درس‌نامه + پرسش‌های چهارگزینه‌ای

ویندوز ۱۰ ۱۱

ویراست دوم

جامع فیزیک پایه

جلد دوم

رضا خالو • امیرعلی میری

رشتهٔ ریاضی

نشر الگو

۱۴۴۱ پرسش۴گزینه‌ای فیزیک دهم

۱۴۷۱ پرسش۴گزینه‌ای فیزیک یازدهم

آزمون‌ها

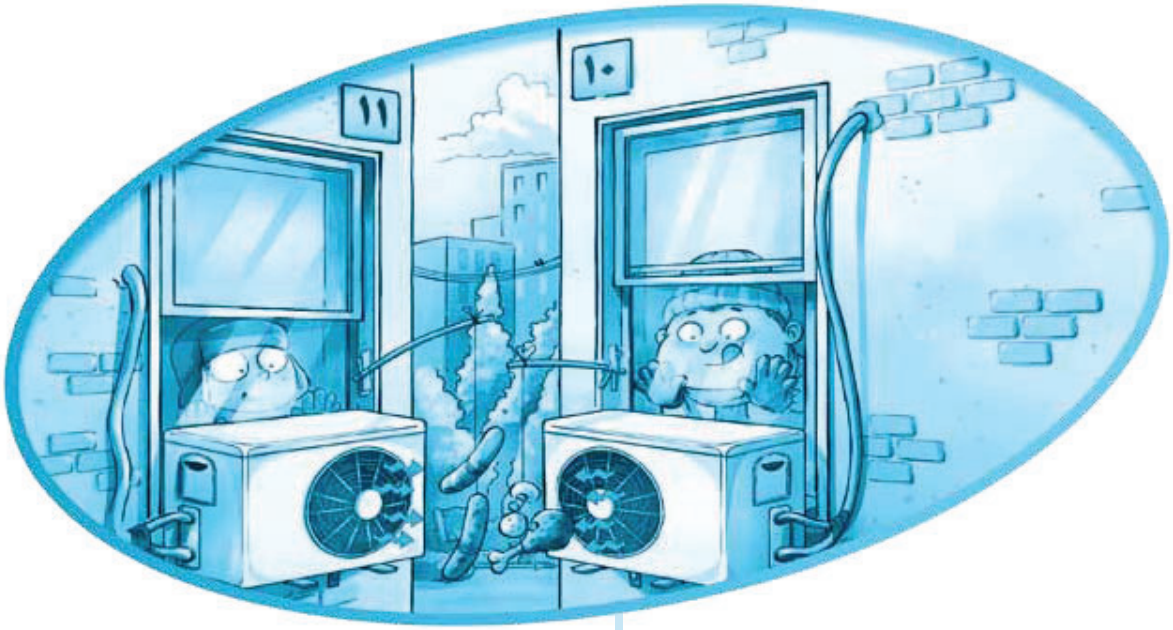
پاسخ‌های کاملاً تشریحی

جامع فیزیک پایه (ریاضی)

جلد دوم

(ویراست دوم)

قابل استفاده برای دانش آموزان و داوطلبان
آزمون سراسری دانشگاه‌ها



مؤلفان: رضا خالو
امیرعلی میری

پیشگفتار

به نام خدا

درود بر

همکاران گرامی و دانش‌آموزان عزیز

به ویراست دوم پنجره‌های کتاب جامع پایه (ویندوز ۱۰ و ۱۱) خوش آمدید.

همراهی صمیمانه شما عزیزان عزم ما را برای تغییر و ویراست کتاب جامع پایه دو چندان کرد و اکنون کتاب جدید دنیای پنجره‌ها در اختیار شماست.

کتاب دو جلدی است یک جلد شامل درسنامه و تست‌ها و جلد دوم پاسخ‌نامهٔ کاملاً تشریحی

اما حکایت پنجره‌ها چیست؟

هر فصل به پنج پنجره (به جز فصل ۱ و ٤ دهم) و هر پنجره به زیرموضوع‌هایی به نام «نما» که دارای شماره و عنوان است تقسیم شده است.

در هر پنجره ابتدا درسنامه و سپس تست‌های همان پنجره آورده شده است.

۱) درسنامه: در درسنامه با یک خلاصه درس مفید و کاربردی روبه‌رو هستید که در آن تمام نکات درسی به همراه تست‌های مربوط به آن نکات به صورت طبقه‌بندی شده در نماهای مختلف ارائه شده است.

۲) تست‌ها: تست‌ها بخش مهم کتاب را تشکیل می‌دهند که شامل تست‌های کنکور، کنکورهای آزمایشی و تألیفی است.

الف- چینش تست‌ها در هر «نما» از ساده به سخت بوده تا بتوانید گام به گام پیش رفته و پله پله مهارتتان را بالا ببرید.

ب- معمولاً دانش‌آموزان در ابتدا بدون مطالعه درسنامه به سراغ حل تست‌ها می‌روند. اگر چنین کردید و در تست‌هایی دچار مشکل شدید برای رجوع به درسنامه و یادگیری بهتر کافی است به سراغ همان شماره «نما» در درسنامه بروید.

