg)$ و نیروی جاذبه کولنی $F_e=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ است. این نیروها را روی شکل نشان می‌دهیم و مقدار آن‌ها را با هم برابر قرار می‌دهیم تا بتوانیم بار q_2 را حساب کنیم.

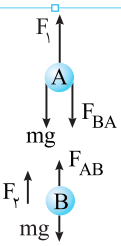
$$F_e=mg\Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=mg\Rightarrow9\times10^9\times\frac{5\times10^{-6}\times|q_2|}{9\times10^{-4}}=20\times10^{-3}\times10$$

$$\Rightarrow5|q_2|\times10^7=2\times10^{-1}\Rightarrow|q_2|=4\times10^{-9}C=4nC$$

و چون نیروی بین بارهای q_1 و q_2 جاذبه است، پس بار q_2 منفی است، بنابراین:

$$q_2=-4nC$$

B ۱۲۶۱ ۲



ابتدا نیروهایی را که به گوی‌های A و B وارد می‌شود حساب می‌کنیم. توجه کنید که گوی‌های A و B ناهمنام هستند و نیروی الکتریکی آن‌ها ربایشی است، یعنی نیروی الکتریکی که B به A وارد می‌کند رو به پایین در جهت وزن است اما نیرویی که بار A بر بار B وارد می‌کند رو به بالا و در خلاف جهت وزن است، البته F_{AB} و F_{BA} بنا بر قانون سوم نیوتون با هم برابرند.

نیروی وزن گوی A و نیروی الکتریکی وارد بر آن را به دست می‌آوریم:

نیروی الکتریکی بین A و B: $F_{BA}=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۲\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{۹\times۱۰^{-۴}}=۸۰N$

نیروی وزن گوی A: $mg=۱۱\times۱۰=۱۱۰N$

بر گوی A سه نیروی W و F_{BA} رو به پایین و نیروی نیروسنج $F_۱$ رو به بالا وارد می‌شود و برای آن‌که A در تعادل باشد باید $F_{net}=۰$ باشد، یعنی نیروی $F_۱$ رو به بالا با مجموع W و F_{BA} رو به پایین برابر باشد.

$$F_۱=W+F_{BA}\Rightarrow F_۱=۱۱۰+۸۰=۱۹۰N$$

اکنون به سراغ گوی B می‌رویم. نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد بر گوی B با نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد بر گوی A برابر است.

نیروی الکتریکی بین A و B: $F_{AB}=F_{BA}=۸۰N$ ، F_{AB}

نیروی وزن گوی B: $mg=۱۱\times۱۰=۱۱۰N$

بر گوی B نیز همان سه نیرو وارد می‌شود، اما نیروی وزن رو به پایین و نیروی الکتریکی F_e و نیروی $F_۲$ رو به بالا وارد می‌شوند، بنابراین این بار باید مجموع F_{AB} و $F_۲$ با نیروی وزن برابر باشد تا $F_{net}=۰$ شود.

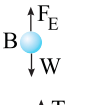
$$W=F_۲+F_{AB}\Rightarrow ۱۱۰=F_۲+۸۰\Rightarrow F_۲=۳۰N$$

بنابراین نسبت $\frac{F_۱}{F_۲}$ خواهد شد:

$$\frac{F_۱}{F_۲}=\frac{۱۹۰}{۳۰}=\frac{۱۹}{۳}$$

۲ ۱۲۶۲ C

وقتی ترازو صفر نشان می‌دهد که نیروی ربایش الکتریکی A بر B هم‌اندازهٔ وزن گوی و در خلاف جهت آن باشد. $F_E=W$



از طرفی جسم A نیز توسط همان نیروی الکتریکی به پایین کشیده می‌شود پس بر جسم A سه نیروی T، W و F_E وارد می‌شود که متوازن هستند.



$$T=W+F_E\Rightarrow T=۲W\Rightarrow T=۲\times۸۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰\Rightarrow T=۱/۶N$$

۴ ۱۲۶۳ C

بر جسم A دو نیرو، یکی نیروی وزن و دیگری نیروی الکتریکی وارد می‌شود و این دو نیرو متوازن هستند.



$$W=F_E=k\frac{|q_A||q_B|}{r^۲}$$

$$W=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۳\times۱۰^{-۶}\times۹\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۲}}=۲/۷N$$

بر جسم B نیروی الکتریکی F_E و نیروی وزن رو به پایین و نیروی فنر رو به بالا وارد می‌شود.



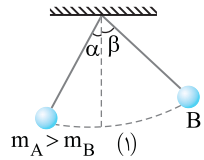
$$F_e=W+F_E\Rightarrow k\Delta L=۲F_E\Rightarrow ۱۰۰\Delta L=۲\times۲/۷$$

$$\Rightarrow\Delta L=\frac{۵/۴}{۱۰۰}m=۵/۴cm$$

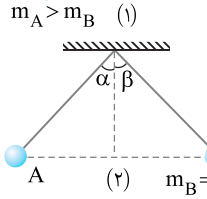
۳ ۱۲۶۴ B

خط فکری همواره نیروی الکتریکی بین دو بار با هم برابر است $|F_{AB}|=|F_{BA}|$ همواره نیرویی که بار الکتریکی q_A بر بار الکتریکی q_B وارد می‌کند بنا بر قانون سوم نیوتون با نیروی الکتریکی که بار q_B بر بار q_A وارد می‌کند برابر است:

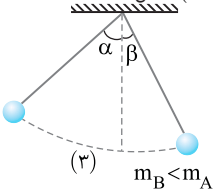
$|F_{AB}|=|F_{BA}|$



بنابراین اگر جرم A بزرگ‌تر از جرم B $(m_A>m_B)$ باشد، جرم سنگین‌تر کمتر منحرف می‌شود و $\beta>\alpha$ است. (شکل (۱)) اگر جرم A و جرم B برابر باشد، نیروی وزن آن‌ها برابر است و مقدار انحراف یکسان است. $(\alpha=\beta)$ (شکل (۲))



اگر جرم A بزرگ‌تر از جرم B باشد حتماً A کمتر منحرف می‌شود و $(\alpha>\beta)$ است. (شکل (۳))



گزینه (۱): اگر بارها مساوی باشند، اما جرم ذرات A و B یکی نباشد، زاویه α و β برابر نیستند و گزینه (۱) نادرست است.

گزینه (۲): اگر بار $q_A>q_B$ باشد. نیروی الکتریکی بین دو بار یکسان است و اگر جرم آن‌ها یکی باشد، زاویه α و β برابرند و گزینه (۲) نادرست است.

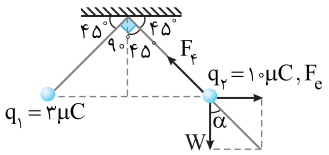
گزینه (۳): با برابر بودن جرم‌ها $(m_A=m_B)$ نیروی وزن آن یکی است. از طرفی به بارهای الکتریکی حتی وقتی هم‌اندازه نیستند بنا به قانون سوم نیوتون نیروی الکتریکی یکسانی برهم وارد می‌کنند بنابراین الزاماً $\alpha=\beta$ است و گزینه (۳) درست است.

گزینه (۴): اگر $m_A>m_B$ باشد، A سنگین‌تر است و در اثر نیروی الکتریکی یکسان کمتر منحرف می‌شود، یعنی $\alpha<\beta$ خواهد بود و گزینه (۴) نادرست است.

۱ ۱۲۶۵ C

خط فکری یکی از گوی‌ها را انتخاب کنید و نیروهای وارد بر آن را رسم کنید. نیروهای وارد بر هر گوی عبارتند از نیروی وزن W، نیروی دافعه الکتریکی بین دو بار F_e و نیرویی که نخ به گوی وارد می‌کند. مراحل زیر را پیگیری کنید.

۱ دو گلوله هم‌جرم هستند، بنابراین نیروی وزن آن‌ها یکسان است. نیروها را رسم می‌کنیم.



۲ نیروی الکتریکی بین دو بار را حساب می‌کنیم.

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Leftarrow F=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۳\times۱۰^{-۶}\times۱۰\times۱۰^{-۶}}{(۰/۳)^۲}\Rightarrow F=\frac{۹\times۳\times۱۰^{-۲}}{۹\times۱۰^{-۲}}\Rightarrow F=۳N$$

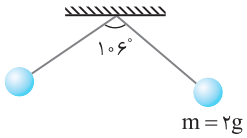
۳ با توجه شکل باید برایند F_e و W در امتداد ریسمان باشد، تا توسط نیروی کشش نخ خنثی شود و گوی در حال تعادل بماند و بنا بر خطوط موازی و مورب زاویهٔ α برابر ۴۵° است و می‌توان نوشت:

$$\tan\alpha=\frac{F_e}{W}\xrightarrow{\tan۴۵^\circ=۱}۱=\frac{۳}{W}\Rightarrow W=۳N$$

۴ نیروی وزن برابر است با:

$$W=mg\Rightarrow ۳=m\times۱۰\Rightarrow m=۰/۳kg\Rightarrow m=۳۰۰g$$

بازی با سوال در شکل روبه‌رو دو کرهٔ کوچک هم‌جرم با بار یکسان $q=۲\mu C$ از دو ریسمان سبک هم‌طول آویزان و در تعادل هستند، نیروی کشش هر ریسمان چند نیوتون است؟



۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۲۵ ۳) ۰/۰۴ ۴) ۰/۰۱۵

گزینهٔ ۲

پنجره دوجداره (سطح دوم)

۱ ۱۲۶۶ B

با توجه به صورت مسأله داریم: $q_۱+q_۲=۸\mu C=۸\times۱۰^{-۶}C$

بنا بر قانون کولن خواهیم داشت:

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow ۱/۵=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{q_۱q_۲}{۹\times۱۰^{-۲}}\Rightarrow q_۱q_۲=۱۵\times۱۰^{-۱۲}$$

حاصل ضرب دو عدد ۱۵×۱۰^{-۱۲} و حاصل جمع آن‌ها ۸×۱۰^{-۶} شده است. با توجه به ویژگی‌های معادلهٔ درجهٔ (۲) می‌نویسیم:

$$x^۲-sx+p=۰\xrightarrow[s=q_۱+q_۲=۸\times۱۰^{-۶},\ p=q_۱q_۲=۱۵\times۱۰^{-۱۲}]{x\to q}$$

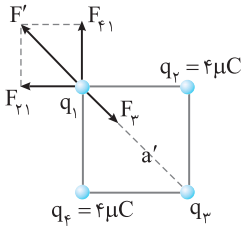
$$q^۲-۸\times۱۰^{-۶}q+۱۵\times۱۰^{-۱۲}=۰\Rightarrow(q-۳\times۱۰^{-۶})(q-۵\times۱۰^{-۶})=۰$$

در این صورت بار کره‌ها $q_۱=۳\times۱۰^{-۶}C$ و $q_۲=۵\times۱۰^{-۶}C$ خواهد بود.

البته می‌توانستید با مراجعه به گزینه‌ها، گزینه‌ای که حاصل ضرب دو بار در آن برابر ۱۵ است را مشخص کنید.

C ۴ ۱۲۶۷

۱ نیرویی که بارهای $q_۲$ و $q_۴$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کنند، با هم برابر است. زیرا بار $q_۱$ یکسان $q_۲=q_۴$ و فاصلهٔ آن‌ها از بار $q_۱$ است. اگر طول ضلع مربع را a فرض کنیم با فرض اینکه بار $q_۱$ مثبت است، نیروهای $F_{۲۱}$ و $F_{۴۱}$ را رسم می‌کنیم. این دو نیرو را حساب می‌کنیم.



$$F_{۲۱}=F_{۴۱}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۱|}{a^۲}$$

۲ برایند این دو نیرو را F' می‌نامیم و آن را به دست می‌آوریم. این نیرو نیز چون $F_{۲۱}$ و $F_{۴۱}$ با هم برابرند، دقیقاً بین دو نیرو قرار می‌گیرد. (F' و $F_۳$ هم‌راستا هستند)

$$F'=\sqrt{F_{۲۱}^۲+F_{۴۱}^۲}=\sqrt{F^۲+F^۲}=\sqrt{۲}F\Rightarrow F'=\frac{\sqrt{۲}k|q_۲||q_۱|}{a^۲}$$

۳ فاصله بین $q_۳$ و $q_۱$ که قطر مربع است برابر است با: $a'=\sqrt{۲}a$

۴ نیروی بین $q_۳$ و $q_۱$ خواهد شد:

$$F_۳=k\frac{|q_۳||q_۱|}{(\sqrt{۲}a)^۲}=\frac{۱}{۲}k\frac{|q_۳||q_۱|}{a^۲}$$

۵ به سربالایی سؤال رسیدیم. در متن سؤال گفته شه که: نیرویی که $q_۳$ بر $q_۱$ وارد می‌کند، هم‌اندازه نیروی خالص وارد بر $q_۳$ است یعنی:

$$|\vec{F}_۳|=|\vec{F}_{net}|\Rightarrow\begin{cases}\text{غ.ق.ق.}\ \vec{F}'+\vec{F}_۳=\vec{۰}\Rightarrow F'=F_۳\ \text{و}\ \vec{F}_۳\ \text{هم‌جهت}\ \vec{F}'\\ \vec{F}'+\vec{F}_۳=\vec{۰}\Rightarrow F'=F_۳\Rightarrow \vec{F}'=-\vec{F}_۳\ \text{و}\ \vec{F}_۳\ \text{خلاف جهت}\ \vec{F}'\end{cases}$$

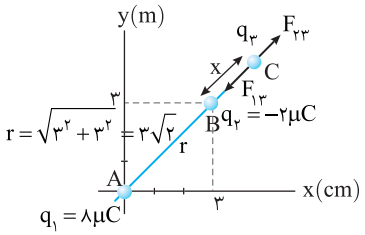
۶ اکنون مقدارهای F' و $F_۳$ را در این رابطه جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\sqrt{۲}k\frac{|q_۲||q_۱|}{a^۲}=-۲\left(\frac{۱}{۲}k\frac{|q_۳||q_۱|}{a^۲}\right)\xrightarrow{q_۲=۴\mu C}\sqrt{۲}\times۴=-q_۳\Rightarrow q_۳=-۴\sqrt{۲}\mu C$$

C ۱ ۱۲۶۸

یادآوری دو بار $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام‌اند، بنابراین بار $q_۳$ باید خارج از دو بار و نزدیک به بار با مقدار کمتر یعنی $q_۲$ قرار گیرد.

در صفحهٔ xoy محل بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را مشخص می‌کنیم.



بار $q_۳$ باید در نقطه‌ای روی امتداد خط وصل کننده دو بار الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ و در نزدیکی بار $q_۲$ قرار داده شود تا نیروی خالص وارد بر آن صفر شود. نوع بار $q_۳$ مهم نیست و آن را مثبت فرض می‌کنیم. (در نکتهٔ آخر سؤال دلیل این عدم اهمیت را می‌گوییم.) اندازه نیرویی که بار $q_۱$ بر $q_۳$ وارد می‌کند $(F_{۱۳})$ را با اندازه نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کند $(F_{۲۳})$ برابر قرار می‌دهیم.

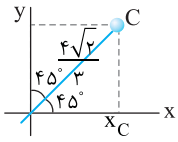
$$F_{۱۳}=F_{۲۳}$$

$$\Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^۲}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲}\Rightarrow\frac{q_۱}{(۳\sqrt{۲}+x)^۲}=\frac{q_۲}{x^۲}\Rightarrow\frac{۸}{(۳\sqrt{۲}+x)^۲}=\frac{۲}{x^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{۳\sqrt{۲}-x}=\frac{۱}{x}\Rightarrow۲x=۳\sqrt{۲}+x\Rightarrow۳x=۳\sqrt{۲}\Rightarrow x=۳\sqrt{۲}cm$$

فاصلهٔ بار $q_۳$ از مبدأ مختصات خواهد شد $AC=۳\sqrt{۲}+۳\sqrt{۲}=۶\sqrt{۲}$

نقاط B و C روی نیمساز ربع اول قرار دارند، بنابراین مختصات C خواهد شد:

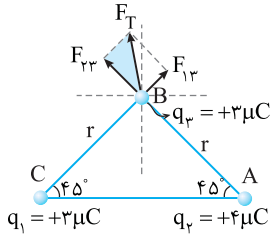


$$y_C=x_C=۶\sqrt{۲}\times\cos۴۵^\circ=۶\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۶cm$$

نکته $q_۳$ در محاسبات حذف شد به همین دلیل بیان کردیم نوع بار $q_۳$ تأثیری در حل مسئله ندارد.

C ۲ ۱۲۶۹

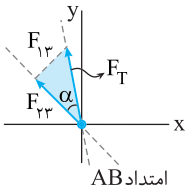
ابتدا نیروهای وارد بر بار $q_۳$ و جهت آن‌ها را مشخص می‌کنیم:



$$F_{۱۳}=k\frac{q_۱q_۳}{r^۲}\Rightarrow F_{۱۳}=k\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}}{r^۲}$$

$$F_{۲۳}=k\frac{q_۲q_۳}{r^۲}\Rightarrow F_{۲۳}=k\frac{۱۲\times۱۰^{-۱۲}}{r^۲}$$

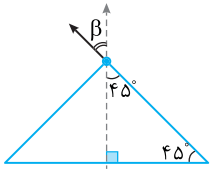
در مثلث رنگی زاویهٔ بین نیروی خالص با امتداد ضلع AB را به‌دست می‌آوریم:



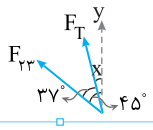
$$\tan\alpha=\frac{F_{۱۳}}{F_{۲۳}}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{k\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}}{r^۲}}{k\frac{۱۲\times۱۰^{-۱۲}}{r^۲}}$$

$$\Rightarrow\tan\alpha=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\alpha=۳۷^\circ$$

زاویهٔ بین نیروی $F_{۲۳}$ (که در امتداد AB است) با راستای قائم برابر است با: $\hat{\beta}=۴۵^\circ$



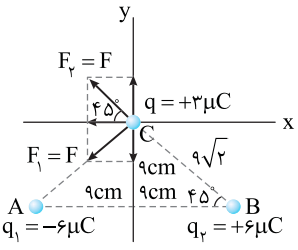
بنابراین زاویه‌ای که نیروی خالص F_T با محور قائم می‌سازد، خواهد شد:



$$x=۴۵-۳۷=۸^\circ$$

C ۲ ۱۲۷۰

الف) نیرویی که بارهای $q_۱$ و $q_۲$ بر بار q وارد می‌کنند، با هم برابر است. بردار نیروهای وارد بر بار q را رسم کرده و آن‌ها را روی محورهای x و y تجزیه می‌کنیم:



$$q_۲=+۶\mu C\ ,\ BC=\sqrt{۹^۲+۹^۲}=۹\sqrt{۲}cm$$

$$|\vec{F}|=k\frac{|q_۱||q|}{r^۲}\Rightarrow|\vec{F}_۱|=|\vec{F}_۲|=|\vec{F}|=۹\times۱۰^۹\times\frac{۶\times۱۰^{-۶}\times۳\times۱۰^{-۶}}{۸۱\times۲\times۱۰^{-۴}}=۱۰N$$

مؤلفه‌های دو بردار محور yها مطابق شکل یکدیگر را خنثی می‌کنند:

$$F_{۱y}=F_{۲y}=F_۱\sin۴۵^\circ\Rightarrow F_{Ty}=۰$$

اما روی محور xها خواهیم داشت:

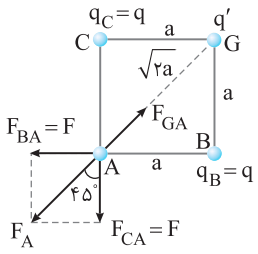
$$F_{Tx}=-F\cos۴۵^\circ+(-F\cos۴۵^\circ)\Rightarrow F_{Tx}=-۲F\cos۴۵^\circ=-۱۰\sqrt{۲}N$$

در این صورت بردار نیروی برایند برابر است با: $\vec{R}=-۱۰\sqrt{۲}\vec{i}$

B ۳ ۱۲۷۱

خط فکری شکل مکعب شما را گول نزند. در واقع یک مربع ABGC داریم که در سه رأس A، B و C آن سه بار وجود دارد که بارهای q_B و q_C بر بار q_A نیروی یکسان وارد می‌کنند. زیرا بارها هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها از A یکسان است و برای آن که نیروی وارد بر A صفر شود، قطعاً بار q' باید در رأس دیگر مربع یعنی رأس G قرار گیرد و نیرویی که به بار A وارد می‌کند با برایند نیروهای F_{BA} و F_{CA} هم‌اندازه باشد.

با توجه به جهت نیروهایی که بارهای q_B و q_C به بار q_A وارد می‌کنند، برایند آن‌ها روی رأس A در جهت نشان داده شده است. (از بالا به مکعب نگاه می‌کنیم)



۱ نیروهای F_{BA} و F_{CA} بنا بر قانون کولن برابرند با:

$$F_{BA}=F_{CA}=F=k\frac{|q||q|}{a^۲}=k\frac{q^۲}{a^۲}$$

۲ برایند این دو نیرو خواهد شد:

$$F_A=\sqrt{F_{BA}^{۲}+F_{CA}^{۲}}\Rightarrow F_A=\sqrt{F^۲+F^۲}=\sqrt{۲}F\Rightarrow F_A=\sqrt{۲}k\frac{q^۲}{a^۲}\quad (۱)$$

۳ اکنون فاصلهٔ بین بار q' تا نقطهٔ A که قطر مربع است را حساب می‌کنیم.

$$AG=\sqrt{a^۲+a^۲}=\sqrt{۲}a$$

۴ نیرویی که q' به بار q وارد می‌کند برابر خواهد شد با:

$$F_{GA}=k\frac{|q||q'|}{(\sqrt{۲}a)^۲}=\frac{۱}{۲}k\frac{|q||q'|}{a^۲}\quad (۲)$$

$$(۱)=(۲)\Rightarrow\sqrt{۲}k\frac{q^۲}{a^۲}=k\frac{|q||q'|}{۲a^۲}\Rightarrow\frac{|q'|}{|q|}=۲\sqrt{۲}$$

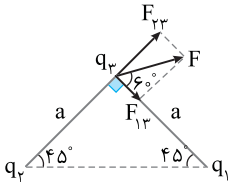
بار q بار q_A را دفع و بار q' بار q_A را جذب کرده، پس q و q' ناهمنام‌اند.

$$\left(\frac{q'}{q}=-۲\sqrt{۲}\right)$$

C ۱۲۷۲ ۲

خط فکری برای حل این مسئله باید ابتدا نیروی F را بر امتداد اضلاع مثلث تجزیه کنید تا جهت نیروهایی که بار $q_۲$ بر بار $q_۳$ ($F_{۲۳}$) و بار $q_۱$ بر بار $q_۳$ ($F_{۱۳}$) وارد می‌کند مشخص شود. سپس به کمک زاویهٔ داده شده در شکل نسبت بارها را بیابید.

حالت اول: زاویهٔ بین F و ضلع $q_۱q_۳$، ۶۰° است. با توجه به تعریف تانژانت زاویه می‌توان نوشت:



$$\tan ۶۰^\circ=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

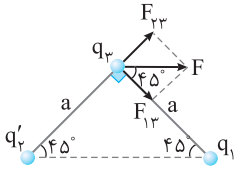
$$\tan ۶۰^\circ=\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}$$

نیرویی که بار $q_۱$ و بار $q_۲$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کنند را از قانون کولن قرار می‌دهیم.

$$\tan ۶۰^\circ=\frac{k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}}{k\frac{|q_۱||q_۳|}{a^۲}}\Rightarrow\sqrt{۳}=\frac{|q_۲|}{|q_۱|}$$

بار $q_۱$ بار $q_۳$ را جذب کرده و بار $q_۲$ بار $q_۳$ را رانده است، پس نتیجه می‌شود $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام‌اند. $\frac{q_۲}{q_۱}=-\sqrt{۳}$ می‌شود.

حالت دوم: در این حالت نیروی خالص F وارد بر $q_۳$ باید موازی خط $q_۱q_۲$ شود. بنابراین زاویهٔ بین F و خط $q_۱q_۳$، ۴۵° می‌شود، حال این قسمت را شبیه حالت اول حل می‌کنیم.



$$\tan ۴۵^\circ=\frac{F'_{۲۳}}{F_{۱۳}}=\frac{|q'_۲|}{|q_۱|}\xrightarrow{\tan ۴۵^\circ=۱}|q'_۲|=|q_۱|$$

در این حالت نیز بار $q'_۲$ و $q_۳$ را رانده و بار $q_۱$ بار $q_۳$ را جذب کرده است پس $q'_۲$ و $q_۱$ نیز ناهمنام‌اند:

$$q'_۲=-q_۱$$

بنابراین بار $q_۲$ و $q'_۲$ نیز همنام می‌شوند و نسبت آن‌ها خواهد شد:

$$\frac{q'_۲}{q_۲}=\frac{-q}{-\sqrt{۳}q_۱}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

C ۱۲۷۳ ۲

۱ ابتدا نیروی F را بر امتداد اضلاع مثلث تجزیه می‌کنیم. با توجه به شکل بار $q_۱$ بار $q_۳$ را دفع کرده، بنابراین $q_۱$ نیز مثبت است. اما بار $q_۲=q'$ بار $q_۳$ را جذب می‌کند، بنابراین $q_۲$ منفی است.

۲ فاصلهٔ بار $q_۱$ و بار $q_۲$ را از بار $q_۳$ به کمک زاویهٔ ۶۰° روی شکل حساب می‌کنیم.

$$\sin ۶۰^\circ=\frac{AB}{AC}\Rightarrow AB=AC\sin ۶۰^\circ\Rightarrow AB=a\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\cos ۶۰^\circ=\frac{BC}{AC}\Rightarrow BC=AC\cos ۶۰^\circ\Rightarrow BC=\frac{a}{۲}$$

۳ نیروی بار $q_۱$ بر بار $q_۳$ برابر است با: (۱) $F_{۱۳}=k\frac{|q||q_۳|}{(\frac{\sqrt{۳}}{۲}a)^۲}=۴k\frac{|q||q_۳|}{۳a^۲}$

نیروی بار $q_۲$ بر بار $q_۳$ برابر است با: (۲) $F_{۲۳}=k\frac{|q'||q_۳|}{(\frac{a}{۲})^۲}=۴k\frac{|q'||q_۳|}{a^۲}$

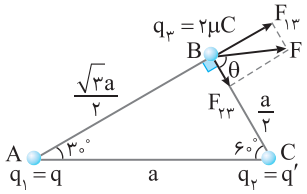
۴ به کمک تعریف تانژانت برای زاویهٔ θ خواهیم داشت:

$$\tan\theta=\frac{F_{۱۳}}{F_{۲۳}}\xrightarrow[\text{جایگذاری از رابطهٔ (۱) و (۲)}]{}\tan\theta=\frac{\frac{۴}{۳}k\frac{|q||q_۳|}{a^۳}}{۴k\frac{|q'||q_۳|}{a^۳}}\Rightarrow\tan\theta=\frac{|q|}{۳|q'|}$$

۵ با توجه به فرض مسئله $\theta>۶۰^\circ$ است، یعنی $\tan\theta>\tan ۶۰^\circ$ است:

بنابراین:

$$\frac{|q|}{۳|q'|}>\tan ۶۰^\circ\Rightarrow\frac{|q|}{۳|q'|}>\sqrt{۳}\Rightarrow\frac{|q|}{|q'|}>۳\sqrt{۳}$$



C ۱۲۷۴ ۳

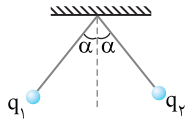
یادآوری هرگاه مجموع دو بار الکتریکی مقدار ثابتی باشد، نیروی بین آن‌ها وقتی بیشینه است که دو بار هم‌اندازه باشند. در این حالت حاصل‌ضرب $q_۱q_۲$ بیشینه است.

برای آنکه فاصلهٔ بین دو بار بیشینه شود، باید حاصل‌ضرب $q'_Aq'_B$ بیشینه شود و برای این مطالب باید دوبار q'_A و q'_B با هم برابر باشند. $q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{۲}=\frac{۱۰+۴}{۲}=۷\mu C$

بنابراین از بار $q_B=۱۰\mu C$، مقدار $\Delta q=۱۰-۷=۳\mu C$ به بار q_A منتقل شود.

بنابراین درصد تغییر بار q_B خواهد شد: $\frac{\Delta q}{q_B}\times ۱۰۰=\frac{۳}{۱۰}\times ۱۰۰=۳۰٪$

بازی با سوال مطابق شکل دو گوی با بارهای $q_۱=۲q$ و $q_۲=۴q$ در حال تعادل‌اند، چند درصد از بار $q_۲$ را به بار $q_۱$ منتقل کنیم تا زاویه بین دو گوی بیشینه شود؟



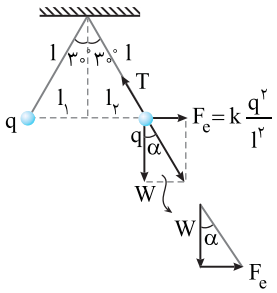
۱) ۵۰٪ ۲) ۲۵٪ ۳) ۴۰٪ ۴) ۱۵٪

گزینهٔ ۲

C ۱۲۷۵ **۲**

خط فکری مسئله دو حالت را بیان کرده، در هر دو حالت سه نیروی وزن (W)، نیروی دافعه الکتریکی (F_e) و نیروی کشش نخ (T) وارد بر یکی از دو بار را رسم کنید. باید برایند نیروی F_e و W هم‌اندازهٔ نیروی T و در امتداد نخ باشد تا یکدیگر را خنثی کنند و بار در تعادل باشد. اکنون با توجه به این دانسته‌ها حل را شروع می‌کنیم.

حالت اول: زاویهٔ بین دو نخ ۶۰°:



نیروهای وارد بر بار q را رسم می‌کنیم. برایند F_e و W در امتداد نخ است و بنا بر خطوط موازی و مورب زاویهٔ α برابر ۳۰° است. تانژانت α را می‌نویسیم:

$$\tan\alpha=\frac{F_e}{W}$$

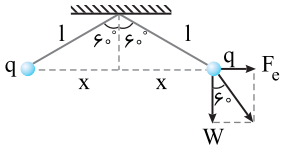
فاصلهٔ بین دو بار برابر l_1+l_2 است که l_1 ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° یعنی $\frac{l}{2}$ و ضلع l_2 نیز روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° و برابر $\frac{l}{2}$ است:

$$l_1+l_2=\frac{l}{2}+\frac{l}{2}=l$$

نیروی F_e بنا به قانون کولن برابر است با $F_e=k\frac{qq}{l^2}$، F_e و W را در رابطهٔ $\tan\alpha$ قرار می‌دهیم.

$$\tan 30^\circ=\frac{k\frac{q^2}{l^2}}{W}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{k\frac{q^2}{l^2}}{W}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{3}W=k\frac{q^2}{l^2}\quad(1)$$

حالت دوم: زاویهٔ بین دو نخ ۱۲۰°:



فاصلهٔ دو بار را از هم حساب می‌کنیم

$$\sin 60^\circ=\frac{x}{l}\Rightarrow x=l\sin 60^\circ$$
$$\Rightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{2}l$$

در این صورت فاصلهٔ دو بار از هم $r'=2x=\sqrt{3}l$ می‌شود و نیرو بین دو بار برابر خواهد شد با:

$$F'_e=k\frac{(q+q_0)^2}{r'^2}=k\frac{(q+q_0)^2}{(\sqrt{3}l)^2}=k\frac{(q+q_0)^2}{3l^2}$$

مجدداً تانژانت زاویه α را که اکنون ۶۰° شده است می‌نویسیم:

$$\tan 60^\circ=\frac{F'_e}{W}\Rightarrow\sqrt{3}=\frac{\frac{k(q+q_0)^2}{3l^2}}{W}\Rightarrow\sqrt{3}W=k\frac{(q+q_0)^2}{3l^2}\quad(2)$$

رابطهٔ (۱) را بر رابطهٔ (۲) تقسیم می‌کنیم.

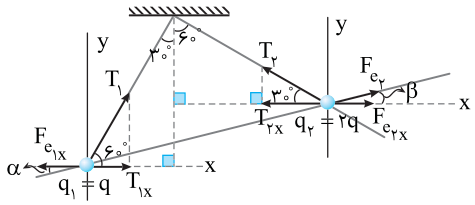
$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{3}W}{\sqrt{3}W}=\frac{k\frac{q^2}{l^2}}{\frac{k(q+q_0)^2}{3l^2}}\Rightarrow\frac{q^2}{(q+q_0)^2}=\frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow\frac{q}{q+q_0}=\frac{1}{3}\Rightarrow 3q=q+q_0\Rightarrow 2q=q_0\Rightarrow\frac{q_0}{q}=2$$

C ۱۲۷۶ **۳**

با یک مسئله بسیار جدی در کنکور سراسری سروکار دارید. نیروهای وارد بر هر بار عبارت‌اند از نیروی وزن، نیروی دافعه الکتریکی F_e و نیروی کشش نخ.

در این مسئله از شما رابطهٔ بین T_1 و T_2 خواسته شده است، بنابراین باید نیروهای وارد بر هر بار را رسم کنید.



۱ نیروی الکتریکی در امتداد خط q_1q_2 است، بنا بر خاصیت موازی و مورب زاویه‌های α و β با هم برابرند. از طرفی نیروی الکتریکی که هر دو بار به هم وارد می‌کنند یکسان است.

۲ مؤلفهٔ x نیروی الکتریکی روی محور x به دست می‌آوریم. $(F_{e_1}=F_{e_2})$

$$\cos\alpha=\frac{F_{e_{1x}}}{F_{e_1}}\Rightarrow F_{e_{1x}}=F_{e_1}\cos\alpha$$
$$\xrightarrow[\alpha=\beta]{F_{e_1}=F_{e_2}}F_{e_{1x}}=F_{e_{2x}}\quad(1)$$
$$\cos\beta=\frac{F_{e_{2x}}}{F_{e_2}}\Rightarrow F_{e_{2x}}=F_{e_2}\cos\beta$$

۳ به شکل نگاه کنید. زاویهٔ بین نیروی T_1 و محور x ها ۶۰° است و مؤلفهٔ x، T_1 نیز خواهد شد:

$$\cos 60^\circ=\frac{T_{1x}}{T_1}\Rightarrow T_{1x}=T_1\cos 60^\circ\Rightarrow T_{1x}=\frac{T_1}{2}\quad(2)$$

زاویهٔ بین نیروی T_2 و محور x ها ۳۰° است، بنابراین:

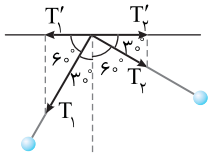
$$\cos 30^\circ=\frac{T_{2x}}{T_2}\Rightarrow T_{2x}=T_2\cos 30^\circ\Rightarrow T_{2x}=T_2\frac{\sqrt{3}}{2}\quad(3)$$

۴ برای آن که بارها در تعادل باشند، باید نیروهای آن در امتداد محور x ها و y ها صفر شود یعنی باید:

$$T_{2x}=F_{e_{2x}}\ ,\ T_{1x}=F_{e_{1x}}\xrightarrow{\text{با توجه به رابطه (۱)}}T_{2x}=T_{1x}$$
$$\xrightarrow{۲\text{و}۳}\frac{T_1}{2}=T_2\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow T_1=\sqrt{3}T_2$$

خوب، حل تمام شد. راحت شدیم. ☺

میانبر نیرویی که نخ‌ها بر سقف نیز وارد می‌کنند برابر T_1 و T_2 است. با توجه به شکل برای آنکه نخ‌ها در تعادل باقی بمانند باید مؤلفه‌های افقی این نیروها که به سقف وارد می‌شوند با هم برابر بوده و یکدیگر را خنثی کنند:





$$T'_2=T_2\cos 30^\circ$$
$$T'_1=T_1\cos 60^\circ$$

$$T'_1=T'_2\Rightarrow T_1\cos 60^\circ=T_2\cos 30^\circ\Rightarrow\frac{T_1}{2}=\frac{\sqrt{3}T_2}{2}\Rightarrow T_1=\sqrt{3}T_2$$

B ۱۲۷۷ **۴**

یادآوری نیرویی که دو بار الکتریکی بر هم وارد می‌کنند، هم‌اندازه و در خلاف جهت هم است.

$$F_{13}=F_{23}\ ,\ F_{12}=-F_{21}\ ,\ F_{23}=-F_{32}$$

نیروی خالص وارد بر بار q_1 از طرف دو بار الکتریکی q_2 و q_3 برابر $\vec{F}_1=-8\vec{i}$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{21}+\vec{F}_{31}=\vec{F}_1\xrightarrow{\vec{F}_1=-8\vec{i}}\vec{F}_{21}+\vec{F}_{31}=-8\vec{i}$$
$$\xrightarrow{\vec{F}_{31}=-\vec{F}_{13}}\vec{F}_{21}-\vec{F}_{13}=-8\vec{i}\quad(1)$$

نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ از طرف دو بار الکتریکی $q_۱$ و $q_۳$ برابر $\vec{F}_۲=۶\vec{i}$ است.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۳۲}=\vec{F}_۲ \xrightarrow{\vec{F}_۲=۶\vec{i}} \vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۳۲}=۶\vec{i}$$

$$\xrightarrow[\vec{F}_{۳۲}=-\vec{F}_{۲۳}]{\vec{F}_{۱۲}=-\vec{F}_{۲۱}} -\vec{F}_{۲۱}-\vec{F}_{۲۳}=۶\vec{i} \quad (۲)$$

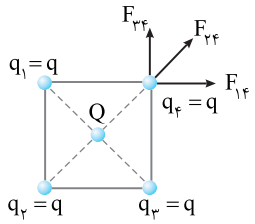
رابطه‌های (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم.

$$\vec{F}_{۲۱}-\vec{F}_{۱۳}-\vec{F}_{۲۱}-\vec{F}_{۲۳}=-۸\vec{i}+۶\vec{i}$$

$$\Rightarrow -(\vec{F}_{۱۳}+\vec{F}_{۲۳})=-۲\vec{i} \xrightarrow{\vec{F}_{۱۳}+\vec{F}_{۲۳}=\vec{F}_۳} \vec{F}_۳=۲\vec{i}$$

۲ ۱۲۷۸ C

خط فکری کافی است که نیروهای وارد بر یکی از بارهای q را حساب کنیم:



۱ طول ضلع مربع را با حرف a نمایش می‌دهیم، در این صورت قطر مربع برابر $\sqrt{۲}a$ خواهد شد و فاصلهٔ بار Q از هر یک از بارهای q برابر $\frac{\sqrt{۲}}{۲}a$ می‌شود.

۲ نیروهای وارد بر یکی از بارهای q را رسم می‌کنیم.

۳ نیرویی که بارهای $q_۱$ و $q_۳$ بر بار $q_۴$ وارد می‌کنند با هم مساوی است. زیرا بارها یکسان و فاصلهٔ آن‌ها از بار $q_۴$ برابر است. این نیروها را F می‌نامیم.

$$F_{۱۴}=F_{۳۴}=F=k\frac{q^۲}{a^۲}$$

۴ فاصلهٔ بار $q_۲$ از بار $q_۴$ برابر $\sqrt{۲}a$ است، از این رو:

$$F_{۲۴}=\frac{q^۲}{(\sqrt{۲}a)^۲}=\frac{۱}{۲}k\frac{q^۲}{a^۲}=\frac{۱}{۲}F$$

۵ برایند دو نیروی یکسان $F_{۱۴}$ و $F_{۳۴}$ در امتداد قطر مربع است و برابر $\sqrt{۲}F$ است.

۶ بنابراین نیرویی که از طرف سه بار q بر $q_۴$ وارد می‌شود خواهد شد.

$$\sqrt{۲}F+\frac{۱}{۲}F=(\sqrt{۲}+\frac{۱}{۲})F$$

بار Q که در فاصلهٔ $\frac{\sqrt{۲}}{۲}a$ از بار $q_۴=q$ قرار دارد، باید با بار q ناهمنام باشد و بار q را به سوی خود بکشد تا بتواند نیروی $(\sqrt{۲}+\frac{۱}{۲})F$ را خنثی کند. از این رو:

$$F_Q=(\sqrt{۲}+\frac{۱}{۲})F \Rightarrow k\frac{|Q||q|}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲}a)^۲}=(\sqrt{۲}+\frac{۱}{۲})k\frac{q^۲}{a^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۲|Q|}{a^۲}=(\sqrt{۲}+\frac{۱}{۲})\frac{|q|}{a^۲} \Rightarrow \frac{|Q|}{|q|}=\frac{۲\sqrt{۲}+۱}{۴}$$

بارهای Q و q ناهمنام‌اند در نتیجه:

$$\frac{Q}{q}=-\frac{۲\sqrt{۲}+۱}{۴}$$

پنجره ۳

۲ ۱۲۷۹ A

پروتون دارای یک بار مثبت است و در یک میدان الکتریکی نیروی وارد بر بار مثبت در جهت میدان است. الکترون دارای بار منفی است و در یک میدان الکتریکی نیروی وارد بر بار منفی در خلاف جهت میدان است. بنابراین F و F' در خلاف جهت هم هستند. از طرفی مقدار بار الکتریکی الکترون و پروتون یکسان و برابر بار بنیادی (e) است. از این‌رو با توجه به تعریف میدان خواهیم داشت:

$$E=\frac{F}{q} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\text{برای پروتون } \vec{F}'=e\vec{E}\\ \text{برای الکترون } \vec{F}=-e\vec{E}\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{F}'=-\vec{F}$$

۱ ۱۲۸۰ A

خط فکری بزرگی نیروی الکتریکی با بزرگی نیروی وزن برابر شده است. $(F_e=W)$ پس این دو نیرو را با هم برابر قرار دهید و به جای W به جای $W=mg$ نیروی الکتریکی مقدار $F_e=qE$ را قرار دهید. $(E=\frac{F}{q}\Rightarrow F=qE)$

۱ وزن ذره برابر است با: $W=mg \Rightarrow W=۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰ \Rightarrow W=۰/۲N$

۲ اندازه نیروی الکتریکی برابر نیروی وزن است، بنابراین:

$$F_e=W \Rightarrow qE=۰/۲ \xrightarrow{q=۴\times۱۰^{-۶}C} ۴\times۱۰^{-۶}E=۰/۲ \Rightarrow E=۵\times۱۰^۴ N/C$$

۱ ۱۲۸۱ A

خط فکری در یک نقطه از میدان دو بار الکتریکی مختلف قرار داده شده است. بنابراین میدان حاصل از دو گوی و میله در آن نقطه تغییر نکرده است. در نتیجه شما در دو حالت می‌توانید به کمک تعریف میدان $E=F/q_۰$، نیروی وارد بر دو بار را به‌دست بیاورید و با هم مقایسه کنید.

در حالت اول: $q_۰=۳\times۱۰^{-۸}C$ (۱)

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \vec{F}=۳\times۱۰^{-۸}\vec{E}$$

یادمان باشد نیروی وارد به بار مثبت از سوی میدان در جهت میدان است.

در حالت دوم: $q=-۱۲\times۱۰^{-۸}C$ (۲)

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}'}{q} \Rightarrow \vec{F}'=-۱۲\times۱۰^{-۸}\times\vec{E}$$

یادمان باشد بر بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود و علامت منفی بیانگر این موضوع است. اکنون با توجه به رابطه (۱) و (۲) توان نوشت:

$$\frac{\vec{F}'}{\vec{F}}=\frac{-۱۲\times۱۰^{-۸}}{۳\times۱۰^{-۸}} \Rightarrow \frac{\vec{F}'}{\vec{F}}=-۴ \Rightarrow \vec{F}'=-۴\vec{F}$$

۴ ۱۲۸۲ A

میدان الکتریکی یک بار نقطه‌ای q در فاصلهٔ r از آن برابر است با:

$$E=k\frac{q}{r^۲} \xrightarrow[r=?,E=۵۷۶\times۱۰^۹ N/C]{\text{بار پروتون } q=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C} ۵۷۶\times۱۰^۹=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{r^۲}$$

$$۲۴=\frac{۳\times۴\times۱۰^{-۱۰}}{r} \Rightarrow r=۵\times۱۰^{-۱۱}=۵۰pm$$

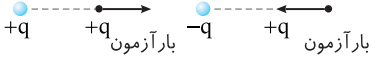
بازی با سوال **میدان حاصل از هستهٔ اتم آهن $(^{۵۶}_{۲۶}Fe)$ در فاصلهٔ یک آنگستروم از آن چند kN/C است؟** $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C, k=۹\times۱۰^۹ Nm^۲/C^۲)$

۱) $۳/۷۴۴\times۱۰^{۱۲}$ ۲) $۳/۷۴۴\times۱۰^{۱۰}$ ۳) $۳/۷۴۴\times۱۰^۹$ ۴) $۳/۷۴۴\times۱۰^۸$

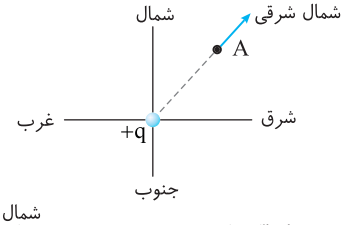
گزینهٔ ۳

۳ ۱۲۸۳ B

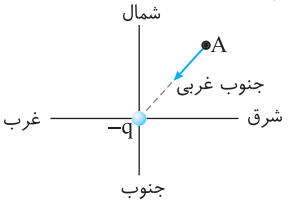
خط فکری میدان اطراف یک بار بنابر قرارداد در جهت نیروی وارد بر بار آزمون مثبت است یا به عبارت ساده میدان بار مثبت q در نقاط اطراف بار به سمت خارج بار q است. در این صورت میدان بار منفی $(-q)$ در نقاط اطراف بار به سمت خود بار است (به شکل‌ها نگاه کنید.) اکنون با توجه به آن چه گفته شد می‌توانید راجع به جهت میدان اظهار نظر کنید.



در حالت اول: میدان الکتریکی بار مثبت q به سمت شمال شرقی است.



در حالت دوم: جهت میدان الکتریکی ناشی از بار منفی در همان نقطه مطابق شکل به سمت جنوب غربی است.



B ۲ ۱۲۸۴

در واقع صورت سؤال این گونه است: «بار نقطه‌ای $q_۲$ در اطراف خود میدان الکتریکی ایجاد کرده و این میدان بر بار $q_۱=۴\mu C$ در فاصله d نیروی ۱۲۰N را وارد کرده است. میدان بار $q_۲$ در محل بار $q_۱$ چند N/C است؟»

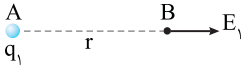
شما باید به سراغ تعریف میدان الکتریکی بروید که در آن میدان الکتریکی از تقسیم نیرو بر بار واقع در میدان به‌دست می‌آید. $E=\frac{F}{q_۰}\Rightarrow E=\frac{۱۲۰}{۴\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow E=۳\times۱۰^{۷}\,N/C$

B ۲ ۱۲۸۵

خط فکری تست ساده و زیبایی است، به خصوص در رابطه با جهت میدان الکتریکی، زیرا ممکن است تنها با توجه به اینکه بار $q_۲$ منفی و بار $q_۱$ مثبت است سریعاً بگویید که جهت میدان عوض می‌شود اما شما اول باید بردار میدان هر بار را دقیقاً در محل گفته شده رسم کنید تا بتوانید جهت آن را تشخیص دهید و بتوانید جهت میدان‌ها را مقایسه کنید و به کمک رابطهٔ $E=\frac{k|q|}{r^۲}$ نیز اندازهٔ میدان‌ها را مقایسه کنید.

۱ بررسی میدان الکتریکی بار $q_۱$ در محل بار $q_۲$:

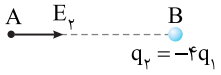
میدان بار $q_۱$ در نقطهٔ B به سمت راست است و اندازهٔ آن خواهد شد: $E_۱=k\frac{q}{r^۲}$



۲ بررسی میدان الکتریکی بار $q_۲$ در محل بار $q_۱$:

میدان بار منفی به سمت خود بار است یعنی میدان بار $q_۲$ در نقطهٔ A به سمت بار یعنی به سمت راست است و اندازهٔ آن برابر است با $E_۲=k\frac{۴q_۱}{r^۲}$

در نتیجه دو میدان هم‌جهت‌اند و $E_۲=۴E_۱$ است و گزینهٔ (۲) درست است.



A ۱ ۱۲۸۶

ابتدا به کمک رابطهٔ میدان الکتریکی برای بار نقطه‌ای q در فاصله r از بار، q را حساب می‌کنیم.

$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\xrightarrow[r=۰/۳m]{E=۱۰^۵N/C}۱۰^۵=۹\times۱۰^۹\times\frac{q}{(۰/۳)^۲}\Rightarrow q=۱۰^{-۶}C=۱\mu C$$

اما برای به‌دست آوردن بار q' بهتر است به سراغ تعریف میدان الکتریکی برویم. در محلی که میدان $۱۰^۵N/C$ بوده است بر بار q' نیروی ۰/۰۲N توسط میدان وارد شده است، بنابراین:

$$E=\frac{F}{q}\Rightarrow۱۰^۵=\frac{۰/۰۲}{q'}\Rightarrow q'=۲\times۱۰^{-۷}C\Rightarrow q'=۰/۲\mu C$$

B ۳ ۱۲۸۷

خط فکری بردار میدان بر حسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ داده شده است، بنابراین باید ابتدا اندازهٔ میدان را از رابطهٔ $E=\sqrt{E_x^۲+E_y^۲}$ به‌دست بیاورید. سپس فاصلهٔ OA را حساب کنید تا بتوانید مقدار بار کره و از آنجا تعداد الکترون‌های خارج شده را بیابید.

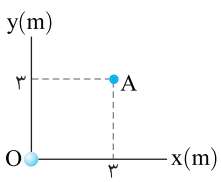
۱ فاصله بار تا نقطه A را حساب می‌کنیم.

$$OA=\sqrt{۳^۲+۳^۲}=۳\sqrt{۲}m$$

۲ اندازه میدان را به‌دست می‌آوریم:

$$E=\sqrt{(۶\sqrt{۲})^۲+(۶\sqrt{۲})^۳}\Rightarrow E=۱۲N/C$$

۳ بار واقع در نقطهٔ O برابر است با:

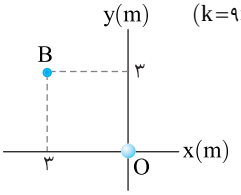


$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\Rightarrow۱۲=۹\times۱۰^۹\frac{q}{(۳\sqrt{۲})^۲}\Rightarrow q=۲۴\times۱۰^{-۹}C$$

۴ تعداد الکترون‌های خارج شده از کره خواهد شد:

$$q=ne\Rightarrow۲۴\times۱۰^{-۹}=n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow n=۱۵\times۱۰^{۱۰}$$

بازی با سؤال در شکل زیر یک کرهٔ خنثی در مرکز مختصات قرار گرفته است. تعداد الکترون‌های آن چگونه تغییر کند تا بردار میدان در نقطهٔ B برابر $\vec{E}=۸\sqrt{۲}\vec{i}-۸\sqrt{۲}\vec{j}$ شود؟ $(k=۹\times۱۰^۹N.m^۲/C^۲)$



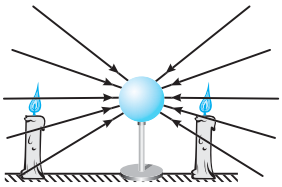
۱) ۲×۱۰^{۱۱} الکترون دریافت کند.

۲) ۲×۱۰^{۱۱} الکترون از دست بدهد.

۳) $۱۰^۹$ الکترون دریافت کند.

۴) $۱۰^۹$ الکترون از دست بدهد. گزینهٔ ۱

B ۲ ۱۲۸۸



کلاهک مولد وان‌دوگراف بار منفی بزرگی دارد که یون‌های مثبت درون شعلهٔ شمع‌ها را به سمت خود می‌کشد، پس گزارهٔ (الف) درست و گزارهٔ (پ) نادرست است. اما با توجه به شکل با دور شدن از کلاهک میدان حاصل از بار منفی آن کاهش یافته و شمع‌ها کمتر منحرف خواهند شد و گزارهٔ (ب) نادرست است.

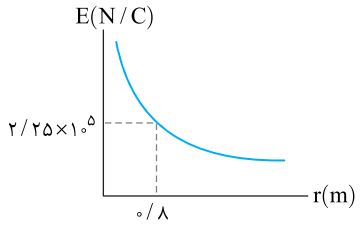
B ۳ ۱۲۸۹

با توجه به نمودار در مکان $r_۱=۰/۸m$، میدان الکتریکی $E_۱=۲/۲۵\times۱۰^۵N/C$ است. در مکان $r_۲=۰/۹m$ میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.

$$\left.\begin{matrix}E_۱=k\frac{q}{r_۱^۲}\\E_۲=k\frac{q}{r_۲^۲}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{E_۲}{E_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲\Rightarrow\frac{E_۲}{۲/۲۵\times۱۰^۵}=(\frac{۰/۸}{۰/۹})^۲\Rightarrow E_۲=\frac{۱۶\times۱۰^۵}{۹}N/C$$

نیرویی که بر بار الکتریکی $q'=۹\mu C$ در این میدان وارد می‌شود برابر است با:

$$E=\frac{F}{q}\Rightarrow F=qE\Rightarrow F=۹\times۱۰^{-۶}\times\frac{۱۶\times۱۰^۵}{۹}=۱/۶N$$



A ۳ ۱۲۹۰

با توجه به نمودار، اختلاف میدان الکتریکی در $r_۱=۱m$ و $r_۲=۴m$ از بار q برابر ۱۵۰۰N/C است، پس داریم:

$$E_۱-E_۲=۱۵۰۰\Rightarrow\frac{k|q|}{۱}-\frac{k|q|}{۴^۲}=۱۵۰۰\Rightarrow۱۵۰۰=\frac{۱۶-۱}{۱۶}k|q|=۱۵۰۰N/C$$

$$\Rightarrow k|q|=۱۶۰۰$$

میدان در فاصلهٔ ۲ متری از بار q را حساب می‌کنیم:

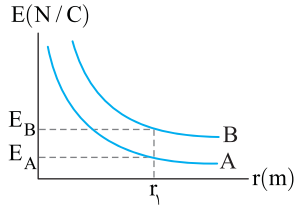
$$E=\frac{k|q|}{۲^۲}\xrightarrow{k|q|=۱۶۰۰}E=\frac{۱۶۰۰}{۴}=۴۰۰N/C$$

A ۴ ۱۲۹۱

به شکل نمودار نگاه کنید. در هر فاصله دلخواه مثلاً $r_۱$ میدان الکتریکی B از میدان الکتریکی A بزرگ‌تر است. بنابراین مقدار بار الکتریکی B از مقدار بار الکتریکی A بیشتر است.

$$E_A<E_B\Rightarrow k\frac{|q_A|}{r^۲}<k\frac{|q_B|}{r^۲}\Rightarrow|q_A|<|q_B|$$

اما نمودار $E-r$ اطلاعاتی در مورد نوع بار الکتریکی که میدان را ایجاد کرده است به ما نمی‌دهد و ما نمی‌دانیم که نوع بار ذره A و ذرهٔ B مثبت است یا منفی.



A ۳ ۱۲۹۲

میدان الکتریکی ناشی از بار نقطه‌ای q در فاصلهٔ r از آن برابر است با:

$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}E_1=k\frac{q_1}{r_1^2}\\ E_2=k\frac{q_2}{r_2^2}\end{cases}\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را بر هم}}\frac{E_2}{E_1}=\frac{q_2}{q_1}\times\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

اطلاعات داده شده روی شکل را در رابطهٔ بالا قرار می‌دهیم.

$q_1=10\mu C$ ——۳cm—— $q_2=20\mu C$ ——۱۲cm—— A

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{20}{10}\times\left(\frac{15}{12}\right)^2=2\times\left(\frac{5}{4}\right)^2=\frac{25}{8}$$

A ۳ ۱۲۹۳

خط فکری با توجه به رابطهٔ $E=k\frac{q}{r^2}$، میدان الکتریکی حاصل از ذرهٔ باردار با بار ذره رابطهٔ مستقیم دارد:

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{k\frac{q_2}{r^2}}{k\frac{q_1}{r^2}}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{q_2}{q_1}\xrightarrow[E_2=E_1+\frac{25}{100}E_1]{q_2=q_1+10}$$

$$\frac{1/25E_1}{E_1}=\frac{q_1+10}{q_1}\Rightarrow 1/25q_1=q_1+10\Rightarrow 0/25q_1=10\Rightarrow q_1=40\mu C$$

A ۲ ۱۲۹۴

خط فکری یک بار میدان الکتریکی در فاصلهٔ r و بار دیگر میدان الکتریکی را در فاصلهٔ $r+10cm$ بنویسید و میدان‌ها را بر هم تقسیم کنید.

با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی بار نقطه‌ای می‌توان نوشت:

$$E_1=k\frac{q_1}{r_1^2},E_2=k\frac{q_1}{r_2^2}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\Rightarrow\frac{160}{250}=\left(\frac{r}{r+10}\right)^2$$

$$\frac{4}{5}=\frac{r}{r+10}\Rightarrow 4r+40=5r\Rightarrow r=40cm$$

بازی با سؤال **میدان الکتریکی در فاصلهٔ ۲۰cm از بار q برابر $18N/C$ است. چند سانتی‌متر دیگر از بار فوق دور شویم تا میدان الکتریکی $8N/C$ برابر شود؟**

کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

گزینهٔ ۱

A ۳ ۱۲۹۵

اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ $r_1=30cm$ به اندازهٔ $1/6\times10^4\ N/C$ کمتر از اندازهٔ میدان در فاصلهٔ $r_2=10cm$ است، یعنی $E_2-E_1=1/6\times10^4\ N/C$. از طرفی میدان الکتریکی بار نقطه‌ای برابر است با:

$$E=k\frac{q}{r^2}$$

از این رو می‌توان به جای E_1 و E_2 مقدار آن‌ها یعنی $k\frac{q}{r_1^2}$ و $k\frac{q}{r_2^2}$ را در رابطه قرار داد.

$$E_2-E_1=1/6\times10^4\xrightarrow{E=k\frac{q}{r^2}}9\times10^9\frac{q}{10^{-2}}-9\times10^9\frac{q}{9\times10^{-2}}=1/6\times10^4$$

$$9\times10^{11}q-10^{11}q=1/6\times10^4\Rightarrow 8\times10^{11}q=1/6\times10^4\Rightarrow q=\frac{1/6\times10^4}{8\times10^{11}}$$

$$\Rightarrow q=0/2\times10^{-7}=2\times10^{-8}C$$

میدان الکتریکی در فاصلهٔ یک‌متری برابر است با: $E=\frac{kq}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-8}}{1}=180N/C$

B ۱ ۱۲۹۶

ابتدا به کمک قانون کولن، فاصلهٔ r را به‌دست می‌آوریم.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow 6/4\times10^{-2}=9\times10^9\times\frac{5\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{r^2}$$

$$r^2=\frac{180}{64}\Rightarrow r^2=\frac{90}{32}=\frac{45}{16}$$

میدان الکتریکی بار $q=5\mu C$ در فاصلهٔ $2r$ را حساب می‌کنیم.

$$E=k\frac{|q|}{(2r)^2}\Rightarrow E=9\times10^9\times\frac{5\times10^{-6}}{4\times r^2}\xrightarrow{r^2=\frac{45}{16}}E=9\times10^9\times\frac{5\times10^{-6}}{4\times\frac{45}{16}}$$

$$E=9\times10^3\times\frac{5\times16}{45\times4}\Rightarrow E=\frac{16}{4}\times10^3\Rightarrow E=4\times10^3\ N/C$$

B ۳ ۱۲۹۷

بار q_1 بر بار q_2 نیروی جاذبه وارد کرده است، پس بارها ناهمنام هستند.

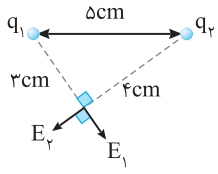
$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow 2\times10^{-2}=\frac{9\times10^9\times q_1\times5\times10^{-6}}{36\times10^{-2}}\Rightarrow 8\times10^{-4}=5q_1\times10^{+3}$$

$$\Rightarrow q_1=1/6\times10^{-7}=0/16\mu C$$

$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow E=\frac{9\times10^9\times16\times10^{-8}}{4\times10^{-2}}\Rightarrow E=36\times10^3=3/6\times10^4\ N/C$$

B ۲ ۱۲۹۸

دقت کنید اعداد ۳، ۴ و ۵ اعداد فیثاغورسی هستند یعنی در نقطهٔ مورد نظر میدان‌ها بر هم عمودند.



$$E=k\frac{q}{r^2}$$

$$E_1=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-8}}{9\times10^{-4}}=3\times10^5\ N/C$$

$$E_2=9\times10^9\times\frac{16\times10^{-8}}{16\times10^{-4}}=9\times10^5\ N/C$$

$$E_T=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{(3\times10^5)^2+(9\times10^5)^2}=3\times10^5\sqrt{1+9}=3\sqrt{10}\times10^5\ N/C$$

بازی با سؤال **مطابق شکل، دو ذره با بارهای $q_1=4/5\mu C$ و $q_2=-9\mu C$ در فاصلهٔ ۹ متری از یکدیگر ثابت شده‌اند. در نقطه‌ای روی خط واصل دو ذره به فاصلهٔ ۹m از بار q_1 و ۱۸m از بار q_2 میدان خالص چند نیوتون بر کولن و در چه جهتی است؟** $(k=9\times10^9\ N.m^2/C^2)$

از کتاب درسی



۱) ۲۵۰، در جهت مثبت محور x ۲) ۲۵۰، در جهت منفی محور xها

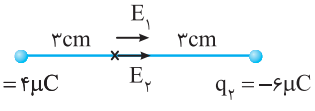
۳) ۷۵۰، در جهت مثبت محور x ۴) ۷۵۰، در جهت منفی محور xها

گزینهٔ ۲

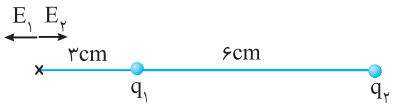
B ۴ ۱۲۹۹

چون نسبت میدان‌های خالص خواسته شده است، نیاز به تبدیل یکا نیست و کافی است یکاها در هر دو حالت یکسان باشد:

$$E_1=k\frac{|q_1|}{r^2}=\frac{4k}{9},E_2=\frac{k|q_2|}{r^2}=\frac{6k}{9}\xrightarrow{E_2,E_1\text{ هم‌جهت}}E_T=E_1+E_2=\frac{10k}{9}$$



$$E'_1=k\frac{|q_1|}{r'^2_1}=\frac{4k}{9},E'_2=k\frac{|q_2|}{r'^2_2}=\frac{6k}{81}\Rightarrow E'_T=E'_1-E'_2=\frac{30k}{81}$$

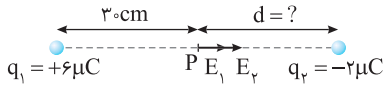


حال نسبت E_T به E'_T را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{E_T}{E'_T}=\frac{\frac{10k}{9}}{\frac{30k}{81}}=\frac{810}{270}=3$$

B ۱۳۰۰ **۲**

خط فکری ابتدا بردارهای میدان را در نقطه P رسم کنید تا مشخص شود که میدان‌ها هم‌جهت هستند یا خلاف جهت تا معلوم شود آن‌ها را باید از هم کم کرد یا با هم جمع کرد.



با توجه به شکل می‌بینیم که میدان‌های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در نقطهٔ P هم‌جهت‌اند.

۱ میدان الکتریکی بار الکتریکی $q_1=6\mu C$ را در نقطهٔ P حساب می‌کنیم:

$$E_1=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow E_1=9\times10^9\times\frac{6\times10^{-6}}{(30\times10^{-2})^2}\Rightarrow E_1=6\times10^5\,N/C$$

۲ میدان خالص در نقطهٔ P برابر $E_t=8\times10^5\,N/C$ است، بنابراین میدان E_2 برابر است با:

$$E_t=E_2+E_1\Rightarrow E_2=8\times10^5-6\times10^5\Rightarrow E_2=2\times10^5\,N/C$$

۳ اکنون فاصلهٔ بار q_2 تا نقطهٔ P قابل محاسبه است.

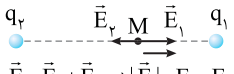
$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow 2\times10^5=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}}{d^2}\Rightarrow d^2=0/09\Rightarrow d=0/3m\Rightarrow d=30cm$$

B ۱۳۰۱ **۴**

از ابتدا بگوییم که گزینهٔ (۴) کاندید اصلی پاسخ است، زیرا با توجه به مثبت و منفی بودن بار q_1 و q_2 و اینکه کدام یک از بارها بزرگ‌تر است هر حالتی ممکن است. برای همین حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم تا ادعای خود را ثابت کنیم.

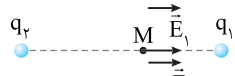
$\vec{E}$ برایند $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ است و می‌تواند حالت‌های زیر را داشته باشد:

حالت اول: در این شکل q_2 و q_1 منفی هستند و $|q_1|>|q_2|$، بنابراین میدان‌ها به سوی راست است و گزینهٔ (۱) می‌تواند درست باشد.



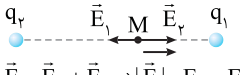
$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2\Rightarrow|\vec{E}|=E_1-E_2$$

حالت دوم: در این شکل q_1 منفی و q_2 مثبت می‌باشد و برایند میدان‌ها به سوی راست است و گزینهٔ (۲) می‌تواند درست باشد.



$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2\Rightarrow|\vec{E}|=E_1+E_2$$

حالت سوم: در این شکل q_2 و q_1 مثبت هستند و $|q_2|>|q_1|$، بنابراین برایند میدان‌ها به سوی راست است و گزینهٔ (۳) می‌تواند درست باشد.



$$\vec{E}=\vec{E}_2+\vec{E}_1\Rightarrow|\vec{E}|=E_2-E_1$$

B ۱۳۰۲ **۴**

میدان بار $q_1=q$ در نقطهٔ M در فاصله d برابر E و به سمت چپ است و اندازه میدان بار الکتریکی $q_2=-q$ در فاصلهٔ d در نقطهٔ M نیز برابر E و جهت آن به سمت چپ است.

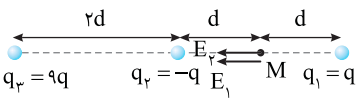
میدان الکتریکی بار q در فاصلهٔ d برابر E است. بارهای $q_1=q$ و $q_2=-q$ هم‌اندازه و در فاصلهٔ d از نقطهٔ M قرار دارند، بنابراین میدان هر دوی آن‌ها برابر $E_1=E_2=E$ است و چون هم‌جهت هستند برایند آن‌ها خواهد شد:

$$E_{12}=E+E=2E$$

میدان الکتریکی E برابر است با:

$$E=k\frac{q}{d^2}$$

میدان الکتریکی بار $q_3=9q$ در نقطه M در فاصلهٔ 3d خواهد شد:



$$E_3=k\frac{q_3}{r_3^2}\Rightarrow E_3=k\frac{9q}{(3d)^2}$$

$$\Rightarrow E_3=k\frac{q}{d^2}=E$$

بنابراین میدان الکتریکی بار q_3 در نقطهٔ M نیز هم‌اندازهٔ E است اما جهت آن به سمت راست است و از برایند دو میدان دیگر کم می‌شود و میدان خالص در نقطهٔ M برابر خواهد شد:

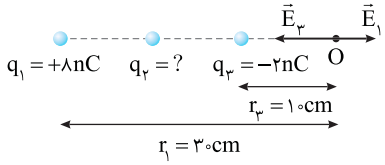
$$E_M=E_{12}-E_3=2E-E=E$$

B ۱۳۰۳ **۱**

خط فکری ابتدا میدان حاصل از بارهای q_1 و q_3 را در نقطهٔ O به‌دست می‌آوریم. توجه کنید که اندازهٔ میدان خالص داده شده است اما جهت آن را نمی‌دانیم، یعنی میدان خالص در نقطهٔ O می‌تواند دو حالت زیر را داشته باشد.

۱ ۱۰۰N/C در جهت راست ۲ ۱۰۰N/C در جهت چپ

اندازه میدان حاصل از q_1 و q_3 را در نقطهٔ O که به ترتیب E_1 و E_3 می‌نامیم را به‌دست می‌آوریم و با توجه به علامت بارها جهت این دو میدان را مشخص می‌کنیم:



(میدان مثبت در هر نقطه به سمت خارج بار و میدان بار منفی در هر نقطه به سمت بار است.)

$$E_1=k\frac{q_1}{r_1^2}\Rightarrow E_1=9\times10^9\times\frac{8\times10^{-9}}{900\times10^{-4}}=8\times10^2=800N/C$$

$$E_3=k\frac{q_3}{r_3^2}\Rightarrow E_3=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-9}}{100\times10^{-4}}=18\times10^2=1800N/C$$

$\vec{E}_1$ و $\vec{E}_3$ خلاف جهت هم‌اند و میدان برایند آن‌ها خواهد شد:

$$\vec{E}_{13}=\vec{E}_1+\vec{E}_3\xrightarrow{\text{خلاف جهت هم}}E_{13}=E_3-E_1=1000N/C$$

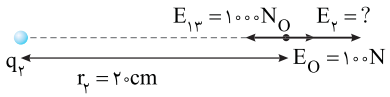
جهت میدان E_{13} به سمت بردار بزرگ‌تر $(\vec{E}_3)$ یعنی به سمت چپ است. حال دو حالت را بررسی می‌کنیم.

۱ میدان E_{13} به سمت چپ است. اگر میدان خالص در O به سمت راست باشد یعنی $|\vec{E}_2|>|\vec{E}_{13}|$ است و $\vec{E}_2$ نیز به سمت راست خواهد بود. از این‌رو میدان برایند در نقطه O از تفاضل E_{13} و E_2 که در خلاف جهت هم هستند به‌دست می‌آید.

$$E_O=E_2-E_{13}\Rightarrow 100=E_2-1000\Rightarrow E_2=1100N/C$$

اکنون q_2 را حساب می‌کنیم.

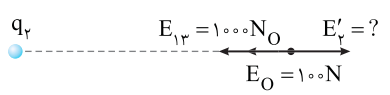
$$E_2=k\frac{q_2}{r^2}\Rightarrow 1100=9\times10^9\times\frac{q_2}{400\times10^{-4}}\Rightarrow q_2=\frac{44}{9}\times10^{-9}=\frac{44}{9}nC$$



۲ اگر میدان خالص ۱۰۰N/C به سمت چپ باشد:

$$E_O=E_{13}-E'_2\Rightarrow 100=1000-E'_2\Rightarrow E'_2=900N/C$$

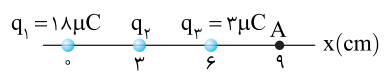
$$\xrightarrow[\text{پس }q_2\text{ مثبت است}]{E'_2\text{ به سمت راست است}}9\times10^9\times\frac{q_2}{400\times10^{-4}}=900\Rightarrow q_2=4\times10^{-9}C=4nC$$



B ۱۳۰۴ **۴**

میدان الکتریکی بارهای الکتریکی q_1 و q_3 را در محل A به دست می‌آوریم. هر دوی این میدان‌ها به سمت راست هستند.

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}E_1=9\times10^9\times\dfrac{18\times10^{-6}}{81\times10^{-4}}\Rightarrow E_1=2\times10^7\,N/C\\ E_3=9\times10^9\times\dfrac{3\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}\Rightarrow E_3=3\times10^7\,N/C\end{cases}$$



برایند دو میدان: $E_{۱,۳}=E_۱+E_۳=+۵\times۱۰^۷\,N/C$

بزرگی میدان خالص در نقطهٔ A برابر $۳\times۱۰^۷\,N/C$ است، از آنجا که اندازهٔ میدان برایند، از اندازهٔ میدان $E_{۱,۳}$ کوچک‌تر شده است، نتیجه می‌گیریم که میدان $E_۲$ خلاف جهت میدان $E_{۱,۳}$ و به سمت چپ است و علامت بار $q_۲$ منفی است. در سؤال گفته شده بزرگی میدان برایند، پس یکبار به‌ازای آن $+۳\times۱۰^۷\,N/C$ و یکبار $-۳\times۱۰^۷\,N/C$ قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases}۳\times۱۰^۷=+۵\times۱۰^۷+E_۲\Rightarrow E_۲=-۲\times۱۰^۷\,N/C\\ -۳\times۱۰^۷=+۵\times۱۰^۷+E_۲\Rightarrow E_۲=-۸\times۱۰^۷\,N/C\end{cases}$$

برای حالت اول اندازهٔ $q_۲$ خواهد شد:

$$E_۲=k\frac{|q_۲|}{d_۲^۲}\Rightarrow ۲\times۱۰^۷=۹\times۱۰^{+۹}\times\frac{|q_۲|}{۳۶\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow q_۲=-۸\mu C$$

که در گزینه‌ها عدد $-۸\mu C$ قرار ندارد.

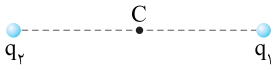
$$E_۲=k\frac{|q_۲|}{d_۲^۲}\Rightarrow ۸\times۱۰^{-۷}=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۲|}{۳۶\times۱۰^{-۴}}$$

$$q_۲=-۳۲\times۱۰^{-۶}C=-۳۲\mu C$$

که گزینه (۴) است.

B ۱۳۰۵ | ۲

خط فکری میدان الکتریکی در نقطهٔ C برایند دو میدان الکتریکی ناشی از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ است. $\vec{E}_T=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲$



با توجه به رابطهٔ $E=k\frac{q}{r^۲}$ با دو برابر شدن بار $q_۱$ و بار $q_۲$، میدان $E_۱$ و میدان $E_۲$ نیز دو برابر می‌شود، یعنی $E'_۱=۲E_۱$ و $E'_۲=۲E_۲$ خواهد شد.

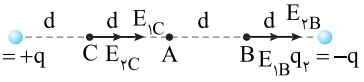
با توجه به رابطه میدان برایند، میدان الکتریکی برایند خواهد شد.

$$\vec{E}'_T=\vec{E}'_۱+\vec{E}'_۲\xrightarrow{\vec{E}'_۱=۲\vec{E}_۱,\vec{E}'_۲=۲\vec{E}_۲}\vec{E}'_T=۲\vec{E}_۱+۲\vec{E}_۲=۲(\vec{E}_۱+\vec{E}_۲)$$

$$\xrightarrow{\vec{E}_T=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲}E'_T=۲E_T\xrightarrow{E_T=۱۰۰۰N/C}E'_T=۲۰۰۰N/C$$

B ۱۳۰۶ | ۱

خط فکری میدان بارهای $q_۱=+q$ و $q_۲=-q$ را در نقاط B و C به‌دست آورید. جهت آن‌ها را روی شکل نشان دهید. بزرگی میدان خالص را در این نقاط حساب کنید تا به جواب برسید.



۱ به شکل نگاه کنید. فاصلهٔ بار $q_۱=+q$ از نقطهٔ C و فاصلهٔ بار $q_۲=-q$ از نقطهٔ B با هم برابر است. از این‌رو میدان این دو بار در این دو نقطه نیز یکسان است $(E_{۱C}=E_{۲B})$.

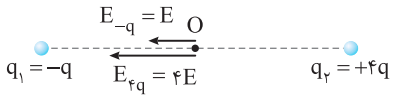
۲ فاصلهٔ بار $q_۲$ تا نقطهٔ C $(۳d)$ و فاصلهٔ بار $q_۱$ تا نقطهٔ B $(۳d)$ با هم برابر است. بنابراین میدان این دو بار در این دو نقطه نیز با هم برابر است. $E_{۲C}=E_{۱B}$

۳ در نقطه‌های C و B مقدار میدان‌ها و جهت آن یکسان است، بنابراین میدان خالص در نقطهٔ B و C با هم برابر است.

B ۱۳۰۷ | ۲

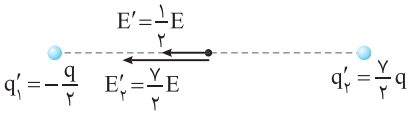
حالت اول: میدان الکتریکی بار $q_۱=-q$ را در نقطهٔ O، وسط d، E می‌نامیم. در این صورت میدان الکتریکی بار $q_۲=+۴q$ در همان نقطه $۴E_۱$ است (میدان با مقدار بار رابطهٔ مستقیم دارد) در این صورت میدان خالص در نقطهٔ O که مسئله آن را $E_۱$ نامیده است خواهد شد:

$$E_۱=E+۴E\Rightarrow E_۱=۵E$$



حالت دوم: وقتی نصف بار $q_۱=-q$ را برمی‌داریم، بار آن برابر $q'_۱=\frac{-q}{۲}$ می‌شود و وقتی این مقدار بار منفی را به $q_۲$ منتقل می‌کنیم بار الکتریکی آن خواهد شد:

$$q'_۲=۴q+(-\frac{q}{۲})=\frac{۷}{۲}q$$



در این صورت میدان بار $q'_۱$ نصف میدان $E_۱$ $(-E'_{q_۱}=\frac{۱}{۲}E)$ و میدان بار $q'_۲=\frac{۷}{۴}q$ برابر $E'_{q'_۲}=\frac{۷}{۲}E$ می‌شود و میدان برایند خواهد شد:

$$E'_۲=\frac{۱}{۲}E_۱+\frac{۷}{۲}E=۴E$$

در نتیجه:

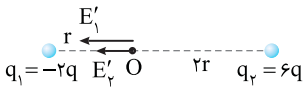
$$\frac{E_۱}{E_۲}=\frac{۵E}{۴E}=\frac{۵}{۴}$$

B ۱۳۰۸ | ۱

در حالت اول میدان الکتریکی هر بار در نقطهٔ O را حساب می‌کنیم و جهت آن را نیز مشخص می‌کنیم.

$$E'_۱=k\frac{|q_۱|}{r^۲}\Rightarrow E'_۱=۲k\frac{q}{r^۲}$$

$$E'_۲=k\frac{|q_۲|}{(۲r)^۲}\Rightarrow E'_۲=\frac{۶}{۴}k\frac{q}{r^۲}=۱/۵k\frac{q}{r^۲}$$



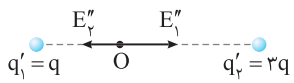
میدان‌های $E'_۱$ و $E'_۲$ هم‌جهت‌اند و میدان خالص خواهد شد:

$$E_۱=E'_۱+E'_۲\Rightarrow E_۱=۳/۵k\frac{q}{r^۲}$$

اکنون ۵۰ درصد بار $q_۲$ یعنی نصف بار $q_۲$ به بار $q_۱$ داده می‌شود، نصف بار $q_۲$ برابر است با: $q'_۲=q_۲-\frac{q_۲}{۲}=۳q$

بار $q_۱$ با دریافت بار $۳q$ خواهد شد: $q'_۱=q_۱+\frac{q_۲}{۲}=-۲q+۳q=q$

در حالت دوم داریم:



پس از انتقال بار مقدار بارهای $q_۱$ و $q_۲$ نصف مقدار قبلی خود را دارند، بنابراین اندازهٔ میدان الکتریکی هر کدام از آن‌ها نصف مقدار قبلی خود را خواهد داشت:

$$E''_۱=\frac{E'_۱}{۲}=k\frac{q}{r^۲},\ E''_۲=\frac{E'_۲}{۲}=۰/۷۵k\frac{q}{r^۲}\xrightarrow{\text{دو میدان خلاف جهت هم‌اند}}$$

بردار میدان‌ها را در حالت جدید در نقطهٔ O رسم می‌کنیم. میدان‌ها در خلاف جهت هم هستند و میدان خالص خواهد شد:

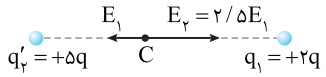
$$E_۲=E''_۱-E''_۲\Rightarrow E_۲=۰/۲۵k\frac{q}{r^۲}$$

حال نسبت دو میدان خالص را حساب می‌کنیم:

$$\frac{E_۲}{E_۱}=\frac{۰/۲۵k\frac{q}{r_۲}}{۳/۵k\frac{q}{r^۲}}=\frac{۰/۲۵}{۳/۵}=\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۷}{۲}}=\frac{۱}{۱۴}$$

B ۱۳۰۹ **۲**

فاصلهٔ دو بار $q_1=+2q$ و $q_2=+5q$ از نقطهٔ C برابر است، بنابراین اگر میدان حاصل از بار الکتریکی q_1 در نقطهٔ C برابر E_1 باشد، میدان حاصل از بار q_2 که مقدار آن ۲/۵ $(\frac{q_2}{q_1}=\frac{5q}{2q}=2/5)$ برابر q_1 است، در نقطهٔ C برابر $E_2=2/5E_1$ می‌شود. جهت بردارهای میدان در نقطهٔ C را رسم می‌کنیم میدان‌های E_1 و E_2 در خلاف جهت هم هستند و میدان برایند برابر است با: $E_C=E_2-E_1=2/5E_1-E_1=1/5E_1$



بنابراین میدان برایند در نقطهٔ C در جهت E_2 یعنی به سمت راست است.

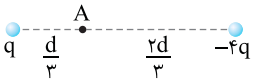
با توجه به فرض مسئله میدان خالص در نقطهٔ C برابر $6\times10^3\ N/C$ است از این‌رو:

$6\times10^3=1/5E_1\Rightarrow E_1=4\times10^3\ N/C$

با حذف q_2، میدان در نقطهٔ C تنها ناشی از بار q_1 بوده و برابر $E_1=4\times10^3\ N/C$ و به سمت چپ است یعنی جهت میدان عوض می‌شود.

بازی با سؤال **در شکل زیر دو بار الکتریکی نقطه‌ای q و $-4q$ به فاصلهٔ d از یکدیگر قرار دارند و میدان الکتریکی در نقطهٔ A برابر $\vec{E}$ است، اگر بار q را خنثی کنیم، میدان الکتریکی در نقطهٔ A برابر کدام خواهد شد؟**

کنکور دهه‌های گذشته



۱) $\frac{\vec{E}}{2}$ ۲) $-\frac{\vec{E}}{2}$ ۳) $\frac{\vec{E}}{4}$ ۴) $-\frac{\vec{E}}{4}$

گزینهٔ ۱

B ۱۳۱۰ **۲**

میدان $\vec{E}$ در نقطهٔ M برایند دو میدان $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ است: $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$

وقتی بار الکتریکی q_1 را به اندازهٔ $\frac{d}{4}$ به نقطهٔ M نزدیک می‌کنیم فاصلهٔ بار q_1 از نقطهٔ M، $\frac{3d}{4}$ می‌شود. میدان با مربع فاصله نسبت وارون دارد، بنابراین میدان بار q_1 در این حالت $\frac{16}{9}E_1$ می‌شود. $(\vec{E}'_1=\frac{16}{9}\vec{E}_1)$

بنابر فرض مسئله برایند دو میدان در حالت جدید برابر $-\vec{E}$ شده است، از این‌رو برایند دو میدان $\vec{E}_2$ و $\vec{E}'_1$ خواهد شد:

$$-\vec{E}=\vec{E}'_1+\vec{E}_2\xrightarrow{\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2}-\vec{E}_1-\vec{E}_2=\frac{16}{9}\vec{E}_1+\vec{E}_2$$

$$2\vec{E}_2=-\frac{25}{9}\vec{E}_1\Rightarrow\vec{E}_2=-\frac{25}{18}\vec{E}_1\quad(1)$$

با توجه به رابطهٔ (۱) میدان‌های دو بار در نقطه‌ای بین دو بار و روی خط و اصل آن‌ها در خلاف جهت هم هستند، بنابراین دو بار هم‌نام هستند. از طرفی چون فاصلهٔ دو بار الکتریکی از نقطهٔ M برابر است خواهیم داشت:

$$|E_2|=\frac{25}{18}|\vec{E}_1|\Rightarrow k\frac{q_2}{d^2}=\frac{25}{18}\frac{q_1}{d^2}\Rightarrow q_2=\frac{25}{18}q_1\Rightarrow\frac{q_1}{q_2}=\frac{+18}{25}$$

B ۱۳۱۱ **۴**

حالت اول: میدان هر دو بار $q_1=-q$ و $q_2=3q$ را در نقطهٔ O رسم می‌کنیم. جهت هر دو میدان به سمت چپ است و اندازه میدان برایند جمع اندازهٔ آن دو میدان است: $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$

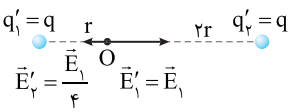


میدان بار $q_1=-q$ در نقطهٔ O برابر است با: $E_1=k\frac{|q|}{r^2}$

میدان بار $q_2=3q$ برابر است با: $E_2=k\frac{|3q|}{(2r)^2}=\frac{3}{4}\frac{kq}{r^2}$

بنابراین $E_2=\frac{3}{4}E_1$ است. جهت میدان E در نقطهٔ O به سمت چپ است و اندازهٔ آن خواهد شد: $\vec{E}=\vec{E}_1+\frac{3}{4}\vec{E}_1=\frac{7}{4}\vec{E}_1$

حالت دوم: بعد از تماس دو کره با هم بار دو کره برابر شده و بار هر یک از آن‌ها خواهد شد: $q'_1=q'_2=\frac{-q+3q}{2}\Rightarrow q'_1=q'_2=q$



میدان q'_1 در نقطهٔ O هم‌اندازهٔ میدان q_1 است، زیرا اندازهٔ بار آن‌ها برابر است و میدان $q'_2=q$ چون فاصله‌اش ۲r است $\frac{1}{4}$ میدان E_1 است و میدان‌ها مطابق شکل خلاف جهت هم هستند و میدان برایند خواهد شد:

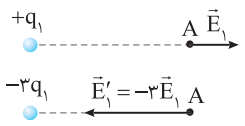
$\vec{E}'=\vec{E}_1-\frac{1}{4}\vec{E}_1=\frac{3}{4}\vec{E}_1$ به سمت راست

در نتیجه $\frac{|\vec{E}'|}{|\vec{E}|}=\frac{\frac{3}{4}E_1}{\frac{7}{4}E_1}=\frac{3}{7}\Rightarrow\vec{E}'=-\frac{3}{7}\vec{E}$

B ۱۳۱۲ **۴**

خط فکری یک بار دیگر مسئله را مطالعه کنید. با تغییر بار الکتریکی $+q_1$ و جایگزینی بار $-3q$ به جای آن، میدان الکتریکی از $\vec{E}_A=2\times10^3\vec{i}$ به $\vec{E}'_A=(-6\times10^3)\vec{i}$ تغییر کرده است. در واقع در تغییر میدان بارهای q_2، q_3 و q_4 نقشی ندارند و شما باید فکر خود را روی میدان حاصل از بارهای $+q_1$ و $-3q_1$ متمرکز کنید.

اگر میدان الکتریکی بار $+q_1$ در نقطهٔ A را E_1 بنامیم، میدان حاصل از بار الکتریکی $-3q_1$ برابر $-3E_1$ می‌شود، یعنی میدان به اندازه $-3E_1-E_1=-4E_1$ تغییر می‌کند، بنابراین تغییر میدان در نقطهٔ A برابر خواهد شد با:



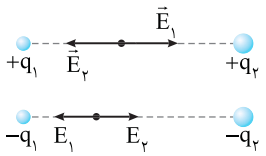
$-4E_1=-6\times10^3-2\times10^3=-8\times10^3$

$\Rightarrow E_1=2\times10^3\ N/C$

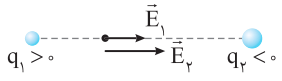
A ۱۳۱۳ **۲**

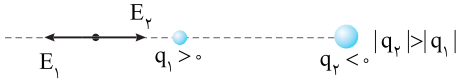
خط فکری بیایید با هم دو حالت را بررسی کنیم:

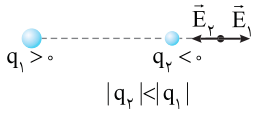
۱ دو بار الکتریکی همنام باشند. با رسم میدان‌ها مشخص است که میدان دو بار همنام (چه مثبت و چه منفی) روی خط واصل دو بار و در نقطه‌ای بین دو بار در خلاف جهت هم هستند و بین دو بار میدان در نزدیکی بار کوچک‌تر صفر می‌شود. زیرا میدان با مربع فاصله رابطه وارون و با مقدار بار رابطهٔ مستقیم دارد و برای آنکه E_1 مساوی E_2 شود اگر $|q_1|<|q_2|$ باشد باید r_1 نیز از r_2 کوچک‌تر باشد.



۲ دو بار الکتریکی ناهمنام باشند. میدان بارها در نقطه‌ای روی خط واصل دو بار و بین دو بار هم‌جهت هستند و ممکن نیست که میدان خالص صفر شود، بنابراین میدان خارج از دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر صفر می‌شود.

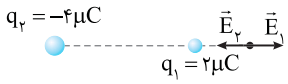






نکته اگر دو بار ناهمنام و دارای اندازهٔ یکسان باشند در هیچ نقطه‌ای روی خط واصل دو بار میدان صفر نمی‌شود. (چه بین دوبار و چه خارج از دو بار)

با توجه به خط فکری بیان شده تنها در گزینهٔ (۲) که بارها ناهمنام هستند و هم‌اندازه نیستند میدان در خارج بار و نزدیک بار $q_۱=۲\mu C$ (بار کوچک‌تر) می‌تواند صفر شود.

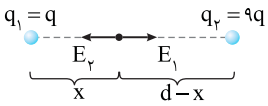


B ۱۳۱۴ | ۱

خط فکری چون دو بار همنام هستند یک نقطه بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر را مشخص کنید. فاصلهٔ بار کوچک‌تر (یا بزرگ‌تر) را با این نقطه x نشان دهید. بردار میدان‌ها رسم کرده سپس مقدار آن‌ها را مساوی قرار دهید.

مسئله فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر از بار q را خواسته است. این فاصله را x نامگذاری می‌کنیم و میدان‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$k\frac{q}{x^۲}=k\frac{۹q}{(d-x)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{x}=\frac{۳}{d-x}\Rightarrow ۳x=d-x\Rightarrow x=\frac{d}{۴}$$



میانبر استفاده از رابطهٔ:

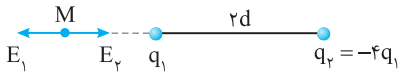
$$\frac{r_۲}{r_۱}=\sqrt{\frac{q_۲}{q_۱}}\quad,\quad\frac{d-x}{x}=\sqrt{\frac{۹q}{q}}\Rightarrow\frac{d-x}{x}=۳\Rightarrow x=\frac{d}{۴}$$

B ۱۳۱۵ | ۴

میدان خالص حاصل از دو بار ناهمنام خارج دو بار و نزدیک به بار با مقدار کمتر صفر می‌شود به طور مثال در شکل زیر در نقطه‌ای مثل نقطهٔ M، میدان خالص می‌تواند صفر شود یعنی $E_۱$ و $E_۲$ حاصل از بارها هم‌اندازه و خلاف جهت هم‌اند:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow k\frac{|q_۱|}{x^۲}=k\frac{|۴q_۱|}{(۲d+x)^۲}$$

$$(۲d+x)^۲=۴x^۲\Rightarrow ۲d+x=۲x\Rightarrow ۲d=x\Rightarrow x=۲d$$



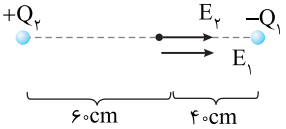
سؤال نسبت فاصلهٔ $q_۲$ از نقطهٔ M به d را می‌خواهد:

$$\frac{۲d+x}{d}=\frac{۴d}{d}=۴$$

(البته در گزینه‌ها، فاصلهٔ $q_۲$ از نقطهٔ M آمده است.)

B ۱۳۱۶ | ۳

خط فکری دقت کنید بین دو بار ناهمنام میدان‌ها هم‌جهت هستند و میدان خالص صفر نمی‌شود. یعنی دو میدان ممکن است در یک نقطه هم‌اندازه باشند اما چون هم‌جهت هستند میدان خالص صفر نیست و شما تنها باید میدان دو بار را برابر قرار دهید.



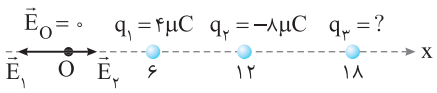
در نقطه‌ای بین دو بار به فاصلهٔ ۴۰cm از بار $-Q_۱$ و $۱۰۰-۴۰=۶۰cm$ از بار $+Q_۲$ میدان‌ها با هم برابر شده است. در این صورت:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow k\frac{Q_۱}{r_۱^۲}=k\frac{Q_۲}{r_۲^۲}\Rightarrow\frac{Q_۱}{(۴۰)^۲}=\frac{Q_۲}{(۶۰)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{Q_۲}{Q_۱}=(\frac{۶۰}{۴۰})^۲\Rightarrow\frac{Q_۲}{Q_۱}=\frac{۹}{۴}=۲/۲۵$$

B ۱۳۱۷ | ۲

خط فکری میدان الکتریکی در نقطهٔ O صفر شده است. ابتدا میدان الکتریکی بارهای $q_۱=۴\mu C$ و $q_۲=-۸\mu C$ را به‌دست می‌آوریم، تا به کمک آن مشخص کنیم بار $q_۳$ چه مقدار و چه نوع باشد، تا میدان حاصل از آن برایند $E_۱$ و $E_۲$ را خنثی کند.



۱ میدان الکتریکی بار $q_۱=۴\mu C$ در محل O برابر است با:

$$E_۱=k\frac{|q|}{r_۱^۲}\Rightarrow E_۱=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow E_۱=۱۰^۷\,N/C$$

۲ میدان الکتریکی بار $q_۲=-۸\mu C$ در محل O برابر است با:

$$E_۲=k\frac{|q|}{r_۲^۲}\Rightarrow E_۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{۸\times۱۰^{-۶}}{(۱۲\times۱۰^{-۲})^۲}=\frac{۱}{۲}\times۱۰^۷\,N/C$$

۳ میدان‌های $E_۱$ و $E_۲$ در خلاف جهت هم هستند و میدان برایند آن‌ها خواهد شد:

$$E_{۱۲}=E_۱-E_۲=۱۰^۷-\frac{۱}{۲}\times۱۰^۷=\frac{۱}{۲}\times۱۰^۷\,N/C$$

این میدان به سمت چپ است

۴ میدان $\vec{E}_۳$ باید با $\vec{E}_{۱۲}$ در نقطهٔ O برابر و جهت آن به سمت راست باشد تا میدان خالص در این نقطه صفر شود، بنابراین $q_۳$ باید منفی باشد.

$$E_۳=E_{۱۲}\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times۱۰^۷=۹\times۱۰^۹\frac{|q_۳|}{۱۸\times۱۸\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow|q_۳|=۱۸\times۱۰^{-۶}\Rightarrow q_۳=-۱۸\mu C$$

بازی با سؤال **بارهای الکتریکی $q_۱=۴\mu C$ و $q_۲=-۸\mu C$ روی محور xها به ترتیب در مکان‌های $x=۸cm$ و $x=۱۲cm$ قرار دارند. بار $q_۳=-۱۸\mu C$ را در چه نقطه‌ای روی محور x قرار دهیم تا میدان الکتریکی خالص در مبدأ محور x برابر صفر شود؟**

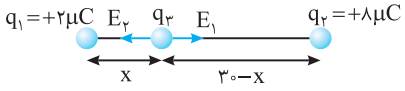
۱) $+۱۸\sqrt{۲}cm$ ۲) $-۱۸\sqrt{۲}cm$ ۳) $-۳۶\sqrt{۲}cm$ ۴) $+۳۶\sqrt{۲}cm$

گزینهٔ ۴

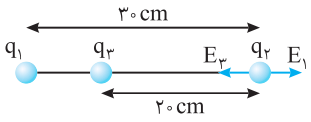
B ۱۳۱۸ | ۱

بار $q=q_۳$ مجهول است، پس ابتدا میدان خالص در محل این بار را برابر صفر درنظر گرفته و بررسی می‌کنیم، زیرا در حل معادله‌های آن، نیاز به میدان‌های حاصل از بار $q_۱$ و $q_۲$ داشته و نیازی به میدان حاصل از $q_۳$ نیست. میدان الکتریکی دو بار همنام $q_۱=+۲\mu C$ و $q_۲=+۸\mu C$ در نقطه‌ای بین آن‌ها و نزدیک بار کوچک‌تر صفر می‌شود، بنابراین بار سوم باید نزدیک بار $q_۱$ و بین $q_۱$ و $q_۲$ قرار گیرد:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow k\frac{q_۱}{r_۱^۲}=k\frac{q_۲}{r_۲^۲}\Rightarrow\frac{۲}{x^۲}=\frac{۸}{(۳۰-x)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{x}=\frac{۲}{۳۰-x}\Rightarrow x=۱۰cm$$



برای آن‌که میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_3 در محل بار q_2 صفر شود، باید q_1 و q_3 ناهمنام باشند تا میدان خالص آن‌ها خارج از دو بار در محل q_2 در خلاف جهت هم باشد، یعنی q_3 باید منفی باشد:



$$E_1=E_3\Rightarrow k\frac{q_1}{r_1^2}=k\frac{|q_3|}{r_2^2}\Rightarrow\frac{2}{30^2}=\frac{|q_3|}{20^2}\Rightarrow|q_3|=\frac{8}{9}\Rightarrow q_3=-\frac{8}{9}\mu C$$

۴ | ۱۳۱۹ | B

یادآوری

۱ جهت میدان الکتریکی دو بار همنام بین دو بار در خلاف جهت هم و خارج از دو بار هم‌جهت است.

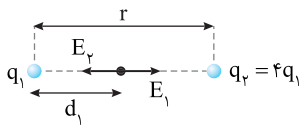
۲ میدان دو بار همنام و نامساوی بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر می‌تواند صفر باشد.

۳ جهت میدان بار الکتریکی دو بار ناهمنام بین دو بار در جهت هم و خارج از دو بار در خلاف جهت هم است.

۴ میدان دو بار ناهمنام و نامساوی خارج از دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر می‌تواند صفر باشد.

حالت اول: دو بار همنام هستند و بار آن‌ها می‌تواند مثبت یا منفی باشد ولی به هر حال در محل d_1 از بار q_1 و بین دو بار میدان‌های آن‌ها برابر و در خلاف جهت هم است و برایند میدان‌ها صفر شده است.

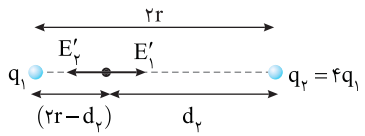
$$E_1=E_2\Rightarrow k\frac{q_1}{d_1^2}=k\frac{4q_1}{(r-d_1)^2}\Rightarrow d_1=\frac{r}{3}$$



حالت دوم: فاصلهٔ بین دو بار را دو برابر کرده‌ایم، دوباره میدان‌ها را رسم کرده و در فاصلهٔ d_2 (البته d_2 این بار فاصله از بار q_2 است) میدان‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$E_1'=E_2'\Rightarrow\frac{kq_1}{(2r-d_2)^2}=k\frac{4q_1}{d_2^2}\Rightarrow\frac{1}{2r-d_2}=\frac{2}{d_2}$$

$$\Rightarrow 4r-2d_2=d_2\Rightarrow d_2=\frac{4}{3}r$$

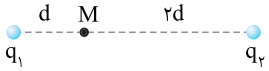


اکنون نسبت $\frac{d_2}{d_1}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{d_2}{d_1}=\frac{\frac{4r}{3}}{\frac{r}{3}}\Rightarrow\frac{d_2}{d_1}=4$$

بازی با سؤال

در شکل زیر برایند میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 در نقطهٔ M صفر شده است. اگر فاصلهٔ بار q_1 تا نقطهٔ M نصف شود، بار q_2 چند برابر بار q_1 شود تا میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M صفر شود؟



۱) ۴ ۲) ۱۶
۳) ۲ ۴) ۸

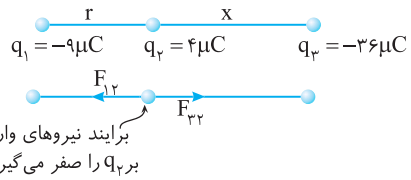
گزینهٔ ۲

۴ | ۱۳۲۰ | B

خط فکری در حل این سؤال ابتدا باید از فرض مسئله یعنی صفر بودن نیروهای وارد بر بارها استفاده کنیم و رابطه‌ای بین فاصلهٔ بارها به‌دست آوریم و در گام بعدی جای بارهای q_3 و q_1 را جابه‌جا کرد و نیروی خالص وارد بر بار q_2 و q_1 را برحسب رابطه‌ای که برای فاصله‌ها به‌دست آوردیم محاسبه کنیم.

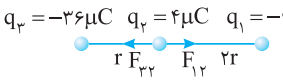
۱ با توجه به شکل زیر باید یک رابطه بین x و r به‌دست آوریم، از این‌رو مطابق فرض مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 را صفر گرفته‌ایم، در این صورت نیروهایی که دو بار q_1 و q_3 به بار q_2 وارد می‌کنند باید هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

$$F_{12}=F_{32}\Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=k\frac{|q_3||q_2|}{x^2}\Rightarrow\frac{9}{r^2}=\frac{36}{x^2}\Rightarrow\frac{x^2}{r^2}=4\Rightarrow x=2r$$



برایند نیروهای وارد بر q_2 را صفر می‌گیریم.

۲ جای بارهای q_1 و q_3 را عوض کرده و نیروی خالص وارد بر بار q_2 را حساب می‌کنیم:



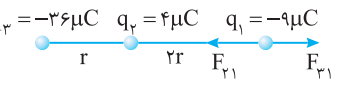
$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{(2r)^2}\Rightarrow F_{12}=k\times\frac{9\times4\times10^{-12}}{4r^2}=\frac{9\times10^{-12}k}{r^2}$$

$$F_{32}=k\frac{|q_3||q_2|}{(r)^2}\Rightarrow F_{32}=k\times\frac{36\times4\times10^{-12}}{r^2}=\frac{144\times10^{-12}k}{r^2}$$

دو بردار F_{32} و F_{12} خلاف جهت هم‌اند بنابراین بزرگی نیروی خالص وارد بر q_2 برابر اختلاف دو نیرو است:

$$|\vec{F}_2|=|\underbrace{\vec{F}_{12}-\vec{F}_{32}}_{\text{خلاف جهت هم}}|\Rightarrow|\vec{F}_2|=\frac{(144-9)\times10^{-12}k}{r^2}=\frac{135\times10^{-12}k}{r^2}$$

۳ نیروی خالص وارد بر بار q_1 را حساب می‌کنیم:



$$|\vec{F}_{21}|=|\vec{F}_{12}|=\frac{9\times10^{-12}k}{r^2}$$

$$F_{31}=k\frac{|q_1||q_3|}{(3r)^2}\Rightarrow F_{31}=k\times\frac{9\times36\times10^{-12}}{9r^2}\Rightarrow F_{31}=\frac{36\times10^{-12}k}{r^2}$$

دو بردار F_{31} و F_{21} خلاف جهت هم‌اند بنابراین:

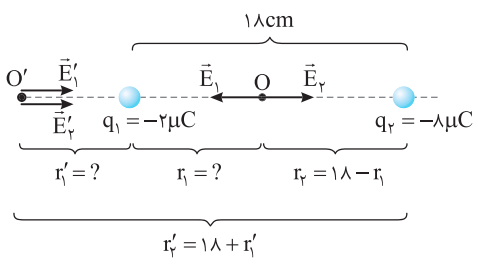
$$|\vec{F}_1|=|\underbrace{\vec{F}_{31}-\vec{F}_{21}}_{\text{خلاف جهت هم}}|\Rightarrow F_1=\frac{27\times10^{-12}k}{r^2}$$

۴ حال نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{\frac{135\times10^{-12}k}{r^2}}{\frac{27\times10^{-12}k}{r^2}}=5$$

۴ | ۱۳۲۱ | B

در دو مکان اندازهٔ میدان الکتریکی دو بار نقطه‌ای $q_1=-2\mu C$ و $q_2=-8\mu C$ روی خط واصل دو بار یکسان است. یک موقعیت بین دو بار الکتریکی و در نقطهٔ O و موقعیت دیگر خارج دو بار الکتریکی و در نقطهٔ O'، هر دو نقطهٔ مورد نظر به بار الکتریکی کوچک‌تر یعنی q_1، نزدیک‌ترند.



با توجه به رابطهٔ $E=\frac{kq}{r^2}$، فاصلهٔ r_1 و r'_1 را محاسبه کرده تا بتوانیم فاصلهٔ بین دو نقطهٔ O و O' را به‌دست آوریم:

در نقطهٔ O: $E_1=E_2\Rightarrow\frac{kq_1}{r_1^2}=\frac{kq_2}{r_2^2}\Rightarrow\frac{2}{r_1^2}=\frac{8}{(18-r_1)^2}$

$\Rightarrow(\frac{r_1}{18-r_1})^2=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{r_1}{18-r_1}=\frac{1}{2}\Rightarrow r_1=6\,cm$

در نقطهٔ O': $E'_1=E'_2\Rightarrow\frac{kq_1}{r_1'^2}=\frac{kq_2}{r_2'^2}\Rightarrow\frac{2}{r_1'^2}=\frac{8}{(18+r'_1)^2}$

$\Rightarrow(\frac{r'_1}{18+r'_1})^2=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{r'_1}{18+r'_1}=\frac{1}{2}\Rightarrow r'_1=18\,cm$

فاصلهٔ نقاط O و O': $OO'=r_1+r'_1=6+18=24\,cm$

C ۱۳۲۲ ۱

۱ میدان الکتریکی بار q_1 را در نقاط A و B به‌دست می‌آوریم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}\text{A نقطه}\rightarrow E_{1A}=9\times10^9\times\frac{36\times10^{-6}}{4}\Rightarrow E_{1A}=81\times10^3\,N/C\\ \text{B نقطه}\rightarrow E_{1B}=9\times10^9\times\frac{36\times10^{-6}}{36}\Rightarrow E_{1B}=9\times10^3\,N/C\end{cases}$$

$q_1=36\mu C$ — E_{1A} — A — q_2 — E_{1B} — B

۲m ۲m ۲m

۲ میدان الکتریکی بار q_2 در دو نقطهٔ A و B باهم برابر است. زیرا فاصلهٔ q_2 از A و B یکی است. میدان بار الکتریکی q_2 را در این نقاط حساب می‌کنیم.

$$E_{2A}=E_{2B}=k\frac{|q_2|}{r^2}\Rightarrow E_{2A}=E_{2B}=9\times10^9\times\frac{|q_2|}{4}$$

۳ حال به اعداد به‌دست آمده دقت کنید. قرار است در نقطهٔ A و نقطهٔ B میدان خالص برابر شود. بنابراین باید میدان q_2 در نقطهٔ A در خلاف جهت E_{1A} باشد تا آن را کاهش دهد در نقطهٔ B باید در جهت E_{1B} باشد تا آن را افزایش دهد تا میدان در نقاط A و B یکی شود. بنابراین بار q_2 قطعاً مثبت است.

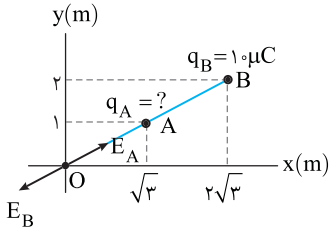
$$E_A=E_B\Rightarrow E_{1A}-E_{2A}=E_{1B}+E_{2B}$$

$$81\times10^3-\frac{9\times10^9q_2}{4}=9\times10^3+9\times10^9\frac{q_2}{4}\Rightarrow72\times10^3=18\times10^9\frac{q_2}{4}$$

$$q_2=16\times10^{-6}\,C\Rightarrow q_2=16\mu C$$

B ۱۳۲۳ ۲

خط فکری قطعاً نقطه‌های O و A و B در امتداد یک خط راست هستند زیرا، در غیر این صورت میدان در نقطهٔ O صفر نمی‌شود. باید فاصلهٔ OA و OB را به کمک ریاضی پیدا کنید. با توجه به اینکه میدان در نقطه‌ای خارج از دو بار صفر شده است حتماً دو بار ناهمنام هستند، یعنی بار q_A منفی است. میدان دو بار را در نقطهٔ O برابر قرار دهید.



۱ فاصلهٔ A تا مبدأ برابر است با:

$$OA=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2m$$

۲ فاصلهٔ B تا مبدأ برابر است با:

$$OB=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4m$$

۳ قبل از برابر قرار دادن میدان‌ها پیش‌بینی می‌کنیم که چون فاصلهٔ B تا مبدأ دو برابر فاصلهٔ A تا مبدأ است قطعاً بار q_B چهار برابر بار q_A است تا میدان‌ها در مبدأ برابر شوند. اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

$$E_A=E_B\xrightarrow{E=k\frac{|q|}{r^2}}k\frac{|q_A|}{2^2}=k\frac{10}{4^2}\Rightarrow|q_A|=2/5\mu C$$

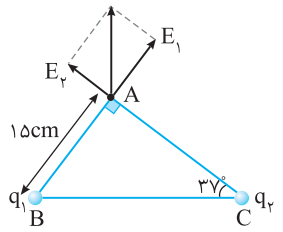
چون بار q_A منفی است: $q_A=-2/5\mu C$

B ۱۳۲۴ ۱

خط فکری برای یافتن میدان الکتریکی حاصل از هر بار در نقطهٔ A ابتدا باید به کمک مثلثات $(\tan37^\circ)$ فاصلهٔ بار q_2 تا A را نیز حساب کنید. سپس میدان‌ها را به‌دست آورده به کمک رابطهٔ فیثاغورس، میدان برایند در A را به‌دست بیاورید.

۱ طول پاره‌خط AC را حساب می‌کنیم:

$$\tan37^\circ=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\frac{3}{4}=\frac{15}{AC}\Rightarrow AC=20\,cm$$



۲ میدان هر یک از بارها را در نقطهٔ A به‌دست می‌آوریم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\begin{cases}\xrightarrow{AB=15cm}E_{1A}=9\times10^9\times\frac{30\times10^{-6}}{15\times15\times10^{-4}}=12\times10^6\,N/C\\ \xrightarrow{AC=20cm}E_{2A}=9\times10^9\times\frac{40\times10^{-6}}{20\times20\times10^{-4}}=9\times10^6\,N/C\end{cases}$$

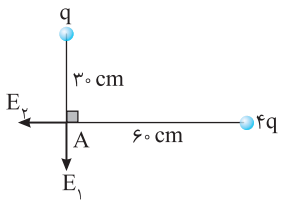
۳ میدان برایند در نقطهٔ A خواهد شد:

$$E_A=\sqrt{(12\times10^6)^2+(9\times10^6)^2}=\sqrt{144+81}\times10^6=\sqrt{225}\times10^6$$

$$\Rightarrow E_A=15\times10^6\,N/C$$

B ۱۳۲۵ ۳

مسئله ساده‌ای است. کافی است میدان هر بار را در نقطهٔ A توسط رابطه $E=kq/r^2$ پیدا کنیم، چون دو میدان بر هم عمودند به کمک رابطهٔ فیثاغورس برایند آن‌ها به‌دست آورده برابر $1000\sqrt{2}\,N/C$ قرار دهیم.



۱ میدان بار q در محل A برابر است با:

$$E=k\frac{q}{r^2}=E_1=9\times10^9\times\frac{q}{(30\times10^{-2})^2}\Rightarrow E_1=10^{11}q$$

۲ میدان بار 4q را در محل A حساب می‌کنیم:

$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow E_2=9\times10^9\times\frac{4q}{(60\times10^{-2})^2}\Rightarrow E_2=10^{11}q$$

۳ میدان خالص خواهد شد:

$$E_t^2=E_1^2+E_2^2\Rightarrow(1000\sqrt{2})^2=(10^{11}q)^2+(10^{11}q)^2$$

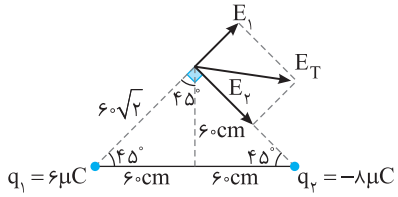
$$2\times10^6=2\times(10^{22}\times q^2)\Rightarrow q^2=10^{-16}\Rightarrow q=10^{-8}\,C=10\,nC$$

B ۱۳۲۶ ۲

خط فکری شکل ساده‌ای از مسئله رسم کنید، بردارهای میدان الکتریکی را در نقطهٔ مورد نظر رسم کرده، اندازهٔ آن‌ها را به‌دست بیاورید، سپس میدان الکتریکی خالص را به کمک قضیهٔ فیثاغورس حساب کنید.

میدان الکتریکی E_1 و E_2 خواهد شد:

$$E=\frac{k|q|}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}E_1=9\times10^9\times\frac{6\times10^{-6}}{2\times36\times10^{-2}}\Rightarrow E_1=\frac{3}{4}\times10^5\ N/C\\ E_2=9\times10^9\times\frac{8\times10^{-6}}{2\times36\times10^{-2}}\Rightarrow E_2=10^5\ N/C\end{cases}$$



میدان خالص را حساب می‌کنیم:

$$E_T=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{(\frac{3}{4}\times10^5)^2+(10^5)^2}=\sqrt{(\frac{3}{4})^2+1}\times10^5$$

$$E_T=\frac{5}{4}\times10^5\Rightarrow E_T=1/25\times10^5\ N/C$$

B ۱۳۲۷ ۳

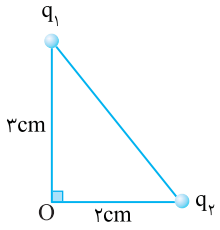
خط فکری آنچه مسلم است، میدان‌های ناشی از دو بار الکتریکی q_1 و q_2 صرف نظر از نوع بار آن‌ها در نقطهٔ O بر هم عمودند. میدان‌های هر دو بار را به‌دست آورید و برایند آن‌ها را از رابطهٔ فیثاغورس حساب کنید.

۱ میدان بار الکتریکی q_1 در نقطهٔ O:

$$E_1=k\frac{|q_1|}{r^2}\Rightarrow E_1=k\frac{|q_1|}{9\times10^{-4}}$$

میدان بار الکتریکی q_2 در نقطهٔ O:

$$E_2=k\frac{|q_2|}{r^2}\Rightarrow E_2=k\frac{|q_2|}{4\times10^{-4}}$$



۲ میدان‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم و رابطهٔ بین E_1 و E_2 را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{\frac{k|q_2|}{4\times10^{-4}}}{\frac{k|q_1|}{9\times10^{-4}}}=\frac{|q_2|}{|q_1|}\times\frac{9}{4}\xrightarrow{\frac{q_2=4}{q_1=3}}\frac{E_2}{E_1}=\frac{4}{3}\times\frac{9}{4}\Rightarrow E_2=3E_1$$

۳ میدان خالص در نقطهٔ O را حساب می‌کنیم:

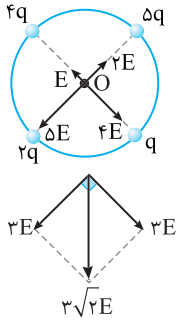
$$E_O=\sqrt{E_1^2+E_2^2}\Rightarrow E_O=\sqrt{E_1^2+(3E_1)^2}=\sqrt{10}E_1$$

B ۱۳۲۸ ۴

مسئلهٔ ساده‌ای است. اگر میدان الکتریکی بار q در مرکز دایره E باشد، میدان الکتریکی بار $2q$ برابر $2E$، میدان الکتریکی بار $4q$ برابر $4E$ و میدان الکتریکی بار $5q$ در مرکز دایره برابر $5E$ خواهد شد.

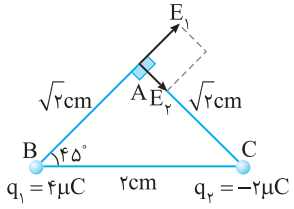
همهٔ میدان‌ها را روی شکل رسم کنید. میدان‌های E و $4E$ در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها $4E-E=3E$ می‌شود، همچنین میدان‌های $2E$ و $5E$ در خلاف جهت هم بوده و میدان برایند آن‌ها نیز $5E-2E=3E$ می‌شود، بنابراین در نهایت دو میدان $3E$ عمود بر هم داریم که میدان خالص در مرکز دایره خواهد شد:

$$E_t=\sqrt{(3E)^2+(3E)^2}=3\sqrt{2}E$$ رو به پایین



B ۱۳۲۹ ۲

خط فکری ابتدا به کمک نیروی الکتریکی بین q_1 و q_2، بار الکتریکی q_2 را حساب کنید. سپس میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ A به دست بیاورید و سرانجام به کمک رابطهٔ فیثاغورس میدان الکتریکی برایند را حساب کنید.



نیروی بین دو بار ربایشی است، بنابراین بار q_2 منفی است. به کمک قانون کولن بار q_2 را حساب می‌کنیم.

$$F=k\frac{q_1|q_2|}{r^2}\Rightarrow180=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times|q_2|}{4\times10^{-4}}\Rightarrow|q_2|=2\times10^{-6}C$$

$$\Rightarrow q_2=-2\times10^{-6}C$$

مثلث ABC متساوی‌الساقین است و فاصلهٔ دو بار از نقطهٔ A یکسان و برابر است با:

$$BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow4=2(AB)^2\Rightarrow AB=AC=\sqrt{2}cm$$

اکنون میدان هر بار را در نقطهٔ A حساب می‌کنیم:

$$E_1=k\frac{q_1}{r^2}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}}{2\times10^{-4}}=18\times10^7\ N/C$$

$$E_2=k\frac{q_2}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}}{2\times10^{-4}}=9\times10^7\ N/C$$

میدان خالص یا برایند خواهد شد:

$$E_T=\sqrt{E_1^2+E_2^2}\Rightarrow E_T=\sqrt{(18\times10^7)^2+(9\times10^7)^2}\Rightarrow E_T=9\sqrt{5}\times10^7\ N/C$$

B ۱۳۳۰ ۱

ابتدا فاصلهٔ هر بار را از نقطهٔ M به‌دست می‌آوریم.

$$AM=MC=MB=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=30\sqrt{2}cm$$

فاصلهٔ بارها از M برابر است و اندازهٔ میدان الکتریکی آن‌ها در نقطهٔ M برابر است.

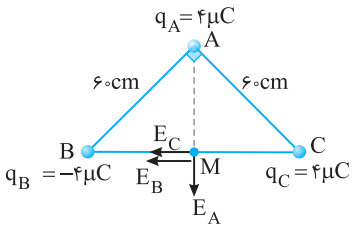
$$E_A=E_B=E_C=k\frac{|q|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}}{(30\sqrt{2}\times10^{-2})^2}$$

$$E_A=E_B=E_C=2\times10^5\ N/C$$

میدان خالص خواهد شد:

$$E_t=\sqrt{(E_A)^2+(E_B+E_C)^2}$$

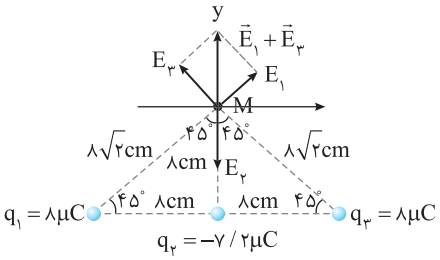
$$E_t=\sqrt{(2\times10^5)^2+(4\times10^5)^2}\Rightarrow E_t=2\sqrt{5}\times10^5\ N/C$$



B ۱۳۳۱ ۴

میدان حاصل از بارهای q_1 و q_3 را در نقطهٔ M محاسبه می‌کنیم و چون اندازه بارهای q_1 و q_3 و فاصلهٔ آن‌ها تا نقطهٔ M با هم برابر است، $E_1=E_3$ است.

$$E_3=E_1=\frac{kq_1}{r^2}=\frac{9\times10^9\times8\times10^{-6}}{64\times2\times10^{-4}}=\frac{9}{16}\times10^7\ N/C$$



اندازهٔ میدان برایند E_1 و E_3 خواهد شد:

$$E_{31}=|\vec{E}_3+\vec{E}_1|=\sqrt{E_1^2+E_3^2}=\frac{9\sqrt{2}}{16}\times10^7=\frac{12/6}{16}\times10^7\,N/C$$

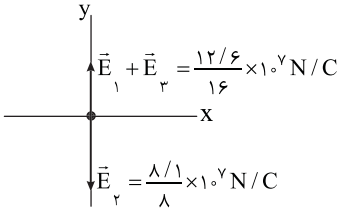
چون E_1 و E_3 هم‌اندازه هستند برایند آن در امتداد نیم‌ساز زاویهٔ بین آن‌ها و روی محور yها قرار می‌گیرد. اکنون میدان الکتریکی بار q_2 را به‌دست می‌آوریم.

$$E_2=\frac{kq_2}{r^2}=\frac{9\times10^9\times7/2\times10^{-6}}{64\times10^{-4}}=\frac{8/1}{8}\times10^7\,N/C$$

با توجه به شکل بزرگی میدان خالص برابر تفاضل دو میدان $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_{31}$ است از این‌رو:

$$E_T=\frac{8/1}{8}\times10^7-\frac{12/6}{16}\times10^7=\frac{3/6}{16}\times10^7$$

$$\Rightarrow E_T=\frac{1/8}{8}\times10^7=\frac{18}{8}\times10^6\Rightarrow E_T=\frac{9}{4}\times10^6\,N/C$$

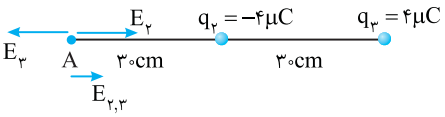


B ۱۳۳۲ ۳

میدان‌های حاصل از بارهای q_2 و q_3 را در نقطهٔ A به‌دست می‌آوریم.

$$E_2=k\frac{|q_2|}{r_2^2}\Rightarrow E_2=\frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{900\times10^{-4}}=4\times10^5\,N/C$$

$$E_3=k\frac{|q_3|}{r_3^2}\Rightarrow E_3=\frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{3600\times10^{-4}}=10^5\,N/C$$



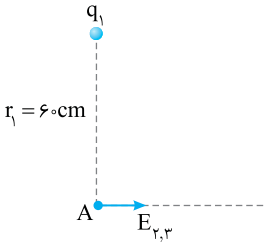
با توجه به علامت بارها جهت میدان‌های E_2 و E_3 خلاف جهت هم‌اند:

$$E_{23}=E_2-E_3=3\times10^5\,N/C$$

میدان حاصل از بار q_1 چه بار مثبت باشد و چه منفی بر راستای میدان E_{23} عمود است و میدان خالص در نقطهٔ A از برایند این دو بردار عمود بر هم به‌دست می‌آید:

$$E_T=\sqrt{E_1^2+E_{23}^2}\Rightarrow E_T^2=E_1^2+E_{23}^2$$

$$25\times10^{10}=E_1^2+9\times10^{10}\Rightarrow E_1^2=16\times10^{10}\Rightarrow E_1=4\times10^5\,N/C$$

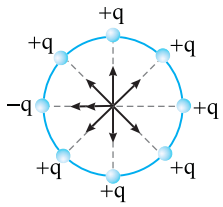


حال با توجه به میدان E_1 اندازهٔ q_1 را به‌دست می‌آوریم:

$$E_1=\frac{k|q_1|}{r_1^2}\Rightarrow4\times10^5=\frac{9\times10^9\times|q_1|}{3600\times10^{-4}}\Rightarrow|q_1|=16\times10^{-6}C=16\mu C$$

B ۱۳۳۳ ۱

بردار میدان الکتریکی هر هشت بار را رسم کنید، خواهید دید که تنها برای بار $-q$ و بار روبه‌روی آن در مرکز دایره، بردارهای میدان هم‌جهت بوده و با هم جمع می‌شود و شش میدان الکتریکی دیگر در مرکز دایره دوبه‌دو در خلاف جهت هم هستند و یکدیگر را خنثی می‌کنند.



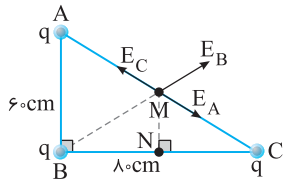
بنابراین کافی است میدان الکتریکی یکی از بارها را به‌دست آورده و دو برابر کنیم.

$$E_T=2E=2\frac{kq}{r^2}\Rightarrow E_T=2\times9\times10^9\times\frac{5\times10^{-9}}{9\times10^{-2}}\Rightarrow E_T=10^3\,N/C$$

B ۱۳۳۴ ۱

۱ فاصلهٔ بارهای واقع در رأس‌های A و C تا نقطهٔ M وسط AC برابر بوده و با توجه به مثبت و یکسان بودن بارها، میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_A و q_C در نقطهٔ M هم‌اندازه و خلاف جهت هم بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند. $(E_A=E_C)$، بنابراین میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M همان میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی واقع در نقطهٔ B است.

از اینجا به بعد باید به سراغ هندسه برویم و فاصلهٔ BM را حساب کنیم.



۲ طول ضلع AC را حساب می‌کنیم.

$$AC^2=AB^2+BC^2$$

$$\Rightarrow AC^2=60^2+80^2$$

$$\Rightarrow AC=100\,cm$$

۳ فاصلهٔ MC را به‌دست می‌آوریم:

$$MC=\frac{AC}{2}=50\,cm$$

۴ هرگاه از وسط ضلع AC خطی به موازات ضلع AB رسم کنیم، ضلع BC را نصف می‌کند. یعنی نقطهٔ N وسط BC بوده و $BN=NC=\frac{80}{2}=40\,cm$ است.

۵ در مثلث قائم‌الزاویه CMN، طول MN را حساب می‌کنیم.

$$MC^2=MN^2+NC^2\Rightarrow50^2=MN^2+40^2\Rightarrow MN=30\,cm$$

۶ در مثلث قائم‌الزاویهٔ BMN، طول ضلع BM را به‌دست می‌آوریم.

$$BM^2=BN^2+MN^2\Rightarrow BM^2=40^2+30^2\Rightarrow BM=50\,cm$$

۷ اکنون مقدار بار q را حساب می‌کنیم.

$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow9\times10^4=9\times10^9\frac{q}{(0/5)^2}\Rightarrow q=0/25\times10^{-5}C$$

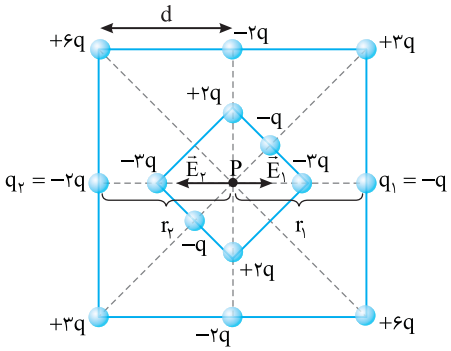
$$\Rightarrow q=2/5\times10^{-6}\Rightarrow q=2/5\mu C$$

B ۱۳۳۵ ۳

با توجه به تقارن شکل و یکسان بودن اندازهٔ برخی از بارهای الکتریکی و برابری فاصلهٔ آن‌ها تا نقطهٔ P، درمی‌یابیم که میدان‌های الکتریکی این بارها به جز دو بار q_1 و q_2 که در شکل مشخص شده‌اند به صورت دو به دو هم‌اندازه و در خلاف جهت هم ظاهر شده و یکدیگر را خنثی می‌کنند، بردار میدان الکتریکی این دو بار نقطه‌ای در نقطهٔ P به ترتیب $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ نام دارند که در خلاف جهت یکدیگر می‌باشند. پس میدان الکتریکی برایند در نقطهٔ P برابر خواهد شد با:

$$E_1=\frac{kq_1}{r_1^2}\Rightarrow E_1=\frac{kq}{d^2}\text{ به سمت راست},\quad E_2=\frac{kq_2}{r_2^2}\Rightarrow E_2=\frac{2kq}{d^2}\text{ به سمت چپ}$$

$$\vec{E}_P=\vec{E}_2+\vec{E}_1\Rightarrow E_P=E_2-E_1=\frac{2kq}{d^2}-\frac{kq}{d^2}=\frac{kq}{d^2}\text{ به سمت چپ}$$



B ۱۳۳۶ ۳

خط فکری در حل این نوع مسائل بهتر است که میدان الکتریکی بار q در فاصلهٔ مشخص r را E فرض کنیم. سپس میدان هر بار در مرکز مربع را بر حسب E حساب کرد و سرانجام بزرگی میدان خالص را به‌دست آورد.

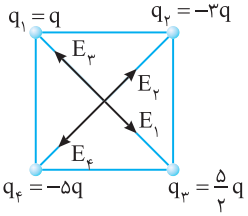
$E_۱=E$

بزرگی میدان بار $q_۲=-۳q$ در مرکز مربع برابر است با: $E_۲=۳E$

بزرگی میدان بار $q_۳=\frac{۵}{۲}q$ در مرکز مربع برابر است با: $E_۳=\frac{۵}{۲}E$

بزرگی میدان بار $q_۴=-۵q$ در مرکز مربع برابر است با: $E_۴=۵E$

اکنون جهت هر میدان را روی شکل رسم می‌کنیم.



بزرگی برایند $E_۳$ و $E_۱$ خواهد شد:

$$E_{۱۳}=\frac{۵}{۲}E-E=\frac{۳}{۲}E$$

بزرگی برایند $E_۲$ و $E_۴$ خواهد شد:

$$E_{۲۴}=E_۴-E_۲=۵E-۳E=۲E$$

اکنون میدان خالص را به‌دست می‌آوریم:

$$E_t=\sqrt{(E_{۱۳})^۲+(E_{۲۴})^۲}\Rightarrow E_t=\sqrt{(\frac{۳}{۲}E)^۲+(۲E)^۲}\Rightarrow E_t=\frac{۵}{۲}E$$

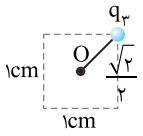
فاصلهٔ بار q از مرکز مربع نصف قطر آن و برابر است با: $r=\frac{\sqrt{۲}}{۲}a$

بزرگی میدان خالص خواهد شد:

$$E_t=\frac{۵}{۲}\frac{kq}{r^۲}=\frac{۵}{۲}\frac{kq}{\frac{۱}{۲}a^۲}\Rightarrow E_t=\frac{۵kq}{a^۲}$$

B ۱۳۳۷ ۳

فاصلهٔ بارهای $q_۱$ و $q_۰$ تا نقطهٔ O یکسان و اندازهٔ دو بار نیز یکسان است و میدان حاصل از آن‌ها در نقطهٔ O خلاف جهت هم هستند. پس میدان حاصل از این دو بار در نقطهٔ O صفر می‌شود.



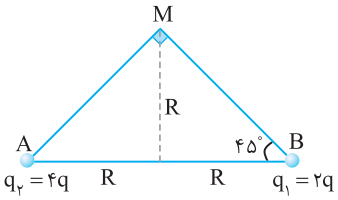
به‌طور مشابه میدان حاصل از بارهای دیگر نیز در نقطهٔ O دوبه‌دو برابر و خلاف جهت هم هستند. به‌جز میدان حاصل از بار $q_۳$. بنابراین میدان خالص در نقطهٔ O برابر میدان حاصل از بار $q_۳$ است. فاصلهٔ بار $q_۳$ از O را حساب می‌کنیم:

$$r=\frac{\sqrt{۱^۲+۱^۲}}{۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}cm$$

$$E_۳=\frac{kq_۳}{r^۲}\Rightarrow E_۳=\frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۶}}{\frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow E_۳=۳۶\times۱۰^۷ N/C=۳/۶\times۱۰^۸ N/C$$

B ۱۳۳۸ ۳

خط فکری در این شکل که به نظر یک شکل فضایی است اگر به دقت نگاه کنید بارهای $q_۱$ و $q_۲$ و نقطهٔ M رأس‌های یک مثلث قائم‌الزاویه در شکل روبه‌رو هستند. بنابراین میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ M حساب می‌کنیم. سپس به کمک رابطهٔ فیثاغورس مسئله را حل می‌کنیم.



ابتدا فاصلهٔ هر یک از بارها را تا نقطهٔ M حساب می‌کنیم.

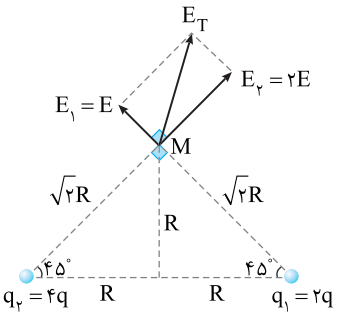
$$AM=BM=\sqrt{R^۲+R^۲}=\sqrt{۲}R$$

اکنون میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ M به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}E=k\frac{q}{R^۲}\\E_۱=k\frac{۲q}{(\sqrt{۲}R)^۲}\end{cases}\Rightarrow E_۱=E\quad,\quad\begin{cases}E=k\frac{q}{R^۲}\\E_۲=k\frac{۴q}{(\sqrt{۲}R)^۲}\end{cases}\Rightarrow E_۲=۲E$$

میدان الکتریکی خالص برابر خواهد شد با:

$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_۲^۲}\Rightarrow E_T=\sqrt{E^۲+۴E^۲}\Rightarrow E_T=\sqrt{۵}E$$

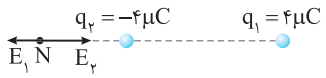


B ۱۳۳۹ ۲

میدان‌های حاصل از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را در نقطهٔ N مشخص می‌کنیم و اندازهٔ آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$E_{۱N}=k\frac{q_۱}{r^۲}=k\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۸۱\times۱۰^{-۴}}=\frac{۴}{۸۱}k\times۱۰^{-۲}$$

$$E_{۲N}=k\frac{q_۲}{r^۲}=k\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}=\frac{۴}{۹}k\times۱۰^{-۲}$$



چون $E_{۱N}$ و $E_{۲N}$ در خلاف جهت هم‌اند، بنابراین برایند آن‌ها برابر تفاضل $\vec{E}_{۱N}$ و $\vec{E}_{۲N}$ می‌شود.

$$E_۲=E_{۲N}-E_{۱N}=\frac{۴}{۹}k\times۱۰^{-۲}+\frac{۴}{۸۱}\times k\times۱۰^{-۲}=\frac{۳۲}{۸۱}k\times۱۰^{-۲}$$

میدان حاصل از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را در نقطهٔ M مشخص می‌کنیم و اندازه آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$E_{۱M}=k\frac{q_۱}{r^۲}=k\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{(۳\sqrt{۲})^۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۲}{۹}\times k\times۱۰^{-۲}$$

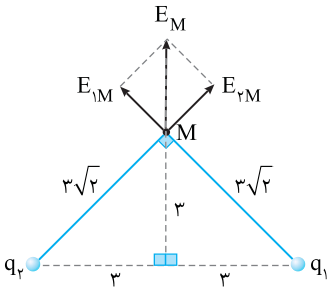
$$E_{۲M}=k\frac{q_۲}{r^۲}=k\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{(۳\sqrt{۲})^۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۲}{۹}k\times۱۰^{-۲}$$

چون $E_{۱M}$ و $E_{۲M}$ بر هم عمودند، بنابراین برایند آن‌ها از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید.

$$E_۱=\sqrt{E_{۱M}^۲+E_{۲M}^۲}=\frac{۲}{۹}k\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲}$$

اکنون نسبت $\frac{E_۱}{E_۲}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{E_۱}{E_۲}=\frac{\frac{۲}{۹}k\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲}}{\frac{۳۲}{۸۱}k\times۱۰^{-۲}}=\frac{۹\sqrt{۲}}{۱۶}$$



B ۴ ۱۳۴۰

میدان در نقطهٔ A، در حالت اول را حساب می‌کنیم: $E_۱=k\frac{q_۱}{r^۲}$

$$\frac{E_۲}{E_۱}=\frac{q_۲}{q_۱}\times(\frac{r_۱}{r_۲})^۲=\frac{۲۰}{۱۰}\times(\frac{۲۰}{۴۰})^۲\Rightarrow\frac{E_۲}{E_۱}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow E_۱=۲E_۲$$

در نقطهٔ A، میدان‌های $E_۱$ و $E_۲$ برهم عمودند و میدان در نقطهٔ A خواهد شد:

$$E_A=\sqrt{E_۲^۲+(۲E_۲)^۲}=\sqrt{۵}E_۲$$

وقتی $q_۲$، $۲۰cm$ به A نزدیک می‌شود فاصله‌اش تا نقطهٔ A نصف شده و میدان الکتریکی آن ۴ برابر می‌شود. $(E'_۲=۴E_۲)$

$$E'_A=\sqrt{(۴E_۲)^۲+(۲E_۲)^۲}=\sqrt{۲۰}E_۲$$

در نتیجه:

$$\frac{E'_A}{E_A}=\frac{\sqrt{۲۰}E_۲}{\sqrt{۵}E_۲}=\sqrt{۴}=۲$$

B ۴ ۱۳۴۱

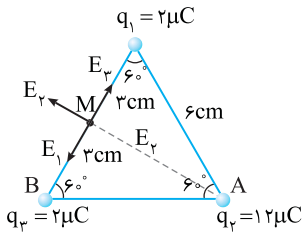
حالت اول: میدان بارهای $q_۱$ و $q_۳$ در نقطهٔ M هم‌اندازه و خلاف جهت هم بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند و میدان در نقطهٔ M ناشی از بار $q_۲$ است.

فاصلهٔ بار $q_۲$ از نقطهٔ M را به‌دست می‌آوریم.

$$AB^۲=BM^۲+AM^۲\Rightarrow AM=\sqrt{۶^۲-۳^۲}=۳\sqrt{۳}cm$$

میدان در نقطهٔ M خواهد شد:

$$E_T=E_۲=k\frac{q_۲}{(AM)^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۲\times۱۰^{-۶}}{۲۷\times۱۰^{-۴}}=۴\times۱۰^۷N/C$$



حالت دوم: با عوض شدن علامت بار $q_۱$ این بار، منفی شده و مطابق شکل میدان الکتریکی بار $q_۱$ و میدان الکتریکی بار $q_۳$ هم‌جهت می‌شوند. میدان‌های $E'_۱$ و $E_۳$ در نقطهٔ M برابر هستند و مقدار آن‌ها خواهد شد:

$$E'_۱=E_۳=k\frac{q}{a^۲}\Rightarrow E'_۱=E_۳=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}=۲\times۱۰^{+۷}N/C$$

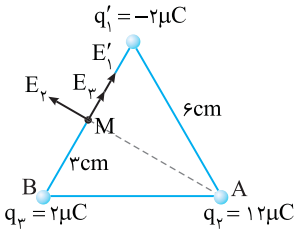
میدان برایند $E'_۱$ و $E_۳$ از جمع آن‌ها به‌دست می‌آید از این‌رو:

$$E_{۱۳}=۲\times۱۰^۷+۲\times۱۰^۷=۴\times۱۰^۷N/C$$

میدان الکتریکی بار $q_۲$ در نقطهٔ M و میدان برایند $E'_۱$ و $E_۳$ در نقطهٔ M بر هم عمودند و میدان خالص در نقطهٔ M خواهد شد:

$$E'_T=\sqrt{(E_{۱۳})^۲+E_۲^۲}\Rightarrow E'_T=\sqrt{(۴\times۱۰^۷)^۲+(۴\times۱۰^۷)^۲}$$

$$=۴\sqrt{۲}\times۱۰^۷\frac{N}{C}\Rightarrow\frac{E'_T}{E_T}=\frac{۴\sqrt{۲}\times۱۰^۷}{۴\times۱۰^۷}=\sqrt{۲}$$



A ۲ ۱۳۴۲

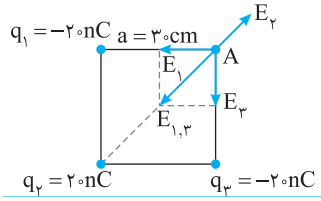
بردار میدان ناشی از هر یک از بارها را در نقطهٔ A رسم می‌کنیم. مطابق شکل میدان‌های $E_۱$ و $E_۳$ بر هم عمودند. از طرفی چون $q_۱=q_۳$ بوده، میدان‌های این دو بار هم اندازه هستند و برایند آن‌ها روی قطر مربع و در خلاف جهت $E_۲$ است. از این‌رو برای به‌دست آوردن میدان خالص، میدان‌های $E_۲$ و $E_{۱,۳}$ را باید از هم کم کنیم $\vec{E}_T=\vec{E}_{۱,۳}-\vec{E}_۲$

در نتیجه با حذف بار $q_۲=q$ میدان $E_۲$ حذف شده و میدان برایند همان $\vec{E}'_T=\vec{E}_{۱,۳}$ است یعنی میدان در نقطهٔ A به اندازهٔ میدان حاصل از بار $q_۲=q$ افزایش می‌یابد.

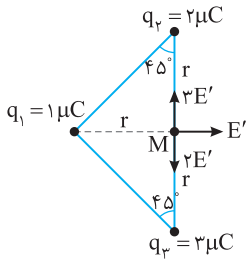
$$\Delta E=E_۲=k\frac{q_۲}{r^۲}\xrightarrow{r=\sqrt{۳۰^۲+۳۰^۲}=۳۰\sqrt{۲}cm}$$

$$\Delta E=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲۰\times۱۰^{-۹}}{۹۰۰\times۲\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow\Delta E=۱۰۰۰N/C$$

بنابراین میدان الکتریکی ۱۰۰۰N/C افزایش می‌یابد.
مسئلهٔ ساده‌ای بود اما مفهومی!



B ۱ ۱۳۴۳



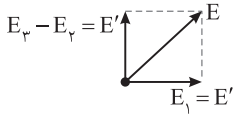
میدان حاصل از بار $۱\mu C$ در فاصلهٔ r را برابر E' در نظر می‌گیریم.

$$E'=k\frac{(۱\mu C)}{r^۲}$$

فاصلهٔ تمام بارها از نقطهٔ M برابر r است و می‌دانیم میدان الکتریکی با بار الکتریکی رابطهٔ مستقیم دارد:

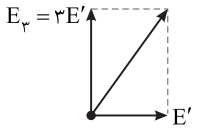
$$E_۱=E',\quad E_۲=۲E',\quad E_۳=۳E'$$

میدان‌های $E_۲$ و $E_۳$ خلاف جهت هم‌اند و برایند آن‌ها E' می‌شود:



$$E=\sqrt{E'^۲+E'^۲}=E'\sqrt{۲}$$

با حذف بار $q_۲$ میدان $E_۲$ حذف می‌شود:



$$E_T=\sqrt{(۳E')^۲+E'^۲}=\sqrt{۱۰}E'$$

حال نسبت میدان‌های خالص در هر دو حالت را می‌نویسیم:

$$\frac{E_T}{E}=\frac{\sqrt{۱۰}E'}{\sqrt{۲}E'}=\sqrt{۵}\Rightarrow E_T=\sqrt{۵}E$$

A ۴ ۱۳۴۴

خط فکری ابتدا میدان هر بار را در نقطهٔ A به‌دست آورده و با توجه به جهت آن بردار میدان را بر حسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ می‌نویسیم. اگر میدان‌ها در راستای محور y باشد، بر حسب $\vec{j}$ و اگر میدان‌ها در راستای محور x باشند بر حسب $\vec{i}$ نوشته می‌شوند.

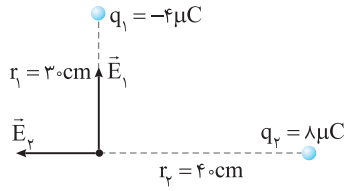
اندازهٔ میدان‌های دو بار $q_۱$ و $q_۲$ در نقطهٔ A خواهد شد:

$$E_۱=k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲}\Rightarrow E_۱=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۹۰۰\times۱۰^{-۴}}=۴\times۱۰^۵N/C$$

$$E_۲=k\frac{q_۲}{r_۲^۲}\Rightarrow E_۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{۸\times۱۰^{-۶}}{۱۶۰۰\times۱۰^{-۴}}=۴/۵\times۱۰^۵N/C$$

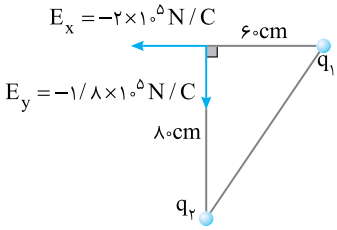
میدان E_1 در جهت مثبت محور yها و میدان E_2 در جهت منفی محور xها است. در نتیجه:

$$\vec{E}=E_2\vec{i}+E_1\vec{j}\Rightarrow\vec{E}=-۴/۵\times۱۰^۵\vec{i}+۴\times۱۰^۵\vec{j}$$



۴ ۱۳۴۵ B

هر یک از مؤلفه‌های میدان الکتریکی $\vec{E}=-۲\times۱۰^۵\vec{i}-۱/۸\times۱۰^۵\vec{j}$ میدان الکتریکی یکی از بارها است. مؤلفهٔ $E_x=-۲\times۱۰^۵N/C$، میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 است و چون میدان به سوی خارج بار است این بار مثبت است.



$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow۲\times۱۰^۵=۹\times۱۰^۹\frac{|q_1|}{(۰/۶)^2}\Rightarrow q_1=+۸\times۱۰^{-۶}\Rightarrow q_1=+۸\mu C$$

مؤلفهٔ $E_y=-۱/۸\times۱۰^۵N/C$، میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 بوده و چون میدان به سوی بار است، بار q_2 منفی است.

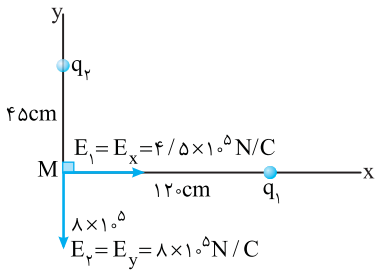
$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow۱/۸\times۱۰^۵=۹\times۱۰^۹\frac{|q_2|}{(۰/۸)^2}\xrightarrow{q_2\text{ منفی}}$$

$$q_2=-۱۲/۸\times۱۰^{-۶}C\Rightarrow q_2=-۱۲/۸\mu C$$

۲ ۱۳۴۶ B

۱ مؤلفه‌های میدان $\vec{E}=۴/۵\times۱۰^۵\vec{i}-۸\times۱۰^۵\vec{j}$ را روی محورهای x و y نمایش می‌دهیم:

۲ مؤلفهٔ x میدان، ناشی از بار q_1 بوده و چون جهت آن به سمت بار است، بار q_1 منفی است. مؤلفهٔ y میدان، میدان ناشی از بار q_2 است و چون جهت آن به سمت خارج بار است، بار q_2 مثبت است.



۳ با توجه به رابطهٔ میدان خواهیم داشت:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}E_1=۴/۵\times۱۰^۵=k\dfrac{|q_1|}{(۱۲۰)^2}\\ E_2=۸\times۱۰^۵=k\dfrac{|q_2|}{(۴۵)^2}\end{cases}$$

۴ میدان‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{۴/۵\times۱۰^۵}{۸\times۱۰^۵}=\frac{|q_1|\times(۴۵)^2}{|q_2|\times(۱۲۰)^2}$$

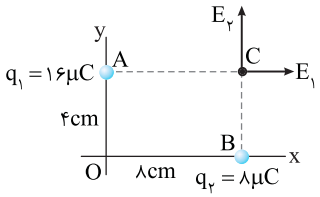
$$\frac{۴/۵}{۸}=\frac{|q_1|}{|q_2|}(\frac{۳}{۸})^2\Rightarrow\frac{|q_1|}{|q_2|}=۴\xrightarrow[q_2>۰]{q_1<۰}\frac{q_1}{q_2}=-۴$$

۴ ۱۳۴۷ B

خط فکری مکان نقطه‌های A، B و C را روی صفحهٔ xoy مشخص می‌کنیم، سپس مقدار میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ C به‌دست می‌آوریم. بردارهای میدان را رسم می‌کنیم تا جهت‌های آن مشخص باشد، سپس بردار برایند را حساب می‌کنیم.

با توجه به شکل و مختصات داده شده یک مستطیل با اضلاع ۴cm و ۸cm داریم که در آن فاصله بار q_1 از نقطهٔ C، ۸cm و فاصلهٔ بار q_2 از نقطهٔ C، ۴cm است. با توجه به این داده‌ها، میدان هر بار را در نقطهٔ C حساب می‌کنیم.

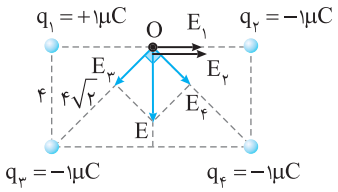
$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}E_1=۹\times۱۰^۹\times\dfrac{۱۶\times۱۰^{-۶}}{۶۴\times۱۰^{-۴}}=\dfrac{۹}{۴}\times۱۰^۷N/C\\ E_2=۹\times۱۰^۹\times\dfrac{۸\times۱۰^{-۶}}{۱۶\times۱۰^{-۴}}=\dfrac{۹}{۲}\times۱۰^۷N/C\end{cases}$$



میدان الکتریکی E_1 در جهت مثبت محور xها است و میدان الکتریکی E_2 در جهت مثبت محور yها است. بنابراین میدان الکتریکی برایند در نقطهٔ C بر حسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ خواهد شد:

$$\vec{E}=E_1\vec{i}+E_2\vec{j}=\frac{۹}{۴}\times۱۰^۷\vec{i}+\frac{۹}{۲}\times۱۰^۷\vec{j}=(\frac{۹}{۴}\vec{i}+\frac{۹}{۲}\vec{j})\times۱۰^۷$$

۲ ۱۳۴۸ C



اندازهٔ بار q_1 و q_2 برابر و فاصلهٔ آن‌ها از نقطهٔ O یکسان است بنابراین میدان آن‌ها در نقطهٔ O یکسان بوده و برابر است با:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow E_1=E_2=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۰^{-۶}}{۱۶\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow E_1=E_2=\frac{۹}{۱۶}\times۱۰^۷N/C$$

مؤلفهٔ میدان واقع بر محور x ها خواهد شد:

$$E_x=E_1+E_2=۲E_1\Rightarrow E_x=۲\times\frac{۹}{۱۶}\times۱۰^۷$$

$$\Rightarrow E_x=\frac{۱۸}{۱۶}\times۱۰^۷N/C\Rightarrow E_x=\frac{۹}{۸}\times۱۰^۷N/C$$

دو بار یکسان q_3 و q_4 هر دو در فاصلهٔ یکسان از نقطهٔ O قرار دارند و میدان آن‌ها برابر است. فاصلهٔ این دو بار از نقطهٔ O را حساب می‌کنیم

$$r_3=r_4=\sqrt{۴^۲+۴^۲}=۴\sqrt{۲}cm$$

میدان این دو بار خواهد شد:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow E_3=E_4=۹\times۱۰^۹\frac{۱۰^{-۶}}{(۴\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^2}\Rightarrow E_3=E_4=\frac{۹}{۳۲}\times۱۰^{+۷}N/C$$

این دو میدان برابر بوده و برایند آن‌ها روی نیمساز این دو میدان قرار می‌گیرد و برخلاف جهت محور y ها خواهد بود.

$$E_{۳۴}=\sqrt{E_3^۲+E_4^۲}=E\sqrt{۲}=\frac{۹\sqrt{۲}}{۳۲}\times۱۰^۷$$

اکنون بردار میدان الکتریکی را برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ می‌نویسیم:

$$\vec{E}_O=\frac{۹}{۸}\times۱۰^{+۷}\vec{i}-\frac{۹\sqrt{۲}}{۳۲}\times۱۰^{+۷}\vec{j}$$

C ۳ ۱۳۴۹

اگر فاصلهٔ رأس‌های مربع تا نقطهٔ O را r در نظر بگیریم میدان الکتریکی حاصل از بار قرار گرفته در رأس A برابر است با:

$$E_A = k\frac{q}{r^2} \xrightarrow{E_A = E} E = \frac{kq}{r^2}$$

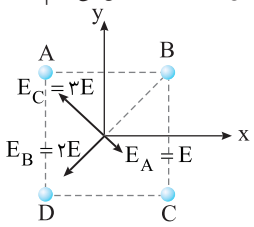
بار قرار گرفته در رأس B دو برابر بار در رأس A است بنابراین:

$$E_B = 2E_A \Rightarrow E_B = 2E$$

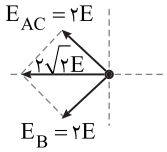
بار قرار گرفته در رأس C سه برابر بار در رأس A است بنابراین:

$$E_C = 3E_A \Rightarrow E_C = 3E$$

هر سه بار مثبت‌اند، بنابراین میدان حاصل از این سه بار را مشخص می‌کنیم:

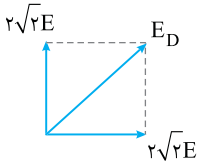


E_A و E_C خلاف جهت هم‌اند



$$\Rightarrow E_{ABC} = \sqrt{(2E)^2 + (2E)^2} = 2\sqrt{2}E$$

میدان حاصل از بار D، باید یک مؤلفهٔ افقی به بزرگی $2\sqrt{2}E$ داشته باشد تا مؤلفهٔ افقی E_{ABC} را خنثی و یک مؤلفهٔ قائم با بزرگی $2\sqrt{2}E$ داشته باشد:



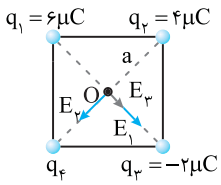
$$E_D = \sqrt{(2\sqrt{2}E)^2 + (2\sqrt{2}E)^2} = E\sqrt{16} = 4E$$

میدان حاصل از بار قرار گرفته در رأس D چهار برابر میدان بار q است بنابراین:

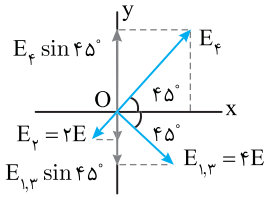
$$E_D = 4E \xrightarrow{E = k\frac{q}{r^2}} k\frac{q'}{r^2} = 4k\frac{q}{r^2} \Rightarrow q' = 4q$$

A ۳ ۱۳۵۰

فاصلهٔ بارها از نقطهٔ O یکسان است. اگر میدان الکتریکی بار $q_3 = -2\mu C$ در نقطهٔ O، $E_3 = E$ باشد میدان الکتریکی بارهای q_2 و q_1 در نقطهٔ O به ترتیب $E_2 = 2E$ و $E_1 = 3E$ است.



برای آنکه میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O در امتداد محور x باشد باید بار q_4 مثبت و جهت میدان الکتریکی آن به سمت خارج بار باشد و مؤلفه‌های میدان روی محور yها یکدیگر را خنثی کنند.



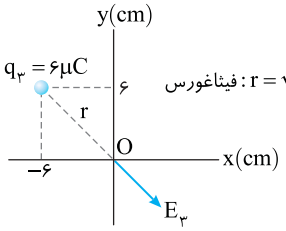
$$E_4 \sin 45^\circ = E_{1,3} \sin 45^\circ + E_2 \sin 45^\circ \Rightarrow E_4 = 4E + 2E \Rightarrow k\frac{|q_4|}{a^2} = 6\left(\frac{k|-2|}{a^2}\right)$$

$$|q_4| = 12\mu C \Rightarrow q_4 = 12\mu C$$

A ۳ ۱۳۵۱

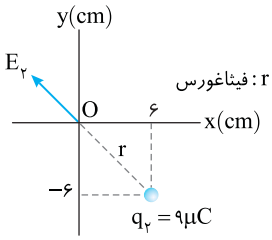
خط فکری ابتدا با توجه به اینکه اندازهٔ بارهای q_2 و q_3 داده شده است، میدان آن‌ها را در مبدأ مختصات حساب می‌کنیم، این دو بردار در یک راستا قرار داشته و برایند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به میدان خالص حاصل از سه ذره و میدان برایند دو بار q_2 و q_3، میدان حاصل از بار q_1 در نقطهٔ O را به‌دست آورده و در گام آخر با توجه به رابطهٔ $E_1 = k\frac{q_1}{r^2}$، مقدار بار q_1 را حساب می‌کنیم.

۱ میدان حاصل از بارهای q_2 و q_3 را در نقطهٔ O حساب می‌کنیم.



فیثاغورس: $r = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}cm$

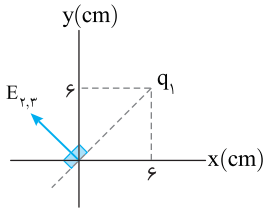
$$E_3 = k\frac{q_3}{r^2} \Rightarrow E_3 = 9\times10^9 \times \frac{6\times10^{-6}}{72\times10^{-4}} = \frac{6}{8}\times10^7 N/C$$



فیثاغورس: $r = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}cm$

$$E_2 = k\frac{q_2}{r^2} \Rightarrow E_2 = 9\times10^9 \times \frac{9\times10^{-6}}{72\times10^{-4}} = \frac{9}{8}\times10^7 N/C$$

۲ دو میدان E_2 و E_3، در نقطهٔ O خلاف جهت هم‌اند و E_2 بزرگ‌تر از E_3 است.



بنابراین میدان برایند این دو بردار برابر $E_{23} = |E_2 - E_3|$ است و جهت آن در جهت E_2 است:

$$E_{2,3} = \frac{9}{8}\times10^7 - \frac{6}{8}\times10^7 \Rightarrow E_{2,3} = \frac{3}{8}\times10^7 N/C$$

۳ بار q_1 چه منفی باشد و چه مثبت، E_1 بر $E_{2,3}$ عمود است، پس نیروی خالص در مبدأ مختصات حاصل از برایند دو بردار میدان عمود برهم E_1 و $E_{2,3}$ است:

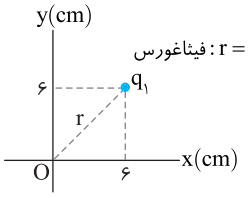
$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_{2,3}^2} \Rightarrow E_T^2 = E_1^2 + E_{2,3}^2 \Rightarrow (6/25\times10^6)^2 = E_1^2 + (\frac{3}{8}\times10^7)^2$$

$$E_1^2 = (\frac{25}{4}\times10^6)^2 - (\frac{3}{8}\times10^7)^2 \Rightarrow E_1^2 = (\frac{50}{8}\times10^6)^2 - (\frac{30}{8}\times10^6)^2$$

$$\Rightarrow E_1^2 = (\frac{10}{8})^2((50)^2 - (30)^2)E_1^2 = (\frac{10}{8})^2(1600)$$

$$\Rightarrow E_1 = (\frac{10}{8})^2(40) \Rightarrow E_1 = 5\times10^6 N/C$$

حال با توجه به E_1، مقدار q_1 را به دست می‌آوریم:



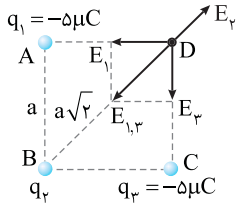
فیثاغورس: $r = \sqrt{6^2 + 6^2} \Rightarrow r = 6\sqrt{2}cm$

میدان در نقطهٔ O: $E = k\frac{|q_1|}{r^2} \Rightarrow 5\times10^6 = 9\times10^9 \times \frac{|q_1|}{72\times10^{-4}}$

$$\Rightarrow 40\times10^6 = 10^{13}\times|q_1| \Rightarrow |q_1| = 4\times10^{-6}C = 4\mu C$$

B ۱ ۱۳۵۲

خط فکری میدان الکتریکی بارهای الکتریکی q_1 و q_3 در نقطهٔ D (رأس چهارم مربع) را رسم کرده، مقدار آن را حساب می‌کنیم. برای آنکه میدان خالص در نقطهٔ D صفر شود، قطعاً میدان الکتریکی بار q_2 باید در امتداد میدان برایند q_1 و q_3 و در خلاف جهت آن باشد، یعنی قطعاً q_2 دارای بار مثبت است. اکنون به سراغ محاسبات عددی مسئله می‌رویم.



۱ میدان الکتریکی دو بار q_1 و q_3 در نقطهٔ D با هم برابر است و مقدار آن خواهد شد:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow E_1=E_3=\frac{k|5|}{a^2}$$

۲ فاصلهٔ بار q_2 تا نقطهٔ D برابر قطر مربع یعنی $a\sqrt{2}$ است، از این‌رو میدان الکتریکی E_2 خواهد شد:

$$E_2=k\frac{|q_2|}{(a\sqrt{2})^2}\Rightarrow E_2=k\frac{|q_2|}{2a^2}$$

۳ برایند E_1 و E_3 باید هم‌اندازهٔ E_2 باشد، بنابراین برایند E_1 و E_3 را حساب می‌کنیم.

$$E_{13}=\sqrt{E_1^2+E_3^2}=\sqrt{2}E_1$$

۴ E_{13} را با E_2 مساوی قرار می‌دهیم:

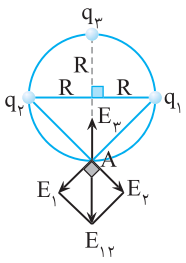
$$E_{13}=E_2\Rightarrow\sqrt{2}\frac{k(5)}{a^2}=k\frac{|q_2|}{2a^2}\Rightarrow q_2=+10\sqrt{2}\mu C$$

در خط فکری گفتیم q_2 باید مثبت باشد.

B ۲ ۱۳۵۳

۱ اگر شعاع دایره را R فرض کنیم، فاصله q_3 تا A برابر $2R$ و فاصلهٔ q_1 و q_2 تا A برابر خواهد شد با:

$$R_{1A}=R_{2A}=\sqrt{R^2+R^2}=\sqrt{2}R$$



۲ برای آنکه میدان الکتریکی در نقطهٔ A صفر شود، باید میدان این بارها به گونه‌ای باشند که برایند آن‌ها صفر شود. در این صورت باید q_1 و q_2 هم‌اندازه باشند تا میدان برایند آن‌ها در امتداد میدان E_3 قرار گیرد. از طرفی برایند E_1 و E_2 باید هم‌اندازهٔ E_3 و در خلاف جهت آن باشد. پس q_1 و q_2 همنام و با q_3 ناهمنام هستند. اگر q_1 و q_2 را مثبت بگیریم، q_3 منفی است و میدان‌ها به صورت شکل بالا خواهند بود.

$$E_1=E_2=k\frac{|q_1|}{(\sqrt{2}R)^2}\Rightarrow E_1=E_2=\frac{k|q_1|}{2R^2}$$

$$E_3=k\frac{|q_3|}{(2R)^2}\Rightarrow E_3=\frac{k|q_3|}{4R^2}$$

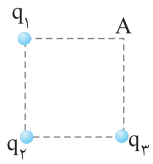
۳ برایند E_1 و E_2 خواهد شد:

$$E_{12}=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{2}E_1\Rightarrow E_{12}=\sqrt{2}\frac{k|q_1|}{2R^2}$$

۴ سرانجام خواهیم داشت:

$$E_3=E_{12}\Rightarrow\frac{k|q_3|}{4R^2}=\sqrt{2}k\frac{|q_1|}{2R^2}\Rightarrow\frac{|q_3|}{|q_1|}=2\sqrt{2}$$

میانبر در یک مربع به صورت روبه‌رو که در سه رأس آن بارهای q_1، q_2 و q_3 قرار دارد، شرط آنکه میدان خالص در نقطهٔ A صفر شود این است که:

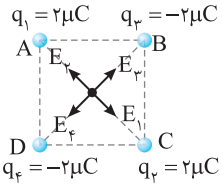


$$q_1=q_3\quad,\quad q_2=-2\sqrt{2}q_1$$

در این سؤال نیز شکل به همین صورت است.

B ۲ ۱۳۵۴

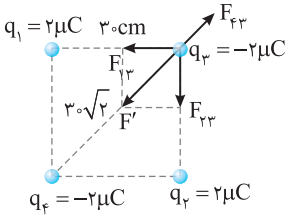
۱ در مرکز مربع میدان الکتریکی خالص صفر شده است. برای آنکه این اتفاق بیفتد، باید بارهای الکتریکی به شکل مقابل قرار داشته باشند تا میدان الکتریکی دو بار روبه‌روی هم در مرکز مربع یکدیگر را خنثی کنند.



۲ اندازه قطر مربع را حساب می‌کنیم:

$$AC=BD=\sqrt{30^2+30^2}=30\sqrt{2}cm$$

۳ نیرویی که بارهای q_2 و q_1 بر بار q_3 وارد می‌کنند، یکسان بوده و برابر است با:



$$F_{13}=F_{23}=k\frac{|q_1||q_3|}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_{13}=F_{23}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(30\times10^{-2})^2}$$

$$F_{13}=F_{23}=0/4N$$

۴ نیرویی که بار q_4 بر بار q_3 وارد می‌کند، خواهد شد:

$$F_{43}=k\frac{|q_4||q_3|}{r_{34}^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(30\sqrt{2}\times10^{-2})^2}\Rightarrow F_{43}=0/2N$$

۵ برایند دو نیروی F_{13} و F_{23} را حساب می‌کنیم.

$$F'=\sqrt{(0/4)^2+(0/4)^2}\Rightarrow F'=0/4\sqrt{2}\xrightarrow{\sqrt{2}=1/4}F'=0/4\times1/4=0/56$$

۶ برایند دو نیروی هم‌اندازه همواره در امتداد قطر مربع قرار می‌گیرد، از این‌رو نیروی خالص وارد بر بار q_3 خواهد شد: $F_t=F'-F_{43}\Rightarrow F_t'=0/56-0/2\Rightarrow F_t=0/36N$

اگر شما نیروی وارد بر هر بار را حساب کنید به همین جواب می‌رسید.

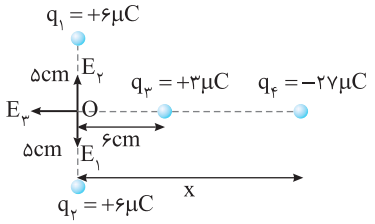
A ۱ ۱۳۵۵

به شکل ترسناک مسأله نگاه نکنید! مسأله ساده‌ای است که در نگاه اول شما را به اشتباه می‌اندازد. اندازهٔ میدان الکتریکی بارهای یکسان $q_1=q_2=+6\mu C$ که در فاصلهٔ یکسان از نقطهٔ O قرار دارند برابر است و این میدان‌ها در خلاف جهت هم بوده و میدان الکتریکی برایند آن‌ها در نقطهٔ O صفر است.

در واقع سؤال این است که بار q_4 در چه فاصله‌ای از O قرار گیرد تا برایند میدان‌های q_3 و q_4 در O صفر شود. فاصله بار q_4 را در حالت جدید از O برابر x در نظر می‌گیریم و میدان‌ها را در O برابر قرار می‌دهیم.

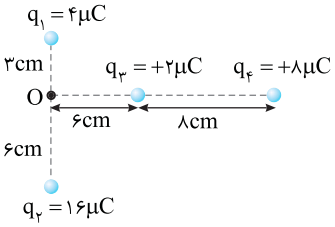
$$E_3=E_4\Rightarrow k\frac{q_3}{6^2}=k\frac{q_4}{x^2}\Rightarrow\frac{3}{36}=\frac{27}{x^2}\Rightarrow\frac{1}{6}=\frac{3}{x}\Rightarrow x=18cm$$

فاصلهٔ بار q_4 از O در حالت اول $6+8=14cm$ بوده است و اکنون فاصلهٔ q_4 تا O باید $18cm$ شود یعنی بار q_4، $4cm$ به سمت راست منتقل شود.



بازی با سؤال بارهای الکتریکی q_1، q_2، q_3 و q_4 مطابق شکل زیر قرار گرفته‌اند. بار الکتریکی q_4 را چند سانتی‌متر و در کدام جهت جابه‌جا کنیم تا میدان حاصل از بارها در نقطه O برابر صفر شود؟ آزمون مدارس برتر

۱) ۵cm به سمت راست
۲) ۵cm به سمت چپ
۳) ۲۶cm به سمت چپ
۴) ۲۶cm به سمت راست



گزینهٔ ۳

۳ ۱۳۵۶ C

ابتدا فاصلهٔ q_3 تا نقطهٔ A را حساب می‌کنیم: $r=\sqrt{30^2+30^2}=30\sqrt{2}cm$

بردارهای میدان در نقطهٔ A را رسم می‌کنیم و اندازهٔ آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}$$

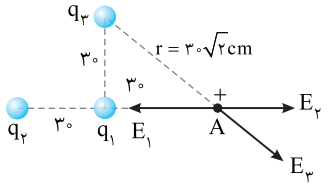
$$E_1=9\times10^9\times\frac{10\times10^{-6}}{900\times10^{-4}}=1\times10^6 N/C$$

$$E_2=9\times10^9\times\frac{40\times10^{-6}}{3600\times10^{-4}}=1\times10^6 N/C$$

E_1 و E_2 هم‌اندازه و در خلاف جهت هم بوده یکدیگر را خنثی می‌کنند و تنها میدان الکتریکی E_3 باقی می‌ماند.

$$E_3=9\times10^9\times\frac{20\times10^{-6}}{900\times2\times10^{-4}}=1\times10^6 N/C$$

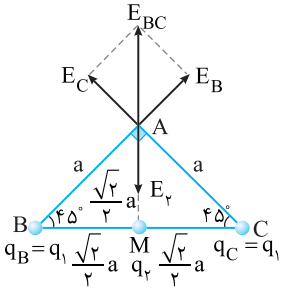
$$E_t=E_3=1\times10^6 N/C$$



۲ ۱۳۵۷ B

خط فکری بارهایی که در نقاط B و C قرار گرفته باهم برابرند (q_1)، پس راستای برایند میدان آن‌ها در نقطهٔ روی نیمساز زاویهٔ بین آن‌ها قرار می‌گیرد. بنابراین برای آنکه میدان برایند در نقطهٔ A صفر شود، قطعاً باید q_2 در وسط وتر BC قرار بگیرد تا میدان الکتریکی حاصل از آن در امتداد میدان برایند دو بار الکتریکی q_1 در نقطهٔ A قرار بگیرد و جهت این دو میدان باید در خلاف هم باشد. میدان هر یک از بارها را در نقطهٔ A به‌دست بیاورید. برایند میدان‌های $q_B=q_1$ و $q_C=q_1$ در نقطهٔ A را حساب کنید و با میدان الکتریکی بار q_2 در نقطهٔ A برابر قرار دهید.

۱ میدان بارهای $q_B=q_1$ و $q_C=q_1$ را در نقطهٔ A رسم می‌کنیم. اگر q_1 مثبت باشد، قطعاً باید مطابق شکل بار q_2 منفی باشد تا میدان در نقطهٔ A صفر شود.



۲ اگر طول ضلع‌های AB و AC را a بنامیم طول ضلع BC خواهد شد:

$$BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow BC^2=a^2+a^2$$

$$\Rightarrow BC=a\sqrt{2}\Rightarrow MC=BM=a\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۳ میدان بار q_1 در نقطهٔ A برابر است با: $E_C=E_B=k\frac{|q|}{a^2}$

۴ میدان بار q_2 در نقطهٔ A برابر است با: $E_2=k\frac{|q|}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2}\Rightarrow E_2=2\frac{k|q_2|}{a^2}$

۵ برایند دو میدان E_C و E_B برابر است با: $E_{CB}=\sqrt{2}E_C=\sqrt{2}k\frac{|q_1|}{a^2}$

۶ میدان برایند E_{BC} را با میدان E_2 مساوی قرار می‌دهیم.

$$\sqrt{2}k\frac{|q_1|}{a^2}=2k\frac{|q_2|}{a^2}\Rightarrow\frac{|q_2|}{|q_1|}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۷ باید میدان E_2 در خلاف جهت برایند دو بار دیگر باشد. از این‌رو باید بار q_2 و بار q_1 ناهمنام باشند بنابراین:

$$\frac{q_2}{q_1}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۲ ۱۳۵۸ B

برای اینکه میدان برایند در نقطهٔ M صفر شود باید جهت میدان‌ها مطابق شکل باشد.

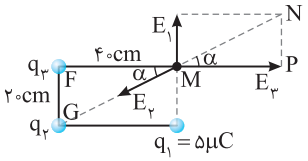
با توجه به شکل، تانژانت زاویهٔ α خواهد شد:

در مثلث MNP: $\tan\alpha=\frac{E_1}{E_3}$ $\quad q_1=5\mu C$

در مثلث GFM: $\tan\alpha=\frac{20}{40}\Rightarrow\frac{E_1}{E_3}=\frac{1}{2}$

برای آنکه میدان خالص در نقطهٔ M صفر شود باید مطابق شکل زیر:

میدان برایند میدان بارهای q_1 و q_3 و میدان حاصل از q_2 هم‌اندازه، هم‌راستا و خلاف جهت هم باشند.



با توجه به میدان الکتریکی بار نقطه‌ای می‌توان نوشت:

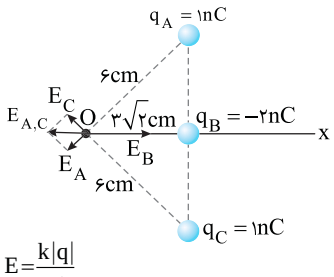
$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow\frac{\frac{k|q_1|}{(20)^2}}{k\frac{|q_3|}{(40)^2}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{4|q_1|}{|q_3|}=\frac{1}{2}\Rightarrow|q_3|=8|q_1|$$

$$|q_3|=8\times5\Rightarrow|q_3|=40\mu C$$

با توجه به جهت میدان E_3، باید q_3 مثبت باشد.

۴ ۱۳۵۹ C

سؤال جالبی است و برای تحلیل آن به یک درک سادهٔ ریاضی نیاز داریم. ابتدا میدان الکتریکی بارها را در نقطهٔ O به‌دست می‌آوریم:



میدان‌های E_A و E_C با هم برابر است:

$$E=\frac{k|q|}{r^2}$$

$$E_A=E_C=\frac{9\times10^9\times1\times10^{-9}}{36\times10^{-4}}=\frac{10^4}{4}\frac{N}{C}$$

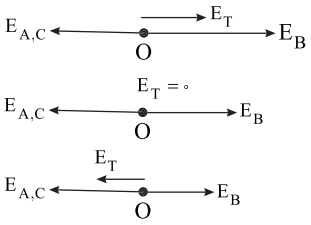
E_A و E_C بر هم عمودند:

$$E_{A,C}=\frac{10^4\sqrt{2}}{4}\,N/C$$

میدان B را حساب می‌کنیم:

$$E_B=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-9}}{18\times10^{-4}}=10^4\,N/C$$

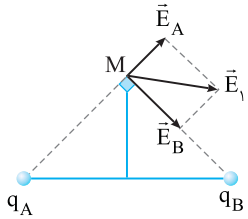
با توجه به اینکه $E_B>E_{A,C}$ است، برایند میدان الکتریکی در مبدأ به سمت راست است. با حرکت بار q_B به سمت راست، E_B کاهش می‌یابد تا نهایتاً با $E_{A,C}$ برابر شده و میدان کل در



این وضعیت صفر می‌شود. با ادامهٔ حرکت q_B، E_B کاهش می‌یابد و کمتر از $E_{A,C}$ شده و جهت برایند به سمت چپ خواهد شد و مقدار آن افزایش می‌یابد.

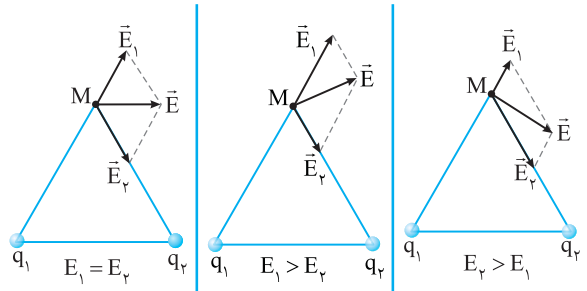
A ۱۳۶۰ | ۱

اندازهٔ بار q_B از اندازهٔ بار q_A بیشتر است و فاصلهٔ این دو بار از نقطهٔ M واقع بر عمودمنصف برابر است در نتیجه میدان الکتریکی بار q_B از میدان الکتریکی بار q_A بزرگ‌تر است. بار الکتریکی q_A مثبت و میدان آن در نقطهٔ M به سمت خارج بار رسم می‌شود و بار الکتریکی q_B منفی و میدان آن در نقطهٔ M به سمت بار الکتریکی q_B است، بنابراین برایند آن‌ها به شکل روبه‌رو یعنی میدان خالص در نقطهٔ M می‌تواند E_1 باشد.



B ۱۳۶۱ | ۳

یادآوری ریاضی در این گونه مسائل معمولاً سه حالت زیر رخ می‌دهد $(q_1>0, q_2<0)$:

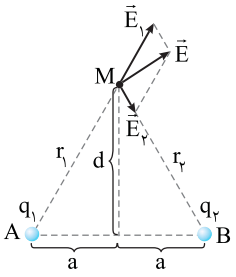


بردار برایند $\vec{E}$ متمایل به $\vec{E}_2$ است. (اگر فاصله هر دو بار تا نقطه M یکسان باشد) $\lvert q_2\rvert>\lvert q_1\rvert$	بردار برایند $\vec{E}$ متمایل به $\vec{E}_1$ است. (اگر فاصله هر دو بار تا نقطه M یکسان باشد) $\lvert q_1\rvert>\lvert q_2\rvert$	بردار برایند $\vec{E}$ روی نیمساز بین $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ است. (اگر فاصله هر دو بار تا نقطه M یکسان باشد) $\lvert q_1\rvert=\lvert q_2\rvert$

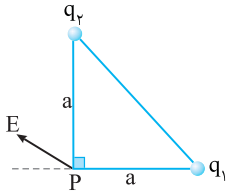
میدان الکتریکی $\vec{E}$ را در نقطهٔ M در راستای اضلاع AM و BM از مثلث متساوی‌الساقین AMB تجزیه می‌کنیم، تا میدان‌های حاصل از بارهای الکتریکی q_1 و q_2، یعنی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ مشخص شوند. با توجه به جهت به‌دست آمده برای میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در می‌یابیم که بار q_1 مثبت و بار q_2 منفی است. چون میدان الکتریکی برایند به سمت میدان الکتریکی $\vec{E}_1$ متمایل بوده و با آن زاویه کوچک‌تری می‌سازد، نتیجه می‌گیریم که اندازه میدان الکتریکی $\vec{E}_1$ از اندازه میدان الکتریکی $\vec{E}_2$ بزرگ‌تر است، پس می‌توانیم مقایسه زیر را بین اندازه بارهای الکتریکی q_1 و q_2 انجام دهیم:

$$E_1>E_2\Rightarrow\frac{k|q_1|}{r_1^2}>\frac{k|q_2|}{r_2^2}\xrightarrow{r_1=r_2}|q_1|>|q_2|\Rightarrow\frac{|q_2|}{|q_1|}<1$$

$$\xrightarrow{q_2,q_1\text{ ناهمنام}}-1<\frac{q_2}{q_1}<0\Rightarrow-1<k<0$$



بازی با سؤال در شکل زیر میدان الکتریکی ناشی از دو بار q_1 و q_2 در نقطه P نشان داده شده است. کدام گزینه درباره بار q_1 و q_2 درست است؟



۱) q_1 مثبت، q_2 منفی، $|q_1|>|q_2|$

۲) q_1 مثبت، q_2 منفی، $|q_1|<|q_2|$

۳) q_1 منفی، q_2 مثبت، $|q_1|>|q_2|$

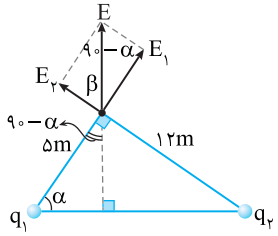
۴) q_1 منفی، q_2 مثبت، $|q_1|<|q_2|$

گزینهٔ ۱

C ۱۳۶۲ | ۲

روش همیشگی یعنی تجزیه میدان الکتریکی E بر امتداد اضلاع مثلث را انجام می‌دهیم، تا جهت میدان‌های ناشی از بارهای الکتریکی q_1 و q_2 مشخص شود.

در شکل زیر زاویه α و زاویه β با هم برابرند و تانژانت آن‌ها نیز با هم یکسان و برابر است با:

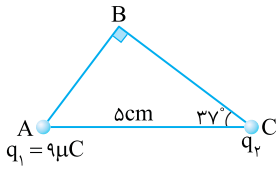


$$\tan\alpha=\frac{12}{5},\ \tan\beta=\frac{E_1}{E_2}\Rightarrow\frac{E_1}{E_2}=\frac{12}{5}$$

$$\xrightarrow{E=k\frac{q}{r^2}}\Rightarrow\frac{k\frac{q_1}{5^2}}{k\frac{q_2}{12^2}}=\frac{12}{5}$$

$$\Rightarrow\frac{q_1\times12^2}{q_2\times5^2}=\frac{12}{5}\Rightarrow\frac{q_1}{q_2}=\frac{5}{12}$$

بازی با سؤال در شکل زیر بار q_2 چند μC باشد تا امتداد میدان خالص در نقطهٔ B بر خط AC عمود شود؟ $(\sin53^\circ=\cos37^\circ=0/8)$



۱) ۱۸

۲) −۱۸

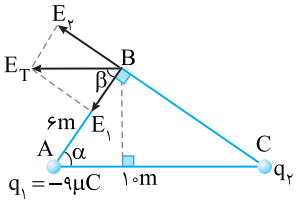
۳) ۱۲

۴) −۱۲

گزینهٔ ۳

B ۱۳۶۳ | ۲

میدان خالص در نقطهٔ B را به موازات خط AC رسم می‌کنیم. این میدان را در امتداد دو ضلع AB و BC مطابق شکل تجزیه می‌کنیم. E_1 میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی q_1 و E_2 میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی q_2 است. میدان E_2 به سمت خارج بار q_2 است بنابراین بار q_2 مثبت است.



فاصلهٔ بار $q_۲$ تا نقطهٔ B را حساب می‌کنیم:

$$AC^۲=AB^۲+BC^۲\Rightarrow BC^۲=۱۰^۲-۶^۲=۶۴\Rightarrow BC=۸m$$

بنابر خطوط موازی و مورب زاویهٔ α برابر زاویهٔ β است. تانژانت دو زاویه را می‌نویسیم و با هم برابر قرار می‌دهیم.

$$\begin{matrix}\tan\alpha=\frac{BC}{AB}\\ \tan\beta=\frac{E_۲}{E_۱}\end{matrix}\xrightarrow{\alpha=\beta}\frac{BC}{AB}=\frac{E_۲}{E_۱}\Rightarrow\frac{E_۲}{E_۱}=\frac{۸}{۶}$$

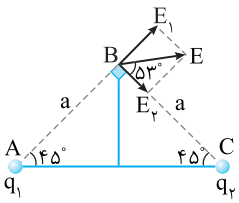
اکنون از رابطهٔ میدان الکتریکی بار نقطه‌ای به جای $E_۲$ و $E_۱$ قرار می‌دهیم.

$$\frac{k\frac{|q_۲|}{r_۲^۲}}{k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲}}=\frac{۸}{۶}\xrightarrow{|q_۱|=۹\mu C}\frac{\frac{|q_۲|}{۸^۲}}{\frac{۹}{۶^۲}}=\frac{۸}{۶}\Rightarrow\frac{|q_۲|\times۶^۲}{۹\times۸^۲}=\frac{۸}{۶}\Rightarrow|q_۲|=\frac{۶۴}{۳}\mu C$$

البته $q_۲$ مثبت است بنابراین $q_۲=\frac{۶۴}{۳}\mu C$

۴ ۱۳۶۴ B

میدان E را در امتداد اضلاع مثلث تجزیه می‌کنیم. میدان در امتداد AB برابر میدان الکتریکی بار $q_۱$ و میدان در امتداد BC برابر میدان الکتریکی $q_۲$ در نقطهٔ B است. در این صورت به کمک تانژانت زاویهٔ ۵۳° نسبت میدان‌ها را به‌دست می‌آوریم.



$$\tan۵۳^\circ=\frac{E_۱}{E_۲}\Rightarrow\frac{۴}{۳}=\frac{E_۱}{E_۲}$$

با توجه به رابطه میدان الکتریکی $E=\frac{k|q|}{r^۲}$ خواهیم داشت:

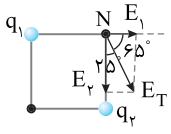
$$\frac{۴}{۳}=\frac{k\frac{|q_۱|}{a^۲}}{k\frac{|q_۲|}{a^۲}}\Rightarrow\frac{|q_۱|}{|q_۲|}=\frac{۴}{۳}$$

به شکل نگاه کنید. میدان $E_۱$ به سمت خارج بار $q_۱$ است بنابراین بار $q_۱$ مثبت و میدان $E_۲$ به سمت بار $q_۲$ است در نتیجه بار $q_۲$ منفی است از این‌رو خواهیم داشت:

$$\frac{q_۱}{q_۲}=-\frac{۴}{۳}$$

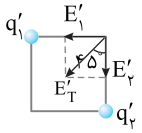
۳ ۱۳۶۵ B

میدان E را بر امتداد دو ضلع مربع تجزیه می‌کنیم و جهت میدان‌های الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ را مشخص می‌کنیم تا به کمک آن‌ها نوع بار $q_۱$ و $q_۲$ مشخص شود. با توجه به جهت $E_۱$ و $E_۲$، بار $q_۲$ منفی و بار $q_۱$ مثبت است و هم‌چنین چون E_T بیشتر به $E_۲$ متمایل است پس $|q_۱|<|q_۲|$ است.



$$q_۱>۰\ ,\ q_۲<۰\ ,\ |q_۱|<|q_۲|$$

بعد از تماس دو گوی، مقدار دو بار یکسان و هم‌علامت با بار با مقدار بزرگ‌تر (یعنی بار $q_۲$) می‌شود، پس علامت دو بار بعد از تماس منفی می‌شود. اما چون مقدار بارها یکسان شده پس میدان خالص دقیقاً بین میدان حاصل از دو بار قرار می‌گیرد:



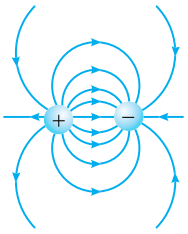
بنابراین میدان الکتریکی خالص به اندازهٔ ۲۵+۴۵=۷۰° ساعتگرد چرخیده است.

۲ ۱۳۶۶ A

خطوط از هر دو بار خارج می‌شوند، پس هر دو بار مثبت هستند.

یادآوری خطوط میدان الکتریکی بار مثبت به سمت خارج بار و خطوط میدان الکتریکی بار منفی به سوی بار هستند.

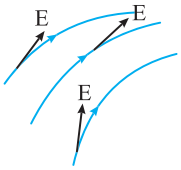
۳ ۱۳۶۷ A



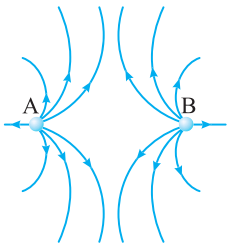
یادآوری دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌اندازه و غیرهمنام را دو قطبی الکتریکی گویند که خطوط میدان الکتریکی در اطراف آن‌ها به صورت روبه‌روست.

خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می‌شود، بنابراین آرایش خطوط میدان در شکل‌های (الف) و (پ) نادرست است. در مورد شکل (ب) آرایش خطوط میدان شعاعی باقی نمی‌ماند و دارای انحنا می‌شود. بنابراین شکل (ت) صحیح است و شکل (ب) نیز نادرست است.

۴ ۱۳۶۸ B

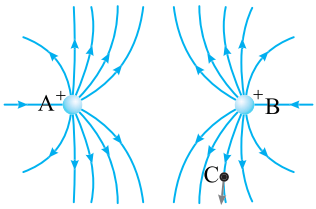


یادآوری بردار میدان الکتریکی در هر نقطه از میدان بر خط‌های میدان مماس و جهت آن در سوی خطوط میدان است.

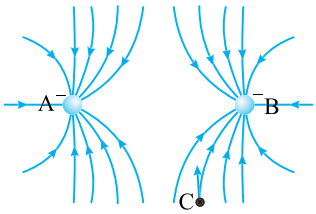


از طرفی خطوط میدان الکتریکی دو بار هم‌اندازه و همنام به صورت روبه‌روست. اگر دو بار مثبت باشند فلش‌ها به سمت خارج دو بار و اگر دو بار منفی باشند فلش‌ها به سمت دو بار خواهد بود.

خطوط میدان اطراف نقاط A و B را رسم می‌کنیم. ابتدا فرض می‌کنیم دو باری که در نقاط A و B قرار می‌گیرند مثبت‌اند. در این صورت بردار میدان که در نقطهٔ C مماس بر خطوط میدان رسم می‌شود روبه‌پایین است.



اگر بارهای A و B را منفی در نظر بگیریم و بردار میدان در نقطهٔ C را رسم کنیم، میدان رو به بالا و در سوی خطوط است.

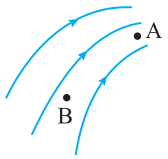


۳ ۱۳۶۹ A

خطوط میدان از $q_۱$ خارج و به $q_۲$ وارد می‌شود، بنابراین $q_۱$ مثبت و $q_۲$ منفی است.

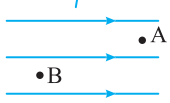
تراکم خطوط میدان در اطراف بار $q_۱$ بیشتر است در نتیجه $|q_۲|<|q_۱|$

۴ ۱۳۷۰ B



یادآوری ۱ هر گاه در ناحیه‌ای از فضا میدان قوی‌تر باشد، تراکم خطوط میدان در آن ناحیه بیشتر است.

$$E_A>E_B$$

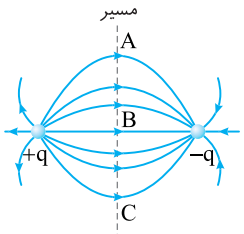


یادآوری ۲ اگر میدان یکنواخت باشد، خطوط با هم موازی و هم فاصله هستند و تمام نقاط میدان الکتریکی یکسان است.

$$E_A=E_B$$

اگر میدان الکتریکی یکنواخت باشد و عمود بر خطوط میدان حرکت کنیم، میدان تغییر نمی‌کند و گزینهٔ (۱) درست است.

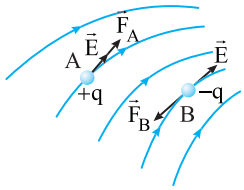
اما بیاییم خط‌های میدان دو بار الکتریکی هم‌اندازه و ناهمنام (دو قطبی الکتریکی) را رسم کنیم. سپس روی عمود منصف آن و عمود بر خطوط میدان حرکت کنیم. (شکل زیر) کاملاً مشخص است که وقتی از نقطهٔ A به سوی نقطهٔ B می‌رویم تراکم خطوط بیشتر می‌شود و میدان افزایش می‌یابد بنابراین گزینهٔ (۲) درست است و اگر در همین راستا از نقطهٔ B عمود بر خطوط میدان دو قطبی الکتریکی به نقطهٔ C برویم، تراکم خطوط کم می‌شود و میدان کاهش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ (۳) نیز درست است و پاسخ گزینهٔ (۴) خواهد بود.



A ۱۳۷۱ ۲

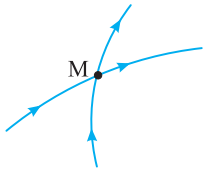
در نقطه B خطوط میدان متراکم‌تر از نقطهٔ A است، بنابراین میدان الکتریکی در نقطهٔ B از نقطهٔ A قوی‌تر است و در نتیجه نیروی وارد بر بار $-q$ در نقطهٔ B از نیروی وارد بر بار $+q$ در نقطهٔ A بیشتر است. $(F_A<F_B)$

نیروی وارد بر بار منفی خلاف جهت میدان و نیروی وارد بر بار مثبت در جهت میدان است. برای یافتن جهت نیرو در نقطه‌های A و B دو مماس رسم می‌کنیم، زیرا میدان الکتریکی در هر نقطه بر خطوط میدان مماس است. با توجه به شکل رسم شده نیروی F_B به صورت و نیروی F_A به صورت است.



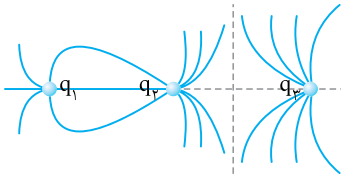
A ۱۳۷۲ ۴

اگر در نقطه M بار مثبت قرار داشته باشد، باید تمام خط‌های میدان از آن خارج شود و اگر بار منفی قرار داشته باشد، باید تمام خط‌های میدان به آن وارد شود که در شکل این گونه نیست، بنابراین در نقطهٔ M بار مثبت و یا بار منفی وجود ندارد و اگر در نقطه M بار الکتریکی وجود نداشته باشد، خط‌های میدان نباید در نقطهٔ M یکدیگر را قطع کنند بنابراین چنین شکلی ممکن نیست وجود داشته باشد و گزینهٔ (۴) درست است.



B ۱۳۷۳ ۱

خط‌های میدان از بار q_1 به بار q_2 رسیده است (یا برعکس). بنابراین بارهای q_2 و q_1 ناهمنام هستند و خط‌های میدان q_2 و q_3 رانش الکتریکی را نشان می‌دهند، بنابراین q_2 و q_3 همنام‌اند. با توجه به شکل و تعداد خطوط بار الکتریکی q_1 و q_2 و q_3، اندازهٔ بارها به صورت مقابل است. $|q_3|>|q_2|>|q_1|$

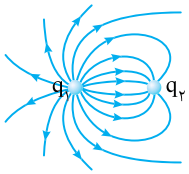


بارهای q_1 و q_3 ناهمنام هستند و مقدار بار الکتریکی q_3 از مقدار بار الکتریکی q_1 بیشتر است، از این‌رو پس از تماس دو گوی با هم، بار هر دو یکسان و با بار q_3 همنام خواهد بود. بنابراین در نهایت بارهای q_1 و q_2 و q_3 همنام می‌شوند.

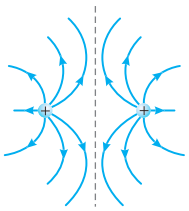
B ۱۳۷۴ ۳

به شکل دقت کنید.

خطوط میدان از بار q_1 خارج می‌شود، پس q_1 مثبت است و خطوط میدان به بار q_2 وارد می‌شود پس بار q_2 منفی است. تعداد خطوط میدان که از بار q_1 خارج شده بیشتر است و همچنین تراکم خطوط میدان در اطراف بار q_1 از بار q_2 بیشتر است، بنابراین مقدار بار q_1 از مقدار بار q_2 بیشتر است.



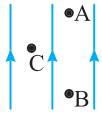
وقتی دو کره را با هم تماس می‌دهیم بار هر دوی آن‌ها برابر و همنام می‌شود، البته چون $|q_1|>|q_2|$ است بار هر دو کره مثبت می‌گردد (همنام با بار q_1). بنابراین خطوط میدان به شکل زیر خواهد بود.



A ۱۳۷۵ ۱

یادآوری در میدان الکتریکی یکنواخت، خط‌های میدان خطوط راست موازی با فاصلهٔ یکسان از هم هستند.

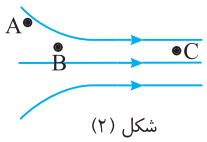
در شکل (۱) خطوط موازی و فاصلهٔ آن‌ها یکسان است، بنابراین شکل (۱) مربوط به میدان الکتریکی یکنواخت است.



$\vec{E}_A=\vec{E}_B=\vec{E}_C$

شکل (۱)

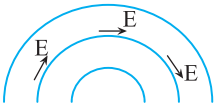
در شکل‌های (۲) و (۳) چون خط‌های میدان خمیده هستند، میدان غیریکنواخت است. به شکل (۲) دقت کنید. در سمت راست خطوط به هم نزدیک‌ترند و میدان در این ناحیه از ناحیهٔ سمت چپ بزرگ‌تر است.



$E_C>E_B>E_A$

شکل (۲)

در شکل (۳) اگر بردار میدان الکتریکی را در نقاط مختلف مماس بر خطوط رسم کنید خواهید دید که با آن که اندازهٔ میدان ثابت است، اما جهت بردار میدان در حال تغییر است و میدان یکنواخت نیست.



شکل (۳)

B ۱۳۷۶ ۱

یادآوری تعریف میدان الکتریکی به صورت $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$ است. در میدان بر بار مثبت در جهت میدان و بر بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود.

نیروی وارد بر بار q در میدان $\vec{E}$ برابر است با: $\vec{F}=q\vec{E}$

نیروی وارد بر بار $-2q$ در میدان $\vec{E}'$ برابر $-\frac{\vec{F}}{4}$ شده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{E}'=\frac{-\frac{\vec{F}}{4}}{-2q}\Rightarrow\vec{E}'=\frac{\vec{F}}{8q}\xrightarrow{\vec{F}=q\vec{E}}\vec{E}'=\frac{1}{8}\vec{E}\Rightarrow\vec{E}=8\vec{E}'$$

A ۱۳۷۷ ۱

با توجه به تعریف میدان الکتریکی، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار $q=-ne$ خواهد شد:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\Rightarrow\vec{F}=q\vec{E}\xrightarrow{\vec{E}=(4\vec{i}-6\vec{j})\times10^5}$$

$$\vec{F}=-4\times10^{-9}\times(4\vec{i}-6\vec{j})\times10^5\Rightarrow\vec{F}=(-16\vec{i}+24\vec{j})\times10^{-4}\,N$$

A ۱۳۷۸ ۳

با توجه به رابطه $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$ بردار میدان الکتریکی را به‌دست می‌آوریم.

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\xrightarrow[q=2\times10^{-6}C]{\vec{F}=10/8\vec{i}-14/4\vec{j}}\vec{E}=\frac{10/8\vec{i}-14/4\vec{j}}{2\times10^{-6}}$$

$$\Rightarrow\vec{E}=5/4\times10^6\vec{i}-7/2\times10^6\vec{j}$$

بزرگی میدان الکتریکی برابر است با:

$$|\vec{E}|=\sqrt{(5/4\times10^6)^2+(7/2\times10^6)^2}=9\times10^5\sqrt{(6)^2+(8)^2}=9\times10^6\,N/C$$

A ۱۳۷۹ ۴

خط فکری بـه ذرهٔ بـاردار درون میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شـود که با توجه به قانون دوم نیوتون $(\vec{F}=m\vec{a})$ با داشتن نیرو و جرم ذره می‌توان شتاب حاصل از این نیرو را به‌دست آورد:

ابتدا نیروی وارد بر ذره را به‌دست می‌آوریم. به ذرهٔ باردار درون میدان الکتریکی نیروی $\vec{F}=q\vec{E}$ وارد می‌شود.

$$\vec{F}=q\vec{E}\Rightarrow\vec{F}=-۲۰\times۱۰^{-۶}(۲۰۰۰\vec{i}-۱۵۰۰\vec{j})\Rightarrow\vec{F}=-۴\times۱۰^{-۲}\vec{i}+۳\times۱۰^{-۲}\vec{j}$$

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون بردار شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{F}=m\vec{a}\xrightarrow{m=۲mg=۲\times۱۰^{-۶}kg}-۴\times۱۰^{-۲}\vec{i}+۳\times۱۰^{-۲}\vec{j}=۲\times۱۰^{-۶}\times\vec{a}$$

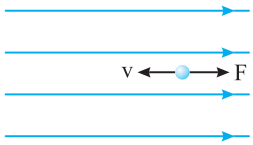
$$\Rightarrow\vec{a}=\frac{۱}{۲\times۱۰^{-۶}}(-۴\times۱۰^{-۲}\vec{i}+۳\times۱۰^{-۲}\vec{j})\Rightarrow\vec{a}=-۲\times۱۰^{+۴}\vec{i}+۱/۵\times۱۰^{۴}\vec{j}$$

B ۱۳۸۰ ۱

خط فکری ابتـدا باید نیروی الکتریکی وارد بر پروتون را حسـاب کنید. پس از آن به کمک قانون دوم نیوتون، شـتاب حرکت را به‌دسـت بیاورید و سپس به کمک تعریف شـتاب کـه در دوره اول متوسـطه خوانده‌اید (البتـه در فصل یک فیزیـک (۳) نیز آن را خواهید خواند.) زمان را حساب کنید.

۱ نیروی الکتریکی وارد بر پروتون برابر است با:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\Rightarrow F=qE\Rightarrow F=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۲\times۱۰^{۳}\Rightarrow F=۳/۲\times۱۰^{-۱۶}N$$



۲ بـر بار مثبت در جهت میدان نیرو وارد می‌شـود، بنابرایـن وقتی پروتون در خلاف جهت میدان پرتاب می‌شـود، نیروی الکتریکی وارد بر آن با حرکت آن مخالفت می‌کند. شتاب حرکت را به کمک قانون دوم به‌دست می‌آوریم.

$$F=ma\Rightarrow-۳/۲\times۱۰^{-۱۶}=۱/۶\times۱۰^{-۲۷}a\Rightarrow a=-۲\times۱۰^{۱۱}m/s^{۲}$$

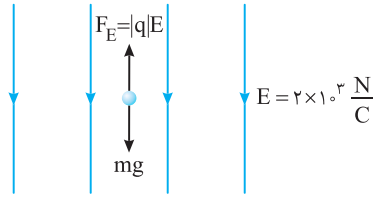
۳ با استفاده از تعریف شتاب، زمان توقف ذره را حساب می‌کنیم.

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow-۲\times۱۰^{۱۱}=\frac{۰-۱۰^{۵}}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۶}s=۰/۵\mu s$$

B ۱۳۸۱ ۲

خط فکری نیروهای وارد بر جسـم را مشـخص کنید و آن‌ها را رسـم کنید. سـپس نیروی برایند را حسـاب کنید و چون جسـم در تعادل اسـت نیروی خالص وارد بر جسم را برابر صفر قرار دهید و مجهول مورد نظر را به‌دست بیاورید.

نیروی وزن رو به پایین اسـت، بنابراین نیروی میدان الکتریکی وارد بر ذره باید رو به بالا باشـد تا وزن را خنثی کرده و ذره در تعادل باشـد. در این صورت بار باید منفی باشـد تا توسط میدان الکتریکی که جهتش رو به پایین است، بر آن نیروی الکتریکی رو به بالا وارد شود، این دو نیرو را با هم برابر قرار می‌دهیم.



$$F_T=۰\Rightarrow F_E=mg\Rightarrow|q|E=mg\Rightarrow|q|\times۲\times۱۰^{۳}=۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰$$

$$|q|=۱۰\times۱۰^{-۶}\Rightarrow q=-۱۰\mu C$$

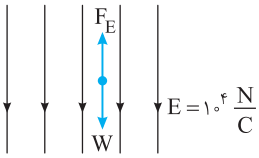
بازی با سؤال ذره‌ای بـه جـرم ۲g و بار الکتریکـی ۸μC را در میدان الکتریکی خارجی $۵\times۱۰^{۳}N/C$ قرار می‌دهیم. شتاب حاصل از نیروی الکتریکی وارد بر این ذره چند متر بر مجذور ثانیه است؟ کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

گزینهٔ ۱

B ۱۳۸۲ ۳

ذره بـاردار معلق اسـت، بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. بر ذره دو نیرو، یکـی وزن رو بـه پاییـن و دیگـری نیروی الکتریکی رو به بالا وارد می‌شود بنابراین:



$$F_E=W\Rightarrow qE=mg\Rightarrow q\times۱۰^{۴}=۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰$$

$$\Rightarrow q=۵\times۱۰^{-۶}C\Rightarrow q=+۵\mu C$$

جهت نیروی وارد بر بار الکتریکی خلاف جهت میدان اسـت. از این‌رو بار q باید منفی و برابر $q=-۵\mu C$ باشد.

B ۱۳۸۳ ۲

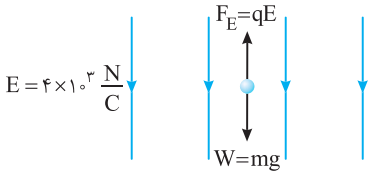
یادآوری نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار توسط میدان الکتریکی:

اندازه $F=Eq$

جهت:
- ذره دارای بار مثبت ← نیرو هم‌جهت خطوط میدان
- ذره دارای بار منفی ← نیرو خلاف جهت خطوط میدان

اگر بزرگی نیروی وارد بر ذره در میدان را از ما بخواهند، با توجه به رابطه $F=Eq$ اندازهٔ نیرو هم به میدان و هم به اندازهٔ بار (q) بستگی دارد.

نیروهـای وارد بـر ذره، نیروی وزن رو بـه پایین و نیروی الکتریکی اسـت که باید نیروی الکتریکـی مطابق شـکل زیر، رو به بالا باشـد تـا نیروی وزن را خنثی کنـد اما بر بار منفی در خـلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شـود یعنی وقتی نیـروی الکتریکی بر بار منفی رو به بالاست، جهت میدان الکتریکی رو به پایین است.



حالت اول: در این حالت نیروی وزن و نیروی الکتریکی را برابر قرار می‌دهیم و جرم ذره را به‌دست می‌آوریم.

$$F_T=۰\Rightarrow F_E=W\Rightarrow qE=mg$$

$$\Rightarrow۱۰\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{۳}=m\times۱۰\Rightarrow m=۴\times۱۰^{-۳}kg$$

حالت دوم: با نصف شدن میدان الکتریکی نیروی الکتریکی وارد بر بار نصف می‌شود.

$$F'_e=\frac{۱}{۲}F_e\xrightarrow{F=qE}F'=\frac{۱}{۲}qE$$

در ایـن حالـت نیروی وزن $(W=mg)$ از نیروی الکتریکی (F') بیشـتر خواهد بود و جسم رو به پایین شروع به حرکت می‌کند.

شتاب آن را به کمک قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم.

$$F_{net}=ma\Rightarrow W-F'_e=ma\Rightarrow mg-\frac{۱}{۲}qE=ma$$

$$۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰-۱۰\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{۳}=۴\times۱۰^{-۳}a$$

$$\Rightarrow۲\times۱۰^{-۲}=۴\times۱۰^{-۳}a\Rightarrow۱=۰/۲a\Rightarrow a=۵m/s^{۲}$$

B ۱۳۸۴ ۳

اندازه نیرویی که توسط میدان الکتریکی بر بادکنک وارد می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$F=|q|E\Rightarrow F=۲۰۰\times۱۰^{-۹}\times۲/۵\times۱۰^{۵}\Rightarrow F=۵\times۱۰^{-۲}\Rightarrow F=۰/۰۵N$$

نیروی شناوری نیز $۰/۰۵N$ رو به بالاست.

اگر نیروی میدان رو به پایین باشد توسط نیروی شناوری خنثی می‌شود و بادکنک بواسطهٔ نیروی وزن رو به پایین حرکت می‌کند. بنابراین باید نیروی میدان الکتریکی رو به بالا بوده و به کمک نیروی شناوری، نیروی وزن را خنثی کند. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$F_E+F_b=W\Rightarrow ۰/۰۵+۰/۰۵=m\times۱۰\Rightarrow m=\frac{۰/۱}{۱۰}=۰/۰۱kg\Rightarrow m=۱۰g$$

بادکنک دارای بار منفی و بر بار منفی خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود. بنابراین جهت میدان الکتریکی رو به پایین است.

B ۱۳۸۵ ۲

خط فکری تک‌تک نیروهای وارد بر جسم را به‌دست آورید و نیروها را رسم کنید تا بتوانید تشخیص بدهید که چگونه می‌توان نیروی برایند را حساب کرد.

بر ذره دو نیرو یکی وزن و دیگری نیروی الکتریکی وارد می‌شود.

۱ نیروی وزن جسم رو به پایین و برابر است با:

$$W=mg\xrightarrow{m=۴\times۱۰^{-۳}kg}W=۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰=۰/۰۴N$$

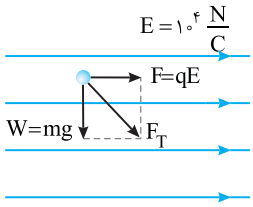
۲ نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت در جهت میدان یعنی به سمت شرق است و مقدار آن برابر است با: $F=qE\Rightarrow F=۳\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۴}\Rightarrow F=۰/۰۳N$

۳ نیروی وزن و نیروی الکتریکی در این مسئله مطابق شکل بر هم عمود هستند و نیروی خالص وارد بر ذره از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید.

$$F_T=\sqrt{F_E^{۲}+W^{۲}}=\sqrt{(۰/۰۳)^{۲}+(۰/۰۴)^{۲}}\Rightarrow F_T=۰/۰۵N$$

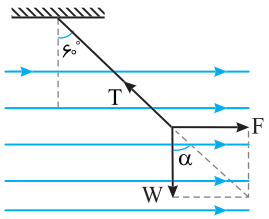
طبق قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم برابر است با:

$$F_T=ma\Rightarrow ۰/۰۵=۴\times۱۰^{-۳}a\Rightarrow a=۱۲/۵m/s^{۲}$$



C ۱۳۸۶ ۲

نیروهای وارد بر گوی را رسم می‌کنیم.



سه نیرو بر گوی وارد می‌شود:

۱ نیروی وزن $(W=mg)$

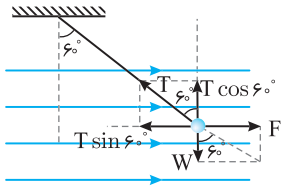
۲ نیروی الکتریکی $(F=qE)$

۳ نیرویی که توسط ریسمان بر گوی وارد می‌شود (T)

این سه نیرو در تعادل هستند. بنابراین باید برایند نیروی الکتریکی F و نیروی وزن W در امتداد نیروی ریسمان باشد تا برایند نیروها صفر شود. در این صورت طبق خطوط موازی و مورب زاویهٔ α برابر ۶۰° است و می‌توان با نوشتن تانژانت زاویهٔ α مسئله را حل کرد.

$$\tan\alpha=\frac{F}{W}\Rightarrow\tan۶۰^\circ=\frac{F}{W}\xrightarrow[W=mg]{F=qE}\sqrt{۳}=\frac{۴\times۱۰^{-۶}E}{۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰}$$

$$\Rightarrow E=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۱۰^{۴}N/C$$

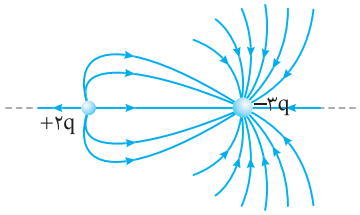


پنجره دوجداره (سطح دوم)

A ۱۳۸۷ ۳

بنا بر ویژگی‌های خطوط میدان، هرچه اندازه بار بزرگ‌تر باشد، تعداد خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار بیشتر و تراکم خطوط بیشتر است. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

اگر شکل خطوط میدان را در اطراف این دو بار رسم کنیم، باید خطوط در اطراف بار $-۳q$ را از خطوط در اطراف بار $+۲q$ بیشتر رسم کنیم و مطابق شکل فاصله خطوط در نزدیکی بار $+۲q$ از فاصله خطوط در نزدیکی بار $-۳q$ باید بیشتر باشد تا نشان دهد که میدان در نزدیکی بار $+۲q$ ضعیف‌تر از میدان در نزدیکی بار $-۳q$ است اما باز هم در شکل مشخص است که خطوط میدان نسبت به خط وصل‌کننده دو بار تقارن دارد و گزاره (ب) درست است. اما همواره در یک میدان الکتریکی بر بار منفی نیرو در امتداد خط مماس میدان و در سوی خلاف خط میدان وارد می‌شود و گزاره (پ) درست است.



A ۱۳۸۸ ۱

خط فکری برای به‌دست آوردن نیروی خالص ابتدا باید میدان الکتریکی خالص در نقطه M را به‌دست آوریم که کافی است با توجه به برایند بردارها بنویسیم $\vec{E}=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲+\vec{E}_۳$.

$$\vec{E}=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲+\vec{E}_۳\Rightarrow\vec{E}=(\vec{i}-۲\vec{j})+(۲\vec{i}+\vec{j})+(۳\vec{i}+۹\vec{j})$$

$$\xrightarrow[\vec{j}\text{ها را با هم جمع می‌کنیم}]{\vec{i}\text{ها را با هم جمع می‌کنیم}}\vec{E}=(۳+۲+۱)\vec{i}+(۹+۱-۲)\vec{j}\Rightarrow\vec{E}=۶\vec{i}+۸\vec{j}$$

نیرویی که به ذره درون میدان الکتریکی وارد می‌شود، برابر است با:

$$\vec{F}=\vec{E}q\Rightarrow\vec{F}=(۶\vec{i}+۸\vec{j})۲\times۱۰^{-۶}\Rightarrow\vec{F}=۱۲\times۱۰^{-۶}\vec{i}+۱۶\times۱۰^{-۶}\vec{j}$$

اندازهٔ بردار F خواهد شد:

$$|\vec{F}|=\sqrt{(۱۲\times۱۰^{-۶})^{۲}+(۱۶\times۱۰^{-۶})^{۲}}=۲۰\times۱۰^{-۶}=۲\times۱۰^{-۵}N$$

B ۱۳۸۹ ۴

خط فکری یک مسئله دوست‌داشتنی، با مراحل مشخص. بر کره سه نیرو وارد می‌شود.

۱ نیروی وزن $(W=mg)$

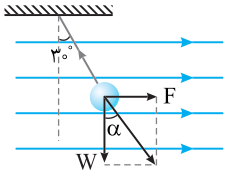
۲ نیروی الکتریکی توسط میدان $(F=qE)$

۳ نیرویی که ریسمان بر کره وارد می‌کند. (T)

برایند این سه نیرو باید صفر باشد تا کره در حالت تعادل قرار گیرد، یعنی برایند W و F باید در امتداد نیروی ریسمان و در خلاف جهت آن باشد.

نیروهای وارد بر کره را رسم می‌کنیم. با توجه به خطوط موازی و مورب زاویه α روی شکل برابر ۳۰° است. اکنون با نوشتن تانژانت زاویه α می‌توان مسئله را حل کرد.

در حالت اول: زاویه $\alpha=۳۰^\circ$ است.



$$\tan۳۰^\circ=\frac{F}{W}=\frac{qE}{W}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{qE}{W}\qquad(۱)$$

در حالت دوم: زاویه $\alpha=۶۰^\circ$ است.

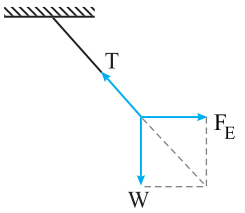
$$\tan۶۰^\circ=\frac{F'}{W}=\frac{qE'}{W}\Rightarrow\sqrt{۳}=\frac{qE'}{W}\qquad(۲)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}{\sqrt{۳}}=\frac{\frac{qE}{W}}{\frac{qE'}{W'}}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{E}{E'}\Rightarrow E'=۳E$$

B ۱۳۹۰ ۲

مسألهٔ زیبایی است. نیروهای وارد بر ذره مطابق شکل سه نیروی وزن $W=mg$، نیروی الکتریکی $F_E=qE$ و نیروی کشش نخ است که برایند آن‌ها صفر است. هر گاه برایند سه بردار صفر شود، اندازهٔ هر یک از آن بردارها هم‌اندازهٔ بردار برایند دو بردار دیگر است:



$$\vec{F}_E+\vec{W}+\vec{T}=0\Rightarrow|\vec{W}+\vec{T}|=|\vec{F}_E|$$

بلافاصله پس از حذف میدان و حذف F_E، دو نیروی T و W باقی می‌مانند که برایند آن‌ها هم‌اندازهٔ نیروی F_E بوده است. از این‌رو:

$$F_T=ma\Rightarrow|\vec{T}+\vec{W}|=ma\Rightarrow F_E=ma\Rightarrow qE=ma$$

$$\Rightarrow ۴\times۱۰^{-۶}\times E=۲\times۱۰^{-۲}\times۲\Rightarrow E=۱۰^{۴}\,N/C$$

C ۱۳۹۱ ۱

در سؤال میدان بار $+q$ در نقطه O را E نامیده است و میدان برایند در نقطهٔ O را برحسب E از ما خواسته است، بنابراین باید میدان بار q_A، q_C و q_D را در نقطهٔ O برحسب E به دست آورید و برایند بگیرید.

۱ فاصلهٔ بار q_A و q_C از نقطهٔ O، ۸cm است. فاصلهٔ بارهای q_B و q_D را از نقطهٔ O به کمک رابطهٔ فیثاغورس حساب می‌کنیم.

$$AB^{۲}=OB^{۲}+OA^{۲}\Rightarrow۱۰^{۲}=OB^{۲}+۸^{۲}\Rightarrow OB=۶cm\,,OD=۶cm$$

۲ میدان بار $q_B=+q$ در O خواهد شد:

$$E_B=k\frac{q_B}{OB^{۲}}\Rightarrow E_B=k\frac{q}{۶^{۲}}=E$$

میدان بار $q_D=۲q$ در همان فاصله از O خواهد شد:

$$E_D=k\frac{۲q}{۶^{۲}}\Rightarrow E_D=۲\frac{kq}{۶^{۲}}\Rightarrow E_D=۲E$$

میدان بار $q_A=+۸q$ را حساب می‌کنیم.

$$E_A=k\frac{۸q}{۸^{۲}}\Rightarrow\frac{E_A}{E}=\frac{k\frac{۸q}{۸^{۲}}}{k\frac{q}{۶^{۲}}}\Rightarrow E_A=\frac{۹}{۲}E$$

بار $q_C=+۴q$ نصف بار $q_A=+۸q$ است، بنابراین میدان الکتریکی آن در نقطهٔ O نصف میدان الکتریکی E_A است.

$$E_C=\frac{۱}{۲}E_A=\frac{۱}{۲}\frac{۹E}{۲}\Rightarrow E_C=\frac{۹}{۴}E$$

میدان E_A و E_C در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها برابر است با:

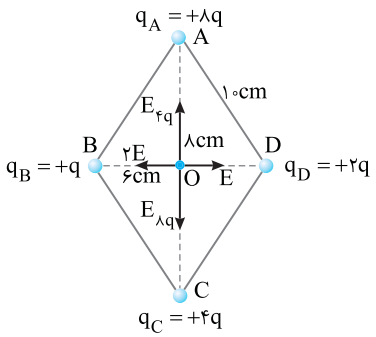
$$E_{AC}=E_A-E_C=\frac{۹}{۲}E-\frac{۹}{۴}E=\frac{۹}{۴}E$$

میدان E_B و E_D نیز در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها برابر است با:

$$E_{BD}=۲E-E=E$$

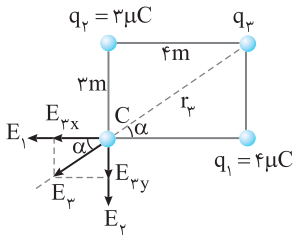
میدان‌های E_{AC} و E_{BD} برهم عمودند و میدان خالص در نقطهٔ O خواهد شد:

$$E_O=\sqrt{(\frac{۹}{۴}E)^{۲}+(E)^{۲}}\Rightarrow E_O=\frac{\sqrt{۹۷}}{۴}E$$



C ۱۳۹۲ ۲

خط فکری اندازه دو بار الکتریکی $q_۱=۴\mu C$ و $q_۲=۳\mu C$ و فاصلهٔ آن‌ها از نقطهٔ C به ما داده شده است، بنابراین می‌توانیم اندازه و جهت میدان بار $q_۱=۴\mu C$ یعنی $E_۱$ و $q_۲=۳\mu C$ یعنی $E_۲$ را مشخص کنیم. با داشتن میدان الکتریکی خالص که در مسئله بیان شده و داشتن $E_۱$ و $E_۲$ می‌توان میدان الکتریکی $E_۳$ را به دست آورد و بار $q_۳$ را معین کرد.



میدان $E_۱$ را در نقطه C به‌دست می‌آوریم:

$$E_۱=k\frac{q_۱}{r^{۲}}\Rightarrow E_۱=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۱۶}=\frac{۹}{۴}\times۱۰^{۳}\,N/C=۲/۲۵\times۱۰^{+۳}\,N/C$$

بار $q_۱$ مثبت است و میدان آن به سمت خارج بار است یعنی میدان $E_۱$ در خلاف جهت محور x ها است، از این رو:

$$\vec{E}_۱=-۲/۲۵\times۱۰^{+۳}\,N/C\,\vec{i}$$

به میدان خالص $\vec{E}=-(۴/۲۵\vec{i}+E_y\vec{j})\times۱۰^{۳}$ خوب دقت کنید. باید میدان‌های $E_۱$ و $E_۲$ و $E_۳$ به گونه‌ای باشند که برایند آن‌ها روی محور xها برابر $۴/۲۵\times۱۰^{۳}\,N/C$ در خلاف جهت محور x ها باشد. البته میدان حاصل از بار $q_۲$ قطعاً در امتداد محور y هاست و تأثیری روی E_x میدان خالص ندارد. مقدار $E_۱$ را، $۲/۲۵\times۱۰^{۳}\,N/C$ در خلاف جهت محور x به دست آورده‌ایم، میدان خالص روی محور x ها $۴/۲۵\times۱۰^{۳}\,N/C$ که از $E_۱$ بیشتر است بنابراین میدان حاصل از بار $q_۳$ باید به گونه‌ای باشد که مؤلفه افقی آن در جهت میدان $E_۱$ باشد تا مؤلفه افقی میدان برایند $۴/۲۵\times۱۰^{۳}\,N/C$ شود، در این‌صورت:

$$\vec{E}_{۳x}+\vec{E}_۱=-۴/۲۵\times۱۰^{۳}\,\vec{i}$$

$$\Rightarrow\vec{E}_{۳x}-۴/۲۵\times۱۰^{۳}-(-۲/۲۵\times۱۰^{۳})=-۲\times۱۰^{۳}(\vec{i})N/C$$

در این صورت بار $q_۳$ باید مثبت باشد تا مؤلفه افقی آن به سوی چپ و در خلاف جهت محور x ها باشد. میدان الکتریکی هر بار در هر نقطه در امتداد خط واصل بین بار و آن نقطه است. بنابراین میدان بار $q_۳$ در امتداد قطر مستطیل است. ابتدا فاصلهٔ بار $q_۳$ تا نقطه C را به‌دست می‌آوریم.

$$r_۳^{۲}=۳^{۲}+۴^{۲}\Rightarrow r_۳=۵m$$

با داشتن مؤلفه $E_{۳x}$ و نوشتن کسینوس زاویهٔ α، میدان $E_۳$ قابل محاسبه است.

$$\cos\alpha=\frac{E_{۳x}}{E_۳}\xrightarrow[\cos\alpha=۰/۸]{\cos\alpha=\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}}۰/۸=\frac{۲\times۱۰^{۳}}{E_۳}\Rightarrow E_۳=۲/۵\times۱۰^{+۳}\,N/C$$

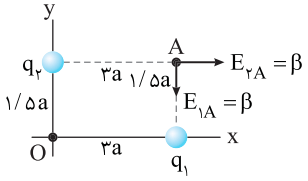
در نتیجه خواهیم داشت:

$$E_۳=k\frac{q_۳}{r^{۲}}\Rightarrow۲/۵\times۱۰^{۳}=۹\times۱۰^{۹}\frac{q_۳}{۲۵}\Rightarrow q_۳=\frac{۶۲/۵\times۱۰^{-۶}}{۹}C=\frac{۱۲۵}{۱۸}\mu C$$

C ۱۳۹۳ ۳

خط فکری مسئله‌ای است که باید با حوصله آن را حل کنید. ابتدا باید با توجه به $\vec{E}_A=\beta\vec{i}-\beta\vec{j}$ مشخص کنید که میدان‌های $\beta\vec{i}$ و $\beta\vec{j}$ مربوط به کدام بار هستند و اندازهٔ میدان‌های الکتریکی بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را در نقطهٔ A به دست آورید و سپس به سراغ نقطه O بروید.

۱ مؤلفه‌های میدان E_A را روی شکل نشان می‌دهیم. بردار میدان الکتریکی بار $q_۱$ برابر E_{Ay} و جهت میدان آن به سمت بار است یعنی بار الکتریکی $q_۱$ منفی است. میدان ناشی از بار $q_۲$ در نقطهٔ A در جهت مثبت محور xها و به سمت خارج بار الکتریکی $q_۲$ است از این رو بار $q_۲$ مثبت است. حال که نوع بار $q_۱$ و $q_۲$ مشخص شد، اندازهٔ میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ A به‌دست می‌آوریم.



۲ میدان الکتریکی $E_{1A}=\beta$ را از رابطه میدان حساب می‌کنیم:

$$E_{1A}=k\frac{q_1}{2/25a^2}=\beta\Rightarrow k\frac{q_1}{a^2}=2/25\beta \qquad (1)$$

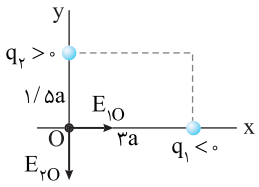
میدان الکتریکی $E_{2A}=\beta$ را از رابطه میدان حساب می‌کنیم:

$$E_{2A}=k\frac{q_2}{9a^2}=\beta\Rightarrow k\frac{q_2}{a^2}=9\beta \qquad (2)$$

حال اندازه و جهت میدان‌های حاصل از q_1 و q_2 را در نقطهٔ O به دست می‌آوریم و مقادیر به‌دست آمده در روابط (۱) و (۲) را در آن‌ها جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\begin{cases} E_{1O}=k\frac{q_1}{9a^2}=\frac{1}{9}k\frac{q_1}{a^2}\xrightarrow{k\frac{q_1}{a^2}=2/25\beta} E_{1O}=\frac{2/25}{9}\beta\Rightarrow E_{1O}=0/25\beta \\ E_{2O}=k\frac{q_2}{2/25a^2}=\frac{1}{2/25}k\frac{q_2}{a^2}\xrightarrow{k\frac{q_2}{a^2}=9\beta} E_{2O}=\frac{9}{2/25}\beta=4\beta \end{cases}$$

میدان E_{1O} در جهت مثبت محور xها و میدان E_{2O} در جهت منفی محور yها است از این رو میدان الکتریکی در نقطهٔ O خواهد شد. $\vec{E}_O=+0/25\beta\vec{i}-4\beta\vec{j}$



از حوصلهٔ شما تشکر می‌کنیم بالاخره حل مسئله تمام شد.

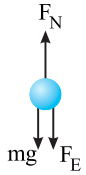
۳ C ۱۳۹۴

نیروی وزن رو به پایین بر جسم وارد می‌شود:

$$W=mg\Rightarrow W=0/1\times10=1\,N$$

از طرف میدان الکتریکی یکنواخت بالاسو نیروی $F=qE$ بر ذره با بار منفی رو به پایین وارد می‌شود که مقدار آن برابر است با:

$$F_E=qE\Rightarrow F_E=2\times10^{-3}\times1000=2N$$



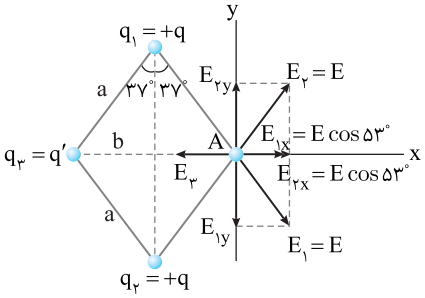
بنابراین جمعاً نیروی $W+F_E=1+2=3N$ رو به پایین بر جسم وارد می‌شود و ترازو این نیروی سه نیوتونی را نشان می‌دهد. $(F_N=3N)$

۲ C ۱۳۹۵

خط فکری مسئله پیش‌روی شما بیشتر از آنکه فیزیکی باشد یک مسئله ریاضیات برداری است و پیشنهاد می‌شود ریاضیات پایهٔ هشتم را در این مورد مطالعه کنید. اما حل مسئله چگونه است؟ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A صفر است. باید بزرگی و جهت میدان بارهای q_1 و q_2 را مشخص کنید. سپس برایند آن‌ها را به کمک ریاضی به‌دست بیاورید و سرانجام میدان الکتریکی برایند این دو بار را با میدان الکتریکی بار q_3 برابر قرار دهید تا میدان خالص صفر شود.

بارهای q_1 و q_2 هم‌اندازه و فاصلهٔ آن از رأس A یکسان است از این رو میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 در رأس A هم‌اندازه است و مقدار آن‌ها برابر است با:

$$E_1=E_2=k\frac{q}{a^2}$$



با توجه به آنچه در ریاضیات پایه هشتم خوانده‌اید، میدان‌های E_1 و E_2 را بر محور xها و yها تجزیه می‌کنیم. مؤلفه‌های E_{1y} و E_{2y} یکدیگر را خنثی می‌کنند.

مقدار E_{1x} و E_{2x} را حساب می‌کنیم.

$$\cos53°=\frac{E_{1x}}{E_1}\Rightarrow E_{1x}=E_1\cos53°$$

$$\cos53°=\frac{E_{2x}}{E_2}\Rightarrow E_{2x}=E_2\cos53°$$

این دو مؤلفه با هم برابر هستند و برایند E_1 و E_2 برابر مجموع این مؤلفه‌هاست.

$$E_{12}=E_{1x}+E_{2x}=2E\cos53°\Rightarrow E_{12}=\frac{6}{5}k\frac{q}{a^2}$$

برای صفر شدن میدان خالص در نقطه A، میدان ناشی از بار q' در رأس A باید هم‌اندازه E_{12} و در خلاف جهت آن باشد، پس بارهای q' و q ناهمنام‌اند.