پ- برای مرور سریع تست‌ها حدود ٪۳۰ آن‌ها را با لوگوی (✈) مشخص کرده‌ایم.

ت- در کنار بعضی از تست‌ها لوگوی (✣) مشاهده می‌کنید. در پاسخ این تست‌ها، یک تست اضافی تحت عنوان «بازی با سؤال» قرار دارد که شما با حل آن می‌توانید اطمینان پیدا کنید که تست مورد نظر را یاد گرفته‌اید.

ث- پنجره روبه‌رو (آزمونک) - پنجره تودرتو (آزمون فصل)

این قسمت از کتاب به صورت فایل PDF ارائه شده است و شما می‌توانید با مراجعه به سایت نشر الگو یا اسکن QR Code فهرست، آن را دانلود کنید. سؤالات آزمون‌هایی که در این قسمت قرار دارند، طبقه‌بندی نشده‌اند و شما خودتان باید موضوع هر سؤال را تشخیص دهید. ترتیب این آزمون‌ها در کتاب برای مطالعه به این صورت است که بین هر دو بخش یک آزمونک و در انتهای هر فصل هم یک آزمون قرار می‌گیرد.

می‌توان گفت این بخش به صورت یک مینی کتاب مجازی در اختیار شما قرار می‌گیرد.

اما جلد دوم یا جلد پاسفنامه [1]

تمام زحماتی که شما و ما در درسنامه و تست‌ها کشیده‌ایم، در این جلد به سرانجام می‌رسد، به قول معروف شاهنامه آخرش خوش است. برای همین سعی کردیم در این قسمت کامل‌ترین و بهترین پاسخ‌ها ارائه شود.

به سراغ ویژگی‌های جلد دوم برویم.

الف- خط فکری: بارها شما از ما سر کلاس پرسیده‌اید که چرا این مسئله از این راه حل شده یا چرا از این فرمول استفاده می‌کنیم؟ برای پاسخ به این نیاز شما، خط فکری ارائه شده تا با خواندن آن شما استراتژی حل مسئله را به دست بیاورید، بنابراین اگر تستی را حل نکرده‌اید، پیشنهاد می‌کنیم که ابتدا خط فکری آن را بخوانید و سعی کنید مسئله را حل کنید. در بیشتر تست‌ها با خواندن خط فکری مشکل شما در حل مسئله برطرف خواهد شد.

ب- نکته: مطالب مهم و مطالبی که باید به آن دقت کنید را تحت عنوان «نکته» آورده‌ایم تا از چشم شما دور نماند.

پ- یادآوری: اگر در حل یک تست نیاز به مطلبی باشد که قبلاً بیان شده، اینگونه فکر نکرده‌ایم که این مطلب قبلاً بیان شده بلکه برای یادآوری و راحت‌تر کردن حل تست آن را دوباره بیان کرده‌ایم.

ت- یادداشت ریاضی: گاهی در حل تست شما به یک مطلب ریاضی نیاز دارید که ما فکر کرده‌ایم شما آن را به‌خاطر ندارید. از این رو آن مطلب و یا اثبات آن را برای شما آورده‌ایم.

میان‌بر: بعد از حل تشریحی و کامل تست در آخر بعضی از تست‌ها برای سرعت بخشیدن به حل تست راه‌حل‌های کوتاه با تکیه بر فیزیک و ریاضی ارائه شده است.

بازی با سؤال: در برخی از تست‌ها، همان تست به نحو دیگری بیان شده تا اگر شما تست مورد نظر را حل نکرده‌اید، بعد از مطالعهٔ پاسخ، بازی با سؤال را حل کنید. کلید این تست‌ها در پاسخ قرار دارد اما حل آن‌ها به صورت QR Code بوده و می‌توانید از سایت نیز پاسخ را بردارید.

پاسخ آزمونک‌ها و آزمون فصل: در پاسخ این تست‌ها، شمارهٔ «نمای» مربوط به آن تست ارائه شده تا شما متوجه شوید این تست مربوط به چه موضوعی است و درسنامهٔ آن کجاست.

پاسخ همهٔ تست‌ها به صورت گام به گام انجام شده تا پله پله با هم تست را به طور کامل حل کرده و یاد بگیریم.

امیدواریم که این بار نیز با انتقاد و بیان کاستی‌ها ما را در ارائهٔ بهتر ویراست‌های بعدی همراهی کنید.

در پایان لازم است از تلاش صمیمانهٔ کارکنان نشر الگو سپاسگزاری کنیم، در واحد ویرایش خانم‌ها زهره نوری و زهرا امیدوار و همچنین آقای محسن شعبان شمیرانی و خانم‌ها سارا رهنمون و هیدیکا فقیهی که ویرایش این کتاب بی‌یاری ایشان امکان‌پذیر نبود، در واحد حروفچینی و صفحه‌آرایی از خانم‌ها ویدا محسنی، مریم احمدی و فاطمه امدی و همچنین سرکار خانم ستین مختار مدیر واحد فنی و ویرایش قدردانی می‌کنیم.

رضا خالو - امیرعلی میری

۱- با اسکن QR Code یا با مراجعه به سایت نشر الگو به آدرس olgoobooks.ir می‌توانید جلد دوم این کتاب را دانلود کنید.

پاسخ‌های تشریحی فصل اول ۲

پاسخ‌های تشریحی فصل دوم ۱۹

پاسخ‌های تشریحی فصل سوم ۶۱

پاسخ‌های تشریحی فصل چهارم ۱۰۹

پاسخ‌های تشریحی فصل پنجم ۱۶۹

پاسخ‌های تشریحی فصل ششم ۲۰۴

پاسخ‌های تشریحی فصل هفتم ۲۸۵

پاسخ‌های تشریحی فصل هشتم ۳۹۷

پاسخ‌های تشریحی فصل نهم ۴۴۰

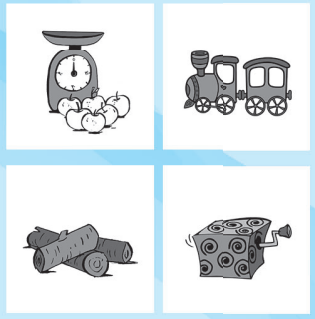
توجه کنید!

با اسـکن QR Code یا با مراجعه به سایت نشر الگو می‌توانید فایل آزمون و پاسخ تشریحی بازی با سؤال را دریافت کنید.

Windows10&11

جامع فیزیک پایه

*** پاسخ‌های تشریحی ***



فصل اول: فیزیک و اندازه‌گیری

پنجره ۱

A ۳ ۱

مدل‌ها و نظریه‌های فیزیک در طول زمان همواره معتبر نیستند و ممکن است دستخوش تغییر شوند. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

نقطهٔ قوت دانش فیزیک آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی است و گزارهٔ (ب) درست است.

نتایج آزمایش‌های جدید ممکن است منجر به بازنگری مدل یا نظریه‌ای شود حتی نظریه‌ای جدید را جایگزین کند و گزارهٔ (پ) درست است.

اما با آنکه آزمایش و مشاهده در فیزیک اهمیت زیادی دارد، آنچه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده است و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیکدان‌ها نسبت به پدیده‌هایی است که با آن‌ها مواجه می‌شوند و گزارهٔ (ت) نادرست است.

A ۲ ۲

برای مدل‌سازی باید از کمیت‌هایی صرف‌نظر کرد که در پدیدهٔ مورد مطالعه نقش اساسی ندارند. در پرتاب کردن توپ، چون تندی آن خیلی زیاد نیست، مقاومت هوا تأثیر چندانی بر آن ندارد و در مقابل تأثیر نیروی گرانش می‌توان از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد. هرگاه یک برگ در هوا رها شود، مقاومت هوای وارد بر آن در حرکت برگ نقش مهمی خواهد داشت و در مدل‌سازی نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد. هنگام ترمز کردن اتومبیل اصطکاک نقش اساسی دارد و در مدل‌سازی نمی‌توان از اصطکاک صرف‌نظر کرد، زیرا با صرف‌نظر از اصطکاک نمی‌توان کاهش سرعت و توقف اتومبیل را توجیه کرد.

A ۳ ۳

خط فکری در فواصل نزدیک سطح زمین نیروی وزن تغییرات چندانی ندارد اما اگر از سطح زمین زیاد دور شویم نیروی وزن کاهش می‌یابد و دانستن این مطلب در مدل‌سازی مهم است. در سقوط برگ و پرتاب کردن توپ بسکتبال که در مجاورت سطح زمین صورت می‌گیرد تغییر نیروی وزن ناچیز و قابل صرف‌نظر کردن است. بنابراین در مدل‌سازی (الف) و (ب) از تغییر نیروی وزن چشم‌پوشی می‌کنیم. اما در پرتاب ماهواره و حرکت ماهواره در مداری به گرد زمین چون ماهواره از سطح زمین دور می‌شود، تغییر نیروی وزن قابل چشم‌پوشی است.

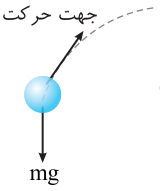
A ۳ ۴

۱ در پرتاب توپ بسکتبال چرخیدن توپ مدنظر نبوده و توپ را نقطه‌ای در نظر می‌گیریم.

۲ سرعت حرکت توپ زیاد نبوده و می‌توان از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد.

۳ ارتفاع توپ زیاد تغییر نمی‌کند به همین دلیل نیروی وزن تغییر نمی‌کند.

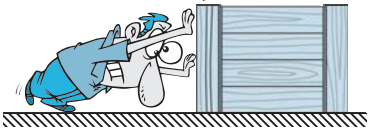
بنابراین مدل‌سازی حرکت توپ بسکتبال به صورت



است.