برای محاسبهٔ میدان q' ابتدا فاصله q' تا نقطه A را به‌دست می‌آوریم.

$$\sin37°=\frac{b}{a}\Rightarrow0/6=\frac{b}{a}\Rightarrow b=\frac{3}{5}a$$

میدان E_3 را حساب می‌کنیم.

$$E_3=k\frac{|q'|}{(2b)^2}=k\frac{|q'|}{(\frac{6}{5}a)^2}\Rightarrow E_3=k\frac{|q'|}{\frac{36}{25}a^2}$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$E_3=E_{12}\Rightarrow k\frac{|q'|}{\frac{36}{25}a^2}=\frac{6}{5}k\frac{|q|}{a^2}\Rightarrow\frac{25}{36}|q'|=\frac{6}{5}|q|$$

$$\Rightarrow\frac{|q'|}{|q|}=\frac{216}{125}\Rightarrow\frac{q'}{q}=-\frac{216}{125}$$

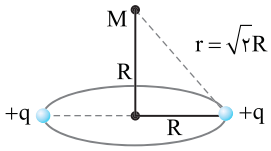
۲ C ۱۳۹۶

خط فکری روش حل این مسئله این‌گونه است که هر دو بار روی یک قطر را از کل شکل جدا می‌کنیم و میدان برایند این دو بار را به دست می‌آوریم، سپس میدان برایند دو بار دیگر را به دست می‌آوریم و در آخر کار به کمک این میدان‌های برایند، میدان خالص در نقطه M را حساب می‌کنیم.

ابتدا با توجه به شکل فاصله هر بار تا نقطه M را برحسب R به‌دست می‌آوریم:

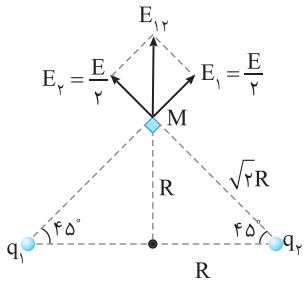
$$r=\sqrt{R^2+R^2}\Rightarrow r=\sqrt{2}R$$

میدان الکتریکی بار نقطه‌ای با مربع فاصله نسبت وارون دارد، بنابراین وقتی میدان بار $+q$ در فاصله R برابر E است میدان آن در فاصلهٔ $\sqrt{2}R$ برابر $\frac{E}{2}$ خواهد بود.



$$E_M=k\frac{q}{(\sqrt{2}R)^2}=\frac{1}{2}k\frac{q}{R^2}\xrightarrow{E=k\frac{q}{R^2}}E_M=\frac{E}{2}$$

میدان هر بار در نقطه M برابر $\frac{E}{2}$ است، بنابراین برایند میدان دو بار $+q$ در نقطه M خواهد شد.



$$E_{12}=\sqrt{\frac{E^2}{4}+\frac{E^2}{4}}=\sqrt{2}\frac{E}{2}$$

داستان میدان الکتریکی برایند دو بار q_3 و q_4 نیز به همشکل است.

$$E_{34}=\sqrt{\frac{E^2}{4}+\frac{E^2}{4}}=\sqrt{2}\frac{E}{2}$$

اکنون دو میدان هم‌جهت رو به بالا E_{12} و E_{34} داریم که برایند آن‌ها خواهد شد:

$$E_T=E_{12}+E_{34}=\sqrt{2}E$$

بازی با سؤال **چهار بار الکتریکی یکسان $+q$ روی محیط دایره‌ای به شعاع R در فاصله‌های مساوی از هم قرار دارند. اگر بار q' را در مرکز دایره قرار دهیم، میدان خالص در نقطه‌ای روی محور دایره در فاصله R از مرکز صفر می‌شود. نسبت $\frac{q'}{q}$ برابر کدام گزینه می‌باشد؟**

گزینهٔ ٤

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $-\sqrt{2}$

پنجره ۴

A ۱۳۹۷ ۲

یادآوری ۱ کار نیروی ثابت برابر است با: $W=Fd\cos\theta$

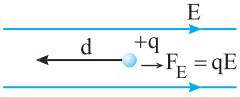
که در آن F نیرو، d جابه‌جایی و θ زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی است و اگر θ زاویهٔ حاده ($\theta<90^\circ$) باشد، کار نیرو مثبت و اگر θ زاویهٔ باز (منفرجه $90^\circ<\theta<180^\circ$) باشد، کار نیرو منفی است و اگر $\theta=90^\circ$ باشد کار نیرو صفر است.

یادآوری ۲ هر گاه جسم ساکن تحت تأثیر نیروی ثابت به حرکت در آید، جسم در جهت نیرو حرکت خواهد کرد و کار نیرو مثبت است.

ذره در میدان الکتریکی، تحت تأثیر میدان از حال سکون شروع به حرکت کرده است. بنابراین، ذره در جهت نیروی الکتریکی شروع به حرکت کرده و چون نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت هستند. کار میدان الکتریکی مثبت است.

A ۱۳۹۸ ۳

خط فکری به شکل زیر نگاه کنید. بار $+q$ در خلاف جهت خطهای میدان جابه‌جا شده و در این جابه‌جایی نیرویی که از طرف میدان الکتریکی بر بار الکتریکی وارد می‌شود در خلاف جهت جابه‌جایی است. یعنی کار نیروی میدان منفی $(W=F.d\cos\theta \xrightarrow{\theta=180^\circ} W<0)$ است، از طرفی کار میدان قرینهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی است. یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد و تنها باید مقدار آن را حساب کنیم.



تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta U=-W_E\Rightarrow\Delta U=-(F_E d\cos\theta)\xrightarrow[\cos\theta=-1]{\theta=180^\circ}\Delta U=Eqd$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ $\Delta U=Eqd$ افزایش می‌یابد.

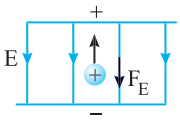
میانبر اگر بار مثبت در خلاف جهت خطهای میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

هر گاه بار در راستای خطهای میدان یکنواخت حرکت کند اندازهٔ کار میدان و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار برابر است با: $|\Delta U|=|W_E|=qEd$

و اگر بار عمود بر خطوط میدان حرکت کند کار میدان صفر است $|\Delta U|=|W|=0$

A ۱۳۹۹ ۲

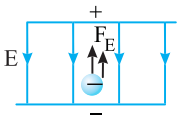
در شکل (الف) نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت در جهت میدان و رو به پایین است. اما جابه‌جایی روبه بالاست $(\theta=180^\circ)$ و کار نیروی میدان الکتریکی در این جابه‌جایی منفی است.



شکل (الف)

$$W_E=Fd\cos\theta=-F_E d<0$$

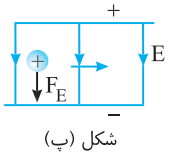
در شکل (ب) نیروی الکتریکی بر بار منفی در خلاف جهت میدان یعنی رو به بالا وارد می‌شود و جابه‌جایی نیز رو به بالاست یعنی نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت هستند $(\theta=0)$ و کار نیروی میدان الکتریکی مثبت است.



شکل (ب)

$$W_E=Fd\cos\theta\xrightarrow{\cos\theta=1}W_E=F_E d>0$$

در شکل (پ) بار عمود بر خطهای میدان حرکت می‌کند، مطابق شکل نیروی وارد بر بار بر جابه‌جایی عمود است $(\theta=90^\circ)$ و کار میدان صفر است.



شکل (پ)

$$W_E=Fd\cos\theta\xrightarrow{\cos\theta=0}W_E=0$$

B ۱۴۰۰ ۲

خط فکری در سؤال گفته شده بار منفی به سمت بالا در حال حرکت بوده و میدان الکتریکی به سمت پایین است. هر گاه بار الکتریکی منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. بنابراین $\Delta U<0$ است. با توجه به این که تغییر انرژی پتانسیل قرینه کار نیروی میدان است، مسئله قابل حل است.

تغییر انرژی پتانسیل خواهد شد:

$$\Delta U_E=-W_E\xrightarrow{W_E=F_E d\cos\theta}\Delta U_E=-F_E d\cos\theta$$

$$\xrightarrow[\cos\theta=1]{\theta=0}\Delta U_E=-F_E d$$

اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار برابر $F_E=|q|E$ است. از این‌رو می توان نوشت:

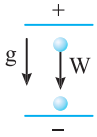
$$\Delta U_E=-|q|Ed\xrightarrow[d=200\,m]{q=1/6\times10^{-19}C,\,E=150\,N/C}$$

$$\Delta U_E=-(1/6\times10^{-19})\times(150)\times200\Rightarrow\Delta U_E=-4/8\times10^{-15}J$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون به اندازهٔ $4/8\times10^{-15}J$ کاهش می‌یابد.

B ۱۴۰۱ ۱

یادآوری ۱ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی برابر است با:



$$\Delta U_g=mg\Delta h$$

یادآوری ۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با:

$$|\Delta U_E|=qEd$$

۱ بر بار الکتریکی $+4mC$ در جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با:

$$|\Delta U_E|=qEd\Rightarrow|\Delta U_E|=4\times10^{-3}\times50\times0/2\Rightarrow|\Delta U_E|=4\times10^{-2}J$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی را حساب می‌کنیم.

$$\Delta U_g=mg\Delta h\xrightarrow[\Delta h=0/2]{m=5\times10^{-6}kg}$$

$$\Delta U_g=5\times10^{-6}\times10\times0/2\Rightarrow\Delta U_g=10^{-5}J$$

۳ نسبت $\frac{\Delta U_E}{\Delta U_g}$ خواهد شد:

$$\frac{|\Delta U_E|}{|\Delta U_g|}=\frac{4\times10^{-2}}{10^{-5}}=4\times10^{3}$$

B ۱۴۰۲ ۳

خط فکری هر گاه بار مثبت در جهت خطهای میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد. بنابراین وقتی که در صورت مسئله بیان شده که انرژی پتانسیل الکتریکی بار ۲۰٪ تغییر کرده یعنی انرژی آن ۲۰٪ کاهش یافته است. از طرفی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار قرینه کار نیروی میدان است. با این اطلاعات شما باید با یافتن کار نیروی میدان شروع به حل مسئله کنید.

۱ کار میدان الکتریکی برابر است با:

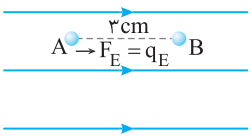
$$W_E=|q|Ed\cos\theta\Rightarrow W_E=2\times10^{-6}\times10^{4}\times0/1\Rightarrow W_E=2\times10^{-3}J$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی خواهد شد:

$$\Delta U=U_2-U_1\xrightarrow{\Delta U=-0/2U_1}-0/2U_1=-2\times10^{-3}$$

$$\xrightarrow{\Delta U_E=-W_E}\Rightarrow U_1=10^{-2}J=10mJ$$

B ۱۴۰۳ ۱



هر گاه بار مثبت در جهت خطوط میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد و کار نیروی میدان الکتریکی مثبت است. زیرا نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت هستند. کار میدان الکتریکی برابر است با:

$$W_E=|q|Ed\xrightarrow[E=3\times10^{5}N/C]{q=6\times10^{-6}C,\,d=3cm}$$

$$W_E=6\times10^{-6}\times3\times10^{5}\times3\times10^{-2}\Rightarrow W_E=+54mJ$$

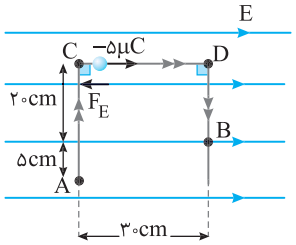
تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی خواهد شد: $\Delta U_E=-W_E\Rightarrow\Delta U_E=-54mJ$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی ذره $54mJ$ کاهش و کار میدان $+54mJ$ است.

B ۱۴۰۴ ۱

خط فکری تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار میدان الکتریکی است $(\Delta U=-W_E)$. کار نیروی میدان در جابه‌جایی در امتداد عمود بر میدان صفر است. یعنی در مسیر AC و DB کار میدان صفر است و تنها باید در مسیر CD کار میدان را محاسبه کرد. کار نیروی الکتریکی وارد بر بار را حساب می‌کنیم. در مسیر CD زاویه بین نیرو و جابه‌جایی 180° است.

$$W_{AB}=\cancel{W_{AC}}^{\circ}+W_{CD}+\cancel{W_{DB}}^{\circ}\Rightarrow W_{CD}=Fd\cos 180^\circ$$
$$\xrightarrow{F=|q|E} W_{CD}=-|q|Ed$$
$$\Rightarrow W_{CD}=-5\times10^{-6}\times10^{5}\times0/3\Rightarrow W_{CD}=-0/15J$$



تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با:

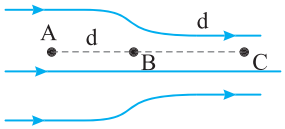
$$\Delta U_E=-W_E\Rightarrow \Delta U_E=-(-0/15)=0/15J$$

میانبر بار $-5\mu C$ (منفی) به اندازهٔ $30cm$ در جهت خطوط جابه‌جا شده است، پس انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد:

$$\Delta U=Ed|q|\Rightarrow \Delta U=10^{5}\times\frac{30}{100}\times5\times10^{-6}=+0/15J$$

C ۱۴۰۵ ۳

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با: $\Delta U=|q|Ed$

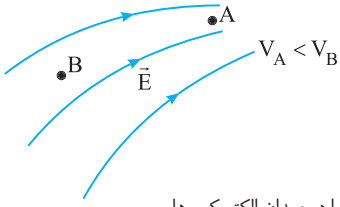


در مسیر BC میدان الکتریکی قوی‌تر از میدان الکتریکی در مسیر AB است، زیرا تراکم خطوط میدان بیشتر است. بنابراین اندازهٔ تغییر انرژی پتانسیل در مسیر BC با توجه به رابطهٔ بیان شده از تغییر انرژی پتانسیل در مسیر AB بیشتر است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

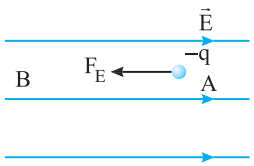
A ۱۴۰۶ ۴

یادآوری ۱ هر گاه در جهت خطوط میدان جابه‌جا شویم، پتانسیل الکتریکی نقاط فضا کاهش می‌یابد و اگر در خلاف جهت خطوط میدان جابه‌جا شویم پتانسیل الکتریکی نقاط فضا افزایش می‌یابد.

یادآوری ۲ بار الکتریکی مثبت همواره از پتانسیل بیشتر به طور خودبه‌خودی به پتانسیل کمتر شارش می‌کند و بار الکتریکی منفی همواره از پتانسیل کمتر به‌طور خودبه‌خودی به پتانسیل بیشتر جابه‌جا می‌شود.

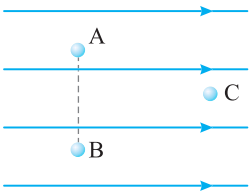


ذره‌ای با بار منفی را در میدان الکتریکی رها کرده‌ایم. ذره تحت تأثیر میدان در جهت خلاف میدان جابه‌جا می‌شود. بنابراین از مکان‌های با پتانسیل کمتر به سوی مکان‌های با پتانسیل بیشتر می‌رود و چون در خلاف جهت میدان جابه‌جا شده انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.



دقت کنید وقتی بار منفی را در میدان رها می‌کنید. شروع به حرکت می‌کند، تندی و انرژی جنبشی آن زیاد می‌شود. بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد و انرژی پتانسیل الکتریکی بار به انرژی جنبشی آن تبدیل می‌شود.

A ۱۴۰۷ ۲



هر گاه در جهت عمود بر خطهای میدان حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط فضا تغییر نمی‌کند، بنابراین پتانسیل الکتریکی نقاط A و B باهم برابر هستند. $(V_A=V_B)$

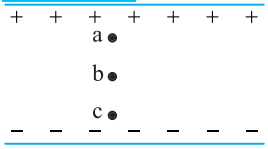
هر گاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط فضا کاهش می‌یابد. بنابراین $V_A=V_B>V_C$

هر گاه بار الکتریکی در جهت عمود بر میدان جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن تغییر نمی‌کند. $(\Delta U=q\Delta V\xrightarrow{\Delta V=0}\Delta U=0)$

هر گاه بار الکتریکی مثبت در جهت خطهای میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. $U_A=U_B>U_C$

بازی با سؤال **در شکل زیر سه نقطه در میدان الکتریکی یکنواختی مشخص شده است. کدام گزینه در مورد مقایسه پتانسیل نقطه‌های a، b و c درست است؟**

کنکور دهه‌های گذشته



۱) $V_a=V_b=V_c$

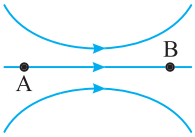
۲) $V_a>V_b>V_c$

۳) $V_a<V_b<V_c$

۴) $V_b=V_a+V_c$

گزینهٔ ۲

A ۱۴۰۸ ۳



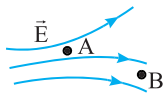
هر گاه از A به B برویم، در جهت خطهای میدان حرکت کرده‌ایم و هر گاه در جهت خطهای میدان حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط واقع در میدان کاهش می‌یابد. $(V_A>V_B)$. هر گاه بار منفی در جهت خطوط میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد. در جابه‌جایی از A تا B بار منفی در جهت خطهای میدان جابه‌جا می‌شود. بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

A ۱۴۰۹ ۱

خط فکری ۱ برای مقایسه میدان الکتریکی در دو نقطه از میدان باید به تراکم خطوط میدان در آن دو نقطه نگاه کنیم. هرجا تراکم بیشتر باشد، میدان قوی‌تر است بنابراین با داشتن یک خط میدان نمی‌توان در مورد مقایسهٔ میدان اظهارنظر کرد و گزاره‌های (الف) و (ب) ممکن است درست باشد اما لزوماً درست نیست.

۲ هرگاه در جهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی نقاط فضا کمتر می‌شود، بنابراین $V_N<V_M$ است. بنابراین تنها گزارهٔ (ت) درست است.

بازی با سؤال **شکل روبه‌رو خطوط میدان الکتریکی را در قسمتی از فضا نشان می‌دهد. پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A نسبت به پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B ..... و در انتقال بار مثبت q از B تا A، انرژی پتانسیل آن ..... می‌یابد.**



۱) بزرگ‌تر- افزایش

۲) بزرگ‌تر- کاهش

۳) کوچک‌تر- کاهش

۴) کوچک‌تر- افزایش

گزینهٔ ۱

B ۱۴۱۰ ۱

یادآوری در جابه‌جایی در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد. با توجه به سؤال از B تا A، ذره در خلاف جهت خطوط میدان جابه‌جا شده و $V_A>V_B$ است پس V_A-V_B مثبت است.

یادآوری اختلاف پتانسیل الکتریکی از رابطهٔ $\Delta V=Ed\cos\theta$ به‌دست می‌آید.

یادآوری هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی بیشتر باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی

بیشتر بوده و میدان قوی‌تر است. با توجه به شکل تراکم خطوط از A تا B در شکل (۳) بیشتر از شکل (۲) و در شکل (۲) بیشتر از شکل (۱) است. بنابراین:

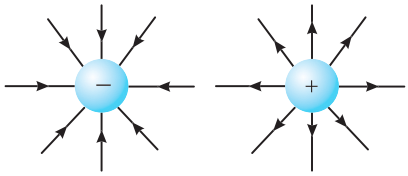
$$\Delta V_3 = E_3 d\cos\theta$$

$$\Delta V_2 = E_2 d\cos\theta \xrightarrow{E_3>E_2>E_1} \Delta V_3 > \Delta V_2 > \Delta V_1$$

$$\Delta V_1 = E_1 d\cos\theta$$

A ۱۴۱۱ ۱

نکته ۱ خطوط میدان به بار منفی وارد و از بار مثبت خارج می‌شود:

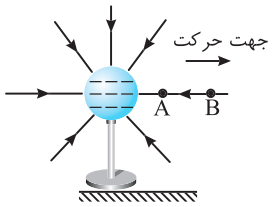


نکته ۲ با جابه‌جایی بار در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و بالعکس.

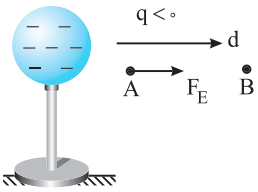
۱ خطوط میدان اطراف کرهٔ فلزی دارای بار منفی را رسم می‌کنیم:

ذره از A تا B خلاف جهت خطوط میدان در حال حرکت بوده و پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد:

$$V_B > V_A$$



۲ بار منفی از گوی منفی در حال دور شدن است، نیروی الکتریکی وارد بر ذره و جهت جابه‌جایی ذره در یک جهت است پس کار میدان الکتریکی مثبت است، اما تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار میدان الکتریکی بوده و منفی است.

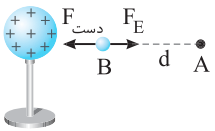


البته می‌توانستیم بگوییم که ذره با بار منفی از گوی منفی دور شده که یک حرکت خودبه‌خودی بوده پس انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد و ΔU منفی است.

$$\Delta U_{BA} < 0 \Rightarrow U_B - U_A < 0 \Rightarrow U_B < U_A$$

B ۱۴۱۲ ۲

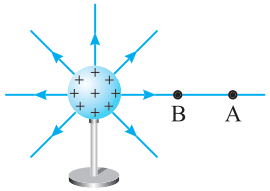
خط فکری دربارهٔ علامت کار نیروی میدان الکتریکی و علامت اختلاف پتانسیل $V_A - V_B = \Delta V$ سؤال شده است. بنابراین باید مشخص کنیم که از B تا A نیروی الکتریکی و جابه‌جایی هم‌جهت هستند و یا در خلاف جهت تا علامت کار میدان مشخص شود و برای تعیین علامت ΔV نیز باید بررسی کنیم که از B به A در جهت خطهای میدان حرکت کرده‌ایم یا خلاف جهت خطهای میدان.



ذرهٔ باردار، بار مثبت دارد، بنابراین از طرف کره با بار مثبت نیروی الکتریکی وارد بر ذره از طرف میدان از B به A و در جهت جابه‌جایی است و $\theta = 0$ است

$$W' = F_E d\cos\theta = F_E \times d \times \cos 0^\circ = F_E d \Rightarrow W' > 0$$

در حرکت از B به A در جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم و با حرکت در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. پس $V_B > V_A$ می‌باشد بنابراین $V_A - V_B = \Delta V < 0$ است.



B ۱۴۱۳ ۴

هر گاه یک بار الکتریکی را در ناحیه‌ای از فضا قرار دهید، مثلاً کرهٔ باردار در شکل روبه‌رو را در فضا قرار دهید، در اطراف این کره، میدان الکتریکی و هم‌چنین پتانسیل الکتریکی ایجاد می‌شود. بنابراین در اطراف کره باردار، نقاط دارای پتانسیل الکتریکی هستند و بین دو نقطه اختلاف پتانسیل وجود دارد اما در محل آن دو نقطه بار الکتریکی وجود ندارد.



A ۱۴۱۴ ۱

خط فکری وقتی گفته می‌شود که یک باتری ۱۲V است، یعنی اختلاف پتانسیل دو سر آن وقتی به جایی وصل نیست ۱۲V است. از طرفی پتانسیل الکتریکی پایانهٔ مثبت باتری از پتانسیل الکتریکی پایانه منفی باتری بیشتر است.

اگر پایانه مثبت، مرجع پتانسیل (صفر) در اختیار شود، پتانسیل الکتریکی پایانه منفی ۱۲V− خواهد بود به گونه‌ای که همواره $V_+ - V_- = 12V$ است.

در صورت مسئله پایانهٔ منفی باتری ۵V− اختیار شده و با توجه به اینکه باید همواره اختلاف پتانسیل بین پایانهٔ مثبت و منفی باتری برابر ۱۲V شود $(V_+ - V_- = 12V)$، خواهیم داشت.

$$V_+ - (-5) = 12 \Rightarrow V_+ = 7V$$

A ۱۴۱۵ ۳

اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های باتری و مقدار بار الکتریکی جابه‌جا شده داده شده است پس با استفاده از تعریف اختلاف پتانسیل می‌توان تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار را حساب کرد.

نکته در رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ علامت بار باید در نظر گرفته شود، یعنی بار مثبت با علامت مثبت و بار منفی با علامت منفی قرار گیرد.

$$\Delta U_E = q\Delta V \xrightarrow[\Delta V = 12V]{q = -40C} \Delta U_E = (-40)\times(12) = -480J$$

A ۱۴۱۶ ۴

با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل خواهیم داشت:

$$V_2 - V_1 = \frac{U_{E_2} - U_{E_1}}{q} \xrightarrow[q=-2\mu C]{V_1=-40V,\ V_2=-10V} -10-(-40) = \frac{\Delta U_E}{-2\times10^{-6}}$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -6\times10^{-5}J$$

علامت منفی ΔU_E نشان‌دهنده این است که انرژی پتانسیل، 6×10^{-5} کاهش می‌یابد، البته یادمان هست که هر گاه بار منفی از پتانسیل کمتر به پتانسیل بیشتر برود، انرژی پتانسیل آن، کاهش می‌یابد.

یادآوری در رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ علامت بار باید در نظر گرفته شود.

A ۱۴۱۷ ۲

کار نیروی میدان الکتریکی قرینهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی است: $W_E = -\Delta U_E$

بنا به تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه خواهیم داشت:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - V_A = -\frac{W_E}{q} \Rightarrow W_E = -q(V_B - V_A)$$

در رابطهٔ بالا باید علامت بار را قرار بدهیم $(q = -5\mu C)$ و $W_E = 20\mu J$ و $(V_A = 6V)$

$$20 = -(-5)(V_B - 6) \Rightarrow 4 = V_B - 6 \Rightarrow V_B = 10V$$

A ۱۴۱۸ ۱

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی منفی کار نیروی میدان الکتریکی است. بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta U_E = -W_E \Rightarrow \Delta U_E = -5\times10^{-5}J$$

اکنون با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی اختلاف پتانسیل بین A و B را به‌دست می‌آوریم.

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow{q=+2\mu C} V_B - V_A = \frac{-5\times10^{-5}}{2\times10^{-6}}$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = -25V$$

بازی با سؤال ذره‌ای با بار $+۱۲\mu C$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ A به نقطهٔ B رفته است. اگر $V_A=۲/۳\times۱۰^{۳}V$ و $V_B=۱/۷\times۱۰^{۳}V$ باشد، کار میدان الکتریکی در این جابه‌جایی چند میلی‌ژول است؟ گزینهٔ ۲

۱) $-۷/۲$ ۲) $+۷/۲$ ۳) $-۳/۶$ ۴) $+۳/۶$

A ۱۴۱۹ ۴

به کمک رابطهٔ $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$ اختلاف پتانسیل خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow\Delta V=\frac{۲\times۱۰^{-۳}}{-۲۰\times۱۰^{-۹}}=-۱۰^{۵}V$$

پتانسیل الکتریکی کاهش یافته پس جابه‌جایی در جهت خطوط میدان الکتریکی است.

A ۱۴۲۰ ۲

خط فکری انرژی پتانسیل بار q در دو نقطهٔ A و B و هم‌چنین پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A داده شده است. بنابراین مسئله را با تعریف اختلاف پتانسیل باید حل کنید. البته در رابطهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی علامت بار باید در نظر گرفته شود.

$$V_B-V_A=\frac{U_{EB}-U_{EA}}{q}\xrightarrow[V_A=۲۰V,q=-۲\mu C]{U_{EA}=۰/۴\times۱۰^{-۳}J,U_{EB}=۰/۶\times۱۰^{-۳}J}$$

$$V_B-۲۰=\frac{۰/۶\times۱۰^{-۳}-۰/۴\times۱۰^{-۳}}{-۲\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow V_B-۲۰=\frac{۲\times۱۰^{-۴}}{-۲\times۱۰^{-۶}}$$

$$\Rightarrow V_B-۲۰=-۱۰۰\Rightarrow V_B=-۸۰V$$

بازی با سؤال ذره‌ای با بار $+۶\mu C$ از نقطهٔ A با پتانسیل الکتریکی $V_A=۲۰V$ به نقطهٔ B با پتانسیل الکتریکی $V_B=-۶۰V$ جابه‌جا شده است. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در نقطهٔ B برابر $۰/۴mJ$ باشد، انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در نقطهٔ A چند میلی‌ژول است؟ گزینهٔ ۳

۱) $۰/۸$ ۲) $-۰/۸$ ۳) $+۰/۸۸$ ۴) $-۰/۸۸$

A ۱۴۲۱ ۳

خط فکری در این مسئله حداقل کاری که ما باید انجام بدهیم یا انرژی که باید صرف کرد تا بار جابه‌جا شود خواسته شده است.

منظور از حداقل، یعنی انرژی مصرفی برای تغییر انرژی پتانسیل بارها، بنابراین کافی است به کمک تعریف اختلاف پتانسیل، تغییر انرژی پتانسیل بارها را بیابید.

۱ ابتدا مقدار بار جابه‌جا شده را حساب می‌کنیم.

$$q=-ne\xrightarrow{n=۱۰^{۱۲}}q=-۱۰^{۱۲}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow q=-۱/۶\times۱۰^{-۷}C$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را به‌دست می‌آوریم. بار را از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر برده‌ایم، یعنی $V_۲-V_۱=-۵V$ است.

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}\Rightarrow\Delta U_E=q\Delta V\xrightarrow{\Delta V=-۵V}\Delta U_E=(-۱/۶\times۱۰^{-۷})(-۵)$$

$$\Rightarrow\Delta U_E=۸\times۱۰^{-۷}J=۰/۸\mu J$$

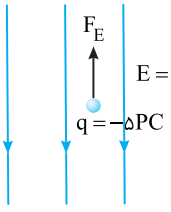
۳ حداقل انرژی که باید صرف کرد برابر $۰/۸\mu J$ است.

بازی با سؤال اختلاف پتانسیل بین دو نقطه -۵۰ ولت است. با صرف چند ژول انرژی، ۵×۱۰^{۱۲} الکترون بین این دو نقطه جاری می‌شود؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$ کنکور دهه‌های گذشته گزینهٔ ۳

۱) ۴×۱۰^{-۳} ۲) ۸×۱۰^{-۳} ۳) ۴×۱۰^{-۵} ۴) ۸×۱۰^{-۴}

B ۱۴۲۲ ۱

۱ میدان الکتریکی رو به پایین است، بنابراین بر بار منفی نیروی رو به بالا وارد می‌کند و زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی $(\theta=۰)$ است. کار میدان الکتریکی را به‌دست می‌آوریم:



$$W_E=F_E d\cos\theta\xrightarrow{\cos\theta=۱\ ,\ F_E=|q|E}$$

$$W_E=|q|Ed\xrightarrow{|q|=۵\times۱۰^{-۱۲}C\ ,\ d=۵۰۰m}$$

$$W_E=۵\times۱۰^{-۱۲}\times۱۵۰\times۵۰۰$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار قرینه کار میدان است.

$$\Delta U_E=-W_E\Rightarrow\Delta U_E=-۵\times۱۰^{-۱۲}\times۱۵۰\times۵۰۰$$

۳ با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل خواهیم داشت:

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}\Rightarrow\Delta V=\frac{-۵\times۱۰^{-۱۲}\times۱۵۰\times۵۰۰}{-۵\times۱۰^{-۱۲}}=+۷۵\times۱۰^{۳}V=+۷۵kV$$

دقت کنید اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از فضا به بار جابه‌جا شده بین آن دو نقطه بستگی ندارد و اختلاف پتانسیل از ویژگی‌های فضا است.

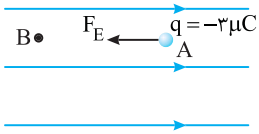
میانبر می‌توانید از رابطهٔ $|\Delta V|=Ed$ استفاده کنید.

$$|\Delta V|=۱۵۰\times۵۰۰=۷۵kV$$

در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کرده‌ایم بنابراین پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد از این‌رو:

$$\Delta V=+۷۵kV$$

A ۱۴۲۳ ۱



ذره رها شده است، بنابراین ذره با بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت خواهد کرد. (مطابق شکل). کار نیروی میدان برابر خواهد شد با:

$$W_E=F_E d\cos\theta=-|q|Ed\cos۰$$

$$\Rightarrow W_E=۳\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^{۳}\times۰/۴\Rightarrow W_E=۶\times۱۰^{-۳}J$$

$\Delta U_E=-W_E\Rightarrow\Delta U_E=-۶\times۱۰^{-۳}J$ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با:

اختلاف پتانسیل V_B-V_A برابر خواهد شد با:

$$V_B-V_A=\frac{\Delta U_E}{q}\Rightarrow V_B-V_A=-\frac{۶\times۱۰^{-۳}}{-۳\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow V_B-V_A=۲۰۰۰V$$

میانبر می‌توانید از رابطهٔ کتاب درسی $|\Delta V|=Ed$ استفاده کنید.

$$|\Delta V|=۵\times۱۰^{۳}\times۰/۴\Rightarrow\Delta V=۲۰۰۰V$$

در خلاف جهت میدان حرکت کرده‌ایم، بنابراین پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد

$$\Delta V=+۲۰۰۰V$$

نکته اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه به بار جابه‌جا شده بین دو نقطه بستگی ندارد.

A ۱۴۲۴ ۴

بار منفی از A تا B خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شده است و تغییر انرژی پتانسیل آن منفی است $(\Delta U=-۵mJ)$. با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل خواهیم داشت.

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow\Delta V=\frac{-۵\times۱۰^{-۳}}{-۵۰\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow\Delta V=۱۰۰V$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی یعنی تفاضل پتانسیل مکان نهایی و پتانسیل مکان اولیه:

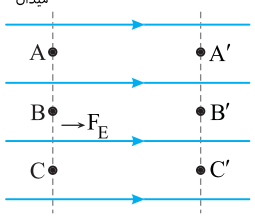
$$\Delta V=۱۰۰V\Rightarrow V_B-V_A=۱۰۰\Rightarrow V_B-۱۲۰=۱۰۰\Rightarrow V_B=۲۲۰V$$

B ۱۴۲۵ ۱

خط فکری اگر بار مطابق شکل در جهت عمود بر میدان الکتریکی جابه‌جا شود، نیروی میدان الکتریکی بر مسیر حرکت عمود است $(\theta=۹۰^{\circ}\Rightarrow\cos\theta=۰)$ و کار میدان الکتریکی در این جابه‌جایی صفر است. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار قرینه کار میدان است، بنابراین ΔU_E نیز صفر می‌شود. بنا بر تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه $\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}$ چون ΔU_E صفر شده است، ΔV نیز صفر می‌شود. یعنی پتانسیل تمام نقاط واقع بر خط عمود بر خطوط میدان باهم برابر است. اما اگر در جهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

به نقاطی که روی یک خط عمود بر خطوط میدان الکتریکی قرار دارند نقاط هم‌پتانسیل گویند.

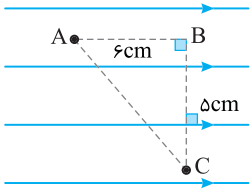
$W_{\text{میدان}}=۰\ ,\ \Delta U=۰\ ,\ \Delta V=۰$



$V_A=V_B=V_C, V_{A'}=V_{B'}=V_{C'}, V_A>V_{A'}\ ,\ V_B>V_{B'}, V_C>V_{C'}$

با توجه به آنچه در خط فکری بیان شد، پتانسیل الکتریکی نقاط B و C که روی خط عمود بر خطوط میدان قرار دارند باهم برابر است $(V_B=V_C)$ و به جای به‌دست آوردن V_A-V_C می‌توان V_A-V_B را به‌دست آورد.

$E=۱۰^۳\ \frac{N}{C}$



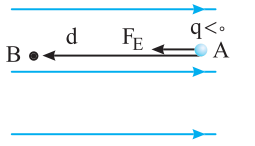
$|V_A-V_C|=|V_A-V_B|=Ed_{(AB)}=۱۰^۳\times۶\times۱۰^{-۲}\Rightarrow|V_A-V_C|=۶۰V$

و چون با حرکت در جهت خطوط میدان پتانسیل کاهش می‌یابد پس:

$V_A>V_C\Rightarrow V_A-V_C=۶۰V$

۲ ۱۴۲۶ A

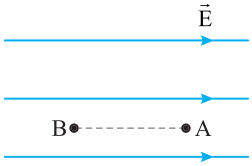
نیروی وارد بر بار منفی در میدان الکتریکی در خلاف جهت میدان است. بار از نقطهٔ A تا B جابه‌جا شده و نیروی الکتریکی وارد بر آن در جهت جابه‌جایی است، بنابراین الزاماً کار نیروی میدان الکتریکی مثبت است و گزینهٔ (۲) درست است.



اما دربارهٔ گزینهٔ (۴) که در آن بیان شده «انرژی جنبشی ذره افزایش می‌یابد» باید دقت کنید که ممکن است که ذره با سرعت ثابت از A تا B برود. در این صورت انرژی جنبشی ثابت می‌ماند و لزوماً گزینهٔ (۴) درست نیست.

۲ ۱۴۲۷ B

خط فکری از صورت مسئله کاملاً مشخص است که انرژی پتانسیل الکتریکی بار هنگام جابه‌جایی از A تا B به انرژی جنبشی آن تبدیل شده است. $|\Delta K|=|\Delta U|$ از طرفی اختلاف پتانسیل الکتریکی دو نقطه برابر $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$ است. بنابراین به کمک تغییر انرژی جنبشی بار می‌توان ΔV را حساب کرد.



با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی می‌توان نوشت: $V_B-V_A=\frac{U_B-U_A}{q}$

کاهش انرژی پتانسیل برابر افزایش انرژی جنبشی جسم است. بنابراین

$V_B-V_A=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{\Delta U=-\Delta K,\ \Delta K=+۸mJ}V_B-V_A=\frac{-۸\times۱۰^{-۳}}{-۴\times۱۰^{-۶}}=۲۰۰۰V$

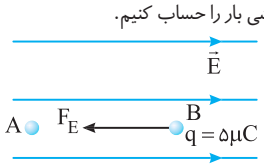
$V_B-V_A=۲kV$

دقت کنید در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کرده‌ایم بنابراین $V_B>V_A$ است.

۱ ۱۴۲۸ B

خط فکری بار الکتریکی پس از رها شدن در اثر نیروی الکتریکی وارد بر آن جابه‌جا شده و دارای انرژی جنبشی شده است. بنابراین باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی برویم و با به‌دست آوردن کار میدان، انرژی جنبشی بار را حساب کنیم.

نیروی وارد بر بار الکتریکی از B تا A در جهت جابه‌جایی است یعنی زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی $\theta=۰$ است و کار نیرو میدان خواهد شد:



$W_E=F_E d\cos\theta\xrightarrow{\cos\theta=۱}W_E=F_E d$

نیروی وارد بر بار q در میدان الکتریکی برابر است با $(F_E=|q|E)$ بنابراین:

$W_E=|q|Ed\xrightarrow[d=۰/۲m]{|q|=۵\times۱۰^{-۶}C,\ E=۱۰^۵N/C}$

$W_E=۵\times۱۰^{-۶}\times۱۰^۵\times۰/۲\Rightarrow W_E=۰/۱J$

بنا بر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، تغییر انرژی جنبشی خواهد شد.

$\Delta K=W_E\Rightarrow K_۲-K_۱=W_E\Rightarrow K_۲-۰=۰/۱\Rightarrow K_۲=۰/۱J$

بازی با سوال ذره‌ای با جرم ناچیز و بار $+۱۷\mu C$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از حال سکون رها می‌شود. اگر پس از جابه‌جایی ۱۰cm انرژی جنبشی ذره ۳۴ میلی‌ژول شود، بزرگی میدان الکتریکی چند V/m است؟

۱) ۲×۱۰^۳ ۲) ۲×۱۰^۲ ۳) ۲×۱۰^۵ ۴) ۲×۱۰^۴

گزینهٔ ۴

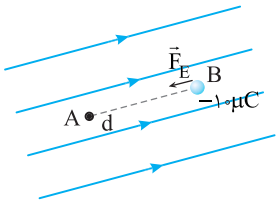
۲ ۱۴۲۹ B

وقتی بار الکتریکی منفی در جهت خطوط میدان الکتریکی از A به B می‌رود انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد. بنابراین:

$V_B-V_A=(\frac{U_B-U_A}{q})\Rightarrow V_B-V_A=\frac{۱۰۰\times۱۰^{-۳}}{-۵\times۱۰^{-۳}}=-۲۰V$

۱ ۱۴۳۰ B

تنها نیروی وارد بر بار در جابه‌جایی از B تا A نیروی الکتریکی است. از طرفی انرژی پتانسیل بار منفی وقتی در خلاف جهت میدان حرکت می‌کند کاهش می‌یابد و به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. بنابراین تغییر انرژی جنبشی بار مثبت است. $(\Delta K=۰/۱J)$



با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار میدان الکتریکی خواهد شد:

$W_E=\Delta K\Rightarrow W_E=۰/۱J$

نیرو و جابه‌جایی از B تا A هم‌جهت هستند و زاویهٔ بین آن‌ها صفر است. بنابراین:

$W_E=F_E d\cos\theta\xrightarrow[F_E=|q|E]{\cos\theta=۱}W_E=|q|Ed\xrightarrow[E=۵\times۱۰^۴N/C]{|q|=۱۰\times۱۰^{-۶}C}$

$۰/۱=۱۰\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^۴d\Rightarrow d=\frac{۱}{۵}m=۰/۲m\Rightarrow d=۲۰cm$

۳ ۱۴۳۱ B

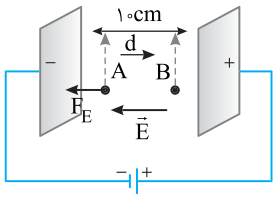
به صورت مسئله دقت کنید. با حرکت بار الکتریکی از پتانسیل $V_۱=۳۰V$ به پتانسیل $V_۲=۸۰V$، انرژی جنبشی ذرهٔ باردار ۲mJ افزایش یافته است. یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی آن ۲mJ کاهش یافته است که این انرژی به انرژی جنبشی ذره تبدیل شده است. با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه خواهیم داشت:

$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{\Delta U=-۲\times۱۰^{-۳}J}۸۰-۳۰=\frac{-۲\times۱۰^{-۳}}{q}$

$q=\frac{-۲\times۱۰^{-۳}}{۵۰}\Rightarrow q=-۰/۰۴\times۱۰^{-۳}\Rightarrow q=-۴۰\mu C$

۱ ۱۴۳۲ B

خط فکری تندی در نقطهٔ B صفر شده است و تندی در نقطهٔ A خواسته شده است. بنابراین باید به سراغ انرژی جنبشی برویم و کار میدان الکتریکی در جابه‌جایی از A تا B را برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار دهیم تا به کمک آن بتوانیم تندی در نقطهٔ A را به‌دست آوریم.



با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$W_E=\Delta K\Rightarrow|q|Ed\cos\theta=(۰-\frac{۱}{۲}mv_A^۲)\quad (I)$

بـا توجه به این‌که نیروی وارد بر بار از طرف میدان در خلاف جهت حرکت بار اسـت، از ایـن‌رو زاویهٔ بین این نیرو و جابه‌جایی $\theta=180^\circ$ اسـت. بنابراین با قـرار دادن داده‌های مسئله در معادلهٔ (I)، v_A را می‌توان حساب کرد.

$$(q=8\times10^{-12}C, E=2\times10^{4}N/C, m=2\mu g=2\times10^{-9}kg)$$

$$8\times10^{-12}\times2\times10^{4}\times10^{-1}\times\cos180^\circ=-\frac{1}{2}\times2\times10^{-9}\times v_A^2$$

$$\Rightarrow v_A^2=16\Rightarrow v_A=4m/s$$

بازی با سؤال مطابـق شـکل، بـار الکتریکـی $q=+400\mu C$ با جرم $10g$ در نقطهٔ A از حال سـکون رها می‌شـود تا تحت تأثیـر میدان الکتریکـی، به طرف صفحـهٔ منفی حرکت کنـد. اگر تندی ذرهٔ بـاردار هنگام عبـور از نقطهٔ B برابر $4m/s$ باشـد، اختـلاف انـرژی پتانسـیل ذرهٔ بـاردار بیـن دو نقطـهٔ A و B (U_B-U_A) و اختلاف پتانسـیل میان نقاط A و B (V_B-V_A) به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟

۱) $-0/04$ و -100 ۲) $0/04$ و 100

۳) $-0/08$ و -200 ۴) $0/08$ و 200

گزینهٔ ۳

۱ ۱۴۳۳ B

خط فکری ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشـی $(W_E=\Delta K)$، کار نیروی میـدان الکتریکـی وارد بر ذرهٔ باردار را حسـاب کنید. کار نیروی میـدان الکتریکی قرینهٔ تغییـر انـرژی پتانسـیل الکتریکـی ذره اسـت. $(W_E=-\Delta U_E)$ بنابراین بـا توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی $(\Delta V=\frac{\Delta U}{q})$ مسئله را حل کنید.

۱ تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی میدان الکتریکی است و کار این نیرو، خواهد شد:

$$W_E=\Delta K\Rightarrow W_E=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2 \xrightarrow[v_1=10m/s,\ v_2=20m/s]{m=4\times10^{-9}kg}$$

$$W_E=\frac{1}{2}\times4\times10^{-9}(400-100)\Rightarrow W_E=6\times10^{-7}J$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره برابر است با:

$$W_E=-\Delta U_E\Rightarrow \Delta U_E=-6\times10^{-7}J$$

۳ اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را حساب می‌کنیم.

$$V_B-V_A=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{q=5\times10^{-9}C} V_B-V_A=\frac{-6\times10^{-7}}{5\times10^{-9}}$$

$$\Rightarrow V_B-V_A=-120V$$

۳ ۱۴۳۴ B

نیـروی مؤثـر وارد بر بـار الکتریکی فقـط نیروی الکتریکی اسـت. بنابر پایسـتگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E_1=E_2\xrightarrow{E=U+K}U_1+K_1=U_2+K_2$$

$$\Rightarrow U_1-U_2=K_2-K_1\Rightarrow\Delta U=-\Delta K \quad (1)$$

از طرفی بنا بر تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی داریم:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow\Delta U=q\Delta V \quad (2)$$

با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$q\Delta V=-\Delta K\Rightarrow q(V_2-V_1)=-(K_2-0)\xrightarrow[m=10^{-4}kg,\ v=10m/s]{K=\frac{1}{2}mv^2}$$

$$q(-100-100)=-\left(\frac{1}{2}\right)(10^{-4})(10)^2\Rightarrow q=\frac{10^{-4}}{4}\Rightarrow q=25\mu C$$

۳ ۱۴۳۵ B

تنهای نیروی مؤثر وارد بر بار در مسـیر A تا B نیروی الکتریکی اسـت و بنا بر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار این نیرو برابر تغییر انرژی جنبشی ذره است. $(W_E=\Delta K)$

از طرفـی علامت کار نیروی میـدان الکتریکی، قرینهٔ تغییرات انرژی پتانسـیل الکتریکی است: $(W_E=-\Delta U_E)$

با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل می‌توان نوشت:

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}\xrightarrow{\Delta U_E=-W_E}\Delta V=\frac{-W_E}{q}\xrightarrow{W_E=\Delta K}$$

$$\Delta K=-q\Delta V\xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2}\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=-q(V_B-V_A)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times3\times10^{-3}(v_B^2-3^2)=-4\times10^{-6}(-40-20)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times3\times10^{-3}\times(v_B^2-9)=+24\times10^{-3}\Rightarrow v_B^2=25\Rightarrow v_B=5m/s$$

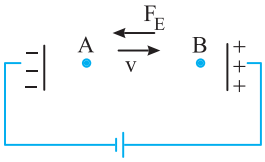
بازی با سؤال در یک میدان الکتریکی یکنواخت ذره‌ای به جرم $5mg$ و بار الکتریکی $-8\mu C$ از نقطهٔ A با تندی $8\sqrt{5}m/s$ به سوی نقطهٔ B می‌رود، اگر پتانسیل الکتریکی نقاط A و B به ترتیب $-40V$ و $+60V$ باشد، هنگام رسیدن ذره به نقطهٔ B سرعت ذره چند m/s است؟ (از اثر گرانش صرف‌نظر شود.)

۱) ۸ ۲) $8\sqrt{10}$ ۳) ۱۶ ۴) $16\sqrt{10}$

گزینهٔ ۲

۱ ۱۴۳۶ B

بـا توجه بـه قضیـه کار و انرژی جنبشـی، تغییر انرژی جنبشـی برابـر کار کل وارد بر جسم است. در این حرکت تنها نیروی وارد بر پروتون نیروی الکتریکی است.



حالت اول: پرتاب از نقطهٔ A به سوی B:

$$W=\Delta K\Rightarrow W_E=0-\frac{1}{2}mv_A^2\Rightarrow W_E=-\frac{1}{2}\times m_p\times(2\times10^4)^2$$

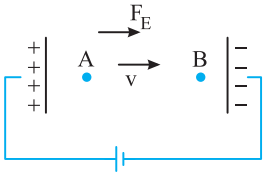
$$W_E=-2m_p\times10^8 \quad (I)$$

حالت دوم: پرتاب پروتون از نقطهٔ A به سوی نقطهٔ B در مسیر از A به B و در جهت میـدان الکتریکی. بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر پروتون مانند حالت اول اسـت اما نیرو در جهت جابه‌جایی است و مقدار کار برابر مقدار مثبت در رابطهٔ (I) است. بنابراین:

$$W=\Delta K\Rightarrow W_E=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2\xrightarrow{\text{از رابطهٔ (I)}}$$

$$2m_p\times10^8=\frac{1}{2}m_pv_B^2-\frac{1}{2}m_p(2\times10^4)^2$$

$$\Rightarrow4\times10^8=v_B^2-4\times10^8\Rightarrow v_B=2\sqrt{2}\times10^4m/s$$



۴ ۱۴۳۷ C

خط فکری هسته دارای بار مثبت است، بنابراین هسته هلیوم $_2^4He^{++}$ دارای بار مثبت اسـت و ذرهٔ آلفا یک ذره با بار مثبت اسـت. از طرفی با رها کردن ذرهٔ با بار مثبت، ذره در جهـت خطـوط میدان جابه‌جا می‌شـود و وقتی در جهت خط‌هـای میدان جابه‌جا شـویم، پتانسیل الکتریکی نقاط فضا کاهش می‌یابد، یعنی $V_B<V_A$ است. با توجه به این مطلب قطعاً $V_B=-10V$ اسـت، زیرا اگر $V_B=+10V$ باشد، V_B بزرگ‌تر از V_A می‌شود که چنین نیست. اما V_A می‌تواند $+8V$ و $-8V$ باشد، یعنی مسئله دارای دو حالت اسـت که در هر حالت به کمک تعریف اختلاف پتانسـیل $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$ و پایستگی انرژی باید مسئله را حل کرد.

بار یک ذره آلفا را حساب می‌کنیم:

$$q=ne\Rightarrow q=2\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow q=3/2\times10^{-19}C$$

حالت اول:

$$V_B=-10V \text{ و } V_A=-8V$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذرهٔ α را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow\Delta U=q\Delta V\Rightarrow\Delta U=۳/۲\times۱۰^{-۱۹}\times[-۱۰-(-۸)]$$

$$\Rightarrow\Delta U=۶/۴\times۱۰^{-۱۹}\,J$$

بنا بر پایستگی انرژی، این کاهش انرژی پتانسیل بار به انرژی جنبشی بار تبدیل شده است و انرژی جنبشی بار به $۶/۴\times۱۰^{-۱۹}$ می‌رسد.

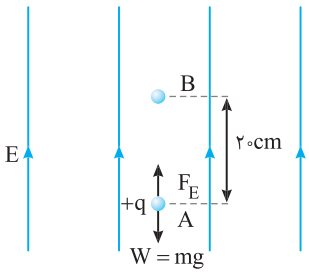
حالت دوم: $V_A=۸V$ و $V_B=-۱۰V$

$$\Delta U=q\Delta V\Rightarrow\Delta U=۳/۲\times۱۰^{-۱۹}(-۱۰-۸)\Rightarrow\Delta U=۵/۷۶\times۱۰^{-۱۸}\,J$$

این انرژی به انرژی جنبشی بار تبدیل شده است. بنابراین $K=۵/۷۶\times۱۰^{-۱۸}\,J$ خواهد شد و گزینهٔ (۴) پاسخ است.

B ۱۴۳۸ ۲

خط فکری بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل نیروهای وارد بر جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است. در این مسئله در جابه‌جایی از A تا B مطابق شکل دو نیرو یکی وزن و دیگری نیروی الکتریکی وارد می‌شود، بنابراین شما باید کار هر یک از این نیروها را حساب کنید و جمع کارها را مساوی ΔK قرار دهید.



۱ جابه‌جایی رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین است و کار نیروی وزن خواهد شد:

$$W_W=mgh\cos\theta\xrightarrow[\cos\theta=-۱]{\theta=۱۸۰^\circ}W_W=-mgh\xrightarrow[h=AB=۰/۲m]{m=۲\times۱۰^{-۳}kg}$$

$$W_W=-۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰\times۰/۲\Rightarrow W_W=-۴\times۱۰^{-۳}\,J=-۴mJ$$

۲ نیروی الکتریکی و جابه‌جایی هم‌جهت هستند و زاویهٔ بین آن‌ها $\theta=۰$ است. بنابراین کار نیروی الکتریکی خواهد شد:

$$W_E=F_Ed\xrightarrow{F_E=|q|E}W_E=|q|Ed$$

$$\xrightarrow{q=۴\times۱۰^{-۶}C,E=۳\times۱۰^{۴}N/C}W_E=۴\times۱۰^{-۶}\times۳\times۱۰^{۴}\times۰/۲$$

$$\Rightarrow W_E=۲/۴\times۱۰^{-۲}\,J\Rightarrow W_E=۲۴mJ$$

۳ بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_E+W_W=K_۲-K_۱\Rightarrow۲۴+(-۴)=K_۲-۰\Rightarrow K_۲=۲۰mJ$$

B ۱۴۳۹ ۲

۱ نیروی وارد بر الکترون را به‌دست می‌آوریم.

$$E=\frac{F}{q}\Rightarrow F=qE\xrightarrow{E=۱۲۵N/C,q=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C}$$

$$F=۱۲۵\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow F=۲\times۱۰^{-۱۷}\,N$$

۲ شتاب حرکت الکترون را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F_E=ma\xrightarrow{m=۱۰^{-۳۰}kg}۲\times۱۰^{-۱۷}=۱۰^{-۳۰}a\Rightarrow a=۲\times۱۰^{۱۳}\,m/s^۲$$

۳ زمان جابه‌جایی ۱۰cm را با شتاب $۲\times۱۰^{۱۳}\,m/s^۲$ به کمک معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲\Rightarrow۰/۱=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{+۱۳}t^۲\Rightarrow t^۲=۱۰^{-۱۴}\Rightarrow t=۱۰^{-۷}\,s$$

$$t=\underbrace{۱۰^{-۷}\times۱۰^{۹}}_{\text{برای تبدیل به نانوثانیه}}\Rightarrow t=۱۰۰ns$$

یادآوری تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار نیروی میدان است $\Delta U_E=-W_E$.

۴ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی خواهد شد:

$$\Delta U_E=-(F_Ed)\Rightarrow\Delta U_E=-۲\times۱۰^{-۱۷}\times۰/۱$$

$$\Rightarrow\Delta U_E=-۲\times۱۰^{-۱۸}\,J\Rightarrow\Delta U_E=-۲\times۱۰^{-۱۸}\,J\times\frac{۱eV}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\,J}$$

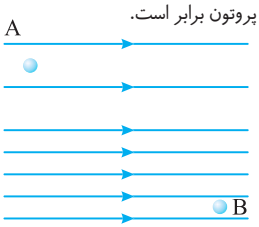
$$\Rightarrow\Delta U_E=-۱۲/۵\,eV$$

ضریب تبدیل ژول به eV

B ۱۴۴۰ ۴

خط فکری میدان در ناحیه‌ای که خطوط میدان به هم نزدیک‌تر هستند، قوی‌تر است. اندازه بار الکتریکی الکترون با بار الکتریکی پروتون برابر است.

۱ میدان الکتریکی در نقطهٔ B از میدان الکتریکی در نقطهٔ A قوی‌تر است. زیرا خطوط میدان در نقطهٔ B به هم نزدیک‌تر هستند پس بنابر فرض مسئله:



$$E_A=E\,,E_B=۲E$$

۲ الکترون در ناحیه‌ای رها شده که میدان الکتریکی آن $۲E$ است، بنابراین اندازه کار نیروی وارد بر الکترون در میدان الکتریکی خواهد شد:

$$W_{E_e}=|q|E_Bd=e(۲E)d$$

۳ اندازه کار نیروی وارد بر پروتون که از نقطهٔ A در میدان $E_A=E$ رها می‌شود برابر است با:

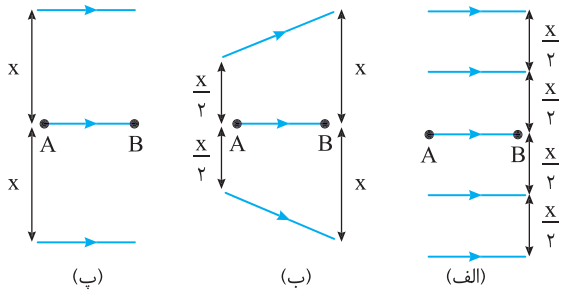
$$W_{E_p}=|q|E_Ad'=e(E)d'$$

۴ طبق فرض مسئله کار میدان در جابه‌جایی الکترون و پروتون برابر است. از این‌رو:

$$W_{E_e}=W_{E_p}\Rightarrow e(۲E)d=eEd'\Rightarrow\frac{d}{d'}=\frac{۱}{۲}$$

B ۱۴۴۱ ۲

خط فکری ابتدا شما باید با توجه به آرایش خطوط میدان در شکل‌های (الف)، (ب) و (پ) دربارهٔ میدان الکتریکی در این سه شکل اظهار نظر کنید، زیرا کار میدان الکتریکی برابر $W_E=qEd$ است که هر چه میدان قوی‌تر باشد، در جابه‌جایی d، کار میدان بیشتر است.



در شکل (ب) میدان از A تا B در حال کاهش است. الکترون از نقطهٔ A پرتاب شده و در نقطهٔ B سرعتش صفر شده است. بنابراین در شکل (الف) که خطوط میدان در کل مسیر از A تا B به هم نزدیک‌تر هستند و میدان قوی‌تر است، نیروی الکتریکی وارد بر الکترون بیشتر از شکل (ب) است و الکترون قبل از رسیدن به B متوقف می‌شود.

در واقع تغییر انرژی جنبشی از لحظهٔ پرتاب تا توقف (ΔK) مقدار ثابتی است. بنابراین هرچا E بیشتر باشد، قطعاً d کمتر خواهد شد و الکترون قبل از رسیدن به B متوقف می‌شود.

$$W_E=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=\text{ثابت}}|q|Ed=\text{ثابت}\xrightarrow{E\uparrow}d\downarrow$$

در شکل (پ) خطوط میدان در کل مسیر از هم دورترند و تراکم خطوط کم‌تر و میدان ضعیف‌تر است و با توجه به اینکه در اینجا نیز ΔK ثابت است خواهیم داشت:

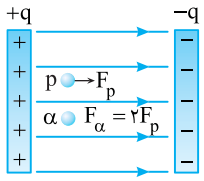
$$W_E=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=\text{ثابت}}|q|E\downarrow d\uparrow=\text{ثابت}\Rightarrow d\uparrow$$

یعنی در شکل (پ) الکترون در نقطهٔ B متوقف نمی‌شود و همچنان دارای سرعت است.

خلاصهٔ آنچه گفته شده این است که در آرایش شکل (الف) تراکم خطوط از شکل (ب) بیشتر و میدان قوی‌تر است. بنابراین نیروی وارد بر الکترون بیشتر بوده و قبل از رسیدن الکترون به نقطهٔ B الکترون متوقف شده و بر می‌گردد. در شکل (پ) میدان در کل مسیر از شکل (ب) ضعیف‌تر است و نیروی وارد بر الکترون کمتر بوده بنابراین الکترون بعد از نقطه B متوقف می‌شود.

۴ ۱۴۴۲ B

میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانا با بار $+q$ و $-q$ یکنواخت است. بار پروتون $+e$ و بار ذره آلفا $(^{4}_{2}He^{2+})$ برابر $+2e$ است. نیرویی که از طرف میدان به ذره آلفا وارد می‌شود $(F=qE)$ دو برابر نیروی وارد بر پروتون است.



در این صورت کار میدان الکتریکی $(W=Fd\cos\theta)$ روی ذره آلفا دو برابر کار میدان الکتریکی روی پروتون است و بنابراین گزینه (۴) درست است.

از آن‌جا که کار میدان الکتریکی منفی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی ذره آلفا دو برابر تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی پروتون است و گزینه (۲) نادرست است. چون $|\Delta U_\alpha|=2|\Delta U_p|$ است تغییرات انرژی جنبشی برابر تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار $(|\Delta K|=|\Delta U|)$ است. بنابراین تغییرات انرژی جنبشی ذره آلفا دو برابر تغییرات جنبشی پروتون بوده و گزینه (۱) نادرست است.

اما در مورد شتاب مسأله کمی پیچیده است. پروتون دارای بار $+e$ و آلفا دارای بار $+2e$ است، بنابراین نیروی وارد بر ذره آلفا دو برابر نیروی وارد بر پروتون است. از طرفی جرم ذره آلفا که دارای دو پروتون و دو نوترون است، چهار برابر جرم پروتون است، بنابراین:

$$F_\alpha=2F_p\Rightarrow m_\alpha a_\alpha=2m_p\alpha_p \xrightarrow{m_\alpha=4m_p} 4a_\alpha=2a_p\Rightarrow a_p=2a_\alpha$$

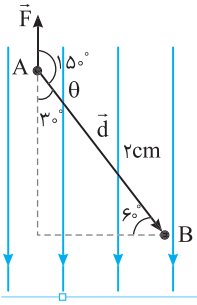
بنابراین گزینه (۳) نیز نادرست است.

۳ ۱۴۴۳ B

به شکل نگاه کنید. باید زاویهٔ θ را به‌دست بیاوریم تا بتوانیم کار را حساب کنیم. نیرو رو به بالا و جابه‌جایی از A به B است و زاویهٔ θ برابر است با:

$$\theta=180-30\Rightarrow\cos\theta=\cos(180^\circ-30^\circ)=-\cos 30^\circ$$

از طرفی نیروی الکتریکی برابر $F_E=|q|E$ است بنابراین:



$$\Delta U_E=-|q|Ed(-\cos 30^\circ)$$

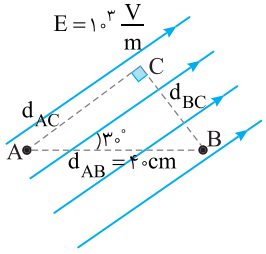
$$\xrightarrow[E=10^3\,N/C,\ d=2\times10^{-2}]{q=-2\times10^{-6}\,C}$$

$$\Delta U=-4\times10^{-5}(-\cos 30^\circ)$$

$$\Rightarrow\Delta U=20\sqrt{3}\times10^{-6}\,J=20\sqrt{3}\,\mu J$$

۱ ۱۴۴۴ B

به شکل نگاه کنید، خط BC بر خطوط میدان عمود است و تمام نقاط واقع بر خط عمود بر خطوط میدان دارای پتانسیل الکتریکی یکسان هستند. بنابراین اختلاف پتانسیل V_A-V_C با اختلاف پتانسیل V_A-V_B برابر است.



فاصلهٔ AC را از روی شکل به‌دست می‌آوریم:

$$\text{در مثلث ABC}:\cos 30^\circ=\frac{AC}{AB}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AC}{40}\Rightarrow AC=20\sqrt{3}cm$$

اکنون می‌توان ΔV_{AB} را به‌دست آورد.

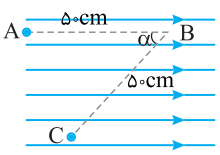
$$|\Delta V_{AB}|=|\Delta V_{AC}|=Ed_{AC}\Rightarrow|\Delta V_{AB}|=10^3\times\frac{20\sqrt{3}}{100}=2\sqrt{3}\times10^2\,V$$

۱ ۱۴۴۵ B

یادآوری تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک بار در میدان الکتریکی برابر قرینهٔ کار نیروی میدان وارد بر بار است.

$$\Delta U_E=-W_E\Rightarrow\Delta U_E=-F_E d\cos\alpha$$

$$\xrightarrow{F_E=qE}\Delta U_E=-qEd\cos\alpha$$



۱ تغییر انرژی پتانسیل از A تا B را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U_{E_{AB}}=-(-5\times10^{-6})\times10^5\times0/5\Rightarrow\Delta U_{E_{AB}}=0/25J$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل از B تا C را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta U_{E_{BC}}=-(-5\times10^{-6})\times10^5\times0/5\times(-0/6)\Rightarrow\Delta U_{E_{BC}}=-0/15J$$

۳ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی در کل مسیر ABC خواهد شد:

$$\Delta U_{E_{ABC}}=+0/25-0/15=+0/1\,J$$

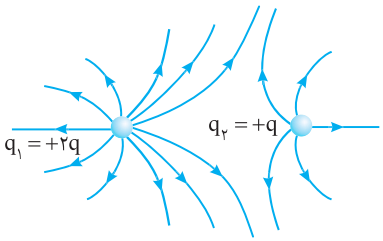
بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار $0/1\,J$ افزایش می‌یابد.

۴ ۱۴۴۶ B

خط فکری باید خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار q_1 و q_2 را رسم کنیم تا بتوانیم مسئله را بررسی کنیم

با حرکت از نزدیکی q_1 ابتدا تراکم خطوط میدان کاهش می‌یابد، یعنی ابتدا میدان کم می‌شود و سپس با نزدیک شدن به q_2 دوباره تراکم زیاد شده یعنی میدان افزایش می‌یابد. پس میدان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

همچنین هر گاه در جهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و اگر در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد از این‌رو با حرکت از نزدیکی q_1 ابتدا در جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم یعنی پتانسیل ابتدا کاهش می‌یابد و سپس در خلاف جهت خطوط میدان حاصل از q_2 به آن نزدیک می‌شویم، یعنی پتانسیل افزایش می‌یابد. پس پتانسیل ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

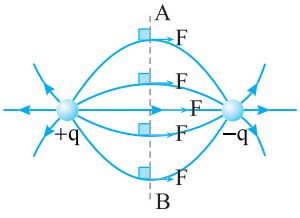


۱ ۱۴۴۷ B

با حرکت بار آزمون از q_1 به سوی q_2 پتانسیل الکتریکی کاهش یافته یعنی بار را در جهت خطوط میدان جابه‌جا کرده‌ایم. بنابراین باید q_1 مثبت و q_2 منفی باشد. از طرفی نیروی وارد شده به بار آزمون اطراف q_2 بیشتر است. بنابراین باید تراکم خطوط میدان اطراف q_2 بیشتر باشد و خط شکست خطوط میدان به بار q_1 نزدیک‌تر باشد، پس شکل خطوط میدان مانند شکل گزینه (۱) می‌شود.

۲ ۱۴۴۸ B

یادآوری هر گاه بار در امتداد عمود بر خطوط میدان بار جابه‌جا شود، چون نیروی الکتریکی وارد بر بار و جابه‌جایی بر هم عمودند، کار نیروی میدان الکتریکی صفر می‌شود.



خطوط میدان الکتریکی این دو بار را رسم می‌کنیم به دلیل تقارن خطوط میدان در نقاط واقع بر عمودمنصف خط وصل‌کننده دو بار بر هم عمودند. به همین دلیل در جابه‌جایی بار از A تا B کار نیروی میدان صفر است.

۲ ۱۴۴۹ A

یادآوری اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی، مستقل از نوع و اندازهٔ بار جابه‌جا شده بین آن دو نقطه است. برای اختلاف پتانسیل (ΔV) دو نقطه به فاصلهٔ d از یکدیگر، که خط واصل آن‌ها هم‌راستا با میدان الکتریکی $\vec{E}$ است رابطهٔ زیر برقرار است.

$$|\Delta V|=Ed$$

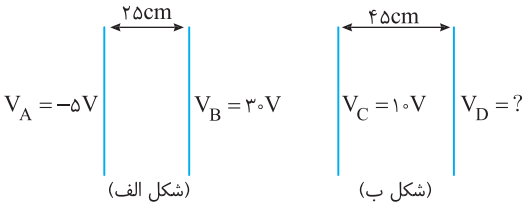
با توجه به رابطهٔ فوق میدان الکتریکی بین صفحات را حساب می‌کنیم.

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}\Rightarrow E=\frac{۲/۴\times۱۰^{۴}}{۱/۲\times۱۰^{-۲}}=۲\times۱۰^{۶}\,V/m$$

$$\Rightarrow ۲\times۱۰^{۶}\frac{V}{m}\times\frac{۱m}{۱۰^{۲}cm}\times\frac{۱kV}{۱۰^{۳}V}=۲۰kV/cm$$

B ۲ ۱۴۵۰

خط فکری میدان الکتریکی شکل (الف) را حساب کنید، نصف آن را به‌دست آورید تا میدان الکتریکی شکل (ب) به‌دست آید. آنگاه پتانسیل نقطهٔ D قابل محاسبه می‌شود.



۱ میدان الکتریکی بین صفحات در شکل (الف) برابر است با:

$$|\Delta V|=Ed\Rightarrow|۳۰-(-۵)|=E(\frac{۲۵}{۱۰۰})\Rightarrow E=۱۴۰V/m$$

۲ میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ D و C نصف میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ A و B است.

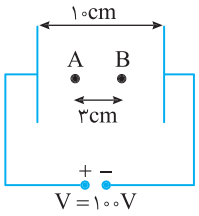
$$E'=\frac{E}{۲}\Rightarrow E'=\frac{۱۴۰}{۲}\Rightarrow E'=۷۰V/m$$

۳ پتانسیل الکتریکی نقطهٔ D خواهد شد (با توجه به فرض مسئله $V_D<V_C$ است.)

$$V_C-V_D=E'd\Rightarrow ۱۰-V_D=۷۰\times\frac{۴۵}{۱۰۰}\Rightarrow V_D=-۲۱/۵V$$

B ۲ ۱۴۵۱

خط فکری ابتدا میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه را حساب کنید $(E=\frac{\Delta V}{d})$ و سپس به کمک آن اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را بیابید و سرانجام با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$، تغییرات انرژی پتانسیل را به‌دست بیاورید.



۱ میدان الکتریکی بین صفحات برابر است با:

$$|\Delta V|=Ed\Rightarrow E=\frac{۱۰۰}{۰/۱}\Rightarrow E=۱۰^{۳}V/m$$

۲ اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B خواهد شد:

$$|\Delta V_{AB}|=E(d_{AB})\Rightarrow|\Delta V_{AB}|=۱۰^{۳}\times\frac{۳}{۱۰۰}=۳۰V$$

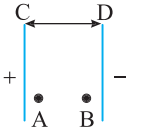
چون از A تا B در جهت خط‌های میدان جابه‌جا شده‌ایم پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد، یعنی $V_A>V_B$ است و $V_B-V_A=-۳۰V$ خواهد بود.

۳ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را حساب می‌کنیم

$$V_B-V_A=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{q=۶\times۱۰^{-۶}C}-۳۰=\frac{\Delta U}{۶\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow\Delta U=-۱۸۰\times۱۰^{-۶}J$$

$$=-۱۸۰\times۱۰^{-۳}mJ\Rightarrow\Delta U=-۰/۱۸mJ$$

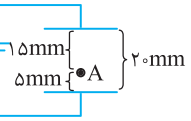
مبانی برای یافتن $|\Delta U|$ می‌توان نوشت:



$$\frac{|\Delta V_{AB}|}{|\Delta V_{CD}|}=\frac{d_{AB}}{d_{CD}}$$

B ۳ ۱۴۵۲

میدان بین دو صفحه یکنواخت است و در میدان الکتریکی یکنواخت اختلاف پتانسیل بین دو نقطه خواهد شد:



$$\Delta V=Ed\Rightarrow\frac{\Delta V_A}{\Delta V_{کل}}=\frac{d_A}{d_{کل}}\Rightarrow\frac{\Delta V_A}{۲۰}=\frac{۱۵}{۲۰}\Rightarrow\Delta V_A=۱۵V$$

بار الکتریکی $q=-۵mC$ از A به سوی صفحهٔ مثبت می‌رود، از این رو:

$$\Delta U=q\Delta V\Rightarrow\Delta U=-۵\times۱۰^{-۳}\times۱۵\Rightarrow\Delta U=-۷۵\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow\Delta U=-۷۵\,mJ$$

(وقتی از نقطهٔ A به سمت صفحه مثبت می‌رویم در خلاف جهت میدان حرکت کرده‌ایم و $\Delta V>۰$ است.)

انرژی پتانسیل الکتریکی بار q، ۷۵ میلی‌ژول کاهش می‌یابد.

B ۲ ۱۴۵۳

به شکل دقت کنید. اختلاف پتانسیل بین پایانه مثبت و پایانه منفی برابر ۸۰V است. پایانه مثبت به عنوان مرجع پتانسیل فرض شده است $(V_E=۰)$، بنابراین پتانسیل پایانهٔ منفی باتری یعنی صفحهٔ C برابر $V_C=-۸۰V$ خواهد بود.

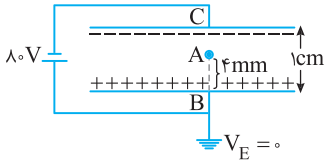
میدان الکتریکی بین دو صفحه برابر است با:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}\Rightarrow E=\frac{۸۰}{۱۰^{-۲}}\Rightarrow E=۸۰۰۰V/m$$

پتانسیل نقطهٔ A خواهد شد:

$$|V_A-V_E|=Ed_A\Rightarrow|V_A-۰|=۸۰۰۰\times\frac{۴}{۱۰۰۰}=۳۲V$$

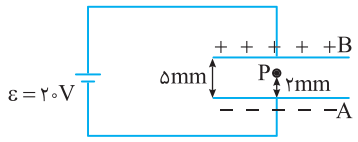
از صفحهٔ مثبت اگر به سوی نقطهٔ A برویم یعنی در جهت خط‌های میدان حرکت کرده‌ایم و پتانسیل کاهش می‌یابد از این‌رو $V_A=-۳۲V$ خواهد شد.



B ۲ ۱۴۵۴

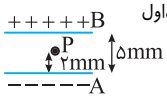
یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت برابر $\Delta V=Ed$ است که در آن d فاصلهٔ دو نقطه در امتداد خطوط میدان است.

دو صفحهٔ خازن به باتری متصل است و اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت و برابر ۲۰V است. اختلاف پتانسیل بین نقطهٔ P و صفحهٔ منفی A برابر $V_P-V_A=Ed_{AP}$ است. که E میدان الکتریکی بین صفحات است. با دور شدن صفحهٔ B فاصلهٔ P و A از هم تغییر نکرده و ۲mm می‌ماند اما میدان الکتریکی تغییر می‌کند:

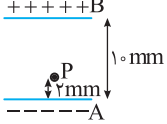


۱ در هر حالت میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.

حالت اول: $E_۱=\frac{V}{d_۱}\xrightarrow{d_۱=۵mm}E_۱=\frac{۲۰}{۵\times۱۰^{-۳}}=۴۰۰۰\frac{V}{m}$



حالت دوم: $E_۲=\frac{V}{d_۲}\xrightarrow{d_۲=۱۰mm}E_۲=\frac{۲۰}{۱۰\times۱۰^{-۳}}=۲۰۰۰\frac{V}{m}$



۲ اختلاف پتانسیل بین P و A در هر حالت خواهد شد:

حالت اول: $\Delta V_{AP}=E_۱d_{AP}\Rightarrow ۴۰۰۰\times۲\times۱۰^{-۳}=V_P-V_A\Rightarrow V_P=۸+V_A$

حالت دوم: $\Delta V'_{AP}=E_۲d_{AP}\Rightarrow ۲۰۰۰\times۲\times۱۰^{-۳}=V'_P-V_A\Rightarrow V'_P=۴+V_A$

بنابراین پتانسیل نقطهٔ P، ۴V کاهش یافته است.

A ۱۴۵۵ ۲

سه ذره باردار مهم:

نام ذره	بار ذره	جرم ذره	توضیحات
الکترون e	یک بار منفی	m_e	
پروتون p	یک بار مثبت	$m_p \approx ۲۰۰ m_e$	
آلفا α	دو بار مثبت	$m_\alpha = ۴ m_p$	در واقع هستهٔ عنصر هلیوم است. $_۲^۴H^{۲+}$
مقایسه	$\lvert q_e \rvert = q_p = \frac{q_\alpha}{۲}$	$m_\alpha > m_p > m_e$	

میدان الکتریکی بین صفحات موازی باردار برابر است با:

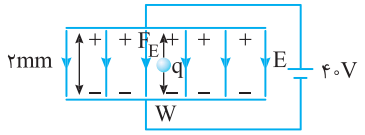
$$E=\frac{V}{d} \Rightarrow E=\frac{۵۰۰}{۰/۰۲} \Rightarrow E=۲/۵\times ۱۰^۴ V/m$$

نیروی وارد بر ذره آلفا که بار آن $۲e=۳/۲\times ۱۰^{-۱۹} C$ است، خواهد شد:

$$F=Eq \Rightarrow F=۲/۵\times ۱۰^۴ \times (۳/۲\times ۱۰^{-۱۹})=۸\times ۱۰^{-۱۵} N$$

B ۱۴۵۶ ۱

خط فکری ذره در تعادل است، بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است. نیروهای وارد بر ذره را شناسایی کرده و برآیند آن‌ها را مساوی صفر قرار می‌دهیم تا مسئله حل شود. اما برای حل مسئله از مراحل زیر باید بگذرید.



دو نیرو بر ذره وارد می‌شود. یکی نیروی وزن W رو به پایین و دیگری نیرویی که میدان الکتریکی بر بار رو به بالا وارد می‌کند. بنابراین باید میدان الکتریکی را حساب کرد.

۱ میدان الکتریکی بین دو صفحه برابر است با:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow E=\frac{۴۰}{۲\times ۱۰^{-۳}} \Rightarrow E=۲\times ۱۰^۴ V/m$$

۲ نیروی وزن و نیروی الکتریکی را برابر قرار می‌دهیم.

$$W=F_E \Rightarrow mg=|q|E \xrightarrow{m=۵\times ۱۰^{-۳} kg} ۵\times ۱۰^{-۳}\times ۱۰=|q|\times ۲\times ۱۰^{+۴}$$

$$\Rightarrow |q|=۲۵\times ۱۰^{-۷}=۲/۵\times ۱۰^{-۶} C=۲/۵\mu C$$

۳ چون نیرو وارد بر بار q رو به بالا و در خلاف جهت میدان است، بنابراین باید بار q منفی باشد یعنی $q=-۲/۵\mu C$ است.

B ۱۴۵۷ ۱

۱ ابتدا میدان الکتریکی بین صفحه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}=\frac{|۹\times ۱۰^۳ - (-۹\times ۱۰^۳)|}{۲\times ۱۰^{-۲}}=۹\times ۱۰^۵ V/m$$

۲ نیروی وارد بر الکترون خواهد شد:

$$F=qE=۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}\times ۹\times ۱۰^۵ \Rightarrow F=۱/۶\times ۹\times ۱۰^{-۱۴} N$$

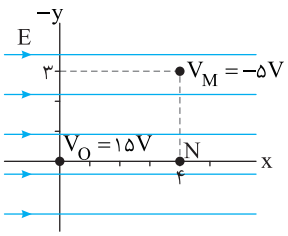
۳ بنابراین شتاب الکترون بنا بر قانون دوم نیوتون برابر است با:

$$F=ma \Rightarrow ۱/۶\times ۹\times ۱۰^{-۱۴}=۹\times ۱۰^{-۳۱} a \Rightarrow a=۱/۶\times ۱۰^{۱۷} m/s^۲$$

B ۱۴۵۸ ۳

یادآوری هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شویم پتانسیل نقاط فضا کاهش می‌یابد.

در حرکت از مبدأ تا نقطهٔ $M(۴,۳)$، پتانسیل الکتریکی از ۱۵V به $-۵V$ کاهش یافته بنابراین جهت میدان الکتریکی باید در جهت مثبت محور x باشد.



نکته نقاط واقع بر خط عمود بر میدان الکتریکی هم‌پتانسیل هستند.

نقاط M و N روی خط MN عمود بر خطوط میدان قرار دارند و پتانسیل آن‌ها برابر است. بنابراین:

$$V_N - V_O = V_M - V_O = -۵-(+۱۵)=-۲۰V$$

یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی برابر $|\Delta V|=Ed$ است. بزرگی میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.

$$۲۰=E(d_{NO}) \Rightarrow ۲۰=E(۰/۰۴) \Rightarrow E=\frac{۲۰۰۰}{۴}=۵۰۰ N/C$$

A ۱۴۵۹ ۴

تمام گزاره‌های بیان شده درست هستند و تجربه و آزمایش آن‌ها را تأیید می‌کنند.

A ۱۴۶۰ ۴

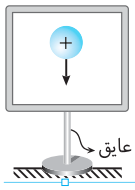


هر گاه به یک جسم رسانا بار داده شود، بار اضافی داده شده روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود و بار خالص درون رسانا صفر است و اگر به جسم نارسانا بار داده شود بار در محل دریافت بار باقی می‌ماند.

با پاره شدن نخ گوی رسانا به پایین می‌افتد و در تماس با ظرف قرار می‌گیرد. دو حالت ممکن است. اگر ظرف رسانا باشد تمام بار گوی از طریق ظرف رسانا تخلیه شده و بار روی سطح خارجی ظرف توزیع می‌شود و گزینهٔ (۱) درست است و در حالت دیگر اگر ظرف نارسانا باشد، در محل تماس گوی رسانا با ظرف مقداری بار جابه‌جا می‌شود اما گوی هم‌چنان باردار خواهد بود و گزینهٔ (۲) درست است. بنابراین پاسخ گزینهٔ (۴) است.

در هر دو حالت بار الکتریکی در سطح داخلی توزیع نمی‌شود و گزینهٔ (۳) نادرست است.

بازی با سؤال **مطابق شکل جعبهٔ نارسانای بدون باری در اختیار داریم. اگر گلوله‌ای فلزی که دارای بار الکتریکی مثبت است، روی جداره داخل جعبه قرار داده شود، بار مثبت، .....**



۱) در سطح داخلی جعبه پخش می‌شود.

۲) در سطح خارجی جعبه پخش می‌شود.

۳) در همان محل تماس باقی می‌ماند.

۴) در حجم جعبه پخش می‌شود.

گزینهٔ ۳

A ۱۴۶۱ ۳

بار داده شده به یک رسانا (فلز) در سطح خارجی آن پخش می شود. میدان الکتریکی درون رسانا صفر و پتانسیل الکتریکی تمام نقاط آن با هم برابر است.

A ۱۴۶۲ ۳

یادآوری در رسانا بار اضافی داده شده در سطح خارجی آن توزیع می‌شود، اما بار اضافی داده شده به یک جسم نارسانا در محل دریافت بار باقی می‌ماند.

دو کره فلزی و مشابه هستند، بنابراین اگر به آن‌ها بار داده شود بار روی سطح خارجی توزیع می‌شود و توخالی و توپر بودن تأثیری بر توزیع بار روی سطح خارجی دو کره ندارد و چون کره‌ها مشابه‌اند و بار الکتریکی داده شده یکسان است، تراکم بار الکتریکی نیز در دو کره یکسان خواهد بود.

A ۱۴۶۳ ۳

وقتی به جسم رسانا بار داده شود، بار در سطح خارجی رسانا به گونه‌ای توزیع می‌شود که میدان الکتریکی درون رسانا صفر شود و وقتی یک رسانای خنثی مانند قفس فاراده را در یک میدان الکتریکی خارجی قرار دهیم، بار طوری روی سطح خارجی توزیع می‌شود (القا می‌شود) که میدان الکتریکی ناشی از آن اثر میدان خارجی را درون رسانا خنثی کند و بدین ترتیب میدان الکتریکی خالص درون رسانا صفر می‌شود. و این صفر بودن میدان سبب می‌گردد که شخص درون قفس فاراده آسیب نبیند. بنابراین آزمایش قفس فاراده دلیلی بر صفر بودن میدان الکتریکی درون رساناست.

A ۱۴۶۴ ۳



در رسانای باردار، بار روی سطح رسانا توزیع می‌شود به گونه‌ای که میدان خالص درون رسانا صفر می‌شود. در این حالت پتانسیل الکتریکی تمام نقاط رسانای باردار باهم برابر است. در این صورت خواهیم داشت:

$$q_C \neq ۰ \ , \ q_A=q_B=۰ \ , \ V_A=V_B=V_C$$

$$E_A=E_B=۰, \ E_C \neq ۰$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.

دقت کنید که اگر پتانسیل الکتریکی نقاط درون سطح رسانا باهم برابر نباشد، در اثر اختلاف پتانسیل بین نقاط باید درون کره رسانا جریان برق ایجاد شود که چنین چیزی رخ نمی‌دهد. بنابراین اختلاف پتانسیل بین نقاط صفر است و پتانسیل نقاط یکسان است.

B ۱۴۶۵ ۲

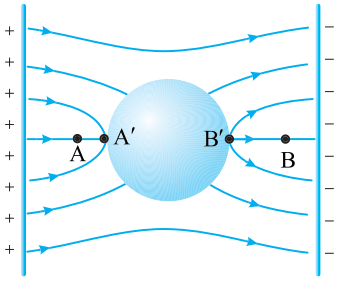
با فرض آن‌که همهٔ بار در مرکز کره مولد وان‌دوگراف قرار دارد می‌توان میدان را از رابطهٔ میدان بار نقطه‌ای $E=k\frac{|q|}{r^2}$ به‌دست آورد که این رابطه یک رابطهٔ خطی بین میدان و فاصله نیست یعنی نمودار نمی‌تواند خط راست باشد بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست‌اند.

از طرفی میدان درون رسانا صفر است. بنابراین میدان در فاصلهٔ مرکز تا سطح کره صفر است و گزینهٔ (۱) نادرست است. در نزدیکی سطح مولد وان‌دوگراف میدان بسیار بزرگ و با دور شدن از سطح مولد میدان کاهش می‌یابد بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

A ۱۴۶۶ ۱

وقتی رسانای خنثی را در یک میدان الکتریکی خارجی قرار می‌دهیم، بار طوری روی سطح خارجی رسانا توزیع می‌شود (القا می‌شود) که میدان الکتریکی ناشی از آن اثر میدان خارجی را درون رسانا خنثی می‌کند. در این شکل درون کره در اثر میدان خارجی، یک میدان الکتریکی در اثر بارهای القایی ایجاد شده بنابراین این کره رساناست و در اجسام رسانا پتانسیل در نقاط مختلف یکسان است و با حرکت روی رسانا و درون آن پتانسیل ثابت می‌ماند.

بازی با سؤال **جسم رسانایی را در میدان الکتریکی یکنواختی قرار می‌دهیم. پس از تعادل الکتروستاتیکی کدام گزینه در مورد مقایسهٔ پتانسیل و میدان در نقاط مختلف درست است؟**



۱) $E_A=E_B=E_{B'}=E_{A'}$ ، $V_A>V_{A'}>V_{B'}>V_B$

۲) $E_A>E_{A'}>E_{B'}>E_B$ ، $V_A>V_{A'}=V_{B'}>V_B$

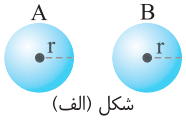
۳) $E_A>E_B$ ، $E_{A'}=E_{B'}$ ، $V_A>V_{A'}=V_{B'}>V_B$

۴) $E_A>E_B$ ، $E_{A'}=E_{B'}$ ، $V_A>V_{A'}>V_{B'}>V_B$

گزینهٔ ۳

B ۱۴۶۷ ۳

حالت اول: در تماس دو کرهٔ رسانای مشابه بار روی سطح دو کره به‌طور یکسان توزیع می‌شود و دو کره دارای بار یکسان می‌شود و بار کره‌های A و B برابر $\frac{-2}{2}=-1\mu C$ می‌شود. البته توپر و توخالی بودن کره‌ها نقشی در این پدیده ندارد زیرا بار در سطح خارجی رسانا توزیع می‌شود.



شکل (الف)

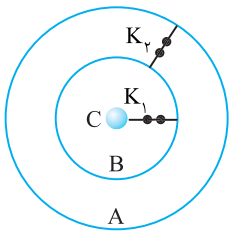
حالت دوم: گوی رسانا درون کره توخالی A قرار گرفته است. بنابراین تمام بار گوی رسانای C به سطح خارجی کرهٔ توخالی A منتقل می‌شود و کرهٔ A دارای بار الکتریکی $-2\mu C$ خواهد شد.



شکل (ب)

A ۱۴۶۸ ۳

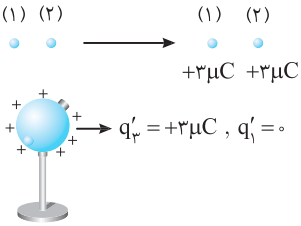
بار همواره در بیرونی‌ترین سطح رسانا توزیع می‌شود. وقتی کلیدهای K_1 و K_2 بسته می‌شوند، بار تمام کره‌ها به بیرونی‌ترین سطح، یعنی سطح خارجی کره A منتقل می‌شود. کرهٔ فلزی C و پوستهٔ فلزی B بار خود را از دست می‌دهند و تمام بار سهم کرهٔ A می‌شود.



$q_A=-q+3q+2q=+4q$

A ۱۴۶۹ ۳

هنگامی که دو گوی رسانای (۱) و (۲) را باهم تماس می‌دهیم. بار آن‌ها با هم یکسان و برابر می‌شود:



بار نهایی گوی‌های (۱) و (۲) $=\frac{q_1+q_2}{2}$

$=\frac{+8-2}{2}=+3\mu C$

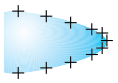
حال گوی (۱) را که بار آن برابر $+3\mu C$ است، درون رسانای بدون بار (۳) می‌اندازیم. می‌دانیم که بار در رسانا روی سطح خارجی آن قرار می‌گیرد، بنابراین $q'_1=0$ و $q'_3=+3\mu C$ می‌شود.

A ۱۴۷۰ ۳

یادآوری در یک رسانای باردار میدان درون و روی سطوح رسانا صفر است و پتانسیل تمام نقاط درون و روی سطح رسانا باهم برابر است.

وقتی که بار الکتریکی را از نقطهٔ A تا B جابه‌جا می‌کنیم، چون $\Delta V_{AB}=0$ است، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار نیز صفر خواهد بود.

B ۱۴۷۱ ۳

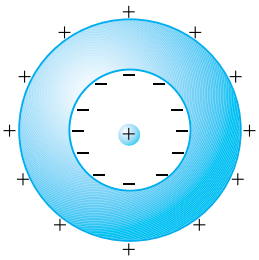


در یک جسم رسانای باردار، تراکم بار در نقاط نوک‌تیزتر سطح از بقیه نقاط بیشتر است. بنابراین وقتی یک آونگ را به قسمت نوک‌تیز نزدیک می‌کنیم در آونگ القای شدیدتری رخ می‌دهد. بنابراین رباییش مخروط بر آونگ در نقاط نوک‌تیز (نقطهٔ A) بیشتر بوده و آونگ بیشتر منحرف می‌شود.

B ۱۴۷۲ ۳

در ابتدا دوک فلزی بدون بار و میدان الکتریکی درون آن صفر است. با نزدیک کردن میله باردار با بار منفی به دوک، بار مثبت و منفی روی سطح دوک القا می‌شود اما این بارها به گونه‌ای القا می‌شود که میدان الکتریکی درون رسانا صفر می‌ماند. به همین دلیل گوی‌های درون دوک تحت تأثیر میلهٔ باردار قرار نمی‌گیرند و گوی‌ها به همان صورت باقی می‌مانند.

B ۱۴۷۳ ۳



کره فلزی است، بنابراین تحت تأثیر بار مثبتی که در مرکز آن قرار دارد کره دارای بار القایی مثبت در سطح خارجی و بار القایی منفی در سطح درونی می‌شود. در القا بار القایی مثبت و منفی القا شده بنا بر پایستگی بار الکتریکی یکسان است. بنابراین اندازه بار روی سطح داخلی و خارجی کره برابر است اما مساحت سطح داخلی کوچکتر است در نتیجه تراکم بار در سطح داخلی بیشتر است.

B ۱۴۷۴ ۳

ابتدا با نزدیک کردن میله باردار به کره‌ها القا صورت می‌گیرد، کره A دارای بار منفی (ناهمنام با بار میله)، کره B خنثی و کره C دارای بار مثبت (همنام با بار میله) و هم‌اندازه با بار منفی کره A می‌شود. $|q_A|=|q_C|$, $q_B=0$

در حضور میله با دور کردن کره C بار کره C همچنان مثبت می‌ماند و با دور کردن میله، بار کره A بین کره‌های A و B به‌طور مساوی تقسیم می‌شود و بار کره‌های A و B برابر خواهد شد با:

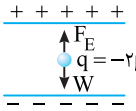
$q'_A=q'_B=\frac{q_A}{2}$

دقت کنید کرهٔ C از دو کرهٔ دیگر کوچک‌تر است. بنابراین مساحت سطح آن از دو کرهٔ دیگر کمتر است، اما بار الکتریکی روی کره C از دو کره A و B بیشتر است. بنابراین قطعاً تراکم بار روی کرهٔ C از دو کرهٔ دیگر بیشتر است.

پنجره دوجداره (سطح دوم)

۱ ۱۴۷۵ C

خط فکری با یک مسئله ترکیبی از الکتریسیتهٔ ساکن و قانون دوم نیوتون روبه‌رو هستید. نیروهای وارد بر بار را رسم کنید، برایند نیروهای وارد بر ذره را به‌دست آورید و مساوی ma قرار دهید. دو نیرو بر ذره وارد می‌شود.



۱ نیروی وزن

۲ نیروی الکتریکی

حالت اول: شتاب $۲m/s^۲$ رو به پایین است. بنابراین جهت برایند نیروها باید رو به پایین باشد، یعنی mg بزرگ‌تر از F_E است. از این‌رو

$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-F_E=ma\Rightarrow F_E=m(g-a)$$
$$\Rightarrow F_E=m(۱۰-۲)\Rightarrow F_E=۸m \quad (۱)$$

حالت دوم: شتاب $۲m/s^۲$ رو به بالا باشد، بنابراین باید $F_E>mg$ باشد از این‌رو:

$$F_{net}=ma\Rightarrow F'_E-mg=ma'\Rightarrow F'_E=m(g+a')=m(۱۰+۲)$$
$$\Rightarrow F_E=۱۲m \quad (۲)$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{F'_E}{F_E}=\frac{۱۲m}{۸m}\Rightarrow\frac{F'_E}{F_E}=\frac{۳}{۲}$$

نیروی الکتریکی وارد بر بار در میدان برابر $F_E=|q|E$ است. از این‌رو:

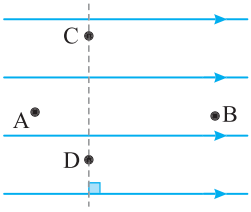
$$\frac{|q|E'}{|q|E}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{E'}{E}=\frac{۳}{۲}$$

اکنون از رابطهٔ $\Delta V=Ed$ استفاده می‌کنیم. (d یکسان است.)

$$\frac{\Delta V'}{\Delta V}=\frac{E'}{E}\Rightarrow\frac{\Delta V'}{\Delta V}=\frac{۳}{۲}$$

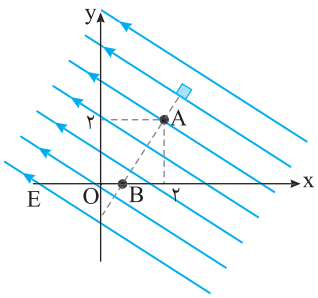
۴ ۱۴۷۶ C

خط فکری به شکل زیر دقت کنید.



اگر نقطه‌های A و B در امتداد خط‌های میدان باشند، پتانسیل الکتریکی نقاط A و B یکسان نخواهد بود و این دو نقطه دارای اختلاف پتانسیل هستند، اما اگر این دو نقطه بر خط عمود بر خطوط میدان الکتریکی قرار داشته باشند (مانند نقاط C و D)، هم‌پتانسیل خواهند بود.

باید دو نقطه $A(۲,۲)$ و $B(۱,۰)$ در صفحه xoy روی خطی عمود بر میدان قرار داشته باشند. معادله خط گذرنده از دو نقطه A و B را به کمک ریاضی به‌دست آوریم:



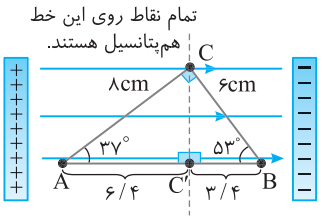
$$\frac{y-y_A}{y_B-y_A}=\frac{x-x_A}{x_B-x_A}\Rightarrow\frac{y-۲}{۰-۲}=\frac{x-۲}{۱-۲}\Rightarrow y-۲=۲x-۴\Rightarrow y=۲x-۲$$

بنابراین تمام نقاط واقع بر خط $y=۲x-۲$، هم پتانسیل‌اند و نقطه‌ای روی این خط قرار دارد که مختصات آن در این معادله صدق کند. مختصات تمام نقاط داده شده در گزینه‌ها را در معادله قرار بدهید. خواهید دید که تنها مختصات نقطه $(۳,۴)$ یعنی گزینهٔ (۴) در آن صدق می‌کند.

۳ ۱۴۷۷ C

۱ از نقطهٔ C، عمودی بر AB (بر خط‌های میدان) رسم می‌کنیم. تمام نقاط روی این خط دارای پتانسیل یکسان هستند $(V_C=V_{C'})$. بنابراین به جای به‌دست آوردن پتانسیل نقطه C، پتانسیل نقطهٔ C' را حساب می‌کنیم.

تمام نقاط روی این خط هم‌پتانسیل هستند.



۲ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه در یک میدان الکتریکی یکنواخت برابر $|\Delta V|=Ed$ است و چون میدان الکتریکی یکنواخت است این رابطه را برای فواصل AC' و $C'B$ نیز می‌توانیم بنویسیم.

$$\begin{cases}|\Delta V_{AC'}|=E(AC')\\|\Delta V_{C'B}|=E(C'B)\end{cases}\Rightarrow\frac{|\Delta V_{AC'}|}{|\Delta V_{C'B}|}=\frac{AC'}{C'B} \quad (I)$$

۳ باید مقدارهای AC' و $C'B$ را به کمک مثلثات حساب کنیم.

در مثلث ACC': $\cos ۳۷^\circ=\frac{AC'}{AC}\Rightarrow ۰/۸=\frac{AC'}{۸}\Rightarrow AC'=۶/۴cm$

در مثلث $BC'C'$: $\cos ۵۳^\circ=\frac{C'B}{BC}\Rightarrow ۰/۶=\frac{C'B}{۶}\Rightarrow C'B=۳/۶cm$

۴ از طرفی باید دقت کنید که از A به سوی B چون در جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط در حال کاهش است بنابراین:

$$|\Delta V_{AC'}|=V_A-V_{C'},\ |\Delta V_{C'B}|=V_{C'}-V_B$$

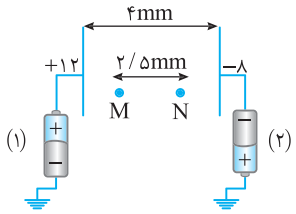
اکنون تمام آنچه را به‌دست آورده‌ایم در رابطهٔ (I) قرار می‌دهیم:

$$\frac{V_A-V_{C'}}{۶/۴}=\frac{V_{C'}-V_B}{۳/۶}\xrightarrow{V_A=۸۰V,\ V_B=۲۰V}\frac{۸۰-V_{C'}}{۶/۴}=\frac{V_{C'}-۲۰}{۳/۶}$$
$$\frac{۸۰-V_{C'}}{۱۶}=\frac{V_{C'}-۲۰}{۹}\Rightarrow ۷۲۰-۹V_{C'}=۱۶V_{C'}-۳۲۰\Rightarrow ۲۵V_{C'}=۱۰۴۰$$
$$\Rightarrow V_{C'}=۴۱/۶V$$

بنابراین پتانسیل نقطهٔ C نیز برابر $۴۱/۶V$ است.

۱ ۱۴۷۸ B

یک سر باتری (۱) به زمین و سر مثبت آن به یکی از صفحه‌ها وصل است. باتری (۱) ۱۲ ولتی می‌باشد، یعنی $V_+-V_-=۱۲$ و چون سر منفی آن به زمین وصل است پس $V_-=۰$ بوده و $V_+=۱۲V$ می‌شود و همچنین برای باتری (۲) نیز پتانسیل سر منفی برابر ۸− می‌باشد.



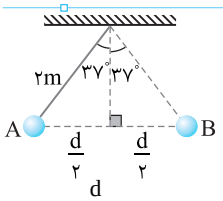
میدان الکتریکی بین دو صفحه را حساب می‌کنیم:

$$E=\frac{\Delta V}{d}=\frac{۱۲-(-۸)}{۴\times۱۰^{-۳}}=۵\times۱۰^۳V/m$$

میدان در تمام نقاط بین دو صفحه یکسان است. بنابراین میدان بین MN هم برابر با $۵\times۱۰^۳V/m$ است. بنابراین:

$$\Delta V_{MN}=V_M-V_N=Ed\Rightarrow V_M-V_N=۵\times۱۰^۳\times۲/۵\times۱۰^{-۳}=۱۲/۵V$$

۴ ۱۴۷۹ C



نقاط A و B دارای یک ارتفاع یکسان هستند بنابراین کار نیروی وزن صفر است $(W_g=۰)$. جسم در نقطهٔ B به‌طور لحظه‌ای ساکن و انرژی جنبشی آن صفر شده است. با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

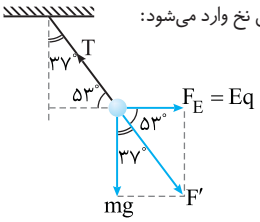
$$\sin ۳۷^\circ=\frac{\frac{d}{۲}}{۲}\Rightarrow ۰/۶=\frac{d}{۴}\Rightarrow d=۲/۴m\quad W_t=\Delta K\xrightarrow{W_t=W_E+W_g,\ W_g=۰}$$
$$W_t=K_B-K_A\Rightarrow -qEd=K_B-K_A\xrightarrow{K_B=۰}-qEd=-K_A$$
$$۶\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^۵\times۲/۴=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۱۰^{-۳}\times v^۲$$
$$\Rightarrow v^۲=\frac{۵\times۲/۴\times۶\times۱۰^{-۱}}{\frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۲}}=۱۴/۴\times۱۰^۲=۱۴۴۰\Rightarrow v=۱۲\sqrt{۱۰}\ m/s$$

دقت کنید که در این مسئله، نیروی میدان الکتریکی وارد بر بار مثبت در خلاف جهت حرکت ذره است از این‌رو، کار نیروی میدان الکتریکی برابر $W_E=-|q|Ed\cos 180^\circ=-|q|Ed$ شده است.

۴ ۱۴۸۰ C

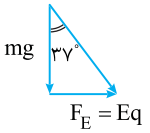
خط فکری ابتدا با توجه به تعادل گلولهٔ باردار درون میدان الکتریکی باید اندازهٔ میدان مغناطیسی را حساب کرد و در گام بعد با توجه به فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متری داده شده و میدان الکتریکی به‌دست آمده، اختلاف پتانسیل الکتریکی $(V=Ed)$ را حساب کرد.

۱ به گلوله سه نیروی الکتریکی، وزن و کشش نخ وارد می‌شود:

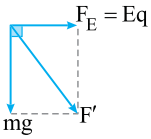


$$\tan 37^\circ=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{Eq}{mg}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{Eq}{mg}\Rightarrow mg=\frac{4}{3}Eq$$



دو نیروی F_E و mg بر هم عمودند بنابراین F' که برایند این دو نیرو است را حساب می‌کنیم:



$$F'=\sqrt{(Eq)^2+(mg)^2}\xrightarrow{mg=\frac{4}{3}Eq}F'=\sqrt{(Eq)^2+\frac{16}{9}(Eq)^2}$$

$$F'=\sqrt{\frac{25}{9}(Eq)^2}\Rightarrow F'=\frac{5}{3}Eq$$

برای اینکه گلوله در تعادل باشد باید نیروهای خلاف جهت F' و T (کشش نخ) با هم برابر باشند:

$$T'=F'\xrightarrow{F'=\frac{5}{3}qE}0/1=\frac{5}{3}\times E\times 40\times 10^{-6}$$

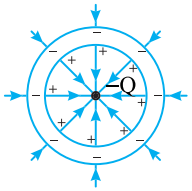
$$\Rightarrow E=\frac{0/3}{200\times 10^{-6}}=\frac{3000}{2}=1500\frac{N}{C}$$

۲ حال اختلاف پتانسیل الکتریکی را حساب می‌کنیم:

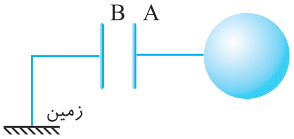
$$\Delta V=Ed\Rightarrow\Delta V=1500\times\frac{10}{100}=150V$$

۱ ۱۴۸۱ B

هنگامی که یک بار منفی را در مرکز کرهٔ رسانای توخالی قرار می‌دهیم، در پوسته بار القایی ایجاد می‌شود اما درون فلز پوسته میدان الکتریکی صفر می‌شود و خطوط میدان به شکل روبه‌رو خواهد بود (شبیه سکان کشتی!).



بازی با سؤال مطابق شکل، کره و صفحهٔ رسانای A با سیم به هم متصل شده و هر دو دارای بار مثبت هستند. اگر انگشت خود را بدون ایجاد تماس به کره نزدیک کنیم، بار صفحهٔ رسانای B چگونه تغییر می‌کند؟



۱) تغییر نمی‌کند.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) کاهش می‌یابد.
۴) افزایش می‌یابد یا بدون تغییر می‌ماند.

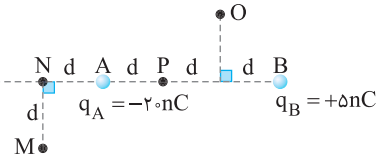
گزینهٔ ۳

۲ ۱۴۸۲ C

بار الکترون و پروتون یکسان است $(q_e=-e$ و $q_p=+e)$ و نیرویی که میدان الکتریکی به الکترون و پروتون وارد می‌کند هم‌اندازه است $(F_p=F_e=eE)$ اما جرم پروتون بسیار بیشتر از جرم الکترون است و با توجه به قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ چون جرم پروتون بیشتر است شتاب حرکت آن کمتر بوده و تندی آن نیز کوچک‌تر از الکترون است. از این‌رو، وقتی الکترون و پروتون از کنار هم می‌گذرند، الکترون جابه‌جایی بیشتری انجام داده است. یعنی محل ملاقات در سمت چپ A است.

۴ ۱۴۸۳ C

خط فکری با نزدیک شدن به بار مثبت پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد و با نزدیک شدن به بار منفی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. بنابراین شما باید فاصلهٔ نقاط M و N، P و O تا دوبار A و B را بررسی کنید.



فاصلهٔ AM روی شکل از فاصلهٔ AN بزرگ‌تر است یعنی نقطهٔ N به بار منفی نزدیک‌تر است و پتانسیل N از پتانسیل M کمتر است $(V_M>V_N)$

فاصلهٔ OB از فاصلهٔ PB کمتر است یعنی نقطه O به بار مثبت نزدیک‌تر بوده و پتانسیل الکتریکی آن بیشتر است. $V_P<V_O$

پنجره ۵

۲ ۱۴۸۴ A

یادآوری ظرفیت یک خازن بنا به تعریف برابر نسبت بار الکتریکی صفحات خازن به اختلاف پتانسیل دو سر خازن $C=\frac{Q}{V}$ است که ظرفیت خازن به Q و V بستگی ندارد، بلکه ظرفیت خازن از ویژگی‌های ساختمانی خازن است و برای خازن تخت $C=\kappa\varepsilon_0 A/d$ است که در آن A مساحت صفحات خازن، d فاصلهٔ صفحات و κ ثابت دی‌الکتریک بین صفحات خازن است.

ظرفیت خازن همان‌گونه که بیان شد به بار روی صفحات و ولتاژ بین دو صفحهٔ خازن بستگی ندارد اما به فاصلهٔ دو صفحه و مساحت سطح هر صفحه بستگی دارد.

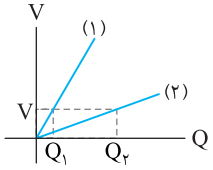
۱ ۱۴۸۵ A

خط فکری بار روی صفحات خازن $+4\mu C$ و $-4\mu C$ است و در رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$ منظور از Q اندازهٔ بار روی یکی از صفحات خازن است. از طرفی اختلاف پتانسیل دو سر خازن با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است و برای به‌دست آوردن اختلاف پتانسیل دو سر باتری باید پتانسیل دو پایانهٔ آن را از هم کم کنید.

Q بار هر صفحه خازن $(4\mu C)$ و V اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن یعنی $(V_+-V_-=8-(-8)=16V)$ است. $C=\frac{Q}{V}=\frac{4\times 10^{-6}}{16}=\frac{1}{4}\times 10^{-6}F=0/25\mu F$

۳ ۱۴۸۶ B

در یک ولتاژ دلخواه مانند V که روی شکل است، کاملاً مشخص است که بار Q_1 از بار Q_2 کمتر است. بنابراین:



$$\left.\begin{aligned}C_1=\frac{Q_1}{V}\\ C_2=\frac{Q_2}{V}\end{aligned}\right\}\xrightarrow{Q_1<Q_2}C_1<C_2$$

میانبر شیب نمودار ولتاژ دو سر خازن برحسب بار الکتریکی صفحات آن برابر وارون ظرفیت خازن است و هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، ظرفیت خازن کوچک‌تر است.

۱ ۱۴۸۷ B

خط فکری در رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$، Q بار هر صفحه و V اختلاف پتانسیل بین دو صفحه است و با تغییر Q و یا V ظرفیت خازن تغییر نمی‌کند.

با دو برابر شدن بار یکی از صفحات در رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$، Q دو برابر شده و چون ظرفیت خازن ثابت می‌ماند، داریم: $C_1=C_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{V_1}=\frac{Q_2}{V_2} \xrightarrow{Q_2=2Q_1} \frac{Q_1}{V_1}=\frac{2Q_1}{nV_1} \Rightarrow n=2$

۲ ۱۴۸۸ A

خط فکری ظرفیت خازن به اختلاف پتانسیل دو سر آن بستگی ندارد و با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن، بار الکتریکی ذخیره شده روی صفحات آن تغییر می‌کند تا ظرفیت خازن ثابت بماند. بنابراین ظرفیت خازن را در دو حالت برابر قرار دهید و مسئله را حل کنید.

ظرفیت خازن از رابطهٔ $C=Q/V$ به‌دست می‌آید. ظرفیت خازن در دو حالت یکی است از این رو:

$$C=C' \Rightarrow \frac{Q}{V}=\frac{Q'}{V'} \quad (1)$$

با توجه به فرض مسئله بار الکتریکی ٪۵۰ افزایش یافته است.

$$Q'=Q+\frac{50}{100}Q \Rightarrow Q'=\frac{3}{2}Q \quad (2)$$

از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\frac{Q}{V}=\frac{\frac{3}{2}Q}{V'} \Rightarrow \frac{V'}{V}=\frac{3}{2}=1/5$$

۳ ۱۴۸۹ B

نکته ۱ ظرفیت خازن به اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه و بار ذخیره شده روی صفحات بستگی ندارد و در واقع اگر شکل خازن تغییر نکند، نسبت بار ذخیره شده روی صفحات و اختلاف پتانسیل دو صفحه ثابت است.

نکته ۲ اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازن افزایش یابد، بار ذخیره شده روی صفحات نیز افزایش می‌یابد.

با توجه به نکته بالا ظرفیت خازن با تغییر اختلاف پتانسیل و بار صفحات ثابت می‌ماند:

$$C_1=C_2 \xrightarrow{C=\frac{Q}{V}} \frac{Q_1}{V_1}=\frac{Q_2}{V_2} \xrightarrow{Q_2=Q_1+2\times10^{-6}} \frac{Q_1}{V_1}=\frac{Q_1+2\times10^{-6}}{V_1+4}$$

$$Q_1V_1+4Q_1=Q_1V_1+2\times10^{-6}V_1 \Rightarrow 4Q_1=2\times10^{-6}V_1 \Rightarrow \frac{Q_1}{V_1}=\frac{2\times10^{-6}}{4}$$

ظرفیت خازن برابر است با:

$$C=\frac{Q_1}{V_1} \xrightarrow{\frac{Q_1}{V_1}=\frac{2\times10^{-6}}{4}} C=\frac{2\times10^{-6}}{4}F=0/5\times10^{-6}F=0/5\mu F$$

۳ ۱۴۹۰ C

۱ با توجه به تعریف ظرفیت خازن:

$$C=\frac{Q}{V} \Rightarrow Q=CV \Rightarrow \begin{cases} Q_1=CV_1 \\ Q_2=CV_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta Q=C\Delta V$$

با توجه به فرض مسئله $\Delta V=1V$ و $C=8\mu F$ است بنابراین: $\Delta Q=8\times1=8\mu C$

۲ تغییر تعداد الکترون‌های هر صفحه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta Q=ne \xrightarrow{e=1/6\times10^{-19}} 8\times10^{-6}=n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n=5\times10^{13}$$

۴ ۱۴۹۱ A

خط فکری در فرمول ظرفیت خازن تخت $(C=\varepsilon_0 A/d)$ و همچنین قانون کولن $F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$ که در آن $k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ است، ε_0 وجود دارد که از این روابط باید یکای ضریب گذردهی خلأ را برحسب یکاهای دیگر به‌دست آورید.

با توجه به تعریف ظرفیت خازن:

$$C=\varepsilon_0\frac{A}{d} \Rightarrow \text{فاراد} \equiv \varepsilon_0 \frac{\text{متر مربع}}{\text{متر}} \quad \varepsilon_0 \equiv \left(\frac{F}{m}\right)$$

و با توجه به قانون کولن:

$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2} \Rightarrow k \equiv \left(\frac{N.m^2}{C^2}\right) \xrightarrow{k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}} \varepsilon_0 \equiv \left(\frac{C^2}{N.m^2}\right)$$

۲ ۱۴۹۲ A

تنها یک فرمول‌نویسی ساده و یک جای‌گذاری داده‌های مسئله شما را به جواب می‌رساند. ظرفیت خازن تخت برابر است با:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \xrightarrow[\kappa=5,\ d=10^{-4}m]{C=1/8\times10^{-9}F} 1/8\times10^{-9}=5\times9\times10^{-12}\times\frac{A}{10^{-4}}$$

$$\Rightarrow A=4\times10^{-3}m^2 \Rightarrow A=40cm^2$$

۱ ۱۴۹۳ A

۱ ابتدا به کمک ولتاژ دو سر خازن و بار الکتریکی صفحات آن، ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم.

$$C=\frac{Q}{V} \xrightarrow[V=10V]{Q=20\times10^{-12}C} C=\frac{20\times10^{-12}}{10} \Rightarrow C=2\times10^{-12}F$$

۲ اکنون می‌توانیم با نوشتن رابطهٔ ساختمانی ظرفیت خازن، فاصلهٔ صفحات خازن را به‌دست آوریم:

$$\begin{cases} A=2cm^2 \\ \varepsilon_0=9\times10^{-12}\frac{C^2}{N.m^2} \Rightarrow C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \Rightarrow 2\times10^{-12}=5\times9\times10^{-12}\times\frac{2\times10^{-4}}{d} \\ \kappa=5 \\ C=2\times10^{-12}F \end{cases}$$

$$\Rightarrow d=4/5\times10^{-3}m=4/5mm$$

۳ ۱۴۹۴ A

خط فکری تعداد یون‌های یک‌بار یونیده خواسته شده است. منظور از یون یک‌بار یونیده یعنی اتمی که یک الکترون خود را از دست داده و حال دارای بار $+e$ است. بنابراین شما باید ابتدا ظرفیت خازن را حساب کنید، سپس بار الکتریکی صفحات را به‌دست بیاورید تا بتوانید تعداد یون‌ها را از رابطهٔ $q=ne$ حساب کنید.

ابتدا ظرفیت خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \Rightarrow C=3\times9\times10^{-12}\times\frac{10^{-4}\times10^{-6}}{10^{-2}\times10^{-6}} \Rightarrow C=0/27pF$$

با توجه به ظرفیت خازن بار الکتریکی Q را حساب می‌کنیم.

$$Q=CV \Rightarrow Q=0/27\times10^{-12}\times80\times10^{-3}=21/6\times10^{-15}C$$

هر یون یک‌بار یونیده دارای بار $e=1/6\times10^{-19}C$ است. از این رو تعداد یون‌ها خواهد شد:

$$q=ne \Rightarrow 21/6\times10^{-15}=n(1/6\times10^{-19}) \Rightarrow n=13/5\times10^4 \Rightarrow n=1/35\times10^5$$

۳ ۱۴۹۵ A

ظرفیت خازن به اختلاف پتانسیل دو سر آن (V) و بار الکتریکی صفحات آن بستگی ندارد و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست‌اند.

ظرفیت یک خازن تخت برابر $C=\kappa\varepsilon_0 A/d$ است که نشان می‌دهد ظرفیت خازن با d نسبت وارون دارد. یعنی نمودار $C-d$ نمی‌تواند یک خط راست باشد. زیرا خط راست مربوط به تابع درجهٔ اول است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست و گزینهٔ (۴) نادرست است.

۲ ۱۴۹۶ B

خط فکری ظرفیت خازن برابر $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$ است بنابراین ظرفیت خازن با ثابت دی‌الکتریک (κ) رابطهٔ مستقیم و فاصلهٔ دو صفحه از هم (d) رابطهٔ عکس دارد.

در حالت اول بین صفحات خازن هوا قرار دارد و $\kappa_1=1$ است، در این صورت نسبت ظرفیت خازن در دو حالت برابر است با:

$$\frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2\varepsilon_0\frac{A_2}{d_2}}{\kappa_1\varepsilon_0\frac{A_1}{d_1}} \xrightarrow{A_2=A_1} \frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2}{\kappa_1}\times\frac{d_1}{d_2} \xrightarrow[\kappa_2=3/6]{d_2=\frac{d_1}{2}}$$

$$\frac{C_2}{C_1}=\frac{3/6}{1}\times\frac{d_1}{\frac{d_1}{2}} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1}=7/2$$

B ۱۴۹۷ | ۱

ظرفیت خازن از رابطهٔ $C=\kappa\frac{\varepsilon_0 A}{d}$ به‌دست می‌آید، بنابراین:

$$C_{\text{میکا}}=\frac{۷}{۰/۳\times۱۰^{-۳}}\varepsilon_0 A=\frac{۷\times۱۰^{۴}}{۳}\varepsilon_0 A$$

$$C_{\text{شیشه}}=\frac{۵}{۰/۲\times۱۰^{-۲}}\varepsilon_0 A=\frac{۵\times۱۰^{۳}}{۲}\varepsilon_0 A$$

$$C_{\text{پارافین}}=\frac{۲}{۰/۱\times۱۰^{-۲}}\varepsilon_0 A=۲\times۱۰^{۳}\varepsilon_0 A$$

$$C_{\text{پلاستیک}}=\frac{۳}{۰/۲\times۱۰^{-۳}}\varepsilon_0 A=\frac{۳}{۲}\times۱۰^{۴}\varepsilon_0 A$$

بنابراین بیشترین ظرفیت خازن برای میکا است.

میانبر البته چون مساحت صفحات و ε_0 در همه یکسان است کافی بود که شما نسبت $\frac{\kappa}{d}$ را به‌دست بیاورید و در هرکدام که این نسبت بزرگ‌تر بود، ظرفیت بیشتر است. البته حتماً یکای d در همهٔ موارد باید یکسان باشد.

A ۱۴۹۸ | ۲

۱ با داشتن فاصلهٔ صفحات خازن در حالت اول $(d_1=۱\,mm)$ و در حالت دوم $(d_2=۱/۲mm)$ می‌توان نسبت ظرفیت C_1 و C_2 را حساب کرد. بنابراین:

$$\begin{cases}C_1=\varepsilon_0\frac{A}{d_1}\\ C_2=\varepsilon_0\frac{A}{d_2}\end{cases}\Rightarrow\frac{C_1}{C_2}=\frac{d_2}{d_1}=\frac{۱/۲}{۱}=۱/۲\Rightarrow C_1=۱/۲C_2$$

۲ با افزایش فاصلهٔ دو صفحهٔ خازن، ظرفیت خازن کاهش می‌یابد یعنی $C_1>C_2$ است و بنابر فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$C_1-۶=C_2\xrightarrow{C_1=۱/۲C_2}۱/۲C_2-۶=C_2\Rightarrow C_2=۳۰\mu F$$

۳ ظرفیت اولیهٔ خازن خواهد شد: $C_1=۱/۲C_2\Rightarrow C_1=۱/۲\times۳۰\Rightarrow C_1=۳۶\mu F$

B ۱۴۹۹ | ۳

۱ ظرفیت اولیهٔ خازن و همچنین فاصلهٔ صفحات در حالت اول $d_1=۵mm$ و در حالت دوم $d_2=۲mm$ داده شده است. بنابراین ظرفیت خازن را در حالت اول و دوم می‌نویسیم و با تقسیم آن‌ها بر هم، ظرفیت خازن در حالت جدید را به‌دست می‌آوریم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_2}}{\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_1}}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow\frac{C_2}{۶۰}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow C_2=۱۵۰pF$$

۲ بار الکتریکی در حالت اول برابر است با: $Q_1=C_1V\Rightarrow Q_1=۶۰\times۸=۴۸۰pC$

بار الکتریکی در حالت دوم برابر است با: $Q_2=C_2V\Rightarrow Q_2=۱۵۰\times۸=۱۲۰۰pC$

۳ بنابراین بار مبادله شده بین خازن و مدار کامپیوتر خواهد شد:

$$\Delta Q=Q_2-Q_1=۱۲۰۰-۴۸۰=۷۲۰pC$$

A ۱۵۰۰ | ۱

خط فکری ظرفیت خازن به شکل هندسی خازن بستگی دارد و با توجه به رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$ (مساحت سطح صفحه‌ها، ثابت دی‌الکتریک، فاصلهٔ صفحه‌ها) با تغییر فاصلهٔ دو صفحه (d) ظرفیت خازن تغییر می‌کند.

هر فاراد برابر $۱۰^{۱۲}$ پیکوفاراد است.

۱ ظرفیت خازن را در حالت اول به‌دست می‌آوریم:

$$C_1=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_1}\Rightarrow C_1=۴\times۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۲\times۱۰^{-۴}}{۵\times۱۰^{-۳}}=۱۴/۱۶\times۱۰^{-۱۳}F$$

$$\xrightarrow{۱F=۱۰^{۱۲}pF}C_1=۱۴/۱۶\times۱۰^{-۱}pF=۱/۴۱۶pF$$

۲ فاصلهٔ بین صفحات ۳mm کاهش یافته: $d_2=d_1-۳\Rightarrow d_2=۲mm$

ظرفیت خازن را در حالت دوم به‌دست می‌آوریم:

$$C_2=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_2}\Rightarrow C_2=۴\times۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۲\times۱۰^{-۴}}{۲\times۱۰^{-۳}}=۳۵/۴\times۱۰^{-۱۳}F$$

$$\xrightarrow{۱F=۱۰^{۱۲}pF}C_2=۳۵/۴\times۱۰^{-۱}pF=۳/۵۴pF$$

۳ حال اختلاف ظرفیت خازن را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta C=C_2-C_1\Rightarrow\Delta C=۳/۵۴-۱/۴۱۶=۲/۱۲۴pF$$

A ۱۵۰۱ | ۳

خط فکری طبق معمول هرگاه یک مسئله برای یک رابطه در دو حالت بیان می‌شود باید رابطه را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم کرد تا چگونگی تغییر کمیت مورد نظر به‌دست آید.

ظرفیت خازن برابر C است، بنابراین:

$$C_1=\varepsilon_0\frac{A_1}{d_1},C_2=\varepsilon_0\frac{A_2}{d_2}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\frac{A_2}{A_1}\times\frac{d_1}{d_2}\xrightarrow[A_2=\frac{1}{2}A_1]{d_2=\frac{1}{2}d_1}\frac{C_2}{C_1}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{1}{2}}=1$$

بازی با سؤال **مساحت صفحات خازن تختی را که دی‌الکتریک آن هواست، نصف و فاصلهٔ بین دو صفحه آن را ۳ برابر می‌کنیم، اگر فضای بین دو صفحه را با دی‌الکتریک به ثابت ۴/۵ پُر کنیم، ظرفیت خازن چند برابر می‌شود؟**

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

گزینهٔ ۴

A ۱۵۰۲ | ۴

میدان الکتریکی بین صفحات خازن خواهد شد: $E=\frac{V}{d}=\frac{۶}{۲\times۱۰^{-۳}}=۳\times۱۰^{۳}V/m$

A ۱۵۰۳ | ۲

یادآوری میدان الکتریکی بین صفحات خازن یکنواخت است و اندازهٔ آن از رابطهٔ $E=V/d$ به‌دست می‌آید که d فاصلهٔ صفحات خازن و V ولتاژ دو سر خازن است.

با توجه به رابطهٔ $E=V/d$ با کاهش اختلاف پتانسیل دو سر خازن از ۱۰V به ۸V میدان الکتریکی خازن کاهش می‌یابد. بنابراین $E_2<E_1$ است و با توجه به صورت مسئله خواهیم داشت:

$$E_1-E_2=۵۰۰\xrightarrow{E=V/d}\frac{V_1}{d}-\frac{V_2}{d}=۵۰۰\Rightarrow\frac{۱۰-۸}{d}=۵۰۰$$

$$\Rightarrow d=\frac{۲}{۵۰۰}m\Rightarrow d=۴mm$$

بازی با سؤال **اختلاف پتانسیل دو سر خازنی ۶V است. برای آن‌که میدان الکتریکی بین صفحات آن ۱۵٪ افزایش یابد، اختلاف پتانسیل دو سر آن باید چند ولت شود؟**

۱) ۷/۵ ۲) ۶/۹ ۳) ۴/۵ ۴) ۵/۱

گزینهٔ ۲

A ۱۵۰۴ | ۴

خازن‌ها معمولاً با مقدار ظرفیت و ولتاژ بیشینهٔ قابل تحمل آن‌ها مشخص می‌شوند. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست و گزارهٔ (ب) درست است.

حضور دی‌الکتریک در خازن، سبب افزایش بیشینه ولتاژ قابل تحمل خازن می‌شود. البته اگر ولتاژ بین دو صفحه خازن از حدی فراتر رود تعدادی از الکترون‌های اتم‌های مادهٔ دی‌الکتریک، توسط میدان الکتریکی ایجاد شده بین دو صفحه کنده می‌شوند و مسیرهایی رسانا درون دی‌الکتریک ایجاد می‌شود که سبب تخلیهٔ خازن می‌گردد که به آن فروریزش الکتریکی گویند. بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست و گزارهٔ (ت) درست است.

نکته فروریزش الکتریکی در عایق بین دو صفحهٔ خازن معمولاً با ایجاد جرقه همراه است و در بیشتر مواقع **(نه در همهٔ موارد)** خازن را می‌سوزاند.

A ۱۵۰۵ ۳

یادآوری هرچه تعداد خط‌های میدان بیشتر و فاصلهٔ آن‌ها از هم کمتر باشد یعنی تراکم خطوط میدان بیشتر باشد، میدان قوی‌تر است.

در شکل‌های داده شده در شکل گزینهٔ (۳) تراکم خطوط بیشتر است بنابراین میدان الکتریکی بین صفحات خازن در این حالت از بقیه بیشتر است. برای یک خازن، میدان الکتریکی بین صفحات آن از رابطهٔ $E=V/d$ پیروی می‌کند بنابراین با ثابت بودن d، وقتی میدان بزرگ‌تر است که ولتاژ دو سر خازن بیشتر باشد. در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر خازن در گزینهٔ (۳) از بقیهٔ گزینه‌ها بیشتر و به بیشینه ولتاژ قابل تحمل خازن نزدیک‌تر است.

A ۱۵۰۶ ۲

میدان یکنواخت بین دو صفحه با رابطهٔ $E=\frac{V}{d}$ به‌دست می‌آید که V همان اختلاف پتانسیل بین دو صفحه (ΔV) است که به اختصار آن را V می‌نویسیم، پس خازن‌هایی که نسبت $\frac{V}{d}$ برابری داشته باشند دارای میدان الکتریکی یکنواخت برابری هستند.

بنابراین نسبت $\Delta V/d$ را برای هر چهار شکل به‌دست می‌آوریم.

$$E_{\text{الف}}=\frac{\Delta V_{\text{الف}}}{d_{\text{الف}}}=\frac{۴۵-(-۱۵)}{۱/۵\times۱۰^{-۲}}=۴۰\times۱۰^{۲}\,V/m$$

$$E_{\text{ب}}=\frac{\Delta V_{\text{ب}}}{d_{\text{ب}}}=\frac{۳۰-۰}{۱/۵\times۱۰^{-۲}}=۲۰\times۱۰^{۲}\,V/m$$

$$E_{\text{پ}}=\frac{\Delta V_{\text{پ}}}{d_{\text{پ}}}=\frac{۱۸-(-۱۸)}{۰/۹\times۱۰^{-۲}}=۴۰\times۱۰^{۲}\,V/m$$

$$E_{\text{ت}}=\frac{\Delta V_{\text{ت}}}{d_{\text{ت}}}=\frac{۴۷-۲۰}{۰/۹\times۱۰^{-۲}}=۳۰\times۱۰^{۲}\,V/m$$

بنابراین میدان الکتریکی خازن‌های (الف) و (پ) برابر است.

B ۱۵۰۷ ۳

ظرفیت خازن بنابه تعریف $C=Q/V$ و میدان الکتریکی بین صفحات خازن $E=V/d$ است. بنابراین:

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow V=\frac{Q}{C}\xrightarrow{E=V/d\Rightarrow V=Ed}Ed=\frac{Q}{C}\Rightarrow E=\frac{Q}{Cd}\quad(۱)$$

ظرفیت خازن تخت را که برابر $C=\kappa\varepsilon_{۰}A/d$ است، در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$E=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_{۰}\frac{A}{d}\times d}\Rightarrow E=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_{۰}A}$$

بار خازن $۹۰\times۱۰^{-۹}C$، ثابت دی‌الکتریک آن $\kappa=۱$ و مساحت صفحات آن $A=۱۰\times۱۰^{-۴}\,m^{۲}$ است. بنابراین میدان خواهد شد:

$$E=\frac{۹۰\times۱۰^{-۹}}{۱\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times۱۰\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow E=۱۰^{۷}\,\frac{V}{m}$$

میانبر میدان درون صفحات خازن بدون دی‌الکتریک از رابطهٔ $E=\frac{Q}{\varepsilon_{۰}A}$ به‌دست می‌آید.

A ۱۵۰۸ ۲

وقتی میدان الکتریکی بین صفحات خازن بیشینه می‌شود که اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن بیشینه شود. با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی خازن خواهیم داشت:

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow E_{max}=\frac{V_{max}}{d}\Rightarrow V_{max}=E_{max}\times d\Rightarrow V_{max}=۳۰\times۲=۶۰kV$$

B ۱۵۰۹ ۲

میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن برابر است با:

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow E=\frac{۱۰۰}{۲\times۱۰^{-۲}}\Rightarrow E=۵۰۰۰\,V/m$$

نیرویی که این میدان بر بار وارد می‌کند برابر است با:

$$F=Eq\Rightarrow F=۵۰۰۰\times۵\times۱۰^{-۶}=۲/۵\times۱۰^{-۲}\,N$$

B ۱۵۱۰ ۳

خط فکری با یک مسئلهٔ ترکیبی از فصل کار و انرژی پایهٔ دهم و فصل الکتریسیتهٔ ساکن پایهٔ یازدهم روبه‌رو هستیم، الکترونی تحت تأثیر نیرویی که میدان الکتریکی صفحات خازن $(F=qE)$ بر آن وارد می‌کنند از صفحهٔ منفی به صفحهٔ مثبت می‌رود و بنابر قضیهٔ کار و انرژی، کار نیروی الکتریکی برابر تغییر انرژی جنبشی الکترون می‌شود. با دانستن این مطالب مسئله را حل می‌کنیم.

۱ نیروی الکتریکی وارد بر الکترون و جابه‌جایی آن هم‌جهت است. بنابراین زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی صفر است. از این رو کار نیروی الکتریکی وارد بر الکترون برابر است با:

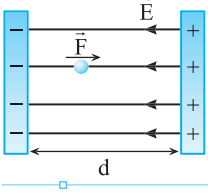
$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow[F=qE]{\theta=۰\Rightarrow\cos\theta=۱}W_E=qEd\quad(۱)$$

۲ تغییر انرژی جنبشی الکترون خواهد شد:

$$\Delta K=K_{۲}-K_{۱}\xrightarrow{K_{۱}=۰,\,K_{۲}=\frac{۱}{۲}mv^{۲}}\Delta K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}\quad(۲)$$

۳ بنابه قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار نیروی الکتریکی برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_E=\Delta K\xrightarrow{(۱),(۲)}qEd=\frac{۱}{۲}mv^{۲}$$



داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱۰۰۰\times d=\frac{۱}{۲}\times۹/۱\times۱۰^{-۳۱}\times۱۰^{۱۴}$$

$$\Rightarrow d\simeq۰/۲۸۴m\Rightarrow d=۲۸/۴cm$$

B ۱۵۱۱ ۳

ظرفیت خازن با دی‌الکتریک برابر است با:

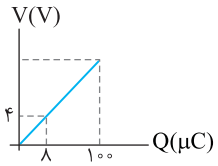
$$C=\kappa\varepsilon_{۰}\frac{A}{d}=۴\times۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\times\left(\frac{۲\times۱۰^{-۲}}{۰/۲\times۱۰^{-۳}}\right)=۳۵/۴\times۱۰^{-۱۰}F=۳/۵۴nF$$

حال با داشتن E_{max} و فاصله بین دو صفحه از هم می‌توان V_{max} را محاسبه کرد:

$$E_{max}=\frac{V_{max}}{d}\Rightarrow V_{max}=۲۴\times۱۰^{۳}\left(\frac{kV}{m}\right)\times۰/۲\times۱۰^{-۳}(m)=۴/۸kV$$

B ۱۵۱۲ ۴

با توجه به نمودار روبه‌رو می‌توان ظرفیت خازن را به‌دست آورد.



$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow C=\frac{۸\times۱۰^{-۶}}{۴}=۲\times۱۰^{-۶}F=۲\mu F$$

همچنین بیشینه بار زمانی روی خازن ذخیره می‌شود که خازن به بیشینهٔ ولتاژ قابل تحمل خود وصل شود و در این حالت میدان درون خازن برابر بیشینه میدان قابل تحمل خازن است. چون شرایط فیزیکی خازن تغییر نمی‌کند بنابراین ظرفیت آن همان $۲\mu F$ باقی می‌ماند.

بیشینه ولتاژ قابل تحمل خازن را حساب می‌کنیم:

$$C=\frac{Q_{max}}{V_{max}}=\frac{۱۰۰\times۱۰^{-۶}}{V_{max}}\xrightarrow{C=۲\mu F}V_{max}=۵۰V$$

در این صورت بیشینه میدان الکتریکی قابل تحمل بین صفحات خازن خواهد شد:

$$E_{max}=\frac{V_{max}}{d}=\frac{۵۰}{۲}=۲۵V/mm$$

A ۱۵۱۳ ۲

خط فکری با توجه به صورت سؤال ظرفیت خازن C و اختلاف پتانسیل آن V داده شده است. پس انرژی ذخیره شده در خازن از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}CV^{۲}$ به‌دست می‌آید:

$$U=\frac{۱}{۲}\times۵\times۱۰^{-۶}\times(۱۰)^{۲}\Rightarrow U=۲۵۰\times۱۰^{-۶}J=۲۵۰\mu J$$

بازی با سؤال **خازنی به منبع برق ۲۰۰ ولت وصل است. اگر انرژی ذخیره شده در آن ۱/۸J باشد، ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟** خارج تجربی - ۹۳

۱) ۲۷ ۲) ۳۶ ۳) ۹۰ ۴) ۱۸۰

گزینهٔ ۳

۱۵۱۴ B ۲

خط فکری توان متوسط خروجی در خازن: به مقدار انرژی تخلیه شده از خازن در واحد زمان توان متوسط خروجی گویند. بنابراین برای یافتن توان خروجی خازن ابتدا باید انرژی خازن را بیابید سپس توان خروجی آن را به کمک رابطهٔ $P=U/t$ به‌دست بیاورید.

انرژی ذخیره شده در صفحات خازن یک فلاش عکاسی برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\times 600\times 10^{-6}\times 9\times 10^4=27J$$

توان خروجی متوسط فلاش خواهد شد: $P=\frac{U}{t}=\frac{27}{10^{-3}}=27\times 10^3 W=27kW$

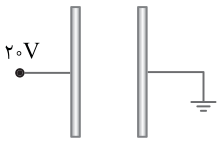
۱۵۱۵ B ۲

۱ ابتدا بار ذخیره شده روی هر صفحهٔ خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=ne \xrightarrow[e=1/6\times 10^{-19}C]{n=5\times 10^{15}} Q=(1/6\times 10^{-19})(5\times 10^{15})$$

$$\Rightarrow Q=8\times 10^{-4}C$$

۲ صفحات خازن به پتانسیل ۵۰V و زمین با پتانسیل صفر وصل است:



$V=20-0=20V$

۳ انرژی ذخیره شده توسط خازن برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}QV\Rightarrow U=\frac{1}{2}\times(8\times 10^{-4})\times(20)\Rightarrow U=8\times 10^{-3}J=8mJ$$

۱۵۱۶ A ۴

خط فکری در گام نخست با توجه به اطلاعات داده شده، ظرفیت خازن $(C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d})$ را به‌دست می‌آوریم. در گام بعدی با توجه به رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ انرژی ذخیره شده در خازن را حساب می‌کنیم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow C=5\times(9\times 10^{-12})\times\frac{1}{0/5\times 10^{-3}}=9\times 10^{-8}F$$

$$U=\frac{1}{2}CV^2\Rightarrow U=\frac{1}{2}\times 9\times 10^{-8}\times(200)^2\Rightarrow U=\frac{1}{2}\times 9\times 10^{-8}\times 4\times 10^4$$

$$=18\times 10^{-4}J=18\times 10^{-1}mJ=1/8mJ$$

۱۵۱۷ A ۲

خط فکری ولتاژ دو سر خازن با عایق و انرژی ذخیره شده در خازن در این حالت داده شده است بنابراین با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ ظرفیت خازن با عایق را به‌دست آورده سپس ثابت دی‌الکتریک را حساب می‌کنیم.

۱ ظرفیت خازن با دی‌الکتریک خواهد شد:

$$U=\frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow[V=20V]{U=2\times 10^{-3}J} 2\times 10^{-3}=\frac{1}{2}\times C\times 400$$

$$\Rightarrow C=10\times 10^{-6}F\Rightarrow C=10\mu F$$

۲ به کمک رابطهٔ ساختمانی ظرفیت خازن، κ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \\ C_0=\varepsilon_0\frac{A}{d}\end{cases}\Rightarrow\frac{C}{C_0}=\kappa\Rightarrow\kappa=\frac{10}{5}=2$$

۱۵۱۸ A ۴

انرژی ذخیره شده در خازن از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ به‌دست می‌آید:

$$7/2\times 10^{-3}=\frac{1}{2}\times C\times 36\times 10^6\Rightarrow C=0/4\times 10^{-9}F=4\times 10^{-10}F=400pF$$

۱۵۱۹ B ۳

خط فکری نمودار انرژی خازن برحسب بار آن داده شده است، بنابراین از رابطهٔ انرژی $U=\frac{Q^2}{2C}$ باید استفاده کرد و داده‌های مسئله را در حالت اول و دوم در رابطه قرار داده و آن دو رابطه را از هم کم کرد.

۱ انرژی ذخیره شده وقتی بار خازن $Q_1=3\times 10^{-6}C$ است برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\Rightarrow U_1=\frac{1}{2}\frac{(3)^2}{C}$$

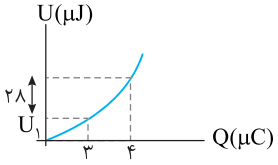
۲ انرژی ذخیره شده وقتی بار خازن $Q_2=4\times 10^{-6}C$ است خواهد شد:

$$U_2=\frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{C}\Rightarrow U_2=\frac{1}{2}\frac{(4)^2}{C}$$

۳ با توجه به نمودار دو انرژی را از هم کم کرده و برابر ۲۸μJ قرار می‌دهیم:

$$U_2-U_1=\frac{1}{2}\frac{(4^2-3^2)}{C}\Rightarrow 28=\frac{1}{2}\frac{(16-9)}{C}\Rightarrow C=\frac{1}{8}\mu F$$

۴ انرژی U_1 را حساب می‌کنیم: $U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\Rightarrow U_1=\frac{3^2}{2\times\frac{1}{8}}\Rightarrow U_1=36\mu J$



میانبر می‌توانید از رابطهٔ مقابل استفاده کنید. $\frac{\Delta U}{U_1}=\frac{Q_2^2-Q_1^2}{Q_1^2}$

۱۵۲۰ A ۳

خط فکری در مسئله از تغییر انرژی در اثر تغییر ولتاژ خازن صحبت شده است بنابراین فرمول $U=\frac{1}{2}CV^2$ را باید به‌کار برد.

در دو حالت فرمول را نوشته، به هم تقسیم می‌کنیم تا یک رابطه بین U و V به‌دست بیاوریم.

$$\begin{cases} U_2=\frac{1}{2}CV_2^2 \\ U_1=\frac{1}{2}CV_1^2\end{cases}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{V_2^2}{V_1^2}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=(\frac{15}{20})^2\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{9}{16}$$

۱۵۲۱ B ۲

با توجه به فرض مسئله: $Q_2=\frac{5}{4}Q_1$ (۱)

تغییر انرژی خازن در اثر تغییر بار برابر ۴/۵μJ شده است بنابراین می‌توان نوشت:

$$U_2=\frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{C},\quad U_1=\frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C}\Rightarrow U_2-U_1=\frac{1}{2}\frac{(Q_2^2-Q_1^2)}{C}\quad (2)$$

از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$4/5=\frac{1}{2\times 25}(\frac{25}{16}Q_1^2-Q_1^2)\Rightarrow 5\times 45=\frac{9Q_1^2}{16}\Rightarrow Q_1=20\mu C, Q_2=25\mu C$$

اکنون تغییر ولتاژ را به‌دست می‌آوریم: $C=\frac{\Delta Q}{\Delta V}\Rightarrow 25=\frac{25-20}{\Delta V}\Rightarrow\Delta V=0/2V$

۱۵۲۲ A ۳

با تغییر بار الکتریکی ظرفیت خازن ثابت می‌ماند: $\Delta V_2=\frac{3}{4}\Delta V_1$

انرژی ذخیره شده در خازن از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ به‌دست می‌آید: $U_1=\frac{1}{2}CV_1^2$

$$U_2=\frac{1}{2}CV_2^2=\frac{1}{2}C(\frac{3}{4}V_1)^2=\frac{9}{16}(\frac{1}{2}CV_1^2)=\frac{9}{16}U_1$$

کاهش انرژی خواسته شده: $\Delta U=U_2-U_1=\frac{9}{16}U_1-U_1=\frac{-7}{16}U_1$

۱۵۲۳ B ۱

در صورت مسئله بیان شده که بار الکتریکی خازن را $\frac{3}{2}$ برابر کرده‌ایم $(Q_2=\frac{3}{2}Q_1)$

و در نتیجه انرژی ذخیره شده ۲۵μJ افزایش یافته است، بنابراین:

$$\Delta U=U_2-U_1\Rightarrow 25=\frac{Q_2^2}{2C}-\frac{Q_1^2}{2C}\xrightarrow{C=40\mu F}25=\frac{\frac{9}{4}Q_1^2-Q_1^2}{2\times 40}$$

$$2000=\frac{5}{4}Q_1^2\Rightarrow Q_1^2=400\times 4\Rightarrow Q_1=40\mu C$$

A ۱۵۲۴ ۴

با تخلیه بار الکتریکی ظرفیت خازن ثابت می‌ماند، حال با استفاده از رابطه $U=\frac{1}{2}CV^2$ به حل مسأله می‌پردازیم:

ولتاژ دو سر خازن ٪۸۰ کاهش یافته، بنابراین: $V_2=V_1-\frac{80}{100}V_1\Rightarrow V_2=\frac{2}{10}V_1$

رابطهٔ انرژی را در دو حالت می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{U_2}{U_1}=\frac{\frac{1}{2}CV_2^2}{\frac{1}{2}CV_1^2}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{(\frac{2}{10}V_1)^2}{V_1^2}=\frac{4}{100}\Rightarrow U_2=\frac{4}{100}U_1$$

تغییر انرژی خازن برابر است با: $\Delta U=U_2-U_1\Rightarrow\Delta U=\frac{4}{100}U_1-U_1=-\frac{96}{100}U_1$

بنابراین درصد تغییرات انرژی خازن خواهد شد: $\frac{\Delta U}{U_1}\times100=\frac{-\frac{96}{100}U_1}{U_1}\times100=-96\%$

بنابراین انرژی خازن ٪۹۶ کاهش می‌یابد.

بازی با سؤال **چند درصد انرژی خازنی را تخلیه کنیم تا اختلاف پتانسیل بین صفحات آن نصف شود؟**

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۷۵ ۴) ۵۰

گزینهٔ ۳

B ۱۵۲۵ ۱

خط فکری ظرفیت خازن معلوم است، بار خازن افزایش یافته و انرژی ذخیره شده در خازن افزایش یافته است. باید رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$ را در حالت اولیه و ثانویه بنویسید، بار اولیه را حساب کنید سپس به سراغ ولتاژ اولیه بروید.

۱ بار خازن ٪۲۵ افزایش یافته یعنی: $Q_2=Q_1+0/25Q_1=\frac{5}{4}Q_1$

۲ انرژی خازن در حالت اول و دوم را نوشته از هم کم می‌کنیم و مساوی $90\mu J$ قرار می‌دهیم.

$$U_1=\frac{Q_1^2}{2C},\ U_2=\frac{Q_2^2}{2C}\Rightarrow U_2-U_1=\frac{Q_2^2-Q_1^2}{2C}\Rightarrow90=\frac{(\frac{5}{4}Q_1)^2-Q_1^2}{2\times5}$$

$$\Rightarrow900=\frac{25}{16}Q_1^2-Q_1^2\Rightarrow900=\frac{25Q_1^2-16Q_1^2}{16}\Rightarrow900=\frac{9Q_1^2}{16}\Rightarrow Q_1=40\mu C$$

۳ اکنون ولتاژ اولیه قابل محاسبه است. $C=\frac{Q_1}{V_1}\Rightarrow V_1=\frac{Q_1}{C}=\frac{40}{5}=8V$

بازی با سؤال **ظرفیت خازنی $22\mu F$ است. اگر بار الکتریکی آن ۲۰ درصد افزایش یابد، انرژی آن ۱۶ میکروژول افزایش می‌یابد. بار اولیهٔ آن چند میکروکولن است؟**

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) 2×10^{-2} ۴) 4×10^{-2}

گزینهٔ ۲

B ۱۵۲۶ ۱

ظرفیت خازن با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن و بار صفحه‌های خازن تغییر نمی‌کند. ظرفیت را در دو حالت مساوی قرار می‌دهیم:

$$C_1=C_2\xrightarrow{C=\frac{Q}{V}}\frac{Q_1}{V_1}=\frac{Q_2}{V_2}$$

با توجه به فرض مسئله $V_2=1/5V_1$ و $Q_2=Q_1+20$ از این رو می‌توان نوشت:

$$\frac{Q_1}{V_1}=\frac{Q_1+20}{1/5V_1}\Rightarrow1/5Q_1=Q_1+20\Rightarrow0/5Q_1=20\Rightarrow Q_1=40\mu C$$

$$Q_2=Q_1+20=60\mu C$$

انرژی ذخیره شده در خازن را از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ برای حالت اول و دوم حساب می‌کنیم:

انرژی در حالت اول: $U_1=\frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C}\Rightarrow U_1=\frac{1}{2}\times\frac{1600\times10^{-12}}{C}=\frac{800\times10^{-12}}{C}$

انرژی در حالت دوم: $U_2=\frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{C}\Rightarrow U_2=\frac{1}{2}\times\frac{3600\times10^{-12}}{C}=\frac{1800\times10^{-12}}{C}$

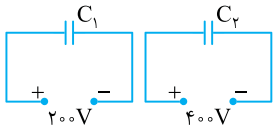
انرژی ذخیره شده در حالت دوم $200\mu J$ بیشتر از انرژی ذخیره شده در حالت اول است:

$$U_2-U_1=200\times10^{-6}\Rightarrow\frac{1800\times10^{-12}}{C}-\frac{800\times10^{-12}}{C}=200\times10^{-6}$$

$$\Rightarrow\frac{1000\times10^{-12}}{C}=200\times10^{-6}\Rightarrow C=5\times10^{-6}F=5\mu F$$

B ۱۵۲۷ ۳

ولتاژ دو سر خازن‌ها را داریم. بنابراین برای بررسی انرژی خازن‌ها از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ استفاده می‌کنیم.



انرژی ذخیره شده در خازن C_1: $U_1=\frac{1}{2}C_1V_1^2$

انرژی ذخیره شده در خازن C_2: $U_2=\frac{1}{2}C_2V_2^2$

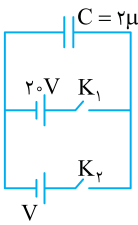
دو انرژی را بر هم تقسیم می‌کنیم. (۱) $\frac{U_1}{U_2}=\frac{C_1}{C_2}\times(\frac{V_1}{V_2})^2$

انرژی خازن C_1، ۲۰ درصد $(\frac{20}{100})$ انرژی خازن C_2 است یعنی: (۲) $\frac{U_1}{U_2}=0/2$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{(1),(2)}0/2=\frac{C_1}{C_2}\times(\frac{200}{400})^2\Rightarrow0/2=\frac{C_1}{C_2}\times\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{C_1}{C_2}=0/8\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\frac{5}{4}$$

B ۱۵۲۸ ۱



حالت اول: فقط کلید K_1 بسته و خازن به اختلاف پتانسیل $20V$ وصل شده و انرژی ذخیره شده در خازن برابر است با:

$$U_1=\frac{1}{2}CV_1^2=\frac{1}{2}\times2(20)^2\Rightarrow U_1=400\mu J$$

حالت دوم: کلید K_1 باز و K_2 را بسته‌ایم و ولتاژ دو سر خازن برابر $V_2=V$ شده است و انرژی خازن به اندازهٔ $U_2-U_1=500\mu J$ افزایش یافته است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$U_2=U_1+500\Rightarrow U_2=400+500=900\mu J$$

اکنون می‌توان ولتاژ V را حساب کرد. $U_2=\frac{1}{2}CV_2^2\Rightarrow900=\frac{1}{2}\times2V^2\Rightarrow V=30V$

B ۱۵۲۹ ۲

با توجه به رابطه انرژی ذخیره شده در خازن، ظرفیت خازن را به‌دست می‌آوریم. البته ابتدا واحد انرژی را از کیلووات ساعت به ژول تبدیل می‌کنیم. کیلووات ساعت[1] یکی از واحدهای اندازه‌گیری انرژی است که در آن کیلووات یکای توان و ساعت یکای زمان است یعنی اگر در رابطهٔ توان ($P=\frac{U}{t}$ یا $P=\frac{W}{t}$) توان را برحسب kW و زمان را برحسب ساعت قرار دهیم، انرژی برحسب کیلووات ساعت به‌دست می‌آید. در واقع کیلووات ساعت یکای انرژی مصرفی برق است که در قبض برق خانه‌ها نوشته می‌شود.

اکنون ببینیم هر کیلووات ساعت چند ژول است.

$$U=P.t\xrightarrow[1h=3600s]{kW=1000W}U=1000W\times3600s\Rightarrow1kWh=3/6\times10^6J$$

ابتدا انرژی ذخیره شده در خازن را به ژول تبدیل می‌کنیم:

$$U=10^{-6}kWh\Rightarrow U=10^{-6}\times3/6\times10^6\Rightarrow U=3/6J$$

ظرفیت خازن را با استفاده از رابطهٔ انرژی خازن به‌دست می‌آوریم.

$$U=\frac{1}{2}CV^2\Rightarrow3/6=\frac{1}{2}\times C\times(10^3)^2\Rightarrow C=7/2\times10^{-6}F\Rightarrow C=7/2\mu F$$

۱- با این واحد در فصل ۲ فیزیک ۲ پایه یازدهم آشنا می‌شوید.

B ۱۵۳۰ ۱

خط فکری وقتی از صفحهٔ منفی خازن بار مثبت جدا کرده و به صفحهٔ مثبت منتقل می‌کنیم، بار صفحهٔ منفی، منفی‌تر و بار صفحهٔ مثبت، مثبت‌تر می‌شود و بار ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد. انرژی خازن را در حالت اول که بار آن Q_1 است و در حالت دوم که بار آن $Q_2=Q_1+3$ میکروکولن است نوشته و انرژی‌ها را از هم کم می‌کنیم و برابر ۹۰۰mJ قرار می‌دهیم. البته ظرفیت خازن را به جای ۱۵μF برحسب mF قرار می‌دهیم تا محاسبات ساده شود.

انرژی خازن در حالت اول برابر است با: $U_1=\frac{Q_1^2}{2C}=\frac{Q_1^2}{2\times15\times10^{-3}}$

انرژی خازن در حالت دوم برابر است با: $U_2=\frac{Q_2^2}{2C}\Rightarrow U_2=\frac{(Q_1+3)^2}{2\times15\times10^{-3}}$

اکنون U_2-U_1 را برابر ۹۰۰mJ قرار می‌دهیم.

$$\frac{(Q_1+3)^2}{2\times15\times10^{-3}}-\frac{Q_1^2}{2\times15\times10^{-3}}=900\Rightarrow Q_1^2+6Q_1+9-Q_1^2=27$$
$$\Rightarrow 6Q_1=18\Rightarrow Q_1=3mC$$

اکنون انرژی اولیهٔ خازن را حساب می‌کنیم.

$$U_1=\frac{Q_1^2}{2C}=\frac{(3)^2}{2\times15\times10^{-3}}\Rightarrow U_1=\frac{9}{30\times10^{-3}}=3\times10^{+2}=300mJ$$

بازی با سؤال **ظرفیت خازنی ۷ میکروفاراد و بار الکتریکی آن ۲۷μC است. اگر بار الکتریکی $+q$ را از صفحه منفی جدا کرده و به صفحه مثبت منتقل کنیم، انرژی ذخیره شده در خازن به اندازه ۸J زیاد می‌شود. q چند میکروکولن است؟** ریاضی - ۹۹

۱) ۲ ۲) ۵۶

۳) ۵۸ ۴) گزینه‌های (۱) و (۲) درست‌اند.

گزینهٔ ۱

B ۱۵۳۱ ۲

خط فکری به طور کلی جدا کردن بار $+q$ از صفحه منفی خازن و انتقال آن به صفحه مثبت موجب افزایش بار خازن به اندازه q می‌شود.

بنابراین با جدا کردن ۳mC بار مثبت از صفحهٔ منفی، بار آن صفحه منفی‌تر و بار صفحه مثبت خازن، مثبت‌تر شده، یعنی بار روی صفحات خازن خواهد شد: $q'=q+3$

نکته در رابطهٔ $U=\frac{q^2}{2C}$ اگر یکای q بر حسب میلی‌کولن باشد و یکای ظرفیت خازن میکروفاراد، انرژی بر حسب ژول به‌دست می‌آید، به طور مثال اگر بار ۲mC و ظرفیت خازن ۱μF باشد، خواهیم داشت:

با تبدیل یکا: $U=\frac{q^2}{2C}=\frac{(2\times10^{-3})^2}{2\times10^{-6}}=\frac{4\times10^{-6}}{2\times10^{-6}}=2J$

بدون تبدیل یکا: $U=\frac{q^2}{2C}=\frac{(2)^2}{2\times1}=2J$

با توجه به نکته بالا پس در این سؤال نیازی به تبدیل یکا نیست. در سؤال گفته شده انرژی ۴/۵J افزایش یافته است:

نکته با تغییر بار خازن ظرفیت خازن ثابت می‌ماند:

$$U'=U+4/5\xrightarrow[U'=\frac{q'^2}{2C}]{U=\frac{q^2}{2C}}\frac{q'^2}{2C}=\frac{q^2}{2C}+4/5\Rightarrow\frac{(q+3)^2}{2\times5}=\frac{(q)^2}{2\times5}+4/5$$
$$\xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{دو طرف را در ۱۰}}(q+3)^2=q^2+45\Rightarrow q^2+6q+9=q^2+45$$
$$\Rightarrow 6q=36\Rightarrow q=6mC$$

B ۱۵۳۲ ۱

خط فکری سؤال زیبایی است. از صفحهٔ منفی به اندازهٔ $-6\mu C$ بار منفی جدا کرده بنابراین بار صفحهٔ منفی به‌اندازهٔ $6\mu C$ کاهش می‌یابد از طرفی این بار به صفحهٔ مثبت منتقل شده است، بنابراین $6\mu C$ از بارهای مثبت صفحه مثبت خنثی شده و بار این صفحه نیز به‌اندازهٔ $6\mu C$ کم می‌شود. در این صورت اگر بار اولیهٔ خازن در ابتدا Q_1 بوده اکنون بار خازن $Q_2=Q_1-6$ است. با کاهش بار خازن، بنابه رابطهٔ $\downarrow U=\frac{\downarrow Q^2}{2C_{\text{ثابت}}}$ انرژی خازن کاهش می‌یابد. با توجه به فرض مسئله انرژی را در دو حالت بنویسید و تفاضل آن‌ها را برابر $28/5\mu J$ قرار دهید.

نکته هرگاه در روابط انرژی، ظرفیت خازن را برحسب μF و بار را برحسب μC قرار دهید، انرژی برحسب μJ به‌دست می‌آید. بنابراین نیازی به تبدیل واحد نیست.

اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

$$U_1-U_2=28/5\Rightarrow\frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{12}-\frac{1}{2}\frac{(Q_1-6)^2}{12}=28/5$$
$$\Rightarrow Q_1^2-Q_1^2+12Q_1-36=24\times28/5\Rightarrow Q_1-3=57\Rightarrow Q_1=60\mu C$$

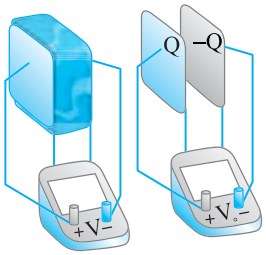
در این صورت V_1 خواهد شد: $V_1=\frac{Q_1}{C}=\frac{60}{12}=5V$

A ۱۵۳۳ ۲

نکته هرگاه یک خازن پس از باردار شدن از باتری جدا شده، بار الکتریکی روی صفحه‌های آن ثابت است و هرگونه تغییر در ظرفیت خازن در مقدار بار روی صفحات خازن تأثیری ندارد.

۱ خازن به باتری متصل نیست. بنابراین بار روی صفحه‌های آن ثابت است.

۲ با قرار دادن صفحهٔ دی‌الکتریک بین صفحات خازن، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.



$$\text{با دی‌الکتریک هوا } C_1=\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\kappa\Rightarrow C_2=\kappa C_1$$
$$\text{با دی‌الکتریک } \kappa\ C_2=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$$

ظرفیت افزایش یافته است.

۳ با افزایش ظرفیت و ثابت ماندن بار روی صفحات خازن خواهیم داشت:

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow\downarrow V=\frac{Q_{\text{ثابت}}}{C\uparrow}$$

بنابراین ولتاژ کاهش می‌یابد.

A ۱۵۳۴ ۱

نکته هرگاه خازن به باتری متصل باشد، ولتاژ دو سر آن همواره با ولتاژ دو سر باتری برابر است و تغییر ظرفیت خازن در ولتاژ دو سر آن تأثیری ندارد.

۱ خازن به باتری وصل است. بنابراین اختلاف پتانسیل دوسر آن ثابت است $(V_2=V_1)$

۲ با کاهش فاصلهٔ بین صفحات خازن، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. $(\uparrow C=\varepsilon_0\frac{A}{d\downarrow})$

۳ با ثابت بودن ولتاژ دو سر خازن و افزایش ظرفیت خازن با توجه به رابطهٔ $(\uparrow U=\frac{1}{2}\uparrow CV^2)$ انرژی ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد.

B ۱۵۳۵ ۱

۱ خازن از باتری جدا شده است. بنابراین صفحات خازن به جایی وصل نبوده و نمی‌تواند بار دریافت یا از دست بدهد. بنابراین بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند.

۲ با افزایش فاصلهٔ بین صفحات خازن، ظرفیت آن کاهش می‌یابد $(\downarrow C=\varepsilon_0\frac{A}{d\uparrow})$.

۳ بـا کاهش ظرفیت خازن و ثابت ماندن بار روی صفحات خازن، اختلاف پتانسیل دو سر آن افزایش می‌یابد.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow\uparrow V=\frac{Q_{\text{ثابت}}}{C\downarrow}$$

۴ اگر به‌طور مثال فاصلهٔ صفحات را دو برابر کرده باشیم، ظرفیت خازن نصف شده و ولتاژ آن دو برابر می‌شود و با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی خازن $(E=V/d)$ میدان الکتریکی بین صفحات خازن ثابت می‌ماند.

$$E'=۲V/۲d=V/d\Rightarrow E'=E$$

A ۱۵۳۶ ۴

۱ خازن از باتری جدا شده است بنابراین بار روی صفحات خازن ثابت می‌ماند.

$$Q_۱=Q_۲$$

۲ بیـن صفحات خـازن یک دی‌الکتریـک قرار داده‌ایـم، با قـرار دادن دی‌الکتریک، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

$$C_۱=\varepsilon_۰A/d\,,C_۲=\kappa\varepsilon_۰A/d\Rightarrow C_۲=\kappa C_۱\Rightarrow C_۲>C_۱$$

۳ با ثابت بودن بار روی صفحات خازن و افزایش ظرفیت، ولتاژ دو سر خازن کاهش می‌یابد.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow V\ \text{کاهش می‌یابد}\Rightarrow V_۲<V_۱$$

(افزایش: C، ثابت: Q)

۴ میـدان الکتریکی بین صفحات خازن با ثابت ماندن فاصلهٔ صفحات و کاهش ولتاژ بین صفحات کاهش می‌یابد.

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow E\ \text{کاهش می‌یابد}\Rightarrow E_۲<E_۱$$

(کاهش: V، ثابت: d)

B ۱۵۳۷ ۱

۱ اگر درون یک خازن، دی‌الکتریک قرار دهیم، ظرفیت آن افزایش می‌یابد.

$$\uparrow C=\uparrow\kappa\varepsilon_۰A/d\Rightarrow C_۲>C_۱$$

۲ زمانی که خازن به باتری وصل است ولتاژ تغییر نمی‌کند $V_۲=V_۱$

۳ با ثابت بودن ولتاژ بین صفحات و فاصلهٔ بین صفحات خازن میدان الکتریکی ثابت می‌ماند.

$$E=\frac{V}{d}\xrightarrow[d_۱=d_۲]{V_۱=V_۲}E_۱=E_۲$$

۴ با افزایش ظرفیت خازن و ثابت بودن ولتاژ دو سر آن، بار الکتریکی صفحات خازن افزایش می‌یابد.

$$C=\frac{Q}{V_{\text{ثابت}}}\Rightarrow Q\ \text{افزایش می‌یابد}\Rightarrow Q_۲>Q_۱$$

B ۱۵۳۸ ۲

از آخر شروع می‌کنیم.

۱ فاصلـهٔ بین صفحه‌های خازن دو برابر شـده اسـت، بنابرایـن ظرفیت خازن نصف می‌شود.

$$C=\kappa\varepsilon_۰A/d\xrightarrow{d'=۲d}C'=\frac{۱}{۲}C$$

بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست است.

۲ خازن هم‌چنان به باتری متصل است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند و برابر ولتاژ دو سر باتری است. $V_۲=V_۱$

بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.

۳ با کاهش ظرفیت و ثابت ماندن ولتاژ، بار روی صفحه‌ها کاهش می‌یابد.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow Q=CV\xrightarrow[V=\text{ثابت}]{C_۲=\frac{۱}{۲}C_۱}Q_۲=\frac{۱}{۲}Q_۱$$

بنابراین گزارهٔ (ت) درست است.

۴ میـدان الکتریکـی بین صفحـات خازن با توجه بـه ثابت ماندن ولتـاژ و افزایش d کاهش می‌یابد.

$$E=\frac{V}{d}\xrightarrow[d\text{ دو برابر شده}]{V\text{ ثابت}}E_۲=\frac{E_۱}{۲}$$

بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.

B ۱۵۳۹ ۲

خط فکری کاملاً مشـخص است که مسـئله دو حالت دارد زیرا در صورت مسئله بیان نشده که خازن پس از شارژ شدن همچنان به باتری متصل و یا از آن جدا شده است. اگر به باتری وصل باشد، ولتاژ آن ثابت و اگر از باتری جدا شده باشد، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند. با توجه به این مطلب مسئله را بررسی می‌کنیم.

اگر خازن را به مولد وصل کنیم و پس از باردار شدن از مولد جدا کنیم، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند. در این حالت اگر یک دی‌الکتریک بین صفحات آن قرار دهیم، ظرفیت خـازن افزایش می‌یابد و ولتاژ دو سـر خازن کاهـش می‌یابد $\left(V\downarrow=\frac{Q_{\text{ثابت}}}{C\uparrow}\right)$ بنابراین میـدان بین صفحه‌هـای خازن نیز کاهش می‌یابد $\left(E\downarrow=\frac{V\downarrow}{d_{\text{ثابت}}}\right)$. اگـر خازن به مولد وصل باشد و در این حالت بین صفحات آن دی‌الکتریک قرار دهیم. اختلاف پتانسیل دو سـر آن ثابت می‌ماند. در نتیجه میـدان الکتریکی بین صفحات آن نیز ثابت می‌ماند. در این صورت جملات (الف) و (ب) نادرست است.

در مورد جمله‌های (پ) و (ت) می‌توان گفت که هر دو درسـت هستند. زیرا اگر خازن از مولد جدا شود، بار ثابت می‌ماند و اگر خازن به مولد وصل باشد، میدان ثابت می‌ماند.

B ۱۵۴۰ ۱

۱ با دو برابر شدن فاصلهٔ بین صفحات خازن، ظرفیت خازن نصف می‌شود:

$$C=\varepsilon_۰\frac{A}{d}\xrightarrow{d'=۲d}C'=\frac{۱}{۲}C$$

۲ بار روی صفحات خازن تغییر نکرده است. از این رو انرژی خازن خواهد شد:

$$U=\frac{Q^۲}{۲C}\xrightarrow[C'=\frac{۱}{۲}C]{Q_{\text{ثابت}}}U'=۲U$$

۳ انـرژی ذخیره شـده پـس از دو برابـر کردن فاصله، دو برابر شـده اسـت. در این صورت هنگام جرقه زدن انرژی بیشتری تخلیه شده و جرقهٔ بزرگ‌تری زده می‌شود. شاید سؤال کنید این انرژی اضافی از کجا آمده است؟ وقتی صفحات خازن باردار هستند یکدیگر را می‌ربایند و برای جدا کردن آن‌ها از هم و دور کردن فاصلهٔ صفحات باید روی خازن کار انجام داده و این کار به صورت انرژی در خازن ذخیره می‌شود و انرژی خازن افزایش می‌یابد.

B ۱۵۴۱ ۱

در حل این مسـائل ابتدا شـما باید دقت کنید که خازن پس از شـارژ از باتری جدا شـده اسـت یا نه. اگر جدا شـده باشـد بار روی صفحات خازن ثابت است $(q=\text{ثابت})$ و اگر همچنان به باتری متصل باشد ولتاژ دو سر خازن ثابت است. $(V=\text{ثابت})$

۱ با خروج عایق از بین صفحات خازن، ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

$$\left.\begin{aligned}C&=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}\\C'&=\varepsilon_۰\frac{A}{d}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{C}{C'}=\kappa\xrightarrow{\kappa=۲}C'=\frac{۱}{۲}C$$

۲ با توجه به تعریف ظرفیت خازن خواهیم داشت:

$$V=\frac{Q}{C}\Rightarrow\frac{V'}{V}=\frac{C}{C'}\xrightarrow{C'=\frac{۱}{۲}C}\frac{V'}{V}=\frac{C}{\frac{۱}{۲}C}\Rightarrow V'=۲V$$

۳ از رابطهٔ انرژی خازن $U=\frac{Q^۲}{۲C}$ استفاده می‌کنیم.

$$\left.\begin{aligned}U&=\frac{Q^۲}{۲C}\\U'&=\frac{Q^۲}{۲C'}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{U'}{U}=\frac{C}{C'}\Rightarrow\frac{U'}{U}=\frac{C}{\frac{۱}{۲}C}=۲$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۱۵۴۲ B ۲

۱ خازن به مولد متصل است بنابراین اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ آن ثابت است. $(V_۲=V_۱)\Rightarrow C=۱$

۲ فاصلهٔ صفحات دو برابر شده و دی‌الکتریکی با ثابت $\kappa=۳$ بین صفحات خازن قرار داده‌ایم. از این رو باید بنویسیم:

$$\begin{cases}C_۱=\varepsilon_۰\dfrac{A_۱}{d_۱}\\ C_۲=\kappa\varepsilon_۰\dfrac{A_۲}{d_۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=\kappa\times\frac{d_۱}{d_۲}\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=۳\times\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow C_۲=۱/۵C_۱\Rightarrow A=۱/۵$$

۳ بار روی صفحات خازن خواهد شد:

$$C=\frac{Q}{V}\xrightarrow[V_۲=V_۱]{C_۲=۱/۵C_۱}Q_۲=۱/۵Q_۱\Rightarrow B=۱/۵$$

۴ میدان بین صفحات خازن خواهد شد:

$$E=\frac{V}{d}\xrightarrow[V_۲=V_۱]{d_۲=۲d_۱}E_۲=۰/۵E_۱\Rightarrow D=۰/۵$$

۱۵۴۳ B ۲

وقتی خازن از باتری جدا می‌شود، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند و با دو برابر شدن فاصلهٔ صفحات خازن، ظرفیت خازن نصف می‌شود.

$$U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C},\ U'=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{\frac{C}{۲}}=\frac{Q^۲}{C},\ U'-U=\frac{Q^۲}{C}-\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$$

$$=\frac{۱}{۲}\frac{(۴۵)^۲\times۱۰^{-۱۸}}{۵\times۱۰^{-۹}}=۲۰۲/۵\times۱۰^{-۹}J=۲/۰۲۵\times۱۰^۲nJ$$

۱۵۴۴ B ۱

خط فکری ابتدا باید بررسی کنید وقتی دی‌الکتریک بین صفحات قرار می‌دهید و ظرفیت خازن افزایش می‌یابد، در چه صورتی انرژی خازن زیاد می‌شود.

۱ اگر خازن به باتری متصل باشد، ولتاژ دو سر آن ثابت است و با افزایش ظرفیت خازن بنا به رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$، انرژی خازن افزایش می‌یابد.

۲ اگر خازن بعد از باردار شدن از باتری جدا شده باشد، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند $(Q_۲=Q_۱)$ و بنا به رابطهٔ $U=\frac{Q^۲}{۲C}\uparrow\downarrow$، با افزایش ظرفیت خازن انرژی خازن کاهش می‌یابد.

با توجه به خط فکری قطعاً خازن به باتری متصل است. با قرار دادن دی‌الکتریک انرژی خازن ۵۰٪ افزایش یافته است. بنابراین: $U_۲=U_۱+\frac{۵۰}{۱۰۰}U_۱\Rightarrow U_۲=۱/۵U_۱$

برای به‌دست آوردن انرژی از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$ استفاده می‌کنیم و به جای $U_۲$ و $U_۱$ قرار می‌دهیم:

$$\frac{۱}{۲}C_۲V^۲=۱/۵(\frac{۱}{۲}C_۱V^۲)\Rightarrow C_۲=۱/۵\,C_۱$$

ظرفیت خازن در حالت اول $C_۱=\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ و با دی‌الکتریک $C_۲=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ بوده است. بنابراین:

$$C_۲=۱/۵\,C_۱\Rightarrow\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}=۱/۵\,\varepsilon_۰\frac{A}{d}\Rightarrow\kappa=۱/۵$$

۱۵۴۵ B ۴

خازن به باتری متصل است بنابراین اختلاف پتانسیل بین صفحات آن ثابت است. می‌خواهیم انرژی خازن ۸ درصد افزایش یابد:

$$\frac{U_۲-U_۱}{U_۱}=\frac{۸}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{\frac{۱}{۲}C_۲V^۲-\frac{۱}{۲}C_۱V^۲}{\frac{۱}{۲}C_۱V^۲}=\frac{۸}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{C_۲-C_۱}{C_۱}=\frac{۸}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{\frac{۱}{d_۲}-\frac{۱}{d_۱}}{\frac{۱}{d_۱}}=\frac{۸}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow\frac{d_۱}{d_۲}-۱=\frac{۸}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{d_۱}{d_۲}=\frac{۱۰۸}{۱۰۰}\Rightarrow d_۲=\frac{۱۰۰d_۱}{۱۰۸}=\frac{۲۷۰}{۱۰۸}\times۱۰^{-۳}=۲/۵mm$$

بنابراین باید فاصله بین صفحات ۰/۲ میلی‌لیتر (۲/۵−۲/۷) کاهش یابد.

۱۵۴۶ B ۱

وقتی خازن از باتری جدا می‌شود، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند.

$$Q_۱=Q_۲=۲۰۰\mu C$$

فاصلهٔ صفحات ۵۰٪ افزایش یافته بنابراین:

$$\begin{cases}C_۱=\varepsilon_۰\dfrac{A}{d}\\ C_۲=\varepsilon_۰\dfrac{A}{۱/۵d}\end{cases}\Rightarrow\frac{C_۱}{C_۲}=۱/۵\xrightarrow{C_۱=۵}C_۲=\frac{۵}{۱/۵}\mu F$$

انرژی ذخیره شده در حالت اول برابر است با:

$$U_۱=\frac{Q^۲}{۲C_۱}\Rightarrow U_۱=\frac{(۲۰۰)^۲}{۲\times۵}\Rightarrow U_۱=۴۰۰۰\mu J$$

انرژی ذخیره شده در حالت دوم خواهد شد:

$$U_۲=\frac{Q^۲}{۲C_۲}=\frac{(۲۰۰)^۲}{۲\times\frac{۵}{۱/۵}}\Rightarrow U_۲=۱/۵\times۴۰۰۰\mu J$$

تغییر انرژی خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta U=U_۲-U_۱=۱/۵\times۴۰۰۰-۴۰۰۰\Rightarrow\Delta U=۲۰۰۰\mu J\Rightarrow\Delta U=۲mJ$$

۱۵۴۷ B ۲

وقتی فاصلهٔ بین صفحات را ۷۵٪ کاهش می‌دهیم، فاصلهٔ بین صفحات $\frac{۱}{۴}$ حالت اولیه می‌شود.

$$C=\varepsilon_۰\frac{A}{d}\xrightarrow{d'=\frac{۱}{۴}d}C'=۴C$$

خازن به باتری متصل است و اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است. بنابراین:

$$\begin{cases}Q'=C'V\\ Q=CV\end{cases}\Rightarrow\frac{Q'}{Q}=\frac{C'}{C}=۴\Rightarrow Q'=۴Q$$

۱۵۴۸ B ۲

۱ خازن از باتری جدا شده و بار روی صفحات آن ثابت است. $(Q_۲=Q_۱)$

۲ فاصلهٔ بین صفحات خازن ۲۰٪ کاهش یافته یعنی:

$$d_۲=d_۱-\frac{۲۰}{۱۰۰}d_۱\Rightarrow d_۲=۰/۸d_۱$$

۳ ظرفیت خازن در حالت دوم را برحسب ظرفیت آن در حالت اول به‌دست می‌آوریم. البته مساحت صفحات ثابت است.

$$\begin{cases}C_۱=\varepsilon_۰\dfrac{A_۱}{d_۱}\\ C_۲=\kappa\varepsilon_۰\dfrac{A_۲}{d_۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=\kappa\times\frac{d_۱}{d_۲}\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=۱/۵\times\frac{d_۱}{۰/۸d_۱}\Rightarrow C_۲=\frac{۱۵}{۸}C_۱$$

برای بررسی درصد تغییرات انرژی با ثابت بودن بار باید از رابطهٔ $U=\frac{Q^۲}{۲C}$ استفاده کنیم.

$$\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{\frac{Q^۲}{۲C_۲}}{\frac{Q^۲}{۲C_۱}}\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{C_۱}{C_۲}\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{۸}{۱۵}$$

درصد تغییرات انرژی خواهد شد:

$$\text{درصد تغییرات انرژی}=\frac{\Delta U}{U_۱}\times۱۰۰\Rightarrow\frac{\frac{۸}{۱۵}U_۱-U_۱}{U_۱}\times۱۰۰=-\frac{۷}{۱۵}U_۱\approx-۴۷٪U_۱$$

بنابراین انرژی تقریباً ۴۷٪ کاهش می‌یابد.

۱۵۴۹ C ۴

حالت اول: خازن به باتری متصل است و ولتاژ بین صفحات ثابت است.

با m برابر کردن فاصلهٔ بین صفحات خازن ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

$$\downarrow C=\varepsilon_۰\frac{A}{d\uparrow}\xrightarrow{d'=md}C'=\frac{۱}{m}C$$

در این حالت با ثابت بودن V و کاهش ظرفیت خازن انرژی ذخیره شده در خازن کاهش می‌یابد.

$$U=\frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow[V\text{ ثابت}]{C'=\frac{1}{m}C} U'=\frac{1}{m}U \qquad (1)$$

حالت دوم: خازن از باتری جدا شده و بار روی صفحات خازن ثابت می‌ماند. $Q''=Q'$

فاصلهٔ صفحات $\frac{1}{m}$ شده است. بنابراین:

$$d''=\frac{1}{m}d' \xrightarrow{C=\varepsilon_0\frac{A}{d}} \frac{C''}{C'}=\frac{d'}{d''}\Rightarrow\frac{C''}{C'}=\frac{d'}{\frac{1}{m}d'}\Rightarrow C''=mC'$$

برای بررسی انرژی ذخیره شده در خازن در این صورت از رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$ استفاده می‌کنیم.

$$\left.\begin{matrix}U''=\frac{Q^2}{2C''}\\ U'=\frac{Q^2}{2C'}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{U''}{U'}=\frac{C'}{C''}\Rightarrow\frac{U''}{U'}=\frac{C'}{mC'}\Rightarrow U''=\frac{1}{m}U' \qquad (2)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(1),(2)} U''=\frac{1}{m}\left(\frac{1}{m}U\right)\Rightarrow U''=\frac{1}{m^2}U$$

۴ ۱۵۵۰ B

حالت اول:

۱ خازن به باتری متصل است بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند.

$V_2=V_1$

۲ با n برابر کردن فاصلهٔ صفحات ظرفیت خازن خواهد شد:

$$C=\varepsilon_0\frac{A}{d} \xrightarrow{d'=nd} C'=\frac{C}{n}$$

۳ در این صورت با ثابت بودن ولتاژ و $\frac{1}{n}$ برابر شدن ظرفیت انرژی ذخیره شده برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow[V'=V]{C'=\frac{C}{n}} U'=\frac{U}{n} \qquad (1)$$

حالت دوم: خازن را از مولد جدا کرده‌ایم بنابراین بار الکتریکی روی صفحات خازن ثابت می‌ماند $Q_2=Q_1$.

فاصلهٔ صفحات را n برابر کرده‌ایم بنابراین ظرفیت خازن مجدداً برابر است با: $C''=\frac{1}{n}C$

برای بررسی انرژی خازن در این حالت از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ استفاده می‌کنیم.

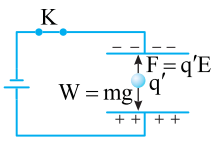
$$\frac{U''}{U}=\frac{\frac{Q^2}{2C''}}{\frac{Q^2}{2C}}=\frac{C}{C''}\Rightarrow\frac{U''}{U}=\frac{C}{\frac{C}{n}}\Rightarrow U''=nU \qquad (2)$$

در این صورت نسبت $\frac{U''}{U'}$ خواهد شد:

$$\frac{U''}{U'}=\frac{nU}{\frac{U}{n}}\Rightarrow\frac{U''}{U'}=n^2$$

۲ ۱۵۵۱ B

خط فکری ابتدا فکر کنید که چرا ذرهٔ q' بین دو صفحهٔ خازن معلق و در تعادل است. بله، قطعاً چون دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد بر q' با هم برابر هستند، اکنون باید مشخص کنید اگر کلید باز شود با افزایش فاصلهٔ بین دو صفحه، نیروی الکتریکی چه تغییری می‌کند؟ در واقع میدان الکتریکی بین صفحات چه تغییری می‌کند؟ سپس به سراغ پاسخ این سؤال‌ها بروید.



۱ به بار الکتریکی q' بین دو صفحهٔ خازن نیروی وزن $W=mg$ رو به پایین و نیروی الکتریکی از طرف میدان الکتریکی خازن $(F=qE)$ رو به بالا وارد می‌شود و با هم برابر هستند $(F=W)$ و ذره در تعادل است.

۲ با باز کردن کلید و جدا کردن خازن از باتری، بار روی صفحات خازن ثابت می‌ماند. $Q_1=Q_2$

۳ با دو برابر کردن فاصلهٔ صفحات خازن، ظرفیت خازن نصف می‌شود.

$$C=\varepsilon_0\frac{A}{d} \xrightarrow{d_2=2d_1} C_2=\frac{1}{2}C_1$$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر خازن دو برابر می‌شود زیرا:

$$V=\frac{Q}{C} \xrightarrow[Q\text{ ثابت}]{C_2=\frac{1}{2}C_1} V_2=2V_1$$

۵ در این صورت میدان الکتریکی بین صفحات خازن ثابت می‌ماند زیرا:

$$E=\frac{V}{d} \xrightarrow[d_2=2d_1]{V_2=2V_1} E'=\frac{2V_1}{2d_1}\Rightarrow E'=E$$

۶ به دلیل آنکه میدان الکتریکی تغییر نکرده است، نیروی الکتریکی تغییر نمی‌کند و ذره در همان وضعیت باقی می‌ماند.

پنجره دوجداره (سطح دوم)

۲ ۱۵۵۲ B

با افزایش فاصلهٔ صفحات خازن، انرژی ذخیره شده و بار روی صفحات، هر کدام چهار برابر شده است و بنابر رابطهٔ $U=\frac{1}{2}qV$ ، باید ولتاژ بین صفحات خازن ثابت مانده باشد. یعنی خازن به باتری متصل باشد. با افزایش فاصلهٔ صفحات، میدان الکتریکی خازن کاهش می‌یابد.

$$E=\frac{V}{d}, E'=\frac{V}{4d}\Rightarrow\frac{E'}{E}=\frac{\frac{V}{4d}}{\frac{V}{d}}\Rightarrow E'=\frac{1}{4}E$$

۴ ۱۵۵۳ C

خط فکری ابتدا باید بار هر خازن را از رابطهٔ $Q=CV$ به‌دست بیاورید. سپس ۲۵٪ بار یک خازن را به دیگری منتقل کنید و انرژی دو خازن را در حالت جدید برابر قرار دهید تا نسبت $\frac{V_2}{V_1}$ را به‌دست آورید.

۱ بار خازن‌ها را حساب می‌کنیم.

$$Q=CV\Rightarrow\begin{cases}C_1=4\mu F\Rightarrow Q_1=4V_1\\ C_2=1\mu F\Rightarrow Q_2=V_2\end{cases}$$

۲ ۲۵٪ بار خازن C_1 $(Q_1=4V_1)$ را به خازن C_2 منتقل کرده‌ایم، از این رو خواهیم داشت:

$$Q_1'=Q_1-0/25Q_1\Rightarrow Q_1'=0/75Q_1\Rightarrow Q_1'=\frac{3}{4}(4V_1)\Rightarrow Q_1'=3V_1 \quad (I)$$

$$Q_2'=Q_2+0/25Q_1\Rightarrow Q_2'=V_2+\frac{1}{4}(4V_1)\Rightarrow Q_2'=V_2+V_1 \quad (II)$$

۳ انرژی دو خازن را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$U_2'=U_1'\Rightarrow\frac{Q_2'^2}{2C_2}=\frac{Q_1'^2}{2C_1}\xrightarrow{(I),(II)}\frac{(V_2+V_1)^2}{1}=\frac{(3V_1)^2}{4}$$

$$\Rightarrow V_2+V_1=\frac{3V_1}{2}\Rightarrow V_1=2V_2\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=2$$

۴ ۱۵۵۴ B

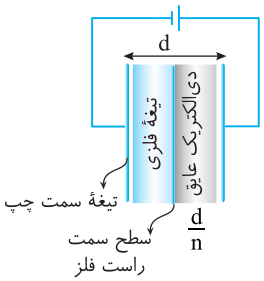
خط فکری بار الکتریکی همواره در اثر اختلاف پتانسیل جابه‌جا می‌شود و از پتانسیل بالاتر به پتانسیل پایین‌تر شارش می‌کند. بنابراین شما باید اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها را با هم مقایسه کنید.

در مدار (۱) ولتاژ دو سر خازن C_1 $(V_1=\frac{2q}{2C}=\frac{q}{C})$ با ولتاژ دو سر خازن C_2 $(V_2=\frac{q}{C})$ برابر است و با بستن کلید باری جابه‌جا نمی‌شود. در مدار (۲) نیز ولتاژ خازن C_4 برابر $V_4=\frac{q}{C}$ و ولتاژ خازن C_3 برابر $V_3=\frac{q}{2C}$ است، بنابراین $V_4>V_3$ است و بار از خازن C_4 به خازن C_3 شارش می‌یابد و بار خازن C_4 کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۴) درست است.

C ۱۵۵۵ ۲

خط فکری فلز دارای بار آزاد است. اگر شخصی یک میخ فلزی را درون سوراخ پریز برق فرو کند قطعاً با حادثهٔ بدی روبه‌رو می‌شود زیرا بار الکتریکی از سیم درون پریز به میخ منتقل می‌شوند و میخ آن‌ها را به دست شخص منتقل می‌کند. اکنون با دانستن این مطلب می‌توانید درک کنید که وقتی تیغهٔ فلزی را به صفحهٔ سمت چپ می‌چسبانیم با اتصال خازن به باتری، بارها روی سطح سمت راست فلز تجمع می‌کنند، مانند این است که دو صفحهٔ خازن به هم نزدیک شده‌اند و ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

با توجه به صورت سؤال شکل خازن به صورت زیر می‌شود. با قرار دادن تیغهٔ فلزی دیگر بار الکتریکی روی صفحهٔ سمت چپ خازن ذخیره نمی‌شود و روی تیغهٔ فلزی شروع به حرکت کرده و روی سطح سمت راست تیغهٔ فلزی تجمع می‌کند. پس در واقع فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن از d به $\frac{d}{n}$ کاهش می‌یابد و از طرفی ثابت دی‌الکتریک عایق آن n است، بنابراین خواهیم داشت:



$$C=\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}\xrightarrow[\kappa=n]{d_2=\frac{d}{n}}C_2=n\varepsilon_{\circ}\frac{A}{\frac{d}{n}}$$

$$\Rightarrow C_2=n^2(\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d})\Rightarrow C_2=n^2C_1$$

A ۱۵۵۶ ۳

خط فکری وقتی کلید K_1 بسته است خازن به باتری متصل است، در نتیجه خازن باردار می‌شود و در آن مقداری انرژی ذخیره می‌شود. وقتی کلید K_1 را باز و کلید K_2 را می‌بندیم، انرژی ذخیره شده در خازن در لامپ مصرف می‌شود. پس شما باید انرژی ذخیره شده در خازن را بیابید.

انرژی ذخیره شده در خازن برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}CV^2\Rightarrow U=\frac{1}{2}\times 3\times 10^{-3}\times 10^2\Rightarrow U=0/15J$$

این مقدار انرژی در لامپ مصرف خواهد شد.

B ۱۵۵۷ ۱

یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه برابر $\Delta V=Ed'$ بوده که در این رابطه d' فاصلهٔ دو نقطه در راستای خطوط میدان الکتریکی است.

۱ ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم:

$$C=\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}\xrightarrow[A=0/1m^2]{\kappa=1}C=1\times 9\times 10^{-12}\times\frac{0/1}{d}\Rightarrow C=\frac{9\times 10^{-13}}{d}$$

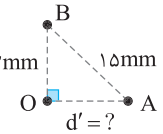
۲ با توجه به بار الکتریکی و رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$، اختلاف پتانسیل بین دو صفحه را حساب می‌کنیم.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow V=\frac{Q}{C}\Rightarrow V=\frac{90\times 10^{-9}}{\frac{9\times 10^{-13}}{d}}=10^5d$$

۳ میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم:

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow E=\frac{10^5d}{d}=10^5\frac{V}{m}$$

۴ حال فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B در راستای خطوط میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم:



$$15=\sqrt{12^2+d'^2}\Rightarrow 225=144+d'^2\Rightarrow d'=9mm$$

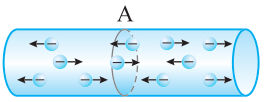
$$\Delta V=Ed'\Rightarrow\Delta V=10^5\times 9\times 10^{-3}=9\times 10^2V$$

فصل ششم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

پنجره ۱

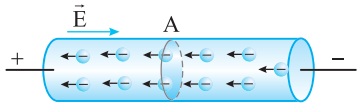
A ۱۵۵۸ ۴

مطابق شکل زیر وقتی کلید باز است، بار الکتریکی از هر سطح مقطع مدار عبور می‌کند، اما در نبود اختلاف پتانسیل، شارش بار خالص از مقطع معین A سیم نداریم، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.



شکل (الف) در نبود اختلاف پتانسیل

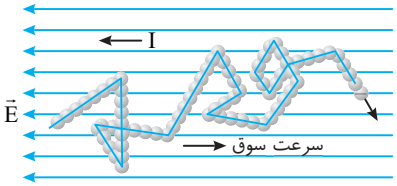
اگر کلید بسته شود، تغییر تحت تأثیر اختلاف پتانسیل دو سر سیم، درون فلز میدان الکتریکی ایجاد می‌شود که سبب حرکت کاتوره‌ای الکترون‌ها می‌شود و از هر مقطع مدار شارش خالص بار رخ می‌دهد، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست و گزینهٔ (۴) درست است.



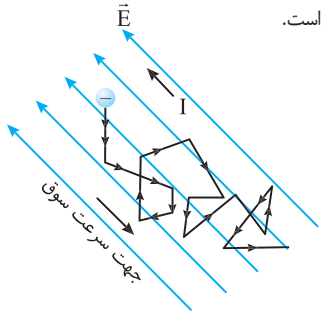
شکل (ب) در حضور اختلاف پتانسیل

A ۱۵۵۹ ۳

وقتی میدان الکتریکی درون فلز ایجاد می‌شود، الکترون‌ها حرکت کاتوره‌ای خود را کمی تغییر می‌دهند و با سرعتی متوسط موسوم به سرعت سوق مطابق شکل در خلاف جهت میدان به‌طور بسیار آهسته حرکت می‌کنند. از طرفی جهت قرار دادی جریان در جهت میدان الکتریکی است.



اکنون با توجه به شکل مسئله، جهت جریان ↖، جهت میدان ↖ و جهت سرعت سوق ↘ مشخص است.



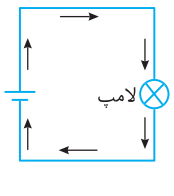
بازی با سؤال **اگر یک سیم رسانای حامل جریان را در امتدادهای جغرافیایی فرض کنیم، کدام گزینه می‌تواند جهت سرعت سوق و میدان درون رسانا باشد؟**

۱) شمال شرقی، جنوب شرقی
۲) جنوب غربی، شمال غربی
۳) جنوب غربی، جنوب شرقی
۴) جنوب غربی، شمال شرقی

گزینهٔ ۴

A ۱۵۶۰ ۳

الکترون‌های آزاد در طول سیم رسانا با تندی‌هایی از مرتبهٔ $10^{6}\ m/s$ در حرکت‌اند، درحالی که سرعت سوق در یک رسانای فلزی بسیار کم و مثلاً در سیم‌های مسی از مرتبهٔ $10^{-5}\ m/s$ یا $10^{-4}\ m/s$ است، بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.



جهت قراردادی جریان الکتریکی در مدار از پایانهٔ مثبت باتری به سوی پایانهٔ منفی آن است، بنابراین شارش جریان مدار ساعتگرد است و گزارهٔ (ب) نادرست است.

باتری در مدار جریان مستقیم می‌فرستد یعنی جریانی که جهت آن با زمان تغییر نمی‌کند و مقدار آن ثابت می‌ماند، بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

A ۱۵۶۱ ۲

خط فکری هر گاه تعداد بار شارش‌شده مدنظر باشد، باید مقدار بار شارش‌شده (q) را به‌دست آورده و با توجه به رابطهٔ $q=ne$ تعداد بار شارش شده را به‌دست آوریم.

با توجه به تعریف جریان $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ و همچنین رابطهٔ $q=ne$ می‌توان نوشت:

$$I=\frac{ne}{t}\Rightarrow 1=\frac{n\times 1/6\times 10^{-19}}{1\times 10^{-9}}\Rightarrow n=\frac{1}{1/6}\times 10^{10}=\frac{10}{16}\times 10^{10}=\frac{5}{8}\times 10^{10}$$

بازی با سؤال **با توجه به اینکه اندازهٔ بار الکتریکی هر الکترون برابر $1/6\times 10^{-19}C$ است، وقتی جریانی به شدت یک آمپر از مداری می‌گذرد در هر ثانیه به‌طور خالص، چند الکترون از یک مقطع این مدار خواهد گشت؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) $6/25\times 10^{23}$ ۲) $1/6\times 10^{19}$ ۳) $6/25\times 10^{18}$ ۴) $1/6\times 10^{20}$

گزینهٔ ۳

B ۱۵۶۲ ۲

الف) با توجه به تعریف جریان خواهیم داشت:

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow \Delta q=I\Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta q=0/16\times 10^{-3}\times 3600\Rightarrow \Delta q=0/576C$$

بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.

ب) انرژی‌ای که باتری به مدار می‌دهد برابر است با:

$$\Delta V=\frac{W}{q}\Rightarrow W=q\Delta V\Rightarrow W=0/576\times 3\Rightarrow W=1/728J$$

بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.

پ) تعداد الکترون‌های شارش‌شده در هر ثانیه برابر خواهد شد با:

$$\Delta q=I\Delta t=ne\Rightarrow 0/16\times 10^{-3}\times 1=n\times 1/6\times 10^{-19}\Rightarrow n=10^{15}$$

بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

A ۱۵۶۳ ۲

با استفاده از رابطهٔ توان داریم:

$$P=IV\xrightarrow{P=\frac{U}{t}}\frac{U}{t}=IV\Rightarrow U=IVt$$

$$\Rightarrow U=200\times 50\times 10^{3}\times 0/2=2\times 10^{6}J=2MJ$$

A ۱۵۶۴ ۲

در رابطهٔ $\Delta q=I\Delta t$ اگر I برحسب آمپر و Δt برحسب ساعت باشد، یکای Δq (بار الکتریکی) آمپر - ساعت (Ah) می‌شود.

A ۱۵۶۵ ۴

با توجه به فرمول $\Delta q=I\Delta t$ و اینکه در سؤال به ما مقدار $\Delta q=1000mA.h$ و $I=100\mu A=100\times 10^{-3}mA$ داده شده داریم:

$$\Delta q=I\Delta t\Rightarrow 1000mA.h=100\times 10^{-3}mA\times\Delta t\Rightarrow\Delta t=10^{4}h$$

دقت کنید آمپر - ساعت واحد بار الکتریکی است.

A ۱۵۶۶ ۲

خط فکری جریان متوسط یعنی آهنگ شارش بار الکتریکی $I=\Delta q/\Delta t$، از طرفی دو ثانیه سوم یعنی بازهٔ زمانی بین $t_1=4s$ تا $t_2=6s$، بنابراین در این لحظه‌ها بار الکتریکی گذرنده را حساب کرده و جریان متوسط را حساب می‌کنیم.

بار الکتریکی در لحظهٔ $t_1=4s$ و $t_2=6s$ برابر است با:

$$q=4\cos(\frac{\pi}{4}t)\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t_1=4s} q_1=4\cos\frac{\pi}{4}\times4=4\cos\pi\Rightarrow q_1=-4C\\ \xrightarrow{t_2=6s} q_2=4\cos\frac{\pi}{4}\times6=4\cos\frac{3\pi}{2}\Rightarrow q_2=0\end{cases}$$

بنابراین جریان متوسط خواهد شد:

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{0-(-4)}{6-4}=+2A$$

بازی با سؤال **بار شارش‌شده در هر مقطع از یک سیم حامل جریان برحسب زمان در SI به صورت $q=at+10$ است. اگر جریان متوسط عبوری از سیم در یک بازهٔ زمانی دلخواه Δt برابر $5A$ باشد، a کدام است؟**

۱) ۲/۵ ۲) ۵

۳) ۷/۵ ۴) مقدار بازهٔ زمانی Δt باید مشخص باشد.

گزینهٔ ۲

۳ ۱۵۶۷ A

با بسته شدن کلید، الکترون‌ها از زمین به سمت کره که دارای بار مثبت است، حرکت می‌کنند تا بار کره را خنثی کند. بنابراین جهت حرکت الکترون‌ها از زمین به سمت کره می‌باشد و جهت جریان خلاف جهت حرکت الکترون است و از کره به سمت زمین می‌باشد، بنابراین گزارهٔ (الف) درست و گزارهٔ (ب) نادرست می‌باشد.

اندازهٔ جریان متوسط برابر است با:

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{q_2-q_1}{\Delta t}=\frac{0-0/4}{0/04}=-10A\Rightarrow|\bar{I}|=10A$$

پس گزارهٔ (پ) نیز درست بوده، بنابراین دو گزاره درست است.

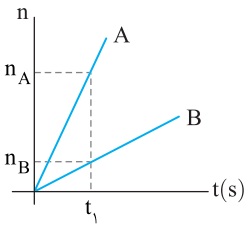
بازی با سؤال **دو کرهٔ فلزی مشابه A و B به ترتیب دارای بارهای الکتریکی $-2nC$ و $+6nC$ هستند. اگر این دو کره را با یک سیم رسانا به هم متصل کنیم، در مدت یک میکروثانیه، دو کره به تعادل الکتریکی می‌رسند. جریان الکتریکی متوسط گذرنده از این سیم رسانا چند میلی‌آمپر است؟**

۱) ۰/۰۰۴ ۲) ۴ ۳) ۰/۰۰۲ ۴) ۲

گزینهٔ ۲

۲ ۱۵۶۸ A

خط فکری هر چه تعداد الکترون شارش شده در یک بازهٔ زمانی مشخص (مثلاً t_1) بیشتر باشد، بار الکتریکی شارش شده بیشتر است، بنابراین جریان بزرگ‌تر است.

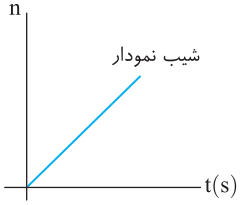


جریان متوسط عبوری از رسانا برابر با $\bar{I}=\frac{q}{t}=\frac{ne}{t}$ است، با توجه به نمودار در لحظه مشخص مثل t_1 داریم:

$$\begin{cases}I_A=\frac{n_Ae}{t_1}\\ I_B=\frac{n_Be}{t_1}\end{cases}\xrightarrow{n_A>n_B} I_A>I_B$$

با توجه به خطی بودن نمودارها شیب آن‌ها ثابت است

$$\text{شیب نمودار}=\frac{\text{تغییرات محور قائم}}{\text{تغییرات محور افقی}}=\frac{\Delta n}{\Delta t}=\text{ثابت}$$

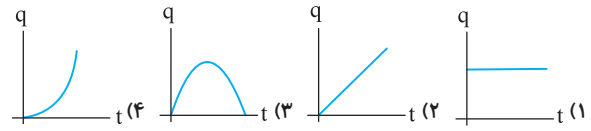


رابطهٔ جریان متوسط برابر است با:

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\Delta ne}{\Delta t}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\Delta n}{\Delta t}e$$

مقدار بار بنیادی e ثابت و برابر $1/6\times10^{-19}C$ و مقدار $\frac{\Delta n}{\Delta t}$ نیز ثابت است، بنابراین مقدار جریان ثابت است و جریان‌ها مستقیم است.

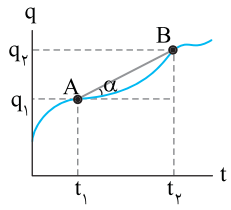
بازی با سؤال **نمودار بار خالص الکتریکی گذرنده از یک سطح مقطع برحسب زمان برای جریان مستقیم به کدام صورت می‌تواند باشد؟** از کتاب درسی



گزینهٔ ۲

۴ ۱۵۶۹ B

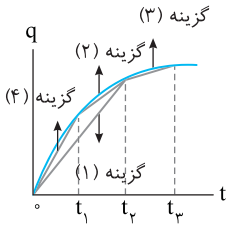
خط فکری به نمودار $q-t$ شکل روبه‌رو نگاه کنید. مشخص است که شیب خط بین دو نقطهٔ A و B در نمودار $q-t$ برابر جریان الکتریکی متوسط است:



$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{q_2-q_1}{t_2-t_1}=\frac{\Delta q}{\Delta t}$$

جریان متوسط برابر است با $\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ که در واقع همان شیب خط بین دو لحظه در نمودار $q-t$ می‌باشد، بنابراین بین هر دو لحظه که شیب نمودار بیشتر باشد، جریان متوسط بین آن دو لحظه بیشتر خواهد بود.

بین لحظه‌های بیان شده خطوط را رسم می‌کنیم.



با توجه به شکل در بازهٔ ۰ تا t_1 شیب خط رسم شده از شیب بقیهٔ خطوط بیشتر است، بنابراین جریان متوسط در بازهٔ ۰ تا t_1 بیشترین مقدار است.

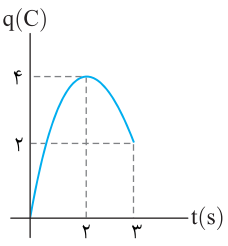
۴ ۱۵۷۰ B

خط فکری برای به‌دست آوردن جریان متوسط باید بار شارش شده در واحد زمان را به‌دست آوریم. برای به‌دست آوردن بار شارش شده نمودار $q-t$ به ما داده شده است.

نمودار $q-t$ سهمی و معادلهٔ q برحسب t معادله درجه دوم است.

از طرفی مختصات هر نقطه از نمودار باید در معادلهٔ سهمی صدق کند، بنابراین ابتدا با قرار دادن مختصات نقاط روی نمودار در معادله، معادلهٔ بار الکتریکی برحسب زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$q=at^2+bt+c\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow[q=4C]{t=2s} 4=4a+2b+c\\ \xrightarrow[q=2C]{t=3s} 2=9a+3b+c\\ \xrightarrow[t=2s]{\text{رأس سهمی}} 2=\frac{-b}{2a}\Rightarrow b=-4a\end{cases}$$



۱ حال با توجه به سه معادله بالا سه مجهول a ، b و c را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}4=4a+2(-4a)+c\Rightarrow4=-4a+c\\ 2=9a+3(-4a)+c\Rightarrow2=-3a+c\end{cases}$$

$$\Rightarrow a=-2,c=-4,\frac{-b}{2a}=2$$

$$\Rightarrow b=-4a=8\Rightarrow q=-2t^2+8t-4$$

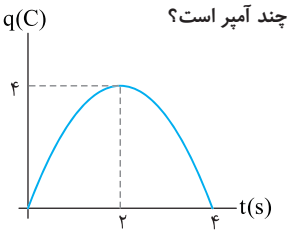
۲ در لحظهٔ $t=0$ و $t=3s$ ، q برابر است با:

$$q=-2t^2+8t-4\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t=0} q_1=-4C\\ \xrightarrow{t=3s} q_2=(-2\times9)+(8\times3)-4=2C\end{cases}$$

۳ جریان متوسط برابر خواهد شد با:

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{2-(-4)}{3-0}=2A$$

بازی با سؤال نمودار بار الکتریکی گذرنده از هر مقطع یک مدار بر حسب زمان، مطابق شکل زیر است. در بازهٔ زمانی $t=1s$ تا $t=3s$ جریان الکتریکی متوسط عبوری از مدار چند آمپر است؟



۱) صفر
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۶

گزینهٔ ۱

A ۱۵۷۱ ۲

الف) نادرست، میدان الکتریکی خارجی باعث می‌شود که الکترون‌ها حرکت کاتوره‌ای خود را کمی تغییر دهند.

ب) درست، دیود نورگسیل (LED) از قانون اُهم پیروی نمی‌کند و نمودار جریان بر حسب اختلاف پتانسیل آن خطی نیست بلکه یک نمودار خمیده است.

پ) نادرست، اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانای اُهمی سه برابر شود، جریان الکتریکی عبوری نیز سه برابر می‌شود و مقاومت آن ثابت می‌ماند، مقاومت الکتریکی وابسته به مشخصات ساختمانی رسانا است.

ت) درست، «آمپر - ساعت» یکای بار الکتریکی است و مشخص کنندهٔ حداکثر باری است که باتری می‌تواند به‌طور ایمن از مدار عبور دهد تا تخلیه شود.

A ۱۵۷۲ ۳

۱ در رسانای اهمی، قانون اهم $R=\frac{V}{I}$ برقرار است، برای رسانای A می‌توان نوشت:

$$R_A=\frac{V_A}{I_A}\Rightarrow R_A=\frac{3/6}{0/6}=6\Omega$$

۲ برای رسانای B نیز خواهیم داشت: $R_B=\frac{V_B}{I_B}\Rightarrow 8=\frac{V_B}{0/8}\Rightarrow V_B=6/4V$

بنابراین جای خالی (۱) با 6Ω و جای خالی (۲) با $6/4V$ پر می‌شود.

رسانا	R(Ω)	I(A)	V(V)
A	۶	۰/۶	۳/۶
B	۸	۰/۸	۶/۴

A ۱۵۷۳ ۱

با استفاده از قانون اهم، جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{V}{R}\xrightarrow{V=4V,R=5\Omega} I=\frac{4}{5}=0/8A$$

اکنون با توجه به تعریف جریان می‌توان بار الکتریکی گذرنده از لامپ را به‌دست آورد.

$$q=It\xrightarrow{t=5min=300s} q=0/8\times 300=240C$$

تعداد الکترون‌های گذرنده از لامپ خواهد شد:

$$q=ne\Rightarrow 240=n\times(1/6\times10^{-19})\Rightarrow n=150\times10^{+19}\Rightarrow n=1/5\times10^{21}$$

بازی با سؤال یک مقاومت 10Ω را که رسانای اهمی است به یک باتری وصل می‌کنیم. اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $5V$ باشد، در مدت $32s$ چه تعداد الکترون از مقاومت عبور می‌کند؟ $(e=1/6\times10^{-19})$

۱) 10^{19} ۲) 10^{17} ۳) 10^{20} ۴) 10^{18}

گزینهٔ ۳

A ۱۵۷۴ ۲

خط فکری در یک رسانا، مقدار مقاومت با تغییر جریان یا ولتاژ ثابت می‌ماند و در واقع تغییرات جریان و ولتاژ به گونه‌ای است که نسبت $\frac{V}{I}$ ثابت بماند.

۱ ابتدا به کمک قانون اهم، مقاومت لامپ را حساب می‌کنیم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{1/5}{0/3}\Rightarrow R=5\Omega$$

۲ با ولتاژ $1/2V$ باتری، جریان عبوری از لامپ ۵ اهمی خواهد شد:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I'=\frac{1/2}{5}\Rightarrow I'=0/24A$$

۳ بنابراین جریان $0/24-0/3=-0/06A$ کاهش می‌یابد.

روش دیگر: مقاومت ثابت است و در هر دو حالت نسبت $\frac{V}{I}$ یکسان است:

$$R_1=R_2\Rightarrow\frac{V_1}{I_1}=\frac{V_2}{I_2}\Rightarrow\frac{1/5}{0/3}=\frac{1/2}{I_2}\Rightarrow I_2=0/24A$$

جریان از $0/3A$ به $0/24A$ رسیده و به اندازهٔ $0/06$ کاهش یافته است.

A ۱۵۷۵ ۴

یادآوری با تغییر جریان و ولتاژ، نسبت آن‌ها یعنی $\frac{V}{I}$ ثابت می‌ماند و مقاومت تغییر نمی‌کند.

با توجه به صورت مسئله جریان $5A$ افزایش یافته $(I_2=I_1+5)$ و اختلاف پتانسیل دو سر آن ٪۵۰ افزایش یافته $(V_2=1/5V_1)$، بنابراین با توجه به قانون اهم می‌توان نوشت:

$$V_2=1/5V_1\xrightarrow{V=IR} I_2R=1/5I_1R\Rightarrow I_2=1/5I_1$$

$$\xrightarrow{I_2=I_1+5} I_1+5=1/5I_1\Rightarrow 5=0/5I_1\Rightarrow I_1=10A$$

بازی با سؤال اختلاف پتانسیل بین دو سر یک سیم در دمای ثابت از ۲۸ ولت به ۴۰ ولت افزایش می‌یابد. اگر با این کار جریان عبوری از مقاومت ۱/۵ آمپر افزایش یابد، مقاومت سیم چند اهم است؟

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

گزینهٔ ۱

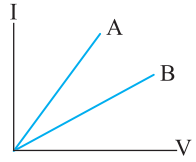
A ۱۵۷۶ ۴

خط فکری یک رسانا هم می‌تواند اهمی و هم غیراهمی باشد. اگر وسیله اهمی باشد، با تغییر ولتاژ و جریان مقدار مقاومت تغییر نمی‌کند و از قانون اهم $(I=\frac{1}{R}V)\ R=\frac{V}{I}$ پیروی می‌کند، بنابراین جریان برحسب ولتاژ خطی است و اگر رسانا غیراهمی باشد، از قانون اهم پیروی نمی‌کند و نمودار آن خطی نیست.

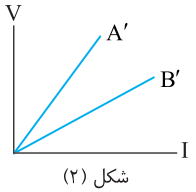
اگر رسانا اهمی باشد نمودار ولتاژ برحسب جریان آن خط مورب است که از مبدأ می‌گذرد مانند گزینه (۱) و اگر رسانا غیراهمی باشد مانند دیود نورگسیل، نمودار آن خطی نیست و مشابه نمودار گزینه (۳) است، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۵۷۷ ۳

خط فکری در نمودارهای خطی شیب نمودار برابر نسبت تغییرات محور قائم به تغییرات محور افقی است. مثلاً در نمودار (۱) شیب خط برابر $\frac{I}{V}$ و در نمودار (۲) شیب خط برابر $\frac{V}{I}$ است. با توجه به قانون اهم $(V=IR)\ R=\frac{V}{I}$ شیب خط نمودار ولتاژ برحسب جریان $(V-I)$ برابر **مقاومت** (R) و شیب خط نمودار جریان برحسب ولتاژ $(I-V)$ برابر **وارون مقاومت** $(\frac{1}{R})$ است.



شکل (۱)



شکل (۲)

۱ در نمودار شکل (۱) شیب نمودار A از شیب نمودار B بیشتر است و می‌دانیم شیب نمودار $I-V$ وارون مقاومت است، بنابراین مقاومت A از مقاومت B کمتر است:

$$\text{شیب A}>\text{شیب B}\Rightarrow\frac{1}{R_A}>\frac{1}{R_B}\Rightarrow R_B>R_A$$

۲ در نمودار شکل (۲) شیب نمودار A' از شیب نمودار B' بیشتر است و مقاومت A' از مقاومت B' بیشتر است:

$$\text{شیب A'}>\text{شیب B'}\Rightarrow R_{A'}>R_{B'}$$

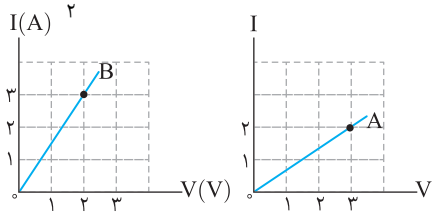
A ۱۵۷۸ ۱

خط فکری به کمک نمودار جریان برحسب ولتاژ $(I-V)$ می‌توان مقاومت رسانا را به‌دست آورد. به کمک داده‌های روی نمودار مقاومت‌های A و B را به سادگی به‌دست می‌آوریم:

با توجه به نمودار برای مقاومت A داریم: $R_A=\frac{V}{I}\Rightarrow R_A=\frac{۳}{۲}\Omega$ (۱)

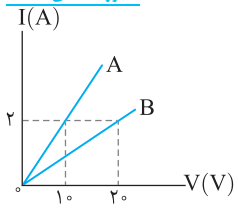
برای مقاومت B نیز داریم: $R_B=\frac{V}{I}\Rightarrow R_B=\frac{۲}{۳}\Omega$ (۲)

بنابراین نسبت دو مقاومت A و B برابر است با: $(۱),(۲)\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۳}{۲}}=\frac{۴}{۹}$



بازی با سؤال نمودار شدت جریان عبوری از دو مقاومت A و B برحسب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های A و B مطابق شکل است. مقاومت B چند برابر مقاومت A است؟

کنکور دهه‌های گذشته

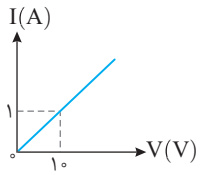


۱) ۲
۲) ۵
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۵}$

گزینهٔ ۱

A ۱۵۷۹ ۳

خط فکری مسیر ساده‌ای در پیش دارید، محاسبهٔ مقاومت از روی نمودار، سپس به‌دست آوردن جریان به کمک ولتاژ داده شده و سرانجام محاسبه آمپر - ساعت باتری.



یادآوری آمپر - ساعت یکای بار الکتریکی است.

۱ مقاومت این رسانا برابر است با: $R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=۱۰V,\ I=۱A}R=\frac{۱۰}{۱}=۱۰\Omega$

۲ جریان عبوری از مقاومت وقتی اختلاف پتانسیل دو سر آن ۲۰V است، برابر خواهد شد با: $I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۲۰}{۱۰}\Rightarrow I=۲A$

۳ این باتری پس از ۱/۵ ساعت تخلیه شده است بنابراین: $Q=It\xrightarrow{I=۲A,\ t=۱/۵h}Q=۲\times۱/۵=۳Ah$

B ۱۵۸۰ ۲

با توجه به نمودار در مدت ۱s جریان عبوری از رسانا از ۲A به ۳/۲A می‌رسد، یعنی جریان عبوری از رسانا در مدت ۱s به اندازهٔ ۱/۲A تغییر می‌کند. چون نمودار It به صورت خط راست است، تغییر جریان در مدت ۵s را می‌توان با یک نسبت ساده به‌دست آورد:

۱s	۱/۲A
۵s	$\Delta I=?$

$\Rightarrow\Delta I=۶A$

جریان اولیه برابر ۲A است و در مدت ۵s به اندازهٔ ۶A افزایش یافته و به $I_۲=I_۱+\Delta I=۲+۶=۸A$ می‌رسد. با توجه به مقدار مقاومت و جریان در لحظهٔ t=۵s، اختلاف پتانسیل را به‌دست می‌آوریم:

$R=\frac{V}{I}\Rightarrow۴=\frac{V}{۸}\Rightarrow V=۳۲V$

بازی با سؤال معادلهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک رسانای اهمی به مقاومت ۳Ω برحسب زمان در SI به‌صورت $V=۳t^۲-۱۲$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، جریان عبوری از رسانا برابر با ۵ آمپر می‌شود؟ (دما ثابت فرض شود.)

۱) ۹ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

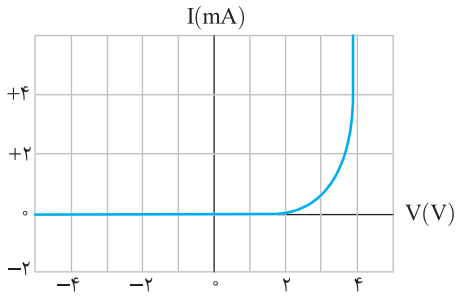
گزینهٔ ۳

A ۱۵۸۱ ۲

در رابطه ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$، ρ مقاومت ویژه است که به ساختار اتمی و دمای مقاومت بستگی دارد. در رساناهای الکتریکی خوب مانند فلزات مقاومت ویژه بسیار کم و در عایق‌های خوب الکتریکی مقاومت ویژه بسیار زیاد است.

جیوه فلز است و رسانای الکتریکی است که در دمای خاصی به‌طور ناگهانی مقاومت ویژهٔ آن به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر همچنان صفر می‌ماند. یعنی جیوه به ابررسانا تبدیل می‌شود.

اما در مورد دیود، دیود از وسیله‌های الکتریکی است که از قانون اهم پیروی نمی‌کند و نمودار جریان برحسب ولتاژ آن خط راست مایل نیست و مطابق شکل زیر است. به دیود، رسانای غیر اهمی می‌گویند.



نمودار جریان بر حسب اختلاف پتانسیل برای یک دیود نورگسیل

A ۱۵۸۲ ۴

نکته در پدیدهٔ ابررسانایی مقاومت ویژه در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر همچنان صفر می‌ماند.

چون این پدیده به صورت ناگهانی رخ می‌دهد عبارت «شیب ثابت» در این گزینه یعنی تغییر تدریجی مقاومت بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

در این پدیده مقاومت ویژه ناگهان افت می‌کند و نه افزایش و گزینهٔ (۲) نادرست است.

با کم شدن دما پس از پدیدهٔ ابررسانایی همچنان مقاومت صفر است و دوباره افزایش نمی‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

با توجه به نکتهٔ بیان شده گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۵۸۳ ۱

۱ مساحت سطح مقطع سیم برابر است با: (قطر سیم)

سطح مقطع سیم $A=\pi\times r^۲=\pi(\frac{D}{۲})^۲$

$\xrightarrow{D=۴mm}A=\pi(\frac{۴}{۲}\times۱۰^{-۳})^۲=۳\times۴\times۱۰^{-۶}m^۲=۱۲\times۱۰^{-۶}m^۲$

۲ به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت، مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم:

$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{\rho=۱/۷\times۱۰^{-۸}\Omega.m}R=۱/۷\times۱۰^{-۸}\times\frac{۹۰}{۱۲\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow R=۱۲/۷۵\times۱۰^{-۲}\Omega$

A ۱۵۸۴ ۱

۱ با استفاده از اطلاعات داده شده مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم:

$R=\rho\frac{l}{A}=۲/۵\times۱۰^{-۸}\times\frac{۰/۲}{۰/۰۲۵\times۱۰^{-۶}}=\frac{۵\times۱۰^{-۹}}{۲۵\times۱۰^{-۹}}=۰/۲\Omega$

۲ حال از قانون اهم استفاده کرده و جریان را حساب می‌کنیم $I=\frac{V}{R}=\frac{۱/۵}{۰/۲}=۷/۵A$

B ۱۵۸۵ ۳

باید در رابطهٔ ساختمانی مقاومت، داده‌های مسئله را قرار دهیم.

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R=۳\times۱۰^{-۵}\times\frac{۱۷\times۱۰^{۳}}{۵۱\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow R=۱۰۰\Omega$$

A ۱۵۸۶ ۴

خط فکری رابطهٔ ساختمانی را در دو حالت نوشته برهم تقسیم کرده و در رابطهٔ به‌دست آمده، داده‌های مسئله را قرار می‌دهیم. هر دو سیم مسی هستند و مقاومت ویژهٔ آن‌ها یکسان است.

$$\begin{cases}R_A=\rho\frac{L_A}{A_A}\\ R_B=\rho\frac{L_B}{A_B}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow[\text{قطر سیم: }D]{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{D_B^۲}{D_A^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{\frac{۱}{۴}L_B}{L_B}\times\frac{D_B^۲}{(۲D_B)^۲}\xrightarrow{R_A=۵\Omega}\frac{۵}{R_B}=\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow R_B=۸۰\,\Omega$$

میانبر نسبت مقاومت در دو حالت برابر است با:

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}\times(\frac{D_B}{D_A})^۲$$

بازی با سؤال **مقاومت ویژهٔ سیم A، ۳ برابر مقاومت ویژهٔ سیم B است. اگر طول و مقاومت الکتریکی این سیم‌ها باهم برابر باشند، قطر مقطع سیم A چند برابر قطر مقطع سیم B است؟** خارج ریاضی - ۹۳

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) ۹

گزینهٔ ۱

B ۱۵۸۷ ۴

در ماشین چمن‌زنی A که طول سیم آن ۲۰ متر است، از سیم به قطر $D_A=۰/۰۸cm$ استفاده شده است و در ماشین چمن‌زنی B که طول آن ۶۵m است، از سیم به قطر $D_B=۰/۱۳cm$ استفاده می‌شود. با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت می‌توان نوشت:

۱ مقاومت سیم چمن‌زنی A را با توجه به قطر سیم می‌نویسیم:

$$R_A=\rho_A\frac{L_A}{A_A}\xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}R_A=\rho_A\frac{۲۰}{\frac{\pi D_A^۲}{۴}}$$

$$\Rightarrow R_A=\rho_A\frac{۸۰}{\pi\times(۰/۰۸\times۱۰^{-۲})^۲}$$

۲ مقاومت سیم چمن‌زنی B را با توجه به قطر سیم می‌نویسیم:

$$R_B=\rho_B\frac{L_B}{A_B}\xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}R_B=\rho_B\frac{۶۵}{\frac{\pi D_B^۲}{۴}}$$

$$\Rightarrow R_B=\rho_B\frac{۲۶۰}{\pi(۰/۱۳\times۱۰^{-۲})^۲}$$

نسبت مقاومت دو سیم را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید دو سیم هم‌جنس بوده و $\rho_A=\rho_B$ است و در هر دو رابطه π و $۱۰^{-۴}$ وجود دارد که با تقسیم آن‌ها برهم، ساده می‌شوند:

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\frac{۸۰}{(۰/۰۸)^۲}}{\frac{۲۶۰}{(۰/۱۳)^۲}}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{۸۰\times(۰/۱۳)^۲}{۲۶۰\times(۰/۰۸)^۲}=\frac{۸۰\times۱۳\times۱۳}{۲۶۰\times۸\times۸}=۰/۸۱۲۵$$

بازی با سؤال **طول سیم مسی A، دو برابر طول سیم مسی B است و قطر مقطع سیم A، نصف قطر مقطع سیم B است. مقاومت الکتریکی سیم A، چند برابر مقاومت الکتریکی سیم B است؟** تجربی - ۹۱

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

گزینهٔ ۴

A ۱۵۸۸ ۳

مقاومت اولیه و ثانویهٔ سیم را حساب می‌کنیم:

$$R_۱=\rho_۱\frac{L}{A}\Rightarrow R_۱=۶\times۱۰^{-۵}\times\frac{۱}{۳\times۱۰^{-۶}}=۲۰\Omega$$

$$R_۲=\rho_۲\frac{L}{A}\Rightarrow R_۲=۷/۵\times۱۰^{-۵}\times\frac{۱}{۳\times۱۰^{-۶}}=۲۵\Omega$$

بنابراین مقاومت سیم ۵Ω افزایش می‌یابد.

B ۱۵۸۹ ۴

خط فکری در رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ منظور از A مساحت مقطع توپر سیم رسانا است. سطح مقطع سیم توپر برابر $A_B=\pi r'^۲$ و سطح مقطع سیم توخالی برابر $A_A=\pi(r_{\text{خارجی}}^۲-r_{\text{داخلی}}^۲)$ است. با دانستن این مطلب کافی است به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ مسئله را حل کرد.

۱ مقاومت سیم رسانای توخالی A خواهد شد:

$$R_A=\rho\frac{L_A}{A_A}=\rho\times\frac{۲L}{۴\pi r^۲-\pi r^۲}=\rho\times\frac{۲L}{۳\pi r^۲}=\frac{۲}{۳}\rho\frac{L}{\pi r^۲}$$

۲ مقاومت سیم رسانای توپر B برابر است با:

$$R_B=\rho\frac{L_B}{A_B}=\rho\frac{L}{\pi r'^۲}$$

۳ مقاومت دو سیم باهم برابر است:

$$R_A=R_B\Rightarrow\frac{۲}{۳}\rho\frac{L}{\pi r^۲}=\rho\frac{L}{\pi r'^۲}\Rightarrow\frac{۲}{۳}\frac{۱}{r^۲}=\frac{۱}{r'^۲}$$

$$\frac{r^۲}{r'^۲}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{r}{r'}=\sqrt{\frac{۲}{۳}}\xrightarrow{\text{عبارت را گویا می‌کنیم}}\frac{r}{r'}=\frac{\sqrt{۲}\times\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}\times\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

B ۱۵۹۰ ۱

خط فکری کافی است رابطهٔ ساختمانی را برای هر مقاومت نوشته شود و نسبت مقاومت‌ها حساب گردد.

$$\begin{cases}R_۱=\rho_۱\frac{L_۱}{A_۱}\\ R_۲=\rho_۲\frac{L_۲}{A_۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{\rho_۱}{\rho_۲}\times\frac{L_۱}{L_۲}\times\frac{A_۲}{A_۱}$$

البته در این مسئله قطر سیم‌ها برابر است، بنابراین سطح مقطع سیم‌ها برابر است. از این‌رو:

$$\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{\rho_۱}{\rho_۲}\times\frac{L_۱}{L_۲}$$

اکنون با آنچه در اختیار داریم می‌توان نسبت مقاومت‌ها را حساب کرد.

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}=\frac{۱/۵\rho}{۰/۵\rho}\times\frac{۲L}{L}=۶\Rightarrow R_A=۶R_B$$

$$\frac{R_A}{R_C}=\frac{\rho_A}{\rho_C}\times\frac{L_A}{L_C}=\frac{۱/۵\rho}{\rho}\times\frac{۲L}{L}=۳\Rightarrow R_A=۳R_C$$

$$\frac{R_B}{R_C}=\frac{\rho_B}{\rho_C}\times\frac{L_B}{L_C}=\frac{۰/۵\rho}{\rho}\times\frac{L}{L}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow R_C=۲R_B$$

B ۱۵۹۱ ۲

خط فکری ولتاژها یکسان هستند، بنابراین مقاومت کوچک‌تر با توجه به قانون اهم $R=\frac{V}{I}$، جریان بیشتری دارد. با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ هر چه جریان عبوری از سیم بیشتر باشد بار شارش شده از آن بیشتر و تعداد الکترون‌های عبوری از سطح مقطع آن بیشتر است. باید نسبت مقاومت‌ها را دو به دو به‌دست آورد تا نسبت جریان‌ها دو به دو به دست آید و به کمک آن نسبت تعداد الکترون‌های عبوری حساب شود.