A ۲ ۵

در بررسی حرکت و سکون اجسام می‌توان آن‌ها را ذره در نظر گرفت و نیروهای وارد بر آن‌ها را به‌صورت نیروهای وارد بر این ذره (نقطه) فرض کرد، بنابراین در این مدل‌سازی جسم گسترده یک ذره فرض می‌شود و گزینهٔ (۱) نادرست است و نیروهای وارد بر ذره از یک نقطه رسم می‌شود بنابراین گزینهٔ (۲) درست است. جسم ساکن است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است و نیروی شخص و نیروی اصطکاک هم‌اندازه است. بنابراین بردار نیروی شخص باید هم‌اندازهٔ بردار اصطکاک رسم شود. پس گزینهٔ (۳) نادرست است.



B ۴ ۶

معمولاً جرم طناب در مقابل جرم جسم قابل صرف‌نظر کردن است و می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد. گزینهٔ (۱) نادرست است.

جسم توسط طناب روی سطح افقی به حرکت در آمده است و چرخش در کار نیست، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

می‌توان جسم را به‌صورت یک ذره در نظر گرفت و با رسم نیروهای وارد بر آن ذره حرکت را مدل‌سازی کرد. بنابراین ابعاد جسم قابل چشم‌پوشی است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

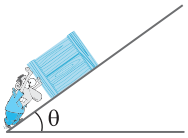
در هنگام حرکت جسم روی سطح نمی‌توان از اصطکاک صرف‌نظر کرد زیر به‌طور مستقیم در نحوهٔ حرکت جسم تأثیرگذار است و گزینهٔ (۴) قابل چشم‌پوشی نیست.

A ۳ ۷

در مدل‌سازی از کمیت‌هایی صرف‌نظر می‌شود که تأثیر چندانی در حرکت جسم یا پدیدهٔ مورد مطالعه نداشته باشند.

وقتی شما جسمی را هُل می‌دهید، مقاومت هوا در حرکت جسم نقش مهمی ندارد و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. بنابراین (الف) درست است.

در جابه‌جایی رو به بالا در مجاورت زمین، شتاب گرانش (g) تغییر چندانی ندارد بنابراین (ب) نیز قابل صرف‌نظر کردن است.



وقتی شما جسمی را رو به بالا می‌برید باید بر نیروی وزن غلبه کنید و اگر نیروی خود را قطع کنید معمولاً جسم به پایین برمی‌گردد، بنابراین نیروی وزن قابل صرف‌نظر کردن نیست و (پ) نادرست است.

در بررسی حرکت جعبه آن را به‌صورت ذره‌ای بررسی می‌کنند و در این صورت حرکت ابعاد جعبه قابل صرف‌نظر کردن است و (ت) درست است.

اما کاملاً مشخص است که هرچه θ بزرگ‌تر باشد، هُل دادن جسم رو به بالا سخت‌تر است و اگر زاویهٔ θ نادیده گرفته شود مانند این است که جسم را روی سطح افقی ($\theta=0$) هُل می‌دهیم، در این صورت حرکت کاملاً دگرگون می‌شود، بنابراین زاویهٔ θ قابل صرف‌نظر کردن نیست و (ث) نادرست است.

A ۳ ۸

چشمهٔ نور (خورشید) در فاصلهٔ بسیار دوری از جسم (درخت) قرار دارد، از این‌رو می‌توان پرتوهای واگرایی که از خورشید گسیل می‌شود را موازی در نظر گرفت بنابراین گزاره (الف) درست است. / پرتوهای بازتابیده از درخت، در راستاهای مختلف پخش می‌شوند و تعدادی از آن‌ها وارد دوربین می‌شوند، از این‌رو گزارهٔ (ب) درست است. / در بررسی چگونگی نحوهٔ تشکیل تصویر به دلیل گستردگی جسم و تصویرش، نقطه‌ای فرض کردن جسم نادرست است و در این مدل‌سازی فرض نادرستی است و گزارهٔ (پ) نادرست است.

در این صورت دو گزاره درست و گزینهٔ (۳) پاسخ است.

A ۴ ۹

منبع نور لیزر در واقع گسترده است و پرتوهای خروجی از آن واگرا است. به‌طوری که از منبع نور لیزر دور شویم، متوجه می‌شویم که پرتوهای خروجی از آن واگرا هستند. در مطالعهٔ لیزر برای سادگی و مدل‌سازی منبع نور را نقطه‌ای و پرتوهای آن را موازی فرض می‌کنیم، بنابراین گزینهٔ (۱) و (۲) درست است. اما گزینهٔ (۳) مدل‌سازی نیست، زیرا لیزر در واقعیت تک‌رنگ است.

A ۳ ۱۰

یادآوری ۱ هفت کمیت طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان و شدت روشنایی کمیت‌های اصلی و یکاهای آن‌ها نیز یکاهای اصلی هستند.

یادآوری ۲ برای بیان هر کمیت فیزیکی نرده‌ای به عدد و یکای مناسب، نیاز داریم و برای بیان هر کمیت فیزیکی برداری علاوه بر عدد و یکای مناسب، بیان جهت نیز لازم است.