۱ ابتدا مقاومت سه سیم را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow(R_1=\rho\frac{1/5L}{A}\ ,\ R_2=\rho\frac{L}{1/5A},R_3=\rho\frac{2L}{2A})$$

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{\rho\frac{1/5L}{A}}{\rho\frac{L}{1/5A}}\Rightarrow R_1=2/25R_2\ ,\ (1),\frac{R_2}{R_3}=\frac{\frac{L}{1/5A}}{\rho\frac{2L}{2A}}\Rightarrow R_3=1/5R_2\quad(2)$$

$$\frac{R_1}{R_3}=\frac{\rho\frac{1/5L}{A}}{\rho\frac{2L}{2A}}\Rightarrow R_1=1/5R_3\quad(3)$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) و (۳) می‌توان نوشت: $R_1=1/5R_3=2/25R_2$

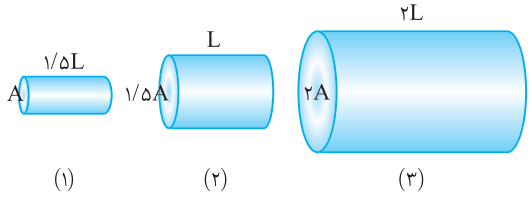
۲ چون هر سه مقاومت را به یک اختلاف پتانسیل وصل کرده‌ایم، با توجه به قانون اهم $R=\frac{V}{I}$ می‌توان نوشت:

$$R_1=1/5R_3=2/25R_2\Rightarrow\frac{V}{I_1}=1/5\frac{V}{I_3}=2/25\frac{V}{I_2}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{I_1}=\frac{1/5}{I_3}=\frac{2/25}{I_2}\Rightarrow I_1=\frac{I_3}{1/5}=\frac{I_2}{2/25}$$

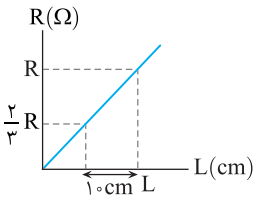
۳ با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ و $q=ne$ می‌توان به جای جریان در رابطهٔ بالا $\frac{ne}{\Delta t}$ را قرار داد:

$$\frac{n_1e}{\Delta t}=\frac{n_2e}{1/5\Delta t}=\frac{n_3e}{2/25\Delta t}\xrightarrow{\text{بازهٔ زمانی یکسان}}n_1=\frac{n_3}{1/5}=\frac{n_2}{2/25}\Rightarrow n_1=\frac{2}{3}n_3=\frac{4}{9}n_2$$



B ۱۵۹۲ ۲

خط فکری با نگاه به نمودار مشخص است که وقتی طول رسانا ۱۰cm افزایش یافته است، مقاومت آن از $\frac{2}{3}R$ به R افزایش می‌یابد، بنابراین با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت، مسئله قابل حل است.



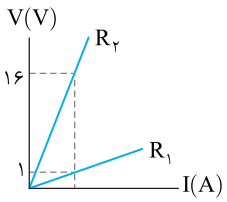
با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ با ثابت بودن جنس رسانا و سطح مقطع آن می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}R_1=\rho\frac{L_1}{A}\\R_2=\rho\frac{L_2}{A}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{L_2}{L_1}\xrightarrow[L_1=L-10]{L_2=L}$$

$$\frac{R}{\frac{2}{3}R}=\frac{L}{L-10}\Rightarrow\frac{3}{2}=\frac{L}{L-10}\Rightarrow3L-30=2L\Rightarrow L=30cm$$

B ۱۵۹۳ ۲

۱ با توجه به نمودار $V-I$، نسبت مقاومت R_1 به R_2 را به دست می‌آوریم.



$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{\frac{V_1}{I}}{\frac{V_2}{I}}=\frac{\frac{1}{I}}{\frac{16}{I}}=\frac{1}{16}$$

۲ حال با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ می‌توان نسبت $\frac{D_1}{D_2}$ را به‌دست آورد.

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{\rho_1\frac{L_1}{A_1}}{\rho_2\frac{L_2}{A_2}}\xrightarrow[L_1=L_2\text{ دو سیم هم‌طول}]{\rho_1=\rho_2\text{ دو سیم هم‌جنس}}\frac{R_1}{R_2}=\frac{A_2}{A_1}$$

$$\xrightarrow{A=\pi\frac{D^2}{4}}\frac{1}{16}=\frac{\pi\frac{D_2^2}{4}}{\pi\frac{D_1^2}{4}}\Rightarrow\frac{D_2^2}{D_1^2}=\frac{1}{16}\Rightarrow\frac{D_2}{D_1}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{D_1}{D_2}=4$$

میانبر رابطهٔ بین مقاومت و سطح مقطع به صورت زیر است:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R\propto\frac{1}{A}$$

بنابراین چون مقاومت R_2، ۱۶ برابر مقاومت R_1 است، پس سطح مقطع مقاومت R_1، ۱۶ برابر سطح مقطع مقاومت R_2 است و با توجه به رابطهٔ $A=\frac{\pi D^2}{4}$، مساحت مقطع با قطر سیم رابطهٔ مستقیم و مجذوری دارد. بنابراین قطر سیم R_1، ۴ برابر قطر سیم R_2 است.

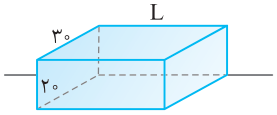
B ۱۵۹۴ ۳

خط فکری ۱ با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، وقتی این قطعه را به گونه‌ای در مدار قرار دهیم که بیشترین طول (L_{max}) و کمترین سطح مقطع (A_{min}) در مدار قرار گیرد، مقاومت آن بیشینه و وقتی که کوتاه‌ترین ضلع و بیشترین سطح مقطع در مدار قرار گیرد مقاومت آن کمینه است.

۲ همچنین با توجه به قانون اهم $R=\frac{V}{I}$ اگر ولتاژ دو سر رسانایی ثابت باشد، مقاومت و جریان باهم رابطهٔ عکس دارند.

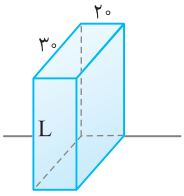
تذکر با توجه به گزینه‌ها طول L بزرگ‌ترین ضلع مکعب مستطیل فرض شده است زیرا در همهٔ گزینه‌ها L از ۳۰cm بیشتر است.

۱ بیشینه مقاومت این قطعه خواهد شد:



$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R_{max}=\rho\frac{L}{20\times30}$$

۲ کمینه مقاومت این قطعه برابر است با:



$$R_{min}=\frac{20}{30\times L}$$

در دو حالت اختلاف پتانسیل یکسان است.

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V\text{ ثابت}}\begin{cases}R_{max}=\frac{V}{I_{min}}\\R_{min}=\frac{V}{I_{max}}\end{cases}\Rightarrow\frac{I_{max}}{I_{min}}=\frac{R_{max}}{R_{min}}$$

$$\xrightarrow{\frac{I_{max}}{I_{min}}=\frac{81}{16}}\frac{81}{16}=\frac{\rho\frac{L}{20\times30}}{\rho\frac{20}{30L}}\Rightarrow\frac{81}{16}=\frac{L^2}{20\times20}$$

$$\xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}}\frac{9}{4}=\frac{L}{20}\Rightarrow L=45cm$$

B ۱۵۹۵ ۲

خط فکری حجم یک لوله از رابطهٔ $V=AL$ به‌دست می‌آید و اگر حجم ثابت باشد (A: سطح مقطع، L: ارتفاع) A و L به نسبت عکس هم تغییر می‌کند.

هنگامی که تمام جیوه را در لولهٔ دیگری می‌ریزیم، حجم جیوه در دو حالت یکسان است.

اما سطح مقطع ظرف دوم $\frac{۱}{۵}$ سطح مقطع ظرف اول است $(A_۲=\frac{۱}{۵}A_۱)$، پس ارتفاع جیوه در ظرف دوم ۵ برابر ارتفاع جیوه در ظرف اول است $(L_۲=۵L_۱)$. حال مستقیماً از رابطهٔ نسبتی ساختمان مقاومت مسئله را حل می‌کنیم.

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲\frac{L_۲}{A_۲}}{\rho_۱\frac{L_۱}{A_۱}}\Rightarrow\frac{R_۲}{R}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\Rightarrow\frac{R_۲}{R}=۱\times۵\times۵\Rightarrow R_۲=۲۵R$$

میانبر اگر حجم ثابت باشد در دو حالت می‌توان ثابت کرد نسبت مقاومت‌ها از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید: $\frac{R_۲}{R_۱}=(\frac{L_۲}{L_۱})^۲$ یا $\frac{R_۲}{R_۱}=(\frac{A_۱}{A_۲})^۲$

A ۱۵۹۶ ۲

جرم سیم ثابت است، جنس سیم نیز تغییر نکرده و چگالی سیم در دو حالت یکسان است: $m_۱=m_۲\xrightarrow{\rho\text{ چگالی}}\rho V_۱=\rho V_۲\Rightarrow V_۱=V_۲$

خط فکری مقاومت الکتریکی سیم پس از عبور از ابزار افزایش یافته است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، قطعاً طول آن زیاد شده و چون حجم سیم ثابت است، سطح مقطع آن کاهش یافته است.

اگر طول n برابر شده باشد آن‌گاه:

$$\text{حجم ثانویه}=\text{حجم اولیه}\Rightarrow A_۱L_۱=A_۲L_۲\xrightarrow{L_۲=nL_۱}A_۲=\frac{۱}{n}A_۱$$

با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت:

$$\begin{cases}R_۲=\rho\frac{L_۲}{A_۲}\\ R_۱=\rho\frac{L_۱}{A_۱}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}$$

$$\xrightarrow{\frac{R_۲}{R_۱}=۱۶}۱۶=\frac{nL_۱}{L_۱}\times\frac{A_۱}{\frac{A_۱}{n}}\Rightarrow n^۲=۱۶\Rightarrow n=۴$$

بنابراین طول آن برابر است با: $L_۲=nL_۱\Rightarrow L_۲=۴\times۱۰=۴۰cm$

میانبر هر گاه یک سیم از دستگاهی بگذرد و بدون تغییر جرم طول آن n برابر شود آن‌گاه: $R_۲=n^۲R_۱$

و اگر قطر سطح مقطع آن $\frac{۱}{n}$ شود آن‌گاه: $R_۲=n^۴R_۱$

B ۱۵۹۷ ۳

خط فکری جرم سیم تغییر نکرده است بنابراین حجم آن ثابت است و با کاهش سطح مقطع سیم (نازک شدن آن) طول آن افزایش می‌یابد.

۱ جرم سیم تغییر نکرده است بنابراین:

$$m_۱=m_۲\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}\rho V_۱=\rho V_۲\Rightarrow V_۱=V_۲$$

$$\Rightarrow A_۱L_۱=A_۲L_۲\Rightarrow\frac{A_۱}{A_۲}=\frac{L_۲}{L_۱}\quad(۱)$$

۲ حال مقاومت سیم در دو حالت را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho\frac{L_۲}{A_۲}}{\rho\frac{L_۱}{A_۱}}=\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\xrightarrow[\frac{A_۱}{A_۲}=\frac{L_۲}{L_۱}]{\text{رابطه (۱)}}\frac{R_۲}{R_۱}=(\frac{A_۱}{A_۲})^۲$$

۳ سطح مقطع ٪۴۰ کاهش یافته یعنی خواهیم داشت: $A_۲=A_۱-\frac{۴۰}{۱۰۰}A_۱=۰/۶A_۱$

۴ اکنون نسبت مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{R_۲}{R_۱}=(\frac{A_۱}{A_۲})^۲=(\frac{A_۱}{۰/۶A_۱})^۲=\frac{۱۰۰}{۳۶}=\frac{۲۵}{۹}$$

B ۱۵۹۸ ۴

دقت کنید $\frac{۳}{۴}$ سیم بریده شده و کنار گذاشته شده است، بنابراین $\frac{۱}{۴}$ از سیم باقی‌مانده و این قسمت مقاومتش $\frac{۱}{۴}$ مقاومت اولیه سیم (۶Ω) است.

$$R'_۱=\frac{۱}{۴}R_۱\Rightarrow R'_۱=\frac{۱}{۴}\times۶=۱/۵\Omega$$

اکنون یک مقاومت $۱/۵\Omega$ داریم که آن را از دستگاه گذرانده‌ایم تا طولش ۴ برابر شود (یعنی به حالت اول برگردد) اما با چهار برابر شدن طول، به دلیل ثابت بودن حجم، سطح مقطع $\frac{۱}{۴}$ می‌شود.

$$V'_۲=V'_۱\Rightarrow A'_۲L'_۲=A'_۱L'_۱\xrightarrow{L'_۲=۴L'_۱}A'_۲=\frac{۱}{۴}A'_۱$$

بنابراین مقاومت آن خواهد شد: $\frac{R'_۲}{R'_۱}=\frac{L'_۲}{L'_۱}\times\frac{A'_۱}{A'_۲}\Rightarrow\frac{R'_۲}{۱/۵}=۴\times۴\Rightarrow R'_۲=۲۴\Omega$

میانبر دقت کنید طول مقاومت جدید و مقاومت اولیه یکسان است. اما جرم آن $\frac{۱}{۴}$ جرم اولیه و حجم آن $\frac{۱}{۴}$ حجم اولیه است بنابراین سطح مقطع آن $\frac{۱}{۴}$ سطح مقطع اولیه است، بنابراین:

$$\frac{R'_۲}{R_۱}=\frac{A_۱}{A_۲}\Rightarrow\frac{R'_۲}{۶}=\frac{۱}{\frac{۱}{۴}}\Rightarrow R'_۲=۶\times۴=۲۴\Omega$$

بازی با سؤال **سیمی به طول L را به نسبت ۱ به ۳ می‌بریم. سیم بزرگ‌تر را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا بدون تغییر جرم طول آن برابر طول اولیه (L) شود، در این حالت مقاومت سیم $R_۱$ می‌شود. سیم کوچک‌تر را از دستگاه عبور می‌دهیم تا بدون تغییر جرم، طول آن به طول اولیه (L) برسد، در این حالت مقاومت سیم $R_۲$ می‌شود. $\frac{R_۲}{R_۱}$ کدام است؟**

۱) ۳ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

گزینهٔ ۱

A ۱۵۹۹ ۲

جرم سیم تغییر نکرده است، پس

$$m_۱=m_۲\xrightarrow[\text{چگالی }\rho_۱=\rho_۲]{\rho_۱V_۱=\rho_۲V_۲}V_۱=V_۲$$

$$\xrightarrow{V=AL}A_۱L_۱=A_۲L_۲\Rightarrow\frac{L_۲}{L_۱}=\frac{A_۱}{A_۲}$$

نسبت مقاومت‌ها را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho\frac{L_۲}{A_۲}}{\rho\frac{L_۱}{A_۱}}\xrightarrow{\rho\text{ مقاومت ویژه}}\frac{R_۲}{R_۱}=(\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲})$$

$$\xrightarrow{\frac{A_۱}{A_۲}=\frac{L_۲}{L_۱}}\frac{R_۲}{R_۱}=(\frac{L_۲}{L_۱})^۲\xrightarrow{L_۲=۱/۳L_۱}\frac{R_۲}{R_۱}=۱/۶۹$$

منبع اختلاف پتانسیل ثابت است

$$V_۱=V_۲\Rightarrow R_۱I_۱=R_۲I_۲\Rightarrow\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{R_۲}{R_۱}\Rightarrow\frac{I_۱}{I_۲}=۱/۶۹$$

$$\xrightarrow[q=ne]{q=It}\frac{\frac{n_۱e}{t}}{\frac{n_۲e}{t}}=\frac{n_۱}{n_۲}=۱/۶۹\Rightarrow\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{۱}{۱/۶۹}\Rightarrow\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{۱۰۰}{۱۶۹}$$

B ۱۶۰۰ ۲

در حالت اول سیمی به طول L و سطح مقطع A داریم پس از آنکه سیم را به ۴ قطعهٔ مساوی تقسیم می‌کنیم یک سیم به طول $\frac{L}{۴}$ و سطح مقطع ۴A داریم از این‌رو، مقاومت الکتریکی سیم نسبت به حالت اولیه خواهد شد:

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{۱}{۱۶}$$

A ۱۶۰۱ ۲

خط فکری این مسئله از مسائلی است که صورت آن ما را به سمت حل مسئله می‌برد. ولتاژ $۳V$ و جریان $۱/۲A$ داده شده است، بنابراین در گام اول مقاومت آن را می‌توان به‌دست آورد $(R=V/I)$، مقاومت ویژهٔ سیم را داریم یعنی در گام دوم به سراغ رابطهٔ ساختمانی مقاومت بروید و سطح مقطع سیم را حساب کنید. با کمک آن و طول سیم، حجم سیم را حساب کنید و در گام آخر با استفاده از چگالی سیم، جرم آن را به‌دست بیاورید.

۱ مقاومت سیم را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{۳}{۱/۲}\Rightarrow R=۲/۵\,\Omega$$

۲ از رابطهٔ ساختمانی مقاومت سطح مقطع خواهد شد.

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{L=۲۵m,\ \rho=۱/۸\times۱۰^{-۸}\Omega.m}۲/۵=۱/۸\times۱۰^{-۸}\times\frac{۲۵}{A}$$

$$\Rightarrow A=۱/۸\times۱۰^{-۷}m^{۲}$$

۳ حجم سیم را حساب می‌کنیم:

$$V=AL\Rightarrow V=۱/۸\times۱۰^{-۷}\times۲۵\Rightarrow V=۴۵\times۱۰^{-۷}m^{۳}$$

۴ اکنون جرم سیم قابل محاسبه است.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=۸g/cm^{۳},\ \rho=۸۰۰۰kg/m^{۳}}m=۸۰۰۰\times۴۵\times۱۰^{-۷}$$

$$\Rightarrow m=۰/۰۳۶kg\Rightarrow m=۳۶g$$

B ۱۶۰۲ ۲

مساحت سطح مقطع سیم را حساب می‌کنیم:

$$A=\pi r^{۲}=۳/۱۴\times(۰/۵\times۱۰^{-۳})^{۲}=\frac{۳/۱۴}{۴}\times۱۰^{-۶}m^{۲}$$

به کمک چگالی، حجم را به‌دست آورده طول سیم را مشخص می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{V=AL}۱۰\times۱۰^{۳}=\frac{۳۱۴\times۱۰^{-۳}}{\frac{۳/۱۴}{۴}\times۱۰^{-۶}\times L}\Rightarrow L=۴۰m$$

به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت، مقاومت سیم خواهد شد:

$$R=\rho\frac{L}{A}=۳/۱۴\times۱۰^{-۸}\times\frac{۴۰}{\frac{۳/۱۴}{۴}\times۱۰^{-۶}}=۱۶۰\times۱۰^{-۲}\Omega\Rightarrow R=۱/۶\Omega$$

A ۱۶۰۳ ۳

جنس دو استوانه یکسان است. $(\rho_A=\rho_B)$

با توجه به فرض مسئله:

$$L_A=۲L_B$$

$$m_A=\frac{۱}{۲}m_B\Rightarrow\rho V_A=\frac{۱}{۲}\rho V_B\Rightarrow V_A=\frac{۱}{۲}V_B$$

$$A_AL_A=\frac{۱}{۲}(A_BL_B)\Rightarrow A_A\times۲=\frac{۱}{۲}A_B\Rightarrow A_B=۴A_A$$

در نتیجه می‌توان نوشت:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}=۲\times۴\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=۸$$

A ۱۶۰۴ ۴

رابطهٔ ساختمانی مقاومت را می‌نویسیم:

$$R=\rho_{\circ}\frac{L}{A},\ V=AL\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\frac{m}{\rho}=AL\Rightarrow A=\frac{m}{\rho L}\Rightarrow R=\rho_{\circ}\frac{L^{۲}\rho}{m}$$

$$\xrightarrow[L_A=L_B]{R_A=R_B}۱=\frac{\rho_{\circ B}}{\rho_{\circ A}}\times\frac{\rho_B}{\rho_A}\times\frac{m_A}{m_B}\Rightarrow۱=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}\times\frac{m_A}{m_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=۶$$

B ۱۶۰۵ ۴

خط فکری هر گاه در مسئله چگالی باشد باید به سراغ رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ بروید. در گام اول با توجه به اینکه نسبت جرم‌ها و نسبت چگالی‌ها داده شده است می‌توان نسبت حجم‌ها را به‌دست آورد. طول دو سیم A و B برابر است بنابراین در گام بعدی با داشتن نسبت حجم‌ها و رابطهٔ $V=AL$، می‌توان نسبت سطح مقطع دو سیم را حساب کرد و در گام آخر به سراغ رابطهٔ ساختمانی مقاومت رفت. پس مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

۱ نسبت حجم A به حجم B را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho_B=\frac{۱}{۳}\rho_A\Rightarrow\frac{m_B}{V_B}=\frac{۱}{۳}\times\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow\frac{\frac{۲}{۳}m_A}{V_B}=\frac{۱}{۳}\times\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow V_A=\frac{۱}{۲}V_B$$

۲ طول دو مقاومت برابر است، در این صورت سطح مقطع خواهد شد:

$$V_A=\frac{۱}{۲}V_B\Rightarrow A_AL_A=\frac{۱}{۲}A_BL_B\xrightarrow{L_A=L_B}A_A=\frac{۱}{۲}A_B$$

۳ مقاومت دو سیم یکسان است و به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت می‌توان نوشت:

$$R_A=R_B\Rightarrow\rho_A\frac{L_A}{A_A}=\rho_B\frac{L_B}{A_B}\Rightarrow\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{A_B}{A_A}=۲$$

بازی با سؤال **جرم دو سیم مسی A و B با هم برابر است ولی قطر مقطع سیم A، $\sqrt{۲}$ برابر قطر مقطع سیم B است. اگر مقاومت الکتریکی سیم B برابر ۱۰Ω باشد، مقاومت الکتریکی سیم A چند اهم است؟** ریاضی - ۹۰

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۲۰

گزینهٔ ۱

B ۱۶۰۶ ۱

۱ مقاومت الکتریکی دو سیم با هم برابر است از این‌رو:

$$R_{Al}=R_{Cu}\Rightarrow\rho_{Al}\frac{L_{Al}}{A_{Al}}=\rho_{Cu}\frac{L_{Cu}}{A_{Cu}}\xrightarrow[L_{Al}=L_{Cu}]{\rho_{Cu}=\frac{۱}{۲}\rho_{Al}}$$

$$\frac{\rho_{Al}}{A_{Al}}=\frac{۱}{۲}\rho_{Al}\times\frac{۱}{A_{Cu}}\Rightarrow A_{Al}=۲A_{Cu}$$

۲ هر دو سیم هم طول‌اند. با توجه به نسبت مساحت سطح مقطع‌ها می‌توان نسبت حجم‌ها را به‌دست آورد:

$$V=AL\Rightarrow\frac{V_{Al}}{V_{Cu}}=\frac{A_{Al}L_{Al}}{A_{Cu}L_{Cu}}\xrightarrow[A_{Al}=۲A_{Cu}]{L_{Al}=L_{Cu}}\frac{V_{Al}}{V_{Cu}}=۲\Rightarrow V_{Al}=۲V_{Cu}$$

۳ اکنون نسبت جرم‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow\frac{m_{Al}}{m_{Cu}}=\frac{\rho_{Al}V_{Al}}{\rho_{Cu}V_{Cu}}\Rightarrow\frac{m_{Al}}{m_{Cu}}=\frac{۲/۷\times۲V_{Cu}}{۹V_{Cu}}=\frac{۶}{۱۰}=\frac{۳}{۵}$$

بازی با سؤال **دو سیم هم‌طول A و B در یک دمای معین دارای مقاومت الکتریکی یکسانی هستند. اگر چگالی A و B به‌ترتیب $۱۸g/cm^{۳}$ و $۵/۴g/cm^{۳}$ و مقاومت ویژهٔ A، $\frac{۱}{۳}$ برابر مقاومت ویژهٔ B باشد، جرم سیم A چند برابر جرم سیم B است؟**

۱) $\frac{۱۰}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۹}{۱۰}$ ۴) $\frac{۹}{۵}$

گزینهٔ ۱

B ۱۶۰۷ ۱

۱ دو سیم مسی هستند و چگالی آن‌ها یکی است. از طرفی جرم آن‌ها با هم برابر است بنابراین با توجه به رابطه $\rho=\frac{m}{V}$ می‌توان نوشت:

$$m_A=m_B\xrightarrow{m=\rho V}\rho_AV_A=\rho_BV_B\xrightarrow{\text{هر دو سیم مسی‌اند}}\rho_A=\rho_B$$

$$V_A=V_B\xrightarrow{V=AL}A_AL_A=A_BL_B\Rightarrow\pi r_A^{۲}L_A=\pi r_B^{۲}L_B$$

۲ قطر سطح مقطع سیم A، $\sqrt{۲}$ قطر سطح مقطع سیم B است بنابراین خواهیم داشت:

$$۲r_B^۲L_A = r_B^۲L_B \Rightarrow L_B = ۲L_A$$

۳ حال نسبت مقاومت‌های A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho\frac{L_A}{A_A}}{\rho\frac{L_B}{A_B}} = \frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\frac{A_B}{A_A}=\frac{L_A}{L_B}=\frac{۱}{۲}} \frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴} \Rightarrow R_B = ۴R_A$$

۴ مقاومت B، ۴ برابر مقاومت A است. با توجه به قانون اهم داریم:

$$R_B = ۴R_A \xrightarrow{R=\frac{V}{I}} \frac{V_B}{I_B} = ۴\frac{V_A}{I_A} \Rightarrow \frac{۱۰}{۲} = ۴\times\frac{۱۸}{I_A} \Rightarrow I_A = ۱۴/۴A$$

۲ ۱۶۰۸ B

خط فکری برای به‌دست آوردن طول سیم مسی باید تعداد حلقه‌های پیچه را در محیط هر حلقه ضرب کرد و با داشتن طول سیم و قطر سطح مقطع آن می‌توان به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت، مقاومت را حساب کرد.

۱ طول سیم را به‌دست می‌آوریم.

$$L = \text{تعداد حلقه‌ها} \times \text{محیط هر حلقه} \Rightarrow L = N(۲\pi r)$$

$$\xrightarrow[r=۰/۱۰m]{N=۱۰۰} L = ۱۰۰\times(۲\pi\times۰/۱) \Rightarrow L = ۲۰\pi\ m$$

۲ مقاومت را حساب می‌کنیم.

$$\text{مقاومت سیم مسی: } R = \rho\frac{L}{A}$$

$$\Rightarrow R = ۱/۷\times۱۰^{-۸}\times\frac{۲۰\pi}{\pi(۱\times۱۰^{-۳})^۲} \Rightarrow R = ۰/۳۴\Omega$$

بازی با سؤال **سیم رسانایی به قطر مقطع ۲mm را به دور استوانه‌ای به شعاع ۱۰cm می‌پیچیم. تعداد دورهای سیم به دور استوانه چه تعداد باشد تا مقاومت سیم ۲Ω شود؟** $(\rho = ۲\times۱۰^{-۷}\Omega.m)$ آزمون مدارس برتر

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۲۵۰ ۴) ۵۰۰

گزینهٔ ۱

۴ ۱۶۰۹ A

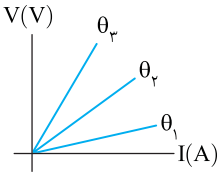
هر رشتهٔ فلزی بنا به رابطهٔ ساختمانی مقاومت دارای مقاومت $R = \rho\frac{L}{A}$ است و فرقی نمی‌کند که این مقاومت در مدار است یا نه. اما با افزایش دما در رساناهای فلزی، مقاومت الکتریکی آن‌ها افزایش می‌یابد. وقتی لامپ را روشن می‌کنیم در اثر عبور جریان از آن، دمای آن به نحوی بالا می‌رود که این رشتهٔ ملتهب از خود نور گسیل می‌کند و با افزایش دمای رشتهٔ تنگستن، مقاومت الکتریکی آن افزایش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۴ ۱۶۱۰ A

یادآوری در نمودار V−I شیب خط برابر مقاومت است. در واقع در این نمودار مقاومت در دمای $\theta_۳$ بیشترین مقاومت و مقاومت در دمای $\theta_۱$ کمترین مقاومت را دارد.

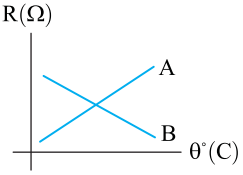
۱ در یک مقاومت رسانای اهمی با افزایش دما مقاومت افزایش می‌یابد، پس اگر مقاومت رسانای اهمی باشد، $\theta_۱ < \theta_۲ < \theta_۳$ است.

۲ در نیم‌رساناها با افزایش دما مقاومت کاهش می‌یابد، بنابراین اگر مقاومت نیم‌رسانای اهمی باشد، $\theta_۳ < \theta_۲ < \theta_۱$ است. چون در صورت سؤال رسانا یا نیم‌رسانا بودن مشخص نیست پس گزینهٔ (۴) درست می‌باشد.



بازی با سؤال **نمودار تغییر مقاومت دو سیم A و B بر حسب دما در یک محدوده دمایی مطابق شکل زیر است. جنس A و B مطابق کدام گزینه زیر است؟**

۱) نیم‌رسانا، نیم‌رسانا
۲) رسانا، نیم‌رسانا
۳) نیم‌رسانا، رسانا
۴) رسانا، رسانا



گزینهٔ ۲

۳ ۱۶۱۱ A

خط فکری مقاومت یک رسانای اهمی با مقاومت ویژهٔ آن رابطهٔ مستقیم دارد. با افزایش دمای رسانا، جنس آن تغییر نمی‌کند و تغییر طول و سطح مقطع آن در اثر افزایش دما ناچیز است، به طوری که می‌توان از تأثیر آن‌ها بر مقاومت صرف‌نظر کرد.

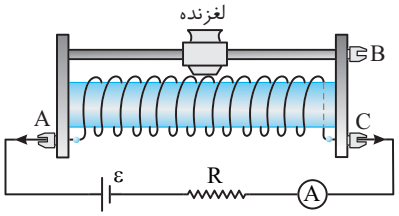
مقاومت اولیه $R_۱ = ۲۳\Omega$ بوده و در اثر افزایش دما، مقاومت آن ۴Ω افزایش یافته و برابر $R_۲ = ۲۳+۴ = ۲۷\Omega$ شده است از این‌رو:

$$\frac{R_۲}{R_۱} = \frac{\rho_۲}{\rho_۱} \Rightarrow \frac{۲۷}{۲۳} = \frac{\rho_۲}{۶/۹\times۱۰^{-۵}} \Rightarrow \rho_۲ = ۸/۱\times۱۰^{-۵}\Omega.m$$

$$\Delta\rho = \rho_۲ - \rho_۱ = ۸/۱\times۱۰^{-۵} - ۶/۹\times۱۰^{-۵} = ۱/۲\times۱۰^{-۵}\Omega$$

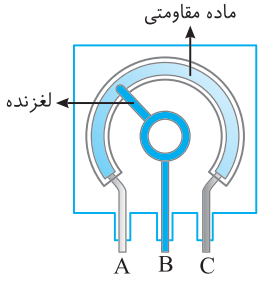
۱ ۱۶۱۲ A

چون جریان ورودی به رئوستا از C خارج می‌شود (نه از B)، بنابراین مکان لغزنده تأثیری در طول سیمی که جریان از آن عبور می‌کند، ندارد یعنی مقاومت رئوستا و در نتیجه مقاومت معادل مدار با حرکت لغزنده ثابت می‌ماند. بنابراین جریان نیز ثابت می‌ماند.

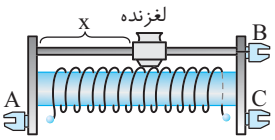


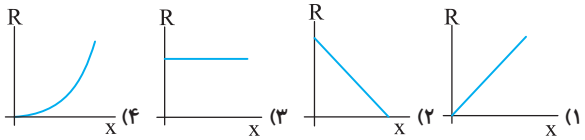
۳ ۱۶۱۳ B

ساختمان پتانسیومتر مطابق شکل زیر است و با توجه به سؤال جریان از ورودی سیم A وارد می‌شود و برای آنکه از خروجی C خارج شود باید تمام طول مقاومت را طی کند و چرخاندن لغزنده در مقدار مقاومت تغییری ایجاد نمی‌کند، بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.



بازی با سؤال **در رئوستای زیر، اگر ورودی سیم A و خروجی سیم C باشد، کدام نمودار مقاومت بر حسب فاصله لغزنده از ورودی می‌باشد؟**





گزینهٔ ۳

پنجره دو جداره

۴ ۱۶۱۴ B

در لحظهٔ $t = ۱s$ و $t = ۳s$ بار گذرنده از مدار خواهد شد:

$$q_۱ = ۰/۴\sin at \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t_۱=۱s} q_۱ = ۰/۴\sin a \\ \xrightarrow{t_۲=۳s} q_۲ = ۰/۴\sin ۳a \end{cases}$$

با توجه به تعریف جریان متوسط خواهیم داشت:

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow \bar{I}=\frac{\circ/۴\sin(۳a)-\circ/۴\sin a}{۳-۱}\xrightarrow{\bar{I}=\circ}$$

$$\circ/۴(\sin ۳a-\sin a)=\circ\Rightarrow \sin ۳a=\sin a\Rightarrow\begin{cases}۳a=a\Rightarrow ۳=۱ \text{ غیرقابل قبول}\\ ۳a+a=\pi\Rightarrow a=\frac{\pi}{۴}\end{cases}$$

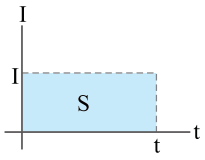
بازی با سوال **بار الکتریکی گذرنده از یک مدار بر حسب زمان در SI به صورت $q=۲t^۲+at+۴$ می‌باشد، اگر در بازهٔ $t=۲s$ تا $t=۳s$ جریان متوسط صفر شود، a برابر کدام گزینه است؟**

۱) ۵ ۲) -۵ ۳) ۱۰ ۴) -۱۰

گزینهٔ ۴

۴ ۱۶۱۵ B

خط فکری به نمودار زیر دقت کنید جریان در مدت t ثابت است و بار گذرنده از مدار خواهد شد: $(q=It)$

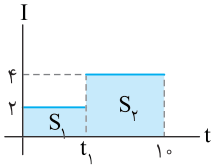


به حاصل‌ضرب It روی شکل دقت کنید. این حاصل‌ضرب برابر سطح زیر نمودار $(I-t)$ است. $(S=\Delta q)$

با توجه به تعریف جریان متوسط $\bar{I}=\Delta q/\Delta t$ ابتدا Δq را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q=\bar{I}\Delta t\xrightarrow{\bar{I}=۳/۲A,\ \Delta t=۱۰s}\Delta q=۳/۲\times ۱۰=۳۲\,C$$

شکل زیر نمودار $I-t$ شامل دو مستطیل است که برابر Δq است.



$$\Delta q=S\Rightarrow ۳۲=S_۱+S_۲$$
$$\Rightarrow ۳۲=۲t_۱+۴(۱۰-t_۱)$$
$$۳۲=۲t_۱+۴۰-۴t_۱$$
$$\Rightarrow ۲t_۱=۸\Rightarrow t_۱=۴s$$

۲ ۱۶۱۶ C

جرم جسم وقتی آن را در دمای ثابت می‌کشیم تغییر نکرده است بنابراین حجم سیم ثابت است و با افزایش طول سیم در اثر کشیدگی، سطح مقطع آن کاهش می‌یابد.

$$V_۱=V_۲\Rightarrow A_۱L_۱=A_۲L_۲\Rightarrow\frac{L_۲}{L_۱}=\frac{A_۱}{A_۲}$$

با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت می‌توان نوشت:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}=\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{L_۲^۲}{L_۱^۲}$$

دقت کنید اگر طول در اثر کشیدگی ۲ برابر شود مقاومت الکتریکی دو برابر نمی‌شود بلکه مقاومت الکتریکی چهار برابر می‌شود و گزینهٔ (۲) درست است.

۲ ۱۶۱۷ C

یادآوری با افزایش دما، طول ثانویه سیم برابر $L_۲=L_۱(۱+\alpha\Delta\theta)$ است و مساحت مقطع سیم در دمای ثانویه از رابطهٔ $A_۲=A(۱+۲\alpha\Delta\theta)$ به‌دست می‌آید.

$$L_۲=L_۱(۱+۱۰۰\alpha)\ ,\quad A_۲=A_۱(۱+۲۰۰\alpha)$$

مقاومت ویژهٔ ثانویه ۲۰٪ بیشتر از مقاومت ویژهٔ اولیه است:

$$\rho_۲=\rho_۱+\frac{۲۰}{۱۰۰}\rho_۱\Rightarrow\rho_۲=۱/۲\rho_۱$$

حال نسبت دو مقاومت را می‌نویسیم:

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲\frac{L_۲}{A_۲}}{\rho_۱\frac{L_۱}{A_۱}}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}$$

نسبت‌های به‌دست آمده را در رابطهٔ بالا جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{۱/۲\rho_۱}{\rho_۱}\times\frac{L_۱(۱+۱۰۰\alpha)}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۱(۱+۲۰۰\alpha)}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=۱/۲\frac{(۱+۱۰۰\alpha)}{(۱+۲۰۰\alpha)}$$

۱ ۱۶۱۸ B

خط فکری در ساخت هر دو سیم از یک فلز (چگالی یکسان) با مقدار جرم یکسانی استفاده شده است، بنابراین حجم فلز به‌کار برده شده برابر است. در گام اول باید سطح مقطع هر سیم را به‌دست بیاوریم و در گام بعدی به کمک برابری حجم آن‌ها، نسبت طول دو سیم را حساب می‌کنیم و در گام آخر با استفاده از رابطهٔ ساختمانی مقاومت $(R=\rho\frac{L}{A})$ می‌توان مقاومت سیم B را حساب کرد. پس برویم سراغ حل مسئله:

۱ سطح مقطع سیم A یک مربع به ابعاد $۱cm\times ۱cm$ است بنابراین مساحت آن خواهد شد: $A_A=۱\times ۱=۱cm^۲$

۲ سطح مقطع سیم B یک مربع بزرگ با ابعاد $۱cm\times ۱cm$ است که درون آن سوراخی مربع‌شکل به ابعاد $\circ/۵cm\times\circ/۵cm$ وجود دارد، بنابراین مساحت سطح مقطع B برابر است با:

$$A_B=\text{مساحت مربع بزرگ}-\text{مساحت مربع توخالی}=۱\times ۱-(\circ/۵\times\circ/۵)=\circ/۷۵cm^۲$$
$$\Rightarrow A_B=\frac{۳}{۴}cm^۲$$

۳ جرم دو سیم برابر است از این رو:

$$m_A=m_B\xrightarrow{m=\rho V}\rho V_A=\rho V_B$$
$$\Rightarrow V_A=V_B\Rightarrow A_AL_A=A_BL_B\Rightarrow ۱\times L_A=\circ/۷۵L_B\Rightarrow L_A=\frac{۳}{۴}L_B$$

۴ با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت می‌توان نوشت:

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow{R_A=۱۵\circ\Omega}\frac{۱۵\circ}{R_B}=\frac{۳}{۴}\times\frac{\frac{۳}{۴}}{۱}\Rightarrow R_B=\frac{۸\circ\circ}{۳}\Omega$$

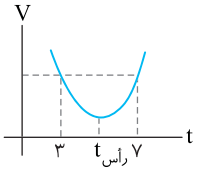
۲ ۱۶۱۹ C

خط فکری هر گاه در یک مقاومت در دمای ثابت، در ولتاژ $V_۱$ و $V_۲$، جریان مقاومت یکسان باشد، با توجه به قانون اهم $(R=\frac{V}{I})$ قطعاً ولتاژ $V_۱$ و $V_۲$ برابر است.

راه‌حل اول: دما ثابت و مقاومت R ثابت است. در لحظهٔ $t=۳s$ و $t=۷s$ جریان یکسان است بنابراین در این دو لحظه ولتاژ برابر است.

$$V_۱=V_۲\Rightarrow t_۱^۲-bt_۱+c=t_۲^۲-bt_۲+c\xrightarrow[t_۲=۷s]{t_۱=۳s}۹-۳b=۴۹-۷b\Rightarrow b=۱۰$$

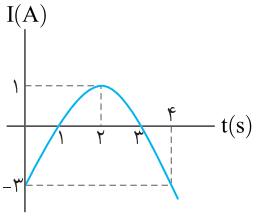
راه‌حل دوم: با توجه به توضیح خط فکری، ولتاژ در لحظه‌های ۳s و ۷s یکسان است و با توجه به معادلهٔ $V-t$ که درجهٔ دوم است، نمودار $V-t$ سهمی بوده و سهمی نسبت به رأس خود متقارن است، بنابراین برای آنکه در دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ مقدار ولتاژ یکسان باشد باید این دو لحظه در فاصلهٔ زمانی یکسانی نسبت به $t_{رأس}$ قرار داشته باشند:



$$t_{رأس}=\frac{۳+۷}{۲}=۵s\xrightarrow{t_{رأس}=\frac{-b}{۲a}=\frac{b}{۲}}\frac{b}{۲}=۵\Rightarrow b=۱۰$$

۳ ۱۶۲۰ C

با تغییر جریان، اختلاف پتانسیل نیز به گونه‌ای تغییر می‌کند تا نسبت $\frac{V}{I}$ که برابر R است ثابت بماند، بنابراین هنگامی که اختلاف پتانسیل دو سر رسانا (V) بیشینه می‌شود، جریان عبوری از دو سر رسانا نیز بیشینه خواهد شد. معادلهٔ جریان بر حسب زمان درجهٔ دوم بوده و با توجه به نمودار $I-t$ رسم شده، بیشینه جریان را حساب می‌کنیم.



$$I=-t^۲+۴t-۳\Rightarrow I=-(t-۳)(t-۱)$$

با توجه به نمودار بیشینه مقدار جریان در بازهٔ $t=\circ$ تا $t=۴s$ برابر ۳ آمپر است:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow ۱\circ=\frac{V}{۳}\Rightarrow V=۳\circ V$$

پنجره ۲

A ۱۶۲۱ ۳

نیروی محرکهٔ الکتریکی برابر کار نیروی وارد بر واحد بار الکتریکی **مثبت** برای شارش بار در مدار از پایانه با پتانسیل **کمتر** به پایانه با پتانسیل **بیشتر** است. یکای نیروی محرکهٔ الکتریکی **ولت** است، بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

A ۱۶۲۲ ۱

خط فکری نیروی محرکهٔ الکتریکی برابر کاری است که منبع برای جابه‌جایی $+1C$ الکتریسیته انجام می‌دهد تا در مدار شارش کند، بنابراین در گام نخست مقدار بار شارش شده را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی به کمک $\Delta U=q\Delta V$ ، کار را حساب می‌کنیم.

۱ بار شارش شده را حساب می‌کنیم.

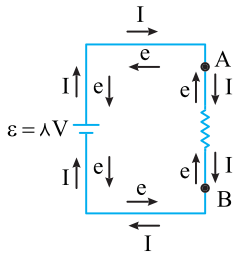
$$q=ne\Rightarrow q=3/5\times10^{16}\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow q=5/6\times10^{-3}C$$

۲ مقدار کاری که منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی (باتری) انجام می‌دهد برابر است با:

$$\Delta U=q\Delta V\Rightarrow\Delta U=5/6\times10^{-3}\times8\Rightarrow\Delta U=44/8\times10^{-3}J\Rightarrow\Delta U=44/8mJ$$

A ۱۶۲۳ ۴

خط فکری بار منفی درون باتری از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر می‌رود اما در مدار خارجی، بار منفی خلاف جهت جریان از پتانسیل کمتر به سوی پتانسیل بیشتر شارش می‌کند.

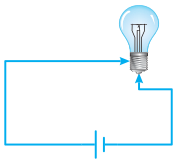


بار منفی در مدار از پایانهٔ منفی به سوی پایانهٔ مثبت می‌رود (یعنی برخلاف جهت قراردادی جریان است) بنابراین بار $-0/5C$ از B به A می‌رود و کار انجام شده روی آن برابر است با:

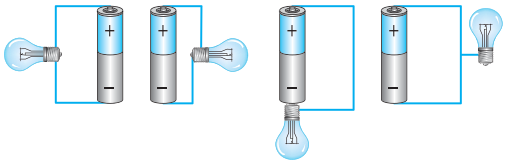
$$\varepsilon=\frac{|\Delta W|}{|\Delta q|}\Rightarrow|\Delta W|=|\Delta q|\varepsilon\Rightarrow|\Delta W|=0/5\times8\Rightarrow|\Delta W|=4J$$

A ۱۶۲۴ ۲

در یک مدار کامل دو سر مصرف‌کننده (به‌طور مثال لامپ) باید به دو پایانهٔ باتری وصل شود.



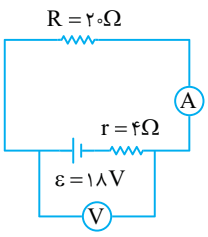
در یک لامپ با سرپیچ، یک اتصال آن در ته لامپ و اتصال دیگر آن قسمت، در بدنهٔ فلزی سرپیچ است (مطابق شکل روبه‌رو)، بنابراین در شکل‌های (الف) و (ت) که دو سر باتری به بدنهٔ سرپیچ وصل است، مدار کامل نیست و در این دو حالت لامپ خاموش است و در شکل‌های (ب) و (پ) که یک پایانه به ته لامپ و پایانهٔ دیگر به بدنه لامپ وصل است، لامپ روشن است.



(الف) (ب) (پ) (ت)

A ۱۶۲۵ ۱

خط فکری ۱ آمپرسنج آرمانی جریان خروجی از باتری را نشان می‌دهد که از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ به‌دست می‌آید.



۲ ولت‌سنج آرمانی به دو سر باتری متصل است و اختلاف پتانسیل باتری یعنی $V=\varepsilon-rI$ را نشان خواهد داد.

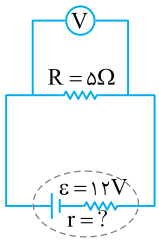
ابتدا عددی را که آمپرسنج نشان می‌دهد حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{18}{20+4}=\frac{3}{4}=0/75A$

عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر است با:

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow{I=0/75A}V=18-4\times0/75=15V$$

B ۱۶۲۶ ۳

خط فکری وقتی یک باتری غیرآرمانی با مقاومت درونی r به یک مقاومت متصل است و از آن جریان می‌گذرد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری با نیروی محرکهٔ آن برابر نیست، بلکه به اندازهٔ Ir از آن کاسته می‌شود. $(V=\varepsilon-Ir)$.



۱ ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را نشان می‌دهد، بنابراین می‌توان جریان مقاومت یعنی جریان مدار را حساب کرد.

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow[R=5\Omega]{V=9V}5=\frac{9}{I}\Rightarrow I=\frac{9}{5}A$$

نکته در یک مدار ساده شامل یک مقاومت خارجی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت و باتری با هم برابر است.

۲ با توجه به نکتهٔ گفته شده در بالا، اختلاف پتانسیل دو سر باتری نیز 9V است، اکنون مقاومت r قابل محاسبه است.

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow9=12-\frac{9}{5}\times r\Rightarrow\frac{9}{5}r=3\Rightarrow r=\frac{5}{3}\Omega$$

میانبر می‌توان به کمک رابطهٔ زیر مسئله را سریع‌تر حل کرد.

$$V_{\text{دو سر باتری}}=\frac{\varepsilon}{R+r}R$$

A ۱۶۲۷ ۱

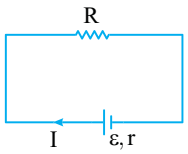
یادآوری منبع نیروی محرکه (مولد)، هنگام عبور بار Δq از منبع کاری به اندازهٔ ΔW روی آن انجام می‌دهد تا آن را در مدار الکتریکی به حرکت درآورد. کاری که منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی روی واحد بار الکتریکی مثبت انجام می‌دهد تا آن را از پایانهٔ با پتانسیل کمتر به پایانهٔ با پتانسیل بیشتر ببرد، اصطلاحاً نیروی محرکهٔ الکتریکی نامیده می‌شود. بنابه تعریف نیروی محرکه خواهیم داشت:

$$\varepsilon=\frac{\Delta W}{\Delta q}=\frac{9\times10^{-6}}{200\times10^{-9}}=45\frac{J}{C}=45V$$

$$\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{45}{28/5+1/5}=\frac{45}{30}=1/5A$$

B ۱۶۲۸ ۳

خط فکری منظور از افت پتانسیل در مقاومت خارجی، اختلاف پتانسیل دو سر آن یعنی $V_R=IR$ و منظور از افت پتانسیل در مقاومت درونی باتری، Ir است. اکنون با توجه به فرض مسئله می‌توان آن را حل کرد.



۱ با توجه به سؤال، افت پتانسیل در مقاومت داخلی، $\frac{1}{9}$ افت پتانسیل در مقاومت خارجی است:

$$Ir=\frac{1}{9}IR\Rightarrow r=\frac{1}{9}R$$

۲ به کمک رابطهٔ جریان و قرار دادن داده‌های مسئله در آن، مقاومت R را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow[r=\frac{1}{9}R,\varepsilon=6V]{I=0/2A}0/2=\frac{6}{R+\frac{1}{9}R}\Rightarrow\frac{10}{9}R=30\Rightarrow R=27\Omega$$

بازی با سؤال **دو قطب یک باتری به مقاومت درونی r را به دو سر سیمی به مقاومت $\frac{r}{2}$ می‌بندیم. اختلاف پتانسیل باتری در این حالت چند برابر نیروی محرکهٔ آن است؟**

کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

گزینهٔ ۱

A ۱۶۲۹ ۱

خط فکری نیروی محرکهٔ باتری یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری وقتی از آن جریانی گرفته نشود (مدار آن باز باشد)، مثلاً یک باتری قلمی دارای نیروی محرکهٔ $1/5V$ است و این مقدار ثابت است و به مقاومتی که به باتری وصل می‌شود بستگی ندارد.

۱ با توجه به خط فکری ارائه شده با تغییر مقاومت، تغییر جریان و اختلاف پتانسیل دو سر باتری، نیروی محرکهٔ آن ثابت است و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

۲ با افزایش مقاومت R، با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$، جریان مدار کاهش می‌یابد و برای اختلاف پتانسیل دو سر باتری داریم: $V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI$

بنابراین با کاهش جریان، $V_{\text{باتری}}$ زیاد می‌شود $(V''>V')$ و گزینهٔ (۱) پاسخ است.

جمع‌بندی با تغییر مقاومت خارجی مدار مقدار نیروی محرکه و مقاومت داخلی باتری ثابت می‌ماند.

A ۱۶۳۰ ۱

خط فکری در این مسئله، دو حالت برای جریان مدار بیان شده است. بنابراین باید در هر حالت رابطهٔ جریان $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ را نوشته سپس دو معادله و دو مجهول به‌دست آمده را حل کرد.

۱ جریان در یک مدار ساده برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\begin{cases}\xrightarrow{R=10\Omega,I=2A} 2=\frac{\varepsilon}{10+r}\\ \xrightarrow{R=6\Omega,I=3A} 3=\frac{\varepsilon}{6+r}\end{cases}\xrightarrow[\text{بر هم تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را}}\frac{2}{3}=\frac{6+r}{10+r}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 20+2r=18+3r\Rightarrow r=2\,\Omega$$

۲ نیروی محرکهٔ باتری برابر است با: $2=\frac{\varepsilon}{10+r}\Rightarrow 2=\frac{\varepsilon}{10+2}\Rightarrow\varepsilon=24V$

A ۱۶۳۱ ۲

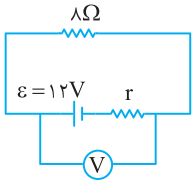
خط فکری اگر باتری به مدار وصل نباشد، از آن جریانی عبور نمی‌کند و ولت‌سنج، نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد. $V=\varepsilon-Ir\xrightarrow{I=0}V=\varepsilon$

نیروی محرکهٔ باتری مشخصهٔ باتری است و همواره مقداری ثابت دارد.

۱ باتری به مداری وصل نیست و ولت‌سنج متصل آن $12V$ را نشان داده است، بنابراین نیروی محرکهٔ آن $\varepsilon=12V$ است. این باتری را به مقاومت خارجی 8Ω وصل کرده‌ایم و اختلاف پتانسیل دو سر آن $9/6V$ شده است. بنابراین:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow 9/6=12-Ir\Rightarrow Ir=2/4V$$

۲ جریان مدار برابر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{12}{8+r}$ است،



بنابراین:

$$\frac{12}{8+r}\times r=2/4\Rightarrow\frac{r}{8+r}=0/2$$

$$\Rightarrow r=1/6+0/2r\Rightarrow 0/8r=1/6\Rightarrow r=2\Omega$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$.

پس از اتصال باتری به مقاومت 8Ω ولتاژ دو سر آن $9/6V$ شده است. بنابراین:

$$9/6=\frac{8}{8+r}\times 12\Rightarrow 8+r=10\Rightarrow r=2\Omega$$

بهتر است رابطهٔ $V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$ را به خاطر بسپارید.

B ۱۶۳۲ ۴

خط فکری افت پتانسیل در باتری برابر Ir است، از طرفی جریان مدار $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است، بنابراین خواهیم داشت: $V'=\frac{\varepsilon}{R+r}r$ افت پتانسیل در باتری

با رابطه‌ای که به‌دست آورده‌ایم مسئله را حل می‌کنیم.

$$V'=\frac{\varepsilon}{R+r}r\begin{cases}\xrightarrow{R=2r} V'_1=\frac{\varepsilon}{2r+r}r=\frac{\varepsilon}{3}\\ \xrightarrow{R=r} V'_2=\frac{\varepsilon}{r+r}=\frac{\varepsilon}{2}\end{cases}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{V'_2}{V'_1}=\frac{\frac{\varepsilon}{2}}{\frac{\varepsilon}{3}}=\frac{3}{2}$$

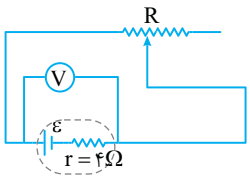
روش دیگر: افت پتانسیل در باتری برابر rI است و با تغییر مقاومت خارجی، جریان تغییر می‌کند اما مقاومت داخلی باتری تغییر نمی‌کند:

حالت اول: $V_1=I_1r$

حالت دوم: $V_2=I_2r$ $\xrightarrow{\div}$

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{I_2}{I_1}\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}\frac{V_2}{V_1}=\frac{\frac{\varepsilon}{R_2+r}}{\frac{\varepsilon}{R_1+r}}\xrightarrow{R_2=r\atop R_1=2r}\frac{V_2}{V_1}=\frac{\frac{\varepsilon}{2r}}{\frac{\varepsilon}{3r}}=\frac{3}{2}$$

B ۱۶۳۳ ۳



ولت‌سنج به دو سر باتری متصل است و اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نمایش می‌دهد. $V=\varepsilon-Ir$ (I)

جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\quad(II)$$

رابطهٔ (II) را در رابطهٔ (I) جایگذاری می‌کنیم.

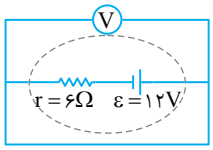
$$V=\varepsilon-\frac{\varepsilon}{R+r}r\Rightarrow V=\varepsilon(1-\frac{r}{R+r})\Rightarrow V=\varepsilon(\frac{R}{r+R})\Rightarrow V=\frac{\varepsilon}{r+R}R$$

با این رابطه که بین اختلاف پتانسیل دو سر باتری و مقاومت مدار است، مسئله به راحتی قابل حل است.

$$\begin{cases}V_1=\frac{\varepsilon}{R+r}R\\ V_2=\frac{\varepsilon}{1+r}\times 1\end{cases}\xrightarrow[r=4\Omega]{\frac{V_2}{V_1}=\frac{1}{4}}\frac{1}{4}=\frac{\frac{\varepsilon}{1+r}}{\frac{\varepsilon}{R+r}R}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{R+r}{(1+r)R}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{R+r}{5R}\Rightarrow$$

$$4R+16=5R\Rightarrow R=16\Omega$$

B ۱۶۳۴ ۱



جریان از سیم بدون مقاومت می‌گذرد و مقدار آن برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{12}{0+6}=I=2A$$

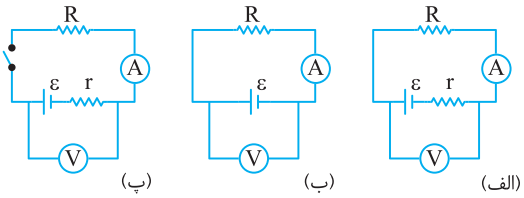
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. از این‌رو:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=12-2\times 6\Rightarrow V=0$$

بنابراین ولت‌سنج عدد صفر را نمایش می‌دهد.

جمع‌بندی همان‌طور که در علوم نیز خواندید، آمپرسنج آرمانی جریان را نشان می‌دهد و مقاومت آن ناچیز است. ولت‌سنج آرمانی نیز اختلاف پتانسیل را نشان می‌دهد و مقاومت آن بسیار زیاد است. در پایین حالت‌های مختلف بسته شدن آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی در مدار ساده را آورده‌ایم، البته در پنجرهٔ سوم یک بخش کامل راجع به آمپرسنج و ولت‌سنج صحبت می‌کنیم.

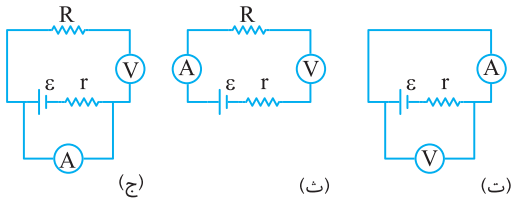
I و V به‌ترتیب اعدادی هستند که آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند.



(الف) $I=\frac{\varepsilon}{R+r}, V=\varepsilon-Ir$

(ب) $I=\frac{\varepsilon}{R}, V=\varepsilon$

(پ) $I=0, V=\varepsilon$



$I=\frac{\varepsilon}{r}, V=0$ $\quad I=0, V=\varepsilon$ $\quad I=\frac{\varepsilon}{r}, V=0$

در شکل‌های (الف) تا (ت) ولت‌سنج و آمپرسنج در مدار به درستی قرار گرفته‌اند، اما نحوهٔ قرار گرفتن آن‌ها در مدارهای (ث) و (ج) نادرست است.

A ۱۶۳۵ ۱

اگر کلید K باز باشد، ولت‌سنج، نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد.

$\varepsilon=20V$

اگر کلید K بسته شود، ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد.

$V=\varepsilon-rI\Rightarrow 12=20-rI\Rightarrow rI=8$

از طرفی ولت‌سنج اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت را نیز نشان می‌دهد. بنابراین داریم:

$V=RI\Rightarrow 12=6I\Rightarrow I=2A$

$rI=8\Rightarrow r(2)=8\Rightarrow r=4\Omega$

میانبر می‌توان از رابطهٔ $V_{\text{باتری}}=\frac{\varepsilon}{R+r}R$ استفاده کرد:

$12=\frac{20}{6+r}\times 6\Rightarrow 10=6+r\Rightarrow r=4\Omega$

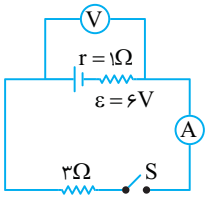
B ۱۶۳۶ ۳

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری (V) را نشان می‌دهد. وقتی کلید را قطع می‌کنیم، ولت‌سنج نیروی محرکهٔ باتری (ε) را نشان خواهد داد. اکنون با دانستن این مطلب مسئله را به آسانی حل می‌کنیم. اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:

$V=\varepsilon-Ir \xrightarrow{I=0/8A} V=\varepsilon-0/8\times 2\Rightarrow$

$V=\varepsilon-1/6 \xrightarrow[\varepsilon]{V=0/8} 0/8\varepsilon=\varepsilon-1/6\Rightarrow\varepsilon=\frac{1/6}{0/2}=8V$

بازی با سؤال در شکل زیر کلید S عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد چند ولت کاهش می‌یابد؟ از کتاب درسی



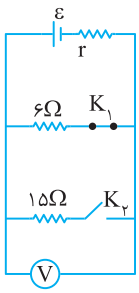
۱) ۴/۵
۲) ۳
۳) ۱/۵
۴) ۲

گزینهٔ ۳

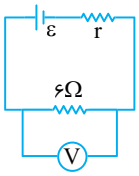
B ۱۶۳۷ ۱

خط فکری کلید K_1 بسته و کلید K_2 باز است، یعنی در مدار مقاومت 6Ω قرار دارد و مقاومت 15Ω در مدار قرار ندارد. وقتی کلید K_1 را باز می‌کنیم، مقاومت 6Ω از باتری جدا می‌شود و با بستن کلید K_2 مقاومت 15Ω وارد مدار می‌شود. در این مدار ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری یا مقاومت در مدار را نشان می‌دهد. با این دانسته‌ها می‌توانید مسئله را حل کنید.

رابطهٔ ولتاژ دو سر باتری برحسب مقاومت مدار را نوشته و در دو حالت داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم:



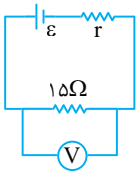
۱ حالت اول: مقاومت 6Ω در مدار قرار دارد:



$V=RI \xrightarrow[I=\frac{\varepsilon}{R+r}]{R=6\Omega} V=6\times\frac{\varepsilon}{6+r} \xrightarrow{V=12V}$

$12=6\times\frac{\varepsilon}{6+r}\Rightarrow 2=\frac{\varepsilon}{6+r}\Rightarrow 12+2r=\varepsilon$

۲ حالت دوم: مقاومت 15Ω در مدار قرار دارد:



$V'=R'I' \xrightarrow{R'=15\Omega}$

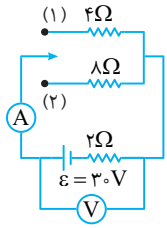
$V'=15\times\frac{\varepsilon}{15+r} \xrightarrow{V'=15V}$

$15=15\times\frac{\varepsilon}{15+r}\Rightarrow 1=\frac{\varepsilon}{15+r}\Rightarrow 15+r=\varepsilon$

۳ با توجه به دو معادلهٔ بالا نیروی محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$\begin{cases}\varepsilon=12+2r\\ \varepsilon=15+r\end{cases}\xrightarrow{\times -2}\Rightarrow\begin{cases}\varepsilon=12+2r\\ -2\varepsilon=-30-2r\end{cases}\Rightarrow -\varepsilon=-18\Rightarrow\varepsilon=18V$

بازی با سؤال در شکل زیر اگر کلید را از وضعیت (۱) به وضعیت (۲) تغییر دهیم، عددی که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند به‌ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟



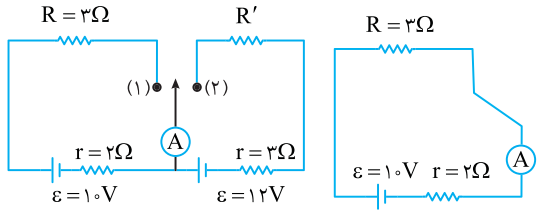
۱) ۳ ،۰/۸
۲) ۶ ،۰/۲
۳) ۶ ،۰/۸
۴) ۳ ،۰/۲

گزینهٔ ۲

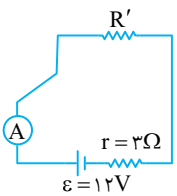
A ۱۶۳۸ ۳

۱ وقتی که کلید در وضعیت (۱) قرار دارد، در مدار سمت چپ مقاومت 3Ω به باتری با نیروی محرکهٔ $\varepsilon=10V$ متصل است و جریان مدار یعنی عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، برابر است با:

$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{10}{3+2}\Rightarrow I=2A$



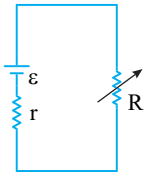
۲ وقتی کلید در وضعیت (۲) قرار می‌گیرد، آمپرسنج جریان مدار سمت راست را نشان می دهد که بنا بر فرض مسئله همان $2A$ است. بنابراین:



$I'=\frac{\varepsilon}{R'+r}\Rightarrow 2=\frac{12}{R'+3}$

$\Rightarrow 6=R'+3\Rightarrow R'=3\Omega$

B ۱۶۳۹ ۳



نکته با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ با افزایش مقاومت مدار، جریان کاهش می‌یابد.

۱ جریان عبوری از مدار برابر است با:

$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\begin{cases}\xrightarrow{R_1=2/5\Omega} I_1=\frac{\varepsilon}{2/5+r}\\ \xrightarrow{R_2=7/5\Omega} I_2=\frac{\varepsilon}{7/5+r}\end{cases}$

۲ بـا افزایش مقاومت مـدار جریان مدار کاهـش می‌یابد و با توجه به فرض مسـئله جریان ٪۵۰ کاهش یافته است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$I_۲=I_۱-\frac{۵۰}{۱۰۰}I_۱\Rightarrow I_۲=\frac{۵۰}{۱۰۰}I_۱\xrightarrow[I_۱=\frac{\varepsilon}{۲/۵+r}]{I_۲=\frac{\varepsilon}{۷/۵+r}}\frac{\varepsilon}{۷/۵+r}=\frac{۵۰}{۱۰۰}\times\frac{\varepsilon}{۲/۵+r}\Rightarrow$$

$$\frac{۱}{۷/۵+r}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲/۵+r}\Rightarrow ۷/۵+r=۵+۲r\Rightarrow r=۲/۵\,\Omega$$

B ۱۶۴۰ ۲

۱ ولت‌سـنج به دو سـر باتری وصل است و اختلاف پتانسـیل دو سر باتری را نشان می‌دهد: $V=\varepsilon-rI$

۲ با توجه به صورت سؤال، اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۷۵ درصد نیروی محرکه است:

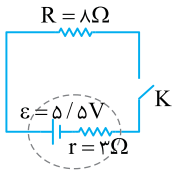
$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow{V=\frac{۷۵}{۱۰۰}\varepsilon\Rightarrow V=\frac{۳}{۴}\varepsilon}\frac{۳}{۴}\varepsilon=\varepsilon-rI\Rightarrow rI=\varepsilon-\frac{۳}{۴}\varepsilon\Rightarrow rI=\frac{\varepsilon}{۴}$$

۳ جریان مدار برابر $I=\frac{\varepsilon}{r+R}$ است، بنابراین:

$$r\times\frac{\varepsilon}{r+R}=\frac{\varepsilon}{۴}\Rightarrow\frac{r}{r+R}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow ۴r=r+R\Rightarrow ۳r=R\Rightarrow\frac{R}{r}=۳$$

B ۱۶۴۱ ۲

یادآوری آمپر - ساعت یکای بار است و در واقع در سؤال گفته شده باری که باتری می‌تواند در مدار شارش دهد، برابر ۱۰۰۰mAh است.



۱ جریان مدار را پس از بستن کلید حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۵/۵}{۸+۳}\Rightarrow I=۰/۵A$$

۲ اکنون با توجه به ۱۰۰۰mAh بودن باتری مدت زمانی که این باتری می‌تواند به مدار جریان بدهد را می‌توان به‌دست آورد.

$$q=It\Rightarrow ۱۰۰۰\times۱۰^{-۳}=۰/۵t\Rightarrow t=۲h=۱۲۰\min$$

B ۱۶۴۲ ۳

خط فکری هرگاه صحبت از تعداد الکترون‌های عبوری از مدار است، باید به سراغ یافتن جریان مدار برویم و بعد از به‌دسـت آوردن جریان با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$، بار شارش شده و با استفاده از رابطهٔ $\Delta q=ne$ تعداد بار شارش شده را به‌دست آوریم.

۱ وقتی مقاومت رئوستا برابر R است، جریان عبوری از مقاومت برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{r=R}I_۱=\frac{\varepsilon}{۲R}$$

۲ وقتی مقاوت رئوستا برابر $۳R$ است، جریان عبوری از مقاومت خواهد شد:

$$I_۲=\frac{\varepsilon}{۳R+R}\Rightarrow I_۲=\frac{\varepsilon}{۴R}$$

۳ نسبت $I_۲$ به $I_۱$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{\frac{\varepsilon}{۴R}}{\frac{\varepsilon}{۲R}}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۱}{۲}$$

۴ باتوجه‌به‌رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ داریم:

$$\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{I=\frac{\Delta q}{\Delta t}}\frac{\frac{\Delta q_۲}{\Delta t}}{\frac{\Delta q_۱}{\Delta t}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{\Delta q_۲}{\Delta q_۱}=\frac{۱}{۲}$$

۵ بار مضرب صحیحی از بار الکترون است $(\Delta q=ne)$ بنابراین:

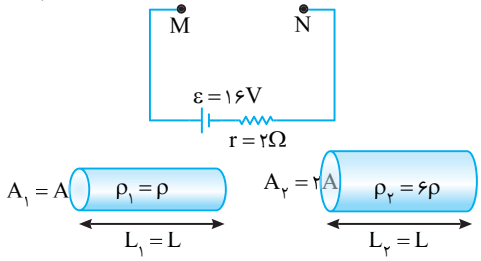
$$\frac{\Delta q_۲}{\Delta q_۱}=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\Delta q=ne}\frac{n_۲e}{n_۱e}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{۱/۲۵\times۱۰^{۲۰}}{n_۲}=\frac{۲}{۱}\Rightarrow n_۲=۶/۲۵\times۱۰^{۱۹}$$

B ۱۶۴۳ ۴

۱ نسبت مقاومت دو سیم را به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases}R_۱=\rho_۱\frac{L_۱}{A_۱}\\ R_۲=\rho_۲\frac{L_۲}{A_۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\xrightarrow[L_۲=L_۱]{\rho_۲=۶\rho_۱,A_۲=۲A_۱}$$

$$\frac{R_۲}{R_۱}=۶\times۱\times\frac{۱}{۲}=۳\Rightarrow R_۲=۳R_۱$$



۲ در حالت دوم مقاومت بزرگ‌تر بوده و با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ جریان مدار در حالت دوم کمتر است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$I_۱-I_۲=۲A\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}\frac{\varepsilon}{R_۱+r}-\frac{\varepsilon}{R_۲+r}=۲$$

$$\xrightarrow[r=۲\,\Omega]{R_۲=۳R_۱}\frac{۱۶}{R_۱+۲}-\frac{۱۶}{۳R_۱+۲}=۲\Rightarrow\frac{۸}{R_۱+۲}-\frac{۸}{۳R_۱+۲}=۱$$

$$\frac{۲۴R_۱+۱۶-۸R_۱-۱۶}{(R_۱+۲)(۳R_۱+۲)}=۱\Rightarrow ۱۶R_۱=۳R_۱^۲+۸R_۱+۴\Rightarrow ۳R_۱^۲-۸R_۱+۴=۰$$

به کمک حل معادلهٔ درجهٔ ۲ می‌توان نوشت:

$$R_۱=\frac{۴\pm\sqrt{۱۶-۱۲}}{۳}=\frac{۴\pm۲}{۳}\Rightarrow\begin{cases}R_۱=۲\Omega & :\ \text{گزینه (۴)}\\ R_۱=\frac{۲}{۳}\Omega & :\ \text{در گزینه‌ها نیست}\end{cases}$$

B ۱۶۴۴ ۳

خط فکری پتانسیومتر نیز مانند رئوستا است. اگر خروجی B و ورودی A باشد با حرکت ساعتگرد لغزنده مقاومت افزایش می‌یابد ولی اگر خروجی C باشد لغزنده از مسیر خارج می‌شود و مقاومت پتانسیومتر ثابت و بیشینه مقدار است.

در مدار گزینه اول نیروی محرکه آرمانی بوده و در تمام شرایط ولت‌سنج $V=\varepsilon$ را نشان می‌دهد.

در مدار گزینه دوم با توجه به ورودی و خروجی سیم عبوری از پتانسیومتر عدد مقاومت تغییری نمی‌کند و ولت‌سنج چون $V=\varepsilon-Ir$ را نشان می‌دهد بدون تغییر می‌ماند.

در مدار گزینهٔ (۳) با چرخش لغزنده مقدار مقاومت خارجی افزایش یافته پس:

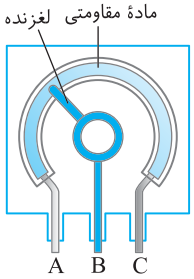
$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{R\uparrow}I\downarrow$$

$V=\varepsilon-\downarrow Ir\Rightarrow$ ولتاژ نشان داده شده افزایش می‌یابد

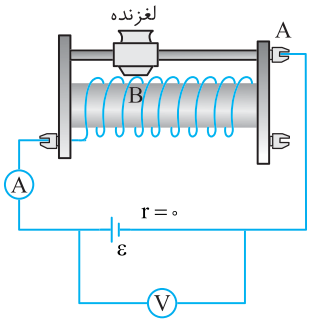
امـا در مـدار گزینـهٔ (۴) با چرخش در جهت نشـان داده شـده مقاومـت خارجی کاهش می‌یابد پس:

$$I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r}\Rightarrow I\uparrow$$

$V=\varepsilon-\uparrow Ir\Rightarrow$ ولتاژ کاهش می‌یابد



بازی با سؤال در مدار شکل روبه‌رو اگر لغزندهٔ رئوستا، به سمت راست حرکت کند، عددی که ولت‌سنج و آمپرسنج نشان می‌دهد به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



B ۱۶۴۵ ۱

خط فکری با کهنه شدن باتری، مقاومت درونی آن افزایش می‌یابد، بنابراین باتری جریان کمتری در مدار می‌فرستد، هرچند نیروی محرکهٔ آن ثابت می‌ماند.

با افزایش مقاومت درونی باتری، جریان مدار کاهش می‌یابد و آمپرسنج عدد کمتری نشان می‌دهد.

$$\downarrow I=\frac{\varepsilon}{R+r\uparrow}$$

با کاهش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R که همان اختلاف پتانسیل دو سر باتری است کاهش می‌یابد.

$$(\downarrow V=I\downarrow \overset{\text{ثابت}}{R})$$

بنابراین آمپرسنج و ولت‌سنج هر دو عددی کمتر را نشان می‌دهند.

B ۱۶۴۶ ۲

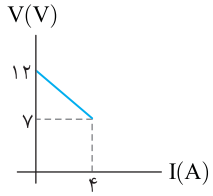
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. وقتی کلید باز است، اختلاف پتانسیل دو سر باتری با نیروی محرکهٔ باتری برابر است $(V=\varepsilon)$ و اگر کلید بسته شود و از باتری جریان بگذرد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V=\varepsilon-Ir$ است که Ir افت پتانسیل در مقاومت درونی باتری است. اگر با باز کردن و بستن کلید در عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، تغییر قابل ملاحظه‌ای حاصل نشود، یعنی افت پتانسیل تقریباً صفر است در این صورت دو حالت زیر ممکن است اتفاق افتاده باشد.

$$V=\varepsilon\Rightarrow Ir=0\begin{cases}\text{مقاومت خارجی بسیار بزرگ است } I=0\\ \text{مقاومت درونی ناچیز است } r=0\end{cases}$$

یعنی یا مقاومت درونی صفر است و یا مقاومت خارجی متصل به باتری بسیار بزرگ است.

A ۱۶۴۷ ۴

خط فکری معادلهٔ ولتاژ دو سر باتری برحسب نیروی محرکهٔ آن به‌صورت $V=\varepsilon-Ir$ است که نمودار آن یک خط راست مایل با شیب $-r$ و عرض از مبدأ آن ε است. با توجه به خط فکری نیروی محرکهٔ این باتری $\varepsilon=12V$ است و مقاومت درونی آن برابر است با:

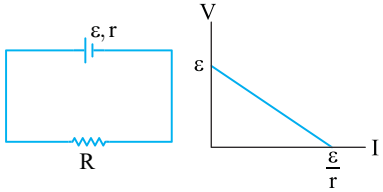


$$-r=\frac{7-12}{4-0}\Rightarrow r=\frac{5}{4}=1/25\,\Omega$$

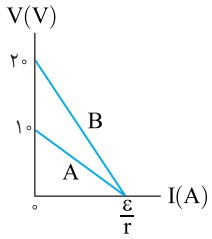
B ۱۶۴۸ ۲

خط فکری در یک باتری که در مداری مطابق شکل زیر بسته شده است، ولتاژ دو سر باتری برابر خواهد شد با: $V=\varepsilon-Ir$

در این صورت نمودار $V-I$ آن خط راستی است که عرض از مبدأ آن ε و شیب آن $-r$ است.

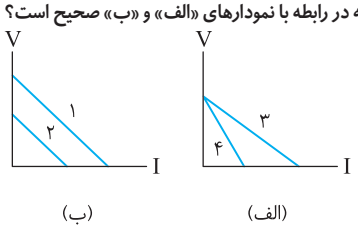


با توجه به نمودار مسئله $\varepsilon_A=10V$ و $\varepsilon_B=20V$ است. از طرفی مقدار $\frac{\varepsilon}{r}$ در هر دو نمودار برابر است از این‌رو:



$$\frac{\varepsilon_B}{r_B}=\frac{\varepsilon_A}{r_A}\Rightarrow\frac{r_B}{r_A}=\frac{\varepsilon_B}{\varepsilon_A}\Rightarrow\frac{r_B}{r_A}=\frac{20}{10}=2$$

بازی با سؤال در نمودارهای زیر، اختلاف پتانسیل دو سر چهار مولد بر حسب جریان رسم شده است. کدام گزینه در رابطه با نمودارهای «الف» و «ب» صحیح است؟



(ب) (الف)

۱) $\varepsilon_3>\varepsilon_4$ ، $r_1>r_2$

۲) $\varepsilon_3=\varepsilon_4$ ، $r_1=r_2$

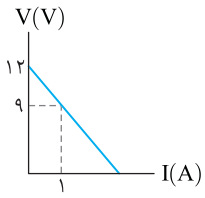
۳) $\varepsilon_3<\varepsilon_4$ ، $r_1<r_2$

۴) $\varepsilon_1<\varepsilon_2$ ، $r_3=r_4$

گزینهٔ ۲

B ۱۶۴۹ ۱

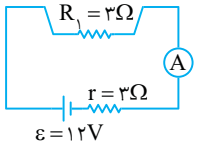
۱ در ابتدا با توجه به شیب نمودار $V-I$ مقاومت داخلی و با توجه به عرض از مبدأ نمودار نیروی محرکهٔ مدار را به‌دست می‌آوریم:



$$-r=\text{شیب نمودار}\Rightarrow r=-\frac{12-9}{0-1}=3\,\Omega$$

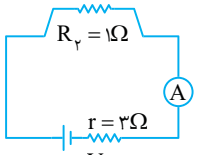
$$\varepsilon=\text{عرض از مبدأ}\Rightarrow\varepsilon=12V$$

۲ هنگامی که کلید در مدار در وضعیت (۱) قرار دارد، مقاومت $3\,\Omega$ در مدار قرار گرفته است:



$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_1+r}\Rightarrow I_1=\frac{12}{3+3}=2A$$

۳ هنگامی که کلید در مدار در وضعیت (۲) قرار دارد، مقاومت $1\,\Omega$ در مدار قرار گرفته:



$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_2+r}\Rightarrow I_2=\frac{12}{3+1}=3A$$

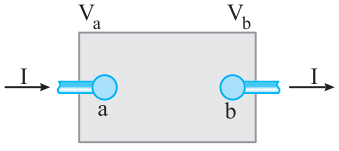
۴ بنابرین جریان از $2A$ به $3A$ افزایش یافته، درصد تغییرات برابر است با:

$$\text{افزایش }\frac{\Delta I}{I_1}\times100=\frac{3-2}{2}\times100=50\%$$

A ۱۶۵۰ ۳

خط فکری در شکل زیر بخشی از مدار نشان داده شده است که می‌تواند شامل باتری، مقاومت و یا هر چیز دیگری باشد که اختلاف پتانسیلی بین پایانه‌های آن برقرار است و تغییر انرژی پتانسیل بار q در شارش بین این دو نقطه برابر $\Delta U=q\Delta V$ است و توان الکتریکی خواهد شد:

$$P=\frac{\Delta U}{\Delta t}\Rightarrow P=\frac{q\Delta V}{\Delta t}\xrightarrow{I=\frac{q}{\Delta t}}P=I\Delta V\Rightarrow P=VI$$



بنابر آنچه که در خط فکری بیان شد از رابطهٔ $P=VI$ می‌توان برای منبع نیروی محرکه (باتری) یا برای وسیلهٔ مصرف‌کننده (مقاومت) و ... استفاده کرد.

A ۱۶۵۱ ۱

با توجه به اینکه در سؤال گفته شده انرژی در جعبه مصرف می‌شود، پس جعبه بخشی از مدار است که در آن مقاومت قرار گرفته است.

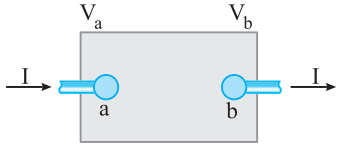
در مقاومت‌ها جهت جریان از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است بنابراین: $V_a > V_b$

توان هر جزء مدار برابر $P=I\Delta V$ است: $P=I\Delta V \Rightarrow ۱۰=۲\times\Delta V \Rightarrow \Delta V=۵V$

چون پتانسیل پایانهٔ a بزرگ‌تر است:

$$V_a - V_b = ۵V \xrightarrow{V_a=۳V} ۳ - V_b = ۵ \Rightarrow V_b = -۲V$$

بازی با سؤال **در شکل داده شده انرژی مصرفی جعبهٔ رسم شده که بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد، در هر دقیقه برابر ۴/۸kJ است و در این مدت ۲۴۰ کولن بار از این بخش مدار شارش شده است. اگر پتانسیل نقطهٔ a برابر ۱۰V باشد، پتانسیل نقطهٔ b چند ولت است؟**



A ۱۶۵۲ ۲

توان دستگاه برابر است با: $P=VI \Rightarrow P=۲۵\times۱۲ \Rightarrow P=۳۰۰W$

انرژی منتقل شده به بدن بیمار خواهد شد:

$$U=P.t \xrightarrow{t=۳\times۱۰^{-۳}s} U=۳۰۰\times۳\times۱۰^{-۳} \Rightarrow U=۰/۹J$$

A ۱۶۵۳ ۴

خط فکری گرمای تولید شده (انرژی مصرفی) و بار شارش شده را داریم، پس می‌توان از رابطهٔ $U=qV$ اختلاف پتانسیل را به‌دست آورد. همچنین هرگاه با q و زمان سروکار داریم می‌توانیم از رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ استفاده کنیم.

۱ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر است با:

$$U=Vq \Rightarrow ۴۰۰۰=V\times۲۰۰ \Rightarrow V=۲۰V$$

۲ جریان مقاومت را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{V}{R} \Rightarrow I=\frac{۲۰}{۵}=۴A$$

۳ جریان یعنی آهنگ شارش بار از این‌رو:

$$I=\frac{q}{t} \Rightarrow ۴=\frac{۲۰۰}{t} \Rightarrow t=۵۰s$$

A ۱۶۵۴ ۱

خط فکری اختلاف پتانسیل داده شده است، با توجه به داده‌ها و رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$، مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم و در گام نهایی خواستهٔ سؤال یعنی توان را از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ حساب می‌کنیم.

یادآوری آهنگ مصرف انرژی همان توان مصرفی در مقاومت است.

۱ مساحت سطح مقطع سیم برابر است با:

$$A=\pi r^۲ \Rightarrow A=۳\times(۱۰^{-۳})^۲=۳\times۱۰^{-۶}m^۲$$

۲ مقاومت الکتریکی سیم را به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت به‌دست می‌آوریم.

$$R=\rho\frac{L}{A} \xrightarrow{\rho=۱/۷\times۱۰^{-۸}\,\Omega.m, L=۳۰m} R=۱/۷\times۱۰^{-۸}\times\frac{۳۰}{۳\times۱۰^{-۶}} \Rightarrow R=۱/۷\times۱۰^{-۱}\,\Omega$$

۳ آهنگ تولید انرژی گرمایی یعنی توان تولید انرژی گرمایی که با توجه به داده‌های مسئله از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$P=\frac{V^۲}{R} \xrightarrow{V=۱۷V} P=\frac{۱۷\times۱۷}{۱/۷\times۱۰^{-۱}} \Rightarrow P=۱۷۰۰W$$

B ۱۶۵۵ ۳

۱ مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A} \xrightarrow{\rho=۱۰^{-۶}\Omega.m, L=۲m, A=۰/۲\times۱۰^{-۶}m^۲}$$

$$R=۱۰^{-۶}\times\frac{۲}{۰/۲\times۱۰^{-۶}} \Rightarrow R=۱۰\,\Omega$$

۲ با توجه به اینکه مقاومت و جریان عبوری را داریم، از رابطهٔ $P=RI^۲$ توان مصرفی را به‌دست می‌آوریم:

$$P=RI^۲ \xrightarrow[I=۲۰A]{R=۱۰\Omega} P=۱۰\times(۲۰)^۲ \Rightarrow P=۴۰۰۰W=۴kW$$

نکته توان مصرفی سیم برابر آهنگ مصرف انرژی آن است یعنی $P=\frac{U}{t}$

بنابراین انرژی مصرفی سیم برابر $U=Pt$ بوده و اگر در این رابطه، توان را برحسب کیلووات و زمان را برحسب ساعت قرار دهیم، یکای انرژی برحسب kWh به‌دست می‌آید:

$$U=Pt \xrightarrow[t=۲۰min]{P=۴kW} U=۴\times\frac{۱}{۳}=\frac{۴}{۳}kWh$$

B ۱۶۵۶ ۲

۱ ابتدا انرژی صرفه‌جویی شده برای هر لامپ را در مدت ۵ ساعت برحسب kWh به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{U}{t} \Rightarrow U=Pt \xrightarrow{P=۱۰۰W} U=\frac{۱۰۰}{۱۰۰۰}kW\times۵h=۰/۵kWh$$

۲ انرژی صرفه‌جویی شده برای یک لامپ در هر شبانه‌روز ۰/۵kWh است، بنابراین در مدت یک ماه پاییزی انرژی‌ای که صرفه‌جویی می‌شود برابر است با:

$$U=۰/۵\times۳۰=۱۵kWh$$

۳ برای دو میلیون خانه صرفه‌جویی برابر است با:

$$U_t=۲\times۱۰^۶\times۱۵kWh=۳\times۱۰^۷kWh$$

۴ بهای هر kWh برابر ۱۰۰ ریال است، بنابراین بهای برق صرفه‌جویی شده خواهد شد:

۱kWh	۱۰۰ ریال
۳×۱۰^۷	?

$\Rightarrow ?=۳\times۱۰^۹$ ریال $=۳$ میلیارد ریال

بازی با سؤال **وقتی یک بخاری برقی را به اختلاف پتانسیل ۲۲۰V وصل کنیم، از آن جریان ۱۰A می‌گذرد. اگر این بخاری به مدت ۳h در روز کار کند و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۵۰ تومان باشد، از ابتدا تا انتهای فصل پاییز هزینهٔ مصرف این بخاری چند تومان می‌شود؟** از کتاب درسی

۱) ۲۹۵۲۰ ۲) ۲۹۷۰۰ ۳) ۳۹۵۲۰ ۴) ۳۹۷۲۰

گزینهٔ ۲

B ۱۶۵۷ ۱

توان مصرفی این بخاری برابر است با: $P=VI \Rightarrow P=۲۲۰\times۱۰ \Rightarrow P=۲۲۰۰W$

انرژی مصرفی در مدت $۳۰\times۵=۱۵۰h$ را حساب می‌کنیم

$$E=Pt \Rightarrow E=\frac{۲۲۰۰}{۱۰۰۰}kW\times۱۵۰h \Rightarrow E=۳۳۰kWh$$

بهای برق مصرفی را به‌دست می‌آوریم:

۱kWh	۵۰ تومان
۳۳۰kWh	?

$\Rightarrow ?=۱۶۵۰۰$ تومان

A ۱۶۵۸ ۲

یادآوری آمپر - ساعت یکای بار الکتریکی است.

خط فکری با داشتن حداکثر بار الکتریکی که باتری می‌تواند از دست بدهد، تا به‌طور ایمن تخلیه شود، (با داشتن آمپر - ساعت باتری) و مدت زمان کار باتری، می‌توان جریان گرفته شده از باتری $(I=\frac{q}{t})$ را به‌دست آورد و با داشتن ولتاژ دو سر لامپ، توان لامپ را حساب کرد.

۱ جریان مدار برابر است با: $q=It \xrightarrow{q=۱۰Ah} ۱۰=I\times۲۰ \Rightarrow I=۰/۵A$

۲ به کمک رابطهٔ توان الکتریکی، توان را حساب می‌کنیم.

$$P=VI \xrightarrow{V=۲۲۰V} P=۲۲۰\times۰/۵=۱۱۰W$$

A ۱۶۵۹ ۱

خط فکری مسئله بسیار ساده‌ای است. با توجه به سؤال اگر اختلاف پتانسیل دو سر لامپ ۲۲۰V باشد، توان مصرفی لامپ ۲۰۰W است. این لامپ به ولتاژ ۲۲۰V وصل شده پس توان مصرفی لامپ ۲۰۰W است.

انرژی مصرفی برحسب کیلووات ساعت خواسته شده و در رابطهٔ $U=Pt$ باید توان برحسب کیلووات و زمان برحسب ساعت قرار گیرد:

$$U=Pt \xrightarrow[P=۲۰۰W=\frac{۲}{۱۰}kW]{t=۹۰min=\frac{۹۰}{۶۰}h} U=\frac{۲}{۱۰}\times\frac{۹۰}{۶۰} \Rightarrow U=۰/۳kWh$$

A ۱۶۶۰ | ۱

خط فکری لامپ دارای مشخصات ۱۲V و ۳۶W است، یعنی اگر ولتاژ دو سر لامپ ۱۲V باشد، توان مصرفی آن ۳۶W است. با تغییر ولتاژ، مقاومت لامپ تغییر نمی‌کند و ثابت است، پس رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ را برای دو ولتاژ ۱۲V و ۸V نوشته و سؤال را به کمک آن حل می‌کنیم. از این رو می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} P_1=\frac{V_1^2}{R} \\ P_2=\frac{V_2^2}{R} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=\frac{V_2^2}{V_1^2} \xrightarrow[P_1=36W]{V_1=12V,V_2=8V} \frac{P_2}{36}=(\frac{8}{12})^2=(\frac{2}{3})^2$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{36}=(\frac{4}{9}) \Rightarrow P_2=36\times\frac{4}{9}=16W$$

A ۱۶۶۱ | ۲

خط فکری در فرض مسئله صراحتاً بیان شده که مقاومت ثابت است و چون ولتاژ تغییر می‌کند باید از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ برای بررسی توان استفاده کرد.

رابطهٔ توان را برای ولتاژ ۲۲۰V و ولتاژ ۲۰۰V نوشته و برهم تقسیم می‌کنیم تا توان برای ولتاژ ۲۰۰V به‌دست آید.

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{V_2^2}{R}}{\frac{V_1^2}{R}} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=(\frac{V_2}{V_1})^2 \Rightarrow \frac{P_2}{100}=(\frac{200}{220})^2=(\frac{10}{11})^2$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{100}=\frac{100}{121} \Rightarrow P_2=\frac{10^4}{121}W$$

انرژی مصرف شده برابر $U=Pt$ است. برای آنکه یکای انرژی را بر حسب کیلووات ساعت به‌دست آوریم، باید در رابطهٔ انرژی، توان را برحسب کیلووات و زمان را برحسب ساعت قرار دهیم:

$$U=Pt \xrightarrow[t=11h]{P=\frac{10^4}{121}W=\frac{10}{121}kW} U=\frac{10}{121}\times 11=\frac{10}{11}kWh$$

B ۱۶۶۲ | ۳

خط فکری در حل این مسائل فرض اصلی این است که مقاومت لامپ ثابت است. همچنین ولتاژ دو سر لامپ داده شده، در این صورت رابطهٔ توان به‌صورت $P=\frac{V^2}{R}$ قابل استفاده است.

بنابر فرض مسئله توان مصرفی لامپ ٪۱۹ کاهش یافته یعنی $P_2=P_1-\frac{19}{100}P_1=\frac{81}{100}P_1$ بوده و توان ثانویه لامپ با ولتاژ جدید، ٪۸۱ توان آن با ولتاژ ۲۰۰V است بنابراین:

$$P_2=0/81P_1 \xrightarrow{P=\frac{V^2}{R}} \frac{V_2^2}{R}=\frac{81}{100}\frac{V_1^2}{R} \xrightarrow{V_1=200V}$$

$$V_2^2=\frac{81}{100}\times 200^2 \Rightarrow V_2=\frac{9}{10}\times 200 \Rightarrow V_2=180V$$

در نتیجه ولتاژ از ۲۰۰V به ۱۸۰V رسیده و ۲۰۰−۱۸۰=۲۰V افت داشته است.

B ۱۶۶۳ | ۴

یادآوری در دمای ثابت، با تغییر جریان یا اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا، مقدار مقاومت رسانا تغییر نمی‌کند.

خط فکری این بار با یک مقاومت سر و کار داریم که جریان آن را افزایش داده‌ایم و چون مقاومت ثابت فرض شده است باید از رابطهٔ توان به‌صورت $P=RI^2$ استفاده کرد.

۱ با توجه به فرض مسئله با افزایش جریان، توان مصرفی ۲/۲۵ برابر شده است بنابراین:

$$P_2=2/25P_1 \xrightarrow{P=RI^2} RI_2^2=2/25RI_1^2$$

$$\Rightarrow I_2^2=2/25I_1^2 \Rightarrow I_2=1/5I_1 \quad (1)$$

۲ در سؤال گفته جریان ۳A افزایش یافته یعنی $I_2=I_1+3$. با توجه به معادلهٔ (۱) داریم:

$$I_2=I_1+3 \xrightarrow{I_2=1/5I_1} 1/5I_1=I_1+3 \Rightarrow 0/5I_1=3 \Rightarrow I_1=6A$$

A ۱۶۶۴ | ۲

خط فکری توان و ولتاژها داده شده است و نسبت جریان‌ها خواسته شده است، یعنی باید از رابطهٔ $P=VI$ برای حل سؤال استفاده کرد.

توان را در دو حالت نوشته و برهم تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{cases} P_{اتو}=V_{اتو}I_{اتو} \\ P_{کتری}=V_{کتری}I_{کتری} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_{اتو}}{P_{کتری}}=\frac{V_{اتو}I_{اتو}}{V_{کتری}I_{کتری}} \xrightarrow[V_{اتو}=V_{کتری}=220V]{P_{اتو}=850W,P_{کتری}=2400W}$$

$$\frac{850}{2400}=\frac{I_{اتو}}{I_{کتری}} \Rightarrow \frac{I_{اتو}}{I_{کتری}}=\frac{17}{48}$$

B ۱۶۶۵ | ۲

گرمای تولید شده در دو حالت برابر است، از طرفی ولتاژ در دو حالت یکی است از این‌رو:

$$U_1=U_2 \xrightarrow{U=\frac{V^2}{R}t} \frac{V^2}{R_1}t_1=\frac{V^2}{R_2}t_2 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1}=\frac{t_2}{t_1}$$

$$\xrightarrow[\text{سطح مقطع دو سیم و جنس‌ها یکسان است}]{R=\rho\frac{L}{A}} \frac{L_2}{L_1}=\frac{t_2}{t_1} \Rightarrow \frac{L_2}{12}=\frac{15}{25} \Rightarrow L_2=7/2m$$

B ۱۶۶۶ | ۱

ابتدا باید به سراغ تغییر مقاومت سیم برویم.

$$R=\rho\frac{L}{A} \xrightarrow[\rho'=\rho,L'=L]{A=\pi\frac{D^2}{4}} \frac{R}{R'}=(\frac{D}{D'})^2 \Rightarrow \frac{R}{R'}=(\frac{99}{100})^2$$

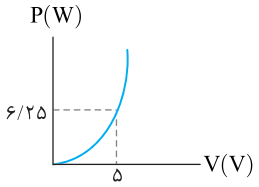
با توجه به رابطهٔ توان با ولتاژ و مقاومت می‌توان نوشت

$$\frac{P'}{P}=\frac{\frac{V^2}{R'}}{\frac{V^2}{R}} \Rightarrow \frac{P'}{P}=\frac{R}{R'}=(\frac{99}{100})^2 \Rightarrow \frac{P'}{P}\sim 0/98 \Rightarrow \Delta P=-0/02P$$

توان مصرفی حدوداً دو درصد کاهش می‌یابد.

B ۱۶۶۷ | ۳

با تغییر ولتاژ یا جریان، مقاومت رسانا تغییر نمی‌کند. با توجه به اینکه نمودار $P-V$ داده شده و مقدار مقاومت ثابت است، برای محاسبهٔ توان از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ استفاده می‌کنیم:



$$\begin{cases} P_1=\frac{V_1^2}{R} \\ P_2=\frac{V_2^2}{R} \end{cases} \xrightarrow{\text{دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم}} \frac{P_1}{P_2}=(\frac{V_1}{V_2})^2 \Rightarrow \frac{6/25}{16}=(\frac{V_1}{V_2})^2$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2}=\frac{2/5}{4} \Rightarrow V_2=\frac{4}{2/5}V_1=\frac{40}{25}V_1=\frac{8}{5}V_1$$

با توجه به نمودار V_1 برابر ۵V است:

$$V_2=\frac{8}{5}\times 5 \Rightarrow V_2=8V$$

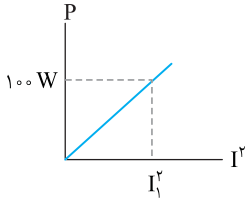
حال با توجه به رابطهٔ $P=VI$ جریان را حساب می‌کنیم:

$$P_2=V_2I_2 \xrightarrow[V=8V]{P=16W} 16=8\times I_2 \Rightarrow I_2=2A$$

روش دوم: با تغییر ولتاژ، مقاومت ثابت می‌ماند، بنابراین

$$P=\frac{V^2}{R} \Rightarrow 6/25=\frac{25}{R} \Rightarrow R=4\Omega \quad P=RI^2 \Rightarrow 16=4I^2 \Rightarrow I=2A$$

بازی با سؤال نمودار توان مصرفی یک مقاومت ۲۵Ω بر حسب مربع جریان به صورت مقابل است. جریان I_1 چند آمپر است؟

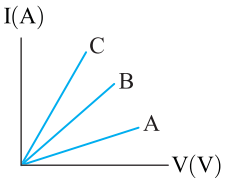


۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

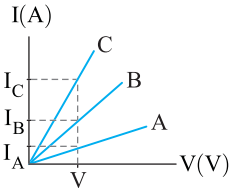
A ۳ ۱۶۶۸

دستگاه گرمکن برقی برای اتصال به برق شهر ساخته می‌شود و تمام وسایل برقی با برق ۲۲۰V شهر کار می کنند و پریز اتاق این شخص نیز دارای ولتاژ ۲۲۰V است. بنابراین این سیم‌ها قرار است با ولتاژ یکسان کار کنند و برای مقایسه انرژی



گرمایی تولید شده توسط آن‌ها باید از رابطهٔ $U=\frac{V^2}{R}t$ استفاده کرد که نشان می‌دهد هرچه مقاومت کمتر باشد، انرژی گرمایی تولید شده بیشتر است، اکنون باید مشخص کرد کدام سیم دارای مقاومت کمتری است. در نمودار $I-V$ شیب نمودار برابر وارون مقاومت $(\frac{1}{R})$ است. شیب نمودار سیم C از دو سیم دیگر بیشتر، پس مقاومت آن کمتر است. از این رو، سیم C برای قسمت گرماده دستگاه مناسب‌تر است.

روش دوم: با توجه به شکل روبه‌رو برای ولتاژ یکسان داریم:



V یکسان در $\Rightarrow I_C>I_B>I_A$

حال با توجه به رابطهٔ $U=VIt$، سیم C گرماده‌تر است. $U_C>U_B>U_A$

A ۲ ۱۶۶۹

با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$، چون دو رشته لامپ، هم‌جنس و هم‌طول هستند، لامپ L_1 که رشته‌اش ضخیم‌تر است دارای مقاومت کمتری است و بنا بر رابطهٔ $U=\frac{V^2}{R}t$ هر چه مقاومت کمتر باشد، توان مصرفی لامپ و نور آن بیشتر است. پس لامپ L_1 که دارای مقاومت کمتری است، توان مصرفی‌اش بیشتر بوده و نور آن بیشتر است.

میانبر در تمام وسایل التهابی برق شهر که با ولتاژ یکسان کار می‌کنند وسیله‌ای که مقاومتش کمتر است، توان مصرفی‌اش بیشتر است.

B ۲ ۱۶۷۰

خط فکری یک مسئله ترکیبی از فصل چهارم فیزیک (۱) پایه دهم و فصل دوم فیزیک (۲) پایه یازدهم. در گام اول به کمک روابط انرژی الکتریکی مصرفی $U=RI^2t$ انرژی الکتریکی را حساب کنید و در گام بعدی به کمک $Q=mc\Delta\theta$، افزایش دمای آب را به دست آورید.

۱ انرژی الکتریکی که سماور در مدت یک دقیقه و ۲۴ ثانیه (۸۴s) با جریان ۱۰A و مقاومت ۲Ω به انرژی گرمایی تبدیل می‌کند، برابر است با:

$U=RI^2t\Rightarrow U=2\times10^2\times84\Rightarrow U=2\times8400$

۲ دمای ۲kg آب با این گرما به اندازهٔ مقدار زیر افزایش می‌یابد.

$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow2\times8400=2\times4200\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=2^\circ C$

بنابراین دمای آب از $10^\circ C$ به $12^\circ C$ می‌رسد.

C ۳ ۱۶۷۱

یادآوری با توجه به چگالی آب، جرم ۱lit آب برابر ۱kg است، بنابراین جرم ۱/۵lit آب برابر ۱/۵kg است.

۱ گرمایی که آب می‌گیرد تا از دمای $20^\circ C$ به نقطهٔ جوش $100^\circ C$ برسد برابر است با:

$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow[\Delta\theta=100-20=80^\circ C]{c=4200J/kg^\circ C}Q=1/5\times4200\times80\Rightarrow Q=504\times10^3J$

یادآوری بازده وسیله برابر است با:

$Ra=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}\times100\Rightarrow Ra=\frac{Q}{E_{\text{الکتریکی}}}\times100$ (برحسب درصد)

۲ بازده کتری ٪۹۰ است. به کمک بازده، انرژی الکتریکی مصرفی کتری را به‌دست می‌آوریم.

$Ra=\frac{Q}{U_{\text{کتری برقی}}}\times100\Rightarrow90=\frac{504\times10^3}{U_{\text{کتری برقی}}}\times100\Rightarrow U_{\text{کتری برقی}}=\frac{504\times10^3}{0/9}$

$\Rightarrow U_{\text{کتری برقی}}=560\times10^3J$

۳ با توجه به داشتن ولتاژ دو سر کتری و مقدار انرژی الکتریکی مصرفی، برای به‌دست آوردن مقاومت کتری، رابطهٔ $U=\frac{V^2}{R}t$ را انتخاب می‌کنیم:

$U=\frac{V^2}{R}\times t\Rightarrow560\times10^3=\frac{210\times210}{R}\times20\times60\Rightarrow R=94/5\Omega$

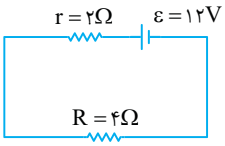
بازی با سوال **از یک گرمکن الکتریکی جریان ۱۰A می‌گذرد. اگر این گرمکن را درون ۴kg آب $20^\circ C$ قرار دهیم، پس از ۵۶ دقیقه آب را به نقطهٔ جوش می‌رساند. اگر فرض کنیم ۲۰ درصد انرژی گرمکن تلف می‌شود، مقاومت الکتریکی گرمکن چند اهم است؟** $(c_{آب}=4200J/kg^\circ C)$

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۵ ۴) ۲۵

گزینهٔ ۳

A ۱ ۱۶۷۲

خط فکری در گام نخست با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ جریان مدار را به دست می‌آوریم و در گام بعدی با استفاده از رابطهٔ $P=\varepsilon I-rI^2$ توان خروجی را حساب می‌کنیم:



۱ جریان مدار برابر است با:

$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{12}{4+2}=2A$

۲ با استفاده از رابطهٔ $P=\varepsilon I-rI^2$ توان خروجی را حساب می‌کنیم:

$P=\varepsilon I-rI^2\Rightarrow P=12\times2-2\times(2)^2\Rightarrow P=24-8\Rightarrow P=16W$

روش دیگر: در مدار ساده با یک مقاومت خارجی، توان خروجی از باتری با توان مصرفی در مقاومت خارجی برابر است:

$P=RI^2\Rightarrow P=4\times(2)^2\Rightarrow P=16W$

B ۱ ۱۶۷۳

مقاومت مدار را حساب می‌کنیم.

$R_1=\frac{V}{I}\Rightarrow R_1=\frac{8}{0/5}\Rightarrow R_1=16\Omega$

ولتاژ دو سر مقاومت ثابت و برابر ۸V است. با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ برای افزایش توان باید مقاومت کاهش پیدا کند. در نتیجه

$\frac{P_2}{P_1}=\frac{R_1}{R_2}\Rightarrow\frac{P_1+0/6P_1}{P_1}=\frac{16}{R_2}\Rightarrow1/6=\frac{16}{R_2}\Rightarrow R_2=10\Omega$

بنابراین مقاومت را باید $16-10=6\Omega$ کاهش دهیم.

A ۳ ۱۶۷۴

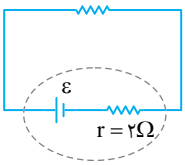
نیروی محرکهٔ باتری را از رابطهٔ جریان به‌دست می‌آوریم:

$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow[R=14\Omega]{I=0/5A,r=1\Omega}0/5=\frac{\varepsilon}{14+1}\Rightarrow\varepsilon=7/5V$

توان تلف شده در مقاومت درونی باتری یعنی rI^2، بنابراین:

توان تلف شده در باتری $=1\times(0/5)^2=0/25W$

بازی با سوال **در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی در مقاومت R برابر با ۳۶W باشد، نیروی محرکهٔ باتری و افت پتانسیل در باتری در SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟**



۱) ۲۴، ۱۲
۲) ۲۴، ۶
۳) ۱۸، ۶
۴) ۱۸، ۱۲

گزینهٔ ۳

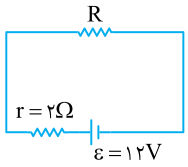
A ۱۶۷۵ ۲

۱ توان تلف شده در باتری ۸ وات است، بنابراین می‌توان جریان مدار را حساب کرد:

$$\text{توان تلف شده در باتری} = rI^2 = 8$$

$$\Rightarrow 2I^2 = 8 \Rightarrow I = 2A$$

۲ با استفاده از رابطهٔ جریان، R را به‌دست می‌آوریم:



$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow 2 = \frac{12}{R+2} \Rightarrow R = 4\ \Omega$$

B ۱۶۷۶ ۲

خط فکری توان خروجی یعنی $P = \varepsilon I - rI^2$ برای دو جریان مختلف داده شده است، بنابراین توان (P) و جریان (I) داده شده را در رابطه قرار می‌دهیم و با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول نیروی محرکه و مقاومت درونی را به‌دست می‌آوریم:

۱ داده‌های مسئله در دو حالت را در رابطهٔ توان خروجی باتری قرار می‌دهیم.

$$P = \varepsilon I - rI^2 \begin{cases} \xrightarrow{I_1 = 3A, P_1 = 36W} 36 = 3\varepsilon - 9r \Rightarrow 12 = \varepsilon - 3r \\ \xrightarrow{I_2 = 5A, P_2 = 50W} 50 = 5\varepsilon - 25r \Rightarrow 10 = \varepsilon - 5r \end{cases}$$

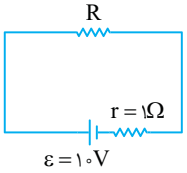
$$\overline{2 = 2r \Rightarrow r = 1\Omega}$$

۲ نیروی محرکهٔ باتری برابر خواهد شد با: $12 = \varepsilon - 3r \Rightarrow 12 = \varepsilon - 3 \Rightarrow \varepsilon = 15V$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

B ۱۶۷۷ ۴

۱ به کمک توان خروجی باتری، جریان مدار را حساب می‌کنیم.



$$P = \varepsilon I - rI^2 \xrightarrow{P=16W}$$

$$16 = 10I - I^2 \Rightarrow I^2 - 10I + 16 = 0$$

۲ به کمک حل معادلهٔ درجهٔ ۲، جریان مدار خواهد شد:

$$I = 5 \pm \sqrt{25-16} = 5 \pm \sqrt{9} = 5 \pm 3 \begin{cases} I_1 = 8A \\ I_2 = 2A \end{cases}$$

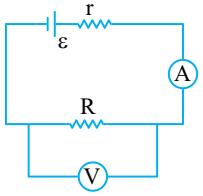
۳ مقاومت R را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \begin{cases} I_1 = 8A \Rightarrow 8 = \frac{10}{R_1+1} \Rightarrow 8R_1 + 8 = 10 \Rightarrow R_1 = \frac{1}{4}\Omega \\ I_2 = 2A \Rightarrow 2 = \frac{10}{R_2+1} \Rightarrow 2R_2 + 2 = 10 \Rightarrow R_2 = 4\ \Omega \end{cases}$$

B ۱۶۷۸ ۱

خط فکری در مدار ساده با یک مقاومت خارجی، توان خروجی باتری با توان مصرفی در مقاومت خارجی R برابر است.

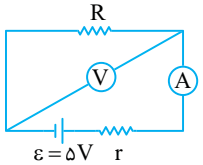
ولت‌سنج، ولتاژ دو سر مقاومت و آمپرسنج جریان عبوری از آن را نشان می‌دهد. با توجه به رابطهٔ $P = VI$، توان خروجی از باتری که برابر توان مصرفی در مقاومت خارجی است را حساب می‌کنیم:



$$P = VI \xrightarrow{V=4V, I=2A} P = 4 \times 2 = 8W$$

بازی با سؤال **در شکل زیر، آمپرسنج ۱A و ولت‌سنج ۴V را نشان می‌دهد. اگر وسایل اندازه‌گیری آرمانی باشند، توان کل باتری چند وات از توان خروجی باتری بیشتر است؟**

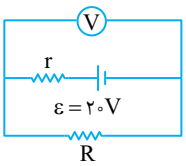
۱) ۴
۲) ۲
۳) ۱
۴) ۵



گزینهٔ ۳

B ۱۶۷۹ ۴

خط فکری ولت‌سنج ولتاژ دو سر مقاومت R و ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد، از این رو می‌توان افت پتانسیل را حساب کرد، سپس با رابطهٔ $P = VI$، توان مصرفی در مقاومت R را با توان مصرفی در مقاومت درونی r مقایسه کرد.



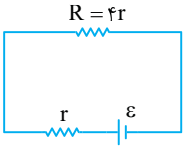
افت پتانسیل باتری (اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت درونی) برابر است با:

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow{rI = V_r} V_r = \varepsilon - V \Rightarrow V_r = 20 - 18 = 2V$$

نسبت توان خروجی باتری به توان مصرفی در r برابر است با:

$$\frac{P_R}{P_r} = \frac{V_R I}{V_r I} \xrightarrow[V_r = 2V]{V_R = 18V} \frac{P_R}{P_r} = \frac{18}{2} = 9$$

بازی با سؤال **در مدار زیر توان مصرفی در مقاومت خارجی چند برابر توان مصرفی در مقاومت داخلی است؟**



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۶

گزینهٔ ۲

B ۱۶۸۰ ۳

خط فکری توان تولیدی باتری توسط مقاومت داخلی و خارجی مصرف می‌شود، بنابراین توان تولیدی برابر مجموع توان‌های مصرفی در مقاومت داخلی و خارجی است، از طرفی جریان در کل مدار مقدار ثابتی است.

۱ توان مصرفی در مقاومت R برابر ۱۶W است از این رو: $P_R = RI^2 \Rightarrow 16 = RI^2$

۲ توان مصرفی در مقاومت درونی r برابر است با:

$$P_r = rI^2 \xrightarrow{r=\frac{R}{4}} P_r = \frac{R}{4} I^2 \Rightarrow P_r = \frac{1}{4} RI^2 \xrightarrow{RI^2 = 16W}$$

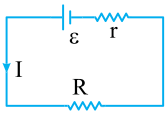
$$P_r = \frac{1}{4} \times 16 = 4W$$

۳ توان کل باتری خواهد شد:

$$P_{کل} = P_R + P_r = 16 + 4 = 20W$$

B ۱۶۸۱ ۲

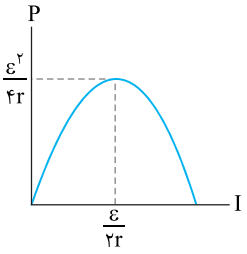
خط فکری معادلهٔ توان خروجی به‌صورت $P = -rI^2 + \varepsilon I$ است و یک تابع درجه ۲ است که مختصات رأس آن خواهد شد:



$$I_{رأس} = \frac{-b}{2a} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{2r} \quad (I)$$

و توان بیشینه برابر است با:

$$P = -r\left(\frac{\varepsilon}{2r}\right)^2 + \varepsilon\left(\frac{\varepsilon}{2r}\right) \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$



رابطه جریان مدار به صورت $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ را با رابطهٔ (I) مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow R = r$$

یادآوری توان تولیدی برابر مجموع توان مصرفی در مقاومت خارجی و مقاومت داخلی است. توان خروجی از باتری نیز برابر توان مصرفی در مقاومت خارجی است.

در این حالت نسبت توان خروجی به کل توان خواهد شد:

$$\frac{P_{خروجی}}{P_{کل}} = \frac{RI^2}{(R+r)I^2} \xrightarrow{R=r} \frac{R}{R+R} \Rightarrow \frac{P_{خروجی}}{P_{کل}} = \frac{1}{2}$$

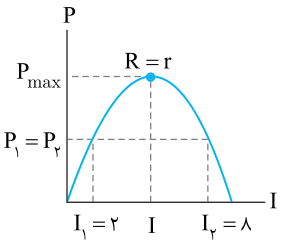
نتیجه هرگاه در یک مدار ساده، مقاومت درونی باتری و مقاومت خارجی مدار با هم برابر باشند $(R=r)$، در این حالت توان خروجی بیشینه و نسبت توان خروجی به توان کل باتری $\frac{1}{2}$ است، یعنی توان خروجی ٪۵۰ توان کل باتری است.

پیشنهاد می‌شود این نتیجه به خاطر سپرده شود.

تمام حل این مسئله در خط فکری بیان شد. خسته نباشید.

B ۲ ۱۶۸۲

خط فکری باید به سراغ سهمی $P=-rI^2+\varepsilon I$ برویم و یادتان باشد در سهمی هرگاه برای دو مقدار متغیر (در اینجا جریان) مقدار تابع (در اینجا توان) برابر شود، در نقطهٔ رأس سهمی، اندازهٔ متغیر سهمی برابر مقدار میانگین آن دو متغیر است. در اینجا



یعنی: $I=\frac{I_1+I_2}{2}$

با توجه به خط فکری، جریان را برای حالت بیشینه توان به‌دست می‌آوریم:

$I=\frac{2+8}{2}\Rightarrow I=5A$

در حالتی که R برابر با r باشد، توان خروجی بیشینه است، یعنی $I=5A$ و $P_{max}=RI^2=2\times5^2=50W$ خواهد شد: P_{max} است، بنابراین $R=r=2\Omega$

C ۱ ۱۶۸۳

توان خروجی مولد یعنی توان مصرفی در مقاومت R که برابر است با:

$$P=RI^2\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}P=R\frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2}$$

در دو حالت توان‌ها یکسان است، از این رو:

$$P_1=P_2$$

$$\Rightarrow R_1\frac{\varepsilon^2}{(R_1+r)^2}=R_2\frac{\varepsilon^2}{(R_2+r)^2}\Rightarrow\frac{R_1}{R_1^2+2R_1r+r^2}=\frac{R_2}{R_2^2+2R_2r+r^2}$$

$$\Rightarrow R_1R_2^2+2R_1R_2r+R_1r^2=R_2R_1^2+2R_1R_2r+R_2r^2$$

$$\Rightarrow R_1R_2^2-R_2R_1^2=R_2r^2-R_1r^2\Rightarrow R_1R_2(R_2-R_1)=r^2(R_2-R_1)$$

$$\Rightarrow r=\sqrt{R_1R_2}$$

جمع‌بندی ۱ هرگاه به‌ازای دو جریان I_1 و I_2 توان خروجی از باتری یکسان باشد:

$I_{\text{رأس}}=\frac{I_1+I_2}{2}\Rightarrow\frac{\varepsilon}{2r}=\frac{I_1+I_2}{2}$

۲ هرگاه به ازای دو مقدار مقاومت R_1 و R_2 توان خروجی از باتری یکسان باشد:

$r=\sqrt{R_1R_2}$

B ۲ ۱۶۸۴

توان مفید (توان خروجی باتری) برابر است با: $P=RI^2\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}P=R\frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2}$

برای مقاومت 8Ω و مقاومت R_2 توان برابر است از این رو:

$$P_1=P_2\Rightarrow R_1\frac{\varepsilon^2}{(R_1+r)^2}=R_2\frac{\varepsilon^2}{(R_2+r)^2}\Rightarrow\frac{8}{(8+4)^2}=\frac{R_2}{(R_2+4)^2}$$

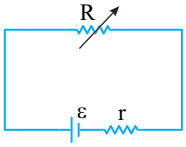
$$\Rightarrow\frac{8}{144}=\frac{R_2}{R_2^2+8R_2+16}\Rightarrow\frac{1}{18}=\frac{R_2}{R_2^2+8R_2+16}\Rightarrow18R_2=R_2^2+8R_2+16$$

$$\Rightarrow R_2^2-10R_2+16=0\Rightarrow R_2=5\pm\sqrt{25-16}\Rightarrow R_2=5\pm3\Rightarrow\begin{cases}R_1=8\Omega\\R_2=2\Omega\end{cases}$$

بنابراین مقاومت را از 8Ω باید به 2Ω برسانیم تا $P_1=P_2$ شود.

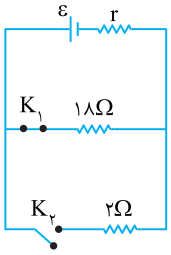
میانبر اگر در یک مدار در دو مقاومت R_1 و R_2 توان خروجی یکسان داشته باشیم، داریم:

$r=\sqrt{R_1R_2}$



کافی است در این رابطه مقدار r و R_1 را قرار بدهید و R_2 را حساب کنید.

بازی با سؤال در شکل زیر اگر کلید K_1 را باز و کلید K_2 را ببندیم، توان خروجی باتری تغییر نمی‌کند. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟ آزمون مدارس برتر

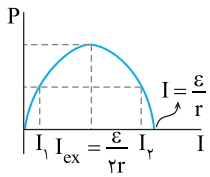


۱) ۲/۵
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۸

گزینهٔ ۳

B ۴ ۱۶۸۵

نکته نمودار توان خروجی برحسب جریان $P=\varepsilon I-rI^2$ سهمی شکل بوده و در نمودار سهمی نسبت به محور قائم گذرنده از رأس متقارن است از این‌رو:



$I_{ex}=\frac{I_1+I_2}{2}$

در صورت سؤال بیان شده که در جریان‌های $3A$ و $5A$، توان خروجی یکسان است:

$I_{ex}=\frac{3+5}{2}=4A$

نکته بیشینه توان خروجی زمانی است که مقاومت داخلی و خارجی با هم برابر باشند، بنابراین: $I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{R=r}I_{ex}=\frac{\varepsilon}{2r}$

با توجه به جریان I_{ex} و نکته بالا، مقاومت داخلی را حساب می‌کنیم:

$I_{ex}=\frac{\varepsilon}{2r}\Rightarrow4=\frac{\varepsilon}{2r}\Rightarrow\varepsilon=8r$

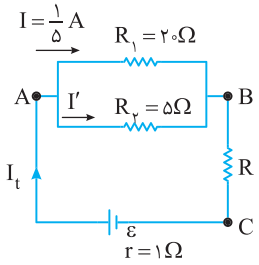
هنگامی که ولت سنج عدد صفر را نشان دهد یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر شده است: $V=\varepsilon-rI\xrightarrow{V=0}I=\frac{\varepsilon}{r}\xrightarrow{\varepsilon=8r}I=8A$

آمپرسنج $I=8A$ را نشان می‌دهد.

میانبر همواره به ازای جریان $I=\frac{\varepsilon}{r}$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر می‌شود. جریان $I_{ex}=4A$ بوده و دو برابر این جریان یعنی $8A$ جریانی است که اختلاف پتانسیل صفر می‌شود.

B ۴ ۱۶۸۶

به شکل نگاه کنید.



۱ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 20Ω همان اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B است از این رو:

$V_{AB}=IR_1\Rightarrow V_{AB}=\frac{1}{5}\times20=4V$

۲ ولتاژ دو سر مقاومت 5Ω نیز $4V$ بوده و جریان آن خواهد شد:

$V=I'R_2\Rightarrow4=I'\times5\Rightarrow I'=\frac{4}{5}A$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$I_t=I+I'=\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\Rightarrow I=1A$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری خواهد شد:

$V=V_{AB}+V_{BC}\Rightarrow V=4+3=7V$

۵ اکنون می‌توان نیروی محرکه باتری را به دست آورد.

$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow7=\varepsilon-1\times1\Rightarrow\varepsilon=8V$

۱۶۸۷ B

خط فکری برای آنکه توان تلف شده در باتری بیشینه شود، باید توان کل باتری (توان تولیدی) در مقاومت درونی باتری مصرف شود. برای این منظور باید مقاومت خارجی مدار صفر شود.

با توجه به خط فکری باید مقاومت خارجی از ۲Ω به صفر کاهش یابد.

۱۶۸۸ A

خط فکری می‌خواهیم نمودار ولتاژ دو سر باتری (یا مقاومت متغیر R) را برحسب جریان رسم کنیم. بنابراین باید معادلهٔ $V=\varepsilon-Ir$ را کامل کنیم، یعنی نیروی محرکهٔ باتری و مقاومت درونی آن را به کمک توان خروجی باتری $P=\varepsilon I-rI^۲$ به‌دست آوریم.

توان مصرفی در مقاومت خارجی همان توان خروجی باتری است از این رو:

$$P=\varepsilon I-rI^۲ \begin{cases} \xrightarrow{P_۱=۶۴W,I_۱=۴A} ۶۴=۴\varepsilon-۱۶r\Rightarrow ۱۶=\varepsilon-۴r \\ \xrightarrow{P_۲=۷۵W,I_۲=۵A} ۷۵=۵\varepsilon-۲۵r\Rightarrow ۱۵=\varepsilon-۵r \end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

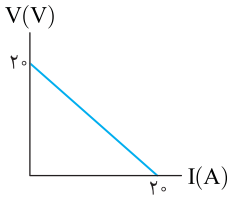
$$۱۶-۱۵=r\Rightarrow r=۱\Omega$$

نیروی محرکهٔ باتری برابر است با:

$$۱۶=\varepsilon-۴\times ۱\Rightarrow \varepsilon=۲۰V$$

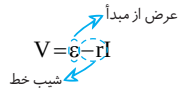
معادلهٔ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برحسب جریان به صورت زیر خواهد بود و نمودار آن خواهد شد:

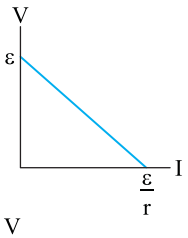
$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۲۰-I$$



۱۶۸۹ B

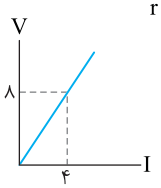
یادآوری در نمودار $V-I$ باتری داریم:





۱ از روی نمودار شکل (۱) مقاومت خارجی مدار (R) قابل محاسبه است.

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{۸}{۴}=۲\Omega$$

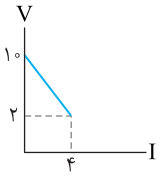


شکل (۱)

۲ در شکل (۲) مشخص است که نیروی محرکهٔ باتری عرض از مبدأ نمودار یعنی $\varepsilon=۱۰V$ است و با محاسبهٔ شیب خط نمودار $V-I$ باتری، مقاومت درونی آن به‌دست می‌آید.

$$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-Ir$$

$$\text{شیب خط}=-r\Rightarrow \frac{۱۰-۲}{۰-۴}=-r\Rightarrow r=۲\Omega$$



شکل (۲)

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۱۰}{۲+۲}\Rightarrow I=۲/۵A$$

۴ توان تولیدی باتری برابر εI است:

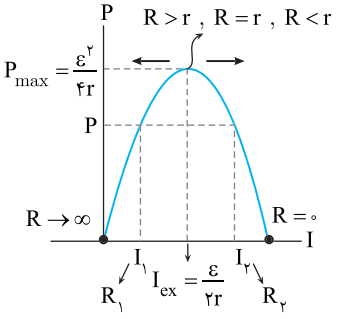
$$P=\varepsilon I\Rightarrow P=۱۰\times ۲/۵\Rightarrow P=۲۵W$$

۱۶۹۰ B

خط فکری باید به سراغ نمودار سهمی برویم و ویژگی‌های آن را به یاد بیاوریم:

$$I_{ex}=\frac{I_۱+I_۲}{۲}\ ,\quad r=\sqrt{R_۱R_۲}$$

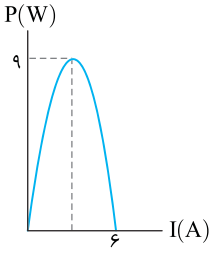
اختلاف پتانسیل در بیشینهٔ توان $V=\varepsilon-Ir\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{۲r}}V=\frac{\varepsilon}{۲}$



توان خروجی باتری $P=\varepsilon I-rI^۲$ یک تابع درجه ۲ و نمودار آن سهمی است. مقدار بیشینه P (رأس سهمی) خواهد شد.

$$I_{max}=\frac{-b}{۲a}\Rightarrow I_{max}=\frac{\varepsilon}{۲r}$$

$$P_{max}=\varepsilon(\frac{\varepsilon}{۲r})-r(\frac{\varepsilon}{۲r})^۲\Rightarrow P_{max}=\frac{\varepsilon^۲}{۴r}$$



با مقایسهٔ نمودار مسئله با نمودار خط فکری مشخص است که مقدار $\frac{\varepsilon}{r}$ برابر ۶A و توان بیشینه $P_{max}=\frac{\varepsilon^۲}{۲r}$ برابر ۹W است و با داشتن یک دستگاه دو معادله و دو مجهول می‌توان نیروی محرکه و مقاومت درونی را حساب کرد.

$$\begin{cases} P_{max}=۹W\Rightarrow \frac{\varepsilon^۲}{۴r}=۹ \\ I=۶A\Rightarrow \frac{\varepsilon}{r}=۶ \end{cases} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{۴}\times ۶=۹\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon=۶V \\ r=۱\Omega \end{cases}$$

اگر ولتاژ دو سر مولد ۲V باشد، جریان عبوری از مدار خواهد شد:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow ۲=۶-I\Rightarrow I=۴A$$

اکنون توان خروجی قابل محاسبه است.

$$P=\varepsilon I-rI^۲\Rightarrow P=۶\times ۴-۱\times (۴)^۲\Rightarrow P=۸W$$

۱۶۹۱ A

خط فکری به سراغ نمودار سهمی توان خروجی برحسب جریان $(P=-rI^۲+\varepsilon I)$ برو ید و یادتان باشد هرگاه برای دو جریان $I_۱$ و $I_۲$ توان برابر باشد، جریان برای توان بیشینه خواهد شد:

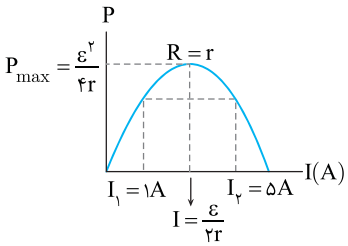
$$I=\frac{I_۱+I_۲}{۲}\Rightarrow I=\frac{۱+۵}{۲}=۳A$$

از طرفی در توان بیشینه مقاومت درونی باتری با مقاومت خارجی آن برابر است. بنابراین

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۲r}\Rightarrow ۳=\frac{۶}{۲\times r}\Rightarrow r=۱\Omega$$

توان بیشینه خواهد شد:

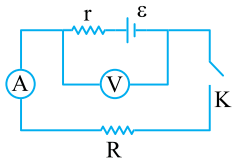
$$P=\frac{\varepsilon^۲}{۴r}\Rightarrow P=\frac{۶^۲}{۴\times ۱}\Rightarrow P=\frac{۳۶}{۴}=۹W$$



پنجره دو جداره

B ۱۶۹۲ ۲

وقتی کلید باز است، جریان مدار صفر است، آمپرسنج عدد صفر و ولتسنج نیروی محرکهٔ باتری (ε) را نمایش می‌دهد. با بستن کلید، جریان مدار $4A$ افزایش یافته



یعنی جریان مدار $I=4A$ شده است. عدد ولتسنج $2V$ کاهش یافته، در واقع افت پتانسیل درون مقاومت درونی باتری $2V$ است، بنابراین:

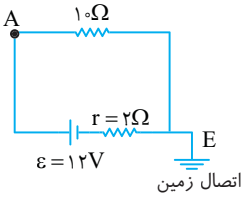
$$Ir=2\Rightarrow 4\times r=2\Rightarrow r=0/5\,\Omega$$

B ۱۶۹۳ ۲

خط فکری ۱ پتانسیل هر نقطه از مدار که به زمین متصل است، صفر در نظر گرفته می‌شود.

۲ پتانسیل یک نقطه از مدار یعنی اختلاف پتانسیل بین آن نقطه و اتصال زمین

۳ ابتدا جریان مدار را حساب می‌کنیم:



$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{12}{10+2}\Rightarrow I=1A$$

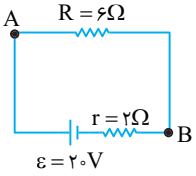
۴ به شکل دقت کنید. اختلاف پتانسیل بین نقطهٔ A و اتصال زمین دقیقاً یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۰ اهمی بنابراین:

$$V_{AE}=IR=1\times 10=10V$$

B ۱۶۹۴ ۳

خط فکری قرار است یک خازن را به اختلاف پتانسیل A و B وصل کنیم. بنابراین ابتدا باید جریان مدار و سپس ولتاژ دو سر مقاومت $R=6\,\Omega$ را پیدا کنیم و سرانجام بار ذخیره شده روی صفحات خازن را از رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$ به‌دست بیاوریم.

۱ جریان مدار برابر است با:



$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{20}{6+2}\Rightarrow I=2/5A$$

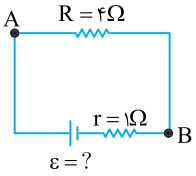
۲ اختلاف پتانسیل بین A و B خواهد شد:

$$V_{BA}=IR=2/5\times 6\Rightarrow V_{AB}=15V$$

۳ بار روی صفحات خازن را به‌دست می‌آوریم.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow Q=CV\xrightarrow{C=4\mu F}Q=4\times 15=60\mu C$$

بازی با سؤال **خازنی به ظرفیت $5\mu F$ را به ولتاژی برابر اختلاف پتانسیل بین A و B متصل می‌کنیم، انرژی ذخیره شده در خازن برابر $250\mu J$ می‌شود، نیروی محرکهٔ باتری چند ولت است؟**



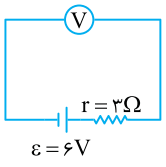
۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲/۵ ۴) ۲۰

گزینهٔ ۱

B ۱۶۹۵ ۱

خط فکری برای به‌دست آوردن مرتبهٔ بزرگی یک کمیت باید پس از محاسبهٔ مقدار کمیت، عدد به دست آمده را به‌صورت نماد علمی $(a\times 10^b)$ بنویسیم، در این صورت 10^b معرف مرتبهٔ بزرگی کمیت است.

جریان مدار را حساب می‌کنیم:



$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{6}{6\times 10^3+3}$$

$$=\frac{6}{6000+3}\approx\frac{6}{60000}=10^{-4}A$$

تعداد الکترون‌های عبوری از ولتسنج در مدت $1min\ (60s)$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}q=It\\q=ne\end{cases}\Rightarrow It=ne\Rightarrow 10^{-4}\times 60=n\times 1/6\times 10^{-19}\Rightarrow n=3/75\times 10^{16}$$

بنابراین مرتبهٔ بزرگی تعداد الکترون‌ها 10^{16} است.

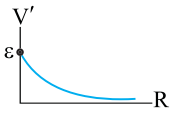
B ۱۶۹۶ ۳

معادلهٔ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برحسب جریان گذرنده از آن به‌صورت $V=\varepsilon-Ir$ است. معادلهٔ $V+I=6$ را به‌صورت $V=6-I$ می نویسیم، اکنون با مقایسه معادلهٔ به‌دست آمده با $V=\varepsilon-Ir$ نتیجه می‌شود که: $\varepsilon=6V, r=1\Omega$

اکنون مقاومت مدار را در حالتی که ولتاژ دو سر باتری $5V$ است، به‌دست می‌آوریم.

$$V=IR\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}V=\frac{\varepsilon}{R+r}\times R\Rightarrow 5=\frac{6R}{R+1}\Rightarrow 5R+5=6R\Rightarrow R=5\,\Omega$$

B ۱۶۹۷ ۲



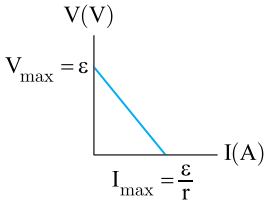
افت پتانسیل برابر Ir و $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است، از این‌رو:

$$V'=rI=\frac{r\varepsilon}{r+R}$$

در این رابطه R به عنوان متغیر و V' (افت پتانسیل) به عنوان تابع در نظر گرفته می‌شود. اگر R حداقل مقدار یعنی برابر صفر قرار داده شود، $V'=\varepsilon$ می‌شود و اگر R بسیار بزرگ شود مخرج کسر بسیار بزرگ شده و حاصل کسر به صفر نزدیک می‌شود. پس گزینهٔ (۲) درست است.

B ۱۶۹۸ ۴

معادلهٔ ولتاژ دو سر باتری برحسب جریان به‌صورت $V=\varepsilon-Ir$ است که نمودار آن یک خط راست مایل با شیب منفی است:



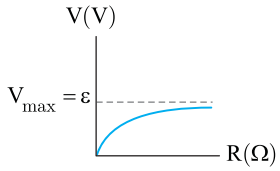
$$\begin{cases}V=0\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{r}\\I=0\Rightarrow V=\varepsilon\end{cases}$$

پس نمودار (الف) درست است.

ولتاژ دو سر مولد یا دو سر مدار برحسب R است با:

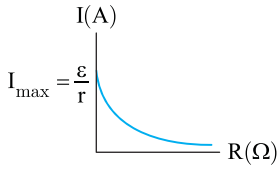
$$V=IR\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$$

وقتی $R=0$ است، $V=0$ بوده و وقتی $R\to\infty$، $V=\varepsilon$ است و نمودار $V-R$ به‌صورت روبه‌رو است:



پس نمودار (ب) نیز درست است.

جریان برحسب مقاومت نیز برابر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است که وقتی $R=0$ است، $I=\frac{\varepsilon}{r}$ بوده و وقتی $R\to\infty$، $I=0$ است و شکل نمودار به‌صورت مقابل می‌باشد:



پس نمودار (پ) نیز درست است.

B ۱۶۹۹ ۲

خط فکری آنچه مسلم است وقتی مقاومت رئوستا صفر $(R=0)$ است در آن توانی مصرف نمی‌شود و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. باید معادلهٔ توان برحسب مقاومت خارجی را به‌دست بیاوریم.

توان مصرفی در مقاومت برابر است با:

$$P=RI^2\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}P=R\frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2}\Rightarrow P=R\frac{100}{(R+1)^2}$$

ایـن تابـع قطعـاً تابع درجه ۲ نیسـت و نمـودار آن نمی‌تواند سـهمی باشـد و گزینهٔ (۴) نادرست است.

اعداد داده شده روی نمودار گزینهٔ (۲) را در معادله به‌دست آمده قرار می‌دهیم.

$$P=R\frac{۱۰۰}{(R+۱)^۲}\xrightarrow{R=۱\Omega}P=۱\times\frac{۱۰۰}{(۱+۱)^۲}\Rightarrow P=۲۵W$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

۴ | ۱۷۰۰ | B

باتـری آرمانـی اسـت و با تغییـر مقاومت، اختلاف پتانسـیل دو سـر آن تغییـر نمی‌کند $(V=\varepsilon)$ و تـوان خروجـی باتری برابر تـوان کل باتری یعنی $P=\varepsilon I$ اسـت. بنابراین نمودار توان خروجی باتری برحسـب جریان مدار تابع درجهٔ یک اسـت و نمودار آن خطی است. بنابراین گزینهٔ (۴)درست است.

۲ | ۱۷۰۱ | B

همان‌گونه که در صورت مسـأله بیان شده اسـت، بازده مولد، نسبت توان خروجی مولد به توان تولیدی مولد است.

توان تولیدی مولد برابر است با: $P_{\text{تولیدی}}=\varepsilon I=RI^۲+rI^۲$

توان خروجی مولد (توان مصرفی در مقاومت‌های خارجی مدار) برابر است با:

$$P_{\text{مفید}}=VI=RI^۲$$

در این صورت بازده مولد برابر است با: $Ra=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{تولیدی}}}=\frac{RI^۲}{RI^۲+rI^۲}\Rightarrow Ra=\frac{R}{R+r}$

حال می‌توانیم نسبت بازده در حالت دوم به بازده در حالت اول را محاسبه کنیم:

$$\frac{(Ra)_۲}{(Ra)_۱}=\frac{\frac{۲r}{۲r+r}}{\frac{r}{r+r}}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۱}{۲}}=۲$$

پنجره ۳

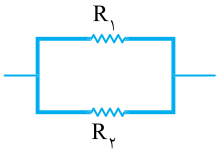
۱ | ۱۷۰۲ | A

در مقاومت‌های متوالی، مقاومت معادل از جمع مقاومت‌ها به‌دست می‌آید.

$R_۱=۳\Omega \quad R_۲=۶\Omega$

$R=R_۱+R_۲=۳+۶=۹\Omega$

در مقاومت‌های موازی، وارون مقاومت معادل با مجموع وارون مقاومت‌ها برابر است.



$$\frac{۱}{R}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow R=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

$$R'=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

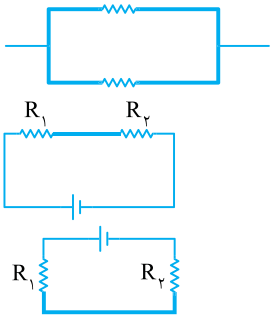
در این صورت خواهیم داشت: $\frac{R}{R'}=\frac{۹}{۲}=۴/۵$

۲ | ۱۷۰۳ | A

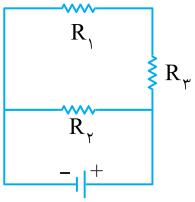
خط فکری در مقاومت‌های موازی دو سر مقاومت‌ها به هم وصل است یعنی دو دسـت هر مقاومت بدون واسطه در دو دست مقاومت دیگر قرار دارد.

در مقاومت‌های متوالی مقاومت‌ها پشـت سـرهم بـوده و از بیـن آن‌هـا انشـعابی خارج نمی‌شود.

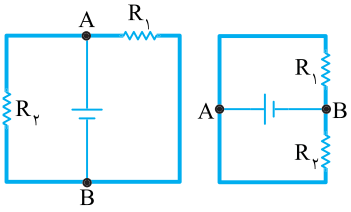
در شـکل (الف) دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ پشت سر هم بسته شده و متوالی هستند.



در شکل (ب) دو مقاومت $R_۳$ و $R_۱$ پشت سـر هم بسـته شـده و مجموعهٔ آن‌ها با $R_۲$ موازی است، در واقع دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به طور مستقل از دو طرف به هم وصل نیستند.



در شکل (پ) و (ت) دو دست مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ در دسـت هم اسـت و هر دو بین دو نقطهٔ A و B باهم دست داده‌اند پس موازی‌اند.

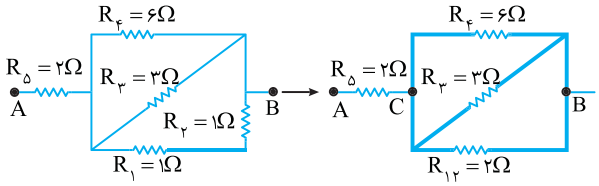


۳ | ۱۷۰۴ | A

برای مقاومت معادل‌گیری از کجا شروع کنیم؟

این پرسش همیشگی عزیزان است، اما پاسخ، از جایی که می‌توانید اولین تشخیص را انجام دهید.

در شـکل دو مقاومت ۱Ω پشـت سرهم بوده و بین آن انشـعاب‌ها نیست پس متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها $R_{۱۲}=۱+۱=۲\Omega$ می‌شود. یعنی مدار در ذهن شما باید به صورت زیر در آید.



اکنون مجدداً به مدار نگاه کنید. سـه مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ و $R_{۱۲}$ دو دسـت‌شـان در دست هم است و بین دو نقطهٔ C و B بسته شده‌اند و باهم موازی‌اند.

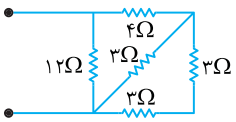
$$\frac{۱}{R_{CB}}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۲}=\frac{۲+۱+۳}{۶}\Rightarrow R_{CB}=۱\Omega$$

اکنون این مقاومت با مقاومت $R_۵$ متوالی است.

$R_۵=۲\Omega \quad R_{CB}=۱\Omega$

$R_{eq}=۲+۱=۳\Omega$

بازی با سؤال مقاومت معادل مدار زیر چند اهم است؟



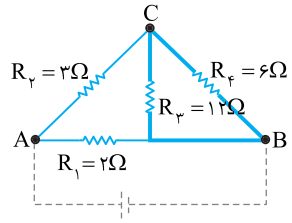
۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

گزینهٔ ۲

۱ | ۱۷۰۵ | B

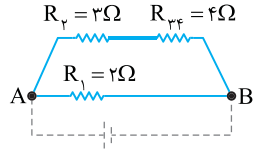
خط فکری مقاومت معادل بین دو نقطه یعنی مدار از آن دو نقطه به باتری متصل باشد.

۱ بـه مقاومـت ۶Ω و ۱۲Ω نگاه کنید، دو دسـت‌شان مستقیماً در نقـاط B و C به هم رسـیده و این دو مقاومت موازی هستند.



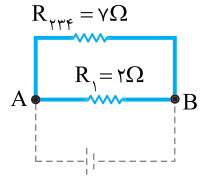
$$R_{۳۴}=\frac{R_۳R_۴}{R_۳+R_۴}=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$$

۲ در ایـن حالـت $R_{۳۴}$ و $R_۲$ باهم متوالی هستند.



$R_{۲۳۴}=۳+۴=۷\Omega$

۳ مقاومـت $R_{۲۳۴}$ بـا $R_۱$ موازی است.



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_{۲۳۴}}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۷}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۴}{۹}\Omega$$

A ۱۷۰۶ ۴

خط فکری اگر n تا مقاومت مشابه داشته باشیم:

متوالی: $R_{eq}=nR$ ⇒ موازی: $R_{eq}=\frac{R}{n}$

شکل‌های (الف) و (ب) شکل‌های ساده‌ای هستند و مقاومت معادل هر شکل خواهد شد:

(الف)

متوالی: $R_{۱۲}=۱۲+۱۲=۲۴\Omega$

متوالی: $R_{۳۴}=۱۲+۱۲=۲۴\Omega$

$$\Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲۴}+\frac{۱}{۲۴}\Rightarrow R_{eq}=۱۲\Omega$$

(ب)

موازی: $R_{۱۳}=\frac{۱۲}{۲}=۶\Omega$ ، موازی: $R_{۲۴}=\frac{۱۲}{۲}=۶\Omega$

$$\Rightarrow R'_{eq}=۶+۶=۱۲\Omega$$

بنابراین $\frac{R'}{R}=۱$ خواهد شد.

بازی با سؤال در مدار شکل زیر اگر کلید K بسته شود، مقاومت مدار چند برابر می‌شود؟

۱) ۲ ۲) ۴/۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۱

گزینه ۴

B ۱۷۰۷ ۳

۱ $R_۱$ ، $R_۲$ پشت سرهم و بدون انشعاب‌اند پس متوالی هستند.

$R_{۱۲}=R_۱+R_۲=۲R+۲R=۴R$

مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ دو دستشان در دست هم و موازی‌اند.

$R_{۳۴}=\frac{۲R}{۲}=R$

۲ مدار را مجدداً رسم می‌کنیم. مقاومت $R_۵$ و $R_{۳۴}$ متوالی هستند، بنابراین:

$R_{۳۴۵}=۳R+R=۴R$

$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۴R}{۲}=۲R$

بازی با سؤال در شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟

ریاضی - ۸۷

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

گزینه ۲

B ۱۷۰۸ ۲

خط فکری به دو مقاومت ۴Ω دقت کنید، دست در دست هم‌اند پس موازی‌اند، همچنین دو مقاومت ۶Ω نیز موازی‌اند اما دو مقاومت ۵Ω و ۱۵Ω به دنبال هم هستند و بین آن‌ها انشعابی نیست بنابراین باهم متوالی هستند. اما مقاومت ۱۲Ω در کنار باتری با مقاومت معادل دیگر مقاومت‌ها به‌طور متوالی بسته شده است.

با توجه به خط فکری مدار را به صورت سادهٔ زیر در می‌آوریم.

موازی: $R_{۳۴}=\frac{۶}{۲}=۳\Omega$ ، موازی: $R_{۱۲}=\frac{۴}{۲}=۲\Omega$

متوالی: $R_{۱۲۳۴}=۲+۳=۵\Omega$ ، متوالی: $R_{۵۶}=۵+۱۵=۲۰\Omega$

در این صورت مقاومت معادل خواهد شد:

$R_{eq}=۴+۱۲=۱۶\Omega$

B ۱۷۰۹ ۲

گزینه ۴

مطابق شکل زیر، مقاومت معادل را به راحتی به‌دست می‌آوریم:

موازی مدار: $\frac{R}{۲}$ ، متوالی: $\frac{۳R}{۲}$

$$\Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R}+\frac{۲}{۳R}=\frac{۵}{۳R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۳R}{۵}$$

با توجه به فرض مسئله مقاومت معادل مدار برابر ۳Ω است از این‌رو:

$R_{eq}=\frac{۳R}{۵}=۳\Rightarrow R=۵\Omega$

میانبر در مقاومت معادل دو مقاومت موازی می‌توان نوشت:

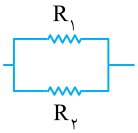
$$R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

B ۲ ۱۷۱۰

خط فکری ۱ باید مقاومت معادل را به‌دست آوریم و آن را برابر مقاومت R_1 قرار دهیم.

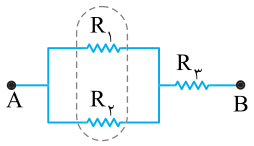
۲ اگر دو مقاومت موازی باشند، مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{1,2}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$



۳ دو مقاومت R_1 و R_2 موازی‌اند و مقدار معادل آن‌ها با R_3 متوالی است، بنابراین مقاومت بین AB خواهد شد:

$$R_{AB}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3$$



۴ که این مقاومت با مقاومت R_1 برابر است:

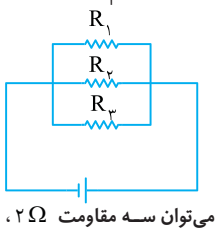
$$\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3=R_1\Rightarrow R_3=R_1-\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

$$\Rightarrow R_3=\frac{R_1^2+R_1R_2-R_1R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow R_3=\frac{R_1^2}{R_1+R_2}$$

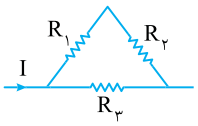
B ۳ ۱۷۱۱

خط فکری در مقاومت‌های موازی، مقاومت معادل از کوچک‌ترین مقاومت موازی مدار، کوچک‌تر است و برای آنکه با حذف یکی از مقاومت‌های موازی بیشترین افزایش مقاومت معادل را داشته باشیم، باید کوچک‌ترین مقاومت را حذف کنیم.

در شکل روبه‌رو سه مقاومت موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها از کوچک‌ترین مقاومت مدار یعنی R_3 کوچک‌تر است $(R_1>R_2>R_3>R_{eq})$ و برای آنکه مقاومت معادل بیشینه شود باید مقاومت R_3 را حذف کرد.



بازی با سؤال در مدار زیر مطابق شکل می‌توان سه مقاومت ۲Ω، ۳Ω، ۶Ω قرار داد. کمترین مقاومت معادل مدار چند اهم می‌تواند باشد؟



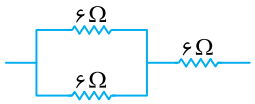
۱) $\frac{18}{11}$ ۲) $\frac{30}{11}$ ۳) $\frac{24}{11}$ ۴) ۲

گزینهٔ ۱

A ۱ ۱۷۱۲

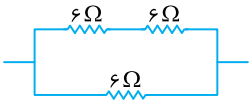
اگر سه مقاومت متوالی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها $6+6+6=18\Omega$ می‌شود و گزینهٔ (۴) می‌تواند مقاومت معادل آن باشد. اگر سه مقاومت موازی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها $\frac{R}{n}=\frac{6}{3}=2\Omega$ می‌شود.

اگر سه مقاومت به‌صورت روبه‌رو بسته شود، مقاومت معادل خواهد شد:



$$R_{eq}=\frac{6}{2}+6=9\Omega$$

اگر سه مقاومت به‌صورت مقابل بسته شوند، مقاومت معادل خواهد شوند:



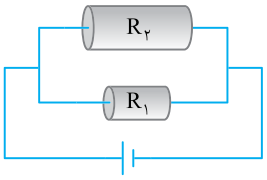
$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{6+6}+\frac{1}{6}\Rightarrow R_{eq}=\frac{12\times6}{12+6}=4\Omega$$

بنابراین گزینهٔ (۱) نمی‌تواند مقاومت معادل باشد.

B ۲ ۱۷۱۳

خط فکری با توجه به اطلاعات مسئله در مورد قطر، جنس و ... مقاومت‌ها، در این مسئله باید به سراغ رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\frac{\rho L}{A}$ برویم و یک رابطه بین مقاومت R_1 و R_2 که باهم موازی‌اند پیدا کنیم.

۱ دو مقاومت هم‌جنس هستند و چگالی آن‌ها یکسان است و بنابر فرض مسئله جرم مقاومت R_2، ۸ برابر جرم مقاومت R_1 است.



$$m_2=8m_1\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}\rho V_2=8\rho V_1\Rightarrow V_2=8V_1\quad (I)$$

۲ حجم سیم برابر است با $V=AL=\pi r^2L$ که در آن r شعاع سطح مقطع سیم و L طول آن است بنابراین در رابطهٔ (I) خواهیم داشت:

$$\pi r_2^2L_2=8\pi r_1^2L_1\xrightarrow{D_2=2D_1\Rightarrow r_2=2r_1}4r_1^2L_2=8r_1^2L_1\Rightarrow L_2=2L_1$$

۳ اکنون نسبت مقاومت‌های R_1 و R_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho}{\rho}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=2\left(\frac{1}{2}\right)^2\Rightarrow R_2=\frac{1}{2}R_1$$

۴ R_1 و R_2 موازی‌اند بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:

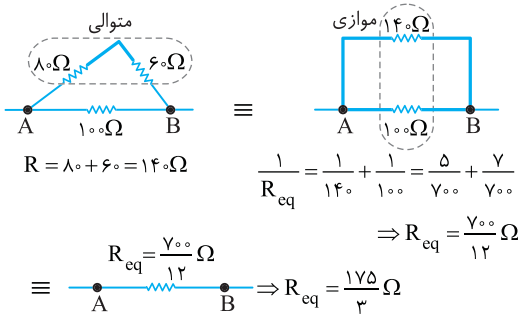
$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{R_1\times\frac{1}{2}R_1}{R_1+\frac{1}{2}R_1}=\frac{R_1}{3}\Rightarrow\frac{R_{eq}}{R_1}=\frac{1}{3}$$

B ۱ ۱۷۱۴

با توجه به قضیهٔ فیثاغورس طول وتر مثلث (سیم AB) برابر است با:

$$L=\sqrt{3^2+4^2}=5m$$

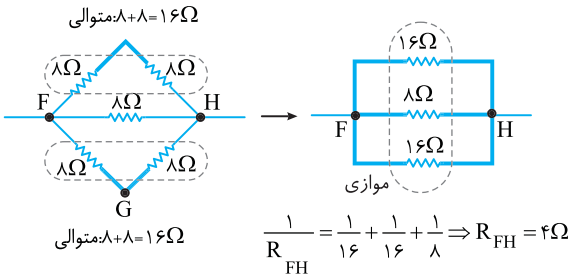
مقاومت هر متر از این سیم 20Ω است، از این‌رو سیمی به طول ۳m، مقاومت $60\Omega(3\times20)$، سیمی به طول ۴m، مقاومت $80\Omega(4\times20)$ و سیمی به طول ۵m، مقاومت $100\Omega(5\times20)$ خواهند داشت، پس شکل مدار به‌صورت زیر قابل مدل‌سازی است:



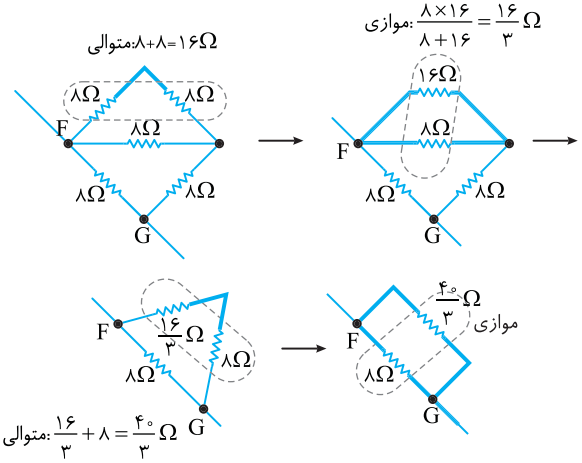
B ۲ ۱۷۱۵

خط فکری مقاومت معادل بین دو نقطه یعنی آن دو نقطه از مدار محل اتصال به باتری باشند.

۱ در حالت اول مقاومت بین F و H:



۲ در حالت دوم مقاومت بین F و G:

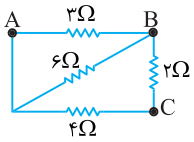


$$\frac{۱}{R_{FG}}=\frac{۱}{۸}+\frac{۳}{۴۰}=\frac{۵+۳}{۴۰}\Rightarrow R_{FG}=۵\Omega$$

بنابراین نسبت مقاومت‌های معادل برابر است با:

$$\frac{R_{FH}}{R_{FG}}=\frac{۴}{۵}$$

بازی با سؤال **در شکل زیر مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B چند برابر مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و C است؟**



۱) ۱
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۵}{۶}$

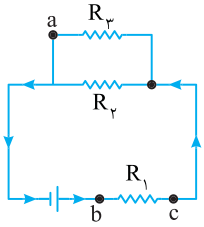
گزینهٔ ۲

B ۱۷۱۶ ۲

خط فکری جهت جریان از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است و با حرکت از پایانهٔ مثبت، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد از این رو:

$$V_b>V_c>V_a$$

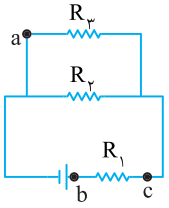
بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.



بازی با سؤال **در شکل زیر اگر بار شارش شده در بازه‌های زمانی یکسان از مقاطع a، b و c به ترتیب q_a، q_b و q_c باشد. کدام گزینه درست است؟**

آزمون مدارس برتر

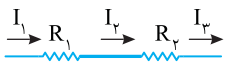
۱) $q_b=q_c>q_a$
۲) $q_a=q_b=q_c$
۳) $q_b=q_c<q_a$
۴) $q_b>q_a>q_c$



گزینهٔ ۱

B ۱۷۱۷ ۱

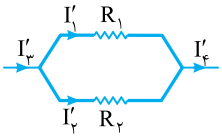
در شکل (الف)، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ پشت سر هم قرار دارند و متوالی هستند. در مقاومت‌های متوالی، جریان الکتریکی هر مقاومت با جریان الکتریکی کل مدار برابر است.



$$I_۱=I_۲=I_۳$$

راستی با عبور جریان از مقاومت، جریان کم نمی‌شه و جریان ورودی به مقاومت با جریان خروجی از مقاومت برابره.

در مقاومت‌های موازی جریان عبوری از هر مقاومت با مقاومت نسبت وارون دارد.



$$V'_۱=V'_۲\Rightarrow R_۱I'_۱=R_۲I'_۲\Rightarrow\frac{I'_۱}{I'_۲}=\frac{R_۲}{R_۱}$$

$$\xrightarrow{R_۲>R_۱} I'_۱>I'_۲$$

جریان کل ورودی به شاخه‌های موازی با جریان کل خروجی از شاخه‌های موازی برابر است، از این‌رو:

$$\begin{cases}I'_۳=I'_۱+I'_۲\\I'_۴=I'_۱+I'_۲\end{cases}\Rightarrow I'_۳=I'_۴$$

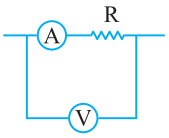
بنابراین در شکل (ب) داریم:

$$I'_۲<I'_۱<I'_۳=I'_۴$$

A ۱۷۱۸ ۴

خط فکری برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل هر قسمت از مدار، ولت‌سنج به‌طور موازی به دو سر آن قسمت بسته می‌شود، اما آمپرسنج که برای اندازه‌گیری جریان استفاده می‌شود به‌طور متوالی در مدار قرار می‌گیرد.

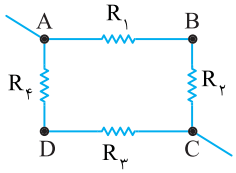
با توجه به آنچه در خط فکری بیان شد، مدار را باید به صورت گزینهٔ (۴) وصل کرد.



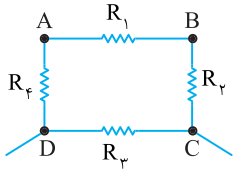
B ۱۷۱۹ ۲

خط فکری برای آنکه جریان دو مقاومت برابر شود باید دو مقاومت به‌طور متوالی بسته شده باشند، بنابراین باید دقت کنیم در چه حالتی دو مقاومت $R_۱$ و $R_۴$، متوالی‌اند.

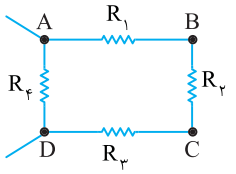
گزینهٔ (۱): با توجه شکل روبه‌رو دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ و همچنین دو مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ متوالی‌اند و این گزینه نادرست است.



گزینهٔ (۲): در این حالت سه مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۴$ متوالی هستند، بنابراین این گزینه درست است.

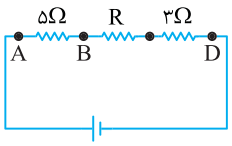


گزینهٔ (۳): در این حالت، سه مقاومت $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ متوالی و با مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت $R_۴$ موازی است، یعنی $R_۱$ و $R_۴$ نه متوالی و نه موازی هستند و گزینهٔ (۳) نادرست است.



B ۱۷۲۰ ۴

منظور از اختلاف پتانسیل V_A-V_B، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵Ω است. بنابراین جریان مقاومت ۵Ω که همان جریان کل مدار است برابر خواهد شد با:



$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V_A-V_B=۱۰V}۵=\frac{۱۰}{I}\Rightarrow I=۲A$$

با توجه به فرض مسئله $V_A-V_D=۲۰V$ است که یعنی اختلاف پتانسیل دو سر کل مقاومت‌ها ۲۰V بوده و از طرفی جریان مدار نیز ۲A است. بنابراین:

$$V_{AD}=R_{AD}I\xrightarrow{R_{AD}=۵+R+۳=۸+R}۲۰=۲(۸+R)\Rightarrow R=۲\Omega$$

A ۱۷۲۱ **۱**

ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند، بنابراین:

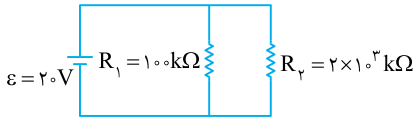
$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}$$

$$\xrightarrow{R_۱=۱۰۰k\Omega,\ R_۲=۲M\Omega=۲۰۰۰k\Omega}\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۱۰۰}+\frac{۱}{۲۰۰۰}=\frac{۲۱}{۲۰۰۰}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲۰۰۰}{۲۱}k\Omega=\frac{۲\times۱۰^۶}{۲۱}\Omega$$

حال با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ جریان را به‌دست می‌آوریم.

$$I=\frac{۲۰}{\frac{۲\times۱۰^۶}{۲۱}}=۲۱\times۱۰^{-۵}A=۲۱\times۱۰^{-۲}mA=۰/۲۱mA$$



A ۱۷۲۲ **۳**

جریان عبوری از مدار (الف) را به‌دست می‌آوریم: $I_۱=\frac{\varepsilon}{R_۱}\Rightarrow I_۱=\frac{۲۰}{۱۰}=۲A$

مقاومت معادل مدار (ب) برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۱۰۰۰۰۰}{۱۰۰۰۱۰}=\frac{۱۰۰۰۰}{۱۰۰۱}\Omega$$

$$I_۲=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{۲۰\times۱۰۰۱}{۱۰۰۰۰}=۲/۰۰۲A$$

بنابراین جریان ۲ میلی‌آمپر تغییر کرده است.

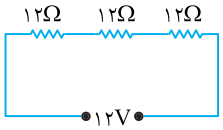
A ۱۷۲۳ **۲**

آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۷}{۱۳+۱}=۰/۵A$

A ۱۷۲۴ **۲**

در حالت اول سه مقاومت متوالی هستند و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

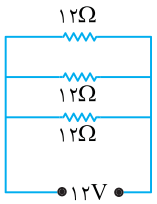
$$R_{eq}=۱۲+۱۲+۱۲=۳۶\Omega$$



جریان کل مدار که با جریان تک‌تک مقاومت‌ها برابر است را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۳۶}=\frac{۱}{۳}A$$

در حالتی که سه مقاومت موازی‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر تمام مقاومت‌ها با اختلاف پتانسیل دو سر مدار یکسان و برابر ۱۲V است، بنابراین جریان هر مقاومت خواهد شد:



$$I'=\frac{V}{R}=\frac{۱۲}{۱۲}=۱A$$

در این صورت خواهیم داشت: $\frac{I}{I'}=\frac{\frac{۱}{۳}}{۱}=\frac{۱}{۳}$

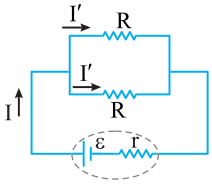
B ۱۷۲۵ **۲**

۱ ابتدا حالت موازی را بررسی می‌کنیم.

مقاومت معادل برابر است با: $R_{eq}=\frac{R}{۲}$

جریان مدار خواهد شد:

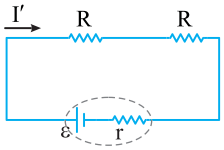
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{\frac{R}{۲}+r}\Rightarrow I=\frac{۲\varepsilon}{R+۲r}$$



جریان کل مدار به‌طور مساوی بین دو مقاومت یکسان موازی تقسیم می‌شود و جریان هر مقاومت در این حالت خواهد شد:

$$I_۱=\frac{I}{۲}\Rightarrow I_۱=\frac{۱}{۲}\frac{۲\varepsilon}{R+۲r}\Rightarrow I_۱=\frac{\varepsilon}{R+۲r}$$

۲ حالت متوالی را بررسی می‌کنیم. مقاومت معادل برابر است با: $R'_{eq}=R+R=۲R$

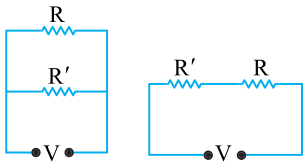


در این حالت جریان کل مدار با جریان هر مقاومت برابر است از این‌رو: $I'=\frac{\varepsilon}{۲R+r}$

با توجه به فرض مسئله که جریان هر یک از مقاومت‌ها در دو حالت برابر است، خواهیم داشت:

$$I'=I_۱\Rightarrow\frac{\varepsilon}{۲R+r}=\frac{\varepsilon}{R+۲r}\Rightarrow R+۲r=۲R+r\Rightarrow r=R$$

بازی با سؤال **در شکل زیر دو مقاومت را به دو صورت به اختلاف پتانسیل V وصل می‌کنیم. اگر جریان عبوری از مقاومت R' در شکل (۱)، ۱/۵ برابر جریان عبوری از مقاومت R' در شکل (۲) باشد، $\frac{R}{R'}$ کدام است؟** ریاضی ۸۸



شکل (۱) شکل (۲)

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) ۲

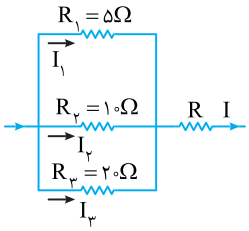
۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) ۳

گزینهٔ ۱

A ۱۷۲۶ **۴**

خط فکری مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ باهم موازی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر شاخه‌های موازی باهم برابر است. وقتی بیان می‌شود اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵Ω، ۱۰V است یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های ۱۰Ω و ۲۰Ω نیز ۱۰V است.



۱ جریان هر مقاومت را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم:

$$I_۱=\frac{V}{R_۱}\Rightarrow I_۱=\frac{۱۰}{۵}=۲A\ ,\ I_۲=\frac{V}{R_۲}\Rightarrow I_۲=\frac{۱۰}{۱۰}=۱A$$

$$I_۳=\frac{V}{R_۳}\Rightarrow I_۳=\frac{۱۰}{۲۰}=۰/۵A$$

۲ جریان کل برابر مجموع جریان سه مقاومت است.

$$I=I_۱+I_۲+I_۳=۲+۱+۰/۵=۳/۵A$$

روش دوم:

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

با توجه به اختلاف پتانسیل مقاومت ۵Ω، جریان این مقاومت را به‌دست می‌آوریم:

$$V_۱=R_۱I_۱\Rightarrow ۱۰=۵\times I_۱\Rightarrow I_۱=۲A$$

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ موازی با یکدیگرند بنابراین جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت بین آن‌ها تقسیم می‌شود.

مقاومت $R_۲$ دو برابر مقاومت $R_۱$ است پس $I_۲=\frac{I_۱}{۲}=۱A$ و مقاومت $R_۳$ چهار برابر مقاومت $R_۱$ است پس $I_۳=\frac{I_۱}{۴}=۰/۵A$. بنابراین جریان I برابر است با:

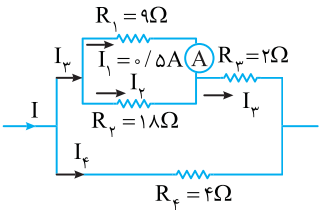
$$I=I_۱+I_۲+I_۳=۳/۵A$$

B ۱۷۲۷ ۴

خط فکری در حل این نوع مسائل مرحله به مرحله باید ولتاژ، جریان و مقاومت هر شاخه را حساب کرد و پیش رفت.

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

۱ مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند و جریان عبوری از مقاومت ۹Ω، $۰/۵$ آمپر است. طبق نکته بالا چون مقاومت $R_۲$ دو برابر مقاومت $R_۱$ است پس جریان $I_۲$ نصف جریان $I_۱$ و برابر $۰/۲۵$ آمپر است.



۲ جریان کل شاخهٔ بالایی یعنی جریان $I_۳$ برابر است با:

$$I_۳=I_۱+I_۲=۰/۵+۰/۲۵=۰/۷۵A$$

۳ مقاومت معادل شاخه بالایی را حساب می‌کنیم.

$$R_۲ \text{ و } R_۱ \text{ موازی}: \frac{۱}{R_{۱۲}}=\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow\frac{۱}{R_{۱۲}}=\frac{۳}{۱۸}\Rightarrow R_{۱۲}=۶\Omega$$

مقاومت $R_۳$ با مقاومت $R_{۱۲}$ متوالی است و مقاومت شاخهٔ بالایی خواهد شد:

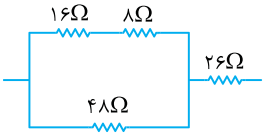
$$R_{\text{بالایی}}=R_{۱۲}+R_۳=۶+۲=۸\,\Omega$$

۴ مقاومت شاخه پایینی $۴\,\Omega$ و نصف مقاومت شاخهٔ بالایی است بنابراین جریان شاخه پایینی دو برابر جریان شاخه بالایی است.

$$V_{\text{بالایی}}=V_{\text{پایینی}}\Rightarrow I_۳R_{\text{بالایی}}=I_۴R_{\text{پایینی}}\Rightarrow ۰/۷۵\times۸=I_۴\times۴\Rightarrow I_۴=۱/۵A$$

۵ بنابراین جریان کل I خواهد شد: $I=I_۳+I_۴=۰/۷۵+۱/۵=۲/۲۵$

بازی با سؤال **در شکل زیر که بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد، جریان عبوری از مقاومت $۸\,\Omega$ چند برابر جریان عبوری از مقاومت $۴۸\,\Omega$ است؟**

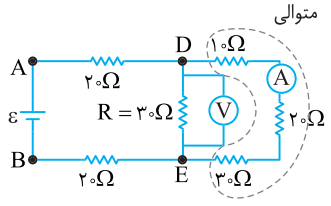


۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۶ ۴) $\frac{۱}{۶}$

گزینهٔ ۱

B ۱۷۲۸ ۱

به شکل نگاه کنید. مقاومت‌های $۱۰\,\Omega$، $۲۰\,\Omega$ و $۳۰\,\Omega$ متوالی هستند و معادل این سه مقاومت با مقاومت $R=۳۰\,\Omega$ موازی است و در شاخه‌های موازی اختلاف پتانسیل‌ها برابر است یعنی اختلاف پتانسیل شاخهٔ سمت راست شامل $۱۰\,\Omega$، $۲۰\,\Omega$ و $۳۰\,\Omega$ با اختلاف پتانسیل $R=۳۰\,\Omega$ برابر است. ولتسنج عدد $۱۲V$ را نشان می‌دهد. بنابراین اختلاف پتانسیل شاخه سمت راست با مقاومت $۳۰+۲۰+۱۰=۶۰\,\Omega$ نیز $۱۲V$ است و جریان عبوری از این شاخه برابر است با:



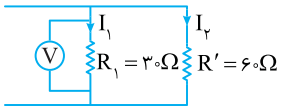
$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۶۰}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow I=۰/۲A$$

مقاومت‌های $۱۰\,\Omega$، $۲۰\,\Omega$ و $۳۰\,\Omega$ با هم متوالی‌اند و جریان عبوری از آن‌ها یکسان و برابر جریان شاخهٔ سمت راست یعنی $۰/۲A$ می‌شود.

دقت کنید که آمپرسنج نیز در این شاخه و متوالی با این سه مقاومت بسته شده پس آمپرسنج جریان $۰/۲A$ را نشان می‌دهد.

آمپرسنج روی شاخهٔ سمت راست قرار دارد و جریان عبوری از این شاخه را نشان می‌دهد.

روش دوم: با توجه به توضیحات بالا مقاومت معادل سه مقاومت $۱۰\,\Omega$، $۲۰\,\Omega$ و $۳۰\,\Omega$ با مقاومت $۳۰\,\Omega$ موازی است. با توجه به اختلاف پتانسیل، جریان مقاومت $۳۰\,\Omega$ را به‌دست می‌آوریم و در ادامه با توجه به اینکه در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود جریان شاخهٔ سمت راست را حساب می‌کنیم:

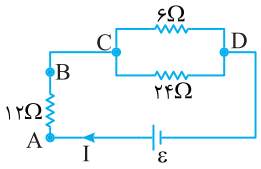


$$V=RI_۱\Rightarrow ۱۲=۳۰\times I_۱=۰/۴A$$

$$R'=۲R_۱\Rightarrow I_۲=\frac{I_۱}{۲}=۰/۲A$$

B ۱۷۲۹ ۲

مقاومت معادل بین نقاط C و D را حساب می‌کنیم.



$$R_{CD}=\frac{۲۴\times۶}{۲۴+۶}\Rightarrow R_{CD}=\frac{۲۴\times۶}{۳۰}$$

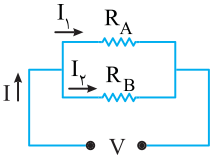
$$R_{CD}=۴/۸\Omega$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\frac{V_{AB}}{V_{CD}}=\frac{R_{AB}I}{R_{CD}I}\Rightarrow\frac{V_{AB}}{V_{CD}}=\frac{۱۲}{۴/۸}\Rightarrow\frac{V_{AB}}{V_{CD}}=\frac{۵}{۲}$$

B ۱۷۳۰ ۲

خط فکری در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل‌ها برابر است بنابراین جریان با مقاومت نسبت وارون دارد.



$$V_A=V_B\Rightarrow R_AI_A=R_BI_B$$

$$\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{R_B}{R_A}\qquad (I)$$

ابتدا به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت، نسبت $\frac{R_B}{R_A}$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{\rho_B\frac{L_B}{A_B}}{\rho_A\frac{L_A}{A_A}}=\frac{\rho_B}{\rho_A}\times\frac{L_B}{L_A}\times\frac{A_A}{A_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_A=۱/۶\times۱۰^{-۸}\Omega.m,\ \rho_B=۵/۶\times۱۰^{-۸}\Omega.m]{L_A=L_B\ ,\ A_A=A_B}\frac{R_B}{R_A}=\frac{۵/۶\times۱۰^{-۸}}{۱/۶\times۱۰^{-۸}}$$

$$\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{۷}{۲}\xrightarrow{(I)}\frac{I_A}{I_B}=\frac{۷}{۲}\Rightarrow I_B=\frac{۲}{۷}I_A\qquad (II)$$

در مقاومت موازی مجموع جریان‌ها برابر جریان کل مدار است.

$$I=I_A+I_B\xrightarrow[I=۴/۵A]{(II)}۴/۵=I_A+\frac{۲}{۷}I_A\Rightarrow۴/۵=\frac{۹}{۷}I_A\Rightarrow I_A=۳/۵A$$

بازی با سؤال **قطر مقطع دو سیم مسی A و B به ترتیب $۰/۲mm$ و $۰/۳mm$ و طول این دو سیم باهم برابر است. این دو سیم به‌طور موازی به اختلاف پتانسیل ثابتی بسته شده‌اند و از مجموعه جریان $۲/۶$ آمپر می‌گذرد. جریان عبوری از سیم A چند آمپر است؟** خارج تجربی - ۸۸

۱) ۰/۸ ۲) ۱/۱۴ ۳) ۱/۵۶ ۴) ۱/۸

گزینهٔ ۱

B ۱۷۳۱ ۱

خط فکری دو سیم موازی هستند و ولتاژ آن‌ها یکی است، بنابراین جریان آن‌ها با مقدار مقاومت‌هایشان نسبت وارون دارد و می‌توان ابتدا نسبت مقاومت R_A و R_B را به‌دست آورد، سپس به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت نسبت سطح مقطع $\frac{A_A}{A_B}$ را حساب کرد.

دو سیم باهم موازی هستند و ولتاژ دو سر سیم‌ها باهم برابر است:

$$V_A=V_B\Rightarrow R_A\times\frac{I}{3}=R_B\times\frac{2I}{3}\Rightarrow R_A=2R_B$$

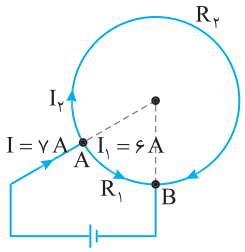
اکنون می توان نسبت $\frac{A_A}{A_B}$ را به‌دست آورد.

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{R_A=2R_B}\rho_A\frac{L_A}{A_A}=2\rho_B\frac{L_B}{A_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_A=3\rho_B]{L_A=L_B}3\rho_B\frac{1}{A_A}=2\rho_B\frac{1}{A_B}\Rightarrow\frac{A_A}{A_B}=\frac{3}{2}$$

B ۱۷۳۲ ۳

فرض کنید سیم‌ها از دو نقطهٔ A و B به باتری وصل شده‌اند، پس از جریان ۷A، ۶A از شاخهٔ پایینی آن و ۱A از شاخهٔ بالایی عبور می‌کند و چون در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقاومت تقسیم می‌شود، از این‌رو خواهیم داشت:

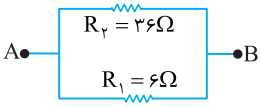


$$I_1=6I_2\Rightarrow R_2=6R_1\ (I)$$

دقت کنید مجموع مقاومت‌های سیم برابر ۴۲Ω شده است.

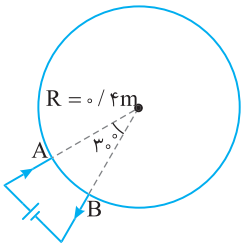
$$R_1+R_2=42\Omega\xrightarrow{(I)}7R_1=42\Rightarrow R_1=6\Omega,R_2=36\Omega$$

با توجه به شکل مقاومت‌های R_1 و R_2 هر دو به دو نقطهٔ A و B وصل شده‌اند و با هم موازی هستند یعنی دو مقاومت به شکل زیر داریم و مقاومت معادل خواهد شد:



$$\frac{1}{R_{1,2}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow\frac{1}{R_{1,2}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{36}=\frac{7}{36}\Rightarrow R_{1,2}=\frac{36}{7}\Omega$$

بازی با سوال **مقاومت هر متر از طول یک سیم رسانا ۵۰Ω است. آن را مطابق شکل به‌صورت یک حلقه درمی‌آوریم و در مدار قرار می‌دهیم، مقاومت معادل مدار چند اهم می‌شود؟ ($\pi=3$)**

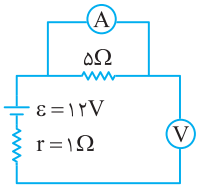


۱) $\frac{55}{6}$ ۲) $\frac{35}{6}$ ۳) $\frac{25}{6}$ ۴) $\frac{15}{6}$

گزینهٔ ۱

B ۱۷۳۳ ۱

ولت‌سنج V_1 ولتاژ دو سر مقاومت R و ولت‌سنج V_2 ولتاژ دو سر مقاومت مجموعه 2R و 4R را نشان می‌دهد.



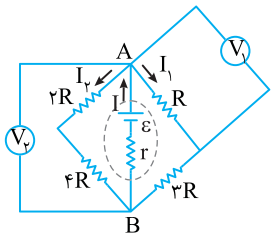
(شاخهٔ سمت چپ)

شاخهٔ سمت راست که شامل مقاومت‌های متوالی R و 3R است با شاخهٔ سمت چپ که شامل مقاومت‌های 2R و 4R است موازی است و جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت‌ها است.

مقاومت معادل شاخه سمت چپ $2R+4R=6R$ و مقاومت معادل شاخه سمت راست $R+3R=4R$ است:

$$\begin{cases}V_1=RI_1\xrightarrow{I_1=6x}V_1=6Rx\\V_2=6RI_2\xrightarrow{I_2=4x}V_2=24Rx\end{cases}\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{6Rx}{24Rx}=\frac{1}{4}$$

میانبر این میانبر فرمول نیست بلکه درک فیزیکی است، اصولاً نیازی به محاسبه نسبت جریان نیست زیرا ولت‌سنج V_1 اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R و ولت‌سنج V_2 اختلاف پتانسیل بین A و B یعنی ولتاژ دو سر R و 3R را نمایش می‌دهد از این‌رو:

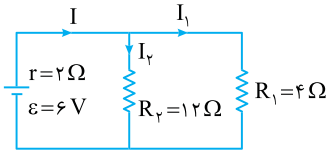


$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{I_1R}{I_1(R+3R)}=\frac{1}{4}$$

B ۱۷۳۴ ۳

خط فکری در سوالاتی که مقدار تمام مقاومت‌های خارجی مدار، مقاومت داخلی مدار و نیروی محرکهٔ باتری داده شده، بهتر است در گام اول مقاومت معادل مدار و در گام دوم جریان مدار را به‌دست آوریم.

۱ مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω باهم موازی‌اند و مدار را می‌توان به شکل زیر رسم کرد.



مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{12\times4}{12+4}=3\Omega$$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{6}{3+2}\Rightarrow I=1/2A$$

یادآوری در مقاومت‌های موازی، جریان شاخه‌ها با مقدار مقاومت‌ها رابطه عکس دارند:

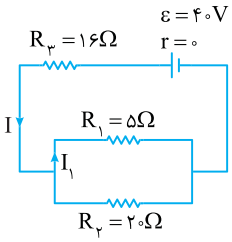
$$R_2=3R_1\ ,\ I_2=\frac{I_1}{3}$$

۳ بنابراین‌می‌توان‌نوشت:

$$I=I_1+I_2\Rightarrow1/2=I_1+\frac{I_1}{3}\Rightarrow\frac{4I_1}{3}=1/2\Rightarrow I_1=0/9A$$

B ۱۷۳۵ ۲

مدار را ساده‌تر رسم می‌کنیم تا راحت‌تر متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها را تشخیص دهیم. مقاومت‌های ۲۰Ω و ۵Ω موازی بوده و معادل آن با مقاومت ۱۶Ω متوالی است.



مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم:

$$R_{12}=\frac{R_1\times R_2}{R_1+R_2}=\frac{5\times20}{5+20}=4\Omega$$

$$R_{eq}=R_{12}+R_3=4+16=20\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{40}{20+0}\Rightarrow I=2A$$

در شاخه‌های موازی ولتاژها برابر است:

$$V_1=V_2\Rightarrow5I_1=20I_2\Rightarrow I_2=\frac{1}{4}I_1\xrightarrow{I=I_1+I_2}2=I_1+\frac{I_1}{4}\Rightarrow I_1=\frac{8}{5}=1/6A$$

روش دیگر برای جریان‌ها: در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود به همین دلیل برای تقسیم جریان در شاخه‌های موازی معمولاً جریان مقاومت بزرگ‌تر $(R_2=20\Omega)$ را x نمایش می‌دهند و جریان مقاومت کوچک‌تر $(R_1=5\Omega)$ برابر 4x می‌شود، بنابراین جریان کل مدار برابر می‌شود با:

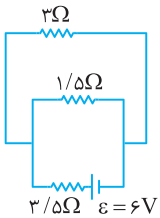
$$I=x+4x=5x\xrightarrow{I=2A}2=5x\Rightarrow x=0/4A\ ,I_2=0/4A$$

و جریان I_1 برابر است با:

$$I_1=4x=4\times0/4=1/6A$$

که این همان روش بالایی است.

بازی با سؤال در مدار زیر جریانی که از مقاومت $1/5\,\Omega$ می‌گذرد، چند آمپر است؟ ریاضی - ۸۷

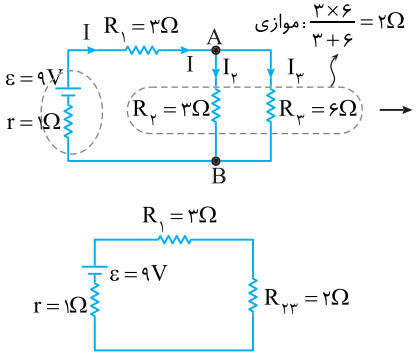


۱) $\frac{1}{3}$
۲) $\frac{2}{3}$
۳) $\frac{2}{5}$
۴) $\frac{3}{5}$

گزینهٔ ۲

B ۱۷۳۶ ۲

خط فکری مسیر مشخص است، ابتدا مقاومت معادل، سپس جریان کل مدار و سرانجام یافتن ولتاژ R_1 و R_3 و کم کردن ولتاژها از هم.



۱ مقاومت معادل مدار برابر است: $R_{eq}=R_1+R_{23}\Rightarrow R_{eq}=3+2=5\,\Omega$

۲ جریان مدار برابر خواهد شد با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{9}{5+1}=1/5A$

۳ ولتاژ دو سر R_1 را حساب می‌کنیم. $V_1=IR_1=1/5\times3=4/5V$

۴ اما برای یافتن ولتاژ دو سر مقاومت R_2 نیازی به تقسیم جریان بین دو مقاومت و از این داستان‌ها نیست چون مقاومت R_2 و R_3 موازی هستند و ولتاژ دو سر مقاومت معادل آن‌ها با ولتاژ دو سر تک‌تک آن‌ها برابر است.

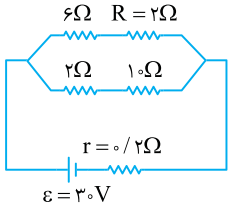
$V_2=V_3=V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow V_3=1/5\times2=3V$

بنابراین: $V_1-V_3=4/5-3=1/5V$

البته می‌توانستیم جریان $1/5A$ را بین دو شاخهٔ $3\,\Omega$ و $6\,\Omega$ تقسیم کنیم. با توجه به اینکه جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌های موازی تقسیم می‌شود بنابراین:

$I_2=2I_3\Rightarrow I_2=1A\ ,\ V_2=R_2I_2=3V$

بازی با سؤال در مدار شکل زیر افت پتانسیل دو مقاومت R چند ولت است؟



۱) ۴/۸
۲) ۷/۲
۳) ۲/۴
۴) ۳/۶

گزینهٔ ۲

A ۱۷۳۷ ۳

مقاومت‌های R_2 و R_3 متوالی هستند. $R_{2,3}=R_2+R_3\Rightarrow R_{2,3}=3+6=9\Omega$

مقاومت $R_{2,3}$ با مقاومت R_1 موازی است و مقاومت معادل خواهد شد:

$R_{eq}=\frac{3\times9}{3+9}=\frac{27}{12}=\frac{9}{4}=2/25\Omega$

آمپرسنج، جریان کل مدار را نشان می‌دهد، مقدار آن را حساب می‌کنیم.

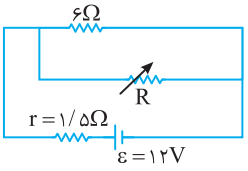
$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{30}{2/25+0/75}=10A$

و عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، برابر است با:

$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=30-10\times0/75\Rightarrow V=22/5V$

B ۱۷۳۸ ۴

حالت اول: وقتی مقاومت متغیر صفر است. سبب اتصال کوتاه باتری شده و اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر می‌شود:



$I=\frac{\varepsilon}{r+0}=\frac{\varepsilon}{r}\Rightarrow V=\varepsilon-rI=0$

حالت دوم: وقتی مقاومت متغیر $18\,\Omega$ می‌شود، این مقاومت با مقاومت $6\,\Omega$ موازی بوده و مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R_{eq}=\frac{6\times18}{6+18}\Rightarrow R_{eq}=4/5\Omega$

جریان مدار خواهد شد: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{4/5+1/5}\Rightarrow I=2A$

ولتاژ دو سر باتری برابر است با: $V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=12-2\times1/5\Rightarrow V=9V$

B ۱۷۳۹ ۳

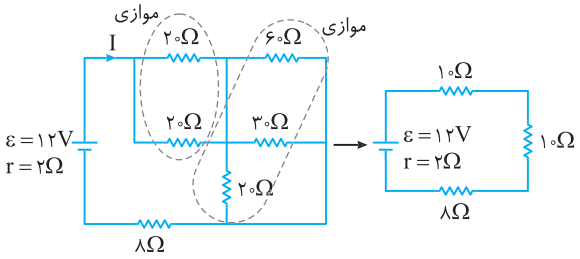
مقاومت‌های $20\,\Omega$، $30\,\Omega$ و $60\,\Omega$ دو دستشان در دست هم است و موازی‌اند:

$\frac{1}{R'}=\frac{1}{60}+\frac{1}{30}+\frac{1}{20}\Rightarrow R'=10\,\Omega$

مقاومت‌های $20\,\Omega$ و $20\,\Omega$ نیز باهم موازی‌اند: $R''=\frac{20}{2}=10\,\Omega$

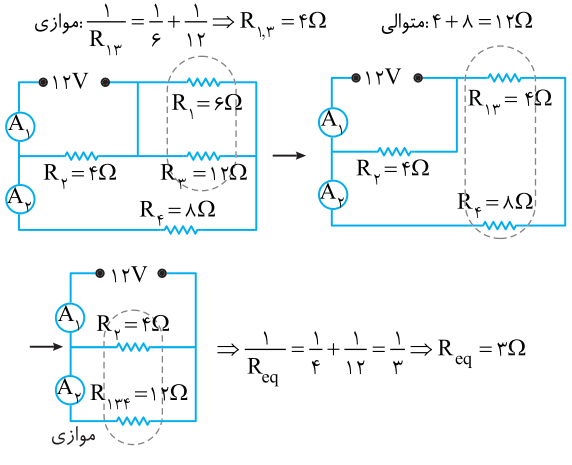
مقاومت R' و R'' و مقاومت $8\,\Omega$ پشت سر هم و متوالی هستند و مقاومت معادل مدار برابر است با: $R_{eq}=10+10+8=28\,\Omega$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{28+2}\Rightarrow I=0/4A$



B ۱۷۴۰ ۳

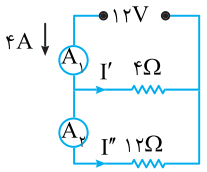
آمپرسنج A_1 جریان خروجی از باتری را نشان می‌دهد. ابتدا مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم.



$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{1}{3}\Rightarrow R_{eq}=3\Omega$

مقاومت معادل مدار $R_{eq}=۳\,\Omega$ و اختلاف پتانسیل مدار $۱۲V$ است، بنابراین جریان کل مدار که توسط آمپرسنج $A_۱$ نشان داده می‌شود برابر است با:

$$I=\frac{V}{R_{eq}}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۳}=۴A$$



اما آمپرسنج $A_۲$ مطابق شکل جریان شاخهٔ پایینی که مقاومت معادل آن $۱۲\,\Omega$ است را نشان می‌دهد. ولتاژ دو سر این مقاومت $۱۲\,\Omega$ برابر $۱۲V$ است، بنابراین جریان آن برابر است با:

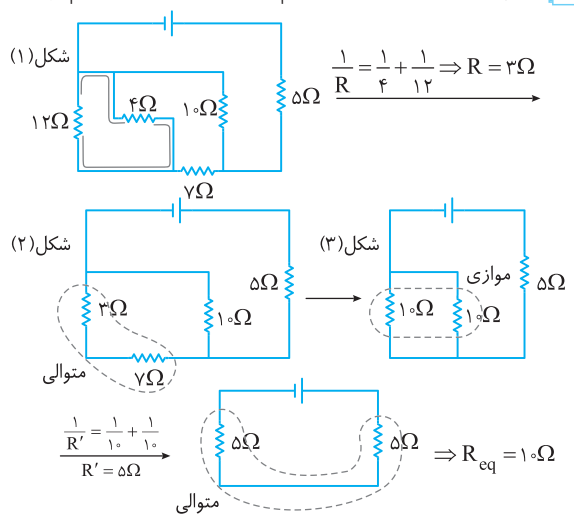
$$I''=\frac{V}{R}=\frac{۱۲}{۱۲}=۱A$$

بنابراین $A_۲$، جریان $۱A$ را نشان می‌دهد.

B ۱۷۴۱ ۲

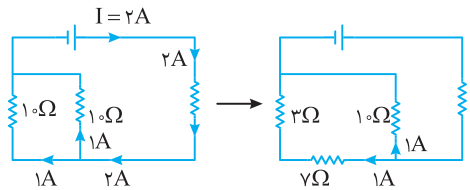
خط فکری در سؤالاتی که مقدار تمام مقاومت‌ها، مقاومت درونی و نیرو محرکه داده شده، ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده در گام بعدی جریان مدار را حساب می‌کنیم $\left(I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\right)$ و در گام آخر با تقسیم جریان، جریان شاخهٔ خواسته شده را به‌دست می‌آوریم.

۱ دو سر مقاومت‌های $۴\,\Omega$ و $۱۲\,\Omega$ به هم بسته شده و این دو مقاومت باهم موازی‌اند:



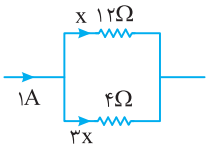
۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow[r=۰,\varepsilon=۲۰V]{R_{eq}=۱۰\Omega}I=\frac{۲۰}{۱۰+۰}=۲A$

۳ دوباره به سراغ چگونگی به هم بستن مقاومت‌ها می‌رویم. مقاومت $۴\,\Omega$ و $۱۲\,\Omega$ باهم موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت $۷\,\Omega$ متوالی است و معادل هر سه مقاومت $۱۲\,\Omega$، $۴\,\Omega$ و $۷\,\Omega$ با مقاومت $۱۰\,\Omega$ موازی است. تقسیم جریان را از شکل (۳) آغاز می‌کنیم:



پس به مقاومت $۳\,\Omega$ که معادل دو مقاومت موازی $۱۲\,\Omega$ و $۴\,\Omega$ است جریان $۱A$ می‌رسد.

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.



$$x+۳x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۴}A$$

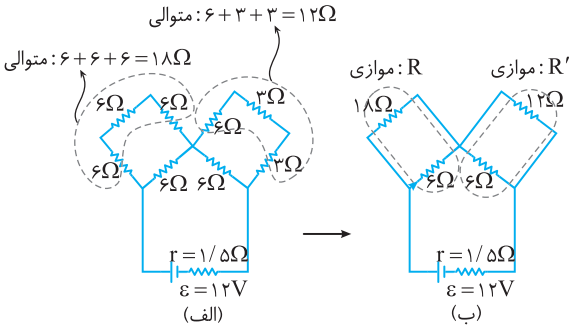
جریان عبوری از مقاومت $۴\,\Omega$ خواهد شد:

$$I_{۴\Omega}=۳x\Rightarrow I_{۴\Omega}=۳\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}A$$

B ۱۷۴۲ ۳

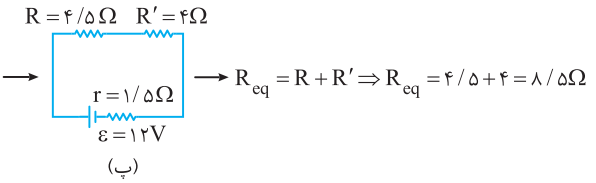
خط فکری در سؤالاتی که مقدار تمام مقاومت‌ها و نیرو محرکه داده شده است، ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده و در گام بعدی جریان کل $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ را حساب می‌کنیم و در گام آخر جریان شاخهٔ خواسته شده را با تقسیم جریان به‌دست می‌آوریم.

۱ ابتدا مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:



مقاومت‌های R و R' متوالی‌اند:

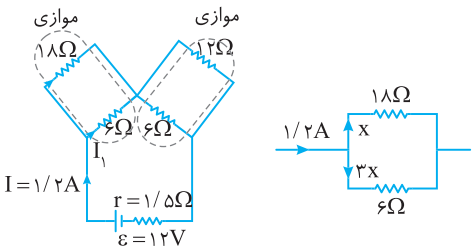
$$\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{۶}=\frac{۴}{۱۸}\Rightarrow R=۴/۵\Omega\ ,\ \frac{۱}{R'}=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۶}=\frac{۳}{۱۲}\Rightarrow R'=۴\Omega$$



$$R_{eq}=R+R'\Rightarrow R_{eq}=۴/۵+۴=۸/۵\Omega$$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۸/۵+۱/۵}=۱/۲A$

با توجه به مدار شکل (ب) جریان $I_۱$ خواسته شده را حساب می‌کنیم. دقت کنید در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود یعنی جریان $I=۱/۲A$ بین دو مقاومت $۶\,\Omega$ و $۱۸\,\Omega$ به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود و اگر به مقاومت $۱۸\,\Omega$ جریان x برسد به مقاومت $۶\,\Omega$ که مقدار آن $\frac{۱}{۳}$ مقاومت $۱۸\,\Omega$ است، جریان $۳x$ خواهد رسید.

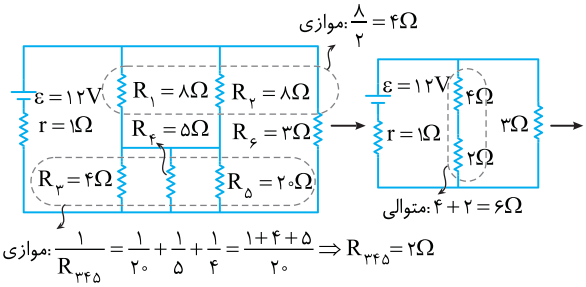


$$x+۳x=۱/۲\Rightarrow x=۰/۳A\ ,\ I_۱=۳x\Rightarrow I_۱=۰/۹A$$

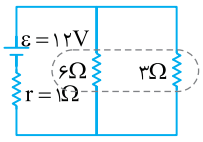
B ۱۷۴۳ ۲

خط فکری صورت سؤال شما را گول نزند، مسئله مانند تمام مدارها حل می‌شود. باید مقاومت معادل را حساب کنید و جریان مدار را به‌دست بیاورید تا بتوانید مدت زمان کارکرد این باتری را از رابطهٔ $Q=It$ حساب کنید.

۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.



موازی: $\frac{۱}{R_{۳۴۵}}=\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۴}=\frac{۱+۴+۵}{۲۰}\Rightarrow R_{۳۴۵}=۲\Omega$



موازی: $R_{eq}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}\Rightarrow R_{eq}=۲\Omega$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۲+۱}=۴A$

یادآوری آمپر ساعت یکای بار الکتریکی است.

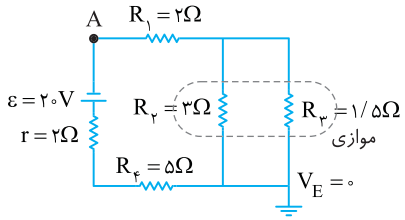
۳ مدت زمان کارکرد باتری خواهد شد:

$Q=It\Rightarrow ۵۰=۴t\Rightarrow t=۱۲/۵h$

B ۱۷۴۴ ۱

یادآوری پتانسیل الکتریکی زمین و هر نقطه‌ای از مدار که به زمین وصل باشد، صفر است.

خط فکری اتصال به زمین (E) نقشی در مقاومت معادل مدار و جریان مدار ندارد. از طرفی پتانسیل یک نقطه از مدار به معنای اختلاف پتانسیل بین آن نقطه و اتصال به زمین است. ابتدا مقاومت معادل، سپس جریان مدار و سرانجام پتانسیل نقطهٔ A را باید مرحله به مرحله به‌دست بیاورید.



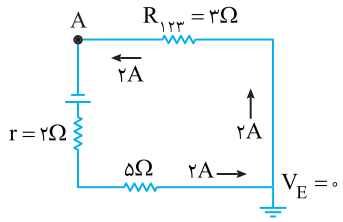
۱ دو مقاومت $۱/۵\Omega$ و ۳Ω باهم موازی هستند: $R_{۲۳}=\frac{۱/۵\times۳}{۱/۵+۳}=۱\Omega$

مقاومت $R_{۲۳}$ با مقاومت‌های ۲Ω و ۵Ω متوالی بسته شده و مقاومت معادل برابر است با:

$R_{eq}=۵+۲+۱=۸\Omega$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۰}{۸+۲}\Rightarrow I=۲A$

۳ پتانسیل نقطهٔ A یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل $R_{۱۲۳}=۳\Omega$ از این‌رو: $|V_{AE}|=۲\times۳=۶V$



۴ جریان همواره از پتانسیل بالاتر به سوی پتانسیل پایین‌تر شارش می‌کند و در این مدار جریان از V_E به سوی نقطهٔ A شارش پیدا کرده و پتانسیل نقطهٔ E صفر است، بنابراین از آنجایی که پتانسیل نقطهٔ A کمتر از آن است منفی خواهد بود.

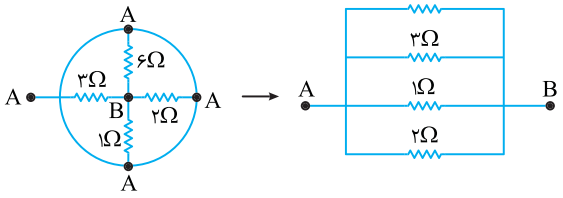
$V_A=-۶V$

B ۱۷۴۵ ۲

خط فکری در حل این نوع مسائل، بهتر است تمام نقاطی که با سیم بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند را با یک حرف نام‌گذاری کرد، چرا؟ برای آنکه تمام این نقاط از نظر فیزیکی هم پتانسیل و در حکم یک نقطه از مدار هستند.

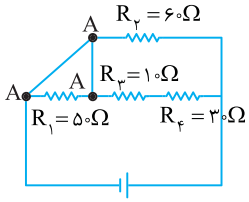
مدار را با نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل مجدداً رسم می‌کنیم. با یک نگاه به شکل می‌توان دریافت که مقاومت‌ها بین دو نقطه A و B بسته شده و موازی هستند.

$\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱}=\frac{۳+۲+۱+۶}{۶}=\frac{۱۲}{۶}\Rightarrow R=۰/۵\Omega$



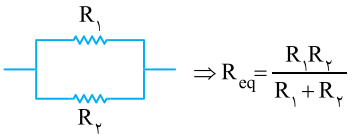
B ۱۷۴۶ ۲

خط فکری هر گاه دو نقطه از مدار با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شوند آن دو نقطه هم‌پتانسیل‌اند و در حکم یک نقطه از مدار هستند و می‌توانیم آن‌ها را با یک حرف مشخص کنیم.



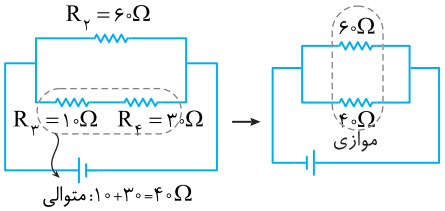
به شکل نگاه کنید دو سر مقاومت $R_۱=۵۰\Omega$ به یک نقطه وصل است. اصطلاحاً می‌گوییم مقاومت ۵۰Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

یادآوری مقاومت معادل دو مقاومت موازی را می‌توان به صورت زیر به‌دست آورد:



$\Rightarrow R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$

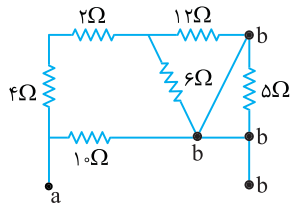
با اتصال کوتاه شدن مقاومت ۵۰Ω، این مقاومت از مدار حذف می‌شود و مدار به صورت شکل زیر خواهد بود.



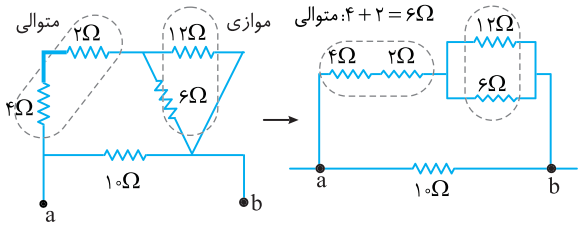
$R_{eq}=\frac{۴۰\times۶۰}{۴۰+۶۰}\Rightarrow R_{eq}=۲۴\Omega$

B ۱۷۴۷ ۱

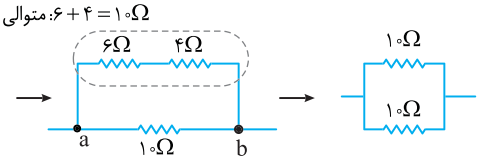
۱ به شکل نگاه کنید. نام نقاط دو سر مقاومت ۵Ω یکی است یعنی مقاومت ۵Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. مجدداً مدار را رسم می کنیم اما به صورت ساده‌تر:



موازی: $\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$



متوالی: ۶+۴=۱۰Ω

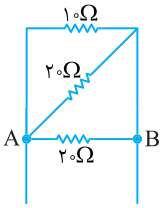


۲ مقاومت معادل برابر است با: $R_{eq}=\frac{۱۰}{۲}=۵\,\Omega$

نکته هـر گاه تعداد n مقاومت یکسـان R باهم موازی باشـند، مقاومت معادل آن‌ها برابر با $R_{eq}=\frac{R}{n}$ است یعنی یکی از آن‌ها را به تعدادشان تقسیم می‌کنیم.

۲ ۱۷۴۸ A

با توجه به مدار، دو مقاومت ۵Ω در شـاخهٔ سمت راست اتصـال کوتاه شـده از مدار حذف می‌شـوند. با توجه به به این مسئله مقاومت معادل خواهد شد:

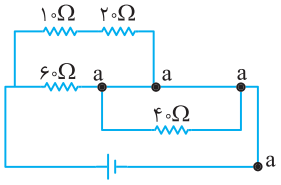


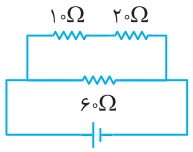
$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۲۰}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow R_{eq}=۵\Omega$$

۲ ۱۷۴۹ B

یادآوری قرارمان این بود که تمام نقاطی که با سـیم‌های بدون مقاومت به هم وصل شـده‌اند را با یک حرف نام‌گذاری کنیم و اگر دو سـر یک مقاومت دارای حروف یکسـان باشد آن مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف گردد.

به شـکل نگاه کنید، مقاومت ۴۰Ω اتصـال کوتاه شـده و از مـدار حذف می‌شـود و مدار به شکل سادهٔ زیر در می‌آیـد کـه در آن مقاومت ۲۰Ω و ۱۰Ω متوالـی و معـادل آن‌هـا (۱۰+۲۰=۳۰Ω) بـا مقاومـت ۶۰Ω موازی است بنابراین:

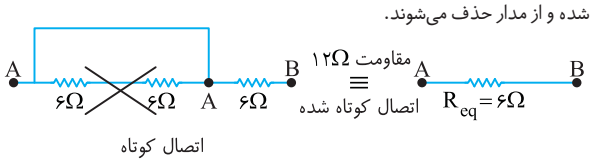




$$R_{eq}=\frac{۶۰\times۳۰}{۶۰+۳۰}=۲۰\,\Omega$$

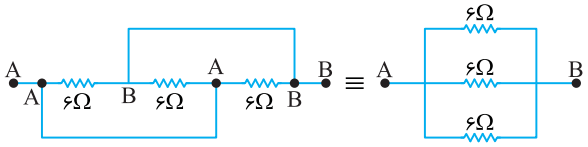
۲ ۱۷۵۰ A

در مدار شکل (الف) دو مقاومت ۶Ω که بین سیم بدون مقاومت قرار دارند اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شوند.



اتصال کوتاه

در مدار شکل (ب) دو سر هر یک از سیم‌های بدون مقاومت را نام‌گذاری می‌کنیم و مدار را مجدداً رسم می‌کنیم. با اندکی دقت مشخص است که دو سر هر سه مقاومت به نقاط A و B وصل است و مقاومت‌ها با هم موازی‌اند.



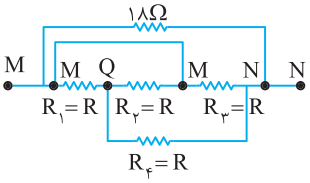
$$R'_{eq}=\frac{۶}{۳}=۲\Omega\quad,\quad\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}=\frac{۶}{۲}=۳$$

راستی فهمیدین که لزومی نداره سیم بدون مقاومت در مدار باعث حذف جزئی از مدار بشه.

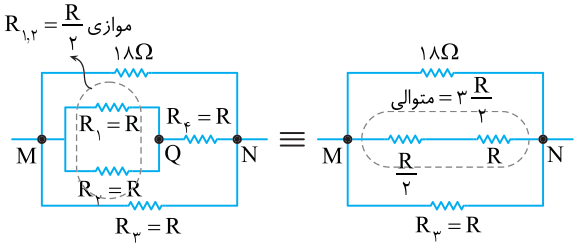
۳ ۱۷۵۱ A

خط فکری ۱ ابتـدا بایـد مقاومت معـادل را برحسـب R و مقاومت ۱۸Ω به‌دست آوریم.

۲ شـکل مدار، پیچیـده به نظر می‌رسـد، بنابرایـن بـا نام‌گـذاری، شـکل مدار را ساده می‌کنیم. دو سر سـیم بدون مقاومت را با یک حرف نام‌گذاری می‌کنیم.



۳ مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ بین دو نقطهٔ M و Q قرار دارند، مقاومت $R_۳$ بین M و N و مقاومت $R_۴$ بین Q و N قرار دارد و مدار به شکل زیر است:

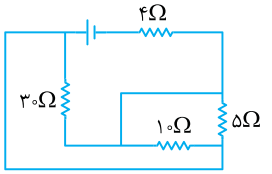


۴ سه مقاومت موازی بوده و با توجه به صورت مسئله مقاومت معادل آن‌ها $\frac{R}{۲}$ است.

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{\frac{۳R}{۲}}+\frac{۱}{R}\xrightarrow{R_{eq}=\frac{R}{۲}}\frac{۱}{\frac{R}{۲}}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۲}{۳R}+\frac{۱}{R}\Rightarrow\frac{۲}{R}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۲}{۳R}+\frac{۱}{R}$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{R}-\frac{۲}{۳R}-\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow\frac{۶-۲-۳}{۳R}=\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow\frac{۱}{۳R}=\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow R=۶\,\Omega$$

بازی با سؤال مقاومت معادل در شکل روبه‌رو چند اهم است؟



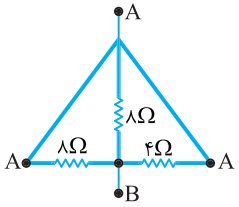
۱) ۴
۲) صفر
۳) ۷
۴) ۱۲

گزینهٔ ۳

۳ ۱۷۵۲ C

خط فکری هـر گاه سـیم‌های مدار به صـورت ┼ قرار گیرند یعنی سـیم‌ها با یکدیگر تقاطع دارند و اگر سیم‌ها به صورت ┤ قرار گرفته باشند یعنی سیم‌ها از روی یکدیگر عبور کرده‌اند.

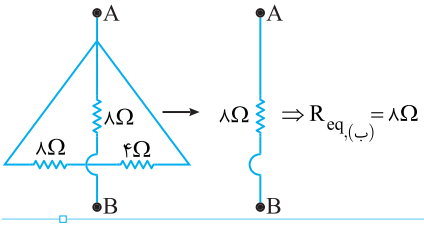
شکل (الف) هر سه مقاومت دو به دو پشت سر هم قرار گرفته‌اند و با یکدیگر موازی‌اند:



$$\frac{۱}{R_{eq(الف)}}=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۴}=\frac{۱+۱+۲}{۸}=\frac{۴}{۸}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq(الف)}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow R_{eq(الف)}=۲\Omega$$

شکل (ب) تنها مقاومت ۸Ω به دو سر A و B وصل است. دقت کنید که دو مقاومت دیگر تنها به سر A وصل هستند و در واقع بین دو نقطهٔ A و B قرار نگرفته‌اند.



بنابراین $\Rightarrow R_{eq_{(ب)}}=۸\Omega$

$$\frac{R_{eq(الف)}}{R_{eq(ب)}}=\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}$$

۲ ۱۷۵۳ B

خط فکری این بار یک خط فکری کلی را به شما ارائه می‌دهیم.

روش نقاط هم‌پتانسیل برای ساده کرد مدارها (نام‌گذاری مدار):

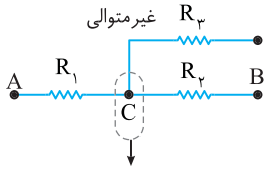
۱ نقاطی از مدار که تنها با سـیم به هم وصل باشـند، دارای پتانسیل یکسان‌اند و این نقاط را با یک نام مثلاً A مشخص می‌کنیم.

۲ یک طرف باتری (مثلاً سمت راست باتری) را نقطه A و سمت دیگر (سمت چپ) را B می‌نامیم.

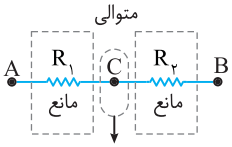
۳ حال تمام نقاطی که تنها با سیم به A (B) وصل شده‌اند را A (B) می‌نامیم (دقت کنید شکل را شلوغ نکنید، شما تنها کافی است بفهمید دو سر مقاومت چه نامی می‌گیرد سپس سر هر مقاومت که تنها با سیم به A (B) وصل شده است را A (B) می‌نامیم.)

۴ اگر به یک مانع برخوردیم (یعنی دیگر تنها سیم نبود و بین یک نقطه تا نقطه دیگر مقاومت، ولت‌سنج و باتری قرار داشت) نام نقطه باید عوض شود.

۵ بین دو مقاومت اگر یک نقطه مشترک و منحصر به فرد (یعنی فقط برای این دو مقاومت باشد) قرار داشت این دو مقاومت متوالی‌اند.



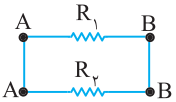
نقطهٔ مشترک اما بین $R_۱$ و $R_۲$ منحصربه فرد نیست.



نقطهٔ مشترک و منحصربه فرد بین A و B

اگر نامی که دو سر مقاومت‌ها قرار می‌گیرند یکسان باشند، مقاومت‌ها باهم موازی‌اند.

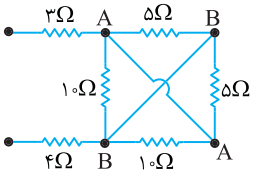
۶ در شکل روبه‌رو دو سر هر دو مقاومت نام‌های یکسان A و B قرار دارد پس مقاومت‌ها باهم موازی هستند.



دقت کنید مقاومت‌های ۵ اهمی و ۱۰ اهمی تماماً بین دو نقطه B و A بسته شده‌اند پس موازی‌اند:

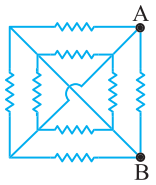
$$\frac{۱}{R_{AB}}=\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۱۰}\Rightarrow R_{AB}=\frac{۵}{۳}\Omega$$

$$R_{eq}=۳+۴+\frac{۵}{۳}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲۶}{۳}\Omega$$



بازی با سؤال **در مدار زیر مقاومت معادل بین A و B چند اهم است؟ (تمام مقاومت‌ها مشابه و ۱۲Ω هستند.)**

۱) ۲ ۲) ۱/۵
۳) ۶ ۴) ۴

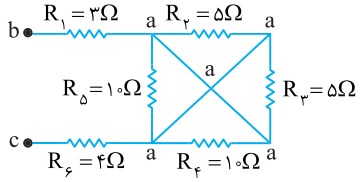


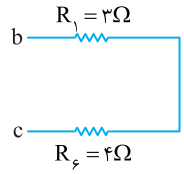
گزینهٔ ۲

B ۱۷۵۴ ۲

نقاطی که با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند را با یک حرف نام‌گذاری می‌کنیم. به شکل نگاه کنید دو سر مقاومت‌های $R_۲$، $R_۳$، $R_۴$ و $R_۵$ حرف یکسان قرار دارد، بنابراین چهار مقاومت $R_۲$، $R_۳$، $R_۴$ و $R_۵$ اتصال کوتاه هستند و از مدار حذف می‌شوند. آن‌ها را از مدار حذف کرده و به جای آن‌ها یک سیم قرار می‌دهیم. در این صورت مدار به شکل زیر است و دو مقاومت $R_۱$ و $R_۶$ باهم متوالی می‌شوند در نتیجه:

$$R_{eq}=R_{bc}=R_۱+R_۶=۳+۴\Rightarrow R_{bc}=۷\Omega$$

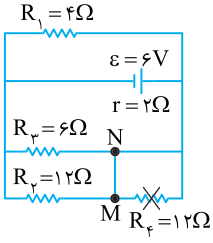




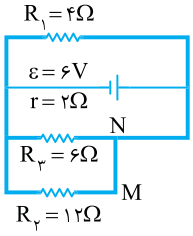
B ۱۷۵۵ ۱

خط فکری همهٔ اطلاعات مدار داده شده است، پس ابتدا مقاومت معادل را به‌دست آورده و به کمک آن جریان مدار را به‌دست می‌آوریم.

پتانسیل دو سر سیم M و N یکسان است و با توجه به شکل مقاومت $R_۴$ اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌گردد.



۱ با توجه به شکل، دو سر هر سه مقاومت به هم وصل است و هر سه مقاومت باهم موازی‌اند بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:

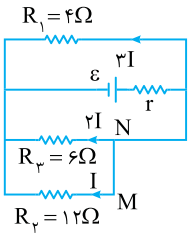


$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۶}{۱۲}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow R_{eq}=۲\Omega$$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۶}{۲+۲}=\frac{۶}{۴}=۱/۵A$$

۳ در مقاومت‌های موازی، جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، برای حل سؤال جریان عبوری از مقاومت $R_۲$ را I می‌گیریم، پس جریان عبوری از مقاومت $R_۳=۶\Omega$ (که مقدار مقاومت آن نصف $R_۲$ است) ۲I و جریان عبوری از مقاومت $R_۱=۴\Omega$ (که مقدار مقاومت آن یک سوم $R_۲$ است) ۳I خواهد بود و مجموع جریان شاخه‌های موازی برابر جریان کل مدار است از این‌رو:



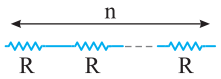
$$۱/۵=۳I+۲I+I\Rightarrow ۱/۵=۶I\Rightarrow I=۰/۲۵A$$

جریان عبوری از سیم MN برابر $I=۰/۲۵A$ است.

B ۱۷۵۶ ۲

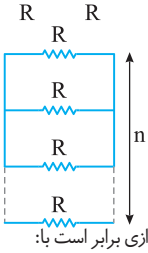
یادآوری مقاومت معادل n مقاومت یکسان:

۱ متوالی:



$$R_{eq}=nR$$

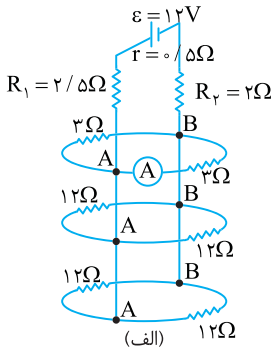
۲ موازی:

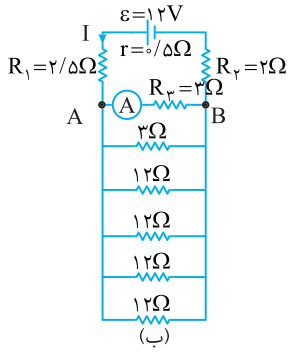


$$R_{eq}=\frac{R}{n}$$

به مدار دقت کنید تمام مقاومت‌ها به‌جز دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ باهم موازی هستند و همهٔ آن‌ها بین دو نقطهٔ B و A بسته شده‌اند و ساده شدهٔ مدار به صورت شکل (ب) است، بنابراین مقاومت معادل این مقاومت‌های موازی برابر است با:

$$\frac{۱}{R_{AB}}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۱۲}=\frac{۴+۴+۱+۱+۱+۱}{۱۲}\Rightarrow R_{AB}=۱\Omega$$





مقاومت‌های $R_۱$، R_{AB} و $R_۲$ باهم متوالی هستند بنابراین مقاومت معادل کل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=۲/۵+۲+۱=۵/۵\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۵/۵+۰/۵}\Rightarrow I=۲A$$

با توجه به اینکه در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها برابر است، جریان مقاومت $R_۱$، $R_۲$ و R_{AB} برابر جریان مدار یعنی ۲A است از این‌رو اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B بنا به قانون اهم برابر است با:

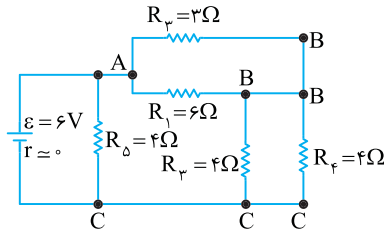
$$V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow V_{AB}=۲\times۱=۲V$$

آمپرسنج جریان $I_۳$ که از مقاومت $R_۳=۳\Omega$ می‌گذرد را نشان می‌دهد که اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر ۲V است.

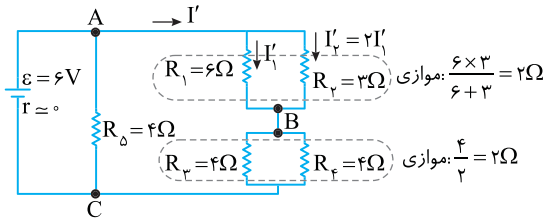
$$V_{۳\Omega}=V_{AB}=۲V\ ,\ I_۳=\frac{V_{AB}}{R_۳}=\frac{۲}{۳}A$$

B ۱۷۵۷ — ۱

خط فکری مهم‌ترین نکته در حل این تست این است که باتری آرمانی بوده و مقاومت درونی ندارد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت و برابر ۶V است.



مدار را با نام‌گذاری ساده می‌کنیم. در شاخهٔ سمت راست چهار مقاومت R_1، R_2 و R_3 و R_4 وجود دارد که مقاومت معادل آن خواهد شد:



$$R=2+2=4\ \Omega$$

اما با توجه به اینکه باتری مقاومت درونی ندارد و معادل این چهار مقاومت به‌طور موازی به باتری بسته شده، ولتاژ دو سر آن‌ها برابر نیروی محرکهٔ باتری یعنی ۶V است و جریان این شاخه I' خواهد شد:

$$I'=\frac{V}{R}\Rightarrow I'=\frac{6}{4}=1/5A$$

این جریان بین مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. بنابراین:

$$I'=I'_1+I'_2\xrightarrow{I'_2=2I'_1} I'=3I'_1\Rightarrow 1/5=3I'_1\Rightarrow I'_1=0/5A$$

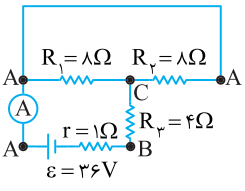
جریان گذرنده از مقاومت ۶Ω، ۰/۵A است.

دقت کردید در حل این مسئله مقاومت $R_1=4\Omega$ نقشی نداشت و نیازی به محاسبهٔ مقاومت معادل کل مدار نبود.

B ۱۷۵۸ — ۲

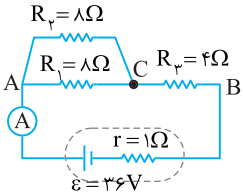
خط فکری ابتدا باید با نام‌گذاری مدار را ساده کنید، سپس مقاومت معادل را حساب کنید. آمپرسنج با باتری متوالی بسته شده و جریان کل مدار را نشان می‌دهد بنابراین بعد از محاسبه R_{eq}، جریان را به‌دست آورید.

۱ با توجه به نام‌گذاری روی شکل، دو سر باتری به نقاط A و B متصل است. مقاومت R_1 و R_2 هر کدام بین دو نقطهٔ A و C بسته شده‌اند و مقاومت R_3 بین نقاط B و C است بنابراین مدار به صورت شکل روبه‌رو است.



۲ مقاومت R_1 و R_2 موازی هستند.

$$R_{12}=\frac{8}{2}=4\Omega$$



۳ مقاومت معادل R_{12} با مقاومت R_3 متوالی است و مقاومت معادل برابر است با:

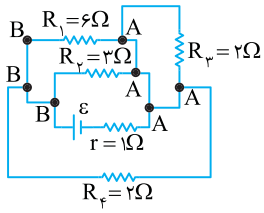
$$R_{eq}=R_{12}+R_3=4+4=8\Omega$$

۴ جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{36}{8+1}=4A$$

B ۱۷۵۹ — ۲

خط فکری از شکل مدار نترسید، نام‌گذاری نقاطی که با سیم‌های بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند را شروع کنید تا بتوانید مقاومت معادل را بیابید. به شکل نگاه کنید، هر سه مقاومت R_1، R_2 و R_4 بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و باهم موازی‌اند، اما به دو سر مقاومت R_3 نگاه کنید، در دو سر آن حرف یکسان A قرار دارد بنابراین R_3 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت معادل خواهد شد:



$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=\frac{2+1+3}{6}=\frac{1}{1}\Rightarrow R_{eq}=1\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

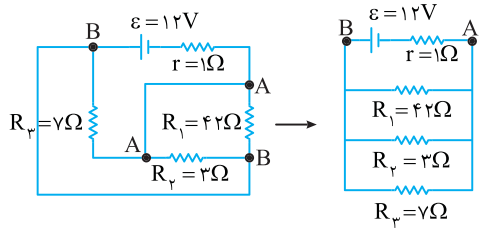
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{6}{1+1}=3A$$

افت پتانسیل باتری یعنی $V'=Ir$ بنابراین:

$$V'=3\times1=3V$$

B ۱۷۶۰ — ۳

۱ به شکل مدار دقت کنید، باتری به دو نقطهٔ A و B متصل است همچنین هر سه مقاومت بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و باهم موازی هستند.



۲ مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{42}+\frac{1}{3}+\frac{1}{7}=\frac{1+14+6}{42}\Rightarrow R_{eq}=2\Omega$$

۳ جریان کل برابر است با:

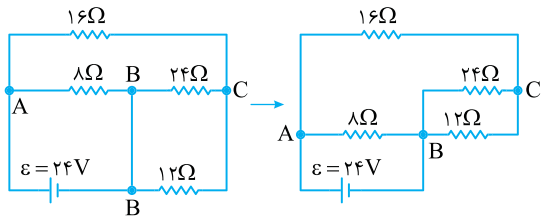
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{2+1}=4A$$

۴ اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری بنابراین خواهیم داشت:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=12-4\times1\Rightarrow V=8V$$

C ۱۷۶۱ — ۳

مدار را مطابق شکل ساده می‌کنیم:

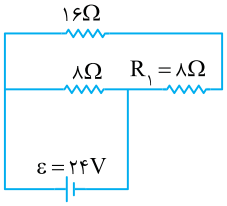


مقاومت‌های ۲۴ و ۱۲ اهمی موازی هستند:

$$R_1=\frac{12\times24}{12+24}=8\Omega$$

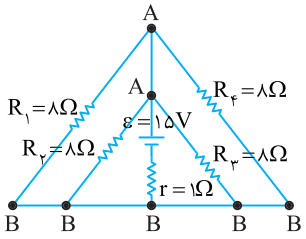
مقاومت R_1 و مقاومت ۱۶ اهمی متوالی هستند.

$$R_2=8+16=24\Omega$$



B ۱۷۶۳ ۲

با نام‌گذاری مشخص می‌شود که تمام مقاومت‌ها بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و باهم موازی هستند و مقاومت معادل آن خواهد شد:



$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow R_{eq}=2\Omega$$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{15}{2+1}=5A$$

اندازه مقاومت‌ها باهم برابر است پس جریان عبوری از مقاومت‌ها باهم برابر می‌باشد:

$$I_1=I_2=I_3=I_4$$

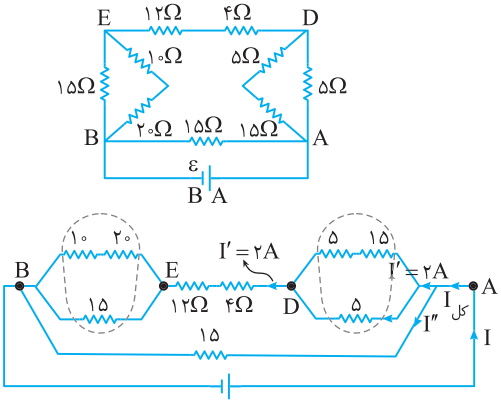
مجموع جریان مقاومت‌ها برابر جریان کل مدار است از این‌رو:

$$I_1+I_2+I_3+I_4=5A\Rightarrow I_1=I_2=I_3=I_4=\frac{5}{4}=1/25A$$

B ۱۷۶۴ ۴

جریانی که از مولد می‌گذرد جریان کل است. قرار است از روی جریان یک مقاومت (4Ω) به جریان کل برسیم.

مدار را نام‌گذاری می‌کنیم تا ساده‌تر شود. این مدار از دو شاخه موازی تشکیل شده است. ابتدا مقاومت معادل شاخهٔ بالایی را حساب می‌کنیم.



مقاومت‌های 10Ω و 20Ω متوالی هستند:

$$10+20=30\Omega$$

مقاومت 30Ω با مقاومت 15Ω موازی است و مقاومت معادل بین B و E خواهد شد:

$$R_{BE}=\frac{15\times30}{15+30}=10\Omega$$

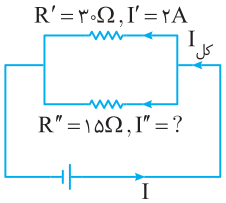
مقاومت‌های 5Ω و 15Ω باهم متوالی هستند:

$$15+5=20\Omega$$

مقاومت 20Ω با مقاومت 5Ω موازی است و مقاومت معادل بین D و A خواهد شد:

$$R_{AD}=\frac{20\times5}{20+5}=4\Omega$$

سرانجام مقاومت معادل شاخهٔ بالایی برابر است با:



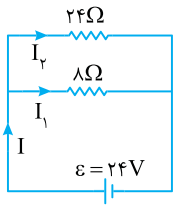
$$R_{بالایی}=10+12+4+4=30\Omega$$

مقاومت شاخهٔ پایینی (15Ω) است که نصف مقاومت شاخهٔ بالایی (30Ω) است و جریان شاخهٔ پایینی دو برابر جریان شاخهٔ بالایی است.

به شکل نگاه کنید، جریان مقاومت 4Ω که برابر $2A$ است، جریان کل شاخهٔ بالایی است. بنابراین جریان شاخهٔ پایینی $I_{پایینی}=2\times2=4A$ است و جریان کل مدار خواهد شد:

$$I_{باتری}=I_{بالایی}+I_{پایینی}=2+4=6A$$

مقاومت R_2 و مقاومت ۸ اهمی موازی هستند:



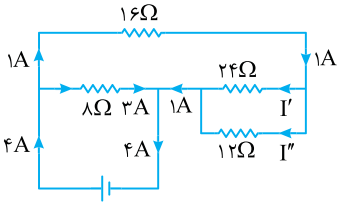
$$R_{eq}=\frac{8\times24}{8+24}=6\Omega$$

جریان کل برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{24}{6}=4A$$

$$I=I_1+I_2$$
$$I_1\times8=I_2\times24\Rightarrow I_1=3I_2\Rightarrow I=4I_2\Rightarrow I_2=1, I_1=3A$$

جریان I_2، همان جریانی است که از مقاومت‌های متوالی 16Ω و R_1 عبور می‌کند. پس جریان عبوری از R_1، $1A$ است.



$$I'+I''=1A(I)$$

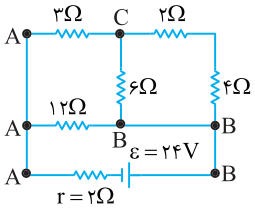
$$24I'=12I''\Rightarrow 2I'=I''\xrightarrow{(I)}3I'=1A\Rightarrow I'=\frac{1}{3}A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 24Ω برابرا است با

$$V=RI\Rightarrow V=24I'=24\times\frac{1}{3}=8V$$

B ۱۷۶۲ ۲

ابتدا با نام‌گذاری مدار را ساده‌تر رسم می‌کنیم.



مقاومت 2Ω و 4Ω باهم متوالی هستند:

$$R_{34}=2+4=6\Omega$$

و معادل 2Ω و 4Ω با 6Ω موازی است:

$$R_{345}=\frac{6}{2}=3\Omega$$

مقاومت R_{345} با R_2 متوالی است:

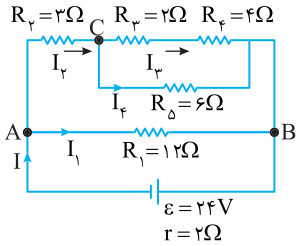
$$R_{2345}=3+3=6\Omega$$

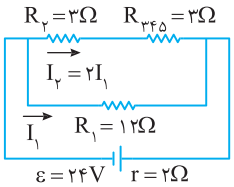
مقاومت شاخه بالایی موازی مقاومت R_1 است و مقاومت کل برابر خواهد شد با:

$$R_{eq}=\frac{6\times12}{6+12}=4\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{24}{4+2}\Rightarrow I=4A$$





مقاومت شاخهٔ بالایی نصف مقاومت شاخه پایینی است از این‌رو جریان گذرنده از شاخه بالایی دو برابر جریان شاخه پایینی است:

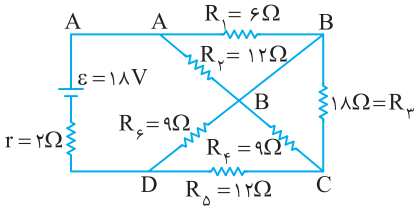
$$I=I_1+I_2, I_2=2I_1\Rightarrow I_1=\frac{4}{3}A\ ,\ I_2=\frac{8}{3}A$$

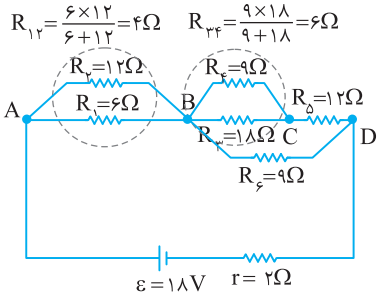
جریان $I_2=\frac{8}{3}A$ به دو جریان I_3 و I_4 تقسیم می‌شود. البته مقاومت $R_5=6\Omega$ با مقاومت معادل $R_{23}=2+4=6\Omega$ برابر است و جریان به‌طور یکسان بین آن‌ها تقسیم می‌شود و جریان I_4 خواهد شد:

$$I_4=\frac{\frac{8}{3}}{2}=\frac{4}{3}A$$

۳ ۱۷۶۵ C

ابتدا با نام‌گذاری مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم تا بتوانیم مقاومت معادل را حساب کنیم. مقاومت‌های R_1 و R_2 بین A و B وصل هستند. مقاومت R_5 بین C و D و مقاومت R_6 بین B و D وصل هستند.





مقاومت معادل خواهد شد: $R_{eq}=4+6=10\Omega$

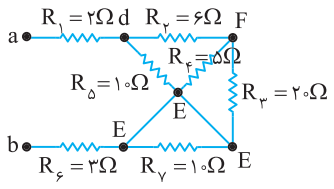
جریان مدار را حساب می‌کنیم. $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{18}{10+2}\Rightarrow I'=1/5A$

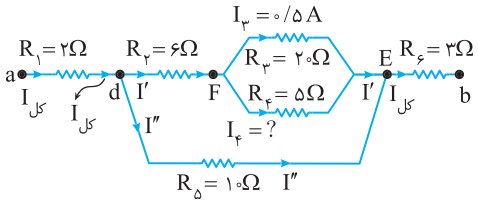
ولتاژ دو سر باتری را به‌دست می‌آوریم. $V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=18-1/5\times2\Rightarrow V=15V$

۴ ۱۷۶۶ B

خط فکری مدار تا حدودی پیچیده است و باید با نام‌گذاری آن را ساده‌تر کنیم تا متوالی و موازی‌بودن مقاومت‌ها به راحتی تشخیص داده شود. از طرفی اگر در نام‌گذاری، مقاومتی وجود داشته باشد که حرف دو طرف آن یکسان باشد، آن مقاومت از مدار حذف می‌شود.

۱ ابتدا با نام‌گذاری مدار را ساده می‌کنیم. در نام‌گذاری دو سر مقاومت $R_7=10\Omega$ دارای حرف یکسان E است، بنابراین این مقاومت از مدار حذف می‌شود. با توجه به شکل قرار است از I_3 به $I_{کل}$ برسیم (جزء به کل).





۲ مقاومت‌های R_3 و R_4 موازی هستند و مقاومت R_4، $\frac{1}{4}$ مقاومت R_3 و جریان آن ۴ برابر I_3 یعنی $I_4=4\times0/5=2A$ است. بنابراین جریان شاخهٔ بالایی I' خواهد شد: $I'=I_3+I_4=0/5+2=2/5A$

۳ به سراغ مقاومت معادل شاخهٔ بالایی می‌رویم. مقاومت‌های R_3 و R_4 موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد: $R_{34}=\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}=\frac{5\times20}{5+20}=4\Omega$

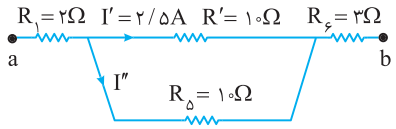
این مقاومت با مقاومت $R_2=6\Omega$ متوالی است. از این‌رو:

مقاومت شاخه بالایی $=R_{34}+R_2=4+6=10\Omega$

۴ مقاومت شاخهٔ بالایی و مقاومت شاخهٔ پایینی باهم برابر شد. از این‌رو جریان آن‌ها نیز یکسان و برابر $I''=I'=2/5A$ است.

۵ جریان مقاومت $R_1=2\Omega$ که جریان کل است خواهد شد:

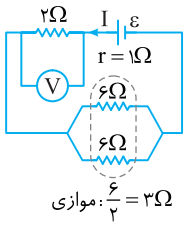
$I=I'+I''=2/5+2/5=5A$



۴ ۱۷۶۷ B

خط فکری هرگاه مقدار ε یا r مجهول باشد، باید با توجه به اطلاعات مدار جریان خروجی از باتری و یا اختلاف پتانسیل دو سر باتری را به‌دست آورده و سپس با استفاده از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ یا $V=\varepsilon-rI$، مقدار نیروی محرکه یا مقاومت داخلی را به‌دست آوریم.

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 2Ω را ۴ ولت نشان داده است، بنابراین جریان این مقاومت که برابر جریان کل مدار است خواهد شد: $I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{4}{2}=2A$



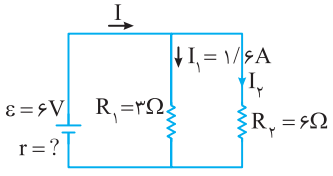
مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم. مقاومت‌های 6Ω باهم موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با $\frac{6}{2}=3\Omega$ و این مقاومت ۳ اهمی با مقاومت ۲ اهمی متوالی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R_{eq}=3+2=5\Omega$

به کمک جریان مدار، نیروی محرکهٔ باتری را حساب می‌کنیم.

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow2=\frac{\varepsilon}{5+1}\Rightarrow\varepsilon=12V$

۲ ۱۷۶۸ B

۱ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود. مقدار مقاومت 6Ω، دو برابر مقاومت 3Ω بوده، پس جریان عبوری از آن نصف جریان عبوری از مقاومت 3Ω است، یعنی $I_2=0/8A$ است.



۲ جریان کل مدار برابر است با: $I=I_1+I_2=1/6+0/8=2/4A$

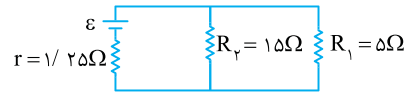
۳ مقاومت معادل خواهد شد: $R_{eq}=\frac{3\times6}{3+6}=2\Omega$

۴ با نوشتن رابطه جریان، مقاومت درونی به‌دست می‌آید:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow2/4=\frac{6}{2+r}\Rightarrow r=0/5\Omega$

بازی با سؤال در شکل زیر، یک باتری به دو مقاومت متصل است. اگر جریان مقاومت R_1 برابر $3A$ باشد، جریان کل مدار و نیروی محرکهٔ باتری از راست به چپ به‌ترتیب چند آمپر و چند ولت است؟

از کتاب درسی



۱) ۲۰ ،۴
۲) ۱۵ ،۳/۷۵
۳) ۲۰ ،۳/۷۵
۴) ۱۵ ،۴

گزینهٔ ۱

B ۱۷۶۹ ۳

یادآوری اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر اختلاف پتانسیل مدار خارجی است.

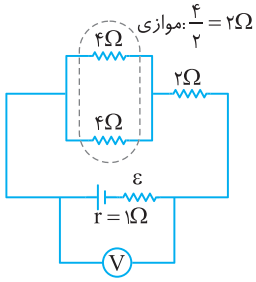
$$V_{\text{باتری}} = V_{R_{eq}} = IR_{eq}$$

جریان مدار $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ و اختلاف پتانسیل دو سر مدار $V=IR_{eq}$ است

بنابراین با جایگذاری جریان می‌توان نوشت:

$$V=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}R_{eq} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{V}=\frac{R_{eq}+r}{R_{eq}}$$

با توجه به مدار مقاومت معادل برابر است با:



$$R_{eq}=2+2=4\Omega$$

در نتیجه:

$$\frac{\varepsilon}{V}=\frac{4+1}{4}=\frac{5}{4}$$

A ۱۷۷۰ ۳

ابتدا اختلاف پتانسیل مقاومت 6Ω در مدار (۲) را به‌دست می‌آوریم، دقت کنید در مدار (۲) هر دو مقاومت موازی هستند، پس اختلاف پتانسیل مقاومت 6Ω برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری است.

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{3} \Rightarrow R_{eq}=2\Omega$$

$$I_2=\frac{\varepsilon_2}{R_{eq_2}+r_2} \Rightarrow I_2=\frac{12/5}{2+0/5}=5A$$

$$V=\varepsilon_2-Ir_2 \Rightarrow V=12/5-0/5\times5=10V \Rightarrow V_{6\Omega}=10V$$

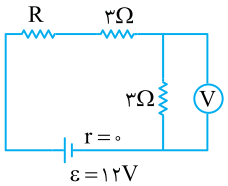
پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 6Ω در مدار (۱) نیز $10V$ است. دقت کنید در مدار (۱) مقاومت‌های 2Ω و 6Ω متوالی بوده و جریان آن‌ها با هم یکسان و برابر جریان خروجی از باتری است:

$$I_1=\frac{V}{R} \Rightarrow I_1=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}A$$

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_{eq_1}+r} \Rightarrow \frac{5}{3}=\frac{\varepsilon_1}{8+1} \Rightarrow \varepsilon_1=15V$$

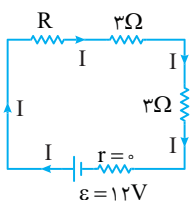
B ۱۷۷۱ ۲

خط فکری باید به کمک عدد ولت‌سنج، جریان مدار را حساب کنید و در گام بعدی به کمک جریان مدار، مقاومت معادل مدار و در گام آخر مقاومت R را به‌دست بیاورید.



۱ ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۳ اهمی را نشان می‌دهد که مقدار آن $4/5V$ است. بنابراین می‌توان جریان مقاومت ۳ اهمی را به‌دست آورد: $I=\frac{V}{R}=I=\frac{4/5}{3}=1/5A$

۲ با توجه به اینکه تمام مقاومت‌های مدار به طور متوالی به باتری بسته شده‌اند، جریان کل مدار نیز $1/5A$ است. به کمک رابطهٔ جریان مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow 1/5=\frac{12}{R_{eq}+0} \Rightarrow R_{eq}=8\Omega$$

۳ هر سه مقاومت متوالی هستند، بنابراین:

$$R_{eq}=R_1+R_2+R_3 \Rightarrow 8=R+3+3 \Rightarrow R=2\Omega$$

B ۱۷۷۲ ۲

۱ آمپرسنج جریان اصلی مدار را $0/8A$ نشان داده است از این‌رو جریان گذرنده از سه مقاومت متوالی R ،9Ω و 4Ω برابر $I=0/8A$ است.

۲ ولت‌سنج به دو سر مقاومت R بسته شده و ولتاژ دو سر آن را $12V$ نشان می‌دهیم: مقاومت R را حساب می‌کنیم:

$$V=12V, I=0/8A \Rightarrow R=\frac{V}{I} \Rightarrow R=\frac{12}{0/8} \Rightarrow R=\frac{120}{8}=15\Omega$$

۳ مقاومت معادل خواهد شد:

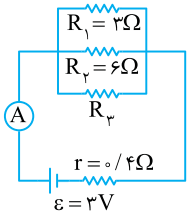
$$R_{eq}=4+15+9 \Rightarrow R_{eq}=28\Omega$$

۴ به کمک جریان مدار نیروی محرکهٔ باتری را به‌دست می‌آوریم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow 0/8=\frac{\varepsilon}{28+2} \Rightarrow \varepsilon=24V$$

B ۱۷۷۳ ۳

خط فکری در گام نخست با توجه به موازی بودن مقاومت‌ها، مقاومت معادل را حساب می‌کنیم و در گام بعدی این مقاومت معادل را برابر ۲۰٪ مقاومت R_3 قرار می‌دهیم تا R_3 به‌دست آید و در گام نهایی با استفاده از رابطهٔ جریان، عدد آمپرسنج را حساب می‌کنیم.



مقاومت‌های R_1 و R_2 و R_3 با هم موازی هستند و مقاومت معادل خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{R_3} \quad (I)$$

بنابر فرض مسئله مقاومت معادل ۲۰٪ مقاومت R_3 است، یعنی $R_{eq}=0/2R_3$ است، بنابراین در رابطهٔ (I) به جای مقاومت معادل R_{eq} مقدار $0/2R_3$ را قرار می‌دهیم و R_3 را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{0/2R_3}=\frac{1}{2}+\frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{10}{2R_3}-\frac{1}{R_3}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4}{R_3}=\frac{1}{2} \Rightarrow R_3=8\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل برابر است با: $R_{eq}=0/2R_3=0/2\times8 \Rightarrow R_{eq}=1/6\Omega$

جریان مدار برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I=\frac{3}{1/6+0/4} \Rightarrow I=1/5A$

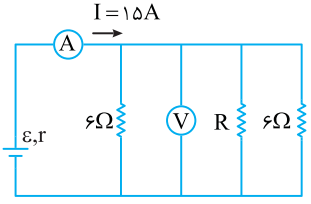
B ۱۷۷۴ ۳

خط فکری باید به کمک جریان و ولتاژ داده شده به سراغ مقاومت معادل برویم. آمپرسنج با باتری متوالی بسته شده و جریان کل مدار را نشان می‌دهد و ولت‌سنج به دو سر باتری بسته شده است و ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد.

۱ با توجه به خط فکری بیان شده، جریان مدار $15A$ و اختلاف پتانسیل دو سر مدار (باتری) ۳۰ ولت است، بنابراین:

$$R_{eq}=\frac{V}{I_{\text{کل}}}=\frac{30}{15} \Rightarrow R_{eq}=2\Omega$$

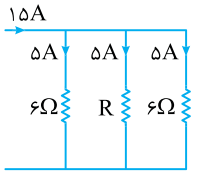
۲ از طرفی مقاومت‌های 6Ω ،R و 6Ω با هم موازی هستند. پس:



$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{R}+\frac{1}{6}$$

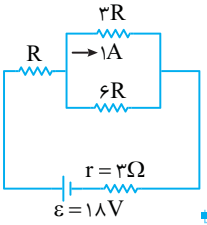
$$\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{1}{6}+\frac{1}{R}+\frac{1}{6} \Rightarrow R=6\Omega$$

روش دیگر: اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های 6Ω برابر $30V$ است، پس جریان عبوری از هر یک از آن‌ها برابر $R=\frac{V}{I} \Rightarrow I=5A$ است و مطابق مدار مقابل $5+5=10A$ از $15A$ جریان مدار به مقاومت‌های 6Ω می‌رسد و جریان $5A$ از مقاومت R می‌گذرد، بنابراین مقاومت R نیز 6Ω است.



بازی با سؤال در مدار شکل روبه‌رو R چند اهم است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶



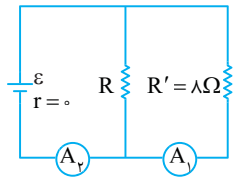
گزینهٔ ۲

۳ ۱۷۷۵ B

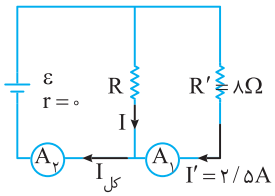
ابتدا مقاومت معادل مقاومت‌های ۱۰Ω و ۴۰Ω را که با هم موازی‌اند را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{R'}=\frac{۱}{۴۰}+\frac{۱}{۱۰}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{R'}=\frac{۵}{۴۰}\Rightarrow R'=۸\Omega$$



آمپرسنج $A_۱$ با مقاومت $R'=۸\Omega$ متوالی است و جریان آن را نشان می‌دهد و آمپرسنج $A_۲$ با باتری متوالی است و جریان مدار را نشان می‌دهد.



$I_{کل}=I+I'\Rightarrow ۳=I+۲/۵\Rightarrow I=۰/۵A$

در مقاومت‌های موازی مقدار مقاومت با جریان عبوری از آن رابطهٔ عکس دارد. با توجه به اینکه I (جریان عبوری از مقاومت R)، $\frac{۱}{۵}$ جریان I' است. $(I=۰/۵A$ و $I'=۲/۵A)$، پس باید مقاومت R، ۵ برابر مقاومت R' باشد:

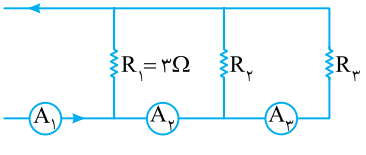
$$I=\frac{I'}{۵}\Rightarrow R=۵R'\Rightarrow R=۵\times ۸=۴۰\Omega$$

حال مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R'}+\frac{۱}{R}\Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۴۰}\Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۶}{۴۰}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۴۰}{۶}=\frac{۲۰}{۳}$$

بازی با سؤال **شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. آمپرسنج‌های ایده‌آل $A_۱$، $A_۲$ و $A_۳$ به‌ترتیب ۵، ۳ و ۲/۵ آمپر را نشان می‌دهند. اگر $R_۱=۳\Omega$ باشد، مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ به‌ترتیب از راست به چپ چند اُهم هستند؟**

۱) ۲ و ۶
۲) ۲ و ۳
۳) ۱۲ و ۲/۴
۴) ۶ و ۳



گزینهٔ ۲

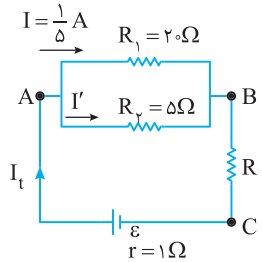
۴ ۱۷۷۶ B

به شکل نگاه کنید.

۱ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۲۰Ω همان اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B است از این رو:

$$V_{AB}=IR_۱\Rightarrow V_{AB}=\frac{۱}{۵}\times ۲۰=۴V$$

۲ ولتاژ دو سر مقاومت ۵Ω نیز ۴V بوده و جریان آن خواهد شد:



$$V=I'R_۲\Rightarrow ۴=I'\times ۵\Rightarrow I'=\frac{۴}{۵}A$$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I_t=I+I'=\frac{۱}{۵}+\frac{۴}{۵}\Rightarrow I=۱A$$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری خواهد شد:

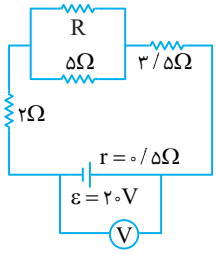
$$V=V_{AB}+V_{BC}\Rightarrow V=۴+۳=۷V$$

۵ اکنون می‌توان نیروی محرکه باتری را به دست آورد.

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow ۷=\varepsilon-۱\times ۱\Rightarrow \varepsilon=۸V$$

۴ ۱۷۷۷ B

خط فکری ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد. به کمک آن، جریان مدار را به‌دست بیاورید $(V=\varepsilon-Ir)$. با داشتن جریان مدار، مقاومت کل مدار $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ قابل محاسبه است و با داشتن مقاومت معادل مدار می‌توانید مقدار مقاومت R را حساب کنید.



۱ ولت‌سنج ۱۹V را نشان می‌دهد که اختلاف پتانسیل دو سر باتری است.

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow ۱۹=۲۰-I\times ۰/۵\Rightarrow I=۲A$$

۲ مقاومت معادل مدار را به کمک جریان حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۲=\frac{۲۰}{R_{eq}+۰/۵}\Rightarrow R_{eq}+۰/۵=۱۰\Rightarrow R_{eq}=۹/۵\Omega$$

۳ مقاومت‌های ۲Ω و ۳/۵Ω با مقاومت معادل R و ۵Ω، متوالی هستند. از طرفی مقاومت معادل ۹/۵Ω است. بنابراین:

$$\text{مقاومت معادل R و ۵Ω}=۹/۵-(۲+۳/۵)=۴\Omega$$

۴ مقاومت‌های R و ۵Ω موازی هستند و معادل آن‌ها ۴Ω است، بنابراین:

$$\frac{R\times ۵}{R+۵}=۴\Rightarrow ۵R=۴R+۲۰\Rightarrow R=۲۰\Omega$$

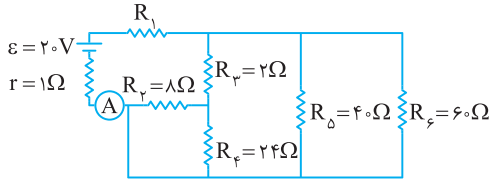
۱ ۱۷۷۸ B

خط فکری آمپرسنج به باتری وصل است و در واقع جریان کل را نشان می‌دهد. در گام نخست با توجه به جریان آمپرسنج و رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به مقاومت معادل و مدار، مقاومت R را حساب می‌کنیم:

۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۲=\frac{۲۰}{R_{eq}+۱}\Rightarrow \frac{۱۰}{R_{eq}+۱}=۱\Rightarrow R_{eq}=۹\Omega$$

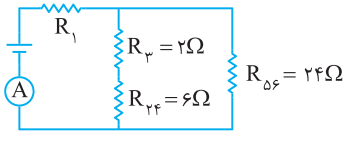
۲ دو سر مقاومت‌های $R_۶$ و $R_۵$ به هم وصل است و با هم موازی‌اند. دو سر مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۲$ نیز به هم وصل است و با هم موازی‌اند:



$$R_{۲۴}=\frac{۸\times ۲۴}{۸+۲۴}=۶\Omega\ ,\ R_{۵۶}=\frac{۶۰\times ۴۰}{۶۰+۴۰}=۲۴\Omega$$

مقاومت‌های $R_۳$ و $R_{۲۴}$ با هم متوالی‌اند:

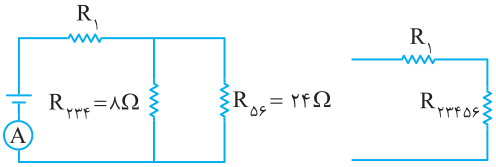
$$R_{۲۳۴}=R_۳+R_{۲۴}=۸\Omega$$



مقاومت‌های $R_{۵۶}$ و $R_{۲۳۴}$ با هم موازی‌اند و معادل آن‌ها با $R_۱$ متوالی است:

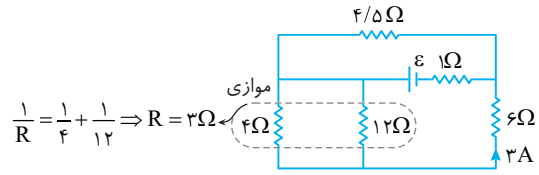
$$\frac{۱}{R_{۲۳۴۵۶}}=\frac{۱}{۲۴}+\frac{۱}{۸}=\frac{۱}{۶}\Rightarrow R_{۲۳۴۵۶}=۶\Omega$$

$$R_{eq}=R_۱+R_{۲۳۴۵۶}\Rightarrow ۹=R_۱+۶\Rightarrow R_۱=۳\Omega$$

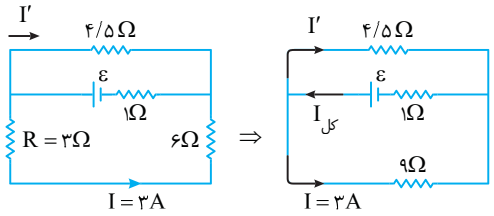


B ۳ ۱۷۷۹

مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω با هم موازی‌اند:



مدار به‌صورت زیر می‌شود و دو مقاومت ۶Ω و R متوالی‌اند و جریان عبوری از آن‌ها یکسان و برابر ۳A است.



دو مقاومت ۹Ω و ۴/۵Ω موازی‌اند و در مقاومت‌های موازی جریان هر شاخه با مقدار مقاومت‌ها رابطه عکس دارد.

$$\frac{I'}{I}=\frac{۹}{۴/۵}\Rightarrow I'=۲I \xrightarrow{I=۳A} I'=۶A$$

$$I_{کل}=I+I'\Rightarrow I_{کل}=۳+۶=۹A$$

مقاومت معادل را با توجه به اینکه دو مقاومت ۴/۵Ω و ۹Ω موازی‌اند حساب می‌کنیم:

$$R_{eq}=\frac{۹\times ۴/۵}{۹+۴/۵}=۳\Omega$$

جریان کل برابر است با:

$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۹=\frac{\varepsilon}{۳+۱}\Rightarrow \varepsilon=۳۶V$$

B ۳ ۱۷۸۰

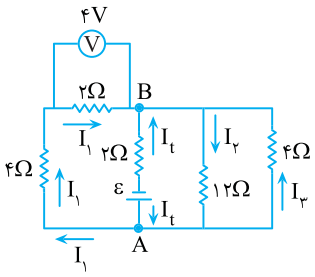
جریان $I_۱$ را حساب می‌کنیم.

$$I_۱=\frac{V}{R}=\frac{۴}{۲}\Rightarrow I_۱=۲A$$

اختلاف پتانسیل بین AB در شاخهٔ مقاومت‌های ۲Ω و ۴Ω خواهد شد:

$$V_{AB}=(۴+۲)\times ۲=۱۲V$$

جریان $I_۲$ و $I_۳$ را به‌دست می‌آوریم:



$$I_۲=\frac{۱۲}{۱۲}=۱A \quad , \quad I_۳=\frac{۱۲}{۴}=۳A$$

جریان کل مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I_t=I_۱+I_۲+I_۳\Rightarrow I_t=۲+۱+۳=۶A$$

مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{R_{AB}}=\frac{۱}{۴+۲}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۴}\Rightarrow \frac{۱}{R_{AB}}=\frac{۲+۱+۳}{۱۲}\Rightarrow R_{AB}=۲\Omega$$

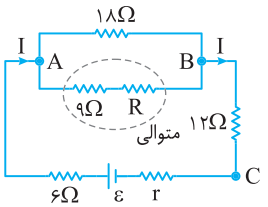
$$R_{eq}=R_{AB}+R_۱=۲+۲=۴\Omega$$

نیروی محرکهٔ باتری:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow \varepsilon=۶\times ۴=۲۴V$$

B ۲ ۱۷۸۱

خط فکری به فرض مسئله دقت کنید اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۸Ω(V_{AB}) با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۲Ω(V_{BC}) برابر است. بنابراین باید مقاومت R_{AB} با مقاومت R_{BC} برابر باشد. با توجه به این مطلب مسئله را حل می‌کنیم.



در گام اول مقاومت معادل بین دو نقطهٔ AB را حساب می‌کنیم. مقاومت R و ۹Ω متوالی و معادل آن‌ها با مقاومت ۱۸Ω موازی است. بنابراین:

$$\frac{۱}{R_{AB}}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{R+۹}\Rightarrow R_{AB}=\frac{(۱۸)\times(R+۹)}{۲۷+R}$$

در گام دوم برای آن که $V_{AB}=V_{BC}$ باشد باید مقاومت R_{AB} با مقاومت R_{BC} برابر باشد از این‌رو:

$$V_{AB}=V_{BC}\Rightarrow IR_{AB}=IR_{BC}\Rightarrow$$

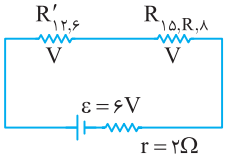
$$R_{AB}=R_{BC}=\frac{۱۸(R+۹)}{۲۷+R}=۱۲\Rightarrow \frac{۳(R+۹)}{۲۷+R}=۲$$

$$\Rightarrow ۳R+۲۷=۵۴+۲R\Rightarrow R=۲۷\Omega$$

B ۲ ۱۷۸۲

دو مقاومت ۱۲Ω و ۶Ω با هم موازی و سه مقاومت ۸Ω و R و ۱۵Ω نیز با هم موازی‌اند. ولتاژ دو سر مقاومت ۶Ω با ولتاژ معادل مقاومت‌های ۱۲Ω و ۶Ω برابر است چون با هم موازی‌اند.

ولتاژ دو سر مقاومت ۸Ω با ولتاژ معادل مقاومت‌های R ، ۸Ω و ۱۵Ω برابر است چون با هم موازی‌اند.

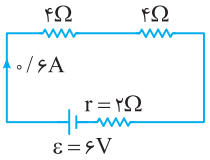


طبق سؤال ولتاژ مقاومت ۶Ω با مقاومت ۸Ω برابر است.

$$R_{۱۵,R,۸}=\frac{۱۲\times ۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$$

ولتاژ دو مقاومت‌های روبه‌رو برابر است.

بنابراین مقاومت معادل برابر است با: $R_{eq}=۸\Omega$



جریان کل:

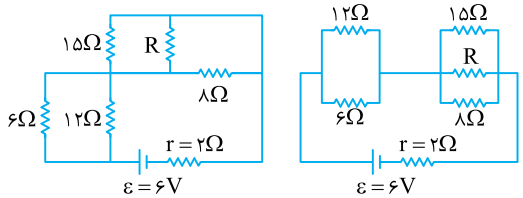
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۶}{۸+۲}=۰/۶A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های ۴Ω برابر است:

$$V=RI=۴\times ۰/۶=۲/۴V$$

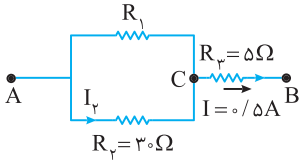
اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۸Ω نیز ۲/۴V است:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow ۸=\frac{۲/۴}{I}\Rightarrow I=۰/۳A$$



C ۱ ۱۷۸۳

خط فکری اختلاف پتانسیل بین A و B برابر مجموع اختلاف پتانسیل بین A و C و اختلاف پتانسیل بین C و B است.



$$V_{AB}=V_{AC}+V_{CB}$$

ابتدا اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ C و B یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۳$ را به‌دست می‌آوریم.

$V_{CB}=V_۳=IR_۳=۰/۵\times۵\Rightarrow V_{CB}=۲/۵V$

اکنون اختلاف پتانسیل بین A و C برابر است با:

$V_{AC}=۸/۵-۲/۵=۶V$

یادآوری در مقاومت‌های موازی $R_۱$ و $R_۲$ ولتاژ دو سر $R_۱$ و $R_۲$ با ولتاژ دو سر مقاومت معادل آن‌ها برابر است، یعنی:

$V_{۱۲}=V_۱=V_۲$

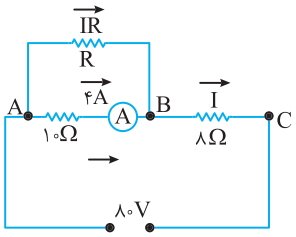
با توجه به یادآوری بیان شده ولتاژ بین A و C برابر ولتاژ دو سر مقاومت $R_۲$ است.

$V_{AC}=I_۲R_۲\xrightarrow{V_{AC}=۶V}۶=I_۲\times۳۰\Rightarrow I_۲=۰/۲A$

۴ ۱۷۸۴ B

یادآوری در مقاومت‌های موازی، ولتاژ دو سر هر مقاومت و ولتاژ دو سر مقاومت معادل آن‌ها برابر است. از طرفی در مقاومت‌های متوالی، ولتاژها با هم جمع می‌شود.

۱ آمپرسنج جریان ۴A را نشان می‌دهد، پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۰Ω و مقاومت R برابر است با:



$V_{AB}=IR=۱۰\times۴=۴۰V$

۲ حاصل‌جمع ولتاژ بین A و B و ولتاژ بین B و C برابر ولتاژ دو سر باتری است در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۸Ω خواهد شد:

$V_{AB}+V_{BC}=V\Rightarrow۴۰+V_{BC}=۸۰\Rightarrow V_{BC}=۴۰V$

جریان مقاومت BC برابر است با:

$I=\frac{V_{BC}}{R}=\frac{۴۰}{۸}=۵A$

مجموع جریان مقاومت R و جریان مقاومت ۱۰Ω، برابر ۵A است.

$I_R+۴=۵\Rightarrow I_R=۱A$

در مقاومت‌های موازی جریان هر شاخه با مقدار مقاومت رابطهٔ عکس دارد. جریان عبوری از مقاومت ۱۰Ω، (۴A) چهار برابر جریان عبوری از مقاومت R (۱A) است

بنابراین، مقاومت R باید چهار برابر مقاومت ۱۰Ω باشد:

$R=۴۰\Omega$

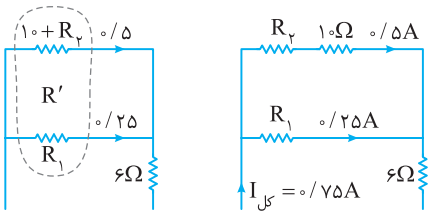
۴ ۱۷۸۵ B

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۰Ω را نشان می‌دهد:

$V=RI\Rightarrow۵=۱۰I\Rightarrow I=۰/۵A$

جریان شاخهٔ بالا دو برابر جریان شاخهٔ پایین است. در مقاومت‌های موازی جریان و مقدار مقاومت با هم رابطهٔ عکس دارند:

$\frac{۱۰+R_۲}{R_۱}=\frac{۰/۲۵}{۰/۵}\Rightarrow۲۰+۲R_۲=R_۱\Rightarrow R_۱-۲R_۲=۲۰\Rightarrow R_۱=۲R_۲+۲۰$



جریان کل از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ به‌دست می‌آید:

$۰/۷۵=\frac{۱۲}{۲+R_{eq}}\Rightarrow۱/۵+۰/۷۵R_{eq}=۱۲\Rightarrow R_{eq}=۱۴\Omega$

$R_{eq}=۶\Omega+R'\Rightarrow۱۴=۶+R'\Rightarrow R'=۸\Omega$

$\frac{۱}{۱۰+R_۲}+\frac{۱}{R_۱}=\frac{۱}{۸}\Rightarrow\frac{۱}{۱۰+R_۲}+\frac{۱}{۲۰+۲R_۲}=\frac{۱}{۸}\Rightarrow\frac{۳}{۲۰+۲R_۲}=\frac{۱}{۸}$

$\Rightarrow۲۴=۲۰+۲R_۲\Rightarrow R_۲=۲\Omega\Rightarrow R_۱=۴+۲۰=۲۴\Omega$

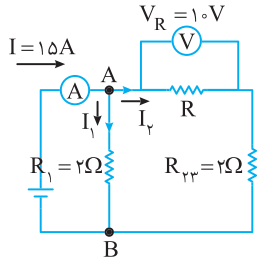
۲ ۱۷۸۶ C

برای جریان‌ها داریم:

۱ مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$

۲ مجموع جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ با جریان کل مدار که آمپرسنج نشان می‌دهد برابر است.



$I_{کل}=I_۱+I_۲\Rightarrow I_۱+I_۲=۱۵A\quad(۱)$

مقاومت $R_۱$ بین دو نقطهٔ A و B بسته شده است، شاخه سمت راست که شامل مقاومت R و $R_{۲۳}$ است نیز بین این دو نقطه بسته شده است بنابراین مقاومت $R_۱$ با مقاومت معادل $R_{۲۳}$ و R موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است.

$V_{AB}:V_۱=V_R+V_{۲۳}\Rightarrow I_۱R_۱=۱۰+I_۲R_{۲۳}$

$\Rightarrow۲I_۱=۱۰+۲I_۲\Rightarrow I_۱=I_۲+۵\qquad(۲)$

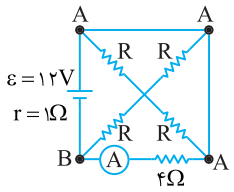
از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$\begin{cases}I_۱+I_۲=۱۵A\\I_۱-I_۲=۵A\end{cases}\Rightarrow I_۱=۱۰A\,,\,I_۲=۵A$

اکنون با استفاده از قانون اهم داریم:

$R=\frac{V}{I_۲}=\frac{۱۰}{۵}=۲\Omega$

۱ ۱۷۸۷ B



به مدار خوب نگاه کنید. با نام‌گذاری کاملاً مشخص است که مقاومت ۴Ω مانند باتری بین دو نقطهٔ A و B بسته شده، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است.

$V_{۴\Omega}=V_{\text{باتری}}=\varepsilon-Ir\xrightarrow{Ir=۴V\,,\,\varepsilon=۱۲V}V_{۴\Omega}=۱۲-۴=۸V$

آمپرسنج جریان مقاومت ۴Ω را نشان می‌دهد که برابر است با:

$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۸}{۴}=۲A$

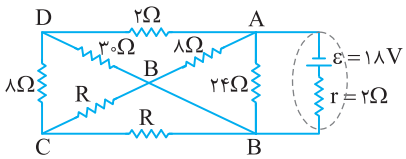
۲ ۱۷۸۸ B

در ابتدای حل مسئله بگوییم، راه‌حل طولانی است. بنابراین نگران نباشید اگر نتوانسته‌اید به پاسخ برسید. ابتدا جریان مدار را حساب می‌کنیم

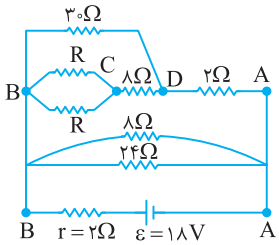
$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow۱۲=۱۸-I\times۲\Rightarrow I=۳A$

مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow۳=\frac{۱۸}{R_{eq}+۲}\Rightarrow R_{eq}=۴\Omega$



با نامگذاری مدار را ساده‌سازی کرده و مقاومت معادل را بر حسب R به‌دست می‌آوریم.



مقاومت معادل بین دو نقطهٔ B و D را با حرف x نمایش می‌دهیم. در این حالت مقاومت x با مقاومت ۲Ω متوالی است و مقاومت معادل x و ۲Ω با مقاومت‌های ۸Ω و

۲۴Ω موازی هستند، بنابراین:

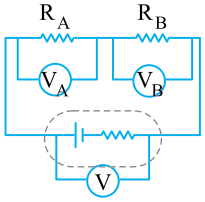
$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{1}{8}+\frac{1}{24}+\frac{1}{x+2}$$

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{8}-\frac{1}{24}=\frac{1}{x+2}\Rightarrow\frac{6-3-1}{24}=\frac{1}{x+2}\Rightarrow\frac{1}{12}=\frac{1}{x+2}\Rightarrow x=10\Omega\Rightarrow R_{BD}=10\Omega$$

$$\frac{1}{R_{BD}}=\frac{1}{30}+\frac{1}{\frac{R}{2}+8}\Rightarrow\frac{1}{10}-\frac{1}{30}=\frac{2}{R+16}=\frac{1}{15}=\frac{2}{R+16}\Rightarrow R=14\Omega$$

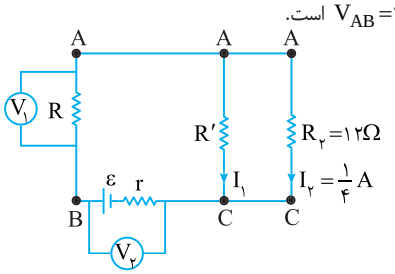
B ۳ ۱۷۸۹

خط فکری مهمترین مسئله در حل این تست این است که بدانیم مجموع اختلاف پتانسیل تمام اجزاء مدار با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است، پس به سراغ اختلاف پتانسیل هر قسمت از مدار می‌رویم تا ولتاژ دو سر باتری را به‌دست آوریم.



$$V_{\text{بازی}}=V\Rightarrow V=V_A+V_B$$

۱ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را ولت‌سنج $V_1=12V$ نشان می‌دهد. بنابراین $V_{AB}=12V$ است.



۲ مقاومت‌های R_2 و R' موازی هستند و ولتاژ دو سر آن‌ها با ولتاژ دو سر مقاومت معادل آن‌ها برابر است.

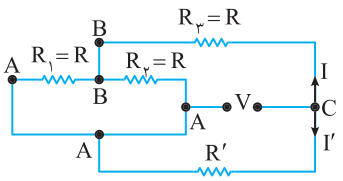
$$V_{AC}=V_{R_2}=R_2I_2\Rightarrow V_{AC}=12\times\frac{1}{4}=3V$$

۳ ولت‌سنج V_2 ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد بنابراین:

$$V_{BC}=V_{AB}+V_{AC}\Rightarrow V_2=12+3=15V$$

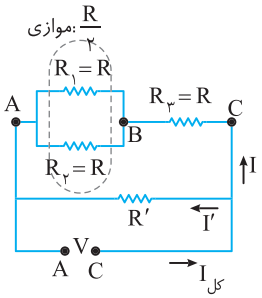
B ۱ ۱۷۹۰

خط فکری در حل این مسئله باید ابتدا با نام‌گذاری مدار را به ساده‌ترین حالت رسم کنید تا متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها مشخص شود و تقسیم جریان قابل بررسی شود.



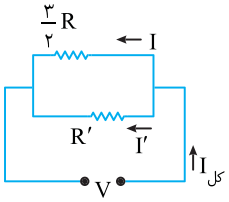
۱ مدار را نام‌گذاری می‌کنیم. دو سر منبع نیروی محرکه را با حروف A و C مشخص کرده‌ایم:

R' بین A و C وصل شده است. R_1 و R_2 بین A و B و R_3 نیز بین B و C بسته شده و مدار به شکل روبه‌رو است.



۲ مقاومت معادل شاخهٔ بالایی که شامل ۳ مقاومت R است برابر است با:

$$R_{\text{بالایی}}=\frac{R}{2}+R=\frac{3R}{2}$$



۳ شاخهٔ بالایی و شاخه پایینی باهم موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر شاخهٔ بالایی و پایینی برابر است. از طرفی در فرض مسئله بیان شده که I و I' برابر است. بنابراین:

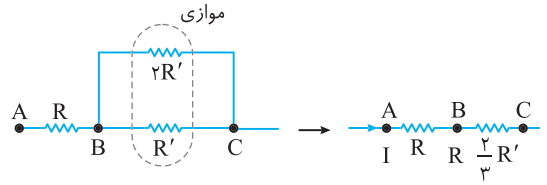
$$V_{\text{بالایی}}=V_{\text{پایینی}}\Rightarrow\frac{3}{2}RI=R'I'\xrightarrow{I=I'}R'=\frac{3}{2}R$$

B ۴ ۱۷۹۱

خط فکری در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها یکسان است و در این مدار مقاومت معادل R' و $2R'$ با مقاومت R متوالی است. از طرفی ولتاژ دو سر تمام مقاومت‌ها برابر است بنابراین ولتاژ دو قسمت مدار یعنی AB و BC را باید برابر قرار دهیم.

۱ مقاومت معادل R' و $2R'$ برابر است با:

$$\frac{R'\times 2R'}{R'+2R'}=\frac{2}{3}R'$$

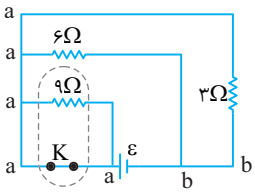


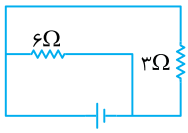
۲ با توجه به فرض مسئله اختلاف پتانسیل دو سر تمام مقاومت‌ها یکسان است یعنی:

$$V_{AB}=V_{BC}\Rightarrow IR=I(\frac{2}{3}R')\Rightarrow\frac{R}{R'}=\frac{2}{3}$$

B ۳ ۱۷۹۲

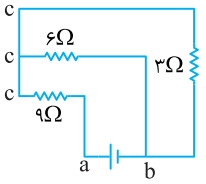
۱ هنگامی که کلید K بسته است، مقاومت 9Ω که دو سرش با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل شده است اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این حالت مطابق شکل دو مقاومت 3Ω و 6Ω در نقاط a و b دو دستشان در دست هم است و موازی‌اند و مقاومت معادل برابر است با:





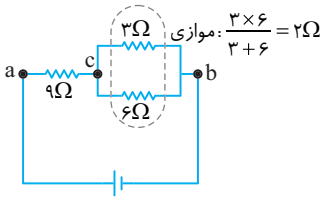
$$R_{eq}=\frac{3\times 6}{3+6}=2\Omega$$

۲ هنگامی که کلید K باز است، مقاومت‌های 3Ω و 6Ω همچنان موازی‌اند و مقاومت 9Ω وارد مدار می‌شود که با معادل آن‌ها متوالی است.



شکل ساده مدار را رسم می‌کنیم، بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:

$$R'_{eq}=9+2=11\Omega$$

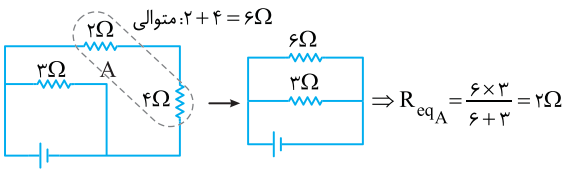


در نتیجه:

$$\frac{R'_{eq}}{R_{eq}}=\frac{11}{2}$$

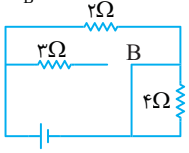
B ۱ ۱۷۹۳

با وصل کلید به A شکل مدار به صورت زیر شده و مقاومت‌های 2Ω و 4Ω متوالی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت 3Ω موازی می‌شود.



$$\Rightarrow R_{eq_A}=\frac{6\times 3}{6+3}=2\Omega$$

با وصل کلید به B شکل مدار به صورت زیر شده و مقاومت 4Ω اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شود و مقاومت 3Ω نیز به دلیل قطع اتصال از مدار حذف می‌شود و تنها مقاومت 2Ω باقی می‌ماند. بنابراین مقاومت معادل خواهد شد: $R_{eq_B}=2\Omega$

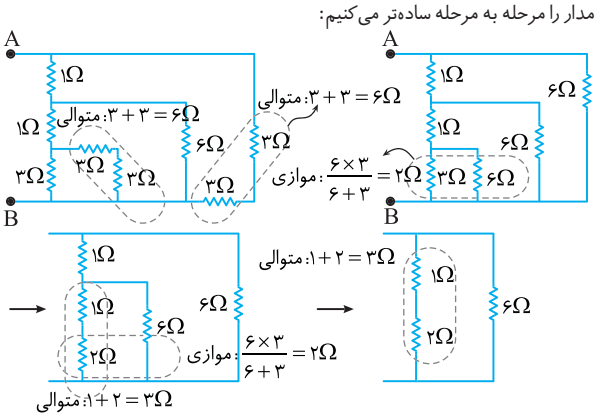


بنابراین:

$$\frac{R_{eq_A}}{R_{eq_B}}=\frac{2}{2}=1$$

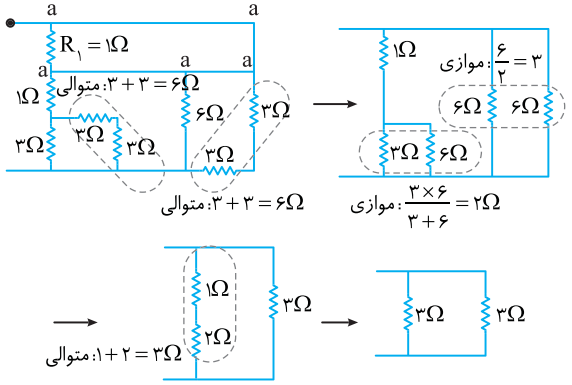
B ۱۷۹۴ **۲**

۱ کلید K باز است: مدار به صورت زیر بوده و با توجه به نوع اتصال مقاومت‌ها مدار را مرحله به مرحله ساده‌تر می‌کنیم:



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

۲ کلید K بسته است: به شکل نگاه کنید، دو سر مقاومت $R_۱=۱\Omega$ حروف یکسانی قرار گرفته بنابراین $R_۱$ اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شود و مدار به صورت زیر است:

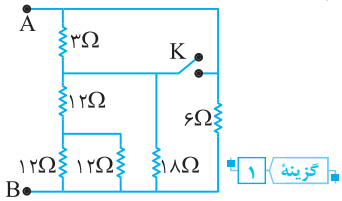


$$\Rightarrow R'_{eq}=\frac{۳}{۲}=۱/۵\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل مدار از ۲Ω به ۱/۵Ω می‌رسد و ۰/۵Ω کاهش می‌یابد.

بازی با سؤال **در مدار زیر ابتدا کلید باز است. اگر کلید بسته شود، مقاومت معادل بین A و B چند اهم تغییر می‌کند؟** خارج ریاضی - ۹۲

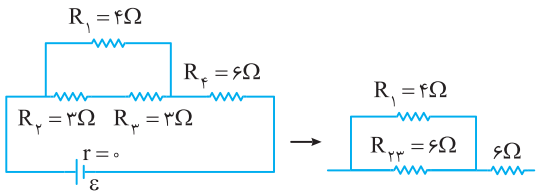
۱) ۰/۴
۲) ۲
۳) ۲/۶
۴) ۴



گزینهٔ ۱

B ۱۷۹۵ **۱**

وقتی کلید K باز باشد، مدار به شکل زیر است و مقاومت کل برابر است با:

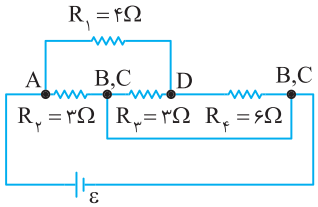


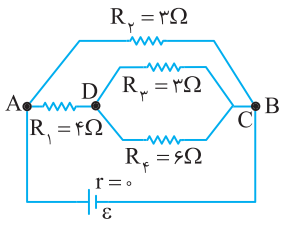
$R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند: $R_۲+R_۳=۳+۳=۶\Omega$

معادل $R_۲$ و $R_۳$ با $R_۱$ موازی هستند: $R_{۱۲۳}=\frac{۴\times۶}{۴+۶}=۲/۴\Omega$

مقاومت معادل خواهد شد: $R=۶+۲/۴=۸/۴\Omega$

با بستن کلید K، نقاط B و C در مدار هم‌پتانسیل می‌شوند و در حکم یک نقطه از مدار هستند. در این حالت مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ بین دو نقطه D و C قرار دارند، مقاومت $R_۱$ بین D و A و مقاومت $R_۲$ بین C و A قرار دارد از همه مهم‌تر اینکه نقطه C به پایانه منفی باتری و نقطهٔ A به پایانه مثبت باتری وصل است و مدار مطابق شکل روبه‌رو خواهد شد.





$R_۳$ و $R_۴$ موازی‌اند.

$$R_{۳۴}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega$$

معادل $R_۳$ و $R_۴$ با $R_۱$ متوالی است.

$$R_{۱۳۴}=۴+۲=۶\Omega$$

$R_{۱۳۴}$ با $R_۲$ موازی است و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R'=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

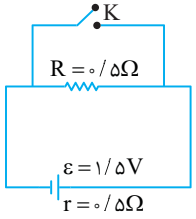
در نتیجه:

$$\frac{R}{R'}=\frac{۸/۴}{۲}=۴/۲$$

B ۱۷۹۶ **۳**

خط فکری به تحلیل مدارهای شامل کلید رسیده‌ایم، اما مگر این مسائل با بقیه مسائل مدار متفاوت است؟ خیر، تنها شما باید وقتی کلید باز یا کلید بسته است بررسی کنید که کدام اجزا در مدار قرار دارند و یا از مدار خارج می‌شوند. یعنی حل این مسائل معمولاً دو حالت دارد و هر حالت را باید جداگانه بررسی و سپس آن‌ها را مقایسه کنید.

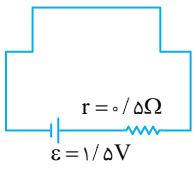
کلید باز: مقاومت ۰/۵Ω به باتری بسته شده است و اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:



$$V=\varepsilon-Ir \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$$

$$\Rightarrow V=\frac{۰/۵}{۰/۵+۰/۵}\times۱/۵\Rightarrow V=۰/۷۵V$$

کلید بسته: مقاومت ۰/۵Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود:



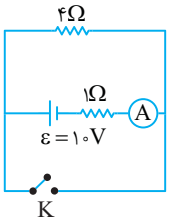
$$I=\frac{\varepsilon}{r}=\frac{۱/۵}{۰/۵}=۳A$$

$$V=\varepsilon-rI\Rightarrow V=۱/۵-(۰/۵)(۳)=۰$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری از ۰/۷۵V به صفر رسیده و ۰/۷۵V کاهش یافته است.

بازی با سؤال **در مدار شکل روبه‌رو با بسته شدن کلید جریان عبوری از آمپرسنج چند برابر می‌شود؟ (فرض این است که آمپرسنج آرمانی است و آسیب نمی‌بیند.)**

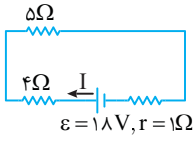
۱) ۱۰
۲) ۲
۳) ۵
۴) ۵/۲



گزینهٔ ۳

A ۱۷۹۷ **۳**

۱ وقتی کلید باز است: یک سر مقاومت ۲۰Ω در مدار حضور ندارد و از مدار حذف می‌شود و مقاومت‌های ۴Ω و ۵Ω متوالی به باتری بسته شده‌اند و مقاومت معادل خواهد شد:



$$R_{eq}=۵+۴=۹\Omega$$

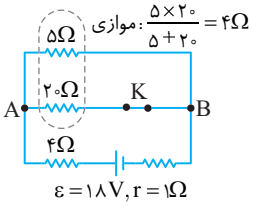
جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۸}{۹+۱}=۱/۸A$$

ولتاژ دو سر مقاومت ۵Ω را حساب می‌کنیم.

$$V=IR=۱/۸\times۵=۹V$$

۲ وقتی کلید بسته است: مقاومت ۲۰Ω در مدار حضور داشته و با مقاومت ۵Ω موازی است و معادل آن‌ها با مقاومت ۴Ω متوالی است، بنابراین مقاومت معادل خواهد شد: $R'_{eq}=۴+۴=۸\Omega$



جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۱۸}{۸+۱}\Rightarrow I'=۲A$$

مقاومت ۵Ω با مقاومت ۲۰Ω موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر و مساوی اختلاف پتانسیل مقاومت معادل آن‌هاست.

$$V_{۵\Omega}=V_{۲۰\Omega}=V_{AB}=I'R_{AB}\Rightarrow V_{۵\Omega}=V_{AB}=۲\times۴=۸V$$

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت ۵Ω، از ۹V به ۸V رسیده و یک ولت کاهش می‌یابد.

$$۸-۹=-۱V$$

۱ ۱۷۹۸ B

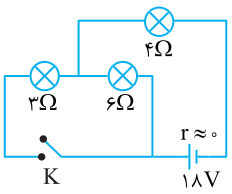
اگر مقاومت هر لامپ را R فرض کنیم وقتی کلید باز است تنها یک لامپ درمدار قرار دارد و مقاومت مدار $R_{eq_۱}=R$ است. وقتی کلید بسته می‌شود، دو لامپ متوالی بالایی وارد مدار می‌شوند و با لامپ اولی موازی خواهند بود بنابراین $R_{eq_۲}=\frac{۲R\times R}{۲R+R}=\frac{۲}{۳}R$

آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد در نتیجه

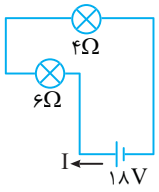
$$I_۲=\frac{\varepsilon}{R_۲}, I_۱=\frac{\varepsilon}{R_۱}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{R}{\frac{۲}{۳}R}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۳}{۲}=۱/۵$$

۲ ۱۷۹۹ B

تذکر! لامپ ۴Ω با باتری متوالی است و در هر حالتی جریان عبوری از آن، جریان خروجی از باتری یا همان $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ است.



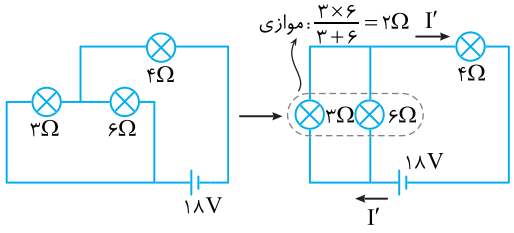
حالت اول کلید باز است، بنابراین یک سر مقاومت ۳Ω به مدار متصل نیست و مقاومت ۳Ω در مدار حضور ندارد و مدار به شکل روبه‌روست که در آن دو مقاومت ۴Ω و ۶Ω متوالی هستند و مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R=۴+۶=۱۰\Omega$



جریان مدار وقتی کلید باز است برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۱۸}{۱۰}\Rightarrow I=۱/۸A$

حالت دوم کلید بسته است.

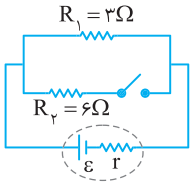
وقتی کلید را می‌بندیم مقاومت ۳Ω به مدار وصل شده و با مقاومت ۶Ω موازی می‌شود و مقاومت معادل آن‌ها ۲Ω است که مقاومت ۲Ω با مقاومت ۴Ω متوالی است و مقاومت معادل مدار ۶Ω+۲=۴ می‌شود. جریان مدار در این حالت برابر خواهد شد با: $I'=\frac{۱۸}{۶}=۳A$



در نتیجه جریان $\Delta I=۳-۱/۸=۱/۲A$ افزایش می‌یابد.

۳ ۱۸۰۰ B

وقتی کلید باز است: مقاومت مدار، تنها مقاومت $R_۱=۳\Omega$ است.



وقتی کلید بسته است: مقاومت ۶Ω با مقاومت ۳Ω موازی شده و مقاومت مدار خواهد شد:

$$R_{۲,۱}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}\Rightarrow R_۲=۲\Omega$$

یادآوری: اختلاف پتانسیل دو سر باتری از رابطهٔ $v=\varepsilon-rI$ به‌دست می‌آید که اگر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ را جایگزین کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر می‌شود با:

اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۲۰ درصد کاهش یافته است.

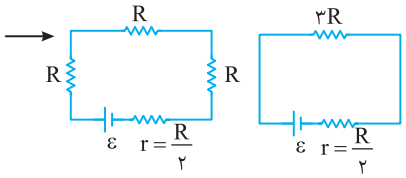
$$v_۲=\frac{۸۰}{۱۰۰}v_۱\Rightarrow\frac{\varepsilon}{R_۲+r}R_{۲,۱}=\frac{۸۰}{۱۰۰}\frac{\varepsilon}{R_۱+r}\times R_۱$$

$$\frac{۲}{۲+r}=\frac{۴}{۵}\times\frac{۳}{۳+r}\Rightarrow۳۰+۱۰r=۲۴+۱۲r\Rightarrow۶=۲r\Rightarrow r=۳\Omega$$

۳ ۱۸۰۱ B

با بسته شدن کلید مقاومت R در بالای مدار اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود:

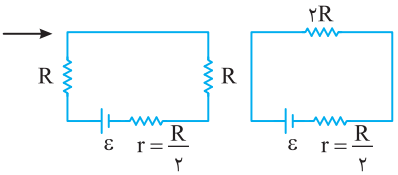
حالت اول:



$$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۳/۵R}$$

$$V_۱=\varepsilon-rI\Rightarrow V_۱=\varepsilon-\frac{R}{۲}\times\frac{\varepsilon}{۳/۵R}\Rightarrow V_۱=\frac{۶}{۷}\varepsilon$$

حالت دوم:



$$I_۲=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{۲/۵R}$$

$$V_۲=\varepsilon-rI\Rightarrow V_۲=\varepsilon-\frac{R}{۲}\times\frac{\varepsilon}{۲/۵R}\Rightarrow V_۲=\frac{۴}{۵}\varepsilon$$

نسبت $\frac{V_۲}{V_۱}$ خواسته شده است:

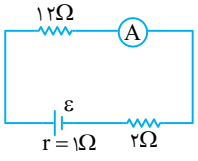
$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{\frac{۴}{۵}\varepsilon}{\frac{۶}{۷}\varepsilon}=\frac{۴\times۷}{۶\times۵}=\frac{۱۴}{۱۵}$$

۱ ۱۸۰۲ B

خط فکری در این مدار مقدار نیروی محرکه (ε) داده نشده، ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده برای حالتی که کلید باز است، نیروی محرکه را به‌دست می‌آوریم و سپس در گام بعدی با داشتن نیروی محرکه و در حالتی که کلید بسته است خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم.

حالت اول در حالتی که کلید باز است

مقاومت ۶Ω در مدار حضور ندارد و دو مقاومت ۲Ω و ۱۲Ω در مدار بوده که با هم متوالی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:



$$R_{eq}=۱۲+۲=۱۴\Omega$$

با توجه به رابطهٔ جریان مدار، نیروی محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow۱=\frac{\varepsilon}{۱۴+۱}\Rightarrow\varepsilon=۱۵V$$

حالت دوم وقتی کلید K را می‌بندیم، دو مقاومت ۱۲Ω و ۶Ω دست در دست هم می‌دهند و موازی می‌شوند و مقاومت معادل خواهد شد: $R'_{eq}=۴+۲\Rightarrow R'_{eq}=۶\Omega$

جریان مدار برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۱۵}{۶+۱}=\frac{۱۵}{۷}A$$

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود بنابراین $I_۱=۲I_۲$ است:

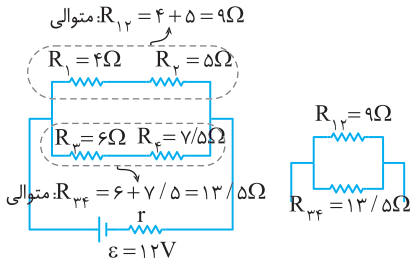
$$I_۱+I_۲=\frac{۱۵}{۷}A\Rightarrow ۳I_۲=\frac{۱۵}{۷}A\Rightarrow I_۲=\frac{۵}{۷}A$$

آمپرسنج $\frac{۵}{۷}$ آمپر را نشان می‌دهد.

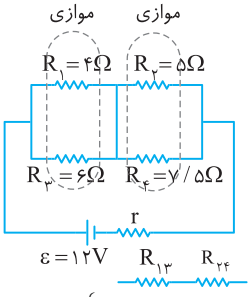
۲ | ۱۸۰۳ B

حالت اول) کلید S باز باشد: در این حالت مدار به شکل زیر است و مقاومت‌های $R_۱=۴\Omega$ و $R_۲=۵\Omega$ و هم‌چنین مقاومت‌های $R_۳=۶\Omega$ و $R_۴=۷/۵\Omega$ با هم متوالی هستند و شاخهٔ بالایی و پایینی موازی‌اند مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.

حالت باز: $\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_{۱۲}}+\frac{۱}{R_{۳۴}}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۱۳/۵}=\frac{۳+۲}{۲۷}\Rightarrow R_{eq}=۵/۴\Omega$



حالت دوم) کلید S بسته است: مدار به شکل روبه‌رو است. این بار دو سر مقاومت $R_۱$ و $R_۳$ به هم بسته شده و موازی‌اند، هم‌چنین دو سر مقاومت $R_۴$ و $R_۲$ به هم بسته شده و آن‌ها نیز با هم موازی‌اند و معادل آن‌ها با هم متوالی‌اند، بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:

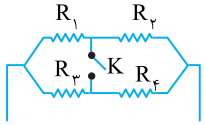


حالت بسته:
- ۶Ω, ۴Ω موازی $\Rightarrow R_{۱۳}=\frac{۴\times۶}{۴+۶}=۲/۴\Omega$
- ۷/۵Ω, ۵Ω موازی $\Rightarrow R_{۲۴}=\frac{۵\times۷/۵}{۵+۷/۵}=۳\Omega$

$\Rightarrow R'_{eq}=۲/۴+۳=۵/۴\Omega$

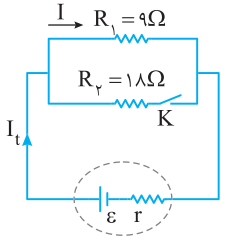
مقاومت معادل مدار تغییر نکرده از این‌رو جریان مدار نیز تغییر نمی‌کند.

میانبر در مدارهای شکل روبه‌رو اگر $R_۱R_۴=R_۲R_۳$ باشد، مقاومت معادل با بسته شدن کلید تغییر نمی‌کند.



۴ | ۱۸۰۴ B

۱ کلید K بسته: در این حالت مقاومت‌های $R_۱=۹\Omega$ و $R_۲=۱۸\Omega$ با هم موازی هستند و در مقاومت‌های موازی، جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود بنابراین وقتی جریان مقاومت ۹Ω، $I=۲A$ است جریان مقاومت ۱۸Ω نصف I یعنی ۱A بوده و جریان کل مدار برابر خواهد شد با: $I_t=۲+۱=۳A$



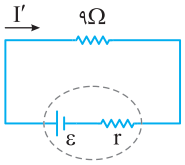
۲ مقاومت معادل مدار در این حالت خواهد شد:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}=\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۲+۱}{۱۸}\Rightarrow R_{eq}=۶\Omega$$

۳ جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۳=\frac{\varepsilon}{۶+r}\qquad (I)$$

۴ کلید K باز: تنها مقاومت $R_۱=۹\Omega$ که بنا به فرض مسئله جریان آن ۰/۲۵A افزایش می‌یابد و برابر $I'=۲+۰/۲۵=۲/۲۵A$ می‌شود.



از این رو می‌توان نوشت:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}\Rightarrow ۲/۲۵=\frac{\varepsilon}{۹+r}\qquad (II)$$

۵ رابطهٔ (I) را بر رابطهٔ (II) تقسیم می‌کنیم.

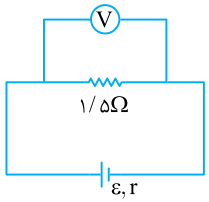
$$\frac{۳}{۲/۲۵}=\frac{\frac{\varepsilon}{۶+r}}{\frac{\varepsilon}{۹+r}}\Rightarrow\frac{۴}{۳}=\frac{۹+r}{۶+r}\Rightarrow ۲۴+۴r=۲۷+۳r\Rightarrow r=۳\Omega$$

۱ | ۱۸۰۵ B

یادآوری هر گاه یک باتری با نیروی محرکهٔ ε و مقاومت درونی r به یک مدار با مقاومت خارجی R وصل شود، ولتاژ دو سر مقاومت $V=IR$ خواهد شد که در آن I برابر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است. از این‌رو ولتاژ دو سر مدار خارجی (یا ولتاژ دو سر باتری) از رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید:

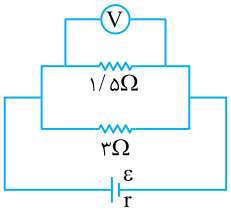
$$V=IR\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}V=\frac{\varepsilon}{R+r}R$$

حالت اول کلید باز است و مقاومت ۳Ω به مدار وصل نیست، بنابراین در مدار تنها مقاومت ۱/۵Ω وجود دارد.



$$V_۱=\frac{\varepsilon}{۱/۵+r}\times ۱/۵$$

حالت دوم) کلید بسته است: در این حالت مقاومت ۳Ω با مقاومت ۱/۵Ω موازی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:



$$R=\frac{۱/۵\times۳}{۱/۵+۳}=۱\Omega$$

ولتاژ دو سر مقاومت ۱/۵Ω با ولتاژ کل مدار برابر است و $V_۲$ خواهد شد:

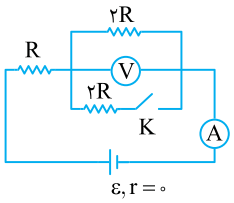
$$V_۲=\frac{\varepsilon}{۱+r}\times ۱$$

با توجه به فرض مسئله:

$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۸}{۹}\Rightarrow\frac{\frac{\varepsilon}{۱+r}\times ۱}{\frac{\varepsilon}{۱/۵+r}\times(۱/۵)}=\frac{۸}{۹}\Rightarrow\frac{۱/۵+r}{(۱+r)۱/۵}=\frac{۸}{۹}\Rightarrow r=۰/۵\Omega$$

بازی با سؤال در مدار شکل زیر در ابتدا کلید K باز است. اگر کلید را ببندیم، اعدادی که ولت‌سنج و آمپرسنج نشان می‌دهند به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟

کنکور دهه‌های گذشته



۱) صفر، ۲

۲) $\frac{۴}{۳}$ ، $\frac{۳}{۲}$

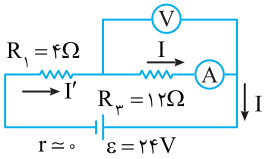
۳) $\frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۳}{۴}$

۴) $\frac{۳}{۴}$ ، $\frac{۳}{۲}$

گزینهٔ ۴

۲ ۱۸۰۶ C

حالت اول: کلید K باز: وقتی کلید K باز باشد، مقاومت $R_۲=۶\Omega$ در مدار حضور ندارد و مدار به شکل روبه‌رو است و آمپرسنج A جریان کل مدار را نشان می‌دهد.

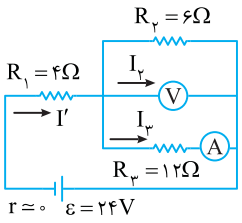


$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۴+۱۲}\Rightarrow I_{کل}=۱/۵A$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۲Ω را نشان می‌دهد.

$$V=IR_۳=۱/۵\times ۱۲=۱۸V$$

حالت دوم: کلید K بسته: با بستن کلید K مقاومت ۶Ω وارد مدار شده و با مقاومت ۱۲Ω موازی می‌شود.



$$R_{۲۳}=\frac{R_۲\times R_۳}{R_۲+R_۳}\Rightarrow R_{۲۳}=\frac{۶\times ۱۲}{۶+۱۲}=۴\Omega$$

جریان کل مدار خواهد شد:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۲۴}{۴+۴}=I'=۳A$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ را نشان خواهد داد.

$$V=V_{۲۳}=I'R_{۲۳}\Rightarrow V=۳\times ۴=۱۲V$$

آمپرسنج جریان عبوری از مقاومت $R_۳$ را نشان می‌دهد که ولتاژ دو سر آن $۱۲V$ است

بنابراین:

$$I_۳=\frac{V_۳}{R_۳}\Rightarrow I_۳=\frac{۱۲}{۱۲}=۱A$$

در نتیجه، جریان آمپرسنج از $۱/۵A$ به $۱A$ رسیده و عدد آمپرسنج $۱/۵-۱=۰/۵A$ تغییر کرده است.

عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد از $۱۸V$ به $۱۲V$ رسیده و $۶V$ تغییر کرده است.

۳ ۱۸۰۷ B

کلید باز: مقاومت ۲۴Ω در مدار قرار ندارد.

$$R=\frac{۳\times ۶}{۳+۶}\Rightarrow R=۲\Omega$$

مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=۸+۲=۱۰\Omega$$

جریان مدار خواهد شد:

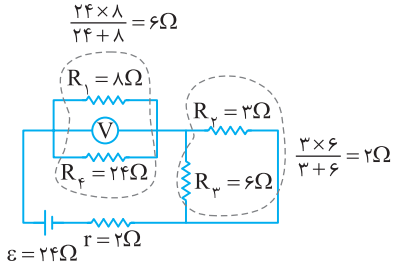
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۱۰+۲}\Rightarrow I=۲A$$

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۸Ω را نشان می‌دهد.

$$V=IR\Rightarrow V=۲\times ۸\Rightarrow V=۱۶V$$

بستن کلید: مقاومت ۲۴Ω با مقاومت ۸Ω موازی می‌شود و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R'_{eq}=۲+۶=۸\Omega$$



جریان مدار خواهد شد:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{۲۴}{۸+۲}\Rightarrow I'=۲/۴A$$

ولت‌سنج ولتاژ دو سر مقاومت‌های ۸Ω و ۲۴Ω را نشان دهد.

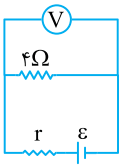
$$V'=IR_{۱۴}\Rightarrow V'=۲/۴\times ۶\Rightarrow V'=۱۴/۴V$$

تغییر مقدار ولت‌سنج خواهد شد:

$$\Delta V=۱۶-۱۴/۴\Rightarrow \Delta V=۱/۶V$$

۳ ۱۸۰۸ A

حالت اول: وقتی کلید $K_۱$ بسته است مقاومت مدار ۴Ω است.



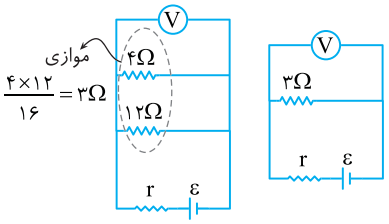
$$V=IR\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}V=\frac{\varepsilon}{R+r}R$$

$$\Rightarrow ۳۲=\frac{\varepsilon}{۴+r}\times ۴\Rightarrow \varepsilon=۳۲+۸r \qquad (I)$$

حالت دوم: وقتی کلید $K_۲$ نیز بسته می‌شود، دو مقاومت ۴Ω و ۱۲Ω موازی می‌شوند و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد و سبب افزایش جریان می‌شود. با افزایش جریان، ولتاژ دو سر باتری $۲V$ کاهش یافته و $۳۰V$ می‌شود.

$$(R_{eq}\downarrow\Rightarrow\uparrow I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow\downarrow V=\varepsilon-\uparrow Ir)$$

$$V'=R'I'\Rightarrow ۳۰=\frac{۳\varepsilon}{۳+r}\Rightarrow ۱۰=\frac{\varepsilon}{۳+r}\Rightarrow \varepsilon=۳۰+۱۰r \qquad (II)$$

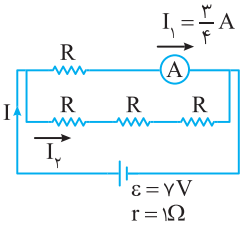


دو معادلهٔ (I) و (II) را برابر قرار می‌دهیم.

$$۳۲+۸r=۳۰+۱۰r\Rightarrow r=۱\Omega$$

۴ ۱۸۰۹ C

خط فکری در این سؤال مقدار R مجهول است بنابراین ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده در هنگامی که کلید $K_۱$ بسته و $K_۲$ باز است مقدار مقاومت R را حساب می‌کنیم، سپس با داشتن مقاومت R، خواستهٔ سؤال در هنگامی که هر دو کلید بسته است را حساب می‌کنیم.



حالت اول: وقتی کلید $K_۱$ بسته و $K_۲$ باز است. مدار مطابق شکل روبه‌رو است و جریان شاخه پایینی که مقاومت آن $R+R+R=۳R$ است، $\frac{۱}{۳}$ جریان شاخهٔ بالایی است، زیرا در شاخه‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

$$I_۲=\frac{۱}{۳}I_۱\Rightarrow I_۲=\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۴}\Rightarrow I_۲=\frac{۱}{۴}A$$

و جریان مدار برابر است با:

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow I=\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۴}=۱A$$

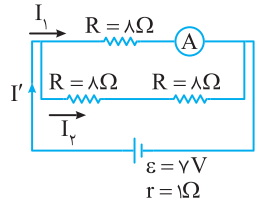
مقاومت معادل مدار را با استفاده از جریان به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۱=\frac{۷}{R_{eq}+۱}\Rightarrow R_{eq}+۱=۷\Rightarrow R_{eq}=۶\Omega$$

از طرفی با توجه به شکل، مقاومت $۳R$ و R موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۳R}\Rightarrow\frac{۱}{۶}=\frac{۳+۱}{۳R}\Rightarrow R=۸\Omega$$

وقتی هر دو کلید را می‌بندیم، مقاومت R بین دو کلید حذف می‌شود (اتصال کوتاه می‌شود) و مدار به شکل روبه‌رو درمی‌آید:



$$\frac{۱}{R'_{eq}}=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow R'_{eq}=\frac{۱۶}{۳}\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۷}{\frac{۱۶}{۳}+۱}\Rightarrow I'=\frac{۲۱}{۱۹}A$$

جریان به نسبت ۲ به ۱ بین دو شاخه تقسیم می‌شود. از شاخه بالایی که مقاومت کمتری دارد، جریان بیشتری می‌گذرد:

$$\begin{cases} I_۱=۲I_۲ \\ I_۱+I_۲=\frac{۲۱}{۱۹} \end{cases} \Rightarrow I_۱+\frac{I_۱}{۲}=\frac{۲۱}{۱۹} \Rightarrow \frac{۳I_۱}{۲}=\frac{۲۱}{۱۹} \Rightarrow I_۱=\frac{۱۴}{۱۹}A$$

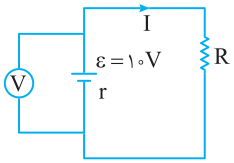
آمپرسنج $\frac{۱۴}{۱۹}A$ را نشان می‌دهد.

B ۱۸۱۰ ۳

۱ اگر تنها یکی از کلیدها بسته باشد، فقط یکی از مقاومت‌های R در مدار قرار می‌گیرد و مدار به شکل زیر است. در این حالت ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری را $۶V$ نشان می‌دهد و جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I=\frac{۱۰}{R+r}$$

۲ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V=\varepsilon-rI$ است:

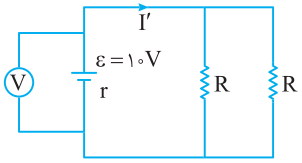


$$v=\varepsilon-rI \xrightarrow{r=۶V} ۶=۱۰-\frac{۱۰r}{R+r}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۰r}{R+r}=t \Rightarrow ۱۰r=۴R+۴r$$

$$\Rightarrow ۶r=۴R \Rightarrow R=۱/۵r$$

۳ اگر دو کلید بسته شود هر دو مقاومت R در مدار قرار می‌گیرند و با هم موازی‌اند:



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R}+\frac{۱}{R} \Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۲}{R} \Rightarrow R_{eq}=\frac{R}{۲}$$

$$I'_{مدار}=\frac{\varepsilon}{r+R_{eq}} \Rightarrow I'_{مدار}=\frac{۱۰}{r+\frac{R}{۲}} \xrightarrow{R=۱/۵r} I'_{مدار}=\frac{۱۰}{r+۰/۷۵r}$$

$$\rightarrow I'_{مدار}=\frac{۱۰}{۱/۷۵r}$$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V'=\varepsilon-rI'_{مدار}$ است:

$$V'=\varepsilon-r'_{مدار} \Rightarrow V'=۱۰-r\frac{۱۰}{۱/۷۵r} \Rightarrow V'=۱۰-\frac{۱۰}{۱/۷۵}$$

$$\Rightarrow V'=\frac{۱۷/۵-۱۰}{۱/۷۵}=\frac{۷/۵}{۱/۷۵} \Rightarrow V'=\frac{۷۵۰}{۱۷۵}=\frac{۳۰}{۷}V$$

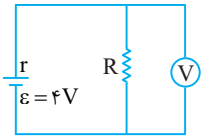
میانبر اختلاف پتانسیل دو سر باتری بر حسب مقاومت خارجی مدار (R_{eq}) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$V=\frac{R_{eq}}{R_{eq}+r}\varepsilon$$

با استفاده از این رابطه نیازی به محاسبهٔ جریان نیست.

C ۱۸۱۱ ۱

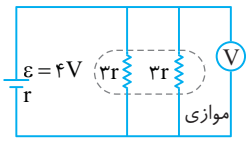
در ابتدا به نظر می‌آید سؤال خیلی مجهول دارد پس ما باید هم سؤال را حل می‌کنیم و هم پله‌پله مقدار این مجهول‌ها را به‌دست بیاوریم:



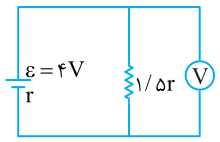
هنگامی که یکی از کلیدها بسته باشد، تنها یکی از مقاومت‌های R در مدار است. نیروی محرکهٔ باتری اختلاف پتانسیل $۴V$ دارد امّا ولت‌سنج که به دو سر باتری و مقاومت بسته شده $۳V$ را نشان می‌دهد. دقت کنید که ولت‌سنج به دو سر مقاومت R نیز بسته شده است:

$$\begin{matrix} V_{باتری}=V \Rightarrow \varepsilon-rI=۳ \xrightarrow{\varepsilon=۴V} rI=۱V \\ V_{مقاومت}=V \Rightarrow RI=۳V \end{matrix} \xrightarrow{\div} \frac{r}{R}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow R=۳r$$

هنگامی که هر دو کلید بسته باشد، هر دو مقاومت $R=۳r$ در مدار قرار داشته و با هم موازی‌اند. ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل این دو را نشان می‌دهد:



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۳r}+\frac{۱}{۳r} \Rightarrow R_{eq}=۱/۵r$$



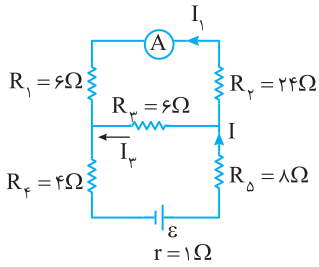
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I=\frac{۴}{۱/۵r+r}=\frac{۴}{۲/۵r}=\frac{۸}{۵r}$$

$$V=R_{eq}I \Rightarrow V=۱/۵r\times\frac{۸}{۵r}=۲/۴V$$

C ۱۸۱۲ ۱

خط فکری با مسئله‌ای طولانی سروکار دارید. ابتدا در حالت کلید باز باید مقاومت مواد را بررسی کنید و جریان گذرنده از آمپرسنج را برحسب جریان کل مدار را به دست بیاورید. سپس در حالت کلید بسته، همین مسیر را طی کنید و مسئله را حل کنید. دقت کنید ε (نیروی محرکه باتری) پارامتری است که در محاسبات حذف خواهد شد.

یادآوری آمپرسنج آرمانی شبیه یک سیم بدون مقاومت فرض می‌شود.



۱ کلید باز: در این حالت مدار به شکل روبه‌رو درمی‌آید. که در آن مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ متوالی و با مقاومت $R_۳$ موازی هستند.

$$R_{۱و۲}=R_۱+R_۲=۶+۲۴ \Rightarrow R_{۱و۲}=۳۰\Omega$$

$$\frac{۱}{R_{۱و۲و۳}}=\frac{۱}{R_{۱و۲}}+\frac{۱}{R_۳} \Rightarrow \frac{۱}{R_{۱و۲و۳}}=\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۶}=\frac{۱+۵}{۳۰} \Rightarrow R_{۱و۲و۳}=۵\Omega$$

۲ مقاومت معادل $R_{۱و۲و۳}$ با مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$ متوالی بوده مقاومت کل مدار خواهد شد.

$$R_{eq}=R_{۱و۲و۳}+R_۴+R_۵ \Rightarrow R_{eq}=۵+۴+۸ \Rightarrow R_{eq}=۱۷\Omega$$

۳

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۱۷+۱} \Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۱۸}$$

۴ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

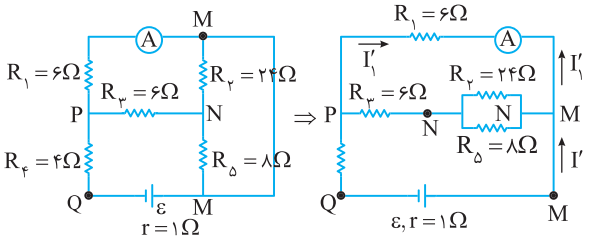
$$\frac{I_۱}{I_۳}=\frac{R_۳}{R_{۱و۲}} \Rightarrow \frac{I_۱}{I_۳}=\frac{۶}{۳۰} \Rightarrow I_۳=۵I \xrightarrow{I=I_۱+I_۳} \frac{\varepsilon}{۱۸}=I_۱+۵I_۱$$

$$\Rightarrow I_۱=\frac{۱}{۶}\left(\frac{\varepsilon}{۱۸}\right)$$

نگران نباشید تازه در ابتدای مسیر حل مسئله هستیم.

کلید K بسته:

۵ در این حالت با نام‌گذاری نقاط مدار را باید مجدداً رسم کنیم تا بتوانیم موازی و متوالی بودن مقاومت‌ها را تشخیص بدهیم.



۶ باید مقاومت معادل را حساب کنیم.

$R_۲$ و $R_۵$ موازی هستند.

$$R_{۲و۵}=\frac{۲۴\times۸}{۲۴+۸} \Rightarrow R_{۲و۵}=۶\Omega$$

مقاومت $R_۳$ با $R_{۴}$ و $R_{۵}$ متوالی:

$$R_{۳و۴و۵}=۶+۶\Rightarrow R_{۳و۴و۵}=۱۲\Omega$$

مقاومت $R_۱$ با $R_{۳}$ و $R_{۴}$ و $R_{۵}$ موازی:

$$R_{۱و۳و۴و۵}=\frac{۶\times ۱۲}{۶+۱۲}\Rightarrow R_{۱و۳و۴و۵}=۴\Omega$$

مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R'_{eq}=R_{۱و۳و۴و۵}+R_۲=۴+۴\Rightarrow R'_{eq}=۸\Omega$$

۷ جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}\Rightarrow I'=\frac{\varepsilon}{۸+۱}\Rightarrow I'=\frac{\varepsilon}{۹}$$

۸ جریان کل مدار به نسبت ۲ به این شاخهٔ آمپرسنج و شاخهٔ موازی با آن تقسیم می‌شود یعنی جریان I به سه قسمت تقسیم شده و دو قسمت آن از آمپرسنج می‌گذرد.

$$I'_۱=۲\times\frac{I}{۳}\Rightarrow I'_۱=\frac{۲}{۳۹}\varepsilon$$

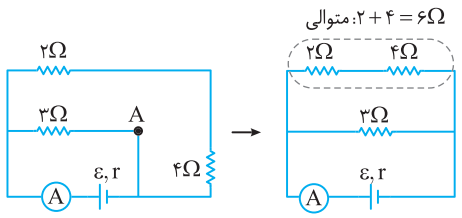
۹ اکنون نسبت $\frac{I'_۱}{I_۱}$ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{I'_۱}{I_۱}=\frac{\frac{۲}{۳۹}\varepsilon}{\frac{۱}{۶۱۸}\varepsilon}\Rightarrow\frac{I'_۱}{I_۱}=۸$$

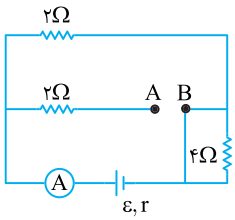
۱ ۱۸۱۳ C

وقتی کلید به A وصل باشد، مدار به صورت شکل زیر خواهد بود و مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{۶\times ۳}{۶+۳}=۲\Omega$$

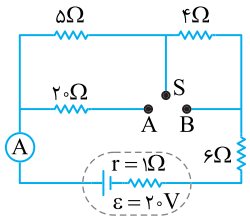


وقتی کلید به B وصل است، مقاومت ۴Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت ۲Ω نیز اتصالش با مدار قطع می‌گردد، پس تنها مقاومت ۲Ω در مدار باقی می‌ماند و مقاومت مدار نسبت به حالت قبل ($R_{eq}=۲\Omega$) تغییری نخواهد کرد،



بنابراین جریان مدار نیز تغییر نمی‌کند و $\frac{I_A}{I_B}=۱$ می‌شود.

بازی با سؤال **در شکل زیر ابتدا کلید S به نقطهٔ A وصل است. اگر کلید S به نقطهٔ B وصل شود، عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد چند آمپر تغییر می‌کند؟**



۱) $\frac{۱}{۲}$A، افزایش

۲) $\frac{۱}{۳}$A، کاهش

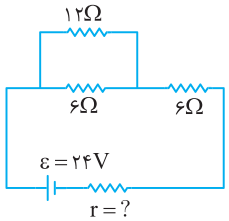
۳) $\frac{۱}{۳}$A، افزایش

۴) تغییر نمی‌کند

گزینهٔ ۳

۲ ۱۸۱۴ C

کلید باز: مقاومت ۳Ω در مدار قرار ندارد.

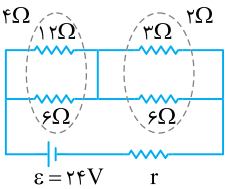


موازی: $\frac{۱۲\times ۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$

$$R_{eq}=۴+۶=۱۰\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۱۰+r}\quad(۱)$$

کلید بسته: مقاومت ۳Ω با مقاومت ۶Ω موازی می‌شود.



$$R'_{eq}=۴+۲=۶V$$

$$I'=I+۱=\frac{۲۴}{۶+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۶+r}-۱\quad(۲)$$

روابط (۱) و (۲) را با هم برابر قرار می‌دهیم

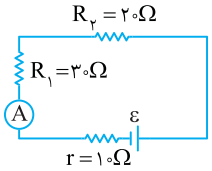
$$\frac{۲۴}{۱۰+r}=\frac{۲۴-۶-r}{۶+r}\Rightarrow\frac{۲۴}{۱۰+r}=\frac{۱۸-r}{۶+r}$$

$$۱۴۴+۲۴r=۱۸۰-۱۰r+۱۸r-r^۲\Rightarrow r^۲+۱۶r-۳۶=۰$$

$$\Rightarrow(r-۲)(r+۱۸)=۰\Rightarrow r=۲\Omega$$

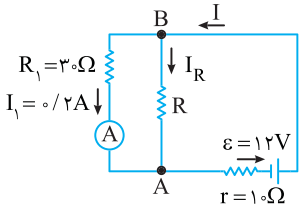
۳ ۱۸۱۵ C

حالت اول: هر گاه هر دو کلید باز باشند، مدار به شکل مقابل است و R در مدار قرار ندارد و مقاومت معادل مدار $R_{eq}=۲۰+۳۰=۵۰\Omega$ می‌شود و خواهیم داشت:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۰/۲=\frac{\varepsilon}{۵۰+۱۰}\Rightarrow\varepsilon=۱۲V$$

حالت دوم: هر گاه هر دو کلید بسته شوند، مقاومت $R_۲=۲۰\Omega$ اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شود و دو مقاومت R و $R_۱=۳۰\Omega$ با هم موازی شده و مدار به شکل مدار مقابل است.



به دقت به مدار نگاه کنید. مقاومت $R_۱$ و R هر دو موازی و اختلاف پتانسیل دو سر آن با هم برابر است یعنی $V_{AB}=V_{R_۱}=V_R$ بنابراین اختلاف پتانسیل AB خواهد شد:

$$V_{AB}=I_۱R_۱=۳۰\times ۰/۲=۶V$$

مجدداً به مدار نگاه کنید، باتری نیز دو سرش به نقاط A و B وصل است بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۶V است. از این رو می‌توان نوشت:

$$V_{باتری}=\varepsilon-Ir\xrightarrow{V_{باتری}=V_{AB}=۶V}۶=۱۲-I\times ۱۰\Rightarrow I=۰/۶A$$

جریان کل مدار (I) برابر مجموع جریان I_R و $I_۱$ است از این رو:

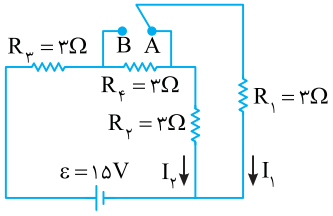
$$I=I_۱+I_R\Rightarrow ۰/۶=۰/۲+I_R\Rightarrow I_R=۰/۴A$$

ولتاژ دو سر مقاومت R را ۶V و جریان آن را ۰/۴A به‌دست آورده‌ایم، در نتیجه خواهیم داشت:

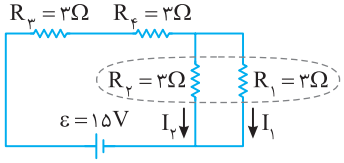
$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{۶}{۰/۴}\Rightarrow R=۱۵\Omega$$

۴ ۱۸۱۶ C

با یک راه‌حل محاسباتی و نسبتاً طولانی سروکار داریم:



در حالت اول مقاومت $R_۲$ و $R_۱$ موازی و معادل آن‌ها با مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ متوالی هستند.



$$R_{۱۲}=\frac{۳}{۲}=۱/۵\Omega$$

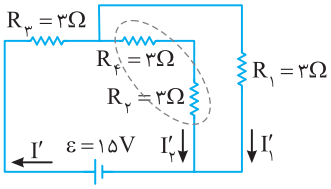
$$R_{eq}=R_۳+R_۴+R_{۱۲}=۳+۳+۱/۵\Rightarrow R_{eq}=۷/۵\Omega$$

جریان کل مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{۱۵}{۷/۵}=۲A$$

از مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ جریان‌های یکسانی می‌گذرند یعنی: $I_۱=I_۲=\frac{۲}{۱}=۱A$

وقتی کلید به نقطهٔ B وصل می‌شود مدار به شکل روبه‌رو خواهد شد:

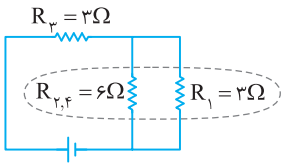


مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۴$ متوالی هستند.

$$R_{۲۴}=۳+۳=۶\Omega$$

این مقاومت با $R_۱$ موازی است:

$$R_{۱۲۴}=\frac{۶\times ۳}{۶+۳}=۲\Omega$$



مقاومت کل خواهد شد:

$$R'_{eq}=R_۳+R_{۱۲۴}=۳+۲\Rightarrow R'_{eq}=۵\Omega$$

جریان کل مدار را حساب می‌کنیم:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}=\frac{۱۵}{۵}\Rightarrow I'=۳A$$

جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها یعنی ۳ به ۶ (۱ به ۲) تقسیم می‌شود. از مقاومت $R_۱$ جریان بیشتری دو برابر مقاومت $R_۲$ می‌گذرد بنابراین

$$I'=I'_۱+I'_۲\Rightarrow ۳=I'_۲+۲I'_۲\Rightarrow I'_۲=۱A, I'_۱=۲A$$

نسبت جریان را حساب می‌کنیم:

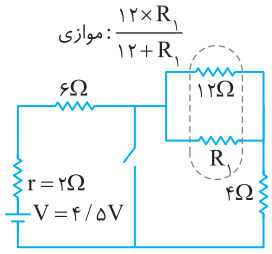
$$\frac{I'_۱}{I_۱}=\frac{۲}{۱}=۲ \qquad \frac{I'_۲}{I_۲}=\frac{۱}{۱}=۱$$

B ۱۸۱۷ ۳

در صورت مسئله بیان شده که با بستن کلید K، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۶Ω دو برابر شده است، یعنی با توجه به قانون اهم $(V=IR)$ باید جریان مدار دو برابر شده باشد. $(I'=۲I)$ بنابراین جریان مدار در دو حالت را باید حساب کنیم. البته ابتدا مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.

کلید باز:

مقاومت ۱۲Ω و $R_۱$ موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت ۶Ω و ۴Ω متوالی است.



$$R_{eq}=۶+\frac{۱۲\times R_۱}{۱۲+R_۱}+۴$$

$$R_{eq}=۱۰+\frac{۱۲R_۱}{۱۲+R_۱}=\frac{۱۲۰+۱۰R_۱+۱۲R_۱}{۱۲+R_۱}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}$$

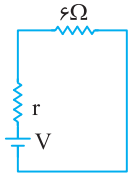
جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۴/۵}{\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}+۲}$$

کلید بسته:

با اتصال کلید K تمام مقاومت‌های شاخهٔ سمت راست اتصال کوتاه شده و تنها مقاومت مدار همان مقاومت ۶Ω خواهد بود.

جریان مدار خواهد شد:



$$R'_{eq}=۶\Omega$$

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۴/۵}{۶+۲}\Rightarrow I'=\frac{۴/۵}{۸}A$$

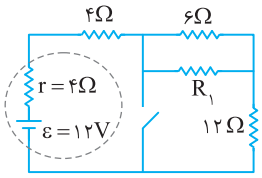
با توجه به فرض مسئله $I'=۲I$ خواهیم داشت:

$$\frac{۴/۵}{۸}=۲\times\frac{۴/۵}{\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}+۲}\Rightarrow ۸=\frac{۱}{۲}\times\left(\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}+۲\right)\Rightarrow ۸=\frac{۶۰+۱۱R_۱}{۱۲+R_۱}+۱$$

$$۷=\frac{۶۰+۱۱R_۱}{۱۲+R_۱}\Rightarrow ۸۴+۷R_۱=۶۰+۱۱R_۱\Rightarrow ۲۴=۴R_۱\Rightarrow R_۱=۶\Omega$$

B ۱۸۱۸ ۳

خطفکری اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با $V=\varepsilon-Ir$ با بستن کلید ولتاژ دو سر باتری ۴۰٪ کاهش می‌یابد یعنی $V_۲=۰/۶V_۱$ است. از طرفی با بستن کلید سه مقاومت ۶Ω و $R_۱$ و ۱۲Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و تنها مقاومت ۴Ω در مدار باقی می‌ماند. اکنون با توجه به این نکات شما می‌توانید در چند مرحله مسئله را حل کنید.



۱ جریان مدار در حالت اول و دوم را به ترتیب $I_۱$ و $I_۲$ می‌نامیم بنابراین:

$$V_۲=۰/۶V_۱\xrightarrow{V=\varepsilon-Ir}\varepsilon-I_۲r=۰/۶(\varepsilon-I_۱r)$$

$$۱۲-۴I_۲=۰/۶(۱۲-۴I_۱)\Rightarrow ۱۲-۴I_۲=۷/۲-۲/۴I_۱$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف را به ۴ تقسیم می‌کنیم}}۳-I_۲=۱/۸-۰/۶I_۱$$

$$\Rightarrow I_۲-۰/۶I_۱=۱/۲\quad (I)$$

۲ در حالتی که کلید را می‌بندیم جریان مدار را حساب می‌کنیم. در این حالت در اثر اتصال کوتاه، تنها مقاومت مدار ۴Ω است.

$$I_۲=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_۲=\frac{۱۲}{۴+۴}\Rightarrow I_۲=۱/۵A$$

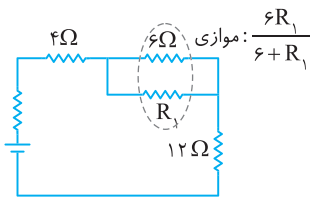
۳ $I_۲$ را در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم تا $I_۱$ را به‌دست بیاوریم.

$$۱/۵-۰/۶I_۱=۱/۲\Rightarrow ۰/۳=۰/۶I_۱\Rightarrow I_۱=۰/۵A$$

۴ مقاومت معادل مدار در حالت اول را به کمک جریان به‌دست می‌آوریم:

$$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{eq_۱}+r}\Rightarrow ۰/۵=\frac{۱۲}{R_{eq_۱}+۴}\Rightarrow R_{eq_۱}=۲۰\Omega$$

۵ با توجه به شکل زیر مقاومت معادل خواهد شد:



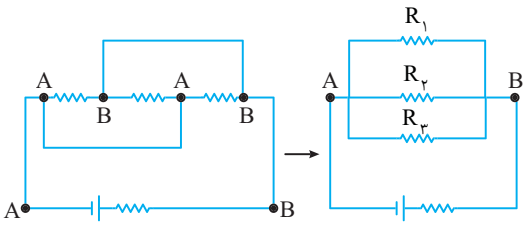
$$R_{eq_۱}=۴+\frac{۶R_۱}{۶+R_۱}+۱۲\xrightarrow{R_{eq_۱}=۲۰\Omega}۲۰=۱۶+\frac{۶R_۱}{۶+R_۱}\Rightarrow ۴=\frac{۶R_۱}{۶+R_۱}$$

$$۱=\frac{۱/۵R_۱}{۶+R_۱}\Rightarrow ۶+R_۱=۱/۵R_۱\Rightarrow ۰/۵R_۱=۶\Rightarrow R_۱=۱۲\Omega$$

خوب خسته نباشید. این تست جز تست‌هایی است که باید آخر کار به سراغ آن بروید.

A ۱۸۱۹ ۴

با نام‌گذاری مشخص می‌شود که هر سه مقاومت بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و با هم موازی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است.



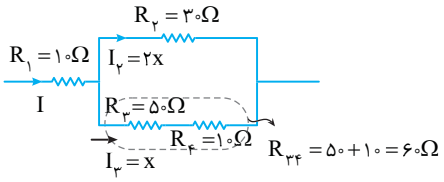
B ۲ ۱۸۲۰

خط فکری باید جریان هر مقاومت را حساب کنید تا اختلاف پتانسیل دو سر هر مقاومت را به‌دست بیاورید و بیشینه اختلاف پتانسیل را مشخص کنید.

یادآوری در مقاومت‌های متوالی جریان برابر اما در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

مقاومت معادل شاخهٔ پایینی $R_{۳۴}=۵۰+۱۰=۶۰\Omega$ است و اگر جریان آن را با x نمایش دهیم، جریان شاخهٔ بالایی که مقاومت آن ۳۰Ω است برابر $۲x$ می‌شود. از طرفی مجموع $I_۲$ و $I_۳$ برابر جریان کل مدار است بنابراین:

$$I=I_۲+I_۳\Rightarrow I=۲x+x\Rightarrow I=۳x$$



اکنون اختلاف پتانسیل تک‌تک مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم.

$$V_{R_۱}=IR_۱\xrightarrow{I=۳x}V_{R_۱}=۳x\times۱۰=۳۰x$$
$$V_{R_۲}=I_۲R_۲\Rightarrow V_{R_۲}=۲x\times۳۰=۶۰x$$
$$V_{R_۳}=I_۳R_۳\Rightarrow V_{R_۳}=x\times۵۰=۵۰x$$
$$V_{R_۴}=I_۳R_۴\Rightarrow V_{R_۴}=x\times۱۰=۱۰x$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر $R_۲$ از بقیه بیشتر است.

C ۳ ۱۸۲۱

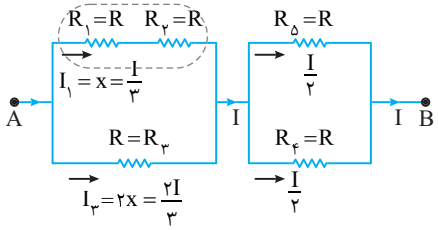
خط فکری باید بررسی کنید که کدام‌یک از مقاومت‌ها دارای بیشینه جریان خواهد بود و جریان بیشینه $۱/۲A$ را برای آن مقاومت در نظر بگیرید، سپس جریان مقاومت‌های دیگر را بر اساس آن به‌دست آورده و سرانجام اختلاف پتانسیل مقاومت‌ها را حساب کرد.

۱ به مدار زیر نگاه کنید، مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$ موازی و یکسان هستند بنابراین اگر جریان مدار I باشد، جریان هر یک از مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$ برابر $\frac{I}{۲}$ است.

۲ مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ متوالی و مقاومت معادل آن‌ها $۲R$ است. اگر جریان آن را x فرض کنیم، جریان مقاومت $R_۳$ که با آن‌ها موازی است، $۲x$ می‌شود زیرا در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. از طرفی خواهیم داشت:

$$I=I_۱+I_۳=x+۲x\Rightarrow x=\frac{I}{۳}\Rightarrow\begin{cases}I_۱=\frac{I}{۳}\\I_۳=۲\frac{I}{۳}\end{cases}$$

متوالی: $R+R=۲R$



۳ جریان مقاومت $R_۳$ از همه مقاومت‌ها بیشتر است و جریان این مقاومت می‌تواند $۱/۲A$ باشد در این صورت جریان مقاومت‌های دیگر از $۱/۲A$ کمتر شده و هیچ یک از مقاومت‌ها آسیب نمی‌بیند.

۴ جریان عبوری از مقاومت $R_۳$ یعنی $\frac{۲I}{۳}$ برابر $۱/۲A$ می‌شود، بنابراین:

$$\frac{۲}{۳}I=۱/۲\Rightarrow I=۱/۸A$$

۵ اکنون کافی است مقاومت معادل را حساب کنیم.

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ متوالی هستند: $R_{۱۲}=۳۰+۳۰=۶۰\Omega$

مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت $R_۳$ موازی است: $R_{۱۲۳}=\frac{۶۰\times۳۰}{۶۰+۳۰}=۲۰\Omega$

مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$ موازی هستند: $R_{۴۵}=\frac{۳۰}{۲}=۱۵\Omega$

مقاومت‌های $R_{۱۲۳}$ و $R_{۴۵}$ متوالی بوده و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq}=۱۵+۲۰=۳۵\Omega$$

۶ بنابراین ولتاژ بین A و B می‌شود: $V_{AB}=I_{کل}R_{AB}=۱/۸\times۳۵=۶۳V$

A ۳ ۱۸۲۲

خط فکری اختلاف پتانسیل منبع و جریان مدار را در اختیار داریم، بنابراین ابتدا باید مقاومت معادل را به‌دست بیاوریم و سپس بررسی کنیم با چه تعداد مقاومت ۴۰ اهمی می‌توان این مقاومت معادل را ساخت.

مقاومت کل مدار برابر است با: $R_{eq}=\frac{V}{I}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۲۰}{۱۵}\Rightarrow R_{eq}=۸\Omega$

مقاومت معادل ۸Ω است که از مقاومت ۴۰Ω کمتر است بنابراین باید مقاومت‌ها را با هم موازی ببندیم.

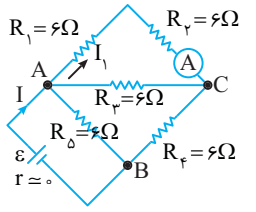
یادآوری اگر n تا مقاومت مشابه R را با یکدیگر موازی ببندیم، مقاومت معادل مدار برابر $\frac{R}{n}$ می‌شود.

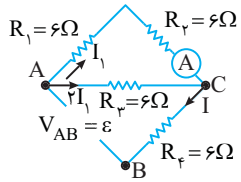
$$R_{eq}=\frac{R}{n}\Rightarrow ۸=\frac{۴۰}{n}\Rightarrow n=۵$$

C ۲ ۱۸۲۳

خُب این از اون تستهاییه که سر جلسه آزمون باید رهاش کرد و رفت سراغ تست بعد چون طراحش هم سر جلسهٔ آزمون نمی‌تونه زیر ۴ دقیقه حلش کنه.

نکتهٔ مهم حل این تست این است که باتری آرمانی است و مقاومت درونی ندارد و هر شاخه‌ای که با باتری موازی است ولتاژ دو سرش با نیروی محرکه باتری برابر است. بنابراین در شکل روبه‌رو می‌توان مدار را به صورت شکل زیر ساده‌تر فرض کرد. در این حالت اگر جریان آمپرسنج $I_۱$ باشد جریان شاخه $R_۳$ که مقاومت آن نصف شاخهٔ بالایی است $۲I_۱$ و جریان مقاومت $R_۴$ برابر مجموع این دو جریان است.





مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=I_۱+۲I_۱=۳I_۱\Rightarrow I=۳I_۱\quad(۱)$$

$R_۱$ و $R_۲$ متوالی $\Rightarrow R_{۱۲}=۶+۶=۱۲\Omega$

$R_{۱۲}$ با $R_۳$ موازی $\Rightarrow R_{۱۲۳}=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$

$R_{۱۲۳}$ با $R_۴$ متوالی $\Rightarrow R=۴+۶=۱۰\Omega$

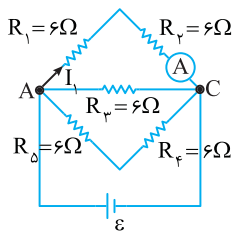
جریان این قسمت از مدار با قانون اهم خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{\varepsilon}{۱۰}\quad(۲)$$

از رابطه (۱) در رابطه (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$۳I_۱=\frac{\varepsilon}{۱۰}\Rightarrow I_۱=\frac{\varepsilon}{۳۰}$$

وقتی باتری آرمانی بین A و C بسته شود مدار به شکل روبه‌رو خواهد شد. در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر هر شاخه با نیروی محرکهٔ باتری برابر است. از این‌رو جریان شاخهٔ شامل آمپرسنج که مقاومت آن $۶+۶=۱۲\Omega$ است، خواهد شد:



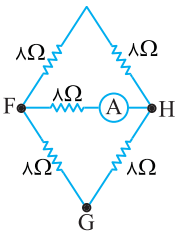
$$I'_۱=\frac{\varepsilon}{R}\Rightarrow I'_۱=\frac{\varepsilon}{۱۲}$$

نسبت جریانی که آمپرسنج در حالت دوم نشان می‌دهد به حالت اول برابر است با:

$$\frac{I'_۱}{I_۱}=\frac{\frac{\varepsilon}{۱۲}}{\frac{\varepsilon}{۳۰}}=\frac{۳۰}{۱۲}=\frac{۵}{۲}$$

بازی با سؤال **در شکل زیر هنگامی که نقاط H و F به یک باتری آرمانی وصل باشند، آمپرسنج عدد A_1 را نشان می‌دهد و هنگامی که نقاط F و G را به همان باتری وصل کنیم، آمپرسنج عدد A_2 را نشان می‌دهد، $\frac{A_1}{A_2}$ برابر کدام گزینه است؟**

۱) ۱
۲) ۱/۵
۳) ۲
۴) ۲/۵



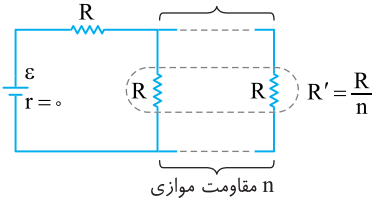
گزینهٔ ۴

۳ ۱۸۲۴ C

یادآوری برای به‌دست آوردن مقاومت معادل در مقاومت‌های موازی یکسان، یک مقاومت را به تعداد آن‌ها تقسیم می‌کنیم.

با توجه به شکل مقاومت معادل مقاومت‌های موازی $\frac{R}{n}$ است که این مقاومت با مقاومت R متوالی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=R+\frac{R}{n}\Rightarrow R_{eq}=\frac{n+1}{n}R$$



جریان عبوری از باتری خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{\frac{n+1}{n}R}=\frac{n}{n+1}\times\frac{\varepsilon}{R}$$

اگر تعداد مقاومت‌های موازی $n+1$ شود، مقاومت معادل آن خواهد شد:

$$R'_{eq}=R+\frac{R}{n+1}=\frac{n+2}{n+1}R$$

و جریان باتری خواهد شد:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}=\frac{\varepsilon}{\frac{n+2}{n+1}R}=\frac{n+1}{n+2}\times\frac{\varepsilon}{R}$$

با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

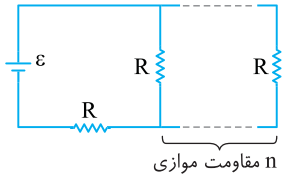
$$I'=\frac{16}{15}I\Rightarrow\frac{n+1}{n+2}\frac{\varepsilon}{R}=\frac{16}{15}\left(\frac{n}{n+1}\right)\frac{\varepsilon}{R}\Rightarrow 16n^2+32n=15(n+1)^2$$

$$\Rightarrow 16n^2+32n=15n^2+30n+15$$

$$\Rightarrow n^2+2n-15=0\Rightarrow(n-3)(n+5)=0\Rightarrow\begin{cases}n=3\\ n=-5\ \text{غ.ق}\end{cases}$$

بازی با سؤال **در شکل زیر، n مقاومت موازی و یک مقاومت متوالی به یک باتری آرمانی بسته شده است. اگر مقاومت R دیگری را به طور موازی به مدار اضافه کنیم، جریان خروجی از باتری به اندازهٔ ۱/۲۵ درصد تغییر می‌کند، n کدام است؟**

۱) ۱
۲) ۳۲
۳) ۸
۴) ۴



گزینهٔ ۳

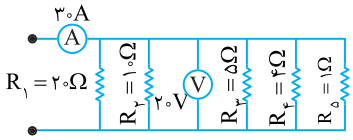
۲ ۱۸۲۵ B

خط فکری قرار است که آمپرسنج جریان ورودی به مدار را ۳۰A نشان دهد، از طرفی تمام مقاومت‌ها با هم موازی‌اند و اختلاف پتانسیل یکسان دارند و می‌خواهیم ولت‌سنج ولتاژ دو سر همهٔ این مقاومت‌های موازی را ۲۰V نشان دهد، بنابراین باید به کمک این ولتاژ، جریان هر مقاومت را حساب کنیم تا معلوم شود کدام مقاومت را باید حذف کنیم.

جریان تک‌تک شاخه‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$I_1=\frac{V}{R_1}=\frac{20}{20}=1A\ ,\ I_2=\frac{V}{R_2}=\frac{20}{10}=2A\ ,\ I_3=\frac{V}{R_3}=\frac{20}{5}=4A$$

$$I_4=\frac{V}{R_4}=\frac{20}{4}=5A\ ,\ I_5=\frac{V}{R_5}=\frac{20}{1}=20A$$



بنابراین مجموع جریان‌ها برابر با $I_T=1+2+4+5+20=32A$ است. در حالی که آمپرسنج ۳۰A نشان می‌دهد بنابراین باید ۲A از جریان کل کم شود و شاخه‌ای که جریان آن ۲A است (I_2) مربوط به شاخه $R_2=10\Omega$ است بنابراین باید حذف شود.

۴ ۱۸۲۶ B

باتری یک شبانه‌روز لامپ‌ها را روشن نگاه داشته بنابراین جریانی که باتری در این مدت به مدار می‌دهد خواهد شد:

$$Q_{کل}=48Ah\Rightarrow\frac{Q}{t}=I_{کل}\Rightarrow I_{کل}=\frac{48}{24}=2A$$

نیروی محرکهٔ باتری آرمانی ۱۸V می‌باشد بنابراین مقاومت معادل مدار خواهد شد:

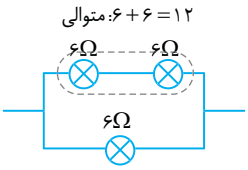
$$V_{باتری}=R_{eq}I_{کل}\Rightarrow 18=R_{eq}\times 2\Rightarrow R_{eq}=9\Omega$$

مقاومت معادل باید 9Ω باشد یعنی این سه لامپ 6Ω را باید به گونه‌ای به هم متصل کنیم که مقاومت معادل آن‌ها 9Ω شود. اگر سه مقاومت 6Ω متوالی بودند مقاومت معادل $3\times 6=18\Omega$ می‌شد و گزینهٔ (۱) نادرست است و اگر موازی بودند مقاومت معادل $\frac{6}{3}=2\Omega$ می‌شد و گزینهٔ (۲) نادرست است.

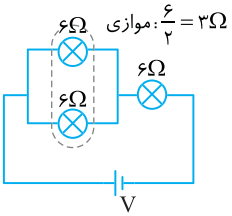
در حالتی که دو لامپ متوالی و با لامپ سوم موازی باشند، مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{12\times 6}{12+6}=4\Omega$$

بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

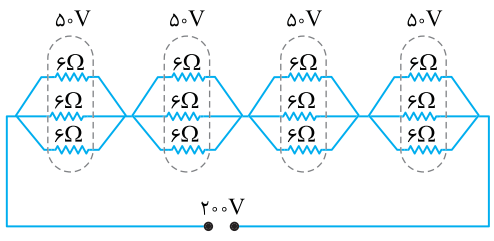


اما در مدار شکل مقابل دو لامپ موازی و معادل آن‌ها با لامپ سوم متوالی بوده و مقاومت معادل 9Ω است و گزینهٔ (۴) درست است.



۲ ۱۸۲۷ B

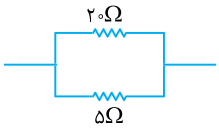
ولتاژ ۲۰۰ ولت باید به دو سر مدار اعمال شود پس این مدار باید شامل ۴ قسمت متوالی باشد که ولتاژ دو سر هر قسمت ۵۰V است و هر قسمت باید مقاومت 2Ω داشته باشد تا مقاومت معادل 8Ω شود از این‌رو ۱۲ مقاومت به شکل زیر باید داشته باشیم.



۱۸۲۸ C **۱**

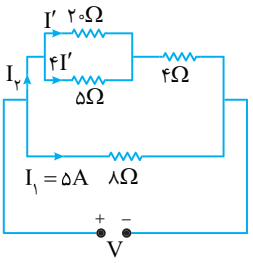
خط فکری در حل این مسائل باید یادمان باشد که در مقاومت‌های موازی مقاومت معادل از تک‌تک مقاومت‌ها کوچک‌تر است و نمی‌تواند با هیچ یک از مقاومت‌ها برابر باشد. از طرفی باید مقداری پیشگویی در چگونگی مدار به خرج داد و برای این چهار مقاومت نحوه‌های مختلف را بررسی کرد تا به جواب رسید.

مقاومت معادل ۴Ω است و مقاومت‌ها به ترتیب ۴Ω، ۵Ω، ۸Ω و ۲۰Ω است، بنابراین مقاومت‌ها با هم موازی نیستند. از طرفی این چهار مقاومت با هم متوالی نیستند زیرا در این صورت مقاومت معادل $۴+۵+۸+۲۰=۳۷\Omega$ می‌شود که از ۴Ω بزرگ‌تر است. بنابراین باید مدار دارای شاخه‌های موازی باشد. به سراغ موازی کردن مقاومت‌ها می‌رویم. مقاومت معادل دو مقاومت موازی ۴Ω و ۵Ω، $\frac{۲۰}{۹}\Omega$ $(\frac{۵\times۴}{۵+۴})$ هم‌چنین مقاومت معادل دو مقاومت موازی ۵Ω و ۸Ω، $\frac{۴۰}{۱۳}\Omega$ $(\frac{۸\times۵}{۸+۵})$ است که چون عدد کسری هستند احتمال این نحوه بستن آن‌ها کم است. اما به سراغ دو مقاومت ۵Ω و ۲۰Ω می‌رویم، در ذهن خود آن‌ها را موازی می‌بندیم، مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:



$$\Rightarrow \frac{۲۰\times۵}{۲۰+۵}=۴\Omega$$

اکنون مدار مقابل را پیشنهاد می‌دهیم. مقاومت شاخهٔ بالایی $۴+۴=۸\Omega$ و مقاومت شاخهٔ پایینی نیز ۸Ω است و مقاومت معادل ۴Ω می‌شود که برابر مقدار مقاومت معادلی است که در صورت سؤال داده شده است. اکنون جریان‌ها را حساب می‌کنیم. جریان مقاومت پایینی $۵A$ است و چون دو شاخه دارای مقاومت ۸Ω هستند، جریان شاخهٔ بالایی نیز $۵A$ است بنابراین جریان $۵A$ بین دو مقاومت موازی ۵Ω و ۲۰Ω به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. اگر از مقاومت ۲۰Ω جریان I' بگذرد از مقاومت ۵Ω جریان $۴I'$ می‌گذرد و جمع I' و $۴I'$ باید برابر $۵A$ شود بنابراین



$$۵I'=۵\Rightarrow I'=۱A$$

۱۸۲۹ A **۴**

آمپرسنج برای اندازه‌گیری جریان مدار به کار می‌رود و در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها برابر است از این رو آمپرسنج را به طور متوالی در مدار قرار می‌دهند و برای آنکه در جریان مدار اختلال ایجاد نکند باید مقاومت آن **ناچیز** باشد.

ولت‌سنج برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل به کار می‌رود و به طور موازی در مدار قرار می‌گیرد و برای آنکه جریانی که از آن می‌گذرد بسیار ناچیز باشد مقاومت ولت‌سنج بسیار بزرگ باشد.

۱۸۳۰ B **۲**

خط فکری در همهٔ شکل‌ها ولت‌سنج به دو سر باتری وصل بوده، و اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد، همچنین آمپرسنج متوالی با باتری وصل شده و جریان باتری (جریان مدار) را نشان می‌دهد. نیروی محرکه و مقاومت درونی باتری‌ها یکسان است و با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ در مداری که مقاومت معادل بیشینه است، جریان کمینه است و در مداری که مقاومت معادل کمینه است، جریان بیشینه است بنابراین باید مشخص کرد کدام مدار دارای بیشینه مقاومت و کدام مدار دارای کمینه مقاومت معادل است.

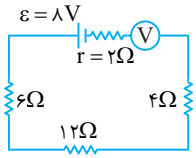
در مدار (پ) سه مقاومت موازی هستند بنابراین مقاومت معادل آن‌ها از مدارهای دیگر کمتر است $(R_{eq}=\frac{R}{۳})$، بنابراین جریان این مدار بیشینه است و آمپرسنج بیشینه جریان را نشان می‌دهند. اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V=\varepsilon-Ir$ است پس برای آنکه اختلاف پتانسیل دو سر باتری بیشینه باشد باید افت پتانسیل (Ir) کمینه بوده و جریان مدار نیز کمینه باشد.

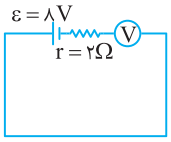
مدار (ب) که هر سه مقاومت متوالی بوده و مقاومت معادل بیشینه است:

$$I_{min} \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} R_{max}$$

۱۸۳۱ A **۱**

مقاومت ولت‌سنج‌ها بسیار بزرگ است، بنابراین اگر ولت‌سنجی به طور اشتباه به صورت متوالی در مدار بسته شود، از شاخهٔ شامل ولت‌سنج جریان نمی‌گذرد و در این مسئله اختلاف پتانسیل دو سر تمام مقاومت‌ها $(V=IR)$ صفر می‌شود. در واقع می‌توان فرض کرد که مقاومت‌ها در مدار قرار ندارند. در این صورت ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که چون جریان صفر است:

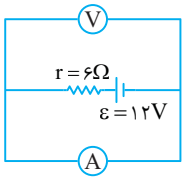




$$V=\varepsilon-rI \xrightarrow{I=۰} V=\varepsilon \Rightarrow V=۸V$$

۱۸۳۲ B **۲**

خط فکری رفتار آمپرسنج آرمانی در مدار شبیه یک سیم بدون مقاومت است و همواره اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج آرمانی صفر است. بنابراین اگر آمپرسنج را به شکل موازی به مدار ببندید، تمام جریان از آمپرسنج می‌گذرد و از شاخهٔ موازی آن جریانی نمی‌گذرد و اختلاف پتانسیل دو سر آن شاخه صفر است. با دانستن این مطالب مسئله را حل می‌کنیم.

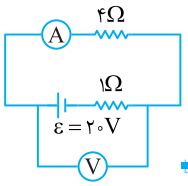


جریان برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۶}=۲A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مدار برابر اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج است یعنی ولت‌سنج عدد صفر را نمایش می‌دهد.

بازی با سؤال **در مدار شکل زیر با جابه‌جا کردن جای آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی، به ترتیب از راست به چپ اعدادی که نشان می‌دهند چقدر تغییر می‌کند؟ (با فرض آسیب نرسیدن به آمپرسنج)**



۱) ۴ و ۱۶
۲) ۱۶ و ۴
۳) ۱۶ و ۱۶
۴) ۴ و ۴

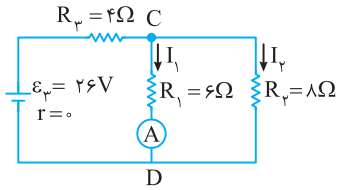
گزینهٔ ۳

۱۸۳۳ B **۲**

حالت اول: مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.

مقاومت‌های ۶Ω و ۸Ω موازی هستند.

$$R_{۱۲}=\frac{۸\times۶}{۸+۶}=\frac{۲۴}{۷}\Omega$$



مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم.

$$R_{eq}=R_{۳}+R_{۱۲}\Rightarrow R_{eq}=۴+\frac{۲۴}{۷}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۵۲}{۷}\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۶}{\frac{۵۲}{۷}}\Rightarrow I=\frac{۷\times۲۶}{۵۲}A\Rightarrow I=۳/۵A$$

اختلاف پتانسیل بین C و D خواهد شد:

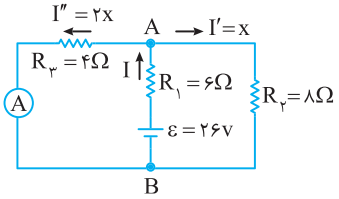
$$V_{CD}=IR_{CD}\Rightarrow V_{CD}=۳/۵\times\frac{۲۴}{۷}\Rightarrow V_{CD}=۱۲N$$

ولتاژ دو سر مقاومت $R_۲$ همان V_{CD} است، بنابراین:

$$V_{CD}=I_۲R_۲\Rightarrow I_۲=\frac{V_{CD}}{R_۲}=\frac{۱۲}{۸}\Rightarrow I_۲=۱/۵A$$

حالت دوم:

مقاومت $R_۲=۸\Omega$ و $R_۳=۴\Omega$ بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و با هم موازی هستند.



$$R_{۲۳}=\frac{۴\times۸}{۴+۸}=\frac{۳۲}{۱۲}\Rightarrow R_{۲۳}=\frac{۸}{۳}\Omega$$

مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم. $R'_{eq}=R_۱+R_{۲۳}=۶+\frac{۸}{۳}\Rightarrow R'_{eq}=\frac{۲۶}{۳}\Omega$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}\Rightarrow I=\frac{۲۶}{\frac{۲۶}{۳}}=۳A$

جریان در نقطهٔ A به دو شاخه تقسیم می‌شود. تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی با مقاومت نسبت وارون دارد.

$$x+۲x=۳\Rightarrow x=۱A\Rightarrow I'=۱A$$

تغییر جریان برابر $۱/۵-۱=۰/۵A$ است.

۳ ۱۸۳۴ A

در حالت اول مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ با هم موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت $R_۱$ متوالی است.

$$\frac{۱}{R_{۲,۳}}=\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}\Rightarrow R_{۲,۳}=۲\Omega$$

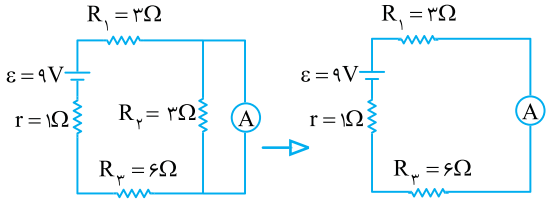
$$R_{eq}=۲+۳=۵\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۹}{۵+۱}=۱/۵A$$

در حالت دوم آمپرسنج با مقاومت $R_۲$ موازی می‌شود و چون آمپرسنج آرمانی مقاومت ناچیز دارد، $R_۲$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۳$ متوالی می‌شوند.

$$R'_{eq}=۳+۶=۹\Omega$$

$$I'=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۹}{۹+۱}=۰/۹A$$

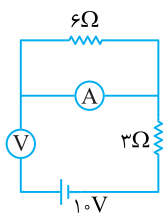


بنابراین جریان عبوری از آمپرسنج $۱/۵-۰/۹=۰/۶A$ کاهش می‌یابد.

۲ ۱۸۳۵ B

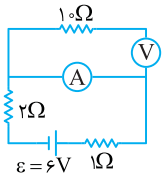
یادآوری هر گاه آمپرسنج با یک شاخه از مدار موازی بسته شود آن شاخه اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. از طرفی وقتی که ولتسنج با باتری متوالی بسته می‌شود، جریان به مدار صفر می‌شود.

به مدار نگاه کنید. ولتسنج متوالی بسته شده و جریان مدار صفر است و آمپرسنج عدد صفر را نشان می‌دهد، اما ولتسنج در این حالت نیروی محرکهٔ باتری یعنی ۱۰V را نشان خواهد داد.



بازی با سؤال در مدار زیر اگر آمپرسنج و ولتسنج آرمانی باشند، به ترتیب از راست به چپ چه عددی را نشان می‌دهند؟

آزمون مدارس برتر

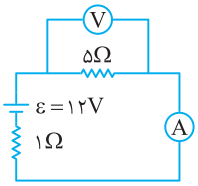


۱) ۲، صفر
۲) ۲، ۴
۳) صفر، صفر
۴) صفر، ۴

گزینهٔ ۱

۱ ۱۸۳۶ B

حالت اول: جریان مدار را حساب می‌کنیم.



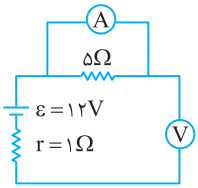
$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۵+۱}=۲A$$

آمپرسنج جریان ۲A را نشان می‌دهد.

ولتسنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵Ω را نشان می‌دهد.

$$V=IR\Rightarrow V=۲\times۵\Rightarrow V=۱۰V$$

حالت دوم: با عوض کردن جای آمپرسنج و ولتسنج، ولتسنج در مدار به طور متوالی قرار می‌گیرد و به دلیل مقاومت بسیار بالای آن اجازه عبور جریان را نمی‌دهد. در این حالت آمپرسنج صفر و ولتسنج نیروی محرکه باتری یعنی ۱۲V را نشان می‌دهد.



نتیجه: عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد ۲A کم می‌شود و عددی که ولتسنج نشان می‌دهد $۱۲-۱۰=۲V$ افزایش می‌یابد. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵ اهمی از ۱۰V به صفر کاهش می‌یابد. بنابراین گزاره‌های (الف) و (ب) درست هستند.

۲ ۱۸۳۷ B

وقتی ولتسنج به جای آمپرسنج به‌طور متوالی در مدار قرار می‌گیرد به دلیل مقاومت بسیار زیاد ولتسنج، مقاومت مدار به شدت افزایش یافته و جریان مدار دچار افت شدید می‌شود. در این حالت وقتی که آمپرسنج با مقاومت $R=۶۰\Omega$ به‌طور موازی بسته می‌شود، مقاومت آمپرسنج ناچیز است و در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس تقسیم شده و از مقاومت کمتر جریان بیشتری می‌گذرد از این‌رو جریان گذرنده از آمپرسنج از جریان گذرنده از مقاومت R بیشتر است.

۱ ۱۸۳۸ A

مقاومت ولتسنج آرمانی بی‌نهایت است و جریان عبوری از شاخهٔ شامل ولتسنج صفر است و تمام جریان از شاخهٔ شامل آمپرسنج می‌گذرد. $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow\frac{۱۱}{۹+۱}=۱/۱A$

با توجه به شکل در می‌یابیم ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد.

$$V=\varepsilon-rI=۱۱-۱(۱/۱)=۹/۹V$$

۳ ۱۸۳۹ B

با حذف ولتسنج یک مقاومت موازی از مدار حذف و مقاومت مدار افزایش و در نتیجه جریان مدار کاهش می‌یابد و آمپرسنج عدد کوچک‌تری را نشان می‌دهد بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

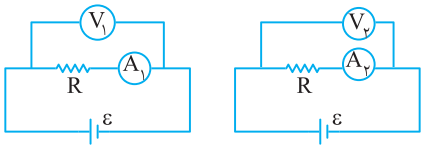
ولتسنج و آمپرسنج آرمانی نیستند و به همین دلیل در دو سر آمپرسنج نیز اختلاف پتانسیل ($V_A=R_AI$) داریم و مجموع اختلاف پتانسیل دو سر ولتسنج و اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج برابر نیروی محرکهٔ باتری است ($\varepsilon=V_A+V_V$). با حذف آمپرسنج، ولتسنج مستقیماً به باتری وصل می‌شود و ولتسنج نیروی محرکهٔ باتری (ε) را نمایش می‌دهد یعنی عدد ولتسنج با حذف آمپرسنج افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۲) نادرست و گزینهٔ (۳) درست است.

اگر جای ولتسنج و آمپرسنج را عوض کنیم، مقاومت ولتسنج که زیاد است در مدار به‌طور متوالی قرار گرفته و مقاومت مدار بسیار زیاد و در نتیجه جریان مدار بسیار کم می‌شود و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد، بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

۳ ۱۸۴۰ B

در حالت اول (شکل (۱)) ولتسنج نیروی محرکهٔ باتری $V_۱=\varepsilon$ و آمپرسنج جریان مدار یعنی $I_۱=\frac{\varepsilon}{R}$ را نشان می‌دهد.

در حالت دوم (شکل (۲)) وقتی که ولت‌سنج آرمانی نیست و دارای مقاومت بوده و از شاخهٔ آن نیز جریان عبور می‌کند پس از شاخه شامل آمپرسنج جریان کمتری می‌گذرد و آمپرسنج عدد کمتری نمایش می‌دهد. $(I_۲<I_۱)$ اما در این حالت ولت‌سنج همچنان نیروی محرکهٔ باتری $(V_۲=\varepsilon)$ را نشان می‌دهد زیرا باتری بدون مقاومت درونی است و افت پتانسیل (Ir) آن صفر است و همواره ولتاژ آن برابر نیروی محرکه باتری (ε) است.



شکل (۱) شکل (۲)

A ۱۸۴۱ ۲

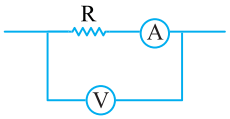
مقاومت‌های R و R_A به طور متوالی بسته شده و ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها را نشان می‌دهد $(۲۴V)$. با توجه به اینکه آمپرسنج جریان $۰/۲A$ را نشان می‌دهد و به طور متوالی به مقاومت R بسته شده است، جریان عبوری از مقاومت‌های R_A و R برابر $۰/۲A$ است. مقاومت معادل بین نقاط a و c را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم.

$$R_{ac}=\frac{V_{ac}}{I_{ac}}\Rightarrow R_{ac}=\frac{۲۴}{۰/۲}\Rightarrow R_{ac}=۱۲۰\Omega$$

با توجه به اینکه مقاومت‌های R و R_A متوالی هستند، خواهیم داشت:

$$R_{ac}=R+R_A \xrightarrow{R_A=۱\Omega} ۱۲۰=R+۱\Rightarrow R=۱۱۹\Omega$$

بازی با سؤال **در مدار شکل روبه‌رو ولت‌سنج آرمانی ۲۰V و آمپرسنج ۲A را نشان می‌دهند. اگر مقاومت آمپرسنج ۱Ω باشد، مقاومت R چند اهم است؟**



۱) ۴ ۲) ۴/۵ ۳) ۸ ۴) ۹

گزینهٔ ٤

B ۱۸۴۲ ۳

مدار (الف): از رابطهٔ $V=IR$ داریم:

$$V_{\text{ولت سنج}}=I_{\text{آمپرسنج}}(R_۱+R_{\text{آمپرسنج}})\Rightarrow ۷۲=۱/۶(R_۱+۵)\Rightarrow R_۱=۴۰\Omega$$

مدار (ب):

$$V_{\text{ولت‌سنج}}=I_{\text{ولت‌سنج}}R_{\text{ولت‌سنج}}\Rightarrow ۷۳/۸=۱۸۰I_{\text{ولت‌سنج}}\Rightarrow I_{\text{ولت‌سنج}}=۰/۴۱$$

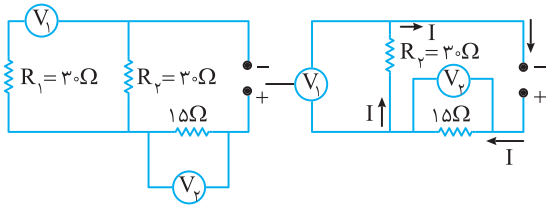
در مدار (ب): جریان عبوری از مقاومت $R_۲$ برابر است با:

$$I_۲=۰/۸۲-۰/۴۱=۰/۴۱$$

جریان به یک اندازه در دو شاخه شامل $R_۲$ و ولت‌سنج پخش شده است، پس مقاومت $R_۲$ برابر با مقاومت‌ولت‌سنج یعنی ۱۸۰ اهم است.

B ۱۸۴۳ ۱

ولت‌سنج (۱) با مقاومت $R_۱=۳۰\Omega$ متوالی بسته شده، پس از این مقاومت جریانی نمی‌گذرد و آن را از مدار حذف می‌کنیم و مدار را به صورت جدید رسم می‌کنیم.



با توجه به مدار، ولت‌سنج $V_۱$ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۲=۳۰\Omega$ را $۴V$ نشان می‌دهد، بنابراین جریان مقاومت $R_۲$ خواهد شد:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۴}{۳۰}=\frac{۲}{۱۵}A$$

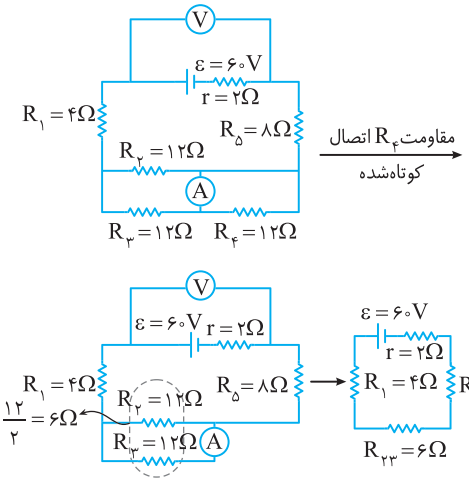
مقاومت‌های ۱۵Ω و ۳۰Ω با هم متوالی‌اند و جریان آن‌ها با هم برابر است. در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۵Ω که ولت‌سنج $V_۲$ آن را نمایش می‌دهد برابر است با:

$$V_۲=IR\Rightarrow V_۲=\frac{۲}{۱۵}\times ۱۵=۲V$$

میانبر در مقاومت‌های متوالی، ولتاژ با مقاومت نسبت مستقیم دارد، بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت ۱۵Ω نصف ولتاژ دو سر مقاومت ۳۰Ω است.

B ۱۸۴۴ ۱

آمپرسنج آرمانی، مقاومت ناچیزی دارد. بنابراین مقاومت $R_۴$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. اکنون مقاومت معادل را مرحله به مرحله به‌دست می‌آوریم:



مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=۴+۸+۶=۱۸\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۶۰}{۱۸+۲}=\frac{۶۰}{۲۰}\Rightarrow I=۳A$$

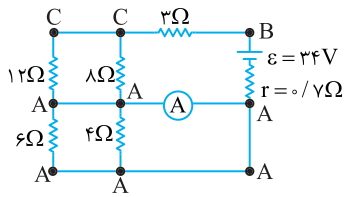
آمپرسنج با مقاومت $R_۳$ متوالی بسته شده و جریان عبوری از آن را نشان می‌دهد. جریان ۳A بین دو شاخهٔ موازی با مقاومت‌های یکسان ۱۲Ω نصف شده، پس جریان عبوری از مقاومت $R_۴$ برابر $\frac{۳}{۲}=۱/۵A$ است و آمپرسنج $۱/۵A$ را نشان می‌دهد.

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که برابر است با:

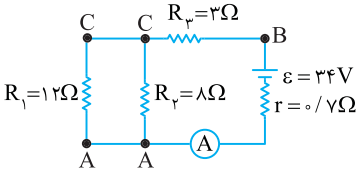
$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۶۰-(۳)(۲)=۵۴V$$

B ۱۸۴۵ ۲

خط فکری مقاومت آمپرسنج ناچیز است و رفتار آمپرسنج در مدار شبیه یک سیم بدون مقاومت است. برای حل مسئله، ابتدا باید با نام‌گذاری مدار را ساده کنیم تا بتوانیم مقاومت معادل آن، جریان مدار و جریان آمپرسنج را حساب کنیم.



۱ نقاط را نام‌گذاری کردیم و متوجه شدیم نقاط دو سر هر یک از مقاومت‌های ۴Ω و ۶Ω با یک حرف مشخص شده، بنابراین مقاومت‌های ۴Ω و ۶Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شوند و مدار به صورت زیر خواهد شد:



۲ مقاومت‌های 8Ω و 12Ω موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{12}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow R_{12}=\frac{12\times8}{12+8}\Rightarrow R_{12}=4/8\Omega$$

مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R_{eq}=R_{12}+R_3=4/8+3\Rightarrow R_{eq}=7/8\Omega$

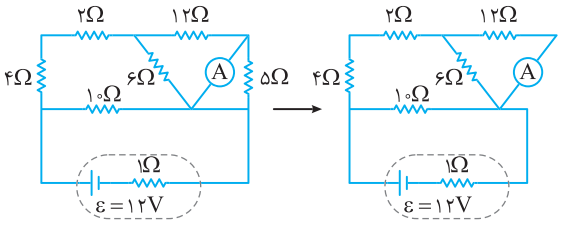
آمپرسنج با باتری متوالی است و جریان کل را نشان می‌دهد.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{34}{7/8+0/7}\Rightarrow I=\frac{34}{8/5}\Rightarrow I=4A$$

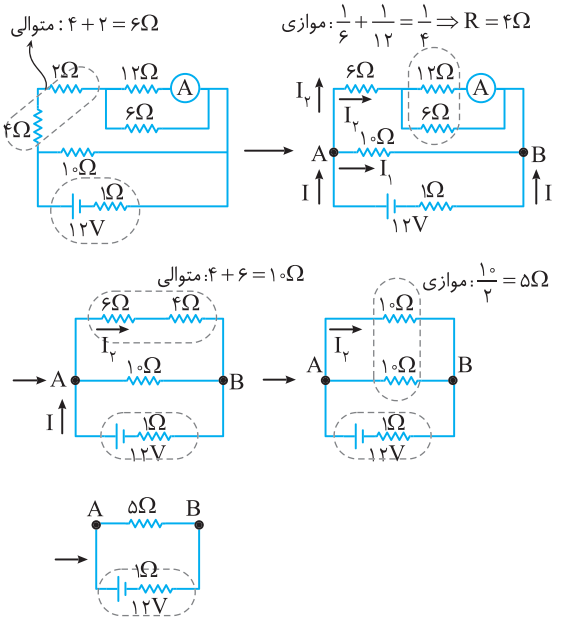
۲ ۱۸۴۶ C

خط فکری مقاومت آمپرسنج ناچیز بوده و آمپرسنج شبیه یک سیم بدون مقاومت عمل کرده و در این مدار نقش اتصال کوتاه را برای مقاومت 5Ω ایفا می‌کند.

با توجه به مدار زیر پس از حذف مقاومت 5Ω، آمپرسنج و مقاومت 12Ω با هم متوالی هستند، بنابراین آمپرسنج جریان عبوری از مقاومت 12Ω را نشان می‌دهد.



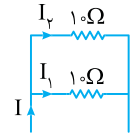
۱ تحلیل مدار را شروع می‌کنیم تا جریان مقاومت 12Ω را به‌دست آوریم. ابتدا مدار را ساده می‌کنیم و مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم.



۲ مقاومت معادل مدار $R_{eq}=5\Omega$ است و جریان کل مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{5+1}\Rightarrow I=2A$$

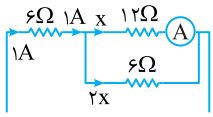
۳ با توجه به مدار شمارهٔ (۴) رسم شده، جریان به دو مقاومت 10Ω موازی می‌رسد:



$$I=I_1+I_2\xrightarrow[I_1=I_2]{R_1=R_2}I_1=I_2=1A$$

۴ جریان شاخهٔ بالا برابر $1A$ است. این جریان بین دو شاخهٔ موازی 12Ω و 6Ω (در مدار ۲) تقسیم می‌شود.

یادآوری در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود، پس اگر از مقاومت 12Ω جریان x بگذرد از مقاومت 6Ω جریان $2x$ خواهد گذشت.

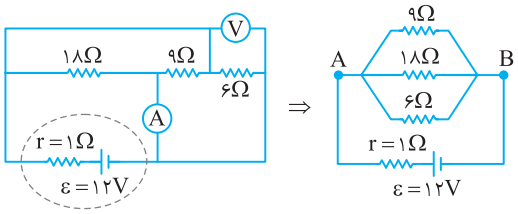


$$x+2x=1\Rightarrow x=\frac{1}{3}A$$

بنابراین آمپرسنج جریان $\frac{1}{3}$ آمپر را نشان می‌دهد.

۱ ۱۸۴۷ C

یادآوری از ولت‌سنج آرمانی جریان نمی‌گذرد و می‌توان آن را از مدار حذف کرد و آمپرسنج آرمانی شبیه یک سیم بدون مقاومت است و می‌توان دو سر آن را در نام‌گذاری با یک حرف نشان داد.



۱ با نام‌گذاری مشخص می‌شود که هر سه مقاومت موازی هستند. بین دو نقطهٔ A و B قرار دارند و مقاومت معادل خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\frac{1}{6}=\frac{2+1+3}{18}\Rightarrow R_{eq}=3\Omega$$

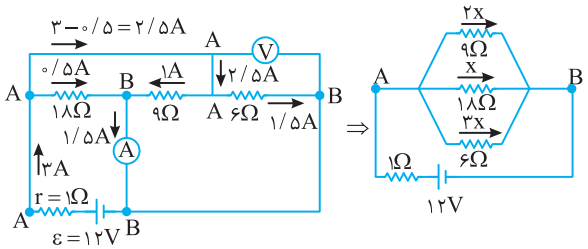
۲ جریان کل مدار را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{3+1}\Rightarrow I=3A$$

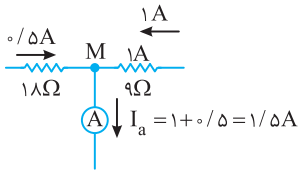
۳ جریان به نسبت وارون مقاومت‌های موازی تقسیم می‌شود.

$$I=x+2x+3x\Rightarrow 3=6x\Rightarrow x=0/5A$$

بنابراین $I_{9\Omega}=1A$ ، $I_{6\Omega}=1/5A$

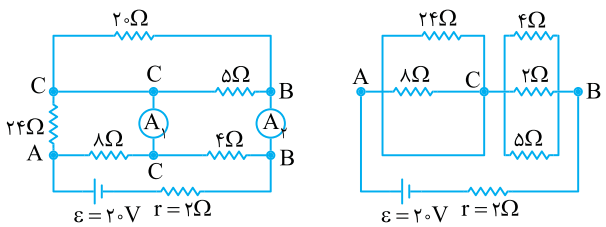


۴ به شکل اول باز می‌گردیم و جریان‌های هر شاخه را می‌نویسیم. در نقطهٔ M جریان $0/5A$ از مقاومت 18Ω و جریان $1A$ از مقاومت 9Ω با هم جمع شده و وارد آمپرسنج می‌شوند.



۳ ۱۸۴۸ B

مدار را مطابق شکل ساده می‌کنیم:



مقاومت معادل AC را به‌دست می‌آوریم:

$$R_{AC}=\frac{24\times8}{24+8}=\frac{24}{4}=6\Omega$$

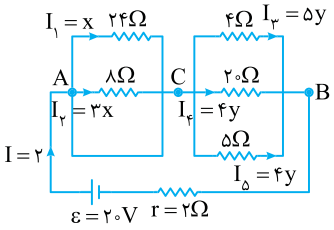
مقاومت معادل CB را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{R_{CB}}=\frac{1}{4}+\frac{1}{20}+\frac{1}{5}\Rightarrow\frac{1}{R_{CB}}=\frac{5+1+4}{20}=\frac{10}{20}\Rightarrow R_{CB}=2\Omega$$

$$R_{eq}=R_{AC}+R_{BC}+r=6+2+2=10\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{20}{10}=2A$$

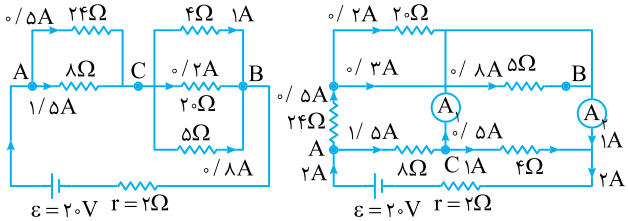
با توجه به مدار مقابل داریم:



$$\begin{cases}x+3x=2\\4x=2\Rightarrow x=\frac{1}{2}A\end{cases}$$

$$\begin{cases}5y+y+4y=2\\10y=2\Rightarrow y=0/2A\end{cases}$$

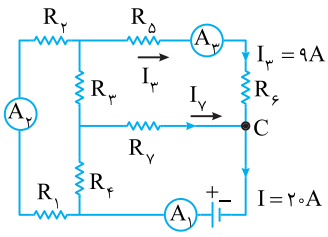
حال به شکل زیر دقت کنید:



بنابراین عددی که آمپرسنج (۱) نشان می‌دهد، ۰/۵A و عددی که آمپرسنج (۲) نشان می‌دهد، ۱A است.

۴ ۱۸۴۹ C

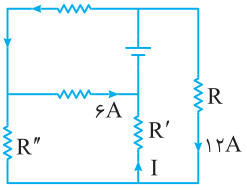
پیچیدگی مدار و آمپرسنج‌های مختلف شما را گول نزند. آمپرسنج A_1 که به باتری به‌طور متوالی وصل است، جریان کل مدار را نشان می‌دهد (۲۰A) و آمپرسنج A_3 نیز جریان مقاومت‌های R_5 و R_6 را نشان می‌دهد (۹A). اکنون به نقطهٔ C دقت کنید، دو جریان $I_3=9A$ و I_7 وارد C می‌شوند و جریان $I=20A$ از آن خارج می‌شود بنابراین می‌توان نوشت:



$$I_7+I_3=I\Rightarrow I_7+9=20\Rightarrow I_7=11A$$

بازی با سوال در مدار شکل زیر جریان I چند آمپر است؟

ریاضی - ۹۷



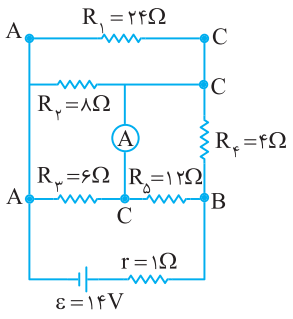
۱) ۱۵
۲) ۹
۳) ۱۸
۴) ۱۴

گزینهٔ ۱

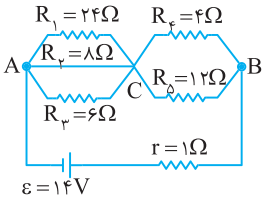
۲ ۱۸۵۰ B

آمپرسنج آرمانی شبیه سیم بدون مقاومت است. ابتدا با نام‌گذاری مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم تا مشخص شود که کدام مقاومت‌ها با هم موازی و کدام‌ها متوالی بوده و مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.

مقاومت‌های ۲۴Ω و ۸Ω و ۶Ω بین نقاط C و A متصل هستند، بنابراین با هم موازیند.



همچنین مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω بین C و B متصل بوده و آن‌ها نیز با هم موازیند.



$$\frac{1}{R_{123}}=\frac{1}{24}+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}=\frac{1+3+4}{24}$$

$$\Rightarrow R_{123}=3\Omega$$

$$\frac{1}{R_{45}}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{3+1}{12}\Rightarrow R_{45}=3\Omega$$

$$\Rightarrow R_{eq}=3+3=6\Omega$$

جریان مدار خواهد شد:

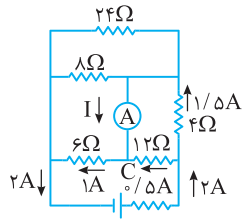
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{14}{6+1}\Rightarrow I=2A$$

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. اگر از مقاومت $R_1=24\Omega$ جریان x بگذرد از مقاومت‌های R_2 و R_3 به‌ترتیب 3x و 4x جریان می‌گذرد بنابراین:

$$x+3x+4x=2\Rightarrow x=0/25$$

$$\Rightarrow I_1=x=0/25,\quad I_2=0/75A,\quad I_3=4x=1A$$

از مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω نیز با همین روش جریان‌های ۱/۵A و ۰/۵A می‌گذرد.

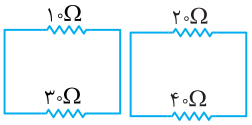


به نقطهٔ C پایین آمپرسنج دقت کنید.

$$I+0/5=1\Rightarrow I=0/5A$$

۳ ۱۸۵۱ B

ابتدا مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.



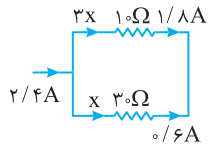
$$R_{eq}=\frac{15}{2}+\frac{40}{3}=\frac{125}{6}\Omega$$

$$\frac{10\times30}{10+30}=\frac{300}{40}=\frac{15}{2}\Omega,\quad\frac{20\times40}{20+40}=\frac{800}{60}=\frac{40}{3}$$

حال جریان کل را حساب می‌کنیم:

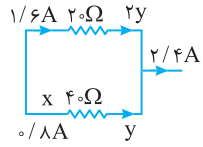
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{50}{\frac{125}{6}}=\frac{300}{125}=\frac{12}{5}=2/4A$$

در نهایت جریان عبوری از مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود:



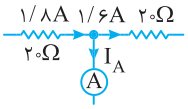
$$3x+x=2/4A$$

$$x=0/6A$$



$$2y+y=2/4\Rightarrow y=0/8A$$

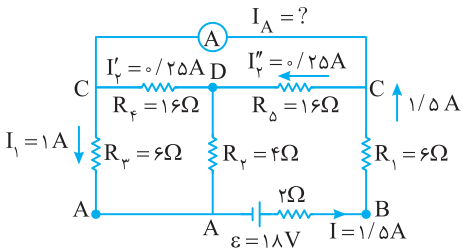
جریان عبوری از آمپرسنج برابر است با:



$$1/8=1/6+I_A=0/2A=200mA$$

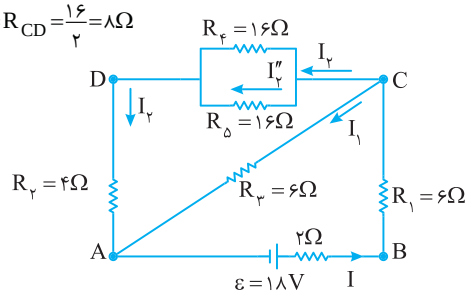
۲ ۱۸۵۲ B

خط فکری در گام اول باید شکل مدار را با نامگذاری ساده کنید سپس مقاومت معادل، بعد از آن جریان کل را به‌دست آورده و جریان تک‌تک شاخه‌ها را مشخص کنید.



۱) دقت کنید مقاومت $R_۴$ و $R_۵$ بین نقاط D و C قرار داشته با هم موازیند.

$$R_{۴۵}=R_{CD}=\frac{۱۶}{۲}=۸\Omega$$



مقاومت $R_۲=۴\Omega$ بین A و D قرار دارد و با مقاومت R_{CD} متوالی است بنابراین:

$$R_{۲۴۵}=۴+۸=۱۲\Omega$$

مقاومت $R_۳=۶\Omega$ بین AC بسته شده و با $R_{۲۴۵}$ موازی است.

$$R_{AC}=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}=۴\Omega$$

مقاومت R_{AC} با مقاومت $R_۱=۶\Omega$ متوالی بوده و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq}=R_۱+R_{AC}=۶+۴=۱۰\Omega$$

۲) جریان کل مدار خواهد شد:

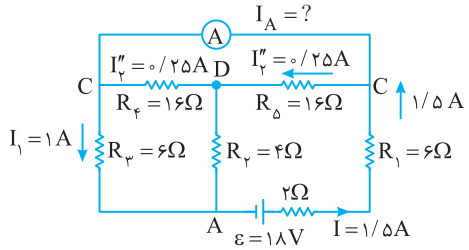
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۸}{۱۰+۲}\Rightarrow I=۱/۵A$$

۳) در نقطهٔ C جریان کل به دو شاخه $I_۱$ و $I_۲$ تقسیم می‌شود. جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. بنابراین جریان باید به نسبت ۱۲ به ۶ یعنی ۲ به ۱ تقسیم شود و جریان $I_۱=۱A$ و جریان $I_۲=۰/۵A$ می‌شود.

جریان $I_۲=۰/۵A$ به دو شاخه یکسان $۰/۲۵A$ تقسیم شده و از مقاومت‌های $R_۴=R_۵=۱۶\Omega$ می‌گذرد. جریان عبوری از مقاومت $R_۲=۴\Omega$ همان $۰/۵A$ است. مجدداً شکل را با آمپرسنج درون آن و جریان‌های هر مقاومت بررسی می‌کنیم.

جریان هر مقاومت را روی شکل می‌نویسیم در نقطهٔ C، $۱/۵A$ به دو شاخه یکی $۰/۲۵A$ و دیگری I_A تقسیم می‌شود بنابراین

$$I_A=۱/۵-۰/۲۵=۱/۲۵=\frac{۵}{۴}A$$

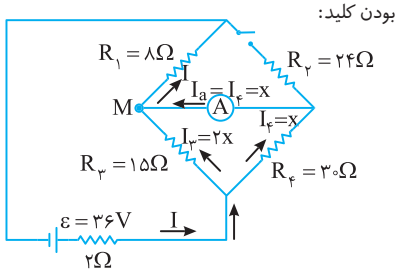


C ۱۸۵۳ ۴

ابتدا بیان کنیم با یک مسئله با راه حل طولانی سروکار دارید. بنابراین باید با صبر و حوصله به پیش بروید.

یادآوری آمپرسنج آرمانی در یک مدار شبیه یک سیم بدون مقاومت عمل می‌کند.

حالت اول باز بودن کلید:



مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ موازی و معادل آن‌ها با مقاومت $R_۱$ متوالی است.

$$R_{۳۴}=\frac{R_۳R_۴}{R_۳+R_۴}=\frac{۱۵\times۳۰}{۱۵+۳۰}=۱۰\Omega$$

$$R_{eq}=R_۱+R_{۳۴}=۸+۱۰=۱۸\Omega$$

جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳۶}{۱۸+۲}\Rightarrow I=۱/۸A$$

جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت تقسیم می‌شود یعنی اگر جریان مقاومت ۳۰Ω، $I_f=x$ باشد جریان مقاومت ۱۵Ω دو برابر آن است $(I_۳=۲x)$.

$$I_۳=۲I_f\ ,\quad I_۳+I_f=۱/۸A\Rightarrow ۳I_f=۱/۸\Rightarrow I_f=۰/۶A\ ,\quad I_۳=۱/۲A$$

در این حالت، آمپرسنج با مقاومت ۳۰Ω متوالی بوده و جریان این مقاومت را نشان می‌دهد. $I_a=۰/۶A$

حالت دوم کلید بسته:

در این حالت $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند و معادل آن‌ها با معادل $R_۳$ و $R_۴$ متوالی است.

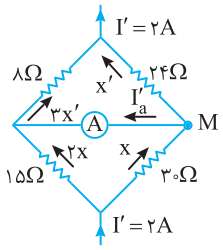
$$R_{۱۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۸\times۲۴}{۸+۲۴}=۶\Omega$$

$$R'_{eq}=R_{۱۲}+R_{۳۴}=۶+۱۰\Rightarrow R'_{eq}=۱۶\Omega$$

جریان کل مدار در این حالت خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۳۶}{۱۶+۲}\Rightarrow I'=۲A$$

با توجه به شکل:



$$x+۲x=۲A\Rightarrow x=\frac{۲}{۳}A$$

$$x'+۳x'=۲A\Rightarrow x'=\frac{۱}{۲}A$$

برای نقطهٔ M می‌توان نوشت:

$$x=x'+I'_a$$

$$\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۲}+I'_a\Rightarrow I'_a=\frac{۱}{۶}A$$

اکنون تغییر عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد را به‌دست می‌آوریم.

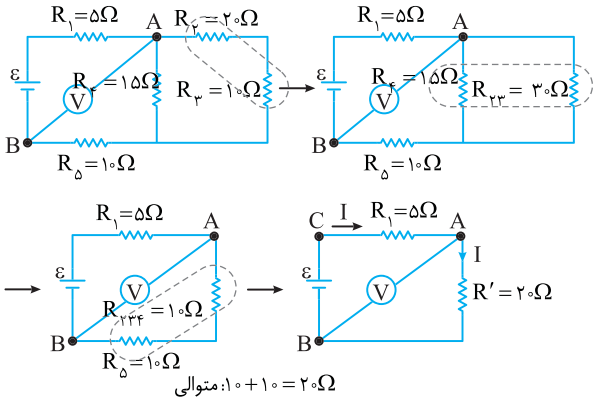
$$\Delta I_a=I_a-I'_a=۰/۶-\frac{۱}{۶}\Rightarrow\Delta I=\frac{۱۳}{۳۰}A$$

B ۱۸۵۴ ۴

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد، یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل $R_۲$، $R_۳$، $R_۴$ و $R_۵$ را نشان می‌دهد. ابتدا مقاومت معادل این قسمت را حساب می‌کنیم.

$$R_{۲۳۴}=\frac{۳۰\times۱۵}{۳۰+۱۵}=۱۰\Omega$$

متوالی: $۲۰+۱۰=۳۰\Omega$



متوالی: $۱۰+۱۰=۲۰\Omega$

از این جا به بعد کمی خوش فکری لازم است. در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها یکسان است، یعنی مقاومت $R_۱=۵\Omega$ و مقاومت معادل $R'=۲۰\Omega$ دارای جریان برابر هستند. ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۲۰Ω را ۶ولت نشان داده است. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱=۵\Omega$ خواهد شد:

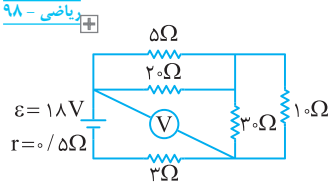
$$\begin{cases}V_{AC}=IR_۱\\V_{AB}=IR'\end{cases}\xrightarrow{\text{تقسیم}}\frac{V_{AC}}{۶}=\frac{۵}{۲۰}\Rightarrow V_{AC}=۱/۵V$$

در نتیجه ولتاژ دو سر مولد یعنی V_{BC} خواهد شد:

$$V_{BC}=V_{CA}+V_{AB}=۱/۵+۶=۷/۵V$$

بازی با سؤال در شکل زیر ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟

ریاضی - ۹۸

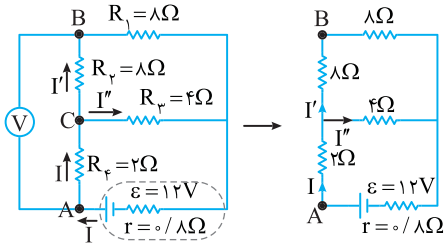


۱) ۱۵
۲) ۱/۲
۳) ۱۲/۴
۴) ۱۳/۸

گزینهٔ ۴

C ۱۸۵۵ ۲

خط فکری مسئله کمی پیچیده است. ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد که بین این دو نقطه دو مقاومت R_2 و R_4 قرار دارد. بنابراین باید ولتاژ مقاومت R_4 و ولتاژ مقاومت R_2 را به‌دست آورید، تا بتوانید عدد ولت‌سنج را حساب کنید.



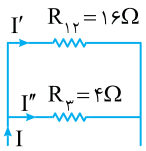
۱ از ولت‌سنج آرمانی جریانی نمی‌گذرد. مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم. مقاومت‌های R_1 و R_2 متوالی و R_{12} با مقاومت R_3 موازی است.

$$R_{12}=R_1+R_2=8+8=16\Omega \ , \ R_{123}=\frac{16\times4}{16+4}=\frac{16\times4}{5\times4}=\frac{32}{10}=3/2\Omega$$

مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R_{eq}=R_{123}+R_4=3/2+2=5/2\Omega$

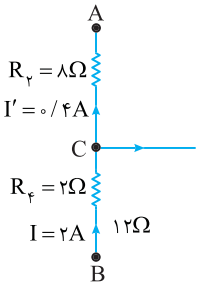
۲ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{12}{5/2+0/8}\Rightarrow I=2A$

۳ جریان I بین دو مقاومت موازی R_{12} و R_3 به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود:



$$R_{12}=4R_3\Rightarrow I''=4I'\Rightarrow I=I'+I''\Rightarrow 2=5I'$$
$$\Rightarrow I'=\frac{2}{5}=0/4A \ , \ I''=1/6A$$

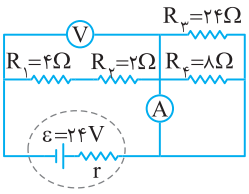
۴ اکنون با داشتن جریان مقاومت R_4 و جریان مقاومت R_2 می‌توان با جمع اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_4 و R_2 عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد را به‌دست آورد.



$$V_{AB}=V_4+V_2=IR_4+I'R_2$$
$$=2\times2+0/4\times8=7/2V$$

B ۱۸۵۶ ۳

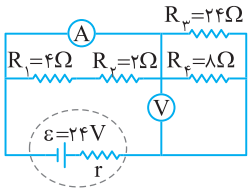
مقاومت آمپرسنج آرمانی ناچیز است و سبب اتصال کوتاه مقاومت R_3 و R_4 می‌شود. بنابراین آمپرسنج جریان کل مدار و ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری یا ولتاژ دو سر R_1 و R_2 را نشان می‌دهد.



عدد آمپرسنج $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{6+r}$

عدد ولت‌سنج $V=IR\Rightarrow V=6I$

بعد از تعویض جای ولت‌سنج و آمپرسنج، مقاومت‌های R_1 و R_2 حذف شده و R_3 و R_4 موازی می‌شوند.



$$R'_{eq}=\frac{8\times24}{8+24}\Rightarrow R'_{eq}=6\Omega$$

جریان مدار $I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{\varepsilon}{6+r}=I$

$$V'=I'R'=I\times6\Rightarrow V'=V$$

بنابراین عددهای که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهند، هیچ تغییری نمی‌کند.

B ۱۸۵۷ ۴

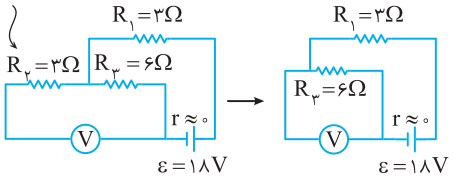
به دلیل مقاومت بزرگ ولت‌سنج از شاخه‌ای که در آن ولت‌سنج قرار می‌گیرد جریانی عبور نمی‌کند و هر مقاومتی هم که با ولت‌سنج متوالی شود از آن جریان عبور نمی‌کند و از مدار حذف می‌شود و بنابراین با توجه به شکل مقاومت $R_2=3\Omega$ از مدار حذف می‌شود و مقاومت‌های 3Ω و 6Ω متوالی شده و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد: $R_{eq}=3+6=9\Omega$

جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{18}{9+0}=2A$

ولت‌سنج به دو سر مقاومت $R_3=6\Omega$ بسته شده و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 6Ω را نشان می‌دهد، از این رو ولتاژ دو سر مقاومت 6Ω برابر است با:

$$V_{6\Omega}=R_{6\Omega}I=6\times2=12V$$

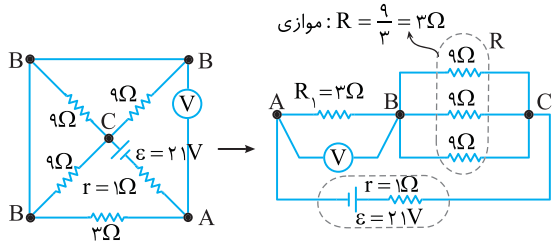
از مقاومت جریان عبور نکرده و از مدار حذف می‌شود.



B ۱۸۵۸ ۲

خط فکری راهی به جز نام‌گذاری و ساده کردن مدار نداریم، تا تشخیص دهیم کدام مقاومت‌ها متوالی و کدام مقاومت‌ها موازی هستند و بتوانیم مقاومت معادل، جریان مدار و در آخر عدد ولت‌سنج را حساب کنیم.

۱ ابتدا مدار را با نام‌گذاری ساده می‌کنیم. مقاومت‌های 9Ω بین B و C قرار دارد و مقاومت 3Ω بین A و B قرار گرفته است، دقت کنید که ولت‌سنج هم بین A و B قرار دارد و در واقع اختلاف پتانسیل مقاومت 3Ω را نشان می‌دهد.



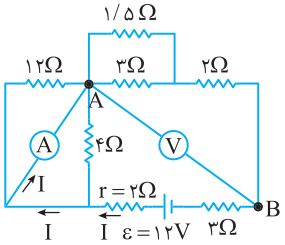
۲ هر سه مقاومت 9Ω بین دو نقطه B و C بسته شده و موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت 3Ω متوالی است. در نتیجه: $R_{eq}=R_1+3=6\Omega$

۳ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{21}{6+1}=3A$

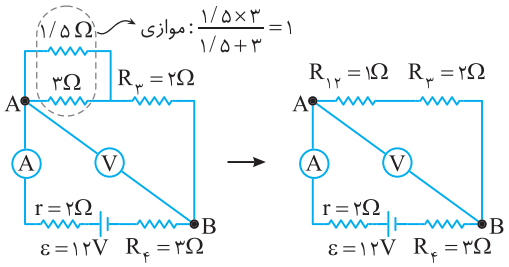
۴ ولت‌سنج، ولتاژ بین A و B یا همان اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 (در مدار ب) را نشان می‌دهد. از مقاومت R_1 که با باتری متوالی است جریان باتری یعنی 3Ω می‌گذرد، بنابراین: $V=R_1I=3\times3=9V$

B ۱۸۵۹ ۳

خط فکری آمپرسنج آرمانی دارای مقاومت ناچیز است و ولت‌سنج آرمانی دارای مقاومت بسیار بزرگی است. ابتدا باید شما به نحوهٔ بسته شدن آمپرسنج و ولت‌سنج در مدار دقت کنید. سپس مقاومت معادل و جریان مدار را حساب کنید.



۱ آمپرسنج با مقاومت‌های ۱۲Ω و ۴Ω موازی بسته شده و باعث اتصال کوتاه این دو مقاومت می‌شود و این دو مقاومت از مدار حذف شده و مدار به شکل ساده زیر در می‌آید. در این حالت آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد.



۲ مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R_{eq}=۱+۲+۳=۶\Omega$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۶+۲}\Rightarrow I=۱/۵A$

بنابراین آمپرسنج ۱/۵A را نشان می‌دهد.

۴ ولت‌سنج بین دو نقطهٔ AB بسته شده و اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد. بنابراین ابتدا مقاومت معادل بین B و A را حساب می‌کنیم:

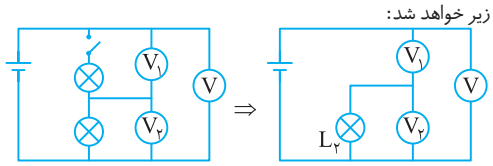
$R_{AB}=R_{۱۲}+R_۳=۱+۲=۳\Omega$

عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد خواهد شد:

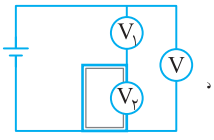
$V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow V_{AB}=۱/۵\times۳=۴/۵V$

B ۱۸۶۰ ۲

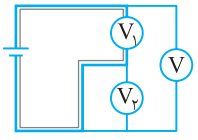
هنگامی که کلید $K_۱$ باز می‌شود، شاخهٔ دارای کلید $K_۱$ حذف شده و شکل مدار به صورت زیر خواهد شد:



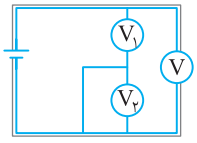
با توجه به شکل لامپ $L_۲$ با ولت‌سنج $V_۱$ متوالی شده و جریانی از آن عبور نمی‌کند و در واقع این لامپ نیز روشن نبوده و اختلاف پتانسیلی ایجاد نمی‌کند و مانند سیم عمل خواهد کرد. دو سر ولت‌سنج $V_۲$ به هم وصل شده و صفر را نشان می‌دهند. اما ولت‌سنج‌های $V_۱$ و V به دو سر باتری وصل بوده و نیرومحرکه را نشان می‌دهند. شکل اتصال این سه ولت‌سنج را در زیر کشیده‌ایم:



دوسر ولت‌سنج $V_۲$ با سیم به‌هم وصل بوده و $V_۲=۰$ است.



دوسر ولت‌سنج $V_۱$ به باتری وصل بوده و چون مدار جریانی ندارد. $V_۱=\varepsilon$

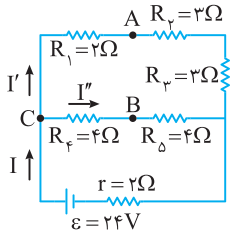


دوسر ولت سنج V به باتری وصل بوده و $V=\varepsilon$ را نشان می‌دهد.

C ۱۸۶۱ ۱

خط فکری ابتدا مقاومت معادل، سپس جریان مدار و جریان هر شاخه را حساب کنید. اما در مورد اختلاف پتانسیل بین A و B نمی‌توانید مستقیماً عمل کنید. ابتدا باید نقطه‌ای مشترک بین دو مقاومت ۲Ω و ۴Ω مانند نقطه C را مشخص کنید. اختلاف پتانسیل مقاومت $R_۱$ که بین A و C است برابر V_C-V_A است و اختلاف پتانسیل $R_۴$ که بین B و C است برابر V_C-V_B است.

۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.



مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند:

$R_{۱۲۳}=R_۱+R_۲+R_۳=۲+۳+۳$

$\Rightarrow R_{۱۲۳}=۸\Omega$

مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$ متوالی هستند.

$R_{۴۵}=R_۴+R_۵\Rightarrow R_{۴۵}=۴+۴=۸\Omega$

مقاومت‌های $R_{۱۲۳}$ و $R_{۴۵}$ با هم موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$R_{eq}=\frac{۸}{۲}=۴\Omega$

۲ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۴+۲}\Rightarrow I=۴A$

۳ دو شاخهٔ بالایی و پایینی موازی و دارای مقاومت یکسان ۸Ω هستند، بنابراین جریان کل مدار (۴A) به دو جریان مساوی $I'=I''=\frac{۴}{۲}=۲A$ تقسیم می‌شود.

۴ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ برابر است با: (V_C-C_A)

$V_C-V_A=I'R_۱=۲\times۲=۴V \quad (I)$

۵ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۴$ برابر است با: (V_C-V_B)

$V_C-V_B=I''R_۴=۲\times۴=۸V \quad (II)$

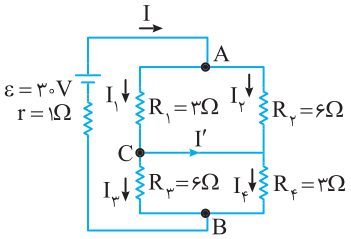
۶ برای به‌دست آوردن ولتاژ بین A و B دو معادلهٔ (I) و (II) را ازهم کم می‌کنیم:

$V_C-V_A-(V_C-V_B)=۴-۸\Rightarrow V_A-V_B=۴V$

B ۱۸۶۲ ۱

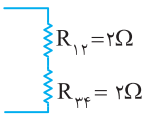
خط فکری در حل این مسئله باید ابتدا جریان کل مدار را به کمک مقاومت معادل به‌دست بیاورید، سپس باید جریان تک‌تک مقاومت‌ها را حساب کرد و در آخر با توجه به جریان مقاومت‌ها به سراغ جریان عبوری از سیم بدون مقاومت یعنی جریان I' بروید.

۱ مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند: $R_{۱۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$



مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ موازی هستند: $R_{۳۴}=\frac{R_۳R_۴}{R_۳+R_۴}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega$

مقاومت‌های $R_{۱۲}$ و $R_{۳۴}$ متوالی هستند و مقاومت معادل مدار خواهد شد:



$R_{eq}=R_{۱۲}+R_{۳۴}=۲+۲=۴\Omega$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳۰}{۴+۱}\Rightarrow I=۶A$

۳ مقاومت $R_۲=۶\Omega$ دو برابر مقاومت $R_۱=۳\Omega$ است، از طرفی در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریان مقاومت

$R_۲=۶\Omega$ برابـر $I_۲$ باشـد، جریـان مقاومـت $R_۱=۳\Omega$ دو برابـر آن خواهـد بود و $I_۱=۲I_۲$ است از این رو: $I=I_۱+I_۲\Rightarrow ۶=۲I_۲+I_۲\Rightarrow I_۲=۲A, I_۱=۴A$

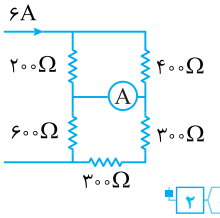
همین مطلب در مورد مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ نیز درست است و جریان $I_۴=۴A$ و جریان $I_۳=۲A$ می‌شود.

۴ برای نقطهٔ C روی شکل می‌توانید بنویسید: $I_۱=I_۳+I'\Rightarrow ۴=۲+I'\Rightarrow I'=۲A$

بازی با سؤال در مدار روبه‌رو، جریان عبوری از آمپرسنج چند آمپر است؟

ریاضی - ۹۰

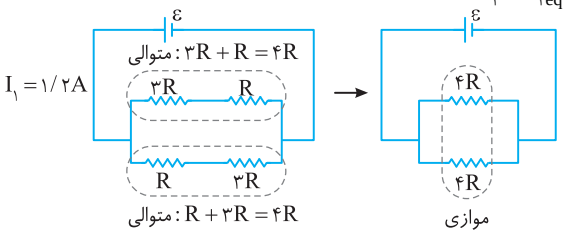
۱) صفر ۲) ۱
۳) ۳ ۴) ۴



گزینهٔ ۲

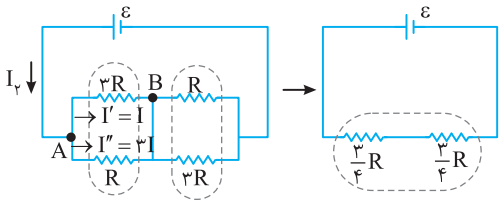
B ۴ ۱۸۶۳

آمپرسنج، جریان کل مدار را نشـان می‌دهد و ولتاژ دو سر کل مدار ثابت و برابر ε است، به سراغ قانـون اهـم $I=\frac{V}{R}=\frac{\varepsilon}{R}$ می‌رویـم. جریـان مـدار بـا مقاومـت مـدار رابطـه وارون دارد یعنـی $\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{R_{۱eq}}{R_{۲eq}}$ بنابراین باید مقاومت معادل در دو حالت را به‌دست بیاوریم. **حالت اول:** کلید باز:



$$R_{۱eq}=\frac{۴R}{۲}=۲R$$

حالت دوم: کلید بسته:



$$R_{۲eq}=\frac{۳}{۴}R+\frac{۳}{۴}R=\frac{۳}{۲}R$$

اکنون می‌توان $I_۲$ را حساب کرد.

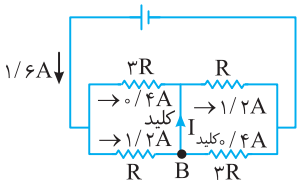
$$\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۲R}{\frac{۳}{۲}R}\xrightarrow{I_۱=۱/۲A}\frac{I_۲}{۱/۲}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow I_۲=۱/۶A$$

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریان مقاومت ۳R برابر I باشد، جریان مقاومت R، ۳I است، بنابراین در انشعاب A خواهیم داشت:

$I'+I''=I_۲\Rightarrow ۳I+I=I_۲\Rightarrow ۴I=۱/۶$

$I=۰/۴A\ ,\ I'=۰/۴A,\ I''=۱/۲A$

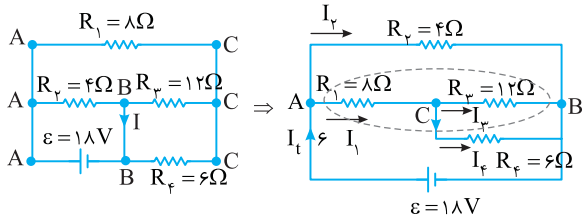
اکنـون با نوشـتن قاعدهٔ انشـعاب برای نقطهٔ B مسیر کلید I را حساب می‌کنیم.



$$۱/۲=I_{کلید}+۰/۴\Rightarrow I_{کلید}=۰/۸A$$

B ۳ ۱۸۶۴

با نام‌گذاری مدار را ساده‌تر می‌کنیم:



مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ موازی هستند. $R_{۳۴}=\frac{۱۲\times ۶}{۱۲+۶}\Rightarrow R_{۳۴}=۴\Omega$

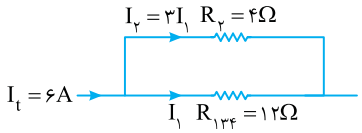
$R_{۳۴}$ و $R_۱$ متوالی هستند. $R_{۱۳۴}=۸+۴=۱۲\Omega$

مقاومت $R_{۱۳۴}$ با مقاومت $R_۲$ موازی است، بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{۱۲\times ۴}{۱۲+۴}\Rightarrow R_{eq}=۳\Omega$$

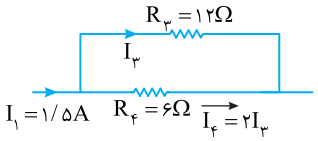
جریان کل مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۸}{۳}\Rightarrow I=۶A$

در مقاومت‌هـای مـوازی جریان به نسـبت وارون مقاومت‌ها تقسـیم می‌شـود، یعنی اگر جریان شـاخهٔ پایینی ۱۲Ω، $I_۱$ باشد جریان شـاخهٔ بالایی (۴Ω)، $۳I_۱$ خواهد بود از این‌رو: $۶A=۳I_۱+I_۱\Rightarrow ۶=۴I_۱\Rightarrow I_۱=۱/۵A$



جریان $I_۱$ نیز به دو بخش $I_۳$ و $I_۴$ تقسیم می‌شود

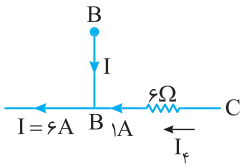
$۱/۵A=I_۳+I_۴\Rightarrow ۱/۵=۲I_۳+I_۳\Rightarrow I_۳=۰/۵A, I_۴=۲I_۳=۱A$



اکنون جریان I را حساب می‌کنیم

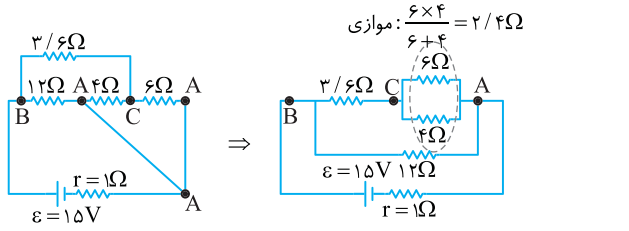
$I+۱=۶\Rightarrow I=۵A$

(دقـت کنیـد که جریـان در مقاومت ۶Ω از نقطهٔ C به سمت نقطهٔ B است.)

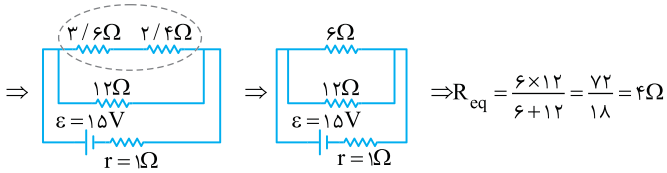


B ۲ ۱۸۶۵

ابتدا با نامگذاری مدار را ساده‌تر کرده و مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.



متوالی : $۳/۶+۲/۴=۶\Omega$

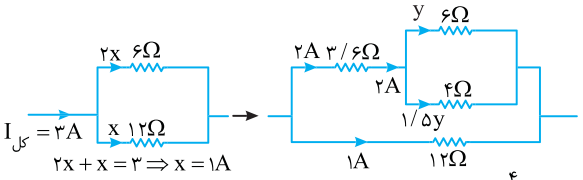


$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۶\times ۱۲}{۶+۱۲}=\frac{۷۲}{۱۸}=۴\Omega$

جریان کل مدار را حساب می‌کنیم:

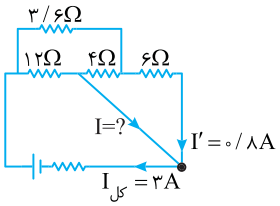
$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_{کل}=\frac{۱۵}{۴+۱}=۳A$$

جریان تک‌تک مقاومت‌ها را به‌دست می‌آوریم:



$$y+۱/۵y=۲\Rightarrow ۲/۵y=۲\Rightarrow y=\frac{۴}{۵}=۰/۸A$$

حال با توجه به جریان مقاومت‌ها می‌توانیم جریان I سیم بدون مقاومت را حساب کنیم.

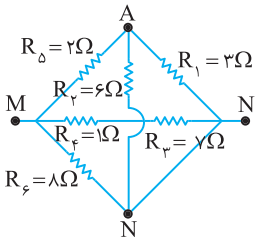


$$I+I'=I_{کل}\Rightarrow I+۰/۸=۳$$
$$\Rightarrow I=۲/۲A$$

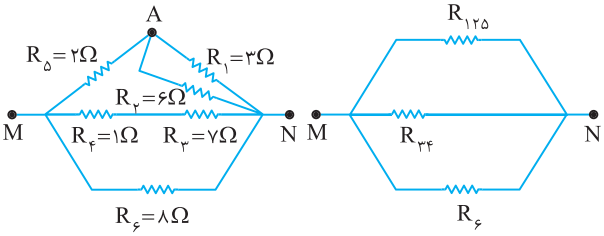
پنجره دوجداره

B ۱۸۶۶ ۲

مدار را نام‌گذاری می‌کنیم. نقاطی که با سیم بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند، با یک حرف نام‌گذاری می‌شوند.



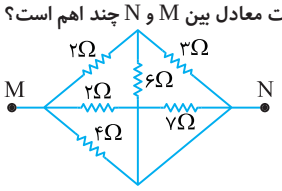
مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ بین A و N بسته شده و با هم موازی‌اند. مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ متوالی بوده و موازی با مقاومت $R_۶$ است بین M و N بسته شده‌اند و مقاومت $R_۵$ بین A و M است، از این‌رو مدار به صورت زیر است:



$$R_{۱۲}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲Ω\ ,\ R_{۱۲۵}=۲+۲=۴Ω\ ,\ R_{۳۴}=۱+۷=۸Ω$$

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_{۱۲۵}}+\frac{۱}{R_{۳۴}}+\frac{۱}{R_۶}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۸}\Rightarrow R_{eq}=۲Ω$$

بازی با سؤال در شکل زیر مقاومت معادل بین M و N چند اهم است؟

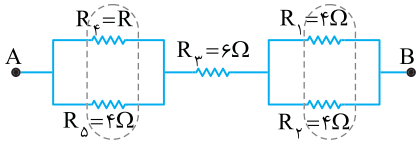


۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

گزینهٔ ۱

B ۱۸۶۷ ۲

یادآوری مقاومت معادل چند مقاومت موازی از تک‌تک آن مقاومت‌ها کوچک‌تر است.



۲Ω :موازی $R'<۴$: موازی

ابتدا از مقاومت‌هایی که داریم شروع کنیم، مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۱$ موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{۱۲}=\frac{۴}{۲}=۲Ω$$

این مقاومت با مقاومت $R_۳=۶Ω$ متوالی است، بنابراین:

$$R_{۱۲۳}=۶+۲=۸Ω$$

در نتیجه مقاومت معادل هر چه هست از ۸Ω بزرگ‌تر است و گزینه (۱) نادرست است. اما به سراغ مقاومت‌های $R_۵=۴Ω$ و $R_۴=R$ می‌رویم که با هم موازی‌اند. با توجه به یادآوری، مقاومت معادل آن‌ها قطعاً از ۴Ω کمتر است $(R_{۴۵}<۴Ω)$

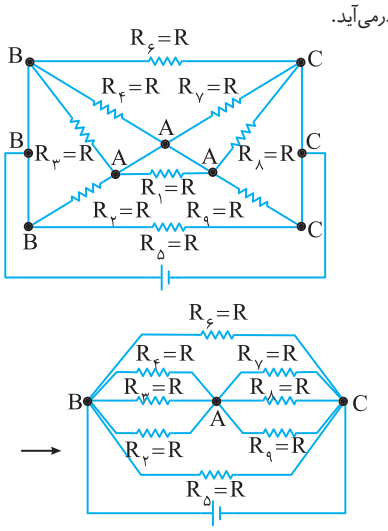
مقاومت $R_{۴۵}$ با مقاومت $R_{۱۲۳}$ متوالی است و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq}=R_{۴۵}+R_{۱۲۳}\Rightarrow R_{eq}=R_{۴۵}+۸\xrightarrow{R_{۴۵}<۴}R_{eq}<۱۲Ω$$

و تنها گزینهٔ کمتر از ۱۲Ω و بیشتراز ۸Ω گزینهٔ (۲) است.

B ۱۸۶۸ ۲

با نام‌گذاری مدار را ساده‌تر می‌کنیم و دو سر مقاومت $R_۱$ دارای نام یکسان است، بنابراین مقاومت $R_۱$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. مقاومت‌های $R_۲$، $R_۳$ و $R_۴$ بین دو نقطهٔ A و B بوده و با هم موازی‌اند. مقاومت‌های $R_۷$، $R_۸$ و $R_۹$ بین A و C بوده و با هم موازی‌اند و مقاومت $R_۶$ و $R_۵$ بین C و B است و مدار به شکل زیر درمی‌آید.

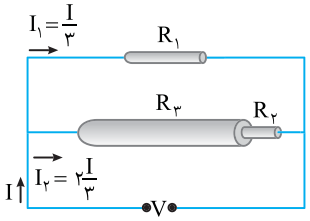


$$R_{AB}=\frac{R}{۳}\ ,\ R_{AC}=\frac{R}{۳}$$

$$R'=\frac{R}{۳}+\frac{R}{۳}=\frac{۲R}{۳}\ ,\ \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R}+\frac{۳}{۲R}+\frac{۱}{R}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۲+۳+۲}{۲R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲}{۷}R$$

C ۱۸۶۹ ۴

با توجه به فرض مسئله جریان گذرنده از $R_۱$، $\frac{۱}{۳}$ برابر جریان کل مدار است، بنابراین $\frac{۲}{۳}$ جریان کل مدار از شاخهٔ شامل مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ می‌گذرد. یعنی جریان شاخهٔ پایینی دو برابر جریان شاخهٔ $R_۱$ است $(I_۲=۲I_۱)$، در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد، بنابراین مقاومت شاخهٔ پایینی نصف مقاومت شاخهٔ بالایی است. $R_۲+R_۳=\frac{۱}{۲}R_۱$



اکنون به سراغ رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ می‌رویم و داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم. سه سیم هم‌جنس هستند و مقاومت ویژهٔ آن‌ها برابر است.

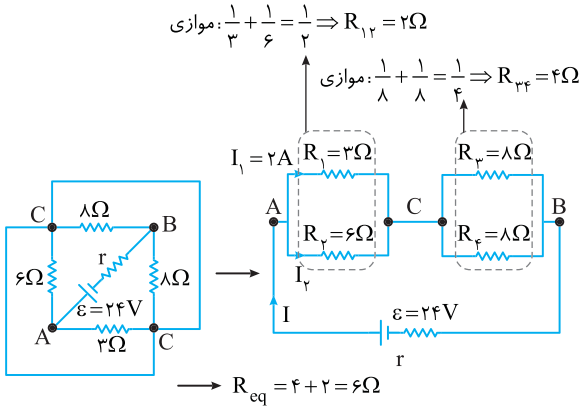
$$\rho\frac{L_۲}{A_۲}+\rho\frac{L_۳}{A_۳}=\frac{۱}{۲}\rho\frac{L_۱}{A_۱}\xrightarrow[L_۳=۲L_۱]{A_۱=A_۲}\frac{L_۲}{A_۲}+\frac{۲L_۱}{A_۳}=\frac{۱}{۲}\frac{L_۱}{A_۲}$$

$$\xrightarrow{L_۲=\frac{۱}{۳}L_۱}\frac{\frac{۱}{۳}L_۱}{A_۲}+\frac{۲L_۱}{A_۳}=\frac{۱}{۲}\frac{L_۱}{A_۲}\Rightarrow\frac{۱}{۳A_۲}+\frac{۲}{A_۳}=\frac{۱}{۲A_۲}$$

$$\frac{۲}{A_۳}=\frac{۱}{۲A_۲}-\frac{۱}{۳A_۲}\Rightarrow\frac{۲}{A_۳}=\frac{۳-۲}{۶A_۲}\Rightarrow A_۳=۱۲A_۲$$

B ۱۸۷۰ ۴

با نام‌گذاری نقاط مشخص می‌شود که دو مقاومت ۸Ω بین نقاط B و C قرار دارند و موازی‌اند و دو مقاومت ۳Ω و ۶Ω بین نقاط A و C وصل شده و آن‌ها نیز با هم موازی‌اند. اکنون شکل ساده‌تر مدار را رسم می‌کنیم:



جریان عبوری از مقاومت $R_۱$ برابر ۲A است. مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ با هم موازی‌اند پس اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است، بنابراین:

$$V_۱=V_۲\Rightarrow R_۱I_۱=R_۲I_۲\Rightarrow ۲\times۳=۶\times I_۲\Rightarrow I_۲=۱A$$

جریان مدار (I) خواهد شد:

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow I=۲+۱=۳A$$

اکنون می‌توان مقاومت درونی باتری را حساب کرد.

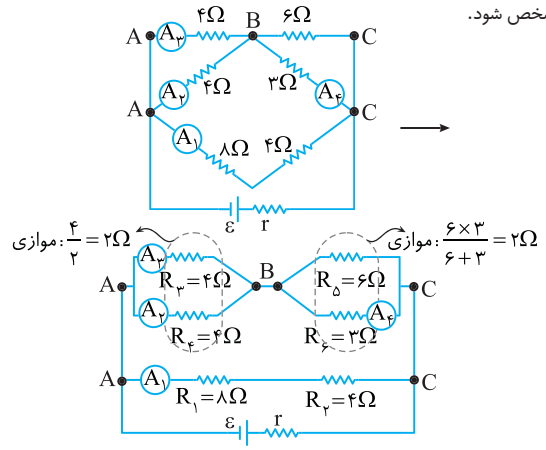
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۳=\frac{۲۴}{۶+r}\Rightarrow r=۲\Omega$$

افت پتانسیل در باتری خواهد شد:

$$Ir=۳\times۲=۶V$$

B ۱۸۷۱ ۴

خط فکری آمپرسنج با هر مقاومتی متوالی بسته شده باشد، جریان آن مقاومت را نشان می‌دهد. در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها باهم برابرند اما در مقاومت‌های موازی جریان‌ها با مقاومت نسبت وارون دارند، بنابراین ابتدا باید متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها را مشخص کنید. مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم تا متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها بهتر مشخص شود.

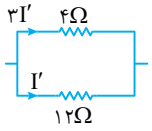


مقاومت معادل شاخهٔ بالایی خواهد شد:

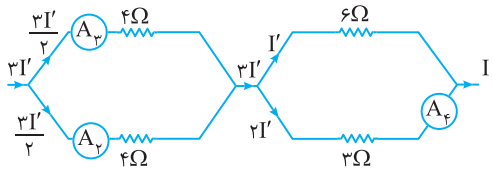
$$R_{\text{بالایی}}=۲+۲=۴\Omega$$

مقاومت معادل شاخهٔ پایینی برابر است با:

$$R_{\text{پایینی}}=۸+۴=۱۲\Omega$$

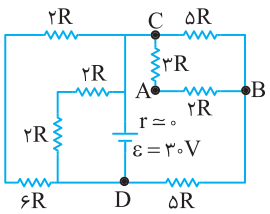


در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود، پس اگر به مقاومت ۱۲Ω جریان I′ برسد، از مقاومت ۴Ω جریان ۳I′ عبور می‌کند. آمپرسنج $A_۱$ جریان شاخهٔ پایینی یعنی I′ را نشان می‌دهد. در شاخهٔ بالایی دو مقاومت ۴Ω با هم موازی هستند و اگر جریان در شاخهٔ بالایی ۳I′ باشد، از هر یک از مقاومت‌های ۴Ω جریان $۳\frac{I'}{۲}$ می‌گذرد. اما در مقاومت‌های ۶Ω و ۳Ω، جریان مقاومت ۳Ω دو برابر جریان مقاومت ۶Ω است، یعنی از جریان ۳I′، I′ از مقاومت ۶Ω و ۲I′ از مقاومت ۳Ω می‌گذرد. بنابراین آمپرسنج‌های $A_۲$ و $A_۳$ که به مقاومت ۴Ω متصل بوده جریان ۱/۵I′ را نشان می‌دهند و آمپرسنج $A_۴$ که به مقاومت ۳Ω وصل است بیشترین جریان یعنی ۲I′ را نشان می‌دهد.

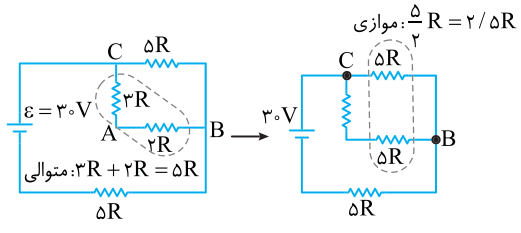


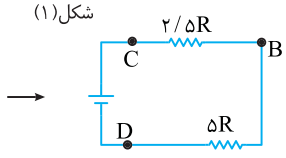
B ۱۸۷۲ ۲

خط فکری به اولین چیزی که باید دقت کنید این است که باتری آرمانی است و مقاومت درونی ندارد بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن همواره $V=\varepsilon=۳۰V$ است. به این باتری دو شاخه متصل است یکی در سمت راست آن و دیگری در سمت چپ آن که هر دو با باتری موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر هر دو شاخه ۳۰V است و در جریان شاخهٔ سمت راست، شاخهٔ سمت چپ نقشی نخواهد داشت، مدار را تنها در شاخهٔ سمت راست بررسی کنید.



مدار شاخهٔ سمت راست را رسم می‌کنیم و مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.





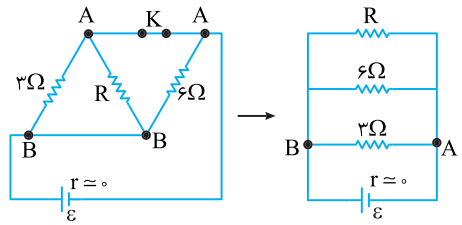
شکل(۳)

مقاومت‌های ۲/۵R و ۵R متوالی هستند و در مقاومت‌های متوالی، اختلاف پتانسیل با مقاومت نسبت مستقیم دارد. بنابراین ۳۰V به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌شود، یعنی ولتاژ دو سر ۵R دو برابر ولتاژ دو سر ۲/۵R است، بنابراین $V_{CB}=۱۰V$ و $V_{BD}=۲۰V$ است. اکنون به شکل (۱) نگاه کنید. ولتاژ دو سر BC، ۱۰V شده است که به نسبت ۲ به ۳ تقسیم می‌شود. یعنی ولتاژ AB برابر است با:

$$V_{AB}=\frac{۱۰}{۳+۲}\times۲=۴V$$

B ۱۸۷۳ ۱

حالت اول: هنگامی که کلید بسته است هر سه مقاومت با هم موازی می‌باشند.

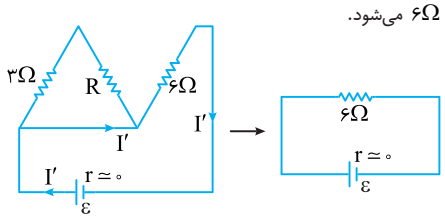


$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{R}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲R}{۲+R}$$

جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{\frac{۲R}{۲+R}}\Rightarrow I=\frac{۲+R}{۲R}\varepsilon$$

حالت دوم: با باز شدن کلید مقاومت‌های ۳Ω و R اتصال کوتاه می‌شوند و مقاومت مدار برابر ۶Ω می‌شود.



جریان مدار خواهد شد:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}=\frac{\varepsilon}{۶}$$

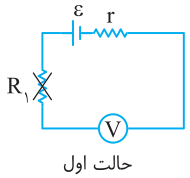
با توجه به فرض مسئله $I'=\frac{۱}{۴}I$ بنابراین:

$$\frac{\varepsilon}{۶}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۲+R}{۲R}\varepsilon$$

$$۸R=۱۲+۶R\Rightarrow ۲R=۱۲\Rightarrow R=۶\Omega$$

B ۱۸۷۴ ۱

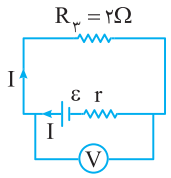
حالت اول: هنگامی که دو کلید باز هستند مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ در مدار حضور ندارند. از طرفی مقاومت $R_۱$ با ولت‌سنج متوالی است و به دلیل مقاومت زیاد ولت‌سنج جریانی از $R_۱$ نمی‌گذرد و $R_۱$ از مدار حذف می‌شود و ولت‌سنج نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد بنابراین:



حالت اول

$$\varepsilon=۱۵V$$

حالت دوم: هنگامی که کلید $K_۱$ بسته می‌شود، مقاومت $R_۳$ وارد مدار شده و در واقع ولت‌سنج ولتاژ دو سر مقاومت $R_۳$ را نشان می‌دهد $(۱۲V)$.



حالت دوم

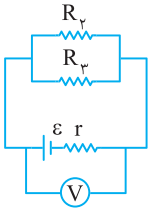
$$V=R_۳I\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R_۳+r}}$$

$$۱۲=R_۳\left(\frac{\varepsilon}{R_۳+r}\right)$$

$$\Rightarrow ۱۲=۲\times\frac{۱۵}{۲+r}\Rightarrow\frac{۲}{۵}=\frac{۱}{۲+r}$$

$$\Rightarrow ۴+۲r=۵\Rightarrow r=۰/۵$$

حالت سوم: هنگامی که هر دو کلید بسته می‌شوند مقاومت $R_۲$ نیز وارد مدار می‌شود و مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ موازی هستند. در این حالت ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها را $۱۰V$ نمایش می‌دهد، از این‌رو:



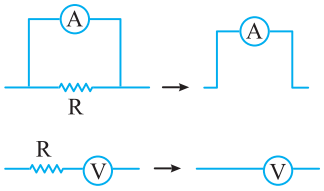
حالت سوم

$$V=R_{eq}I\Rightarrow ۱۰=R_{eq}\times\frac{۱۵}{R_{eq}+۰/۵}\Rightarrow R_{eq}=۱\Omega$$

اکنون با داشتن مقاومت معادل، مقاومت $R_۲$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}\Rightarrow\frac{۱}{۱}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow R_۲=۲\Omega$$

جمع‌بندی مقاومت ولت‌سنج آرمانی خیلی زیاد است و از شاخهٔ شامل ولت‌سنج آرمانی، جریانی عبور نمی‌کند، پس اگر مقاومتی با ولت‌سنج متوالی بسته شود از این مقاومت جریانی عبور نمی‌کند و از مدار حذف می‌شود. مقاومت آمپرسنج آرمانی ناچیز است و اگر آمپرسنج با مقاومتی موازی بسته شود، مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

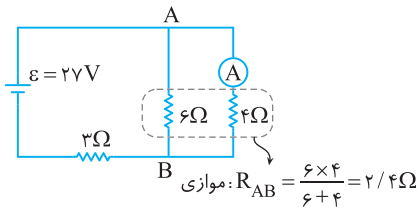


B ۱۸۷۵ ۱

خط فکری در هر حالت باید مقاومت معادل، جریان مدار و تقسیم جریان بین مقاومت‌ها را بررسی کنید.

حالت اول: مقاومت‌های ۴Ω و ۶Ω با هم موازی و معادل آن‌ها با مقاومت ۳Ω متوالی است، بنابراین:

$$R_{AB}=\frac{۶\times۴}{۶+۴}=۲/۴\Omega$$

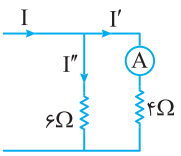


مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=۳+۲/۴=۵/۴\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{۲۷}{۵/۴}\Rightarrow I=۵A$$

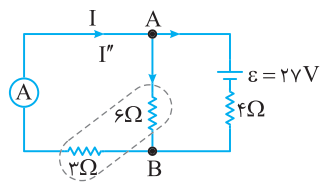


جریان ۵A باید بین دو مقاومت موازی ۴Ω و ۶Ω تقسیم شود. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. مقاومت ۶Ω، ۱/۵ برابر مقاومت ۴Ω است، پس با توجه به شکل $I'=۱/۵I''$ است:

$$I=I'+I''\Rightarrow ۵=۲/۵I''\Rightarrow I''=۲A\ ,\ I'=۱/۵I''=۳A$$

آمپرسنج جریان I' یعنی $۳A$ را نشان می‌دهد.

حالت دوم: جای آمپرسنج و باتری را عوض می‌کنیم. این بار مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۴Ω متوالی است.



بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:

$$R'_{eq}=۲+۴=۶\Omega$$

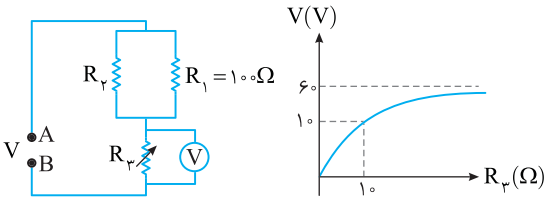
جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}=\frac{۲۷}{۶}=۴/۵A$$

این جریان در دو مقاومت موازی ۶Ω و ۳Ω به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌شود و از مقاومت ۶Ω جریان $۱/۵A$ و از مقاومت ۳Ω جریان $۳A$ می‌گذرد و آمپرسنج عدد $۳A$ را نشان می‌دهد. بنابراین عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد یک برابر می‌شود.

C ۱۸۷۶ ۲

مقاومت $R_۳$ با منبع نیروی محرکه متوالی است و هر چه مقاومت $R_۳$ بزرگ‌تر شود جریان مدار کمتر می‌شود $(I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r})$ و وقتی $R_۳$ خیلی بزرگ شود از مدار جریانی ناچیز می‌گذرد و ولتاژ دو سر مقاومت‌های موازی $R_۱$ و $R_۲$ عملاً صفر می‌شود. در این حالت عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد به نیروی محرکه باتری نزدیک می‌شود. بنابراین با توجه به نمودار نیروی محرکه ۶۰V است. $(V_{AB}=۶۰V)$



به نمودار نگاه کنید. در لحظه‌ای که مقاومت $R_۳=۱۰\Omega$ است، ولت‌سنج عدد ۱۰V را نشان می‌دهد. در این حالت جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{V}{R_۳}\Rightarrow I=\frac{۱۰}{۱۰}=۱A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی $R_۱$ و $R_۲$ در این حالت برابر است با:

$$V_{AB}=V_{۱۲}+V_۳ \xrightarrow[V_{AB}=۶۰V]{V_۳=۱۰V} V_{۱۲}=۶۰-۱۰=۵۰V$$

مقاومت معادل $R_{۱۲}$ را حساب می‌کنیم.

$$V_{۱۲}=IR_{۱۲}\Rightarrow ۵۰=۱\times R_{۱۲}\Rightarrow R_{۱۲}=۵۰\Omega$$

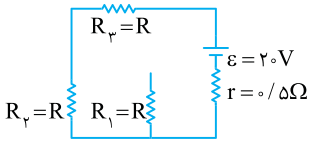
مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند و معادل آن‌ها ۵۰Ω شده است بنابراین:

$$\frac{۱}{R_{۱۲}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow \frac{۱}{۵۰}=\frac{۱}{۱۰۰}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow R_۲=۱۰۰\Omega$$

C ۱۸۷۷ ۱

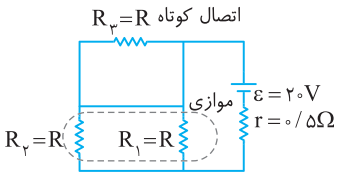
خط فکری بیشینه جریان خروجی از باتری در حالتی است که مقاومت مدار کمینه باشد و کمینه جریان خروجی از باتری در حالتی است که مقاومت مدار بیشینه باشد. بنابراین باید به سراغ یافتن بیشینه مقاومت مدار و کمینه مقاومت مدار برویم. برای این کار حالت‌های مختلف باز و بسته بودن کلیدها را بررسی می‌کنیم.

حالت اول: هر دو کلید باز باشد. در این صورت با توجه به شکل مقاومت $R_۱$ در مدار حضور ندارد، زیرا یک سر آن به جایی وصل نیست. در این حالت مقاومت معادل برابر است با:



$$R_{eq_۱}=R_۲+R_۳\Rightarrow R_{eq}=۲R$$

حالت دوم: هر دو کلید بسته باشد. در این حالت دو سر مقاومت $R_۳$ با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل شده و $R_۳$ اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌شود و در مدار دو مقاومت موازی $R_۱$ و $R_۲$ باقی می‌ماند و مقاومت معادل خواهد شد:

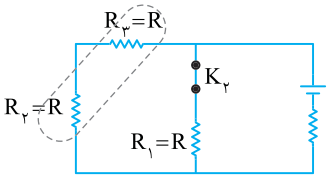


$$R_{eq}=\frac{R}{n}\xrightarrow{n=۲}R_{eq_۲}=\frac{R}{۲}$$

حالت سوم: کلید $K_۱$ باز و کلید $K_۲$ بسته باشد. مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ متوالی و معادل آن‌ها با $R_۱$ موازی است و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq_۳}=\frac{۲R\times R}{۲R+R}=\frac{۲}{۳}R$$

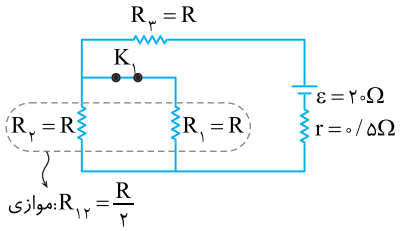
متوالی: $R+R=۲R$



حالت چهارم: کلید $K_۱$ بسته و کلید $K_۲$ باز است.

در این حالت مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند و معادل آن‌ها با $R_۳$ متوالی است و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq_۴}=R+\frac{R}{۲}=۳\frac{R}{۲}$$



به مقاومت‌های معادل به‌دست آمده نگاه کنید. مقاومت $R_{eq_۱}=۲R$ و مقاومت $R_{eq_۲}=\frac{R}{۲}$ به ترتیب بیشینه و کمینه مقاومت هستند. بنابراین:

$$I_{min}=\frac{\varepsilon}{۲R+r}=\frac{۲۰}{۲R+۰/۵}\ ,\ I_{max}=\frac{\varepsilon}{\frac{R}{۲}+r}=\frac{۲۰}{\frac{R+۲\times ۰/۵}{۲}}=\frac{۴۰}{R+۱}$$

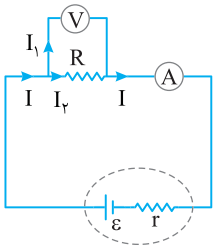
نسبت $\frac{I_{max}}{I_{min}}$ بنا به فرض مسئله ۲/۵ است، از این‌رو:

$$\frac{۴۰}{R+۱}=۲/۵\times\frac{۲۰}{۲R+۰/۵}\Rightarrow ۲/۵R+۲/۵=۴R+۱\Rightarrow ۱/۵=۱/۵R\Rightarrow R=۱\Omega$$

C ۱۸۷۸ ۱

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را نشان می‌دهد که این اختلاف پتانسیل برابر $V=I_۲R$ است. از طرفی جریان $I_۲$ از جریان اصلی مدار (I) کمتر است. یعنی از عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، کمتر است. در نتیجه:

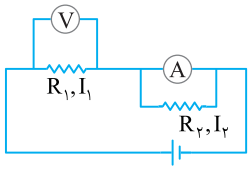
$$I_۲<I\Rightarrow I_۲R<IR\Rightarrow V<IR\Rightarrow\frac{V}{I}<R$$



B ۱۸۷۹ ۱

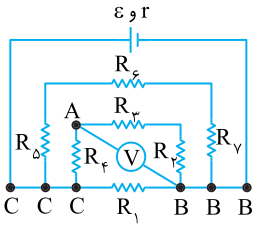
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ را نشان می‌دهد. جریان مقاومت $R_۱$ برابر $I_۱$ است. در این صورت:

$$V=I_۱R_۱\Rightarrow R_۱=\frac{V}{I_۱}$$

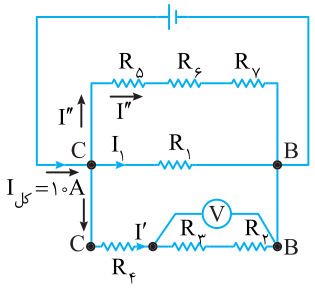


C ۱۸۸۰ **۱**

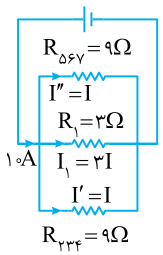
با توجه به نام‌گذاری شکل عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد $V_A - V_B$ می‌باشد. حال شکل مدار را ساده‌تر می‌کشیم.



همان‌طور که از مدار مشخص است R_5 و R_6 و R_7 با هم متوالی‌اند و هم‌چنین R_2، R_3 و R_4 نیز با هم متوالی‌اند و مقاومت‌های R_{567} و R_{234} و R_1 (که بین دو نقطه C و B است)، با هم موازی‌اند.



$$\begin{cases} R_{567} = R_5 + R_6 + R_7 = 3+3+3 = 9\Omega \\ R_{234} = R_2 + R_3 + R_4 = 3+3+3 = 9\Omega \end{cases}$$



سه شاخه موازی داریم. اگر جریان شاخهٔ بالایی و پایینی که دارای مقاومت‌های یکسان 9Ω هستند را I بنامیم، جریان شاخهٔ وسط که مقاومتش $\frac{1}{3}$ شاخه‌های دیگر است، برابر $3I$ خواهد شد: $I_1 = 3I$ بنابراین می‌توان نوشت:

$$I_{کل} = I + 3I + I \Rightarrow 10 = 5I \Rightarrow I = 2A$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های متوالی R_2 و R_3 را نشان می‌دهد. ازاین‌رو:

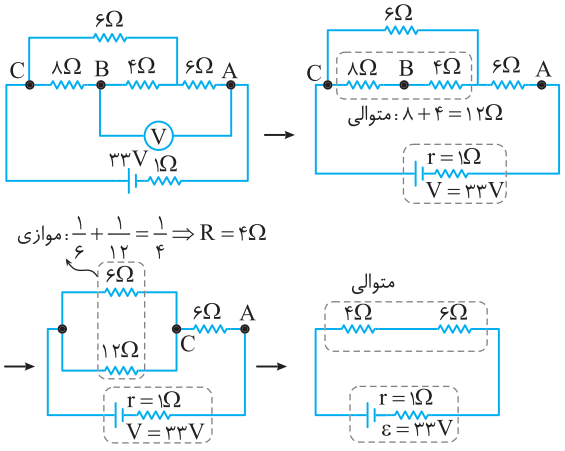
$$V_{AB} = I(R_2 + R_3) = 2(3+3) = 12V$$

C ۱۸۸۱ **۲**

یادآوری از شاخهٔ شامل ولت‌سنج آرمانی، جریانی عبور نمی‌کند و با توجه به شکل ولت‌سنج در واقع تنها اختلاف پتانسیل نقاط A و B را نشان داده و تأثیری در مدار ندارد.

۱ ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد.

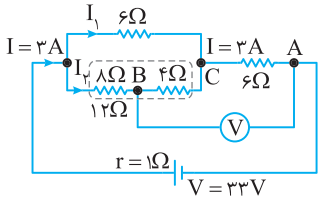
ابتدا با نام‌گذاری مدار را ساده می‌کنیم:



۲ بنابراین مقاومت معادل خواهد شد: $R_{eq} = 4+6 = 10\Omega$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{33}{10+1} = 3A$

۴ حال جریان عبوری از مقاومت‌ها را به‌دست می‌آوریم:



مقاومت‌های 6Ω و 12Ω با هم موازی‌اند، پس ولتاژ دو سر آن‌ها با هم برابر است.

$$V_{6\Omega} = V_{12\Omega} \Rightarrow 6I_1 = 12I_2 \Rightarrow I_1 = 2I_2$$

$$I_1 + I_2 = 3A \Rightarrow 3I_2 = 3A \Rightarrow I_2 = 1A \quad , \quad I_1 = 2A$$

جریان عبوری از مقاومت‌های 8Ω و 4Ω باهم برابر است (مقاومت‌ها متوالی‌اند) و برابر $1A$ می‌باشد.

۵ اختلاف پتانسیل بین A و B برابر مجموع اختلاف پتانسیل‌های V_{BC} و V_{CA} است. اختلاف پتانسیل V_{BC} و V_{CA} را به‌دست می‌آوریم.

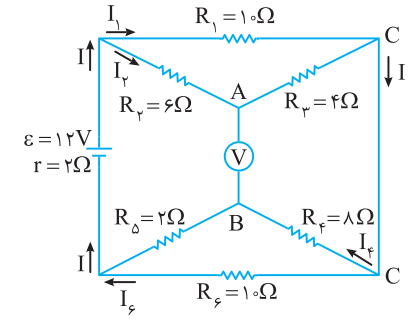
$$V_{BC} = I_1 R_{BC} \Rightarrow V_{BC} = 1 \times 4 = 4V$$

$$V_{CA} = IR_{CA} \Rightarrow V_{CA} = 3 \times 6 = 18V$$

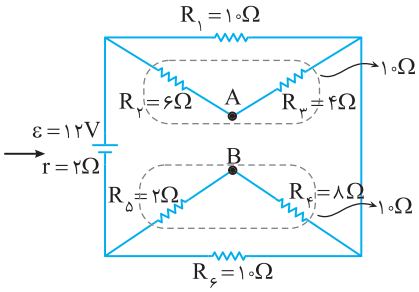
سرانجام اختلاف پتانسیل V_{AB} برابر است با: $V_{AB} = 4 + 18 = 22V$

B ۱۸۸۲ **۳**

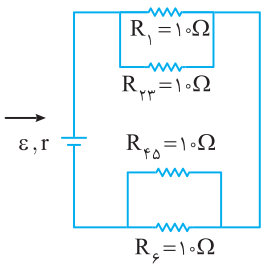
خطاگیری از ولت‌سنج آرمانی جریانی نمی‌گذرد، بنابراین در ذهن خود ولت‌سنج را از مدار بردارید، در واقع ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین A و B را نشان می‌دهد. تمام مشخصات مدار داده شده است، بنابراین باید مقاومت معادل را حساب کنید، جریان مدار و جریان هر شاخه را به‌دست بیاورید تا بتوانید ولتاژ دو سر ولت‌سنج (V_{AB}) را حساب کنید.



(۱)



(۲)



(۳)

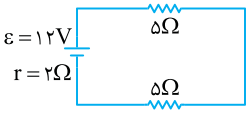
$R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند. $R_{۲۳}=R_۲+R_۳=۶+۴=۱۰\Omega$

$R_{۲۳}$ و $R_۱$ موازی هستند: $R_{۱۲۳}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Omega$

$R_۴$ و $R_۵$ متوالی هستند: $R_{۴۵}=۲+۸=۱۰\Omega$

$R_{۴۵}$ با $R_۶$ موازی هستند: $R_{۴۵۶}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Omega$

در نهایت مدار به صورت روبه‌رو است و مقاومت معادل برابر است با:



(۴)

$R_{eq}=۵+۵=۱۰\Omega$

جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۱۰+۲}=۱A$

مقاومت $R_{۲۳}$ با مقاومت $R_۱$ موازی و برابراند، بنابراین جریان ۱A به دو قسمت مساوی تقسیم شده از هر شاخهٔ ۰/۵A می‌گذرد. هم‌چنین مقاومت $R_{۴۵}$ با مقاومت $R_۶$ موازی و برابراند و از هر شاخه جریان ۰/۵A می‌گذرد یعنی:

$I_۱=I_۲=I_۴=I_۶=۰/۵A$:(شکل (۱))

با توجه به سوی جریان باید پتانسیل A از پتانسیل C بزرگ‌تر باشد $(V_A>V_C)$. در این صورت:

$V_A-V_C=I_۲\times R_۳=۰/۵\times۴=۲V \quad (۱)$

و پتانسیل C باید از پتانسیل B بیشتر باشد $(V_C>V_B)$. بنابراین:

$V_C-V_B=I_۴R_۴=۰/۵\times۸=۴V \quad (۲)$

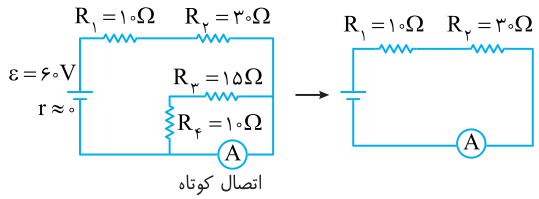
دو رابطه (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم:

$V_A-V_B=۶V$

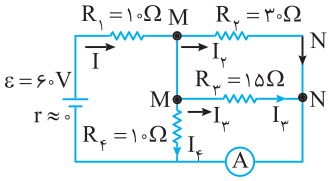
۱ ۱۸۸۳ C

حالت اول: زمانی که کلید باز است مدار به صورت زیر است. در واقع مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ توسط آمپرسنج آرمانی اتصال کوتاه می‌شوند و در مدار نقش ایفا نمی‌کنند و از مدار حذف می‌شوند و در مدار دو مقاومت متوالی ۱۰Ω و ۳۰Ω داریم که آمپرسنج نیز با آن‌ها متوالی است. در این حالت آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد. از این‌رو:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۶۰}{۳۰+۱۰}=۱/۵A$



حالت دوم: اگر کلید K را ببندیم، دو سر مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ به هم وصل شده و این دو با هم موازی می‌شوند. از طرفی مقاومت $R_۴$ نیز با آن‌ها موازی است زیرا مقاومت $R_۴$ نیز بین نقاط M و N است و مدار به صورت زیر است:



مقاومت معادل بین دو نقطه MN برابر است با:

$\frac{۱}{R_{MN}}=\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}+\frac{۱}{R_۴}\Rightarrow\frac{۱}{R_{MN}}=\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۱۵}+\frac{۱}{۱۰}=\frac{۱+۲+۳}{۳۰}\Rightarrow R_{MN}=۵\Omega$

مقاومت R_{MN} با مقاومت $R_۱$ متوالی است و مقاومت مدار خواهد شد:

$R_{eq}=R_۱+R_{MN}=۱۰+۵=۱۵\Omega$

جریان مدار برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۶۰}{۱۵}=۴A$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی $R_۲$ و $R_۳$ با اختلاف پتانسیل بین نقاط M و N برابر است. اختلاف پتانسیل بین N و M را حساب می‌کنیم

$V_{MN}=IR_{MN}\Rightarrow V_{MN}=۴\times۵=۲۰V$

با توجه به شکل مدار، آمپرسنج مجموع جریان‌های $I_۲$ و $I_۳$ را نشان می‌دهد.

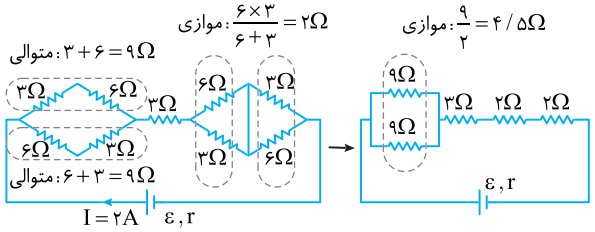
$V_{MN}=۲۰V\Rightarrow\begin{cases}V_{MN}=R_۲I_۲\Rightarrow I_۲=\frac{۲}{۳}A\\V_{MN}=R_۳I_۳\Rightarrow I_۳=\frac{۴}{۳}A\end{cases}$

آمپرسنج جریان $\frac{۲}{۳}+\frac{۴}{۳}=\frac{۶}{۳}=۲A$ را نشان می‌دهد و جریان عبوری از آمپرسنج به اندازهٔ ۲−۱/۵=۰/۵ آمپر تغییر کرده است.

۴ ۱۸۸۴ B

خط فکری آمپرسنج در مدار شبیه یک سیم بدون مقاومت رفتار می‌کند و می‌توان آمپرسنج را برداشت و به جای آن یک سیم قرار داد. تمام مشخصات مدار داده شده است، بنابراین باید ابتدا مقاومت معادل را به‌دست بیاورید، سپس جریان مدار را حساب کنید و با تقسیم جریان بین مقاومت‌ها می‌توانید جریان آمپرسنج را مشخص کنید.

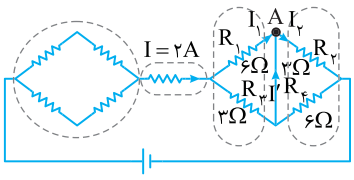
۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:



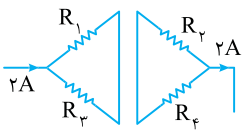
$R_{eq}=۴/۵+۳+۲+۲=۱۱/۵\Omega$

۲ جریان گذرنده از مدار را به‌دست می‌آوریم.

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۵}{۱۱/۵+۱}=۲A$



با توجه به شکل روبه‌رو جریان ۲A بین دو مقاومت $R_۱$ و $R_۳$ تقسیم می‌شود، همچنین جریان خروجی از این مقاومت‌ها نیز ۲A است که مجدد بین $R_۲$ و $R_۴$ تقسیم شود:



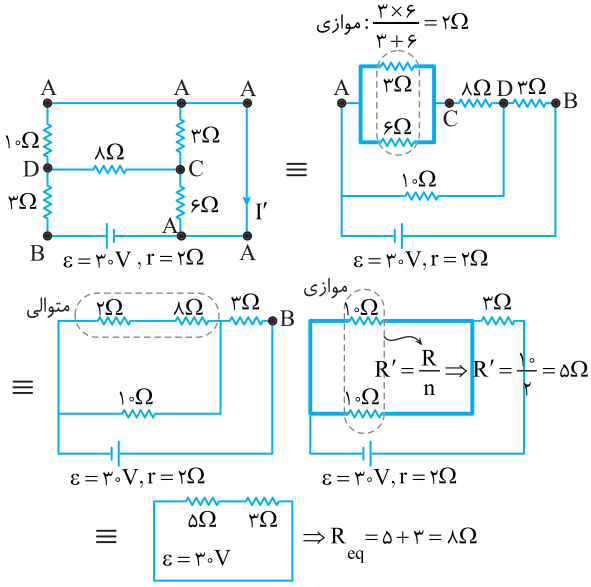
جریان ۲ آمپر بین مقاومت‌های موازی ۳Ω و ۶Ω به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌شود یعنی از مقاومت‌های ۶Ω جریان $\frac{۲}{۳}$ آمپر و از مقاومت‌های ۳Ω جریان $\frac{۴}{۳}$A می‌گذرد. $(I_۲=\frac{۴}{۳}A, I_۱=\frac{۲}{۳}A)$

حال قانون پایستگی بار الکتریکی را برای گره A می‌نویسیم:

$I_۱+I'=I_۲\Rightarrow\frac{۲}{۳}+I'=\frac{۴}{۳}\Rightarrow I'=\frac{۲}{۳}A$

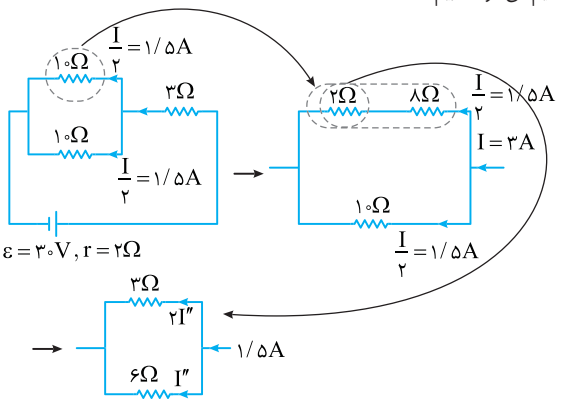
۳ ۱۸۸۵ B

۱ با توجه به نقطه‌گذاری، شکل ساده‌تر مدار را رسم می‌کنیم:



۲ جریان مدار برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳۰}{۸+۲}=۳A$

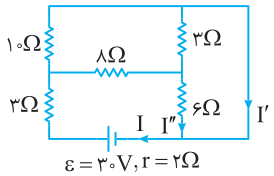
۳ حال با توجه به اینکه جریان در شاخه‌های موازی به نسبت وارون مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود داریم:



۴ در نمودار اولیه مطابق شکل داریم: $I''+۲I''=۱/۵A\Rightarrow I''=۰/۵A$

۵ مطابق شکل جریان I جمع دو جریان I' و I'' است.

$I=I''+I'\Rightarrow ۳=۰/۵+I'\Rightarrow I'=۲/۵A$



پنجره ۴

۱ ۱۸۸۶ A

خط فکری برای توان مصرفی سه رابطهٔ $P=VI$ ، $P=RI^۲$ و $P=\frac{V^۲}{R}$ را می‌توان نوشت که با توجه به داده‌های مسئله از یکی از آن‌ها استفاده می‌کنیم.

۱ برای یافتن توان مصرفی R از رابطهٔ $P=VI$ استفاده می‌کنیم، زیرا ولتسنج، اختلاف پتانسیل دو سر R $(V=۱۰V)$ و آمپرسنج جریان آن را $(۲A)$ نشان می‌دهد.

$P=VI\Rightarrow P=۱۰\times۲=۲۰W$

۲ برای یافتن توان مصرفی مقاومت $R'=۴\Omega$ از رابطهٔ $P=R'I'^۲$ استفاده می‌کنیم، زیرا آمپرسنج جریان R و R' را نشان می‌دهد. $P'=R'I'^۲\Rightarrow P'=۴\times(۲)^۲=۱۶W$

۴ ۱۸۸۷ A

خط فکری در مقاومت‌های متوالی که جریان‌ها برابر است. با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد.