یادآوری ۳ برای نمایش کمیت‌های برداری از علامت پیکان بالای نماد آن کمیت استفاده می‌کنیم. مانند بردار نیرو $(\vec{F})$ اما برای بیان اندازهٔ یک کمیت برداری علامت پیکان را از بالای سر آن برمی‌داریم، مانند اندازهٔ نیرو F.

با توجه به یادآوری‌ها، گزاره‌های (الف) و (ب) درست و گزارهٔ (پ) نادرست‌اند.

A ۴ ۱۱

یکای فرعی نیرو $kg.m/s^2$ است و به افتخار نیوتون، یکای نیرو نیوتون نام‌گذاری شده و در دستگاه SI یکای نیرو، نیوتون است و گزینه (۱) نادرست است. یکای طول ابتدا به صورت کسری از فاصله استوا تا قطب شمال تعریف شد و سپس فاصله دو خط حک شده در نزدیکی هر یک از سرهای میله‌ای از جنس پلاتین - ایریدیوم به عنوان یکای طول تعریف شد، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

یکای مقدار ماده مول است، اما در گزینه (۳) از تعریف یکای جرم استفاده شده است و نادرست است.

یکای زمان ثانیه (s) در ابتدا به صورت $\frac{۱}{۸۶۴۰۰}$ میانگین روز خورشیدی تعریف شد، اما امروزه براساس دقت بسیار زیاد ساعت‌های اتمی تعریف می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۳ ۱۲

جرم و زمان هر دو کمیت اصلی هستند و یکای آن‌ها در SI به‌ترتیب کیلوگرم و ثانیه است که هر دو یکای اصلی هستند.

A ۲ ۱۳

یکای جرم، کیلوگرم و یکای مقدار ماده، مول است و گزارهٔ (الف) نادرست است.

یکای تندی و سرعت هر دو متر بر ثانیه (m/s) است و گزارهٔ (ب) درست است.

یکای شدت روشنایی کَندِلا (شمع) و یکای جریان الکتریکی آمپر است و گزارهٔ (پ) نادرست است.

A ۲ ۱۴

جرم، زمان، طول، دما، جریان الکتریکی، شدت روشنایی و مقدار ماده کمیت‌های اصلی هستند. در گزینهٔ (۲) هر سه کمیت چگالی، تندی و انرژی کمیت‌های فرعی هستند.

بازی با سؤال کمیت‌های عنوان شده در کدام گزینه همگی اصلی هستند؟

۱) شدت روشنایی، طول، نیرو

۲) گرما، زمان، جرم

۳) جریان الکتریکی، دما، جرم

۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی، مقدار ماده، زمان

گزینهٔ ۳

A ۲ ۱۵

«جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان الکتریکی، شدت روشنایی و طول» کمیت‌های اصلی‌اند و یکای آن‌ها به صورت زیر است:

جرم ← کیلوگرم، زمان ← ثانیه، دما ← کلوین، مقدار ماده ← مول، جریان الکتریکی ← آمپر، شدت روشنایی ← کندلا (شمع)، طول ← متر

بنابراین گزینهٔ (۲) پاسخ این تست است، در گزینهٔ (۱)، ژول و کولن یکای کمیت اصلی نیستند، در گزینهٔ (۳) کولن یکای کمیت اصلی نیست و در گزینهٔ (۴) نیز ژول یکای کمیت اصلی نیست.

A ۱ ۱۶

با توجه به تعریف توان، قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ و تعریف کار $(W=Fd)$ می‌توان نوشت:

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow P=\frac{Fd}{t}=\frac{mad}{t}\Rightarrow [P]=\frac{kg\,m/s^2.m}{s}\Rightarrow [p]=kg\,m^2/s^3$$

A ۲ ۱۷

یکای فرعی یعنی ارتباط یکای کمیت مورد نظر با یکاهای اصلی (کیلوگرم، ثانیه، متر، ...)، بنابراین باید به کمک تعریف فشار، رابطهٔ بین یکای فشار با یکاهای اصلی SI را به‌دست بیاورید.

بنا به تعریف فشار خواهیم داشت:

$$P=\frac{F}{A}\xrightarrow{F=ma}P=\frac{ma}{A}\quad (kg,\ m/s^2,\ m^2)$$

$$\text{یکای فرعی فشار}\Rightarrow\frac{kgm/s^2}{m^2}=kg/m.s^2$$

یادآوری پاسکال یکای SI کمیت فشار است و یکای فرعی آن $kg/m.s^2$ است.

A ۱ ۱۸

یادآوری تفاوت یکای فرعی و یکای SI:

یکای فرعی: اگر یکای یک کمیت بر اساس یکاهای اصلی نوشته شود به آن یکای فرعی گویند. مثلاً یکای فرعی نیرو با توجه به قانون دوم نیوتون به صورت روبه‌رو است:

$$F=ma\Rightarrow [F]=kgm/s^2$$

دقت کنید که در یکای فرعی نیرو از نام نیوتون استفاده نشده است.

یکای SI: برای برخی از یکاهای پُر کاربرد فرعی، نام ویژه‌ای برگزیده شده است مانند نیوتون برای نیرو، در واقع یکای فرعی بر اساس هفت یکای اصلی نوشته می‌شود و برای آن یک نام قرارداد شده است.

اکنون به حل تست می‌پردازیم.

تنها سرعت است که یکای SI و یکای فرعی آن m/s است.

یکای SI فشار پاسکال و یکای فرعی آن kg/ms^2 است.

یکای SI نیرو نیوتون و یکای فرعی آن kgm/s^2 است.

یکای SI انرژی ژول و یکای فرعی آن kgm^2/s^2 است.

A ۴ ۱۹

جرم کمیت اصلی بوده و گزینه‌های (۱) و (۳) جواب نیست. شتاب کمیتی برداری است و گزینهٔ (۲) جواب نخواهد بود. انرژی جنبشی، شار مغناطیسی و فشار کمیت‌های فرعی و نرده‌ای هستند.

A ۱ ۲۰

یکاهای استفاده شده در متن پوند، فوت، کوارت، نیوتون، متر، لیتر، مایل و گالن است که از این بین تنها یکای نیوتون و متر یکای SI هستند و از بین این دو یکای SI، تنها یکای متر که مربوط به کمیت طول است، یک کمیت اصلی است.

A ۱ ۲۱

هر انسانی هم ضربان قلب دارد و هم می‌تواند فاصلهٔ نوک دماغ تا نوک انگشت دستان کشیده خود را اندازه بگیرد و به عنوان یکا در نظر بگیرد، پس هر دو در دسترس همه هستند. اما می‌دانیم ضربان قلب و فاصلهٔ نوک دماغ تا نوک انگشت دست کشیده شده برای افراد مختلف متفاوت است، بنابراین مشکل این دو تغییرپذیر بودن آن‌ها می‌باشد.

پنجره ۲

A ۱ ۲۲

برای نوشتن نماد علمی یک عدد، آن را به صورت یک عدد بین صفر تا ۱۰ ضربدر توانی از ۱۰ می‌نویسیم. $a\times ۱۰^n\ ,\quad ۱\le a<۱۰$

$$\underbrace{۲۶۰۰۰۰۰۰۰۰}_{\text{۱۰ رقم}}=۲/۶۰\times ۱۰^{۱۰}$$

A ۲ ۲۳

در نماد علمی a یک عدد بین ۱ و ۱۰ $(۱\le a<۱۰)$ است و b یک عدد صحیح است.

$$\underbrace{۲۳۷/۰۰۰/۰۰۰/۰۰۰}_{۱۰^{11}}=۲۳۷\times ۱۰^9=۲/۳۷\times ۱۰^{11}\Rightarrow\begin{cases}a=۲/۳۷\\ b=۱۱\end{cases}$$

A ۴ ۲۴

نماد علمی به صورت $a\times ۱۰^n$ نوشته می‌شود که در آن a یک عدد بین ۱ و ۱۰ است. $(۱\le a<۱۰)$ و n یک عدد صحیح است.

$$q=۱۶۰\times ۱۰^{-۱۰}\mu C\xrightarrow{۱\mu C=۱۰^{-۶}C}q=۱۶۰\times ۱۰^{-۱۰}\times ۱۰^{-۶}C$$

$$q=۱۶۰\times ۱۰^{-۱۶}C\Rightarrow q=۱/۶۰\times ۱۰^{-۱۴}C$$

A ۱ ۲۵

ابتدا عدد را برحسب نماد علمی می‌نویسیم: $m=۰/۰۰۰۱۶۷kg=۱/۶۷\times ۱۰^{-۴}kg$

اکنون با تبدیل زنجیره‌ای، تبدیل یکا را انجام می‌دهیم.

$$۱/۶۷\times ۱۰^{-۴}kg\times\underbrace{\left(\frac{۱۰^3g}{۱kg}\right)}_{\text{ضریب تبدیل g به kg}}\times\underbrace{\left(\frac{۱Gg}{۱۰^9g}\right)}_{\text{ضریب تبدیل گرم به گیگاگرم}}=۱/۶۷\times ۱۰^{-۱۰}Gg$$

با مقایسهٔ عدد $۱/۶۷\times ۱۰^{-۱۰}$ با نماد علمی $a\times ۱۰^b$ نتیجه می‌گیریم که $b=-۱۰$ است.