$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۲}{R_۱}$

و در مقاومت‌های موازی که اختلاف پتانسیل‌ها با هم برابر است، با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ ، توان با مقاومت نسبت وارون دارد:

$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}$

اگر $n=۲$ باشد، $P_۲=۲P_۱$ است پس، ممکن است که $R_۱$ و $R_۲=۲R_۱$ با هم متوالی باشند، زیرا در مقاومت‌های متوالی، توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد و گزارهٔ (الف) درست است. اگر دو مقاومت موازی باشند، چون $R_۲=۲R_۱$ است، با توجه به خط فکری $(P\propto\frac{۱}{R})$ توان $P_۲=\frac{۱}{۲}P_۱$ می‌شود، بنابراین $n=\frac{۱}{۲}$ برای حالت موازی می‌تواند درست باشد و گزارهٔ (ب) درست است. اما اگر $n=۴$ باشد یعنی $P_۲=۴P_۱$ است و در این حالت این مقاومت‌ها نه موازی هستند و نه متوالی، زیرا اگر موازی بودند باید $R_۲=\frac{۱}{۴}R_۱$ می‌بود و اگر متوالی بودند باید $R_۲=۴R_۱$ می‌بود که چنین نیست و گزاره (پ) نیز درست است.

۲ ۱۸۸۸ A

۱ در شکل (الف) دو مقاومت متوالی هستند، پس جریان آن‌ها برابر است $(I_۱=I_۲)$ و بنا بر رابطهٔ $P=RI^۲$ خواهیم داشت:

$R_۱=۱۰\Omega \quad R_۲=۲۰\Omega$ (الف)

$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۲I^۲}{R_۱I^۲}\xrightarrow{P_۱=۴۰W}\frac{P_۲}{۴۰}=\frac{۲۰}{۱۰}\Rightarrow P_۲=۸۰W$

۲ در شکل (ب) دو مقاومت موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر است $(V_۲=V_۱)$

$R_۱=۱۰\Omega$
$R_۲=۲۰\Omega$ (ب)

و بنا بر رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ خواهیم داشت:

$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{V_۲^۲/R_۲}{V_۱^۲/R_۱}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{P_۲}{۴۰}=\frac{۱۰}{۲۰}\Rightarrow P_۲=۲۰W$

۱ ۱۸۸۹ A

مقاومت معادل هر دو مدار را می‌نویسیم:

(۱) $R_۱=nR=۳R$

(۲) $R_۲=\frac{R}{n}=\frac{R}{۳}$

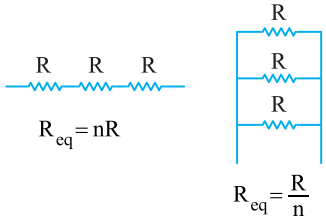
حال با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم

$\frac{P_۱}{P_۲}=\frac{R_۱}{R_۲}\times(\frac{I_۱}{I_۲})^۲\Rightarrow\frac{P_۱}{P_۲}=\frac{۳R}{\frac{R}{۳}}=۹$

۴ ۱۸۹۰ A

خط فکری در هر دو حالت، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌ها برابر است، بنابراین برای مقایسهٔ توان مجموعهٔ مقاومت‌ها بهتر است از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ استفاده شود. البته ابتدا باید مقاومت معادل را در هر حالت به دست آورد.

یادآوری اگر n مقاومت مشابه R اهمی متوالی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها nR می‌شود و اگر n مقاومت مشابه R اهمی موازی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها $\frac{R}{n}$ می‌شود.

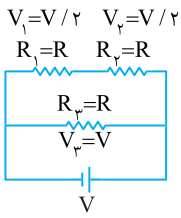


در اتصال متوالی، مقاومت معادل $R_{eq}=۳R$ و در اتصال موازی مقاومت معادل $R'_{eq}=\frac{R}{۳}$ است. توان را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{P'}{P}=\frac{\frac{V^۲}{R'_{eq}}}{\frac{V^۲}{R_{eq}}}\Rightarrow\frac{P'}{۹۰}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}\Rightarrow\frac{P'}{۹۰}=\frac{۳R}{\frac{R}{۳}}\Rightarrow P'=۸۱۰W$$

B ۱۸۹۱ ۱

مقاومت‌ها برابر است. ولتاژ دو سر $R_۳$ برابر V و ولتاژ دو سر هر یک از مقاومت‌های متوالی $R_۱$ و $R_۲$ برابر $\frac{V}{۲}$ است. با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$.



$$P_۳=\frac{P^۲}{R},P_۱=P_۲=\frac{(\frac{V}{۲})^۲}{R}=\frac{V^۲}{۴}\Rightarrow P_۳>P_۲=P_۱$$

A ۱۸۹۲ ۲

توان کل مصرفی مجموعه ۶۰ وات است، به کمک آن مقاومت معادل مجموعه را حساب می‌کنیم:

$$P_{کل}=\frac{V^۲}{R_{eq}}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۲\times۱۲}{۶۰}=۲/۴\Omega$$

مقاومت معادل مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ کوچک‌تر از $R_۱$ است. بنابراین دو مقاومت به صورت موازی به هم بسته شده‌اند:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{R_۲}=\frac{۱}{R_{eq}}-\frac{۱}{R_۱}=\frac{۱۰}{۲۴}-\frac{۱}{۶}=\frac{۱۰-۴}{۲۴}=\frac{۶}{۲۴}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow R_۲=۴\Omega$$

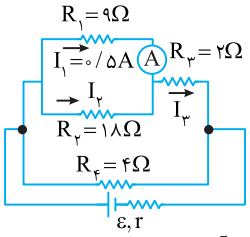
B ۱۸۹۳ ۱

خط فکری مسیر شما مشخص است، از جریان $R_۱=۹\Omega$ باید شروع کنید و در نهایت به جریان و ولتاژ $R_۴$ برسید و توان آن را حساب کنید.

یادآوری در مقاومت‌های موازی جریان هر مقاومت با مقدار مقاومت رابطهٔ عکس دارند.

خط فکری مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند. در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد، یعنی مقاومت $R_۲=۱۸\Omega$ که دو برابر مقاومت $R_۱=۹\Omega$ است، جریانش نصف جریان مقاومت $R_۱=۹\Omega$ است.

$$I_۲=\frac{۱}{۲}I_۱\Rightarrow I_۲=\frac{۰/۵}{۲}\Rightarrow I_۲=۰/۲۵A$$



جریان مقاومت $R_۳$ مجموع جریان دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ است.

$$I_۳=I_۱+I_۲\Rightarrow I_۳=۰/۵+۰/۲۵$$

$$\Rightarrow I_۳=۰/۷۵A$$

روش اول: یافتن مقاومت معادل شاخهٔ بالایی و مقایسهٔ آن با مقاومت $R_۴$. مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{۱۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}\Rightarrow R_{۱۲}=\frac{۹\times۱۸}{۹+۱۸}=R_{۱۲}=۶\Omega$$

مقاومت شاخهٔ بالایی خواهد شد: $R_{بالایی}=R_{۱۲}+R_۳=۶+۲=۸\Omega$

مقاومت $R_۴=۴\Omega$ نصف مقاومت شاخهٔ بالایی (۸Ω) است و جریان عبوری از ۴Ω دو برابر جریان شاخهٔ بالایی است، بنابراین: $I_۴=۲\times۰/۷۵=۱/۵A$

توان مقاومت $R_۴=۴\Omega$ را به دست می‌آوریم: $P_۴=RI^۲\Rightarrow P_۴=۴\times(۱/۵)^۲=۹W$

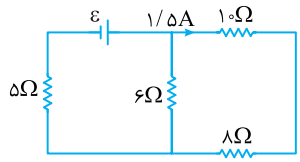
روش دوم: اختلاف پتانسیل دو سر شاخهٔ بالایی را به دست می‌آوریم:

$$V_{بالایی}=V_۱+V_۳=۹\times۰/۵+۰/۷۵\times۲\Rightarrow V_{بالایی}=۴/۵+۱/۵=۶V$$

اختلاف پتانسیل دو سر شاخهٔ پایینی $(R_۴)$ که با شاخهٔ بالایی موازی است نیز برابر $۶V$ است، در نتیجه:

$$P_۴=\frac{V^۲}{R_۴}=\frac{(۶)^۲}{۴}\Rightarrow P_۴=\frac{۳۶}{۴}=۹W$$

بازی با سؤال در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت ۵ اهمی چند وات است؟ خارج تجربی - ۸۶



۱) ۲۰
۲) ۶۰
۳) ۱۲۰
۴) ۱۸۰

گزینهٔ ۴

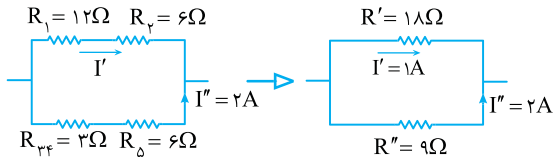
A ۱۸۹۴ ۳

در شاخه‌های موازی، اختلاف پتانسیل دو سر شاخه‌ها با هم برابر است:

$$V'=V''\Rightarrow۱۸\times I'=۹\times I''\Rightarrow۱۸I'=۱۸\Rightarrow I'=۱A$$

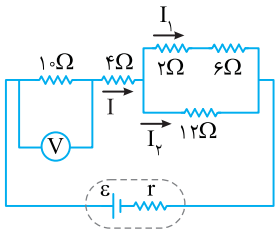
$$I_t=I'+I''=۱+۲=۳A$$

$$R_{eq}=\frac{۱۸\times۹}{۲۷}=۶\Omega\Rightarrow\frac{P_۲}{P_t}=\frac{I'^۲R_۲}{I_t^۲R_{eq}}=\frac{۱\times۶}{۹\times۶}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_t}=\frac{۱}{۹}$$



B ۱۸۹۵ ۳

خط فکری اطلاعات بخشی از مدار به شما داده شده است (توان مقاومت ۲Ω)، بنابراین به کمک آن باید جریان تک تک شاخه‌ها و جریان کل مدار را حساب کنید تا بتوانید عدد ولت‌سنج را به دست آورید.



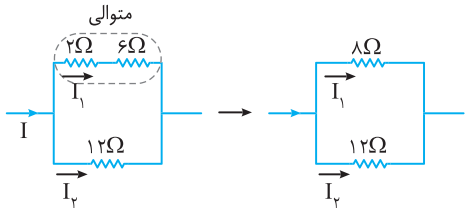
۱ با داشتن توان مقاومت ۲Ω جریان شاخهٔ شامل دو مقاومت متوالی ۲Ω و ۶Ω را به دست می‌آوریم:

$$P=RI^۲\xrightarrow{P=۱۸W}۱۸=۲\times I_۱^۲\Rightarrow I_۱=۳A$$

۲ مقاومت ۱۲Ω با مقاومت معادل ۲Ω و ۶Ω موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است. $V_۱=V_۲\Rightarrow۸I_۱=۱۲I_۲\Rightarrow۲۴=۱۲I_۲\Rightarrow I_۲=۲A$

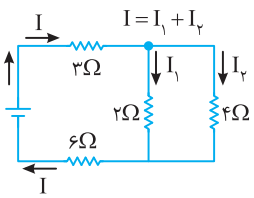
۳ جریان گذرنده از مقاومت ۱۰Ω (I) برابر است با: $I=I_۱+I_۲=۳+۲=۵A$

۴ بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت ۱۰Ω خواهد شد: $V=RI\Rightarrow V=۵\times۱۰=۵۰V$



B ۱۸۹۶ ۱

خط فکری جریان مدار را I بنامید و این جریان را بین دو مقاومت ۲Ω و ۴Ω تقسیم کرده سپس به کمک رابطه $P=RI^۲$ توان دو مقاومت را با هم مقایسه کنید.



۱ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها یعنی به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌شود.

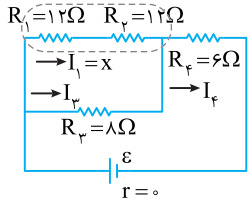
$$I_۲=\frac{I}{۳},I_۱=\frac{۲I}{۳}$$

۲ نسبت توان‌ها را حساب می‌کنیم.

$$\frac{P_{۶\Omega}}{P_{۴\Omega}}=\frac{۶I^۲}{۴(\frac{I}{۳})^۲}=\frac{۳}{۲}\times۹=\frac{۲۷}{۲}\Rightarrow\frac{P_{۶\Omega}}{P_{۴\Omega}}=۱۳/۵$$

B ۴ ۱۸۹۷

۱ مقاومت‌های R_1 و R_2 متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت R_3 موازی است و در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد. اگر جریان مقاومت $R_{12}=24\Omega$ را x در نظر بگیریم، چون مقاومت $R_3=8\Omega$، مقاومت R_{12} $\frac{1}{3}$



است، بنابراین جریان R_3 سه برابر جریان مقاومت R_{12} است، یعنی $I_3=3x$ است.

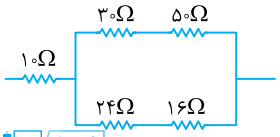
۲ مجموع جریان‌های I_1 و I_3 برابر I_4 است، از این رو:

$$I_4=I_1+I_3\Rightarrow I_4=x+3x\Rightarrow I_4=4x$$

۳ اکنون نسبت توان مصرفی R_4 و توان مصرفی R_1 به کمک رابطهٔ $P=RI^2$ قابل محاسبه است.

$$\frac{P_4}{P_1}=\frac{R_4I_4^2}{R_1I_1^2}\Rightarrow\frac{P_4}{P_1}=\frac{6\times(4x)^2}{12\times(x)^2}=\frac{16}{2}=8$$

بازی با سؤال در شکل مقابل توان مصرفی در مقاومت ۱۶ اهمی چند برابر توان مصرفی در مقاومت ۱۰ اهمی است؟

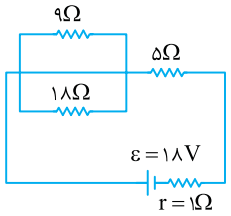


۱) $\frac{16}{9}$ ۲) $\frac{9}{16}$
۳) $\frac{32}{45}$ ۴) $\frac{45}{32}$

گزینهٔ ۳

A ۱ ۱۸۹۸

دو سر مقاومت‌های ۹Ω و ۱۸Ω با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شده و این مقاومت‌ها اتصال کوتاه شده‌اند و از آن‌ها جریانی نمی‌گذرد و توان مصرفی (آهنگ مصرف انرژی) در آن‌ها صفر است.



A ۱ ۱۸۹۹

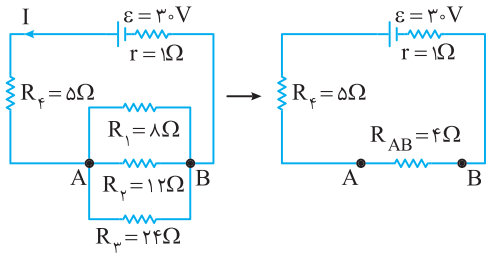
خط فکری با توجه به اینکه تمام مشخصات مدار داده شده است، می‌توانیم مقاومت معادل، سپس جریان مدار و سرانجام ولتاژ یا جریان دو سر مقاومت R_3 را به دست بیاوریم و به وسیلهٔ آن گرمای تولید شده در R_3 را حساب کنیم.

۱ ابتدا مقاومت معادل بین نقاط A و B را به دست می‌آوریم. R_1، R_2 و R_3 موازی هستند:

$$\frac{1}{R_{AB}}=\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{3+2+1}{24}\Rightarrow R_{AB}=4\Omega$$

مقاومت R_{AB} و مقاومت R_4 متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{eq}=4+5=9\Omega$$



۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{30}{9+1}\Rightarrow I=3A$$

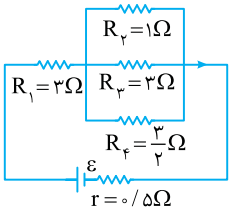
اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را به دست می‌آوریم:

$$V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow V_{AB}=3\times4=12V$$

چون هر سه مقاومت بین نقاط A و B با هم موازی‌اند، پس اختلاف پتانسیل آن‌ها یکسان و برابر V_{AB} است اکنون گرمای تولید شده در مقاومت R_3 در مدت ۱۰۰s را حساب می‌کنیم:

$$U=\frac{V^2}{R_3}t\Rightarrow U=\frac{12\times12}{24}\times100\Rightarrow U=600J$$

بازی با سؤال در شکل زیر که قسمتی از یک مدار الکتریکی است، توان مصرفی مقاومت R_1 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_3 است؟ خارج ریاضی - ۹۷

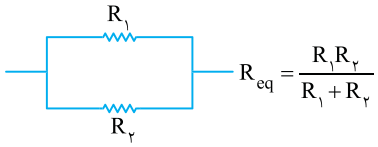


۱) ۱
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۳۶

گزینهٔ ۴

B ۴ ۱۹۰۰

یادآوری مقاومت معادل دو مقاومت موازی R_1 و R_2 را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:



۱ مقاومت معادل را به دست می‌آوریم.

مقاومت‌های R_1 و R_3 موازی هستند:

$$R_{13}=\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}=\frac{6\times12}{6+12}=4\Omega$$

مقاومت‌های R_2 و R_4 موازی هستند.

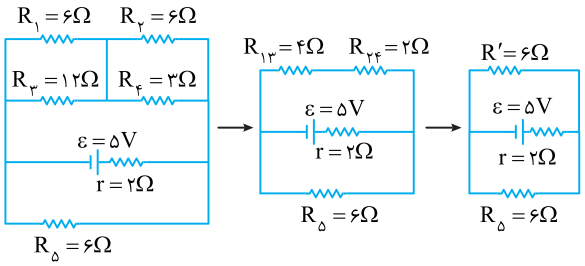
$$R_{24}=\frac{R_2R_4}{R_2+R_4}=\frac{6\times3}{6+3}=2\Omega$$

مقاومت‌های R_{24} و R_{13} متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها را که با R' نمایش می‌دهیم خواهد شد:

$$R'=R_{13}+R_{24}=4+2=6\Omega$$

مقاومت‌های $R'=6\Omega$ و $R_5=6\Omega$، دست در دست هم دارند و موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل مدار خواهد شد.

$$R_{eq}=\frac{R}{n}\Rightarrow R_{eq}=3\Omega$$

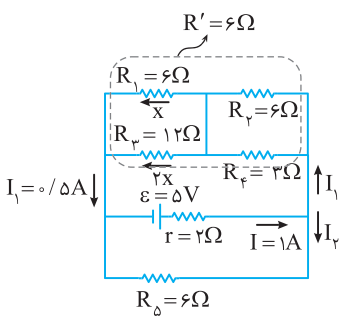


۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{5}{3+2}=1A$$

۳ به سراغ تقسیم جریان در مقاومت‌ها می‌رویم:

مقاومت شاخهٔ R' با مقاومت شاخهٔ R_5 مساوی و موازی‌اند و جریان بین این دو شاخه به‌طور مساوی تقسیم می‌شود و جریان‌های I_1 و I_2 برابر است با: $I_1=I_2=\frac{I}{2}=0/5A$.



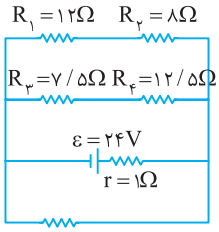
جریان $I_1=0/5A$ بین مقاومت‌های 6Ω و 12Ω به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریان مقاومت 6Ω را x فرض کنید، جریان مقاومت 12Ω، $\frac{x}{2}$ خواهد بود که جمع آن‌ها برابر I_1 یعنی $0/5A$ است. $I_1=\frac{x}{2}+x\Rightarrow 0/5=\frac{3x}{2}\Rightarrow x=\frac{1}{3}A$

۴ بنابراین جریان مقاومت $R_1=6\Omega$ برابر $\frac{1}{3}A$ است و توان مصرفی در آن خواهد شد.

$$P_1=R_1I_x^2\Rightarrow P_1=6\times(\frac{1}{3})^2=\frac{2}{3}W$$

بازی با سؤال در مدار زیر توان مصرفی مقاومت R_1 چند وات است؟

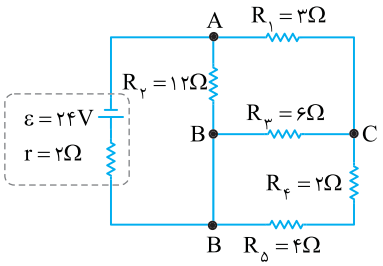
۱) ۱۲
۲) ۶
۳) ۱۸
۴) ۲۴

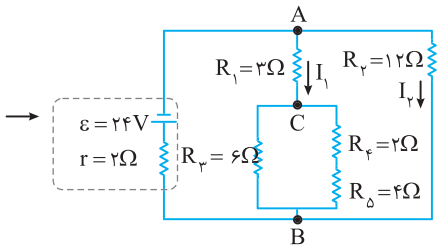


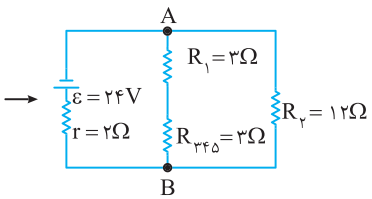
گزینهٔ ۱

B ۳ ۱۹۰۱

ابتدا با نام‌گذاری شکل ساده‌ای از مدار را رسم می‌کنیم. مقاومت R_1 بین دو نقطهٔ A و C، مقاومت R_2 بین دو نقطهٔ A و B، مقاومت R_3 بین دو نقطهٔ B و C بسته شده‌اند و مقاومت‌های R_4 و R_5 که با هم متوالی هستند بین دو نقطهٔ B و C بسته شده‌اند و معادل آن‌ها با R_3 موازی است، بنابراین شکل مدار خواهد شد:







مقاومت‌های R_4 و R_5 متوالی‌اند و با مقاومت R_3 موازی هستند و مقاومت معادل بین دو نقطهٔ C و B خواهد شد:

$$R_4+R_5=2+4=6\Omega$$

$$R_3\text{ و }R_{45}\Rightarrow R_{345}=\frac{R}{n}=\frac{6}{2}=3\Omega$$ موازی‌اند

R_{345} و R_1 متوالی‌اند:

$$R_{1345}=3+3=6\Omega$$

مقاومت R_{1345} و مقاومت R_2 موازی‌اند. بنابراین مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{6\times12}{6+12}=4\Omega$$

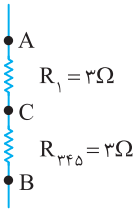
جریان مدار را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{24}{4+2}\Rightarrow I=4A$$

حال اختلاف پتانسیل دو سر باتری را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI\Rightarrow V_{\text{باتری}}=24-2\times4=16V$$

دو سر A و B به باتری وصل است و اختلاف پتانسیل این دو نقطه نیز برابر $16V$ است. دقت کنید بین دو نقطهٔ A و B دو مقاومت R_1 و R_{345} قرار دارد که چون مقدار این مقاومت‌ها با هم برابر است، پس اختلاف پتانسیل دو سر هر کدام از آن‌ها برابر $8V$ می‌شود:



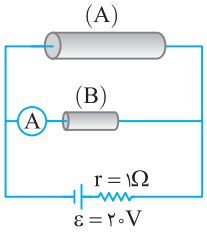
$$V_{AB}=V_{AC}+V_{CB}\xrightarrow{V_{AC}=V_{CB}}V_{CB}=8V$$

مقاومت R_3 بین دو نقطهٔ B و C قرار دارد، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر $8V$ است:

$$U_{R_3}=\frac{V_{CB}^2}{R_3}t\Rightarrow U_{R_3}=\frac{64}{6}\times60=640J$$

B ۳ ۱۹۰۲

خط فکری داستان کاملاً معلوم است، باید ابتدا به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ نسبت مقاومت A به مقاومت B را مشخص کنید تا بتوانید جریان سیم A و سپس جریان کل مدار را به دست آورید و سرانجام به سراغ توان خروجی باتری بروید.



۱ نسبت مقاومت A به مقاومت B خواهد شد: (دو سیم هم‌جنس هستند و مقاومت ویژهٔ آن‌ها یکی است)

$$\begin{cases}R_A=\rho\frac{L_A}{A_A}\\ R_B=\rho\frac{L_B}{A_B}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow{A=\pi r^2}\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{\pi r_B^2}{\pi r_A^2}\Rightarrow$$

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times(\frac{r_B}{r_A})^2\xrightarrow[r_A=2r_B]{L_A=2L_B}\frac{R_A}{R_B}=2\times(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{2}$$

۲ در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد، آمپرسنج جریان مقاومت B را $3A$ نشان می‌دهد، بنابراین جریان مقاومت R_A، دو برابر جریان مقاومت R_B یعنی $6A$ خواهد بود.

$$R_A=\frac{1}{2}R_B\Rightarrow I_A=2I_B=2\times3=6A$$

۳ جریان مدار مجموع جریان I_A و I_B است، از این رو:

$$I=I_A+I_B=6+3=9A$$

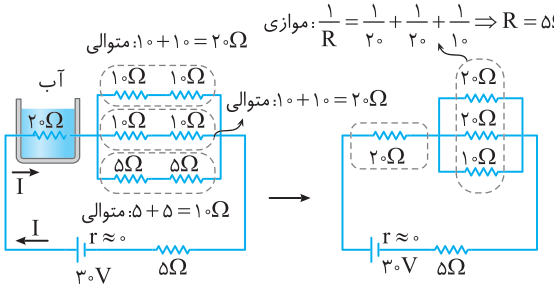
۴ توان خروجی باتری خواهد شد:

$$P=\varepsilon I-rI^2\Rightarrow P=20\times9-1\times(9)^2\Rightarrow P=180-81\Rightarrow P=99W$$

B ۳ ۱۹۰۳

خط فکری با یک مسئلهٔ ساده و استاندارد روبه‌رو هستید، برای آن که مدت زمان بالا رفتن دمای آب را بیابید باید انرژی گرمایی تولید شده در مقاومت 20Ω را حساب کنید $(V=RI^2t)$، پس باید جریان مقاومت درون آب را به دست بیاورید. برای این منظور باید جریان کل مدار را حساب کنید، البته قطعاً باید در اولین مرحله مقاومت معادل این مدار ساده را به دست بیاورید.

۱ مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم.



مقاومت معادل مدار جمع ۳ مقاومت متوالی ۲۰Ω و ۵Ω و ۵Ω است.

$$R_{eq}=۵+۵+۲۰=۳۰\Omega$$

۲ جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳۰}{۳۰}=۱A$$

۳ مقاومت ۲۰Ω با باتری متوالی است و جریان عبوری از آن $۱A$ است.
انرژی گرمایی تولید شده در مقاومت درون آب را حساب می‌کنیم.

$$U=RI^۲t\Rightarrow U=۲۰\times(۱)^۲\times t\Rightarrow U=۲۰t$$

یادآوری گرمای لازم برای بالا بردن دمای آب برابر است با: $Q=mc\Delta\theta$

این مقدار گرما باید دمای $۱۰۰g$ آب را به اندازهٔ $\Delta\theta=۵۸-۸=۵۰^\circ C$ بالا ببرد بنابراین:

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow{Q=۲۰t}۲۰t=۰/۱\times۴۲۰۰\times۵۰\Rightarrow t=۲۱\times۵۰\Rightarrow t=۱۰۵۰s$$

B ۱۹۰۴ ۳

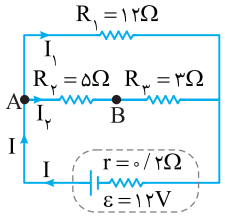
خط فکری مسئله مقدار بار شارش شده را می‌خواهد، بنابراین با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ باید به سراغ یافتن جریان مدار برویم. بنابراین در ابتدا باید مقاومت معادل را حساب کنید تا بتوانید جریان مدار و سپس جریان مقاومت $R_۲=۵\Omega$ یعنی جریان گذرنده از نقطهٔ B را به دست بیاورید. البته برای بررسی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار در انتقال از A به B به اختلاف پتانسیل بین A و B نیز نیاز دارید.

۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند:

$$R_{۲۳}=R_۲+R_۳=۵+۳=۸\Omega$$

مقاومت $R_{۲۳}$ با مقاومت $R_۱$ موازی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد.



$$R_{eq}=\frac{۱۲\times۸}{۱۲+۸}=\frac{۱۲\times۴\times۲}{۴\times۵}\Rightarrow R_{eq}=۴/۸\Omega$$

۲ جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۴/۸+۰/۲}\Rightarrow I=۲/۴A$$

۳ مقاومت $R_{۲۳}$ و مقاومت $R_۱$ موازی هستند و جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت بین آن‌ها تقسیم می‌شود:

$$\frac{R_{۲۳}}{R_۱}=\frac{۸}{۱۲}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow I_۲=\frac{۳}{۲}I_۱$$

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow ۲/۴=I_۱+\frac{۳}{۲}I_۱\Rightarrow\frac{۲۴}{۱۰}=\frac{۵}{۲}I_۱$$

$$\Rightarrow I_۱=\frac{۴۸}{۵۰}=۰/۹۶A\,,I_۲=\frac{۳}{۲}I_۱=\frac{۳}{۲}\times\frac{۹۶}{۱۰۰}=۱/۴۴A$$

۴ بار شارش شده از نقطهٔ B برابر است با: $q=\overline{I}t\Rightarrow q=۱/۴۴\times۵\Rightarrow q=۷/۲C$

۵ تغییر انرژی پتانسیل بار شارش یافته در مدت $۵s$ از A تا B :

$$|\Delta U|=q|\Delta V|\xrightarrow{V_{AB}=R_۲I_۲}\Delta U=۷/۲\times(۵\times۱/۴۴)=۵۱/۸۴J$$

در جهت جریان از A به B می‌رویم. جریان از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر شارش می‌کند بنابراین $V_B<V_A$ بوده و انرژی پتانسیل بار از A تا B کاهش می‌یابد.

B ۱۹۰۵ ۲

۱ با داشتن توان مصرفی مقاومت $R_۱=۱\Omega$ که برابر $۴W$ است، می‌توانیم جریان شاخهٔ بالا را به دست بیاوریم:

$$P_۱=I_۱^۲R_۱\Rightarrow ۴=I_۱^۲\times۱\Rightarrow I_۱=۲A$$

جریان شاخهٔ پایینی نیز که موازی شاخهٔ بالایی است و مقاومت آن برابر مقاومت شاخهٔ بالایی است، برابر $۲A$ است $(I_۳=۲A)$ و جریان کل مدار $I=۲+۲=۴A$ خواهد بود.

۳ به سراغ مقاومت معادل مدار می‌رویم، مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ متوالی هستند:

$$R_{۱۲}=R_۱+R_۲=۱+۳=۴\Omega$$

مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت $R_۳$ موازی است و چون هم‌اندازه هستند، برای به دست آوردن مقاومت معادل آن‌ها، مقاومت یکی از آن‌ها را بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$R_{eq}=\frac{۴}{۲}=۲\Omega$$

۴ اکنون نیروی محرکهٔ باتری را به دست می‌آوریم:

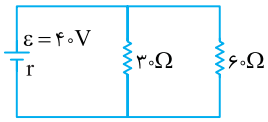
$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow ۴=\frac{\varepsilon}{۲+۱}\Rightarrow\varepsilon=۱۲V$$

۵ ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱۲-۴\times۱=۸V$$

B ۱۹۰۶ ۱

۱ در مدار خارجی دو مقاومت موازی ۳۰Ω و ۶۰Ω وجود دارد که مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:



$$R_{eq}=\frac{۶۰\times۳۰}{۶۰+۳۰}=۲۰\Omega$$

۲ توان مصرفی در مقاومت خارجی یعنی $(R_{eq}I^۲)$ سه برابر توان مصرفی در باتری $(rI^۲)$ است. از این رو می‌توان نوشت:

$$R_{eq}I^۲=۳rI^۲\Rightarrow R_{eq}=۳r\Rightarrow ۲۰=۳r\Rightarrow r=\frac{۲۰}{۳}\Omega$$

۳ جریان مدار را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۴۰}{۲۰+\frac{۲۰}{۳}}\Rightarrow I=\frac{۴۰}{\frac{۶۰+۲۰}{۳}}\Rightarrow I=\frac{۱۲۰}{۸۰}=\frac{۳}{۲}A$$

۴ در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد یعنی اگر جریان مقاومت ۶۰Ω را x بنامیم، جریان مقاومت ۳۰Ω، برابر $۲x$ می‌شود. از طرفی جریان مدار برابر مجموع جریان‌های x و $۲x$ است، بنابراین:

$$I=x+۲x\Rightarrow\frac{۳}{۲}=x+۲x\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}A$$

۵ جریان گذرنده از مقاومت ۳۰Ω برابر است با:

$$I_{۳۰\Omega}=۲x=۲\times\frac{۱}{۲}=۱A$$

توان مصرفی در مقاومت ۳۰Ω خواهد شد:

$$P=RI^۲=۳۰\times(۱)^۲=۳۰W$$

روش دیگر: به جای یافتن جریان مقاومت ۳۰Ω، می‌توانستیم ولتاژ دو سر آن را حساب کنیم. مقاومت معادل ۳۰Ω و ۶۰Ω، برابر ۲۰Ω شده و جریان مدار $\frac{۳}{۲}A$ است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۳۰Ω و ۶۰Ω و کل مدار خواهد شد:

$$V=IR\Rightarrow V=\frac{۳}{۲}\times۲۰=۳۰V$$

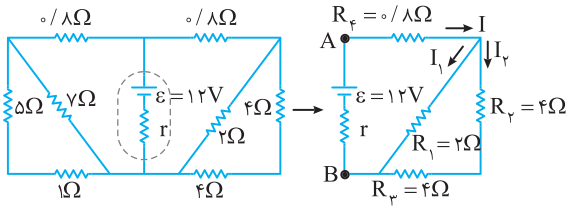
اکنون توان مصرفی در مقاومت ۳۰Ω را به کمک ولتاژ حساب می‌کنیم:

$$P=\frac{V^۲}{R}=\frac{(۳۰)^۲}{۳۰}\Rightarrow P=۳۰W$$

B ۱۹۰۷ ۴

خط فکری چرا بعضی از شما دانش‌آموزان عزیز با دیدن مدار سریعاً به سراغ به دست آوردن مقاومت معادل می‌روید؟ در این مسئله می‌توان مدار متشکل از دو قسمت در نظر گرفت، یکی قسمت سمت راست باتری و دیگری قسمت سمت چپ باتری که هر دو قسمت با باتری موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر این قسمت‌ها با هم برابر و برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری است. بنابراین شما در حل این مسئله کافی است اختلاف پتانسیل قسمت سمت راست که مقاومت ۲ اهمی در آن است و توان آن را داریم را حساب کنید و نیازی به محاسبهٔ مقاومت معادل کل مدار وجود ندارد.
مدار را بدون قسمت سمت چپ رسم می‌کنیم.
توان مقاومت $R_۱=۲\Omega$ را داریم، از این رو می‌توان جریان $I_۱$ را حساب کرد:

$$P=R_۱I_۱^۲\Rightarrow ۸=۲I_۱^۲\Rightarrow I_۱=۲A$$



در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. مقاومت معادل شاخهٔ $R_۲$ و $R_۳$ برابر ۸Ω است، یعنی ۴ برابر مقاومت $R_۱=۲\Omega$ است، پس جریان $I_۲$، $\frac{۱}{۴}$ جریان $I_۱$ است.

$$I_۲=\frac{۱}{۴}I_۱=\frac{۱}{۴}\times۲=۰/۵A$$

بنابراین جریان I خواهد شد:

$$I=I_۱+I_۲=۲/۵A$$

مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$، $R_۳$ و $R_۴$ را به دست می‌آوریم.

مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند:

$$R_{۲۳}=R_۲+R_۳=۸\Omega$$

مقاومت معادل $R_{۲۳}$ با مقاومت $R_۱$ موازی است.

$$R_{۱۲۳}=\frac{۸\times۲}{۸+۲}=۱/۶\Omega$$

مقاومت $R_{۱۲۳}$ با مقاومت $R_۴$ متوالی است و مقاومت معادل قسمت سمت راست برابر است با:

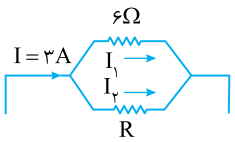
$$R_{eq}=R_۴+R_{۱۲۳}\Rightarrow R_{eq}=۰/۸+۱/۶\Rightarrow R_{eq}=۲/۴\Omega$$

اکنون اختلاف پتانسیل دو سر مدار خواهد شد:

$$V=V_{AB}=R_{eq}I=۲/۴\times۲/۵=۲/۴\times\frac{۱۰}{۴}\Rightarrow V=۶V$$

A ۱۹۰۸ ۴

۱ ابتدا جریان عبوری از مقاومت ۶ اهمی را به دست می‌آوریم:



$$U=RI^۲t$$

$$۲۴=۶\times I_۱^۲\times۱\Rightarrow I_۱^۲=۴\Rightarrow I_۱=۲A$$

۲ با توجه به مدار:

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow I_۲=۳-۲=۱A$$

۳ مقاومت‌های ۶Ω و R موازی هستند.

$$V_{۶\Omega}=V_R\Rightarrow۲\times۶=۱\times R\Rightarrow R=۱۲\Omega$$

۴ در نهایت گرمای تولید شده در مقاومت ۱۲ اهمی در مدت ۳s را محاسبه می‌کنیم:

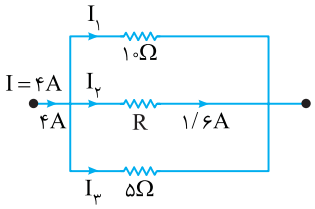
$$U=RI^۲t\Rightarrow U=۱۲\times(۱)^۲\times۳=۳۶J$$

B ۱۹۰۹ ۳

جریان $I=۴A$ بین سه شاخهٔ موازی تقسیم می‌شود:

$$I_۱+I_۲+I_۳=۴A\Rightarrow I_۱+I_۳=۴-۱/۶=۲/۴A$$

جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. پس اگر به مقاومت ۱۰Ω جریان $I_۱=x$ برسد به مقاومت ۵Ω جریان $I_۳=۲x$ می‌رسد، بنابراین:



$$I_۳+I_۱=۲/۴\xrightarrow{I_۳=۲I_۱}I_۱=\frac{۲/۴}{۳}=۰/۸A\Rightarrow I_۳=۲\times۰/۸=۱/۶A$$

مقاومت R و مقاومت ۵Ω با هم موازی هستند و جریان هر دو برابر $۱/۶A$ است. بنابراین مقاومت R نیز ۵Ω است. انرژی مصرف شده در مقاومت R خواهد شد:

$$U_R=P_Rt=RI^۲t\Rightarrow U_R=۵\times(۱/۶)^۲\times۲۵\times۶۰\Rightarrow U_R=۱۹۲۰۰J=۱۹/۲kJ$$

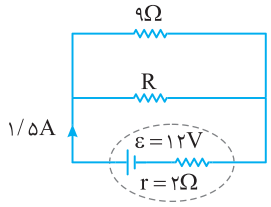
B ۱۹۱۰ ۱

خط فکری با توجه به اعداد روی مدار، جریان مدار $۱/۵A$ است به کمک جریان ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب کنید. سپس به کمک مقاومت معادل به سراغ یافتن مقدار مقاومت R بروید با داشتن مقاومت R می‌توانید جریان R (و یا ولتاژ دو سر R) را حساب کرده و توان مصرفی آن را بیابید. البته ما جریان R را به‌دست آورده‌ایم.

۱ جریان مدار $۱/۵A$ است. با توجه به مدار $I_{مدار}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$، مقدار R_{eq} را به‌دست می‌آوریم:

$$۱/۵=\frac{۱۲}{R_{eq}+۲}\Rightarrow۱/۵R_{eq}+۳=۱۲\Rightarrow۱/۵R_{eq}=۹\Rightarrow R_{eq}=۶\Omega$$

۲ مقاومت R و ۹Ω موازی‌اند:



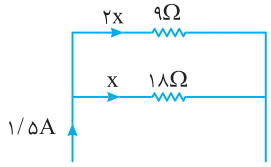
$$\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۹}=\frac{۱}{۶}\Rightarrow\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۶}-\frac{۱}{۹}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{R}=\frac{۳}{۱۸}-\frac{۲}{۱۸}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۱۸}\rightarrow R=۱۸\Omega$$

یادآوری جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقدار مقاومت تقسیم می‌شود.

۳ جریان عبوری از مقاومت ۱۸Ω را x بگیرید، جریان مقاومت ۹Ω برابر $۲x$ می‌شود:



$$x+۲x=۱/۵A\Rightarrow۳x=۱/۵$$

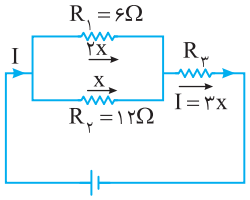
$$\Rightarrow x=۰/۵A$$

۴ توان مصرفی مقاومت ۱۸Ω برابر است با:

$$P=RI^۲\Rightarrow P=۱۸\times(۰/۵)^۲\Rightarrow P=۱۸\times\frac{۱}{۴}=۴/۵W$$

B ۱۹۱۱ ۳

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. اگر جریان مقاومت $R_۲=۱۲\Omega$ را x در نظر بگیریم، جریان مقاومت $R_۱=۶\Omega$ برابر $۲x$ می‌شود و جریان مدار خواهد شد: $I=x+۲x=۳x$



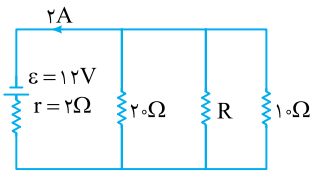
با توجه به فرض مسئله توان مصرفی در مقاومت $R_۳$، ۶ برابر توان مصرفی در مقاومت $R_۲$ است، بنابراین:

$$P_۳=۶P_۲\xrightarrow{P=RI^۲}R_۳(۳x)^۲=۶\times۱۲(x)^۲\Rightarrow۹R_۳=۶\times۱۲\Rightarrow R_۳=۸\Omega$$

B ۱۹۱۲ ۴

خط فکری ابتدا باید به کمک جریان داده شده به سراغ مقاومت معادل بروید تا بتوانید مقاومت R را حساب کنید و در آخر با به‌دست آوردن ولتاژ دو سر باتری که با ولتاژ دو سر تک تک مقاومت‌های موازی با آن برابر است، انرژی مصرفی در مقاومت R را به دست بیاورید.

ابتدا مقاومت معادل مدار را به کمک جریان آن حساب می‌کنیم:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow۲=\frac{۱۲}{R_{eq}+۲}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=۴\Omega$$

سه مقاومت مدار با هم موازی‌اند و مقاومت معادل خواهد شد:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۱۰}\Rightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{R+۲۰+۲R}{۲۰R}\Rightarrow۵R=۳R+۲۰\Rightarrow R=۱۰\Omega$$

اختلاف پتانسیل دو سر R با ولتاژ دو سر باتری برابر است زیرا با هم موازی‌اند. اختلاف پتانسیل دو سر باتری را حساب می‌کنیم:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱۲-۲\times۲\Rightarrow V=۸V$$

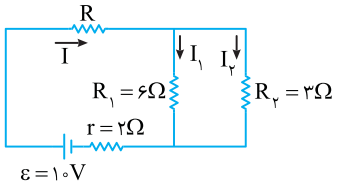
انرژی مصرفی در مقاومت R در مدت ۱ دقیقه برابر است با:

$$P=\frac{V^۲}{R}t\xrightarrow{t=۶۰s}P=\frac{۶۴}{۱۰}\times۶۰\Rightarrow P=۳۸۴J$$

B ۱۹۱۳ ۲

۱ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. یعنی جریان مقاومت $R_1=6\Omega$، اگر I_1 باشد، جریان مقاومت $R_2=3\Omega$، برابر $I_2=2I_1$ است. از طرفی جریان مدار برابر مجموع جریان‌های I_1 و I_2 است.

$$I=I_1+I_2\Rightarrow I=\frac{I_2}{2}+I_2\Rightarrow I_2=\frac{2}{3}I$$



۲ توان مصرفی در مقاومت $R_2=3\Omega$، $\frac{4}{3}$ برابر توان مصرفی در مقاومت R است. بنابراین:

$$P_2=\frac{4}{3}P_R\Rightarrow R_2I_2^2=\frac{4}{3}RI^2\Rightarrow 3\times(\frac{2I}{3})^2=\frac{4}{3}RI^2\Rightarrow 3\times\frac{4}{9}=\frac{4}{3}R\Rightarrow R=1\Omega$$

۳ مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند.

$$R_{12}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{6\times3}{6+3}=2\Omega$$

مقاومت R_{12} با مقاومت R متوالی است و مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=R+R_{12}\Rightarrow R_{eq}=1+2\Rightarrow R_{eq}=3\Omega$$

جریان مدار برابر خواهد شد با:

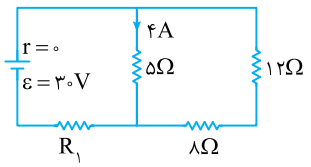
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{10}{3+2}\Rightarrow I=\frac{10}{5}A=2A$$

۴ ولتاژ دو سر باتری را حساب می‌کنیم.

$$V=\varepsilon-Ir=10-2\times2=6V$$

بازی با سوال در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت R_1 چند وات است؟

خارج تجربی - ۸۷



۱) ۲۵
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۶۰

گزینهٔ ۳

B ۱۹۱۴ ۳

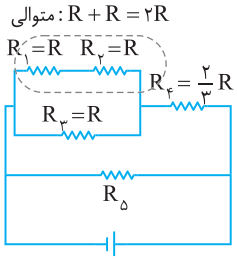
خط فکری مسئله را باید با دو نکته زیر حل کنیم:

۱) در مقاومت‌های موازی، توان با مقاومت نسبت وارون دارد. $\frac{P_2}{P_1}=\frac{R_1}{R_2}$

۲) در مقاومت‌های متوالی، توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد. $\frac{P_2}{P_1}=\frac{R_2}{R_1}$

باید از مقاومت $R_3=R$ شروع کنیم و توان این مقاومت را P فرض کنیم و براساس آن توان تک‌تک شاخه‌ها را بررسی کنیم.

مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم.



۱ توان مقاومت R_3، P است مقاومت $R_{12}=2R$ با R_3 موازی بنابراین توان مصرفی در شاخه R_1 و R_2 نصف P $(\frac{P}{2})$ است.

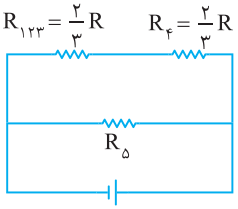
۲ مجموع توان مصرفی در کل مقاومت R_1 و R_2 و R_3 برابر است با:

$$P+\frac{P}{2}=\frac{3}{2}P$$

۳ مقاومت معادل R_1 و R_2 و R_3 را حساب می‌کنیم

$$\frac{1}{R_{123}}=\frac{1}{2R}+\frac{1}{R}\Rightarrow R_{123}=\frac{2R}{3}$$

۴ مقاومت R_{123} با مقاومت R_4 متوالی است و دو مقاومت برابرند بنابراین توان R_4 نیز $\frac{3P}{2}$ است.



۵ کل توان R_1 و R_2 و R_3 و R_4 برابر است با:

$$\frac{3P}{2}+\frac{3P}{2}=3P$$

۶ جالب شد با توجه به فرض مسئله توان مقاومت R_3، $\frac{1}{3}$ توان مقاومت R_5 است یعنی

$$P_3=\frac{1}{3}P_5\Rightarrow P_5=3P_3\xrightarrow{P_3=P}P_5=3P$$

کل توان شاخه شامل R_{1234} با توان شاخه شامل R_5 که با آن موازی است برابر شده است یعنی مقاومت R_5 برابر مقاومت معادل R_{1234} است.

$$R_{1234}=\frac{2}{3}R+\frac{2}{3}R\Rightarrow R_5=\frac{4}{3}R$$

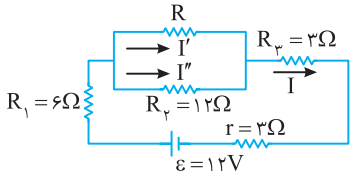
دو مقاومت R_5 و R_{1234} موازی‌اند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{3}{4R}+\frac{3}{4R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{2}{3}R$$

B ۱۹۱۵ ۲

با توجه به فرض مسئله:

$$P_2=P_3\Rightarrow R_2I''^2=R_3I^2\qquad 12I''^2=3I^2\Rightarrow I''=\frac{I}{2}$$



بنابراین باید I' برابر باشد با:

$$I'=I-I''\Rightarrow I'=I-\frac{I}{2}\Rightarrow I'=\frac{I}{2}$$

جریان مقاومت‌های R و $R_2=12\Omega$ که با هم موازیند، یکی شده است بنابراین دو مقاومت با هم برابرند.

$$R=R_2=12\Omega$$

مقاومت معادل R و R_3 خواهد شد:

$$\frac{12}{2}=6\Omega$$

مقاومت معادل کل مدار را به‌دست می‌آوریم.

$$R_{eq}=6+6+3\Rightarrow R_{eq}=15\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{15+3}\Rightarrow I=\frac{2}{3}A$$

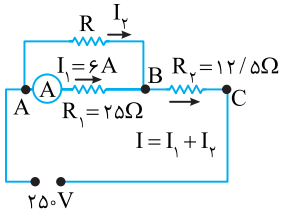
اختلاف پتانسیل دو سر باتری خواهد شد:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=12-\frac{2}{3}\times3\Rightarrow V=10V$$

B ۱۹۱۶ ۱

خط فکری باید از مقاومتی که جریان آن داده شده است، شروع کنید و به کمک آن جریان و ولتاژ شاخه‌های دیگر را به دست آورید.

۱ آمپرسنج جریان مقاومت R_1 را $6A$ نشان می‌دهد، بنابراین ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_1=25\Omega$ را به دست می‌آوریم:



$$V_{AB}=I_1R_1=6\times25$$
$$\Rightarrow V_{AB}=150V$$

۲ مجموع V_{AB} و V_{BC} برابر اختلاف پتانسیل دو سر منبع نیروی محرکه است. از این رو:

$$V_{AB}+V_{BC}=250\Rightarrow 150+V_{BC}=250\Rightarrow V_{BC}=100V$$

۳ جریان مقاومت $R_۲$ که با منبع متوالی است برابر جریان کل مدار است. جریان I را می‌توان به دست آورد:

$$I=\frac{V_{BC}}{R_۲}\Rightarrow I=\frac{۱۰۰}{۱۲/۵}\Rightarrow I=۸A$$

۴ جریان کل مدار برابر مجموع جریان $I_۱$ و $I_۲$ است. جریان مقاومت R برابر خواهد شد با:

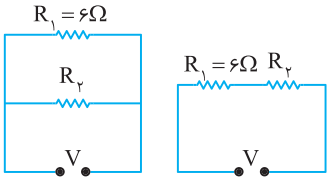
$$I_۱+I_۲=I\Rightarrow I_۲=I-I_۱\Rightarrow I_۲=۸-۶\Rightarrow I_۲=۲A$$

۵ ولتاژ دو سر R برابر V_{AB} و ۱۵۰V و جریان آن ۲A است. بنابراین انرژی مصرفی آن در مدت ۳۰ دقیقه برابر خواهد شد با:

$$U=Pt\Rightarrow U=VIt\Rightarrow U=۱۵۰\times۲\times\frac{۳۰}{۶۰}=۱۵۰Wh\Rightarrow U=۰/۱۵kWh$$

۴ ۱۹۱۷ B

خط فکری ولتاژ دو سر مقاومت‌ها در شکل‌های (۱) و (۲) ثابت و برابر V است. بنابراین باید از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ توان‌ها را مقایسه کرد. برای این کار باید مقاومت معادل را در دو حالت به دست بیاورید.



شکل(۱) شکل(۲)

۱ مقاومت معادل در شکل (۱): $R_{(۱)}=R_۱+R_۲=۶+R_۲$ و $R_۱$ و $R_۲$ متوالی

مقاومت معادل در شکل (۲): $R_{(۲)}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۶R_۲}{۶+R_۲}$ و $R_۱$ و $R_۲$ موازی

۲ توان مصرفی شکل (۲)، ۴/۵ برابر توان مصرفی شکل (۱) است، از این رو می‌توان نوشت:

$$P_{(۲)}=۴/۵P_{(۱)}\Rightarrow\frac{V^۲}{R_{(۲)}}=۴/۵\frac{V^۲}{R_{(۱)}}\Rightarrow\frac{۱}{\frac{۶R_۲}{۶+R_۲}}=\frac{۴/۵}{۶+R_۲}\Rightarrow$$

$$\frac{۶+R_۲}{۶R_۲}=\frac{۴/۵}{۶+R_۲}\Rightarrow۳۶+R_۲^۲+۱۲R_۲=۲۷R_۲\Rightarrow R_۲^۲-۱۵R_۲+۳۶=۰$$

$$(R_۲-۱۲)(R_۲-۳)=۰\Rightarrow\begin{cases}R_۲=۱۲\Omega\\R_۲=۳\Omega\end{cases}$$

۳ ۱۹۱۸ B

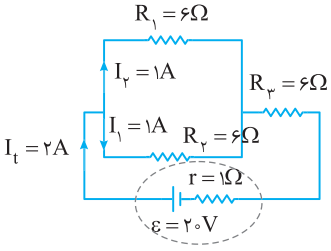
جریان کل در حالت اول را به‌دست می‌آوریم $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۲۰}{۹+۱}=۲A$

مقاومت معادل $R_{eq}=۹\Omega$ است، $R_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$R_{eq}=۹\Omega$$

$$R_{eq}=R_{۱,۲}+R_۳\Rightarrow۹=R_{۱,۲}+۶\Rightarrow R_{۱,۲}=۳\Omega$$

$$R_{۱,۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}\Rightarrow۳=\frac{۶\times R_۲}{۶+R_۲}\Rightarrow R_۲=۶\Omega$$



با دانستن $R_۲$ و با توجه به شکل جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ به‌دست می‌آیند:

$$I_۱=I_۲, I_۱+I_۲=۲A\Rightarrow I_۱=I_۲=۱A$$

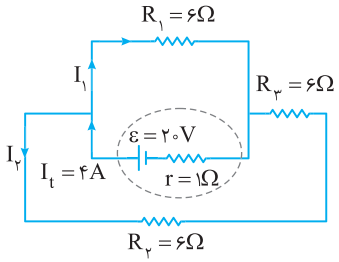
توان مصرفی مقاومت $R_۲$ در حالت اول برابر است با: $P_۱=I_۱^۲R_۲=۱\times۶=۶$

با توجه به شکل مقاومت معادل در حالت دوم را به‌دست می‌آوریم. در این حالت، مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند و معادل آن‌ها با مقاومت $R_۱$ موازی است.

$$R_{۲۳}=R_۲+R_۳=۱۲\Omega$$

$$R_{eq}=\frac{R_۱R_{۲,۳}}{R_۱+R_{۲,۳}}=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}=\frac{۱۲}{۳}=۴\Omega$$

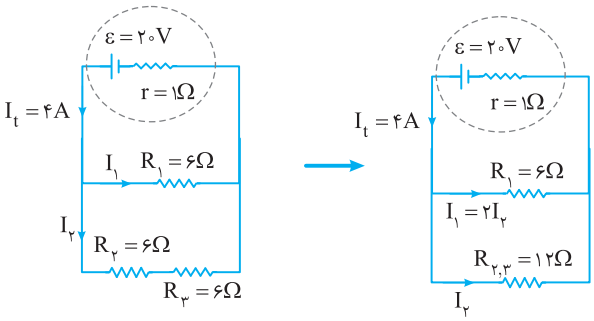
در حالت دوم مطابق مدار زیر جریان کل برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۲۰}{۴+۱}=۴A$



جریان عبوری از $R_۲$ را با توجه به شکل به‌دست می‌آوریم:

$$I=I_۱+I_۲, I_۱=۲I_۲\Rightarrow۴=۳I_۲\Rightarrow I_۲=\frac{۴}{۳}, I_۱=\frac{۸}{۳}$$

جریان عبوری از $R_۲$، $\frac{۴}{۳}A$ است.

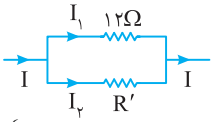


توان مصرفی $R_۲$ در حالت دوم برابر است با: $P_۲=I_۲^۲R_۲=(\frac{۴}{۳})^۲\times۶=\frac{۳۲}{۳}$

$$\Delta P=P_۲-P_۱=\frac{۳۲}{۳}-۶=\frac{۳۲}{۳}-\frac{۱۸}{۳}=\frac{۱۴}{۳}W$$

۳ ۱۹۱۹ B

خط فکری برای مقایسهٔ توان مصرفی‌ها از رابطهٔ $P=RI^۲$ کمک می‌گیریم. به این منظور اگر جریان مدار را I بگیریم جریان عبوری از R' برابر خواهد شد با:



$$\begin{cases}I_۱+I_۲=I\\۱۲I_۱=R'I_۲\Rightarrow I_۱=\frac{R'}{۱۲}I_۲\end{cases}\text{ چون دو مقاومت موازی‌اند}$$

$$I_۱+I_۲=I\Rightarrow\frac{R'}{۱۲}I_۲+I_۲=I\Rightarrow\frac{R'+۱۲}{۱۲}I_۲=I\Rightarrow I_۲=\frac{۱۲}{R'+۱۲}I$$

حال با توجه به نسبت توان‌های مقاومت $۴/۵\Omega$ و R' داریم:

$$۲P_{R'}=P_{۴/۵}\Rightarrow۲R'I_۲^۲=۴/۵\times I^۲\Rightarrow۲R'(\frac{۱۲I}{R'+۱۲})^۲=\frac{۹}{۲}I^۲$$

از دو طرف معادله $I^۲$ را ساده می‌کنیم:

$$۲R'(\frac{۱۴۴}{R'^۲+۱۴۴+۲۴R'})=\frac{۹}{۲}\Rightarrow\frac{۶۴R'}{R'^۲+۱۴۴+۲۴R'}=۱$$

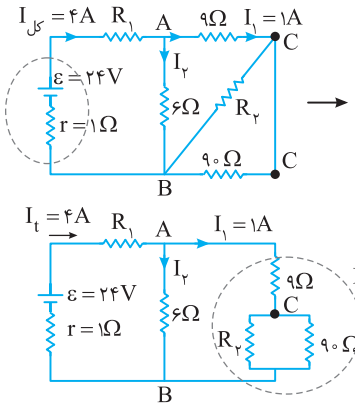
$$\Rightarrow R'^۲+۲۴R'+۱۴۴=۶۴R'$$

$$\Rightarrow R'^۲-۴۰R'+۱۴۴=۰\Rightarrow(R'-۴)(R'-۳۶)=۰\Rightarrow R'=۴\Omega\text{ یا }۳۶\Omega$$

کمترین مقدار R' خواسته شده یعنی $R'=۴\Omega$ است.

B ۱۹۲۰ | ۲

خط فکری شکل مدار را ساده‌تر رسم کنید تا بتوانید تقسیم جریان در هر شاخه را راحت‌تر درک کنید. مقاومت $R_۲$ و ۹۰Ω موازی و با مقاومت ۹Ω متوالی هستند و مجموعهٔ آن‌ها با مقاومت ۶Ω موازی است.



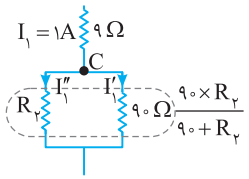
۱ جریان کل مدار $۴A$ وقتی به نقطهٔ A می‌رسد، به دو شاخه $I_۱=۱A$ و $I_۲$ تقسیم می‌شود بنابراین جریان $I_۲$ خواهد شد:

$$I_t=I_۱+I_۲\Rightarrow ۴=۱+I_۲\Rightarrow I_۲=۳A$$

۲ مقاومت ۶Ω با مقاومت R' موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر V_{AB} است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$I_۲\times ۶=I_۱\times R'\Rightarrow ۳\times ۶=۱\times R'\Rightarrow R'=۱۸\Omega$$

به مقاومت R' نگاه کنید. در آن یک مقاومت ۹Ω با مقاومت معادل ۹۰Ω و $R_۲$ متوالی است:

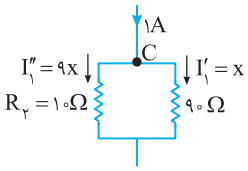


$$R'=۹+\frac{۹۰\times R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۱۸=۹+\frac{۹۰\times R_۲}{۹۰+R_۲}$$

$$۹=\frac{۹۰\times R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۱=\frac{۱۰R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۹۰+R_۲=۱۰R_۲\Rightarrow R_۲=۱۰\Omega$$

جریان $I_۱$ در نقطهٔ C به دو جریان $I'_۱$ و $I''_۱$ تقسیم می‌شود. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

یعنی اگر جریان مقاومت ۹۰Ω را با حرف x نمایش دهیم جریان مقاومت ۱۰Ω برابر $۹x$ می‌شود در این صورت:



$$۱A=x+۹x\Rightarrow I'_۱=x=۰/۱A$$

$$I''_۱=۱-۰/۱=۰/۹A$$

یادآوری توان مصرفی در یک مقاومت از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

$$P=VI=\frac{V^۲}{R}=RI^۲$$

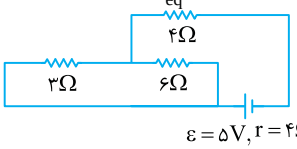
از رابطهٔ $P=RI^۲$ توان مصرفی را حساب می‌کنیم:

$$P_۲=R_۲I''^۲_۱\Rightarrow P_۲=۱۰\times(۰/۹)^۲\Rightarrow P_۲=۸/۱W$$

B ۱۹۲۱ | ۳

خط فکری وقتی مدار دارای کلید است، باید مسئله را در دو حالت بررسی کنید و در هر حالت مقاومت معادل مدار را حساب کنید و از رابطهٔ $P_{کل}=\frac{V^۲_{کل}}{R_{eq}}$ توان را در دو حالت به دست آورده با هم مقایسه کنید.

حالت اول کلید باز: وقتی کلید باز است مقاومت $R_۲=۶\Omega$ به مدار وصل نیست و مدار شامل دو مقاومت متوالی ۱۲ اهمی است و مقاومت معادل مدار برابر است با:

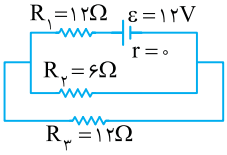


$$R_{eq}=R_۱+R_۳=۱۲+۱۲=۲۴\Omega$$

توان مصرفی مدار خواهد شد:

$$P_{کل}=\frac{V^۲}{R_{eq}}\Rightarrow P=\frac{\varepsilon^۲}{۲۴}\Rightarrow P=\frac{۱۲\times ۱۲}{۲۴}\Rightarrow P=۶W$$

حالت دوم کلید بسته: هر سه مقاومت در مدار قرار دارند.



مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند:

$$R_{۱۲}=\frac{۶\times ۱۲}{۶+۱۲}=۴\Omega$$

مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت $R_۳$ متوالی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R'_{eq}=R_۳+R_{۱۲}=۱۲+۴=۱۶\Omega$$

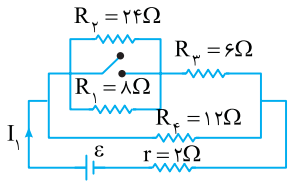
توان مصرفی مدار برابر است با:

$$P=\frac{V^۲}{R}\Rightarrow P'=\frac{\varepsilon^۲}{R'_{eq}}\Rightarrow P'=\frac{۱۲^۲}{۱۶}\Rightarrow P'=۹W$$

بنابراین توان $۹-۶=۳W$ افزایش می‌یابد.

B ۱۹۲۲ | ۲

قبل از بستن کلید، تمام مقاومت‌ها در مدار هستند.



$$R_{۱۲}=\frac{۲۴\times ۸}{۲۴+۸}=\frac{۲۴}{۴}=۶$$

$R_{۱۲}$ با $R_۳$ متوالی است:

$$R_{۱۲۳}=R_{۱۲}+R_۳=۶+۶=۱۲\Omega$$

$R_{۱۲۳}$ و $R_۴$ موازی هستند:

$$R_{eq}=\frac{۱۲\times ۱۲}{۱۲+۱۲}=۶\Omega$$

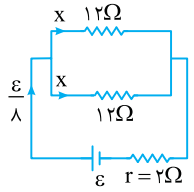
جریان مدار در حالتی که کلید باز است برابر است با:

$$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{۶+۲}\Rightarrow I_۱=\frac{\varepsilon}{۸}$$

جریان مقاومت ۱۲ اهمی در این حالت را برابر x می‌گیریم:

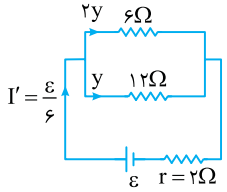
$$۲x=\frac{۴}{۸}\Rightarrow x=\frac{۴}{۱۶}$$

وقتی کلید را می‌بندیم مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ اتصال کوتاه شده، از مدار حذف می‌شوند:



$$R'_{eq}=R_{۳۴}=\frac{۱۲\times ۶}{۱۲+۶}=\frac{۱۲}{۳}=۴\Omega$$

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{۴+۲}=\frac{\varepsilon}{۶}$$



$$۲y+۳y=I'\Rightarrow ۳y=\frac{\varepsilon}{۶}\Rightarrow y=\frac{\varepsilon}{۱۸}$$

جریان عبوری از مقاومت ۱۲Ω در حالت بستن کلید برابر است با: $\frac{\varepsilon}{۱۸}$

اختلاف توان مصرفی در مقاومت ۱۲ اهمی برابر است با:

$$P'-P=R(I'^۲-I^۲)\Rightarrow P'-P=۱۲\times(\frac{\varepsilon}{(۱۸)^۲}-\frac{\varepsilon^۲}{(۱۶)^۲})$$

جریان عبوری از مقاومت ۱۲Ω، کاهش یافته بنابراین توان مصرفی آن کاهش می‌یابد.

$$P-P'=-\frac{۱۷}{۳}$$

$$\Rightarrow ۱۲((\frac{۴}{۱۸})^۲-(\frac{۴}{۱۶})^۲)=-\frac{۱۷}{۳}\Rightarrow ۱۲(\frac{۴}{۱۸}-\frac{۴}{۱۶})(\frac{۴}{۱۸}+\frac{۴}{۱۶})=-\frac{۱۷}{۳}$$

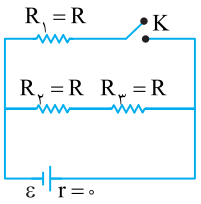
$$۱۲(\frac{۴۴-۴/۵\varepsilon}{۷۲})(\frac{۴۴+۴/۵\varepsilon}{۷۲})=-\frac{۱۷}{۳}$$

$$۱۲(\frac{-۰/۵\times ۸/۵\varepsilon^۲}{(۷۲)^۲})=-\frac{۱۷}{۳}\Rightarrow \frac{۱۲}{۷۲^۲}\times\frac{۱۷}{۴}\times\varepsilon^۲=\frac{۱۷}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{۳۴^۲}{(۷۲)^۲}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow \frac{\varepsilon^۲}{(۷۲)^۲}=\frac{۱}{۹}\Rightarrow \frac{\varepsilon}{۷۲}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow \varepsilon=۲۴V$$

B ۴ ۱۹۲۳

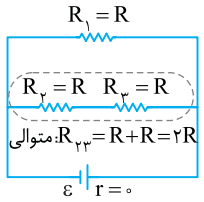
در حالت اول که کلید باز است دو مقاومت $R_۲$ و $R_۳$ متوالی بوده و توان مصرفی مدار برابر است با:



حالت اول

$$P=\frac{V^۲}{R_{eq}}\Rightarrow P=\frac{\varepsilon^۲}{R+R}=\frac{\varepsilon^۲}{۲R}$$

حالت دوم با بستن کلید K مقاومت $R_۱=R$ به طور موازی به مقاومت‌های متوالی $R_۲$ و $R_۳$ اضافه می‌شود و مقاومت معادل خواهد شد:



حالت دوم

$$R'_{eq}=\frac{R_۱\times R_{۲۳}}{R_۱+R_{۲۳}}=\frac{R\times ۲R}{R+۲R}=\frac{۲}{۳}R$$

توان مصرفی مدار در حالت دوم برابر است با: $P'=\frac{V^۲}{R'_{eq}}\Rightarrow P'=\frac{\varepsilon^۲}{\frac{۲}{۳}R}\Rightarrow P'=\frac{۳}{۲}\frac{\varepsilon^۲}{R}$

بنابراین نسبت توان حالت دوم به توان حالت اول خواهد شد: $\frac{P'}{P}=\frac{\frac{۳}{۲}\frac{\varepsilon^۲}{R}}{\frac{\varepsilon^۲}{۲R}}=۳$

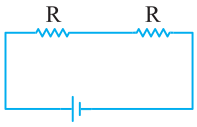
میانبر هرگاه باتری آرمانی باشد $(r=۰)$ با هر تغییری در مقاومت خارجی، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر نیروی محرکهٔ آن است. از این‌رو: $\frac{P'}{P}=\frac{I'}{I}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}$

۱ توان خروجی باتری (توان مصرفی در مقاومت خارجی) با مقاومت معادل نسبت وارون دارد.

۲ جریان کل مدار (جریان خروجی از باتری) با مقاومت معادل نسبت وارون دارد.

B ۴ ۱۹۲۴

وقتی کلید باز است در مدار دو مقاومت وجود دارد و توان مصرفی مدار خواهد شد:



$$P_۱=\frac{\varepsilon^۲}{۲R}\Rightarrow P_۱=\frac{(۱۸)^۲}{۲R}=\frac{۹\times ۱۸}{R}$$

وقتی کلید بسته می‌شود مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R_{eq}=R+\frac{R}{۲}=\frac{۳R}{۲}$

توان در این حالت را به‌دست می‌آوریم:

$$P_۲=\frac{\varepsilon^۲}{\frac{۳R}{۲}}\Rightarrow P_۲=\frac{۲\varepsilon^۲}{۳R}\Rightarrow P_۲=\frac{۲\times ۱۸\times ۱۸}{۳R}\Rightarrow P_۲=\frac{۱۲\times ۱۸}{R}$$

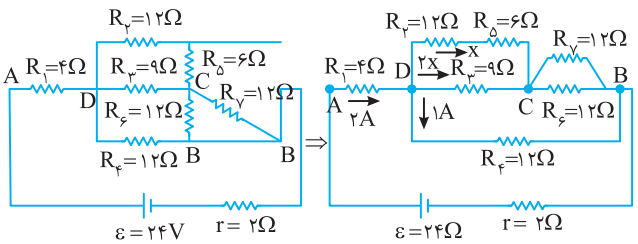
بنا به فرض مسئله اختلاف توان‌ها برابر ۹W است از این‌رو خواهیم داشت:

$$P_۲-P_۱=۹\Rightarrow\frac{۱۲\times ۱۸}{R}-\frac{۹\times ۱۸}{R}=۹\Rightarrow\frac{۱۲-۹}{R}\times ۱۸=۹\Rightarrow(۱۲-۹)\times ۲=R\Rightarrow R=۶\Omega$$

B ۲ ۱۹۲۵

باید مقاومت معادل مدار و جریان مدار را به‌دست آورده و جریان را بین شاخه‌ها تقسیم کنید تا جریان عبوری از مقاومت ۶Ω را به‌دست آورده و توان مصرفی آن را به‌دست بیاورید. این کار را در دو حالت زیر باید انجام دهید.

حالت اول: ابتدا در شکل‌های زیر به جهت جریان‌ها دقت کنید.



مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۵$ متوالی هستند. $R_{۲۵}=۱۲+۶=۱۸\Omega$

مقاومت $R_{۲۵}$ با مقاومت $R_۳$ موازی است. $R_{۲۳۵}=\frac{۱۸\times ۹}{۱۸+۹}=۶\Omega$

مقاومت‌های $R_۶$ و $R_۷$ موازی هستند. $R_{۶۷}=\frac{۱۲}{۲}=۶\Omega$

مقاومت‌های $R_{۶۷}$ و $R_{۲۳۵}$ متوالی هستند. $R_{۲۳۵۶۷}=۶+۶=۱۲\Omega$

مقاومت بین B و D خواهد شد: $R_{BD}=\frac{۱۲}{۲}=۶\Omega$

مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم. $R_{eq}=R_۱+R_{BD}=۴+۶=۱۰\Omega$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۱۰+۲}\Rightarrow I=۲A$

اکنون جریان را مطابق شکل بالا تقسیم می‌کنیم.

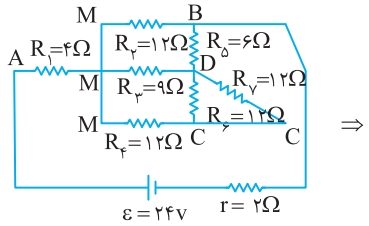
دوباره به شکل نگاه کنید. مقاومت شاخه بالایی BD و شاخهٔ پایینی آن یکسان و برابر ۱۲Ω است. بنابراین جریان به دو شاخه یکسان ۱A تقسیم می‌شود. جریان ۱A شاخه بالایی به دو قسمت x و ۲x تقسیم می‌شود. از این‌رو: $x+۲x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۳}A$

جریان گذرنده از مقاومت ۶Ω برابر $\frac{۱}{۳}A$ و توان آن برابر است با:

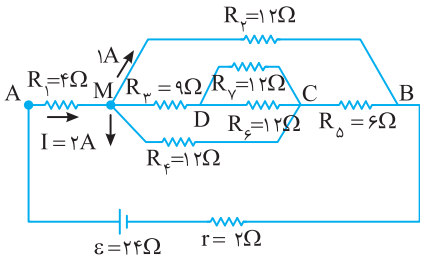
$$P=RI^۲\Rightarrow P=۶\times(\frac{۱}{۳})^۲\Rightarrow P_۱=\frac{۲}{۳}W$$

خوب خسته نباشید. اکنون به سراغ حالت دوم و بسته شدن کلید به وضعیت ۲ برویم.

کلید در وضعیت (۲): با نامگذاری مدار را ساده می‌کنیم.



⇒



مقاومت $R_۶$ و $R_۷$ موازی هستند: $R_{۶۷}=\frac{۱۲}{۲}=۶\Omega$

مقاومت $R_{۶۷}$ با مقاومت $R_۴$ متوالی: $R_{۴۶۷}=۱۲+۶=۱۸\Omega$

مقاومت $R_{۴۶۷}$ با مقاومت $R_۳$ موازی: $R_{۳۴۶۷}=\frac{۹\times ۱۸}{۹+۱۸}=۶\Omega$

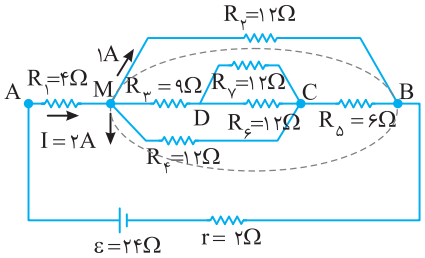
مقاومت شاخهٔ پایین بین B و M : $R_{MB}=۶+۶=۱۲\Omega$

این مقاومت با مقاومت $R_۲=۱۲\Omega$ موازی است بنابراین: $R_{eq_{MB}}=\frac{۱۲}{۲}=۶\Omega$

مقاومت معادل کل مدار خواهد شد:

$$R'_{eq}=R_۱+R_{eq}\Rightarrow R'_{eq}=۴+۶\Rightarrow R'_{eq}=۱۰\Omega$$

مقاومت معادل در هر دو حالت ۱۰Ω شده است بنابراین جریان کل مدار در این حالت $I'=۲A$ است که در نقطهٔ M به دو شاخه ۱A تقسیم می‌شود و جریان گذرنده از مقاومت ۶Ω برابر ۱A می‌شود.

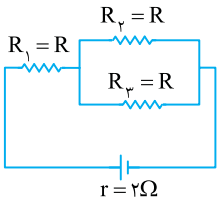


$P_۲=RI_۲^۲ \Rightarrow P_۲=۶\times۱=۶W$

نسبت $\frac{P_۲}{P_۱}$ خواهد شد: $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۶}{\frac{۲}{۳}}=۹$

۴ ۱۹۲۶ B

مقاومت معادل حالت اول را به‌دست می‌آوریم:

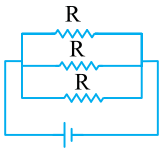


$R_{۲۳}=\frac{R^۲}{۲R}=\frac{R}{۲}$

$R_{eq}=R_۱+R_{۲۳}=R_{۱۲۳}$

$=\frac{R}{۲}+R=\frac{۳R}{۲}$

مقاومت معادل در حالت دوم را به‌دست می‌آوریم:



$R'_{eq}=\frac{R}{۳}$

جریان مدار در حالت اول و دوم را به‌دست می‌آوریم.

$I=\frac{\varepsilon}{\frac{۳R}{۲}} \Rightarrow I=\frac{۲\varepsilon}{۳R}, I'=\frac{\varepsilon}{\frac{R}{۳}}=\frac{۳\varepsilon}{R}$

باتری مقاومت داخلی ندارد و توان خروجی برابر است با:

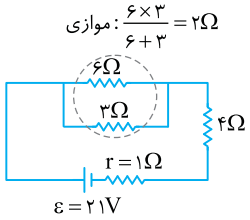
$P=\varepsilon I, P'=\varepsilon I' \Rightarrow \frac{P'}{P}=\frac{\varepsilon I'}{\varepsilon I} \Rightarrow \frac{P'}{۴}=\frac{\frac{۳\varepsilon}{R}}{\frac{۲\varepsilon}{۳R}}=\frac{۹}{۲} \Rightarrow P'=۱۸W$

۲ ۱۹۲۷ A

مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم:

مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω موازی و مقاومت معادل آن‌ها با ۴Ω متوالی است

بنابراین: $R_{eq}=۲+۴=۶\Omega$



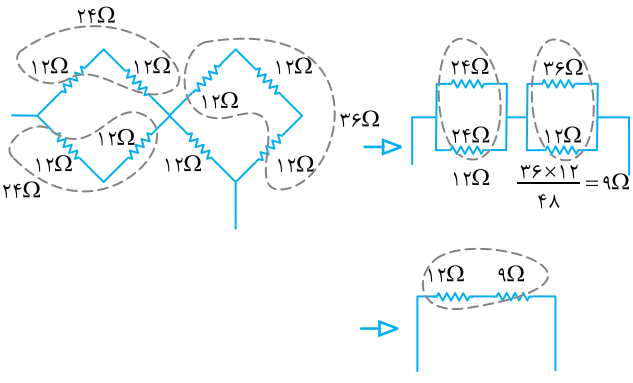
جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۲۱}{۶+۱}=۳A$

توان خروجی خواهد شد: $P=\varepsilon I-rI^۲ \Rightarrow P=۲۱\times۳-۱\times۹ \Rightarrow P=۶۳-۹=۵۴W$

۳ ۱۹۲۸ A

۱ ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم:



۲ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I=\frac{۴۴}{۲۱+۱}=۲A$

۳ توان خروجی باتری را به‌دست می‌آوریم:

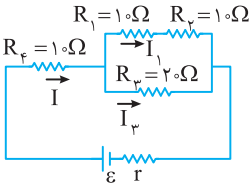
$P=\varepsilon I-rI^۲ \Rightarrow P=۴۴\times۲-۱\times۴ \Rightarrow P=۸۸-۴=۸۴W$

روش دیگر: $P_{\text{خروجی باتری}}=R_{eq}I^۲=۲۱\times(۲)^۲=۸۴W$

۲ ۱۹۲۹ B

یادآوری توان مصرفی در مقاومت‌های خارجی برابر توان خروجی از باتری است.

به کمک توان مقاومت $R_۱$، جریان $R_۱$ را حساب می‌کنیم:



$P=I_۱^۲R_۱ \Rightarrow ۱۰=I_۱^۲\times۱۰$

$\Rightarrow I_۱=۱A$

مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ که متوالی هستند، برابر $۱۰+۱۰=۲۰\Omega$ است.

مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت $R_۳$ موازی و هم‌اندازه‌اند، بنابراین جریان $R_۳$ نیز برابر $I_۳=۱A$ می‌شود و جریان کل مدار خواهد شد: $I=I_۱+I_۳=۱+۱=۲A$

مقاومت‌ها معادل را به دست می‌آوریم:

$R_۲$ با $R_{۱۲}$: $R_{۱۲}=۱۰+۱۰=۲۰\Omega$ متوالی $R_۱$

$R_{۱۲}$ با $R_{۱۲۳}$: $R_{۱۲۳}=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\Omega$ متوالی $R_۳$

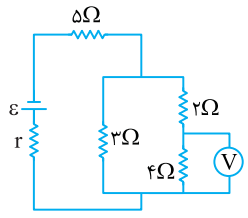
$R_{۱۲۳}$ با $R_۴$ متوالی است، بنابراین: $R_{eq}=۱۰+۱۰=۲۰\Omega$

توان خروجی باتری برابر است با: $P=R_{eq}I^۲=۲۰\times(۲)^۲=۸۰W$

میانبر در اینجا منظور از میانبر استفاده از درک شماست. در مقاومت‌های متوالی، توان‌ها با مقاومت‌ها نسبت مستقیم و در مقاومت‌های موازی توان‌ها با مقاومت‌ها نسبت وارون دارند.

توان $R_۱$، ۱۰W است، بنابراین توان $R_۲$ که با آن متوالی است نیز ۱۰W است و جمع توان در شاخه شامل $R_۱$ و $R_۲$، ۲۰W است، مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت شاخهٔ $R_۳$ برابر است، بنابراین توان $R_۳$ نیز ۲۰W است، یعنی توان مصرفی مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ برابر $۲۰+۲۰=۴۰W$ است. مقاومت معادل $R_{۱۲۳}=۱۰\Omega$ است که با مقاومت $R_۴$ برابر و با آن متوالی است، بنابراین توان مصرفی $R_۴$ نیز ۴۰W است و توان کل خروجی مدار برابر $۴۰+۴۰=۸۰W$ است.

بازی با سؤال **در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی ۴V را نشان می‌دهد. توان خروجی باتری چند وات است؟**



۱) ۱۴
۲) ۲۸
۳) ۲۱
۴) ۶۳

گزینهٔ ۴

۴ ۱۹۳۰ B

مقاومت‌ها با هم متوالی هستند، پس جریان عبوری از آن‌ها برابر است.

با توجه به نمودار در زمان یکسان و به ازای جریان برابر، انرژی گرمایی مقاومت (۱)، دو برابر انرژی گرمایی مقاومت (۲) است.

$U=RI^۲t$

$U_۱=۲U_۲ \Rightarrow R_۱I^۲t=۲R_۲I^۲t \Rightarrow R_۱=۲R_۲, R_{eq}=R_۱+R_۲ \Rightarrow R_{eq}=۳R_۲(I)$

توان خروجی باتری، برابر توان مصرفی مقاومت‌ها است:

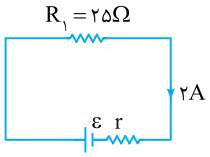
$$P=R_{eq}I^2 \xrightarrow{(I)} P=3R_1I^2 \Rightarrow 250\times10^{-3}=R_1I^2\times5$$

$$\Rightarrow R_1I^2=\frac{5}{100}\ (II) \xrightarrow{(II)} P=3\times\frac{5}{100}=\frac{15}{100}=\frac{3}{20}\,W$$

B ۳ | ۱۹۳۱

یادآوری توان خروجی از باتری برابر توان مصرفی در مدار خارجی است. $(P=R_{eq}I^2)$

در حالت اول: یک مقاومت 25Ω در مدار وجود دارد و جریان مدار $2A$ است. بنابراین:

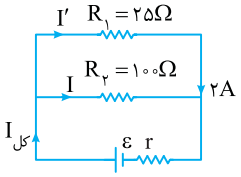


$$P_{خروجی}=RI^2=25\times4=100W$$

در حالت دوم: جریان مقاومت 25Ω برابر $1/92A$ است. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شوند. بنابراین از مقاومت 100Ω که ۴ برابر مقاومت 25Ω است، جریانی برابر $\frac{1}{4}\times1/92=0/48A$ می‌گذرد و جریان کل مدار خواهد شد:

$$I_{کل}=1/92+0/48\Rightarrow I_{کل}=2/4A$$

دو مقاومت موازی هستند و مقاومت معادل خواهد شد:



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{100\times25}{100+25}=\frac{100}{5}=20\Omega$$

توان خروجی برابر است با:

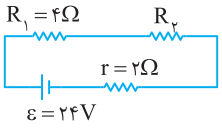
$$P'_{خروجی}=R_{eq}I^2_{کل}\Rightarrow P'_{خروجی}=20\times(2/4)^2=115/2W$$

بنابراین توان خروجی باتری به اندازهٔ $115/2-100=15/2W$ افزایش یافته است.

B ۳ | ۱۹۳۲

خط فکری ابتدا در حالت‌های متوالی و موازی مقاومت معادل را بر حسب R_2 حساب کنید. سپس به سراغ به‌دست آوردن جریان مدار و سرانجام به سراغ توان خروجی باتری بروید. اما یادتان باشد به یک معادلهٔ ریاضی می‌رسید که بهترین راه حل آن امتحان کردن گزینه‌هاست.

حالت اول: مقاومت‌های متوالی



$$R_{eq}=R_1+R_2\Rightarrow R_{eq}=4+R_2$$

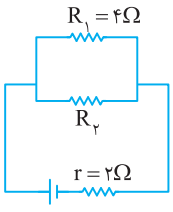
جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_1=\frac{24}{(4+R_2)+2}\Rightarrow I_1=\frac{24}{6+R_2}$$

توان خروجی همان توان مصرفی در مقاومت خارجی است:

$$P=R_{eq}I^2\Rightarrow P_1=R_{eq}I_1^2\Rightarrow P_1=(4+R_2)\left(\frac{24}{6+R_2}\right)^2$$

حالت دوم: مقاومت‌های موازی:



$$R_{eq_2}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow R_{eq_2}=\frac{4R_2}{4+R_2}$$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_2=\frac{24}{\frac{4R_2}{4+R_2}+2}$$

$$\Rightarrow I_2=\frac{24}{\frac{4R_2+8+2R_2}{4+R_2}}\Rightarrow I_2=\frac{24(4+R_2)}{6R_2+8}$$

توان خروجی خواهد شد:

$$P_2=R_{eq_2}\times I_2^2=\frac{4R_2}{4+R_2}\times\left(\frac{24(4+R_2)}{6R_2+8}\right)^2\Rightarrow P_2=4R_2\times\frac{24^2(4+R_2)}{(6R_2+8)^2}$$

بنا به فرض مسئله:

$$P_1=P_2-0/36P_2\Rightarrow P_1=0/64P_2$$

$$(4+R_2)\frac{24^2}{(6+R_2)^2}=0/64(4R_2)\frac{24^2(4+R_2)}{(6R_2+8)^2}$$

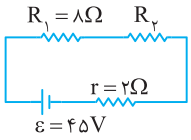
$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}}\frac{1}{6+R_2}=\frac{0/8\times2\sqrt{R_2}}{6R_2+8}$$

اکنون باید گزینه‌ها را در این معادله امتحان کرد که گزینهٔ (۳) در این معادله صدق می‌کند یعنی $R_2=4\Omega$.

$$\frac{1}{6+4}=\frac{0/8\times2\times\sqrt{4}}{6\times4+8}\Rightarrow\frac{1}{10}=\frac{0/8\times4}{32}\Rightarrow\frac{1}{10}=\frac{1}{10}$$

C ۲ | ۱۹۳۳

در حالت اول:



۱ مقاومت معادل:

$$R_{eq}=8+R_2$$

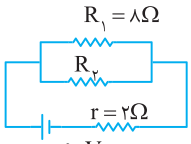
۲ جریان مدار:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{45}{8+R_2+2}\Rightarrow I=\frac{45}{10+R_2}$$

۳ توان خروجی باطری یا همان توان مصرفی در مدار خارجی:

$$P_1=R_{eq}I^2\Rightarrow P_1=(8+R_2)\left(\frac{45}{10+R_2}\right)^2$$

در حالت دوم: دو مقاومت موازی



۴ مقاومت معادل:

$$R'_{eq}=\frac{8R_2}{8+R_2}$$

۵ جریان مدار:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{45}{\frac{8R_2}{8+R_2}+2}$$

$$I'=\frac{45(8+R_2)}{8R_2+16+2R_2}\Rightarrow I'=\frac{45(8+R_2)}{10R_2+16}$$

۶ توان خروجی:

$$P_2=R'_{eq}I'^2=\left(\frac{8R_2}{8+R_2}\right)\left(\frac{45(8+R_2)}{10R_2+16}\right)^2$$

با توجه به فرض مسئله:

$$P_2=\frac{9}{4}P_1\Rightarrow\frac{8R_2}{8+R_2}\left(\frac{45(8+R_2)}{10R_2+16}\right)^2=\frac{9}{4}(8+R_2)\left(\frac{45}{10+R_2}\right)^2$$

$$\frac{8R_2}{(10R_2+16)^2}=\frac{9}{4}\left(\frac{1}{(10+R_2)^2}\right)\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}}\frac{\sqrt{8R_2}}{10R_2+16}=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{10+R_2}\right)$$

تنها راه حل این است معادله جای‌گذاری گزینه‌هاست. اگر گزینه (۲) $R_2=8\Omega$ را در این معادله قرار دهید، مشخص می‌شود که پاسخ صحیح، این گزینه است.

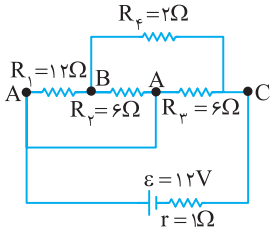
عدد ۸ را جای‌گزین می‌کنیم.

$$\frac{8}{10\times8+16}=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{10+8}\right)\Rightarrow\frac{8}{96}=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{18}\right)\Rightarrow\frac{1}{12}=\frac{1}{12}$$

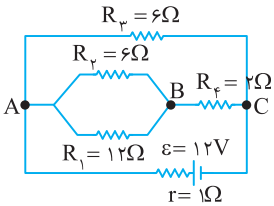
حتماً متوجه شده‌اید این از اون تست‌هایی است که باید سرآزمون بی‌خیالش شد.

B ۱ | ۱۹۳۴

ابتدا مدار را به شکل زیر ساده کرده، سپس جریان مدار را محاسبه می‌کنیم. نقاطی که با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل می‌شوند در حکم یک نقطه از مدار هستند و با یک حرف نامگذاری می‌شوند.



مقاومت‌های $R_1=12\Omega$ و $R_2=6\Omega$ بین دو نقطهٔ A و B وصل شده‌اند و با هم موازی‌اند. مقاومت $R_3=6\Omega$ بین دو نقطهٔ A و C و مقاومت $R_4=2\Omega$ بین دو نقطهٔ B و C قرار دارد و مدار به شکل مقابل در می‌آید.



۱ مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم.

مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با: $R_{12}=\frac{6\times12}{6+12}=4\Omega$

مقاومت معادل R_1 و R_2 با مقاومت R_4 متوالی است: $R_{124}=4+2=6\Omega$

مقاومت R_{124} با مقاومت R_3 موازی است و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{6}{2}=3\Omega$$

۲ جریان مدار را به دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{3+1}\Rightarrow I=3A$

۳ توان تلف شده در باتری برابر است با: $rI^2=1\times(3)^2=9W$

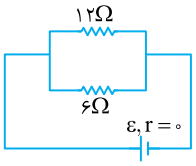
۴ B ۱۹۳۵

خط فکری توان خروجی از باتری با توان مصرفی کل مدار برابر است و با توجه به اینکه باتری مقاومت درونی ندارد پس توان مصرفی کل برابر است با:

$$P_{کل}=\frac{V_{کل}^2}{R_{eq}}\xrightarrow[V_{کل}=\varepsilon]{r=0}P_{کل}=\frac{\varepsilon^2}{R_{eq}}$$

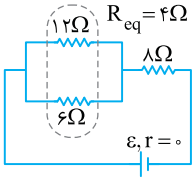
حال مقاومت معادل را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

حالت اول: اگر کلید در وضعیت (۱) قرار گیرد، تنها مقاومت‌های 12Ω و 6Ω که با هم موازی هستند در مدار قرار دارند و مقاومت معادل برابر است با:



$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{3}{12}\Rightarrow R_{eq}=4\Omega$$

حالت دوم: اگر کلید در وضعیت (۲) قرار گیرد، مقاومت 8Ω به طور متوالی با مقاومت‌های موازی 6Ω و 12Ω قرار می‌گیرد و مقاومت معادل مدار خواهد شد:



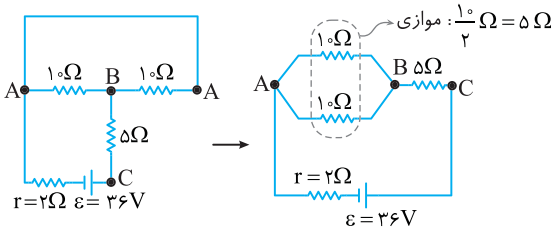
$$R'_{eq}=R_{eq}+8\Rightarrow R'_{eq}=4+8=12\Omega$$

اکنون نسبت توان‌های خروجی را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{\varepsilon^2}{R'_{eq}}}{\frac{\varepsilon^2}{R_{eq}}}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

۴ B ۱۹۳۶

حالت اول کلید باز: مدار را با نامگذاری ساده می‌کنیم:



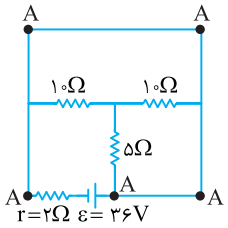
دو مقاومت 10Ω بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و با هم موازی‌اند، مقاومت 5Ω بین BC بسته شده و با معادل دو مقاومت 10Ω، متوالی است و مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=5+5=10\Omega$$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{36}{10+2}=3A$

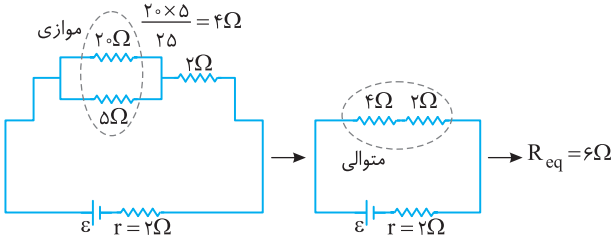
توان خروجی باتری خواهد شد: $P=R_{eq}I^2\Rightarrow P=10\times3^2=90W$

حالت دوم کلید بسته: در این حالت نام دو سر باتری یکسان بوده و در واقع اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر است و توان خروجی از باتری $(P=VI)$ صفر می‌شود. بنابراین توان خروجی از ۹۰W به صفر رسیده و ۹۰ وات کاهش می‌یابد.



۳ B ۱۹۳۷

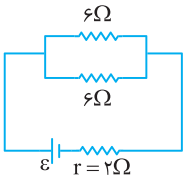
اگر کلید باز باشد مقاومت 6Ω در مدار قرار ندارد:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{8}$$

$$P_{خروجی}=\varepsilon I-rI^2=\frac{\varepsilon^2}{8}-2\times\frac{\varepsilon^2}{64}=\frac{\varepsilon^2}{8}-\frac{\varepsilon^2}{32}\Rightarrow P_{خروجی}=\frac{3}{32}\varepsilon^2$$

حال کلید را می‌بندیم و مقاومت 6Ω در مدار قرار می‌گیرد، در مدار بالا دیدید که مقاومت معادل مقاومت‌های 20Ω و 5Ω و 2Ω برابر 6Ω است:



$$R'_{eq}=\frac{6\times6}{6+6}=3\Omega,\quad I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{5}$$

$$P'_{خروجی}=\varepsilon I'-rI'^2\Rightarrow P'_{خروجی}=\frac{\varepsilon^2}{5}-2\times\frac{\varepsilon^2}{25}=3\frac{\varepsilon^2}{25}$$

حال درصد تغییرات توان خروجی را حساب می‌کنیم:

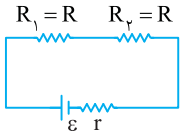
$$\frac{P'}{P}=\frac{\frac{3}{25}\varepsilon^2}{\frac{3}{32}\varepsilon^2}=\frac{32}{25}=1/28\Rightarrow P'=1/28P\qquad \text{افزایش}\%\frac{\Delta P}{P}\times100=\frac{0/28P}{P}\times100=28\%$$

۴ B ۱۹۳۸

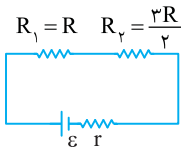
یادآوری هرگاه برای دو مقاومت خارجی R_{eq_1} و R_{eq_2} مختلف توان خروجی باتری برابر باشد، آنگاه مقاومت درونی باتری واسطه هندسی دو مقاومت است.

$$r=\sqrt{R_{eq_1}R_{eq_2}}$$

حالت اول: مقدار مقاومت‌های مدار به صورت $R_1=R_2=R$ است، بنابراین: $R_{eq_1}=2R$



حالت دوم: مقدار مقاومت‌های مدار به صورت $R_1=R$ و $R_2=\frac{R}{2}+R=\frac{3R}{2}$ است:



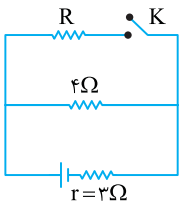
$$R_{eq_2}=R+\frac{3R}{2}=\frac{5R}{2}$$

با توجه به یادآوری گفته شده داریم:

$$r=\sqrt{R_{eq_1}R_{eq_2}}\Rightarrow r=\sqrt{2R\times\frac{5R}{2}}\Rightarrow r=\sqrt{5R^2}\Rightarrow r=\sqrt{5}R$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو با بسته شدن کلید K توان خروجی باتری تغییر نمی‌کند، R چند اهم است؟

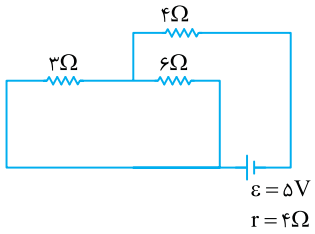
۱) ۱۲
۲) $\frac{۳۶}{۷}$
۳) ۶
۴) $\frac{۲۵}{۳}$



گزینهٔ ۲

B ۱۹۳۹ ۱

خط فکری برای یافتن توان تولیدی باتری $(P=\varepsilon I)$ ابتدا باید مقاومت معادل را در هر حالت حساب کنید سپس جریان مدار را به‌دست بیاورید تا بتوانید مقدار P در آن حالت را معین کنید.



حالت اول: دو دست مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω در دست هم بوده و این دو مقاومت موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{۳۶}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

مقاومت ۴Ω با مقاومت معادل ۳ و ۶ اهمی متوالی است، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=۲+۴=۶\Omega$$

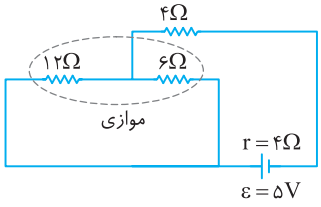
جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۵}{۶+۴}\Rightarrow I=۰/۵A$$

توان تولیدی باتری خواهد شد:

$$P=\varepsilon I_۱\Rightarrow P=۵\times۰/۵=۲/۵\,W$$

حالت دوم: با قرار دادن مقاومت ۱۲Ω به جای ۳Ω مقاومت معادل خواهد شد:



$$R'_{eq}=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}+۴$$
$$\Rightarrow R'_{eq}=۴+۴=۸\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{۵}{۸+۴}\Rightarrow I'=\frac{۵}{۱۲}A$$

توان تولیدی باتری را به‌دست می‌آوریم.

$$P'=\varepsilon I'\Rightarrow P'=۵\times\frac{۵}{۱۲}\Rightarrow P'=\frac{۲۵}{۱۲}W$$

تغییر توان تولیدی باتری را حساب می‌کنیم.

$$P-P'=\frac{۵}{۲}-\frac{۲۵}{۱۲}\Rightarrow\Delta P=\frac{۳۰-۲۵}{۱۲}\Rightarrow\Delta P=\frac{۵}{۱۲}W$$

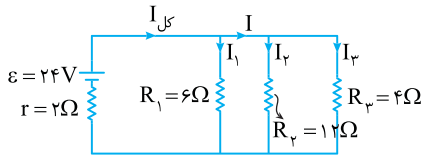
B ۱۹۴۰ ۳

یادآوری توان خروجی یک باتری با نیروی محرکهٔ ε و مقاومت درونی r وقتی بیشینه است که مقاومت خارجی مدار و مقاومت درونی باتری برابر باشد.

$$r=R_{eq}\Rightarrow P=P_{max}$$

مقاومت خارجی مدار از سه مقاومت موازی R، ۱۲Ω و ۶Ω تشکیل شده است و مقاومت معادل آن خواهد شد:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{R}\xrightarrow{R_{eq}=r=۲\Omega}\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{R}\Rightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{R}\Rightarrow R=۴\Omega$$



حال جریان کل خروجی را به‌دست می‌آوریم:

$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۲۴}{۲+۲}=۶A$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری $V=\varepsilon-Ir=۲۴-۱۲=۱۲V$ است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر تمام مقاومت‌های موازی با باتری برابر ۱۲V است و می‌توان جریان تک‌تک مقاومت‌ها را به کمک قانون اهم به‌دست آورد:

$$V_۱=V_۲=V_۳=V_{کل}=۱۲V\quad,\quad R_۱=\frac{V_۱}{I_۱}\Rightarrow I_۱=\frac{V_۱}{R_۱}=\frac{۱۲}{۶}=۲A$$

$$R_۲=\frac{V_۲}{I_۲}\Rightarrow I_۲=\frac{V_۲}{R_۲}=\frac{۱۲}{۱۲}=۱A\quad,\quad R_۳=\frac{V_۳}{I_۳}\Rightarrow I_۳=\frac{V_۳}{R_۳}=\frac{۱۲}{۴}=۳A$$

جریان I برابر مجموع $I_۲$ و $I_۳$ است:

$$I=I_۲+I_۳\Rightarrow I=۱+۳=۴A$$

A ۱۹۴۱ ۴

وقتی کلید باز است مقاومت معادل $R_{eq}=۲\Omega$ و وقتی کلید بسته است مقاومت معادل $R'_{eq}=\frac{۶\times۲}{۶+۲}=۱/۵\Omega$ می‌شود. جریان را در دو حالت می‌نویسیم:

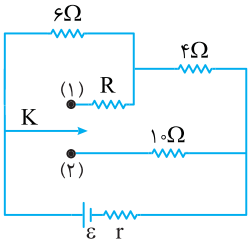
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow\begin{cases}I=\frac{\varepsilon}{۲+۱/۵}\\ I'=\frac{\varepsilon}{۱/۵+۱/۵}\end{cases}\Rightarrow\frac{I'}{I}=\frac{۳/۵}{۳}$$

توان خروجی باتری همان توان مصرفی در مقاومت خارجی مدار است.

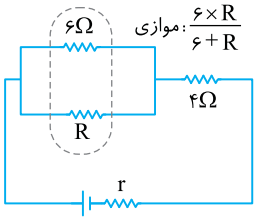
$$\frac{P'}{P}=\frac{R'_{eq}I'^۲}{R_{eq}I^۲}=\frac{۱/۵}{۲}\times\left(\frac{۳/۵}{۳}\right)^۲\Rightarrow\frac{P'}{P}=\frac{۴۹}{۴۸}$$

C ۱۹۴۲ ۱

خط فکری توان تولیدی باتری یعنی $P=\varepsilon I$. هنگامی که توان تولیدی باتری در دو حالت برابر است یعنی $\varepsilon I=\varepsilon I'$ ، بنابراین باید در دو حالت جریان برابر باشد $(I=I')$ و شما باید ابتدا مقاومت معادل را به‌دست بیاورید، سپس جریان را حساب کرده و با هم مساوی قرار دهید.



حالت اول: کلید در وضعیت (۱) است و مقاومت ۱۰Ω به مدار وصل نیست و مدار به شکل روبه‌رو است.



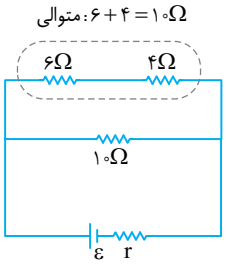
مقاومت ۴Ω با مقاومت معادل ۶Ω و R متوالی است و مقاومت کل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{۶R}{۶+R}+۴$$

جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

حالت دوم: کلید در وضعیت (۲) است و مقاومت R در مدار قرار ندارد. در این حالت مقاومت‌های ۴Ω و ۶Ω متوالی و معادل آن‌ها با مقاومت ۱۰Ω موازی است و مدار به صورت روبه‌رو است.



مقاومت معادل در این حالت برابر است با:

$$R'_{eq}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{\varepsilon}{۵+r}$$

جریان‌ها را مساوی قرار می‌دهیم.

$$I=I'\Rightarrow\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{۵+r}\Rightarrow R_{eq}+r=۵+r\Rightarrow R_{eq}=۵\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل در حالت اول ۵Ω است. با توجه به اینکه مقاومت معادل در حالت اول را $R_{eq}=\frac{۶R}{۶+R}+۴$ در آوریم.

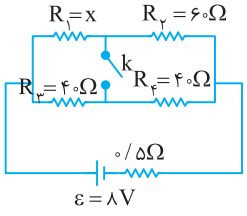
$$\frac{۶R}{۶+R}+۴=۵\Rightarrow\frac{۶R}{۶+R}=۱\Rightarrow ۶R=۶+R\Rightarrow R=۱/۲\Omega$$

۳ ۱۹۴۳ B

مقاومت معادل، مقاومت‌های موازی R و ۱۸۰Ω را با حرف x نمایش می‌دهیم.

متاسفانه برای حل سریع این مسئله باید از یک قاعدهٔ قدیمی که از کتاب حذف شده به نام پل وتسون استفاده کرد.

با توجه به کوچک بودن مقاومت درونی، برای آنکه توان خروجی تغییر نکند باید مقاومت خارجی مدار ثابت بماند. در مدارهایی به صورت روبه‌رو برای یکسان ماندن مقاومت باید تساوی زیر برقرار باشد: $R_۱R_۴=R_۲R_۳\Rightarrow ۴۰\times x=۴۰\times۶۰\Rightarrow x=۶۰\Omega$



بنابراین

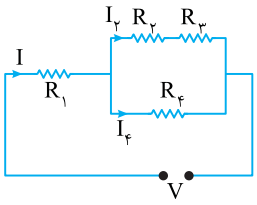
$$\frac{۱}{x}=\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۱۸۰}\Rightarrow\frac{۱}{۶۰}=\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۱۸۰}\Rightarrow\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۶۰}-\frac{۱}{۱۸۰}\Rightarrow\frac{۱}{R}=\frac{۳-۱}{۱۸۰}\Rightarrow R=۹۰\Omega$$

البته شما می‌توانید گزینه‌ها را به جای R قرار دهید و به جواب برسید.

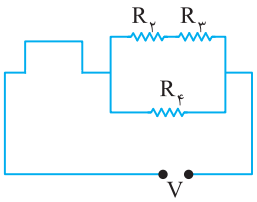
۲ ۱۹۴۴ B

خط فکری در مدارهایی که تمام مقاومت‌ها مشابه‌اند برای پیدا کردن مقاومتی که بیشینه توان را مصرف می‌کند باید ببینیم در مدار آیا مقاومتی وجود دارد که با باتری متوالی بسته شده باشد، زیرا تمام جریان باتری از آن می‌گذرد و با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ توان مصرفی آن مقاومت بیشینه می‌شود. اگر مقاومتی با باتری متوالی نبود، حال باید ببینیم آیا مقاومتی در مدار وجود دارد که با باتری موازی باشد، چون در این صورت، اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت بیشینه بوده با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ توان مصرفی در آن بیشینه می‌شود:

کلید باز باشد: مقاومت $R_۱$ با باتری متوالی بسته شده و جریان عبوری از آن بیشینه بوده و با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ چون مقدار تمام مقاومت‌ها یکسان است در این حالت توان مصرفی مقاومت $R_۱$ بیشینه است.



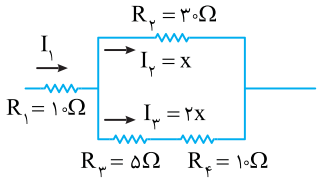
کلید بسته باشد: مقاومت $R_۱$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت $R_۴$ به طور موازی به دو سر باتری متصل شده و با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ چون اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۴$ برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری بوده و بیشینه است پس توان مصرفی آن در این حالت بیشینه می‌شود.



۱ ۱۹۴۵ B

خط فکری در سؤالاتی که مقدار مقاومت‌ها متفاوت است ابتدا به کمک مقاومت‌ها باید جریان هر شاخه و مقاومت را به دست بیاورید تا در گام بعدی با استفاده از $P=RI^۲$ بتوانید در مورد توان آن‌ها اظهارنظر کنید.

جریان $I_۱$ به دو قسمت $I_۲$ و $I_۳$ تقسیم می‌شود که جریان گذرنده از مقاومت ۳۰Ω را با x نمایش دهیم و جریان $I_۳$ که از مقاومت $R_{۳۴}=۵+۱۰=۱۵\Omega$ می‌گذرد برابر $۲x$ خواهد شد یعنی جریان $I_۳$ دو برابر جریان $I_۲$ است $(I_۳=۲I_۲)$.



$$I_۱=I_۲+I_۳\Rightarrow I_۱=۳I_۲\Rightarrow I_۲=\frac{I_۱}{۳},I_۳=I_۴=\frac{۲I_۱}{۳}$$

اکنون به سراغ توان‌ها می‌رویم:

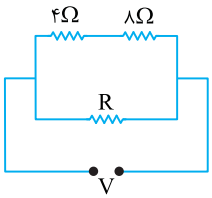
$$\begin{cases}R_۱:P_۱=RI_۱^۲\Rightarrow P_۱=۱۰I_۱^۲\\ R_۲:P_۲=RI_۲^۲\Rightarrow P_۲=۳۰(\frac{I_۱}{۳})^۲=\frac{۱۰}{۳}I_۱^۲\\ R_۳:P_۳=RI_۳^۲\Rightarrow P_۳=۵\times(\frac{۲I_۱}{۳})^۲=\frac{۲۰}{۹}I_۱^۲\\ R_۴:P_۴=RI_۴^۲\Rightarrow P_۴=۱۰\times(\frac{۲}{۳}I_۱)^۲\end{cases}\Rightarrow$$

توان $R_۱$ از بقیه بیشتر است.

۴ ۱۹۴۶ B

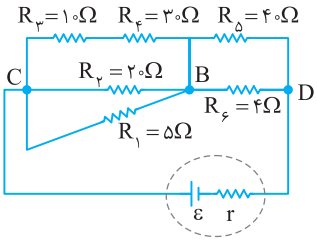
خط فکری در مقاومت‌های موازی ولتاژها یکسان است و بنا به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ مقاومت کوچک‌تر دارای توان مصرفی بیشتری است.

در شکل روبه‌رو دو مقاومت ۴Ω و ۸Ω متوالی بوده و مقاومت معادل آن $۴+۸=۱۲\Omega$ است و برای آنکه توان مصرفی R بیشتر از توان مصرفی مقاومت شاخهٔ بالایی باشد باید R از ۱۲Ω کمتر باشد که هر سه گزینه درست است.



۴ ۱۹۴۷ B

در یک نگاه دقیق به شکل مسئله مشخص است که جریان کل مدار در انشعاب C به سرشاخه و در انشعاب D به دو شاخه تقسیم می‌شود و سهم مقاومت $R_۶=۴\Omega$ از جریان کل مدار از بقیهٔ مقاومت‌ها بیشتر بوده و با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ توان این مقاومت از بقیه بیشتر است.



۱ ابتدا مقاومت معادل هر قسمت را حساب می‌کنیم.

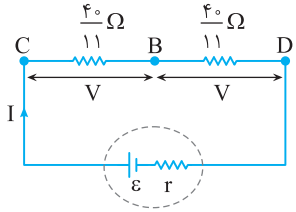
مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ متوالی هستند. $R_{۳۴}=۱۰+۳۰=۴۰\Omega$

مقاومت‌های $R_{۳۴}$ و $R_۲$ و $R_۱$ موازی هستند.

$$\frac{۱}{R_{CB}}=\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۴۰}=\frac{۸+۲+۱}{۴۰}\Rightarrow R_{CB}=\frac{۴۰}{۱۱}\Omega$$

مقاومت معادل بین B و D خواهد شد: $\frac{۱}{BD}=\frac{۱}{۴۰}+\frac{۱}{۴}=\frac{۱+۱۰}{۴۰}\Rightarrow R_{DB}=\frac{۴۰}{۱۱}\Omega$

۲ بنابراین شکل مدار به صورت زیر است. مقاومت‌های R_{DB} و R_{CB} با هم برابر بوده از این رو ولتاژ دو سر هر دو مقاومت یکسان است.

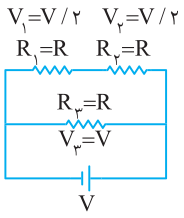


$$V_{CB}=V_{BD}=V$$

وقتی ولتاژ دو سر مقاومت‌ها برابر است با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$، مقاومت کوچک‌تر دارای توان مصرفی بیشتری است، بنابراین توان مصرفی مقاومت $R_۴=۴\Omega$ از بقیه بیشتر است.

B ۱ ۱۹۴۸

مقاومت‌ها برابر است. ولتاژ دو سر $R_۳$ برابر V و ولتاژ دو سر هر یک از مقاومت‌های متوالی $R_۱$ و $R_۲$ برابر $\frac{V}{۲}$ است. با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$.

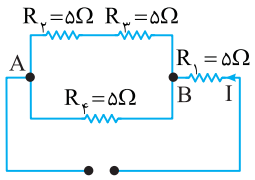


$$P_۳=\frac{P^2}{R},\ P_۱=P_۲=\frac{(\frac{V}{۲})^2}{R}=\frac{V^2}{۴}\Rightarrow P_۳>P_۲=P_۱$$

B ۳ ۱۹۴۹

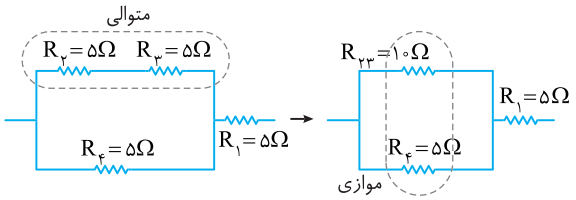
در گام نخست مقاومتی که بیشینه توان را مصرف می‌کند پیدا کرده و توان آن را مساوی ۲۰W قرار می‌دهیم و چون مقدار مقاومت مشخص است، می‌توان جریان یا اختلاف پتانسیل مقاومتی که بیشینه توان را مصرف می‌کند به‌دست آورد.

۱ تمام مقاومت‌ها مشابه‌اند اما مقاومت $R_۱$ با باتری متوالی بسته شده و بیشینه جریان به آن می‌رسد و با توجه به رابطهٔ $P=RI^2$ چون جریان عبوری از آن بیشینه است، پس توان مصرفی این مقاومت بیشینه می‌شود:



$$P_{max}=R_۱I^۲\xrightarrow[P_{max}=۲۰W]{R_۱=۵\Omega}۲۰=۵\times I^۲\Rightarrow I=۲A$$

۲ اختلاف پتانسیل دو سر مدار برابر $V_{کل}=R_{eq}I$ است:



$$R_{۲۳۴}=\frac{۵\times۱۰}{۵+۱۰}=\frac{۱۰}{۳}\Omega\qquad R_{۲۳۴}=\frac{۱۰}{۳}\Omega$$

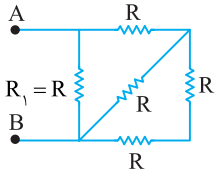
$$R_{eq}=\frac{۱۰}{۳}+۵=\frac{۲۵}{۳}\Omega$$

$$V_{کل}=\frac{۲۵}{۳}\times۲=\frac{۵۰}{۳}V$$

B ۴ ۱۹۵۰

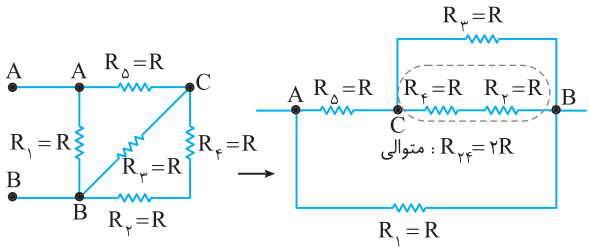
خط فکری در سؤالاتی که گفته می‌شود بیشینه توان مصرفی هر مقاومت می‌تواند P باشد، ابتدا مقاومتی که بیشینهٔ توان را در مدار مصرف می‌کند پیدا می‌کنیم و توان مصرفی آن را برابر P قرار می‌دهیم، در این صورت بقیهٔ مقاومت‌ها حتماً کمتر از توان P مصرف خواهند کرد.

۱ تمام مقاومت‌ها مشابه‌اند اما مقاومت $R_۱$ به صورت موازی به دو سر A و B وصل شده است و اختلاف پتانسیل دو سر آن بیشینه است و با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ توان مصرفی این مقاومت بیشینه می‌شود:



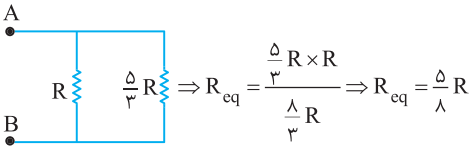
$$P_{max}=\frac{V_{AB}^2}{R_۱}\xrightarrow[P_{max}=۲۰W]{R_۱=R}۲۰=\frac{V_{AB}^2}{R}$$

۲ توان مصرفی در مدار برابر $P_{کل}=\frac{V_{AB}^2}{R_{eq}}$ است، حال مقاومت معادل را برحسب R به‌دست می‌آوریم. برای این کار از نقطه‌گذاری استفاده کرده و شکل مدار را ساده‌تر رسم کردیم (البته شما می‌توانید با توجه به شکل مدار نیز مقاومت معادل را به‌دست آورید.)



$$R_{۲۳۴}=\frac{۲R\times R}{۳R}=\frac{۲}{۳}R:\ R_۳\ \text{و}\ R_{۲۴}\ \text{موازی}$$

$$R_{۲۳۴۵}=R+\frac{۲}{۳}R=\frac{۵}{۳}R:\ R_۵\ \text{و}\ R_{۲۳۴}\ \text{متوالی}$$



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{\frac{۵}{۳}R\times R}{\frac{۸}{۳}R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۵}{۸}R$$

۳ توان مصرفی در مدار را حساب می‌کنیم:

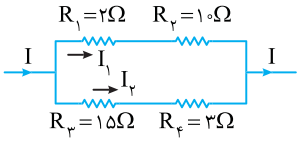
$$P_{کل}=\frac{V_{AB}^2}{R_{eq}}\Rightarrow P_{کل}=\frac{V_{AB}^2}{\frac{۵}{۸}R}\Rightarrow P_{کل}=\frac{۸}{۵}\frac{V_{AB}^2}{R}\xrightarrow{\frac{V_{AB}^2}{R}=۲۰W}$$

$$P_{کل}=\frac{۸}{۵}\times۲۰=۳۲W$$

C ۲ ۱۹۵۱

خط فکری در گام اول باید بررسی کنید که توان مصرفی کدام مقاومت از بقیه بیشتر است برای این کار باید جریان مقاومت‌ها را به دست بیاورید. البته ابتدا مشخص کنید که مقاومت کدام شاخه بزرگ‌تر است.

۱ مقاومت شاخهٔ بالایی که دو مقاومت متوالی دارد برابر است با:



$$R_{۱۲}=R_۱+R_۲\Rightarrow R_{۱۲}=۲+۱۰=۱۲\Omega$$

در شاخهٔ پایینی نیز دو مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ متوالی هستند.

$$R_{۳۴}=R_۳+R_۴=۱۵+۳=۱۸\Omega$$

۲ مقاومت‌های شاخهٔ بالایی و پایینی با هم موازی و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است.

$$V_{۱۲}=V_{۳۴}\Rightarrow I_۱(R_{۱۲})=I_۲(R_{۳۴})\Rightarrow I_۱\times۱۲=I_۲\times۱۸\Rightarrow I_۲=\frac{۲}{۳}I_۱$$

۳ توان هر مقاومت را برحسب جریان $I_۱$ به‌دست می‌آوریم.

$$P=RI^۲\begin{cases}\xrightarrow{R_۱}P_۱=۲I_۱^۲\\ \xrightarrow{R_۲}P_۲=۱۰I_۱^۲\\ \xrightarrow{R_۳}P_۳=۱۵\times(\frac{۲}{۳}I_۱)^۲\Rightarrow P_۳=\frac{۲۰}{۳}I_۱^۲\\ \xrightarrow{R_۴}P_۴=۳\times(\frac{۲}{۳}I_۱)^۲\Rightarrow P_۴=\frac{۴}{۳}I_۱^۲\end{cases}$$

۴ مشخص است که توان مصرفی $P_۲$ از بقیه بیشتر است و مقاومت $R_۲$ می‌تواند بیشینه توان را بدون آسیب دیدن دیگر مقاومت‌ها مصرف کند، بنابراین $P_۲=۲۰W$ است.

$$P_۲=۱۰I_۱^۲\Rightarrow ۲۰=۱۰I_۱^۲\Rightarrow I_۱^۲=۲\Rightarrow\begin{cases}P_۱=۲\times۲=۴W\\P_۳=\frac{۲۰}{۳}\times۲=\frac{۴۰}{۳}W\\P_۴=\frac{۴}{۳}\times۲=\frac{۸}{۳}W\end{cases}$$

۵ توان کل برابر جمع این توان‌هاست.

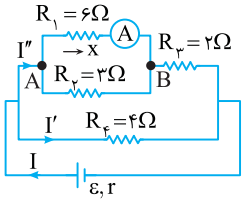
$$P_t=۲۰+۴+\frac{۴۰}{۳}+\frac{۸}{۳}=۲۰+۴+۱۶=۴۰W$$

۲ ۱۹۵۲ C

خط فکری با داشتن توان خارجی مدار می‌توانید جریان مدار را به‌دست بیاورید البته ابتدا باید مقاومت معادل مدار را حساب کنید تا به کمک آن جریان کل و سپس جریان تک‌تک مقاومت‌ها از جمله مقاومت $R_۱$ را به‌دست بیاورید.

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند:

$$R_{AB}=R_{۱۲}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega$$



مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت $R_۳$ متوالی است.

$$R_{۱۲۳}=۲+۲=۴\Omega$$

شاخهٔ بالایی که شامل $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ است با مقاومت $R_۴$ موازی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{۴}{۲}=۲\Omega$$

اکنون به کمک توان مصرفی در مقاومت خارجی مدار، جریان کل مدار را به‌دست می‌آوریم.

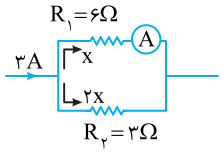
$$P=R_{eq}I^۲\Rightarrow ۷۲=۲I^۲\Rightarrow I=۶A$$

مقاومت شاخهٔ بالایی $R_{۱۲۳}=۴\Omega$ و مقاومت شاخهٔ پایینی $R_۴=۴\Omega$ است بنابراین جریان مدار بین شاخه‌های بالایی و پایینی به‌طور یکسان تقسیم می‌شود و جریان هر شاخه خواهد شد.

$$I'=I''=\frac{I}{۲}\Rightarrow I'=I''=\frac{۶}{۲}=۳A$$

یادآوری در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

برای یافتن عدد آمپرسنج یعنی جریان مقاومت $R_۱$ باید جریان ۳A را بین دو مقاومت موازی $R_۱$ و $R_۲$ تقسیم کرد. اگر از مقاومت ۶Ω جریان x بگذرد، از مقاومت ۳Ω جریان $۲x$ می‌گذرد که جمع این دو جریان برابر ۳A است.



$$I''=I_۱+I_۲=x+۲x\Rightarrow ۳=۳x\Rightarrow x=۱A\Rightarrow I_۱=۱A$$

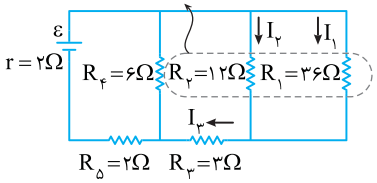
۴ ۱۹۵۳ C

به چه فکر می‌کنید؟ راهی نیست مگر اینکه ابتدا مقاومتی که بیشینهٔ توان را مصرف می‌کند، پیدا کنید.

۱ جریان بزرگ‌ترین مقاومت موازی مدار یعنی $R_۱=۳۶\Omega$ را برابر $I_۱$ فرض می‌کنیم. جریان مقاومت $R_۲=۱۲\Omega$، سه برابر جریان $R_۱$ یعنی $I_۲=۳I_۱$ خواهد بود. جریان مقاومت $R_۳$ جمع $I_۱$ و $I_۲$ است.

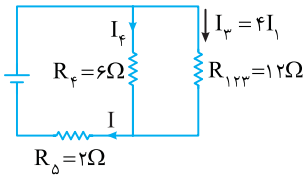
$$I_۳=I_۱+I_۲=I_۱+۳I_۱=۴I_۱\Rightarrow I_۳=۴I_۱$$

$$\text{موازی:}\ \frac{۱}{R_{۱۲}}=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۳۶}=\frac{۳+۱}{۳۶}\Rightarrow R_{۱۲}=۹\Omega$$



مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ با مقاومت $R_۳$ متوالی است. $R_{۱۲۳}=۳+۹=۱۲\Omega$

جریان مقاومت ۱۲Ω، $۴I_۱$ است و جریان مقاومت $R_۴=۶\Omega$ موازی با آن برابر $I_۴=۸I_۱$ می‌شود (فراموش نکنید در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود). جریان کل مدار با مقاومت $R_۵=۲\Omega$ برابر است با:



$$I=I_۳+I_۴=۴I_۱+۸I_۱\Rightarrow I=۱۲I_۱$$

۲ اکنون توان تک‌تک مقاومت‌ها را با استفاده از رابطهٔ $P=RI^۲$ به‌دست می‌آوریم و با هم مقایسه می‌کنیم.

$$P_۱=R_۱I_۱^۲\xrightarrow{R_۱=۳۶\Omega}P_۱=۳۶I_۱^۲$$

$$P_۲=R_۲I_۲^۲\xrightarrow[I_۲=۳I_۱]{R_۲=۱۲\Omega}P_۲=۱۲\times(۳I_۱)^۲\Rightarrow P_۲=۱۰۸I_۱^۲$$

$$P_۳=R_۳I_۳^۲\xrightarrow[I_۳=۴I_۱]{R_۳=۳\Omega}P_۳=۳\times(۴I_۱)^۲\Rightarrow P_۳=۴۸I_۱^۲$$

$$P_۴=R_۴I_۴^۲\xrightarrow[I_۴=۸I_۱]{R_۴=۶\Omega}P_۴=۶\times(۸I_۱)^۲\Rightarrow P_۴=۳۸۴I_۱^۲$$

$$P_۵=R_۵I_۵^۲\xrightarrow[I_۵=۱۲I_۱]{R_۵=۲\Omega}P_۵=۲\times(۱۲I_۱)^۲\Rightarrow P_۵=۲۸۸I_۱^۲$$

مقاومت $R_۴=۶\Omega$ بیشترین توان را مصرف می‌کند، پس اختلاف پتانسیل دو سر $R_۴$، ۱۲V و جریان آن $۸I_۱$ است. $I_۱$ را به‌دست می‌آوریم.

$$V_۴=I_۴R_۴\Rightarrow ۱۲=۸I_۱\times۶\Rightarrow I_۱=۰/۲۵A$$

جریان کل مدار یا جریان مقاومت $R_۵$ خواهد شد:

$$I_{کل}=I_۵=۱۲I_۱=۱۲\times۰/۲۵=۳A$$

ولتاژ دو سر مقاومت $R_۵=۲\Omega$ برابر است با:

$$V_۵=I_۵R_۵\xrightarrow[R_۵=۲\Omega]{I_۵=۳A}V_۵=۳\times۲\Rightarrow V_۵=۶V$$

ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

$$V=V_۴+V_۵=۱۲+۶=۱۸V$$

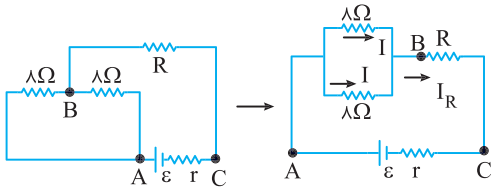
نیروی محرکهٔ باتری خواهد شد:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow ۱۸=\varepsilon-۳\times۲\Rightarrow\varepsilon=۲۴V$$

خوب خسته نباشید. تست کنکور تجربی ۹۸. به نظر می‌رسد باید این تست در سطح دوم یا سطح سوم قرار می‌گرفت نه به دلیل سختی آن بلکه به دلیل راه‌حل طولانی حوصله سربر آن.

۱ ۱۹۵۴ B

با نام‌گذاری مدار را ساده می‌کنیم تا متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها و تقسیم جریان بین آن‌ها را راحت‌تر تشخیص دهیم. دو مقاومت ۸Ω بین A و B بسته شده و موازی‌اند و مقاومت R بین B و C بسته شده و با باتری متوالی است. اگر جریان هر یک از مقاومت‌های ۸Ω را I فرض کنیم جریان مقاومت R برابر $۲I$ می‌شود $(I_R=I+I=۲I)$.

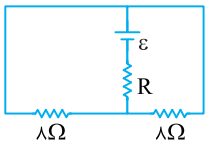


با توجه به فرض مسئله توان همهٔ مقاومت‌ها یکسان است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$P_{۸\Omega}=P_R\Rightarrow ۸\times I^۲=R(۲I)^۲\Rightarrow R=۲\Omega$$

بازی با سؤال اگر در مدار زیر توان هر سه مقاومت با هم برابر باشند، R چند اهم است؟

کنکور دهه‌های گذشته



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۱۶

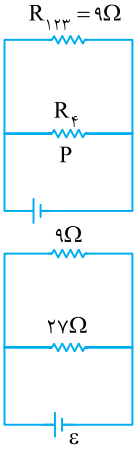
گزینهٔ ۲

B ۱۹۵۵ | ۱

توان مصرفی هر مقاومت را P در نظر می‌گیریم.

۱ ابتدا مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 را بررسی می‌کنیم. این سه مقاومت با هم متوالی‌اند و جریان عبوری از آن‌ها با هم برابر است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $P=RI^2$ برای اینکه توان مصرفی آن‌ها با هم برابر باشد باید مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 با هم برابر باشند: $R_1=R_2=R_3=3\Omega$

۲ سه مقاومت R_1، R_2 و R_3 متوالی‌اند بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر $R_{123}=3+3+3=9\Omega$ است و چون هر کدام از آن‌ها توان P مصرف کرده پس R_{123} توان $3P$ را مصرف می‌کند. مقاومت R_4 و R_{123} با هم موازی‌اند و دارای اختلاف پتانسیل یکسانی هستند.



$$\begin{cases} P_{R_4}=P \\ P_{R_{123}}=3P \end{cases} \xrightarrow{P=\frac{V^2}{R}} \begin{cases} \frac{V^2}{R_4}=P \\ \frac{V^2}{9}=3P \end{cases} \xrightarrow{\div} \frac{9}{R_4}=\frac{1}{3}\Rightarrow R_4=27\Omega$$

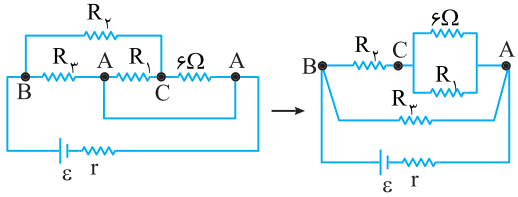
۳ حال مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{9}+\frac{1}{27}\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{4}{27}\Rightarrow R_{eq}=\frac{27}{4}$$

C ۱۹۵۶ | ۳

خط فکری توان مصرفی هر مقاومت را P در نظر می‌گیریم.

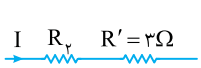
با استفاده از نام‌گذاری شکل ساده شده مدار را رسم می‌کنیم و پله پله سه مقاومت مجهول را به‌دست می‌آوریم.



۱ مقاومت R_1 و مقاومت 6Ω موازی‌اند و اختلاف پتانسیل یکسانی دارند، همچنین توان آن‌ها با هم برابر است.

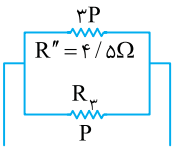
$$\begin{cases} P_{R_1}=P \\ P_{6\Omega}=P \end{cases} \Rightarrow P_{R_1}=P_{6\Omega} \xrightarrow{\text{V‌ها یکسان}} \frac{V^2}{R_1}=\frac{V^2}{6}\Rightarrow R_1=6\Omega$$

۲ مقاومت معادل $R_1=6\Omega$ و 6Ω برابر $R'=\frac{6}{2}=3\Omega$ است و در مجموع این دو مقاومت توان $2P$ را مصرف می‌کند. مقاومت R' با مقاومت R_2 متوالی است و دارای جریان یکسانی‌اند:



$$\begin{cases} P'=2P \\ P_{R_2}=P \end{cases} \Rightarrow P'=2P_{R_2} \xrightarrow{\text{I‌ها یکسان}} 3I^2=2R_2I^2\Rightarrow R_2=1/5\Omega$$

۳ مقاومت معادل R_2 و R' برابر $R''=1/5+3=4/5\Omega$ است و توان مصرفی آن برابر مجموع توان مصرفی مقاومت R_2 و R' یعنی $3P$ است. R'' با مقاومت R_3 موازی بوده و دارای اختلاف پتانسیل یکسانی‌اند:

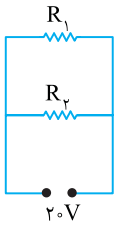


$$\begin{cases} P_{R_2}=P \\ P_{R''}=3P \end{cases} \Rightarrow P_{R''}=3P \xrightarrow{\text{Vها یکسان}}$$

$$\frac{V^2}{4/5}=3\frac{V^2}{R_3}\Rightarrow R_3=13/5\Omega$$

A ۱۹۵۷ | ۳

با داشتن توان مصرفی مقاومت R_2 ولتاژ دو سر مقاومت R_2 را به‌دست می‌آوریم:



$$P_2=\frac{V_2^2}{R_2}\Rightarrow 80=\frac{V_2^2}{5}\Rightarrow V_2^2=400$$
$$\Rightarrow V_2=20V$$

ولتاژ دو سر مقاومت R_2 برابر $20V$ شده که این ولتاژ با ولتاژ دو سر منبع $20V$ برابر است. در این صورت باید مقاومت‌های R_1 و R_2 به طور موازی به هم متصل باشند و V_1 نیز $20V$ است.

A ۱۹۵۸ | ۱

خط فکری اگر دو مقاومت موازی بسته شوند مقاومت معادل آن‌ها از تک‌تک مقاومت‌ها کوچک‌تر می‌شود و اگر دو مقاومت متوالی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها از تک‌تک مقاومت‌ها بزرگ‌تر است.

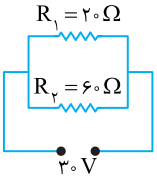
مقاومت معادل را به کمک توان مصرفی مدار حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{V^2}{R_{eq}}\Rightarrow 60=\frac{900}{R_{eq}}\Rightarrow R_{eq}=15\Omega$$

مقاومت معادل R_1 و R_2 از $R_1=20\Omega$ کوچک‌تر است، نتیجه می‌گیریم R_1 و R_2 به طور موازی به هم وصل شده‌اند:

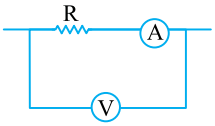
$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow\frac{1}{15}=\frac{1}{20}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow R_2=60\Omega$$

اکنون شکل مدار را رسم می‌کنیم، ولتاژ در دو سر مقاومت $R_2=60\Omega$ برابر $30V$ است، بنابراین جریان آن خواهد شد:



$$I_2=\frac{V}{R_2}=\frac{30}{60}=\frac{1}{2}A$$

B ۱۹۵۹ | ۱



مقاومت آمپرسنج 5Ω و جریان آن $0/1A$ است بنابراین ولتاژ دو سر آمپرسنج خواهد شد:

$$V_A=IR_A=0/1\times 5=0/5V$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ آمپرسنج و مقاومت R را $12V$ نشان می‌دهد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برابر است با:

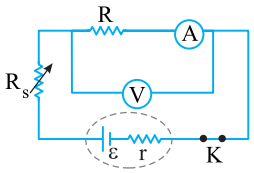
$$V_V=V_R+V_A\Rightarrow 12=V_R+0/5\Rightarrow V_R=11/5V$$

اکنون توان مصرفی در مقاومت R را به‌دست می‌آوریم.

$$P_R=V_RI_R \xrightarrow[I_R=I_A=0/1A]{V_R=11/5V} P_R=11/5\times 0/1$$
$$\Rightarrow P_R=1/15W$$

بازی با سؤال در شکل زیر، ولت‌سنج ایده‌آل عدد ۲۴V و آمپرسنج ۰/۲A را نشان می‌دهند. اگر مقاومت آمپرسنج $R_A=1\Omega$ باشد، توان مصرفی مقاومت R چند برابر توان مصرفی آمپرسنج خواهد بود؟

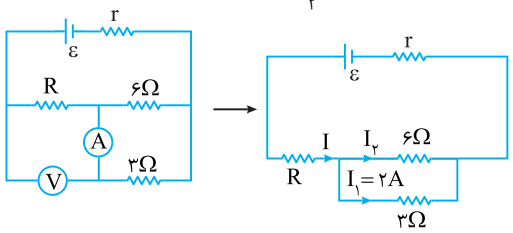
۱) ۱۱۹
۲) ۱۲۰
۳) ۲۴
۴) ۴۶



گزینهٔ ۱

B ۳ ۱۹۶۰

از شاخهٔ شامل ولت‌سنج آرمانی جریان نمی‌گذرد و از طرفی آمپرسنج آرمانی در مدار شبیه یک سیم عمل می‌کند، بنابراین مدار به صورت شکل زیر است که در آن ولتاژ دو سر مقاومت R برابر ۸V و جریان عبوری از مقاومت ۳Ω برابر ۲A است. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. مقاومت ۶Ω با مقاومت ۳Ω موازی و مقدار آن دو برابر مقاومت ۳Ω است بنابراین جریان آن نصف جریان مقاومت ۳Ω یعنی $\frac{2}{2}=1A$ است.



جریان مقاومت R مجموع جریان دو مقاومت ۳Ω و ۶Ω می‌باشد.

$$I=I_1+I_2\Rightarrow I=2+1\Rightarrow I_R=3A$$

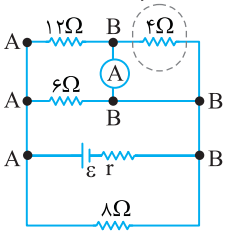
با داشتن ولتاژ و جریان مقاومت R توان مصرفی آن را به‌دست می‌آوریم.

$$P=VI\Rightarrow P=8\times3=24W$$

B ۴ ۱۹۶۱

آمپرسنج آرمانی شبیه یک سیم بدون مقاومت است. مدار را با نام‌گذاری ساده می‌کنیم. دو سر مقاومت ۴Ω دارای حرف یکسان است و این مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. دو مقاومت ۶Ω و ۱۲Ω بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و موازی‌اند. از طرفی مقاومت ۸Ω نیز بین A و B بسته شده و با دو مقاومت دیگر موازی است و مدار به شکل زیر است.

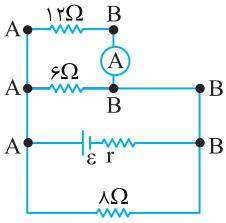
اتصال کوتاه



آمپرسنج جریان مقاومت ۱۲Ω را ۲A نشان می‌دهد، بنابراین ولتاژ دو سر آن برابر است با:

$$V_1=I_1R_1=2\times12=24V\Rightarrow V_{AB}=24V$$

مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم، سه مقاومت با هم موازی هستند.



$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{2+4+3}{24}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{24}{9}=\frac{8}{3}\Omega$$

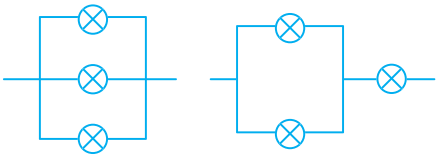
یادآوری توان خروجی از باتری با توان مصرفی در مقاومت‌ها برابر است.

توان خروجی مدار خواهد شد:

$$P_{کل}=\frac{V_{AB}^2}{R_{eq}}=\frac{24\times24}{\frac{8}{3}}\Rightarrow P=216W$$

A ۳ ۱۹۶۲

برای مقایسه توان‌های دو حالت چون اختلاف پتانسیل دو سر مدار در دو حالت برابر است از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ استفاده می‌کنیم بنابراین ابتدا مقاومت معادل را در دو حالت به‌دست می‌آوریم.


(۱) (۲)

در شکل (۱) سه مقاومت موازی هستند و اگر مقاومت هر لامپ را R بنامیم، مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq_1}=\frac{R}{3}$$

در شکل (۲) دو مقاومت موازی و مقاومت معادل آن برابر $\frac{R}{2}$ است که با مقاومت R دیگر متوالی است و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq_2}=\frac{R}{2}+R=\frac{3R}{2}$$

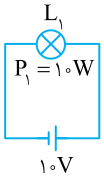
اکنون نسبت توان‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}P_1=\frac{V^2}{R_{eq_1}}\\P_2=\frac{V^2}{R_{eq_2}}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_1}{P_2}=\frac{R_{eq_2}}{R_{eq_1}}=\frac{\frac{3R}{2}}{\frac{R}{3}}=\frac{9}{2}$$

B ۳ ۱۹۶۳

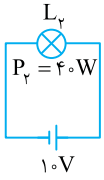
خط فکری از شکل (الف) و (ب) می‌توانید مقاومت هر لامپ را حساب کنید، سپس در شکل (پ) ابتدا مقاومت معادل مدار، سپس جریان و در آخر توان لامپ L_1 را با داشتن جریان و مقاومتش حساب کنید.

شکل (الف): مقاومت L_1 خواهد شد:



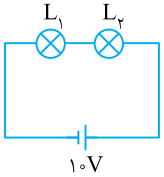
$$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow10=\frac{100}{R_1}\Rightarrow R_1=10\Omega$$

شکل (ب): مقاومت L_2 برابر است با:



$$P_2=\frac{V^2}{R_2}\Rightarrow40=\frac{100}{R_2}\Rightarrow R_2=2/5\Omega$$

شکل (پ): مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم:



$$R_{eq}=R_1+R_2=10+2/5=R_{eq}=12/5\Omega$$

جریان مدار را در این حالت به‌دست می‌آوریم.

$$I=\frac{V}{R_{eq}}\Rightarrow I=\frac{10}{12/5}\Rightarrow I=\frac{4}{5}A$$

توان مصرفی لامپ (۱) خواهد شد:

$$P_1'=R_1I^2\Rightarrow P_1'=10\times(\frac{4}{5})^2=\frac{32}{5}=\frac{64}{10}=6/4W$$

B ۳ ۱۹۶۴

خط فکری ۱ لامپ با مشخصات ۱۲W و ۲۴V، یعنی وقتی لامپ به ولتاژ ۲۴V وصل شود، توان مصرفی‌اش ۱۲W است.

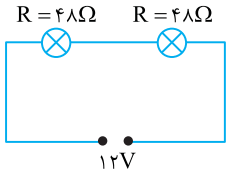
۲ مقاومت رشتهٔ لامپ به نوع اتصال لامپ بستگی ندارد و مقدار آن از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow R=\frac{V^2}{P}$ به‌دست می‌آید.

مقاومت لامپ‌ها را به‌دست آورید و در هر حالت مقاومت معادل را حساب کنید تا بتوانید جریان را در هر حالت به‌دست آورید.

۱ مقاومت هر لامپ برابر است با:

$$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow ۱۲=\frac{۲۴\times ۲۴}{R}\Rightarrow R=۴۸\Omega$$

۲ وقتی هر دو لامپ متوالی بسته می‌شوند، مقاومت معادل برابر است با:

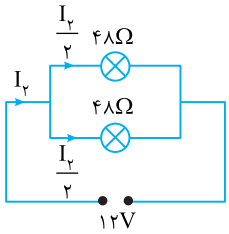


$$R_{eq_۱}=۴۸+۴۸=۹۶\Omega$$

جریان در این حالت خواهد شد:

$$I_۱=\frac{V}{R_{eq_۱}}\Rightarrow I_۱=\frac{۱۲}{۹۶}\Rightarrow I_۱=\frac{۱}{۸}A=۰/۱۲۵A$$

۳ وقتی هر دو لامپ، به‌صورت موازی به اختلاف پتانسیل ۱۲V بسته می‌شوند:



$$R_{eq_۲}=\frac{۴۸}{۲}=۲۴\Omega$$

جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$I_۲=\frac{V}{R_{eq_۲}}=\frac{۱۲}{۲۴}=۰/۵A$$

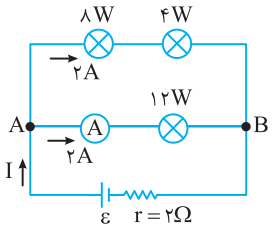
در حالت دوم جریان $I_۲$ باید بین دو مقاومت موازی ۴۸Ω تقسیم شود، پس به هر لامپ جریان $\frac{I_۲}{۲}=۰/۲۵A$ می‌رسد:

$$\frac{I_۲}{۲}-I_۱=۰/۲۵-۰/۱۲۵=۰/۱۲۵A=۱۲۵mA$$

پس جریان در حالت دوم ۱۲۵mA بیشتر از جریان در حالت اول است.

B ۱۹۶۵ ۳

نکتهٔ مهمی که در حل این مسئله باید به آن دقت کنید این است که توان شاخهٔ پایینی ۱۲W است هم‌چنین مجموع توان‌های شاخهٔ بالایی ۸+۴=۱۲W است یعنی توان مصرفی این دو شاخهٔ موازی با هم یکسان است و چون ولتاژ آن‌ها برابر است، بنابراین جریان دو شاخه برابر است و جریان هر شاخه ۲A و جریان کل مدار I=۲+۲=۴A است.



ولتاژ دو سر لامپ ۱۲W خواهد شد:

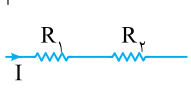
$$P=VI\Rightarrow V=\frac{P}{I}\Rightarrow V=\frac{۱۲}{۲}=۶V$$

این لامپ با باتری موازی بسته شده و ولتاژ دو سر باتری نیز ۶V می‌شود بنابراین می‌توان نوشت:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow ۶=\varepsilon-۴\times ۲\Rightarrow \varepsilon=۱۴V$$

B ۱۹۶۶ ۴

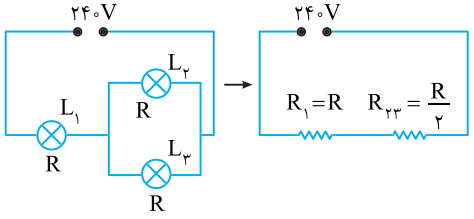
یادآوری در مقاومت‌های متوالی، ولتاژ دو سر هر مقاومت با مقدار مقاومت رابطهٔ مستقیم دارد:



$$\begin{cases}V_۱=R_۱I\\V_۲=R_۲I\end{cases}\Rightarrow\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{R_۱}{R_۲}$$

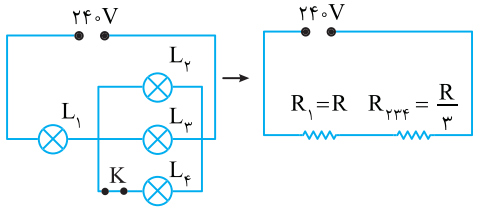
در این سؤال همهٔ لامپ‌ها مشابه‌اند و مقاومت آن‌ها را R فرض می‌کنیم:

حالت اول: اگر کلید K باز باشد لامپ $L_۴$ در مدار قرار ندارد و حذف می‌شود.



$$\xrightarrow[R_۱=۲R_{۲۳}]{V_۱=۲V_{۲۳}}\begin{cases}V_{کل}=V_۱+V_{۲۳}\\۲۴۰=V_۱+V_{۲۳}\Rightarrow ۲۴۰=V_۱+\frac{V_۱}{۲}\Rightarrow V_۱=۱۶۰V\end{cases}$$

حالت دوم: اگر کلید K بسته شود لامپ $L_۴$ در مدار قرار می‌گیرد و شکل مدار به صورت زیر می‌شود:

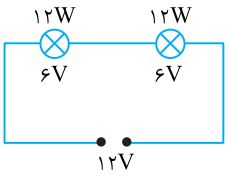


$$\xrightarrow[R_۱=۳R_{۲۳۴}]{V_۱'=۳V_{۲۳۴}'}\begin{cases}V_{کل}=V_۱'+V_{۲۳۴}'\\۲۴۰=V_۱'+\frac{V_۱'}{۳}\Rightarrow ۲۴۰=\frac{۴V_۱'}{۳}\Rightarrow V_۱'=۱۸۰V\end{cases}$$

توان لامپ $L_۱$ برابر $P_۱=\frac{V_۱^2}{R}$ است:

$$\begin{cases}\text{حالت اول: } P_۱=\frac{V_۱^2}{R}\Rightarrow P_۱=\frac{(۱۶۰)^2}{R}\\ \text{حالت دوم: } P_۲=\frac{V_۱'^2}{R}\Rightarrow P_۲=\frac{(۱۸۰)^2}{R}\end{cases}\xrightarrow{\frac{P_۲}{P_۱}=?}\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{(۱۸۰)^2}{R}}{\frac{(۱۶۰)^2}{R}}=(\frac{۱۸۰}{۱۶۰})^2=\frac{۸۱}{۶۴}$$

B ۱۹۶۷ ۳



هر لامپ دارای مشخصات ۶V و ۱۲W است یعنی وقتی به اختلاف پتانسیل ۶V متصل شود، توان آن ۱۲W است. دو لامپ مطابق شکل به طور متوالی به ولتاژ ۱۲V متصل شده‌اند بنابراین ولتاژ هر لامپ ۶V در نتیجه توان مصرفی هر لامپ ۱۲W می‌شود. اکنون به کمک توان و ولتاژ، جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$P=VI\Rightarrow ۱۲=۶I\Rightarrow I=۲A$$

باری که باتری به مدار می‌دهد تا به طور ایمن تخلیه شود ۴۸Ah است از این رو می‌توان نوشت:

$$Q=It\Rightarrow ۴۸=۲t\Rightarrow t=۲۴h$$

B ۱۹۶۸ ۳

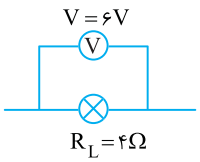
باید توان هر لامپ را به‌دست آورده و با هم مقایسه کنیم، لامپی که توانش بیشتر باشد، روشنایی آن بیشتر است.

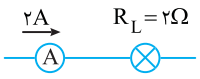
گزینهٔ (۱):

$$P=RI^2=۲\times(۲)^2=۸W$$

گزینهٔ (۲):

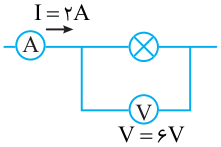
$$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow P=\frac{۳۶}{۴}=۹W$$



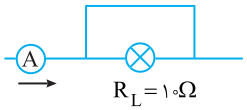


گزینهٔ (۳):

$$P=VI\Rightarrow P=۶\times ۲=۱۲W$$



گزینهٔ (۴): در این گزینه لامپ اتصال کوتاه شده بنابراین خاموش است.

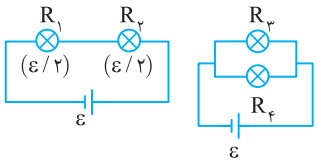


بنابراین در مدار گزینهٔ (۳) لامپ روشنایی بیشتر دارد.

۳ ۱۹۶۹ B

لامپ‌ها یکسان هستند و مطابق شکل ولتاژ دو سر مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ برابر ε اما ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ و $R_۲$، $\frac{\varepsilon}{۲}$ است. از این‌رو توان مصرفی لامپ‌های $R_۳$ و $R_۴$ برابر است با:

$$P_۳=P_۴ \xrightarrow{P=\frac{V^۲}{R}} \frac{\varepsilon^۲}{R}$$



و توان مصرفی لامپ‌های $R_۱$ و $R_۲$ برابر خواهد شد با:

$$P_۱=P_۲=\frac{(\frac{\varepsilon}{۲})^۲}{R} \Rightarrow P_۱=P_۲=\frac{\varepsilon^۲}{۴R}$$

بنابراین توان مصرفی هر یک از لامپ‌های $R_۳$ و $R_۴$ از توان مصرفی هر یک از لامپ‌های $R_۱$ و $R_۲$ بیشتر است.

بازی با سؤال

لامپ‌های (۱) و (۲) را به‌طور موازی به یکدیگر وصل می‌کنیم و مجموعه را به اختلاف پتانسیل V وصل می‌کنیم، در این حالت لامپ (۱) پرنورتر است. اگر دو لامپ را به‌طور متوالی به هم وصل کنیم و به همان اختلاف پتانسیل متصل کنیم، کدام گزینه در این حالت درست است؟

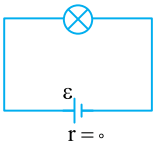
۱) لامپ (۱) پرنورتر است. **۲)** لامپ (۲) پرنورتر است.

۳) روشنایی لامپ‌ها یکسان است. **۴)** اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۲

۴ ۱۹۷۰ B

نکتهٔ بسیار مهم این مسئله این است که مقاومت درونی باتری صفر است و اختلاف پتانسیل دو سر باتری همواره برابر نیروی محرکهٔ آن است. یعنی ولتاژ دو سر لامپ برابر ε است و در هر مداری که ولتاژ دو سر لامپ‌ها برابر ε باشد، شدت نور لامپ‌ها با شدت نور همین لامپ برابر است. در گزینهٔ (۴) دو لامپ به‌طور موازی به باتری متصل شده و اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از آن‌ها برابر ε است و نور لامپ آن‌ها با نور لامپ مدار اولیه برابر است.



در گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) که لامپ‌ها دارای اتصال متوالی هستند، اختلاف پتانسیل هیچ‌یک از لامپ‌ها به ε نمی‌رسد و از آن کمتر است بنابراین نور لامپ‌ها کمتر از حالت اولیه است.

۳ ۱۹۷۱ B

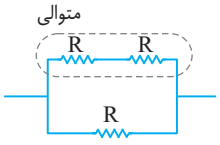
اجاق برقی به برق منزل به‌طور موازی بسته می‌شود یعنی در چهار گزینه اختلاف پتانسیل دو سر اجاق یکسان و برابر ولتاژ برق منزل است، بنابراین در همهٔ حالت‌ها اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ گرماده یکسان است و بنا به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$، مجموعه‌ای که مقاومت کمتری دارد، توان مصرفی‌اش بیشتر و برای قسمت گرماده مناسب‌تر است.

اگر هر مقاومت را با R نمایش دهیم، خواهیم داشت:



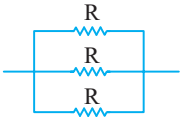
گزینهٔ (۱): سه مقاومت متوالی: $R_{eq}=۳R$

گزینهٔ (۲): $R_{eq}=\frac{۲R}{۳}$ و $R+R=۲R$



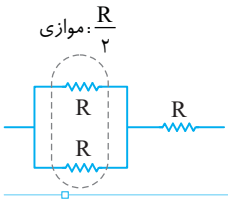
گزینهٔ (۳): سه مقاومت موازی:

$$R_{eq}=\frac{R}{۳}$$



گزینهٔ (۴): $R_{eq}=\frac{R}{۲}+R=\frac{۳R}{۲}$

موازی: $\frac{R}{۲}$



بنابراین گزینهٔ (۳) مناسب‌تر است.

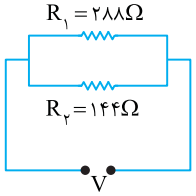
۳ ۱۹۷۲ B

خط فکری

۱ در مقاومت‌های موازی مقاومت معادل از تک‌تک مقاومت‌های مدار کوچک‌تر است.

۲ با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ اگر مقدار اختلاف پتانسیل دو سر مدار ثابت باشد، هرچه R کوچک‌تر باشد، توان مصرفی مدار بزرگ‌تر خواهد شد.

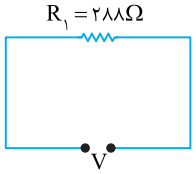
بیشینهٔ توان مصرفی برای اختلاف پتانسیل دو سر مدار نشان داده شده، هنگامی است که هر دو کلید بسته باشند و هر دو مقاومت موازی در مدار قرار گیرند تا مقاومت مدار کمترین مقدار شود.



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲} \Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۳}{۲۸۸}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=۹۶\Omega \xrightarrow{P=\frac{V^۲}{R}} P_{max}=\frac{V^۲}{R_{eq}}=\frac{V^۲}{۹۶}$$

برای آنکه توان مصرفی کمترین مقدار باشد باید مقاومت $R_۱$ که بیشترین مقاومت است در مدار قرار گیرد، یعنی کلید شاخهٔ $R_۱$ بسته و کلید شاخهٔ $R_۲$ باز باشد.



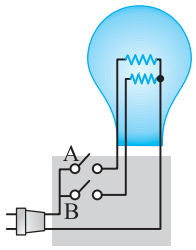
$$P_{min}=\frac{V^۲}{R_۱}=\frac{V^۲}{۲۸۸}$$

بنابراین

$$\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{\frac{V^۲}{۹۶}}{\frac{V^۲}{۲۸۸}}=\frac{۲۸۸}{۹۶}=۳$$

بازی با سؤال

یک لامپ سه راهه ۲۰۰V در اختیار داریم. اگر مقاومت کوچک‌تر رشته‌های لامپ، ۱۲Ω باشد و نسبت کمترین به بیشترین توان این لامپ در حالتی که آن را به ولتاژ ۲۰۰V وصل می‌کنیم $\frac{۱}{۳}$ باشد، مقاومت رشتهٔ دیگر لامپ چند اهم است؟



۱) ۱۲ **۲)** ۲۴

۳) ۱۴ **۴)** ۱۸

گزینهٔ ۲

۳ ۱۹۷۳ A

اگر تنها کلید A بسته باشد، فقط مقاومت $R_۱$ در مدار قرار دارد.

$$I_۱=\frac{V}{R_۱} \Rightarrow I_۱=\frac{۲۰۰}{۱۰۰۰}=۰/۲A<۰/۵A$$

فیوز نمی‌پرد.

اگر تنها کلید B بسته باشد، فقط مقاومت $R_۲$ در مدار قرار دارد.

$$I_۲=\frac{V}{R_۲} \Rightarrow I_۲=\frac{۲۰۰}{۵۰۰}=۰/۴A<۰/۵A$$

فیوز نمی‌پرد.

اگر هر دو کلید بسته شوند، هر دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ در مدار قرار داشته و با هم موازی می‌شوند.

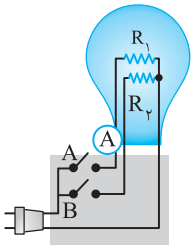
$$\frac{۱}{R_۲}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲} \Rightarrow \frac{۱}{R_{۱,۲}}=\frac{۱}{۱۰۰۰}+\frac{۱}{۵۰۰} \Rightarrow R_{۱,۲}=\frac{۱۰۰۰}{۳}\Omega$$

فیوز می‌پرد. $I_{۱,۲}=\frac{V}{R_{۱,۲}}\Rightarrow I_{۱,۲}=\frac{۲۰۰}{\frac{۱۰۰۰}{۳}}=۰/۶A>۰/۵A$

تنها در حالتی که هر دو کلید بسته است، جریان از $۰/۵A$ بیشتر است و فیوز می‌پرد.

B ۱۹۷۴ ۴

در هر حالتی از کلیدهای A و B، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ مقدار ثابت $۲۴۰V$ است. کمترین انرژی وقتی مصرف می‌شود که مقاومت مدار بیشترین مقدار باشد $(\downarrow P=\frac{V^۲}{R\uparrow})$ و بیشترین مقدار مقاومت وقتی است که مقاومت $R_۱$ به تنهایی در مدار است. دقت کنید که $R_۱>R_۲$ است.



بنابراین وقتی که مقاومت $R_۱$ در مدار است انرژی گرمایی تولید شده $۳۸۴J$ است و می‌توان جریان $R_۱$ یعنی جریان آمپرسنج را به‌دست آورد.

$U=VIt\Rightarrow ۳۸۴=۲۴۰\times I\times ۲\Rightarrow I=۰/۸A$

بیشترین انرژی مصرفی (گرمای تولیدی) زمانی اتفاق می‌افتد که مقاومت لامپ کمترین مقدار باشد و وقتی که دو مقاومت با هم موازی باشند، مقاومت معادل کمترین مقدار است. اما نکتهٔ مهم این است که وقتی دو مقاومت با هم موازی هستند، اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از آن‌ها همان $۲۴۰V$ است یعنی در این حالت نیز اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$، $۲۴۰V$ و جریان عبوری از آمپرسنج همان $۰/۸A$ است.

B ۱۹۷۵ ۲

خط فکری

۱ فیوز وسیله‌ای است که جریان در مدار را کنترل می‌کند، مثلاً اگر فیوزی $۱۵A$ باشد و به مدار جریان بیشتر از $۱۵A$ وارد شود فیوز می‌پرد. فیوز را به صورت ∿ در مدار نشان می‌دهند.

۲ اگر وسیلهٔ برقی را با ولتاژ و توان آن معرفی کردند ابتدا مقاومت وسیله را از روی این دو عدد به‌دست آورید و سپس سؤال را حل کنید.

۱ جریان هر وسیله را حساب می‌کنیم. $P=VI\Rightarrow ۱۱۰=۲۲۰I\Rightarrow I=۰/۵A$

۲ جریان قابل تحمل فیوز $۶A$ است. بنابراین تعداد وسیله‌ها خواهد شد:

$n=\frac{۶}{۰/۵}=۱۲$

بازی با سؤال

اختلاف پتانسیل دو سر مداری $۲۲۰V$ است. اگر در این مدار یک فیوز $۰/۱A$ قرار داده باشیم، حداکثر چند وسیلهٔ برقی یکسان با مشخصات $(۲۲۰V,۱۱۰W)$ را می‌توان به‌صورت متوالی در مدار قرار داد تا فیوز نپرد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

گزینهٔ ۳

A ۱۹۷۶ ۴

جریانی که به بخاری برقی و دستگاه پخش صوت می‌رسد را محاسبه می‌کنیم:

بخاری برقی: $P=VI\Rightarrow ۲۰۰۰=۲۰۰I_{\text{بخاری برقی}}$

$\Rightarrow I_{\text{بخاری برقی}}=۱۰A$

دستگاه پخش صوت: $P=VI\Rightarrow ۲۰۰=۲۰۰I_{\text{پخش صوت}}$

$\Rightarrow I_{\text{پخش صوت}}=۱A$

چون دستگاه پخش صوت و بخاری برقی و لامپ با هم موازی هستند:

$I_{\text{کل}}=I_{\text{بخاری برقی}}+I_{\text{پخش صوت}}+I_{\text{لامپ}}$

$\Rightarrow ۱۵=۱+۱۰+I_{\text{لامپ}}\Rightarrow I_{\text{لامپ}}=۴A$

حال توان مصرفی لامپ را به‌دست می‌آوریم:

$P_{\text{لامپ}}=VI=۲۰۰\times ۴=۸۰۰W$

بازی با سؤال

در سیم‌کشی منازل، همهٔ مصرف‌کننده‌ها به طور موازی متصل می‌شوند. اگر در یک خانه یک اتوی $۱۲۰۰W$، یک نان برشته‌کن (توستر) $۱۸۰۰W$ و شش لامپ رشته‌ای $۱۰۰W$ به پریزهای ۲۲۰ ولت وصل شوند، حداقل فیوز چند آمپر را باید در مدار ورودی این خانه قرار داد که با کار کردن همهٔ وسیله‌ها فیوز نپرد؟

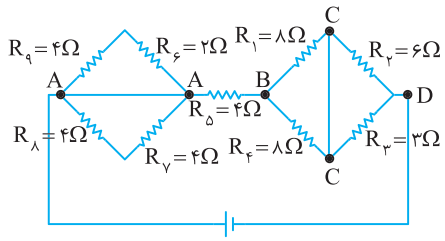
۱) ۱۶/۳۶ ۲) ۳/۳ ۳) ۵/۲۱ ۴) ۵/۵۲

گزینهٔ ۱

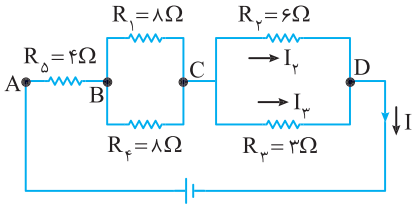
پنجره دوجداره

B ۱۹۷۷ ۱

دو سر مجموعهٔ مقاومت‌های $R_۸$، $R_۷$، $R_۶$ و $R_۹$ با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شده و مجموعه اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود، بنابراین مقاومت $R_۶$ در مدار حضور ندارد و توان آن برابر صفر می‌شود.



مدار را با نام‌گذاری دوباره رسم می‌کنیم:



با توجه به فرض توان مصرفی در مقاومت $R_۲=۶\Omega$ برابر $۲۴W$ است، بنابراین جریان این مقاومت را حساب می‌کنیم.

$P_۲=R_۲I_۲^۲\Rightarrow ۲۴=R_۲I_۲^۲\Rightarrow ۶I_۲^۲=۲۴\Rightarrow I_۲=۲A$

با توجه به اینکه مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ موازی‌اند و ولتاژ دو سر آن‌ها با هم برابر است خواهیم داشت: $V_{R_۳}=V_{R_۲}\Rightarrow ۶\times ۲=۳\times I_۳\Rightarrow I_۳=۴A$

مجموع جریان عبوری از $R_۲$ و $R_۳$ برابر جریان کل مدار است:

$I=I_۲+I_۳=۴+۲=۶A$

با توجه به اینکه مقاومت $R_۵$ با مقاومت معادل مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ متوالی است، جریان آن نیز $I_۵=۶A$ می‌شود.

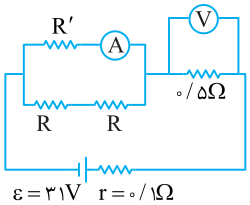
در این صورت انرژی گرمایی تولید شده در $R_۵$ در مدت $۲۰s$ خواهد شد:

$Q=R_۵I_۵^۲t=۴\times ۳۶\times ۲۰=۲۸۸۰J$

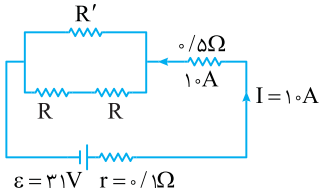
B ۱۹۷۸ ۲

با توجه به اختلاف پتانسیل مقاومت $۰/۵\Omega$، جریان عبوری از آن را حساب می‌کنیم:

$V=RI\Rightarrow ۵=۰/۵\times I\Rightarrow I=۱۰A$



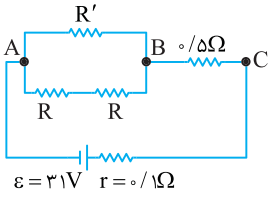
این همان جریانی است که از باتری خارج می‌شود و در واقع جریان مدار ۱۰A است. حال اختلاف پتانسیل دو سر باتری را به‌دست می‌آوریم:



$$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI \Rightarrow V_{\text{باتری}}=۳۱-(۰/۱\times۱۰)=۳۰V$$

با توجه به مدار اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B برابر است با:

$$V_{\text{باتری}}=V_{AB}+V_{BC} \Rightarrow ۳۰=V_{AB}+۵$$
$$\Rightarrow V_{AB}=۲۵V$$



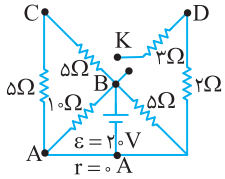
دو مقاومت مشابه R بین A و B قرار دارد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو مقاومت مساوی و برابر $\frac{۲۵}{۲}V$ است، همچنین جریان مدار ۱۰A است که ۸ آمپر آن از مقاومت R' عبور کرده، پس جریان عبوری از شاخهٔ مقاومت‌های R برابر ۲A است.

$$P_R=V_R I_R \Rightarrow P_R=\frac{۲۵}{۲}\times۲=۲۵W$$

۴ | ۱۹۷۹ | B

یادآوری در یک مدار وقتی باتری آرمانی است $(r\sim۰)$، اختلاف پتانسیل دو سر باتری همواره ثابت و برابر ε است، زیرا اگر چه ممکن است جریان عبوری از باتری تغییر کند اما چون $r=۰$ است، طبق رابطهٔ $V=\varepsilon-rI$، $V=\varepsilon$ خواهد بود.

مدار را نام‌گذاری می‌کنیم. اتفاق جالبی افتاده است، به مدار نگاه کنید. دو سر مقاومت ۱۰Ω و دو سر باتری به نقاط A و B متصل هستند. یعنی مقاومت ۱۰Ω با باتری که بدون مقاومت درونی است موازی بسته شده است و با توجه به مطلب یادآوری، با بسته شدن کلید، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۰Ω هم‌چنان برابر نیروی محرکه باتری است، بنابراین توان مصرفی مقاومت ۱۰Ω تغییر نمی‌کند و اختلاف توان‌ها در دو حالت صفر است.



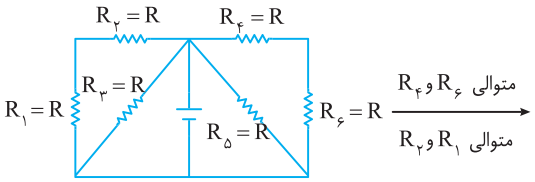
$$P=\frac{V_{\text{ثابت}}^۲}{R_{\text{ثابت}}} \Rightarrow P_{۱۰\Omega}=\text{ثابت می‌ماند}$$

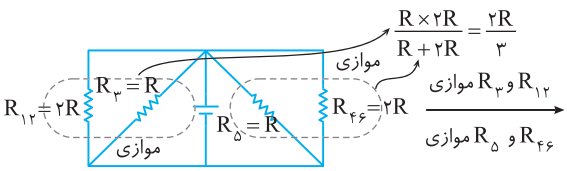
۴ | ۱۹۸۰ | B

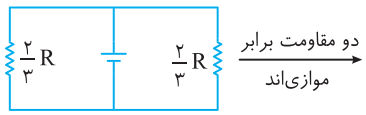
مقاومت‌های مدار یکسان‌اند، مقاومت‌های $R_۵$ و $R_۳$ به دو سر باتری وصل شده و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری و بیشینه است. با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$، توان مصرفی این دو مقاومت بیشینه است:

$$P_۵=P_۳=\frac{V^۲}{R} \Rightarrow \frac{V^۲}{R}=۴۰W$$

برای به دست آوردن توان مصرفی کل مدار $P_{\text{کل}}=\frac{V_{\text{کل}}^۲}{R_{eq}}$، مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم: (منظور از $V_{\text{کل}}$ همان اختلاف پتانسیل دو سر باتری یا V است.)







$$R_{eq}=\frac{R'}{n}=\frac{\frac{۲}{۳}R}{۲} \Rightarrow R_{eq}=\frac{۱}{۳}R$$

بنابراین توان کل برابر است با:

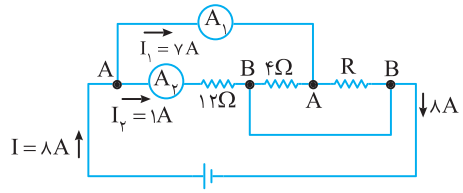
$$P_{\text{کل}}=\frac{V^۲}{R_{eq}} \Rightarrow P_{\text{کل}}=\frac{V^۲}{\frac{R}{۳}} \Rightarrow P_{\text{کل}}=۳\frac{V^۲}{R} \Rightarrow P_{\text{کل}}=۳\times۴۰=۱۲۰W$$

۱ | ۱۹۸۱ | C

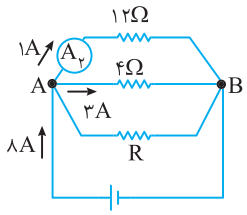
جریان $I_۱$، ۷ آمپر و جریان $I_۲$، ۱A است و جریان کل برابر مجموع این دو جریان است.

$$I_{\text{کل}}=I_۱+I_۲ \Rightarrow I_{\text{کل}}=۷+۱=۸A$$

باید به سراغ نام‌گذاری و ساده کردن مدار برویم. البته یادمان هست که آمپرسنج آرمانی شبیه یک سیم بدون مقاومت عمل می‌کند، بنابراین می‌توان در دو طرف آن حرف یکسان قرار داد.



سه مقاومت بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و با هم موازی‌اند. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود یعنی وقتی آمپرسنج $A_۲$ جریان مقاومت ۱۲Ω را ۱A نشان می‌دهد، قطعاً جریان مقاومت ۴Ω، سه برابر آن یعنی ۳A است.



با توجه به اینکه جریان کل مدار ۸A است، جریانی که از R می‌گذرد برابر است با:

$$I_R=۸-(۳+۱)=۴A$$

ولتاژ دو سر مقاومت R با ولتاژ دو سر مقاومت‌های ۱۲Ω و ۴Ω برابر است از این‌رو:

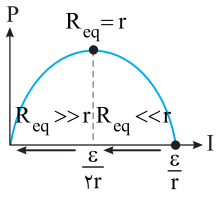
$$V_R=V_{۱۲\Omega}=I_{۱۲\Omega}R_{۱۲\Omega}=۱\times۱۲=۱۲V$$

توان مصرفی R خواهد شد:

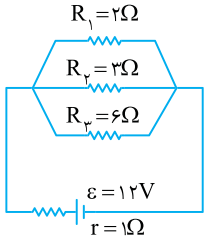
$$P=VI=۱۲\times۴=۴۸W$$

۳ | ۱۹۸۲ | C

یادآوری مقاومت درونی مولد ۱Ω است و توان خروجی باتری هنگامی بیشینه است که $R_{eq}=r$ باشد و هر چه قدر مقدار مقاومت معادل کمتر یا بیشتر از $R_{eq}=r$ شود توان کمتر می‌شود.



حالت اول، بیشینه توان خروجی:



هر سه مقاومت موازی باشند.

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶} \Rightarrow R_{eq}=۱\Omega$$

مقاومت معادل ۱Ω شده و $R_{eq}=r$ شده پس توان خروجی در این حالت بیشینه است.

جریان مدار برابر خواهد شد با:

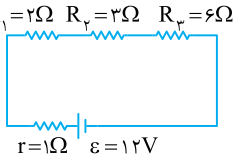
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I=\frac{۱۲}{۱+۱}=۶A$$

بیشینه توان خروجی خواهد شد:

$$P_{max}=R_{eq}I^۲ \Rightarrow P_{max}=۱\times(۶)^۲=۳۶W$$

حالت دوم، کمینه توان خروجی:

کمینه توان خروجی در حالتی اتفاق می‌افتد که هر سه مقاومت متوالی باشند زیرا مقاومت معادل بیشترین حالت خواهد شد و مقدار آن از $r=۱\Omega$ خیلی بیشتر می‌شود.



پس با توجه به نمودار توان خروجی از باتری کمینه می‌شود. $R'_{eq}=۲+۳+۶=۱۱\Omega$

جریان مدار برابر است با: $I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{۱۲}{۱۱+۱}\Rightarrow I'=۱A$

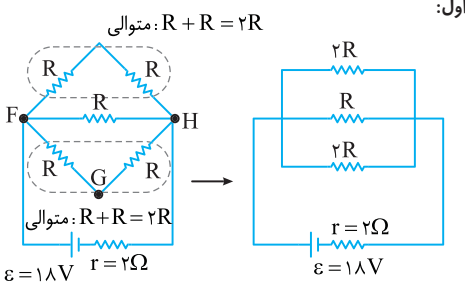
کمینه توان خروجی را حساب می‌کنیم: $P_{min}=R'_{eq}(I'^{۲})=۱۱\times۱=۱۱W$

نسبت توان‌ها برابر است با: $\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{۳۶}{۱۱}$

۳ ۱۹۸۳ C

خط فکری توان خروجی باتری وقتی بیشینه است که مقاومت درونی باتری با مقاومت خارجی مدار برابر باشد. بنابراین باید مقاومت معادل بین دو نقطه F و H را بر حسب R به‌دست بیاورید، و آن را با مقاومت درونی ۲Ω برابر قرار دهید تا R به‌دست آید، سپس مقاومت معادل بین H و G را حساب کرده و با به‌دست آوردن جریان مدار توان خروجی باتری را در این حالت حساب کنید.

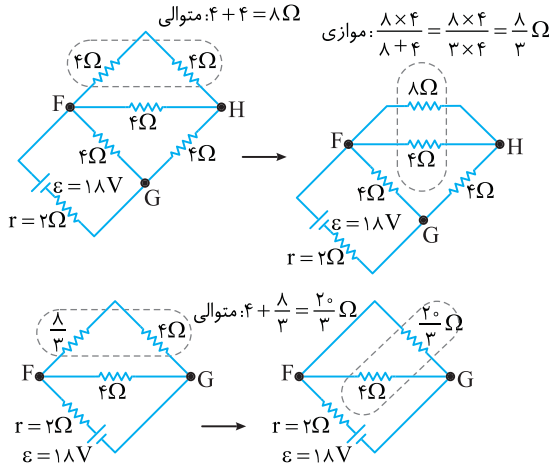
حالت اول:



مقاومت معادل خواهد شد: $\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲R}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۲R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{R}{۲}$

مسئله گفته توان خروجی باتری بیشینه است. بنابراین: $R_{eq}=r\Rightarrow\frac{R}{۲}=۲\Rightarrow R=۴\Omega$

حالت دوم: حالتی که مجموعه بین نقاط F و G بسته شده را رسم می‌کنیم:



مقاومت معادل خواهد شد: $\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۲۰}=\frac{۸}{۲۰}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۰}{۴}=۲/۵\Omega$

جریان مدار خواهد شد: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۸}{۲/۵+۲}=\frac{۱۸}{\frac{۹}{۲}}\Rightarrow I=۴A$

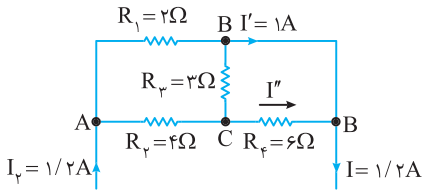
توان خروجی باتری (توان مصرفی در مقاومت خارجی) برابر است با:

$P=R_{eq}I^{۲}\Rightarrow P=۲/۵\times(۴)^{۲}=۴۰W$

۴ ۱۹۸۴ C

۱ به نقطهٔ B نگاه کنید، جریان $I'=۱A$ وارد این نقطه شده و جریان کل $۱/۲A$ یا همان جریان I از آن خارج می‌شود، بنابراین جریان مقاومت ۶Ω را می‌توان حساب کرد.

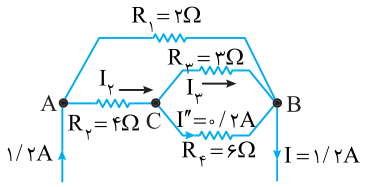
$I=I'+I''\Rightarrow ۱/۲=۱+I''\Rightarrow I''=۰/۲A$



۲ مدار را با نام‌گذاری مجدداً رسم می‌کنیم تا بتوانیم متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها و چگونگی تقسیم جریان‌ها را تشخیص دهیم.

مقاومت‌های $R_۳=۳\Omega$ و $R_۴=۶\Omega$ بین دو نقطهٔ C و B بسته شده با هم موازی‌اند.

مقاومت $R_۲=۴\Omega$ بین A و C و مقاومت $R_۱=۲\Omega$ بین دو سر کل مجموعه یعنی A و B بسته شده است و مدار به صورت زیر خواهد شد:



۳ مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω موازی هستند و در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد، یعنی وقتی از مقاومت ۶Ω جریان $۰/۲A$ می‌گذرد از مقاومت $R_۳=۳\Omega$ جریانی دو برابر آن یعنی $I_۳=۲\times۰/۲=۰/۴A$ می‌گذرد.

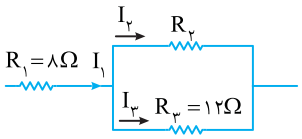
جریان $R_۲=۴\Omega$ برابر مجموع جریان عبوری از $R_۳=۳\Omega$ و $R_۴=۶\Omega$ است.

$I_۲=I_۳+I''\Rightarrow I_۲=۰/۴+۰/۲=۰/۶A$

اکنون توان مصرفی مقاومت ۴Ω قابل محاسبه است.

$P=RI^{۲}\Rightarrow P=۴\times(۰/۶)^{۲}\Rightarrow P=۱/۴۴W$

۴ ۱۹۸۵ C



در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، (زیرا اختلاف پتانسیل دو سر شاخه‌های موازی برابر است.)

$V_۲=V_۳\Rightarrow I_۲R_۲=I_۳R_۳\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۳}=\frac{R_۳}{R_۲}\Rightarrow I_۳=\frac{R_۲}{R_۳}I_۲\quad(۱)$

جریان $I_۱$ برابر مجموع جریان $I_۲$ و $I_۳$ است. از رابطهٔ (۱) جریان $I_۳$ را جای‌گذاری می‌کنیم.

$I_۱=I_۲+I_۳\Rightarrow I_۱=I_۲+\frac{R_۲}{R_۳}I_۲\Rightarrow I_۱=\frac{I_۲(R_۳+R_۲)}{R_۳}$

$\Rightarrow I_۲=\frac{I_۱}{R_۲+R_۳}\times R_۳\quad(۲)$

داده‌های مسئله را بررسی می‌کنیم. توان مقاومت $R_۱$ سه برابر توان مقاومت $R_۲$ است، بنابراین:

$P_۱=۳P_۲\Rightarrow R_۱I_۱^{۲}=۳R_۲(I_۲)^{۲}$

به جای $I_۲$ مقدار به‌دست آمده از رابطهٔ (۲) را قرار می‌دهیم:

$R_۱I_۱^{۲}=۳R_۲(\frac{I_۱}{R_۲+R_۳})^{۲}R_۳^{۲}\Rightarrow ۸I_۱^{۲}=۳R_۲(\frac{I_۱}{R_۲+۱۲})^{۲}(۱۲)^{۲}$

$\Rightarrow R_۲^{۲}+۲۴R_۲+۱۴۴=۵۴R_۲\Rightarrow R_۲^{۲}-۳۰R_۲+۱۴۴=۰$

$\Rightarrow(R_۲-۲۴)(R_۲-۶)=۰\Rightarrow\begin{cases}R_۲=۶\Omega\\R_۲=۲۴\Omega\end{cases}$

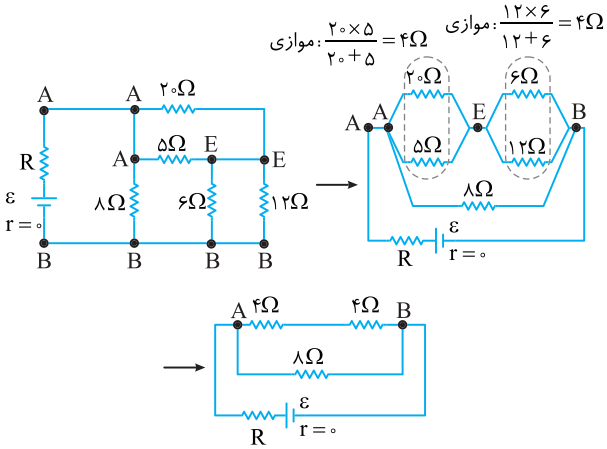
که در گزینه‌ها ۲۴Ω وجود دارد.

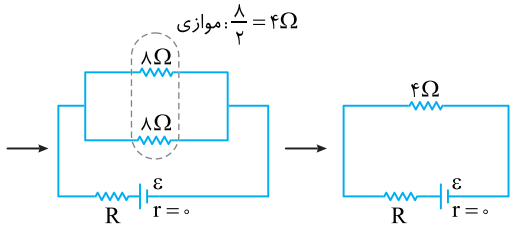
میانبر برای تقسیم جریان I در دو مقاومت موازی R_1 و R_2 می‌توانید روابط زیر را که در حل مسئله به آن رسیدیم استفاده کنید.

$$I_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}I \ , \ I_2=\frac{R_1}{R_1+R_2}I$$

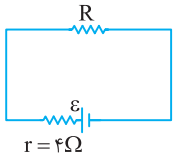
B ۳ ۱۹۸۶

مسئله زیبایی است و راه حل آن زیباتر. در مرحلهٔ اول مقاومت معادل تمام مقاومت‌های روی شکل به جز R را حساب می‌کنیم. با نام‌گذاری مدار را ساده می‌کنیم. باتری و مقاومت R بین A و B بسته شده‌اند و مقاومت‌های ۵Ω و ۲۰Ω بین دو نقطهٔ A و E و دو مقاومت ۶Ω و ۱۲Ω بین دو نقطهٔ B و E بسته شده‌اند و مقاومت ۸Ω بین دو نقطهٔ A و B بسته شده است. مدار به صورت زیر در می‌آید.



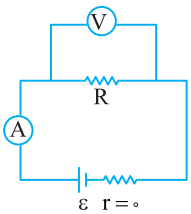


اگر مقاومت ۴Ω را مقاومت درونی باتری فرض کنیم، برای آنکه توان در مدار خارجی یعنی مقاومت R بیشینه شود، باید مقاومت خارجی R با مقاومت درونی باتری یعنی ۴Ω برابر باشد.



پنجره ۵

A ۱ ۱۹۸۷



مقاومت R و باتری باهم موازی‌اند، بنابراین ولتسنج ولتاژ دو سر مقاومت و همچنین ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد. مقاومت درونی باتری صفر است، پس ولتاژ دو سر باتری همواره با نیروی محرکهٔ باتری برابر است یعنی ولتسنج در این مدار همواره نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد و عدد ولتسنج ثابت است.

اگر به جای R، مقاومت ۲R قرار گیرد، جریان مدار کاهش می‌یابد $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{R\uparrow})$ بنابراین آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.

B ۲ ۱۹۸۸

خط فکری اثر تغییر مقاومت مدار بر جریان و ولتاژ:

گام اول: بررسی تغییر مقاومت کل مدار در اثر تغییر مقاومت قسمتی از مدار

با اضافه شدن مقاومت موازی به مدار، مقاومت معادل کل کاهش می‌یابد و بالعکس.

با افزایش مقاومت رئوستا در هر شرایطی مقاومت معادل افزایش می‌یابد و بالعکس.

گام دوم: بررسی تغییر جریان کل مدار:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$ (ε: ثابت، r: ثابت، تغییرات را در گام اول بررسی کردیم.)

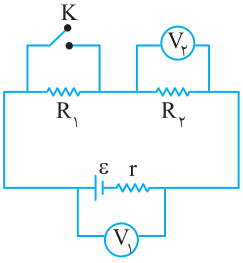
گام سوم: بررسی تغییر اختلاف پتانسیل دو سر باتری در اثر تغییر جریان

$$V=\varepsilon-Ir$$ (ε: ثابت، r: ثابت، I: تغییرات را در گام دوم بررسی کردیم.)

گام چهارم: بررسی تغییر ولتاژ دو سر قسمتی از مدار که در آن تغییر مقاومتی رخ نداده است.

گام پنجم: بررسی تغییر ولتاژ دو سر قسمتی از مدار که در آن تغییر مقاومتی رخ داده است.

گام ششم: بررسی تغییر جریان هر شاخه از مدار



در ابتدا مقاومت معادل مدار برابر R_1+R_2 است. با بسته شدن کلید K، مقاومت R_1 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این صورت مقاومت معادل مدار R_2 می‌شود یعنی مقاومت مدار کاهش می‌یابد و با کاهش مقاومت مدار، جریان کل مدار افزایش می‌یابد $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r})$.

ولتسنج V_1 اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. $\downarrow V_1=\varepsilon-\uparrow Ir$

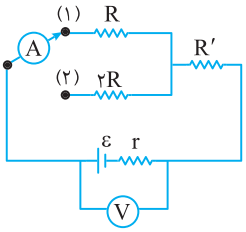
بنابراین ولتسنج V_1 عدد کمتری را نشان می‌دهد.

ولتسنج V_2 اختلاف پتانسیل دو سر R_2 را نشان می‌دهد. $\uparrow V_2=\uparrow IR_2$

بنابراین ولت سنج V_2 عدد بزرگ‌تری نشان می‌دهد.

B ۴ ۱۹۸۹

در وضعیت (۱) دو مقاومت R و R' در مدار به‌طور متوالی قرار دارند و مقاومت معادل برابر $R_{eq_1}=R+R'$ است.



در وضعیت (۲) دو مقاومت ۲R و R' در مدار به‌طور متوالی قرار دارند و مقاومت معادل برابر $R_{eq_2}=2R+R'$ است. یعنی در وضعیت (۲) مقاومت مدار بزرگ‌تر است. آمپرسنج عدد کمتری نشان می‌دهد.

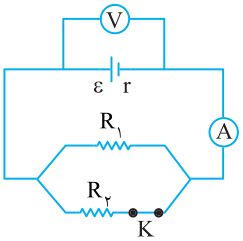
$$R_{eq_2}>R_{eq_1} \xrightarrow{\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}} I_2<I_1$$

ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد و با کاهش جریان ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد. $\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$

بنابراین ولتسنج عدد بزرگ‌تری را نمایش می‌دهد.

B ۴ ۱۹۹۰

۱ **بررسی مقاومت معادل:** ابتدا در مدار دو مقاومت موازی R_1 و R_2 وجود دارد که مقاومت معادل آن‌ها از هر یک از مقاومت‌ها کوچک‌تر است $(R_{eq_1}<R_1)$. با باز کردن کلید مقاومت R_2 از مدار جدا می‌شود و مقاومت معادل برابر R_1 شده یعنی مقاومت معادل افزایش می‌یابد.



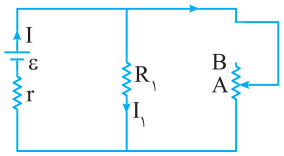
$$R_{eq_2}=R_1 \Rightarrow R_{eq_2}>R_{eq_1}$$

۲ **بررسی جریان مدار:** با افزایش مقاومت کل مدار، جریان مدار کاهش می‌یابد $\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}$ و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.

۳ ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد از این‌رو $\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$، بنابراین ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نمایش خواهد داد.

B ۱۹۹۱ ۳

۱ با حرکت لغزنده از A به B مطابق شکل مقدار بیشتری از مقاومت در مدار قرار می‌گیرد و مقاومت متغیر افزایش یافته، بنابراین R_{eq} زیاد می‌شود.



۲ طبق رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ با افزایش R_{eq} جریان I کاهش می‌یابد.

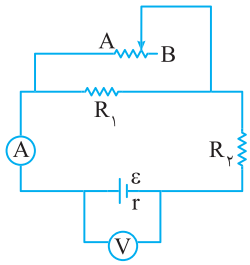
۳ با کاهش جریان I اختلاف پتانسیل دو سر باتری افزایش می‌یابد.

$\uparrow V_{\text{باتری}}=\varepsilon-I\downarrow r$

۴ مقاومت $R_۱$ موازی باتری است بنابراین ولتاژ دو سر $R_۱$ نیز افزایش می‌یابد و با ثابت بودن $R_۱$ جریان آن $I_۱=\frac{V_۱}{R_۱}$ افزایش می‌یابد.

B ۱۹۹۲ ۲

خطا نگیری هر گاه یکی از مقاومت‌های درون مدار چه موازی، چه متوالی افزایش یابد، مقاومت معادل افزایش می‌یابد و اگر کاهش یابد، مقاومت معادل کاهش می‌یابد. بنابراین باید بررسی کنید که حرکت لغزنده، مقاومت رئوستا را که موازی مقاومت $R_۱$ است افزایش می‌دهد یا کاهش، سپس می‌توانید در مورد ولتاژ و جریانی که ولت‌سنج و آمپرسنج نشان می‌دهند اظهار نظر کنید.



۱ با حرکت لغزنده از A تا B مقاومت رئوستا زیاد می‌شود که سبب افزایش مقاومت کل مدار می‌شود. $(R_{eq}\uparrow)$

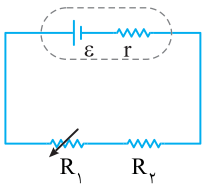
۲ با افزایش مقاومت کل مدار جریان کل کاهش می‌یابد $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$

بنابراین $I'<I$ است.

۳ ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که با کاهش جریان مدار، ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد. $\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$ و $V'>V$ می‌شود.

B ۱۹۹۳ ۲

۱ با افزایش مقاومت $R_۱$ که با مقاومت $R_۲$ متوالی است، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد. $\uparrow R_{eq}=\uparrow R_۱+R_۲$



۲ با افزایش مقاومت معادل مدار، جریان کل مدار کاهش می‌یابد. $\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}$

۳ با کاهش جریان مدار، افت پتانسیل در باتری کاهش می‌یابد. $\downarrow V'=\downarrow Ir$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۲$ با کاهش جریان کاهش می‌یابد.

$\downarrow V_۲=\downarrow IR_۲$

۵ اختلاف پتانسیل دو سر باتری با کاهش جریان افزایش می‌یابد.

$\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$

۶ با توجه به اینکه ولتاژ دو سر باتری برابر مجموع ولتاژ دو سر مقاومت‌هاست، داریم: $V=V_۱+V_۲\xrightarrow{V\uparrow,V_۲\downarrow}V_۱\uparrow$

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ افزایش می‌یابد.

میانبر در مدارهای دارای مقاومت متغیر هرگاه مقاومت متغیر در حال تغییر باشد.

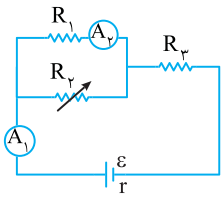
۱ ولتاژ و جریان مقاومت متغیر مخالف هم تغییر می‌کنند و همیشه تغییرات مقاومت متغیر و ولتاژ آن مشابه است.

۲ ولتاژ و جریان مقاومت ثابت در مدار مشابه یکدیگر تغییر می‌کند.

$R_۱$ افزایش یافته پس ولتاژ آن افزایش می‌یابد و جریان آنکه همان جریان مدار است کاهش می‌یابد و با کاهش جریان، مقاومت r که ثابت است ولتاژ دو سرش $V'=Ir$ کاهش می‌یابد.

B ۱۹۹۴ ۳

۱ همان‌گونه که می‌دانیم هر گاه یک مقاومت مدار افزایش یابد، مقاومت معادل افزایش می‌یابد. $R_۲\uparrow\Rightarrow R_{eq}\uparrow$



۲ جریان کل مدار که توسط آمپرسنج $A_۱$ نمایش داده می‌شود کاهش می‌یابد $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$ و آمپرسنج $A_۱$ عدد کمتری نشان می‌دهد.

۳ ولتاژ دو سر باتری را بررسی می‌کنیم. با کاهش جریان مدار، ولتاژ دو سر باتری زیاد می‌شود $(\uparrow V=\varepsilon-I\downarrow r)$.

۴ ولتاژ دو سر مقاومت $R_۳$ به دلیل کاهش جریان مدار کاهش می‌یابد $\downarrow V_۳=I\downarrow R_۳$.

۵ ولتاژ دو سر مقاومت‌های موازی $R_۱$ و $R_۲$ برابر است با:

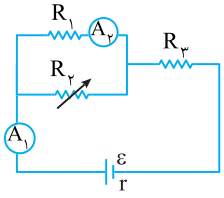
$V_{۱۲}=V_{\text{باتری}}-V_۳\Rightarrow V_{۱۲}\uparrow$

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ افزایش می‌یابد و جریان گذرنده از $R_۱$ زیاد می‌شود $(\uparrow V_۱=R_۱I_۱\uparrow)$ و آمپرسنج $A_۲$ عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

میانبر ۱ هر گاه یکی از مقاومت‌های مدار افزایش یابد (چه متوالی و چه موازی) مقاومت معادل افزایش و جریان کل کاهش می‌یابد.

میانبر ۲ وقتی مقاومت متغیر افزایش یابد، ولتاژ دو سر آن افزایش و جریان آن کاهش می‌یابد. و وقتی مقاومت متغیر کاهش می‌یابد، ولتاژ دو سر آن کاهش و جریان آن افزایش می‌یابد. در این مسئله $R_۲$ زیاد شده بنابراین ولتاژ دو سرش زیاد می‌شود یعنی ولتاژ دو سر $R_۱$ که با آن موازی است زیاد می‌شود و جریان $I_۱$ افزایش می‌یابد.

بازی با سؤال **در شکل زیر با کاهش مقاومت $R_۲$ عددی که آمپرسنج‌های $A_۱$ و $A_۲$ نمایش می‌دهند به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟**

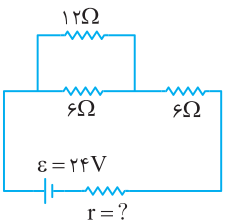


۱) کاهش - کاهش
۲) افزایش - کاهش
۳) کاهش - افزایش
۴) افزایش - افزایش

گزینهٔ ۲

B ۱۹۹۵ ۲

کلید باز: مقاومت ۳Ω در مدار قرار ندارد.

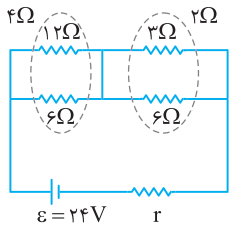


موازی: $\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$

$R_{eq}=۴+۶=۱۰\Omega$

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۱۰+r}$ (۱)

کلید بسته: مقاومت ۳Ω با مقاومت ۶Ω موازی می‌شود.



$R'_{eq}=۴+۲=۶V$

$I'=I+۱=\frac{۲۴}{۶+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۶+r}-۱$ (۲)

روابط (۱) و (۲) را با هم برابر قرار می‌دهیم

$\frac{۲۴}{۱۰+r}=\frac{۲۴-۶-r}{۶+r}\Rightarrow\frac{۲۴}{۱۰+r}=\frac{۱۸-r}{۶+r}$

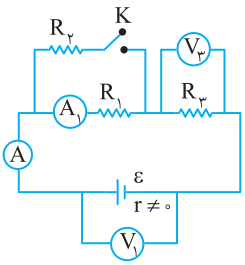
$۱۴۴+۲۴r=۱۸۰-۱۰r+۱۸r-r^۲\Rightarrow r^۲+۱۶r-۳۶=۰$

$\Rightarrow(r-۲)(r+۱۸)=۰\Rightarrow r=۲\Omega$

B ۱ ۱۹۹۶

یادآوری هر گاه به مدار یک مقاومت موازی اضافه شود، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

۱ با بستن کلید K مقاومت $R_۲$ با مقاومت $R_۱$ موازی شده و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.



۲ با کاهش مقاومت معادل، جریان کل مدار افزایش می‌یابد $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r})$ و آمپرسنج A عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

۳ ولتاژ دو سر باتری نیز کاهش می‌یابد $(\downarrow V_۱=\varepsilon-\uparrow Ir)$ و ولتسنج $V_۱$ عدد کمتری را نشان می‌دهد.

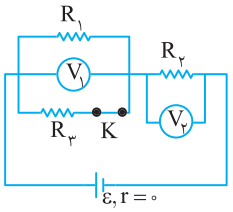
۴ ولتاژ دو سر مقاومت $V_۳$ با افزایش جریان افزایش می‌یابد $(\uparrow V_۳=R_۳I\uparrow)$ و ولتسنج $V_۳$ ولتاژ بیشتری نشان می‌دهد.

۵ ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ کاهش می‌یابد.

$V_۱=V_۲=\downarrow V_{R_{۱۲}}=\downarrow V_۱-V_۳\uparrow$

۶ با کاهش ولتاژ دو سر $R_۱$، جریان $R_۱$ نیز کاهش می‌یابد $(\downarrow I_۱=\frac{V_۱\downarrow}{\text{ثابت}\,R_۱})$ و آمپرسنج $A_۱$ عدد کمتری را نشان می‌دهد.

بازی با سؤال **در مدار شکل روبه‌رو با باز کردن کلید K، ولتاژی که ولتسنج‌های $V_۱$ و $V_۲$ نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟**

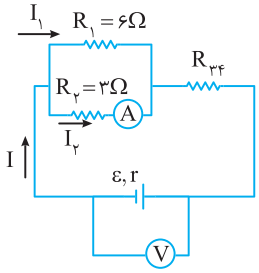


۱) افزایش - کاهش
۲) افزایش - افزایش
۳) کاهش - کاهش
۴) کاهش - افزایش

گزینهٔ ۱

B ۲ ۱۹۹۷

ابتدا مقاومت معادل $R_۳$ و $R_۴$ را به‌صورت یک مقاومت فرض کنید. البته محاسبهٔ مقدار آن مهم نیست. حال حل را شروع می‌کنیم.



۱ با افزایش مقاومت $R_۲=۳\Omega$ به ۶Ω، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد.

۲ با افزایش مقاومت معادل، جریان کل مدار کاهش می‌یابد. $\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}$

۳ با کاهش جریان ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد و ولتسنج عدد بیشتری را نشان می‌دهد. $\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $(R_{۳۴})$ با کاهش جریان کاهش می‌یابد:

$\downarrow V_{۳۴}=R_{۳۴}I\downarrow$

۵ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل $R_{۱۲}$ افزایش می‌یابد زیرا:

$\uparrow V_{\text{باتری}}=V_{۱۲}+\downarrow V_{۳۴}\Rightarrow V_{۱۲}\uparrow$

۶ با افزایش ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ و $R_۲$، جریان گذرنده از $R_۱$ افزایش می‌یابد.

$\uparrow V_۱=I_۱\overset{\text{ثابت}}{R_۱}\Rightarrow I_۱\uparrow$

جریان کل مدار $I=I_۱+I_۲$ است از این‌رو:

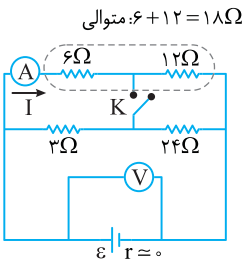
$I_۲=\downarrow I-I_۱\uparrow\Rightarrow I_۲\downarrow$

و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.

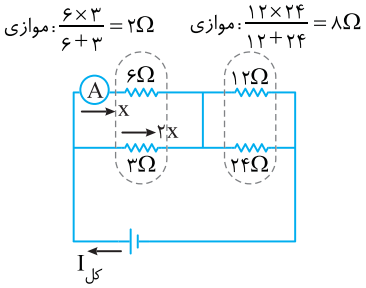
B ۱ ۱۹۹۸

باتری آرمانی است و مقاومت درونی آن صفر است بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری همواره برابر نیروی محرکهٔ آن است یعنی ولتسنج همواره ε را نشان می‌دهد و عدد آن تغییر نمی‌کند.

حالت اول (کلید باز): در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر شاخهٔ بالایی و شاخهٔ پایینی برابر نیروی محرکهٔ باتری است. آمپرسنج به شاخهٔ بالایی وصل شده و جریان آن شاخه را نشان می‌دهد. اختلاف پتانسیل دو سر این شاخه ε و مقاومت این شاخه $۶+۱۲=۸\Omega$ است، بنابراین جریان این شاخه برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{۶+۱۲}=\frac{\varepsilon}{۱۸}$



حالت دوم (کلید بسته):



مقاومت معادل مدار برابر خواهد شد با: $R_{eq}=۲\Omega+۸\Omega=۱۰\Omega$

جریان کل مدار برابر است با: $I_{\text{کل}}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{\varepsilon}{۱۰}$

مقاومت‌های ۶Ω و ۳Ω موازی هستند و جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود یعنی اگر جریان مقاومت ۶Ω برابر x باشد، جریان مقاومت ۳Ω برابر $۲x$ و جریان کل برابر است با: $I_{\text{کل}}=۳x+x\Rightarrow\frac{\varepsilon}{۱۰}=۳x\Rightarrow x=\frac{\varepsilon}{۳۰}$

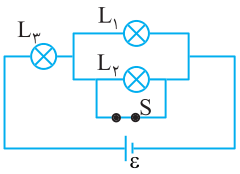
بنابراین آمپرسنج جریان $\frac{\varepsilon}{۳۰}$ را نشان می‌دهد که از جریان $\frac{\varepsilon}{۱۸}$ کمتر است.

B ۲ ۱۹۹۹

خط فکری دقت کنید اگر لامپ یا مقاومتی توسط سیم بدون مقاومت اتصال کوتاه شود، تمام لامپ‌ها یا مقاومت‌های دیگر هم که با آن موازی باشند، اتصال کوتاه می‌شوند.

نکتهٔ دیگر آنکه لامپ زمانی پرنورتر می‌شود که توان مصرفی آن افزایش یابد ($\frac{V^۲}{R}$ یا $RI^۲$) در واقع اگر جریان عبوری از لامپ یا اختلاف پتانسیل دو سر آن افزایش یابد، لامپ پرنورتر می‌شود.

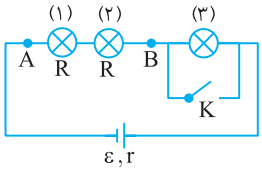
با بستن کلید S، لامپ‌های L_1 و L_2 از مدار حذف می‌شوند (لامپ‌های L_1 و L_2 موازی هستند)، بنابراین لامپ‌های L_1 و L_2 خاموش می‌شوند. حذف L_1 و L_2 از مدار باعث **کاهش مقاومت** معادل شده و جریان مدار زیاد می‌شود و لامپ L_3 پرنور می‌شود.



B ۱ ۲۰۰۰

۱ با بستن کلید K لامپ شماره (۳) اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت مدار کاهش می‌یابد $R_{eq}\downarrow$.

۲ با کاهش مقاومت کل، جریان مدار افزایش می‌یابد.



$$\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r}$$

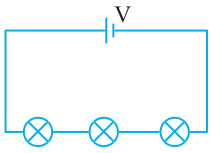
۳ با افزایش جریان مدار، اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می‌یابد. بنابراین گزاره (الف) درست و گزارهٔ (ت) نادرست است. $\downarrow V=\varepsilon-\uparrow Ir$

۴ با افزایش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ‌های (۱) و (۲) $(\uparrow V=\uparrow IR)$ افزایش می‌یابد. بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست و گزارهٔ (پ) درست است.

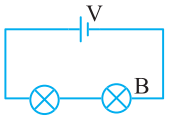
B ۲ ۲۰۰۱

یادآوری وقتی دو سر یک مقاومت را با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل کنیم، مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

۱ وقتی کلید باز است سه مقاومت یکسان (لامپ یکسان) R در مدار قرار دارد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری به سه قسمت مساوی تقسیم می‌شود. $V_A=V_B=V_C=\frac{V}{۳}$



۲ وقتی کلید بسته می‌شود لامپ C اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد و اختلاف پتانسیل دو سر C صفر می‌شود و در مدار دو مقاومت یکسان و متوالی A و B وجود دارد.



$$V'_A=V'_B=\frac{V}{۲}$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت A و B از $\frac{V}{۳}$ به $\frac{V}{۲}$ افزایش یافته بنابراین گزاره (الف) نادرست است.

به دلیل اتصال کوتاه مقاومت C، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ C صفر شده بنابراین گزاره (ب) نادرست و گزاره (ت) درست است.

اختلاف پتانسیل دو سر لامپ A و B از $\frac{V}{۳}$ به $\frac{V}{۲}$ رسیده یعنی به اندازهٔ $\frac{V}{۲}-\frac{V}{۳}=\frac{V}{۶}$ افزایش یافته است.

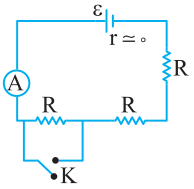
بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

$$\frac{\Delta V}{V_۱}\times ۱۰۰=\frac{\frac{V}{۶}}{\frac{V}{۳}}\times ۱۰۰=۵۰٪$$

بازی با سؤال در مدار شکل زیر با بستن کلید K جریان عبوری از آمپرسنج چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

کنکور دهه‌های گذشته

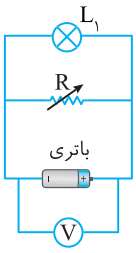
۱) ۵۰، افزایش
۲) ۱۰۰، افزایش
۳) ۵۰، کاهش
۴) ۲۵، کاهش



گزینهٔ ۱

B ۳ ۲۰۰۲

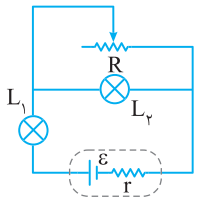
خط فکری هر گاه ولت‌سنج به دو سر باتری متصل باشد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد و اگر باتری آرمانی باشد یعنی مقاومت درونی نداشته باشد، اختلاف پتانسیل دو سر آن با تغییرات مدار تغییر نمی‌کند و همواره برابر نیروی محرکهٔ باتری (ε) است که در حل این تست باید این مطلب را به خاطر داشته باشید.



با تغییر مقاومت R، عدد ولت‌سنج تغییر نکرده است یعنی باتری آرمانی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت و برابر نیروی محرکهٔ باتری ε است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر لامپ L_1 که به سر باتری متصل است نیز ثابت و برابر نیروی محرکه باتری است $(V_{L_1}=\varepsilon)$، از این‌رو نور لامپ تغییر نمی‌کند.

B ۲ ۲۰۰۳

۱ با حرکت لغزنده به سمت راست، قسمت کمتری از مقاومت R در مدار قرار می‌گیرد و مقاومت متغیر (R) کاهش می‌یابد. می‌دانیم کاهش هر مقاومت مدار باعث کاهش مقاومت معادل مدار می‌شود، بنابراین مقاومت معادل کاهش می‌یابد.



۲ جریان مدار به دلیل کاهش مقاومت معادل افزایش می‌یابد.

$$\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r}$$

۳ لامپ L_1 با باتری متوالی است و با افزایش جریان مدار، جریان لامپ L_1 افزایش می‌یابد و نور آن زیاد می‌شود. $(\uparrow V_1=R_{L_1}\uparrow I)$

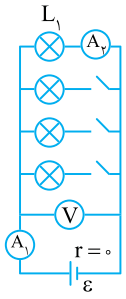
۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می‌یابد. $(\downarrow V=\varepsilon-\uparrow Ir)$

۵ اختلاف پتانسیل دو سر L_2 و مقاومت R کاهش می‌یابد.
$(\downarrow V=\uparrow V_{L_1}+V_{L_2}\downarrow)$

۶ با کاهش ولتاژ دو سر L_2 نور لامپ L_2 کاهش می‌یابد.

C ۳ ۲۰۰۴

اولین نکته‌ای که باید به آن توجه کرد این است که در این مسئله باتری مقاومت درونی ندارد و هر تغییری در مدار رخ دهد، ولتاژ دو سر باتری برابر ε بوده و تغییر نمی‌کند یعنی عدد ولت‌سنج همواره ε را نشان می‌دهد. با بستن هر کلید یک مقاومت موازی به مدار اضافه می‌شود و مقاومت معادل کاهش می‌یابد، در نتیجه جریان مدار افزایش می‌یابد و آمپرسنج A_1 عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

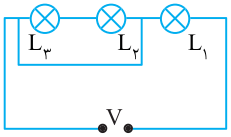


$$\downarrow R_{eq}\Rightarrow\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r}$$

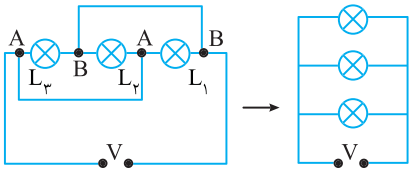
اما ولتاژ دو سر لامپ L_1 که با باتری موازی بسته شده همچنان با نیروی محرکهٔ باتری ε برابر است و عدد آمپرسنج A_2 تغییر نمی‌کند.

B ۳ ۲۰۰۵

حالت اول (کلید باز): مدار به شکل روبه‌روست و لامپ‌های L_2 و L_3 اتصال کوتاه هستند بنابراین تنها لامپ L_1 در مدار است که ولتاژ دو سر آن V است.

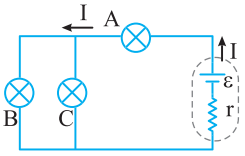


حالت دوم (کلید بسته): در این حالت هر سه لامپ به دو سر منبع نیروی محرکه متصل هستند و ولتاژ دو سر آن‌ها یکسان و با ولتاژ دو سر منبع نیروی محرکه برابر است یعنی در این حالت نیز ولتاژ دو سر لامپ L_1 همان V است و نور لامپ تغییر نمی‌کند.



B ۴ ۲۰۰۶

یادآوری هـر گاه یک مقاومـت موازی را از مـدار حذف کنید، مقاومـت معادل مدار افزایش می‌یابد.



۱ با سوختن لامپ D در واقع یک مقاومت موازی از مدار حذف می‌شود و مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد $(R_{eq}\uparrow)$.

۲ جریـان کل مـدار کـه از لامـپ A نیز می‌گذرد کاهش می‌یابد $(I\downarrow=\frac{\varepsilon}{R_{eq}\uparrow+r})$ و نور لامپ A کمتر می‌شود.

۳ ولتاژ دو سر لامپ A به دلیل کاهش جریانش کم می‌شود. $V_A\downarrow=R_A I\downarrow$

۴ ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد. $V\uparrow=\varepsilon-Ir\downarrow$

۵ ولتاژ دو سر لامپ‌های موازی B و C افزایش می‌یابد.

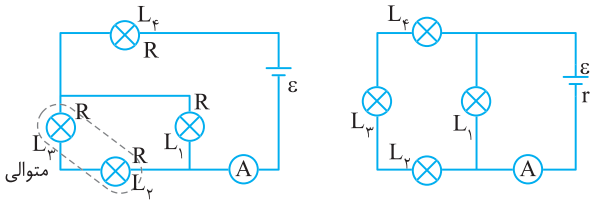
$V_{BC}\uparrow=V_{\text{باتری}}-V_A\downarrow$

۶ با افزایش ولتاژ دو سر لامپ B و C نور لامپ آن‌ها افزایش می‌یابد.

B ۲ ۲۰۰۷

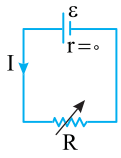
خط فکری باید هر دو حالت مسئله را جداگانه بررسی و سپس مقایسه کنید و در هر حالت مقاومت معادل، جریان مدار و چگونگی تقسیم جریان در لامپ‌ها را مشخص کنید تا بتوانید در مورد روشنایی لامپ L_1 اظهار نظر کنید.

حالت دوم (کلید K_2 باز و کلید K_1 بسته)　　حالت اول (کلید K_1 بسته و کلید K_2 باز)



لامپ‌ها مشابه هستند و مقاومت هر یک از آن‌ها را R فرض می‌کنیم، به مدارها دقت کنید. در حالت اول مقاومت لامپ L_4 با باتری متوالی است و قطعاً مقاومت معادل کل مـدار از R بیشـتر اسـت اما در حالـت دوم سـه مقاومت متوالـی L_2، L_3 و L_4 با مقاومت L_1 موازی و مقاومت معادل مدار قطعاً از R کمتر است بنابراین در حالت دوم جریان مدار بیشتر از حالت اول است و آمپرسنج عدد بیشتری نمایش می‌دهد. از طرفی در حالـت دوم، لامـپ L_1 به‌طور مسـتقیم به دو سـر باتری متصل می‌شـود و اختلاف پتانسیل دو سر آن از حالت اول بیشتر و روشنایی لامپ L_1 بیشتر می‌شود.

B ۴ ۲۰۰۸



مقاومت درونی مولد ناچیز اسـت، بنابراین اختلاف پتانسـیل دو سـر باتری برابر اسـت بـا $V=\varepsilon-rI\xrightarrow{r=0}V=\varepsilon$ و با تغییـر مقاومـت R نیـروی محرکـه ثابـت مانـده و V تغییـر نمی‌کند، اما توان خروجی مولد (مصرف شده در R) با افزایش R کاهش می‌یابد، زیرا اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر نیروی محرکهٔ مولد بوده و ثابت است و طبق رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ با افزایش R، توان کاهش می‌یابد و یا طبق رابطهٔ $P=\varepsilon I-rI^2$ چون $r=0$ بوده پس $P=\varepsilon I$ اسـت و با افزایش R چون جریان کاهش می‌یابد $(I\downarrow=\frac{\varepsilon}{R\uparrow+r})$ توان خروجی کاهش خواهد یافت.

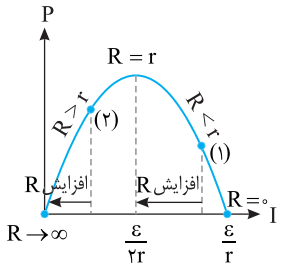
C ۳ ۲۰۰۹

اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با:

$V=\varepsilon-rI\xrightarrow[\text{با افزایش R جریان کاهش می‌یابد}]{I=\frac{\varepsilon}{r+R}}V=\varepsilon-(Ir)\downarrow$

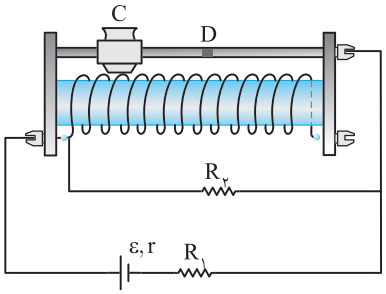
$\Rightarrow$ V افزایش یافته است

توان خروجی مولـد برابر $P=\varepsilon I-rI^2$ اسـت و می‌دانیـم کـه نمـودار $P-I$ به‌صورت زیر است. اگر در ابتدا $R<r$ (نقطـهٔ (۱)) باشـد، بـا افزایـش مقاومت مطابق شـکل توان افزایش می‌یابد اما اگر $R>r$ (نقطـهٔ (۲)) باشـد، بـا افزایـش مقاومـت مطابـق شـکل تـوان کاهـش می‌یابـد. از این‌رو چون در صورت سـؤال دربارهٔ R اطلاعاتی داده نشـده اسـت نمی‌توان در مورد افزایش یا کاهش توان خروجی مولد اظهارنظر کرد و ممکن است توان افزایش یا کاهش یابد.



B ۱ ۲۰۱۰

خط فکری مقاومـت R_1 با باتری متوالی اسـت و جریان آن بـا جریان کل مدار برابر است و برای بررسی توان گرمایی آن باید چگونگی تغییر جریان مدار در اثر تغییر مقاومت معادل را به‌دست آورد و به کمک رابطهٔ $P=RI^2$ در مورد توان گرمایی R_1 اظهار نظر کرد.



با حرکت لغزنده از C به D طول سیم مقاومت متغیر رئوستا افزایش یافته و مقاومت آن زیاد می‌شود. با افزایش مقاومت متغیر، مقاومت کل مدار افزایش یافته بنابراین:

$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_{کل}$ کاهش می‌یابد

$\Rightarrow P_1=R_1I^2\downarrow=$ توان گرمایی مقاومت R_1 کاهش می‌یابد

ولتاژ دو سر باتری افزایش و ولتاژ دو سر R_1 کاهش می‌یابد در این صورت V_2 که برابر ولتاژ دو سر مقاومت متغیر و مقاومت R_2 است افزایش می‌یابد.

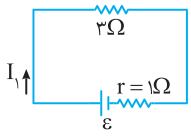
$\left.\begin{matrix}V=\varepsilon-Ir\downarrow\Rightarrow V\text{ افزایش می‌یابد}\\V_1=R_1I\downarrow\Rightarrow V_1\text{ کاهش می‌یابد}\end{matrix}\right\}\Rightarrow V\uparrow=V_1\downarrow+V_2$

$\Rightarrow$ توان گرمایی مقاومت R_2 افزایش می‌یابد $\Rightarrow P_2=\frac{V_2^2\uparrow}{R_2}\Rightarrow V_2$ افزایش می‌یابد

میانبر هر گاه یک مقاومت در مدار افزایش یابد، اختلاف پتانسـیل دو سـر آن افزایش و جریان آن کاهش می‌یابد و جریان مقاومت موازی با آن زیاد می‌شود.

با افزایش مقاومت رئوستا ولتاژ دو سر آن افزایش می‌یابد و ولتاژ دو سر R_2 که با رئوستا موازی اسـت زیاد شـده، توان گرمایی آن $(P_2\uparrow=\frac{V^2\uparrow}{R_2})$ زیاد می‌شـود در مورد توان گرمایی R_1 همان استدلال بالا را به کار می‌بریم.

C ۲ ۲۰۱۱



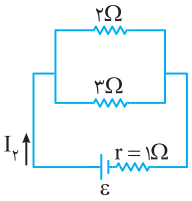
حالت اول (کلید بـاز): مقاومت مدار تنها مقاومت 3Ω است و جریان مدار برابر است با:

$I_1=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_1=\frac{\varepsilon}{۳+۱}\Rightarrow I_1=\frac{\varepsilon}{۴}$

توان مصرفی در مقاومت خارجی را به‌دست می‌آوریم:

$P=RI^2\Rightarrow P_1=۳\times(\frac{\varepsilon}{۴})^2$

حالت دوم (کلید بسته): دو مقاومت ۲Ω و ۳Ω باهم موازی‌اند و مقاومت معادل مدار برابر است با:



$$R_{eq}=\frac{۲\times۳}{۲+۳}=۱/۲\,\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم.

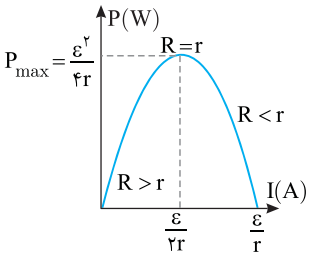
$$I_۲=\frac{\varepsilon}{۱/۲+۱}\Rightarrow I_۲=\frac{\varepsilon}{۲/۲}A$$

توان مصرفی در مقاومت خارجی خواهد شد. $P_۲=R_{eq}I^۲\Rightarrow P_۲=۱/۲\times(\frac{\varepsilon}{۲/۲})^۲$

بنابراین $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۱/۲(\frac{\varepsilon}{۲/۲})^۲}{۳(\frac{\varepsilon}{۴})^۲}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=۰/۴(\frac{۴}{۲/۲})^۲\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۱/۶}{۱/۲۱}>۱$

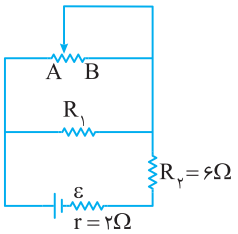
توان مصرفی افزایش می‌یابد.

میانبر توان مصرفی در مدار خارجی یا توان خروجی باتری $P=\varepsilon I-rI^۲$ تابع درجه ۲ از جریان بوده و نمودار آن مطابق شکل زیر سهمی است و در نقطهٔ $R=r$ بیشینه است. با توجه به نمودار و اعداد روی مدار ابتدا مقاومت $R=۳\,\Omega>r$ بوده سپس $R=۱/۲\,\Omega>r$ است یعنی به سمت بیشینه نمودار می‌رویم و توان در حال افزایش است. یعنی در این مسائل کافی است مقاومت خارجی را حساب کنید اگر مقاومت خارجی به سمت مقاومت درونی باتری برود توان در مدار خارجی در حال افزایش و اگر در حال دور شدن از مقاومت درونی باتری باشد توان در حال کاهش است.



۳ ۲۰۱۲ C

۱ با حرکت لغزنده از A به B، مقاومت متغیر زیاد می‌شود و با افزایش هر مقاومت در مدار، مقاومت معادل افزایش می‌یابد. $(R_{eq}\uparrow)$



۲ با افزایش مقاومت معادل مدار، جریان کل کاهش می‌یابد. $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$

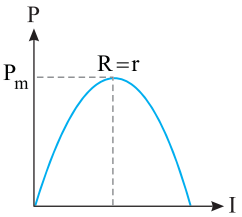
۳ با کاهش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۲$ کاهش می‌یابد. $(\downarrow V_۲=R_۲I\downarrow)$

۴ ولتاژ دو سر باتری با کاهش جریان افزایش می‌یابد. $(\uparrow V_{باتری}=\varepsilon-I\downarrow r)$

۵ ولتاژ دو سر مقاومت متغیر و مقاومت $R_۱$ که باهم موازی هستند افزایش می‌یابد. $(V_{R_۱}=\uparrow V_{باتری}-V_۲\downarrow)$

بنابراین توان مصرفی در مقاومت $R_۱$ افزایش می‌یابد. $(\uparrow P_۱=\frac{\uparrow V_۱^۲}{R_۱})$

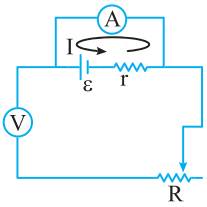
توان خروجی مولد برحسب جریان مدار یک تابع درجه دو $P=-rI^۲+\varepsilon I$ است که نمودار آن سهمی است و وقتی توان بیشینه است که مقاومت خارجی با مقاومت درونی برابر باشد $(R=r)$، در این صورت اگر مقاومت خارجی مدار هنگام افزایش در حال دور شدن از مقاومت درونی باشد، توان در حال کاهش است. به مدار نگاه کنید. مقاومت $۶\,\Omega$ $(R_۲>r)$ با باتری متوالی است و قطعاً مقاومت مدار از $۶\,\Omega$ بزرگ‌تر است و با افزایش مقاومت متغیر، مقاومت معادل افزایش می‌یابد و از r دورتر می‌شود بنابراین توان خروجی کاهش می‌یابد.



پنجره دو جداره

۱ ۲۰۱۳ B

ولت‌سنج به صورت متوالی با مقاومت R در مدار قرار گرفته است. مقاومت ولت‌سنج بسیار زیاد است بنابراین از مدار خارجی جریانی عبور نمی‌کند و مسیر شارش جریان از حلقه آمپرسنج است که مقاومت آن ناچیز می‌باشد. بنابراین:



$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{R=۰}I=\frac{\varepsilon}{r}$$

که I همان جریانی است که آمپرسنج نشان می‌دهد و مستقل از مقاومت خارجی است، پس با حرکت لغزنده عدد آمپرسنج تغییری نمی‌کند.

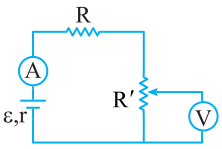
از مقاومت خارجی (R) جریانی عبور نمی‌کند، در واقع از مدار حذف می‌شود در این حالت ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که برابر است با:

$$V=\varepsilon-Ir=\varepsilon-\frac{\varepsilon}{r}\times r=۰$$

بنابراین ولت‌سنج عدد صفر را نشان می‌دهد و با حرکت لغزنده تغییری در عدد ولت‌سنج ایجاد نمی‌شود.

۲ ۲۰۱۴ B

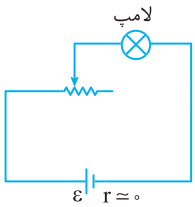
از ولت‌سنج آرمانی به دلیل مقاومت بسیار زیاد آن جریانی نمی‌گذرد و در مدار دو مقاومت ثابت و متوالی R و R' وجود دارد. با حرکت لغزنده در مقاومت معادل مدار تغییر حاصل نمی‌شود $(R_{eq}=\text{ثابت})$. با ثابت ماندن مقاومت معادل، جریان مدار نیز ثابت می‌ماند $(I_{\text{ثابت}}=\frac{\varepsilon_{\text{ثابت}}}{R_{eq_{\text{ثابت}}}+r_{\text{ثابت}}})$ و در عدد آمپرسنج تغییری حاصل نمی‌شود. اما به شکل



نگاه کنید با حرکت لغزنده به سمت بالا ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت بزرگ‌تری را اندازه‌گیری می‌کند و با ثابت بودن جریان، ولتاژی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، بیشتر می‌شود. $(\uparrow V=I_{\text{ثابت}}R\uparrow)$

۲ ۲۰۱۵ A

اگر لغزنده به سمت راست برود مقاومت مدار افزایش می‌یابد و جریان مدار کاهش می‌یابد $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$ و نور لامپ کم می‌شود،



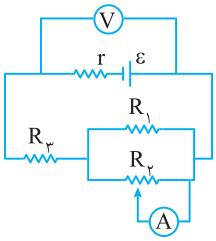
بنابراین گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) نادرست‌اند.

با حرکت لغزنده به سمت چپ مقاومت متغیر کاهش می‌یابد یعنی مقاومت معادل مدار کم می‌شود و جریان مدار افزایش می‌یابد $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r})$ و نور لامپ بیشتر می‌شود و گزینهٔ (۲) درست است.

۳ ۲۰۱۶ C

یادآوری مقاومت آمپرسنج آرمانی ناچیز است و اگر آمپرسنج با یک شاخه از مدار موازی بسته شود سبب اتصال کوتاه آن شاخه می‌شود و جریانی از شاخهٔ موازی با آمپرسنج نمی‌گذرد.

۱ با حرکت لغزنده به سمت راست مقاومت کمتری با آمپرسنج موازی شده و از مدار حذف می‌شود، در واقع با حرکت لغزنده به سمت راست مقاومت $R_۲$ افزایش یافته و مقاومت معادل نیز افزایش می‌یابد.



۲ با افزایش مقاومت معادل طبق رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\downarrow$، جریان کل مدار کاهش می‌یابد.

۳ ولتاژ دو سر باتری یعنی عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد افزایش می‌یابد:

$V=\varepsilon-Ir\downarrow \Rightarrow V\uparrow$

۴ طبق رابطهٔ $V_3=R_3I\downarrow$، با کاهش I ولتاژ دو سر مقاومت R_3، کاهش می‌یابد.

۵ بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_1 و R_2 افزایش می‌یابد.

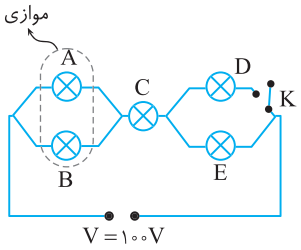
$V_{12}\uparrow=V\uparrow-V_3\downarrow$

۶ حال با توجه به اینکه $I_1=\frac{V_1\uparrow}{R_1}$، پس جریان عبوری از مقاومت R_1 افزایش یافته و چون جریان کل کاهش یافته است با توجه به رابطهٔ $I=I_1\uparrow+I_2\downarrow$، بنابراین I_2 یا همان جریان عبوری از آمپرسنج کاهش می‌یابد.

C ۲۰۱۷ ۳

لامپ‌ها مشابه هستند. با توجه به مشخصات نوشته شده روی هر لامپ، مقاومت آن لامپ را حساب می‌کنیم.

$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow R=\frac{۱۰۰\times۱۰۰}{۲۰۰}\Rightarrow R=۵۰\,\Omega$



۱ با بستن کلید K، لامپ D به‌طور موازی با لامپ E قرار می‌گیرد و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

۲ در نتیجه جریان مدار افزایش می‌یابد. $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r})$

۳ با افزایش جریان مدار، ولتاژ دو سر مجموعهٔ لامپ‌های A، B و C افزایش می‌یابد. $\uparrow V=I\uparrow R$

۴ از این‌رو ولتاژ دو سر لامپ E کاهش می‌یابد $\downarrow V_{ED}=V_{ثابت}-\uparrow(V_{AB}+V_C)$ و روشنایی لامپ E، کاهش می‌یابد.

اکنون به سراغ تحلیل توان مصرفی لامپ A می‌رویم.

وقتی کلید باز است، مقاومت کل مدار برابر است با:

$R_{eq}=\frac{۵۰}{۲}+۵۰+۵۰=R_{eq}=۱۲۵\,\Omega$

جریان مدار در این حالت خواهد شد: $I_T=\frac{V}{R_{eq}}=\frac{۱۰۰}{۱۲۵}\Rightarrow I_T=\frac{۴}{۵}=۰/۸A$

جریان گذرنده از A برابر ۰/۴A می‌شود.

اما وقتی کلید بسته می‌شود لامپ‌ها E و D موازی، لامپ‌های A و B موازی و معادل آن‌ها با لامپ C متوالی است. از این‌رو مقاومت کل مدار برابر است با:

$R'_{eq}=\frac{۵۰}{۲}+۵۰+\frac{۵۰}{۲}=۱۰۰\,\Omega$

جریان مدار برابر است با: $I'_T=\frac{V}{R'}=\frac{۱۰۰}{۱۰۰}=۱A$

جریان مدار به‌طور مساوی بین دو لامپ موازی A و B تقسیم می‌شود و جریان گذرنده از لامپ A برابر ۰/۵A خواهد بود. توان لامپ A را در حالت اول و دوم حساب می‌کنیم:

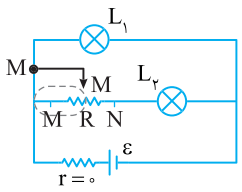
$P_A=RI_A^2=۵۰\times(۰/۴)^2\Rightarrow P_A=۵۰\times۰/۱۶=۸W$

$P'_A=RI'^2_A=۵۰\times(۰/۵)^2\Rightarrow P'_A=۵۰\times۰/۲۵=۱۲/۵W$

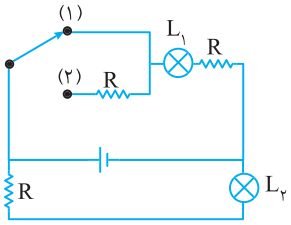
$P'_A-P_A=۱۲/۵-۸=۴/۵W$ افزایش

B ۲۰۱۸ ۴

به قسمتی که روی شکل مشخص شده است نگاه کنید. دو سر سیم بدون مقاومت باعث اتصال کوتاه می‌شود یعنی هر چه لغزنده از M به N برود مقاومت بزرگ‌تری اتصال کوتاه می‌شود و مقاومت R کاهش می‌یابد و مقاومت شاخه شامل مقاومت R و لامپ L_2 (شاخهٔ وسطی) کاهش می‌یابد. باتری بدون مقاومت درونی است، از این‌رو ولتاژ دو سر شاخه‌ها برابر نیروی محرکه باتری بوده و تغییر نمی‌کند در نتیجه جریان L_1 و نور آن ثابت می‌ماند اما جریان L_2 و نور آن افزایش می‌یابد.



بازی با سؤال **در مدار شکل روبه‌رو اگر باتری آرمانی باشد و کلید را از وضعیت (۱) به وضعیت (۲) تغییر دهیم، نور لامپ L_1 و L_2 به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟**



۱) کاهش می‌یابد - تغییر نمی‌کند.

۲) افزایش می‌یابد - تغییر نمی‌کند.

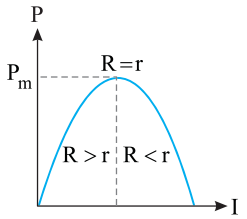
۳) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد.

۴) کاهش می‌یابد - کاهش می‌یابد.

گزینهٔ ۱

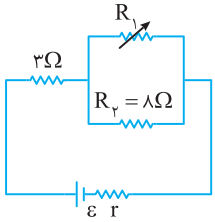
C ۲۰۱۹ ۴

یادآوری توان خروجی باتری (توان مصرفی در مقاومت‌ها) یک تابع درجه از جریان است $(P=-rI^2+\varepsilon I)$ که نمودار آن سهمی است و توان وقتی بیشینه است که مقاومت خارجی مدار با مقاومت درونی باتری برابر شود $(R=r)$ و هر گاه مقاومت خارجی به مقاومت درونی باتری نزدیک شود، توان افزایش و هر گاه از مقاومت درونی باتری دور شود توان کاهش می‌یابد.



مقاومت R_1 و R_2 متوالی هستند و با کاهش مقاومت R_1 از ۱۰Ω به ۲Ω، مقاومت معادل $(R_{eq}=R_1+R_2)$ از ۱۲Ω به ۴Ω تغییر می‌کند. با توجه به صورت سؤال توان ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است یعنی مقاومت معادل ابتدا به مقاومت درونی نزدیک و سرانجام با آن برابر شده و پس از آن مقاومت معادل از مقاومت درونی کمتر شده بنابراین مقاومت درونی باید از ۴Ω بیشتر و از ۱۲Ω کمتر باشد که در گزینهٔ (۴) مقدار مقاومت $r=۴\,\Omega$ بوده که در بازه به‌دست آمده قرار ندارد.

بازی با سؤال **در مدار روبه‌رو مقاومت رئوستا (R_1) را به تدریج از ۱۲Ω به ۸Ω کاهش می‌دهیم. اگر توان مصرفی ابتدا افزایش و سپس کاهش یابد، مقاومت r کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟**



۱) ۲

۲) ۴/۵

۳) ۷/۵

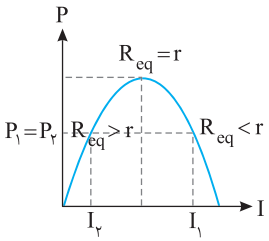
۴) ۹

گزینهٔ ۳

C ۲۰۲۰ **۳**

خط فکری باتری دارای مقاومت درونی است بنابراین با تغییر مقاومت مدار و تغییر جریان باتری به نظر می‌رسد که توان خروجی باتری باید تغییر کند اما چرا چنین نشده است؟

قطعاً در این حالت مطابق نمودار $P-I$، یک‌بار مقاومت خارجی از r بزرگ‌تر و بار دیگر کوچک‌تر شده است.



با باز کردن کلید K، مقاومت $R_۳$ از مدار خارج می‌شود و با خروج یک مقاومت موازی از مدار مقاومت معادل افزایش و جریان مدار کاهش می‌یابد و برای آنکه توان خروجی تغییر نکند باید ابتدا مقاومت معادل مدار خارجی از مقاومت درونی باتری r کوچک‌تر و سپس بزرگ‌تر باشد.

در نتیجه در حالت اول که دو مقاومت $R_۲$ و $R_۳$ موازی و با مقاومت $R_۱$ متوالی هستند خواهیم داشت:

$$R_{eq}<r\Rightarrow R_۱+\frac{R_۲R_۳}{R_۲+R_۳}<r\Rightarrow R_۱<r\Rightarrow \frac{R_۱}{r}<۱$$

B ۲۰۲۱ **۲**

۱ با افزایش مقاومت $R_۱$، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد. $(R_{eq}\uparrow)$

۲ با افزایش مقاومت معادل، جریان مدار کاهش می‌یابد. $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$

۳ با کاهش جریان مدار، ولتاژ دو سر مقاومت $R_۲$ که با باتری متوالی است و از آن جریان کل مدار می‌گذرد، کاهش می‌یابد $(\downarrow V_۲=\downarrow IR_۲)$ و ولتسنج $V_۲$ عدد کمتری نشان می‌دهد.

نکته می‌توان اثبات کرد که هر گاه در یک مدار، مقدار مقاومتی افزایش یابد، ولتاژ دو سر آن افزایش و جریان آن کاهش می‌یابد.

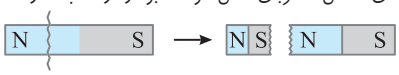
با افزایش $R_۱$، ولتاژ دو سر آن زیاد می‌شود و ولتسنج $V_۱$ عدد بزرگ‌تری را نمایش می‌دهد.

فصل هفتم: مغناطیس و القای الکترومغناطیسی

پنجره ۱

A ۲۰۲۲ ۳

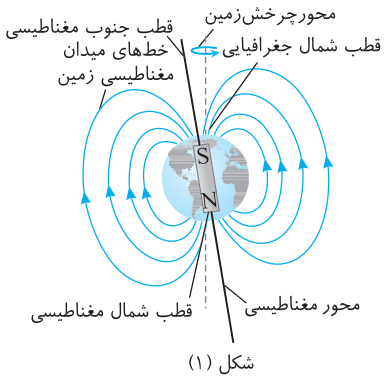
از آنجا که در طبیعت تک‌قطبی مغناطیسی وجود ندارد از هر کجا که این آهنربا را برش دهیم، قسمت‌های حاصل، آهنربای کامل خواهند بود و دو قطب N و S خواهند داشت.



A ۲۰۲۳ ۳

وقتی یک سوزن مغناطیسی‌شده یا یک عقربهٔ مغناطیسی را از وسط آن آویزان کنیم در **بیشتر** نقاط زمین، به‌طور افقی قرار نمی‌گیرد و امتداد آن با سطح افقی زمین زاویه می‌سازد، به این زاویه **شیب مغناطیسی** می‌گویند. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

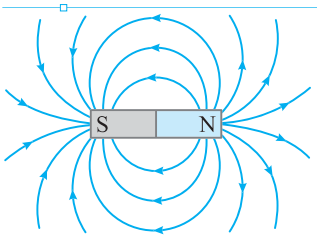
نکته در نیمکرهٔ شمالی قطب N عقربه به سمت سطح زمین قرار می‌گیرد. روی خط استوا عقربه مغناطیسی موازی سطح زمین و در نیمکرهٔ جنوبی عقربه مغناطیسی به نحوی قرار می‌گیرد که قطب S آن رو به پایین و قطب N آن رو به بالا خواهد بود.



شکل (۱)

A ۲۰۲۴ ۲

الف) مطابق شکل سوی خط‌های میدان مغناطیسی در خارج آهنربا از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شود. بنابراین گزاره (الف) درست است.



ب) به خطوط میدان شکل نگاه کنید. در وسط آهنربای میله‌ای خطوط از هم فاصلهٔ بیشتری دارند و خاصیت مغناطیسی در وسط آهنربای میله‌ای کمتر است **(بیشتر نیست)** و گزاره (ب) نادرست است.

پ) جهت میدان مغناطیسی زمین در طول زمان همواره ثابت **نیست** و شواهد زمین‌شناختی نشان می‌دهند که جهت این میدان در بازه‌های زمانی نامنظم از ده هزار تا یک میلیون سال به‌طور کامل وارونه می‌شود و گزاره (پ) نادرست است.

A ۲۰۲۵ ۱

یک آهنربا همواره دارای دو قطب N و S است و خطوط میدان بیرون آهنربا از N به S و درون آن از S به N بوده و خطوط بسته هستند. اگر آهنربا را از وسط نیز نصف کنیم مجدداً دو آهنربای کامل به‌دست می‌آید که باز خطوط آن‌ها بسته هستند. بنابراین عبارت «خطوط میدان مغناطیسی خطوط بسته‌ای هستند» و عبارت «تک‌قطبی مغناطیسی وجود ندارد» معادل هم هستند. در واقع آهنربایی با یک قطب وجود ندارد.

A ۲۰۲۶ ۳

اگر میلهٔ A آهنربا و میلهٔ B آهن معمولی بود، با حرکت A، نیروی مغناطیسی که A به B وارد می‌کرد تغییری نمی‌کرد. بنابراین میلهٔ A آهن و میلهٔ B آهنرباست و هرچه از نقطهٔ (۱) که قطب آهنربای B است به وسط این آهنربای میله‌ای می‌رویم، خاصیت مغناطیسی کاهش می‌یابد، اما قطب‌های N و S آهنربای B قابل تشخیص نیست، زیرا اگر نقطهٔ (۱)، قطب N و یا قطب S باشد، این پدیده تفاوتی نمی‌کند. بنابراین گزینه (۳) درست است.

A ۲۰۲۷ ۴

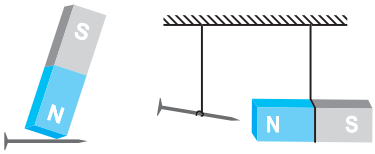
القای مغناطیسی در اجسام **آهنی ایجاد** می‌شود و همواره سبب **ربایش آهن** است. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۲۰۲۸ ۴

خط فکری ربایش مغناطیسی اطلاعات دقیقی به ما نمی‌دهد. مثلاً اگر دو میلهٔ A و B یکدیگر را با نیروی مغناطیسی بربایند (جذب کنند) ممکن است هر دو آهنربا باشند و قطب‌های ناهمنام آن‌ها کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند و یکدیگر را جذب کرده‌اند. اما ممکن است A آهنربا و B آهن و یا B آهنربا و A آهن باشد و در اثر القای مغناطیسی ربایشی رخ داده باشد. اما رانش (دافعه) مغناطیسی مشخص می‌کند که دو میله (جسم) آهنربا هستند و قطب‌های همنام آن‌ها در کنار هم قرار گرفته است. با توجه به جهت چرخش آهنربا که در آن قطب N آهنربا در حال نزدیک شدن به میله است، میله می‌تواند آهنربا باشد که قطب S آن را به قطب N آهنربای آویزان نزدیک کرده‌ایم و سبب ربایش و چرخش میله شده است و یا میله از جنس آهن باشد که با نزدیک شدن به آهنربا در اثر القای مغناطیسی میله آهنربا شده و آهنربا را به سمت خود می‌کشد. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۲۰۲۹ ۳

با حرکت آهنربا مطابق شکل (الف) روی سوزن، نوک سوزن قطب S و ته گرد سوزن قطب N می‌شود و وقتی دو آهنربا را مطابق شکل (ب) کنار هم قرار می‌دهیم، قطب‌های ناهمنام در کنار هم قرار می‌گیرند و یکدیگر را می‌ربایند. پس نیروی مغناطیسی وارد بر آهنربا به سمت چپ و نیروی مغناطیسی وارد بر سوزن به سمت راست وارد می‌شود.



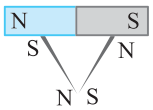
(الف) (ب)

A ۲۰۳۰ ۲

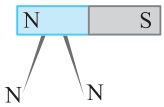
خط فکری هرگاه یک سوزن به آهنربا نزدیک شود، در اثر القای مغناطیسی، سوزن به‌گونه‌ای آهنربا می‌شود که سمت نزدیک‌تر آن به هر قطب آهنربا با آن قطب ناهمنام شده، سوزن و آهنربا یکدیگر را جذب می‌کنند و سر دیگر سوزن قطب همنام با آن قطب آهنربا می‌شود.



در شکل گزینه (۱) نوک سوزن سمت راست قطب N و نوک سوزن سمت چپ قطب S است و گزینهٔ باید این دو قطب ناهمنام یکدیگر را جذب کنند اما در شکل (۱) نوک سوزن‌ها یکدیگر را دفع کرده‌اند و گزینهٔ (۱) نادرست است.



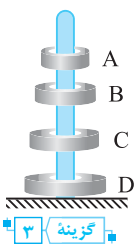
در شکل گزینه (۲) نوک سوزن سمت راست قطب N و نوک سوزن سمت چپ قطب S می‌شود و یکدیگر را جذب می‌کنند، بنابراین گزینه (۲) درست است.



در شکل گزینه (۳) نوک سوزن سمت راست قطب N و نوک سوزن سمت چپ قطب S می‌شود، اما رابشی نشان داده نشده و این گزینه نادرست است.

در شکل گزینهٔ (۴) دو سوزن به قطب N آهنربا متصل هستند بنابراین نوک سوزن‌ها در اثر القای مغناطیسی قطب N می‌شود و باید یکدیگر را دفع کنند، بنابراین گزینه (۴) نیز نادرست است.

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو مطابق شکل یک میلهٔ پلاستیکی با اصطکاک ناچیز از درون چهار آهنربای حلقه‌ای می‌گذرد و این آهنرباها در حال تعادل قرار دارند. اگر قطب N آهنربای A قسمت بالایی آن آهنربا باشد، قسمت بالایی آهنرباهای C و D به‌ترتیب از راست به چپ چگونه است؟**

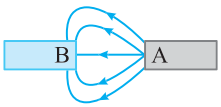


۱) N ،N
۲) S ،S
۳) S ،N
۴) N ،S

گزینهٔ ۳

۲۰۳۱ **A** **۴**

یادآوری خط‌های میدان از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.



خط‌های میدان از A خارج شده و به B وارد شده‌اند، بنابراین A قطب N و B قطب S است و گزینه (۱) قطعاً نادرست است.

اما ممکن است A و B هر دو آهنربا باشند، از طرفی ممکن است A آهنربا و B آهنی و یا بالعکس باشد، در نتیجه گزینهٔ (۴) درست است.

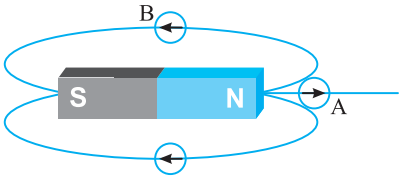
۲۰۳۲ **A** **۴**



وقتی براده‌های آهن را روی صفحه می‌پاشیم، چون قطب‌های همنام در کنار هم قرار دارند، براده‌های آهنی به‌گونه‌ای آرایش می‌گیرند که طرحی را نشان دهند که دافعهٔ دو قطب را نشان دهد که با توجه به شکل روبه‌رو گزینهٔ (۴) درست است.

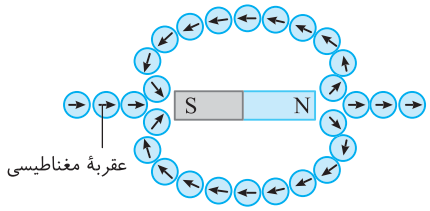
۲۰۳۳ **A** **۴**

در خارج آهنربای میله‌ای، جهت خطوط میدان از قطب N به قطب S است، با توجه به جهت عقربه مغناطیسی در شکل، قطب N در سمت راست و قطب S در سمت چپ است و جهت‌گیری عقربه‌های قطب‌نماهای A و B به صورت زیر می‌شود و جواب گزینه (۴) است.

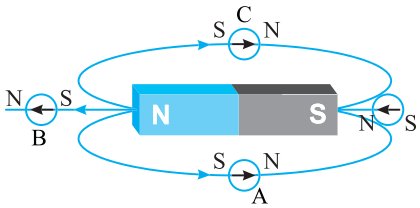


۲۰۳۴ **A** **۱**

خط فکری شکل زیر نحوهٔ قرار گرفتن عقربهٔ مغناطیسی در اطراف یک آهنربای میله‌ای را نشان می‌دهد و کاملاً مشخص است که نوک پیکان عقربه که بیانگر قطب N است توسط قطب S آهنربا جذب و توسط قطب N آهنربا دفع می‌شود. هم‌چنین انتهای عقربه مغناطیسی که قطب S است توسط قطب N جذب و توسط قطب S آهنربا دفع می‌شود.



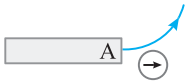
با توجه به جهت عقربه مغناطیسی که در کنار Y است و قطب N عقربه به سوی آن قرار دارد باید Y، قطب S آهنربا و در این صورت X، قطب N باشد و عقربه‌های مغناطیسی به‌صورت شکل زیر قرار می‌گیرند، بنابراین گزینهٔ (۱) درست می‌باشد.



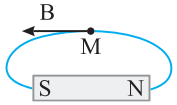
۲۰۳۵ **A** **۴**

نکته عقربهٔ مغناطیسی جهت میدان در یک نقطه را نشان می‌دهد.

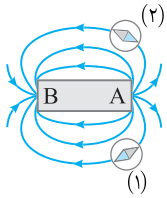
۱ با توجه به شکل جهت میدان مغناطیسی اطراف A با توجه به عقربهٔ مغناطیسی به گونه‌ای است که خط میدان از قطب A خارج می‌شود و این قطب همان N است.



۲ میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط میدان مماس است، جهت میدان در خارج آهنربا از N به S است، بنابراین جهت میدان در نقطهٔ M، به سمت چپ است.



بازی با سوال در شکل روبه‌رو قطب‌های A و B به‌ترتیب از راست به چپ کدام‌اند و کدام عقربه مغناطیسی درست قرار گرفته است؟ خارج ریاضی - ۸۸





عقربهٔ مغناطیسی

۱) N, S (۱)، N, S (۲)

۲) S, N (۱)، N, S (۲)

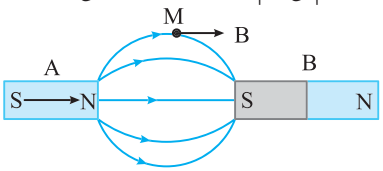
۳) S, N (۲)، N, S (۱)

۴) N, S (۲)، S, N (۱)

گزینهٔ ۲

۲۰۳۶ **A** **۳**

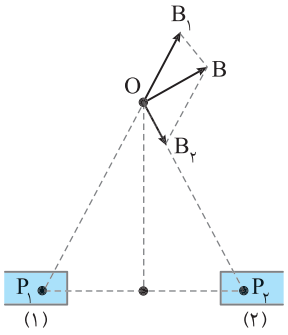
درون آهنربا میدان مغناطیسی از قطب S به‌سوی قطب N است، بنابراین سمت راست آهنربای A قطب N و سمت چپ آن قطب S است. خط‌های میدان مغناطیسی بین دو آهنربا را رسم می‌کنیم و یک خط را از نقطهٔ M می‌گذرانیم، سپس در نقطهٔ M مماسی در سوی خط‌های میدان رسم می‌کنیم تا جهت میدان مغناطیسی در نقطهٔ M مشخص شود.



که با توجه به شکل، میدان مغناطیسی در نقطهٔ M به‌سمت راست است.

۲۰۳۷ **B** **۱**

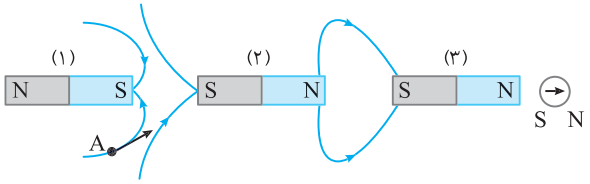
خط فکری عقربه مغناطیسی در هر نقطه از میدان در جهت بردار میدان مغناطیسی است. به‌جای عقربهٔ مغناطیسی در نقطهٔ O میدان مغناطیسی B را رسم کنید، سپس این میدان را روی امتداد خطوط OP_1 و OP_2 تجزیه کنید. با توجه به جهت این مؤلفه‌ها می‌توان دربارهٔ نوع قطب‌ها در نقاط P_1 و P_2 و همچنین قدرت آهنرباها اظهار نظر کرد.



میدان مغناطیسی B حاصل از دو آهنربا در نقطهٔ O را رسم می‌کنیم (مطابق شکل) با تجزیه میدان روی امتداد OP_1 و OP_2 کاملاً مشخص است که میدان B_1 از میدان B_2 بزرگتر است یعنی آهنربای (۱) از آهنربای (۲) قوی‌تر است. از طرفی میدان مغناطیسی در سوی خطوط میدان است و چون خط‌های میدان از قطب N خارج می‌شوند و B_1 مانند این است که از P_1 خارج شده است بنابراین P_1 قطب N است.

۲۰۳۸ **B** **۱**

۱ به عقربه مغناطیسی در شکل نگاه کنید، نوک پیکان آن قطب N به سمت راست است، بنابراین سمت راست آهنربای (۳) قطب N و سمت چپ آن قطب S است.



۲ خطوط به قطب S آهنربای (۳) وارد شده‌اند بنابراین سمت راست آهنربای (۲) قطب N است و چون در سمت راست آهنربای (۲)، میدان آهنربای (۳) خطوط انحنای کمتری دارد آهنربای (۳) از آهنربای (۲) قوی‌تر است.

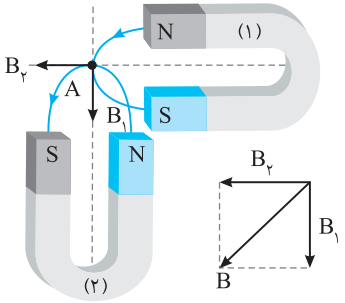
۳ به سراغ آهنربای (۱) برویم. آهنربای (۲) که سمت چپش قطب S است، آهنربای (۱) را دفع می‌کند، بنابراین سمت راست آهنربای (۱) قطب S و سمت چپ آن قطب N است و با توجه به اینکه خطوط میدان (۱) به عقب رانده شده‌اند و انحنای خطوط در کنار آهنربای (۲) از (۱) کمتر است، آهنربای (۲) از آهنربای (۱) قوی‌تر است. بنابراین قوی‌ترین آهنربا، آهنربای (۳) و ضعیف‌ترین آهنربا، آهنربای (۱) است.

۴ سمت راست آهنربای (۱) قطب S است و خطوط میدان به قطب (S) وارد می‌شوند و سوی خطوط به سمت قطب S است.

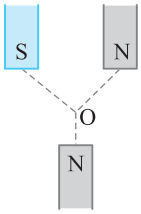
۵ بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط‌های میدان مماس است و جهت آن در سوی خطوط میدان است، بنابراین اگر یک مماس در نقطهٔ A رسم کنید جهت آن به‌صورت بردار نشان داده شده در شکل است. در نتیجه گزینه (۱) درست است.

A ۲۰۳۹ ۲

خط فکری بردار میدان بر خطوط میدان مماس است. خط‌های میدان را رسم کرده و میدان را در نقطهٔ مورد نظر مماس بر خط میدان و در سوی خطوط میدان رسم می‌کنیم. بردار میدان مغناطیسی حاصل از آهنربای (۱) و آهنربای (۲) را در نقطهٔ A با توجه به آنچه گفته‌ایم، رسم می‌کنیم و میدان‌های B_1 و B_2 به ترتیب مربوط به آهنربای (۱) و (۲) هستند. از این‌رو، میدان خالص در نقطهٔ A بین B_1 و B_2 قرار می‌گیرد.



بازی با سؤال سه آهنربای مشابه مطابق شکل قرار گرفته و نقطهٔ O از هر سه قطب به یک فاصله است. جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O کدام است؟



(۱) (۲) (۳) (۴)

گزینهٔ ۱

A ۲۰۴۰ ۴

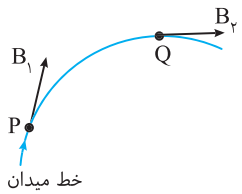
یادآوری ۱ میدان مغناطیسی در هر نقطه مماس بر خط میدان در آن نقطه و در جهت خط میدان در آن نقطه می‌باشد.

یادآوری ۲ هر نقطه‌ای که خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آن فشرده‌تر باشد، بزرگی میدان در آن ناحیه بیشتر است. بر اساس ویژگی‌های (۱) و (۲) تنها در شکل (پ) بردارهای میدان به درستی نمایش داده شده است.

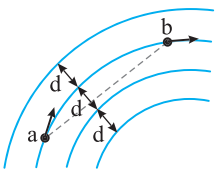
B ۲۰۴۱ ۲

خط فکری در ریاضی می‌خوانیم که اگر دو بردار اندازهٔ برابر داشته باشند، اما هم‌جهت نباشند آن دو بردار مساوی نیستند. $(\vec{a} \neq \vec{b})$ $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

میدان مغناطیسی یک کمیت برداری است و در هر نقطه بر خطوط میدان مماس است. اگر در شکل روبه‌رو اندازهٔ B_1 و B_2 برابر باشد، بردار میدان مغناطیسی در نقاط P و Q برابر نیست و میدان در حال تغییر است.



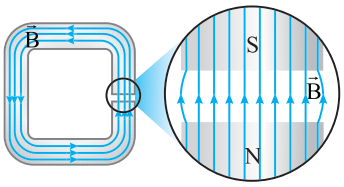
خط‌های میدان موازی و با فواصل مساوی هستند، بنابراین اندازهٔ میدان مغناطیسی در این ناحیه از فضا از جمله نقاط a و b هم‌اندازه است. اما چون جهت بردار میدان مغناطیسی در نقاط فضا از جمله a و b یکسان نیست، میدان مغناطیسی در این ناحیه متغیر است.



میانبر هرگاه خطوط میدان مغناطیسی خمیده باشند، میدان مغناطیسی یکنواخت نیست.

A ۲۰۴۲ ۳

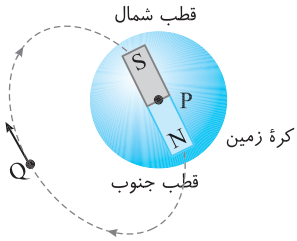
به خطوط میدان در آهنربای C شکل در شکل روبه‌رو دقت کنید. جهت بردار میدان در نقطه P بین دو قطب آهنربا همواره در خلاف جهت بردار میدان در نقطهٔ Q است و اگر جای قطب‌های N و S عوض شود، جهت میدان در نقطهٔ P و هم‌چنین در نقطهٔ Q عوض می‌شود و میدان‌ها در این دو نقطه هم‌چنان با هم زاویه ۱۸۰° می‌سازند.



A ۲۰۴۳ ۳

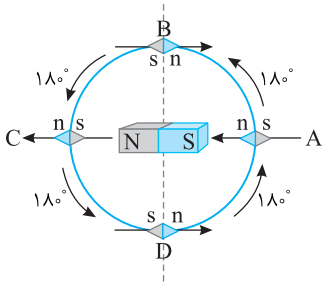
یادآوری کرهٔ زمین یک آهنربای بزرگ است که قطب S آن در شمال و قطب N در جنوب زمین قرار دارد.

به شکل نگاه کنید. درون زمین یعنی درون آهنربا میدان از S به N یعنی از شمال زمین به جنوب زمین و در خارج کره زمین (خارج آهنربا) میدان مغناطیسی از قطب N به S یعنی از جنوب زمین به شمال زمین است.



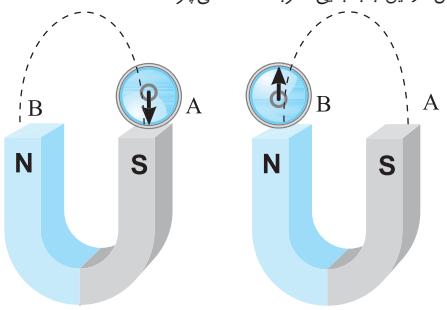
A ۲۰۴۴ ۴

با توجه به شکل از حالت A تا B عقربه ۱۸۰° و از B تا C نیز ۱۸۰° و از C تا D مجدداً ۱۸۰° و سرانجام از D تا A نیز ۱۸۰° می‌چرخد. بنابراین عقربه ۴×۱۸۰=۷۲۰° خواهد چرخید.

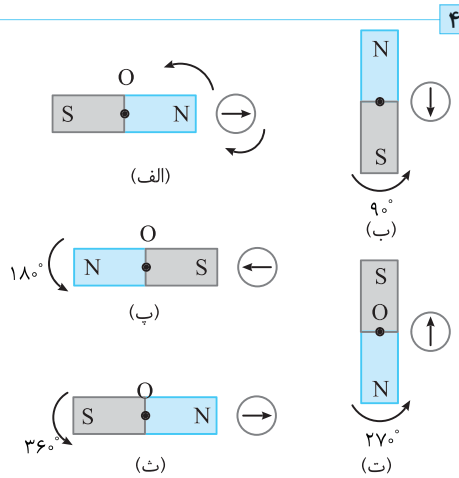


A ۲۰۴۵ ۲

مطابق شکل در این جابه‌جایی عقربه ۱۸۰° می‌چرخد:



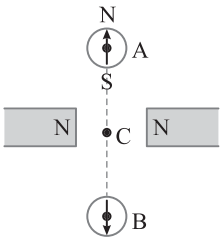
A ۲۰۴۶ ۴



به شکل‌های رسم‌شده با دقت نگاه کنید. وقتی که آهنربا 90° پادساعتگرد می‌چرخد و از حالت (الف) به حالت (ب) می‌رود، عقربه مغناطیسی مطابق حالت (ب) به اندازهٔ 90° ساعتگرد می‌چرخد و با چرخش 180° پادساعتگرد آهنربا عقربه مغناطیسی 180° ساعتگرد می‌چرخد و به حالت (پ) می‌رسد به همین ترتیب با چرخش آهنربا به‌صورت پادساعتگرد عقربه به‌همان اندازه ساعتگرد می‌چرخد، بنابراین وقتی آهنربا 360° پادساعتگرد می‌چرخد. (یک دور می‌زند) عقربهٔ مغناطیسی نیز 360° اما ساعتگرد می‌چرخد.

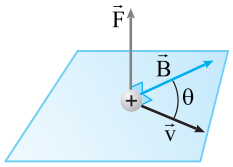
B ۴ ۲۰۴۷

در نقطهٔ A قطعاً عقربه مغناطیسی به‌گونه‌ای قرار می‌گیرد که قطب N آن رو به بالا و قطب S آن رو به پایین خواهد بود و در حرکت آن از A تا C تغییری در این وضعیت به‌وجود نمی‌آید اما با گذشتن از نقطهٔ C عقربه مغناطیسی می‌چرخد تا قطب N آن از دو قطب همنام N آهنربا دور شود یعنی 180° می‌چرخد و جهتش وارون می‌شود.



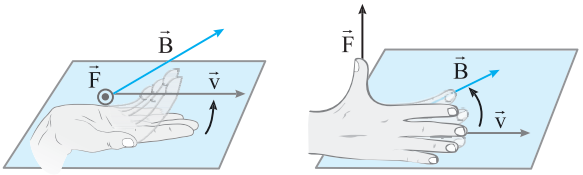
A ۳ ۲۰۴۸

هرگاه یک بار الکتریکی با سرعت $\vec{v}$ وارد میدان مغناطیسی $\vec{B}$ شود به‌گونه‌ای که سرعت بار در جهت راستای خطوط میدان مغناطیسی نباشد، از طرف میدان به آن نیرویی وارد می‌شود که این نیرو همواره بر دو بردار سرعت $\vec{v}$ و میدان $\vec{B}$ عمود است. بنابراین گزینه (۳) درست است.

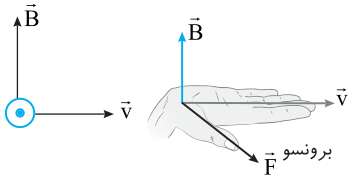


A ۴ ۲۰۴۹

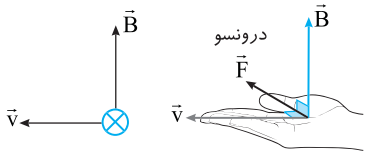
خط فکری باید از قاعدهٔ دست راست استفاده کنیم که در آن دست راست خود را طوری نگه می‌داریم که انگشتان باز شدهٔ ما در جهت $\vec{v}$ باشد به‌گونه‌ای که وقتی آن‌ها را روی زاویهٔ کوچکتری که $\vec{v}$ با $\vec{B}$ می‌سازد و در جهت چرخش طبیعی انگشتان است، خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرند، در این صورت انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار مثبت خواهد بود. بنابراین شما باید قاعدهٔ دست راست را در مورد هر چهار شکل داده شده به‌کار ببرید.



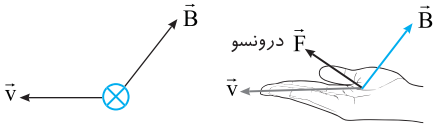
با توجه به قاعدهٔ دست راست مطابق شکل نیروی وارد بر بار مثبت در شکل (الف) برونسو است.



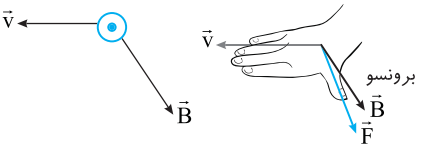
در شکل (ب) نیروی F درونسو است.



در شکل (پ) نیرو درونسو است.

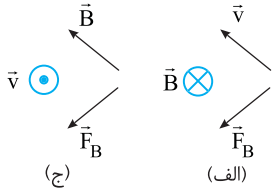


در شکل (ت) نیرو برونسو است.



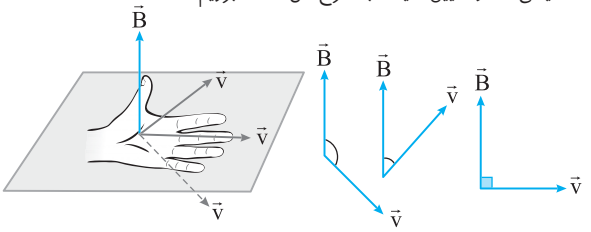
A ۲ ۲۰۵۰

طبق قاعدهٔ دست راست برای نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار در میدان مغناطیسی $\vec{B}$، فقط شکل (ب) از نظر فیزیکی قابل قبول است. حالت صحیح شکل‌های (الف) و (ج) را رسم کرده‌ایم:

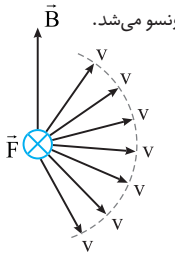


B ۴ ۲۰۵۱

خط فکری برای سه شکل زیر جهت نیروی وارد بر بار متحرک $+q$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ را تعیین کنید تا به سراغ حل مسئله برویم.



چهار انگشت باز در جهت $\vec{v}$، جهت چرخش چهار انگشت روی $\vec{B}$ است، بنابراین در هر سه مورد نیروی F برونسو است. اشتباهی که بعضی از دانش‌آموزان دارند این است که فکر می‌کنند همواره $\vec{v}$ و $\vec{B}$ برهم عمودند، در حالی که زاویهٔ بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$ می‌تواند از صفر تا 180° تغییر کند. (یک ذره با هر زاویه‌ای می‌تواند وارد میدان مغناطیسی شود!) البته اگر بار منفی بود نیروی وارد بر آن درونسو می‌شد.



دقت کنید که نیروی F وارد بر بار الکتریکی بر راستای بردار سرعت و میدان مغناطیسی هر دو عمود است، از این‌رو با توجه به قاعده دست راست و این که بار منفی است تمام بردارهای سرعت که در نیم‌صفحه سمت راست B هستند می‌توانند بردار سرعت الکترون باشند.

بازی با سوال **الکترونی با سرعت $\vec{v}$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت، عمود بر میدان در حرکت است. اگر شکل مقابل نشان‌دهندهٔ جهت میدان $(\vec{B})$ و جهت نیروی وارد بر الکترون $(\vec{F})$ باشد، جهت $\vec{v}$ کدام است؟** ریاضی - ۹۸

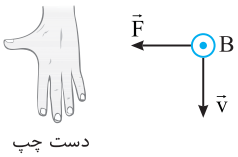


۱) ⊙ ۲) ⊗ ۳) → ۴) ←

گزینهٔ ۳

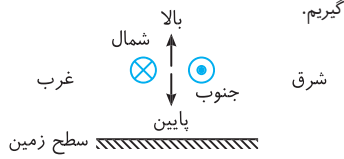
A ۳ ۲۰۵۲

با توجه به قاعدهٔ دست راست برای بار منفی، چهار انگشت باز دست چپ را در جهت v رو به پایین گرفته به صورتی که انگشت باز شست دست جهت نیرو به سمت چپ را نشان دهد، در این صورت کف دست شما رو به درون صفحهٔ کاغذ بوده و جهت میدان را نشان می‌دهد یعنی میدان مغناطیسی درونسو است.



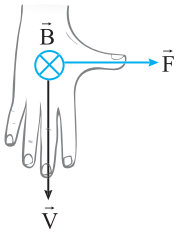
A ۲ ۲۰۵۳

نکته اگر در مسئله‌ای جهت بردارهای سرعت $(\vec{v})$ و میدان $(\vec{B})$ را در راستای جهت‌های جغرافیایی بیان کنند، برای سادگی جهت شمال جغرافیایی را درونسو (به سوی درون صفحه)، سمت راست را مشرق و سمت چپ را مغرب و جهت برونسو را جنوب جغرافیایی در نظر می‌گیریم. سمت بالای کاغذ، را جهت رو به بالا (بالا سو) و سمت پایین کاغذ را جهت رو به زمین (پایین سو) در نظر می‌گیریم.



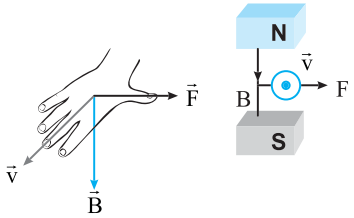
یادآوری سوی خطوط میدان مغناطیسی کره زمین از جنوب به شمال است.

میدان مغناطیسی زمین که رو به شمال است را به‌صورت درونسو در نظر می‌گیریم. چهار انگشت باز دست راست خود را به سمت زمین بگیرید و کف دست خود را رو به شمال قرار دهید در این حالت انگشت باز شست دست شما به سمت راست یعنی شرق خواهد بود.

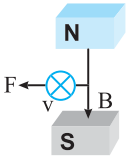


A ۳ ۲۰۵۴

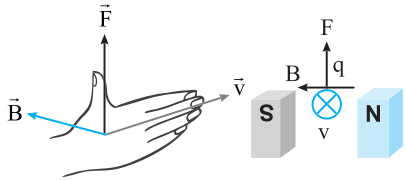
چهار انگشت باز دست راست خود را به سمت بیرون کاغذ بگیرید، (در جهت سرعت) میدان مغناطیسی از N به S است، بنابراین کف دست خود را به سمت پایین صفحه بگیرید، در این حالت انگشت باز شست به سمت راست است و نیروی مغناطیسی به سمت راست خواهد بود و گزینه (۱) پاسخ نیست.



چهار انگشت باز دست راست را به سمت درونسوی صفحه بگیرید، به‌گونه‌ای که جهت خم کردن چهار انگشت شما (یا کف دست شما) رو به پایین صفحه (پایین‌سو) باشد، در این حالت انگشت باز شست دست شما به سوی چپ است، یعنی نیروی F به سمت چپ است و گزینه (۲) پاسخ نیست.

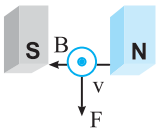


چهار انگشت را رو به سوی درون صفحه کاغذ قرار دهید به‌طوری که خم کردن آن (کف دست) در جهت میدان (به سمت چپ) قرار گیرد



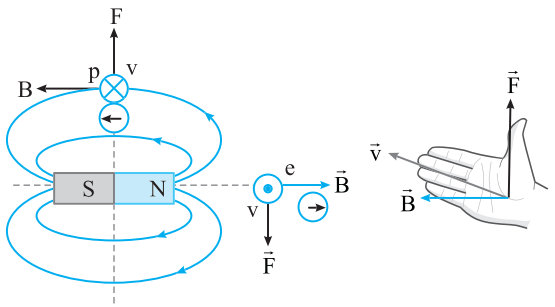
در این حالت انگشت باز شست رو به بالا (بالاسو) خواهد بود، یعنی نیروی F رو به بالا خواهد بود و گزینه (۳) پاسخ است.

برای گزینهٔ (۴) نیز با استفاده از قاعدهٔ دست راست نیروی F رو به پایین (پایین‌سو) است و گزینهٔ (۴) نیز پاسخ نیست.

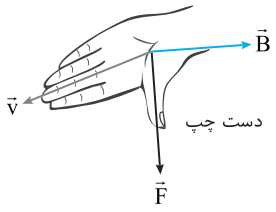


B ۲ ۲۰۵۵

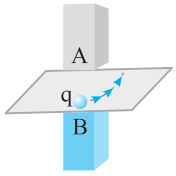
خط فکری ابتدا باید جهت میدان مغناطیسی را در محل پروتون و محل الکترون مشخص کنید. برای این منظور در ذهن خود فرض کنید که اگر یک عقربهٔ مغناطیسی در این نقاط قرار دهید، چگونه جهت‌گیری می‌کنند.



در محل پروتون میدان مغناطیسی به سمت چپ (در سوی خط‌های میدان) است. چهار انگشت باز دست راست خود را به سمت داخل کاغذ نشانه بروید به‌طوری که کف دست شما به سمت چپ (میدان مغناطیسی) باشد، انگشت باز شست شما در این حالت قطعاً رو به بالا خواهد بود، در محل الکترون میدان به سمت راست است چون الکترون بار منفی دارد از دست چپ استفاده کنید. چهار انگشت دست چپ خود را رو به بیرون صفحهٔ کاغذ بگیرید به‌گونه‌ای که کف دست چپ به سمت راست و در جهت میدان مغناطیسی باشد، در این صورت انگشت باز دست چپ شما رو به پایین صفحه کاغذ بوده و نیروی مغناطیسی پایین‌سو است.



بازی با سوال جهت حرکت ذره‌ای با بار مثبت q در بین دو قطب A و B آهنرباهایی به‌صورت مقابل است. قطب‌های A و B به‌ترتیب از راست به چپ کدام گزینه می‌توانند باشند؟



۱) S ،N
۲) S ،S
۳) N ،S
۴) N ،N

گزینهٔ ۱

B ۴ ۲۰۵۶

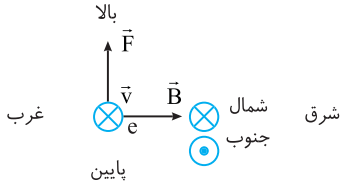
با توجه به رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک می‌توان نوشت:

$$F=qvB\sin\theta\Rightarrow B=\frac{F}{qv\sin\theta}\Rightarrow T=\frac{N}{C.m/s}=\frac{kgm/s^2}{C.m/s}=\frac{kg}{C.s}$$

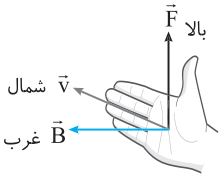
(دقت کنید $\sin\theta$ یکا ندارد و به کمک قانون دوم نیوتون یکای نیرو، نیوتون بر حسب یکاهای اصلی خواهد شد. $F=ma\Rightarrow N=kgm/s^2$)

B ۲ ۲۰۵۷

برای سادگی رسم بردارهای سرعت، میدان مغناطیسی و نیرو، جهت شمال را درونسو فرض می‌کنیم.



الکترون در جهت شمال در حرکت است (یعنی سرعت درونسو است)، نیروی وارد بر الکترون به سمت بالاست بنابراین انگشت باز شست دست راست خود را رو به بالای صفحه بگیرید و چهار انگشت را در جهت سرعت (درونسو) قرار دهید



در این حالت کف دست راست شما به سمت چپ است که چون بار الکتریکی منفی است، جهت را باید وارون کنید یعنی میدان مغناطیسی به سمت راست است. (یعنی B در جهت شرق است.) نیرو بیشینه است، یعنی بردار سرعت و میدان برهم عمودند و $\theta=90^\circ$ و $\sin\theta=1$ است، بنابراین:

$$F=qvB\sin\theta\Rightarrow F=qvB\Rightarrow F=4/8\times10^{-14}=1/6\times10^{-19}\times2/4\times10^5B$$

$$\Rightarrow B=1/25T$$

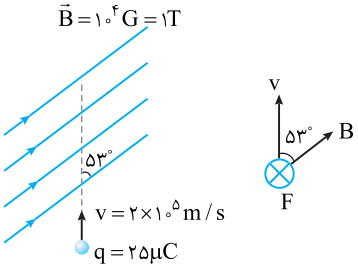
بازی با سوال یک ذرهٔ آلفا (هستهٔ هلیم) با تندی $10^4 m/s$ وارد یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $5T$ می‌شود. بیشینه نیروی وارد بر این ذره چند نیوتون است؟ $(e=1/6\times10^{-19}C)$

۱) $1/6\times10^{-12}$
۲) $1/6\times10^{-13}$
۳) $1/6\times10^{-15}$
۴) $1/6\times10^{-14}$

گزینهٔ ۴

۴ ۲۰۵۸ A

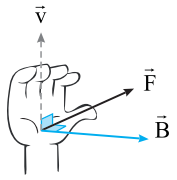
با توجه به شکل زاویهٔ بین جهت $\vec{v}$ و جهت $\vec{B}$، 53° است و نیروی وارد بر بار خواهد شد:



$$F=|q|vB\sin\theta\Rightarrow F=25\times10^{-6}\times2\times10^{5}\times1\times\sin53^\circ$$

$$\Rightarrow F=50\times10^{-1}\times0/8\Rightarrow F=4N$$

قاعده دست راست: چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت v قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما رو به سمت راست باشد، چهار انگشت خود را خم کنید تا روی میدان B قرار گیرد در این حالت قطعاً انگشت باز شست دست راست شما به سوی درون صفحه کاغذ است، یعنی نیروی مغناطیسی F درونسو است.



بازی با سؤال ذرهٔ بارداری با بار $2\mu C$ با تندی $3\times10^{4} m/s$ وارد میدان مغناطیسی $B=0/2T$ می‌شود به‌گونه‌ای که هنگام ورود جهت بار با خطوط میدان زاویهٔ 37° می‌سازد. نیروی وارد بر بار چند نیوتون است؟ $(\cos37^\circ=0/8)$

۱) $3/6\times10^{-3}$ ۲) $5/4\times10^{-3}$ ۳) $7/2\times10^{-3}$ ۴) $7/6\times10^{-3}$

گزینهٔ ۳

۴ ۲۰۵۹ B

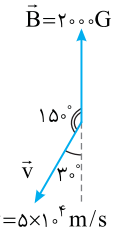
یادآوری یک گاوس برابر 10^{-4} تسلا است.

۱ رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسی به صورت زیر است:

$$F=|q|vB\sin\theta$$

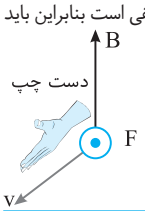
$$F=1/6\times10^{-19}\times5\times10^{4}\times2000\times10^{-4}\times\sin(150^\circ)$$

$$\xrightarrow{\sin150^\circ=\sin30^\circ=\frac{1}{2}} F=8\times10^{-16}N$$



۲ برای یافتن جهت نیروی وارد بر الکترون از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. چهار انگشت دست راست خود را در امتداد v قرار دهید به گونه‌ای که چرخش چهارانگشت روی B قرار گیرد. در این حالت انگشت شست دست راست شما رو به درون صفحهٔ کاغذ است یعنی نیرو درونسوست، اما بار الکترون منفی است بنابراین باید جهت را قرینه کنید یعنی نیرو برونسو است.

البته مطابق شکل می‌توانید که از دست چپ استفاده کنید.



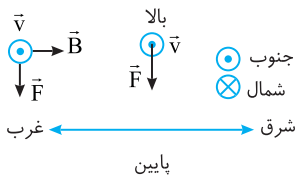
۱ ۲۰۶۰ B

اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر بار خواهد شد:

$$F=qvB\sin\theta\xrightarrow[\sin\theta=1]{F=4\times10^{-14}N,v=5\times10^{5}m/s}$$

$$4\times10^{-14}=1/6\times10^{-19}\times5\times10^{5}\times B\times1\Rightarrow B=0/5T$$

با استفاده از قاعدهٔ دست راست ابتدا جهت نیرو را عوض می‌کنیم، چون الکترون دارای بار منفی است، بنابراین انگشت شست دست راست را رو به بالا می‌گیریم به گونه‌ای که چهار انگشت باز دست راست رو به جنوب باشد. در این صورت کف دست رو به شرق است یعنی میدان مغناطیسی به سمت شرق است البته شما می‌توانید از دست چپ استفاده کنید.



۱ ۲۰۶۱ A

اندازهٔ نیروی مغناطیسی برابر است با:

$$F=qvB\sin\theta\Rightarrow F=4\times10^{-9}\times20\times120\times10^{-4}\times\sin60^\circ$$

$$=48\sqrt{3}\times10^{-11}N=4/8\sqrt{3}\times10^{-10}N$$

با توجه به قاعدهٔ دست راست، نیرو در جهت محور z است.

۳ ۲۰۶۲ A

خط فکری با توجه به رابطهٔ نیروی مغناطیسی $(F=|q|vB\sin\theta)$ هرگاه زاویهٔ بین بردار سرعت و بردار میدان مغناطیسی (θ) از صفر تا 90° افزایش یابد $\sin\theta$ افزایش یافته و F بزرگ می‌شود و اگر زاویه از 90° تا 180° تغییر کند، با افزایش θ، $\sin\theta$ کاهش می‌یابد و F کوچک می‌شود، البته وقتی $\theta=0$ یا $\theta=180^\circ$ است، F برابر صفر است و در $\theta=90^\circ$، نیرو بیشینه است.

نیروی وارد بر هر بار را به‌دست می‌آوریم:

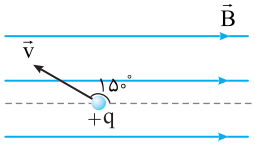
ذرهٔ A: $F_A=|q|vB$

ذرهٔ B: $F_B=|q|vB\sin60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}|q|vB$

ذرهٔ C: $F_C=|q|vB\sin120^\circ\xrightarrow{\sin120^\circ=\sin60^\circ}F_C=\frac{\sqrt{3}}{2}|q|vB$

$$\Rightarrow F_A>F_B=F_C$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو اگر جهت v در صفحهٔ شامل v و B، 90° پادساعتگرد تغییر کند، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره، $\vec{F}_1$ می‌شود و اگر 90° ساعتگرد تغییر کند، نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار، $\vec{F}_2$ می‌شود. کدام گزینه درست است؟



۱) $\vec{F}_1=\vec{F}_2$ ۲) $\vec{F}_1=-\vec{F}_2$ ۳) $\vec{F}_1=\sqrt{3}\vec{F}_2$ ۴) $\vec{F}_1=-\sqrt{3}\vec{F}_2$

گزینهٔ ۲

۴ ۲۰۶۳ A

خط فکری مسئله در دو حالت $\theta=45^\circ$ و $\theta=60^\circ$ بیان شده است، بنابراین شما کافی است به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک، نیرو را در دو حالت به‌دست بیاورید و برهم تقسیم کنید.

حالت اول: $F=|q|vB\sin\theta\Rightarrow F=|q|vB\sin45^\circ\Rightarrow F=\frac{\sqrt{2}}{2}|q|vB$

حالت دوم: $F'=|q|vB\sin60^\circ\Rightarrow F'=\frac{\sqrt{3}}{2}|q|vB$

بنابراین نسبت $\frac{F'}{F}$ خواهد شد:

$$\frac{F'}{F}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}|q|vB}{\frac{\sqrt{2}}{2}|q|vB}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

۳ ۲۰۶۴ A

۱ ابتدا تغییر بار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q=-ne\Rightarrow\Delta q=-3\times10^{15}\times1/6\times10^{-19}=-4/8\times10^{-4}C$$

۲ تغییر نیروی مغناطیسی را حساب می‌کنیم، توجه کنید که راستای حرکت ذره عمود بر خطوط میدان بوده و $\theta=90^\circ$ است. همچنین بزرگی میدان تغییر نمی‌کند:

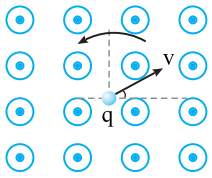
$$\Delta F_B=F_2-F_1\xrightarrow[\sin90^\circ=1]{F_B=|q|vB\sin\theta}\Delta F_B=|q_2|vB\sin90^\circ-|q_1|vB\sin90^\circ$$

$$\Delta F_B=(|q_2|-|q_1|)vB\xrightarrow[|\Delta q|=4/8\times10^{-4}]{|q_2|-|q_1|=|\Delta q|}$$

$$\Delta F_B=4/8\times10^{-4}\times(500\times\underbrace{10^{-4}}_{\text{تبدیل گاوس به تسلا}})(2\times10^{4})=4/8\times10^{-1}N=0/48N$$

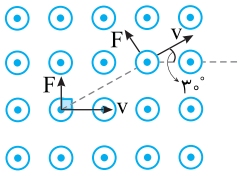
A ۲۰۶۵ ۳

دقت کنید در رابطه $F=|q|vB\sin\theta$، θ زاویهٔ بین بردار سرعت و بردار میدان مغناطیسی است که در شکل بردار سرعت و بردار میدان مغناطیسی برهم عمودند و زاویه $\theta=90^\circ$ است و با تغییر زاویهٔ α، θ هم‌چنان 90° باقی می‌ماند، بنابراین نیرو تغییر نمی‌کند.



A ۲۰۶۶ ۳

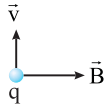
با توجه به قاعدهٔ دست راست برای بار منفی و بیشینه بودن نیرو، میدان مغناطیسی برونسو و عمود بر v است، با چرخش v با زاویهٔ 30° نسبت به امتداد افقی، جهت حرکت ذره همچنان بر راستای میدان عمود است. اندازهٔ نیرو همان $F=qvB$ می‌ماند. از طرفی نیرو همواره بر جهت حرکت عمود است، پس اگر جهت حرکت 30° بچرخد نیرو نیز در همان جهت (یعنی پادساعتگرد) 30° می‌چرخد.



C ۲۰۶۷ ۴

خط فکری در صورت مسئله سوی تغییر میدان مغناطیسی مشخص نیست، به همین دلیل حالت‌های مختلفی ممکن است رخ دهد. در ابتدا بردار $\vec{v}$ بر بردار $\vec{B}$ عمود است و نیروی مغناطیسی وارد بر بار q برابر $F=|q|vB$ خواهد شد و شما باید حالت‌های مختلف را بررسی کنید.

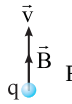
حالت اول: مطابق شکل اگر میدان مغناطیسی به سمت راست یا چپ و سرعت به سمت بالا باشد، اندازهٔ نیرو برابر است با:



$$F_1=|q|vB\sin 90^\circ=|q|vB$$

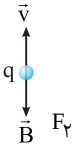
حالت دوم:

الف) اگر میدان مغناطیسی مطابق شکل $\frac{\pi}{2}$ رادیان بچرخد داریم:



$$F_\mu=|q|vB\sin 0=0$$

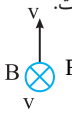
یا



$$F_2=|q|vB\sin 180^\circ=0$$

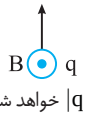
ممکن است $\frac{\pi}{2}$ به سمت بالا یا $\frac{\pi}{2}$ به سمت پایین بچرخد و در هر دو حالت بردار سرعت در راستای بردار میدان قرار می‌گیرد و نیروی مغناطیسی صفر می‌شود، بنابراین نیرو به اندازهٔ $|q|vB$ تغییر می‌کند.

ب) اگر میدان $\frac{\pi}{2}$ رادیان به سمت خارج یا داخل صفحه بچرخد، در این حالت میدان برونسو یا درونسو شده و همچنان میدان بر v عمود است.



$$F_2=|q|vB\sin 90^\circ=|q|vB$$

یا



$$F_1=|q|vB\sin 90^\circ=|q|vB$$

اندازه نیرو در این حالت مانند حالت اول برابر $|q|vB$ خواهد شد و تغییر نمی‌کند، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۲۰۶۸ ۳

یادآوری ۱ هرگاه نیروی وارد بر جسم متحرک بر مسیر حرکت عمود باشد، بنا بر تعریف کار $(W=Fd\cos\theta)$، کار نیرو صفر می‌شود.

یادآوری ۲ نیروی میدان مغناطیسی همواره بر سرعت ذره عمود است.

یادآوری ۳ بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

با توجه به آن‌چه شما باید به یاد داشته باشید مشخص است که نیروی میدان مغناطیسی وارد بر بار متحرک، همواره بر سرعت ذره عمود است و کار آن برابر صفر است. بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی، داریم:

$$W=\Delta K \xrightarrow{W=0} \Delta K=0\Rightarrow K'=K\Rightarrow v'=v$$

بنابراین $\frac{v'}{v}=1$ است.

نتیجه کار نیروی میدان مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان صفر است و تندی ذره و انرژی جنبشی آن تغییر نمی‌کند، اما جهت بردار سرعت آن تغییر می‌کند.

A ۲۰۶۹ ۱

خط فکری صحبت شتاب شده، بنابراین شما باید نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را حساب کنید، سپس به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب را به‌دست می‌آوریم.

نیروی وارد بر ذره خواهد شد:

$$F=|q|vB\sin\theta \xrightarrow[B=4\times10^{-3}\,T,\,\theta=90^\circ]{|q|=5\times10^{-6}\,C,\,v=10^3\,m/s}$$

$$F=5\times10^{-6}\times10^3\times4\times10^{-3}\Rightarrow F=2\times10^{-4}\,N$$

شتاب ذره در اثر نیروی مغناطیسی برابر است با:

$$F=ma \xrightarrow{m=500\,mg=5\times10^{-4}\,kg} 2\times10^{-4}=a\times5\times10^{-4}\Rightarrow a=0/4\,m/s^2$$

بازی با سؤال **ذره‌ای با بار الکتریکی $+2\mu C$ و جرم ۰/۰۱ گرم با سرعت $2\times10^4\,m/s$ وارد میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۰/۰۲ تسلا می‌شود. در صورتی که در لحظه ورود، راستای حرکت ذره با خط‌های میدان مغناطیسی زاویه ۳۰ درجه بسازد، بزرگی شتاب حاصل از نیروی الکترومغناطیسی وارد بر ذره در لحظه ورود آن به میدان، چند متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟**

۱) ۴۰ ۲) ۰/۰۴

۳) ۸۰ ۴) ۰/۰۸

گزینهٔ ۱

B ۲۰۷۰ ۱

خط فکری آلفا ذره‌ای با دو پروتون و دو نوترون بوده یعنی دارای بار مثبت $2e$ است. با داشتن جرم ذرهٔ آلفا و شتاب آن، نیروی مغناطیسی وارد بر آن را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F=ma\Rightarrow F=6/68\times10^{-27}\times4\times10^5\,N$$

اکنون به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسی، بزرگی میدان را به‌دست می‌آوریم:

$$F=|q|vB\sin\theta \xrightarrow[\theta=90]{|q|=2e=3/2\times10^{-19}\,C}$$

$$6/68\times4\times10^{-22}=3/2\times10^{-19}\times50\times B\Rightarrow B=0/167\times10^{-3}\,T\Rightarrow B=1/67\,G$$

A ۲۰۷۱ ۳

نیروی مغناطیسی بر سرعت عمود است. بنابراین بزرگی سرعت ذره را تغییر نمی‌دهد و تنها جهت سرعت را تغییر می‌دهد، پس تندی ذره هنگام خارج شدن از میدان نیز برابر $8\times10^3\,m/s$ است:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}\times5\times10^{-6}\times64\times10^6=160\,J$$

B ۲۰۷۲ ۴

خط فکری برای آنکه یک جسم متحرک، تندی‌اش کاهش یافته و بایستد، قطعاً باید نیروی خالص وارد بر آن در خلاف جهت حرکت جسم باشد تا بتواند آن را متوقف کند، مانند وقتی که یک توپ متحرک روی سطح در اثر اصطکاک متوقف می‌شود. اما نیروی میدان مغناطیسی در تمام طول مسیر حرکت بار درون میدان، بر مسیر حرکت عمود است. اکنون با توجه به این مطلب مسئله را حل می‌کنیم:

۱ نیروی مغناطیسی وارد بر بار را به‌دست می‌آوریم.

$$F=qvB\sin\theta\Rightarrow F=10^{-6}\times20\times500\times10^{-4}\times\sin90^\circ\Rightarrow F=10^{-6}\,N$$

۲ شتاب حرکت ذره خواهد شد: $F=ma\Rightarrow10^{-6}=10^{-5}a\Rightarrow a=0/1\,m/s^2$

۳ نیرو در تمام طول مسیر، عمود بر مسیر حرکت است، پس کار نیروی میدان مغناطیسی صفر است. بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_{F_B}=F_Bd\cos\theta \xrightarrow{\theta=90} W_{F_B}=0 \xrightarrow{W_{F_B}=\Delta K} \Delta K=0$$

$$\Rightarrow K_2=K_1\Rightarrow v_2=v_1$$

یعنی تندی تغییر نمی‌کند و نیروی میدان مغناطیسی به تنهایی نمی‌تواند سبب توقف ذره شود.

B ۲۰۷۳ ۳

خط فکری ابتدا به شما بگوییم که الکترون - ولت یکی از یکاهای اندازه‌گیری است و مقدار آن همان‌گونه که در صورت مسئله مشخص است $1/6\times10^{-19}\,J$ است و شما با این یکا در پایهٔ دوازدهم آشنا می‌شوید. فراموش نکنید کتابی که روبه‌روی شماست برای دانش‌آموز پایهٔ دوازدهم نوشته شده و باید در آن تست‌های ترکیبی پایه‌های مختلف حضور داشته باشد. بنابراین کافی است به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار، تندی پروتون را بیابید، سپس انرژی جنبشی پروتون را برحسب ژول حساب کنید و در آخر یکای انرژی را از ژول به الکترون - ولت تغییر دهید.

۱ تندی پروتون را حساب می‌کنیم.

$$F=|q|vB\sin\theta \xrightarrow[F=1/28\times10^{-16}\,N,\theta=90^\circ]{|q|=1/6\times10^{-19}C,B=20\times10^{-3}T}$$

$$1/28\times10^{-16}=1/6\times10^{-19}\times v\times20\times10^{-3}\times1\Rightarrow v=\frac{1/28}{1/6\times20\times10^{-6}}=4\times10^{4}\,m/s$$

۲ انرژی جنبشی پروتون را به‌دست می‌آوریم.

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=1/7\times10^{-27}kg} K=\frac{1}{2}\times1/7\times10^{-27}\times(4\times10^{4})^2$$

$$K=\frac{1/7}{2}\times16\times10^{-19}J=\frac{17}{2}\times1/6\times10^{-19}=8/5\times1/6\times10^{-19}J$$

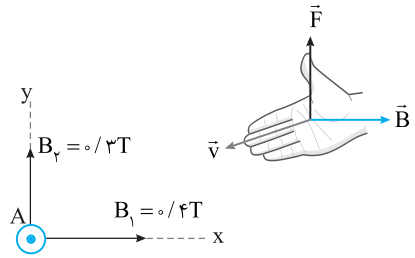
۳ یکای ژول را به الکترون - ولت تبدیل می‌کنیم.

$$K=8/5\times1/6\times10^{-19}J\times\frac{1eV}{1/6\times10^{-19}J}\Rightarrow K=8/5eV$$

ضریب تبدیل ژول به eV

B ۲۰۷۴ ۳

خط فکری شما باید اندازهٔ نیروی مغناطیسی که هر میدان بر بار وارد می‌کند را بیابید، سپس جهت هر بردار نیرو را به کمک قاعدهٔ دست راست معین کنید تا بتوانید بردار نیروی مغناطیسی را بنویسید.



۱ نیرویی که میدان مغناطیسی B_1 بر ذره باردار وارد می‌کند برابر است با:

$$F=|q|vB\sin\theta \xrightarrow[v=4\times10^{3}\,m/s,\theta=90^\circ]{q=5\times10^{-6}C} F_1=50\times10^{-6}\times4\times10^{3}\times0/4$$

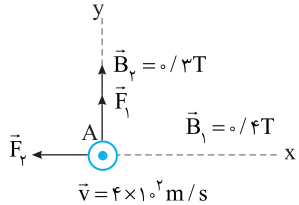
$$\Rightarrow F_1=8\times10^{-2}\,N$$

چهار انگشت دست راست خود را به سمت بیرون صفحه کاغذ (برونسو) قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما به سمت میدان $\vec{B}$ باشد، در این صورت انگشت شست دست راست شما قطعاً در جهت مثبت محور yها خواهد بود و نیروی F_1 خواهد شد:

$$\vec{F}_1=8\times10^{-2}\vec{j}=0/08\vec{j}$$

۲ نیرویی که میدان مغناطیسی B_2 بر ذره باردار وارد می‌کند را حساب می‌کنیم:

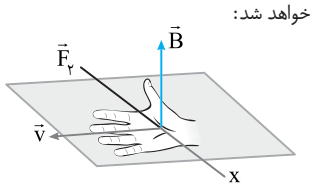
$$F=|q|vB\sin\theta\Rightarrow F_2=50\times10^{-6}\times4\times10^{3}\times0/3\times1\Rightarrow F_2=0/06N$$



$\vec{v}=4\times10^{2}\,m/s$

با قاعدهٔ دست راست کاملا مشخص است که نیروی F_2 در جهت خلاف محور xها است، از این‌رو F_2 خواهد شد:

$$\vec{F}_2=-0/06\vec{i}$$



بنابراین نیروی خالص وارد بر ذره برحسب بردارهای یکه به‌صورت زیر است:

$$\vec{F}_{net}=-0/06\vec{i}+0/08\vec{j}$$

بازی با سؤال ذره‌ای با بار $100\mu C$ و تندی $2\times10^{3}\,m/s$ به صورت درونسو مطابق شکل (عمود بر صفحهٔ کاغذ به طرف داخل) از نقطهٔ A که در آن دو میدان مغناطیسی یکنواخت هم‌اندازه $\vec{B}_1=\sqrt{4/5}\vec{i}\,(T)$ و $\vec{B}_2=\sqrt{4/5}\vec{j}\,(T)$ وجود دارد، عبور می‌کند. در این لحظه اندازهٔ نیروی مغناطیسی چند نیوتون و جهت آن به کدام سمت است؟ (یکاها در SI)



۱) ۰/۹ ۲) ۰/۹ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۶

گزینهٔ ۳

B ۲۰۷۵ ۱

خط فکری خوب، دوباره باید به سراغ قانون دوم نیوتون برویم، زیرا جرم ذره و شتاب حاصل از نیروی مغناطیسی را در اختیار دارید. اما مطلب بسیار مهم این است که وقتی $\vec{B}$ و $\vec{v}$ برحسب بردارهای یکه داده شوند، مؤلفه‌هایی از میدان که با سرعت هم‌راستا هستند (B_x,v_x) یا (B_y,v_y) برهم نیرو وارد نمی‌کنند. یعنی در این سؤال مولفهٔ $B_x=3T$ میدان نیرویی بر بار که در راستای محور xها در حرکت است، وارد نمی‌کند و تنها مؤلفهٔ قائم بر مسیر حرکت یعنی B_y بر بار نیرو وارد می‌کند. اکنون با دانستن این مطلب مسئله را حل کنید.

با توجه به شتاب و جرم ذره می‌توانید اندازهٔ نیروی وارد بر ذره توسط میدان مغناطیسی را حساب کرد.

$$F_b=ma\Rightarrow5\times10^{-3}\times10^{-3}\times8\times10^{5}=4N$$

مؤلفه B_x که در راستای حرکت ذره است بر بار نیرویی وارد نمی‌کند و تنها مؤلفه قائم میدان مغناطیسی بر بار نیرو وارد می‌کند، بنابراین نیروی مغناطیسی برابر است با:

$$F_b=qvB_y\Rightarrow4=5\times10^{-6}\times(\alpha)\times4\Rightarrow\alpha=2\times10^{5}\,m/s$$

B ۲۰۷۶ ۱

خط فکری به کمک نیروی مغناطیسی وارد بر بار $(F=qvB\sin\theta)$ نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون را حساب کنید، سپس به کمک قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ شتاب پروتون را به‌دست بیاورید.

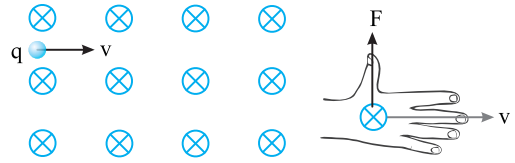
۱ اندازهٔ نیرو و جهت آن را با توجه به قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آوریم:

$$F=qvB\sin\theta \xrightarrow[\theta=90^\circ]{\text{زاویه بین راستای حرکت و خطوط میدان}} F=qvB$$

$$\xrightarrow[q=1/6\times10^{-19}C]{B=170G=170\times10^{-4}T} F=1/6\times10^{-19}\times10^{4}\times170\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow F=1/6\times170\times10^{-19}N$$

نکته برای به‌دست آوردن جهت نیرو، چهار انگشت باز دست راست را در جهت حرکت ذره قرار می‌دهیم به‌طوری که با خم شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی مشخص شود، در این شرایط انگشت باز شست دست، جهت نیرو را مشخص می‌کند.



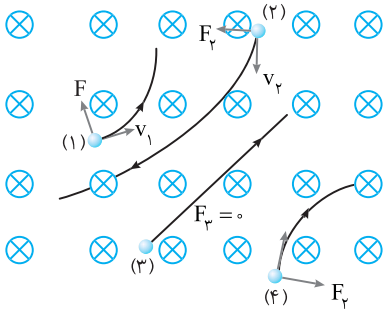
بنابراین بردار نیرو به سمت بالا و در جهت محور y است. $\vec{F}=(1/6\times170\times10^{-19})\vec{j}$

۲ حال با توجه به رابطهٔ $\vec{F}=m\vec{a}$، بردار شتاب را به‌دست می‌آوریم:

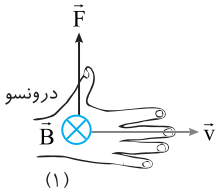
$$1/6\times170\times10^{-19}\vec{j}=1/7\times10^{-27}\vec{a}\Rightarrow\vec{a}=1/6\times10^{10}\vec{j}$$

A ۲۰۷۷ **۳**

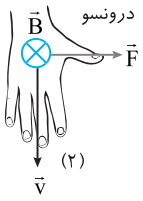
نکته هرگاه یک ذرهٔ باردار وارد یک میدان مغناطیسی شود، در هر سویی که منحرف شود، آن‌سو، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره است، یعنی شما باید انگشت شست خود را در آن جهت قرار دهید.



ذره (۱): اگر دست خود را در مسیر حرکت ذرهٔ (۱) قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما رو به صفحهٔ کاغذ (در جهت میدان درونسوی B) باشد، شست باز دست راست شما دقیقاً انحراف ذرهٔ (۱) را نشان می‌دهد. یعنی انحراف ذرهٔ (۱) با قاعدهٔ دست راست هماهنگ بوده و ذره دارای بار مثبت است.



ذره (۲): اگر شما چهار انگشت دست راست خود را در سوی مسیر حرکت ذره (۲) قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما رو به صفحه کاغذ (در جهت میدان مغناطیسی درونسو) باشد انگشت باز شست شما دقیقاً در خلاف جهت انحراف ذرهٔ (۲) قرار می‌گیرد یعنی بار ذرهٔ (۲) منفی است.

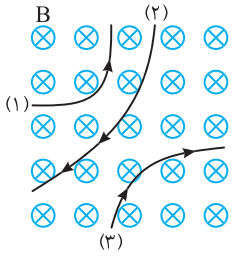


ذره (۳): این ذره منحرف نشده بنابراین خنثی است.

ذره (۴): این ذره نیز مانند ذره (۲) دارای بار منفی است، خودتان بررسی کنید.

B ۲۰۷۸ **۴**

تندی ذره‌ها و اندازهٔ بار آن‌ها برابر است. به همین دلیل نیرویی که میدان مغناطیسی به آن‌ها وارد می‌کند، برابر است. $(F=qvB)$



الف: جهت نیروی وارد بر ذره ۱ در قاعدهٔ دست راست برای بار مثبت صدق می‌کند پس بار $q_۱$ مثبت است و گزارهٔ (الف) نادرست است.

ب: هنگام گذر ذره (۲) از میدان مغناطیسی، مقدار انحراف آن کمتر است؛ یعنی، شتاب آن کوچک‌تر است و بنا به قانون دوم نیوتون $(\uparrow ma \downarrow = \text{ثابت} F)$ باید جرم ذرهٔ ۲ از بقیه بیشتر باشد و این گزاره درست است.

پ) با توجه به جهت انحراف ذره (۱) که در الف بررسی شد، این گزاره نادرست است.

ت) جهت انحراف ذره‌های ۲ و ۳ با قاعدهٔ دست چپ مطابقت دارد و این یعنی بار این دو ذره منفی است و گزارهٔ (ت) درست است.

B ۲۰۷۹ **۲**

یادآوری هرگاه یک ذرهٔ باردار وارد یک میدان مغناطیسی شود و بر آن نیروی مغناطیسی وارد شود، تندی و انرژی جنبشی ذره تغییر نمی‌کند (زیرا نیرو بر مسیر عمود بوده کار نیروی مغناطیسی صفر است.)

۱ انرژی جنبشی پروتون و ذرهٔ آلفا برابر است، اما جرم ذرهٔ آلفا چهار برابر جرم پروتون است، بنابراین:

$$K_\alpha = K_p \Rightarrow \frac{۱}{۲} m_\alpha v_\alpha^۲ = \frac{۱}{۲} m_p v_p^۲$$

$$\Rightarrow (۴m_p) v_\alpha^۲ = (m_p) v_p^۲ \Rightarrow v_p = ۲v_\alpha$$

۲ هنگام عبور ذرهٔ α و پروتون از میدان مغناطیسی تندی آن‌ها ثابت می‌ماند، بنابراین هنگام خروج آن‌ها همچنان $v_p = ۲v_\alpha$ بوده (یعنی $v_\alpha = \frac{۱}{۲} v_p$) و گزاره (الف) درست است.

۳ نیروی الکترومغناطیسی وارد بر دو ذره را مقایسه می‌کنیم.

$$F = |q| vB \sin\theta \begin{cases} \xrightarrow{\text{پروتون}} F_p = (e) \times v_p \times B \times ۱ = ev_pB \\ \xrightarrow{\alpha \text{ ذرهٔ}} F_\alpha = (۲e) \times v_\alpha \times B \times ۱ \xrightarrow{v_\alpha = \frac{۱}{۲} v_p} \end{cases}$$

$$F_\alpha = ۲e(\frac{۱}{۲} v_p) B \times ۱ \Rightarrow F_\alpha = ev_pB$$

بنابراین نیروی الکترومغناطیسی وارد بر ذره α و پروتون با هم برابراند و گزاره (ب) نادرست است.

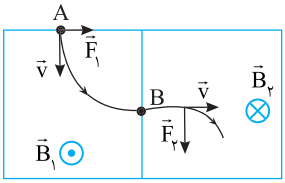
نیروی الکترومغناطیسی وارد بر هر دو ذره برابر شده است و چون جرم ذرهٔ α بیشتر است، انحراف آن از مسیرش کمتر خواهد بود و گزاره (پ) نادرست است.

دقت کنید اگر به یک خودروی سواری و یک کامیون که در یک در مسیر حرکت‌اند نیروهای عمود یکسان بر مسیر وارد شود و آن‌ها را منحرف کند، قطعاً کامیون کمتر منحرف می‌شود.

A ۲۰۸۰ **۴**

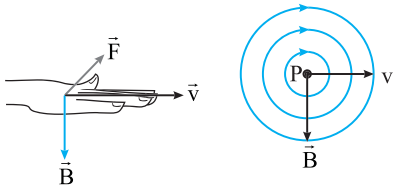
از آنجایی که نیروی F در هر لحظه بر مسیر حرکت و در نتیجه بر $\vec{v}$ (سرعت) عمود است، طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی این نیرو نمی‌تواند اندازهٔ سرعت ذره را تغییر دهد و فقط جهت آن را تغییر می‌دهد، در نتیجه: $v_B = v_A = ۵ \times ۱۰^۴ \, m/s$

همچنین مطابق قاعدهٔ دست راست و با توجه به مسیر انحراف ذره در ناحیهٔ (۱) علامت بار ذره منفی می‌باشد، پس برای آنکه انحراف ذره طبق شکل پیش برود، میدان مغناطیسی در ناحیهٔ (۲) باید درونسو باشد.



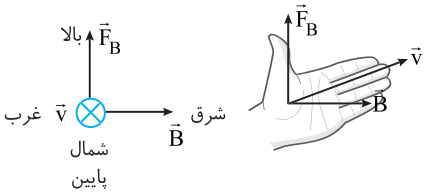
A ۲۰۸۱ **۱**

در هر نقطه میدان مغناطیسی بر خطوط میدان مماس است، پس در مسیر پروتون جهت میدان مغناطیسی رو به پایین بوده و با توجه به قاعده دست راست، اگر شما چهار انگشت دست راست خود را به سمت راست صفحه کاغذ (در جهت $\vec{v}$) بگیرید به گونه‌ای کف دست شما به سمت پایین صفحه باشد (در جهت $\vec{B}$) انگشت باز شست شما به سمت درون صفحه خواهد بود یعنی نیروی F درونسو است.



B ۲۰۸۲ **۴**

خط فکری نیروی وزن همواره به سمت پایین و برابر mg است. برای آنکه نیروی مغناطیسی آن را خنثی کند باید نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به سمت بالا و برابر mg باشد (دقت کنید ذره دارای بار منفی است و باید از دست چپ برای تعیین جهت استفاده کنیم.)



جهت میدان مغناطیسی به کمک قاعدهٔ دست چپ مطابق شکل مقابل خواهد بود.

$$F_B = mg \Rightarrow |q| vB = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{|q|v} \Rightarrow B = \frac{۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰}{۵ \times ۱۰^{-۵} \times ۲/۵ \times ۱۰^۳}$$

$$\Rightarrow B = \frac{۱}{۲/۵} = \frac{۱۰}{۲۵} = ۰/۴ \, T$$

بازی با سؤال ذره‌ای به جرم $0/5g$ دارای بار $-0/05\mu C$ با سرعت $2/5\times10^5 m/s$ در سطح افقی به طرف غرب، در حرکت است. کمترین بزرگی میدان مغناطیسی چند تسلا و در کدام جهت باشد تا مسیر حرکت ذره به‌همان صورت اولیه (در جهت غرب) بماند و منحرف نشود؟ $(g=10N/kg)$ کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\frac{2}{5}$، به سمت جنوب
۲) $\frac{2}{5}$، به سمت شمال
۳) $\frac{5}{2}$، به سمت جنوب
۴) $\frac{5}{2}$، به سمت شمال

گزینهٔ ۲

B ۲۰۸۳ ۲

ذره دارای جرم است و نیروی وزن بر آن رو به پایین اعمال می‌شود $(W=mg)$. اما ذره از مسیرش منحرف نشده است، یعنی نیرویی که میدان مغناطیسی بر آن وارد می‌کند رو به بالا است و اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذره برابر نیروی وزن است.

$$F_B=W\Rightarrow|q|vB\sin\theta=mg \xrightarrow[v=5\times10^5 m/s]{|q|=400\times10^{-9}C\ ,\ m=10^{-3}kg} 400\times10^{-9}\times5\times10^5\times B\sin\theta=10^{-3}\times10$$

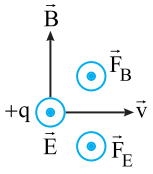
$$\Rightarrow B\sin\theta=\frac{10^{-2}}{0/2}\Rightarrow B\sin\theta=0/05T=500G$$

به قسمت زیبای ریاضیات مسئله رسیدیم. حاصل‌ضرب $B\sin\theta$ مقدار ثابت ۵۰۰ است. حداقل مقدار B وقتی است که $\sin\theta$ حداکثر یعنی برابر یک است، بنابراین کمترین مقدار B خواهد شد: $B_{min}\times1=500\Rightarrow B_{min}=500G$

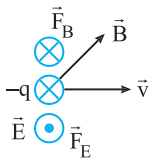
اگر $\theta=0$ یا $\theta=\pi$ باشد، میدان مغناطیسی هرچقدر هم که بزرگ باشد بر بار متحرک نیرو وارد نمی‌کند. بنابراین اندازهٔ میدان مغناطیسی باید $B\geq500$ باشد که گزینهٔ (۲) چنین نیست.

B ۲۰۸۴ ۲

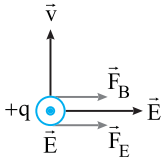
در گزینه (۱) بر بار مثبت از سوی میدان الکتریکی در جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود. بنابراین F_E برونسو است. با توجه به قاعده دست راست نیرویی که میدان مغناطیسی بر بار $+q$ وارد می‌کند، نیز برونسو است و هر دو نیرو با هم جمع می‌شوند و سبب انحراف بار می‌شوند و گزینه (۱) پاسخ مسئله نیست.



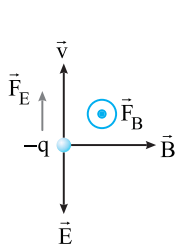
در گزینه (۲) میدان الکتریکی درونسو است و بر بار منفی نیروی برونسو وارد می‌کند. میدان مغناطیسی نیز با توجه به قاعده دست راست نیرویی درونسو بر بار $-q$ وارد می‌کند، پس $\vec{F}_E$ و $\vec{F}_B$ در خلاف جهت هم هستند و چون ممکن است این نیروها با هم هم‌اندازه باشند، پس ممکن است که بار بتواند بدون انحراف بگذرد و گزینه (۲) می‌تواند پاسخ مسئله باشد.

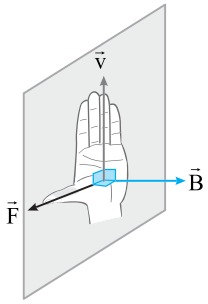


در گزینه (۳) میدان الکتریکی E به سمت راست است و بر بار $+q$ نیرویی به سمت راست وارد می‌کند و با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی میدان مغناطیسی نیز به سمت راست است و برایند این نیروها نمی‌تواند صفر باشد و ذره قطعاً منحرف می‌شود، پس گزینه (۳) پاسخ مسئله نیست.



در گزینه (۴) بار منفی است و میدان الکتریکی E رو به پایین بر بار نیروی F_E رو به بالا وارد می‌کند. جهت میدان مغناطیسی به سمت راست است و تندی رو به بالاست و با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی مغناطیسی وارد بر بار $-q$ برونسو خواهد بود. F_B و F_E برهم عمودند و برایند آن‌ها صفر نیست و گزینه (۴) نیز پاسخ مسئله نیست.

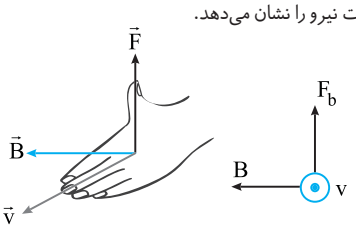




B ۲۰۸۵ ۴

خط فکری هرگاه در مسئله بیان شود که ذره بدون انحراف به حرکت خود ادامه می‌دهد، یعنی نیروی خالص وارد بر ذره که می‌تواند سبب انحراف شود باید صفر باشد. در این مسئله نیز باید برایند نیروهای الکتریکی و مغناطیسی وارد بر الکترون صفر شود. ابتدا با توجه به منفی بودن بار و قاعدهٔ دست راست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را به‌دست می‌آوریم.

چهار انگشت دست راست را در جهت سرعت (برونسو) قرار می‌دهیم به‌طوری که خم کردن انگشت‌ها جهت میدان را نشان دهد، چون بار منفی است خلاف جهت شست دست راست جهت نیرو را نشان می‌دهد.



برای آنکه نیروی مغناطیسی با نیروی الکتریکی خنثی شود تا جهت حرکت ذره منحرف نشود باید نیروی الکتریکی به سمت پایین و هم‌اندازه با نیروی مغناطیسی باشد:



$$F_E=F_b\Rightarrow qE=qvB\Rightarrow E=vB \xrightarrow{B=40G=4\times10^{-3}T} E=(2\times10^5)\times(4\times10^{-3})\Rightarrow E=800\frac{N}{C}$$

بر بار منفی در یک میدان الکتریکی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود. چون نیروی وارد بر الکترون از طرف میدان رو به پایین است قطعاً بردار میدان الکتریکی به سمت بالاست و در جهت محور yهاست، از این‌رو:

$$E=800N/C\uparrow\qquad \vec{E}=+800\vec{j}$$

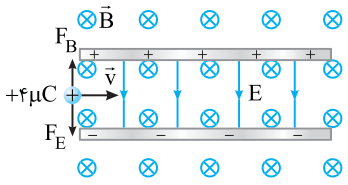
بازی با سؤال در ناحیه‌ای از فضا میدان الکتریکی E عمود بر میدان مغناطیسی B است. ذره بارداری با جرم ناچیز و تندی v وارد این ناحیه می‌شود و در حالی که نیروی میدان مغناطیسی بیشینه است، بدون انحراف از این فضا خارج می‌شود. کدام رابطه بین v، E و B برقرار است؟

۱) $E=\frac{v}{B}$
۲) $B=\frac{E}{v}$
۳) $B=vE$
۴) به مقدار بار ذره بستگی دارد.

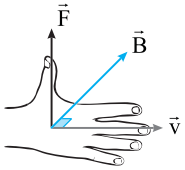
گزینهٔ ۲

B ۲۰۸۶ ۴

خط فکری بار $+4\mu C$ مطابق شکل وارد میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی شده است و بدون انحراف از آن‌ها خارج می‌شود، یعنی نیروی الکتریکی $(\vec{F}_E)$ و نیروی مغناطیسی $(\vec{F}_B)$ وارد بر این ذره هم‌اندازه و در خلاف جهت هم‌اند. بنابراین نیروها را مساوی هم قرار دهید.



با توجه به شکل نیرویی که میدان الکتریکی E بر بار $+4\mu C$ وارد می‌کند رو به پایین است و با توجه به قاعدهٔ دست راست نیرویی که میدان مغناطیسی بر بار $+4\mu C$ وارد می‌کند رو به بالاست و این دو نیرو هم‌اندازه‌هستند.



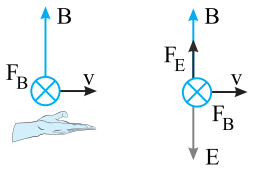
$$F_E=F_B\Rightarrow qE=qvB\sin\theta \xrightarrow{\theta=90^\circ} E=vB$$

اگر به‌جای بار مثبت، بار منفی قرار دهید، جهت هر دو نیرو عوض شده و برایند هم‌چنان صفر است و بار بدون انحراف از دو میدان عبور می‌کند.

نتیجه ☑ علامت و مقدار بار در این پدیده نقشی ندارد.

B ۴ ۲۰۸۷

برای ثابت ماندن جهت و اندازهٔ سرعت باید نیروهای الکتریکی و مغناطیسی هم‌اندازه و خلاف جهت باشند. با توجه به نیروی میدان مغناطیسی $F=qvB\sin\theta$ ، $\vec{v}$ و $\vec{B}$ نمی‌توانند موازی باشند یعنی نباید $\theta=0$ یا 180° باشد و گزینهٔ (۱) نادرست است.



گزینهٔ (۲) نیز نادرست است چون در شکل مقابل که $\vec{B}$ بر $\vec{v}$ عمود است، طبق قاعدهٔ دست راست F_B عمود بر صفحه است در حالی که نیروی الکتریکی در راستای میدان الکتریکی قرار دارد و در خلاف جهت هم نیستند.

دقت کنید که F_B بر راستای حرکت عمود است و باید در امتداد F_E یعنی در امتداد میدان الکتریکی باشد، پس میدان الکتریکی هم بر راستای حرکت عمود است و گزینهٔ (۳) نادرست است. میدان مغناطیسی لزوماً نباید بر مسیر حرکت عمود باشد فقط نباید در امتداد مسیر حرکت باشد بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

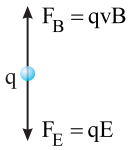
B ۱ ۲۰۸۸

ابتدا دانسته‌های خود را مرور کنیم.

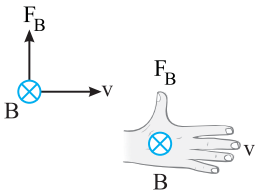
۱ ذرهٔ آلفا دارای بار مثبت است. $\alpha={}^4_2He^{++}$

۲ بار مثبت نیروی $F_E=qE$ و در جهت میدان الکتریکی وارد می‌شود، بنابراین نیروی F_E رو به پایین است.

۳ برای آنکه ذرهٔ آلفا بدون انحراف از دو میدان بگذرد، باید نیروهایی که از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسی بر آن وارد می‌شود، متوازن باشند. یعنی اندازهٔ آن‌ها یکسان و جهت آن‌ها در خلاف جهت هم باشد، بنابراین نیروی میدان مغناطیسی باید بالاسو باشد.



نیروی F_B بالا سو و میدان مغناطیسی درونسو بوده و بنا به قاعدهٔ دست راست اگر انگشت شست دست راست خود را رو به بالای صفحه به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به داخل صفحه کاغذ باشد، در این صورت چهار انگشت شما به سمت راست صفحه و در جهت محور xهاست، یعنی سرعت در جهت مثبت محور xها باید باشد.



دو نیروی الکتریکی و مغناطیسی را برابر قرار می‌دهیم.

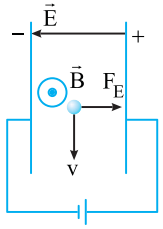
$$F_E=F_B \xrightarrow{F_E=qE\ ,\ F_B=qvB} qE=qvB\Rightarrow E=vB$$

$$\xrightarrow{E=1000N/C,B=10^{-3}\times10^{-4}=0/1T} 1000=0/1v\Rightarrow v=10^4\ m/s$$

B ۲ ۲۰۸۹

۱ نیروی الکتریکی وارد بر بار

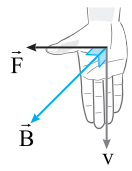
بار منفی در میدان الکتریکی، نیرویی در خلاف جهت میدان وارد می‌شود. با توجه به نحوهٔ بسته شدن خازن به باتری، صفحهٔ سمت راست دارای بار مثبت و صفحهٔ سمت چپ دارای بار منفی و جهت میدان الکتریکی از راست به چپ است، بنابراین بر بار منفی نیرویی به سمت راست وارد می‌شود و مقدار آن برابر است با:



$$F_E=qE=10\times10^{-6}\times10^4=0/1N$$

۲ نیروی مغناطیسی وارد بر بار

چهار انگشت باز دست راست خود را رو به پایین صفحهٔ کاغذ و در جهت سرعت به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به بیرون صفحه (درجهت میدان مغناطیسی برونسو) قرار گیرد. انگشت شست دست راست شما قطعاً سمت چپ را نشان می‌دهد اما چون بار منفی است جهت نیرو عوض می‌شود یعنی F_B همانند F_E به سمت راست است و مقدار آن خواهد شد.



$$F_B=qvB\sin\theta=10\times10^{-6}\times2\times10^5\times0/2=0/4N$$

بنابراین برایند دو نیرو برابر است با: $F_T=0/4+0/1=0/5N$

B ۳ ۲۰۹۰

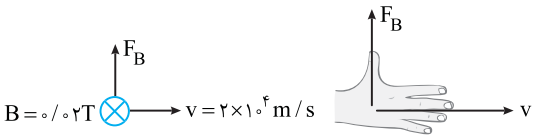
خط فکری با توجه به سؤال جرم ذره ناچیز بوده و در واقع از نیروی وزن وارد بر جسم صرف‌نظر شده است. ابتدا اندازه و جهت نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی که از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسی به ذره وارد می‌شود را به‌دست می‌آوریم و اگر این دو نیرو هم‌جهت باشند نیروی خالص، مجموع آن‌ها و اگر این دو نیرو خلاف جهت هم باشند نیروی خالص تفاضل آن‌ها و اگر برهم عمودند، نیروی خالص از فیثاغورس به‌دست می‌آید.

۱ نیروی مغناطیسی: ذره عمود بر خطوط میدان مغناطیسی در حال حرکت است بنابراین $\theta=90^\circ$ است:

$$F_B=qvB\sin\theta\Rightarrow F_B=2\times10^{-6}\times2\times10^4\times2\times10^{-2}\times1$$

$$\Rightarrow F_B=8\times10^{-4}\ N=0/8\times10^{-3}\ N$$

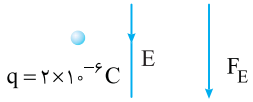
جهت نیروی مغناطیسی با توجه به قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود. چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت ذره به سمت راست گرفته به‌طوری که خم شدن انگشت‌ها جهت میدان مغناطیسی (درونسو) را نشان دهد، حال جهت شست (روبه‌بالا) جهت نیروی مغناطیسی می‌شود:



۲ نیروی الکتریکی:

$$F_E=Eq\Rightarrow F_E=500\times2\times10^{-6}=10^{-3}\ N$$

ذره دارای بار مثبت است پس نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی هم‌جهت‌اند.

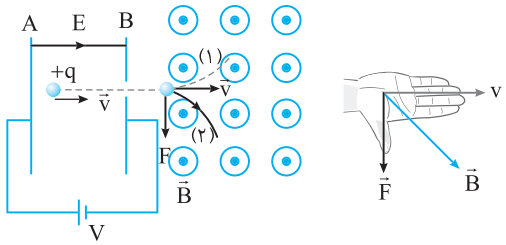


دو نیرو خلاف جهت هم‌اند، بنابراین نیروی خالص وارد بر ذره برابر است با:

$$F_T=F_E-F_B\Rightarrow F_T=10^{-3}-0/8\times10^{-3}=0/2\times10^{-3}=2\times10^{-4}\ N$$

B ۲ ۲۰۹۱

۱ با توجه به قاعدهٔ دست راست، اگر چهار انگشت دست راست خود را به سمت راست صفحهٔ کاغذ (در جهت سرعت v) به‌گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به بیرون صفحه (و در جهت میدان $\vec{B}$) باشد، انگشت باز شست شما به سمت پایین صفحه بوده و بار $+q$ در سوی مسیر (۲) منحرف می‌شود.



۲ با افزایش اختلاف پتانسیل بین دو صفحه، میدان الکتریکی بین صفحات خازن $(\uparrow E=\frac{\uparrow V}{d})$ افزایش یافته، نیروی الکتریکی وارد بر بار $(F=qE)+q$ بزرگتر شده، تندی ذره در مسیر A تا B افزایش می‌یابد و وقتی ذره وارد میدان مغناطیسی B می‌شود نیروی مغناطیسی وارد بر آن افزایش می‌یابد.

$$\uparrow F=|q|vB\sin\theta$$

A ۱ ۲۰۹۲

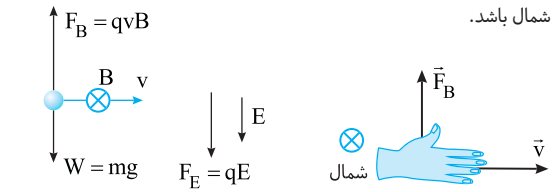
با توجه به جهت میدان E نیروی F_E رو به پایین است، همچنین نیروی وزن رو به پایین است. برای آن که جهت سرعت تغییر نکند باید نیروهای وارد بر ذره متوازن باشند، پس باید نیروی میدان مغاطیسی رو به بالا باشد.

$$F_{net}=0\Rightarrow F_B=F_E+W\Rightarrow|q|vB=qE+mg$$

$$1\times10^{-6}\times v\times0/18=1\times10^{-6}\times450+9\times10^{-6}\times10$$

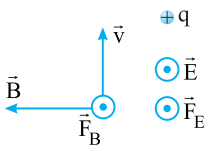
$$0/18v=540\Rightarrow v=3000\ m/s$$

نیروی میدان مغناطیسی وارد بر بار، رو به بالا است، بنابراین میدان مغناطیسی باید در جهت شمال باشد.



B ۱ ۲۰۹۳

خط فکری برای آنکه نیروی خالص وارد بر بار بیشینه شود باید نیروهایی که میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بر بار وارد می‌کنند هم‌جهت باشند. میدان الکتریکی مطابق شکل برونسو است و بر بار مثبت در میدان الکتریکی نیرویی در جهت میدان وارد می‌شود، یعنی نیروی F_E نیز برونسو است.

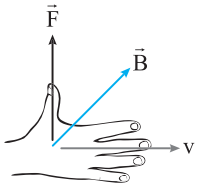


نیروی مغناطیسی F_B باید با F_E هم‌جهت باشد. میدان مغناطیسی به سمت چپ بوده و نیروی مغناطیسی وارد بر بار برونسو است، از این‌رو با توجه به قاعدهٔ دست راست سرعت ذره را به‌دست می‌آوریم. اگر شست دست راست را در جهت نیرو به صورت برونسو روی کاغذ قرار دهیم به گونه‌ای که کف دست سمت چپ یعنی میدان مغناطیسی را نشان دهد، چهار انگشت دست راست به سمت بالا (A) جهت حرکت را نشان می‌دهد.

B ۳ ۲۰۹۴

۱ جهت **شمال** را برای رسم شکل، درونسو اختیار می‌کنیم. سمت چپ، **غرب**، سمت راست **شرق** و **جنوب** برونسو خواهد بود.

۲ بار منفی در جهت **شرق** در حرکت است و وارد یک میدان مغناطیسی رو به **شمال** شده است، بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست اگر چهار انگشت باز دست راست را رو به راست صفحه کاغذ به‌گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به سمت درون صفحه نشانه رود، انگشت باز شست شما رو به **بالا** خواهد بود و چون بار منفی است، جهت نیروی F_B رو به **پایین** است.

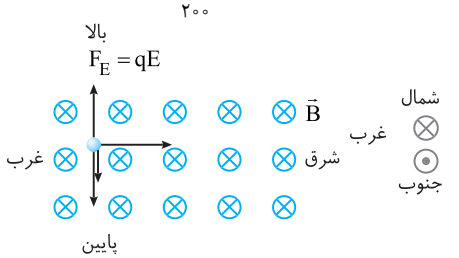


۳ نیروی F_B و وزن هر دو رو به **پایین** هستند و با هم جمع می‌شوند برای آنکه ذره منحرف نشود باید نیروی الکتریکی رو به **بالا** باشند و اندازهٔ آن برابر $F_B + W$ باشد.

$$F_E = F_B + W \Rightarrow qE = qvB + mg$$

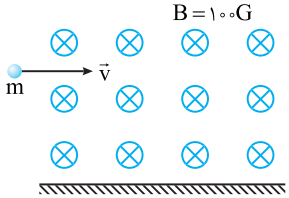
$$\Rightarrow ۲۰۰\times۱۰^{-۶}E = ۲۰۰\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{۴}\times۱۰^{-۴} + ۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{-۳}\times۱۰$$

$$\Rightarrow ۲۰۰E = ۸۰۰ + ۴۰ \Rightarrow E = \frac{۸۴۰}{۲۰۰} \Rightarrow E = ۴/۲ N/C$$



بازی با سؤال در شکل زیر گلوله‌ای به جرم ۱۰g با بار الکتریکی $+۴\mu C$ و با سرعت افقی $۲\times۱۰^{۶} m/s$ عمود بر راستای میدان مغناطیسی درونسوی یکنواختی با بزرگی ۱۰۰G درون میدان شلیک می‌شود. جهت و بزرگی میدان الکتریکی که سبب ثابت ماندن بردار سرعت می‌شود کدام است؟ $(g = ۱۰ N/kg)$

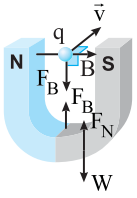
۱) $۲\times۱۰^{۴} N/C$ ، بالاسو
۲) $۲\times۱۰^{۴} N/C$ ، پایین‌سو
۳) $۵\times۱۰^{۳} N/C$ ، پایین‌سو
۴) $۵\times۱۰^{۳} N/C$ ، بالاسو



گزینهٔ ۴

B ۲ ۲۰۹۵

یادآوری در دینامیک در دورهٔ اول متوسطه خوانده‌اید که بنا بر قانون سوم نیوتون اگر جسم A بر جسم B نیروی F وارد کند جسم B نیز بر جسم A نیرویی هم‌اندازهٔ F و در خلاف جهت آن وارد می‌کند.



خط فکری دربارهٔ این مسئله چگونه باید فکر کنیم؟ باید نیروهای وارد بر آهنربا و سطح زیر آن را مشخص کنید و جهت آن‌ها را نیز تعیین کنید. در حالت بعد که بار از بین قطبین آهنربا می‌گذرد مجدداً باید نیروها را بررسی کنید تا بتوانید در مورد F و F' اظهار نظر کنید.

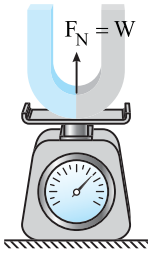
در حالت اول: نیروهای وارد بر آهنربا، یکی نیروی وزن است که از طرف کرهٔ زمین بر آهنربا وارد می‌شود و دیگری نیروی عمودی سطح است که توسط سطح بر آهنربا وارد می‌شود و این دو نیرو هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند $(F_N = W)$

سطح بر آهنربا نیرویی هم‌اندازهٔ W وارد می‌کند بنا به قانون سوم نیوتون آهنربا بر سطح نیروی F را رو به پایین وارد می‌کند که هم‌اندازهٔ W است. $(F = W)$

در حالت دوم: ابتدا جهت نیرویی که توسط آهنربا بر بار وارد می‌شود را به کمک قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم. این نیرو رو به پایین است و بنا به قانون سوم نیوتون، بار نیز نیرویی برابر F_B رو به بالا، بر آهنربا وارد می‌کند در واقع F_B به کمک F_N می‌آید که این امر سبب می‌گردد نیرویی که آهنربا بر سطح وارد می‌کند، کاهش یابد. $F' < F$

C ۱ ۲۰۹۶

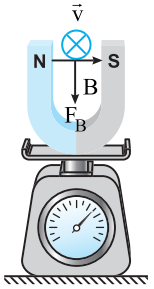
۱ وقتی که آهنربا روی ترازو است و هنوز بار از بین قطب‌های آن رد نشده، ترازو نیروی وزن آهنربا را نشان می‌دهد.

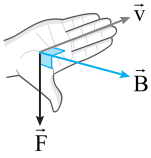


۲ ذرهٔ باردار با بار $۴۰۰\mu C$ و تندی $۲\times۱۰^{۵} m/s$ از بین قطب‌های آهنربا که میدان مغناطیسی آن ۱۰G است می‌گذرد، اندازه نیرویی که آهنربا بر این ذره وارد می‌کند برابر است با:

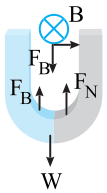
$$F = |q| vB \sin\theta \Rightarrow F_B = ۴۰۰\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{۵}\times۱۰\times۱۰^{-۴}\times۱ \Rightarrow F_B = ۰/۰۸ N$$

۳ جهت نیروی مغناطیسی را به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌کنیم. میدان مغناطیسی از N به S یعنی به سمت راست است. چهار انگشت باز دست راست خود را به طرف داخل صفحه کاغذ بگیرید به‌گونه‌ای که کف دست به سمت راست باشد، انگشت باز شست دست راست شما رو به پایین است یعنی آهنربا نیروی $F_B = ۰/۰۸ N$ را رو به پایین وارد می‌کند.





۴ به قسمت مهیج مسئله رسیده‌ایم. بنا به قانون سوم نیوتون وقتی آهنربا به بار رو به پایین نیرو وارد می‌کند ذرهٔ باردار بر آهنربا نیرویی برابر ۰/۰۸N رو به بالا وارد می‌کند و سبب می‌گردد که ترازو عدد کمتری را نشان دهد مانند این است که نیروی $F_B = ۰/۰۸ N$، آهنربا را سبک‌تر کرده و ترازو ۲۰٪ کاهش را نشان می‌دهد یعنی نیروی F_B برابر $\frac{۲۰}{۱۰۰}$ وزن آهنرباست.



$$F_B = \frac{۲۰}{۱۰۰} W \Rightarrow ۰/۰۸ = \frac{۲۰}{۱۰۰} W \Rightarrow W = ۰/۴ N$$

۵ اما هنوز داستان ادامه دارد زیرا مسئله جرم را می‌خواهد آن هم برحسب گرم:

$$W = mg \Rightarrow ۰/۴ = m\times۱۰ \Rightarrow m = ۰/۰۴ kg \Rightarrow m = ۴۰ g$$

A ۲ ۲۰۹۷

هـر گاه یک سـیم حامل جریان در یک میدان مغناطیسـی قرار گیرد بـر آن نیروهای زیر وارد می‌شود.

$F = IlB\sin\theta$

(زاویهٔ بین سوی جریان سیم و جهت میدان مغناطیسی) (طول سیم بر حسب متر) (میدان مغناطیسی که سیم در آن قرار دارد بر حسب تسلا) (جریان سیم بر حسب آمپر)

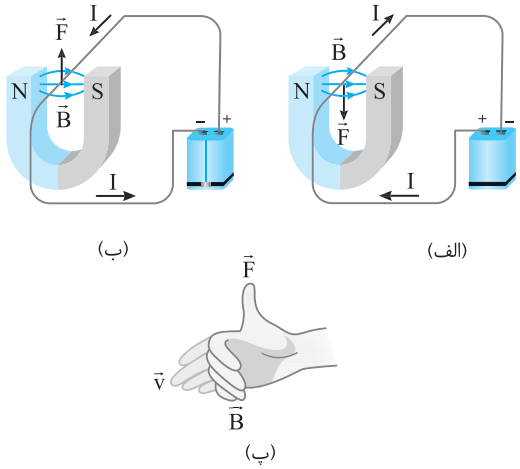
بنابرایـن اگـر B را بـر حسـب دیگر کمیت‌هـا مرتـب کنیم، یـکای میدان مغناطیسـی مشخص می‌شود.

$B = \frac{F}{Il\sin\theta} \Rightarrow T = \frac{N}{Am}$

(تسلا) (نیوتون) (آمپر) (متر)

B ۲ ۲۰۹۸

خط فکری بنابر قاعدهٔ دسـت راسـت برای سـیم حامل جریان باید چهار انگشت باز دسـت راسـت خود را در امتداد سـیم در سـوی جریان به گونه‌ای قرار دهید که خم کردن آن‌ها (در سویی که انگشتان به طور طبیعی خم می‌شوند.) جهت میدان مغناطیسی را نشـان می‌دهد. در این حالت انگشـت باز شسـت جهت نیروی وارد بر سـیم را نشان می‌دهد. بنابراین باید به سراغ دست راست خود بروید.



الف) نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی

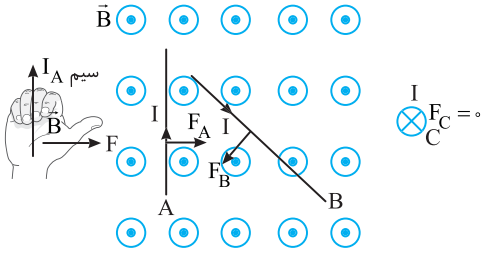
ب) نیروی مغناطیسی وارد بر سیم در حالی که جریان وارونه شده است.

پ) قاعدهٔ دسـت راسـت برای تعیین نیروی مغناطیسـی وارد بر سـیم حامل جریان در میدان مغناطیسی شکل (ب)

سیم A: چهار انگشت باز دست راست خود را رو به بالای کاغذ بگیرید به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را خم می‌کنید رو به بیرون کاغذ را نشان دهند در این حالت انگشت باز شست شما، به سمت راست بوده یعنی نیروی وارد بر سیم A، (F_A) به سمت راست است.

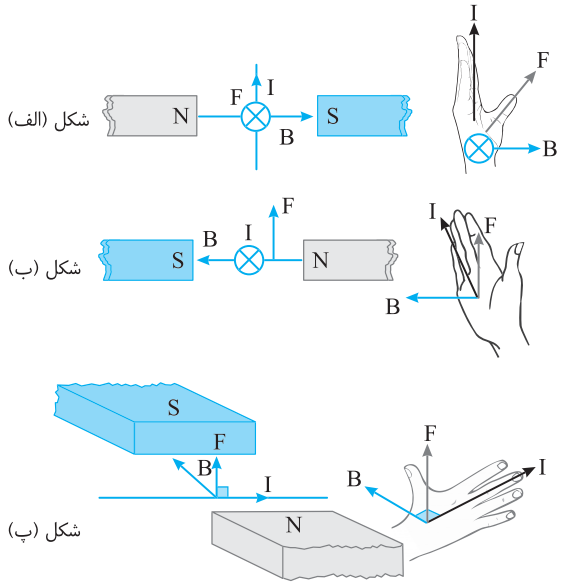
سیم B: مطابق شکل با همین روش جهت نیروی F_B مشخص می‌شود.

سیم C: راستای سیم C در امتداد میدان B است و هرگاه سیم حامل جریان در راستای میدان قرار گیرد نیروی وارد بر آن صفر است.



A ۲ ۲۰۹۹

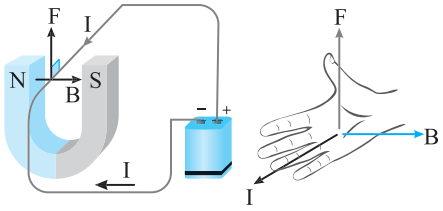
با توجه به قاعدهٔ دست راست اگر در شکل (الف) چهار انگشت دست راست را در جهت جریان سـیم رو به بالای صفحه کاغذ قرار دهید به گونه‌ای که کف دسـت شما به سمت راست باشد، انگشـت باز شست دست شـما قطعاً رو به درون صفحه (درونسو) بوده یعنی نیروی F درونسو است. با همین روش در شکل (ب) نیرو بالاسو و در شکل (پ) نیرو رو به بالا خواهد بود.



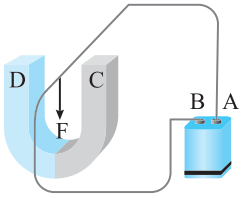
A ۱ ۲۱۰۰

یادآوری جریان در مدار از پایانه مثبت باتری به سوی پایانه منفی باتری است.

جهت میدان B از قطب N به قطب S اسـت و با توجه به قاعدهٔ دسـت راسـت، نیروی وارد بر سیم رو به بالا خواهد بود.



بازی با سؤال **گزاره‌های زیر برای شکل زیر نوشته شـده است. کدام گزینه گزاره‌های درست را بیان می‌کند؟**



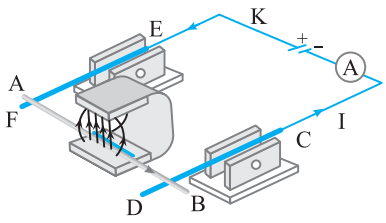
الف) اگر A قطب مثبت باشد، C باید قطب N باشد. / **ب)** اگر A قطب مثبت باشد، D باید قطب N باشد. / **پ)** اگر B قطب مثبت باشـد، C باید قطب N باشد. / **ت)** اگر B قطب مثبت باشد، D باید قطب N باشد.

۱) (الف) - (پ) **۲)** (الف) - (ت) **۳)** (ب) - (پ) **۴)** (ب) - (ت)

گزینهٔ ۲

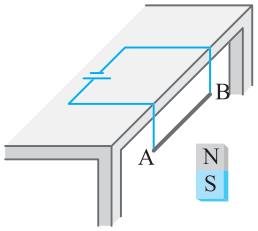
A ۱ ۲۱۰۱

جریان در سـیم AB با توجه به مولد از A به B اسـت. بنابر قاعدهٔ دسـت راست جهت نیروی وارد بر سـیم AB توسـط میدان مغناطیسـی آهنربا به سمت بیرون آهنربا بوده و میله به سمت بیرون آهنربا می‌لغزد.



بازی با سؤال در شکل زیر نیروی وارد بر سیم AB به کدام سمت است؟

۱) چپ
۲) راست
۳) بالا
۴) پایین

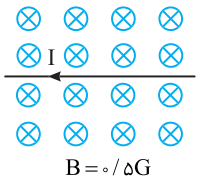


گزینهٔ ۲

B ۲۱۰۲ ۴

۱ اندازهٔ نیروی مغناطیسی از رابطهٔ $F=IlB\sin\theta$ به‌دست می‌آید. θ زاویهٔ بین میدان و جریان است.

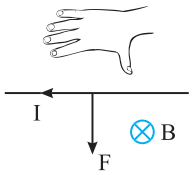
یادآوری هر گاوس برابر 10^{-4} تسلا است.



$B=0/5G$

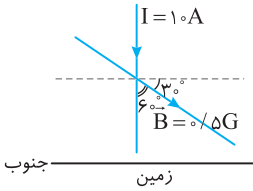
$F=IlB\sin\alpha \xrightarrow[I=2/5A]{\alpha=90^\circ,\ l=2/4m} F=2/5\times2/4\times(0/5\times10^{-4})\Rightarrow F=3\times10^{-4}\,N$

۲ برای به‌دست آوردن جهت، چهار انگشت دست راست را در جهت جریان می‌گیریم به طوری که کف دست در جهت میدان مغناطیسی درونسو باشد، در این حالت شست دست راست جهت نیرو را مشخص می‌کند، بنابراین نیرو به سمت پایین است.



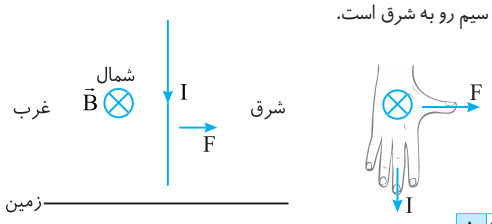
B ۲۱۰۳ ۱

مطابق شکل سیم در راستای قائم است از طرفی خطوط میدان با سطح افقی زاویهٔ 30° ساخته است، بنابراین خطوط میدان با راستای قائم، زاویهٔ 60° می‌سازد بنابراین اندازهٔ نیروی وارد بر سیم خواهد شد:



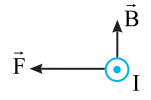
$F=IlB\sin\theta\Rightarrow F=10\times2\times0/5\times10^{-4}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow F=5\sqrt{3}\times10^{-4}\,N$

برای سادگی به‌دست آوردن جهت نیروی وارد بر سیم، میدان مغناطیسی را که در امتداد شمال است درونسو در نظر می‌گیریم، با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی مغناطیسی وارد بر سیم رو به شرق است.



A ۲۱۰۴ ۱

اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم که به طور عمود بر میدان مغناطیسی $(\theta=90^\circ)$ قرار دارد برابر است با:



$F=IlB\sin\theta$

$\Rightarrow F=(0/5)\times(80\times10^{-2})\times(200\times10^{-4})\times(\sin90^\circ)$

$=8\times10^{-3}\,N=8mN$

چون نیرو رو به داخل آهنربا به سیم وارد شده است، با داشتن جهت جریان و به کمک قاعدهٔ دست راست قطب‌های آهنربا به دست می‌آیند. A قطب S و B قطب N آهنربا می‌باشد.

B ۲۱۰۵ ۱

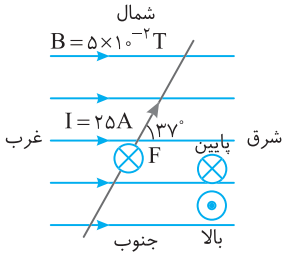
نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حاصل جریان در میدان مغناطیسی برابر است با:

$F=IlB\sin\theta\Rightarrow F=4000\times100\times0/5\times10^{-4}\times\sin60^\circ$

$F=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}\,N$

B ۲۱۰۶ ۲

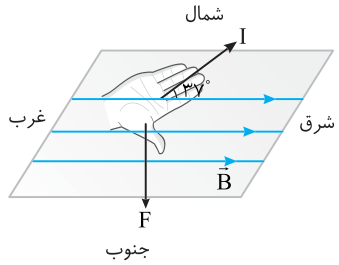
خط فکری دقت کنید در مسئله شمال، جنوب، شرق و غرب شبیه نقشه‌های جغرافیایی در نظر گرفته شده است بنابراین جهت رو به بالا (رو به آسمان) برونسو جهت رو به پایین (رو به زمین) در این شکل، درونسو است.



چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان سیم قرار دهید به گونه‌ای که کف دست شما به سمت راست (شرق) باشد در این حالت قطعاً انگشت باز شست دست راست شما رو به صفحه کاغذ (درونسو) خواهد بود یعنی نیروی F وارد بر سیم رو به پایین است. اندازهٔ این نیرو را به‌دست می‌آوریم:

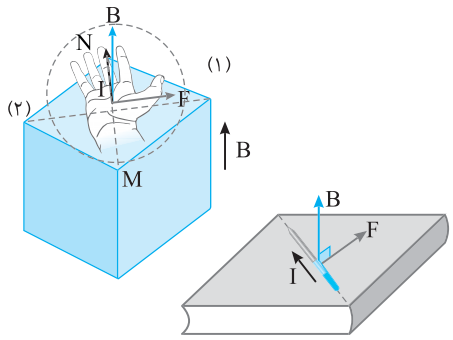
$F=IlB\sin\theta \xrightarrow{l=0/8m} F=25\times0/8\times5\times10^{-2}\times\sin37^\circ$

$\xrightarrow{\sin37^\circ=0/6} F=0/6N$



B ۲۱۰۷ ۴

شکل سه بعدی است. برای درک بهتر یک کتاب روی میز قرار دهید، یک خودکار در امتداد قطر کتاب روی کتاب بگذارید، چهار انگشت باز دست راست خود را در امتداد خودکار قرار دهید، به گونه‌ای که کف دست شما رو به بالا باشد در این حالت انگشت باز دست شما جهت (۱) را نمایش می‌دهد.



طول سیم MN را حساب می‌کنیم

$l=\sqrt{20^2+20^2}=20\sqrt{2}cm$

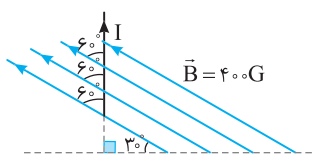
اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم خواهد شد:

$F=IlB\sin\theta \xrightarrow{I=2A,\ B=4\times10^{-2}T}$

$F=2\times20\sqrt{2}\times10^{-2}\times4\times10^{-2}\times1\Rightarrow F=1/6\sqrt{2}\times10^{-2}\,N$

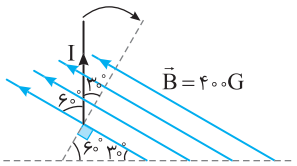
B ۲۱۰۸ ۳

به شکل دقت کنید خطوط میدان با سطح افقی زاویهٔ 30° می‌سازد بنابراین زاویهٔ بین سیم که بر سطح افقی عمود است با خطوط میدان $90-30=60^\circ$ خواهد شد. نیرویی که توسط میدان مغناطیسی بر سیم وارد می‌شود را حساب می‌کنیم.



$F=IlB\sin60^\circ=5\times0/6\times400\times10^{-4}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=0/06\sqrt{3}N$

وقتی نیروی وارد بر سیم حامل جریان بیشینه است که سیم بر خطوط میدان عمود باشد $(\theta=۹۰^\circ)$ بنابراین مطابق شکل روبه‌رو سیم باید ۳۰° ساعتگرد بچرخد تا عمود بر خط‌های میدان قرار گیرد.



A ۲۱۰۹ ۱

مسئلهٔ ساده‌ای است. نیروی وارد بر سیم را در دو حالت می‌نویسیم. یک‌بار برای وقتی که $\theta=۳۰^\circ$ است و بار دیگر برای $\theta=۶۰^\circ$

$$F=IlB\sin\theta\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{IlB\sin ۶۰^\circ}{IlB\sin ۳۰^\circ}\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=\sqrt{۳}$$

B ۲۱۱۰ ۲

در حالت اول جریان را I و نیروی وارد بر سیم را F فرض می‌کنیم. وقتی که جریان ۵A افزایش یافته یعنی جریان برابر $I'=I+۵$ شده است و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم ۲۰٪ افزایش یافته یعنی نیروی مغناطیسی برابر $F'=F+\frac{۲}{۱۰}F$ شده است.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$F'=۱/۲F\xrightarrow{F=IlB\sin\theta}I'lB\sin\theta=۱/۲IlB\sin\theta$$

$$\xrightarrow{\sin\theta,B,l\text{ تغییر نکرده است}}I'=۱/۲I\xrightarrow{I'=I+۵}I+۵=۱/۲I$$

$$\Rightarrow۵=۰/۲I\Rightarrow I=۲۵A$$

A ۲۱۱۱ ۳

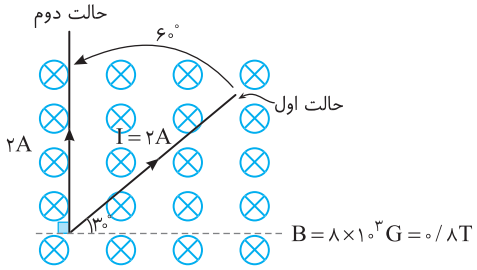
نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان از رابطهٔ $F=IlB\sin\theta$ به‌دست می‌آید که θ زاویهٔ بین سوی جریان سیم با میدان مغناطیسی است و هر گاه زاویهٔ θ از صفر تا ۹۰° تغییر کند، $\sin\theta$ افزایش می‌یابد و F زیاد می‌شود بنابراین:

$$\gamma>\beta>\alpha\Rightarrow\sin\gamma>\sin\beta>\sin\alpha\Rightarrow F_۱>F_۲>F_۳$$

B ۲۱۱۲ ۳

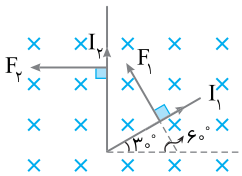
۱ به شکل دقت کنید در حالت اول و حالت دوم سیم در صفحهٔ کاغذ قرار دارد و میدان عمود بر صفحهٔ کاغذ است (درونسوست) یعنی زاویهٔ بین میدان و سیم حامل جریان ۹۰° است و تغییری در نیروی وارد بر سیم ایجاد نمی‌شود $(\Delta B=۰)$ و در دو حالت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم یکسان و برابر است با:

$$F=IlB\sin\theta\Rightarrow F=۲\times۱\times۰/۸\times۱\Rightarrow F=۱/۶N$$



۲ نیروی مغناطیسی را در دو حالت با توجه به قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم.

نکته نیروی مغناطیسی همواره بر سیم و میدان مغناطیسی عمود است.



نیروی $F_۲$ موازی افق است و با توجه به شکل نیروی $F_۱$ با افق زاویهٔ ۶۰° می‌سازد پس نیروی $F_۱$، ۶۰° پادساعتگرد باید بچرخد تا موازی افق شود.

B ۲۱۱۳ ۱

خط فکری هر گاه صحبت از شتاب شود باید به سراغ قانون دوم نیوتون $F=ma$ برویم البته در اینجا باید ابتدا نیروی وارد بر سیم را حساب کنید و نکته دیگری که باید به آن دقت کنید این است که طول سیم و جرم آن به شما داده نشده اما جرم هر متر از سیم در صورت مسئله بیان شده است بنابراین دقت کنید که چگونه در حل مسئله از این مطلب استفاده می‌کنیم.

۱ اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را به‌دست می‌آوریم.

$$F=IlB\sin\theta\Rightarrow F=۱۰\times l\times۰/۵\times۱\Rightarrow F=۵l$$

۲ دقت کنید که در صورت سؤال جرم هر متر سیم ۸g بیان شده است، بنابراین جرم کل سیم خواهد شد:

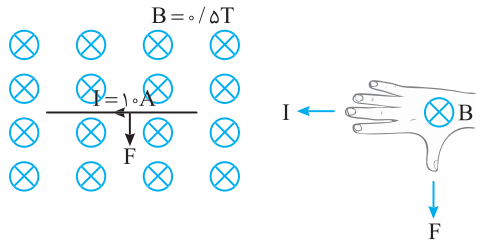
۱ متر	۸g
l متر	m=?

$$\Rightarrow m=۸\times۱۰^{-۳}l\,kg$$

۳ بنابر قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F=ma\xrightarrow[m=۸\times۱۰^{-۳}l]{F=۵l}۵l=۸\times۱۰^{-۳}l(a)\Rightarrow a=\frac{۵}{۸}\times۱۰^{+۳}m/s^۲$$

۴ با توجه به قاعده دست راست اگر چهار انگشت باز دست راست خود را به سمت چپ (در جهت جریان) به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به صفحهٔ کاغذ (در جهت میدان درونسو) قرار گیرد قطعاً انگشت باز شست دست راست شما رو به پایین خواهد بود یعنی نیروی وارد بر سیم رو به پایین است بنابراین شتاب حاصل از آن نیز رو به پایین است.



B ۲۱۱۴ ۱

خط فکری در صورت سؤال چگالی داده شده بنابراین جرم را باید از چگالی حساب کنید $(m=\rho V)$ از طرفی سطح مقطع سیم داده شده بنابراین باید حجم سیم را از رابطه $V=Al$ به‌دست بیاورید. یعنی جرم برابر $m=\rho Al$ است. حالا می‌توانید نیروی مغناطیسی وارد بر سیم (F) را برحسب l حساب کنید سپس به سراغ نیروی وزن (W) جسم بروید و آن را با F مقایسه کنید.

۱ اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم برابر است با:

$$F=IlB\sin\theta\xrightarrow[B=۴\times۱۰^{-۲}T]{I=۱۰A,\sin\theta=۱}F=۱۰\times l\times۴\times۱۰^{-۲}\times۱$$

$$\Rightarrow F=۴\times۱۰^{-۱}l\Rightarrow F=۰/۴l$$

۲ نیروی وزن خواهد شد:

$$W=mg\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}W=\rho Vg\xrightarrow{V=Al}W=\rho A\,lg$$

$$\xrightarrow[A=۲\times۱۰^{-۴}m^۲]{\rho=۸۰۰kg/m^۳}W=۸۰۰\times۲\times۱۰^{-۴}\times l\times۱۰\Rightarrow W=۱۶l$$

۳ نسبت نیروی وزن به نیروی F برابر است با:

$$\frac{W}{F}=\frac{۱۶l}{۰/۴l}=۴۰$$

B ۲۱۱۵ ۲

یادآوری مقاومت سیم رسانایی به‌طول l و سطح مقطع A با مقاومت ویژهٔ ρ برابر است با:

$$R=\rho\frac{l}{A}$$

جریان سیم MN را به‌کمک قانون اهم حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{V}{\rho\frac{l}{A}}\Rightarrow I=\frac{VA}{\rho l}\qquad(۱)$$

سیم MN بر خطوط میدان عمود است $(\theta=90^\circ)$ و نیروی مغناطیسی وارد بر آن خواهد شد:

$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow{\sin\theta=1} F=IlB$$

جریان را از رابطه (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$F=\frac{VA}{\rho l}\times lB \Rightarrow F=\frac{VAB}{\rho}$$

B ۲۱۱۶ ۱

۱ ابتدا مقاومت معادل مدار را بعد از بستن کلید حساب می‌کنیم:

$$R_{eq}=\frac{5\times 20}{5+20}\Rightarrow R_{eq}=4\Omega$$

۲ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_{کل}=\frac{12}{4+1}\Rightarrow I_{کل}=2/4A$$

۳ جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت تقسیم می‌شود. اگر جریان سیم $R=20\Omega$ را x بگیریم جریان سیم CD که مقاومت آن 5Ω یعنی $\frac{1}{4}$ مقاومت R است $4x$ می‌شود بنابراین خواهیم داشت:

$$I_{کل}=x+4x\Rightarrow 2/4=5x\Rightarrow x=0/48A$$

و جریان سیم CD برابر است با:

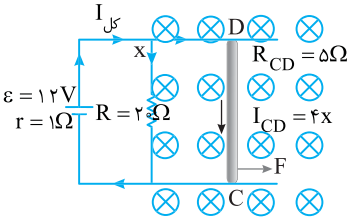
$$I_{CD}=4\times 0/48\Rightarrow I=1/92A$$

۴ نیروی وارد بر میله CD برابر است با:

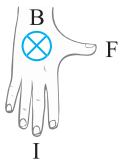
$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow[\sin\theta=1]{\theta=90^\circ} F=IlB\Rightarrow F=1/92\times 1\times 0/2\Rightarrow F=0/384N$$

۵ شتاب حرکت میله را به‌دست می‌آوریم:

$$F=ma\Rightarrow 0/384=2a\Rightarrow a=0/192m/s^2$$

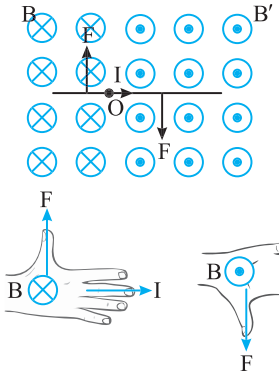


۶ جریان از D به C است و بنا به قاعدهٔ دست راست نیروی وارد بر سیم به سمت راست بوده و شتاب حاصل از این نیرو نیز به سمت راست است.



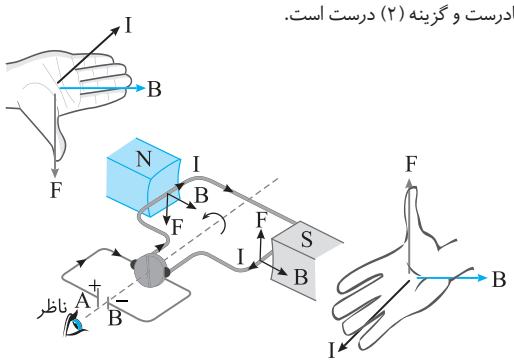
B ۲۱۱۷ ۲

با توجه به قاعده دست راست مطابق شکل زیر بر نیمهٔ اول سیم که در میدان مغناطیسی درونسوست نیرویی رو به بالا و بر نیمهٔ دوم سیم که در میدان مغناطیسی برونسوست نیرویی رو به پایین وارد می‌شود و سیم حول نقطه O ساعتگرد می‌چرخد.

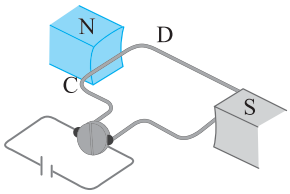


B ۲۱۱۸ ۲

اگر A قطب مثبت باشد جریان درون حلقه الکتروموتور به شکل زیر است، جهت میدان مغناطیسی آهنربا از قطب N به قطب S است، با توجه به قاعدهٔ دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم در قسمت سمت راست حلقه، رو به بالا و در قسمت سمت چپ حلقه رو به پایین است و از دید ناظر حلقه پادساعتگرد می‌چرخد، بنابراین گزینه (۱) و (۳) نادرست و گزینه (۲) درست است.



بازی با سؤال در شکل زیر که طرحی ساده از یک موتور الکتریکی است در مدت ۱s، قاب موتور ۳۶۰° می‌چرخد. پس از ۳s از لحظهٔ نشان داده شده نیروی وارد بر سیم CD به کدام سمت است؟



۱) بالا

۲) پایین

۳) چپ

۴) صفر

گزینهٔ ۲

B ۲۱۱۹ ۲

خط فکری میدان برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ داده شده پس شما باید اندازهٔ میدان را $(B=\sqrt{B_x^2+B_y^2})$ به‌دست بیاورید. بیشینه نیرو هم یعنی سیم بر میدان عمود باشد $\theta=90^\circ$ و نیروی وارد بر هر متر از سیم یعنی $l=1m$. پس اکنون می‌توانید مسئله را حل کنید.

۱ اندازهٔ میدان مغناطیسی را حساب می‌کنیم.

$$\vec{B}=0/18\vec{i}+0/24\vec{j}\Rightarrow B=\sqrt{(0/18)^2+(0/24)^2}$$

$$\Rightarrow B=\sqrt{(0/06)^2(3^2+4^2)}\Rightarrow B=0/3T$$

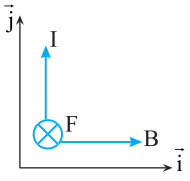
۲ نیروی مغناطیسی وارد بر هر متر از سیم برابر خواهد شد با:

$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow[\sin\theta=1]{I=20A} F=20\times 1\times 0/3\times 1\Rightarrow F=6N$$

B ۲۱۲۰ ۲

خط فکری بردار میدان مغناطیسی برحسب بردارهای یکه بیان شده از طرفی سیم حامل جریان در امتداد محور yهاست. هرگاه سیم در امتداد میدان مغناطیسی باشد بر سیم حامل جریان نیرویی وارد نمی‌شود، بنابراین مؤلفهٔ y میدان (B_y) برسیم نیرو وارد نمی‌کند و شما باید نیرویی که مؤلفهٔ x میدان (B_x) برسیم وارد می‌کند را به‌دست بیاورید.

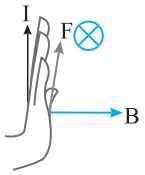
برای اندازهٔ نیروی میدان مغناطیسی و هم‌چنین جهت این نیرو به‌طور کامل B_y را نادیده می‌گیریم. از این‌رو اندازه نیروی وارد بر سیم برابر است با:



$$F=IlB_x\sin\theta \xrightarrow[I=50A,\theta=90^\circ,l=0/2m]{B_x=0/6T\text{ بر محور y عمود است}}$$

$$F=50\times 0/2\times 0/6\Rightarrow F=6N$$

با توجه به قاعده دست راست چهار انگشت دست راست خود را در امتداد محور yها قرار دهید (در سوی جریان) به‌گونه‌ای که کف دست شما به سمت راست و در جهت محور x باشد در این حالت انگشت باز شست شما به سوی درون صفحه کاغذ خواهد بود یعنی F درونسوست.



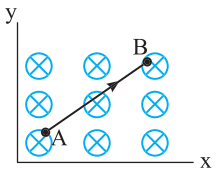
B ۲۱۲۱ ۴

یادآوری فاصلهٔ بین دو نقطه $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ از رابطهٔ $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ به‌دست می‌آید.

۱ با توجه به مختصات نقاط ابتدایی و انتهایی سیم $A(۴,۵)$ و $B(۷,۹)$ طول سیم AB را حساب می‌کنیم.

$$AB=\sqrt{(۷-۴)^2+(۹-۵)^2}=۵m$$

۲ با دقت به شکل متوجه می‌شود که سیم AB در صفحهٔ $x-y$ قرار دارد و میدان مغناطیسی درونسوی $B=۰/۴T$ بر این سیم عمود است. اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم خواهد شد:



$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow[I=۴A]{\sin\theta=۱} F=۴\times۵\times۰/۴\times۱\Rightarrow F=۸N$$

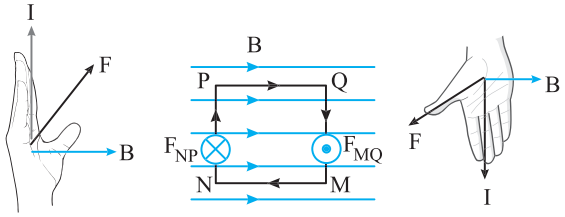
B ۲۱۲۲ ۱

مسئله‌ای است که می‌توانید نتیجهٔ آن را به‌خاطر بسپرید.

۱ بر سیم‌های PQ و MN که در امتداد میدان مغناطیسی قرار دارند. نیروی مغناطیسی وارد نمی‌شود. $F_{MN}=F_{PQ}=۰$

۲ اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم NP و سیم MQ برابر است زیرا طول هر دو سیم یکسان $(۲۰cm)$ جریان عبوری از هر دو سیم مساوی $(۲A)$ و هر دو بر خطوط میدان عمود هستند $(\theta=۹۰^\circ)$ بنابراین $F_{MQ}=F_{NP}$.

با توجه به قاعده دست راست اگر شما چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان سیم NP رو به بالا (بالاسو) بگیرید به‌گونه‌ای که خم کردن چهار انگشت (کف دست) باز شما به‌سوی راست یعنی در جهت میدان B باشد، انگشت باز شست شما به درون صفحه کاغذ نشان می‌رود یعنی F_{NP} درونسو است و قطعاً چون جهت جریان MQ خلاف NP است، نیروی F_{MQ} برونسو خواهد بود.



۳ برایند نیروهای هم‌اندازه و در خلاف جهت هم صفر است.

بازی با سؤال چنانچه این قاب قابلیت چرخش داشته باشد، برای قاب چه اتفاقی می‌افتد؟

۱) به سمت چپ می‌رود. ۲) ثابت می‌ماند.

۳) می‌چرخد. ۴) مشخص نیست.

گزینهٔ ۳

B ۲۱۲۳ ۱

خط فکری در رابطهٔ $F=IlB\sin\theta$ ما به $\sin\theta$ نیاز داریم. برای این منظور باید به کمک تعریف سینوس و رابطهٔ مثلثاتی آن در حل مسئله $\sin\theta$ را حساب کنیم.

ابتدا باید اندازهٔ وتر مثلث را به‌دست آوریم.

$$DE^2=CD^2+CE^2\Rightarrow DE^2=۱۲۰^2+۵۰^2\Rightarrow DE=۱۳۰cm$$

محاسبهٔ نیروی وارد بر سیم DC:

$$\begin{cases} F=IlB\sin(\pi-\alpha)=IlB\sin\alpha \\ \sin\alpha=\dfrac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}=\dfrac{۵۰}{۱۳۰} \text{ :با توجه به مثلث} \end{cases}$$

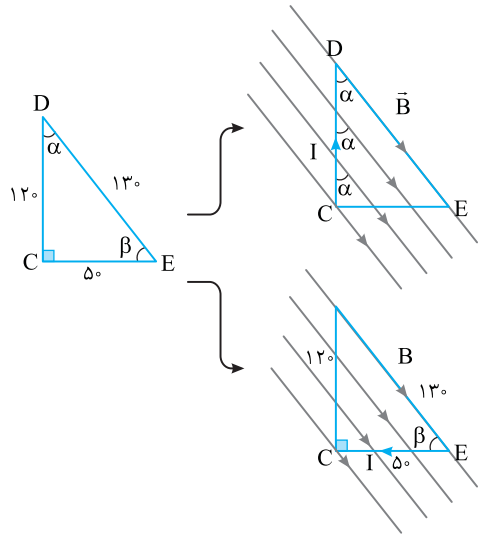
$$\Rightarrow F=BI\times۱/۲\times\frac{۵۰}{۱۳۰}\Rightarrow F=BI\frac{۶}{۱۳}$$

محاسبهٔ نیروی وارد بر سیم EC:

$$\begin{cases} F'=IlB\sin(\pi-\beta)=IlB\sin\beta \\ \sin\beta=\dfrac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}=\dfrac{۱۲۰}{۱۳۰} \text{ :با توجه به مثلث} \end{cases}$$

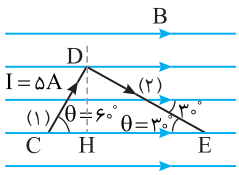
$$\Rightarrow F'=BI\times۰/۵\times\frac{۱۲۰}{۱۳۰}\Rightarrow F'=BI\frac{۶}{۱۳}$$

بنابراین $\frac{F'}{F}=۱$ است.



B ۲۱۲۴ ۲

خط فکری طول سیم‌های CD و DE در صورت مسئله داده نشده است. اما شما به حل مسئله دقت کنید تا متوجه شوید در این مسئله به دانستن طول سیم‌های CD و DE نیازی نداریم.



۱ نیروی وارد بر سیم CD را با توجه به داده‌های روی شکل حساب می‌کنیم.

$$F_{CD}=Il_{CD}B\sin\theta\Rightarrow F_{CD}=IBl_{CD}\sin\theta$$

اما به‌شکل دقت کنید $l_{CD}\sin\theta$ برابر DH است. پس: $F_{CD}=IB(DH)$ (۱)

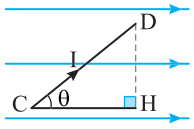
۲ به سراغ نیروی وارد بر سیم DE می‌رویم.

$$F_{DE}=Il_{DE}B\sin\theta'\Rightarrow F_{DE}=IBl_{DE}\sin\theta'$$

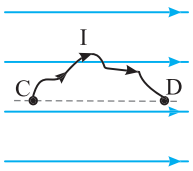
جالب شد چرا؟ چون $l_{DE}\sin\theta'$ نیز مطابق شکل برابر DH است یعنی نیروی وارد بر سیم DE برابر است با: $F_{DE}=IB(DH)$ (۲)

۳ حتماً از رابطهٔ (۱) و (۲) متوجه شدید که اندازهٔ نیروی وارد بر سیم DE (سیم ۲) برابر اندازهٔ نیروی وارد بر سیم CD (سیم ۱) است بنابراین $F_{DE}=۲۰N$.

نتیجه ✓ ۱ به جای نیروی وارد بر سیم CD می‌توان نیروی وارد بر سیم DH که بر خطوط میدان عمود است را حساب کرد. دقت کنید باید یک مثلث قائم‌الزاویه درست کنید که DH ضلع روبه‌رو به زاویهٔ θ باشد.



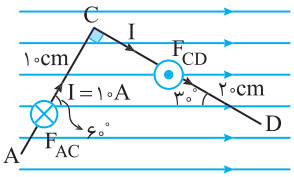
نتیجه ۲ اگر یک سیم خمیدهٔ حامل جریان مطابق شکل در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار گیرد به‌گونه‌ای که ابتدا و انتهای سیم بر یک خط موازی میدان واقع شود نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم صفر است.



B ۲۱۲۵ ۳

۱ نیروی وارد بر سیم AC را به‌دست می‌آوریم.

$B = ۵۰۰G = ۵\times۱۰^{-۲}T$

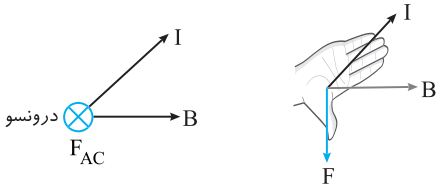


$F_{AC} = IlB\sin\theta_{AC}$

$\Rightarrow F_{AC} = ۱۰\times۰/۱\times۵\times۱۰^{-۲}\times\sin۶۰^\circ$

$\Rightarrow F_{AC} = ۵\times۱۰^{-۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow F_{AC} = \frac{\sqrt{۳}}{۴۰}N$

با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی وارد بر سیم AC درونسو است.



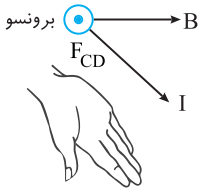
۲ نیروی وارد بر سیم CD را حساب می‌کنیم.

$F_{CD} = IlB\sin\theta_{CD}$

$\Rightarrow F_{CD} = ۱۰\times۰/۲\times۵\times۱۰^{-۲}\times\sin۳۰^\circ \Rightarrow F_{CD} = \frac{۱}{۲۰}N$

با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی وارد بر سیم CD برونسوست.

۳ نیروهای F_{CD} و F_{AC} در خلاف جهت هم هستند و نیروی برایند از تفاضل دو بردار به‌دست می‌آید.

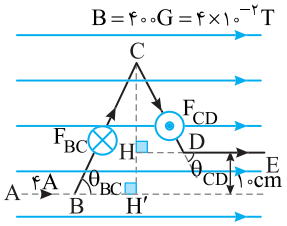


$F_{net} = F_{CD} - F_{AC} = \frac{۱}{۲۰} - \frac{\sqrt{۳}}{۴۰} \Rightarrow F_{net} = \frac{۲-\sqrt{۳}}{۴۰}N$

B ۲۱۲۶ ۴

خط فکری با آرامش نیروی وارد بر سیم‌های AB، BC، CD و DE را تک تک به‌دست بیاورید، نگران نداشتن طول سیم‌های BC و CD نباشید.

$B = ۴۰۰G = ۴\times۱۰^{-۲}T$



۱ هرگاه سیم حامل جریان در امتداد خط‌های میدان قرار گیرد نیروی مغناطیسی وارد بر آن صفر است. سیم‌های AB و DE در امتداد خط‌های میدان قرار دارند بنابراین نیروی وارد بر AB و DE صفر است.

$\theta = ۰ \Rightarrow F_{AB} = F_{DE} = ۰$

۲ نیروی وارد بر سیم BC را حساب می‌کنیم.

$F_{BC} = Il_{BC}B\sin\theta_{BC} = IBl_{BC}\sin\theta_{BC}$

با توجه به شکل در مثلث $BH'C$، مقدار $l_{BC}\sin\theta_{BC}$ برابر CH' است از این‌رو:

$F_{BC} = IB(CH') \quad (I)$

۳ با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی وارد بر سیم BC درونسوست.

۴ نیروی وارد بر سیم CD را حساب می‌کنیم.

$F_{CD} = Il_{CD}B\sin\theta_{CD} = IBl_{CD}\sin\theta_{CD}$

با توجه به شکل در مثلث CHD، $l_{CD}\sin\theta_{CD} = CH$ بنابراین:

$F_{CD} = IB(CH) \quad (II)$

۵ با توجه به قاعده دست راست نیروی وارد بر سیم CD برونسوست.

۶ برایند نیروی F_{BC} و F_{CD} که در خلاف جهت هم هستند از تفاضل آن‌ها به‌دست می‌آید.

$F_{net} = F_{BC} - F_{CD} \xrightarrow{(I),(II)} F_{net} = IB(CH') - IB(CH)$

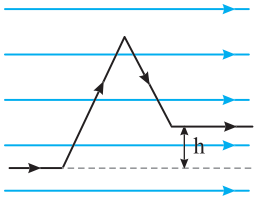
$\Rightarrow F_{net} = IB\underbrace{(CH'-CH)}_{HH'} \xrightarrow{HH'=۱۰cm}$

$F_{net} = ۴\times۴\times۱۰^{-۲}\times۰/۱ \Rightarrow F_{net} = ۱/۶\times۱۰^{-۲}N$

عجب نتیجهٔ زیبایی، یعنی ما باید در رابطهٔ $F=IlB$ به‌جای l اختلاف فاصلهٔ عمودی نقطهٔ ابتدایی و انتهایی دو سیم را قرار می‌دادیم بنابراین میانبر بنویسیم.

میانبر در شکل زیر نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم برابر است با:

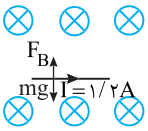
$F_{net} = IBh$



B ۲۱۲۷ ۱

خط فکری سیم معلق و در تعادل است بنابراین نیروی مغناطیسی وارد بر سیم با نیروی وزن آن برابر است یعنی شما نیروی مغناطیسی را باید با نیروی وزن برابر قرار دهید و نگران نداشتن طول سیم نباشید زیرا قطعاً به‌دلیل داشتن جرم واحد طول آن حل مسئله به‌جایی ختم می‌شود که به طول سیم نیازی ندارید البته وقتی گفته می‌شود جرم واحد طول $۳g/cm$ است یعنی هر سانتی‌متر از طول این سیم $۳g$ جرم دارد.

نیروهای وارد بر سیم را رسم می‌کنیم.



۱ جرم سیم خواهد شد:

$\frac{۱۰^{-۲}m}{l} \quad \frac{۳\times۱۰^{-۳}kg}{m} \Rightarrow m = ۳\times۱۰^{-۱}l$

۲ نیروی وزن را به‌دست می‌آوریم.

$W = mg \Rightarrow W = ۳\times۱۰^{-۱}l\times۱۰ \Rightarrow W = ۳l$

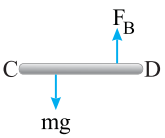
۳ نیروها را برابر قرار می‌دهیم.

$F_B = W \Rightarrow IlB\sin\theta = ۳l \quad (I)$

همان‌گونه که پیش‌بینی کردیم l از دو طرف رابطه حذف می‌شد از طرفی سیم بر خط‌های میدان عمود و $\sin\theta = ۱$ است بنابراین خواهیم داشت:

$(I) \Rightarrow IB = ۳ \xrightarrow{I=۱/۲A} ۱/۲B = ۳ \Rightarrow B = ۲/۵T$

A ۲۱۲۸ ۱

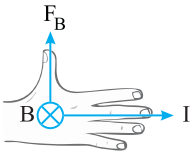


به میله نیروی وزن به سمت پایین وارد می‌شود که سبب کشیدگی فنر خواهد شد، برای آنکه فنر کشیده نشود باید نیروی وزن میله توسط نیروی مغناطیسی خنثی شود، پس باید نیروی مغناطیسی هم‌اندازه با نیروی وزن و به سمت بالا به میله وارد شود از این‌رو خواهیم داشت:

$F_B = mg \Rightarrow IlB\sin\theta = mg \xrightarrow[\theta=۹۰^\circ]{\text{راستای سیم بر راستای میدان مغناطیسی عمود است}}$

$I\times۰/۸\times۰/۴ = ۱۶۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰ \Rightarrow ۰/۳۲I = ۱/۶ \Rightarrow I = ۵A$

حال با استفاده از قاعدهٔ دست راست باید جهت جریان را به‌دست آوریم. کف دست راست را در جهت میدان مغناطیسی یعنی درونسو (به سمت صفحهٔ کاغذ) و شست دست راست را در جهت نیروی مغناطیسی (به سمت بالا) قرار می‌دهیم. در این‌صورت چهار انگشت باز دست راست جهت جریان را از C به D نشان می‌دهد.



B ۴ ۲۱۲۹

خط فکری سیم در تعادل است یعنی نیروی خالص وارد بر سیم صفر است بنابراین باید تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید (نیروی وزن، نیروی مغناطیسی و نیروی کشش هر نخ).

۱ نیروی وزن از طرف زمین بر جسم رو به پایین وارد می‌شود و اندازهٔ آن برابر است

$$W=mg \xrightarrow{m=0/05kg} W=0/05\times10\Rightarrow 0/5N$$

۲ دو نیروی کشش هر کدام از آن‌ها $0/15N$ است و برایند این دو نیرو $0/15+0/15=0/3N$ رو به بالاست و نیروی وزن $0/5N$ رو به پایین است، پس چگونه سیم در تعادل است؟ حتماً توسط میدان مغناطیسی نیرویی برابر $F_B=0/5-0/3=0/2N$ رو به بالا به سیم وارد می‌شود.

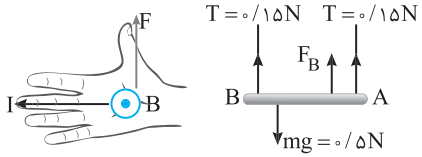
۳ اکنون با داشتن نیروی F_B و جریان سیم $(I=4A)$ می‌توانیم اندازهٔ میدان را به‌دست بیاوریم، اما مشکل نداشتن طول میله است پس باید ابتدا طول میله را حساب کنیم. با توجه به فرض مسئله جرم هر متر از این میله $10g$ است پس وقتی جرم میله $50g$ است، طول آن خواهد شد:

$$\begin{array}{c|c}10g & 1m\\ \hline 50g & l\end{array}\Rightarrow l=5m$$

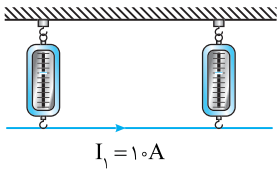
میدان مغناطیسی بر صفحه عمود است $(\theta=90^\circ)$ بنابراین می‌توان نوشت:

$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow{\substack{F=0/2N\\ I=4A}} 0/2N=4\times5\times B\times1\Rightarrow B=0/01T$$

و با توجه به قاعدهٔ دست راست، چهار انگشت باز دست خود را از A به سمت B (جهت جریان) و انگشت باز شست خود را رو به بالا صفحهٔ کاغذ بگیرید در این حالت کف دست شما رو به بیرون صفحهٔ کاغذ بوده یعنی میدان B برونسوست.



بازی با سؤال **مطابق شکل سیمی به طول $50cm$ حامل جریان $10A$ به جرم $200g$ به وسیله دو نیروسنج آویزان است. اگر با برقراری یک میدان مغناطیسی هرکدام از نیروسنج‌ها $1/1N$ را نشان دهند، کمینه اندازه میدان و جهت آن را مشخص کنید؟ $(g=10N/kg)$**



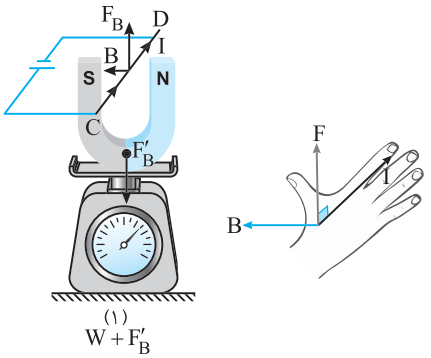
۱) ۰/۰۴، برونسو
۲) ۰/۰۲، برونسو
۳) ۰/۰۴، درونسو
۴) ۰/۰۲، درونسو

گزینهٔ ۱

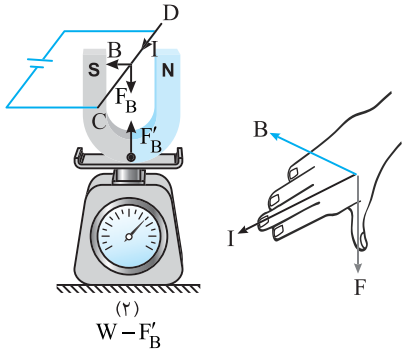
B ۲ ۲۱۳۰

خط فکری توسط آهنربا بر سیم حامل جریان نیروی مغناطیسی وارد می‌شود، بنابراین شما باید ابتدا با توجه به پایانه‌های باتری جهت جریان را که از پایانه مثبت به پایانه منفی باتری است مشخص کنید سپس با قاعده دست راست نیروی وارد بر سیم حامل جریان را تعیین کنید اما مهم نیرویی است که سیم بر آهنربا وارد می‌کند پس شما باید به کمک قانون سوم نیوتون جهت نیرویی که سیم بر آهنربا وارد می‌کند را مشخص کنید اگر این نیرو رو به بالا باشد، ترازو عدد کمتری نشان می‌دهد و اگر نیروی وارد بر آهنربا رو به پایین باشد، ترازو عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.

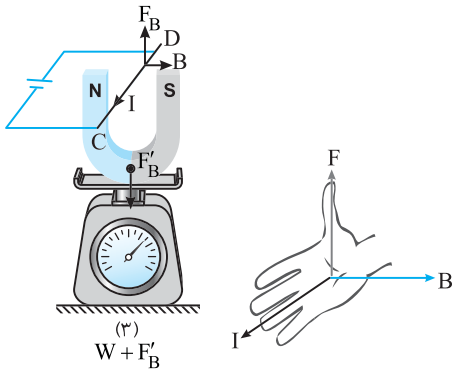
در شکل (۱) جریان از C به D و جهت نیروی وارد بر سیم توسط آهنربا بنا به قاعده دست راست رو به بالا است. با توجه به قانون سوم نیوتون نیرویی که سیم بر آهنربا وارد می‌کند رو به پایین خواهد بود و ترازو عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.



در شکل (۲) جریان از D به C و نیروی وارد بر سیم CD رو به پایین است و بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که سیم بر آهنربا وارد می‌کند رو به بالا است و ترازو عدد کمتری را نشان می‌دهد.



در شکل (۳) میدان مغناطیسی برخلاف دو شکل دیگر از چپ به راست است و از طرفی جریان از D به C بوده و نیرویی که آهنربا بر سیم وارد می‌کند رو به بالا است و بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که سیم به آهنربا وارد می‌کند رو به پایین بوده و ترازو عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.



B ۲ ۲۱۳۱

۱ قبل از برقراری جریان نیرویی که فنر برای نگه داشتن آهنربا بر آن وارد می‌کند با وزن آهنربا برابر است:

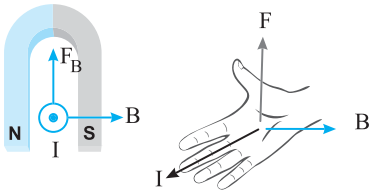
$$F_1=mg\Rightarrow F_1=2N$$

۲ پس از برقراری جریان نیرویی که فنر باید تحمل کند تا آهنربا را نگه دارد $2/2N$ شده است.

افزایش نیروی فنر بیانگر این است که سیم بر آهنربا نیروی $F_B=2/2-2=0/2N$ رو به پایین وارد می‌کند. بنا به قانون سوم نیوتون آهنربا بر سیم نیروی $0/2N$ رو به بالا وارد می‌کند. در این صورت:

$$F_B=IlB\sin\theta\Rightarrow 0/2=I\times0/2\times0/1\times1\Rightarrow I=10A$$

۳ جهت میدان مغناطیسی از N به S یعنی به سمت راست است از طرفی نیروی F_B همان‌گونه که استدلال کردیم رو به بالای صفحهٔ کاغذ (بالاسو) است بنابراین انگشت باز شست دست راست خود را رو به بالای صفحه به‌گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به سمت راست (در جهت B) باشد در این حالت چهار انگشت دست شما به سمت بیرون کاغذ (برونسو) را نشان خواهد داد یعنی جریان برونسوست.

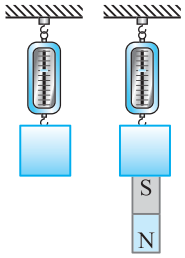


پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۴ ۲۱۳۲

خط فکری نیروسنج، وزن کل اجسام متصل به آن را نشان می‌دهد. بنابراین در حالت اول عددی که نیروسنج نشان می‌دهد وزن جسم و در حالت دوم مجموع وزن جسم و آهنربا را نشان می‌دهد.

۱ نیروسنج وزن جسم آهنی را ۱/۲N و وزن مجموع جسم و آهنربا را ۱/۸N نشان می‌دهد بنابراین نیروی وزن آهنربا خواهد شد:



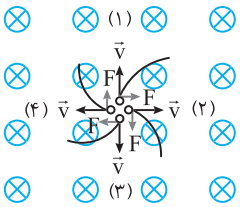
$$W_{\text{آهنربا}}=1/8-1/2\Rightarrow W_{\text{آهنربا}}=0/6N\xrightarrow{W=mg}0/6=m\times10$$
$$\Rightarrow m=0/06kg$$

۲ آهنربا ساکن است بنابراین نیروی وزن آن (۰/۶N) با نیروی مغناطیسی بین جسم و آهنربا خنثی شده است یعنی نیروی مغناطیسی بین جسم و آهنربا برابر است با:

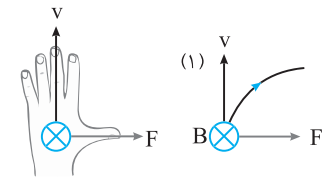
$$F_B=W_{\text{آهنربا}}=0/6N$$

B ۱ ۲۱۳۳

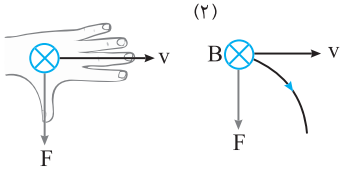
بار منفی است بنابراین می‌توانید از دست چپ برای تعیین جهت نیروی وارد بر ذره استفاده کنید. جهت نیرو و سوی مسیر حرکت ذره را مشخص کنید.



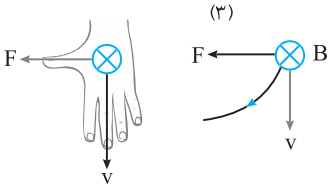
نیروی وارد بر ذرهٔ (۱):



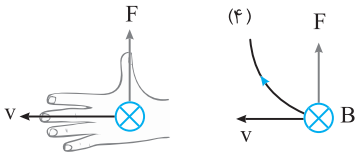
نیروی وارد بر ذرهٔ (۲):



نیروی وارد بر ذرهٔ (۳):



نیروی وارد بر ذرهٔ (۴):



A ۲ ۲۱۳۴

نیروی مغناطیسی وارد بر دو بار با هم برابر است از این رو می‌توان نوشت:

$$F_1=F_2\xrightarrow{F=|q|vB\sin\theta}|q_1|v_1B\sin\alpha=|q_2|v_2B\sin\beta$$
$$\xrightarrow{|q_1|=|q_2|}v_1\sin\alpha=v_2\sin\beta\quad(I)$$

وقتی دو زاویه متمم یکدیگر باشند سینوس یکی از آن‌ها برابر کسینوس دیگری است.

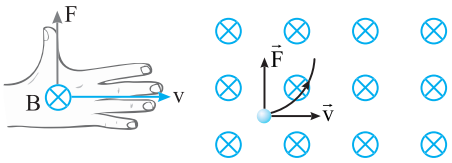
$$\alpha+\beta=90^\circ\Rightarrow\sin\beta=\cos\alpha$$

بنابراین خواهیم داشت:

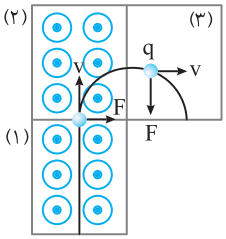
$$v_1\sin\alpha=v_2\cos\alpha\Rightarrow\frac{v_1}{v_2}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\cot\alpha$$

B ۲ ۲۱۳۵

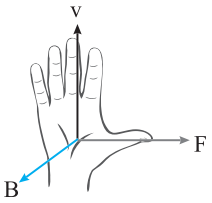
با توجه به قاعده دست راست نیروی وارد بر بار مثبت q رو به بالا است و بارها باید رو به بالا منحرف شوند. بار هر دو ذره یکسان است و نیروی مغناطیسی وارد بر آن‌ها یکسان است. اما چون جرم A بزرگ‌تر از جرم B است، انحراف A از انحراف B در اثر نیروی مغناطیسی کمتر است. بنابراین گزینه (۲) درست است.



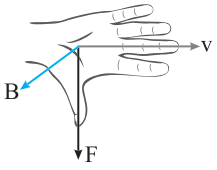
B ۱ ۲۱۳۶



ناحیه (۱) به ما دربارهٔ نوع بار اطلاعاتی نمی‌دهد و باید سراغ ناحیه (۲) برویم. در ورود بار q به ناحیه (۲) بار به سمت راست منحرف شده است یعنی بر بار نیروی مغناطیسی به سمت راست وارد شده است.



با توجه به قاعدهٔ دست راست اگر بار مثبت باشد وقتی چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت v (رو به بالای صفحه کاغذ) قرار می‌دهیم به‌گونه‌ای که کف دست رو به بیرون صفحه در جهت میدان مغناطیسی برونسوی B باشد انگشت باز شست دست راست به سمت راست خواهد بود و ذره به سمت راست منحرف می‌شود بنابراین بار q مثبت است.



در ناحیهٔ (۳) نیز با توجه به قاعدهٔ دست راست باید میدان مغناطیسی برونسو باشد.

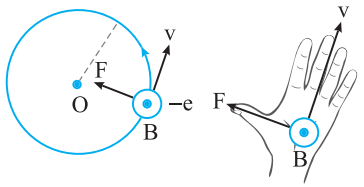
B ۲ ۲۱۳۷

نکته هرگاه نیروی وارد بر ذرهٔ متحرک همواره بر مسیر ذره عمود باشد آن ذره در مسیر دایره‌ای شکلی حرکت خواهد کرد.

خط فکری نیروی الکتریکی همواره در امتداد میدان الکتریکی بر ذرهٔ باردار وارد می‌شود و به نحوه حرکت و سرعت بار بستگی ندارد اما نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار همواره بر بردار سرعت (مسیر ذره) عمود است و سبب می‌گردد که ذره روی دایره بچرخد. در یک دایره شعاع بر مسیر دایره عمود است بنابراین نیروی مغناطیسی در امتداد شعاع و رو به مرکز است.

بنابراین این الکترون در یک میدان مغناطیسی در حال چرخش است نه یک میدان الکتریکی.

در یک نقطه دلخواه از مسیر بردار سرعت v را مماس بر مسیر رسم می‌کنیم نیروی F به سوی مرکز این دایره است. بار منفی است پس چهار انگشت دست چپ خود را در جهت سرعت v قرار دهید به گونه‌ای که انگشت شست باز دست چپ شما در جهت F قرار گیرد در این حالت کف دست شما رو به بیرون صفحه بوده یعنی میدان B برونسوست.



دست چپ

بازی با سؤال بار الکتریکی $q>0$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت در حال چرخش است. اگر مسیر حرکت بار q مطابق شکل باشد، جهت میدان مغناطیسی کدام است؟



ریاضی - ۹۱

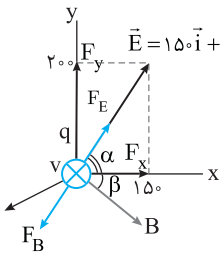
۱) $\rightarrow$ ۲) $\leftarrow$

۳) $\odot$ ۴) $\otimes$

گزینهٔ ۲

C ۲۱۳۸ ۳

خط فکری ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه داده است بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر ذره F_E و نیروی مغناطیسی وارد بر ذره F_B با هم برابر و در خلاف جهت هم هستند یعنی اگر مطابق شکل بردار میدان الکتریکی را رسم کنیم، نیروی الکتریکی که این میدان بر بار مثبت وارد می‌کند وارد می‌کند در جهت میدان الکتریکی است. بنابراین F_B در خلاف جهت F_E خواهد بود و با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی عمود بر F_B وهم‌چنین عمود بر بردار $\vec{E}$ خواهد شد. (به شکل با دقت نگاه کنید)



۱ اندازهٔ بردار میدان الکتریکی و زاویهٔ این بردار با محور xها را حساب می‌کنیم.

$$E=\sqrt{E_x^2+E_y^2}\Rightarrow E=\sqrt{150^2+200^2}\Rightarrow E=250\,N/C$$

$$\tan\alpha=\frac{E_y}{E_x}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{200}{150}=\frac{4}{3}\Rightarrow\alpha=53^\circ$$

۲ کمینه میدان مغناطیسی یعنی زاویهٔ بین میدان مغناطیسی و سرعت بار $\theta=90^\circ$ و $\sin\theta=1$ باشد. نیروی میدان مغناطیسی را برابر نیروی الکتریکی قرار می‌دهیم تا اندازهٔ میدان B را به‌دست آوریم.

$$F_E=F_B\xrightarrow{F_E=qE,\,F_B=qvB}qE=qvB\Rightarrow B=\frac{E}{v}$$

$$\xrightarrow{v=2\times10^4\,m/s}B=\frac{250}{2\times10^4}\Rightarrow B=125\times10^{-4}\,T$$

۳ زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و محور xها را از روی شکل به‌دست می‌آوریم.

با توجه به شکل $\alpha+\beta=90^\circ$ است. بنابراین: $53+\beta=90\Rightarrow\beta=37^\circ$

۴ اکنون با داشتن زاویهٔ $\beta=37^\circ$ مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی روی محور x و y را به‌دست می‌آوریم.

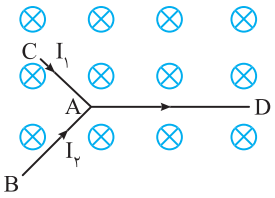
$$B_x=B\cos37^\circ\Rightarrow B_x=125\times10^{-4}\times0/8\Rightarrow B_x=100\times10^{-4}\,T$$

$$B_y=B\sin37^\circ\Rightarrow B_y=125\times10^{-4}\times0/6\Rightarrow B_y=75\times10^{-4}\,T$$

۵ بردار میدان مغناطیسی در ربع چهارم است بنابراین: $\vec{B}=(100\vec{i}-75\vec{j})\times10^{-4}$

B ۲۱۳۹ ۴

۱ با توجه به شکل هر سه سیم بر خطوط میدان عمود هستند ($\theta=90^\circ$). نیروی مغناطیسی وارد بر سیم AC و AB برابر است این دو نیرو را با هم برابر قرار می‌دهیم تا یک رابطهٔ ریاضی بین I_1 و I_2 به‌دست بیاوریم.



$$F=IlB\begin{cases}F_{AC}=(BIl)_{AC}=BI_1l=F\\F_{AB}=(BIl)_{AB}=BI_2\times\frac{3}{2}l=F\end{cases}$$

$$\xrightarrow{F_{AC}=F_{AB}}BI_1l=\frac{3}{2}BI_2l\Rightarrow I_1=\frac{3}{2}I_2$$

۲ به سراغ درس الکتریسیته جاری می‌رویم. جریان سیم I_{AD} برابر مجموع جریان I_1 و I_2 است بنابراین:

$$I_{AD}=I_1+I_2=\frac{3}{2}I_2+I_2=\frac{5}{2}I_2$$

۳ نیروی وارد بر سیم AC را حساب می‌کنیم.

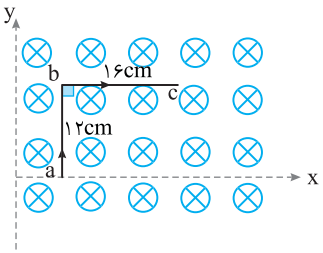
$$F_{AD}=(BIl)_{AD}=B\times\frac{5}{2}I_2\times2l=5BI_2l$$

۴ صورت مسئله نیروی وارد بر سیم I_2 را F نامیده است $(F_2=I_2l_2B=I_2\frac{3}{2}lB)$ بنابراین نیروی وارد بر سیم AD برحسب F خواهد شد:

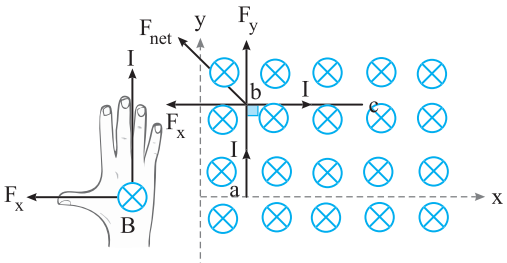
$$\frac{F_{AD}}{F_2}=\frac{5BI_2l}{\frac{3}{2}BI_2l}\Rightarrow\frac{F_{AD}}{F}=\frac{10}{3}\Rightarrow F_{AD}=\frac{10}{3}F$$

C ۲۱۴۰ ۳

مسئلهٔ خوبی است باید با هم فکر کنیم. عبارت «سمت‌گیری نیرو در ربع دوم صفحه $x-y$ است» آدم را به فکر می‌اندازد. اما مفهوم آن چیست؟ مفهوم آن این است که اگر F_{net} را تجزیه کنیم، مؤلفهٔ x نیرو (F_x) در جهت منفی محور x ها و مؤلفهٔ y نیرو (F_y) در جهت مثبت محور yها است.



پس اگر این نیرو را به مؤلفه‌های F_x و F_y تجزیه کنید قطعاً F_y نیروی وارد بر سیم bc و F_x نیروی وارد بر سیم ab است. بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست، اگر انگشت شست خود را در امتداد F_x قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما به سمت درون کاغذ (در جهت میدان مغناطیسی درونسو) قرار گیرد چهار انگشت باز دست راست شما جهت جریان ab را بالاسو نشان می‌دهد بنابراین جریان در سیم bc به سمت راست است. اندازهٔ نیروی وارد بر سیم $(F_x)_{ab}$ برابر است با:



$$F=Il_{ab}B\Rightarrow F_{ab}=F_x=I\times\frac{12}{100}\times250\times10^{-3}\Rightarrow F_{ab}=\frac{3}{100}I$$

اندازه نیروی وارد بر سیم $(F_y)_{bc}$ برابر است با:

$$F_y = Il_{bc}B \Rightarrow F_{bc} = F_y = I(\frac{۱۶}{۱۰۰})(۲۵۰\times۱۰^{-۳}) \Rightarrow F_{bc} = \frac{۴}{۱۰۰}I$$

برایند این دو نیرو برابر $۰/۵\,N$ است:

$$F^۲ = F_{ab}^۲ + F_{bc}^۲ \Rightarrow ۰/۵^۲ = (\frac{۳}{۱۰۰}I)^۲ + (\frac{۴}{۱۰۰}I)^۲ \Rightarrow (۰/۵)^۲ = (\frac{۵}{۱۰۰}I)^۲$$

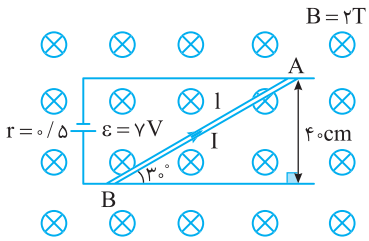
$$۰/۵ = \frac{۵}{۱۰۰}I \Rightarrow I = ۱۰A$$

B ۲۱۴۱ ۱

خط فکری مسئله توان مصرفی در میلهٔ AB را از ما خواسته است که این توان برابر توان خروجی باتری یعنی $(P = \varepsilon I - rI^۲)$ است در نتیجه باید اول جریان مدار را حساب کنیم. نیرویی که میدان مغناطیسی بر سیم AB وارد می‌کند را در اختیار داریم و به کمک آن می‌توانیم جریان مدار را حساب کنیم.

۱ ابتدا باید طول میلهٔ AB را حساب کنید.

در مثلث ضلع روبه‌رو زاویه ۳۰°، نصف وتر است. از این‌رو طول سیم AB، $l = ۲\times۰/۴ = ۰/۸m$ می‌شود.



۲ میله AB بر خطوط میدان عمود است $(\theta = ۹۰^\circ)$ و نیرویی که به آن وارد می‌شود برابر $۳/۲N$ است از این‌رو می‌توان نوشت:

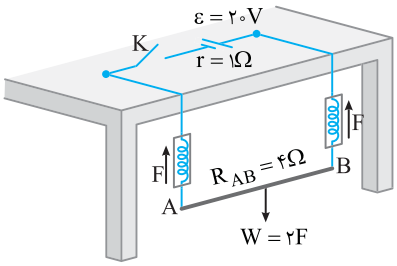
$$F = IlB\sin\theta \xrightarrow{B=۲T} ۳/۲ = I\times۰/۸\times۲ \Rightarrow I = ۲A$$

۳ توان مصرفی مقاومت R همان توان خروجی باتری است بنابراین:

$$P = \varepsilon I - rI^۲ \Rightarrow P = ۷\times۲ - ۰/۵\times(۲)^۲ \Rightarrow P = ۱۲W$$

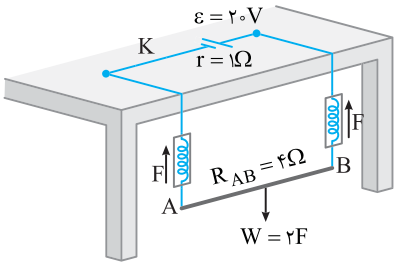
C ۲۱۴۲ ۱

۱ قبل از بستن کلید نیرویی که هر نیروسنج نشان می دهد را F می‌نامیم و دو نیروی F رو به بالا نیروی وزن سیم را خنثی کرده‌اند.



۲ بعد از بسته شدن کلید، بدون انحراف سیم نیرویی که هر نیروسنج نشان می‌دهد $۰/۰۵N$ افزایش یافته است، علت این افزایش نیروی مغناطیسی F_B است که توسط میدان مغناطیسی بر سیم وارد شده است که این نیرو برابر خواهد شد با:

$$F_B = ۲\times۰/۰۵ = ۰/۱N$$



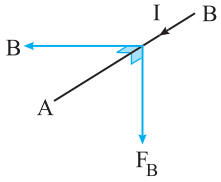
۳ جریان سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I = \frac{۲۰}{۴+۱} \Rightarrow I = ۴A$$

۴ در صورتی اندازه میدان مغناطیسی کمینه می‌شود که $\sin\theta$ بیشترین مقدار باشد و θ برابر $\frac{\pi}{۲}$ شود. به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی اندازهٔ میدان را به‌دست می‌آوریم.

$$F_B = IlB \Rightarrow ۰/۱ = ۴\times۰/۵\times B \Rightarrow B = ۰/۰۵T$$

۵ اکنون می‌خواهیم جهت میدان مغناطیسی را مشخص کنیم. با توجه به جهت قطب‌های باتری جریان در سیم AB از B به سوی A است و نیروی F_B رو به پایین و در امتداد وزن است بنابر قاعدهٔ دست راست باید میدان مغناطیسی به سمت چپ باشد.



(چهار انگشت دست راست خود را روبه‌سوی خود در جهت جریان بگیرید به‌طوری که کف دست شما به سمت چپ باشد در این حالت شست شما رو به پایین خواهد بود.)

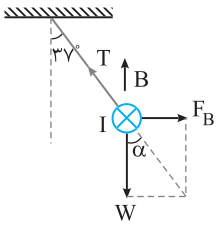
B ۲۱۴۳ ۱

بر سیم سه نیروی

۱ وزن

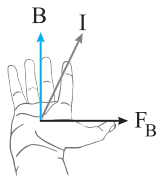
۲ نیروی مغناطیسی

۳ نیروی کشش ریسمان‌ها وارد می‌شود. سیم حامل جریان در تعادل است بنابراین برایند این سه نیرو صفر است یعنی برایند دو نیروی F_B و W باید در امتداد نیروی T باشد. در این صورت طبق خطوط موازی و مورب زاویهٔ α برابر ۳۷° می‌شود، اکنون تانژانت $\alpha = ۳۷^\circ$ را می‌نویسیم.



$$\tan ۳۷^\circ = \frac{F_B}{W} \Rightarrow \frac{F_B}{W} = \frac{۳}{۴}$$

با توجه به قاعده دست راست اگر شما چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت جریان رو به درون کاغذ قرار دهید به‌گونه‌ای که انگشت باز دست راست شما به سمت راست و در جهت F_B باشد قطعاً کف دست شما رو به بالا خواهد بود یعنی میدان مغناطیسی رو به بالاست.

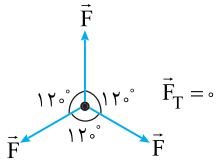


C ۲۱۴۴ ۴

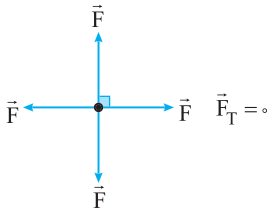
یادآوری ریاضی برایند دو نیروی هم‌اندازه و در خلاف جهت هم که با هم زاویهٔ ۱۸۰° می‌سازند صفر است.



برایند سه نیروی هم‌اندازه که دوبه‌دو با هم در یک صفحه هستند و باهم زاویهٔ ۱۲۰° می‌سازند، صفر است.

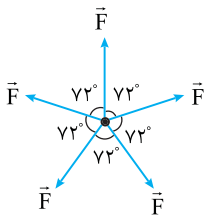


برایند چهار نیروی هم‌اندازه که دو به دو با هم در یک صفحه هستند و باهم زاویهٔ ۹۰° می‌سازند صفر است.



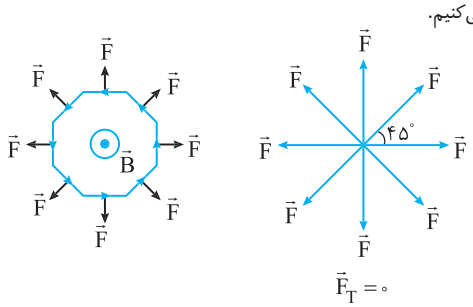
به‌همین ترتیب برایند n بردار هم‌اندازه که در یک صفحه قرار دارند و با هم زاویه $\frac{۳۶۰^\circ}{n}$ می‌سازند صفر است.

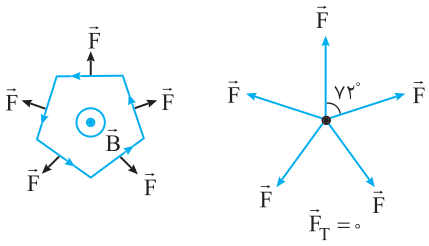
به‌طور مثال برایند ۵ نیرو (بردار) هم‌اندازه در شکل روبه‌رو صفر است.

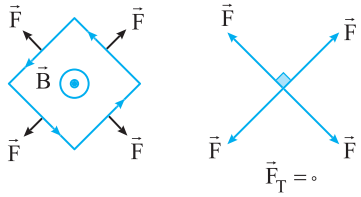


$$\frac{۳۶۰}{۵} = ۷۲^\circ, \vec{F}_T = ۰$$

یک میدان مغناطیسی یکنواخت برونسو در نظر می‌گیریم و نیروهای وارد بر هر چندضلعی را رسم می‌کنیم.

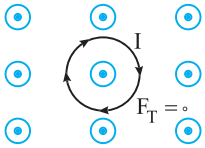






بنابراین $\vec{F}_3 = \vec{F}_2 = \vec{F}_1 = 0$ است.

میانبر هرگاه در یک میدان مغناطیسی مثلاً برونسو یک مدار بسته قرار دهید، نیروی مغناطیسی وارد بر آن صفر است.

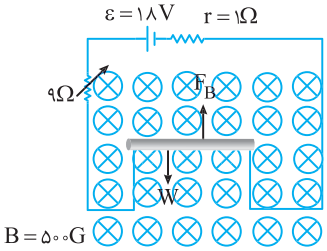


۱ ۲۱۴۵ C

خط فکری وقتی مقاومت را کاهش می‌دهیم، جریان مدار افزایش می‌یابد و با افزایش جریان نیروی مغناطیسی وارد بر سیم A افزایش می‌یابد. با توجه به جهت جریان و درونسو بودن میدان مغناطیسی، جهت نیروی مغناطیسی رو به بالاست و اگر این نیرو کمتر یا مساوی نیروی وزن باشد، رسانای A هم‌چنان با تکیه‌گاه‌ها تماس الکتریکی دارد و جریان برقرار است. بنابراین شما با برابر قرار دادن نیروی وزن با نیروی مغناطیسی، بیشینه جریان مدار و در نتیجه کمینه مقدار مقاومت مدار و مقدار تغییر مقاومت را می‌توانید به‌دست بیاورید.

۱ به کمک نیروی مغناطیسی وارد بر سیم بیشینه جریان سیم را حساب می‌کنیم.

$$F_{B_{max}} = W \Rightarrow I_{max} lB = mg \xrightarrow[l=0/4\,m]{m=4\times10^{-3}\,kg} I_m \times 0/4 \times 5 \times 10^{-2} = 0/04 \Rightarrow I_m = 2A$$



۲ به کمک جریان $I_m = 2A$، کمینه مقاومت کل مدار را به دست می‌آوریم.

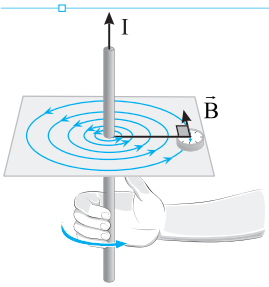
$$I_m = \frac{\varepsilon}{R_{min} + r} \Rightarrow 2 = \frac{18}{R_{min} + 1} \Rightarrow R_{min} = 8\Omega$$

کمینه مقاومت معادل مدار برابر 8Ω شده است، مقاومت میلهٔ رسانای A، 4Ω است و با مقاومت متغیر متوالی است بنابراین مقاومت متغیر باید $8-4=4\Omega$ شود، از این‌رو مقاومت متغیر حداکثر می‌تواند از 9Ω به 4Ω یعنی 5Ω کاهش یابد.

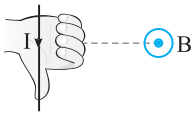
پنجره ۲

۳ ۲۱۴۶ A

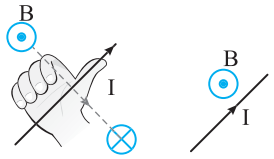
خط فکری برای تعیین جهت میدان مغناطیسی در اطراف سیم راست حامل جریان از قاعدهٔ دست راست استفاده کنید یعنی سیم را مطابق شکل در دست راست خود بگیرید به‌گونه‌ای که انگشت شست در جهت جریان الکتریکی باشد، جهت خم شدن چهار انگشت جهت خط‌های میدان مغناطیسی را در اطراف سیم نشان می‌دهد. اما مهم‌ترین مسئله این است که همواره بردار میدان مغناطیسی بر کوتاه‌ترین خطی که نقطهٔ مورد نظر را به سیم حامل جریان وصل می‌کند عمود است.



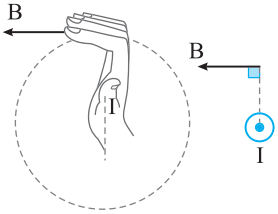
شکل (۱) با توجه به قاعده دست راست در سمت راست این سیم میدان برونسو بوده و این شکل درست است.



شکل (۲) در این حالت میدان در نقطهٔ موردنظر برونسو است و این شکل نادرست است.



در شکل (۳) جریان برونسو بوده و در نقطه موردنظر با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی به سمت چپ است و این شکل درست است.



دقت کنید برای استفاده از دست راست انگشت شست خود را در جهت جریان سیم قرار دهید چهار انگشت باز دست را روی خط واصل نقطه و سیم بگذارید و چهار انگشت را خم کنید تا بر خط واصل عمود شود. در این حالت انگشتان شما جهت B را نشان می‌دهند.

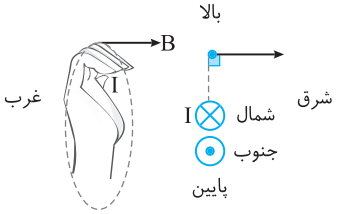
۳ ۲۱۴۷ A

با توجه به قاعدهٔ دست راست برای جریان برونسو، میدان پادساعتگرد بوده و هر چه از سیم دور می‌شویم، میدان مغناطیسی ضعیف‌تر شده و تراکم خطوط کمتر می‌شود.

۱ ۲۱۴۸ A

خط فکری با یک سؤال سه‌بعدی سر و کار داریم و برای رسم آن در صفحهٔ کاغذ، جهت رو به شمال را درونسو در نظر بگیرید و مسئله را با قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی سیم حامل جریان حل کنید.

با توجه به شکل اگر انگشت شست دست راست خود را به سمت درون کاغذ (در جهت جریان درونسو به سوی شمال) قرار دهید چرخش طبیعی چهار انگشت دست شما در نقطهٔ بالای سیم به سمت راست بوده یعنی میدان مغناطیسی در جهت شرق است.



بازی با سؤال **از سیم راست و افقی M جریان I به‌سوی شرق می‌گذرد، سیم راست و افقی N از بالای سیم اول می‌گذرد و از آن نیز جریان I رو به جنوب می‌گذرد. در نقطه‌ای دقیقاً بین دو سیم جهت میدان مغناطیسی خالص در کدام جهت است؟**

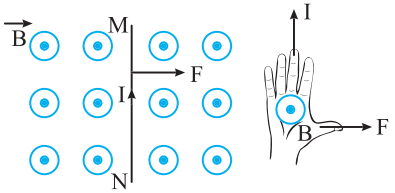
۱) جنوب غربی ۲) جنوب شرقی ۳) شمال غربی ۴) شمال شرقی

گزینهٔ ۲

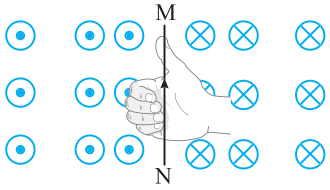
B ۲۱۴۹ ۳

خط فکری ابتدا باید به کمک قاعدهٔ دست راست برای نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی، جهت جریان MN را مشخص کنید سپس با قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی در اطراف سیم حامل جریان، آرایش خطوط میدان را در اطراف سیم مشخص کنید.

نیروی وارد بر سیم به سمت راست است بنابراین انگشت باز شست خود را در جهت F رو به سمت راست بگیرید به‌گونه‌ای که کف دست شما رو به بالای صفحه (برونسو) و در جهت میدان مغناطیسی B باشد، در این‌صورت چهار انگشت باز دست شما رو به بالا بود و جریان سیم MN بالاسوست.



اکنون میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان MN را رسم می‌کنیم (بررسی می‌کنیم). در سمت راست سیم میدان درونسو و در سمت چپ آن میدان برونسو خواهد بود و با دور شدن از سیم میدان ضعیف‌تر می‌شود. بنابراین گزینه (۳) درست است.

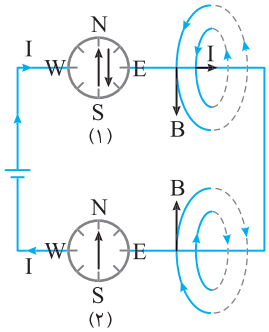


A ۲۱۵۰ ۴

با دور شدن از سیم حامل جریان میدان مغناطیسی در اطراف آن کاهش می‌یابد یعنی میدان مغناطیسی با فاصله از سیم رابطهٔ وارون دارد. بنابراین نمودار آن نمی‌تواند شبیه نمودار تابع درجه اول، یعنی خط راست باشد یعنی گزینه (۱) و (۳) نادرست است. اما در شکل گزینهٔ (۲)، افزایش r، میدان مغناطیسی افزایش یافته بنابراین گزینه (۲) نیز نادرست است و گزینه (۴) می‌تواند درست باشد.

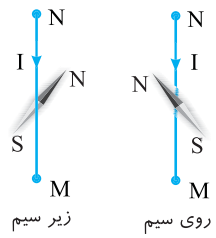
B ۲۱۵۱ ۲

با بسته شدن کلید ابتدا جهت جریان را مطابق شکل در مدار مشخص می‌کنیم. با قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی در بالای هر سیم را معین می‌کنیم. عقربه مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی همواره در جهت میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد یعنی عقربهٔ مغناطیسی (۱)، ۱۸۰° می‌چرخد اما عقربه مغناطیسی (۲) چرخش نخواهد داشت.



A ۲۱۵۲ ۴

جریان باتری در سیم NM از N به سوی M است. وقتی عقربه زیر سیم قرار می‌گیرد، میدان مغناطیسی سیم در محل عقربه به سمت راست است و عقربه ساعتگرد می‌چرخد و وقتی عقربه روی سیم قرار می‌گیرد میدان مغناطیسی در محل عقربه به سمت چپ است و عقربه پادساعتگرد می‌چرخد.



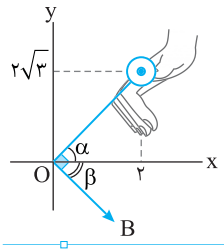
B ۲۱۵۳ ۴

خط فکری ابتدا باید از مبدأ مختصات خطی به سیم حامل جریان وصل کنید و زاویهٔ بین این خط و محور xها را حساب کنید سپس به کمک قاعده دست راست، جهت بردار میدان مغناطیسی را در مبدأ مختصات مشخص کنید تا بتوانید زاویهٔ بین میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان با محور xها را به‌دست بیاورید.

۱ با توجه به شکل زاویهٔ α را حساب می‌کنیم.

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{۲\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\tan\alpha=\sqrt{۳}\Rightarrow\alpha=۶۰^\circ$$

۲ انگشت شست دست راست خود را به سمت بیرون کاغذ در سوی جریان (برونسو) بگیرید، خم کردن چهار انگشت شما جهت بردار B را نشان می‌دهد.



در این صورت زاویهٔ بین میدان و محور xها خواهد شد:

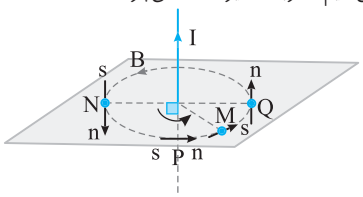
$$\alpha+\beta=۹۰^\circ\xrightarrow{\alpha=۶۰^\circ}\beta=۳۰^\circ$$

A ۲۱۵۴ ۳

بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خطوط میدان مغناطیسی مماس بوده و عقربه قطب‌نما همواره در جهت میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد.

ابتدا به کمک قاعده دست راست سوی خطوط میدان مغناطیسی را مطابق شکل مشخص می‌کنیم تا بتوانیم جهت عقربه مغناطیسی را نشان دهیم.

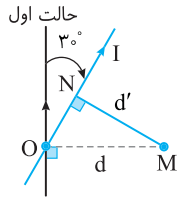
دقت کنید اگر قطب‌نما از نقطه N به نقطهٔ P برود یعنی قطب‌نما را ۹۰° جابه‌جا کنیم، عقربهٔ آن ۹۰° می‌چرخد و اگر قطب‌نما را از N به Q ببریم یعنی قطب‌نما را ۱۸۰° جابه‌جا کنیم، عقربهٔ آن ۱۸۰° می‌چرخد بنابراین وقتی قطب‌نما از N به M برده و آن را ۱۲۰° جابه‌جا می‌کنیم، عقربه آن نیز ۱۲۰° می‌چرخد.



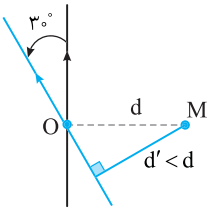
B ۲۱۵۵ ۱

خط فکری با نزدیک شدن به سیم حامل جریان، میدان مغناطیسی حاصل از آن افزایش می‌یابد و اگر از سیم حامل جریان دور شویم، میدان حاصل از جریان سیم، کاهش می‌یابد، بنابراین باید بررسی کنیم که با چرخش سیم فاصلهٔ نقطهٔ M تا سیم چه تغییری می‌کند. اما حواستان باشد منظور از فاصله نقطه تا سیم، طول خط عمودی است که از آن نقطه به سیم رسم می‌شود.

با توجه به شکل فاصلهٔ نقطهٔ M از سیم در حالت اول d و در حالت دوم d' است و قطعاً در مثلث قائم‌الزاویه ONM طول ضلع زاویهٔ قائمه از طول وتر کمتر است $(d'<d)$ بنابراین فاصلهٔ نقطهٔ M تا سیم کم شده و میدان افزایش می‌یابد.

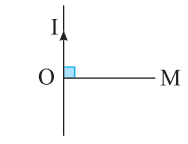


دقت کنید که اگر سیم ۳۰° پادساعتگرد می‌چرخید میدان مغناطیسی مانند حالت قبل افزایش پیدا می‌کرد.



$$\Rightarrow B'_M>B_M$$

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو اگر سیم حامل جریان حول محور OM، ۳۰° رو به بیرون صفحه (برونسو) بچرخد، میدان مغناطیسی حاصل از سیم در نقطه M چه تغییری می‌کند؟**

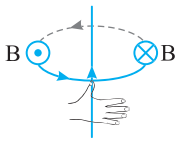


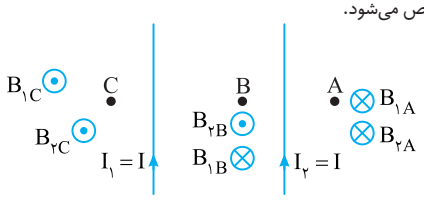
۱) افزایش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) تغییر نمی‌کند.
۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۳

B ۲۱۵۶ ۱

برای به‌دست آوردن میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان، شست دست راست را در جهت I قرار می‌دهیم به طوری که چهار انگشت دست راست در راستای کوتاه‌ترین خط واصل بین سیم و آن نقطه‌ای که میدان در آن خواسته شده قرار گیرد. حال اگر چهار انگشت را ۹۰° خم کنیم، جهت میدان مشخص می‌شود.

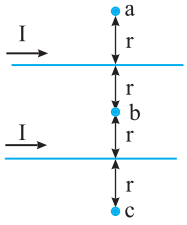




با توجه به قاعدهٔ دست راست برای جهت میدان مغناطیسی سیم راست، میدان مغناطیسی هر دو سیم در نقطهٔ A درونسو و در نقطهٔ C برونسو است. بنابراین، میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A و C به ترتیب درونسو و برونسو است. میدان مغناطیسی سیم I_1 در نقطهٔ B درونسو و میدان مغناطیسی سیم I_2 در نقطهٔ B برونسو است.

نکته: میدان مغناطیسی سیم راست با وارون فاصله از سیم، متناسب است. میدان درونسوی سیم I_1 از میدان برونسوی سیم I_2 کوچکتر است و میدان خالص در نقطهٔ B برونسو است.

بازی با سؤال **جهت میدان مغناطیسی برایند (خالص) ناشی از دو سیم موازی و بلند حامل جریان در هر یک از نقطه‌های a، b و c به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟** از کتاب درسی



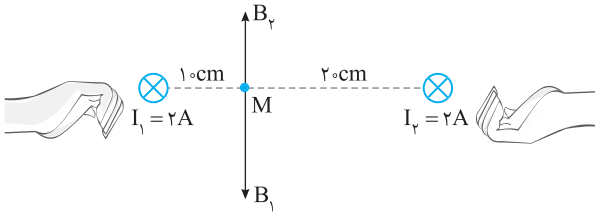
۱) برونسو - صفر - درونسو
۲) درونسو - صفر - برونسو
۳) برونسو - برونسو - درونسو
۴) درونسو - برونسو - برونسو

گزینهٔ ۱

A ۲۱۵۷ ۲

جریان دو سیم یکسان (۲A) است اما فاصلهٔ سیم I_2 تا نقطهٔ M از فاصلهٔ سیم I_1 تا نقطهٔ M بیشتر است و میدان B_2 از میدان B_1 ضعیف‌تر است.

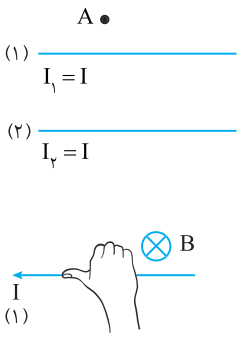
با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی سیم I_1 پایین‌سو و میدان مغناطیسی سیم I_2 بالاسوست بنابراین میدان خالص پایین‌سو (↓) خواهد بود.



B ۲۱۵۸ ۱

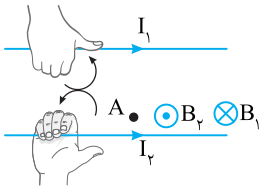
جریان دو سیم یکسان است، بنابراین قطعاً میدان مغناطیسی سیم (۲) که در فاصلهٔ دورتری از A قرار دارد از میدان مغناطیسی سیم (۱) در نقطهٔ A کوچک‌تر است. به‌همین دلیل نقش تعیین‌کننده در جهت میدان مغناطیسی در نقطهٔ A را سیم (۱) بازی می‌کند.

میدان مغناطیسی برایند در نقطهٔ A درونسو است از این رو میدان مغناطیسی سیم (۱) در نقطهٔ A که نقش اصلی را دارد باید درونسو باشد. پس با توجه به قاعدهٔ دست راست باید جریان سیم (۱) به سمت چپ باشد تا میدان آن در نقطهٔ A درونسو شود و گزینه (۱) درست است.



B ۲۱۵۹ ۴

یادآوری برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان، شست دست راست را در جهت جریان الکتریکی سیم قرار داده، جهت چرخش چهار انگشت دیگر، جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.



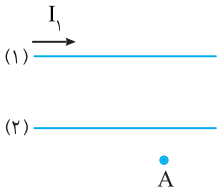
میدان مغناطیسی در نقطهٔ A صفر شده است. بنابراین میدان مغناطیسی دو سیم در نقطهٔ A در خلاف جهت هم هستند. اما چون نقطهٔ A به سیم I_2 نزدیک‌تر است قطعاً جریان سیم I_2 از جریان سیم I_1 کمتر است. $(I_2 < I_1)$

با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی سیم I_1 در نقطهٔ A درونسو است، بنابراین میدان مغناطیسی سیم I_2 باید برونسو باشد یعنی I_2 و I_1 هم‌جهت‌اند.

جمع‌بندی اگر جریان دو سیم همسو باشد، میدان در نقطه‌ای بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.

اگر جریان دو سیم ناهمسو باشد، میدان در نقطه‌ای خارج دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.

بازی با سؤال **شکل روبه‌رو، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد. اگر میدان مغناطیسی برایند حاصل از این سیم‌ها در نقطهٔ A صفر باشد، کدام گزینه در مورد جهت جریان در سیم (۲) و مقایسه بزرگی جریان‌ها در سیم (۱) و (۲) درست است؟** از کتاب درسی



۱) $I_2 < I_1$ ، ←
۲) $I_2 > I_1$ ، ←
۳) $I_2 < I_1$ ، →
۴) $I_2 > I_1$ ، →

گزینهٔ ۱

B ۲۱۶۰ ۲

خط فکری جهت جریان را باید در دو سیم نشان دهید و سپس جهت میدان مغناطیسی حاصل از دو سیم را در نقطهٔ M مشخص کنید.

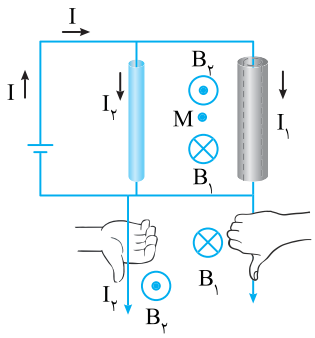
یادتان باشد از دو سیم رسانای هم‌طول و هم‌جنس بنا به رابطهٔ ساختمانی مقاومت $(R_{\downarrow} = \rho \frac{L}{A_{\uparrow}})$ مقاومت سیمی که سطح مقطع بزرگ‌تری دارد، کمتر است.

۱ جریان در دو سیم از بالا به پایین است و جهت میدان حاصل از سیم‌های I_1 و I_2 در نقطهٔ M با توجه به قاعدهٔ دست راست به ترتیب درونسو و برونسوست.

۲ سطح مقطع L_1 بزرگ‌تر است بنابراین مقاومت آن کمتر است، دو سیم با هم موازی هستند و در مقاومت‌های موازی جریان مقاومت کوچک‌تر بزرگ‌تر است. $I_1 > I_2$

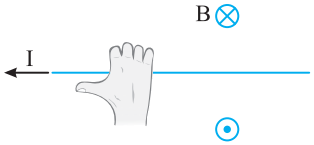
۳ چون $I_1 > I_2$ بوده میدان مغناطیسی سیم I_1 از میدان مغناطیسی سیم I_2 بزرگ‌تر است. $I_1 > I_2 \Rightarrow B_1 > B_2$

۴ میدان B_1 بزرگ‌تر و درونسو و میدان B_2 برونسو است بنابراین میدان برایند درونسو خواهد بود. $B_T = B_{\text{درونسو}_1} - B_{\text{برونسو}_2} \Rightarrow B_T$ درونسو:

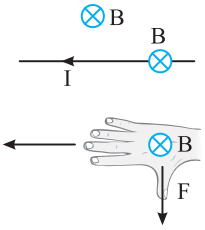


B ۳ ۲۱۶۱

۱ جهت جریان سیم را مشخص می‌کنیم. چرخش چهار انگشت دست راست را مطابق شکل در سوی چرخش خطوط میدان مغناطیسی حاصل از سیم قرار دهید در این حالت انگشت باز شست شما به سمت چپ خواهد بود که نشان می‌دهد جریان سیم به سوی چپ است $(\otimes \leftarrow I)$.



۲ چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت جریان به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به صفحهٔ کاغذ (درونسو) باشد. در این حالت انگشت باز شست شما رو به پایین خواهد بود. یعنی نیروی وارد بر سیم رو به پایین است. $(F\downarrow)$

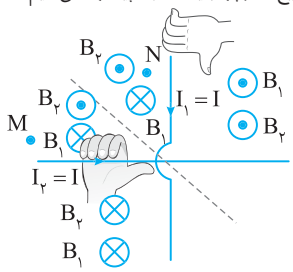


B ۱ ۲۱۶۲

خط فکری در هر ربع صفحه، جهت میدان‌های مغناطیسی ناشی از جریان دو سیم را رسم کنید. در هر ربع که میدان‌ها هم‌جهت‌اند مشکل حل است. اما در هر ربع که دو میدان در خلاف جهت هستند باید با توجه به فاصله هر نقطه از دو سیم، میدان قوی‌تر را شناسایی کنید تا بتوانید جهت میدان مغناطیسی خالص را تشخیص شد.

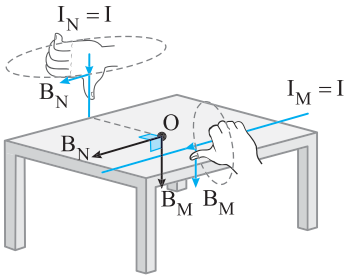
ربع اول: در ربع اول با توجه به قاعدهٔ دست راست هر دو میدان مغناطیسی برونسو بوده و میدان مغناطیسی برایند نیز برونسوست.

ربع دوم: در ربع دوم میدان سیم I_1 درونسو و میدان سیم I_2 برونسو است در نقاط بالای نیمساز مانند N فاصلهٔ نقاط به سیم I_1 نزدیک‌تر و میدان I_1 که درونسوست بزرگ‌تر بوده و میدان خالص، درونسو خواهد بود اما در نقاط زیر نیمساز مانند نقطهٔ M داستان برعکس است و میدان خالص برونسو می‌شود بنابراین گزینه‌های (۲) و (۴) که در آن‌ها میدان در ربع دوم در همه نقاط در یک جهت است نادرست است و با توجه به اینکه در ربع دوم میدان مغناطیسی خالص در بالای نیمساز درونسو و در زیر خط نیمساز برونسوست گزینه (۱) درست و گزینه (۳) نادرست است و نیازی به بررسی ربع سه و چهار نیست البته پیشنهاد می‌کنیم که شما آن‌ها را بررسی کنید.



B ۲ ۲۱۶۳

۱ میدان مغناطیسی سیم I_N در نقطهٔ O و میدان مغناطیسی سیم I_M در نقطهٔ O را به کمک قاعده دست راست مطابق شکل مشخص می‌کنیم.



۲ با توجه به شکل میدان‌های B_N و B_M برهم عمودند و میدان مغناطیسی برایند خواهد شد:

$$B_T=\sqrt{B_M^2+B_N^2}$$

۳ با توجه به صورت مسئله $B_T=\sqrt{5}B$ و $B_M=B$ است بنابراین:

$$\sqrt{5}B=\sqrt{B^2+B_N^2}\Rightarrow 5B^2=B^2+B_N^2\Rightarrow B_N=2B$$

B ۳ ۲۱۶۴

۱ فاصلهٔ هر سیم از نقطهٔ A را حساب می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC وتر $\sqrt{2}a$ است و با توجه به زاویه ۴۵° این مثلث متساوی‌الساقین است و $AC=AB$ است بنابراین:

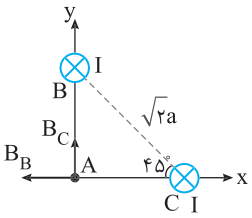
$$BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow(\sqrt{2}a)^2=2(AB)^2\Rightarrow AB=AC=a$$

۲ فاصلهٔ هر سیم حامل جریان I از نقطه A برابر a است و بنا به فرض مسئله میدان مغناطیسی هر سیم در نقطهٔ A برابر B خواهد بود.

۳ انگشت شست دست راست خود را روی نقطهٔ B قرار دهید و چهار انگشت خود را بچرخانید تا به نقطهٔ A برسید خواهید دید در این نقطه میدان B_B به سمت چپ است به همین ترتیب میدان سیم C در نقطهٔ A، بالاسو است.

۴ بردار میدان خواهد شد:

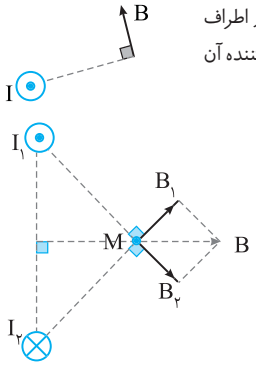
$$\vec{B}_A=-B\vec{i}+B\vec{j}$$



A ۱ ۲۱۶۵

یادآوری میدان مغناطیسی در یک نقطه در اطراف سیم راست حامل جریان بر کوتاه‌ترین خط وصل‌کننده آن نقطه به سیم عمود است.

خط عمود بر I_1M را رسم می‌کنیم و جهت میدان B_1 در امتداد این خط به کمک قاعدهٔ دست راست مطابق شکل خواهد بود. میدان B_2 را نیز به همین روش مطابق شکل رسم می‌کنیم، در این حالت میدان مغناطیسی خالص برایند B_1 و B_2 در جهت مثبت محور xها خواهد بود.

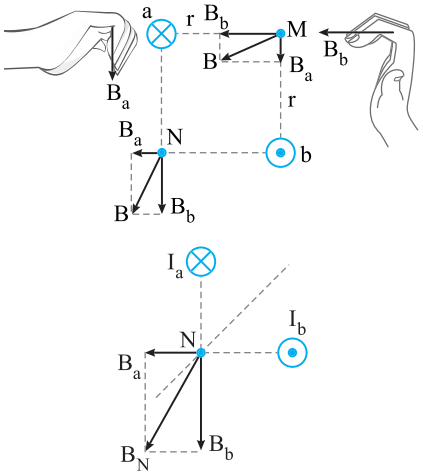


B ۱ ۲۱۶۶

با تجزیه B روی امتداد aM و bM مشخص است که میدان مغناطیسی سیم b در نقطهٔ M از میدان مغناطیسی سیم a در نقطهٔ M بزرگ‌تر است از طرفی میدان مغناطیسی سیم b در نقطهٔ N هم‌اندازهٔ میدان مغناطیسی سیم b در نقطهٔ M است و میدان مغناطیسی سیم a در نقطهٔ M و N برابر است.

فاصلهٔ دو سیم a و b تا نقطهٔ M یکسان است، اما میدان حاصل از سیم b بزرگ‌تر بوده بنابراین جریان سیم b بیشتر از جریان سیم a است.

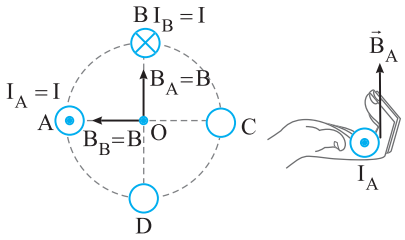
با قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود که میدان مغناطیسی سیم b در نقطهٔ N رو به پایین (پایین‌سو) و میدان مغناطیسی سیم a در نقطهٔ N به سمت چپ است بنابراین میدان مغناطیسی برایند مطابق شکل خواهد بود همچنین چون میدان سیم b قوی‌تر است (چون جریان بیشتری دارد) میدان خالص خواهد شد:



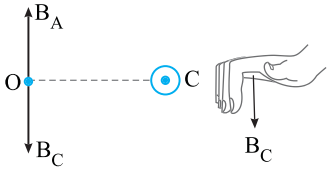
B ۲۱۶۷ ۱

۱ جریان و فاصله هر چهار سیم از نقطهٔ O یکسان است بنابراین میدان همهٔ آن‌ها در نقطهٔ O هم‌اندازه است.

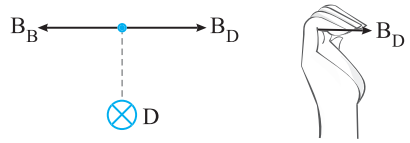
۲ استفاده از قاعده دست راست: انگشت شست دست راست را در جهت جریان A رو به بیرون کاغذ قرار دهید چهار انگشت باز خود را روی خط OA بگذارید و آن‌ها را خم کنید تا بر OA عمود شوند در این حالت چهار انگشت شما به سوی بالای صفحه خواهد بود یعنی میدان سیم A در نقطه O بالاسوست. با همین روش میدان مغناطیسی سیم B به سمت چپ است.



۳ برای آنکه میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O صفر شود باید میدان مغناطیسی سیم C در نقطه O رو به پایین باشد. با توجه به قاعدهٔ دست راست باید جریان سیم C برونسو باشد تا میدان حاصل از آن پایین‌سو شود.

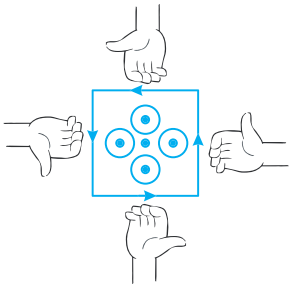


۴ میدان مغناطیسی سیم D در نقطهٔ O باید به سمت راست باشد تا میدان مغناطیسی سیم B در نقطهٔ O را خنثی کند. بنابراین جریان D باید درونسو باشد.



A ۲۱۶۸ ۴

میدان هر سیم در مرکز مربع را به کمک قاعده دست راست به‌دست می‌آوریم:

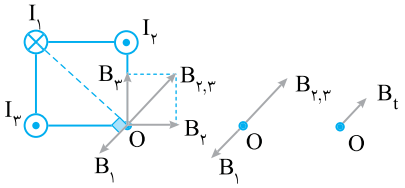


B ۲۱۶۹ ۲

طبق قانون دست راست، انگشت شست را در جهت جریان قرار می‌دهیم. در این صورت، چرخش چهار انگشت بیانگر جهت میدان مغناطیسی است. دقت کنید که با افزایش فاصله میدان ضعیفتر می‌شود.

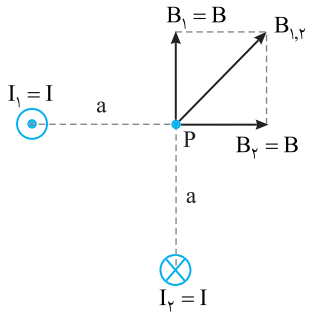
بنابراین میدان‌های B_2 و B_3 با هم برابرند و میدان B_1 از آنها ضعیف‌تر است.

جهت برایند میدان‌های B_2 و B_3 در راستای میدان B_1 و خلاف جهت آن است، بنابراین جهت میدان برایند مطابق شکل خواهد بود.

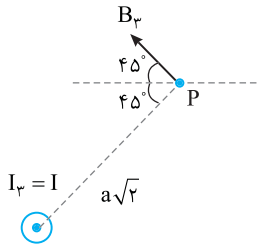


A ۲۱۷۰ ۱

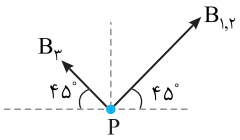
ابتدا با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های I_1 و I_2 را در نقطهٔ P به‌دست می‌آوریم:



و سپس جهت میدان حاصل از سیم I_3 را در نقطهٔ P رسم می‌کنیم:



فاصلهٔ سیم I_3 از نقطهٔ P بیشتر از فاصلهٔ سیم‌های I_1 و I_2 از نقطهٔ P است، بنابراین B_1 و B_2 میدان‌های بزرگ‌تری از B_3 هستند:

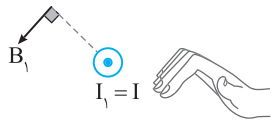


چون $B_3 < B_{1,2}$ $(B_{1,2} = \sqrt{2}B)$ است، پس B_T به بردار $B_{1,2}$ نزدیک‌تر بوده و گزینهٔ (۱) درست است.

A ۲۱۷۱ ۱

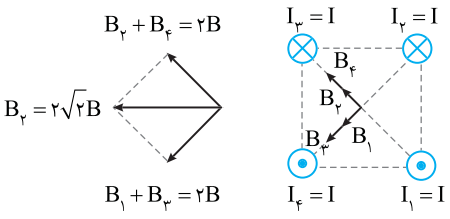
جریان همه سیم‌ها و فاصلهٔ آن‌ها از مرکز مربع یکسان است بنابراین میدان مغناطیسی هر چهار سیم در مرکز مربع با هم برابر است. $B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = B$

بررسی گزینهٔ (۱): انگشت باز شست دست راست خود را به سمت بیرون کاغذ (برونسو) و در جهت جریان I_1

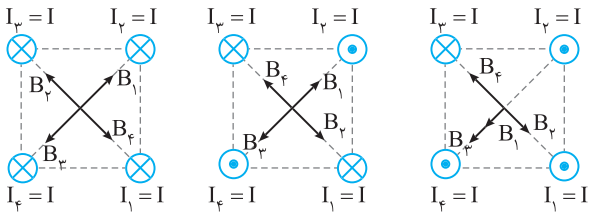


قرار دهید و چهار انگشت باز شست دست خود را روی خط واصل I_1 و مرکز مربع بگذارید و آن‌ها را خم کنید تا بر خط واصل عمود شود در این حالت میدان مغناطیسی B_1 روی قطر قرار می‌گیرد و جهت آن رو به پایین است.

اگر این کار را برای جریان‌های I_2، I_3 و I_4 تکرار کنید شکل زیر به دست می‌آید

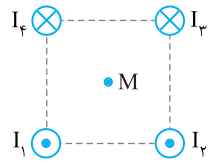


سایر گزینه‌ها:

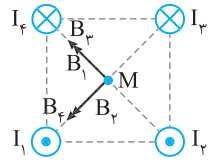


B ۲۱۷۲ ۲

خط فکری شکل مسئله شما را گول نزد، در واقع شما می‌توانید از بالا به شکل نگاه کنید در این صورت شکلی که خواهید دید به‌صورت زیر است. یعنی شما باید میدان مغناطیسی خالص را در نقطهٔ M به‌دست بیاورید که یک مسئلهٔ تکراری است. میدان مغناطیسی سیم‌ها در نقطهٔ M یکسان است زیرا جریان‌ها یکسان و فاصلهٔ سیم‌ها تا نقطهٔ M یکسان است. $(B_۱=B_۲=B_۳=B_۴=B)$



میدان مغناطیسی هر یک از سیم‌های حامل جریان را در نقطهٔ M به کمک قاعده دست راست مشخص می‌کنیم. برای یادآوری میدان سیم $I_۱$ در نقطهٔ M را بررسی می‌کنیم. جریان $I_۱$ برونسوست، انگشت شست دست راست خود را رو به بیرون صفحه (در جهت جریان $I_۱$) بگیرید چهار انگشت باز دست خود را روی خط واصل بین M و $I_۱$ قرار دهید سپس چهار انگشت را ۹۰° خم کنید. در این صورت میدان مغناطیسی $B_۱$ روی قطر $I_۲I_۴$ و به‌سوی $I_۴$ است. حال بقیهٔ میدان‌ها را رسم کنید.

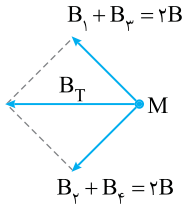


میدان $B_۱$ و $B_۳$ هم‌جهت بوده و برایند آن‌ها خواهد شد:

$$B_{۱۳}=B_۱+B_۳=B+B\Rightarrow B_{۱۳}=۲B$$

میدان $B_۲$ و $B_۴$ نیز هم‌جهت بود و برایند آن‌ها خواهد شد:

$$B_{۲۴}=B_۲+B_۴=B+B\Rightarrow B_{۲۴}=۲B$$

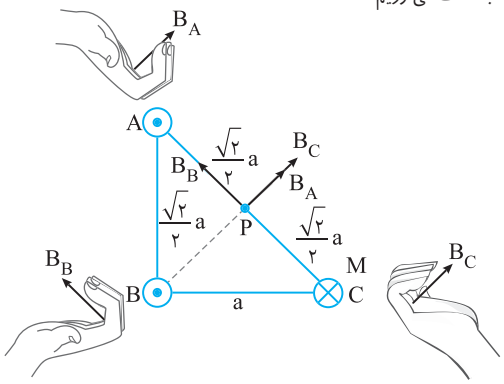


بنابراین جهت میدان خالص در نقطهٔ M به سمت چپ خواهد بود.

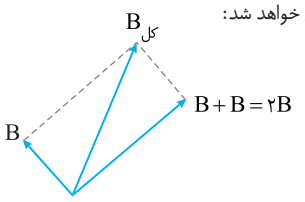
B ۲۱۷۳ ۱

با توجه به اینکه مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است فاصلهٔ سیم‌ها از نقطهٔ P یکسان است. از طرفی جریان گذرنده از سه سیم نیز برابر بوده، در نتیجه میدان هرکدام از سیم‌ها در نقطهٔ P برابر B می‌باشد.

حال با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر جریان را در نقطهٔ P به‌دست می‌آوریم:



میدان مغناطیسی حاصل از سیم A و سیم C روی امتداد BP قرار می‌گیرد و این دو میدان هم‌جهت‌اند و برایند آن‌ها برابر $B_{AC}=B+B=۲B$ می‌شود. این میدان برایند بر B_B عمود است بنابراین میدان خالص خواهد شد:

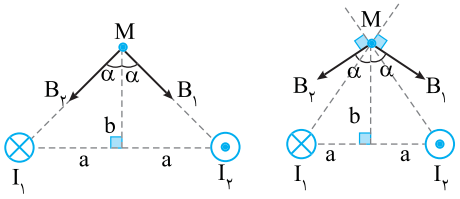


$$|\vec{B}_{کل}|=\sqrt{B^۲+(۲B)^۲}=\sqrt{۵}B$$

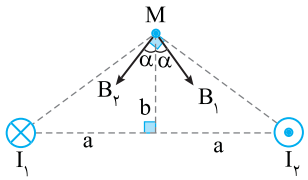
B ۲۱۷۴ ۱

یادآوری ۱ جهت میدان مغناطیسی دو سیم موازی حامل جریان در نقطه واقع بر عمود منصف دو سیم:

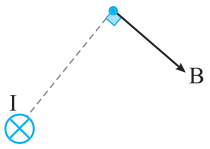
$a=b\Rightarrow\alpha=۴۵^\circ$ $\quad b>a\Rightarrow\alpha>۴۵^\circ$



$a>b\Rightarrow\alpha<۴۵^\circ$



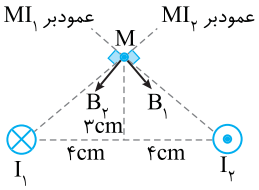
یادآوری ۲ میدان مغناطیسی یک سیم راست طویل حامل جریان بر خط واصل بین سیم و نقطهٔ مشاهده عمود است.



اکنون به حل مسئله می‌پردازیم:

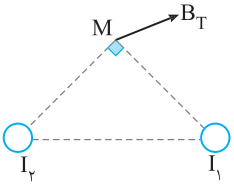
خط عمود بر خط واصل M با سیم $I_۱$ و خط عمود بر خط واصل M با سیم $I_۲$ را رسم می‌کنیم. در واقع میدان $B_۱$ ناشی از سیم $I_۱$ بر خط عمود بر $MI_۱$ منطبق و میدان $B_۲$ ناشی از سیم $I_۲$ بر خط عمود بر $MI_۲$ منطبق است و گزینه (۱) پاسخ درست است.

البته می‌توان با قاعده دست راست جهت $B_۱$ و $B_۲$ را نیز مشخص کرد که با توجه به گزینه‌ها لازم نیست.



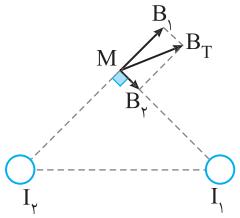
B ۲۱۷۵ ۲

خط فکری میدان B_T برایند میدان مغناطیسی حاصل از دو سیم $I_۱$ و $I_۲$ است. میدان مغناطیسی هر سیم در نقطهٔ M بر خط واصل بین آن نقطه و سیم عمود است. بنابراین باید میدان حاصل از سیم $I_۱$ در امتداد $I_۲M$ و میدان حاصل از سیم $I_۲$ در امتداد $I_۱M$ باشد.

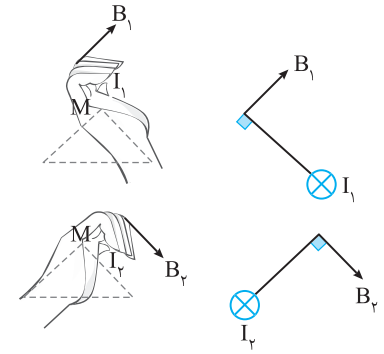


مانند آنچه که در الکتریسیتهٔ ساکن برای میدان الکتریکی یاد گرفته‌اند میدان مغناطیسی B_T را بر دو امتداد $I_۱M$ و $I_۲M$ تجزیه کنید و به کمک مؤلفه‌های آن سوی جریان‌ها را مشخص کنید و بزرگی جریان‌ها را با هم مقایسه کنید.

تجزیه بردار (B_T)، به دو مؤلفهٔ $B_۱$ و $B_۲$ مطابق شکل است. بنابراین میدان مغناطیسی $B_۱>B_۲$ بوده و چون فاصله دو سیم تا نقطهٔ M برابر است $I_۱>I_۲$ است.



به میدان مغناطیسی B_1 نگاه کنید باید جریان I_1 درونسو باشد تا میدان مغناطیسی B_1 در جهت نشان داده شده باشد. جریان سیم I_2 نیز با توجه به قاعده دست راست باید درونسو باشد.

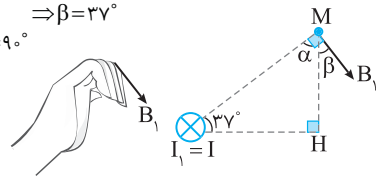


C ۲۱۷۶ ۳

خط فکری باید جداگانه بردار میدان مغناطیسی هر سیم در نقطهٔ M را رسم کنید و زاویهٔ بین هر بردار مغناطیسی با ارتفاع MH را به‌دست آورید تا بتوانید زاویهٔ بین دو میدان را حساب کنید.