۱ ۲۶ A

$$۶۲۴km=۶۲۴\times\underbrace{۱۰^{۳}}_{\text{تبدیل به cm تبدیل به متر}}m=۶۲۴\times۱۰^{۳}\times۱۰^{۲}cm$$

$$=۶۲۴\times۱۰^{۵}cm\times\frac{\text{۱ذرع}}{۱۰^{۴}cm}\times\frac{\text{۱فرسنگ}}{\text{۶۰۰۰ ذرع}}=\text{۱۰۰ فرسنگ}$$

۱ ۲۷ A

به کمک روش زنجیره‌ای و با استفاده از ضریب تبدیل (نسبتی از یکاها که برابر عدد یک است) مسأله را حل می‌کنیم

$$v=\text{۱۴گره دریایی}\times\frac{\overbrace{\text{۰/۵m/s}}^{\text{ضریب تبدیل}}}{\text{۱ گره دریایی}}=۷m/s$$

اکنون هر متر بر ثانیه را به km/h تبدیل می‌کنیم:

$$v=۷\frac{m}{s}\times\underbrace{\frac{۱km}{۱۰^{۳}m}}_{\text{ضریب تبدیل متر به کیلومتر}}\times\underbrace{\frac{۳۶۰۰s}{۱h}}_{\text{ضریب تبدیل ثانیه به ساعت}}\Rightarrow v=۲۵/۲\frac{km}{h}\approx۲۵\frac{km}{h}$$

۴ ۲۸ B

به کمک تبدیلات زنجیره‌ای جرم ۱۸۲ قیراط را به کیلوگرم تبدیل می‌کنیم.

$$\text{۱۸۲قیراط}\times\underbrace{\frac{۲۰۰mg}{۱\text{قیراط}}}_{\text{ضریب تبدیل قیراط به میلی‌گرم}}\times\underbrace{\frac{۱۰^{-۳}g}{۱mg}}_{\text{ضریب تبدیل میلی‌گرم به گرم}}\times\underbrace{\frac{۱۰^{-۳}kg}{۱g}}_{\text{ضریب تبدیل گرم به کیلوگرم}}=۱۸۲\times۲۰۰\times۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow\text{قیراط ۱۸۲}=۳۶۴۰۰\times۱۰^{-۶}kg=۳/۶۴\times۱۰^{-۲}kg$$

۳ ۲۹ B

با توجه به تبدیلات زنجیره‌ای مسئله را حل می‌کنیم. ضریب تبدیل سیر به مثقال برابر $\frac{\text{سیر ۱}}{\text{مثقال ۱۶}}$ است. ابتدا مثقال را به سیر تبدیل می‌کنیم:

$$\text{مثقال ۵۰۰}\times\frac{\text{سیر ۱}}{\text{مثقال ۱۶}}=\text{سیر ۳۱/۲۵}$$

ضریب تبدیل مثقال به گرم $\left(\frac{۴/۸۶g}{\text{مثقال ۱}}\right)$ و ضریب تبدیل گرم به کیلوگرم $\left(\frac{۱kg}{۱۰^{۳}g}\right)$، مثقال را به kg تبدیل می‌کنیم:

$$\text{مثقال ۵۰۰}\times\frac{۴/۸۶g}{\text{مثقال ۱}}\times\frac{۱kg}{۱۰^{۳}g}=۲/۴۳kg$$

۴ ۳۰ B

ابتدا، جرم جسم را برحسب مثقال حساب می‌کنیم.

مثقال ۳۲ = ۲×۱۶ = ۲ سیر

مثقال ۳۷ = ۳۲+۵ = جرم جسم

اکنون ۳۷ مثقال را به گرم تبدیل می‌کنیم

$$۳۷\times۴/۶g=۱۷۰/۲g$$

۱ ۳۱ A

خط فکری فاصلهٔ هواپیما از سطح آزاد دریا خواسته شده است البته برحسب متر، بنابراین ابتدا باید با روش زنجیره‌ای، فوت (پا) را به متر تبدیل کنید سپس عدد به‌دست آمده را به‌صورت نماد علمی بنویسید و برای نوشتن نماد علمی باید عدد را به‌صورت $(a\times۱۰^{b})$ بنویسید که در آن a یک عدد بین ۱ تا ۱۰ و b نیز یک عدد صحیح است.

ارتفاع هواپیما از سطح زمین ۴۰۰۰۰ پا است بنابراین:

$$h=۴۰۰۰۰ft\times\underbrace{\frac{۱۲in}{۱ft}}_{\text{ضریب تبدیل فوت به اینچ}}\times\underbrace{\frac{۲/۵cm}{۱in}}_{\text{ضریب تبدیل اینچ به سانتی‌متر}}\times\underbrace{\frac{۱m}{۱۰۰cm}}_{\text{ضریب تبدیل سانتی‌متر به متر}}\Rightarrow h=۱۲۰۰۰m$$

اکنون h را برحسب نماد علمی می‌نویسیم:

$$h=۱/۲\times۱۰^{۴}m$$

۱ ۳۲ A

۱ ابتدا با توجه به اینکه هر مایل ۱۸۰۰ متر است، کیلومتر را به مایل تبدیل می‌کنیم:

$$۲۱۶\frac{km}{h}\times\frac{۱۰۰۰m}{۱km}\times\frac{۱mi}{۱۸۰۰m}=۱۲۰\frac{mi}{h}$$