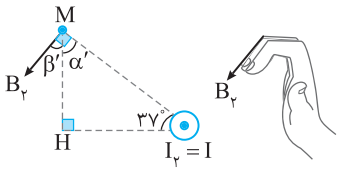
بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط واصل بین سیم حامل جریان و آن نقطه عمود است. با استفاده از قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم I_1 (B_1) را مشخص می‌کنیم. با توجه به شکل برای زوایای α و β می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\alpha+\beta=90^\circ\\ \alpha+37^\circ=90^\circ\end{cases}\Rightarrow\beta=37^\circ$$



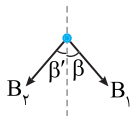
حال با استفاده از قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم I_2، (B_2) را مشخص می‌کنیم و با توجه به شکل خواهیم داشت.

$$\begin{cases}\alpha'+\beta'=90^\circ\\ 37^\circ+\alpha'=90^\circ\end{cases}\Rightarrow\beta'=37^\circ$$



در این‌صورت زاویه بین B_1 و B_2 مجموع دو زاویه β و β' خواهد بود:

$$\beta+\beta'=2\times37^\circ=74^\circ$$



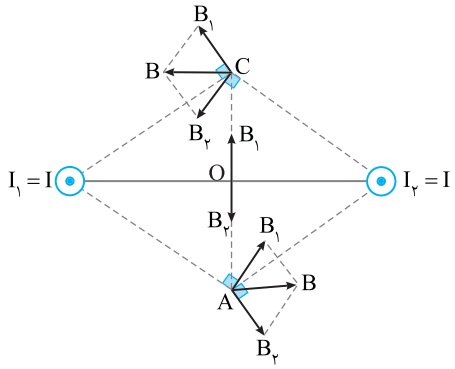
B ۲۱۷۷ ۱

خط فکری شما با رسم بردار میدان مغناطیسی حاصل از دو سیم حامل جریان در نقطهٔ A، نقطه وسط دو سیم و نقطه C، جهت بردار میدان در این نقاط را بررسی کنید تا بتوانید چگونگی رفتار میدان را مشخص کنید.

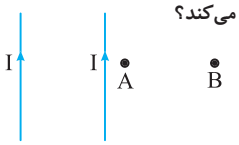
اول از نقطهٔ وسط دو سیم بررسی را شروع می‌کنیم. در این نقطه با توجه به قاعدهٔ دست راست دو میدان B_1 و B_2 در خلاف جهت هم هستند و چون فاصلهٔ دو سیم از نقطه O یکسان است میدان B_1 و B_2 هم‌اندازه و میدان خالص در نقطهٔ O صفر است.

مجدداً انگشت شست دست راست خود را رو به بالای صفحه در سوی جریان (برونسو) قرار دهید و چهار انگشت خود را روی خط واصل بین نقطه و سیم بگذارید چهار انگشت خود را خم کنید تا عمود بر خط واصل شود و جهت میدان مغناطیسی را مشخص کنید.

با این کار معلوم می‌شود که در نقطهٔ A میدان خالص به سمت راست بوده و از A تا O میدان در حال کاهش و رسیدن به صفر است و از O تا C میدان به سمت چپ و در حال افزایش است.



بازی با سؤال در شکل زیر با حرکت از نقطهٔ A تا نقطهٔ B میدان خالص حاصل از دو سیم راست حامل جریان چگونه تغییر می‌کند؟



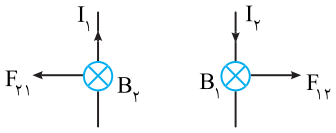
۱) کاهش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش
۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش

گزینهٔ ۱

A ۲۱۷۸ ۲

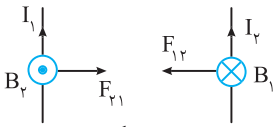
خط فکری هرگاه از دو سیم راست و موازی جریانی بگذرد، آن دو سیم بر هم نیرو وارد می‌کنند. به شکل‌های (a) و (b) که در زیر رسم شده‌اند دقت کنید. در این شکل‌ها نیرویی که از سوی میدان مغناطیسی هر سیم بر سیم دیگر وارد می‌شود، نشان داده شده است.

هرگاه جریان‌ها ناهمسو باشند نیروی مغناطیسی که دو سیم بر هم وارد می‌کنند، رانشی است.



(شکل a)

هرگاه جریان‌ها همسو باشند نیروی مغناطیسی که دو سیم بر هم وارد می‌کنند، رباییشی است.



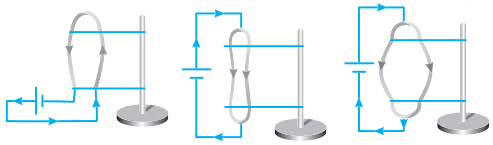
(شکل b)

بنابراین شما باید جهت جریان را در دو نوار فلزی معین کنید تا بتوانید مشخص کنید که جریان دو سیم همسو بوده و نیرو جاذبه است و یا ناهمسو بوده و نیرو دافعه است.

در شکل (الف): جریان دو سیم همسو بوده و نیروی بین آن‌ها جاذبه است و دو فلز به سوی هم کشیده می‌شوند، بنابراین شکل (الف) نادرست و شکل (ب) درست است.

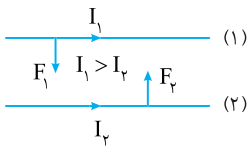
در شکل (پ): جریان‌ها ناهمسو بوده و نیروی بین آن‌ها دافعه بوده و دو فلز از هم دور می‌شوند و شکل (پ) درست است و شکل (ت) نادرست است.

بنابراین گزینه (۲) درست است.



شکل (الف) شکل (ب) شکل (پ)

A ۲۱۷۹ ۱



جریان دو سیم همسو بوده بنابراین نیروی بین آن‌ها رباییشی است و جهت نیروی وارد بر I_1 رو به پایین (↓) و جهت نیروی وارد بر I_2 رو به بالا (↑) است. بنا به قانون سوم نیوتون، نیرویی که سیم I_1 بر هر متر از سیم I_2 وارد می‌کند با نیرویی که سیم I_2 بر هر متر از سیم I_1 وارد می‌کند برابر است.

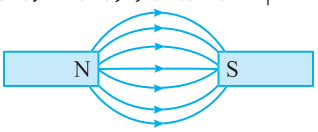
بازی با سؤال از دو سیم راست، موازی و طویل که به فاصله ۱ متر از هم قرار دارند به‌ترتیب جریان‌های $I_1=10A$ و $I_2=12A$ می‌گذرد. اگر نیرویی که سیم (۱) به سیم (۲) وارد می‌کند $\vec{F}$ باشد، بردار نیرویی که سیم (۲) بر سیم (۱) وارد خواهد کرد، کدام گزینه است؟

۱) $\vec{F}$ ۲) $-\vec{F}$ ۳) $1/2\vec{F}$ ۴) $-1/2\vec{F}$

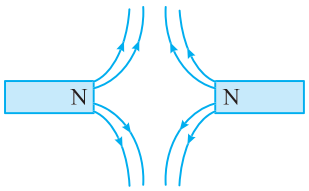
گزینهٔ ۲

A ۴ ۲۱۸۰

خط فکری هرگاه جریان‌های دو سیم همسو باشد دو سیم یکدیگر را جذب می‌کنند (می‌ربایند) و اگر جریان‌های دو سیم ناهمسو باشد یکدیگر را دفع می‌کنند (می‌رانند) و شما می‌توانید خطوط میدان مغناطیسی دو سیم که یکدیگر را جذب می‌کنند را شبیه خطوط میدان دو قطب ناهمنام آهنربا که در کنار یکدیگر قرار دارند و خط‌های میدان از یکی شروع و به دیگری ختم می‌شود و (شکل (۱)) تصور کنید و خط‌های میدان مغناطیسی دو سیم با جریان‌های ناهمسو که یکدیگر را می‌رانند شبیه خطوط میدان مغناطیسی قطب‌های همنام که در کنار یکدیگر قرار دارند تصور کنید (شکل (۲)).

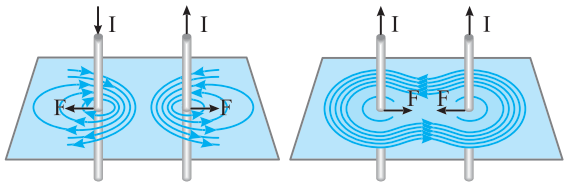


شکل (۱)



شکل (۲)

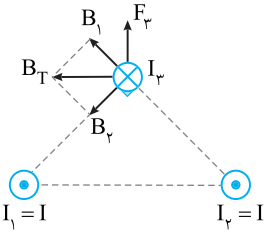
در این‌صورت با توجه به شبیه‌سازی که در خط‌فکری بیان شد. جریان شکل (الف) همسو و جریان‌های شکل (ب) ناهمسو است، بنابراین گزینه (۴) درست است.



(ب) (الف)

A ۴ ۲۱۸۱

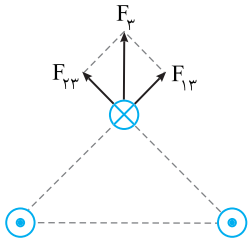
۱ به کمک قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی B_1 و B_2 ناشی از سیم‌های I_1 و I_2 را در محل سیم I_3 به‌دست می‌آوریم و بردار آن‌ها را رسم می‌کنیم. مطابق شکل میدان مغناطیسی برایند B_T به سمت چپ و در راستای افقی خواهد بود.



۲ اکنون به کمک قاعدهٔ دست راست برای نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی جهت نیروی وارد بر سیم I_3 رو به بالا به‌دست می‌آید.

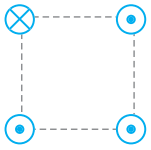
روش دیگر:

سیم‌های موازی که جریان‌های ناهمسو دارند یکدیگر را دفع کرده و بر هم نیروی رانشی وارد می‌کنند که این نیرو در امتداد خط وصل‌کنندهٔ دو سیم است پس مطابق شکل نیروهای F_{13} و F_{23} در امتداد خط واصل سیم‌ها هستند و نیروی خالص F_3 رو به بالا خواهد بود.



بازی با سؤال در شکل روبه‌رو، ۴ سیم راست، دراز و موازی با جریان‌های یکسان از رئوس یک مربع می‌گذرند، نیروی وارد بر سیم M در کدام جهت است؟

۱) ↗ ۲) ↘ ۳) ↖ ۴) ↙

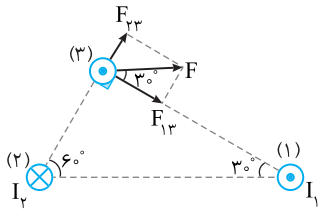


گزینهٔ ۳

B ۴ ۲۱۸۲

خط فکری نیروی خالصی که از طرف دو سیم بر سیم I_3 وارد می‌شود مشخص شده است. بنابراین شما با تجزیهٔ این نیرو در امتداد خط‌های I_1I_3 و I_2I_3 می‌توانید جهت نیرویی که سیم I_1 بر I_3 و سیم I_2 بر I_3 وارد می‌کند را مشخص کنید و با توجه به بزرگی مؤلفه‌های نیرو می‌توانید بزرگی جریان‌های I_1 و I_2 را با هم مقایسه کنید.

با تجزیه بردار F جهت نیرویی که سیم‌های (۱) و (۲) بر سیم (۳) وارد می‌کنند را مشخص می‌کنیم. F_{13}، نیروی ربایشی است، بنابراین جریان‌های دو سیم (۳) و (۱) همسو است، در نتیجه جریان سیم I_1 برونسو است، نیروی F_{23} رانشی است و جریان سیم‌های (۲) و (۳) ناهمسو است، پس جریان سیم (۲) درونسو است.



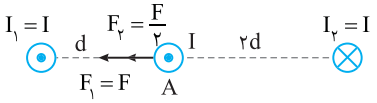
با توجه به شکل کاملاً مشخص است که نیرویی که سیم I_1 بر I_3 وارد می‌کند (F_{13}) از نیرویی که سیم I_2 بر I_3 وارد می‌کند (F_{23}) بزرگ‌تر است $|F_{13}|>|F_{23}|$ از طرفی فاصلهٔ سیم I_1 تا I_3 بیشتر از فاصلهٔ سیم I_2 تا I_3 است. بنابراین جریان I_1 باید از جریان I_2 بیشتر باشد تا از فاصلهٔ دورتر نیروی بزرگ‌تری بر I_3 وارد کند.

B ۴ ۲۱۸۳

خط فکری در صورت مسئله نیروی بین دو سیم در فاصلهٔ d را F و در فاصلهٔ 2d را $\frac{F}{2}$ معرفی کرده بنابراین نیروی وارد بر سیم A توسط هر سیم را رسم کنید و سپس نیروی خالص را برحسب F به‌دست بیاورید. با توجه به همسو و ناهمسو بودن جریان‌ها، جاذبه و دافعه بودن نیروها را مشخص کنید.

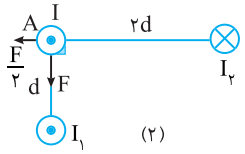
شکل (۱): جریان سیم I_1 با سیم I_A همسو و نیروی بین آن‌ها جاذبه است. جریان سیم I_2 با جریان سیم I_A ناهمسو بوده و بر سیم I_A نیروی دافعه به سمت چپ وارد می‌کند. هر دو نیروی وارد بر سیم A هم‌جهت بوده و با هم جمع می‌شوند و نیروی برایند وارد بر سیم A خواهد شد:

$$F_{A_1}=F_1+F_2=F+\frac{F}{2}\Rightarrow F_{A_1}=\frac{3}{2}F$$



شکل (۱)

شکل (۲): جریان سیم I_1 و I_A همسو بوده و نیروی بین آن‌ها جاذبه (ربایشی) بوده یعنی F رو به پایین است و نیروی I_2 بر سیم A برابر $\frac{F}{2}$ و رانشی (دافعه) است بنابراین نیروی برایند وارد بر سیم A در این حالت خواهد شد.



$$F_{A_2}=\sqrt{(F^2)+(\frac{F}{2})^2}\Rightarrow F'_A=\frac{\sqrt{5}}{2}F$$

اکنون نسبت نیروها را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{A_2}}{F_{A_1}}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}F}{\frac{3}{2}F}\Rightarrow\frac{F_{A_2}}{F_{A_1}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

B ۲۱۸۴ ۴

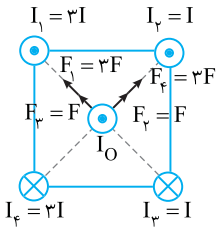
یادآوری نیروی مغناطیسی که دو سیم حامل جریان همسو بر هم وارد می‌کنند ربایشی (جاذبه) و نیروی مغناطیسی که دو سیم حامل جریان ناهمسو بر هم وارد می‌کنند رانشی (دافعه) است.

خط فکری نیروی مغناطیسی که سیم حامل جریان I بر سیم واقع در مرکز مربع وارد می‌کند را F می‌نامیم، بنابراین نیرویی که جریان ۳I بر سیم واقع در مرکز مربع وارد می‌کند ۳F خواهد شد، بنابراین شما جهت نیروها را مشخص کنید و با به‌دست آوردن جهت نیروی برایند مسئله حل خواهد شد.

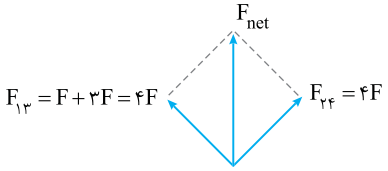
نیروی بین $I_1=3I$ و I_O که دارای جریان همسو هستند جاذبه (ربایشی) و برابر ۳F است.

نیروی بین I_2 و I_O که دارای جریان همسو هستند جاذبه (ربایشی) و برابر F است.

نیروی بین I_3 و I_O که دارای جریان ناهمسو هستند دافعه (رانشی) و برابر F است.



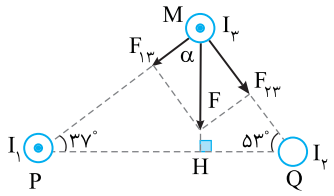
نیروی بین $I_4=3I$ و I_O که دارای جریان ناهمسو هستند دافعه (رانشی) و برابر $F_4=3F$ است اکنون برایند این چهار نیرو را حساب می‌کنیم. بنابراین F_{net} رو به بالاست.



B ۲۱۸۵ ۲

نیروی F را در امتداد PM و MQ تجزیه می‌کنیم. نیروی F_{13} نیروی مغناطیسی است که I_1 بر I_3 وارد می‌کند و مؤلفه F_{23} نیروی مغناطیسی است که I_2 بر I_3 وارد می‌کند.

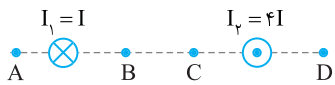
با توجه به شکل در مثلث MPH زاویهٔ α برابر $90-37=53^\circ$ است بنابراین $\tan\alpha$ خواهد شد:



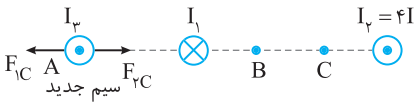
$$\tan\alpha=\frac{F_{23}}{F_{13}}\Rightarrow\tan 53^\circ=\frac{F_{23}}{F_{13}}\Rightarrow\frac{\sin 53^\circ}{\cos 53^\circ}=\frac{F_{23}}{F_{13}}\Rightarrow\frac{F_{23}}{F_{13}}=\frac{0/8}{0/6}=\frac{4}{3}$$

B ۲۱۸۶ ۱

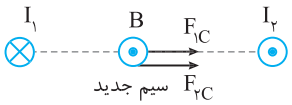
خط فکری بر آن که نیروی خالص وارد بر سیم جدید صفر شود این سیم باید به سیم $I_1=I$ که جریان کمتری دارد نزدیک‌تر باشد تا نیروی مغناطیسی سیم I_1 وارد بر سیم I_2 با نیروی مغناطیسی سیم I_2 بر سیم I_1 هم‌اندازه شود. بنابراین نقاط C و D که به سیم I_2 نزدیک‌تر هستند قطعاً پاسخ نخواهند بود و شما تنها باید نقاط A و B را بررسی کنید.



در نقطهٔ A دو نیرویی که سیم‌های I_1 و I_2 بر سیم I_3 وارد می‌کنند در خلاف جهت هم است و در این نقطه می‌تواند نیروی خالص وارد بر سیم جدید صفر شود و گزینه (۱) درست است.



اگر سیم جدید در نقطهٔ B قرار گیرد نیروهای وارد بر آن توسط I_1 و I_2 هم‌جهت بوده و نیروی خالص صفر نمی‌شود.



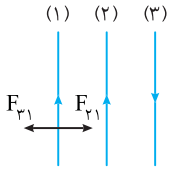
میانبر اگر دو سیم راست، موازی و طویل حامل جریان ناهمسو داشته باشیم، نیروی وارد بر سیم سوم خارج از خط واصل دو سیم و نزدیک سیم با جریان کمتر صفر می‌شود. اگر دو سیم دارای جریان همسو باشند، نیروی وارد بر سیم سوم بین دو سیم روی خط واصل دو سیم و نزدیک سیم با جریان کمتر صفر می‌شود.

C ۲۱۸۷ ۲

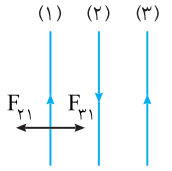
خط فکری باید نیروی وارد بر سه سیم صفر شود. به‌همین دلیل شما باید نیروهای وارد بر هر سیم را به نوبت بررسی کنید. سوی جریان سیم (۱) را داریم پس باید با بررسی نیروهایی که سیم‌های (۲) و (۳) بر سیم (۱) وارد می‌کنند، سوی جریان‌های (۲) و (۳) را مشخص کنید. سپس به سراغ سیم (۲) و بعد از آن به سراغ سیم (۳) بروید و سوی جریان‌ها را مشخص کنید و در نهایت سوی مشترک در بین شش حالت بررسی شده جواب مسئله است.

سیم اول: نیروی خالص وارد بر سیم (۱) صفر است، از این‌رو باید نیرویی وارد از طرف سیم‌های (۲) و (۳) بر سیم (۱) در خلاف جهت هم و مساوی هم باشند. بنابراین اگر جریان سیم (۲) بالاسو باشد جریان سیم (۳) باید پایین‌سو شود بنابراین اگر سیم (۲) سیم (۱) را بربراید جریان آن با سیم (۱) همسو است، یعنی جریان سیم (۲) بالاسو است. در این‌صورت جریان سیم (۳) باید پایین‌سو باشد تا سیم (۱) را براند.

و اگر سیم (۲) سیم (۱) را براند، جریان سیم (۲) با جریان سیم (۱) ناهمسو و پایین‌سو است، در این صورت جریان سیم (۳) باید بالاسو باشد. یعنی هر دو حالت ممکن است.



حالت اول

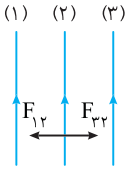


حالت دوم

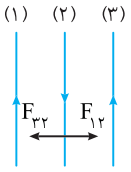
سیم دوم:

اکنون به بررسی نیروهای وارد بر سیم (۲) می‌پردازیم. اگر سیم (۱)، سیم (۲) را برباید جریان سیم (۲) با جریان سیم (۱) همسو و بالاسو است، در این صورت باید سیم (۳) نیز سیم (۲) را برباید تا نیروی خالص وارد بر سیم (۲) صفر شود، بنابراین جریان سیم (۳) نیز بالاسو است.

اگر سیم (۱)، سیم (۲) را براند جریان سیم (۲) باید با جریان سیم (۱) ناهمسو و پایین‌سو باشد. در این صورت جریان سیم (۳) نیز باید با سیم (۲) ناهمسو باشد تا سیم (۲) را براند و نیروی خالص وارد بر سیم (۲) صفر شود، یعنی جریان سیم (۳) باید بالاسو باشد. بنابراین در بررسی سیم اول و سیم دوم، بالاسو بودن جریان سیم (۳) مشترک است.



حالت سوم



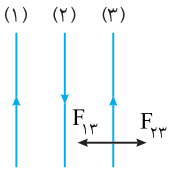
حالت چهارم

سیم سوم:

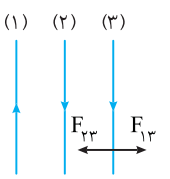
به بررسی نیروهای وارد بر سیم (۳) می‌پردازیم. اگر سیم (۳) توسط سیم (۱) جذب شود باید سیم (۳) جریان همسو با سیم (۱) داشته باشد و جریان سیم (۳) بالاسو باشد. در این حالت سیم (۲) باید سیم (۳) را براند تا برایند نیروی وارد بر سیم (۳) صفر شود. در این صورت سیم (۲) جریان پایین‌سو خواهد داشت.

اگر سیم (۳) توسط سیم (۱) دفع شود باید سیم (۳) جریان ناهمسو با سیم (۱) داشته باشد و جریان (۳) پایین‌سو باشد.

در این صورت برای صفر شدن نیروی خالص وارد بر سیم (۳) باید سیم (۲)، سیم (۳) را برباید و جریان سیم (۲) همسو با جریان سیم (۳) و پایین‌سو باشد.



حالت پنجم

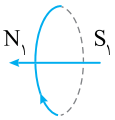


حالت ششم

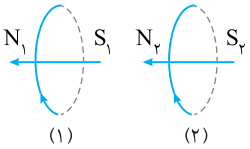
با توجه به حالت‌های دوم، چهارم و پنجم مشخص می‌شود که اگر جریان I_2 پایین‌سو و جریان I_3 بالاسو باشد، شرایطی وجود دارد که می‌تواند نیروی خالص وارد بر هر سیم صفر شود.

B ۲ ۲۱۸۸

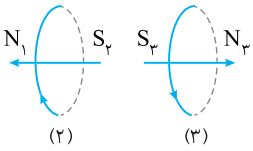
جهت میدان در حلقه (۱) به صورت روبه‌رو می‌باشد.



برای آنکه حلقه‌های (۱) و (۲) یکدیگر را جذب کنند باید میدان در حلقه (۲) به صورت مقابل باشد تا S_1 ، N_2 را برباید، بنابراین جریان حلقه‌های (۱) و (۲) هم‌جهت است.



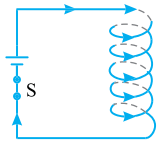
برای آنکه حلقه‌های (۲) و (۳) یکدیگر را دفع کنند باید میدان در حلقه (۳) به‌صورت مقابل باشد تا S_2 و S_3 یکدیگر را برانند پس جریان حلقه‌های (۲) و (۳) در خلاف جهت هم است و گزینه (۲) درست می‌باشد.



میانبر اگر جریان دو حلقه هم‌سو باشد یکدیگر را جذب و اگر ناهمسو باشد یکدیگر را دفع می‌کنند. حلقه (۱) و (۲) یکدیگر را جذب کرده پس جریان آن‌ها موافق هم است و حلقه (۳) و (۲) یکدیگر را دفع کرده پس سوی جریان آن‌ها مخالف هم است.

B ۲ ۲۱۸۹

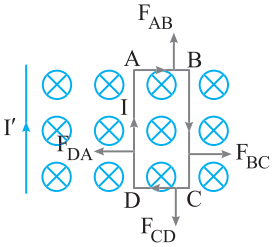
با بستن کلید S جریان گذرنده از حلقه‌های فنر همسو بوده و حلقه‌ها بر هم نیروی ربایشی وارد کرده، طول فنر کاهش یافته و ارتباط آن با جیوه قطع می‌شود. پس جریان مدار و نیروی ربایشی بین حلقه‌ها صفر شده، فنر به حالت اول برمی‌گردد و مجدداً با جیوه تماس می‌یابد و جریان در آن برقرار می‌شود و طول فنر به دلیل نیروی ربایشی بین حلقه‌های دارای جریان همسو کاهش می‌یابد و این عمل تکرار می‌شود و فنر نوسان می‌کند.

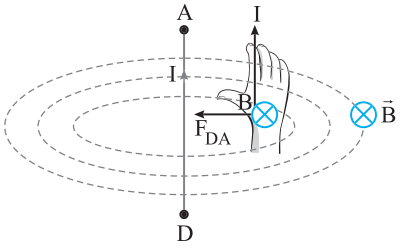


B ۲ ۲۱۹۰

خط فکری برایند نیروهای مغناطیسی وارد بر قاب حامل جریان I توسط سیم حامل جریان I' از شما خواسته شده بنابراین جهت میدان مغناطیسی سیم راست را در محل قاب مشخص کنید. هرچه از سیم دورتر می‌شویم، میدان سیم راست ضعیف‌تر شده نیرویی که به اضلاع قاب وارد می‌کند کاهش می‌یابد.

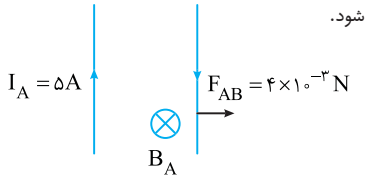
میدان مغناطیسی سیم راست در محل قاب درونسو است. به کمک قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر سیم‌های AB، BC، CD و DA را مشخص می‌کنیم. چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان هر سیم به‌گونه‌ای قرار دهید که خم کردن آن‌ها (کف دست) به سمت صفحهٔ کاغذ (درونسو) باشد، در این حالت انگشت باز دست شما جهت نیرو را نشان می‌دهید با این کار جهت نیروی وارد بر سیم AB، بالاسو، وارد بر سیم BC، به سمت راست، وارد بر سیم CD، پایین‌سو و وارد بر سیم DA به سمت چپ است. نیروهای F_{AB} و F_{CD} با هم برابر و در خلاف جهت هم هستند و همدیگر را خنثی می‌کنند. نیروهای وارد بر سیم CB و سیم AD در خلاف‌جهت هم هستند، اما به‌دلیل نزدیک‌تر بودن سیم DA به سیم راست، نیروی وارد بر آن بزرگ‌تر است و $(F_{DA} > F_{BC})$ بنابراین برایند نیروهای وارد بر حلقه رو به چپ است.





B ۲ ۲۱۹۱

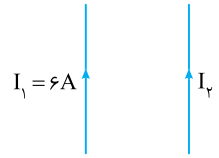
دو سیم با جریان‌های ناهمسو بر هم نیروی دافعه وارد می‌کنند بنابراین برای آن که سیم A بر سیم B نیروی دافعه وارد کند، جریان سیم B باید در سوی (۱) باشد و با جریان سیم A ناهمسو شود.



با توجه به نیروی وارد بر سیم B، جریان سیم B را حساب می‌کنیم.

$$F = I_B l B \sin\theta \Rightarrow 4\times10^{-3} = I_B \times 0/5 \times 4\times10^{-4} \times 1 \Rightarrow I_B = \frac{4\times10^{-3}}{2\times10^{-4}} = 2A$$

بازی با سوال در شکل روبه‌رو دو سیم حامل جریان $I_1 = 6A$ و I_2 در کنار هم قرار دارند و بر هم نیروی 5N وارد می‌کنند. اگر جریان سیم I_1، ۲۵ درصد کاهش پیدا کند، نیرویی که سیم I_1 به سیم I_2 وارد می‌کند چند نیوتون خواهد شد؟



خارج تجربی - ۹۰

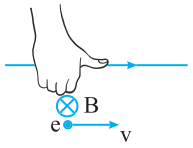
۱) ۲/۷۵ ۲) ۴

۳) ۳/۷۵ ۴) قابل محاسبه نیست.

گزینهٔ ۳

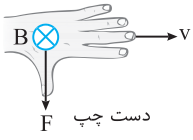
B ۳ ۲۱۹۲

ابتدا میدان مغناطیسی سیم راست را در محل الکترون با قاعده دست راست مشخص می‌کنیم.



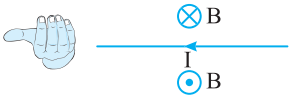
مطابق شکل میدان مغناطیسی درونسو است.

چون الکترون دارای بار منفی است برای یافتن جهت نیروی وارد بر آن می‌توانید ابتدا به کمک دست راست، جهت نیرو را مشخص کرده سپس جهت آن را وارون کنید اما ما با دست چپ جهت نیروی وارد بر الکترون را معین کرده‌ایم.

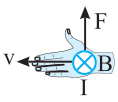


B ۲ ۲۱۹۳

با توجه به قاعدهٔ دست راست، جریان در سیم به سمت چپ است.



چهار انگشت دست چپ خود را به سوی چپ (در جهت سرعت الکترون) بگیرید به گونه‌ای که کف دست چپ شما رو به کاغذ باشد در این حالت انگشت باز شست شما رو به بالای صفحهٔ کاغذ است.



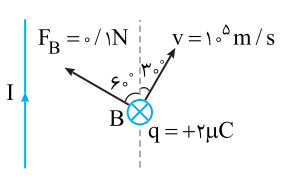
B ۴ ۲۱۹۴

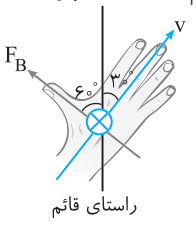
با توجه به قاعده دست راست مطابق شکل میدان مغناطیسی سیم حامل جریان در محل بار درونسو خواهد بود.

بار درون صفحه در حال حرکت است و میدان مغناطیسی درونسوست یعنی اندازهٔ زاویهٔ بین سرعت بار و میدان مغناطیسی $\theta = 90^\circ$ است بنابراین اندازه نیروی وارد بر بار خواهد شد: $F = qvB\sin\theta \Rightarrow 0/1 = 2\times10^{-6}\times10^5\times B\times\sin90^\circ \Rightarrow B = 0/5T$

تعیین جهت نیرو:

نیروی مغناطیسی وارد بر ذره بر بردار سرعت و بردار میدان عمود است و جهت آن را به کمک قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آوریم. مطابق شکل زاویه بین سرعت و امتداد قائم 30° است بنابراین زاویهٔ بین F_B و امتداد قائم 60° خواهد شد:

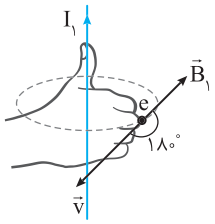




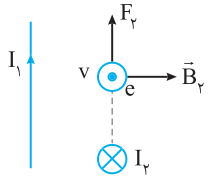
B ۴ ۲۱۹۵

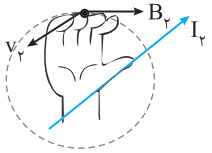
خط فکری ابتـدا می‌توانیـد جهت میدان مغناطیسـی هر سـیم را در محل حرکت الکتـرون مشـخص کرده سـپس جهت میدان خالص را به‌دسـت آورید، آنـگاه به کمک قاعدهٔ دست راست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون را معین کنید.

میدان مغناطیسـی سـیم I_1 در محل الکترون درونسـو اسـت یعنی الکترون در امتداد میدان B_1 در حرکت است و بر آن نیرویی توسط سیم I_1 وارد نمی‌شود.



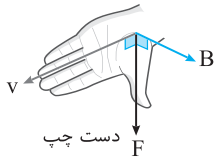
میدان مغناطیسـی سـیم I_2 در محل الکترون با توجه به قاعدهٔ دسـت راست به سمت راست است و بر حرکت الکترون عمود است.





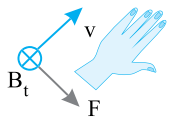
چهار انگشـت دسـت راست را برونسو قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما (خم کردن چهار انگشت) در جهت میدان مغناطیسی به سمت راست صفحه کاغذ باشد در این صورت نیروی وارد بر بار رو به بالا است اما چون الکترون دارای بار منفی است جهت نیرو را وارون کرده و جهت نیرو رو به پایین خواهد بود البته می‌توانستید از دست چپ استفاده کنید.





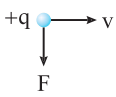
A ۴ ۲۱۹۶

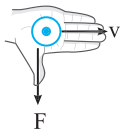
با توجه به قاعدهٔ دسـت راست میدان مغناطیسی هر دو سـیم در محل الکترون درونسو است. الکترون دارای بار منفی اسـت، از این رو بنا به قاعدهٔ دسـت راسـت جهت نیرو مطابق شکل است:



B ۱ ۲۱۹۷

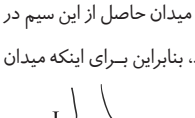
جهت حرکت ذره به سمت پایین منحرف شده پس نیروی مغناطیسی به سمت پایین به ذره وارد می‌شـود در حالی که سـرعت ذره به سـمت راسـت بوده، حال با توجه به قاعدهٔ دسـت راسـت برای نیروی مغناطیسـی وارد بر ذرهٔ باردار در میدان مغناطیسـی، جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A برونسو خواهد بود.

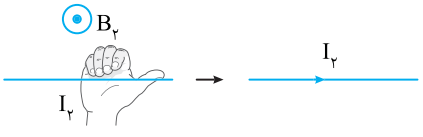






جهت جریان I_1 مشـخص و به سـمت راست اسـت. پس میدان حاصل از این سیم در نقطهٔ A با توجه به قاعدهٔ دسـت راسـت درونسـو می‌شـود، بنابراین بـرای اینکه میدان خالص در نقطهٔ A برونسو باشد، باید میدان حاصل از جریـان I_2 در این نقطه برونسـو باشـد. در این صورت جریان I_2 باید به سـمت راسـت باشد. از طرفی جریان I_2 باید از جریان I_1 بزرگ‌تر باشد تا میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A برونسو شود. $B_2 > B_1 \Rightarrow I_2 > I_1$

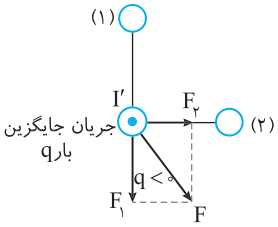




C ۲ ۲۱۹۸

خط فکری به مطلبی که می‌گوییم خوب دقت کنید بار منفی q به‌طور درونسـو از مبـدأ مختصـات عبور می‌کنـد. در الکتریسـیتهٔ جـاری، جهت جریـان در خلاف جهت الکترون‌هـا (بـار منفی) اسـت. بنابراین مـا، حرکت بار منفـی q را با یک جریان برونسـو جایگزین می‌کنیم و به‌جای حرکت بار q جریان برونسوی I' را در نظر می‌گیریم. نیروی F را روی امتداد x و y تجزیه می‌کنیم تا نیرویی که سیم (۱) و سیم (۲) بر بار منفی q (و یا جریان برونسوی I') وارد می‌کند مشخص شود و با توجه به مؤلفه‌های نیرو می‌توانید سـوی جریان (۱) و (۲) را مشـخص کنید و نوع نیروی بین دو سـیم (۱) و (۲) را معلوم کنید و با توجه به مؤلفه‌های نیرو می‌توانید معین کنید I_1 بزرگ‌تر است یا I_2.

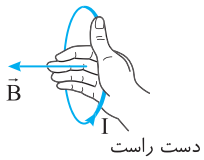
نیـروی F را تجزیه می‌کنیم. مؤلفه x نیرو یعنی F_2 نیرویی است که توسط سیم (۲) بر بار وارد می‌شـود و چون سـیم (۲) سیم (I') را می‌ربایـد (جذب می‌کند) سـوی جریان I_2 نیز باید برونسـو باشـد. سیم (۱) نیروی F_1 را بر I' وارد می‌کند و آن را دفع می‌کند بنابراین سـوی جریان آن باید با I' ناهمسـو باشد یعنی I_1 درونسو است.



جریان‌های I_1 و I_2 ناهمسـو هسـتند بنابراین نیروی بین آن‌ها دافعه است از طرفی چون فاصلهٔ دو سیم از مبدأ مختصات یکسان بوده اما $F_1 > F_2$ بنابراین $I_1 > I_2$ خواهد بود.

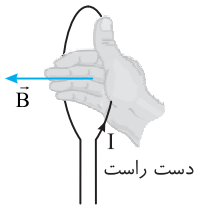
A ۳ ۲۱۹۹

ابتـدا به کمک قاعدهٔ دسـت راسـت مطابق شکل جهت میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه مشخص می‌کنیم. این میدان به سمت چپ اسـت و اگر یک قطب‌نمـا در مرکز حلقه قرار گیـرد عقربهٔ آن در جهت میدان جهت‌گیری می‌کنـد یعنی قطـب N در سـمت چپ قرار می‌گیرد و شکل گزینهٔ (۳) درست است.

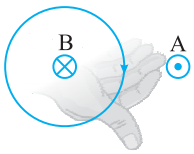


B ۲ ۲۲۰۰

یادآوری قاعـدهٔ دسـت راسـت: انگشـت شسـت دسـت راست را مطابق شـکل در جهت جریان قـرار می‌دهیم، خم کردن چهار انگشـت جهت بردار میدان را نشان می‌دهد.



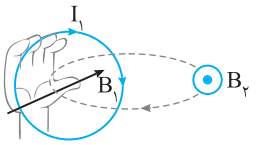
در نقطـهٔ A میـدان مغناطیسـی برونسـو بوده بنابرایـن جریـان الکتریکـی حلقـه سـاعتگرد و میدان مغناطیسی در مرکز حلقه درونسوست.



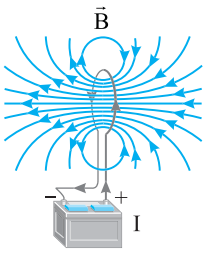
میانبر در نقطه‌ای مانند A در خارج حلقه جهت میدان خلاف جهت میدان در مرکز حلقه است.

A ۲ ۲۲۰۱

با توجه به قاعده دست راست با توجه به اینکه میدان در مرکز حلقه درونسـو اسـت مطابق شکل باید جریان حلقه ساعتگرد باشد.

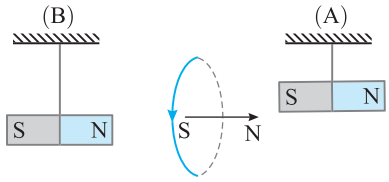


در یـک حلقـهٔ حامـل جریـان خطهـای میـدان در ناحیهٔ داخل حلقـه به یکدیگر نزدیک‌ترنـد یعنی میـدان در این ناحیه قوی‌تر است و افزون بر این در نقطه‌های روی محـور حلقـه، میدان مـوازی محور حلقه است. بنابراین در نقاط درون حلقه به ویژه در مرکز آن میدان قوی‌تر از نقاط بیرون حلقه است و $B_1 > B_2$ است.



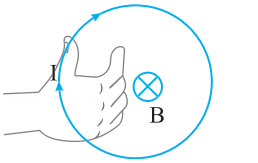
A ۲۲۰۲ ۲

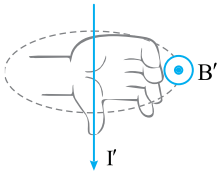
آهنربای A به سمت چپ کشیده شده است بنابراین میدان مغناطیسی حلقه به گونه‌ای است که قطب N آن در سمت راست حلقه است و بنا به قاعدهٔ دست راست سوی جریان در سوی (۲) خواهد بود و چون سمت چپ حلقه قطب S است، قطب N آهنربای B را می‌رباید و آهنربای B به سمت راست منحرف می‌شود.



A ۲۲۰۳ ۲

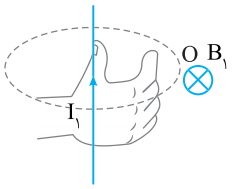
با توجه به قاعدهٔ دست راست اگر شست خود را در سوی جریان حلقه قرار دهید با خم کردن چهار انگشت مشخص می‌شود میدان مغناطیسی حلقه درون آن درونسوست و برای آنکه این میدان توسط میدان مغناطیسی سیم راست در سمت چپ حلقه صفر شود باید میدان مغناطیسی سیم راست برونسو باشد و با توجه به قاعدهٔ دست راست مطابق شکل، جریان I' سیم راست باید پایین‌سو باشد.



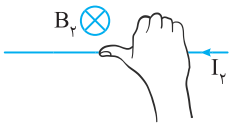


B ۲۲۰۴ ۴

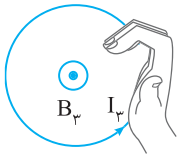
میدان مغناطیسی سیم I_1 در نقطهٔ O درونسو و میدان مغناطیسی سیم I_2 در نقطهٔ O درونسو و میدان حلقه برونسوست.



بنابراین میدان مغناطیسی B_1 و B_2 هم‌جهت هستند و با هم جمع می‌شوند اما میدان مغناطیسی حلقه برونسو است میدان مغناطیسی خالص برابر $B_t=|B_1+B_2+B_3|$ است.



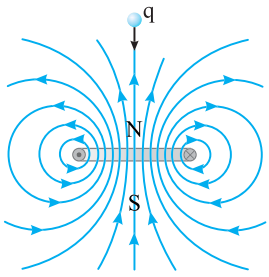
اندازهٔ جریان‌ها مشخص نیست و در نتیجه اندازهٔ میدان‌های حاصل از آن‌ها نیز مشخص نبوده بنابراین نمی‌توان در مورد میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O اظهار نظر کرد.



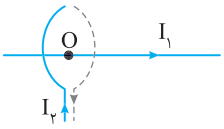
B ۲۲۰۵ ۳

یادآوری هرگاه بار الکتریکی در امتداد خطوط میدان حرکت کند نیروی مغناطیسی وارد بر آن صفر است.

مطابق شکل خطوط میدان مغناطیسی حلقه حامل جریان به شکل روبه‌روست و خط میدان گذرنده از مرکز حلقه، روی محور حلقه بوده بنابراین بار q در امتداد خط میدان در حرکت است و بر آن نیرویی وارد نشده و در امتداد قائم به حرکت خود ادامه می‌دهد.



بازی با سؤال در شکل زیر سیم مستقیم حامل جریان I_1 به‌صورت عمود از مرکز حلقه می‌گذرد. حلقهٔ فلزی نیز مطابق شکل دارای جریان I_2 است. در مورد حلقه و سیم، کدام گزینه صدق می‌کند؟ کنکور دهه‌های گذشته



۱) یکدیگر را می‌رانند.

۲) یکدیگر را جذب می‌کنند.

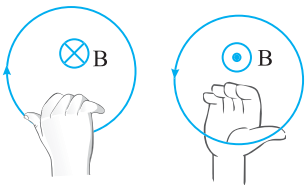
۳) اگر $I_1=I_2$ باشد به هم نیرویی وارد نمی‌کند.

۴) با هر جریانی به یکدیگر نیرو وارد نمی‌کنند.

گزینهٔ ۴

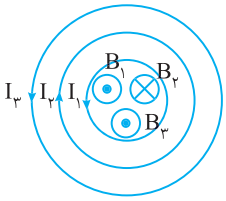
C ۲۲۰۶ ۳

جهت میدان حاصل از حلقه‌هایی که مطابق شکل دارای جریان‌های ساعتگرد و پادساعتگرد می‌باشد در مرکز آن‌ها با توجه به قاعدهٔ دست راست کشیده شده به‌صورت درونسو و برونسو خواهد بود:



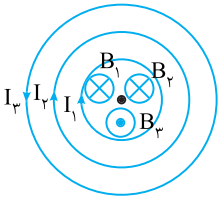
جریان هر سه حلقه برابر است بنابراین میدان در مرکز حلقه‌ای بیشینه است که شعاع کمتری دارد. اگر میدان مغناطیسی حلقه‌ها را B_1 ، B_2 و B_3 بنامیم در این صورت $B_1>B_2>B_3$ است.

حالت اول: با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقهٔ حامل جریان، میدان B_1 و B_3 برونسو و میدان B_2 درونسوست و میدان خالص خواهد شد:



B_t برونسو : $B_t=|B_1+B_3-B_2|$

حالت دوم: جریان حلقه کوچک‌تر ساعتگرد شده و جهت میدان آن درونسو خواهد شد. در این حالت:

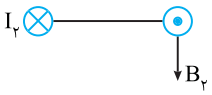


B'_t درونسو : $B'_t=|B_1+B_2-B_3|$

بنابراین جهت میدان وارون می‌شود. از طرفی چون $B_1+B_2>B_1+B_3$ است. در نتیجه میدان برایند در حالت دوم از حالت اول بیشتر می‌شود.

B ۲۲۰۷ ۳

جهت میدان مغناطیسی سیم راست در مرکز حلقه: انگشت شست دست راست خود را رو به صفحهٔ کاغذ (درونسو) در جهت جریان I_2

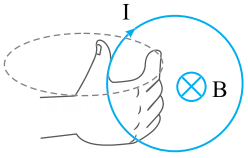


قرار دهید به گونه‌ای که چهار انگشت شما روی خط واصل مرکز حلقه با سیم I_2 قرار گیرد اکنون با خم کردن چهار انگشت خود به اندازهٔ 90° جهت میدان مغناطیسی سیم I_2 در مرکز حلقه رو به پایین صفحه (پایین‌سو) خواهد بود. بنابراین نیرویی که $B_2=30G\frac{B}{2}$ بر سیم حامل جریان $I_1=10A$ وارد می‌کند خواهد شد:

$$F_2=I_1l_1B_2=10\times1\times30\times10^{-4}\Rightarrow F=0/03N$$

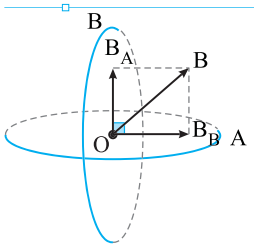
جهت میدان مغناطیسی حلقه:

با توجه به اینکه جریان حلقه ساعتگرد است، میدان مغناطیسی حلقه در مرکز آن درونسو خواهد بود. در این صورت جریان I_1 در امتداد میدان مغناطیسی حلقه بوده و توسط میدان مغناطیسی حلقه بر آن نیرویی وارد نمی‌شود و نیروی خالص همان $F_1=0/03N$ است.

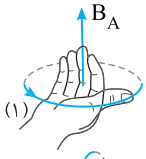


B ۲۲۰۸ ۲

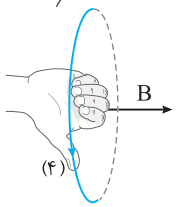
میدان B را روی قطرهای دو حلقه تجزیه می‌کنیم.



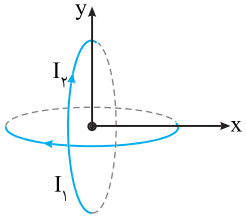
میدان حلقهٔ A در مرکز حلقه رو به بالا است و بنا بر قاعدهٔ دست راست جریان حلقه به صورت روبه‌رو و در سوی (۱) است.



میدان حلقه B در مرکز حلقه به سمت راست است و بنا به قاعدهٔ دست راست مطابق شکل جریان حلقه در سوی (۴) خواهد بود.



بازی با سؤال **دو حلقه هم‌مرکز مطابق شکل در صفحهٔ xoy قرار گرفته‌اند. اگر بزرگی میدان‌های حاصل از حلقه‌ها دارای جریان I_1 و I_2 در مرکز آن‌ها به‌ترتیب برابر 3π و 2π تسلا باشد، کدام گزینه بردار میدان مغناطیسی در مرکز دو حلقه را درست نشان می‌دهد؟**



۱) $(-2\pi\vec{i}-3\pi\vec{j})$ ۲) $(-2\pi\vec{i}+3\pi\vec{j})$

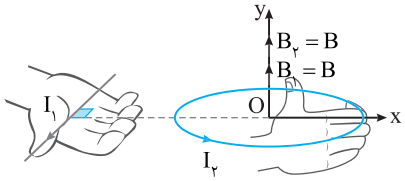
۳) $(-3\pi\vec{i}-2\pi\vec{j})$ ۴) $(-3\pi\vec{i}+2\pi\vec{j})$

گزینهٔ ۱

B ۲۲۰۹ ۱

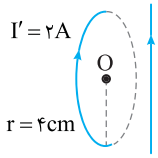
با توجه به قاعدهٔ دست راست:

میدان مغناطیسی ناشی از سیم راست حامل جریان در نقطهٔ O در جهت مثبت محور yها است.



میدان مغناطیسی ناشی از حلقهٔ حامل جریان در نقطهٔ O نیز در امتداد قائم و در جهت مثبت محور yها است، در این صورت هر دو میدان هم‌جهت و در امتداد محور yها بوده و میدان خالص با محور yها زاویهٔ صفر می‌سازد.

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو میدان حاصل از سیم راست در مرکز حلقه برابر ۰/۴G و میدان مغناطیسی حاصل از جریان حلقه در مرکز آن ۰/۳G است. میدان برایند حاصل از سیم راست و حلقه در نقطه O برابر چند گاوس است؟**

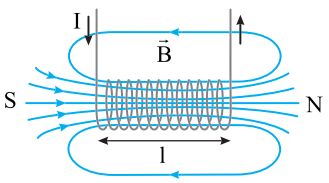


۱) ۰/۴۵ ۲) ۰/۷ ۳) ۰/۱ ۴) ۰/۵

گزینهٔ ۴

A ۲۲۱۰ ۱

شکل روبه‌رو آرایش خطوط میدان مغناطیسی حاصل از یک سیملوله حامل جریان در بیرون و درون سیملوله را نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد

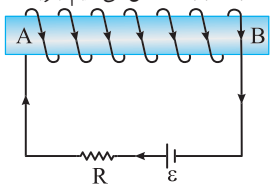


که در نقاط درون سیملوله مانند نقطهٔ M خطوط میدان به هم نزدیک بوده و میدان از نقاط بیرون سیملوله مانند نقطه P بزرگ‌تر است و گزاره (الف) درست است.

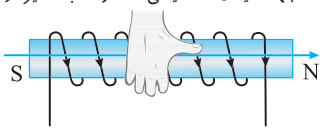
وقتی که قطر حلقه‌های سیملوله در مقایسه با طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن به هم خیلی نزدیک باشند، سیملوله را آرمانی گویند و همان‌گونه که در شکل معلوم است خطوط میدان درون سیملوله آرمانی به موازات و با فاصله یکسان از هم بوده و میدان درون سیملوله یکنواخت است بنابراین در نقاط M و N میدان برابر است و گزاره (ب) و (پ) درست است.

A ۲۲۱۱ ۲

نکته سوی جریان در مدار خارجی یک باتری از پایانهٔ مثبت به سوی پایانهٔ منفی است. جهت جریان در مدار را مشخص می‌کنیم جریان ساعتگرد است.

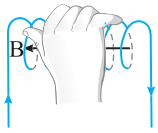


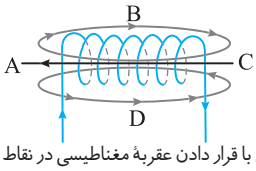
با توجه قاعدهٔ دست راست جهت میدان درون سیملوله را مشخص می‌کنیم، چهار انگشت دست راست را در سوی جریان سیملوله می‌چرخانیم، در این حالت انگشت باز شست دست راست جهت راست را نشان می‌دهد که جهت میدان مغناطیسی است و قطب N نیز در همین سمت است.



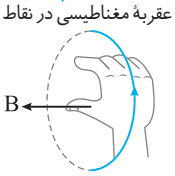
B ۲۲۱۲ ۴

با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی سیملولهٔ حامل جریان، چهار انگشت خود را در جهت جریان سیملوله قرار دهید. در این حالت انگشت باز شست شما به سمت چپ بوده یعنی میدان درون سیملوله از راست به چپ و در نقاط B و D خارج

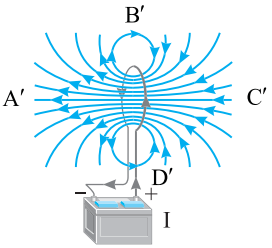




سیملوله مطابق شکل به سمت راست است بنابراین با قرار دادن عقربهٔ مغناطیسی در نقاط B و D این عقربه به سمت راست جهت‌گیری می‌کند.

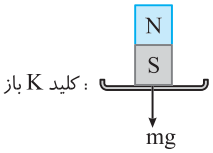


با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه، جهت میدان مغناطیسی درون حلقه به سمت چپ بوده و خطوط میدان این حلقه به صورت شکل روبه‌روست و در نقاط B′ و D′ جهت میدان مغناطیسی به سمت راست بوده و در این نقاط نیز عقربهٔ مغناطیسی به سمت راست جهت‌گیری می‌کند.

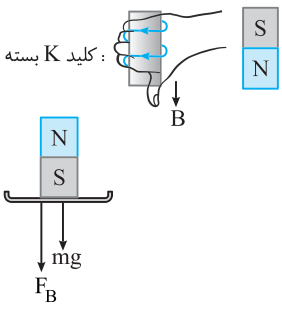


B ۲۲۱۳ ۳

۱ وقتی کلید باز است ترازو وزن آهنربای NS را نشان می‌دهد.

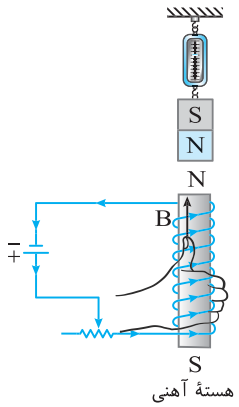


۲ با بستن کلید در اثر عبور جریان هسته آهنی آهنربا می‌شود و با توجه به قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی سیملوله مطابق شکل رو به پایین بوده و قطب‌های همنام سیملوله و آهنربای روی ترازو مقابل هم قرار گرفته و یکدیگر را می‌رانند، در نتیجه ترازو عدد بیشتری را نشان می‌دهد.



B ۲۲۱۴ ۱

خط فکری ابتدا باید جهت جریان در مدار را تعیین کنید و جهت میدان مغناطیسی سیملوله را مشخص کنید تا بتوانید تشخیص دهید که این سیملوله بر آهنربا نیروی دافعه وارد می‌کند یا نیروی جاذبه. سپس باید بررسی کنید که با حرکت لغزنده به سمت راست، جریان مدار چه تغییری می‌کند؟ و از آنجا به کمک تغییر جریان تشخیص دهید که میدان مغناطیسی سیملوله افزایش می‌یابد یا کاهش؟ تا سرانجام در مورد نیروی وارد بر آهنربا و عدد نیروسنج بتوانید اظهار نظر کنید.



هستهٔ آهنی

۱ با توجه به شکل، جهت جریان از پایانهٔ مثبت باتری به‌سوی پایانهٔ منفی باتری است.

۲ به کمک قاعدهٔ دست راست مطابق شکل مشخص می‌شود که میدان مغناطیسی سیملوله رو به بالا است.



۳ درون سیملوله میدان از S به N است پس قسمت بالای سیملوله قطب N بوده و آهنربا را دفع می‌کند بنابراین نیروسنج کمتر از نیروی وزن را نشان می‌دهد. $F+F_B=W\Rightarrow F=W-F_B$

۴ با حرکت لغزنده به سمت راست، مقاومت متغیر کاهش می‌یابد. $R\downarrow$

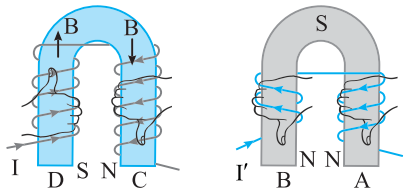
۵ با کاهش مقاومت، جریان مدار افزایش می‌یابد. $\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r}$

۶ با افزایش جریان، میدان مغناطیسی سیملوله افزایش یافته و نیروی دافعهٔ مغناطیسی که سیملوله به آهنربا وارد می‌کند، افزایش می‌یابد و نیروسنج عدد کوچک‌تری را نشان می‌دهد.

B ۲۲۱۵ ۴

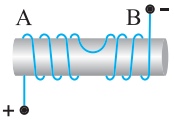
یادآوری طبق قاعدهٔ دست راست چهار انگشت دست راست خود را در سوی چرخش جریان سیملوله قرار می‌دهیم در این حالت انگشت باز شست دست راست جهت میدان مغناطیسی سیملوله و قطب N آن را نشان می‌دهد.

جهت جریان در سیملوله را مشخص کنید و به کمک قاعده دست راست برای میدان مغناطیسی سیملوله، جهت میدان را مشخص کنید. انگشت باز شست علاوه بر میدان مغناطیسی، قطب N سیملوله را نشان می‌دهد.



به شکل‌ها دقت کنید. A، B و C قطب N و D، قطب S است. نگران اینکه A و B هر دو قطب N شده‌اند نباشید قسمت بالای این آهن U شکل قطب S است.

بازی با سوال **از سیم‌پیچی که دارای هستهٔ آهنی است، مطابق شکل جریان I می‌گذرد. دو انتهای A و B به‌ترتیب از راست به چپ به کدام قطب تبدیل می‌شوند؟**



۱) S ،N
۲) N ،S
۳) N ،N
۴) S ،S

گزینهٔ ۴

B ۲۲۱۶ ۱

خط فکری برای آنکه تعداد گیره‌ها جذب شده توسط میخ افزایش یابد باید میدان مغناطیسی حاصل از جریان سیملوله افزایش یابد تا میخ به آهنربای قوی‌تری تبدیل شود البته هرچه تعداد دورهای سیم پیچیده شده به دور میخ افزایش یابد، سبب افزایش میدان مغناطیسی با همان جریان قبلی خواهد شد.

اگر لغزنده به سمت چپ برود، مقاومت کوچک‌تری در مدار قرار می‌گیرد $(R\downarrow)$ که سبب افزایش جریان مدار و قوی‌تر شدن میدان مغناطیسی سیملوله شده و میخ گیره‌های بیشتری را جذب می‌کند و گزاره (الف) درست است.

اگر نیروی محرکهٔ باتری افزایش یابد به شرط آنکه به مدار آسیب نزند، جریان مدار افزایش می‌یابد و سبب افزایش میدان مغناطیسی و جذب بیشتر گیره‌ها می‌شود و گزاره (ب) درست است.

هرچه تعداد حلقه‌هایی که به دور میخ پیچیده شده بیشتر باشد، میدان مغناطیسی سیملوله $(\uparrow B=\mu_\circ\frac{N\uparrow}{l}I)$ افزایش می‌یابد و تعداد گیره‌های جذب شده نیز افزایش می‌یابد و گزاره (پ) نیز درست است، بنابراین هر سه گزاره درست هستند.

A ۲۲۱۷ ۱

با توجه به میدان مغناطیسی سیملوله می‌توان نوشت: $B=\mu_\circ\frac{N}{l}I$

در این رابطه میدان مغناطیسی برحسب تسلا، طول سیملوله (l) برحسب متر جریان سیملوله (I) برحسب آمپر و N تعداد دورها بدون یکا است بنابراین:

$$\text{تسلا}=\mu_\circ\frac{\text{آمپر}}{\text{متر}}\Rightarrow\mu_\circ=\frac{\text{تسلا}\times\text{متر}}{\text{آمپر}}$$

A ۲۲۱۸ ۳

میدان مغناطیسی سیملوله از رابطهٔ $B=\frac{\mu_\circ NI}{l}$ به‌دست می‌آید:

$$B=\frac{\mu_\circ NI}{l}\xrightarrow[l=\circ/۲m,I=\circ/۸A]{\mu_\circ=۱۲\times۱\circ^{-۷},N=۵\circ\circ}B=\frac{۱۲\times۱\circ^{-۷}\times۵\circ\circ\times\circ/۸}{\circ/۲}=۲۴\times۱\circ^{-۴}T$$

هر تسلا برابر $۱\circ^{۴}$ گاوس است پس: $B=۲۴G$

A ۲۲۱۹ ۳

با توجه به رابطهٔ میدان مغناطیسی درون سیملوله می‌توان نوشت:

$$B=\mu_\circ\frac{N}{l}I\Rightarrow۱۵۷\times۱\circ^{-۴}=۴\times۳/۱۴\times۱\circ^{-۷}\times\frac{N}{\circ/۱}\times۲/۵\Rightarrow N=۵\circ\circ$$

بازی با سوال **می‌خواهیم سیملوله‌ای بدون هستهٔ آهنی بسازیم که وقتی جریان ۲A از آن می‌گذرد، میدان مغناطیسی $\circ/\circ۱۲T$ داخل آن برقرار شود. در هر سانتی‌متر از سیملوله چند دور سیم لازم است؟** $(\mu_\circ=۱۲\times۱\circ^{-۷}T.m/A)$

ریاضی - ۸۷

۱) ۲۰ ۲) ۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۵۰۰

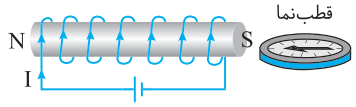
گزینهٔ ۲

A ۲۲۲۰ ۲

ابتدا بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله را می‌یابیم:

$$B=\frac{\mu_\circ NI}{l}\Rightarrow B=\frac{۱۲\times۱\circ^{-۷}\times۲\circ\circ\times\circ/۶}{\circ/۱۵}=۹۶\times۱\circ^{-۱۵}T=۹/۶\times۱\circ^{-۴}T$$

طبق قاعدهٔ دست راست جهت میدان سیملوله را به دست می‌آوریم جهت قرارگیری عقربه‌های قطب‌نما به صورت زیر خواهد بود:



A ۲۲۲۱ ۴

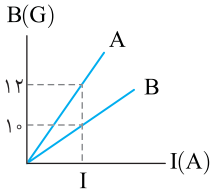
میدان درون سیملوله از رابطهٔ $B=\frac{\mu_\circ NI}{l}$ به‌دست می‌آید، در این صورت:

$$\left.\begin{aligned}B_B&=\mu_\circ\frac{N_B}{l_B}I_B\\B_A&=\mu_\circ\frac{N_A}{l_A}I_A\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{B_B}{B_A}=\frac{N_B}{N_A}\times\frac{I_B}{I_A}\times\frac{l_A}{l_B}$$

$$\xrightarrow[l_A=\frac{l_B}{۲},N_A=۴N_B]{B_A=B_B}۱=\frac{۱}{۴}\times\frac{I_B}{I_A}\times\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{۱}{۸}$$

A ۲۲۲۲ ۴

بـه نمودار نگاه کنید در جریان یکسـان I میدان مغناطیسـی سـیملوله A برابر ۱۲G و میدان مغناطیسی سیملوله B برابر ۱۰G است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} B_A=\mu_\circ \frac{N_A}{l_A} I_A \\ B_B=\mu_\circ \frac{N_B}{l_B} I_B \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{B_A}{B_B}=\frac{\frac{N_A}{l_A}}{\frac{N_B}{l_B}} \Rightarrow \frac{۱۲}{۱۰}=\frac{\frac{N_A}{l_A}}{\frac{N_B}{l_B}}$$

یادآوری در رابطهٔ میدان مغناطیسـی سیملوله مفهوم نسبت تعداد دورهای سیملوله بر طول سیملوله تعداد دورهای سیملوله در واحد طول است $n=\frac{N}{l}$، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{n_A}{n_B}=\frac{۶}{۵}$$

B ۲۲۲۳ ۴

جریـان عبوری از سـیملوله ۸ آمپـر افزایش یافته $(I_۲=I_۱+۸)$ در ایـن صورت میدان مغناطیسـی درون سـیملوله ۲۵٪ افزایـش می‌یابد $(B_۲=B_۱+\frac{۲۵}{۱۰۰}B_۱=۱/۲۵B_۱)$ بنابراین می‌توان نوشت:

$$B_۲=۱/۲۵B_۱ \xrightarrow{B=\mu_\circ \frac{N}{l} I_۱} \mu_\circ \frac{N}{l} I_۲=۱/۲۵\mu_\circ \frac{N}{l} I_۱ \Rightarrow I_۲=۱/۲۵I_۱$$

اکنون به کمک دو معادله دو مجهول مسئله قابل حل است.

$$\begin{cases} I_۲=I_۱+۸ \\ I_۲=۱/۲۵I_۱ \end{cases} \Rightarrow ۱/۲۵I_۱=I_۱+۸ \Rightarrow ۰/۲۵I_۱=۸ \Rightarrow I_۱=۳۲A$$

میانبر میـدان مغناطیسـی سـیملوله با جریـان رابطـهٔ مسـتقیم دارد بنابراین $\frac{\Delta B}{B_۱}=\frac{\Delta I}{I_۱}$ است.

A ۲۲۲۴ ۴

با نصف کردن سـیملوله، هم تعداد دور و هم طول سـیملوله نصف خواهد شـد. پس با توجه به رابطه $B=\mu_\circ \frac{NI}{l}$ صورت و مخرج کسر هر دو نصف می‌شود و بزرگی میدان مغناطیسـی روی محور اصلی سـیملوله‌های جدید با بزرگی میدان مغناطیسی روی محور اصلی سیملوله اولیه، یکسان خواهد بود.

$$\begin{cases} l_۲=\frac{۱}{۲}l_۱ \\ N_۲=\frac{۱}{۲}N_۱ \end{cases} \Rightarrow \frac{N_۲}{l_۲}=\frac{N_۱}{l_۱} \xrightarrow[I_۲=I_۱]{B=\mu_\circ \frac{N}{l} I} B_۲=B_۱$$

بازی با سؤال **از دو سیملولهٔ کاملاً مشابه جریان یکسان I می‌گذرد، اگر میدان درون هر سیملوله برابر B باشد، چنانچه دو سیملوله را به هم متصل کرده تا یک سـیملوله طویل‌تر بسازیم و از آن جریان I بگذرد، میدان مغناطیسی درون این سیملوله چند برابر B می‌شود؟**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

گزینهٔ ۱

B ۲۲۲۵ ۲

خط فکری ۱ با تقسـیم کردن سـیملوله مقدار $\frac{N}{l}$ تغییر نمی‌کند. زیرا $\frac{N}{l}$ تعداد حلقه‌ها در واحد طول است و همان اندازه که از طول سیملوله کم می‌شود همانقدر از تعداد حلقه‌ها نیز کاسته شده است. $\frac{N_۲}{l_۲}=\frac{N_۱}{l_۱}$

۲ سیملوله به ۶ قسمت تقسیم شده پس طول هر قسمت جدید $\frac{۱}{۶}$ حالت قبل است $(l'=\frac{l}{۶})$ و با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{l}{A}$، مقاومت هر قسمت جدید $\frac{۱}{۶}$ مقاومت سیملوله اولیه است.

$$R_۲=\frac{R_۱}{۶} \xrightarrow[I=\frac{V}{R}]{V_۲=V_۱} \frac{I_۲}{I_۱}=\frac{\frac{V_۲}{R_۲}}{\frac{V_۱}{R_۱}}=\frac{R_۱}{R_۲} \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱}=۶ \Rightarrow I_۲=۶I_۱$$

$$\frac{B_۲}{B_۱}=\frac{\mu_\circ \frac{N_۲}{l_۲} I_۲}{\mu_\circ \frac{N_۱}{l_۱} I_۱} \xrightarrow[\frac{N_۲}{l_۲}=\frac{N_۱}{l_۱}]{B_۱=B} \frac{B_۲}{B}=\frac{I_۲}{I_۱} \Rightarrow \frac{B_۲}{B}=۶ \Rightarrow B_۲=۶B$$

B ۲۲۲۶ ۲

خط فکری با داشتن شعاع حلقه‌های سیملوله، محیط هر حلقه را به‌دست می‌آوریم و با تقسـیم طول سـیم بر محیط هر حلقه تعداد حلقه‌های سـیملوله را حسـاب می‌کنیم سپس با رابطهٔ میدان مغناطیسی سیملوله مسئله را حل می‌کنیم.

۱ تعداد حلقه‌های سیملوله برابر است با: $N=\frac{L}{۲\pi R} \xrightarrow{L=۱۰۰m} N=\frac{۱۰۰}{۲\pi R}$

۲ رابطه میدان مغناطیسی را می‌نویسیم و داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم.

$$B=\mu_\circ \frac{N}{l} I \xrightarrow[l=۰/۲m, I=۱۰A]{B=۲۵G=۲۵\times۱۰^{-۴}T} ۲۵\times۱۰^{-۴}=۴\pi\times۱۰^{-۷}\frac{\frac{۱۰۰}{۲\pi R}}{۰/۲}\times۱۰$$

$$\Rightarrow ۲۵\times۱۰^{-۴}=۴\pi\times۱۰^{-۷}\frac{۱۰۰}{۲\pi R\times۰/۲}\times۱۰ \Rightarrow R=\frac{۱۰^{-۳}}{۲۵\times۱۰^{-۴}}=\frac{۱۰}{۲۵}=۰/۴m$$

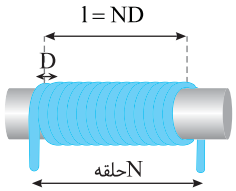
$$\Rightarrow R=۴۰cm$$

B ۲۲۲۷ ۱

خط فکری چهار انگشت دست خود را کنار هم قرار داده و آن را شـبیه یک سـیملوله خم کنید. اگر قطر متوسـط هر انگشت شما ۱/۲ سانتی‌متر باشد. برای یافتن طول سیملولهٔ شبیه دست شما باید عدد ۴ را در قطر هر انگشـت ضرب کرد. $(l=۴\times۱/۲)$ حال اگر شما به‌جای ۴ انگشت N انگشت داشته باشید ...



بنابراین طول سیملوله برابر تعداد حلقه‌های به‌هم چسبیده ضرب در قطر سیم خواهد شد $(l=ND)$



با توجه به خط‌فکری بیان شده، میدان مغناطیسی درون سیملوله خواهد شد:

$$B=\mu_\circ \frac{N}{l} I \xrightarrow{l=ND} B=\mu_\circ \frac{N}{ND} I \Rightarrow B=\mu_\circ \frac{۱}{D} I$$

$$\xrightarrow[\mu_\circ=۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A}]{I=۲A, D=۵\times۱۰^{-۳}m} B=۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۱}{۵\times۱۰^{-۳}}\times۲ \Rightarrow B=۴/۸\times۱۰^{-۴}T=۴/۸G$$

B ۲۲۲۸ ۱

خط فکری وقتـی کـه حلقه‌ها در یک ردیـف و کنار هم قرار دارند. طول سـیملوله برابر حاصل‌ضرب تعداد حلقه‌ها در قطر سیم است. $(l=ND)$

بنابراین میدان مغناطیسی سیملوله خواهد شد:

$$B=\mu_\circ \frac{N}{l} I \Rightarrow B=\mu_\circ \frac{N}{ND} I \Rightarrow B=\mu_\circ \frac{۱}{D} I$$

در حالت اول و حالت دوم، قطر سیمی که سیملوله را از آن ساخته‌ایم برابر ۱mm است. از طرفـی جریـان عبوری از دو سـیملوله برابر اسـت از ایـن‌رو میدان مغناطیسـی درون سیملوله در دو حالت یکسان خواهد بود.

A ۲۲۲۹ ۱

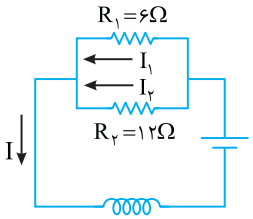
خط فکری در این سؤالات باید با استفاده از مدار جریان عبوری از سیملوله را به‌دست بیاوریم. ابتدا جریان مقاومت R_1 را به‌دست می‌آوریم، توان مصرفی مقاومت برابر $P=RI^2$ است، بنابراین:

$$P_1=I_1^2R_1\Rightarrow 24=I_1^2\times 6\Rightarrow I_1=2A$$

مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند و در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{R_1}{R_2}\Rightarrow\frac{I_2}{2}=\frac{6}{12}\Rightarrow I_2=1A$$

بنابراین جریان مدار که از سیملوله نیز عبور می‌کند برابر است با:



$$I=I_1+I_2\Rightarrow I=2+1=3A$$

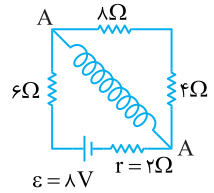
تعداد دور در هر متر $\frac{N}{l}=n=1000$ است، اکنون می‌توان میدان مغناطیسی درون سیملوله را به‌دست آورد:

$$B=\mu_0 nI\Rightarrow B=4\pi\times10^{-7}\times1000\times3\Rightarrow B=1/2\pi\times10^{-3}T$$

B ۲۲۳۰ ۴

یادآوری هرگاه دو نقطه از مدار با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شوند. پتانسیل الکتریکی آن دو نقطه برابر شده و آن دو نقطه در حکم یک نقطه از مدار هستند (اتصال کوتاه).

۱ به شکل مدار دقت کنید دو مقاومت 4Ω و 8Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و در مدار یک مقاومت 6Ω باقی می‌ماند.



۲ جریان مدار که همان جریان عبوری از سیملوله است را حساب می‌کنیم.

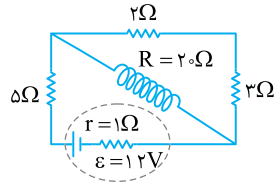
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{8}{6+2}\Rightarrow I=1A$$

۳ میدان مغناطیسی سیملوله را به‌دست می‌آوریم.

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I\xrightarrow[\mu_0=12\times10^{-7}\frac{Tm}{A}]{l=5\times10^{-2}m,\ N=20}B=12\times10^{-7}\frac{20}{5\times10^{-2}}\times1$$

$$\Rightarrow B=48\times10^{-5}T\Rightarrow B=4/8G$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو مقاومت اهمی سیملوله 20Ω است. اگر طول سیملوله $4cm$، تعداد حلقه‌های آن ۴۰ دور و قطر دهانهٔ آن ۵ میلی‌متر باشد، میدان مغناطیسی درون سیملوله چند گاوس است؟ $(\mu_0=12\times10^{-7}T.m/A)$



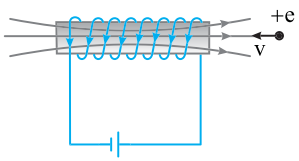
۱) ۱/۴۴ ۲) ۱۴/۴ ۳) ۲/۸۸ ۴) ۲۸/۸

گزینهٔ ۳

B ۲۲۳۱ ۴

یادآوری هرگاه ذرهٔ بارداری در امتداد خطوط میدان مغناطیسی حرکت کند. $(\theta=0^\circ$ یا $\pi)$ از طرف میدان بر ذره نیرویی وارد نمی‌شود. $(F=0)$

میدان مغناطیسی درون سیملوله آرمانی که قطر حلقه‌های آن نسبت به طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن خیلی به‌هم نزدیک است، یکنواخت است و خطوط میدان آن مطابق شکل موازی محور سیملوله است.

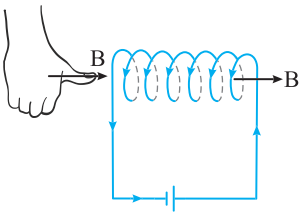


با توجه به شکل پروتون در امتداد خطوط میدان مغناطیسی سیملوله در حرکت است بنابراین از طرف میدان مغناطیسی بر آن نیرو وارد نمی‌شود و از مسیر خود منحرف نمی‌شود.

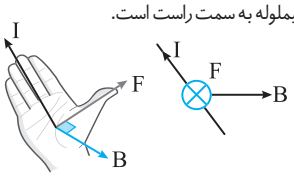
B ۲۲۳۲ ۴

۱ جریان سیملوله از پایانه مثبت به سوی پایانه منفی است.

۲ با توجه به قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی سیملوله را مشخص می‌کنیم برای این منظور چهار انگشت دست راست خود را در سوی چرخش جریان سیملوله قرار دهید در این حالت انگشت باز شست دست راست شما به سمت راست خواهد بود و میدان مغناطیسی سیملوله به سمت راست است.



۳ به کمک قاعدهٔ دست راست جهت نیروی وارد بر سیم راست حامل جریان I را به‌دست می‌آوریم.



چهار انگشت باز دست راست خود را در امتداد سیم و سوی جریان I قرار دهید به‌گونه‌ای که خم کردن چهار انگشت در جهت میدان B قرار گیرد قطعاً انگشت باز شست دست شما به سوی درون کاغذ (درونسو) است یعنی F درونسو است.

B ۲۲۳۳ ۳

خط فکری مسئله به زبان بی‌زبانی به ما می‌گوید که مرا حل کن. همهٔ مشخصات سیملوله به شما داده شده است. بنابراین میدان مغناطیسی سیملوله را حساب می‌کنیم. سرعت الکترون و بار آن و نیروی وارد بر آن توسط میدان مغناطیسی سیملوله داده شده است بنابراین با رابطه نیروی وارد بر بار، زاویهٔ α را به‌دست می‌آوریم.

۱ میدان مغناطیسی درون سیملوله برابر است با:

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I\xrightarrow[l=16\times10^{-2}m]{N=800,\ I=4A}B=12\times10^{-7}\times\frac{800}{16\times10^{-2}}\times4$$

$$\Rightarrow B=24\times10^{-3}T$$

۲ رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک را می‌نویسیم و داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم و α را به‌دست می‌آوریم.

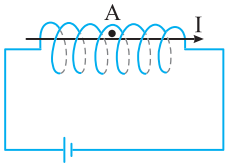
$$F=|q|vB\sin\theta\xrightarrow[|q|=1/6\times10^{-19}C]{F=1/92\times10^{-16}N,\ v=10^5m/s}$$

$$1/92\times10^{-16}=1/6\times10^{-19}\times10^5\times24\times10^{-3}\sin\alpha$$

$$1/2=2/4\sin\alpha\Rightarrow\sin\alpha=\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha=30^\circ$$

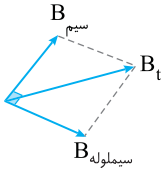
B ۲۲۳۴ ۲

خط فکری سیم راست موازی محور سیملوله رسم شده است. میدان مغناطیسی سیملوله در امتداد محور سیملوله است و میدان مغناطیسی سیم راست حامل جریان I در نقطهٔ A به خط واصل بین A و سیم راست عمود است.



یعنی میدان مغناطیسی سیم راست در نقطهٔ A بر میدان مغناطیسی سیملوله عمود است. بنابراین شما باید میدان مغناطیسی سیملوله را حساب کنید سپس به کمک رابطهٔ فیثاغورس، میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A را به‌دست بیاورید.

یادآوری نسبت $\frac{N}{l}$ برابر تعداد حلقه‌های سیملوله در واحد طول است.



۱ میدان مغناطیسی سیملوله در تمام نقاط درون آن برابر است با:

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I\xrightarrow[I=40A]{\frac{N}{l}=\frac{5}{0/01}=500}B=12\times10^{-7}\times500\times40$$

$$\Rightarrow B=24\times10^{-3}T=24mT$$

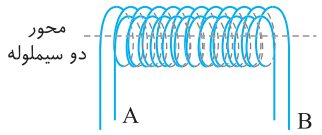
۲ میدان مغناطیسی برایند در نقطهٔ A خواهد شد:

$$B_t=\sqrt{B_{سیم}^2+B_{سیملوله}^2}=\sqrt{10^2+24^2}=\sqrt{2^2(5^2+12^2)}$$

$$=2\times13=26mT\Rightarrow B_t=26mT$$

B ۲۲۳۵ ۲

برای آنکه میدان‌های حاصل از دو سیملوله صفر شود، باید میدان مغناطیسی سیملوله‌های A و B خلاف جهت هم و باهم برابر باشند بنابراین می‌توان نوشت:

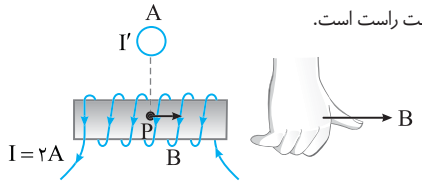


$$B_A = B_B \Rightarrow \frac{\mu_\circ N_A I_A}{l_A} = \frac{\mu_\circ N_B I_B}{l_B}$$

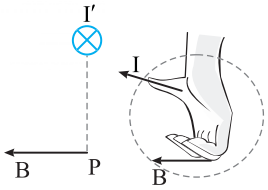
$$\Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{۲}{I_A} \Rightarrow I_A = ۳A$$

B ۲۲۳۶ ۳

۱ جهت میدان مغناطیسی سیملوله در نقطهٔ P با توجه به قاعدهٔ دست راست مطابق شکل به سمت راست است.



۲ برای آنکه میدان مغناطیسی در نقطهٔ P صفر شود باید میدان مغناطیسی سیم راست حامل جریان I' در نقطهٔ P به سمت چپ باشد. با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی سیم راست باید جریان سیم A درونسو باشد. بنابراین گزینه (۲) و (۴) نادرست است.



۳ اندازهٔ میدان سیم راست باید هم‌اندازهٔ میدان مغناطیسی سیملوله باشد بنابراین:

$$B_{\text{سیم}} = B_{\text{سیملوله}} = \mu_\circ \frac{N}{l} I \xrightarrow[\mu_\circ = ۴\pi\times۱۰^{-۷}\,T.m/A]{I=۲A,\ \frac{N}{l}=\frac{۱۰۰}{۱۰^{-۲}}=۱۰^{۴}\ \text{متر/دور}}$$

$$B = ۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۱۰^{۴}\times۲ \Rightarrow B = ۸\pi\times۱۰^{-۳}\,T$$

A ۲۲۳۷ ۱

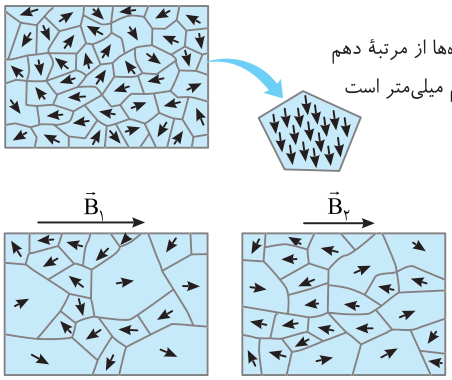
مواد مغناطیسی به سه دستهٔ فرومغناطیسی، پارامغناطیسی و دیامغناطیسی تقسیم می‌شوند. آهن، نیکل و کبالت و بسیاری از آلیاژهای دارای این عناصر مواد فرومغناطیس هستند. این مواد به دو دستهٔ نرم و سخت تقسیم می‌شوند که فرومغناطیس نرم در حضور میدان مغناطیس آهنربا شده اما این خاصیت در آن موقت است و با حذف میدان این خاصیت از بین می‌رود و از آن‌ها در ساخت آهنربای الکتریکی استفاده می‌شود. فرومغناطیس سخت در حضور میدان آهنربا می‌شود و خاصیت آهنربایی تا مدت زیادی در آن می‌ماند و از آن برای ساخت آهنربای دائمی استفاده می‌شود بنابراین به‌جای B باید کلمهٔ نرم و به‌جای C باید آهنربای دائمی قرار گیرد. اورانیم، پلاتین، آلومینیم، سدیم و اکسیژن از جمله مواد پارامغناطیس هستند بنابراین در جدول به‌جای حرف A باید کلمه پارامغناطیس قرار گیرد. و گزینه (۱) درست است.

A ۲۲۳۸ ۳

در مواد پارامغناطیسی، دوقطبی‌های وابسته به آن‌ها به‌طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و در حضور میدان مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.

A ۲۲۳۹ ۳

خط فکری مواد فرومغناطیس هرگاه در یک میدان مغناطیسی قرار گیرند، دوقطبی‌های مغناطیسی هر حوزه تحت تأثیر میدان قرار می‌گیرند و جهت آن‌ها به‌جهت میدان خارجی متمایل می‌شود و حوزه‌هایی که نسبت به میدان همسو هستند، رشد می‌کنند و حجم‌شان زیاد می‌شود و ماده خاصیت آهنربایی پیدا می‌کند و هرچه میدان مغناطیسی قوی‌تر باشد حجم حوزه‌های همسو با میدان بزرگ‌تر است.



حوزه‌های مغناطیسی در حالتی که در میدان $B_۱$ قرار گرفته‌اند، مساحت بزرگ‌تری دارند. پس در این شرایط تحت تأثیر میدان خارجی قوی‌تر قرار گرفته و $B_۱ > B_۲$ می‌باشد.

۱ ۲۲۴۰

به دلیل وجود حوزه‌های مغناطیسی، ماده فرومغناطیسی است. حوزه‌های مغناطیسی در جهت‌های مختلف هستند بنابراین، این ماده تحت تأثیر میدان خارجی قوی قرار ندارد.

A ۲۲۴۱ ۱

خط فکری اتم‌های مواد دیامغناطیس، نظیر مس، نقره و بیسموت به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند. یعنی هیچ یک از اتم‌های این مواد، دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند. اگر این مواد در میدان مغناطیسی خارجی قرار گیرند، میدان سبب ایجاد دوقطبی‌های مغناطیسی القایی در خلاف جهت میدان خارجی می‌شود. جهت‌گیری، القای دوقطبی‌های مغناطیسی در مادهٔ دیامغناطیسی خلاف جهت میدان خارجی است و چون میدان به سمت جنوب است پس القا به سمت شمال می‌باشد.

B ۲۲۴۲ ۱

خط فکری در میدان مغناطیسی قوی، دوقطبی‌ها مانند عقربهٔ مغناطیسی عمل می‌کنند و به‌طور مختصری در جهت میدان خارجی منظم می‌شوند.

با توجه به خط فکری، حداکثر این دو ذره در جهت میدان مغناطیسی یعنی به سمت بالا قرار می‌گیرند:



ذرهٔ (۱) : $\alpha = ۵^\circ$ ذرهٔ (۲) : $\beta = ۱۰^\circ$

A ۲۲۴۳ ۲

یادآوری مواد فرومغناطیسی مانند آهن، نیکل و کبالت و بسیاری از آلیاژهای آن‌ها دارای حوزه‌های مغناطیسی هستند.

با توجه به آنچه در یادآوری بیان شده، سه ماده از مواد بیان شده فرومغناطیس و دارای حوزه‌های مغناطیسی هستند.

A ۲۲۴۴ ۲

هرگاه مواد فرومغناطیسی و پارامغناطیسی که دارای دوقطبی‌های مغناطیسی و ذاتی هستند در میدان مغناطیس قرار گیرند، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها تحت تأثیر میدان قرار گرفته و در جهت میدان مغناطیسی جهت‌گیری می‌کنند. بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

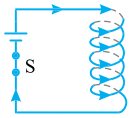
دو قطبی‌های مغناطیسی مواد پارامغناطیس در حضور میدان مغناطیسی به مقدار مختصری در راستای خط‌های میدان مغناطیسی منظم می‌شوند و این مواد به‌طور موقت دارای خاصیت مغناطیسی می‌شوند. مواد فرومغناطیس سخت در حضور میدان مغناطیسی به سختی آهنربا می‌شوند و حجم حوزه‌ها در آن‌ها به سختی تغییر می‌کند اما سمت‌گیری دوقطبی‌های مغناطیسی پس از حذف میدان خارجی تا مدت زمان زیادی، تقریباً بدون تغییر می‌ماند و گزینه (۲) درست است.

ماده فرومغناطیسی سخت در میدان خارجی راحت‌تر از ماده پارامغناطیسی خاصیت مغناطیسی به‌دست می‌آورد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

A ۲۲۴۵ ۳

مواد پارامغناطیسی دارای حوزه‌های مغناطیسی نیستند بنابراین دو فلز A و B نمی‌توانند، پارامغناطیس باشند و قطعاً دو فلز A و B، جزء مواد فرومغناطیس هستند که دارای حوزه‌های مغناطیسی می‌باشند. در حضور میدان مغناطیسی حجم حوزه‌های فلز A به‌سختی تغییر می‌کند بنابراین این فلز فرومغناطیس سخت و فلز B که حجم حوزه‌های مغناطیسی آن به سهولت تغییر می‌کند فرومغناطیس نرم است.

A ۲۲۴۶ ۲

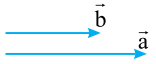


با بستن کلید، درون سیملوله در اثر عبور جریان میدان مغناطیسی به وجود می‌آید و میله‌ها دارای خاصیت مغناطیسی می‌شوند، قطب‌های همنام میله‌ها در مجاورت هم بوده و یکدیگر را می‌رانند و به همین علت میله‌ها از هم دور می‌شوند. با باز کردن کلید، میله‌ها خاصیت خود را از دست داده‌اند، زیرا به محل اولیهٔ خود بازگشته‌اند. از این رو میله‌ها باید فرومغناطیسی نرم باشند که با وصل کلید (برقراری جریان) خاصیت مغناطیسی شدید نشان داده و یکدیگر را دفع کرده و پس از قطع جریان بلافاصله خاصیت خود را از دست داده باشند.

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۲۲۴۷ ۲

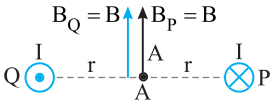
خط فکری هرگاه زاویهٔ بین دو بردار صفر باشد و دو بردار هم‌جهت باشند اندازه برایند دو بردار بیشینه و برابر مجموع اندازهٔ دو بردار است. $|\vec{a}+\vec{b}|=a+b$



و هرچه زاویه بین دو بردار بیشتر شود، برایند دو بردار کوچک‌تر می‌شود.

در حل مسئله باید جهت میدان مغناطیسی سیم P و Q را در محل نقطهٔ A مشخص کنید سپس با حرکت سیم Q از M تا N بررسی کنید که زاویهٔ بین دو بردار میدان در حال افزایش یا کاهش است تا بتوانید در مورد بیشینه و کمینه بودن اندازهٔ میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A اظهار نظر کنید.

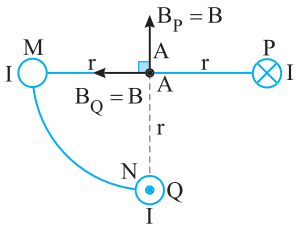
با استفاده از قاعدهٔ دست راست جهت میدان‌ها را مشخص می‌کنیم انگشت باز شست دست راست خود را در سوی جریان درونسوی P قرار دهید و چهار انگشت باز دست خود را روی خط واصل AP قرار دهید.



اکنون چهار انگشت خود را ۹۰° خم کنید در این حالت چهار انگشت شما به سمت بالای صفحه است یعنی میدان مغناطیسی سیم P در نقطهٔ A بالاسو است با استفاده از همین روش، میدان مغناطیسی سیم Q در نقطهٔ A نیز بالاسو خواهد بود و بیشینه مقدار میدان مغناطیس خالص در نقطهٔ A خواهد شد:

$$B_{max}=B+B=2B$$

حال اگر سیم Q در نقطهٔ N قرار گیرد با استفاده از قاعدهٔ دست راست جهت میدان سیم Q در نقطهٔ A به سمت چپ است و زاویهٔ بین بردار B_P و B_Q، ۹۰° است یعنی زاویه بین دو بردار میدان با حرکت سیم Q از نقطهٔ M تا N از صفر تا ۹۰° افزایش یافته



بنابراین بردار برایند این دو میدان کاهش یافته است و کمینه مقدار آن از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید.

$$B_{min}=\sqrt{B^2+B^2}=\sqrt{2}B$$

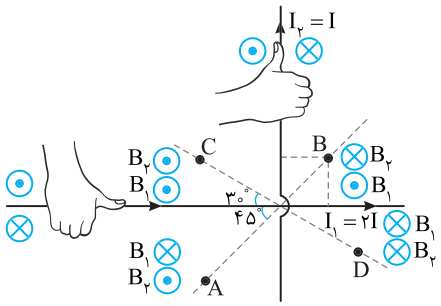
در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{B_{max}}{B_{min}}=\frac{2B}{\sqrt{2}B}=\sqrt{2}$$

B ۲۲۴۸ ۴

خط فکری برای آنکه میدان مغناطیسی خالص ناشی از دو سیم حامل جریان در یک نقطه صفر شود باید در آن نقطه میدان مغناطیسی دو سیم هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشد. از طرفی اگر جریان‌های دو سیم مساوی نباشند نقطهٔ مورد نظر باید به سیم حامل جریان کمتر نزدیک‌تر باشد.

ابتدا به کمک قاعدهٔ دست راست جهت میدان در چهار ناحیه اطراف دو سیم را به‌دست می‌آوریم با توجه به شکل در ناحیه دوم و چهارم میدان مغناطیسی دو سیم هم‌جهت بوده و میدان مغناطیسی خالص در نقاط C و D نمی‌تواند صفر شود.



در ناحیهٔ اول و سوم میدان مغناطیسی دو سیم در خلاف جهت هم است و در این دو ناحیه ممکن است میدان خالص صفر شود. جریان دو سیم هم‌اندازه نیست و جریان I_1 بزرگ‌تر است پس نقطهٔ مورد نظر باید به سیم I_2 نزدیک‌تر باشد.

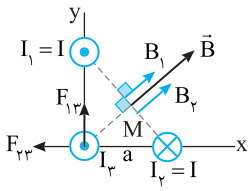
اما نقطه‌های A و B هردو روی نیمساز ناحیهٔ اول و سوم قرار دارند و فاصلهٔ آن‌ها از هر دو سیم برابر است از این رو میدان مغناطیسی سیم I_1 در نقطهٔ A و B از میدان مغناطیسی سیم I_2 بزرگ‌تر بوده و میدان خالص صفر نمی‌شود و گزینهٔ (۴) درست است.

B ۲۲۴۹ ۳

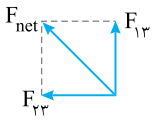
یادآوری بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه بر کوتاه‌ترین خط واصل بین آن نقطه و سیم حامل جریان عمود است.

خط فکری جریان دو سیم برابر و فاصلهٔ آن‌ها از نقطهٔ M یکسان است در نتیجه میدان مغناطیسی دو سیم I_1 و I_2 در نقطهٔ M هم‌اندازه است و این میدان‌ها نمی‌توانند در خلاف جهت هم باشند زیرا میدان خالص صفر می‌شود بنابراین میدان این دو سیم هم‌جهت و در جهت بردار $\vec{B}$ است.

با توجه به مطلب بیان شده، شما باید به کمک قاعدهٔ دست راست با داشتن جهت میدان‌ها، سوی جریان I_1 و I_2 را تعیین کنید و با دانستن اینکه سیم‌ها با جریان همسو یکدیگر را جذب و سیم‌ها با جریان‌های ناهمسو یکدیگر را دفع می‌کنند سوی نیروی وارد بر سیم I_3 را تعیین کنید.



با توجه به جهت میدان‌های B_1 و B_2 و به کمک قاعده دست راست مشخص می‌شود که جریان I_1 باید برونسو و جریان I_2 باید درونسو باشد.



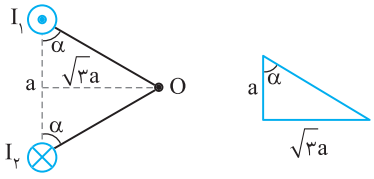
جریان سیم I_1 با جریان سیم I_3 همسوست و I_1 سیم I_3 را جذب می‌کند. جریان سیم I_2 و I_3 ناهمسو بوده و سیم I_2 سیم I_3 را دفع می‌کند. مطابق شکل جهت نیروی برایند وارد بر سیم خواهد شد:

B ۲۲۵۰ ۲

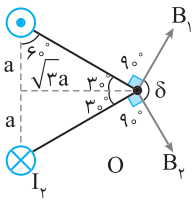
یادآوری شست دست راست را در جهت I قرار می‌دهیم به‌گونه‌ای که ۴ انگشت در راستای خط واصل بین سیم و نقطه‌ای که میدان آن خواسته شده قرار گیرد. حال اگر ۴ انگشت را ۹۰° خم کنیم، جهت ۴ انگشت در این حالت جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.

۱ خط واصل بین سیم‌ها و نقطهٔ O را می‌کشیم. تانژانت زاویه α برابر نسبت ضلع روبه‌رو به ضلع مجاور است:

$$\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}a}{a}=\sqrt{3}\Rightarrow\alpha=60^\circ$$

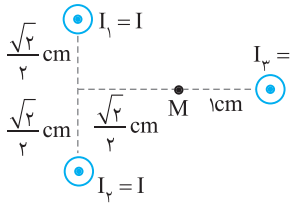


۲ حال با توجه به قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم I_1 و I_2 در نقطهٔ O را به‌دست می‌آوریم، دقت کنید که این میدان‌ها بر خط واصل عمودند:



$$۳۰^\circ+۳۰^\circ+۹۰+\hat{\gamma}+۹۰=۳۶۰^\circ \Rightarrow \hat{\gamma}=۱۲۰^\circ$$

بازی با سؤال **مطابق شکل زیر، از سه سیم مستقیم و بلند که بر صفحهٔ کاغذ عمودند، جریان I می‌گذرد. میدان خالص در نقطهٔ M چند برابر میدان حاصل از سیم I_3 در نقطهٔ M است؟**



تجربی - ۹۵

۱) $\sqrt{۲}$

۲) $(\sqrt{۲}-۲)$

۳) $(\sqrt{۲}-۱)$

۴) $(\sqrt{۲}+۱)$

گزینهٔ ۳

B ۲۲۵۱ ۱

به بازی قاعده دست راست و جهت‌های میدان خوش آمدید.

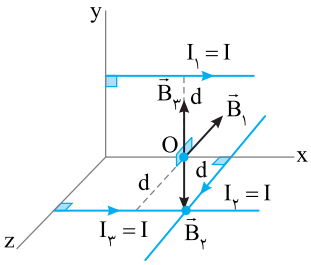
۱ میدان ناشی از جریان I_1 در نقطهٔ O در خلاف جهت محور z است.

۲ میدان ناشی از جریان I_2 در نقطهٔ O در خلاف جهت محور y است.

۳ میدان ناشی از جریان I_3 در نقطهٔ O در جهت محور y است.

۴ میدان‌های $\vec{B}_2$ و $\vec{B}_3$ یکدیگر را خنثی می‌کنند.

۵ تنها میدان مغناطیسی $\vec{B}_1$ باقی می‌ماند که اندازهٔ آن B است.

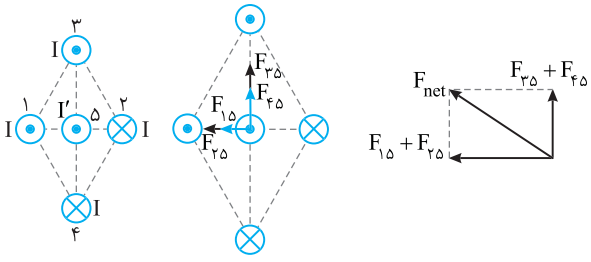


C ۲۲۵۲ ۳

ابتدا جهت نیرویی که هر سیم به سیم حامل جریان I' وارد می‌کند را مشخص می‌کنیم:

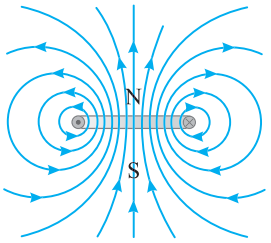
دقت کنید که فاصلهٔ دو سیم (۱) و (۲) تا سیم (۵) یکسان و جریان گذرنده از آن‌ها مساوی است پس میدان حاصل از این دو سیم بر سیم (۵) باهم مساوی است در نتیجه اندازه نیرویی که بر سیم (۵) وارد می‌کنند، باهم برابر است. البته سیم I_1 و I'_5 دارای جریان‌های همسو بوده و نیروی بین آن‌ها (F_{15}) جاذبه است و سیم I_2 و I'_5 دارای جریان‌های ناهمسو بوده و نیروی بین آن‌ها (F_{25}) دافعه بوده و این نیروها مطابق شکل هم‌جهت هستند. به همین صورت میدان و نیروی حاصل از سیم‌های (۳) و (۴) بر سیم (۵) نیز با هم برابر بوده و جهت نیروهای F_{35} و F_{45} رو به بالاست.

فاصلهٔ سیم (۱) تا سیم (۵) کمتر از فاصلهٔ سیم (۳) تا سیم (۵) بوده پس میدان و نیروی حاصل از سیم‌های (۱) و (۲) از میدان و نیروی حاصل از سیم‌های (۳) و (۴) قوی‌تر است. با توجه به جهت نیروها به این نتیجه می‌رسیم که $F_{35}+F_{45}<F_{25}+F_{15}$ است و بردار نیروی برایند، به محور افقی متمایل است. اگر نیروها با هم مساوی بودند نیروی برایند روی نیمساز و زاویهٔ ۴۵° می‌افتد اما حال نیرو برایند به محور افقی متمایل خواهد بود در نتیجه زاویه بین بردار برایند و محور افقی کمتر از ۴۵° است و گزینهٔ (۳) می‌تواند درست باشد.

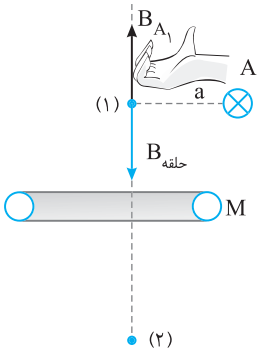


C ۲۲۵۳ ۴

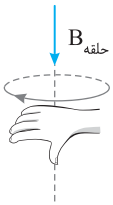
خط فکری برای رسم یک حلقه روی صفحه در دو بعد، شکل حلقه به‌صورت زیر کشیده می‌شود که با توجه به جهت جریان در دو انتهای حلقه می‌توان خطوط میدان را رسم کرد:



۱ جهت میدان مغناطیسی سیم راست در نقطه (۱) را به کمک قاعده دست راست مشخص می‌کنیم. انگشت باز شست خود را به‌طرف درون صفحهٔ کاغذ قرار می‌دهیم، چهار انگشت باز دست راست را روی خط واصل سیم A و نقطه (۱) می‌گذاریم و چهار انگشت را ۹۰° می‌چرخانیم در این حالت جهت میدان مغناطیسی سیم به سمت بالا خواهد بود.

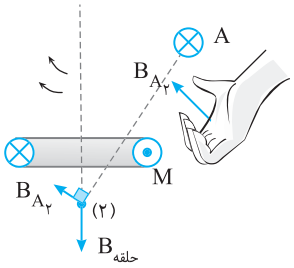


۲ میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ (۱) صفر است در نتیجه میدان مغناطیسی حلقه در نقطه (۱) باید هم‌اندازهٔ میدان مغناطیسی B_{A_1} و در خلاف جهت آن باشد یعنی میدان مغناطیسی حلقه در نقطهٔ (۱) به سمت پایین است.

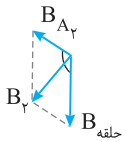


۳ میدان مغناطیسی حلقه روی محور آن به سمت پایین است و با توجه به قاعدهٔ دست راست سوی جریان در نقطهٔ M برونسو است.

۴ میدان مغناطیسی حلقه در نقطه (۲) هم‌اندازه و هم‌جهت میدان مغناطیسی حلقه در نقطه (۱) است. نقطه (۲) در فاصلهٔ دورتری از سیم A قرار دارد و میدان مغناطیسی آن از میدان حلقه در نقطهٔ (۲) کوچک‌تر است.

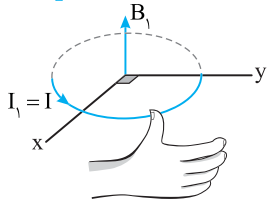


۵ جهت میدان در نقطه (۲) به‌صورت زیر است.

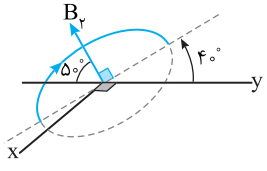


C ۲۲۵۴ ۴

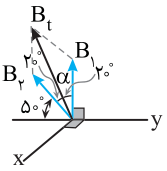
۱ ابتدا جهت میدان مغناطیسی حلقه I_1 را به کمک قاعده دست راست مشخص می‌کنیم.



۲ میدان مغناطیسی حلقهٔ (I_2) را به کمک قاعده دست راست معین می‌کنیم. این بردار بر سطح حلقه عمود است، حلقه با محور yها زاویهٔ ۴۰° می‌سازد پس B_2 با محور yها زاویهٔ ۵۰° می‌سازد.



۳ دو بردار B_1 و B_2 را مطابق شکل مجدداً رسم کرده‌ایم تا بتوانیم زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی خالص با صفحه xoy را حساب کنیم.



زاویهٔ بین دو بردار با توجه به شکل خواهد شد:

$\alpha = ۹۰ - ۵۰ = ۴۰^\circ$

۴ جریان دو حلقه یکسان است بنابراین میدان مغناطیسی دو حلقه هم‌اندازه است و هرگاه دو بردار هم‌اندازه باشند، برایند آن‌ها در امتداد نیمساز دو بردار است. بنابراین B_t با B_2 زاویهٔ ۲۰° و با صفحه xoy زاویه $۷۰^\circ = ۲۰ + ۵۰$ می‌سازد.

B ۲۲۵۵ ۳

۱ مقاومت هر متر سیم $R_\circ$ است بنابراین مقاومت هر حلقه که محیط آن D است خواهد شد:

۱m	$R_\circ$
D	$R_{\text{حلقه}}$

$\Rightarrow R_{\text{حلقه}} = DR_\circ$

۲ مقاومت سیملوله که دارای N حلقه است را حساب می‌کنیم.

۱ حلقه	$DR_\circ$
N حلقه	$R_{\text{کل}}$

$\Rightarrow R_{\text{کل}} = NDR_\circ$

۳ جریان سیملوله را به‌دست می‌آوریم.

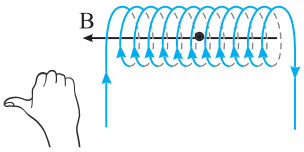
$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{V}{NDR_\circ}$

۴ میدان مغناطیسی سیملوله خواهد شد:

$B = \mu_\circ \frac{N}{l} I \Rightarrow B = \mu_\circ \frac{N}{l} \times \frac{V}{NDR_\circ} \Rightarrow B = \frac{\mu_\circ V}{lDR_\circ}$

C ۲۲۵۶ ۳

۱ ابتدا جریان عبوری از سیملوله در حالت اول را به‌دست می‌آوریم:



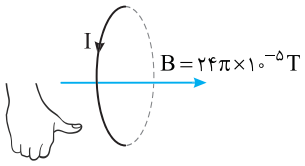
$I = \frac{\varepsilon}{R + R_L + r} = \frac{۱۸}{۳ + ۲ + ۱} = ۳A$

۲ میدان درون سیملوله را با توجه به داده‌های سؤال به‌دست می‌آوریم:

$\begin{cases} N = ۲۰ \\ l = ۱۰cm = ۱۰^{-۱}m \\ \mu_\circ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷} T.m/A \\ I = ۳A \end{cases}$

$\Rightarrow B = \frac{\mu_\circ NI}{l} = \frac{۴\pi \times ۱۰^{-۷} \times ۲۰ \times ۳}{۱۰^{-۱}} = ۲۴\pi \times ۱۰^{-۵} T$

۳ برای اینکه میدان در نقطه M صفر شود، باید اندازه میدان حاصل از حلقه نیز $۲۴\pi \times ۱۰^{-۵} T$ و در جهت مخالف با جهت میدان سیملوله باشد.



۴ با تغییر مقاومت R به ۶Ω جریان عبوری از سیملوله را به‌دست می‌آوریم:

$I = \frac{\varepsilon}{R + R_L + r} = \frac{۱۸}{۶ + ۲ + ۱} = ۲A$

۵ میدان مغناطیسی جدید روی محور سیملوله در همان جهت است و اندازه آن برابر است با:

$B_{\text{سیملوله}} = \frac{۴\pi \times ۱۰^{-۷} \times ۲۰ \times ۲}{۱۰^{-۱}} = ۱۶\pi \times ۱۰^{-۵} T$

$B_{\text{سیملوله}} \longleftrightarrow B_{\text{حلقه}}$

۶ تغییری در اندازه میدان و جهت میدان حلقه به وجود نیامده بنابراین میدان مغناطیسی خالص خواهد شد:

$B = B_{\text{حلقه}} - B_{\text{سیملوله}} = ۲۴\pi \times ۱۰^{-۵} - ۱۶\pi \times ۱۰^{-۵} = ۸\pi \times ۱۰^{-۵} T$

چون میدان حاصل از حلقه بزرگ‌تر است، پس جهت میدان برایند در جهت میدان حلقه به سمت راست است.

پنجره ۳

B ۲۲۵۷ ۴

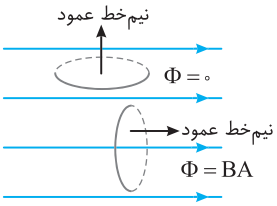
با توجه به تعریف شار مغناطیسی یک میدان مغناطیسی یکنواخت می‌توان نوشت:

$\Phi = BA\cos\theta \xrightarrow[\cos\theta = ۱]{A = (۳۰cm)^۲ = ۹\times۱۰^{-۲}m^۲,\ B = ۴\times۱۰^{-۲}T}$

$\Phi = ۴\times۱۰^{-۲}\times۹\times۱۰^{-۲} \Rightarrow \Phi = ۳/۶\times۱۰^{-۳} Wb$

A ۲۲۵۸ ۴

خط فکری شار مغناطیسی عبوری از حلقه با استفاده از رابطهٔ $\Phi = BA\cos\theta$ به‌دست می‌آید که (A) مساحت سطح حلقه، (B) میدان مغناطیسی محیط و (θ) زاویه‌ای است که نیم‌خط عمود بر حلقه با خطوط میدان می‌سازد:



$\Phi_{min} = BA\cos\theta \xrightarrow[\text{نیم‌خط عمود، بر خطوط میدان عمود بوده صفحهٔ قاب موازی خطوط میدان است}]{\theta = ۹۰^\circ, \cos۹۰^\circ = ۰} \Phi_{min} = ۰$

$\Phi_{max} = BA\cos\theta \xrightarrow[\text{نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان موازی باشد صفحهٔ قاب عمود بر خطوط میدان باشد}]{\theta = ۰^\circ, \cos۰^\circ = ۱} \Phi_{max} = BA$

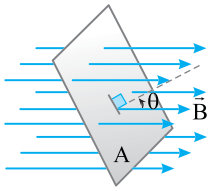
با توجه به سؤال شار بیشینه یعنی $\Phi_{max} = BA$ برابر ۴×۱۰^{-۳} وبر شده است:

$\Phi_{max} = BA \Rightarrow ۴\times۱۰^{-۳} = ۲\times۱۰^{-۱}\times A \Rightarrow A = ۲\times۱۰^{-۲} m^۲$

$\xrightarrow{۱m^۲ = ۱۰^۴ cm^۲} A = ۲۰۰cm^۲$

A ۲۲۵۹ ۴

خط فکری در رابطهٔ شار مغناطیسی $\Phi = BA\cos\theta$، (θ) زاویه‌ای است که نیم‌خط عمود بر سطح یک قاب با خطوط میدان می‌سازد و همواره این زاویه، متمم زاویه‌ای است که صفحه با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد.



نیم‌خط عمود بر سطح، یا میدان یکنواخت $\vec{B}$ زاویه θ می‌سازد.

زاویه‌ای که صفحه با خطوط میدان مغناطیسی ساخته ۶۰° بوده پس نیم‌خط عمود بر صفحه با خطوط میدان زاویهٔ ۳۰° می‌سازد.

$\Phi = BA\cos\theta \Rightarrow \Phi = ۴\times۱۰^{-۳}\times۲۰۰\times۱۰^{-۴}\times\cos۳۰^\circ$

$\Rightarrow \Phi = ۸\times۱۰^{-۵}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۴\sqrt{۳}\times۱۰^{-۵} Wb$

بازی با سؤال **حلقه‌ای به مساحت A در یک میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار دارد. اگر زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی $\vec{B}$ با سطح حلقه ۶۰° باشد، شار میدان مغناطیسی یکنواخت که از سطح حلقه می‌گذرد برابر است با:**

کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}BA$ ۲) $۲BA$ ۳) $\frac{۱}{۲}BA$ ۴) $\sqrt{۳}BA$

گزینهٔ ۱

A ۲۲۶۰ ۲

تعریف شار مغناطیسی $\Phi = BA\cos\theta$ بوده که شار مغناطیسی بیشینه برابر $\Phi_{max} = BA$ است بنابراین:

$\begin{cases} \Phi = BA\cos\theta \\ \Phi = BA \end{cases} \xrightarrow{\div} \frac{\Phi}{\Phi_{max}} = \cos\theta$

$\xrightarrow{\Phi = ۰/۸\Phi_{max}} \cos\theta = ۰/۸ \Rightarrow \theta = ۳۷^\circ$

θ زاویه‌ای است که نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد و زاویه‌ای که سطح حلقه با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد (α) متمم θ است:

$$\theta+\alpha=۹۰^\circ \Rightarrow \alpha=۹۰^\circ-۳۷^\circ=۵۳^\circ$$

میانبر با توجه به رابطهٔ شار مغناطیسی خواهیم داشت:

$$\Phi=BA\cos\theta \xrightarrow{BA=\Phi_{max}} \cos\theta=\frac{\Phi}{\Phi_{max}}$$

بازی با سؤال **قاب مستطیل شکلی با طول و عرض ۸cm و ۲/۵cm درون میدان مغناطیسی به بزرگی ۵۰۰G قرار گرفته و صفحه با خطوط میدان زاویهٔ ۳۷° می‌سازد. شار مغناطیسی عبوری از صفحه چند میلی‌وبر است؟** $(\sin ۳۷^\circ=\cos ۵۳^\circ=۰/۶)$

۱) ۶×۱۰^{-۱} ۲) ۶×۱۰^{-۲} ۳) ۳×۱۰^{-۱} ۴) ۳×۱۰^{-۲}

گزینهٔ ۲

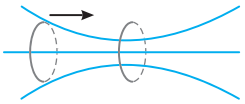
۱ ۲۲۶۱ B

$$\frac{kg.m^۲}{A.s^۲}=\frac{kg.\frac{m}{s^۲}.m^۲}{A.m}=\frac{[m][a][A]}{[I][L]}=\frac{[F][A]}{[I][L]}=[BA]=[\Phi]=Wb$$

۳ ۲۲۶۲ A

شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه برابر $\Phi=BA\cos\theta$ است:

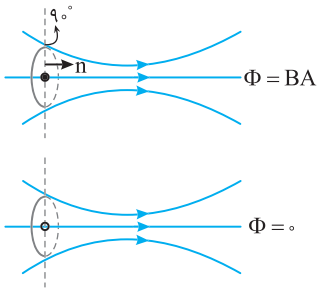
الف) با توجه به خطوط میدان مغناطیسی تراکم خطوط در مکان N بیشتر بوده و در این مکان میدان مغناطیسی بزرگ‌تر از مکان M است. بنابراین اگر حلقه از مکان M تا مکان N جابه‌جا شود، میدان مغناطیسی افزایش یافته و شار عبوری از حلقه افزایش می‌یابد.



$$\Phi=BA\cos\theta \xrightarrow{B\uparrow} \Phi\uparrow$$

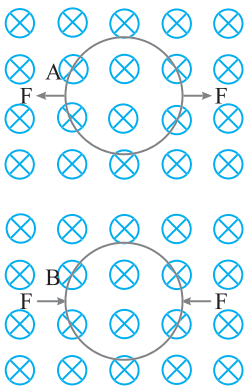
و گزاره (الف) نادرست است.

ب) با چرخیدن پیچه حول خط AA' زاویه‌ای که صفحه با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد تغییر می‌کند بنابراین شار مغناطیسی عبوری از حلقه تغییر خواهد کرد. در حالت اول سطح پیچه عمود بر خطوط میدان است، شار عبوری از قاب در مکان M بیشینه و برابر BA است. با چرخاندن قاب زاویهٔ θ رابطهٔ شار تغییر کرده و شار مغناطیسی کاهش می‌یابد مثلاً اگر ۹۰° حول این خط بچرخیم سطح پیچه موازی خطوط میدان مغناطیسی شده و شار صفر می‌شود.



پ) با کشیده شدن یا فشرده شدن پیچه مساحت سطح پیچه کاهش می‌یابد بنابراین شار عبوری از پیچه کاهش می‌یابد.

بازی با سؤال **دو پیچه دایره‌ای را در میدان‌های درونسو قرار می‌دهیم. اگر پیچه A را از دو طرف بکشیم و پیچه B را از دو طرف بفشاریم، شار عبوری از پیچه در هر کدام از شکل‌های A و B به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟** از کتاب درسی



۱) افزایش می‌یابد - کاهش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد - افزایش می‌یابد.
۳) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد.
۴) کاهش می‌یابد - کاهش می‌یابد.

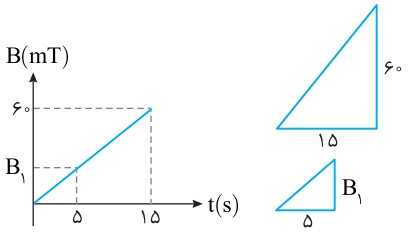
گزینهٔ ۴

۴ ۲۲۶۳ B

خط فکری در حل سؤال کافی است اندازهٔ میدان مغناطیسی در لحظه‌های خواسته شده را از روی نمودار مشخص کنید و شار مغناطیسی در این لحظه‌ها را با استفاده از رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$ حساب کرده و اختلاف شار مغناطیسی گذرنده از قاب را در این دو لحظه به‌دست آورید.

با توجه به صورت مسئله مساحت قاب و زاویهٔ بین قاب و خطوط میدان ثابت و تنها میدان مغناطیسی تغییر می‌کند.

۱ میدان مغناطیسی در لحظهٔ $t=۵s$ را به کمک ریاضی به‌دست می‌آوریم:



$$\xrightarrow{\text{دو مثلث متشابه‌اند}} \frac{۶۰}{۱۵}=\frac{B_۱}{۵} \Rightarrow B_۱=۲۰mT=۲\times۱۰^{-۲}T$$

یادآوری هر گاه قابی عمود بر خطوط میدان مغناطیسی باشد، شار عبوری از قاب بیشینه و برابر BA است.

شار عبوری از قاب در لحظه $t=۵s$ خواهد شد:

$$\Phi_۱=B_۱A\cos\theta \xrightarrow[A=۴۰cm^۲\Rightarrow A=۴\times۱۰^{-۲}m^۲]{\theta=۰\Rightarrow\cos\theta=۱\text{ قاب بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است:}}$$

$$\Phi_۱=۲\times۱۰^{-۲}\times۴\times۱۰^{-۲}=۸\times۱۰^{-۴}Wb \xrightarrow{۱|Wb|=۱۰^۳mWb} \Phi_۱=۰/۸mWb$$

۲ از لحظهٔ $t=۱۵s$ تا $t=۳۰s$ میدان مغناطیسی ثابت و برابر $۶۰mT$ است، بنابراین میدان مغناطیسی در لحظهٔ $t=۲۵s$ برابر $۶۰mT$ است. شار عبوری از حلقه در این لحظه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi_۲=B_۲A\cos\theta \xrightarrow{B_۲=۶۰mT=۶\times۱۰^{-۲}T}$$

$$\Phi_۲=۶\times۱۰^{-۲}\times۴\times۱۰^{-۲} \Rightarrow \Phi_۲=۲۴\times۱۰^{-۴}Wb=۲/۴mWb$$

۳ اختلاف شار مغناطیسی گذرنده از قاب در این دو لحظه خواهد شد:

$$\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱ \Rightarrow \Delta\Phi=۲/۴-۰/۸=۱/۶mWb$$

۲ ۲۲۶۴ B

خط فکری آهنگ یک کمیت برابر تغییر آن کمیت نسبت به زمان است و با توجه به این تعریف، آهنگ تغییر شار مغناطیسی برابر $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است، بنابراین ابتدا باید شار مغناطیسی را در $t_۱$ و $t_۲$ به کمک معادلهٔ میدان مغناطیسی به‌دست آوریم:

۱ به کمک معادلهٔ میدان مغناطیسی، میدان را در لحظه‌های $t_۱=۵s$ و $t_۲=۷s$ به‌دست می‌آوریم:

$$B=at+b \Rightarrow \begin{cases} B_۱=at_۱+b \xrightarrow{t_۱=۵s} B_۱=۵a+b \\ B_۲=at_۲+b \xrightarrow{t_۲=۷s} B_۲=۷a+b \end{cases}$$

۲ حلقه بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است بنابراین شار عبوری از حلقه بیشینه و برابر $\Phi_{max}=BA$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Phi_۱=B_۱A \xrightarrow{A=\pi r^۲=۳\times۴\times۱۰^{-۲}} \Phi_۱=۱۲\times۱۰^{-۲}B_۱$$

$$\Phi_۲=B_۲A \xrightarrow{A=\pi r^۲=۳\times۴\times۱۰^{-۲}} \Phi_۲=۱۲\times۱۰^{-۲}B_۲$$

۳ برای به‌دست آوردن آهنگ تغییر شار باید اختلاف شار در دو لحظه $(\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱)$ را به‌دست بیاوریم.

$$\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱ \xrightarrow[\Phi_۱=۱۲\times۱۰^{-۲}B_۱]{\Phi_۲=۱۲\times۱۰^{-۲}B_۲} \Delta\Phi=۱۲\times۱۰^{-۲}(B_۲-B_۱)$$

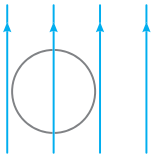
$$\xrightarrow[B_۱=۵a+b]{B_۲=۷a+b} \Delta\Phi=۱۲\times۱۰^{-۲}(۷a+b-۵a-b)=۲۴a\times۱۰^{-۲}$$

$$۰/۲۴=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow ۰/۲۴=\frac{۲۴a\times۱۰^{-۲}}{۷-۵} \Rightarrow ۰/۲۴=۰/۱۲a \Rightarrow a=۲$$

دقت کردید در محاسبات b از رابطه حذف می‌شود و b هر مقداری داشته باشد در این مسئله بی‌تأثیر است.

A ۲۲۶۵ ۱

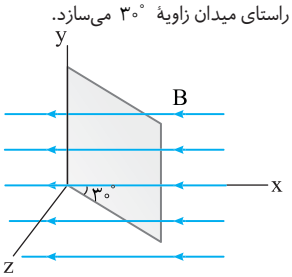
با توجه به شکل روبه‌رو، در این حالت قاب موازی خطوط قرار گرفته و در واقع زاویهٔ بین سطح و خطوط میدان صفر درجه است. بنابراین زاویه‌ای که نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با خطوط میدان می‌سازد $\theta=90^\circ$ بوده و با توجه به رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$، $\cos\theta$ برابر $\cos 90^\circ=0$ شده و شار عبوری از حلقه صفر می‌شود.



میانبر هر گاه سطح قاب موازی خطوط میدان باشد، شار عبوری از آن صفر است.

B ۲۲۶۶ ۱

به شکل زیر خوب نگاه کنید، میدان مغناطیسی در راستای محور xها است و صفحه با محور xها یعنی همان راستای میدان زاویهٔ 30° می‌سازد.



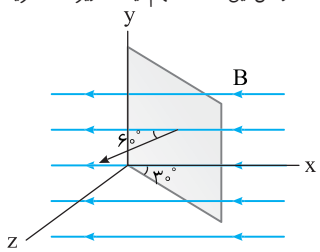
یادآوری در رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$، (θ) زاویه‌ای است که نیم‌خط عمود بر سطح یک قاب با خطوط میدان می‌سازد، و همواره این زاویه متمم زاویه‌ای است که سطح قاب با خطوط میدان می‌سازد، بنابراین در این سؤال θ برابر است با: $\theta=90-30=60^\circ$

حال شار عبوری از صفحه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi=BA\cos\theta\Rightarrow\Phi=4\times(200\times10^{-4})\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow\Phi=4\times10^{-2}\,Wb=0/04\,Wb$$

دقت کنید که شما می‌توانید جهت نیم‌خط عمود بر سطح را در هر دو طرف سطح به دلخواه انتخاب کنید در این صورت اندازهٔ شار گذرنده از قاب تغییر نمی‌کند و تنها علامت آن تغییر خواهد کرد که در حل این مسئله مهم نیست زیرا همهٔ گزینه‌ها مثبت هستند.

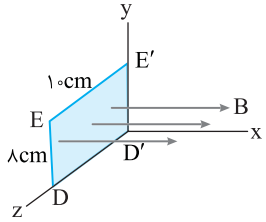


B ۲۲۶۷ ۱

۱ میدان مغناطیسی در جهت محور x قرار دارد بنابراین مطابق شکل وجه $EDD'E'$ عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار دارد و در رابطهٔ شار $\Phi=BA\cos\theta$، $|\cos\theta|$ برابر ۱ است از این‌رو خواهیم داشت:

$$\Phi_{EDD'E'}=BA_{EDD'E'}$$

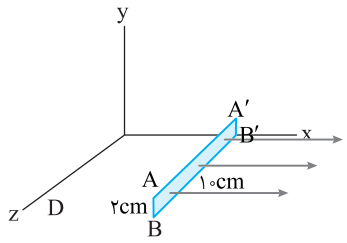
$$\xrightarrow{A_{EDD'E'}=10\times8=80\,cm^2}\Phi_{EDD'E'}=80\times10^{-4}B$$



۲ وجه $ABB'A'$ نیز عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گرفته و در رابطهٔ شار گذرنده از این وجه نیز $|\cos\theta|$ برابر یک است و می‌توان نوشت:

$$\Phi_{ABB'A'}=BA_{ABB'A}\xrightarrow{A_{ABB'A}=20\,cm^2}$$

$$\Phi_{ABB'A'}=20\times10^{-4}B$$



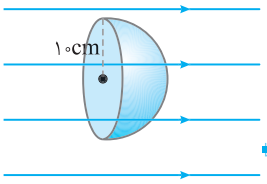
۳ نسبت شار خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\Phi_{ABB'A'}}{\Phi_{EDD'E}}=\frac{20\times10^{-4}B}{80\times10^{-4}B}=\frac{1}{4}$$

میانبر میدان مغناطیسی و زاویهٔ θ ثابت است، بنابراین نسبت شار گذرنده از دو سطح برابر نسبت مساحت‌های آن‌هاست

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1}=\frac{A_2}{A_1}$$

بازی با سؤال در شکل مقابل یک پوسته به شکل نیم‌کره‌ای به شعاع ۱۰cm در آمده و درون میدان مغناطیسی ۴۰۰G قرار گرفته است. شار مغناطیسی عبوری از نیم‌کره چند میکروبر است؟

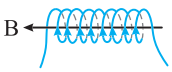


۱) ۱۲۵۶ ۲) ۱۲۵/۶ ۳) ۳۱۴ ۴) ۳۱/۴

گزینهٔ ۱

A ۲۲۶۸ ۲

یادآوری میدان مغناطیسی درون سیملولهٔ حامل جریان برابر $B=\frac{\mu.N}{l}I$ است که این میدان بر سطح حلقه‌های سیملوله عمود است.



۱ میدان مغناطیسی درون سیملوله را حساب می‌کنیم

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I\Rightarrow B=4\pi\times10^{-7}\times\frac{100}{0/2}\times0/05=4\times\pi\times10^{-5}\times\frac{5}{2}=\pi\times10^{-4}\,T$$

۲ شار گذرنده از سیملوله برابر است با: $\Phi=BA\cos\theta$

خطوط میدان درون سیملوله در امتداد محور سیملوله و عمود بر سطح حلقه‌های آن است $(\theta=0,\cos\theta=1)$ در این صورت:

$$\Phi=BA\Rightarrow\Phi=\pi\times10^{-4}\times\pi\times(2\times10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow\Phi=4\pi^2\times10^{-8}\xrightarrow{\pi^2=10}\Phi=4\times10^{-7}\,Wb$$

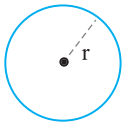
بازی با سؤال از یک سیملوله به طول ۴۰cm که شامل ۲۰۰ حلقه می‌باشد و قطر هر حلقه ۱۰cm است، جریان ۴A می‌گذرد. شار گذرنده از سیملوله چند وبر است؟ $(\pi=3,\mu_0=12\times10^{-7}\,T.m/A)$ خارج ریاضی - ۹۲

۱) $1/8\times10^{-4}$ ۲) $7/2\times10^{-4}$ ۳) $1/8\times10^{-5}$ ۴) $7/2\times10^{-5}$

گزینهٔ ۳

B ۲۲۶۹ ۲

یادآوری اگر با سیمی به طول l پیچه‌هایی به شعاع r ساخته شود، تعداد حلقه‌های پیچه برابر خواهد شد با:



طول سیم به کار رفته در هر حلقه $=2\pi r$

$$l_{کل}=N(2\pi r)\Rightarrow N=\frac{l_{کل}}{2\pi r}$$

۱ با توجه به طول سیم و تعداد دور آن، شعاع پیچه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$N=\frac{l}{2\pi r}\Rightarrow200=\frac{60}{2\times3\times r}\Rightarrow r=\frac{10}{200}\,m\Rightarrow r=0/05m=5cm$$

۲ سطح پیچه با خطوط میدان زاویهٔ 30° می‌سازد بنابراین نیم‌خط عمود با سطح پیچه با خطوط میدان زاویهٔ 60° می‌سازد و در رابطهٔ شار $\Phi=BA\cos\theta$، θ برابر 60° است.

۳ شار مغناطیسی را حساب می‌کنیم:

$$\Phi=BA\cos\theta\xrightarrow{A=\pi r^2}$$

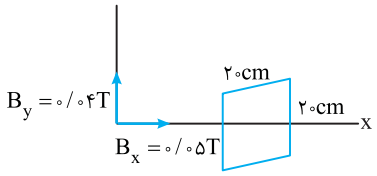
$$\Phi=0/4\times\pi(5\times10^{-2})^2\times\cos60^\circ\xrightarrow[\cos60^\circ=\frac{1}{2}]{\pi=3}\Phi=15\times10^{-4}\,Wb=1/5mWb$$

B ۴ ۲۲۷۰

با توجه به شکل، تنها مؤلفهٔ x میدان مغناطیسی سبب عبور شار از قاب می‌شود بنابراین:

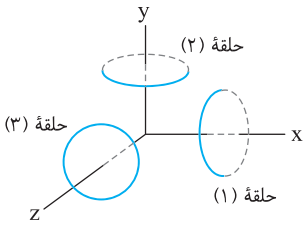
$\Phi = B_x A \Rightarrow \Phi = ۰/۰۵ \times (۰/۲)^۲$

$\Phi = ۰/۰۴ \times ۰/۰۵ = ۰/۰۰۲ \text{Wb}$



B ۴ ۲۲۷۱

خط فکری به شکل روبه‌رو نگاه کنید حلقه (۱) عمود بر محور x، حلقه (۲) عمود بر محور y، حلقه (۳) عمود بر محور z‌ها است: بنابراین منظور مسئله از حلقهٔ موازی محور x‌ها و عمود بر محور y‌ها حلقهٔ شماره (۲) است.



۱ مؤلفه‌های $\vec{i}$ و $\vec{j}$ میدان ۰/۳ و ۰/۴ تسلا بوده و برهم عمودند بنابراین:

$B_T = \sqrt{B_x^۲ + B_y^۲} = \sqrt{۰/۰۹ + ۰/۱۶} = \sqrt{۰/۲۵} = ۰/۵T$

۲ همان‌طور که در شکل می‌بینید حلقه (۲) موازی محور x است پس میدان مغناطیسی که در جهت x است با صفحه زاویهٔ صفر درجه و با نیم خط عمود بر سطح زاویهٔ ۹۰° می‌سازد، بنابراین میدان مغناطیسی $\vec{B}_x = ۰/۳\vec{i}$ با توجه به رابطهٔ $\Phi = B_x A \cos ۹۰^\circ$ شاری از حلقه عبور نمی‌دهد.

۳ حلقه بر محور y عمود است بنابراین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه راستای میدان مغناطیسی $\vec{B}_y = ۰/۴\vec{j}$ منطبق است و شار عبوری از حلقه توسط B_y برابر است با:

$\Phi = B_y A \cos ۰^\circ \Rightarrow \Phi = ۰/۴ \times ۲۰۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۱ = ۸ \times ۱۰^{-۳} \text{Wb}$

بازی با سؤال **بردار میدان مغناطیسی یکنواختی در SI به صورت $\vec{B} = ۴\vec{i} + ۴\sqrt{۳}\vec{j}$ است. اگر حلقه‌ای به مساحت سطح ۲۰cm² را عمود بر محور y در میدان قرار دهیم، شار مغناطیسی عبوری از حلقه چند وبر است؟**

۱) ۸×۱۰^{-۱} ۲) $۸\sqrt{۳} \times ۱۰^{-۳}$ ۳) ۸×۱۰^{-۳} ۴) ۱۶×۱۰^{-۳}

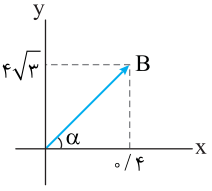
گزینهٔ ۲

C ۴ ۲۲۷۲

خط فکری زاویه‌ای که نیم‌خط عمود بر سطح با محور x‌ها ساخته ۶۰° است. ابتدا با توجه به مؤلفه‌های میدان مغناطیسی، زاویه‌ای که میدان مغناطیسی نیز با محور x‌ها می‌سازد را حساب می‌کنیم تا زاویهٔ بین نیم‌خط عمود و خطوط میدان (θ) به‌دست آید و سپس با داشتن مساحت سطح (A) میدان مغناطیسی (B) شار را حساب می‌کنیم $(\Phi = BA\cos\theta)$.

۱ بردار میدان مغناطیسی $(\vec{B} = ۰/۴\vec{i} + ۰/۴\sqrt{۳}\vec{j})$ را در صفحهٔ xy رسم می‌کنیم.

با توجه به شکل تانژانت زاویهٔ α را نوشته و α را به‌دست می‌آوریم.



$\tan\alpha = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{۰/۴\sqrt{۳}}{۰/۴} = \sqrt{۳}$

$\Rightarrow \alpha = ۶۰^\circ$

۲ زاویهٔ نیم‌خط عمود بر سطح با محور x و زاویهٔ بردار میدان مغناطیسی با محور x هر دو ۶۰° است، پس این دو بردار برهم منطبق‌اند و زاویهٔ بین آن‌ها صفر درجه است $(\theta = ۰)$.

۳ بزرگی میدان مغناطیسی برابر است با:

$\vec{B} = ۰/۴\vec{i} + ۰/۴\sqrt{۳}\vec{j} \Rightarrow |B| = \sqrt{(۰/۴)^۲ + (۰/۴\sqrt{۳})^۲}$

$\Rightarrow |B| = \sqrt{۰/۱۶ + ۰/۴۸} = \sqrt{۰/۶۴} = ۰/۸ \Rightarrow B = ۰/۸T$

۴ شار عبوری از حلقه را به‌دست می‌آوریم:

$\Phi = BA\cos\theta \xrightarrow[\cos ۰^\circ = ۱]{\theta = ۰^\circ} \Phi = BA$

$\Rightarrow \Phi = ۰/۸ \times ۴۰ \times ۱۰^{-۴} = ۳/۲ \times ۱۰^{-۳} \text{Wb}$

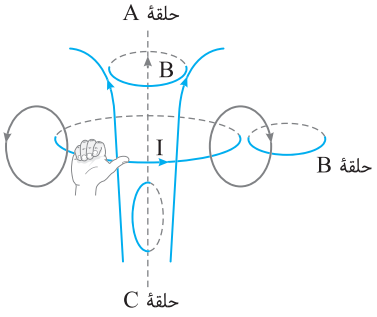
بازی با سؤال **اگر بردار میدان مغناطیسی در SI به صورت $B = -۰/۴\vec{i} + ۰/۴\sqrt{۳}\vec{j}$ باشد، شار عبوری از حلقه نسبت به حالت قبل چند برابر می‌شود؟**

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) ۱

گزینهٔ ۱

A ۱ ۲۲۷۳

خطوط میدان مغناطیسی اطراف حلقهٔ حامل جریان مطابق شکل زیر است.



با توجه به شکل، حلقهٔ C موازی با خطوط میدان قرار گرفته و از آن شاری عبور نمی‌کند. تراکم خطوط میدان مغناطیسی حلقه حامل جریان در اطراف محور حلقه بیشینه است. از این‌رو شار مغناطیسی گذرنده از حلقهٔ A از شار گذرنده از حلقه B بیشتر است، بنابراین خواهیم داشت:

$\Phi_A > \Phi_B > \Phi_C$

A ۲ ۲۲۷۴

خط فکری آهنگ تغییر شار برابر $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است، بنابراین ابتدا $\Delta\Phi$ را به‌دست می‌آوریم و سپس نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

یادآوری هر گاه دو طرف حلقه را بکشیم یا فشرده کنیم مساحت سطح حلقه کاهش می‌یابد.

۱ با توجه به صورت مسئله مساحت سطح حلقه ۶۰ درصد تغییر یا به عبارتی کاهش یافته است بنابراین تغییر مساحت سطح حلقه خواهد شد:

$\Delta A = -\frac{۶۰}{۱۰۰} A_۱ \xrightarrow{A_۱ = ۲۵\text{cm}^۲} \Delta A = -۰/۶ \times (۲۵) = -۱۵\text{cm}^۲$

۲ سطح حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی بوده و در واقع نیم‌خط عمود بر سطح هم‌راستای خطوط میدان مغناطیسی است بنابراین در رابطهٔ شار θ برابر صفر است. تغییر شار را حساب می‌کنیم:

$\begin{cases} \Phi_۲ = BA_۲ \cos ۰^\circ \\ \Phi_۱ = BA_۱ \cos ۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta\Phi = \Phi_۲ - \Phi_۱ \Rightarrow \Delta\Phi = BA_۲ - BA_۱$

$\Rightarrow \Delta\Phi = B(A_۲ - A_۱) \Rightarrow \Delta\Phi = (۰/۴)(-۱۵ \times ۱۰^{-۴}) = -۶ \times ۱۰^{-۴} \text{Wb}$

۳ حال بزرگی آهنگ تغییر شار را به‌دست می‌آوریم:

$\text{آهنگ تغییر شار} = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \Rightarrow \text{آهنگ تغییر شار} = \left|\frac{-۶ \times ۱۰^{-۴}}{۰/۰۲}\right| = ۳ \times ۱۰^{-۲} \text{Wb/s}$

B ۴ ۲۲۷۵

شار مغناطیسی در دو حالت را حساب می‌کنیم.

$\Phi = BA\cos\theta$

$\Rightarrow \begin{cases} (\text{الف}): \theta_۱ = ۰ \Rightarrow \Phi_۱ = ۰/۰۵ \times ۴۰ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow \Phi_۱ = ۲ \times ۱۰^{-۴} \text{Wb} \\ (\text{ب}): \theta_۲ = ۰ \Rightarrow \Phi_۲ = ۰ \end{cases}$

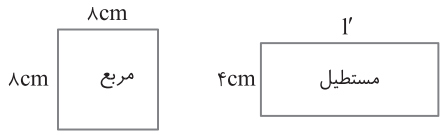
$\Delta\Phi = \Phi_۲ - \Phi_۱ = ۰ - ۲ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow \Delta\Phi = -۲ \times ۱۰^{-۴} \text{Wb}$

شار $۲ \times ۱۰^{-۴} \text{Wb}$ کاهش می‌یابد.

B ۲۲۷۶ ۲

۱ از یک سیم دو قاب ساخته‌ایم پس طول سیم به کار رفته در هر دو شکل یکسان است، در واقع محیط هر دو قاب باهم برابر است. از این‌رو می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{محیط مربع}=\text{محیط مستطیل}\Rightarrow ۸\times۴=۲\times۴+۲l'\Rightarrow l'=۱۲\text{cm}$$



۲ هر دو قاب در یک میدان مغناطیسی قرار گرفته‌اند بنابراین بزرگی میدان مغناطیسی عبوری از هر دو قاب یکسان است. همچنین با توجه به شکل، قاب‌ها در هر دو حالت بر خطوط میدان عمودند در واقع در هر دو حالت نیم‌خط عمود بر هر دو قاب در راستای خطوط میدان مغناطیسی بوده و زاویهٔ بین این دو بردار ۰° است:

$$\begin{cases}\Phi_{\text{مربع}}=BA_{\text{مربع}}\cos۰^\circ\\ \Phi_{\text{مستطیل}}=BA_{\text{مستطیل}}\cos۰^\circ\end{cases}\xrightarrow{\div}\frac{\Phi_{\text{مربع}}}{\Phi_{\text{مستطیل}}}=\frac{A_{\text{مربع}}}{A_{\text{مستطیل}}}$$

$$\Rightarrow\frac{\Phi_{\text{مربع}}}{\Phi_{\text{مستطیل}}}=\frac{۸\times۸\times۱۰^{-۴}}{۴\times۱۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۴}{۳}$$

B ۲۲۷۷ ۳

خط فکری دقت کنید که میدان مغناطیسی کمیتی برداری است و هنگامی که میدان مغناطیسی مثلاً از $+۲\text{T}$ تا -۲T تغییر می‌کند تغییرات میدان برابر $-۲-۲=-۴\text{T}$ خواهد بود و نه صفر.

۱ میدان مغناطیسی در جهت محور y بوده و در واقع سطح بر خطوط میدان عمود است و زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح و خطوط میدان صفر درجه است. مساحت سطح حلقه برابر است با:

$$A=\pi r^۲\Rightarrow A=۳\times۱۰۰\Rightarrow A=۳۰۰\times۱۰^{-۴}\,\text{m}^۲$$

۲ حال تغییر شار مغناطیسی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱\xrightarrow[\Phi_۲=B_۲A\cos۰^\circ]{\Phi_۱=B_۱A\cos۰^\circ}\Delta\Phi=B_۲A\cos۰^\circ-B_۱A\cos۰^\circ$$

$$\Rightarrow\Delta\Phi=(B_۲-B_۱)A\cos۰^\circ\xrightarrow{A=۳\times۱۰^{-۲}\text{m}^۲}\Delta\Phi=(۵-(-۴))۳\times۱۰^{-۲}$$

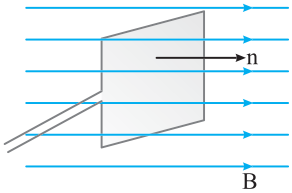
$$\Rightarrow\Delta\Phi=۲۷\times۱۰^{-۲}\text{Wb}\Rightarrow\Delta\Phi=۰/۲۷\text{Wb}$$

B ۲۲۷۸ ۱

۱ حلقه بر خطوط میدان عمود بوده و شار عبوری از قاب در حالت اول برابر است با:

$$\Phi_۱=BA\cos\theta_۱\xrightarrow[\theta=۰^\circ,\ A=(۲\times۱۰^{-۲})^۲]{\text{نیم‌خط عمود در راستای خطوط میدان است}}$$

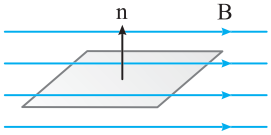
$$\Phi_۱=(\underbrace{۲۵۰\times۱۰^{-۴}}_{\text{تبدیل G به تسلا}})\times(\underbrace{۲\times۱۰^{-۲}}_{\text{تبدیل cm به متر}})=۱۰^{-۳}\,\text{Wb}$$



البته دقت کنید جهت نیم‌خط عمود اختیاری است و اگر جهت n را به سمت چپ اختیار می‌کردیم، شار مغناطیسی گذرنده از سطح منفی می‌شد که در حل مسئله تأثیری نداشت.

۲ با چرخیدن ۹۰° قاب، نیم‌خط عمود بر سطح نیز ۹۰° می‌چرخد، بنابراین در این حالت زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر قاب با خطوط میدان زاویهٔ ۹۰° می‌سازد:

$$\Phi_۲=BA\cos\theta_۲\xrightarrow{\theta_۲=۹۰^\circ}\Phi_۲=۰$$



۳ تغییر شار عبوری از قاب برابر است با: $\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱=۰-۱۰^{-۳}=-۱۰^{-۳}\,\text{Wb}$

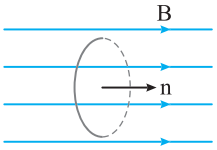
یادآوری آهنگ تغییر شار از رابطهٔ $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید.

۴ آهنگ تغییر شار برابر است با: $\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=\left|\frac{-۱۰^{-۳}}{۰/۰۱}\right|=۰/۱\text{Wb}$ آهنگ تغییر شار

B ۲۲۷۹ ۳

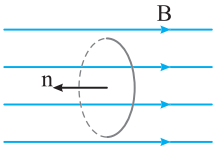
خط فکری نیم‌خط عمود بر یک قاب را در هر سمت صفحه می‌توان در نظر گرفت اما پس از انتخاب جهت نیم‌خط عمود بر سطح با چرخش قاب این نیم‌خط عمود بر سطح قاب نیز با آن می‌چرخد، به گونه‌ای که اگر قاب α درجه بچرخد، نیم‌خط عمود بر قاب نیز α درجه خواهد چرخید.

جهت نیم‌خط عمود عمود بر حلقه را مطابق شکل به سمت راست می‌گیریم:



$$\Phi_۱=BA\cos\theta_۱\xrightarrow[\cos۰^\circ=۱]{\theta_۱=۰^\circ}\Phi_۱=BA\times۱\Rightarrow\Phi_۱=BA$$

با چرخیدن ۱۸۰° حلقه، نیم‌خط عمود بر آن نیز با حلقه می‌چرخد و به صورت زیر می‌شود:



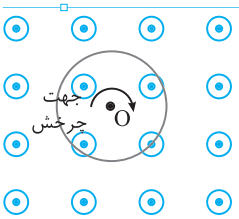
$$\Phi_۲=BA\cos\theta_۲\xrightarrow[\cos۱۸۰^\circ=-۱]{\theta_۲=۱۸۰^\circ}\Phi_۲=BA\times-۱\Rightarrow\Phi_۲=-BA$$

بزرگی تغییر شار برابر است با:

$$|\Delta\Phi|=|\Phi_۲-\Phi_۱|\Rightarrow|\Delta\Phi|=|-BA-BA|=۲BA$$

B ۲۲۸۰ ۲

۱ با چرخیدن حلقه نسبت به نقطهٔ O زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه و خطوط میدان تغییری نمی‌کند و شار عبوری از حلقه ثابت می‌ماند. $\Phi_۱=\Phi_۲$

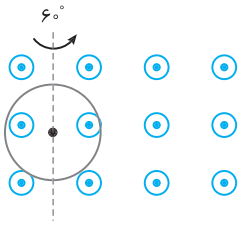


۲ در ابتدا قاب بر میدان مغناطیسی عمود است و در واقع نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ صفر درجه می‌سازد. اگر در راستای AA' قاب ۶۰° بچرخد، نیم‌خط عمود بر قاب نیز ۶۰° می‌چرخد و در این حالت زاویهٔ بین نیم خط عمود بر حلقه و خطوط میدان ۶۰° افزایش یافته و این زاویه ۶۰° می‌شود

$$\Phi_۱=BA\cos\theta_۱\xrightarrow{\theta_۱=۰}\Phi_۱=BA$$

$$\Phi_۲=BA\cos\theta_۲\xrightarrow{\theta_۲=۶۰^\circ}\Phi_۲=BA\cos۶۰^\circ=\frac{BA}{۲}$$

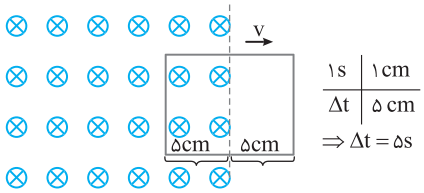
بنابراین شار عبوری از حلقه نصف می‌شود.



B ۲۲۸۱ ۲

خط فکری آهنگ تغییر شار برابر $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است، بنابراین برای به‌دست آوردن آهنگ تغییر شار ابتدا باید مدت زمان لازم برای خارج کردن کامل قسمتی از قاب که در میدان مغناطیسی قرار دارد را به‌دست آوریم. برای این کار باید از مفهوم سرعت استفاده کنید یعنی وقتی مثلاً گفته می‌شود قاب با سرعت ۳cm/s در حال حرکت است یعنی قاب در هر ثانیه، ۳cm جابه‌جا می‌شود.

۱ $5cm$ از قاب درون میدان مغناطیسی قرار دارد و قاب با سرعت $1cm/s$ در حال حرکت است، یعنی قاب در هر ثانیه $1cm$ به سمت راست کشیده می‌شود، بنابراین:



$$\begin{array}{|c|c|}\hline 1s & 1cm \\ \hline \Delta t & 5\,cm \\ \hline \end{array} \Rightarrow \Delta t = 5s$$

۲ هنگامی که نیمی از قاب در میدان مغناطیسی قرار گرفته، شار عبوری از قاب برابر است با:

$$\Phi_1 = B\frac{A}{2}\cos\theta \xrightarrow[A=10\times10=100cm^2]{\theta=0^\circ}$$

$$\Phi_1 = 0/2\times(50\times\underbrace{10^{-4}}_{cm^2\text{ به }m^2\text{ تبدیل}})\times1 \Rightarrow \Phi_1 = 10^{-3}\,Wb$$

۳ هنگامی که قاب به‌طور کامل از میدان خارج شده شار عبوری از قاب صفر می‌شود.

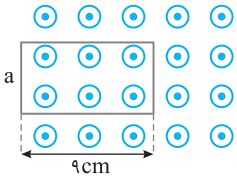
۴ آهنگ تغییر شار را حساب می‌کنیم:

$$\text{بزرگی آهنگ تغییر شار} = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$$

$$\Rightarrow \text{بزرگی آهنگ تغییر شار} = \left|\frac{0-10^{-3}}{5}\right| = 2\times10^{-4}\,Wb/s = 0/2mWb/s$$

بازی با سؤال

در شکل روبه‌رو یک قاب رسانا در میدان مغناطیسی یکنواخت برونسو قرار گرفته است. اگر این قاب شامل ۳۰ حلقه باشد و میدان مغناطیسی یکنواخت از $10mT$ به $20mT$ برونسو تغییر کند، قاب را چند سانتی‌متر از میدان خارج کنیم تا شار عبوری از هر حلقه تغییر نکند؟



۱) ۴ ۲) ۵/۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۵

گزینهٔ ۳

A ۱ ۲۲۸۲

وبر واحد شار مغناطیسی و ثانیه واحد زمان است و وبر بر ثانیه یکای آهنگ تغییر شار $\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$ است، که با توجه به قانون القای فاراده متناسب با نیرو محرکهٔ القایی است:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = -\frac{Wb}{s}$$

و می‌دانیم یکای نیروی محرکه ولت است، پس $\frac{Wb}{s}$ معادل ولت است.

بازی با سؤال

یکای ولت. ثانیه معادل کدام یک از یکاهای زیر است؟

۱) تسلا ۲) کولن ۳) آمپر ۴) وبر

گزینهٔ ۴

B ۱ ۲۲۸۳

خط فکری برای حل این تست باید تک‌تک گزینه‌ها بررسی شود و اگر شانس بیاوریم و گزینهٔ (۱) درست باشد دیگر نیازی به بررسی بقیهٔ گزینه‌ها نیست.

برای بررسی هر گزینه باید یک رابطهٔ ریاضی که در آن کمیت مورد نظر وجود دارد را به‌کار ببرید.

برای میدان مغناطیسی استفاده از رابطهٔ نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی بهترین انتخاب است. $F = IlB\sin\theta$

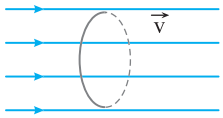
یکای فرعی نیرو kgm/s^2، یکای جریان آمپر (A) یکای طول (m) است و نسبت‌های مثلثاتی یکا ندارند. از این‌رو:

$$kgm/s^2 = A\cdot m[B] \Rightarrow [B] = \frac{kg}{A.s^2}$$

بنابراین نیازی به بررسی گزینه‌های دیگر نیست.

A ۱ ۲۲۸۴

با توجه به شکل با حرکت قاب نه مساحت سطح تغییر می‌کند و نه میدان و نه زاویه سطح با خطوط میدان، پس در رابطه شار $(\Phi = BA\cos\theta)$ هیچ متغیری تغییر نکرده و شار ثابت می‌ماند، حال با توجه به قانون القای فاراده داریم:



$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta\Phi=0]{\Phi_1=\Phi_2} \bar{\varepsilon} = 0$$

B ۲ ۲۲۸۵

خط فکری با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $\left(\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$ هرچه تعداد حلقه‌های سیملوله بیشتر باشد، نیروی محرکهٔ القایی بیشتر است، هم‌چنین هرچه آهنگ تغییر شار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ بیشتر باشد، نیروی محرکهٔ القایی بیشتر است و هرچه تندی نزدیک شدن آهنربا به سیملوله بیشتر باشد. آهنگ تغییر شار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ بیشتر و نیروی محرکهٔ القایی بیشتر است.

تندی آهنربای (۱) و تعداد حلقه‌های سیملوله (۱) از تندی آهنربای (۲) و تعداد حلقه‌های سیملولهٔ (۲) کمتر است، بنابراین نیروی محرکهٔ القایی (۱) از (۲) کمتر است.

$$\begin{cases} v_1 < v_2 \\ N_1 < N_2 \end{cases} \Rightarrow \varepsilon_1 < \varepsilon_2$$

تندی آهنربای (۲) و (۳) برابر است $(v_2 = v_3)$، اما تعداد حلقه‌های سیملوله (۲) از تعداد حلقه‌های سیملولهٔ (۳) بیشتر است، بنابراین:

$$\begin{cases} v_2 = v_3 \\ N_2 > N_3 \end{cases} \Rightarrow \varepsilon_3 < \varepsilon_2$$

تعداد حلقه‌های سیملوله‌های (۱) و (۳) برابر است $(N_1 = N_3)$، اما تندی آهنربای (۳) از تندی آهنربای (۱) کمتر است، بنابراین نیروی محرکه القایی (عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد) از نیروی محرکه القایی (۳) کمتر است.

$$\begin{cases} v_3 < v_1 \\ N_3 = N_1 \end{cases} \Rightarrow \varepsilon_3 < \varepsilon_1$$

در نتیجه خواهیم داشت: $\varepsilon_3 < \varepsilon_1 < \varepsilon_2$

B ۱ ۲۲۸۶

یادآوری بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکهٔ القایی برابر است با:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

ابتدا نیروی محرکهٔ القایی متوسط را حساب می‌کنیم.

$$\varepsilon_{av} = -200\times\frac{0/005-0/02}{0/1} \Rightarrow \varepsilon_{av} = 30V$$

به کمک قانون اهم جریان القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon_{av}}{R} \xrightarrow{R=15\Omega} I = \frac{30}{15} = 2A$$

A ۱ ۲۲۸۷

خط فکری با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی در یک مدار بسته متناسب با آهنگ تغییر شار $\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$ است:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

تعداد حلقه‌های پیچه $N = 200$ دور و نیروی محرکهٔ القایی ۱۰۰ ولت است، بنابراین:

$$100 = -200\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{-1}{2}$$

آهنگ تغییر شار مغناطیسی برابر $\frac{1}{2}$ وبر بر ثانیه است.

بازی با سؤال

پیچه‌ای شامل ۴۰ حلقه در میدان مغناطیسی متغیری قرار دارد. اگر تغییر شار مغناطیسی در هر حلقه در بازهٔ زمانی $0/01s$ برابر $2/5\times10^{-3}$ وبر باشد، نیرو محرکه القایی متوسط در پیچه چند ولت خواهد بود؟

کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۰/۵ ۲) ۵ ۳) ۱ ۴) ۱۰

گزینهٔ ۴

B ۲۲۸۸ ۲

۱ با تغییر میدان مغناطیسی، شار عبوری از حلقه تغییر می‌کند، بنابراین ابتدا تغییر شار را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi_1 = B_1 A_1 \cos\theta_1 \xrightarrow[\theta_1 = 0]{\text{حلقه بر خطوط میدان عمود است}} \Phi_1 = B_1 A_1$$

$$\Phi_2 = B_2 A_2 \cos\theta_2 \xrightarrow[\theta_2 = 0]{\text{حلقه بر خطوط میدان عمود است}} \Phi_2 = B_2 A_2$$

$$\xrightarrow[A_1 = A_2 = A]{\text{مساحت سطح ثابت است}} \Delta\Phi = B_2 A - B_1 A = (B_2 - B_1)A$$

۲ با توجه به صورت مسئله مساحت سطح (A) برابر $200\,cm^2 = 200\times10^{-4}\,m^2$ بوده و میدان مغناطیسی به اندازهٔ $0/8\,T$ کاهش یافته است.

$$\Delta\Phi = (B_2 - B_1)A \xrightarrow[A=2\times10^{-2}\,m^2]{B_2 - B_1 = -0/8\,T} \Delta\Phi = (-8\times10^{-2})\times2\times10^{-2}$$

$$= -16\times10^{-4}\,Wb$$

۳ حال با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{N=1} \bar{\varepsilon} = -1\times\frac{-16\times10^{-4}}{2\times10^{-2}} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = 8\times10^{-2}\,V = 0/08\,V$$

میانبر اگر تغییر شار عبوری از یک حلقه به دلیل تغییر میدان عبوی از آن باشد:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Phi = BA\cos\theta} \bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

بازی با سؤال **پیچهٔ مسطحی که دارای ۲۰ حلقه است و مساحت هر حلقه آن $50\,cm^2$ است، عمود بر میدان مغناطیسی 4×10^{-2} تسلا قرار دارد، اگر در مدت $0/2\,s$ میدان به صفر برسد، متوسط نیروی محرکهٔ القایی در پیچه چند ولت خواهد بود؟**

۱) ۲۰ ۲) ۲ ۳) 2×10^{-1} ۴) 2×10^{-2}

گزینهٔ ۴

A ۲۲۸۹ ۱

خط فکری هرگاه میدان مغناطیسی که قاب در آن قرار دارد تغییر کند و کمیت‌های دیگر ثابت بماند، با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Phi_1 = B_1 A\cos\theta,\ \Phi_2 = B_2 A\cos\theta} \bar{\varepsilon} = -N\frac{B_2 A\cos\theta - B_1 A\cos\theta}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\text{فاکتور می‌گیریم}]{\cos\theta \text{ و } A \text{ از}} \bar{\varepsilon} = -N\frac{(B_2 - B_1)}{\Delta t}A\cos\theta \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

که $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ آهنگ تغییر میدان مغناطیسی است.

۱ سطح قاب با خطوط میدان زاویهٔ 37° می‌سازد، بنابراین زاویهٔ نیم‌خط عمود بر قاب و خطوط میدان (θ) برابر 53° است.

۲ آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $\frac{\Delta B}{\Delta t}$، $0/5\,T/s$ است، بنابراین نیروی محرکه القایی متوسط خواهد شد.

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta| \xrightarrow{\theta = 53^\circ}$$

$$|\bar{\varepsilon}| = |-1\times\underbrace{0/5}_{\text{آهنگ تغییر میدان}}\times\underbrace{(10\times10\times10^{-4})}_{\text{مساحت سطح حلقه}}\times\cos53^\circ| \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = 3\times10^{-3}\,V = 3\,mV$$

B ۲۲۹۰ ۳

بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta\Phi = A\Delta B} \varepsilon_{av} = -NA\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\Delta B/\Delta t = -0/6\,T/s]{\varepsilon = 1/2\,V,\ N = 500} 1/2 = -500\times A\times(-0/6)$$

$$A = \frac{1/2}{300} \Rightarrow A = 4\times10^{-3}\,m^2 \Rightarrow A = 40\,cm^2$$

B ۲۲۹۱ ۴

خط فکری میدان مغناطیسی کمیتی برداری است و هنگامی که میدان مغناطیسی از $+B$ به $-B$ تغییر کند، اندازهٔ تغییرات میدان مغناطیسی برابر $2B$ است.

میدان مغناطیسی در حالت اول $0/1\,T$ رو به بالا است و $B_1 = +0/1\,T$ است و در حالت دوم این میدان $0/1\,T$ رو به پایین است و $B_2 = -0/1\,T$ است.

بزرگی نیروی محرکه القایی از رابطهٔ $|\varepsilon_{av}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ به‌دست می‌آید.

$$|\varepsilon_{av}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = |\frac{B_2 A\cos\theta - B_1 A\cos\theta}{0/25}|$$

سطح حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و زاویهٔ بین نیم‌خط عمود و خطوط میدان صفر درجه است و $\cos\theta$ برابر ۱ می‌شود:

$$|\varepsilon_{av}| = |\frac{(100\times10^{-4})(-0/1) - (0/1)(100\times10^{-4})}{0/25}| \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = \frac{2\times10^{-3}}{0/25} = 8\times10^{-3}\,V$$

$$|\varepsilon_{av}| = 8\,mV$$

بازی با سؤال **یک پیچه با ۲۰ دور سیم که مساحت هر حلقه آن ۱۰۰ سانتی‌متر مربع است، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گرفته است. اگر میدان مغناطیسی در مدت ۰/۲ ثانیه از ۰/۲۵ تسلا در یک جهت تا ۰/۵ تسلا در خلاف جهت اولیه تغییر کند، اندازه اختلاف پتانسیل متوسط القاشده بین دو سر پیچه چند ولت است؟**

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۰۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۱۵

گزینهٔ ۳

B ۲۲۹۲ ۴

سطح قاب بر خطوط میدان عمود است، بنابراین نیم‌خط عمود بر سطح قاب با خطوط میدان هم‌راستا است: $\theta = 0$

دقت کنید که در صورت مسئله گفته شده که بزرگی میدان مغناطیسی از $0/65\,T$ به $0/15\,T$ رسیده است و علامت یا جهت میدان مغناطیسی بیان نشده است، بنابراین مسئله دارای دو حالت است که هر حالت را جداگانه بررسی می‌کنیم.

حالت اول: اگر میدان مغناطیسی از $0/65\,T$ به $0/15\,T$ در همان جهت تغییر کرده باشد:

$$|\varepsilon_{av}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \xrightarrow[\Phi_2 = B_2 A\cos0^\circ = B_2 A]{\Phi_1 = B_1 A\cos0^\circ = B_1 A} |\varepsilon_{av}| = |-N\frac{B_2 A - B_1 A}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{av}| = |-N\frac{(B_2 - B_1)}{\Delta t}A| \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = |-1\times\frac{0/15 - 0/65}{0/05}\times(25\times10^{-4})|$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{av}| = |-25\times10^{-4}(-10)| \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 2/5\times10^{-2}\,V$$

البته اگر میدان مغناطیسی از $-0/65\,T$ به $-0/15\,T$ نیز برسد، میدان مغناطیسی به اندازهٔ $0/8\,T$ تغییر کرده و بزرگی نیروی محرکهٔ القایی $2/5\times10^{-2}$ ولت خواهد بود. بنابراین گزینه (۱) درست است.

حالت دوم: اگر میدان مغناطیسی از $0/65\,T$ به $-0/15\,T$ تغییر کند، آنگاه خواهیم داشت:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \xrightarrow[\Phi_2 = B_2 A\cos0^\circ = AB_2]{\Phi_1 = B_1 A\cos0^\circ = AB_1} |\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{B_2 A - B_1 A}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = |-1\times\frac{-0/15 - 0/65}{0/05}\times(25\times10^{-4})| \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = 4\times10^{-2}\,V$$

البته اگر میدان مغناطیسی از $-0/65\,T$ به $0/15\,T$ نیز برسد، میدان مغناطیسی به اندازه $0/8\,T$ تغییر کرده و بزرگی نیروی محرکهٔ القایی 4×10^{-2} ولت خواهد بود. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است، از این‌رو پاسخ تست گزینهٔ (۴) است.

B ۲۲۹۳ ۲

نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به دست می‌آید:

$$\Phi_1 = BA\cos\theta \xrightarrow[\text{زاویهٔ نیم‌خط عمود و خطوط میدان } 60^\circ \text{ است.}]{\text{زاویهٔ سطح و خطوط میدان } 30^\circ \text{ و}} \Phi_1 = B\times\pi r^2\times\cos60^\circ$$

$$\Rightarrow \Phi_1 = 6000\times10^{-4}\times3/14\times100\times10^{-4}\times\frac{1}{2} = 1/57\times6\times10^{-3}\,Wb$$

$$\Phi_2 = BA\cos\theta \xrightarrow{B=0} \Phi_2 = 0$$

$$\varepsilon_{av} = -1\times\frac{-1/57\times6\times10^{-3}}{15/7\times10^{-3}} = 0/6\,V$$

A ۴ ۲۲۹۴

خط فکری توان مصرفی در مقاومت پیچه و یا هر مقاومتی برابر است با: $P=\frac{V^2}{R}=\frac{\varepsilon^2}{R}$

۱ ابتدا مقاومت پیچه را به‌دست می‌آوریم:

$\rho=1/7\times10^{-8}\Omega.m \quad , \quad l_{سیم}=200\pi(cm)=2\pi(m)$

$A_{سیم}=1/7cm^2=1/7\times10^{-4}m^2 \Rightarrow R_{سیم}=\rho\frac{l_{سیم}}{A_{سیم}}$

$\Rightarrow R_{سیم}=1/7\times10^{-8}\times\frac{2\pi}{1/7\times10^{-4}}=2\pi\times10^{-4}\Omega$

۲ آهنگ تغییر میدان را بر حسب یکای SI یعنی $\frac{\text{تسلا}}{\text{ثانیه}}$ حساب می‌کنیم:

$\frac{\Delta B}{\Delta t}=0/01\frac{T}{ms}=0/01\frac{T}{ms}\times\frac{10^3 ms}{s}\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}=10\frac{T}{s}$

۳ محیط هر حلقهٔ پیچه $2\pi r$ است بنابراین تعداد دورهای پیچه برابر با حاصل تقسیم طول سیم بر محیط هر حلقه است. دور $N=\frac{l}{2\pi r}\Rightarrow N=\frac{200\pi}{2\pi\times10}\Rightarrow N=10$

۴ نیروی محرکهٔ القایی را در پیچه به‌دست می‌آوریم:

$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\theta=0\Rightarrow\cos\theta=1]{\text{پیچه بر خطوط میدان عمود است}}$

$|\bar{\varepsilon}|=|N\frac{B_2A_{حلقه}-B_1A_{حلقه}}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=N\frac{\Delta B}{\Delta t}A_{حلقه}$

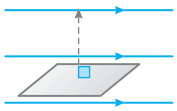
$|\bar{\varepsilon}|=10\times10\times\pi(r^2)\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=10\times10\times\pi\times10^{-2}\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=\pi V$

۵ توان مصرفی در پیچه خواهد شد:

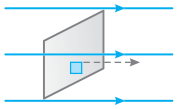
$P=\frac{\varepsilon^2}{R}\Rightarrow P=\frac{\pi^2}{2\pi\times10^{-4}}\Rightarrow P=5\pi\times10^3 W$

B ۴ ۲۲۹۵

در حالت اول: سطح قاب موازی با خطوط میدان مغناطیسی است و زاویهٔ بین سطح و خطوط صفر است، پس زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر قاب و خطوط میدان مغناطیسی 90° است و شار مغناطیسی گذرنده از سطح خواهد شد: $\Phi_1=BA\cos90^\circ\Rightarrow\Phi_1=0$



در حالت دوم: سطح قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و زاویهٔ بین سطح و خطوط 90° است، پس زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر قاب و خطوط میدان مغناطیسی صفر درجه است و شار مغناطیسی برابر است با:



$\Phi_2=BA\cos0^\circ\Rightarrow\Phi_2=BA\xrightarrow{A=20\times20=400cm^2}\Phi_2=10^{-1}\times4\times10^{-2}$

$\Rightarrow\Phi_2=4\times10^{-3}Wb$

نیروی محرکهٔ القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|1\times\frac{4\times10^{-3}-0}{0/2}|$

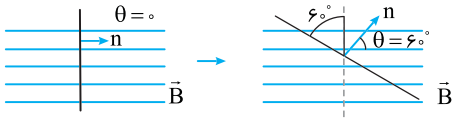
$\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=2\times10^{-2}V\xrightarrow{1V=1000mV}|\bar{\varepsilon}|=20mV$

B ۳ ۲۲۹۶

در این مسئله تغییر شار به دلیل تغییر در زاویهٔ θ ایجاد می‌شود:

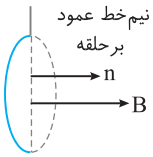
$\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\varepsilon=-N\times\frac{BA(\cos\theta_2-\cos\theta_1)}{\Delta t}$

$\varepsilon=-200\times\frac{0/25\times40\times10^{-4}\times(\cos60^\circ-\cos0^\circ)}{2\times10^{-2}}=-10^4\times10^{-4}\times10\times(\frac{1}{2}-1)=5V$



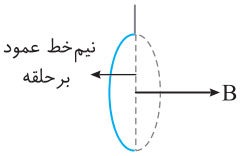
B ۲ ۲۲۹۷

یادآوری در آهنربا خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شود.



اگر در حالت اول مطابق شکل نیم‌خط عمود بر حلقه را در جهت میدان مغناطیسی به سمت راست بگیریم، شار مغناطیسی برابر است با:

$\Phi_1=BA\cos\theta_1\xrightarrow{\theta_1=0^\circ}\Phi_1=BA\Rightarrow\Phi_1=0/8\times50\times10^{-4}=4\times10^{-3}Wb$



در حالت دوم حلقه 180° چرخیده و نیم‌خط عمود بر حلقه با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ 180° می‌سازد، بنابراین شار مغناطیسی برابر است با:

$\Phi_2=BA\cos\theta_2\xrightarrow{\theta_2=180^\circ}\Phi_2=-BA$

$\Rightarrow\Phi_2=-0/8\times50\times10^{-4}=-4\times10^{-3}WB$

حال نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|-1\times\frac{-4\times10^{-3}-4\times10^{-3}}{0/2}|=4\times10^{-2}V\Rightarrow0/04V$

B ۱ ۲۲۹۸

۱ با توجه به شکل در ابتدا حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گرفته است، یعنی زاویهٔ بین حلقه و خطوط میدان 90° است، پس زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه و خطوط میدان صفر درجه است، حال با توجه به نیرو محرکهٔ القایی داده شده و قانون القای فاراده داریم:

$\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow4=-\frac{\Phi_2-BA\cos\theta_1}{t}$

$\Rightarrow4=-\frac{\Phi_2-0/4\times2\times1}{0/1}\Rightarrow\Phi_2=0/4Wb$

۲ با داشتن شار ثانویه (Φ_2) از رابطهٔ $\Phi_2=BA\cos\theta_2$، θ_2 را به‌دست می‌آوریم:

$\Phi_2=BA\cos\theta_2\Rightarrow0/4=0/4\times2\times\cos\theta_2$

$\Rightarrow\cos\theta_2=\frac{1}{2}\Rightarrow\theta_2=60^\circ$

۳ زاویهٔ θ_2 بین نیم‌خط عمود بر حلقه و خطوط میدان مغناطیسی در حالت دوم است، بنابراین زاویهٔ بین حلقه و خطوط میدان مغناطیسی برابر $90-60=30^\circ$ است.

B ۴ ۲۲۹۹

یادآوری اگر با سیمی به‌طول L پیچه‌ای به شعاع r ساخته شود، هر حلقه از پیچه به اندازهٔ $2\pi r$ (محیط دایره) از طول سیم را مصرف می‌کند، بنابراین تعداد حلقه‌های پیچه برابر است با: $N=\frac{L}{2\pi r}$

اگر صفحه با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ α بسازد، نیم‌خط عمود بر صفحه با خطوط میدان زاویهٔ $\theta=90-\alpha$ خواهد ساخت.

۱ با توجه به طول سیم و تعداد حلقه‌ها، شعاع پیچه را به‌دست می‌آوریم:

$N=\frac{L}{2\pi r}\Rightarrow300=\frac{90}{2\times3\times r}\Rightarrow r=\frac{1}{20}=0/05m=5cm$

۲ در حالت اول پیچه با خطوط میدان زاویهٔ 30° ساخته، پس زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر پیچه با خطوط میدان $\theta_1=90-30=60^\circ$ است. در حالت دوم پیچه با خطوط میدان زاویهٔ 53° می‌سازد و زاویه بین نیم‌خط عمود بر پیچه با خطوط میدان $\theta_2=90-53=37^\circ$ است. بنابراین شار مغناطیسی گذرنده از پیچه در دو حالت خواهد شد:

$\Phi_1=AB\cos\theta_1\Rightarrow\Phi_1=(\pi r^2)B\cos60^\circ$

$\Rightarrow\Phi_1=(75\times10^{-4})(0/4)(\frac{1}{2})\Rightarrow\Phi_1=15\times10^{-4}Wb$

$\Phi_2=AB\cos\theta_2\Rightarrow\Phi_2=(\pi r^2)B\cos37^\circ$

$\Rightarrow\Phi_2=(75\times10^{-4})(0/4)(0/8)=24\times10^{-4}Wb$

۳ نیروی محرکهٔ القایی متوسط برابر است با:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|۳۰۰\times\frac{\Phi_۲-\Phi_۱}{۰/۲}|$$

$$\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=۳۰۰\times\frac{۹\times۱۰^{-۴}}{۰/۲}=۱۳/۵\times۱۰^{-۱}V\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=۱/۳۵V$$

A ۲۳۰۰ ۱

خط فکری میدان مغناطیسی و زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان ثابت مانده و تنها مساحت مدار تغییر کرده است، پس بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ خواهیم داشت:

۱ تغییر مساحت سطح:

$$\varepsilon=-N\frac{BA_۲\cos\theta-BA_۱\cos\theta}{\Delta t}=-NB\frac{\Delta A}{\Delta t}\cos\theta$$

آهنگ تغییر سطح

۲ با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|-N\frac{B\Delta A}{\Delta t}|\Rightarrow۰/۲=۲۰۰\times۰/۴\times\frac{\Delta A}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow\frac{\Delta A}{\Delta t}=\frac{۱}{۴۰۰}=۲/۵\times۱۰^{-۳}m^۲/s$$

بازی با سؤال **پیچه‌ای شامل ۲۰۰ حلقه درون میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $۰/۴T$ طوری قرار گرفته است که سطح آن با خطوط میدان زاویهٔ ۳۰° می‌سازد. آهنگ تغییر مساحت سطح حلقه چند $cm^۲/s$ باشد تا نیروی محرکه‌ای به بزرگی $۲\times۱۰^{-۲}V$ در حلقه القا شود؟**

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۵×۱۰^{-۴} ۴) $۲/۵\times۱۰^{-۴}$

گزینهٔ ۲

B ۲۳۰۱ ۴

۱ مساحت سطح حلقه ۲۰ درصد کاهش یافته است، بنابراین تغییر مساحت خواهد شد:

$$\Delta A=-\frac{۲۰}{۱۰۰}A_۱=-۰/۲A_۱$$

کاهش — ۲۰ درصد

۲ با توجه به قانون القای فاراده و نیروی محرکهٔ القایی داده شده داریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{\text{فقط مساحت سطح در حال تغییر است}}$$

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{BA_۲\cos\theta-BA_۱\cos\theta}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta A}{\Delta t}B\cos\theta|$$

۳ حلقه بر خطوط میدان عمود است، بنابراین $\theta=۰$ است. میدان مغناطیسی برابر $۱۰۰G=۱۰^{-۲}T$ است. داده‌ها را در رابطه قرار می‌دهیم و مساحت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$۸۰\times۱۰^{-۳}=-۱۰۰\times\frac{-۰/۲A_۱}{۰/۰۵}\times۱۰^{-۲}\times۱\Rightarrow A_۱=۲۰\times۱۰^{-۳}m^۲$$

$$A_۱=۲۰\times۱۰^{-۳}m^۲\times\frac{۱۰^۴cm^۲}{۱m^۲}=۲۰۰cm^۲\Rightarrow A_۱=۲۰۰cm^۲$$

A ۲۳۰۲ ۴

بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده: $\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\varepsilon=-N\frac{\Phi_۲-\Phi_۱}{\Delta t}$

پیچه به طور کامل از میدان خارج شده یعنی $\Phi_۲=۰$ است. از طرفی پیچه بر میدان مغناطیسی عمود است $(\theta=۰)$ و شار مغناطیسی گذرنده از پیچه بیشینه است $(\Phi_۱=BA)$.

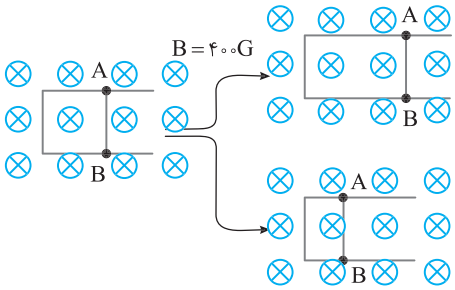
داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$N=۱۰۰,\quad A=۵۰\times۱۰^{-۴}m^۲,\quad B=۲۰۰G=۲\times۱۰^{-۲}T,\quad t=۰/۱s$$

$$\varepsilon=-N\frac{(۰-BA)}{t}\Rightarrow\varepsilon=-۱۰۰\times\frac{۲\times۱۰^{-۲}\times-۵۰\times۱۰^{-۴}}{۰/۱}\Rightarrow\varepsilon=۰/۱V$$

B ۲۳۰۳ ۳

خط فکری با حرکت میله به سمت راست یا چپ مطابق شکل، مساحت قاب افزایش یا کاهش می‌یابد که باعث می‌شود شار عبوری از قاب تغییر کند.



با توجه به سؤال در هر ثانیه تغییر مساحت سطح قاب $۲۵cm^۲$ است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\bar{\varepsilon}=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{\text{تنها مساحت سطح در حال تغییر است.}}|\bar{\varepsilon}|=|-۱\times\frac{BA_۲\cos\theta-BA_۱\cos\theta}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=\frac{A_۲-A_۱}{\Delta t}B\cos\theta$$

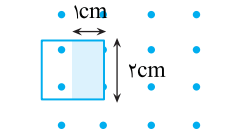
قاب عمود بر خط میدان مغناطیسی است، پس $\theta=۰$ است:

$$|\bar{\varepsilon}|=\frac{۲۵\times۱۰^{-۴}}{۱}\times(۴۰۰\times\underbrace{۱۰^{-۴}}_{\text{تبدیل گاوس به تسلا}})\times۱=۱۰^{-۴}V=۱۰^{-۱}mV$$

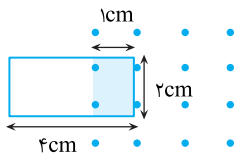
$$\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=۰/۱mV$$

B ۲۳۰۴ ۴

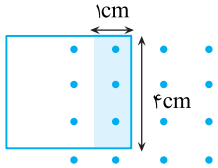
اگر سرعت حلقه‌ها را یکسان و $۱cm/s$ بگیریم، یعنی فرض کنیم در هر ثانیه $۱cm$ از حلقه‌ها وارد میدان می‌شوند، داریم:



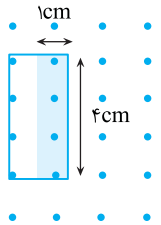
$$\Delta A_۱=۲\times۱=۲cm^۲$$



$$\Delta A_۲=۲\times۱=۲cm^۲$$



$$\Delta A_۳=۴\times۱=۴cm^۲$$



$$\Delta A_۴=۴\times۱=۴cm^۲$$

با توجه به رابطهٔ $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-NB\frac{\Delta A}{\Delta t}$، بنابراین: $\varepsilon_۴=\varepsilon_۳>\varepsilon_۱=\varepsilon_۲$

B ۲۳۰۵ ۳

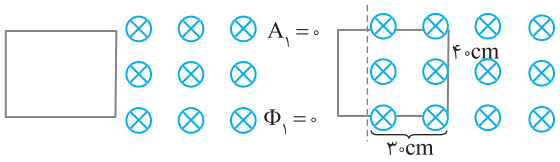
در رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$ منظور از A مساحت سطحی از یک قاب یا پیچه است که درون میدان مغناطیسی قرار گرفته است.

خط فکری با توجه به سرعت $3m/s$، به این نتیجه می‌رسیم که قاب در هر ثانیه، به اندازهٔ $3m$ به سمت راست حرکت می‌کند. حال گفته شده قاب $30cm$، جابه‌جا شود. ابتدا با استفاده از تناسب مدت زمان حرکت را به‌دست می‌آوریم، در گام بعدی مساحت سطح قابی که درون میدان قرار می‌گیرد را به‌دست می‌آوریم و در آخر با استفاده از قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را حساب می‌کنیم:

۱ قاب در هر ثانیه $3m$ یا $300cm$ به سمت راست جابه‌جا می‌شود. با تناسب زیر مدت زمان جابه‌جایی $30cm$ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{array}{c|c} 1s & 300cm \\ \hline \Delta t & 30cm \end{array} \Rightarrow \Delta t = 0/1s$$

۲ در ابتدا قاب در میدان نبوده و مساحت سطح (A) را در رابطهٔ شار باید صفر قرار داد و در حالت دوم $30cm$ از قاب درون میدان است، بنابراین:



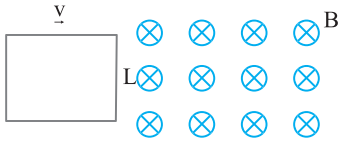
$$A_2 = 30\times 40 = 1200cm^2 \Rightarrow A_2 = 12\times 10^{-2} m^2$$

$$\Phi_2 = BA_2\cos\theta_2 \xrightarrow{\theta_2 = 0} \Phi_2 = 0/5\times 12\times 10^{-2}\times 1 = 6\times 10^{-2} Wb$$

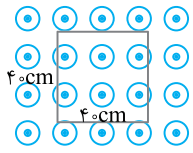
۳ نیروی محرکهٔ القایی متوسط برابر است با:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| = |-20\times\frac{6\times 10^{-2} - 0}{0/1}| = 12V$$

میانبر هرگاه مربع یا مستطیلی با ضلعی به طول L و با سرعت v وارد میدان مغناطیسی شود و یا از آن خارج شود می‌توان از رابطهٔ زیر نیز استفاده کرد: $\bar{\varepsilon} = BLv$



بازی با سؤال **مطابق شکل زیر، قاب مربعی شکلی با طول ضلع $40cm$ بر خطوط میدان مغناطیسی به بزرگی $B = 5\times 10^{-2} T$ عمود است. اگر سطح قاب در مدت $100ms$ کاملاً از میدان خارج شود، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در قاب چند ولت است؟**



۱) ۰/۸
۲) ۰/۰۸
۳) ۰/۴
۴) ۰/۰۴

گزینهٔ ۲

B ۲۳۰۶ ۱

۱ پس از $1s$ مساحت سطح $2/5cm^2$ افزایش می‌یابد، بنابراین پس از $4s$ مساحت سطح $4\times 2/5 = 10cm^2$ افزایش می‌یابد: $A_2 = A_1 + 10 \Rightarrow A_2 = 30cm^2$

۲ پس از $1s$ میدان مغناطیسی $5G$ کاهش می‌یابد. بنابراین پس از $4s$ میدان مغناطیسی $4\times 5 = 20G$ کاهش می‌یابد: $B_2 = B_1 - 20 \Rightarrow B_2 = 60 - 20 = 40G$

۳ شار اولیه و شار نهایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi_1 = B_1A_1\cos\theta \xrightarrow[\theta=0]{\text{حلقه بر خطوط میدان عمود است}}$$

$$\Phi_1 = 60\times 10^{-4}\times 20\times 10^{-4} = 12\times 10^{-6} Wb$$

$$\Phi_2 = B_2A_2\cos\theta \xrightarrow[\theta=0]{\text{حلقه بر خطوط میدان عمود است}}$$

$$\Phi_2 = 40\times 10^{-4}\times 30\times 10^{-4} = 12\times 10^{-6} Wb$$

۴ $\Phi_1 = \Phi_2$ است، بنابراین در مدت $4s$ تغییر شار عبوری از حلقه صفر بوده و نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه صفر است.

B ۲۳۰۷ ۳

خط فکری به ازای هر زمان دلخواهی می‌توان به وسیلهٔ رابطه شار - زمان، شار گذرنده از حلقه را به‌دست آورد. برای به‌دست آوردن نیروی محرکهٔ القایی ($\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$) باید شار را در دو لحظهٔ اولیه و ثانویه بیان شده به‌دست آورده و $\Delta\Phi$ را حساب کنیم.

نکته ثانیهٔ tام یعنی بازهٔ زمانی بین $t-1$ تا t، بنابراین ثانیهٔ اول یعنی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 1s$

۱ شار عبوری در لحظهٔ $t_1 = 0$ و $t_2 = 1s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0, \Phi_1 = 2Wb \\ t_2 = 1s, \Phi_2 = 3 - 2 + 2 = 3Wb \end{cases}$$

۲ با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| = |-\frac{3-2}{1-0}| = 1V$$

بازی با سؤال **شار مغناطیسی گذرنده از پیچه مسطحی که دارای ۵۰۰ حلقه است با تابع $\Phi = 0/4t + 6$ وابسته به زمان است. نیروی محرکه القا شده متوسط در پیچه در ثانیه سوم چند ولت است؟ (یکاها در SI)**

۱) ۲
۲) ۲۰
۳) ۲۰۰
۴) قابل محاسبه نیست.

گزینهٔ ۳

B ۲۳۰۸ ۴

ابتدا شار مغناطیسی در دو لحظهٔ $t_1 = 0/01s$ و $t_2 = 0/03s$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\Phi = 0/02\cos 50\pi t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0/01s \Rightarrow \Phi_1 = 0/02\cos\frac{\pi}{2} = 0 \\ t_2 = 0/03s \Rightarrow \Phi_2 = 0/02\cos\frac{3\pi}{2} = 0 \end{cases}$$

بنابراین $\Delta\Phi = 0$ بوده و نیروی محرکهٔ القایی متوسط $\varepsilon_{av} = -N\Delta\Phi/\Delta t$ نیز صفر است.

بازی با سؤال **معادلهٔ شار مغناطیسی عبوری از یک پیچه که شامل ۶۰ حلقه است، در SI به صورت $\Phi = 4\times 10^{-3}\cos 100\pi t$ است. اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه در بازهٔ زمانی $t = \frac{1}{200}s$ تا $t_2 = \frac{1}{100}s$ چند ولت است؟**

ریاضی - ۹۸

۱) ۲/۴
۲) ۴/۸
۳) ۲۴
۴) ۴۸

گزینهٔ ۴

B ۲۳۰۹ ۴

خط فکری در صورت مسئله هیچ بازهٔ زمانی گفته نشده است، پس باید با یک رابطهٔ کلی با یک بازهٔ زمانی دلخواه، نیرو محرکهٔ القایی متوسط را به‌دست آورد.

۱ برای بازهٔ زمانی دلخواه t_1 تا t_2، نیروی محرکه القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم. به این منظور، شار در لحظه‌های t_1 و t_2 را حساب می‌کنیم.

$$\Phi = 5t \xrightarrow{t=t_1} \Phi_1 = 5t_1 \quad , \quad \Phi = 5t \xrightarrow{t=t_2} \Phi_2 = 5t_2$$

۲ حال با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -N\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1}$$

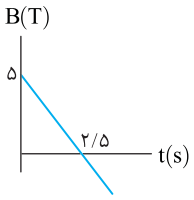
$$\xrightarrow{N=1} \bar{\varepsilon} = -\frac{5t_2 - 5t_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = \frac{-5(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = -5V$$

پس نیروی محرکهٔ حاصل برای بازهٔ زمانی دلخواه، مقدار ثابتی است و گزینهٔ (۴) درست است.

میانبر هرگاه معادلهٔ شار برحسب زمان درجهٔ اول باشد، $\Phi = at + b$، آهنگ تغییر شار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ برابر a خواهد بود.

۴ ۲۳۱۰ B

خط فکری رابطهٔ میدان مغناطیسی برحسب زمان به‌صورت $B=5-2t$ است و نمودار $B-t$ آن یک خط راست به‌صورت شکل زیر است، بنابراین در مدت صفر تا ۲/۵s میدان مغناطیسی از ۵T به صفر می‌رسد و بزرگی میدان کاهش می‌یابد.



نیروی محرکه القایی برابر $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است. چون میدان در حال تغییر است، پس:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-N\frac{AB_2\cos\theta-AB_1\cos\theta}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

سطح قاب بر خطوط میدان عمود است، پس $\theta=0$ و $\cos\theta=1$ و با توجه به شکل نصف قاب درون میدان مغناطیسی قرار گرفته است بنابراین: $A=\frac{2\times2}{2}=2m^2$

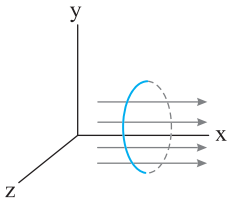
حال با توجه به خط فکری چون در مدتی که میدان مغناطیسی در حال کاهش بوده، نیروی محرکه القایی خواسته شده است، نیروی محرکهٔ القایی را در مدت صفر تا ۲/۵s به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\Rightarrow\bar{\varepsilon}=1\times\frac{5-0}{2/5}\times2=4V$$

نکته البته دقت کنید که معادلهٔ میدان مغناطیسی برحسب زمان به صورت $B=5-2t$ خط است و در این نمودار، $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ شیب نمودار است و در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر $-2T/s$ است و نیروی محرکهٔ القایی متوسط در تمام بازه‌ها برابر ۴V است.

۲ ۲۳۱۱ B

خط فکری مطابق شکل زیر سطح پیچه عمود بر محور xها است و تنها مؤلفهٔ $B_x=0/6t$ سبب عبور شار مغناطیسی از سیم‌پیچ می‌شود.



۱ مساحت سطح پیچه را به‌دست می‌آوریم:

$$A=\pi r^2\Rightarrow A=3\times100\Rightarrow A=300cm^2=3\times10^{-2}m^2$$

۲ میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی را در لحظه‌های $t=0$ و $t=8s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$B_x=0/6t\xrightarrow{t_1=0}B_{1x}=0\ ,\ B_x=0/6t\xrightarrow{t_2=8s}B_{2x}=4/8T$$

$$\Phi=BA\cos\theta\begin{cases}\rightarrow\Phi_1=B_1A\cos0\Rightarrow\Phi_1=0\\ \rightarrow\Phi_2=B_2A\cos0\Rightarrow\Phi_2=4/8\times3\times10^{-2}=0/144Wb\end{cases}$$

۳ نیروی محرکهٔ القایی متوسط برابر است با:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=200\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t}\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=200\times\frac{0/144}{8}=3/6V$$

۳ ۲۳۱۲ A

بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکه القایی برابر $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است.

سیملوله A: شار در مدت ۱s از ۱۰Wb به صفر رسیده است، بنابراین:

$$\bar{\varepsilon}_A=-N_A\frac{0-10}{1}\Rightarrow\bar{\varepsilon}_A=10N_A$$

سیملوله B: شار در مدت ۰/۰۱s از ۱Wb به صفر رسیده است، بنابراین:

$$\bar{\varepsilon}=-N_B\frac{0-1}{0/01}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=100N_B$$

دو سیملوله مشابه‌اند و $N_A=N_B$ است، بنابراین: $\frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B}=\frac{10N_A}{100N_B}\Rightarrow\frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B}=\frac{1}{10}$

۱ ۲۳۱۳ B

یادآوری میدان مغناطیسی سیملوله حامل جریان I برابر $B=\mu_0\frac{N}{L}I$ بوده که این میدان بر سطح حلقه‌های سیملوله عمود است.

۱ در دو حالت میدان مغناطیسی را به‌دست می‌آوریم:

$$B_1=\mu_0\frac{N}{L}I_1\xrightarrow{I_1=25A}B_1=4\pi\times10^{-7}\times\frac{100}{25\times10^{-2}}\times25\Rightarrow B_1=4\pi\times10^{-3}T$$

$$B_2=\mu_0\frac{N}{L}I_2\xrightarrow{I_2=0}B_2=0$$

۲ تغییر شار را حساب می‌کنیم:

$$\Phi_1=B_1A\cos\theta\xrightarrow[A=\pi\times10^{-2}m^2]{\theta=0,\ A=\pi r^2}\Phi_1=(4\pi\times10^{-3})(\pi\times10^{-2})=4\pi^2\times10^{-5}Wb$$

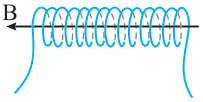
$$\Phi_2=B_2A\cos\theta\xrightarrow{B_2=0}\Phi_2=0$$

۳ نیروی محرکهٔ القایی متوسط خواهد شد:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-100\times\frac{0-4\pi^2\times10^{-5}}{2\times10^{-2}}=0/2\pi^2V$$

۲ ۲۳۱۴ B

یادآوری ۱ میدان مغناطیسی درون سیملوله بر سطح حلقه‌های سیملوله عمود است:



یادآوری ۲ اگر طول سیم برابر L و شعاع حلقه‌های ساخته شده توسط آن r و تعداد حلقه‌ها برابر N باشد. آن‌گاه: $N=\frac{L}{2\pi r}$

۱ ابتدا با توجه به نیروی محرکهٔ القایی و آهنگ میدان مغناطیسی، مساحت سطح هر حلقهٔ سیملوله را به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{N=50}|\bar{\varepsilon}|=|-50\times\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=50A|\frac{\Delta B}{\Delta t}\cos\theta|\xrightarrow[\frac{\Delta B}{\Delta t}=0/2]{\theta=0}0/3=50(A\times0/2)\Rightarrow A=3\times10^{-2}m^2$$

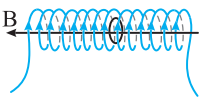
۲ با توجه به مساحت سطح حلقه‌ها، شعاع حلقه‌های سیملوله را حساب می‌کنیم:

$$A=\pi r^2=3\times10^{-2}\xrightarrow{\pi=3}r^2=10^{-2}\Rightarrow r=0/1m$$

۳ طول سیمی که سیملوله از آن ساخته شده است خواهد شد:

$$N=\frac{L}{2\pi r}\Rightarrow50=\frac{L}{2\times3\times0/1}\Rightarrow L=50\times0/6\Rightarrow L=30m$$

۱ ۲۳۱۵ B



حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی سیملوله قرار دارد، بنابراین زاویهٔ بین سطح حلقه و خطوط میدان $\theta=0$ است.

با توجه به رابطه میدان مغناطیسی سیملوله $(B=\mu_0\frac{N}{L}I)$ میدان مغناطیسی با جریان رابطهٔ مستقیم دارد. بنابراین اگر جریان ۲۰ درصد کاهش یابد، میدان مغناطیسی نیز ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. با توجه به رابطهٔ شار $(\Phi=BA\cos\theta)$، B و Φ نیز با هم رابطهٔ مستقیم دارند پس با کاهش ۲۰ درصدی میدان مغناطیسی، شار عبوری از حلقه نیز ۲۰ درصد کاهش می‌یابد:

$$\Delta\Phi=-\underbrace{\frac{20}{100}}_{\text{۲۰ درصد}}\overset{\text{کاهش}}{\Phi_1}\Rightarrow\Delta\Phi=-\frac{20}{100}\times6\times10^{-2}=-1/2\times10^{-2}Wb$$

بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکه القایی حلقه برابر خواهد شد با:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-1\times\frac{-1/2\times10^{-2}}{0/1}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=0/12V$$

۳ ۲۳۱۶ A

خط فکری از دو قانون القای فاراده و اهم می‌توان نتیجه گرفت:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\ ,\ R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=\bar{\varepsilon}}I=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow I=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

با توجه به رابطهٔ جریان القایی $I=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$، جریان القایی با تغییرات شار مغناطیسی نسبت مستقیم و با مقاومت پیچه نسبت وارون دارد.

A ۲۳۱۷ ۴

با توجه به قانون القای فاراده و قانون اهم می‌توان نوشت:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\ ,\ R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=\bar{\varepsilon}}I=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

بنابراین برای ایجاد جریان القایی باید شار عبوری از حلقه تغییر کند.

گزارهٔ (الف): شار عبوری از حلقه برابر $\Phi=BA\cos\theta$ است، اگر جهت میدان مغناطیسی تغییر کند، در رابطهٔ شار، میدان مغناطیسی تغییر کرده و در حلقه به علت تغییر شار، جریان القا می‌شود و گزاره (الف) درست است.

گزاره‌های (ب) و (پ): با چرخیدن سطح حول محور x و y نیز زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه و خطوط میدان مغناطیسی (θ)، تغییر کرده که باعث تغییر شار مغناطیس گذرنده از حلقه می‌شود و گزاره‌های (ب) و (پ) نیز درست‌اند.

A ۲۳۱۸ ۳

۱ ابتدا نیروی محرکهٔ القایی متوسط را به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|-1\times\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|1-\frac{0-0/08}{0/02}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=4V$$

۲ حال با داشتن نیروی محرکه القایی و مقاومت الکتریکی با استفاده از قانون اهم، جریان القا شده در پیچه را حساب می‌کنیم.

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{4}{10}\Rightarrow\bar{I}=0/4A$$

میانبر با توجه به قانون القای فاراده و قانون اهم به‌طور مستقیم می‌توان جریان القایی را به‌دست آورد:

$$\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

B ۲۳۱۹ ۳

ابتدا به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را حساب می‌کنیم.

$$\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-N\frac{A\Delta B}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta B/\Delta t=-0/1T/s]{N=400,A=15cm^2}$$

$$\varepsilon=-400\times15\times10^{-4}\times(-0/1)\Rightarrow\varepsilon=0/6V$$

جریان الکتریکی را به‌دست می‌آوریم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R}\Rightarrow I=\frac{0/6}{0/2}\Rightarrow I=0/3A$$

B ۲۳۲۰ ۲

خط فکری ابتدا با توجه به قانون القای فاراده و قانون اهم، آهنگ تغییر شار عبوری از سیملوله را به‌دست می‌آوریم، سپس با توجه به اینکه تنها میدان مغناطیسی در حال تغییر است آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $(\frac{\Delta B}{\Delta t})$ را حساب می‌کنیم.

۱ آهنگ تغییر شار عبوری از سیملوله برابر است با:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\ ,\ \bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-500}{10}\times\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{\bar{I}=10^{-3}}10^{-3}=-50\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{1}{5}\times10^{-4}$$

۲ سطح مقطع سیملوله بر میدان مغناطیسی عمود است، بنابراین نیم‌خط عمود بر حلقه‌ها هم‌جهت میدان مغناطیسی است:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{\Delta t}\xrightarrow{\theta=0}\frac{\Delta B}{\Delta t}A=-\frac{1}{5}\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}\times25\times10^{-4}=\frac{-1}{5}\times10^{-4}\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{-1}{125}T/s$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=-8\times10^{-3}T/s\xrightarrow[\text{خواسته شده است mT/s}]{\text{بزرگی این آهنگ برحسب}}|\frac{\Delta B}{\Delta t}|=8mT/s$$

بازی با سؤال **سیملوله‌ای با ۱۰۰۰ دور، مقاومت الکتریکی ۵ اهم و مساحت سطح مقطع $25cm^2$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت $400G$ به‌گونه‌ای قرار گرفته که محور سیملوله با خطوط میدان موازی است. برای آنکه جریان متوسطی برابر $10mA$ در سیملوله القا شود، در مدت چند ثانیه باید میدان مغناطیسی صفر شود؟**

۱) ۰/۲ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۰/۵

گزینهٔ ۲

B ۲۳۲۱ ۱

۱ مقاومت هر حلقه ۰/۲ اهم است و پیچه N حلقه دارد، پس مقاومت کل پیچه برابر است با:

$$R_{\text{پیچه}}=N\times0/2\Rightarrow R_{\text{پیچه}}=0/2N(\Omega)$$

۲ حال با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}_{\text{پیچه}}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=0/2Wb/s}|\bar{\varepsilon}_{\text{پیچه}}|=|-N\times0/2|\Rightarrow\bar{\varepsilon}_{\text{پیچه}}=0/2N(V)$$

۳ با استفاده از قانون اهم، جریان القا شده در پیچه خواهد شد:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R_{\text{پیچه}}}\Rightarrow\bar{I}=\frac{0/2N}{0/2N}=1A$$

A ۲۳۲۲ ۳

۱ ابتدا نیروی محرکه القا شده در حلقه را به‌دست می‌آوریم:

$$V=IR=0/2\times0/3\xrightarrow{V=\varepsilon}\varepsilon=0/06V$$

۲ بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|\bar{\varepsilon}|=|-\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta|\xrightarrow[\theta=0]{A=\pi R^2}$$

$$0/06=\frac{\Delta B}{\Delta t}\times3\times0/01\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}=2T/s$$

میانبر برای حل سؤال به‌طور مستقیم از رابطهٔ $|\bar{I}|=|\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ استفاده می‌کنیم.

$$0/2=\frac{1}{0/3}\times\frac{\Delta B}{\Delta t}\times A\Rightarrow0/06=(\frac{\Delta B}{\Delta t})\pi r^2\Rightarrow0/06=(\frac{\Delta B}{\Delta t})(3\times10^{-2})$$

$$\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}=2T/s$$

بازی با سؤال **پیچه‌ای با ۴۰۰ دور سیم، مقاومت 3Ω دارد. مقطع این پیچه که مساحت $2\times10^{-2}m^2$ دارد، عمود بر یک میدان مغناطیسی است. این میدان با چه آهنگی برحسب تسلا بر ثانیه تغییر کند تا جریانی به بزرگی $4mA$ در پیچه القا شود؟** کنکور دهه‌های گذشته

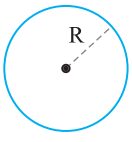
۱) $1/5\times10^{-2}$ ۲) $1/2\times10^{-2}$ ۳) $\frac{3}{2}\times10^{-3}$ ۴) $\frac{2}{3}\times10^{-3}$

گزینهٔ ۳

B ۲۳۲۳ ۱

خط فکری با توجه به قانون اهم $R=\frac{V}{I}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=\bar{I}R$ برای به‌دست آوردن نیروی محرکهٔ القایی ابتدا باید با استفاده از رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ مقاومت حلقه را به‌دست آوریم و سپس با استفاده از قانون اهم، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم و در گام آخر از قانون القای فاراده $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ برای به‌دست آوردن آهنگ میدان مغناطیسی استفاده می‌کنیم.

۱ مقاومت حلقه را به‌دست می‌آوریم. در رابطهٔ مقاومت حلقه $R=\rho\frac{L}{A}$، منظور از L طول سیمی است که با آن حلقه‌ای به شعاع $2cm$ ساخته شده است، بنابراین $L=2\pi R_{\text{پیچه}}$ است و منظور از A، مساحت سطح مقطع سیم ($\pi r^2_{\text{مقطع سیم}}$) است:



$$L_{\text{سیم}}=2\pi R_{\text{پیچه}}$$

$$A_{\text{سیم}}=\pi r^2_{\text{مقطع سیم}}$$

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R=1/7\times10^{-8}\times\frac{2\pi\times2\times10^{-2}}{\pi\times(2\times10^{-3})^2}$$

$$=\frac{1/7\times10^{-8}\times4\pi\times10^{-2}}{4\pi\times10^{-6}}\Rightarrow R=1/7\times10^{-4}\Omega$$

۲ با توجه به جریان القایی و مقاومت الکتریکی به‌دست آمده نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=\bar{I}R\Rightarrow\bar{\varepsilon}=0/2\times1/7\times10^{-4}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=0/34\times10^{-4}V$$

۳ با توجه به سؤال تنها میدان مغناطیسی عبوری از حلقه در حال تغییر است:

$$\begin{cases}\bar{\varepsilon}=-N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\\ \Delta\Phi=B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta\end{cases}\Rightarrow 0/34\times10^{-4}=\left|-1\times\frac{(B_2-B_1)A\cos\theta}{\Delta t}\right|$$

$$\xrightarrow[\text{حلقه عمود بر خطوط}]{\theta=0} 0/34\times10^{-4}=\pi(2\times10^{-2})^2\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)\times1$$

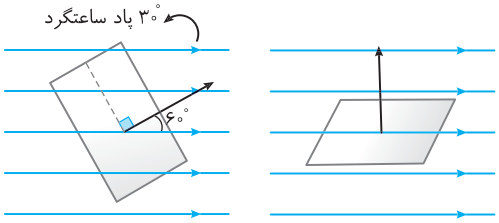
$$\xrightarrow{n\simeq3} 34\times10^{-6}=12\times10^{-4}\frac{\Delta B}{\Delta t}\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}\simeq2/8\times10^{-2}=0/028T/s$$

B ۲۳۲۴ ۲

۱ ابتدا تغییر شار را حساب می‌کنیم. در ابتدا نیم‌خط و عمود بر سطح قاب با خطوط میدان زاویهٔ ۶۰° ($\theta_1=60^\circ$) می‌سازد. اگر قاب پادساعتگرد ۳۰° بچرخد، نیم‌خط عمود بر قاب نیز ۳۰°، پادساعتگرد می‌چرخد، پس زاویه‌ای که نیم‌خط عمود بر قاب با خطوط میدان مغناطیسی در حالت دوم می‌سازد برابر ۹۰° است:

$$\Phi_1=BA\cos\theta_1\xrightarrow{\theta_1=60^\circ}\Phi_1=BA\cos60^\circ=\frac{BA}{2}$$

$$\Phi_2=BA\cos\theta_2\xrightarrow{\theta_2=90^\circ}\Phi_2=BA\cos90^\circ=0$$



۲ با استفاده از قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-1\times\frac{0-BA}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=\frac{BA}{2\Delta t}$$

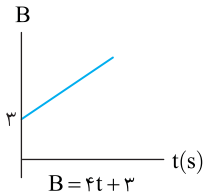
$$\xrightarrow[B=10^2G]{A=20cm^2}\bar{\varepsilon}=\frac{(100\times10^{-4})(2\times10^{-3})}{10\times10^{-3}}=2\times10^{-3}V$$

۳ با استفاده از قانون اهم، جریان متوسط القایی را حساب می‌کنیم:

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow[R=5\Omega]{V=2\times10^{-3}V}5=\frac{2\times10^{-3}}{I}\Rightarrow\bar{I}=\frac{2}{5}\times10^{-3}A=\frac{2}{5}mA=0/4mA$$

B ۲۳۲۵ ۲

خط فکری نمودار $B-t$ یک خط راست به‌صورت زیر است، بنابراین آهنگ تغییر میدان $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ برابر شیب این خط است و در تمام بازه‌های زمانی یکسان است: $\frac{\Delta B}{\Delta t}=$ شیب نمودار $=4$



۱ با استفاده از قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-N\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

$$\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-1\times(4)\times(500\times10^{-4})\times1\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-0/2V$$

۲ حال با استفاده از قانون اهم جریان برقرار در مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{0/2}{4}=0/05A$$

بازی با سؤال یک پیچه شامل ۲۰۰۰ دور که مساحت هر حلقه آن $40cm^2$ است عمود بر میدان مغناطیسی B قرار دارد و میدان مغناطیسی در SI به‌صورت $B=2\times10^{-3}\cos(5\pi t+\frac{\pi}{6})$ است. اگر مقاومت الکتریکی پیچه ۵ اهم و دو سر آن به دو سر مقاومت ۲۰Ω متصل باشد، جریان متوسط مقاومت در مدت ۰/۲s تا ۰/۳s برابر چند میلی‌آمپر است؟ $(\sqrt{3}\approx1/7)$

۱) ۸/۶۴ ۲) $1/22\times10^{-3}$ ۳) ۰/۸۶۴ ۴) ۱/۲۲

گزینهٔ ۱

A ۲۳۲۶ ۲

خط فکری با توجه به قانون القای فاراده و قانون اهم رابطهٔ جریان به صورت روبه‌رو است:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},\ \bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

مقدار بار شارش شده به واسطهٔ جریان القایی از رابطهٔ $|q|=|I\Delta t|$ به‌دست می‌آید بنابراین:

$$|q|=|I\Delta t|\Rightarrow|q|=\left|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\times\Delta t\right|\Rightarrow|q|=\left|-\frac{N}{R}\Delta\Phi\right|$$

نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ و جریان القایی از رابطهٔ $\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید که به زمان (Δt) بستگی دارد، اما بار شارش شده $q=\frac{N}{R}\Delta\Phi$ به زمان بستگی ندارد.

B ۲۳۲۷ ۳

۱ نیروی محرکهٔ القایی را با توجه به قانون القا به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-200\times\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-200\times\frac{-0/05}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=\frac{10}{\Delta t}$$

۲ با قانون اهم، جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=\bar{\varepsilon}}\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\frac{10}{\Delta t}}{10}=\frac{1}{\Delta t}$$

۳ بار شارش شده در این بازهٔ زمانی را حساب می‌کنیم:

$$q=\bar{I}\Delta t\Rightarrow q=\frac{1}{\Delta t}\times\Delta t\Rightarrow q=1C$$

میانبر بار گذرنده از هر مقطع پیچه در اثر تغییر شار از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\Delta q=N\frac{\Delta\Phi}{R}\Rightarrow\Delta q=200\times\frac{0/05}{10}\Rightarrow\Delta q=1C$$

بازی با سؤال **شار مغناطیسی که از یک سیم‌پیچ شامل ۱۰۰ حلقه و مقاومت ۵ اهم عبور می‌کند، برابر ۰/۲ وبر است. اگر این شار به‌طور یکنواخت کاهش یافته و در مدت $\frac{1}{100}$ ثانیه به صفر برسد، مقدار بار القایی چند کولن است؟**

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) صفر

گزینهٔ ۳

B ۲۳۲۸ ۳

۱ ابتدا مقاومت حلقه را به‌دست می‌آوریم، به ازای هر متر از سیم مقاومت ۲Ω است، برای ساختن حلقه‌ای به شعاع ۰/۱m باید به اندازهٔ محیط حلقه سیم به کار رود بنابراین طول سیم برابر است با:

$$L=2\pi r\Rightarrow L=2\times3\times0/1=0/6m$$

و مقاومت سیم خواهد شد:

1m	2Ω
0/6m	R=?

$$\Rightarrow R=1/2\Omega$$

۲ جریان القا شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},\ \bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta\Phi=0/6Wb}\bar{I}=\frac{-1}{1/2}\times\frac{0/6}{\Delta t}$$

۳ مقدار بار شارش شده در این مدت را با استفاده از رابطهٔ $|\Delta q|=|\bar{I}\Delta t|$ به‌دست می‌آوریم:

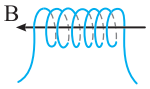
$$\Delta q=\underbrace{\frac{1}{1/2}\times\frac{0/6}{\Delta t}}_{\bar{I}}\times\Delta t\Rightarrow\Delta q=0/5C=50mC$$

میانبر مقدار بار شارش شده را می‌توان مستقیم از رابطهٔ $\Delta q=\frac{N}{R}\Delta\Phi$ به‌دست آورد:

$$\Delta q=\frac{1}{1/2}\times0/6=0/5C$$

A ۲ ۲۳۲۹

۱ ابتدا تغییر شار عبوری از سیملوله و نیروی محرکهٔ القایی در آن را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1\Rightarrow\Delta\Phi=B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta$$

$$\xrightarrow[\theta=0^\circ\text{ است.}]{\text{میدان هم‌راستای محور سیملوله}}\Delta\Phi=(B_2-B_1)A$$

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-NA\frac{\Delta B}{\Delta t}\xrightarrow[B_1=1/6T]{B_2=-1/6T}$$

$$\overline{\varepsilon}=100\times1/2\times10^{-3}\times\frac{-3/2}{\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=\frac{3/2\times0/12}{\Delta t}$$

۲ حال با توجه به قانون اهم جریان را حساب می‌کنیم:

$$\overline{I}=\frac{\overline{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\overline{I}=\frac{\frac{3/2\times0/12}{\Delta t}}{12}\Rightarrow\overline{I}=\frac{3/2\times10^{-2}}{\Delta t}$$

۳ بار شارش شده از هر مقطع در این مدت برابر است با:

$$\Delta q=\overline{I}\Delta t\Rightarrow\Delta q=\frac{3/2\times10^{-2}}{\Delta t}\times\Delta t\Rightarrow\Delta q=3/2\times10^{-2}C$$

۴ تعداد الکترون‌های شارش شده را از رابطهٔ $q=ne$ حساب می‌کنیم:

$$q=ne\Rightarrow3/2\times10^{-2}=1/6\times10^{-19}n\Rightarrow n=2\times10^{17}$$

میانبر راحت‌تر بود بار شارش شده را مستقیم از رابطهٔ $q=\frac{N}{R}\Delta\Phi$ حساب می‌کردیم:

$$|\Delta q|=N\left|\frac{\Phi_2-\Phi_1}{R}\right|=N\times\frac{B_2-B_1}{R}\times A$$

$$=100\times\frac{1/6+1/6}{12}\times1/2\times10^{-3}=3/2\times10^{-2}C=32mC$$

B ۱ ۲۳۳۰

می‌توان بار شارش شده را از رابطهٔ $\Delta q=N\frac{\Delta\Phi}{R}$ به‌دست آورد، بنابراین بار الکتریکی شارش شده در حلقه در هر دو حالت برابر است.

$$\frac{\Delta q_1}{\Delta q_2}=\frac{N_1\frac{\Delta\Phi_1}{R}}{N_2\frac{\Delta\Phi_2}{R}}\xrightarrow[N_1=N_2]{\Delta\Phi_1=\Delta\Phi_2=\Phi-0}\frac{\Delta q_1}{\Delta q_2}=1$$

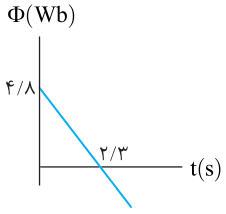
نکته بار شارش شده در یک حلقه در اثر جریان القایی به مدت زمان تغییر شار بستگی ندارد.

B ۱ ۲۳۳۱

با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید که $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ در واقع همان شیب نمودار $\Phi-t$ است که نمودار آن به‌صورت خط است.

نمودار به‌صورت خط ، $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=$ شیب خط

مقدار ثابت $\Rightarrow$ شیب نمودار ثابت $\Rightarrow\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=$ مقدار ثابت

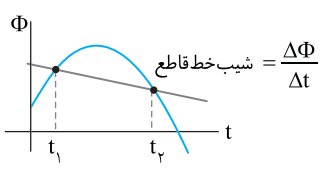


بنابراین در هر بازه‌ای $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ مقدار ثابت دارد و نیروی محرکهٔ القایی در تمام بازه‌ها با هم برابر است.

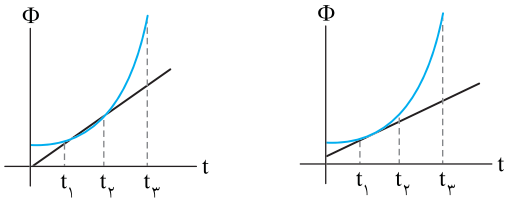
B ۳ ۲۳۳۲

خط فکری نیروی محرکهٔ القایی متوسط از رابطهٔ $|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ به‌دست می‌آید که با توجه به شکل زیر در بازهٔ t_1 تا t_2، $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ برابر شیب خط قاطع بین این دو لحظه است.

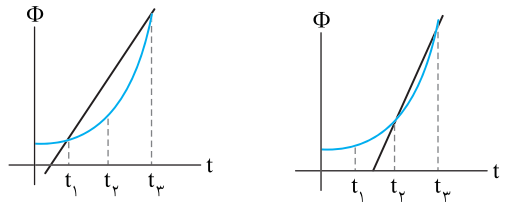
شیب نمودار خط قاطع در بازه‌های زمانی داده شده را بررسی کرده با هم مقایسه کنید.



در نمودار داده شده در هر بازه‌ای که شیب خط قاطع نمودار بیشتر باشد مقدار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ بزرگتر بوده و نیرو محرکهٔ القایی در آن بازه بیشینه است.



گزینه ۱) شیب خط قاطع در بازهٔ ۰ تا t_1 گزینه ۲) شیب خط قاطع در بازهٔ t_1 تا t_2



گزینه ۳) شیب خط قاطع در بازهٔ t_2 تا t_3 گزینه ۴) شیب خط قاطع در بازهٔ t_1 تا t_3

با توجه به خط‌های قاطع رسم شده مشخص است که شیب خط قاطع در بازهٔ t_2 تا t_3 بیشتر از بقیه بازه‌ها بوده و نیرو محرکهٔ القایی در این بازه بیشینه است.

B ۱ ۲۳۳۳

بزرگی نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $|\varepsilon|=N\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases}\varepsilon_1=N\dfrac{|-\Phi_m-\Phi_m|}{t_1}\Rightarrow\varepsilon_1=2N\dfrac{\Phi_m}{t_1}\\ \varepsilon_2=N\dfrac{|-\Phi_m-(-\Phi_m)|}{t_1}\Rightarrow\varepsilon_2=0\end{cases}\Rightarrow\varepsilon_1=2\varepsilon_3\ ,\quad\varepsilon_2=0$$

$$\varepsilon_3=N\frac{|0-(-\Phi_m)|}{t_1}\Rightarrow\varepsilon_3=N\frac{\Phi_m}{t_1}$$

B ۴ ۲۳۳۴

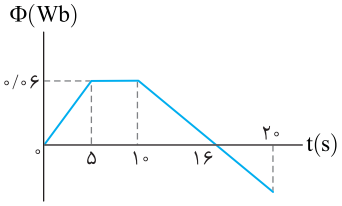
۱ نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید و اگر شار عبوری از یک حلقه $(N=1)$ در حال تغییر باشد نیروی محرکه برابر $-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است که این مقدار برابر منفی شیب نمودار شار-زمان است.

۲ از $t=10s$ به بعد نمودار یک خط راست با شیب ثابت است بنابراین نیروی محرکهٔ القایی در هر بازهٔ زمانی بعد از $t=10s$ یکسان است.

در نمودار مقدار شار عبوری در لحظه‌های $t=10s$ و $t=16s$ داده شده است، پس نیرو محرکهٔ القایی در این بازه را به‌دست می‌آوریم:

$$\overline{\varepsilon}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\varepsilon=-\frac{0-0/06}{16-10}\Rightarrow\varepsilon=10^{-2}V=10mV$$

بنابراین نیروی محرکهٔ القایی در بازه ۱۰s تا ۲۰s نیز برابر ۱۰mV است.

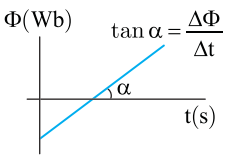


B ۲ ۲۳۳۵

شیب نمودار $\Phi-t$ برابر $\tan\alpha=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

بوده از طرفی با توجه به رابطه $\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

نیروی محرکه برابر است با $\overline{\varepsilon}=-N\tan\alpha$.

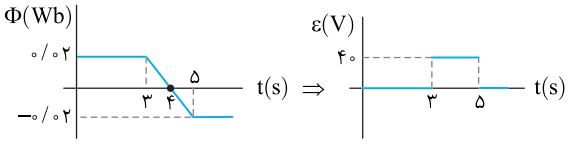


حال با توجه به نمودار $\Phi-t$، نمودار $\varepsilon-t$ را رسم می‌کنیم.

$$۰\text{ تا }۳s \Rightarrow \Delta\Phi=۰ \Rightarrow \bar{\varepsilon}=۰$$

$$۳s\text{ تا }۵s \Rightarrow \bar{\varepsilon}=-۲۰۰۰\times\frac{-۰/۰۲-۰/۰۲}{۲} \Rightarrow \bar{\varepsilon}=۴۰V$$

$$۵s\text{ به بعد} \Rightarrow \Delta\Phi=۰ \Rightarrow \bar{\varepsilon}=۰$$

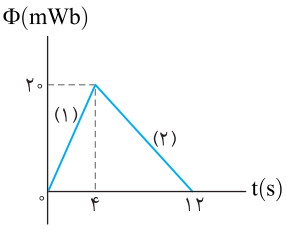


بنابراین در لحظه $t=۳/۵s$، نیروی محرکه القایی $۴۰V$ است و گزینه (۲) درست است.

A ۲۳۳۶ ۲

یادآوری با توجه به روابطی که از قانون القای فاراده به‌دست می‌آیند، داریم:

$$\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\xrightarrow{\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},\ \Delta q=\bar{I}\Delta t\xrightarrow{\bar{I}=\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}\Delta q=\frac{N}{R}\Delta\Phi$$



در بازهٔ صفر تا $۴s$، شار مغناطیسی به اندازهٔ $۲۰mWb$ تغییر کرده است:

$$\Delta q_۱=\frac{N}{R}(۲۰\times۱۰^{-۳})$$

در بازهٔ $۴s$ تا $۱۲s$، شار مغناطیسی به اندازهٔ $۲۰mWb$ تغییر کرده است:

$$\Delta q_۲=\frac{N}{R}(۲۰\times۱۰^{-۳})$$

بنابراین بار شارش شده در این دو قسمت با هم برابر است.

$$\frac{\Delta q_۱}{\Delta q_۲}=۱$$

B ۲۳۳۷ ۴

رابطهٔ بین بار شارش شده با تغییر شار خواهد شد:

$$\begin{cases} I=\frac{\varepsilon}{R} \\ |\varepsilon|=N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\end{cases}\Rightarrow IR=N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow I\Delta t=N\frac{\Delta\Phi}{R}\Rightarrow|\Delta q|=N\frac{\Delta\Phi}{R}$$

بار شارش شده را به‌دست می‌آوریم: $|\Delta q|=\frac{۸}{۵}(۰/۹-(۰/۱))\Rightarrow|\Delta q|=\frac{۱}{۵}C=۰/۲C$

تعداد الکترون‌ها خواهد شد:

$$\Delta q=ne\Rightarrow ۰/۲=n(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})\Rightarrow n=\frac{۰/۲}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}$$

$$n=\frac{۱}{۸}\times۱۰^{۱۹}\Rightarrow n=۱/۲۵\times۱۰^{۱۸}$$

B ۲۳۳۸ ۴

یادآوری در رابطهٔ شار مغناطیسی $\Phi=BA\cos\theta$، θ زاویه بین نیم‌خط عمود بر پیچه و خطوط میدان است و اگر پیچه بر خطوط میدان عمود باشد $\theta=۰$ و اگر پیچه موازی با خطوط میدان مغناطیسی باشد $\theta=۹۰^\circ$ است:

۱ در لحظهٔ $t=۰$ و $t=۰/۶s$ شار مغناطیسی را حساب می‌کنیم.

$$\Phi_۱=B_۱A\cos\theta\xrightarrow[\theta=۰]{B_۱=۱/۲T}\Phi_۱=۱/۲\times(۴۰\times\underbrace{۱۰^{-۴}}_{\text{تبدیل }cm^۲\text{ به }m^۲})=۴/۸\times۱۰^{-۳}Wb$$

$$\Phi_۲=B_۲A\cos\theta\xrightarrow{B=۰}\Phi_۲=۰$$

۲ با توجه به قانون القای فاراده خواهیم داشت:

$$\bar{\varepsilon}=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Delta t=۰/۶-۰=۰/۶s]{\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱}۳=|-N\times\frac{۰-۴/۸\times۱۰^{-۳}}{۰/۶}|$$

$$\Rightarrow ۳=N\times۸\times۱۰^{-۳}\Rightarrow N=\frac{۳۰۰۰}{۸}=۳۷۵$$

B ۲۳۳۹ ۲

خط فکری در سؤال نمودار $B-t$ به صورت یک خط داده شده است. می‌دانیم در نمودارهای خطی شیب ثابت است، و پس در نمودار $B-t$ شیب خط یعنی $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ در هر بازه‌ای مقدار ثابتی دارد.

۱ میدان مغناطیسی در بازهٔ ۰ تا $۴۰ms$ به‌طور یکنواخت تغییر می‌کند. ابتدا آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $(\frac{\Delta B}{\Delta t})$ را با توجه به نمودار به‌دست می‌آوریم.

$$|\frac{\Delta B}{\Delta t}|_{۰\text{ تا }۳۰ms}=|\frac{\Delta B}{\Delta t}|_{۰\text{ تا }۴۰ms}\Rightarrow|\frac{\Delta B}{\Delta t}|_{۰\text{ تا }۳۰ms}=\frac{۰/۸}{۴۰\times۱۰^{-۳}}\Rightarrow|\frac{\Delta B}{\Delta t}|_{۰\text{ تا }۳۰ms}=۲۰T/s$$

۲ حال با توجه به قانون القای فاراده داریم:

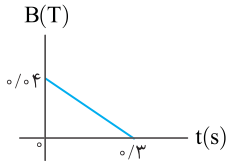
$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Phi=BA\cos\theta]{\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱}|\bar{\varepsilon}|=۵۰۰\frac{B_۲A\cos\theta-B_۱A\cos\theta}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow\bar{\varepsilon}=۵۰۰\times A(\frac{\Delta B}{\Delta t})\cos\theta$$

سطح پیچه بر خطوط میدان عمود است و $\theta=۰$ است و همچنین مساحت سطح هر حلقه $۴۰\times۱۰^{-۴}m^۲$ است:

$$|\varepsilon|=|-۵۰۰\times۲۰\times(۴۰\times۱۰^{-۴})|=۴۰V$$

بازی با سؤال حلقه‌ای به شعاع $۱۰cm$ و مقاومت ۵Ω عمود بر میدان مغناطیسی که مطابق شکل روبه‌رو با زمان تغییر می‌کند، قرار دارد. جریان القایی نتوسط حلقه در بازهٔ $t=۰/۱s$ تا $t=۰/۲s$ چند میلی‌آمپر است؟ $(\pi\simeq۳)$



تجربی - ۸۷ با تغییر

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۱ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

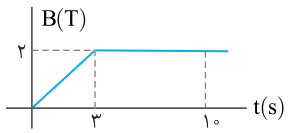
B ۲۳۴۰ ۴

جریان القایی متوسط با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده خواهد شد:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},I_{av}=\frac{\varepsilon}{R}\Rightarrow I_{av}=\frac{-N}{R}\times\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{-N\times A}{R}\times\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$=\frac{-۱\times۴\times۱۰^{-۴}}{۱۰^{-۱}}\times\frac{(۰-۰/۱۶)}{۱۰-۲}=۸\times۱۰^{-۵}A\Rightarrow I_{av}=۸\times۱۰^{-۲}mA$$

بازی با سؤال یک پیچه مسطح شامل ۱۰۰۰ دور به شعاع $۳cm$ از سیم رسانایی به مقاومت ۱۰Ω ساخته شده و در یک میدان مغناطیسی عمود بر خطوط میدان قرار دارد. میدان مغناطیسی مطابق شکل روبه‌رو در تغییر است. جریان القایی متوسط در بازه $t=۱s$ تا $t=۲/۵s$ چند آمپر است؟



۱) $۶\pi\times۱۰^{-۱}$ ۲) $۶\pi\times۱۰^{-۲}$ ۳) $۳\pi\times۱۰^{-۱}$ ۴) $۳\pi\times۱۰^{-۲}$

گزینهٔ ۲

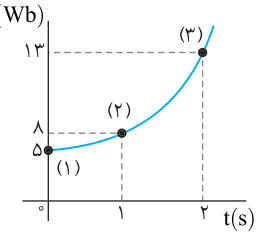
C ۲۳۴۱ ۲

یادآوری نمودار تابع درجه ۲ سهمی است.

خط فکری در سؤال گفته شده است که نمودار سهمی است. بنابراین معادله شار-زمان تابع درجه ۲ است. ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده در نمودار معادلهٔ شار-زمان را به‌دست می‌آوریم و سپس نیروی محرکهٔ القایی متوسط را با توجه به شار حساب می‌کنیم.

نمودار $\Phi-t$ نمودار سهمی است، پس تابع Φ برحسب T به صورت تابع درجه دوم می‌باشد.

$$\Phi(t)=at^۲+bt+c\quad(I)$$



در سه نقطهٔ (۱)، (۲) و (۳)، اطلاعات مدار را در معادلهٔ (I) جایگذاری می‌کنیم:

$$(۱):\Phi(۰)=۵\Rightarrow a(۰)^۲+b(۰)+c=۵\Rightarrow c=۵ \quad (۱)$$

$$(۲):\Phi(۱)=۸\Rightarrow a(۱)^۲+b(۱)+c=۸\Rightarrow a+b+c=۸\xrightarrow{c=۵}a+b=۳$$

$$(۳):\Phi(۲)=۱۳\Rightarrow a(۲)^۲+b(۲)+c=۱۳\Rightarrow ۴a+۲b+c=۱۳\xrightarrow{c=۵}۴a+۲b=۸$$

$$\xrightarrow{(۲),(۳)}\begin{cases}a+b=۳\\ ۴a+۲b=۸\end{cases}\Rightarrow a=۱, b=۲$$

بنابراین معادله شار برحسب زمان به صورت زیر خواهد شد.

$$\Phi(t)=at^۲+bt+c=t^۲+۲t+۵$$

بازهٔ زمانی خواسته شده دو ثانیهٔ دوم یعنی $t=۲s$ تا $t=۴s$ است که با توجه به نمودار شار در لحظهٔ $t=۲s$ برابر $۱۳Wb$ است و شار در لحظهٔ $t=۴s$ را با توجه به معادله حساب می‌کنیم:

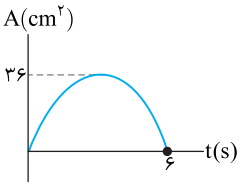
$$\begin{cases}\Phi(۴)=(۴)^۲+۲(۴)+۵=۲۹Wb\\ \Phi(۲)=۱۳Wb\end{cases}\Rightarrow \Delta\Phi=۲۹-۱۳=۱۶Wb$$

حال نیروی محرکهٔ القایی را با توجه به قانون القای فاراده به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|-N\frac{\Phi(۴)-\Phi(۲)}{۴-۲}|=۱\times\frac{۲۹-۱۳}{۲}=۸V$$

C | ۲۳۴۲ | ۱

نمودار سهمی است، از این‌رو باید به کمک اعداد روی نمودار معادله تغییرات مساحت برحسب زمان را به دست آورد:



$$A(t)=at^۲+bt+c$$

$$t=۰, A=۰\Rightarrow ۰=۰+۰+c\Rightarrow c=۰$$

$$t=۶s, A=۰\Rightarrow ۰=۳۶a+۶b$$

$$\Rightarrow ۶a+b=۰ \quad (۱)$$

مختصات رأس سهمی، میانگین دو ریشهٔ آن است.

$$t_{\text{راس}}=\frac{۶+۰}{۲}=۳s\xrightarrow[t=۳s]{A=۳۶cm^۲}۳۶=۹a+۳b\Rightarrow ۱۲=۳a+b \quad (۲)$$

a و b را به کمک معادله‌های (۱) و (۲) به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}۶a+b=۰\\ ۳a+b=۱۲\end{cases}\Rightarrow ۳a=-۱۲\Rightarrow a=-۴, b=۲۴$$

اکنون معادلهٔ کامل است. $A(t)=-۴t^۲+۲۴t$ و می‌توان تغییر مساحت را در بازهٔ صفر تا $۲s$ به دست آورد.

$$t_۱=۰\Rightarrow A=۰\ ,\ t_۲=۲s\Rightarrow A_۲=-۴\times(۴)+۲۴\times۲$$

$$\Rightarrow A_۲=۳۲cm^۲\Rightarrow \Delta A=A_۲-A_۱=۳۲cm^۲$$

به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکه القایی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Delta\Phi=B\Delta A]{N=۱}|\bar{\varepsilon}|=B|\frac{\Delta A}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=\frac{۰/۲\times۳۲\times۱۰^{-۴}}{۲-۰}\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=۳/۲\times۱۰^{-۴}V$$

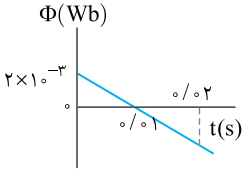
توان مصرفی خواهد شد:

$$P=\frac{\varepsilon^۲}{R}\Rightarrow P=\frac{(۳/۲\times۱۰^{-۴})^۲}{۱}=۱۰/۲۴\times۱۰^{-۸}W=۱۰/۲۴\times۱۰^{-۸}W\times\frac{۱۰^۹nW}{۱W}$$

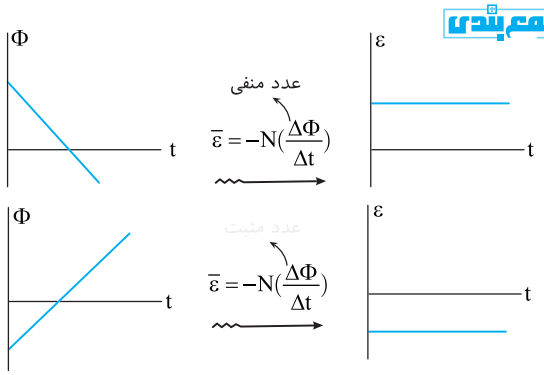
$$\Rightarrow P=۱۰/۲۴\times۱۰^{-۸}\times۱۰^۹nW=۱۰۲/۴nW$$

A | ۲۳۴۳ | ۲

نمودار شار-زمان، یک خط راست با شیب ثابت و منفی است و با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $\varepsilon=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$، نیروی محرکهٔ القایی آن باید مثبت و مقدار آن ثابت باشد، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

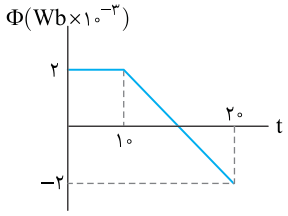


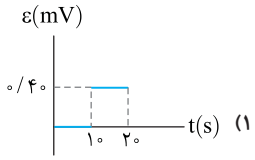
جمع‌بندی

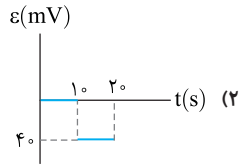


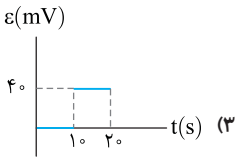
بازی با سؤال

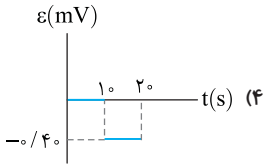
نمودار شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه برحسب زمان به صورت شکل مقابل است. کدام گزینه نمودار نیروی محرکهٔ القایی ایجاد شده در حلقه در بازهٔ زمانی صفر تا ۲۰s را به‌درستی نشان می‌دهد؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

گزینهٔ ۱

B | ۲۳۴۴ | ۳

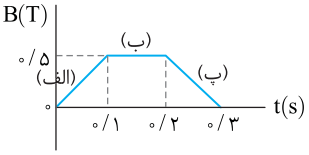
شیب نمودار $\Phi-t$ بیانگر نیروی محرکهٔ القایی (و جریان القایی) است.

شیب نمودار در بازهٔ صفر تا $t_۱$ کمتر از بازهٔ $t_۱$ تا $\frac{۳}{۲}t_۱$ تا $۲t_۱$ است، بنابراین جریان در بازهٔ صفر تا $t_۱$ از جریان در بازهٔ $t_۱$ تا $\frac{۳}{۲}t_۱$ تا $۲t_۱$ کمتر است. در بازهٔ $t_۱$ تا $\frac{۳}{۲}t_۱$ که شار ثابت است جریان صفر است.

B | ۲۳۴۵ | ۱

یادآوری هرگاه حلقه‌ای عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گیرد، در رابطهٔ شاره $\Phi=BA\cos\theta$، θ برابر صفر درجه خواهد بود و شار عبوری از حلقه بیشینه است. $(\Phi_{max}=BA)$ با توجه به نمودار میدان مغناطیسی برحسب زمان، نیروی محرکهٔ القایی در بازه‌های زمانی ۰ تا ۰/۱s، ۰/۱s تا ۰/۲s و ۰/۲s تا ۰/۳s را حساب می‌کنیم:

الف) در بازهٔ ۰ تا ۰/۱s، میدان مغناطیسی از صفر به ۰/۵T رسیده است، بنابراین:



$$\bar{\varepsilon}_۱=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{N=۱}\bar{\varepsilon}=-۱\times\frac{B_۲A\cos\theta-B_۱A\cos\theta}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\text{حلقه عمود بر خطوط میدان است}]{\theta=۰}\bar{\varepsilon}=-۱\times\frac{(B_۲-B_۱)A}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{A=\pi r^۲=۱۰۰\pi\times۱۰^{-۴}m^۲}\bar{\varepsilon}=-\frac{\Delta B}{\Delta t}\times\pi\times۱۰^{-۲}$$

$$\xrightarrow[\pi\approx۳]{\frac{\Delta B=۰/۵-۰}{\Delta t=۰/۱-۰}}\bar{\varepsilon}=-۵\times۳\times۱۰^{-۲}=-۰/۱۵V$$

گزینهٔ (۱) درست است اما بازه‌های زمانی بعد از ۰/۱s را نیز بررسی می‌کنیم.

ب) در بازهٔ ۰/۱s تا ۰/۲s ، میدان مغناطیسی تغییر نکرده است،بنابراین شار عبوری از حلقه نیز ثابت است و نیروی محرکه‌ای در حلقه ایجاد نمی‌شود.

پ) در بازهٔ ۰/۲s تا ۰/۳s (مشابه اختلاف زمانی قسمت (الف)) میدان مغناطیسی از ۰/۵T به صفر (مشابه تغییرات میدان مغناطیسی در قسمت (الف)) رسیده، بنابراین با توجه به اینکه شیب نمودار منفی است، نیرو محرکهٔ القایی مثبت است و بزرگی آن برابر نیرو محرکهٔ القایی قسمت (الف) یعنی ۰/۱۵V خواهد بود.

$$\text{۰/۲s تا ۰/۳s}: \bar{\varepsilon}_{۳}=۱\times\frac{۰/۵}{۰/۱}\times\pi\times(۰/۱)^{۲}=+۰/۱۵V$$

نکته مقدار مقاومت داده شده در این سؤال اطلاعات اضافی بوده و در حل سؤال استفاده نمی‌شود.

۳ ۲۳۴۶ B

ابتدا رابطهٔ جریان القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم:

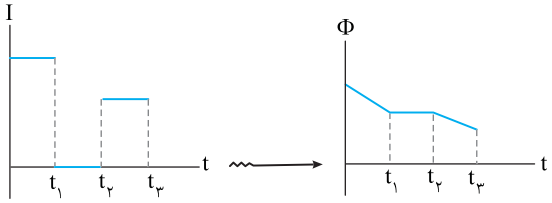
$$\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\xrightarrow{\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{N=۱}\bar{I}=\frac{-۱}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

با توجه به این رابطه جریان القایی $(\bar{I})$ با قرینه آهنگ تغییر شار $(-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ متناسب است.

در بازه ۰ تا $t_۱$: مقدار جریان القایی ثابت و مثبت است پس باید در این بازه مقدار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ثابت و منفی باشد. $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ در نمودار $\Phi-t$ شیب نمودار است بنابراین در این بازه باید نمودار $\Phi-t$ یک خط باشد (تا شیب ثابت باشد) و شیب آن هم منفی باشد. (تنها گزینهٔ (۳) درست است.)

در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$: جریانی در مدار القا نشده $(\bar{I}=۰)$ پس باید $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ نیز صفر باشد، در واقع باید $\Delta\Phi$ صفر شده و شار مغناطیسی ثابت باشد. بنابراین شار مغناطیسی در این بازه مقدار ثابتی دارد و تغییر نمی‌کند.

در بازهٔ $t_۲$ تا $t_۳$: جریان القایی مثبت است، بنابراین مشابه توضیحات بازهٔ ۰ تا $t_۱$ باید شار مغناطیسی به صورت خطی و با شیب منفی باشد.



۳ ۲۳۴۷ B

همان طور که می‌دانیم برای یک حلقه $N=۱$ رابطهٔ نیروی محرکه به صورت $\varepsilon_{av}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ می‌باشد و شیب نمودار شار - زمان (یعنی $\Phi-t$) هم‌ارز $-\varepsilon_{av}$ است. حال با توجه به اینکه در بازهٔ صفر تا ۱۰s مقدار نیروی محرکهٔ ثابت و مثبت داده شده، پس شیب نمودار $\Phi-t$ باید ثابت و منفی باشد بنابراین نمودارهای در گزینه‌های (۱) و (۲) پاسخ مسئله نیستند. در بازهٔ ۱۰s تا ۳۰s نیروی محرکه صفر است. پس شیب نمودار $\Phi-t$ باید صفر باشد یعنی در این بازه نمودار خط افقی موازی محور زمان است، بنابراین گزینهٔ (۴) نیز پاسخ مسئله نیست.

در نهایت چون نیروی محرکه در بازهٔ ۳۰s تا ۴۰s ثابت و منفی است پس شیب نمودار $\Phi-t$ در این بازه باید ثابت و مثبت باشد؛ یعنی گزینهٔ (۳) درست است.

۳ ۲۳۴۸ B

خط فکری ابتدا به گزینه‌های داده شده دقت کنید، تفاوت بین گزینه‌ها چیست

۱ شار بیشینه (برحسب μWb) در دو گزینه ۰/۳ و در دو گزینهٔ دیگر ۳۰ است.

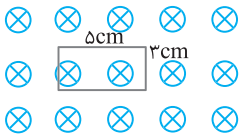
۲ مدت زمانی که شار ثابت بوده در دو گزینه ۵۰ms=۲۵−۷۵ و در دو گزینه ۲۵ms=۲۵−۵۰ است. بنابراین برای حل این سؤال ابتدا شار بیشینه را حساب می‌کنیم تا دو گزینه خط بخورند و در گام بعدی مدت زمانی که شار ثابت است را به‌دست می‌آوریم.

۳ شار بیشینه زمانی است که تمام قاب درون میدان قرار داشته باشد:

$$\Phi=BA\cos\theta\xrightarrow[\theta=۰\text{ باشد}]{\text{حلقه باید عمود بر خطوط}}\Phi_{max}=BA$$

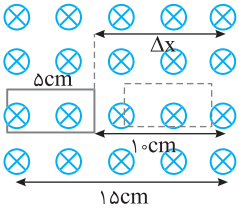
$$\xrightarrow[B=۲G=۲\times۱۰^{-۴}T]{A=۳\times۵=۱۵cm^{۲}=۱۵\times۱۰^{-۴}m^{۲}}\Phi_{max}=۱۵\times۱۰^{-۴}\times۲\times۱۰^{-۴}=۳\times۱۰^{-۷}Wb$$

$$\Phi_{max}=۰/۳\mu Wb$$



در نتیجه گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست‌اند.

۴ در تمام بازه‌ای که قاب به‌طور کامل در میدان مغناطیسی قرار دارد. شار مغناطیسی ثابت و برابر ۰/۳μWb است؛ جابه‌جایی قاب در این بازه را به‌دست می‌آوریم.



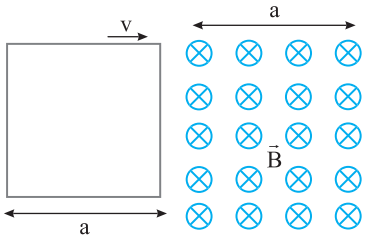
سرعت قاب ثابت و برابر ۲m/s است و با توجه به تعریف سرعت خواهیم داشت:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow۲=\frac{۰/۱۰}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۲۰}s=\frac{۱۰۰۰}{۲۰}ms=۵۰ms$$

بنابراین بازه زمانی که شار مغناطیسی ثابت بوده ۵۰ میلی‌ثانیه است و گزینهٔ (۳) درست است.

۴ ۲۳۴۹ A

به پهنای میدان و طول ضلع قاب دقت کنید. قاب پس از t ثانیه به طور کامل در میدان قرار می‌گیرد، اما بلافاصله شروع به بیرون رفتن از میدان کرده و در بازهٔ t تا ۲t از میدان خارج می‌شود. در این صورت ابتدا از صفر تا t شار مغناطیسی به طور یکنواخت در حال افزایش و سپس از t تا ۲t شار مغناطیسی به طور یکنواخت در حال کاهش است. از این رو نیروی محرکهٔ القایی در دو بازهٔ زمانی صفر تا t و t تا ۲t ثابت، اما در این دو بازه، علامت نیروی محرکهٔ القایی مخالف هم است.

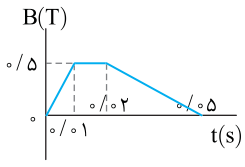


۴ ۲۳۵۰ C

خط فکری حلقه دارای مقاومت است، بنابراین آهنگ مصرف انرژی یا توان مصرفی حلقه در واقع همان توان مصرفی مقاومت یعنی $P=\bar{\varepsilon}\bar{I}=R\bar{I}^{۲}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}$ است.

حلقه بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است پس شار مغناطیسی از حلقه برابر $\Phi=BA\cos\theta=BA$ است و با توجه به نمودار، میدان مغناطیسی برحسب زمان در بازه صفر تا ۰/۱s تغییر می‌کند، پس برای شار مغناطیسی داریم: $\Phi=B(t)A$

حال با توجه به رابطه نیرو محرکه و شار مغناطیسی داریم:



$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-۱\times\frac{\Delta B}{\Delta t}A$$

$$=-۱\times\frac{\Delta B}{\Delta t}\times(\pi r^{۲})$$

$$\bar{\varepsilon}=-\frac{\Delta B}{\Delta t}\pi(۰/۱)^{۲}$$

$\frac{\Delta B}{\Delta t}$ میدان مغناطیسی از صفر تا ۰/۰۱s به‌طور یکنواخت (خطی) افزایش یافته، پس در نمودار برابر شیب خط در بازهٔ صفر تا ۰/۰۱s است:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{B_{۲}-B_{۱}}{t}=\frac{۰/۵}{۰/۰۱}=۵۰T/s$$

$$\varepsilon=-۵۰\times\pi\times(۰/۱)^{۲}=-۱/۵V\Rightarrow|\varepsilon|=۱/۵V$$

آهنگ تولید انرژی گرمایی یا همان توان برای مقاومت 5Ω در این بازه برابر است با:

$$P=\frac{\varepsilon^2}{R}=\frac{(1/5)^2}{5}=\frac{2/25}{5}=0/45W$$

در بازهٔ $0/1s$ تا $0/2s$ چون میدان تغییر نمی‌کند، نیروی محرکه‌ای ایجاد نمی‌شود، پس انرژی گرمایی هم در این بازه تولید نمی‌شود. در بازهٔ $0/2s$ تا $0/5s$ نیز مانند حالت اول ابتدا تغییرات میدان مغناطیسی برحسب زمان را به‌دست می‌آوریم و چون نمودار خطی است، این تغییرات برابر شیب خط نمودار است:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{B_2-B_1}{t_2-t_1}=\frac{0-0/5}{0/03}=-\frac{50}{3}T/s$$

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A=-1\times(-\frac{50}{3})\times(\pi r^2)=\frac{50}{3}\times3\times10^{-2}=0/5V$$

پس توان ایجاد شده (آهنگ تولید انرژی گرمایی) برابر است با:

$$P=\frac{\overline{\varepsilon}^2}{R}=\frac{0/5\times0/5}{5}=0/05W$$

نکته با توجه به رابطهٔ $P=\frac{\varepsilon^2}{R}$، توان مصرفی همواره مثبت است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. در گزینه‌های (۲) و (۴) نیز تنها مقدار توان مصرفی در بازهٔ $0/2s$ تا $0/5s$ با هم متفاوت است و تنها نیاز است، توان مصرفی در این بازه را حساب کنیم.

B ۲۳۵۱ ۲

در بازهٔ ۰ تا ۲s نیروی محرکهٔ القایی برابر $-\varepsilon_1$ است، بنابراین تغییر شار در این بازه برابر است با:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=2s]{N=1}-\varepsilon_1=-1\times\frac{\Delta\Phi_1}{2}\Rightarrow\Delta\Phi_1=2\varepsilon_1$$

در بازهٔ ۲s تا ۶s نیروی محرکهٔ القایی صفر است، بنابراین:

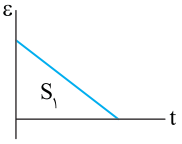
$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t}\Rightarrow0=-1\times\frac{\Delta\Phi_2}{4}\Rightarrow\Delta\Phi_2=0$$

بنابراین تغییر شار از صفر تا ۶s برابر $\Delta\Phi_2+\Delta\Phi_1=0+2\varepsilon_1=2\varepsilon_1$ است:

$$|\overline{I}|=\frac{|\overline{\varepsilon}|}{R}\xrightarrow[I=\lambda]{\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}\lambda=\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{6}\xrightarrow[R=0/3]{\Delta\Phi=2\varepsilon_1}\lambda=\frac{1}{0/3}\frac{2\varepsilon_1}{6}$$

$$\Rightarrow\varepsilon_1=7/2V$$

میانبر در نمودار $\varepsilon-t$ سطح زیر نمودار برابر $-N\Delta\Phi$ است:



$$S_1=-N\Delta\Phi$$

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۲۳۵۲ ۳

هرگاه حلقه‌ای 60° بچرخد، نیم‌خط عمود بر آن نیز 60° می‌چرخد. در حالت اول قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و نیم‌خط عمود بر حلقه هم‌راستا با خطوط میدان است بنابراین:

$$\Phi_1=BA\cos\theta_1\xrightarrow{\theta_1=0}\Phi_1=BA$$

با دوران 60° حلقه نیم‌خط عمود بر حلقه نیز 60° می‌چرخد و در این حالت زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه با خطوط میدان از صفر به 60° می‌رسد و شار مغناطیسی خواهد شد:

$$\Phi_2=BA\cos\theta_2\xrightarrow{\theta_2=60^\circ}\Phi_2=\frac{BA}{2}$$

اکنون گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم تا مشخص شود در کدام گزاره‌ها شار مغناطیسی گذرنده از حلقه نصف می‌شود.

گزاره الف) اندازهٔ میدان $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر شده از این‌رو:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1}=\frac{B_2A}{B_1A}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}B_1}{B_1}\Rightarrow\frac{\Phi_2}{\Phi_1}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

بنابراین این گزاره نادرست است.

گزاره ب) اندازه میدان در همان جهت نصف شده از این رو:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1}=\frac{B_2A}{B_1A}=\frac{\frac{1}{2}B_1}{B_1}=\frac{1}{2}$$

بنابراین گزاره (ب) درست است.

گزاره پ) در این گزاره مساحت سطح حلقه نصف شده و شار مغناطیسی خواهد شد:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1}=\frac{B_2A}{B_1A}=\frac{\frac{1}{2}A_1}{A_1}=\frac{1}{2}$$

این گزاره نیز قابل قبول است.

گزاره ت) دقت کنید در گزاره (ت) جهت بردار میدان تغییر می‌کند پس:

$$\begin{cases}\Phi_1=BA\cos0\\ \Phi_2=\frac{\sqrt{3}}{2}BA\cos180^\circ\end{cases}\Rightarrow\Phi_2=-\frac{\sqrt{3}}{2}\Phi_1$$

این گزاره نادرست است.

B ۲۳۵۳ ۲

طول سیمی که مربع از آن تشکیل شده است را l می‌نامیم. در حالت اول $l=4A$ است که a طول ضلع مربع است. در حالت دوم نیز با همان سیم حلقه‌ها ساخته شده است پس محیط این دو حلقه نیز با محیط مربع برابر است. $l=2(2\pi r)$ است و r شعاع هر حلقه است. در این صورت: $\text{محیط دو حلقه دایره}=\text{محیط مربع}\Rightarrow4a=4\pi r\Rightarrow a=\pi r$

مساحت مربع برابر است با: $A_{\text{مربع}}=a^2=\pi^2r^2$

مساحت هر حلقه برابر است با: $A_{\text{حلقه}}=\pi r^2$

شار عبوری از قاب مربع شکل:

$$\Phi_{\text{مربع}}=BA_{\text{مربع}}\cos\theta\xrightarrow[\theta=0]{\text{قاب عمود بر خطوط میدان است}}$$

$$\Phi_{\text{مربع}}=BA_{\text{مربع}}\xrightarrow[a=\pi r]{A_{\text{مربع}}=a^2}\Phi_{\text{مربع}}=B\pi^2r^2$$

شار عبوری از دو حلقه دایره‌ای شکل:

$$\Phi_{\text{حلقه}}=BA_{\text{حلقه}}\cos\theta$$

$$\xrightarrow[\theta=0]{\text{حلقه عمود بر خطوط میدان است}}\Phi_{\text{حلقه}}=BA_{\text{حلقه}}$$

$$\xrightarrow{A_{\text{حلقه}}=\pi r^2}\Phi_{\text{حلقه}}=B\pi r^2$$

در نتیجه:

$$\frac{\Phi_{\text{حلقه}}}{\Phi_{\text{مربع}}}=\frac{BA_{\text{حلقه}}}{BA_{\text{مربع}}}=\frac{\pi r^2}{\pi^2r^2}=\frac{1}{\pi}\Rightarrow\frac{\Phi_{\text{حلقه}}}{24}=\frac{1}{\pi}\Rightarrow\Phi_{\text{حلقه}}=\frac{24}{\pi}Wb$$

C ۲۳۵۴ ۳

یادآوری در رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$، θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه و خطوط میدان است و این زاویه همواره متمم زاویه‌ای است که خود حلقه با خطوط میدان می‌سازد.

دو نیم‌دایره بر هم عمودند، خطوط میدان با یکی از نیم‌دایره‌ها زاویهٔ 37° ساخته است پس با صفحهٔ دیگر زاویه 53° می‌سازد.

شار عبوری از نیم‌دایره‌ای که با خطوط میدان زاویهٔ 37° می‌سازد:

$$\Phi_1=BA_1\cos\theta_1\xrightarrow[A_1=\frac{\pi r^2}{2}]{\theta_1=90^\circ-37^\circ}\Phi_1=50\times10^{-3}\times\frac{3\times(4)^2}{2}\times0/6=0/72Wb$$

شار عبوری از نیم‌دایره‌ای که با خطوط میدان زاویهٔ 53° می‌سازد:

$$\Phi_2=BA_2\cos\theta_2\xrightarrow[A_2=\frac{\pi r^2}{2}]{\theta_1=90^\circ-53^\circ}$$

$$\Phi_2=50\times10^{-3}\times\frac{3\times(4)^2}{2}\times0/8=0/96Wb$$

شار کمیت نرده‌ای است و مجموع دو شار همانند جمع دو عدد ریاضی است.

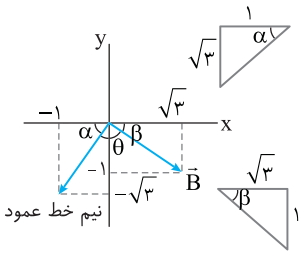
$$\Phi_1+\Phi_2=0/72+0/96=1/68Wb$$

۱ ۲۳۵۵ C

ابتـدا بایـد زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر پیچه و خطـوط میدان را پیدا کنیم برای این منظور بردار میدان و نیم‌خط عمود را رسم می‌کنیم.

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{\sqrt{۳}}{۱}\Rightarrow\tan\alpha=\sqrt{۳}\Rightarrow\alpha=۶۰^\circ$$

$$\tan\beta=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}\Rightarrow\tan\beta=\frac{\sqrt{۳}}{۳}\Rightarrow\beta=۳۰^\circ$$



در رابطهٔ شار $\Phi=BA\cos\theta$ ، θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر پیچه و میدان مغناطیسی است که با توجه به شکل بالا، داریم:

$$\theta=۱۸۰-(\alpha+\beta)\Rightarrow\theta=۱۸۰-(۶۰+۳۰)\Rightarrow\theta=۹۰^\circ$$

$$\Phi=BA\cos۹۰^\circ\xrightarrow{\cos۹۰^\circ=۰}\Phi=۰$$

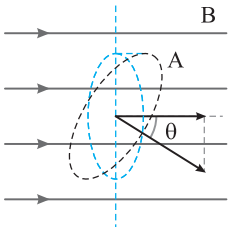
۱ ۲۳۵۶ C

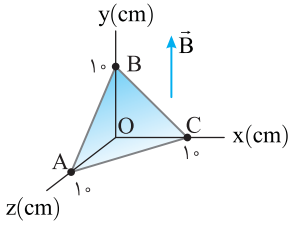
به تعریف شار مغناطیسی دقت کنید: $\Phi=BA\cos\theta$

θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح و میدان مغناطیسی است. با توجه به شکل $A\cos\theta$ تصویر نیم‌خط عمود بر سـطح در امتداد میدان مغناطیسی B است. به عبارت بهتر مانند این است که سطح A را برصفحهٔ عمود بر میدان B تصویر می‌کنیم (یعنی سایهٔ آن را روی صفحه عمود بر میدان به دست می‌آوریم). در این صورت: $\Phi=BA_\perp$

در شکل زیر اگر مثلث ABC را بر راستای عمود بر B یعنی بر صفحهٔ xoz تصویر کنیم، سـطح OAC به‌دسـت می‌آید. در این صورت شار مغناطیسـی گذرنده از سطح ABC همان شار گذرنده از سطح OAC خواهد بود. بنابراین:

$$\Phi=BA_\perp=۰/۴\times\frac{۰/۱\times۰/۱}{۲}=۲\times۱۰^{-۳}\,Wb$$





۳ ۲۳۵۷ B

اندازه نیرو محرکهٔ القایی برابر $|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ اسـت که چون تنها میدان مغناطیسی در حال تغییر است نیرو محرکه القایی برابر $\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$ می‌شود:

$$|\overline{\varepsilon}_{۰\text{ تا }۱۵}|=|\overline{\varepsilon}_{۳\text{s تا }t'}|\Rightarrow|-NA\frac{B(t=۱)-B(t=۰)}{۱-۰}\cos\theta|$$

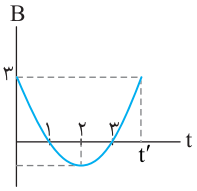
$$=|-NA\frac{B(t')-B(۳)}{t'-۳}\cos\theta||\frac{((۱)^۲-۴+۳)-(۳)}{۱}|=|\frac{B(t')-(۹-۱۲+۳)}{t'-۳}|$$

$$\Rightarrow+۳=\frac{B(t')-۰}{t'-۳}\Rightarrow B(t')=۳t'-۹\xrightarrow{B(t')=t'^۲-۴t'+۳}t'^۲-۴t'+۳=۳t'-۹$$

$$t'^۲-۷t'+۱۲=۰\Rightarrow(t'-۳)(t'-۴)=۰\Rightarrow t'=۳s\text{ یا }t'=۴s$$

که چون بازهٔ زمانی ۳s تا t' است، $t'=۴s$ قابل قبول است.

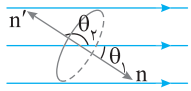
میانبر باید تغییـرات میدان در هر دو بازه یکسـان باشـد، نمودار $B-t$ یک سهمی به صورت شـکل زیر اسـت و بـا توجه بـه اینکه نمودار سـهمی نسبت به رأس متقارن است پس میدان در لحظه‌های ۱s و ۳s با هم برابر است (هردو در فاصلهٔ یکسانی از رأس قرار دارند.) پس باید t' و صفر نیز مقدار میدان یکسانی داشته باشند تا تغییرات میدان در بازه‌های گفته شـده یکسـان شـود. در این صورت فاصلهٔ $t=۰$ و t' تا رأس $(t=۲s)$ یکسان است و t' برابر ۴s است.



۴ ۲۳۵۸ C

خط فکری شـار مغناطیسـی بـرای میـدان مغناطیسـی یکنواخت به صـورت زیر تعریف می‌شود: $\Phi=BA\cos\theta$

در ایـن رابطـه θ زاویه بین نیم‌خط عمود بر سـطح و خطوط میدان اسـت. اما برای هر سطح دو سوی عمود بر سطح وجود دارد و اگر یک سو را انتخاب کنیم تا آخر مسئله باید همان سو را برای نیم‌خط عمود بر سطح استفاده کنیم.



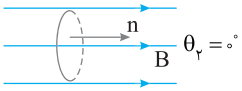
در شـکل مقابل اگر نیم‌خط عمود بر سطح n باشد $\theta_۱$ حاده بوده و شار مثبت است و اگر نیم‌خط عمود بر سطح n' اختیار شود $\theta_۲$ منفرجه بوده و شار منفی است.

سـطح قاب با خط‌های میدان زاویه ۳۷° می‌سـازد. نیم‌خط عمود بر سـطح را به‌گونه‌ای اختیـار می‌کنیم کـه با خط‌های میدان زاویه حاده $(\theta=۹۰-۳۷=۵۳^\circ)$ بسـازد. شـار گذرنده از سطح خواهد شد.

$$\Phi_۱=BA\cos\theta=۵\times۱۰^{-۲}\times۱۲\times۱۰^{-۲}\times۰/۶=۳/۶\times۱۰^{-۳}\,Wb$$

با چرخش قاب، قاب عمود بر خط‌های میدان قرار گرفته است. در این صورت دو حالت ممکن است.

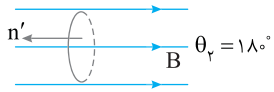
۱ نیم‌خـط عمود بر سـطح قاب با خط میدان زاویه صفر درجه بسازد.



$$\theta_۲=۰\Rightarrow\Phi_۲=۵۰۰\times۱۰^{-۴}\times۱۲\times۱۰^{-۲}\times(+۱)=۶\times۱۰^{-۳}\,Wb$$

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{(۶\times۱۰^{-۳}-۳/۶\times۱۰^{-۳})}{۱۰^{-۳}}=۲/۴V$$

۲ نیم‌خـط عمـود بر سـطح قاب با خط میدان زاویه ۱۸۰° بسازد.



$$\theta_۲=۱۸۰^\circ\Rightarrow\Phi_۲=۵۰۰\times۱۰^{-۴}\times۱۲\times۱۰^{-۲}\times(-۱)=-۶\times۱۰^{-۳}\,Wb$$

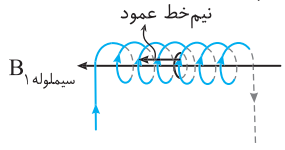
$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{(-۶\times۱۰^{-۳}-۳/۶\times۱۰^{-۳})}{۱۰^{-۳}}=۹/۶V$$

بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) هر دو درست هستند.

۲ ۲۳۵۹ B

خط فکری بـا تغییر جریان سـیملوله، میدان مغناطیسـی حاصـل از جریان درون سیملوله تغییر می‌کند $(B=\mu_۰\frac{N}{l}I)$ و با تغییر میدان مغناطیسی سیملوله شار گذرنده از درون پیچه $(\Phi=BA\cos\theta)$ تغییر کرده که باعث ایجاد جریان القایی و شارش بار در پیچه می‌شـود. بنابراین شـما باید شـار مغناطیسـی گذرنـده از پیچـه را در دو حالت به‌دست بیاورید تا بتوانید مقدار بار شارش شده را حساب کنید.

میدان مغناطیس در حالت اول را حساب می‌کنیم:



$$B_۱=\mu_۰\frac{N}{l}I$$

$$B_۱=۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۱۰۰\times۱۰^۲\times۲$$

$$B_۱=۲/۴\times۱۰^{-۲}T$$

مساحت پیچه برابر است با: $A=\pi r^2=\pi(\frac{2\times10^{-2}}{2})^2=3\times10^{-4}\,m^2$

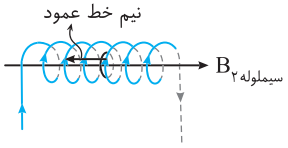
شار عبوری از پیچه را در حالت اول به‌دست می‌آوریم، دقت کنید که سطح پیچه مطابق شکل بالا بر میدان مغناطیسی عمود است:

$\Phi=BA\cos\theta_1=2/4\times10^{-2}\times3\times10^{-4}\times1=7/2\times10^{-6}\,Wb$

در حالت دوم بزرگی جریان ثابت مانده اما جهت آن تغییر می‌کند، بنابراین بزرگی میدان سیملوله ثابت اما جهت آن تغییر می‌کند: $|B_2|=|B_1|=2/4\times10^{-2}\,T$

در این حالت زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح و خطوط میدان 180° خواهد شد بنابراین:

$\Phi_2=B_2A\cos\theta_2\xrightarrow{\theta_2=180^\circ}\Phi_2=-7/2\times10^{-6}\,Wb$



با تغییر جهت جریان، شار مغناطیسی عبوری از پیچه از مقدار $7/2\times10^{-6}\,Wb$ به $-7/2\times10^{-6}\,Wb$ می‌رسد. بنابراین:

$\Delta q=-N\frac{\Delta\Phi}{R}=200\times\frac{7/2\times10^{-6}-(-7/2\times10^{-6})}{2}=14/4\times10^{-4}$

$=1/44\times10^{-3}\,C=1/44\,mC$

۳ ۲۳۶۰ **C**

خط فکری در یک معادلهٔ درجه دوم $y=ax^2+bx+c$ که ضریب x^2 منفی است، بیشینه مقدار تابع در رأس سهمی $(x=\frac{-b}{2a})$ است.

۱ با سیم به طول $40\,cm$ یک قاب مربع شکل ساخته شده بنابراین محیط مربع برابر طول سیم است و طول ضلع مربع و مساحت سطح آن خواهد شد:



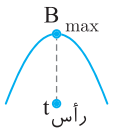
محیط مربع $=4a\Rightarrow40=4a\Rightarrow a=10\,cm$

مساحت سطح مربع $=a^2\Rightarrow A=(10)^2$

$\Rightarrow A=100\,cm^2=10^{-2}\,m^2$

۲ بیشینه شار زمانی است که میدان داخل حلقه بیشینه شود، معادله میدان برحسب زمان تابع درجه (۲) و نمودار آن سهمی است. با توجه مختصات رأس سهمی می‌توان نوشت:

$t_{رأس}=-\frac{b}{2a}\xrightarrow{B=-t^2+\alpha t+3}t_{رأس}=\frac{\alpha}{2}$



$B_{max}=-(\frac{\alpha}{2})^2+\alpha(\frac{\alpha}{2})+3$

$\Rightarrow B_{max}=-\frac{\alpha^2}{4}+\frac{\alpha^2}{2}+3\Rightarrow B_{max}=\frac{\alpha^2}{4}+3$

۳ میدان مغناطیسی در لحظهٔ $t=0$ را حساب می‌کنیم:

$B_1=-(0)^2+\alpha(0)+3\Rightarrow B_1=3\,T$

۴ اکنون جریان القایی متوسط در بازه $t=0$ و $t=\frac{\alpha}{2}$ را به‌دست آورده و برابر $4\,mA$ قرار می‌دهیم:

$\bar I=\frac{\bar\varepsilon}{R}\xrightarrow{\bar\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}\bar I=|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{\Delta\Phi=\Delta BA}$

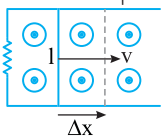
$\bar I=|-\frac{N}{R}\frac{\Delta B}{\Delta t}A|\Rightarrow4\times10^{-3}=\frac{1}{10}\times\frac{\frac{\alpha^2}{4}+3-3}{\frac{\alpha}{2}}\times10^{-2}$

$\Rightarrow4=\frac{\alpha}{2}\Rightarrow\alpha=8$

۲ ۲۳۶۱ **B**

با حرکت میله مساحت قاب در حال افزایش است. ابتدا با استفاده از قانون اهم، نیرو محرکهٔ را به‌دست می‌آوریم: $|\bar I|=\frac{|\bar\varepsilon|}{R}\Rightarrow0/5=\frac{|\bar\varepsilon|}{0/2}\Rightarrow|\bar\varepsilon|=0/1\,V$

مساحت سطح قاب در حال تغییر است، طبق قانون القای فاراده داریم:

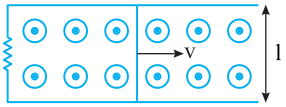


$|\bar\varepsilon|=|N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{\Phi=BA\cos\theta\ \theta=0}|\bar\varepsilon|=|N\frac{B\Delta A}{\Delta t}|$

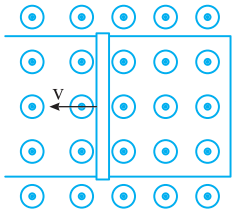
$0/1=1\times\frac{0/1\times\Delta A}{\Delta t}\xrightarrow{A=l\Delta x=0/25\Delta x}$

$0/1=0/1\times0/25\times\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{\frac{\Delta x}{\Delta t}=v}1=0/25v\Rightarrow v=4\,m/s$

میانبر برای سؤالاتی مشابه این سؤال که با حرکت میلهٔ رسانا مساحت سطح قاب در حال افزایش است، داریم: $\varepsilon=vBl\Rightarrow0/1=v\times0/1\times0/25\Rightarrow v=4\,m/s$



بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو یک میله فلزی با تندی $0/5\,m/s$ و مقاومت $0/2\Omega$ به سمت چپ در حال حرکت است. اگر قاب به صورت عمود بر خطوط میدان مغناطیسی به بزرگی $0/2$ تسلا قرار داشته باشد توان الکتریکی مصرفی میله فلزی چند وات است؟**



۱) $0/1$
۲) $0/2$
۳) 1
۴) 2

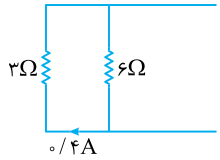
گزینهٔ ۲

۴ ۲۳۶۲ **B**

یادآوری در مقاومت‌های موازی جریان و مقدار مقاومت با هم رابطهٔ عکس دارند.

۱ جریان عبوری از مقاومت 3Ω برابر $0/4\,A$ است و مقاومت‌های 3Ω و 6Ω با هم موازی‌اند، پس جریان عبوری از این دو با مقاومتشان رابطهٔ عکس دارد.

$\frac{3}{6}=\frac{I'}{0/4}\Rightarrow I'=0/2\,A\Rightarrow I_{کل}=0/4+0/2=0/6\,A$



دو مقاومت با هم موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\Rightarrow R_{eq}=2\Omega$

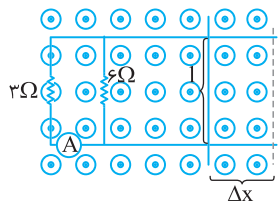
۲ با توجه به قانون اهم، نیروی محرکه را حساب می‌کنیم:

$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=\bar\varepsilon}\bar\varepsilon=R_{eq}\,\bar I_{کل}\Rightarrow\bar\varepsilon=2\times0/6=1/2\,V$

۳ نیروی محرکهٔ القایی به دلیل تغییر مساحت سطح به وجود آمده و سطح پیچه بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است:

$|\bar\varepsilon|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{\Phi=BA\cos\theta\ \theta=0}1/2=1\times\frac{B\Delta A}{\Delta t}$

$\xrightarrow{\Delta A=l\Delta x}1/2=Bl\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{\frac{\Delta x}{\Delta t}=v}1/2=0/6\times0/2\times v\Rightarrow v=10\,m/s$



میانبر برای سؤالاتی مشابه این سؤال که با حرکت سیم با سرعت ثابت مساحت سطح قاب افزایش می‌یابد، داریم:

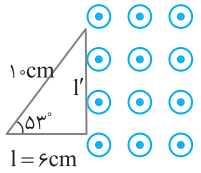
$\varepsilon=Blv\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R}}I=\frac{Blv}{R}\Rightarrow0/6=\frac{0/6\times0/2\times v}{2}\Rightarrow v=10\,m/s$

C ۲۳۶۳ ۳

۱ تندی حرکت قاب ثابت و برابر $1/5\frac{m}{s}$ است بنابراین در مدت ۲۰ms مقدار پیشروی قاب در میدان مغناطیسی خواهد شد:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = 1/5\times 20\times 10^{-3} = 3\times 10^{-2}\,m \Rightarrow \Delta x = 3cm$$

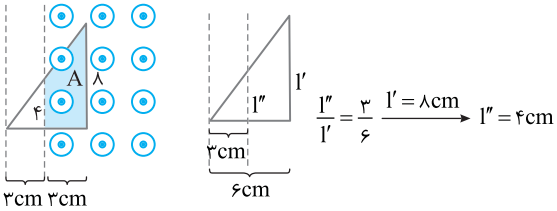
۲ اضلاع مثلث را به کمک مثلثات حساب می‌کنیم:



$$\cos 53^\circ = \frac{l}{10} \Rightarrow l = 6cm \quad , \quad \sin 53^\circ = \frac{l'}{10} \Rightarrow l' = 8cm$$

۳ قبل از ورود قاب به میدان شار مغناطیسی برابر است با:

$$\Phi_1 = BA_1\cos\theta \xrightarrow[\text{هیچ سطحی از مثلثات در میدان قرار ندارد}]{A_1=0} \Phi_1 = 0$$



$$\frac{l''}{l'} = \frac{3}{6} \xrightarrow{l'=8cm} l'' = 4cm$$

۴ در مدت ۲۰ms مساحتی از قاب که درون میدان است را حساب می‌کنیم.

$$A_2 = (\frac{6\times 8}{2}) - (\frac{3\times 4}{2}) \Rightarrow A_2 = 24 - 6 = 18cm^2$$

۵ شار مغناطیسی در این حالت برابر است با:

$$\Phi_2 = BA_2\cos\theta \Rightarrow \Phi_2 = (0/5)(18\times 10^{-4}) = 9\times 10^{-4}\,Wb$$

۶ حال با استفاده از قانون القای فاراده نیرو محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \Rightarrow \bar{\varepsilon} = 1\times\frac{9\times 10^{-4}}{2\times 10^{-2}} = 4/5\times 10^{-2}\,V = 45mV$$

C ۲۳۶۴ ۲

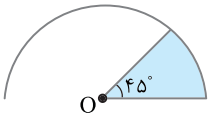
۱ در ابتدا میلهٔ فلزی روی OM قرار گرفته و سطح بسته‌ای در میدان مغناطیسی قرار نگرفته است:

$$\Phi_1 = BA_1\cos\theta \xrightarrow{A_1=0} \Phi_1 = 0$$

۲ میله در هر میلی‌ثانیه 5° می‌چرخد، میله به اندازهٔ $9\times 5 = 45^\circ$ چرخیده و مساحت سطحی از قاب که در میدان قرار می‌گیرد $\frac{45}{360}$ مساحت سطح یک دایرهٔ کامل است:

$$A_2 = \frac{45}{360}(\pi r^2) \Rightarrow A_2 = \frac{1}{8}\times 3\times(\frac{4}{100}) = 1/5\times 10^{-2}\,m^2$$

۳ شار مغناطیسی گذرنده از سطح در این حالت خواهد شد:



$$\Phi_2 = BA_2\cos\theta \xrightarrow{A_2 = 1/5\times 10^{-2}\,m^2}$$

$$\Phi_2 = 0/4\times 1/5\times 10^{-2} = 6\times 10^{-3}\,Wb$$

۴ با استفاده از قانون القای فاراده، نیرو محرکهٔ القا شده را به‌دست می‌آوریم.

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = 1\times\frac{6\times 10^{-3}}{9\times 10^{-3}} = \frac{2}{3}\,V$$

C ۲۳۶۵ ۱

نمودار شار - زمان سهمی است، بنابراین معادله شار - زمان تابع درجه دوم است که با توجه به شکل ریشه‌های این معادله $t=1s$ و $t=3s$ است. بنابراین معادلهٔ شار - زمان خواهد شد:

$$\Phi = (t-1)(t-3) \Rightarrow \Phi = t^2 - 4t + 3$$

در لحظهٔ $t=0$، شار $\Phi_1 = 3Wb$ و در لحظهٔ $t=2s$ شار خواهد شد:

$$\Phi_2 = (2)^2 - 4\times(2) + 3 \Rightarrow \Phi_2 = 4 - 8 + 3 \Rightarrow \Phi_2 = -1\,Wb$$

نیروی محرکه القایی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$\varepsilon_{av} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon_{av} = -1\times\frac{-1-3}{2-0} = 2V$$

جریان القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم. $I = \frac{\varepsilon_{av}}{R} \Rightarrow I = \frac{2}{0/5} \Rightarrow I = 4A$

پنجره ۴

A ۲۳۶۶ ۲

با توجه به قانون لنز جهت جریان القایی باید به‌گونه‌ای باشد که با تغییر شار مغناطیسی مخالف کند نه خود شار مغناطیسی، بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

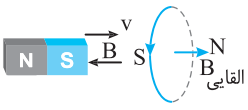
با افزایش میدان مغناطیسی، شار مغناطیسی $(\Phi = BA\cos\theta)$ در حال افزایش است پس طبق قانون لنز باید جریان القایی با ایجاد میدان مغناطیسی با این افزایش شار مخالفت کند در نتیجه میدان مغناطیسی القایی خلاف‌جهت میدان مغناطیسی القا می‌شود، بنابراین گزارهٔ (ب) درست است.

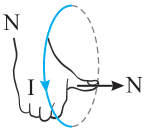
به دلیل مخالفت جریان القایی با تغییرات شار $(\Delta\Phi)$ در قانون القای فاراده منفی وجود دارد $(\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$، بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

B ۲۳۶۷ ۴

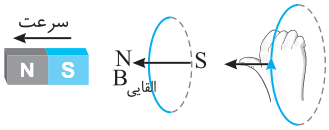
خط فکری اگر یک آهنربا به یک مدار بسته نزدیک شود یا از آن دور شود به‌طوری که باعث تغییر شار در مدار گردد در آن مدار بسته جریان القایی به وجود می‌آید که با ایجاد اثرات مغناطیسی یا تغییر شار مخالفت می‌کند که به این پدیده قانون لنز می‌گویند. بنابراین در حل این مسائل حتماً باید دقت کنید که شار در حال افزایش است یا کاهش؟

در شکل گزینهٔ (۱) آهنربا در حال نزدیک شدن به حلقه است بنابراین باید سمت چپ حلقه قطب S میدان مغناطیس القایی باشد تا با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند. (البته می‌توانیم بگوییم جهت میدان مغناطیسی حلقه باید در خلاف جهت میدان مغناطیسی آهنربا باشد)، با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه، جهت جریان القایی باید رو به پایین باشد و گزینه (۱) نادرست است.





شکل (۲) با دور شدن آهنربا سمت چپ حلقه باید قطب N شود تا طبق قانون لنز با دور شدن آهنربا (تغییر شار) مخالفت کند بنابر قاعدهٔ دست راست، سوی جریان در حلقه باید به سمت بالا باشد و گزینه (۲) نادرست است.



در شکل (۳) با دور شدن قطب N آهنربا از حلقه و کاهش شار مغناطیسی سمت چپ حلقه باید قطب S شود تا بنا به قانون لنز با دور شدن آهنربا مخالفت کند پس بنا به قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی باید مطابق شکل زیر باشد که با شکل (۳) یکی نبوده و شکل گزینه (۳) نادرست است. (در شکل (۳) سوی جریان به سمت بالا رسم شده است.)



شکل (۴) با توجه به توضیحات شکل (۳) سوی جریان در حلقه باید رو به پایین باشد که در شکل (۴) چنین است و گزینهٔ (۴) درست است.

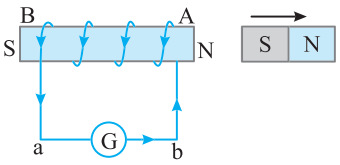


B ۲۳۶۸ ۴

طبق قانون لنز جریان القایی باید در جهتی باشد که با تغییر شار مخالفت کند. در حلقه‌های A و B، شار درونسو در حال افزایش است، بنابراین جریان القایی باید میدان برونسو در این حلقه‌ها ایجاد کند بنابراین جریان حلقه‌های A و B پادساعتگرد می‌شود. حلقهٔ C کاملاً در میدان مغناطیسی قرار گرفته و تغییر شاری ندارد و جریان القایی صفر است. حلقهٔ D، به سمت خارج میدان در حرکت است پس شار عبوری از آن کاهش می‌یابد، در نتیجه جریان القایی باید ساعتگرد باشد تا میدان درونسو ایجاد شود و با کاهش شار مخالفت کند.

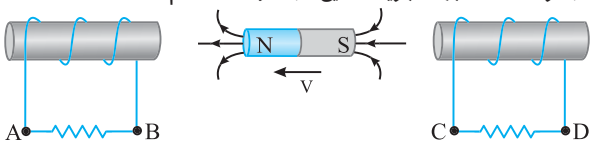
A ۲۳۶۹ **۱**

بنـا بـه قانـون لنز با دور شـدن آهنربا باید در نقطهٔ A قطب N میدان مغناطیسـی القا شود تا با دور شدن آهنربا مخالفت کند.



با توجه به قاعدهٔ دست راست، جریان القایی در گالوانومتر از a به b است.

بازی با سؤال **در شـکل زیر سـیملوله‌ها ثابت‌اند و آهنربا به سمت چپ در حرکت است. جهت جریان القایی در مقاومت‌ها کدام است؟**

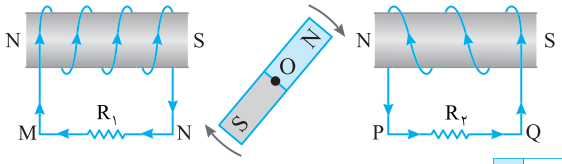


۱) از D به C و از A به B
۲) از C به D و از A به B
۳) از D به C و از B به A
۴) از C به D و از B به A

گزینهٔ ۱

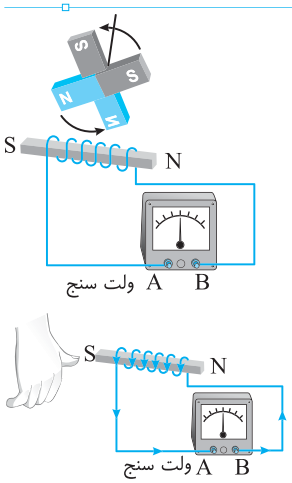
B ۲۳۷۰ **۳**

قطب N در حال نزدیک شـدن به سـیملولهٔ سمت راست اسـت، بنابراین سمت چپ این سـیملوله قطب N شده تا با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند. برای سیملولهٔ سمت چپ، قطب S در حال نزدیک شـدن به آن اسـت و بنا بر قانون لنز، سـمت راسـت این سیملوله قطب S می‌شـود. بنا بر قاعدهٔ دست راسـت برای میدان سیملوله، جهت جریان القایی در R_1 از N به M و در R_2 از P به Q است.



B ۲۳۷۱ **۴**

به شـکل دقت کنید بـا حرکت و چرخش آهنربـا مطابق شـکل قطـب N آهنربا از سـمت چپ سـیملوله در حال دور شدن است و بنا به قانون لنز سمت چپ سیملوله قطب S میدان مغناطیسی القایی می‌شود و قطب S آهنربا از سمت راست سیملوله در حال دور شدن است و بنا به قانون لنز این سمت سیملوله قطب N خواهد شد.



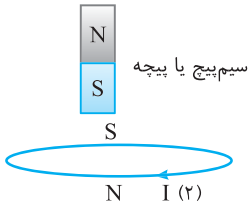
با توجه به قاعدهٔ دست راست سوی جریان سـیملوله که از ولت‌سـنج نیـز می‌گذرد، درون ولت‌سنج از A به B است. از طرفی هر چه تندی وزش باد بیشتر شود، آهنگ تغییر شار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ بیشتر شده و عددی که ولت سنج نشان می‌دهد افزایش می‌یابد.

B ۲۳۷۲ **۲**

با حرکت آهنربا به سـوی حلقه، شـار مغناطیسـی گذرنده از سـطح حلقه مسـی افزایش می‌یابـد و در اثـر این تغییر شـار در حلقه جریـان القایی به وجود می‌آید کـه بنا به قانون لنز می‌خواهد با عامل به وجود آورنده‌اش که نزدیک شـدن آهنربا اسـت مخالفت کند، بنابراین در جهت حرکت آهنربا شروع به حرکت می‌کند تا از آن دور شود.

B ۲۳۷۳ **۲**

هنگام نزدیک شـدن آهنربای B به حلقه، در اثر تغییر شار در حلقه جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنا به قانون لنز با حرکت آهنربا مخالفت می‌کند، یعنی مطابق شکل بالای حلقه قطب S می‌شود و بنا به قاعده دست راسـت سوی جریان در سوی (۲) خواهد بود و هنگام خروج آهنربا، سوی جریان در سـوی (۱) می‌شـود و همین مخالفت‌ها سبب می‌شود سرعت آهنربای B در برخورد به سطح شن کمتر بوده و فرورفتگی شن در محل آهنربای B کمتر و در محل آهنربای A بیشتر باشد.

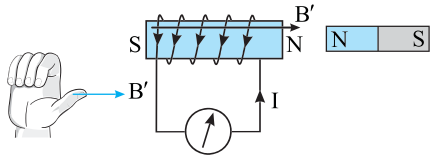


B ۲۳۷۴ **۱**

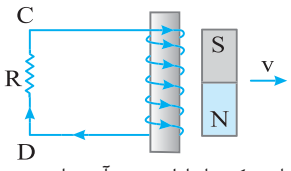
قانـون لنـز بیان می‌کند که جهت جریان القایی همواره به گونه‌ای اسـت که با ایجاد اثرات مغناطیسـی با تغییر شار (عامل به‌وجود آورنده‌اش) مخالفت کند. با توجه به جهت جریان القایی I در سـیملوله می‌توان با قانون دسـت راست قطب‌های N و S آن را پیدا کرد. قطب N این سیملوله سمت راست قرار گرفته و آهنربا را می‌راند. طبق قانون لنز این دو هنگامی یکدیگر را دفع می‌کنند که در حال نزدیک شدن به هم باشند و شار در حال افزایش باشد.

پس می‌توان حالت‌های زیر را درنظر گرفت:

۱ سیملوله ثابت و آهنربا در حال حرکت به سمت چپ است. ۲ آهنربا ثابت و سیملوله در حال حرکت به سمت راست است. در این صورت گزینهٔ (۱) درست و گزینهٔ (۲) نادرست است. ۳ هـر دو در حال حرکت به سـمت راسـت و سـرعت سـیملوله (v_2) بیشـتر از سـرعت آهنربـا (v_1) باشـد، بنابرایـن گزینـهٔ (۳) نادرسـت اسـت. ۴ هر دو در حال حرکت به سـمت چپ و سـرعت آهنربا (v_1) بیشـتر از سـرعت سیملوله (v_2) باشد. بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.



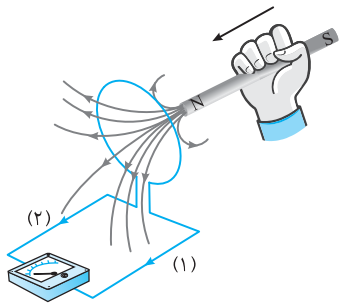
B ۲۳۷۵ **۲**



با حرکت آهنربا به سـمت راست، میدان مغناطیسـی در محـل سـیملوله کاهش می‌یابد که سبب کاهش شار مغناطیسی و ایجاد جریان القایی در سیملوله می‌شود. بنـا به قانون لنز جهت جریان باید به گونه‌ای باشـد که بـا عامل به‌وجودآورنده‌اش یعنی دور شـدن آهنربا مخالفت کند بنابراین در محل بالای سـیملوله قطب N و در پایین آن قطب S القا می‌شود و بنا به قاعدهٔ دست راست جریان مطابق شکل از D به C است.

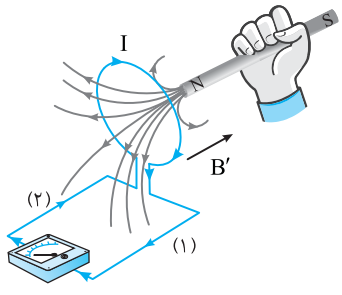
B ۲۳۷۶ **۲**

یادآوری قانـون لنـز: جهـت جریـان القایـی همواره بـه گونه‌ای اسـت که بـا عامل به‌وجودآورنده‌اش (تغییر شار) مخالفت می‌کند.



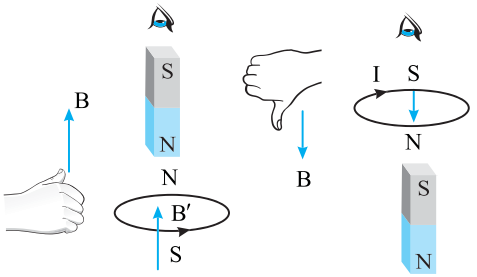
با توجه به شکل آهنربا در حال نزدیک شدن به حلقه است. با نزدیک شدن آهنربا به حلقه، شـار مغناطیسـی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد و این بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده باعث ایجاد نیروی محرکهٔ القایی و در نتیجه جریان القایی می‌شود.

این جریان به گونه‌ای است که با نزدیک شدن آهنربا مخالفت می‌کند. یعنی حلقه بر آهنربا نیروی مغناطیسی دافعه وارد می‌کند. برای این منظور باید سمتی از حلقه که به سوی آهنربا است قطب N شود و با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت جریان در جهت (۱) خواهد شد.

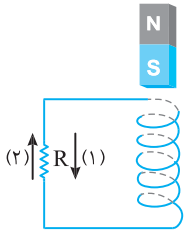


B ۲۳۷۷ **۳**

هنگام نزدیک شدن آهنربا به حلقه در اثر تغییر شار، در حلقه جریان القایی به‌وجود می‌آید و سطح بالایی حلقه قطب N می‌شود تا با نزدیک شدن آهنربا به حلقه مخالفت کند. در این صورت با توجه به قاعدهٔ دست راست جریان القایی از دید ناظری که از بالا نگاه می‌کند، پادساعتگرد است. پس از عبور آهنربا سطح پایینی حلقه قطب N می‌شود و با دور شدن آهنربا مخالفت کند بنابراین سوی جریان القایی از دید ناظر بالای حلقه ساعتگرد می‌شود.



بازی با سؤال **مطابق شکل روبه‌رو یک آهنربا را از بالای سیملولهٔ بدون هسته‌ای رها می‌کنیم تا از درون سیملوله عبور کرده و خارج شود، جهت جریان القایی در مقاومت الکتریکی R به هنگام ورود و خروج از سیملوله به‌ترتیب از راست به چپ در کدام جهت است؟**



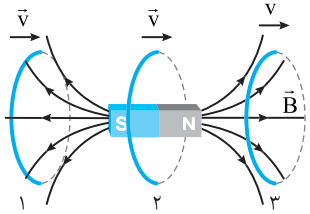
۱) (۱) و (۱)　　**۲)** (۲) و (۲)

۳) (۱) و (۲)　　**۴)** (۲) و (۱)

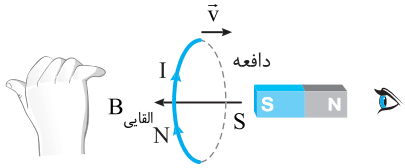
گزینهٔ ٤

B ۲۳۷۸ **۳**

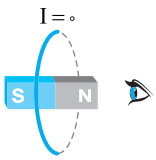
با توجه به شکل با نزدیک شدن حلقه به قطب S آهنربا (وضعیت (۱)) شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد.



بنا به قانون لنز جهت جریان القایی به‌گونه‌ای است که میدان مغناطیسی حلقه در وضعیت (۱) خلاف میدان مغناطیسی آهنربا باشد یعنی میدان القایی به سمت چپ است و جریان القایی حلقه در وضعیت (۱) ساعتگرد خواهد بود.



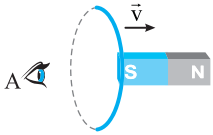
جریان القایی در حلقه در وضعیت (۲) به دلیل تغییر نکردن میدان عبوری از آن صفر می‌شود.



برای حلقه در وضعیت (۳) با دور شدن حلقه از قطب N شار عبوری از آن کاهش می‌یابد پس میدان مغناطیسی القایی باید به سمت راست باشد و جریان حلقه پادساعتگرد می‌شود.



بازی با سؤال **مطابق شکل روبه‌رو، حلقه‌ای از قطب S آهنربا به سمت قطب N حرکت می‌دهیم (آهنربا درون حلقه)، سوی جریان القایی در حلقه از دید ناظر A کدام است؟**



۱) ساعتگرد

۲) پادساعتگرد

۳) ابتدا پادساعتگرد و سپس ساعتگرد

۴) ابتدا ساعتگرد و سپس پادساعتگرد

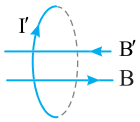
گزینهٔ ۳

A ۲۳۷۹ **۴**

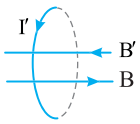
هنگام دور شدن آهنربا از حلقه ۱، قسمت پایین حلقه قطب S القایی می‌شود و با توجه به قاعدهٔ دست راست جریان القایی حلقه ۱ از نظر ناظر بالای آن پادساعتگرد است؛ جریان در حلقهٔ ۲ صفر و در حلقهٔ ۳ ساعتگرد می‌شود.

A ۲۳۸۰ **۱**

مطابق شکل جهت میدان از N به S است.



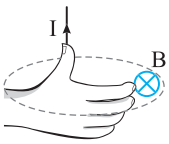
در مرحله اول که حلقه وارد خطوط میدان مغناطیسی می‌شود، شار افزایش می‌یابد طبق قانون لنز جریان القایی ساعتگرد است، تا با افزایش شار مخالفت کند.



در مرحله دوم حلقه از میدان خارج می‌شود و میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی کاهش می‌یابد. طبق قانون لنز جریان القایی پادساعتگرد است، تا با کاهش شار مخالفت کند.

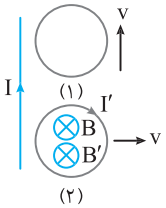
B ۲۳۸۱ **۴**

خط فکری با دور شدن از سیم راست حامل جریان، میدان مغناطیسی حاصل از سیم تغییر می‌کند (کاهش می‌یابد) اما اگر به موازات سیم جابه‌جا شویم میدان مغناطیسی در مسیر حرکت تغییر نخواهد کرد.



جهت میدان مغناطیسی سیم حامل جریان در سمت راست سیم با توجه به قاعدهٔ دست راست درونسوست.

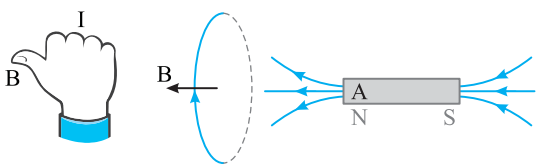
در حلقه (۱) جریان القایی ایجاد نمی‌شود زیرا با حرکت حلقه (۱) در جهت موازی با سیم راست حامل جریان، تغییر شاری در آن به‌وجود نمی‌آید.



در حلقه (۲) که در حال حرکت به سمت راست و دور شدن از سیم راست است، شار مغناطیسی در حال کاهش است و در حلقه جریان القایی (I') به وجود می‌آید که بنا به قانون لنز، میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از آن باید درونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند و برای آنکه B' درونسو باشد با توجه به قاعدهٔ دست راست برای حلقه باید جریان القایی ساعتگرد باشد.

B ۲۳۸۲ **۲**

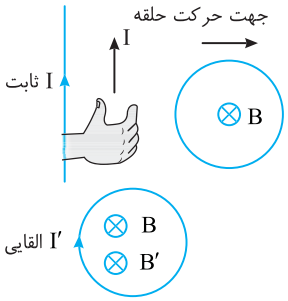
به جهت خطوط میدان مغناطیسی دقت کنید. خطوط از قطب A خارج می‌شود، بنابراین A باید قطب N آهنربا باشد. با توجه به جهت جریان القایی در حلقه، جهت میدان مغناطیسی القایی حلقه را مشخص می‌کنیم. چرخش چهارانگشت دست راست در سوی چرخش جریان و انگشت باز دست راست جهت میدان را نشان می‌دهد. جهت میدان مغناطیسی حلقه به سمت چپ است.



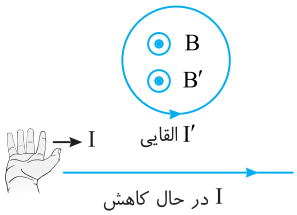
جهت میدان آهنربا نیز از راست به چپ بوده یعنی آهنربا در حال دور شدن از حلقه است که بنا به قانون لنز، میدان القایی هم‌جهت آن است تا با کاهش شار مخالفت کند یعنی جهت حرکت (→) است.

A ۲۳۸۳ ۱

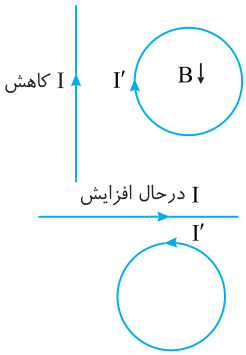
شکل الف: میدان مغناطیسی سیم حامل جریان I در محل حلقه بنا به قاعدهٔ دست راست، درونسوست. با حرکت حلقه و دور شدن از سیم، میدان مغناطیسی درون حلقه کاهش می‌یابد و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد. بنا به قانون القای فاراده و قانون لنز، با کاهش شار، در حلقه یک جریان القایی به‌وجود می‌آید که میدان مغناطیسی القایی حاصل از آن (B') باید درونسو باشد و با کاهش شار مخالفت کند. در این صورت جریان القایی باید ساعتگرد باشد.



شکل ب: بنا به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی سیم در محل حلقه برونسو است و با کاهش جریان، میدان مغناطیسی B و شار حاصل از آن کاهش می‌یابد در این صورت باید میدان مغناطیسی القایی نیز برونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند. بنابراین جریان القایی پادساعتگرد است.

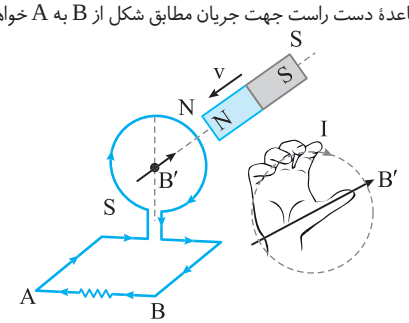


بیاندیشیم اگر میدان مغناطیسی در محل حلقه کاهش یابد سوی جریان القایی در مجاورت سیم حامل جریان با جریان سیم همسو خواهد بود و بالعکس.

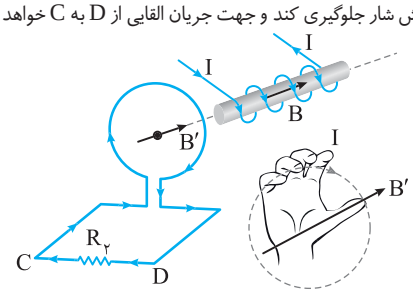


B ۲۳۸۴ ۴

شکل (الف): با حرکت آهنربای N−S به سمت حلقه (۱)، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد، بنابراین سوی جریان القایی در حلقه (۱) باید به‌گونه‌ای باشد تا با ایجاد میدان مغناطیسی القایی B' با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند یعنی سویی از حلقه که به سمت آهنرباست باید قطب N شود تا با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند بنابراین طبق قاعدهٔ دست راست جهت جریان مطابق شکل از B به A خواهد بود.

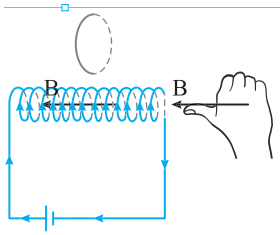


شکل (ب): ابتدا با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی سیملوله (B) را مشخص می‌کنیم. با دور کردن سیملوله باید میدان القایی (B') حلقه هم‌جهت B باشد تا از کاهش شار جلوگیری کند و جهت جریان القایی از D به C خواهد بود.



B ۲۳۸۵ ۴

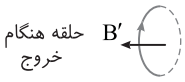
جهت جریان مدار از پایانهٔ مثبت باتری به سمت پایانه منفی است. به کمک قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی سیملوله را مشخص می‌کنیم، جهت این میدان به سمت چپ است.



هنگام ورود حلقه از درون سیملوله شار گذرنده از حلقه در حال افزایش است و سوی جریان القایی در حلقه به‌گونه‌ای است که با افزایش شار مخالفت کند یعنی میدان مغناطیسی القایی (B') باید به سمت راست باشد تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین سوی جریان القایی باید در سوی (۲) باشد.



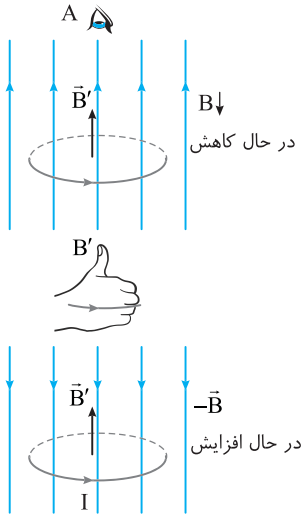
هنگام خروج حلقه از میدان مغناطیسی سیملوله شار کاهش می‌یابد و سوی جریان القایی (I') به‌گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') در جهت B و به سمت چپ است تا با کاهش شار مخالفت کند بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست سوی جریان القایی در سوی (۱) خواهد بود.



B ۲۳۸۶ ۱

مرحله اول: ابتدا میدان مغناطیسی از B به صفر کاهش می‌یابد در این حالت بنا به قانون لنز سوی جریان القایی به گونه‌ای است که با کاهش شار مخالفت کند بنابراین جهت میدان مغناطیسی القایی حلقه (B') باید هم‌جهت B یعنی رو به بالا باشد و با توجه به قاعدهٔ دست راست سوی جریان القایی از دید ناظر A باید پادساعتگرد باشد.

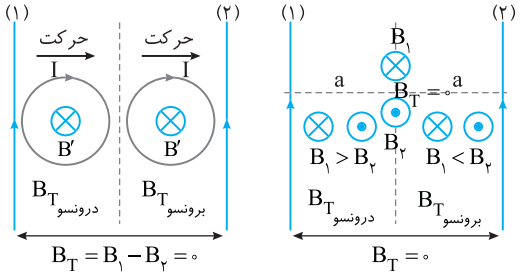
مرحله دوم: سپس میدان مغناطیسی از صفر تا −B تغییر کرده و جهت میدان تغییر کرده و رو به پایین خواهد شد و اندازهٔ آن نیز افزایش می‌یابد و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از حلقه در حال افزایش است، بنابراین جهت جریان القایی به‌گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی B' باید در خلاف جهت میدان مغناطیسی B باشد یعنی B' هم‌چنان رو به بالا بوده و جریان القایی از دید ناظر هم‌چنان پادساعتگرد است.



C ۲۳۸۷ ۲

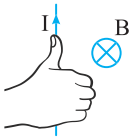
خط فکری در حل این مسئله باید شما رفتار میدان مغناطیسی وقتی از سیم (۱) به سوی سیم (۲) می‌رویم را بررسی کنید.

با توجه به یکسان بودن جریان سیم‌ها، میدان مغناطیسی خالص در وسط دو سیم صفر است. از این‌رو وقتی حلقه به سیم (۱) نزدیک است میدان سیم (۱) که درونسو است بزرگ‌تر بوده و میدان خالص درونسو است. با حرکت حلقه به سوی وسط دو سیم میدان درونسو در حال کاهش است، از این‌رو میدان مغناطیسی القایی B' ناشی از جریان القایی حلقه نیز درونسو می‌شود تا بنا بر قانون لنز با کاهش شار مخالفت کند. بنابراین جریان القایی ساعتگرد خواهد بود. با گذر از خط وسط، میدان خالص ناشی از دو سیم برونسو و در حال افزایش است، بنابراین میدان مغناطیسی القایی (B') همچنان باید درونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. یعنی جریان همچنان ساعتگرد خواهد بود.

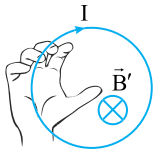


B ۱ ۲۳۸۸

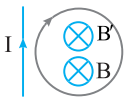
جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست حامل جریان I در محل حلقه به کمک قاعدهٔ دست راست درونسوست.



با توجه به صورت مسئله جریان القایی در حلقه ساعتگرد است. به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی القایی B' درونسو به دست می‌آید.



بنابراین میدان مغناطیسی القایی B' و میدان مغناطیسی B هم‌جهت بوده و بنا به قانون لنز باید شار مغناطیسی در حال کاهش باشد تا B' با B هم‌جهت شود و با کاهش شار مخالفت کند از کاهش شار نتیجه می‌گیریم که یا حلقه از سیم در حال دور شدن است و یا جریان I در حال کاهش است.

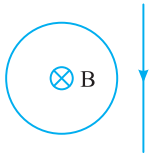


B ۱ ۲۳۸۹

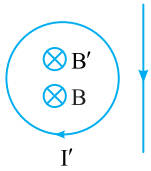
خط فکری باید جهت میدان مغناطیسی سیم راست را در محل حلقه مشخص کنید. سپس با توجه به قانون لنز و چگونگی تغییر میدان مغناطیسی جهت جریان حلقه را به‌دست می‌آوریم.

۱ در گزینهٔ (۱) جریان سیم راست رو به پایین است و با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان درون حلقه درونسو است.

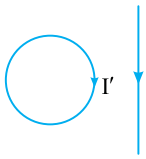
۲ جریان در حال کاهش بوده و میدان B نیز در حال کاهش است. از این رو بنا به قانون لنز جهت میدان مغناطیسی القایی (B') باید هم‌جهت B بوده تا با کاهش میدان مخالفت کند یعنی B' نیز درونسو است.

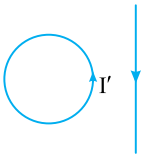


۳ به کمک قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود که جریان حلقه باید ساعتگرد باشد و گزینهٔ (۱) درست است. بنابراین بررسی سه گزینهٔ دیگر لازم نیست.



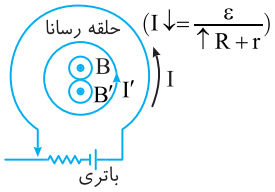
میانبر هرگاه جریان سیم راست در حال کاهش باشد جریان القایی (I') مطابق شکل روبه‌رو همسو با آن است و هرگاه جریان در حال افزایش باشد، جریان القایی (I') ناهمسو با آن است.





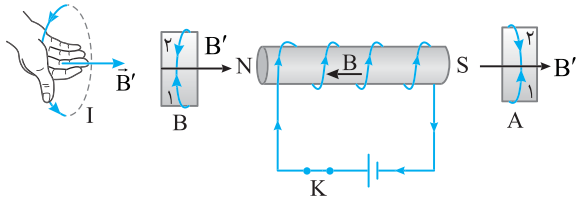
B ۴ ۲۳۹۰

اگر لغزنده به سمت چپ برود، مقاومت رئوستا افزایش می‌یابد و جریان I کاهش می‌یابد. با کاهش جریان I میدان مغناطیسی B ناشی از جریان در محل حلقه کاهش می‌یابد که سبب کاهش شار مغناطیسی می‌شود. بنا بر قانون لنز در حلقه جریان القایی به وجود می‌آید که با کاهش شار مخالفت می‌کند بنابراین میدان مغناطیسی القایی B' باید با میدان مغناطیسی B هم‌جهت باشد یعنی B' برونسو است و با توجه به قاعدهٔ دست راست جریان القایی پادساعتگرد است.



B ۴ ۲۳۹۱

هنگام برقراری جریان در سیملوله جریان از پایانهٔ مثبت باتری شروع می‌شود. با توجه به سوی چرخش جریان در سیملوله و قاعدهٔ دست راست، میدان سیملوله از راست به چپ است.



هنگام وصل کلید جریان افزایش می‌یابد و میدان مغناطیسی درون سیملوله $(B\uparrow=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I\uparrow)$ افزایش یافته و شار مغناطیسی $\Phi=BA\cos\theta$ زیاد می‌شود.

بنا بر قانون لنز جریان القایی در حلقه‌ها باید با ایجاد یک میدان مغناطیسی القایی در خلاف جهت B با افزایش شار مخالفت کند. یعنی B' در هر دو حلقه از چپ به راست است. به کمک قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه معلوم می‌شود که جریان القایی در هر دو حلقه در جهت (۲) است.

نکته هر گاه در اثر تغییر جریان، شار تغییر کند:

۱ اگر شار افزایش یابد جریان القایی (در حلقه) و جریان اصلی (جریان در مدار) خلاف جهت هم‌اند.

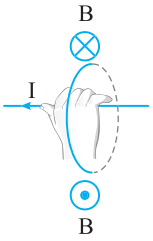
۲ اگر شار کاهش یابد جریان القایی (در حلقه) و جریان اصلی (جریان در مدار) هم‌جهت‌اند.

B ۲ ۲۳۹۲

خط فکری شما باید ابتدا جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان را در محل حلقه‌های (۱) و (۲) مشخص کنید، سپس با بستن کلید K تغییر مقاومت کل مدار و جریان مدار را بررسی کنید تا مشخص شود، میدان مغناطیسی حاصل از جریان چگونه تغییر می‌کند تا بتوانید به کمک قانون لنز جهت جریان القایی در هر حلقه را به‌دست بیاورید.

۱ سوی جریان مدار از پایانه مثبت باتری به‌سوی پایانه منفی باتری است.

۲ میدان مغناطیسی در محل حلقه (۱) و حلقهٔ (۲) با توجه به قاعدهٔ دست راست به‌ترتیب برونسو و درونسو است.



یادآوری هرگاه یک مقاومت به شکل موازی به مدار اضافه شود، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

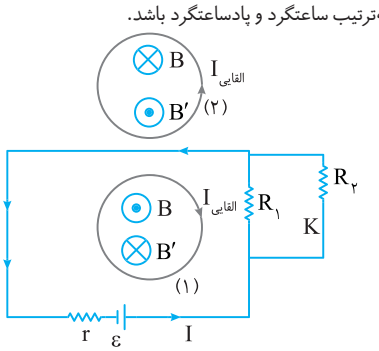
۳ با بستن کلید K، مقاومت R_2 به‌طور موازی به مدار اضافه شده و مقاومت معادل کاهش می‌یابد.

۴ با کاهش مقاومت معادل (R_{eq}) جریان مدار افزایش می‌یابد. $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r})$

۵ در لحظه بسته شدن کلید و افزایش ناگهانی جریان، میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد.

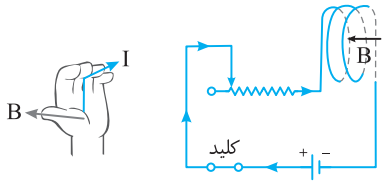
۶ در مدت کوتاهی که میدان افزایش می‌یابد، شار مغناطیسی افزایش می‌یابد و بنا به قانون القای الکترومغناطیس فاراده در حلقه‌ها جریان القایی به‌وجود می‌آید.

۷ بنا به قانون لنز جریان القایی در حلقه‌های (۱) و (۲) به‌گونه‌ای است که با ایجاد میدان مغناطیسی القایی با افزایش شار مخالفت می‌کند. یعنی میدان مغناطیسی القایی B' در محل حلقه‌های (۱) و (۲) به‌ترتیب باید درونسو و برونسو باشد. یعنی جهت جریان القایی به‌ترتیب ساعتگرد و پادساعتگرد باشد.

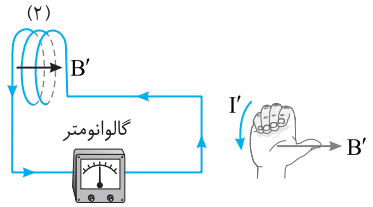


B ۲۳۹۳ **۴**

جریـان مدار سـمت چـپ از پایانهٔ مثبت باتری به سـمت پایانهٔ منفی باتری اسـت و میدان مغناطیسـی سیملولهٔ (۱) به سـمت چپ اسـت. در لحظهٔ وصل کلید و افزایش شار، میدان مغناطیسی القایی (B') در سیملوله سمت راست باید طبق قانون لنز در خلاف جهت میدان B باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. در این صورت جریان القایی در سوی (۲) خواهد بود.

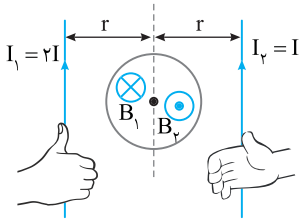


با کاهش مقاومت رئوستا، جریان مدار افزایش می‌یابد و مجدداً جریان القایی به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') به سمت راست بوده و جریان در سوی (۲) خواهد بود.



B ۲۳۹۴ **۳**

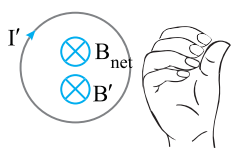
۱ با توجـه بـه قاعدهٔ دسـت راسـت میدان مغناطیسی حاصل از سـیم I_1 در محل حلقه درونسـو و میـدان مغناطیسـی سـیم I_2 در محل حلقه برونسو است.



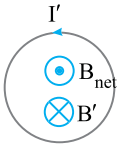
۲ جریـان $I_1 = 2I$ دو برابـر جریـان $I_2 = I$ اسـت بنابرایـن میـدان مغناطیسـی درونسـوی B_1 از میدان مغناطیسی برونسـوی B_2 بزرگ‌تر است و میدان مغناطیسی خالص در محل حلقه درونسو خواهد بود.

$$B_{net} = (B_1 - B_2)$$

۳ بـا افزایش جریان I_2، ابتدا جریان از I به 2I افزایـش می‌یابـد و میـدان خالـص کاهش می‌یابـد تا بـه صفر می‌رسـد. با کاهـش میدان خالص، شار مغناطیسـی گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد و بنا برقانون لنز میدان مغناطیسی القایی حلقه B' باید هم‌جهت با B_{net} باشد تا با کاهش شار مخالفت کند یعنی B' باید درونسو باشد و جریان القایی ساعتگرد خواهد بود.

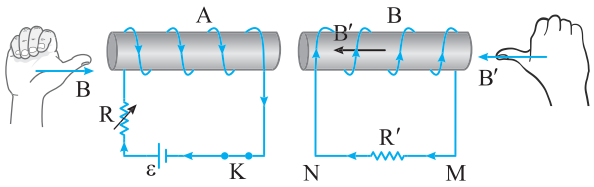


۴ با افزایش جریان I_2 از 2I تا 3I میدان B_2 از میدان مغناطیسـی B_1 قوی‌تر شـده و جهت میدان خالص برونسـو می‌شـود و میدان خالص برونسـو رو به افزایش اسـت، بنابراین میدان القایی حلقه باید درونسـو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین سوی جریان هم‌چنان ساعتگرد است.



B ۲۳۹۵ **۴**

جریـان مدار از پایانه مثبت باتری به سـمت پایانهٔ منفی اسـت بنابراین با توجه به جهت جریان در سـیملوله A میدان درون سـیملوله A به سمت راست است. با توجه به فرض مسـئله جریان القایی در مقاومت R′ از M به N اسـت، پس میدان مغناطیسـی درون سـیملوله B، به سـمت چپ اسـت، بنابراین بنا بر قانون لنز، شـار مغناطیسـی حاصل از سـیملوله A بایـد در حـال افزایش باشـد تـا به دلیـل مخالفت بـا این افزایـش، میدان مغناطیسـی القایی B′ در خلاف جهت میدان مغناطیسی سیملوله A ایجاد شده باشد، در این صورت گزینه (۴) درسـت اسـت. زیرا با حرکت سـیملوله A به سمت راست، دو سیملوله به هم نزدیک شده و شار گذرنده از سیملوله B افزایش می‌یابد.

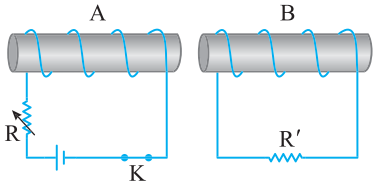


بررسی گزینه‌های دیگر: با قطع کلید K، جریان کاهش می‌یابد در نتیجه و شار مغناطیسی کاهش می‌یابد و B و B′ باید هم‌جهت باشند، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

بـا افزایـش مقاومـت رئوسـتا، جریان سـیملوله A کاهـش می‌یابد $(\downarrow I = \frac{\varepsilon}{\uparrow R+r})$ و مجدداً برای آنکه شـار کم نشـود B و B′ باید هم‌جهت باشند که چنین نیست و گزینه (۲) نادرست است.

اگر سـیملوله B را به سـمت راست حرکت دهیم، شـار مغناطیسی گذرنده از سیملولهٔ B کاهـش یافته، شـار کاهش می‌یابـد بنابراین B و B′ باید هم‌جهت باشـند و گزینه (۳) نادرست است.

بازی با سؤال **جهت جریان القایی در R′ در هنگام قطع کلید K مانند جهت جریان القایی در هنگام ..... است.**



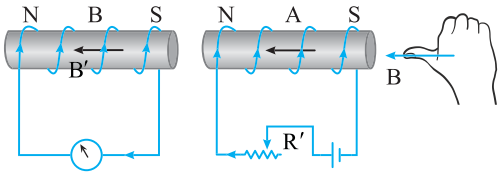
۱) کاهش R
۲) حرکت دادن سیملوله A به طرف راست
۳) حرکت دادن سیملوله B به طرف راست
۴) وصل کلید K

گزینهٔ ۳

B ۲۳۹۶ **۴**

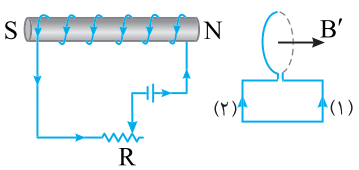
جریان در مدار سـمت راسـت از پایانه مثبت باتری به سـوی پایانه منفی باتری اسـت. میدان مغناطیسی در سیملوله A با توجه به قاعدهٔ دست راست به سمت چپ است.

با توجه به جریان القایی در سیملوله B، میدان مغناطیسی القایی B′ در این سیملوله نیز به سمت چپ است. یعنی میدان مغناطیسی در دو سیملوله هم‌جهت است و با توجه به محل قطب‌های مشخص‌شـده در هستهٔ سیملوله‌ها دو سیملوله بر هم نیروی جاذبه وارد می‌کنند. قانون لنز وقتی این حالت به وجود می‌آید که شار مغناطیسی گذرنده از سیملولهٔ B در حال کاهش باشـد در نتیجه میدان مغناطیسـی سـیملوله A در حـال کاهش بوده بنابراین جریان مدار کاهش یافته یعنی مقاومت رئوستا در حال افزایش است.



B ۲۳۹۷ **۱**

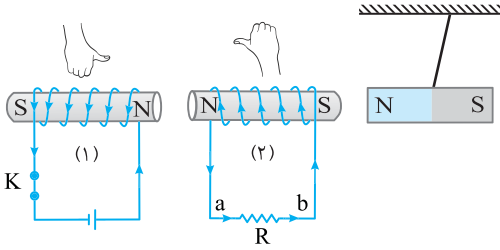
سـوی جریان باتری از پایانهٔ مثبت آن اسـت، بنا بر قاعدهٔ دست راست، میدان مغناطیسی سـیملوله از چپ به راسـت است. با افزایش مقاومت رئوسـتا، جریان مدار و به تبع آن شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد و در اثر تغییر شار در حلقه جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنا بر قانون لنز با کاهش شار مخالفت می‌کند، از این‌رو میدان مغناطیسی القایی حلقه (B') نیز از چپ به راست است و جریان القایی در حلقه در جهت (۱) است. از طرفی با کاهش شـار در سـیملوله، در آن نیز یک نیروی محرکهٔ خود - القاوری به‌وجود می‌آید که آن نیـز می‌خواهد با کاهش شـار مخالفـت کند به همین دلیل این نیـروی محرکهٔ خود - القاوری در جهت نیروی محرکهٔ مولد عمل می‌کند.



B ۴ ۲۳۹۸

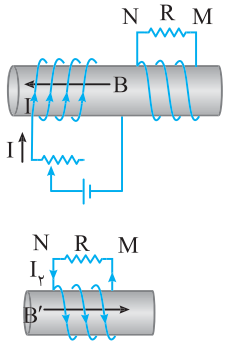
پس از وصل کلید K، جهت جریان در حلقهٔ ۱ به صورت زیر بوده و به کمک قاعدهٔ دست راست قطب N و S آن قابل به‌دست آوردن است.

چون با وصل کلید جریان I_1 و در نتیجه شار در محل سیملولهٔ (۲) افزایش می‌یابد، طبق قانون لنز جهت جریان القایی I_2 به صورتی است که با عامل تغییر شار مخالفت کند؛ و سمت چپ سیملولهٔ (۲) قطب N و سمت راست آن قطب S می‌شود و بنا به قاعدهٔ دست راست جریان القایی I_2 در مقاومت R از a به b خواهد بود و چون قطب S در مقابل قطب N آهنربا قرار گرفته، جاذبه رخ داده و آهنربا به طور لحظه‌ای به طرف چپ منحرف می‌شود.



B ۲ ۲۳۹۹

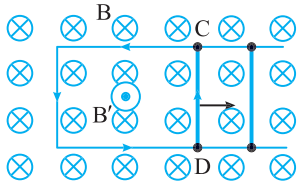
قبل از لغزیدن لغزنده، میدان مغناطیسی سیملوله سمت چپ ثابت بوده و شار مغناطیسی نیز ثابت است و در سیملوله سمت راست جریان القایی به‌وجود نمی‌آید و $I_1 = 0$ است.



وقتی که لغزنده به سمت چپ برده می‌شود مقاومت رئوستا کاهش می‌یابد، جریان مدار افزایش می‌یابد، در نتیجه میدان مغناطیسی $(\uparrow B = \mu_0 \frac{N}{l} I\uparrow)$ و شار گذرنده از سیملوله $(\uparrow\Phi = \uparrow BA)$ افزایش می‌یابد. میدان مغناطیسی سیملوله سمت چپ بنا بر قاعدهٔ دست راست به سمت چپ است. بنا بر قانون لنز باید میدان سیملوله سمت راست به سمت راست باشد تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین طبق قاعدهٔ دست راست جریان در مقاومت R از M به N است.

B ۴ ۲۴۰۰

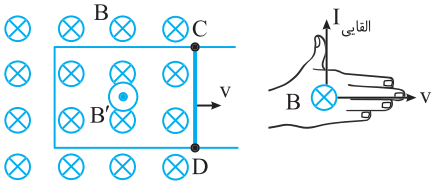
حالت اول: با حرکت سیم CD به سیم راست، مساحت مدار افزایش می‌یابد که سبب افزایش شار مغناطیسی گذرنده از سطح مدار می‌شود و بنا به قانون القای الکترومغناطیس فاراده در مدار جریان القایی به‌وجود می‌آید و بنا به قانون لنز، جهت میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از جریان القایی باید در خلاف جهت میدان B باشد تا با افزایش شار مخالفت کند یعنی B' باید برونسو باشد. پس بنا به قاعدهٔ دست راست جریان در مدار پادساعتگرد خواهد بود.



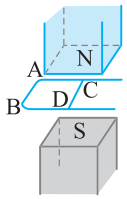
حالت دوم: با حرکت سیم راست به سمت چپ، مساحت مدار کاهش می‌یابد و تمام داستان وارون می‌شود و جریان مدار ساعتگرد خواهد شد.

میانبر برای یافتن جهت جریان در سیم CD می‌توانید از قاعدهٔ دست راست زیر کمک بگیرید.

چهار انگشت باز دست راست در جهت حرکت سیم (v) و کف دست (خم کردن چهار انگشت) در جهت میدان مغناطیسی خارجی (B) و انگشت باز شست دست راست سوی جریان القایی (I).



بازی با سوال در شکل زیر سیم رسانای CD روی سیم رسانای U شکل به کدام جهت حرکت داده شود تا جهت جریان القایی در سیم AB از B به سوی A باشد؟



۱) به سمت راست
۲) به سمت چپ
۳) در امتداد سیم به جلو برده شود
۴) در امتداد سیم به عقب کشیده شود

گزینهٔ ۲

B ۴ ۲۴۰۱

با توجه به افزایش مساحت سطح مدار شار گذرنده از سطح افزایش می‌یابد.

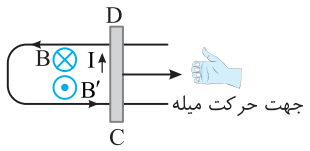
$A\uparrow \Rightarrow \uparrow\Phi = BA\uparrow \xrightarrow{\text{بنا به قانون لنز}}$ میدان مغناطیسی القایی برونسو

$\xrightarrow{\text{قاعدهٔ دست راست}}$ جریان القایی از C به D

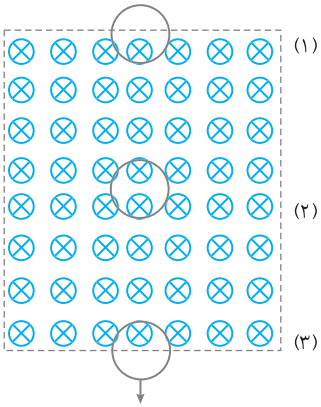
مقدار نیروی محرکه القایی متوسط خواهد شد.

$$|\varepsilon| = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = NB\frac{\Delta A}{\Delta t} \Rightarrow |\varepsilon| = \frac{۱\times ۰/۵\times ۲۰\times ۱۰^{-۴}}{۱}$$

$$|\varepsilon| = ۱۰^{-۳}\,V = ۱mV$$



B ۱ ۲۴۰۲



در موقعیت (۱) با حرکت حلقه و وارد شدن آن به میدان، شار افزایش می‌یابد و بنابر قانون لنز باید میدان مغناطیسی القایی برونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. در این صورت جریان حلقه پادساعتگرد می‌شود.

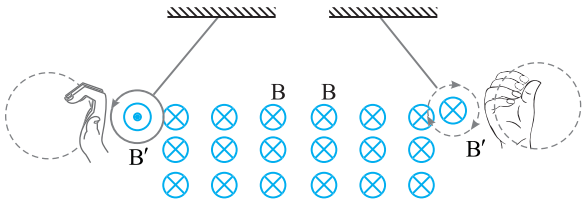
در موقعیت (۲) با حرکت حلقه درون میدان تغییری در شار مغناطیسی گذرنده از حلقه حاصل نمی‌شود و جریان القایی صفر است $(I_2 = 0)$.

در موقعیت (۳) و خروج حلقه از میدان، کاهش شار رخ می‌دهد و جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنابر قانون لنز میدان مغناطیسی القایی باید درونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند بنابراین جریان القایی در این حالت ساعتگرد خواهد شد.

B ۳ ۲۴۰۳

هنگام ورود حلقه به میدان شار مغناطیسی گذرنده از آن افزایش می‌یابد و جریان القایی حلقه، میدان مغناطیسی القایی به وجود می‌آورد که با افزایش شار مخالفت می‌کند. بنابراین میدان مغناطیسی القایی باید برونسو باشد و جریان القایی در حلقه بنابر قاعده دست راست باید پادساعتگرد باشد. (شکل (۱))

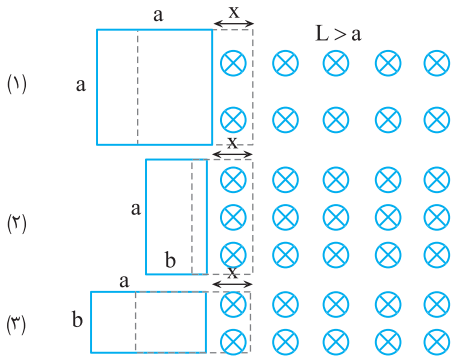
هنگام خروج حلقه از میدان، شار مغناطیسی کاهش می‌یابد. بنابراین میدان مغناطیسی حلقه باید درونسو و هم‌جهت میدان خارجی باشد. از این‌رو جهت جریان بنابر قاعده دست راست باید ساعتگرد باشد. (شکل (۲))



شکل (۲) هنگام خروج شکل (۱) هنگام ورود

B ۲۴۰۴ ۴

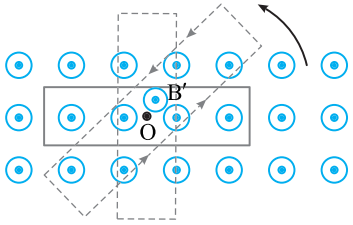
خط فکری تندی قاب‌ها برابر است و در مدت معین t هر سه قاب به‌اندازهٔ x وارد میدان می‌شوند. به شکل زیر به دقت نگاه کنید در یک مدت معین، تغییر سطح درون میدان برای قاب (۱) و (۲) $(\Delta A = a \times x)$ با هم برابر است بنابراین تغییر شار $(\Delta\Phi = B\Delta A)$ یکسان خواهد بود و نیروی محرکهٔ القایی $\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B\frac{\Delta A}{\Delta t}$ برای قاب (۱) و (۲) یکسان می‌شود.



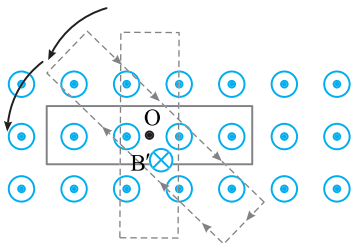
اما تغییر سطح (۳) در مدت t برابر $(\Delta A_۳ = b \times x)$ است که این تغییر سطح کوچک‌تر از تغییر سطح قاب (۱) و (۲) $(b \times x < a \times x)$ بوده و تغییر شار (۳) $(\Phi = B(\Delta A))$ در مدت t کمتر از دو قاب دیگر است بنابراین نیروی محرکهٔ القایی برای سه قاب از لحظهٔ ورود تا قرارگیری کامل در میدان خواهد شد: $\varepsilon_۱ = \varepsilon_۲ > \varepsilon_۳$

B ۲۴۰۵ ۳

به ابعاد قاب و پهنای میدان مغناطیسی دقت کنید. با چرخش قاب تا ۹۰°، بخشی از آن از میدان مغناطیسی خارج می‌شود و شار گذرنده از قاب کاهش می‌یابد. با کاهش شار در قاب جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنا به قانون لنز این جریان، یک میدان مغناطیسی القایی برونسو همسو با میدان مغناطیسی خارجی B ایجاد می‌کند تا با کاهش شار مخالفت کند. در این‌صورت سوی جریان القایی در قاب پادساعتگرد است.

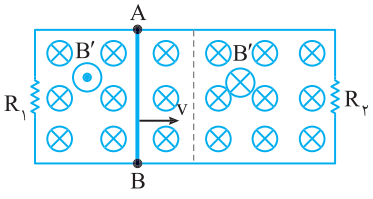


در ادامه چرخش قاب از ۹۰° تا ۱۸۰° بخشی از سطح قاب که از میدان خارج شده بود دوباره وارد میدان می‌شود و سبب افزایش شار گذرنده از قاب شده و جریان القایی این بار به‌گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی قاب درونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. در این صورت سوی جریان القایی ساعتگرد خواهد بود.



B ۲۴۰۶ ۱

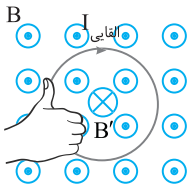
با حرکت میلهٔ رسانای AB به سمت راست سطح مدار سمت چپ افزایش و سطح مدار سمت راست کاهش می‌یابد یعنی شار مغناطیسی در مدار سمت چپ افزایش و در مدار سمت راست کاهش می‌یابد در این صورت جریان القایی در مدار سمت چپ و در مدار سمت راست به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از آن به‌ترتیب برونسو و درونسو باشد و با توجه به قاعده دست راست جریان در مدار سمت چپ و سمت راست به‌ترتیب پادساعتگرد و ساعتگرد است. یعنی در مقاومت $R_۱$ جریان از بالا به پایین و در مدار $R_۲$ نیز جریان از بالا به پایین است.



میانبر اگر چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت سرعت به‌گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به سمت داخل صفحه کاغذ (میدان مغناطیسی خارجی درونسو) قرار گیرد در این صورت جریان القایی در سیم متحرک AB از B به‌سوی A می‌رود و در نقطهٔ A به دو شاخه سمت راست و سمت چپ تقسیم می‌شود و در هر دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ جریان از بالا به پایین خواهد بود.

B ۲۴۰۷ ۱

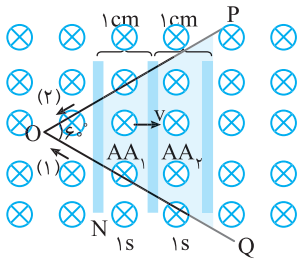
یادآوری با افزایش دمای حلقه و انبساط حلقه، سطح حلقه افزایش می‌یابد.



با افزایش سطح حلقه در اثر افزایش دما، شار گذرنده از سطح حلقه افزایش می‌یابد و بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده می‌تواند در مدار جریان القایی به‌وجود آید و بنا به قانون لنز میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از آن باید درونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. پس با توجه به قاعدهٔ دست راست جریان القایی ساعتگرد است.

C ۲۴۰۸ ۲

فرض کنیم تندی میله $۱cm/s$ باشد یعنی در هر ثانیه میله ۱cm جلو برود. اکنون به شکل نگاه کنید تغییر سطح در ۱s اول $\Delta A_۱$ و در ۱s دوم $\Delta A_۲$ است یعنی آهنگ تغییر شار $(\Delta A_۲ > \Delta A_۱)$ در حال $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B\frac{\Delta A}{\Delta t})$ افزایش بوده و بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکهٔ القایی و در نتیجه جریان القایی در حال افزایش است البته با جدا شدن میله از سیم رسانا POQ جریان قطع می‌شود. با افزایش سطح مدار و افزایش شار، بنا به قانون لنز یک میدان القایی برونسو ایجاد می‌شود که با تغییر شار مخالفت کند از این‌رو جریان القایی پادساعتگرد است.



B ۲۴۰۹ ۴

خط فکری در گام اول با توجه به قانون القای فاراده نیرو محرکهٔ القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به قانون لنز جهت جریان القایی را حساب می‌کنیم.

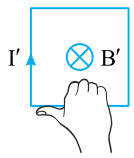
نکته ۱ نیرو محرکهٔ القایی با توجه به قانون القای فاراده از رابطهٔ $\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید.

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow[N=۱,\ \Delta t = ۱ms = ۱۰^{-۳}s]{\Phi = BA\cos\theta} \varepsilon_{av} = -\frac{B_۲A\cos\theta - B_۱A\cos\theta}{۱۰^{-۳}}$$

$$\xrightarrow[\cos\theta = ۱]{\text{صفحه برخطوط عمود است}} \varepsilon_{av} = \frac{-(B_۲ - B_۱)A}{۱۰^{-۳}}$$

$$\xrightarrow[A = ۶۰۰\times۱۰^{-۴}\,m^۲]{\Delta B = -۲۰۰G = -۲۰۰\times۱۰^{-۴}\,T} \varepsilon_{av} = \frac{-(-۲۰۰\times۱۰^{-۴})\times(۶۰۰\times۱۰^{-۴})}{۱۰^{-۳}} = ۱/۲V$$

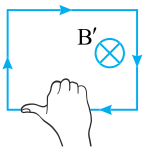
نکته ۲ طبق قانون لنز، جریان القایی در جهتی ایجاد می‌شود که با عامل تغییر شار مخالفت کند.



میدان مغناطیسی در حال کاهش است پس باید میدان القایی در جهت میدان داده شده یعنی درونسو القا شود تا با کاهش میدان مغناطیسی (که عامل تغییر شار است) مخالفت کند. حال با توجه به قاعدهٔ دست راست و جهت میدان القایی، جهت جریان القایی را به‌دست می‌آوریم که مشخص می‌شود این جریان ساعتگرد است.

B ۲۴۱۰ ۲

خط فکری مقدار نیرو محرکه القایی را با توجه به قانون القای فاراده $\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آوریم که مدت زمان ۱ms و تغییر شار ۰/۰۲Wb در حال کاهش داده شده است. جهت جریان القایی هم با توجه به قانون لنز به‌دست می‌آید. جهت جریان باید به گونه‌ای باشد که با کاهش شار که حاصل از خروج قاب از میدان است مخالفت کند.



قاب در حال خارج شدن بوده پس شار در حال کاهش است و میدان مغناطیسی القایی با کاهش شار مخالفت کرده و هم‌جهت با B به صورت درونسو القا می‌شود حال با توجه به جهت میدان القایی و قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی قاب را به‌دست می‌آوریم:

چهار انگشت خم شدهٔ دست راست را در جهت میدان القایی درونسو گرفته در این حالت جهت جریان در جهت شست دست راست قرار دارد و ساعتگرد است.

با استفاده از قانون القای فاراده، نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=1ms=10^{-3}s]{N=1,\ \Delta\Phi=-0/02Wb}\overline{\varepsilon}=-1\times\frac{(-0/02)}{10^{-3}}=20V$$

۴ ۲۴۱۱ B

خط فکری در قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $(\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$، با توجه به تعریف شار $\Phi=BA\cos\theta$ به سه طریق شار مغناطیسی می‌تواند تغییر کند.

۱ تغییر میدان مغناطیسی $\Delta\Phi=(\Delta B)A\cos\theta$

۲ تغییر سطح مدار $\Delta\Phi=B(\Delta A)\cos\theta$

۳ تغییر زاویهٔ بین خطوط میدان و بردار عمود بر سطح $\Delta\Phi=BA(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$.

در این مسئله تغییر شار به واسطهٔ تغییر مساحت مدار رخ داده است. نیروی محرکه القایی متوسط برابر است با:

$$\overline{\varepsilon}=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow\overline{\varepsilon}=|-N\frac{B\Delta A}{\Delta t}|\Rightarrow\overline{\varepsilon}=\frac{1/35\times(\pi\times9\times10^{-4})}{0/25}$$

$$\Rightarrow\overline{\varepsilon}=4/86\pi\times10^{-3}V=4/86\pi mV$$

با کاهش مساحت حلقه، شار گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد و بنا به قانون القای الکترومغناطیس فاراده جریان القایی در حلقه به‌وجود می‌آید. بنا به قانون لنز باید میدان مغناطیسی القایی درونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند. از این‌رو جهت جریان القایی در حلقه ساعتگرد و در مقاومت R از a به سمت b است.

۱ ۲۴۱۲ B

۱ با حرکت MN به سمت چپ، سطح مدار کاهش می‌یابد.

۲ با کاهش سطح مدار شار مغناطیسی گذرنده از سطح مدار کاهش می‌یابد.

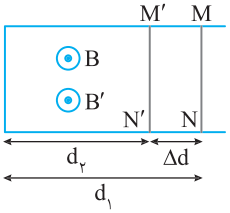
۳ با تغییر شار در مدار جریان القایی به‌وجود می‌آید.

۴ بنا به قانون لنز جهت جریان به‌گونه‌ای است که با تغییر شار مخالفت کند، بنابراین میدان مغناطیسی القایی (B') نیز باید برونسو باشد.

۵ حال که میدان القایی برونسو است، به کمک قاعدهٔ دست راست برای سیم راست باید جریان در سیم MN از N به سمت M باشد.

۶ بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Delta\Phi=B\Delta A]{N=1}|\overline{\varepsilon}|=B|\frac{\Delta A}{\Delta t}|\xrightarrow{\Delta A=l\Delta d}|\overline{\varepsilon}|=Bl\frac{\Delta d}{\Delta t}$$

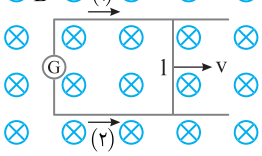


در مبحث حرکت شناسی خوانده‌اید که $\frac{\Delta d}{\Delta t}$ برابر تندی است از این‌رو:

$$|\overline{\varepsilon}|=Blv^{*}\Rightarrow0/15=0/12\times0/25\times v$$

$$\Rightarrow v=5m/s$$

بازی با سؤال در شکل زیر میدان مغناطیسی ۰/۰۵ تسلا، سطح قاب عمود بر میدان است و ضلع l به‌طول ۴۰cm با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه در جهت نشان داده شده در حرکت است. نیروی محرکهٔ القایی چند ولت و جریان القایی در کدام جهت است؟ ریاضی - ۸۷



۱) ۰/۱، (۱)

۲) ۰/۱، (۲)

۳) ۰/۴، (۱)

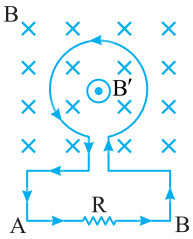
۴) ۰/۴، (۲)

گزینهٔ ۴

* این رابطه در کتاب درسی تجربی نیست اما با ترکیب حرکت‌شناسی و القای الکترومغناطیسی به‌دست می‌آید.

۱ ۲۴۱۳ B

خط فکری با توجه به قانون القای الکترومغناطیس فاراده $(\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ در دو لحظهٔ داده شده، شار با توجه به معادلهٔ شار - زمان $\Phi=(5t^2+6t)\times10^{-3}$ مشخص است که با گذشت زمان و افزایش t، شار در حال افزایش است. میدان مغناطیسی B درونسوست در نتیجه بنابر قانون لنز میدان مغناطیسی القایی باید برونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند از این رو بنا بر قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه، جهت جریان القایی حلقه پادساعتگرد و در مقاومت R از A به B است. برای به‌دست آوردن نیروی محرکهٔ القایی متوسط، ابتدا شار مغناطیسی در $t=0$ و $t=2s$ را به‌دست می‌آوریم:



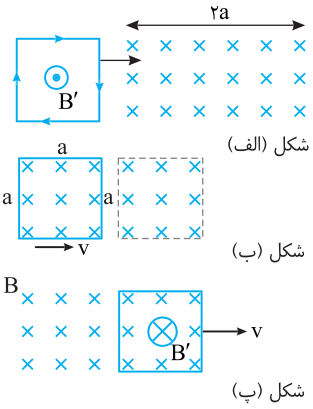
$$t=0\Rightarrow\Phi_1=0\ ,\ t=2s\Rightarrow\Phi_2=(5\times2^2+6\times2)\times10^{-3}=32\times10^{-3}Wb$$

بنابر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=\frac{32\times10^{-3}}{2}=16\times10^{-3}V=16mV$$

۱ ۲۴۱۴ B

خط فکری مهم‌ترین نکته در حل این تست عبارت درون پرانتز در آخر مسئله است که با توجه به آن اگر جریان درون حلقه فلزی در جهت مثلثاتی (پادساعتگرد) باشد، آن جریان را مثبت در نظر می‌گیریم. نکته بعدی سرعت ثابت حرکت حلقه است که باعث می‌شود آهنگ تغییر شار $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ در هنگام ورود به میدان مغناطیسی و هنگام خروج از آن ثابت بماند و جریان القایی ثابت باشد یعنی، گزینه (۴) نادرست است.

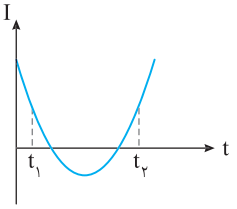


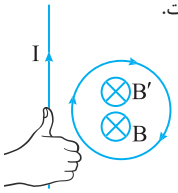
سرعت حلقه فلزی ثابت است بنابراین در مدت ورود قاب به درون میدان مغناطیسی شار مغناطیسی به‌طور یکنواخت در حال افزایش و جریان القایی در آن ثابت است شکل (الف)، اما با ورود کامل قاب به درون میدان و حرکت آن در میدان تغییر شاری وجود ندارد و جریان القایی صفر می‌شود شکل (ب) و گزینهٔ (۳) نادرست است. اما در هنگام خروج قاب از میدان، چون سرعت قاب ثابت است، آهنگ تغییر شار ثابت بوده و جریان القایی ثابتی در خلاف جهت اولیه ایجاد می‌شود. (شکل پ)

دقت کنید که شار مغناطیسی در حال ورود به میدان در حال افزایش است و در قاب یک میدان مغناطیسی القایی برونسو (B') ایجاد می‌شود که با افزایش شار مخالفت می‌کند. به کمک قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه مشخص می‌شود که جهت جریان القایی باید پادساعتگرد و در جهت مثلثاتی بوده بنابراین طبق فرض مسئله جریان مثبت است و هنگام خروج به دلیل کاهش شار یک میدان مغناطیسی القایی درونسو ایجاد شده که طبق قانون لنز با کاهش شار مخالفت می‌کند. بنابر قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه مشخص می‌شود که جریان ساعتگرد و در خلاف جهت مثبت مثلثاتی و منفی است.

۳ ۲۴۱۵ B

۱ میدان مغناطیسی سیم راست در محل حلقه با توجه به قاعدهٔ دست راست درونسوست.





۲ بـا توجـه به نمـودار جریان I در لحظـهٔ t_1 در حال کم شـدن اسـت بنابراین میدان مغناطیسی در محل حلقه در حال کاهش بوده و سبب کاهش شار مغناطیسی می‌شود و بنا به قانـون القای الکترومغناطیس فاراده در حلقه جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنا به قانون لنز میدان مغناطیسـی القایی (B') ناشـی از جریان القایی باید درونسـو باشـد تا با کاهش شار مخالفت کند، بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی حلقه ساعتگرد است.

۳ در لحظهٔ t_2، جریان I در حال افزایش، شـار در حال افزایش اسـت، بنابراین باید میدان مغناطیسی القایی برونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین جریان القایی پادساعتگرد است.

A ۲۴۱۶ ۳

ضریب القاوری که با نماد L نمایش داده می‌شود به تعداد دور، طول و سطح مقطع القاگر و جنس هسته‌ای که داخل آن قرار می‌گیرد بستگی دارد. بنابراین چهار عامل بیان شده در آن مؤثر است.

A ۲۴۱۷ ۲

با افزایش مقاومت، جریان مدار کاهش و شار مغناطیسی عبوری از سیملوله کاهش می‌یابد که سبب تغییر شار و ایجاد نیروی محرکهٔ القایی می‌شود که با عامل تغییر شار یعنی کاهش جریان مخالفت می‌کند، بنابراین سـبب ایجاد نیروی محرکه‌ای موافق نیروی محرکهٔ باتری است. این نیروی محرکه تنها در بازهٔ زمانی افزایش مقاومت ایجاد می‌شود و موقتی است.

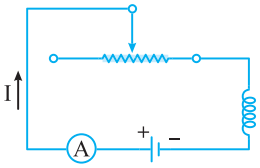
B ۲۴۱۸ ۳

خط فکری ضریب القاوری که با نماد L نمایش داده می‌شـود به عواملی هم‌چون تعداد دور، طول و سطح مقطع القاگر و جنس هسته‌ای که داخل آن قرار می‌گیرد بستگی دارد و به جریان گذرنده از آن بستگی ندارد.

با توجه به خط‌فکری گزینه (۱) و (۲) نادرست است.

بـا حرکـت لغزنده به سـمت چپ، مقاومت رئوسـتا کاهش می‌یابد و بـا کاهش مقاومت، جریان مدار افزایش می‌یابد $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r})$ و با افزایش جریان، شـار مغناطیسـی در سـیملوله افزایـش می‌یابد و این تغییر شـار سـبب ایجاد یک نیروی محرکـهٔ خودالقاوری می‌شـود که بنا به قانون لنز با افزایش شـار مخالفت می‌کند و مانند این است که جریانی از A بـه B در خـلاف جهـت جریـان اصلـی به‌وجود مـی‌آورد در این صورت پتانسـیل الکتریکـی نقطـهٔ A از نقطهٔ B به‌طور لحظه‌ای بیشـتر می‌شـود و بعـد از مدتی اختلاف پتانسیل A و B صفر می‌شود و گزینه (۴) درست است.

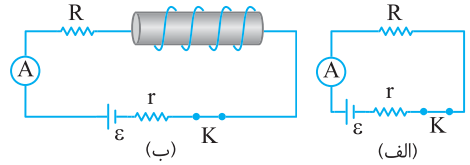
بازی با سؤال **در مدار شـکل زیر، افزایش مقاومت رئوسـتا سبب القای نیروی محرکه‌ای در القاگر می‌شود که با نیرو محرکهٔ باتری ..... و این نیروی محرکه ..... است.**



از کتاب درسی

B ۲۴۱۹ ۳

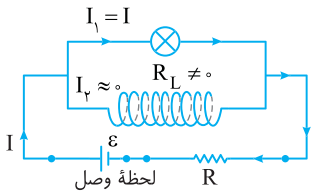
در مدار (الف) با قطع کلید K جریان خیلی سـریع صفر می‌شـود و t بسیار کوتاه است اما در مدار (ب) با قطع کلید K در القاگر در اثر خودالقاوری نیروی محرکه‌ای ایجاد می‌شود کـه با تغییـر جریان (کاهش جریان) مخالفت می‌کند. بنابراین زمان t' که در آن جریان مدار (ب) به صفر می‌رسد از T در مدار (الف) طولانی‌تر است. $(t<t')$



C ۲۴۲۰ ۳

۱ بلافاصله پس از وصل کلید، اثر خودالقاوری با چنان شـدتی در مدار ظاهر می‌شود که تمام جریان از لامپ می‌گذرد و لامپ روشن می‌شود.

۲ امـا پـس از مدتی که جریان مدار ثابت می‌شـود، اثر خودالقـاوری از بین می‌رود و سیملوله شبیه یک مقاومت معمولی اهمی که با مقاومت لامپ موازی است عمل می‌کند و جریان مدار بین سیملوله و لامپ تقسیم می‌شود و لامپ با نور کمتری روشن می‌ماند.

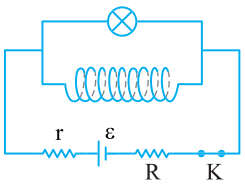


B ۲۴۲۱ ۳

خط فکری مقاومت القاگر صفر است یعنی القاگر در مداری که جریان در آن ثابت است و اثر خودالقاوری ندارد، شبیه یک سیم بدون مقاومت عمل می‌کند.

۱ در مـدار زیر القاگر آرمانی اسـت و سـبب می‌گردد که لامپ اتصال کوتاه شـود و لامپ در این حالت خاموش است.

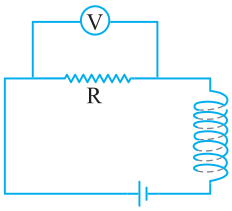
۲ بـا قطع کلید، جریان مدار می‌خواهد از I به صفر برسـد و این تغییر شدید جریان باعث ایجـاد جریان خودالقاوری در القاگر شـده و این جریان از لامپ گذشته لامپ روشن و به تدریج خاموش می‌شود. در واقع در اثر اتصال القاگر به باتری در آن مقداری انرژی ذخیره می‌شود که با قطع کلید این انرژی در مدار تخلیه شده و از لامپ می‌گذرد و لامپ را روشن می‌کند و با اتمام انرژی لامپ خاموش می‌شود.



C ۲۴۲۲ ۳

یادآوری هرگاه در یک سیملوله هستهٔ آهنی قرار دهیم وجود هستهٔ آهنی باعث تقویت میدان مغناطیسی سیملوله می‌شود.

در هنگام ورود هسـتهٔ آهنی درون سـیملوله به‌دلیل افزایش میدان مغناطیسی سیملوله و تغییـر شـار درون سـیملوله، در آن نیـروی محرکه‌ای القا می‌شود که با افزایش شار مخالفت می‌کند، یعنی اثر خودالقاوری ایجاد شـده سبب کاهش جریان می‌شود تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین در هنگام ورود، جریان مدار کاهش می‌یابـد و ولت‌سـنج عـدد کمتـری را نشـان می‌دهد. $\downarrow V_1 = \downarrow IR$



در هنگام خروج هستهٔ آهنی، شار کاهش می‌یابد و کاهش شار، سبب ایجاد اثر خودالقاوری می‌شود که با کاهش شار مخالفت می‌کند. یعنی یک جریان خودالقاوری به کمک جریان اصلـی مدار می‌آید و بـا افزایش لحظه‌ای جریان مدار، ولت‌سـنج عدد بزرگ‌تری نمایش می‌دهد. $\uparrow V_2 = \uparrow IR$

بنابراین $V_2 > V_1$ است.

B ۲۴۲۳ ۲

خط فکری اگر جریان گذرنده از القاگر در حال افزایش باشد، انرژی در القاگر وارد و ذخیره می‌شود و هنگام کاهش جریان، انرژی القاگر آزاد می‌شود و وقتی جریان پایا باشد انرژی به القاگر آرمانی وارد یا خارج نمی‌شود.

بنابر خط فکری بیان شده گزینه (۱) درست و گزینه (۲) نادرست است.

ضریب القاوری به تعداد دور، طول، سـطح مقطع القاگر و جنس هسـته درون آن بستگی دارد و گزینه (۳) درست است.

اگر سیملوله دارای مقاومت باشد بخشی از انرژی که مولد به القاگر می‌دهد در مقاومت به گرما تبدیل می‌شود و بقیه در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می‌شود و گزینه (۴) درست است.

A ۲۴۲۴ ۱

القاگـر آرمانـی در جریان ثابت انـرژی مصرف نمی‌کند. (نه انـرژی دریافت می‌کند و نه انرژی از دست می‌دهد.)

A ۲۴۲۵ ۲

خط فکری ۱ برای آن که در القاگر نیروی محرکهٔ القایی ایجاد شود باید جریان گذرنـده از القاگـر در حال تغییر باشـد. یعنی اگر جریان ثابت و پایا باشـد نیروی محرکهٔ القایی ایجاد نمی‌شود.

۲ از طرفی اگر اندازهٔ جریان در القاگر در حال افزایش باشد به القاگر انرژی وارد می‌شود و اگر اندازه جریان در القاگر در حال کاهش باشد، القاگر انرژی آزاد می‌کند.

در بازهٔ t_1 تا t_2 جریان عبوری از القاگر پایا است پس نیروی محرکه‌ای در القاگر القا نمی‌شود و همچنین به القاگر انرژی وارد نمی‌شود و نیز از آن انرژی خارج نخواهد شد و گزارهٔ (الف) درست است. در بازهٔ t_2 تا t_3 مقدار جریان عبوری از القاگر کاهش می‌یابد پس القاگر انرژی آزاد خواهد کرد و گزارهٔ (ب) درست است. در بازهٔ t_3 تا t_4 مقدار جریان عبوری از القاگر افزایش می‌یابد پس القاگر انرژی ذخیره می‌کند و گزارهٔ (پ) درست است.

A ۲۴۲۶ ۲

مقدار انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی القاگر با ضریب القاوری L از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$U=\frac{1}{2}LI^2$$

جریان سیملوله $4A$ و انرژی ذخیره شده در آن $200mJ$ بنابراین ضریب القاوری سیملوله خواهد شد:

$$200\times10^{-3}=\frac{1}{2}L\times(4)^2\Rightarrow L=\frac{0/4}{16}\Rightarrow L=\frac{0/1}{4}\Rightarrow L=2/5\times10^{-2}H$$

A ۲۴۲۷ ۲

ابتدا جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{V}{R}=\frac{6}{100}=0/06A$$

اکنون انرژی ذخیره شده را حساب می‌کنیم.

$$U=\frac{1}{2}LI^2\xrightarrow{L=0/4H}U=\frac{1}{2}\times0/4\times(\frac{6}{100})^2=\frac{1}{2}\times0/4\times36\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow U=72\times10^{-5}J=720\mu J$$

A ۲۴۲۸ ۲

ابتدا انرژی را برحسب ژول به‌دست می‌آوریم.

$$U=0/5kWh=0/5\times10^3W\times3600s\xrightarrow{\text{وات ثانیه = ژول}}U=1/8\times10^6J$$

اکنون ضریب القاوری را به‌دست می‌آوریم.

$$U=\frac{1}{2}LI^2\Rightarrow1/8\times10^6=\frac{1}{2}\times L\times(120)^2\Rightarrow L=\frac{3/6\times10^6}{120\times120}=\frac{36000}{12\times12}=250H$$

تذکر این اندازه برای ضریب القاوری با توجه به فناوری‌های موجود غیرعملی است و توجیه اقتصادی ندارد.

A ۲۴۲۹ ۴

۱ دو برابر شدن جریان الکتریکی سیملوله باعث می‌شود که میدان مغناطیسی درون سیملوله دو برابر شود.

$$B_1=\mu_0\frac{N}{l}I_1\xrightarrow{I_2=2I_1}B_2=2B_1$$

۲ با دو برابر شدن میدان مغناطیسی درون سیملوله شار مغناطیسی گذرنده از آن دو برابر می‌شود.

$$\Phi=BA\cos\theta\xrightarrow{B_2=2B_1}\Phi_2=2\Phi_1$$

۳ اما با دو برابر شدن جریان سیملوله انرژی ذخیره شده در آن چهار برابر می‌شود.

$$U=\frac{1}{2}LI^2\xrightarrow{I_2=2I_1}\frac{U_2}{U_1}=(\frac{I_2}{I_1})^2=4$$

بنابراین گزینه (۴) درست است.

A ۲۴۳۰ ۴

انرژی ذخیره شده در سیملوله حامل جریان برابر $U=\frac{1}{2}LI^2$ است. از این‌رو:

$$\frac{U_A}{U_B}=\frac{\frac{1}{2}L_AI_A^2}{\frac{1}{2}L_BI_B^2}\Rightarrow\frac{U_A}{U_B}=\frac{L_A}{L_B}\times(\frac{I_A}{I_B})^2$$

$$\xrightarrow{L_A=2L_B,I_A=2I_B}\frac{U_A}{U_B}=2\times(2)^2=8$$

A ۲۴۳۱ ۱

افزایش جریان سبب شده که انرژی ذخیره شده در القاگر ۲۱٪ افزایش یابد یعنی:

$$U_2=U_1+0/21U_1\Rightarrow U_2=1/21U_1$$

اکنون با توجه به رابطه انرژی القاگر $U=\frac{1}{2}LI^2$ خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}LI_2^2=1/21(\frac{1}{2}LI_1^2)\Rightarrow I_2=1/1I_1$$

درصد تغییر جریان خواهد شد:

$$\text{درصد تغییر جریان}=\frac{\Delta I}{I_1}\times100=\frac{I_2-I_1}{I_1}\times100=\frac{1/1I_1-I_1}{I_1}\times100$$

$$\Rightarrow\text{درصد تغییر جریان}=10\%$$

بنابراین جریان را باید ۱۰٪ افزایش دهیم.

بازی با سوال **جریان گذرنده از یک القاگر را چند درصد افزایش دهیم تا انرژی ذخیره شده در آن ۴۴ درصد افزایش یابد؟**

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۲۵ ۴) ۲۱

گزینهٔ ۱

A ۲۴۳۲ ۳

۱ ابتدا جریان را در لحظه $t=2s$ حساب می‌کنیم.

$$I=5t^2-10t+20\Rightarrow I=5\times4-(10\times2)+20\Rightarrow I=20A$$

۲ انرژی سیملوله از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}LI^2$ به‌دست می‌آید:

$$U=\frac{1}{2}LI^2\xrightarrow{L=0/2H}U=\frac{1}{2}\times0/2\times400=4J$$

A ۲۴۳۳ ۱

خط فکری ۱ بیشینه انرژی ذخیره شده در القاگر وقتی است که جریان القاگر بیشینه باشد.

۲ در یک تابع سینوسی ضریب سینوس مقدار بیشینه تابع است.

$$y=a\sin x\Rightarrow y_{max}=a$$

با توجه به معادله جریان - زمان $(I=2\sin250\pi t)$ بیشینه مقدار جریان $I_m=2A$ است بنابراین بیشینه مقدار انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی القاگر خواهد شد.

$$U_m=\frac{1}{2}LI_m^2\xrightarrow{L=0/2H}$$

$$U_m=\frac{1}{2}\times0/2\times(2)^2\Rightarrow U_m=0/4J$$

B ۲۴۳۴ ۲

با توجه به رابطهٔ انرژی ذخیره شده در سیملولهٔ حامل جریان $(U=\frac{1}{2}LI^2)$ باید ابتدا جریان در دو لحظه را به‌دست آورده سپس، اختلاف انرژی را حساب کرد.

جریان در دو لحظه را حساب می‌کنیم.

$$t_1=\frac{1}{6}s,I_1=2\sin\frac{5\pi}{6}\Rightarrow I_1=2\times\frac{1}{2}=1A$$

$$t_2=\frac{1}{2}s,I_2=2\sin\frac{5\pi}{2}\Rightarrow I_2=2\times1=2A$$

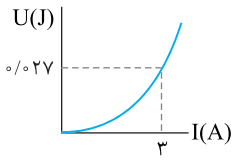
اختلاف انرژی خواهد شد:

$$\Delta U=\frac{1}{2}LI_2^2-\frac{1}{2}LI_1^2\Rightarrow\Delta U=\frac{1}{2}L(I_2^2-I_1^2)$$

$$\Rightarrow\Delta U=\frac{1}{2}\times0/2(4-1)\Rightarrow\Delta U=0/3J$$

۱ ۲۴۳۵ A

با توجه به نمودار اگر جریان عبوری از سیملوله $I=۳A$ باشد، انرژی ذخیره شده در سیملوله $U=۰/۰۲۷J$ است. حال با توجه به رابطهٔ انرژی در سیملوله می‌توان نوشت:



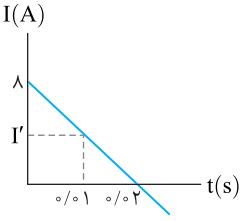
$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\Rightarrow ۰/۰۲۷=\frac{۱}{۲}\times L\times(۳)^۲\Rightarrow L=۰/۰۰۶H=۶mH$$

۲ ۲۴۳۶ B

خط فکری باید از روی نمودار $I-t$، جریان در لحظهٔ $t=۰$ و $t=۰/۰۱s$ را به‌دست بیاورید سپس به کمک جریان‌های به‌دست آمده، انرژی القاگر را حساب کنید و درصد تغییر آن را مشخص کنید.

۱ در لحظهٔ $t=۰$ جریان القاگر $۸A$ است.

۲ انرژی القاگر در لحظهٔ $t=۰$ خواهد شد.



$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\Rightarrow U_۱=\frac{۱}{۲}L(۸)^۲$$
$$\Rightarrow U_۱=۳۲L$$

۳ برای به‌دست آوردن جریان در لحظهٔ $t=۰/۰۱s$ می‌توانید معادله خط را بنویسید اما روش ساده‌تر استفاده از تشابه است.

$$\frac{I'}{۸}=\frac{۰/۰۱}{۰/۰۲}\Rightarrow I'=۴A$$

۴ انرژی القاگر در لحظهٔ $t=۰/۰۱s$ را حساب می‌کنیم.

$$U_۲=\frac{۱}{۲}L(۴)^۲\Rightarrow U_۲=۸L$$

۵ درصد تغییرات انرژی برابر است با:

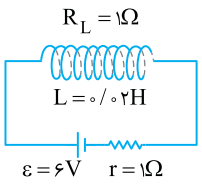
$$\text{درصد تغییرات انرژی}=\frac{\Delta U}{U_۱}\times ۱۰۰=\frac{U_۲-U_۱}{U_۱}\times ۱۰۰$$
$$=\frac{۸L-۳۲L}{۳۲L}\times ۱۰۰=\frac{-۲۴L}{۳۲L}\times ۱۰۰$$
$$\text{درصد تغییرات انرژی}=-\frac{۳}{۴}\times ۱۰۰=-۷۵٪$$

بنابراین انرژی ۷۵٪ کاهش می‌یابد.

۱ ۲۴۳۷ A

خط فکری القاگر در یک مدار قرار دارد بنابراین شما اول باید جریان مدار یعنی جریان گذرنده از القاگر را حساب کنید، البته منظور از بیشینه انرژی ذخیره شده در القاگر در این مدار مقدار انرژیی است که پس از برقراری کامل جریان در القاگر ذخیره می‌شود.

۱ جریان مدار برابر است با:



$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۶}{۱+۱}\Rightarrow I=۳A$$

۲ انرژی ذخیره شده در القاگر خواهد شد:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\Rightarrow U=\frac{۱}{۲}\times ۰/۰۲\times ۳^۲\Rightarrow U=۰/۰۹J$$

۳ ۲۴۳۸ B

۱ ابتدا مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم.

$$R_{۱L}=\frac{۵\times ۲۰}{۵+۲۰}=۴\Omega$$
$$R_{eq}=R_{۱L}+R_۲=۴+۳=۷\Omega$$

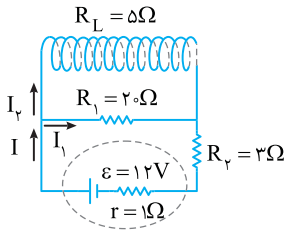
۲ جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۷+۱}=۱/۵A$$

۳ جریان به دو شاخه تقسیم می‌شود و جریان $I_۲$ از القاگر می‌گذرد. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. از این‌رو:

$$R_LI_۲=R_۱I_۱\Rightarrow ۵\times I_۲=۲۰I_۱\Rightarrow I_۱=\frac{۱}{۴}I_۲$$

$$I_۲+I_۱=I\Rightarrow I_۲+\frac{۱}{۴}I_۲=I\Rightarrow\frac{۵}{۴}I_۲=۱/۵\Rightarrow I_۲=۱/۲A$$



۴ جریان القاگر را داریم پس انرژی ذخیره شده در میدان سیملوله خواهد شد:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\Rightarrow U=\frac{۱}{۲}\times ۰/۲\times(۱/۲)^۲\Rightarrow U=۰/۱۴۴J\Rightarrow U=۱۴۴mJ$$

۳ ۲۴۳۹ B

خط فکری باید ابتدا جریان مقاومت‌ها را بررسی کنید و رابطه‌ای بین جریان سیملوله (۱) و جریان سیملوله (۲) پیدا کنید تا بتوانید نسبت انرژی آن‌ها را به‌دست آورید.

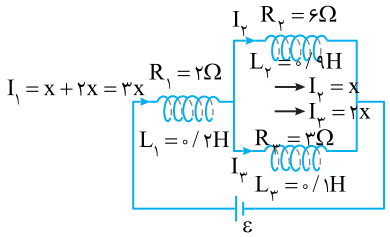
یادآوری در مقاومت‌های موازی، جریان با مقاومت نسبت وارون دارد.

۱ اگر جریان مقاومت $R_۲=۶\Omega$ را $I_۲=x$ فرض کنیم، جریان مقاومت $R_۳=۳\Omega$ که با آن موازی است $I_۳=۲x$ می‌شود و جریان کل مدار خواهد شد:

$$I_۱=I_۲+I_۳\Rightarrow I_۱=x+۲x\Rightarrow I_۱=۳x$$

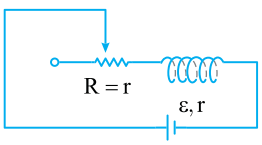
۲ اکنون می‌توانیم نسبت $\frac{U_۱}{U_۲}$ را حساب کنیم:

$$\frac{U_۱}{U_۲}=\frac{\frac{۱}{۲}L_۱I_۱^۲}{\frac{۱}{۲}L_۲I_۲^۲}\Rightarrow\frac{U_۱}{U_۲}=\frac{۰/۲\times(۳x)^۲}{۰/۹\times(x)^۲}\Rightarrow\frac{U_۱}{U_۲}=\frac{۰/۲\times۹}{۰/۹\times۱}=۲$$

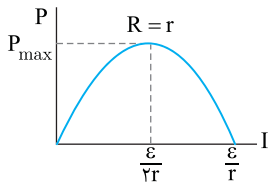


۳ ۲۴۴۰ B

۱ اگر لغزنده به سمت راست حرکت کند، مقاومت خارجی کاهش یافته پس با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ با کاهش R، جریان خروجی افزایش یافته و انرژی ذخیره شده در سیملوله $U=\frac{۱}{۲}LI^۲$ افزایش می‌یابد.

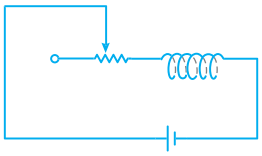


یادآوری برای بررسی توان خروجی باتری باید از نمودار $P=\varepsilon I-rI^۲$ استفاده کنیم. نمودار $P-I$ یک سهمی است که در رأس آن مقاومت خارجی مدار با مقاومت داخلی باتری برابر است $(R=r)$. با توجه به نمودار هرگاه مقاومت R را تغییر دهیم و این مقدار مقاومت به مقاومت درونی نزدیک شود، توان خروجی افزایش می‌یابد اما اگر با تغییر مقاومت R، مقدار این مقاومت از مقاومت درونی دور شود، توان خروجی کاهش می‌یابد.



۲ در لحظهٔ نشان داده شده روی شکل مقاومت خارجی مدار (R) با مقاومت درونی باتری برابر است یعنی توان مصرفی بیشینه است و هرگونه تغییر در مقاومت سبب کاهش توان خروجی می‌شود.

بازی با سوال **شکل زیر مداری را نشان می‌دهد که شامل یک القاگر و یک رئوستا می‌باشد. کدام گزینه در مورد این مدار درست است؟**



۱) با حرکت لغزنده به سمت راست انرژی ذخیره شده در القاگر افزایش می‌یابد.

۲) با حرکت لغزنده به سمت چپ انرژی ذخیره شده در القاگر افزایش می‌یابد.

۳) با حرکت لغزنده به هر سمتی انرژی ذخیره شده در القاگر افزایش می‌یابد.

۴) با حرکت لغزنده انرژی ذخیره شده در سیملوله تغییری نمی‌کند. گزینهٔ ۱

B ۲۴۴۱ ۱

۱ ابتدا باید به کمک انرژی ذخیره شده در القاگر، جریان مدار را به‌دست بیاوریم.

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 0/4=\frac{1}{2}\times 0/05\times I^2 \Rightarrow I^2=16 \Rightarrow I=4A$$

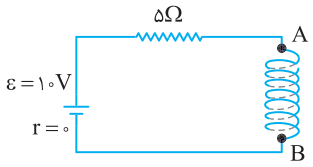
۲ با داشتن جریان سیملوله می‌توان میدان مغناطیسی آن را حساب کرد.

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I \Rightarrow B=12\times10^{-7}\times\frac{100}{0/08}\times4 \Rightarrow B=6\times10^{-3}T=60G$$

C ۲۴۴۲ ۲

در لحظه وصل کلید اثر خودالقاوری در القاگر با چنان شدتی ظاهر می‌شود که بلافاصله پس از وصل کلید، جریان مدار تقریباً صفر است.

در این حالت از مقاومت 5Ω جریانی نمی‌گذرد و اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت صفر است و مانند این است که در لحظهٔ وصل دو سر القاگر مستقیم به دو سر باتری وصل است و اختلاف پتانسیل دو سر آن $10V$ است.



B ۲۴۴۳ ۱

لحظهٔ وصل کلید به دلیل تغییر ناگهانی جریان مدار، اثر خودالقاوری به طور لحظه‌ای مانع عبور جریان از سیملوله می‌شود و تمام جریان از مقاومت R می‌گذرد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I=\frac{12}{3/5+0/5} \Rightarrow I=3A$$

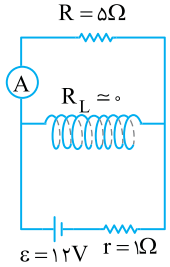
اما باتری مولد جریان مستقیم است و پس از گذشت زمان، جریان ثابت شده، اثر خودالقاوری از بین می‌رود و تمام جریان این بار از سیملوله می‌گذرد و جریان مقاومت R صفر می‌شود.

مانند این است که مقاومت ۱/۵ اهمی اتصال کوتاه شده است، در این صورت:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I=\frac{12}{2+0/5} \Rightarrow I=4/8A$$

B ۲۴۴۴ ۱

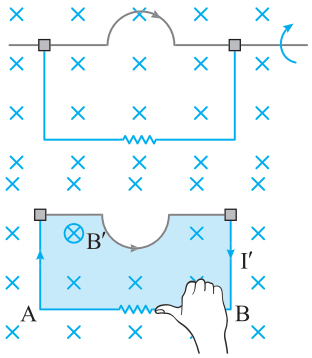
در لحظهٔ وصل کلید، اثر خودالقاوری با چنان شدتی در القاگر به‌وجود می‌آید که جریان عبوری از القاگر در لحظهٔ وصل صفر و تمام جریان از مقاومت $R=5\Omega$ می‌گذرد که این جریان برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I_1=\frac{12}{5+1}=2A$



اما پس از مدتی که می‌گذرد جریان باتری ثابت می‌شود و اثر خودالقاوری که ناشی از تغییرات جریان بود از بین می‌رود. در این حالت القاگر شبیه یک سیم بدون مقاومت رفتار می‌کند، این بار جریانی از مقاومت 5Ω نمی‌گذرد و آمپرسنج عدد صفر را نشان می‌دهد $(I_2=0)$ بنابراین $|I_2-I_1|=|0-2|=2A$ می‌شود.

پنجره دوجداره (سطح دوم)

A ۲۴۴۵ ۲

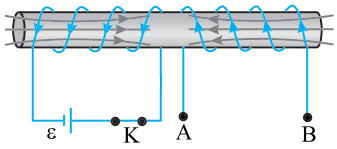


بعد از ۱۸۰° چرخش نیم حلقه

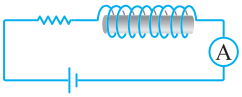
وقتی نیم‌حلقه را ۱۸۰° می‌چرخانیم سطح مدار کاهش می‌یابد یعنی شار مغناطیسی گذرنده از سطح مدار کاهش می‌یابد و بنابر قانون القایی الکترومغناطیسی فاراده در مدار جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنابر قانون لنز یک میدان مغناطیسی القایی (B') درونسو ایجاد می‌کند تا با کاهش شار مخالفت کند و جریان القایی بنابر قاعدهٔ دست راست از B به A خواهد بود.

A ۲۴۴۶ ۱

با بسته شدن کلید، جریان مطابق شکل روبه‌رو برقرار شده و افزایش می‌یابد و میدان حاصل از جریان زیاد شده و طبق قانون لنز میدان القایی سیملولهٔ سمت راست خلاف میدان سیملولهٔ سمت چپ است و با استفاده از قانون دست راست جهت جریان از B به A به‌دست می‌آید. در این سیملوله نیروی محرکه القا شده است و نقش یک باتری را پیدا می‌کند. درون باتری جهت جریان از پتانسیل کمتر به بیشتر است، پس پتانسیل A بیشتر از پتانسیل B می‌باشد.



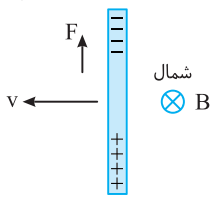
B ۲۴۴۷ ۲



مدار به یک باتری متصل است و جریان مدار ثابت است، بنابراین میدان مغناطیسی سیملوله و شار مغناطیسی آن ثابت است و تا وقتی که تصمیم به خارج کردن هسته آهنی از سیملوله می‌گیریم خبری از خودالقاوری نیست و جریان در مدار ثابت است. با خروج هستهٔ آهنی، میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد و تغییر میدان سبب تغییر شار مغناطیسی و ایجاد اثر خودالقاوری می‌شود که بنابر قانون لنز می‌خواهد با عامل به‌وجود آورنده که کاهش شار است مخالفت کند. بنابراین جریانی القایی در جهت جریان اصلی باتری ایجاد می‌کند و سبب می‌گردد آمپرسنج عدد بزرگ‌تری نشان دهد. اما پس از خروج هستهٔ آهنی همه چیز به حالت اول برمی‌گردد و مجدداً خبری از خودالقاوری نخواهد بود و جریان به حالت اولیه باز می‌گردد بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

B ۲۴۴۸ ۴

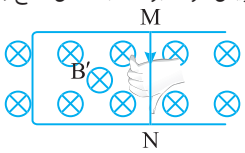
میدان مغناطیسی زمین از جنوب به شمال است. جهت رو به شمال را درونسو فرض می‌کنیم. میلهٔ فلزی دارای الکترون آزاد است. هنگامی که میله را به حرکت درمی‌آوریم، میدان مغناطیسی زمین بر الکترون‌ها نیرو وارد می‌کند. برای آنکه انتهای پایینی، پتانسیل الکتریکی بیشتری داشته باشد، باید در اثر نیروی میدان الکترون‌ها به سمت بالای میله بروند. انگشت شست دست چپ خود را به سمت بالای میله نشانه‌گیری کنید، به گونه‌ای که کف دست شما به سمت صفحهٔ کاغذ یعنی در جهت میدان مغناطیسی (رو به شمال) باشد. در این حالت چهار انگشت شما جهت حرکت میله یعنی سمت چپ (غرب) را نشان می‌دهد.



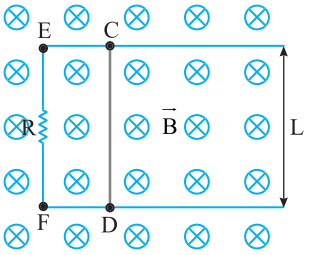
B ۲۴۴۹ ۱

خط فکری وقتی یک جسم از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت درمی‌آید تندی آن افزایش می‌یابد.

در اینجا با حرکت تندشوندهٔ میلهٔ رسانای MN، سطح مدار و در نتیجه شار مغناطیسی کاهش می‌یابد و چون تندی میله در حال افزایش است آهنگ تغییر شار $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ در حال افزایش است. یعنی جریان القایی هر لحظه در حال افزایش خواهد بود. اما با کاهش سطح و ایجاد جریان القایی، میدان مغناطیسی القایی درونسو خواهد شد تا بنابر قانون لنز با کاهش شار مخالفت کند در این صورت سوی جریان القایی در سیم MN از M به سمت N است.



بازی با سؤال **شکل زیر رسانای U شکلی را درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که عمود بر صفحه شکل و رو به داخل صفحه است نشان می‌دهد. اگر میله فلزی CD را با سرعت اولیه v_0 به طرف راست پرتاب کنیم جهت جریان القایی در مقاومت R به کدام سمت است و جریان القایی متوسط چگونه تغییر می‌کند؟**



۱) از E به F، ثابت می‌ماند.

۲) از E به F، کاهش می‌یابد.

۳) از F به E، کاهش می‌یابد و سپس ثابت می‌ماند.

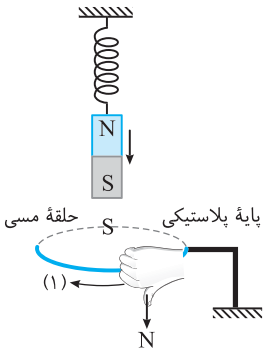
۴) از E به F، کاهش می‌یابد و سپس ثابت می‌ماند.

گزینهٔ ۲

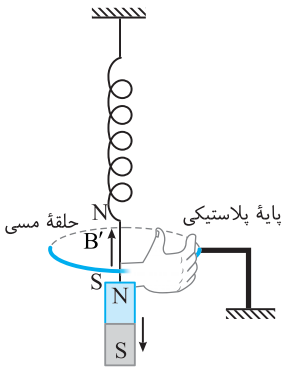
B ۲۴۵۰ ۳

خط فکری دقت کنید که وقتی وزنه رها می‌شود، این وزنه در شرایط معمولی چندین بار بالا و پایین می‌رود تا سرانجام متوقف می‌شود. هنگام رها شدن آهنربا، آهنربا فنر را به پایین می‌کشد و آن قدر آهنربا پایین می‌آید تا متوقف شود سپس در اثر نیروی فنر به سمت بالا برمی‌گردد تا مجدداً سرعت آن صفر شود و تحت تأثیر نیروی وزن به سمت پایین حرکت کند که این حرکت رفت و برگشت به‌طور متناوب اتفاق می‌افتد تا آهنربا متوقف شود.

۱ در ابتدا با نزدیک شدن آهنربا به حلقهٔ مسی، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد و بنابر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده در حلقه، جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنابر قانون لنز با عامل به‌وجود آورنده‌اش که حرکت آهنرباست مخالفت می‌کند. اما چگونه؟ قسمت بالای حلقه قطب S میدان مغناطیسی القایی حلقه می‌شود تا قطب S آهنربا را دفع کند و با پایین آمدن آهنربا مخالفت کند، بنابراین به کمک قاعدهٔ دست راست جهت جریان القایی در حلقه در سوی (۱) خواهد بود.



۲ پس از رد شدن آهنربا از حلقه، شار مغناطیسی تا لحظهٔ توقف آهنربا کاهش می‌یابد و جریان القایی حلقه با دور شدن آهنربا مخالفت می‌کند یعنی قسمت پایین حلقه قطب S میدان مغناطیسی القایی (B') حلقه می‌شود تا بنابر قانون لنز با دور شدن آهنربا مخالفت کند و با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت جریان در سوی (۲) است یعنی تغییر جهت می‌دهد.



۳ پس از توقف و برگشت آهنربا به سمت بالا پدیده‌ها در جهت وارون تکرار می‌شود یعنی ابتدا سوی جریان در سوی (۱) بوده و سپس در سوی (۲) و به‌طور متناوب تکرار می‌شود. البته بعد از چند نوسان به سرعت متوقف می‌شود.

بازی با سؤال **اگر از هر گونه اتلاف انرژی صرف‌نظر کنیم، کدام گزینه در مورد نوسان‌های آهنربا درست است؟**

۱) به مدت طولانی به نوسان خود ادامه می‌دهد.

۲) در تمام مدت طولانی مسیر رفت و برگشت آن ثابت است.

۳) با چند نوسان و کاهش طول مسیر رفت و برگشت به سرعت متوقف می‌شود.

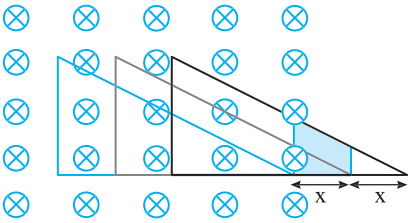
۴) هر سه حالت ممکن است.

گزینهٔ ۳

C ۲۴۵۱ ۳

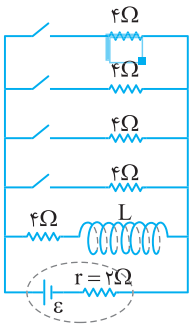
با توجه به شکل اگر تندی مثلث هنگام خارج شدن یکسان باشد و در مدت معین t به اندازهٔ x جلو برود، تغییر سطح با گذشت زمان، افزایش می‌یابد و تغییر شار افزایش می‌یابد (دقت کنید تغییر شار مغناطیسی، نه شار مغناطیسی) بنابراین آهنگ شار در حال افزایش خواهد بود $(\frac{\Delta\Phi\uparrow}{\Delta t})$ و نیروی محرکهٔ القایی و جریان حاصل از آن افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۱) نادرست است و اگر حرکت مثلث تندشونده باشد آهنگ تغییر شار با شدت بیشتری رخ می‌دهد و افزایش جریان القایی شدیدتر است و گزینهٔ (۲) نادرست است.

اما اگر حرکت مثلث کندشونده باشد، ممکن است $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ ثابت بماند و جریان القایی نیز ثابت باشد و گزینهٔ (۳) درست است.



C ۲۴۵۲ ۱

یک سؤال چند مرحله‌ای پیش روی ماست.



۱ **حالت اول:** یک مقاومت ۴Ω در مدار است و انرژی ذخیره شده در سیملوله برابر ۰/۸J است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} 0/8=\frac{1}{2}L\left(\frac{\varepsilon}{4+2}\right)^2$$

$$\Rightarrow L\varepsilon^2=57/6 \qquad (1)$$

۲ **حالت دوم:** در این حالت اگر جریان مدار را I' فرض کنیم به تعداد کلیدهایی که بسته می‌شود جریان I' بین شاخه‌ها تقسیم می‌شود یعنی اگر $n-1$ کلید را ببندیم، جریان عبوری هر شاخه از جمله شاخهٔ شامل سیملوله برابر $\frac{I'}{n}$ می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'_{\text{سیملوله}}=I'_n\Rightarrow I'_{\text{سیملوله}}=\frac{1}{n}\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}$$

۳ مقاومت معادل مدار در حالت جدید نیز خواهد شد:

$$R'_{eq}=\frac{R}{n}=\frac{4}{n}$$

۴ جریان سیملوله در این حالت برابر است با:

$$I'_{\text{سیملوله}}=\frac{1}{n}\frac{\varepsilon}{\frac{4}{n}+2}\Rightarrow I'_{\text{سیملوله}}=\frac{1}{n}\frac{n\varepsilon}{4+2n}\Rightarrow I'_{\text{سیملوله}}=\frac{\varepsilon}{4+2n} \qquad (II)$$

۵ انرژی ذخیره شده در سیملوله ۰/۳۵J کاهش یافته یعنی انرژی سیملوله برابر ۰/۴۵J = ۰/۸ − ۰/۳۵ می‌شود. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$U_2=\frac{1}{2}L(I'_{\text{سیملوله}})^2 \xrightarrow{(II)} 0/45=\frac{1}{2}L\left(\frac{\varepsilon}{4+2n}\right)^2\Rightarrow 0/45=\frac{1}{2}\frac{L\varepsilon^2}{(4+2n)^2}$$

$$\xrightarrow{(I)} 0/45=\frac{1}{2}\frac{57/6}{(4+2n)^2}\Rightarrow(4+2n)^2=64\Rightarrow 4+2n=8\Rightarrow n=2$$

بنابراین تنها باید یک کلید را ببندیم.

۴ ۲۴۵۳ C

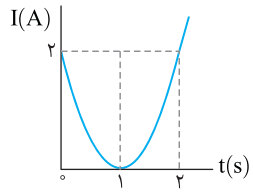
خط فکری ابتدا باید مشخص کرد که در بازهٔ زمانی صفر تا ۲s جریان در حال کاهش است یا در حال افزایش. برای این منظور باید نمودار جریان بر حسب زمان را رسم کنید تا متوجه شوید در هر لحظه و یا هر بازهٔ زمانی، تغییرات جریان چگونه است.

یادآوری برای یک تابع درجهٔ (۲) $(y=ax^2+bx+c)$ مؤلفهٔ x رأس سهمی خواهد شد: $x=-\frac{b}{2a}$

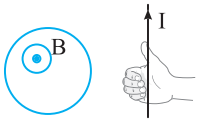
۱ معادلهٔ $I=2t^2-4t+2$ یک تابع درجهٔ (۲) است. نمودار تابع درجهٔ (۲) سهمی است. رأس سهمی را به‌دست می‌آوریم. $t=-\frac{b}{2a}\xrightarrow[a=2]{b=(-4)}t=\frac{4}{2\times2}=1s$

مقدار جریان در رأس سهمی را حساب می‌کنیم. $I=2\times(1)^2-4\times1+2\Rightarrow I=0$

در لحظهٔ $t=0$، مقدار جریان برابر $I=2A$ است، خط قائمی که از رأس سهمی می‌گذرد، محور تقارن سهمی است بنابراین در لحظهٔ $t=2s$ نیز جریان 2A است در نتیجه نمودار به شکل روبه‌روست.

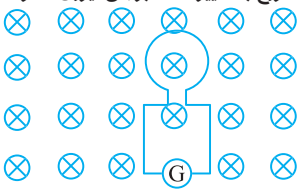


۲ جهت جریان سیم راست در سمت چپ آن بنابر قاعدهٔ دست راست برونسو است.



۳ با توجه به نمودار سهمی $I-t$، جریان سیم راست ابتدا در حال کاهش است، پس شار مغناطیسی گذرنده از حلقه نیز در حال کاهش است و بنابر قانون لنز میدان مغناطیسی القایی برونسو و جریان القایی در حلقه پادساعتگرد است. در بازهٔ ۱s تا ۲s جریان سیم راست در حال افزایش است و میدان مغناطیسی حاصل از آن و شار مغناطیسی گذرنده از حلقه نیز در حال افزایش است، بنابراین جریان القایی در حلقه بنابر قانون لنز باید ساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی القایی با افزایش شار مخالفت کند. در نتیجه گزینهٔ (۴) درست است.

بازی با سؤال **در شکل زیر حلقه در یک میدان مغناطیسی درونسو قرار دارد. اگر شار مغناطیسی حاصل از میدان مغناطیسی با توجه به معادلهٔ $\Phi=(4t^2-8t)\times10^{-2}$ در SI با زمان شروع به تغییر کند، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در بازهٔ $t=0/5s$ تا $t=3s$ چند میلی‌ولت و جهت جریان القایی در مدت $t=0$ تا $t=2s$ کدام است؟**



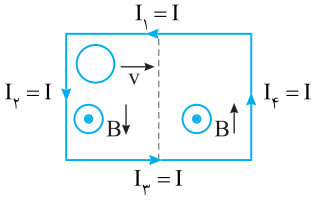
خارج تجربی - ۹۲

۱) ۶۰، ابتدا ساعتگرد سپس پادساعتگرد
۲) ۴۰، ابتدا ساعتگرد سپس پادساعتگرد
۳) ۶۰، ابتدا پادساعتگرد سپس ساعتگرد
۴) ۴۰، ابتدا پادساعتگرد سپس ساعتگرد

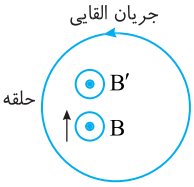
گزینهٔ ۳

۴ ۲۴۵۴ C

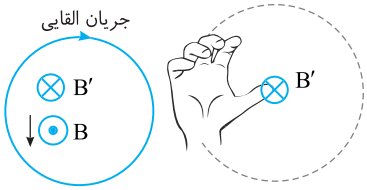
میدان تمام سیم‌ها درون قاب مستطیل شکل برونسو است. با حرکت حلقه به سمت راست ابتدا تا خط چین نشان داده شده در شکل میدان مغناطیسی خالص در حال کاهش و با گذر از خط‌چین و نزدیک شدن به سیم I_4، میدان در حال افزایش است.



بنابراین در ابتدا که میدان در حال کم شدن است، بنا به قانون لنز میدان مغناطیسی القایی حلقه باید برونسو باشد و جریان القایی پادساعتگرد است.

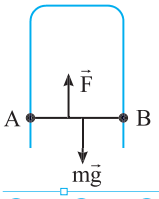


بعد از گذر از خط‌چین و کاهش میدان مغناطیسی، بنا به قانون لنز جهت جریان ساعتگرد خواهد شد.



۳ ۲۴۵۵ C

در لحظهٔ شروع حرکت تنها نیروی مؤثر وارد بر میلهٔ AB نیروی گرانشی است که به آن به‌طور لحظه‌ای شتاب g می‌دهد. با حرکت میله رو به پایین و افزایش سطح مدار و تغییر شار در میلهٔ AB جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنا بر قانون لنز این جریان با عامل به‌وجود آورنده‌اش که حرکت میلهٔ AB است مخالفت می‌کند و مانند این است که به میلهٔ AB نیرویی رو به بالا وارد می‌شود. به همین علت شتاب حرکت میله از g کمتر می‌شود و هر چه سرعت میله بیشتر می‌شود، آهنگ تغییر شار بیشتر شده نیروی محرکهٔ القایی بیشتر شده و بنا بر قانون لنز نیرویی که به میله وارد می‌شود بیشتر می‌شود و شتاب حرکت میلهٔ AB کاهش می‌یابد تا لحظه‌ای که نیروی گرانش و نیرویی که رو به بالا بر میله از طرف میدان وارد می‌شود برابر شده و شتاب حرکت میله صفر شود و میله با سرعت ثابت به پایین می‌لغزد.



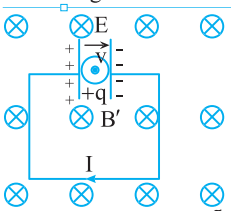
مرحلهٔ اول $F=0\Rightarrow F_T\neq0\Rightarrow a=g$

مرحلهٔ دوم $F\neq0\Rightarrow mg>F\Rightarrow a<g$

مرحلهٔ سوم $F=mg\Rightarrow F_T=0\Rightarrow a=0$

۳ ۲۴۵۶ C

۱ بار در راستای میدان مغناطیسی پرتاب شده بنابراین از طرف میدان مغناطیسی به آن نیرویی وارد نمی‌شود.



$F_B=qvB\sin\theta\xrightarrow{\theta=180^\circ}F_B=0$

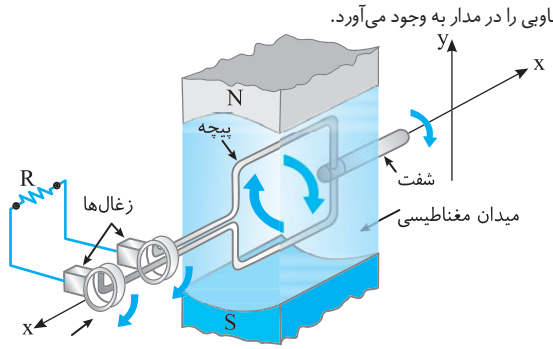
۲ با کاهش میدان در مدار جریان القایی به‌وجود می‌آید که خازن را پر می‌کند. جهت جریان القایی به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از آن باید درونسو باشد تا بنابر قانون لنز با کاهش شار مخالفت کند.

۳ میدان مغناطیسی القایی B' درونسو شده است بنابراین جریان مدار ساعتگرد و بار مثبت روی صفحه سمت چپ خازن جمع می‌شود و میدان الکتریکی از چپ به راست بوده و نیرویی که این میدان بر بار $+q$ وارد می‌کند به سمت راست خواهد بود.

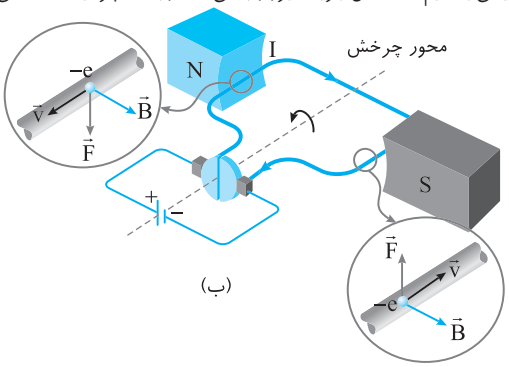
پنجره ۵

۲ ۲۴۵۷ A

شکل (الف): اجزای یک مولد (ژنراتور) جریان متناوب را نشان می‌دهد که حرکت مکانیکی از طریق میله گردان، سبب چرخیدن پیچه در میدان مغناطیسی شده و جریان متناوبی را در مدار به وجود می‌آورد.



شکل (ب): طرحی ساده از یک موتور الکتریکی است که به یک مولد متصل است و در حلقهٔ متصل به آن که بین دو قطب آهنربا قرار گرفته، جریان برقرار می‌شود و میدان مغناطیسی به سیم‌های حامل جریان نیرو وارد می‌کنند و باعث چرخیدن حلقه می‌شود.



A ۲۴۵۸ ۳

خط فکری معادلهٔ شار - زمان به صورت $\Phi = BA\cos\frac{2\pi}{T}t$ است که در آن B میدان مغناطیسی، A مساحت سطح پیچه و T دورهٔ تناوب (یعنی مدت زمان لازم برای یک دور چرخیدن کامل پیچه) است.

با مقایسهٔ معادلهٔ شار - زمان در حالت کلی و معادلهٔ شار - زمان داده شده در سؤال می‌توان دوره و میدان مغناطیسی را به‌دست آورد:

$$\left.\begin{matrix}\Phi = BA\cos\frac{2\pi}{T}t \\ \Phi = 0/02\cos 50\pi t\end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} BA = 0/02 \xrightarrow{A=200\times10^{-4}} B\times200\times10^{-4} = 2\times10^{-2} \Rightarrow B = 1T \\ \frac{2\pi}{T} = 50\pi \Rightarrow T = \frac{2}{50} = 0/04s \end{cases}$$

بنابراین گزاره‌های (الف) و (پ) درست است.

نکته اگر پیچه به طور یکنواخت بچرخد و هر دور چرخش آن T ثانیه طول بکشد، پیچه در مدت t ثانیه، به اندازهٔ $\frac{t}{T}$ می‌چرخد:

$$N = \frac{t}{T} \xrightarrow[T=0/04s]{t=1min=60s} N = \frac{60}{0/04} = \frac{6000}{4} = 1500 \text{ دور}$$

بنابراین گزاره (ب) نیز درست است.

A ۲۴۵۹ ۲

معادلهٔ جریان متناوب برابر $I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است:

$$\begin{cases} I_{max} = 2A \\ T = 0/02s \end{cases} \Rightarrow I = 2\sin\frac{2\pi}{0/02}t \Rightarrow I = 2\sin 100\pi t$$

B ۲۴۶۰ ۳

۱ ابتدا با توجه به معادلهٔ جریان متناوب $I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ دورهٔ تناوب جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{matrix} I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t \\ I = 0/2\sin 100\pi t \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 100\pi \Rightarrow T = 0/02s$$

۲ در معادلهٔ جریان متناوب، جریان (I) را ۰/۱ آمپر قرار می‌دهیم، زمان (t) را به‌دست می‌آوریم:

$$0/1 = 0/2\sin 100\pi t \Rightarrow \sin 100\pi t = \frac{1}{2} \xrightarrow{\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}} \sin 100\pi t = \sin\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow 100\pi t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{600}s$$

یادداشت ریاضی البته این یکی از جواب‌های معادله است، شما در ریاضی با نحوهٔ حل معادلات مثلثاتی آشنا شده‌اید و می‌دانید که:

$$\sin x = \sin\alpha \Rightarrow x = 2k\pi + \alpha \quad \text{یا} \quad (2k+1)\pi - \alpha$$

$$\cos x = \cos\alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$$

میانبر همواره نسبت $\frac{I}{I_{max}}$ برابر $\sin\frac{2\pi}{T}t$ است و نسبت $\frac{\Phi}{\Phi_{max}}$ برابر $\cos\frac{2\pi}{T}t$ است.

B ۲۴۶۱ ۴

معادلهٔ جریان متناوب را به کمک داده‌های مسئله می‌نویسیم:

$$I = I_{max}\sin(\frac{2\pi}{T}t) \xrightarrow[T=\frac{1}{50}s]{I_{max}=5A} I = 5\sin(\frac{2\pi}{\frac{1}{50}}t) \Rightarrow I = 5\sin(100\pi t)$$

حال $t = \frac{3}{400}s$ را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$I = 5\sin(100\pi\times\frac{3}{400}) \Rightarrow I = 5\sin(\frac{3\pi}{4}) \Rightarrow I = 5\times\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow I = \frac{5\sqrt{2}}{2}A$$

بازی با سؤال بیشینهٔ جریان متناوبی 5A و دورهٔ آن ۰/۰۴ ثانیه است. در لحظهٔ $t = \frac{1}{200}s$ بزرگی جریان چند آمپر است؟ از کتاب درسی

۱) $2/5\sqrt{2}$ ۲) ۵ ۳) $5\sqrt{2}$ ۴) ۲/۵

گزینهٔ ۱

B ۲۴۶۲ ۳

خط فکری هنگامی که مولد جریان متناوب به مقاومت اهمی متصل باشد، با توجه به قانون اهم می‌توان از روی معادلهٔ جریان متناوب، معادلهٔ نیرو محرکه را نیز به‌دست آورد:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \varepsilon = RI \xrightarrow{I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t} \varepsilon = RI_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

$$\xrightarrow{\varepsilon_{max}=RI_{max}} \varepsilon = \varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

با داشتن معادلهٔ ولتاژ - زمان می‌توان معادله جریان - زمان را نوشت که در حل این مسئله شما باید معادله $I-t$ را بنویسید.

۱ ابتدا معادلهٔ جریان متناوب را به کمک معادلهٔ اختلاف پتانسیل داده شده می‌نویسیم:

$$V = RI \Rightarrow I = \frac{V}{R} \xrightarrow[V=100\sqrt{3}\sin 10\pi t]{R=10\Omega} I = \frac{100\sqrt{3}}{10}\sin 10\pi t$$

$$\Rightarrow I = 10\sqrt{3}\sin 10\pi t$$

۲ معادلهٔ جریان متناوب به صورت $I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است که با توجه به معادلهٔ بالا باید $\frac{2\pi}{T}$ برابر 10π باشد:

$$\left.\begin{matrix} I = 10\sqrt{3}\sin 10\pi t \\ I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t \end{matrix}\right\} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0/2s$$

۳ جریان در لحظهٔ $t = \frac{T}{6} = \frac{0/2}{6} = \frac{1}{30}s$ خواسته شده این زمان را در معادلهٔ جریان متناوب قرار می‌دهیم و جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$I = 10\sqrt{3}\sin 10\pi t \xrightarrow{t=\frac{1}{30}s} I = 10\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow I = 10\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow I = 15A$$

B ۲۴۶۳ ۲

یادآوری اگر مولد یک جریان متناوب به مقاومت اهمی متصل باشد با توجه به قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \varepsilon = RI \xrightarrow{I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t} \varepsilon = RI_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

$$\xrightarrow{\varepsilon_{max}=RI_{max}} \varepsilon = \varepsilon_{max}\sin(\frac{2\pi}{T}t)$$

با توجه به رابطه شار داریم:

$$\Phi = \Phi_{max}\cos(\frac{2\pi}{T}t) \Rightarrow \cos(\frac{2\pi}{T}t) = \frac{\Phi}{\Phi_{max}}$$

$$\xrightarrow{\frac{\Phi}{\Phi_{max}}=\frac{1}{2}} \cos\frac{2\pi}{T}t = \frac{1}{2}$$

معادلهٔ نیرو محرکهٔ القایی به صورت $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ بنابراین نسبت نیرو محرکهٔ متناوب به بیشینه مقدار خود یعنی $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}}$ برابر $\sin\frac{2\pi}{T}t$ است.

$\cos(\frac{2\pi}{T}t)$ برابر $\frac{1}{2}$ شده بنابراین کمان $\frac{2\pi}{T}t$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است و $\sin$ آن، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ خواهد بود یعنی $\sin(\frac{2\pi}{T}t)$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است. از این‌رو خواهیم داشت:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}}=\sin\frac{2\pi}{T}\xrightarrow[\sin\frac{2\pi}{T}t=\frac{\sqrt{3}}{2}]{\cos\frac{2\pi}{T}t=\frac{1}{2}}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

B ۲۴۶۴ ۲

یادآوری توان مصرفی از رابطهٔ $P=VI=RI^2=\frac{V^2}{R}$ بدست می‌آید که V اختلاف پتانسیل یا همان نیرو محرکه است.

با توجه به رابطهٔ $P=RI^2$ هنگامی توان مصرفی بیشینه است که جریان متناوب بیشینه باشد. مقدار بیشینه جریان در معادله $I=2\sqrt{2}\sin 300t$ برابر $I_m=2\sqrt{2}A$ است

از این‌رو می‌توان نوشت: $P_{max}=RI_{max}^2\Rightarrow 16=R(2\sqrt{2})^2\Rightarrow R=2\Omega$

حال با استفاده از قانون اهم و داشتن معادلهٔ جریان متناوب و مقاومت، معادلهٔ نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{\varepsilon}{I}\Rightarrow\varepsilon=RI\xrightarrow{I=2\sqrt{2}\sin 300t}$$
$$\varepsilon=2(2\sqrt{2}\sin 300t)\Rightarrow\varepsilon=4\sqrt{2}\sin 300t$$

A ۲۴۶۵ ۲

خط فکری ۱ دورهٔ تناوب: مدت زمانی که طول می‌کشد، پیچه یا آهنربای الکتریکی مولد یک دور کامل بزند.

۲ بسامد: تعداد دور کاملی است که پیچهٔ یا آهنربای الکتریکی مولد در مدت یک ثانیه انجام می‌دهد.

۳ ابتدا با یک نسبت، مدت زمان یک دور کامل که همان دورهٔ تناوب است را به‌دست می‌آوریم:

۱s	تعداد نوسان = ۵۰
T	تعداد نوسان = ۱

در هر ثانیه ۵۰ دور می‌چرخد بنابراین: $\Rightarrow T=\frac{1}{50}s=0/02s$

۴ بسامد برق تعداد دور کاملی است که پیچه یا آهنربای الکتریکی در مدت ۱s می‌زند که با توجه به سؤال آهنربای الکتریکی در مدت ۱s، ۵۰ دور می‌چرخد پس بسامد برق ۵۰ هرتز است.

میانبر ۱ دورهٔ تناوب و بسامد همواره معکوس یکدیگرند: $T=\frac{1}{f}$ (دوره ← T، بسامد ← f)

میانبر ۲ اگر پیچه یا آهنربای الکتریکی در یک مولد جریان متناوب در مدت t ثانیه به اندازه N دور کامل بچرخد، دوره و بسامد مولد برابر است با:

$$T=\frac{t}{N}\qquad f=\frac{N}{t}$$

B ۲۴۶۶ ۲

نکته هر دور، چرخش پیچه معادل 2π رادیان یا 360° است.

۱ پیچه به طور یکنواخت در حال چرخش است در فرض مسئله پیچه در 0/01s به اندازهٔ 60° می‌چرخد بنابراین می‌توانیم به کمک یک تناسب مدت زمان یک دور چرخش پیچه را به‌دست آوریم:

0/01s	60°
Δt: مدت زمان یک دور کامل	360°

$$\Rightarrow\Delta t=\frac{360\times 0/01}{60}=0/06s$$

۲ بسامد برق در واقع تعداد دور پیچه در مدت 1s است، با توجه به قسمت قبل در مدت 0/06s پیچه یک دور کامل می‌زند، حال با استفاده از تناسب، تعداد دور در هر ثانیه (بسامد برق) را به‌دست می‌آوریم:

0/06s	1
1s	?

$$\text{بسامد برق}=\frac{100}{6}=\frac{50}{3}Hz$$

B ۲۴۶۷ ۴

۱ بسامد برق تعداد دوری است که پیچه در هر ثانیه می‌چرخد. مثلاً 40Hz یعنی مولد در هر ثانیه ۴۰ دور کامل می‌چرخد، حال به کمک یک تناسب دورهٔ تناوب یعنی مدت زمان یک چرخش کامل را به‌دست می‌آوریم:

1s	۴۰ دور
T	۱ دور

$$T=\frac{1}{40}s$$

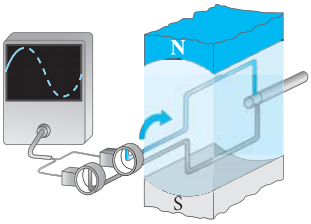
۲ حال معادله شار - زمان مولد را می‌نویسیم:

$$\Phi=BA\cos(\frac{2\pi}{T}t)\Rightarrow\Phi=BA\cos\frac{2\pi}{\frac{1}{40}}t\Rightarrow\Phi=BA\cos 80\pi t$$

۳ می‌دانیم در رابطهٔ شار $\Phi=BA\cos\theta$، θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر پیچه با خطوط میدان است، در لحظهٔ $t=\frac{1}{160}s$ این زاویه را به‌دست می‌آوریم:

$$\theta=80\pi t\xrightarrow{t=\frac{1}{160}s}\theta=80\pi\times(\frac{1}{160})\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{2}$$

۴ نیم‌خط عمود بر پیچه با خطوط میدان زاویهٔ $90^\circ(\frac{\pi}{2})$ می‌سازد پس سطح قاب با خطوط میدان زاویهٔ صفر درجه خواهد ساخت و شکل قرارگیری پیچه به صورت روبه‌رو است:



B ۲۴۶۸ ۲

خط فکری اگر پیچه به‌طور یکنواخت بچرخد و هر دور چرخش آن T ثانیه طول بکشد، تعداد دور پیچه در مدت t برابر $N=\frac{t}{T}$ خواهد بود.

یادآوری با توجه به قانون اهم می‌توان نوشت:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\varepsilon=RI\xrightarrow{I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t}\varepsilon=RI_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$
$$\xrightarrow{\varepsilon_{max}=RI_{max}}\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

ابتدا با توجه به رابطه $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ دورهٔ هر حلقه را به‌دست می‌آوریم و با استفاده از آن تعداد دورهای هر حلقه را در 20s حساب می‌کنیم:

$$\text{حلقه (۱)}\begin{cases}\varepsilon_1=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t\\ \varepsilon_1=2\sin 6\pi t\end{cases}\Rightarrow\frac{2\pi}{T_1}=6\pi\Rightarrow T_1=\frac{1}{3}s$$

$$\text{حلقه (۲)}\begin{cases}\varepsilon_2=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T_2}t\\ \varepsilon_2=3\sin 2\pi t\end{cases}\Rightarrow\frac{2\pi}{T_2}=2\pi\Rightarrow T_2=1s$$

حال با توجه به رابطه‌ای که در خط‌فکری گفته شد تعداد دور چرخش در هر حلقه را حساب می‌کنیم:

$$N_1=\frac{t}{T_1}\Rightarrow N_1=\frac{20}{\frac{1}{3}}=60\ ,\quad N_2=\frac{t}{T_2}\Rightarrow N_2=\frac{20}{1}=20$$

نسبت تعداد دور چرخش دو قاب به صورت روبه‌رو می‌شود: $\frac{N_1}{N_2}=\frac{60}{20}=3$

B ۲۴۶۹ ۳

خط فکری اگر در ابتدا $(t=0)$ شار عبوری از قاب بیشینه باشد (سطح قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسی باشد) با چرخیدن قاب با دورهٔ ثابت (به‌طور یکنواخت) معادلهٔ شار - زمان به‌صورت $\Phi=BA\cos\frac{2\pi}{T}t$ بوده و کسینوسی است همچنین معادلهٔ جریان - زمان و نیرو محرکه - زمان به‌ترتیب به‌صورت $I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ و $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ بوده و سینوسی است.

ابتدا سطح قاب بر میدان عمود است، پس در ابتدا شار عبوری از قاب بیشینه مقدار بوده و معادلهٔ شار - زمان خواهد شد $(\Phi = BA\cos\frac{2\pi}{T}t)$ در نتیجه نمودار $\Phi - t$ کسینوسی است.

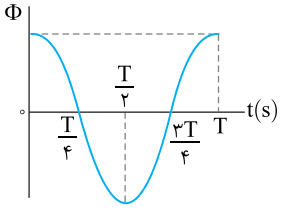
همچنین می‌توان گفت که در مبدأ زمان $t=0$ ، شار برابر است با:

$$\Phi = BA\cos(\frac{2\pi}{T}\times 0) = BA\cos 0^\circ = BA$$

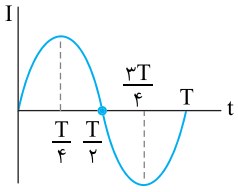
و نیروی محرکه برابر $\varepsilon = \varepsilon_{max}\sin(\frac{2\pi}{T}\times 0) = \varepsilon_{max}\sin 0^\circ = 0$ است و گزینهٔ (۳) درست است.

B ۲۴۷۰ ۳

یادآوری معادلهٔ شار - زمان به‌صورت $\Phi = BA\cos\frac{2\pi}{T}t$ است و نمودار آن به‌صورت روبه‌رو است.

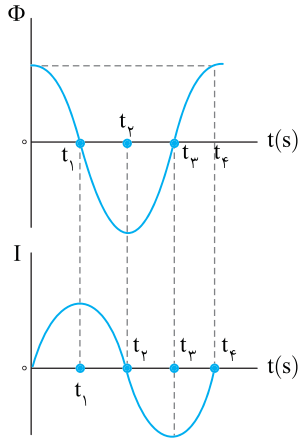


معادلهٔ جریان - زمان به‌صورت $I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است و نمودار آن به‌صورت روبه‌رو است.



نمودار جریان زمان را رسم کرده و آن را با نمودار شار - زمان مقایسه می‌کنیم و لحظه‌هایی که در آن جریان منفی و مقدار آن بیشینه است را مشخص می‌کنیم.

در لحظهٔ t_3 جریان بیشینه و منفی است.



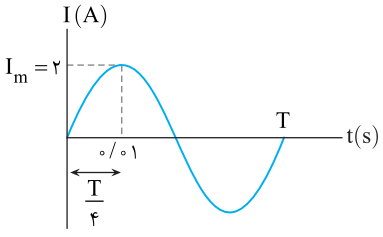
B ۲۴۷۱ ۲

با توجه به نمودار جریان بیشینه برابر $2A$ بوده و دوره خواهد شد:

$$\frac{T}{4} = 0/01\,s \Rightarrow T = 0/04\,s$$

اکنون معادلهٔ جریان را می‌نویسیم:

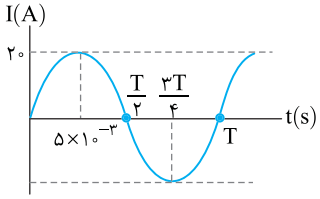
$$I = I_m\sin\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow I = 2\sin\frac{2\pi}{0/04}t$$
$$\Rightarrow I = 2\sin 50\pi t$$



B ۲۴۷۲ ۳

خط فکری ابتدا با توجه به نمودار داده شده معادلهٔ جریان برحسب زمان را می‌نویسیم، با استفاده از این معادله می‌توان جریان در تمام لحظات را به‌دست آورد.

با توجه به نمودار می‌توان نوشت: $\frac{T}{4} = 5\times 10^{-3} \Rightarrow T = 0/02\,s$



جریان القایی بیشینه برابر $I_{max} = 20A$ است، از این‌رو:

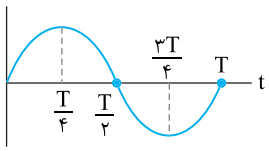
$$I = I_m\sin\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow I = 20\sin\frac{2\pi}{0/02}t \Rightarrow I = 20\sin 100\pi t$$

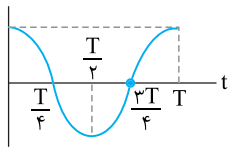
جریان در لحظهٔ $t = \frac{1}{300}\,s$ خواهد شد:

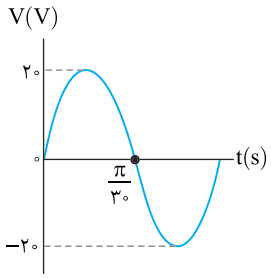
$$I = 20\sin 100\pi t \xrightarrow{t=\frac{1}{300}\,s} I = 20\sin 100\pi\times\frac{1}{300} \Rightarrow I = 20\sin\frac{\pi}{3}$$
$$\Rightarrow I = 20\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\,A$$

B ۲۴۷۳ ۱

خط فکری در نمودارهای سینوسی و کسینوسی به زمان‌های زیر دقت کنید:







۱ با توجه به نمودار، نصف دوره برابر $\frac{\pi}{30}$ شده است، بنابراین:

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi}{30} \Rightarrow T = \frac{\pi}{15}\,s$$

۲ اکنون می‌توانیم معادلهٔ نیروی محرکه را برحسب زمان بنویسیم:

$$\varepsilon = \varepsilon_m\sin\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow \varepsilon = 20\sin 30t$$

۳ به کمک قانون اهم، معادله جریان زمان را به‌دست می‌آوریم:

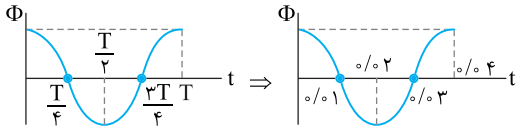
$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{20}{5}\sin 30t \Rightarrow I = 4\sin 30t$$

B ۲۴۷۴ ۴

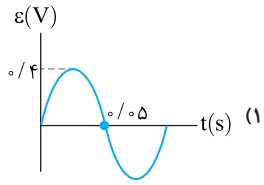
۱ ابتدا با توجه به معادلهٔ جریان - زمان دورهٔ تناوب را به‌دست می‌آوریم:

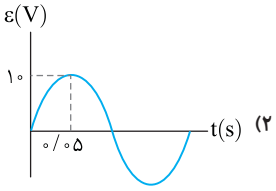
$$I = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow 50\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0/04\,s \Rightarrow \frac{T}{2} = 0/02\,s$$
$$I = I_{max}\sin 50\pi t$$

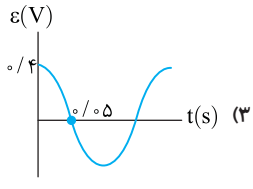
۲ معادلهٔ شار - زمان کسینوسی $(\Phi = BA\cos\frac{2\pi}{T}t)$ بوده و نمودار آن یک نمودار کسینوسی است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست است، اما با توجه به $\frac{T}{2} = 0/02\,s$ گزینه (۲) نادرست و گزینه (۴) درست است.

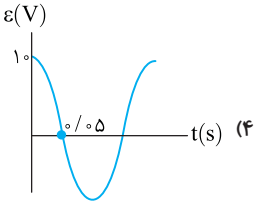


بازی با سؤال معادلهٔ جریان متناوب یک پیچه در SI به‌صورت $I=۲\sin ۱۰\pi t$ است. اگر مقاومت پیچه ۵Ω باشد، نمودار نیرو محرکه برحسب زمان کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

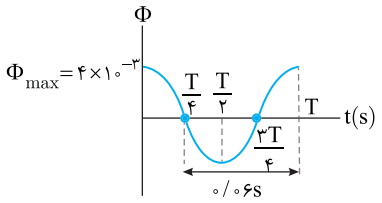
۴) 

گزینهٔ ۲

B ۲۴۷۵ ۲

خط فکری شار عبوری در یک لحظه خواسته شده پس ابتدا با توجه به نمودار $\Phi-t$ معادلهٔ شار - زمان را می‌نویسیم و سپس در معادلهٔ شار - زمان $t=۰/۰۱s$ را قرار می‌دهیم تا شار عبوری در این لحظه به‌دست آید.

۱ با توجه به نمودار دورهٔ تناوب را به‌دست می‌آوریم: $\frac{۳T}{۴}=۰/۰۶\Rightarrow T=۰/۰۸s$



۲ حال معادلهٔ $\Phi-t$ را می‌نویسیم:

$$\Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\cos(\frac{۲\pi}{T}t)\Rightarrow \Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\cos(\frac{۲\pi}{۰/۰۸}\times t)$$

$$\Rightarrow \Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\cos ۲۵\pi t$$

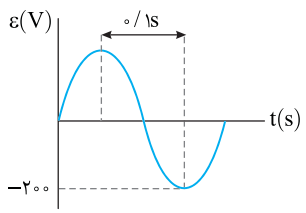
۳ در لحظهٔ $t=۰/۰۱s$ با توجه به معادلهٔ نوشته شده شار مغناطیسی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\cos ۲۵\pi t \xrightarrow{t=۰/۰۱s} \Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\cos(۲۵\pi\times\frac{۱}{۱۰۰})$$

$$\Rightarrow \Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\cos\frac{\pi}{۴}\Rightarrow \Phi=۴\times ۱۰^{-۳}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow \Phi=۲\sqrt{۲}\times ۱۰^{-۳}Wb=۲\sqrt{۲}mWb$$

بازی با سؤال شکل زیر نمودار تغییرات نیروی محرکهٔ مولد جریان متناوبی را نشان می‌دهد که به دو سر مقاومت اهمی ۴۰۰Ω متصل است. معادلهٔ جریان زمان این رسانا در SI کدام گزینهٔ زیر است؟



۱) $I=۲\sin ۱۰\pi t$
۲) $I=۰/۵\sin ۲۰\pi t$
۳) $I=۲\sin ۲۰\pi t$
۴) $I=۰/۵\sin ۱۰\pi t$

گزینهٔ ۴

B ۲۴۷۶ ۱

با توجه به نمودار دوره را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{T}{۲}=۰/۰۲\Rightarrow T=۰/۰۴s$$

معادلهٔ جریان - زمان را می‌نویسیم.

$$I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t=I_{max}\sin(\frac{۲\pi}{۰/۰۴}t)=I_{max}\sin ۵۰\pi t$$

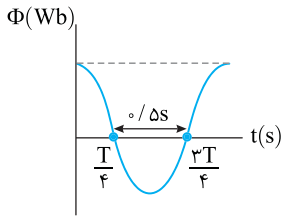
جریان در $t=۰/۱s$ را حساب می‌کنیم.

$$t=\frac{۱}{۱۰}s\Rightarrow I=\sin(۵۰\pi\times\frac{۱}{۱۰})\Rightarrow I=I_{max}\sin ۵\pi=۰$$

B ۲۴۷۷ ۳

خط فکری در صورت مسئله، جریان القایی متوسط خواسته شده است، بنابراین باید نیروی محرکهٔ القایی متوسط را حساب کنید البته قبل از آن باید معادلهٔ شار - زمان را بنویسید و تغییر شار را به‌دست بیاورید.

۱ دورهٔ تناوب را با توجه به نمودار به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta t=۰/۰۵s\Rightarrow\frac{۳T}{۴}-\frac{T}{۴}=۰/۰۵$$

$$\Rightarrow\frac{T}{۲}=۰/۰۵\Rightarrow T=۱s$$

۲ معادلهٔ شار - زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi=\Phi_{max}\cos\frac{۲\pi}{T}t\Rightarrow\Phi=۱۰^{-۱}\cos ۲\pi t$$

۳ تغییر شار را حساب می‌کنیم:

$$t_۱=۰\Rightarrow\Phi_۱=۱۰^{-۱}Wb$$

$$t_۲=\frac{۱}{۶}s\Rightarrow\Phi_۲=۱۰^{-۱}\cos(۲\pi\times\frac{۱}{۶})$$

$$\Phi_۲=\frac{۱}{۲}\times ۱۰^{-۱}Wb$$

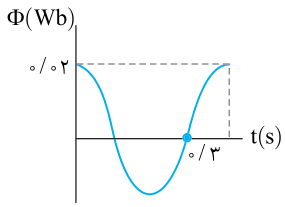
۴ به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده نیروی محرکه القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-۱۰۰\times\frac{(\frac{۱}{۲}\times ۱۰^{-۱}-۱۰^{-۱})}{\frac{۱}{۶}}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=۳۰V$$

۵ جریان القایی متوسط خواهد شد:

$$\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{۳۰}{۱۰}=۳A$$

بازی با سؤال نمودار شار - زمان یک مولد جریان متناوب شامل ۳۰۰ دور به صورت مقابل است، در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=۰/۱۵s$ نیرو محرکهٔ القایی متوسط چند ولت است؟



$(\sin ۴۵^\circ=\frac{\sqrt{۲}}{۲},\sqrt{۲}=۱/۴)$

آزمون مدارس برتر

۱) ۲۸ ۲) ۶۸ ۳) ۴۸ ۴) ۳۸

گزینهٔ ۲

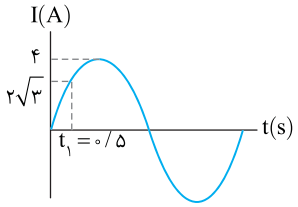
B ۲۴۷۸ ۲

خط فکری بار شارش شده از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$|\bar{I}|=\frac{|\bar{\varepsilon}|}{R}\xrightarrow[|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|]{|\bar{I}|=\frac{\Delta q}{\Delta t}}\frac{\Delta q}{\Delta t}=|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow\Delta q=|\frac{N}{R}\Delta\Phi|$$

بنابراین ابتدا باید معادلهٔ شار - زمان را به‌دست آوریم تا به کمک آن و رابطهٔ بالا بار شارش شده در بازهٔ خواسته شده را حساب کنیم.

۱ با توجه بـه نمودار در لحظهٔ $t_1=\frac{1}{2}s$ ، جریـان مولـد $2\sqrt{3}$ آمپر است و جریان بیشینه برابر ۴ آمپر است از این‌رو معادلهٔ جریان - زمان را نوشـته و به کمک داده‌های مسئله دوره را حساب می‌کنیم.



$$I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t \xrightarrow[I_{max}=4A]{t=\frac{1}{2}s,\ I=2\sqrt{3}A} 2\sqrt{3}=4\sin\frac{\pi}{T}$$

$$\Rightarrow \sin\frac{\pi}{T}=\frac{\sqrt{3}}{2}\xrightarrow{\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}}\sin\frac{\pi}{T}=\sin\frac{\pi}{3}\Rightarrow T=3s$$

۲ معادلهٔ شار - زمان را می‌نویسیم:

$$\Phi=\Phi_{max}\cos\frac{2\pi}{T}t\xrightarrow{\Phi_m=0/5Wb}\Phi=0/5\cos\frac{2\pi}{3}t$$

۳ شار مغناطیسی در لحظهٔ $t_1=\frac{1}{2}s$ و $t_2=\frac{3}{4}s$ را حساب می‌کنیم:

$$t_1=\frac{1}{2}s\Rightarrow\Phi_1=0/5\cos\frac{2\pi}{3}\times\frac{1}{2}\Rightarrow\Phi_1=0/5\cos\frac{\pi}{3}\Rightarrow\Phi_1=0/25Wb$$

$$t_T=\frac{3}{4}s\Rightarrow\Phi_2=0/5\cos\frac{2\pi}{3}\times\frac{3}{4}\Rightarrow\Phi_2=0/5\cos\frac{\pi}{2}\Rightarrow\Phi_2=0$$

۴ تغییر شار مغناطیسی خواهد شد:

$$|\Delta\Phi|=|\Phi_2-\Phi_1|=|0-0/25|\Rightarrow|\Delta\Phi|=0/25Wb$$

۵ بار شار شده را حساب می‌کنیم:

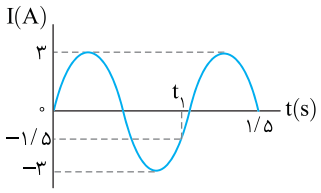
$$\Delta q=\left|\frac{N}{R}\Delta\Phi\right|\Rightarrow\Delta q=\frac{50}{10}\times0/25\Rightarrow\Delta q=12/5\,C$$

B ۲۴۷۹ ۳

دوره را از روی نمـودار حسـاب می‌کنیم.

$$3\frac{T}{2}=1/5s\Rightarrow T=1s$$

معادلـه جریـان - زمـان را می‌نویسیم:



$$I=I_m\sin\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow-1/5=3\sin\frac{2\pi}{T}t_1$$

$$\Rightarrow\sin2\pi t_1=-\frac{1}{2}\Rightarrow2\pi t_1=\frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6},\dots$$

با توجه به نمودار لحظهٔ t_1 مربوط به ربع چهارم مثلثاتی است، بنابراین:

$$2\pi t_1=\frac{11\pi}{6},t_1=\frac{11}{12}s$$

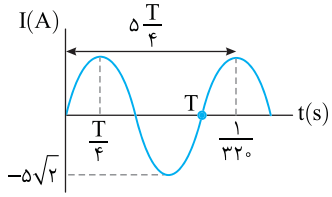
اگر شما در پایهٔ دوازدهم مبحث حرکت هماهنگ ساده را خوانده باشید با بازه‌های زمانی زیر آشنا هستید. با توجه به نمودار بازهٔ صفر تا t_1 برابر است:

$$t_1=\frac{T}{2}+\frac{T}{4}+\frac{T}{6}=\frac{11T}{12}\xrightarrow{T=1s}t=\frac{11}{12}s$$

A ۲۴۸۰ ۳

۱ با توجه به نمودار دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{5T}{4}=\frac{1}{320}\Rightarrow T=\frac{1}{400}s$$



۲ معادلهٔ جریان متناوب را می‌نویسیم:

$$I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow I=5\sqrt{2}\sin\frac{2\pi}{\frac{1}{400}}t\Rightarrow I=5\sqrt{2}\sin800\pi t$$

۳ حال با توجه به معادلهٔ جریان متناوب، جریان در $t=\frac{1}{3200}s$ را حساب می‌کنیم:

$$I=5\sqrt{2}\sin800\pi t\Rightarrow I=5\sqrt{2}\sin800\pi\times\frac{1}{3200}$$

$$I=5\sqrt{2}\sin\frac{800\pi}{3200}=5\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}=5\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5A$$

B ۲۴۸۱ ۳

به کمک معادلهٔ شار - زمان، لحظات t_1 و t_2 را بر حسب دوره (T) به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi=\Phi_m\cos\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow2=4\cos\frac{2\pi}{T}t_1$$

$$\Rightarrow\cos\frac{2\pi}{T}t_1=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{2\pi}{T}t_1=\frac{\pi}{3}\Rightarrow t_1=\frac{T}{6}$$

$$-2\sqrt{2}=4\cos\frac{2\pi}{T}t_2\Rightarrow\cos\frac{2\pi}{T}t_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\frac{2\pi}{T}t_2=\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4},\dots$$

با توجه به نمودار، t_2 در ربع سوم مثلثاتی قرار دارد بنابراین: $\frac{2\pi}{T}t_2=\frac{5\pi}{4}\Rightarrow t_2=\frac{5}{8}T$

با توجه به فرض مسئله:

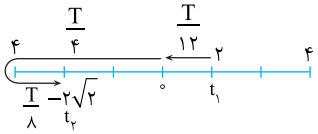
$$t_2-t_1=0/22s\Rightarrow\frac{5T}{8}-\frac{T}{6}=\frac{22}{100}\Rightarrow(\frac{15-4}{24})T=\frac{22}{100}\Rightarrow T=0/48s$$

بسامد خواهد شد: $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0/48}\Rightarrow f=\frac{100}{48}=\frac{25}{12}Hz$

حل به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده در حرکت هماهنگ ساده فیزیک پایهٔ دوازدهم:

$$\frac{T}{12}+\frac{T}{4}+\frac{T}{8}=0/22\Rightarrow\frac{2T+6T+3T}{24}=0/22\Rightarrow\frac{11T}{24}=0/22\Rightarrow T=0/48s$$

بسامد خواهد شد:



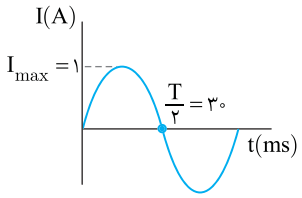
$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0/48}$$

$$\Rightarrow f=\frac{100}{48}=\frac{25}{12}Hz$$

B ۲۴۸۲ ۱

یادآوری توان مصرفی مقاومت از رابطهٔ $P=RI^2=\frac{V^2}{R}=VI$ به‌دست می‌آید.

خط فکری ابتـدا معادلـهٔ جریـان را می‌نویسـیم تـا بتوانیم به کمـک آن جریـان در لحظـهٔ $t=10ms$ را حساب کنیم، سپس با اسـتفاده از رابطهٔ $P=RI^2$ توان مصرفی را به‌دست می‌آوریم:



۱ با توجه به نمودار دورهٔ تناوب را حساب می‌کنیم:

$$\frac{T}{2}=30ms\Rightarrow T=60ms\Rightarrow T=0/06s$$

۲ معادلهٔ جریان را می‌نویسیم:

$$I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow I=1\sin\frac{2\pi}{0/06}t\Rightarrow I=\sin\frac{100\pi}{3}t$$

۳ جریان در لحظهٔ $t=10ms$ را حساب می‌کنیم:

$$I=\sin\frac{100\pi}{3}t\xrightarrow{t=10ms=10^{-2}s}I=\sin\frac{\pi}{3}\Rightarrow I=\frac{\sqrt{3}}{2}A$$

۴ توان مصرفی برابر است: $P=RI^2\Rightarrow P=10\times(\frac{\sqrt{3}}{2})^2\Rightarrow P=\frac{30}{4}=7/5W$

روش دوم: می‌توانستیم برای به‌دست آوردن جریان، به‌جای معادله نوشتن از این روش استفاده کنیم که با توجه به نمودار $30ms$ برابر $\frac{T}{2}$ است پس $10ms$ که $\frac{1}{3}$، $30ms$ است برابر $\frac{T}{6}$ خواهد بود:

$$I=1\sin\frac{2\pi}{T}t \xrightarrow{t=\frac{T}{6}} I=\sin\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{6}\Rightarrow I=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}A$$

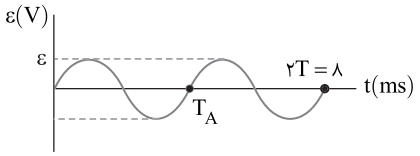
و ادامهٔ حل ...

C ۲۴۸۳ ۱

بررسی حلقهٔ A: با توجه به نمودار مربوط به حلقهٔ A، معادلهٔ نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$2T_A=8\times10^{-3}s\Rightarrow T_A=4\times10^{-3}s$$

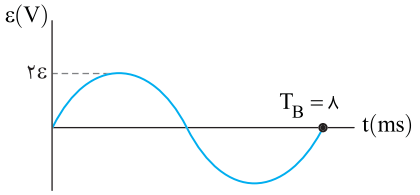
$$\varepsilon_A=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T_A}t\Rightarrow\varepsilon_A=\varepsilon\sin500\pi t$$



حال با توجه به قانون اهم، معادلهٔ جریان را نوشته و جریان در لحظهٔ $t=1ms$ را حساب می‌کنیم:

$$I_A=\frac{\varepsilon_A}{R}\Rightarrow I_A=\frac{\varepsilon}{R}\sin500\pi t\xrightarrow{t=1ms=10^{-3}s} I_A=\frac{\varepsilon}{R}\sin\frac{\pi}{2}\Rightarrow I_A=\frac{\varepsilon}{R}$$

بررسی حلقهٔ B: با توجه به نمودار مربوط به حلقهٔ B، معادلهٔ نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:



$$T_B=8ms=8\times10^{-3}s$$

$$\varepsilon_B=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T_B}t\Rightarrow\varepsilon_B=2\varepsilon\sin\frac{2\pi}{8\times10^{-3}}t\Rightarrow$$

$$\varepsilon_B=2\varepsilon\sin250\pi t$$

حال با توجه به قانون اهم، معادلهٔ جریان را نوشته و جریان در لحظهٔ $t=1ms$ را حساب می‌کنیم:

$$I_B=\frac{\varepsilon_B}{R}\Rightarrow I_B=\frac{2\varepsilon}{R}\sin250\pi t\xrightarrow{t=1ms=10^{-3}s} I_B=\frac{2\varepsilon}{R}\sin\frac{\pi}{4}$$

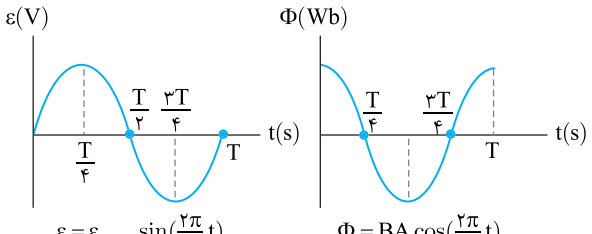
$$\Rightarrow I_B=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{2\varepsilon}{R}=\sqrt{2}\frac{\varepsilon}{R}$$

نسبت $\frac{I_A}{I_B}$ خواسته شده است، بنابراین:

$$\frac{I_A}{I_B}=\frac{\frac{\varepsilon}{R}}{\sqrt{2}\frac{\varepsilon}{R}}\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

A ۲۴۸۴ ۱

با توجه به نمودارهای $\Phi-t$ و $\varepsilon-t$ زمانی که شار عبوری بیشینه است نیرو محرکه صفر و زمانی که نیرو محرکه بیشینه است شار صفر خواهد بود، می‌دانیم شار زمانی بیشینه است که سطح بر خطوط عمود باشد، در شکل (الف) شار بیشینه است و زمانی که سطح موازی خطوط باشد شار صفر می‌شود و نیرو محرکه در شکل (ب) بیشینه است.

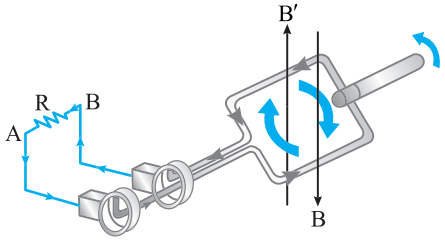


$$\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin(\frac{2\pi}{T}t)$$

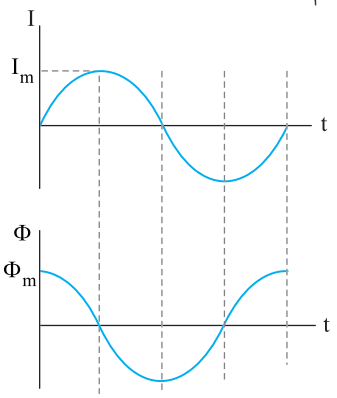
$$\Phi=BA\cos(\frac{2\pi}{T}t)$$

C ۲۴۸۵ ۲

در لحظه نشان داده شده با چرخش حلقه شار عبوری از حلقه در حال افزایش است، در واقع حلقه در حال چرخیدن به سمتی است که شار عبوری از آن بیشینه شود، پس طبق قانون لنز باید میدان مغناطیسی خلاف جهت میدان آهنربا القا شود که با افزایش شار مخالفت کند و با قاعدهٔ دست راست و مشخص بودن جهت میدان القایی، جهت جریان القایی عبوری از مقاومت در جهت B به A به‌دست می‌آید. انگشت باز شست دست راست در جهت میدان القایی و رو به بالاست، بنابراین جهت چرخش چهار انگشت جهت جریان را پادساعتگرد نشان می‌دهد.



با توجه به نمودارهای شار - زمان و جریان - زمان هرگاه شار مغناطیسی در حال افزایش باشد ($\frac{T}{4}$ تا $\frac{T}{2}$ و $\frac{3T}{4}$ تا T) جریان القایی در حال کاهش است.



B ۲۴۸۶ ۴

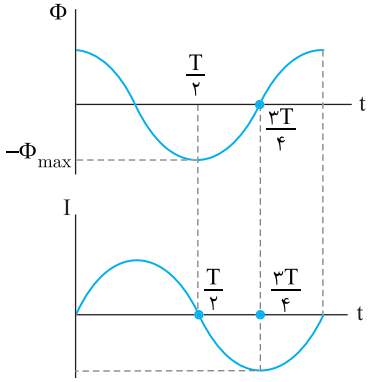
معادلهٔ شار - زمان کسینوسی و معادله جریان - زمان سینوسی است پس نمودار هر دو را کشیده و رفتار جریان هنگامی که شار $-\Phi_{max}$ به صفر می‌رسد را بررسی می‌کنیم.

به نمودارها دقت کنید در لحظهٔ $t=\frac{T}{2}$، شار بیشینهٔ منفی است و در آن لحظه جریان القایی صفر است و در لحظهٔ $t=\frac{3T}{4}$ شار صفر می‌شود و جریان القایی بیشینهٔ منفی است بنابراین:

از $\frac{T}{2}$ تا $\frac{3T}{4}$: شار مغناطیسی → از $-\Phi_{max}$ به صفر می‌رسد

جریان القایی ← از صفر به $-I_{max}$ می‌رسد

و گزینهٔ (۴) درست است.



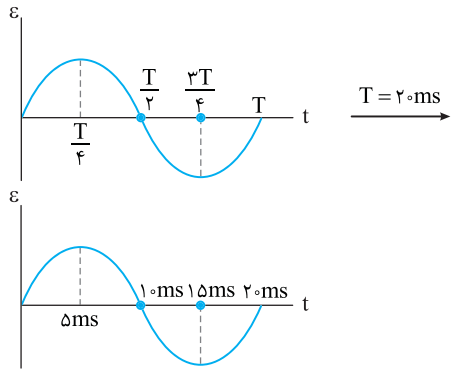
B ۲۴۸۷ ۲

یادآوری دوره تناوب، مدت زمانی است که پیچه یک دور کامل می‌زند. با توجه به صورت مسئله پیچه در هر دقیقه، ۳۰۰۰ دور می‌چرخد بنابراین با تناسب، دورهٔ تناوب را به‌دست می‌آوریم:

$t=1\,min=60\,s$	تعداد دور $=3000$
T	1

$$T=\frac{60}{3000}=\frac{1}{50}\,s=0/02\,s=20\,ms$$

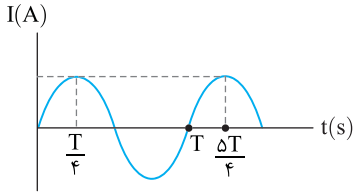
حال نمودار $\varepsilon-t$ که معادلهٔ آن به‌صورت $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ را رسم می‌کنیم تا زمان‌هایی که نیرو محرکه القایی صفر می‌شود را به‌دست آوریم.



بنابراین در لحظه‌های داده شده تنها در لحظهٔ $t=10\,ms$ نیرو محرکه صفر می‌شود.

B ۲۴۸۸ ۴

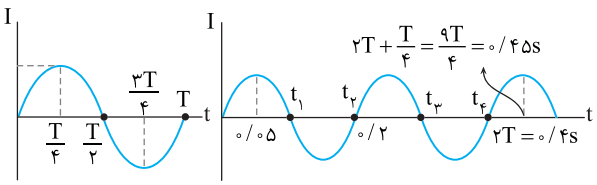
در لحظهٔ $t=0$ شار عبوری از مولد بیشینه است پس معادلهٔ شار - زمان مولد به صورت $\Phi=\Phi_{max}\cos\frac{2\pi}{T}t$ خواهد بود و معادلهٔ جریان - زمان این مولد به صورت $I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است و نمودار $I-t$ مطابق شکل زیر خواهد شد:



با توجه به شکل بالا در لحظهٔ $\frac{5T}{4}$ برای دومین بار جریان بیشینه و مثبت می‌شود.

C ۲۴۸۹ ۳

در $t=0$ شار عبوری از مولد بیشینه است پس معادلهٔ شار - زمان مولد به صورت $\Phi=\Phi_{max}\cos\frac{2\pi}{T}t$ بوده و معادلهٔ جریان - زمان مولد به صورت $I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است و نمودار $I-t$ مطابق شکل زیر خواهد بود (البته نمودار را با توجه به سؤال تا لحظه $t=0/45$ کشیدیم.)



مطابق شکل بالا در لحظه‌های t_1، t_2، t_3 و t_4 جریان مولد تغییر جهت داده و در واقع جریان مثبت به منفی و یا جریان منفی به مثبت تبدیل شده است.

B ۲۴۹۰ ۳

برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور تا جایی که امکان دارد باید از جریان‌های کم و ولتاژهای بالا استفاده کرد و گزارهٔ (الف) نادرست است.

در مولدهای صنعتی به دلیل سنگین بودن پیچه‌ها، آهنربای الکتریکی می‌چرخد و پیچه‌ها ساکن هستند و گزاره (ب) درست است.

مزیت توزیع توان ac (جریان متناوب) بر جریان dc (جریان مستقیم) افزایش و کاهش آسان‌تر ولتاژ ac است و گزارهٔ (پ) نادرست است.

رایج‌ترین روش برای تولید جریان، استفاده از مولدهای جریان متناوب است که براساس تغییر زاویهٔ θ کار می‌کنند و گزاره (ت) درست است.

B ۲۴۹۱ ۳

مبدل بین V_a و V_b افزاینده است از این رو باید $V_b>V_a$ باشد و گزینهٔ (۱) و (۴) نادرست است، همچنین در انتهای مسیر باید از مبدل‌های کاهنده استفاده شود بنابراین مبدل بین V_c و V_d کاهنده است در این صورت باید $V_d<V_c$ باشد و گزینهٔ (۲) نیز نادرست است و در گزینه (۳) این شرایط برقرار است.

بازی با سؤال **شکل زیر انتقال توان الکتریکی از نیروگاه تا محل مصرف را نشان می‌دهد. مبدل‌های A، B و C به ترتیب از راست به چپ از چه نوعی می‌باشند؟**



۱) افزاینده، کاهنده، افزاینده
۲) افزاینده، کاهنده، کاهنده
۳) کاهنده، افزاینده، کاهنده
۴) کاهنده، افزاینده، افزاینده

گزینهٔ ۲

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۲۴۹۲ ۴

معادلهٔ نیرو محرکهٔ القایی در یک مولد جریان متناوب به صورت $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است. در لحظه‌ای که سطح پیچه با خطوط میدان زاویهٔ 53° می‌سازد، نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان (θ) زاویهٔ 37° می‌سازد، یعنی $\frac{2\pi}{T}t=37^\circ$ است، بنابراین نیروی محرکهٔ بیشینه را می‌توانیم حساب کنیم:

$$\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin 37^\circ\Rightarrow 3/6=\varepsilon_{max}\times 0/6\Rightarrow\varepsilon_{max}=6\,V$$

در لحظه‌ای که پیچه با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ 30° می‌سازد، نیم‌خط عمود بر پیچه با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ 60° خواهد ساخت:

$$\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t\xrightarrow[\varepsilon_{max}=6\,V]{\frac{2\pi}{T}t=60^\circ}$$

$$\varepsilon=6\sin 60^\circ\Rightarrow\varepsilon=3\sqrt{3}\,V$$

توان مصرفی مقاومت را از $P=\frac{\varepsilon^2}{R}$ به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{9\times 3}{10}=2/7\,W$$

C ۲۴۹۳ ۲

خط فکری با توجه به روابط شار و جریان برای مولد جریان متناوب می‌توان روابط زیر را نوشت:

$$\Phi=\Phi_{max}\cos\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow\frac{\Phi}{\Phi_{max}}=\cos\frac{2\pi}{T}t$$

$$I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow\frac{I}{I_{max}}=\sin\frac{2\pi}{T}t$$

در سؤال گفته شده $\frac{\Phi}{\Phi_{max}}=\frac{۵}{۱۳}$ است پس $\cos\frac{۲\pi}{T}t$ برابر $\frac{۵}{۱۳}$ است، حال با توجه به اتحاد مثلثاتی $\sin^۲\theta+\cos^۲\theta=۱$، سینوس را از روی کسینوس به‌دست می‌آوریم:

$$\sin^۲\theta+\cos^۲\theta=۱\Rightarrow\sin^۲(\frac{۲\pi}{T}t)+\cos^۲(\frac{۲\pi}{T}t)=۱$$

$$\Rightarrow\sin^۲(\frac{۲\pi}{T}t)+\frac{۲۵}{۱۶۹}=۱$$

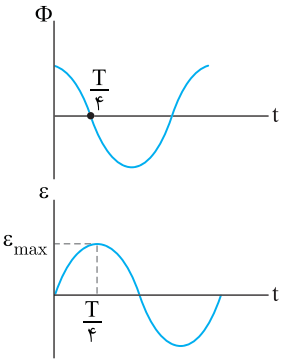
$$\Rightarrow\sin^۲(\frac{۲\pi}{T}t)=\frac{۱۴۴}{۱۶۹}\Rightarrow\sin\frac{۲\pi}{T}t=\frac{۱۲}{۱۳}$$

بنابراین نسبت $\frac{I}{I_{max}}$ برابر است با:

$$\frac{I}{I_{max}}=\sin\frac{۲\pi}{T}t\xrightarrow{\sin\frac{۲\pi}{T}t=\frac{۱۲}{۱۳}}\frac{I}{I_{max}}=\frac{۱۲}{۱۳}$$

۴ ۲۴۹۴ B

به نمودارهای روبه‌رو که مربوط به مولد جریان متناوب است دقت کنید. مشاهده می‌کنید که در لحظهٔ $t=\frac{T}{۴}$ که شار گذرنده از پیچهٔ مولد صفر است، نیروی محرکهٔ القایی در مولد بیشینه است، بنابراین اگر در معادلهٔ داده شده مقدار شار را برابر صفر قرار دهیم، نیروی محرکه‌ای که به دست می‌آید نیروی محرکهٔ بیشینه است بنابراین:



$$\frac{\Phi^۲}{۴}+\frac{\varepsilon^۲}{۹\pi^۲}=۱\xrightarrow[\varepsilon=\varepsilon_{max}]{\Phi=۰}\frac{\varepsilon_{max}^۲}{۹\pi^۲}=۱\Rightarrow\varepsilon_{max}=۳\pi\ V$$

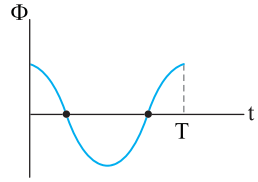
حال با توجه به قانون اهم داریم:

$$I_{max}=\frac{\varepsilon_{max}}{R}=\frac{۳\pi}{۱۰}=۰/۳\pi\ A$$

میانبر برای مولد جریان متناوب می‌توان نوشت: $\frac{\Phi^۲}{\Phi_m^۲}+\frac{\varepsilon^۲}{\varepsilon_m^۲}=۱$ و یا $\frac{\Phi^۲}{\Phi_m^۲}+\frac{I^۲}{I_m^۲}=۱$.

۲ ۲۴۹۵ C

در هر دوره شار دو بار صفر می‌شود پس اگر ۳۰ بار شار صفر شده باشد، مولد جریان متناوب ۱۵ دور به‌طور کامل چرخیده است:

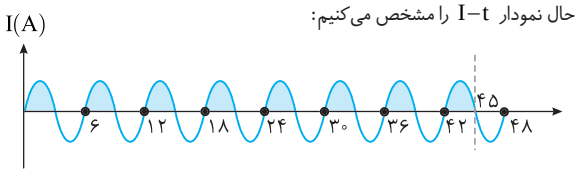


۱ دوره	۲ بار
?	۳۰ بار

$\Rightarrow$ تعداد دوره $=۱۵$

$$T=\frac{t}{N}=\frac{۹۰}{۱۵}=۶s$$

حال نمودار $I-t$ را مشخص می‌کنیم:



بازه‌هایی که جریان مثبت است را رنگی کرده‌ایم و در مابقی لحظات جریان منفی است و چون بازه‌های زمانی هر قسمت رنگی باهم برابر $(\frac{T}{۲}=۳s)$ می‌شود پس: $۳\times۸=۲۴s$

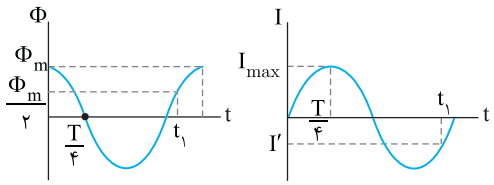
بازی با سؤال **مولد جریان متناوبی در هر ثانیه ۸ بار جریانش max می‌شود. در مدت ۲/۵s جهت جریان این مولد چند ثانیه مثبت است؟**

۱) ۱/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۱/۷۵

گزینهٔ ۱

۲ ۲۴۹۶ C

نمودار $\Phi-t$ و $I-t$ را زیر هم می‌کشیم تا بتوانیم آن‌ها را باهم مقایسه کنیم:



$$\Phi=\Phi_{max}\cos\frac{۲\pi}{T}t\xrightarrow[\Phi=\frac{\Phi_{max}}{۲}]{t=t_۱}\frac{\Phi_{max}}{۲}=\Phi_{max}\cos\frac{۲\pi}{T}t_۱$$

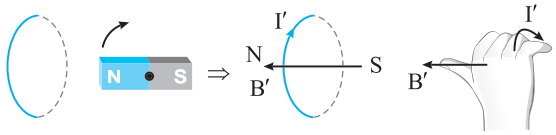
$$\Rightarrow\cos\frac{۲\pi}{T}t_۱=\frac{۱}{۲}$$

$$I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t\xrightarrow[\cos\frac{۲\pi}{T}t_۱=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\sin\frac{۲\pi}{T}t_۱=\frac{\sqrt۳}{۲}]{t=t_۱}I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t_۱=-\frac{\sqrt۳}{۲}I_{max}$$

$$\xrightarrow{I_{max}=۲A}I=-\frac{\sqrt۳}{۲}\times۲=-\sqrt۳A$$

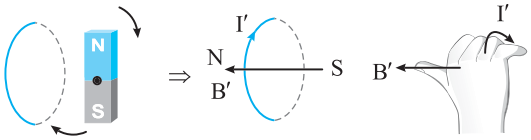
۲ ۲۴۹۷ B

در مدت $T=۰/۴s$ آهنربا یک دور کامل می‌چرخد پس در مدت صفر تا $\frac{T}{۴}$ مطابق شکل (۱) قطب N آهنربا در حال دور شدن از حلقه است و بنا به قانون لنز باید سمت راست حلقه قطب S القا شود تا با دور شدن N مخالفت کند.

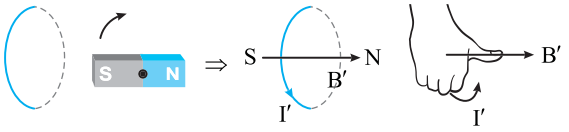


شکل (۱)

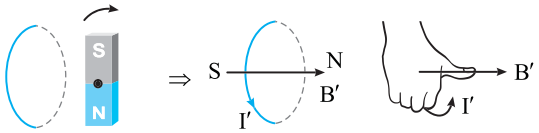
در بازهٔ $\frac{T}{۴}$ تا $\frac{T}{۲}$، قطب S به حلقه در حال نزدیک شدن است پس مجدداً در سمت راست حلقه بنا به قانون لنز باید قطب S القا شود، تا با نزدیک شدن S مخالفت کند.



در بازهٔ $\frac{T}{۲}$ تا $\frac{۳T}{۴}$ قطب S از حلقه دور می‌شود پس در سمت راست حلقه قطب N القا شده و جهت جریان می‌چرخد.



در بازهٔ $\frac{۳T}{۴}$ تا T قطب N در حال نزدیک شدن به حلقه بوده و مجدد سمت راست حلقه قطب N القا می‌شود:

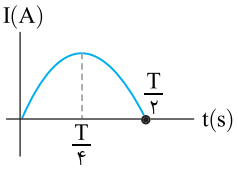


بنابراین در مدت یک دوره T، در بازهٔ صفر تا $\frac{T}{۲}$ سوی جریان القایی در سوی (۱) حلقه است.

دورهٔ گردش آهنربا $T=۰/۴s$ است بنابراین $\Delta t=۰/۸s$ دو برابر دوره بوده و با توجه به توضیحات بالا در هر دوره به مدت $\frac{T}{۲}$ جهت جریان القایی در جهت (۱) است در نتیجه در مدت ۰/۸s، ۰/۴ ثانیه سوی جریان القایی در سوی (۱) حلقه است.

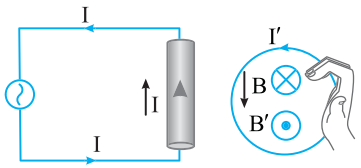
C ۲۴۹۸ ۴

در مـدت نصف دوره $\left(\frac{T}{۲}\right)$ نمودار جریان - زمان به صورت زیر است.

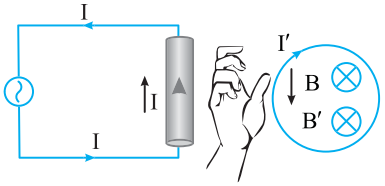


اگر جهت جریان مثبت را جریان پادساعتگرد در مدار بگیریم، جریان عبوری از سیم R رو به بالا است.

الف) در بازهٔ $t=۰$ تا $t=\frac{T}{۴}$ جریان رو به بالا در حال افزایش اسـت و میدان حاصل از سیم در محل حلقه درونسـو بوده و بـا افزایش جریان، بزرگی میـدان B در حال افزایش اسـت از ایـن‌رو بنا به قانـون لنز میدان القایی (B') باید برونسـو و جریـان القایی حلقه پادساعتگرد باشد.



ب) در بازهٔ $t=\frac{T}{۴}$ تا $t=\frac{T}{۲}$ جریان همچنان مثبت و در همان جهت بازهٔ قبلی است اما مقدار جریان در حال کاهش است پس بزرگی میدان مغناطیسی در حال کاهش بوده و با توجه به قانون لنز میدان القایی (B') باید درونسو و جریان القایی ساعتگرد باشد.



C ۲۴۹۹ ۳

یادآوری تعـداد دوری کـه پیچه‌ای با دورهٔ تناوب T در مـدت t می‌چرخد از رابطهٔ $N=\frac{t}{T}$ به‌دست می‌آید.

پیچه در هر دقیقه ۱۲۰ دور می‌چرخد بنابراین دوره چرخش آن خواهد شد

$$T=\frac{t}{N}=\frac{۶۰}{۱۲۰}=۰/۵s$$

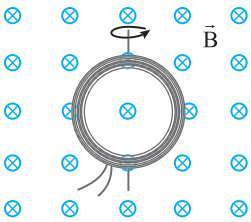
از این‌رو مدت زمانی که پیچه $\frac{۵}{۴}$ دور می‌چرخد برابر است با:

$$N'=\frac{t}{T}\Rightarrow t'=\frac{۵}{۴}(۰/۵)=\frac{۵}{۸}s$$

در هر دور پیچه ۲π تغییر زاویه می‌دهد، پس تغییر زاویه پیچه در $\frac{۵}{۴}$ دور برابر است با:

تعداد دور	تغییر زاویه
۱	۲π
$\frac{۵}{۴}$	$\frac{۵\pi}{۲}$

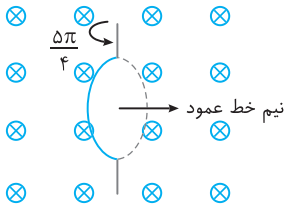
در ابتـدا مطابق شـکل پیچـه عمود بر خطوط میدان مغناطیسـی بوده و زاویهٔ بیـن نیم‌خط عمـود بر پیچـه و خطوط میدان مغناطیسـی صفر درجه اسـت و شـار مغناطیسـی عبوری از پیچـه برابر خواهد شد با:



$$\Phi_۱=BA\cos۰\Rightarrow\Phi_۱=BA$$

$$\Rightarrow\Phi_۱=۱۰\times۲۴\times۱۰^{-۴}\,Wb$$

اگر پیچه $\frac{۵\pi}{۲}$ بچرخد، سطح پیچه با خطوط میدان مغناطیسی موازی شده و نیم‌خـط عمـود بـر پیچـه نیز $\frac{۵\pi}{۲}$ می‌چرخـد و نیم‌خـط عمـود بـا خطوط میـدان مغناطیسـی زاویهٔ ۹۰° می‌سـازد و شـار مغناطیسی عبوری از آن خواهد شد:



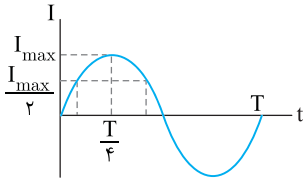
$$\Phi_۲=BA\cos۹۰^\circ\Rightarrow\Phi_۲=۰$$

با توجه به قانون القای فاراده، بزرگی نیرو محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|-۱۰۰\times\frac{-۱۰\times۲۴\times۱۰^{-۴}}{\frac{۵}{۸}}|=|\frac{۲/۴}{\frac{۵}{۸}}|=۳/۸۴V$$

B ۲۵۰۰ ۱

یادآوری نمودار جریان برحسب زمان مولد جریان متناوب به صورت زیر است:



معادلهٔ جریان متناوب $I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$ است:

$$\frac{I_{max}}{۲}=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t\begin{cases}\xrightarrow{(۱)}\sin\frac{۲\pi}{T}t=\frac{۱}{۲}\xrightarrow[\sin\frac{\pi}{۶}=\frac{۱}{۲}]{\text{بار اول}}\\ \frac{۲\pi}{T}t=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow t_۱=\frac{T}{۱۲}s\\ \xrightarrow{(۲)}\sin\frac{۲\pi}{T}t=\frac{۱}{۲}\xrightarrow[\sin(\pi-\frac{\pi}{۶})=\frac{۱}{۲}]{\text{بار دوم}}\\ \frac{۲\pi}{T}t=\frac{۵\pi}{۶}\Rightarrow t_۲=\frac{۵T}{۱۲}s\end{cases}$$

فاصلهٔ زمانی بین $t_۱$ و $t_۲$ خواهد شد:

$$\Delta t=t_۲-t_۱\Rightarrow\Delta t=\frac{۵T}{۱۲}-\frac{T}{۱۲}=\frac{۴T}{۱۲}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۳}$$