۲ در گام بعدی ساعت را به دقیقه تبدیل می‌کنیم. هر ساعت، ۶۰ دقیقه است:

$$۱۲۰\frac{mi}{h}\times\frac{۱h}{۶۰min}=۲\frac{mi}{min}$$

۲ ۳۳ A

در صورت این سؤال شما با یک روش اندازه‌گیری آشنا می‌شوید که در آن اندازهٔ یک کمیت مثلاً ضخامت یک برگ را با وسایل اندازه‌گیری معمولی به‌دست می‌آورید. برای اندازه‌گیری ضخامت یک برگ از کتاب می‌توانید با یک خط‌کش ضخامت کتاب را اندازه‌گیری کنید، سپس ضخامت کتاب را به تعداد برگ‌های آن تقسیم کنید تا ضخامت یک برگ به‌دست آید. البته یک کتاب ۴۰۰ صفحه‌ای دارای $\frac{۴۰۰}{۲}=۲۰۰$ برگ است.

$$\text{ضخامت یک برگ}=\frac{\text{ضخامت کتاب}}{\text{تعداد برگ‌های آن}}=\frac{۳/۶}{۲۰۰}=۱/۸\times۱۰^{-۲}cm=۰/۱۸mm$$

۳ ۳۴ A

هریک از گزینه‌ها را با روش تبدیل زنجیره‌ای بررسی می‌کنیم تا درستی و نادرستی آن مشخص شود.

گزینه (۱):

$$۵km=۵km\times\frac{۱۰^{۳}m}{۱km}\times\frac{۱۰^{۲}cm}{۱m}=۵\times۱۰^{۵}cm$$

بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

گزینه (۲):

$$۴۰\mu s=۴۰\mu s\times\frac{۱s}{۱۰^{۶}\mu s}=۴\times۱۰^{-۵}s$$

بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینه (۳):

$$۸۴mg=۸۴mg\times\frac{۱g}{۱۰^{۳}mg}=۸/۴\times۱۰^{-۲}g$$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

گزینه(۴):

$$۲۸۰cm^{۲}=۲۸۰cm^{۲}\times\frac{۱m^{۲}}{(۱۰^{۲})^{۲}cm^{۲}}=۲۸۰\times۱۰^{-۴}m^{۲}=۲/۸\times۱۰^{-۲}m^{۲}$$

بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

۲ ۳۵ A

خط فکری در حل این نوع مسائل راهی به‌جز بررسی تک‌تک گزینه‌ها وجود ندارد. البته باید یکای دو طرف هر نامساوی را یکسان‌سازی کنید تا بتوانید در مورد درست و نادرست بودن آن اظهارنظر کنید.

گزینهٔ (۱):

$$۲/۲\times۱۰^{-۶}m^{۲}\times\underbrace{\frac{۱۰^{۶}mm^{۲}}{۱m^{۲}}}_{\text{ضریب تبدیل } mm^{۲}\text{ به }m^{۲}}=۲/۲mm^{۲}>۰/۲۴mm^{۲}$$

نامساوی گزینهٔ (۱) درست است.

گزینهٔ (۲):

$$۲/۰۱cm^{۳}\times\underbrace{\frac{۱m^{۳}}{۱۰^{+۶}cm^{۳}}}_{\text{ضریب تبدیل } m^{۳}\text{ به }cm^{۳}}\times\underbrace{\frac{۱km^{۳}}{۱۰^{+۹}m^{۳}}}_{\text{ضریب تبدیل } km^{۳}\text{ به }m^{۳}}=۲/۰۱\times۱۰^{-۱۵}km^{۳}$$

$$=۲۰۱۰\times۱۰^{-۱۸}>۰/۳\times۱۰^{-۱۸}$$

نامساوی گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینهٔ (۳):

$$۳mm^{۲}\times\underbrace{\frac{۱m^{۲}}{۱۰^{۶}mm^{۲}}}_{\text{ضریب تبدیل } m^{۲}\text{ به }mm^{۲}}\times\underbrace{\frac{۱۰^{۲}dm^{۲}}{۱m^{۲}}}_{\text{ضریب تبدیل } dm^{۲}\text{ به }m^{۲}}=۳\times۱۰^{-۴}dm^{۲}<۴\times۱۰^{-۳}dm^{۲}$$

نامساوی گزینهٔ (۳) درست است.

گزینهٔ (۴):

$$۴/۰۱mg\times\frac{۱g}{۱۰^{۳}mg}=۴/۰۱\times۱۰^{-۳}g<۵\times۱۰^{-۳}g$$

نامساوی گزینهٔ (۴) درست است.

A ۳ ۳۶

هر دسی متر، برابر ۱۰ سانتی‌متر است. با نوشتن ضرایب تبدیل مسئله را حل می‌کنیم:

$$۴\frac{g}{cm^۳}\times\frac{۱۰^۳cm^۳}{dm^۳}\times۱\frac{kg}{۱۰^۳g}\Rightarrow\frac{۴g}{cm^۳}=\frac{۴kg}{dm^۳}$$

B ۱ ۳۷

خط فکری توان یعنی آهنگ مصرف انرژی $(P=\frac{U}{t})$ که در آن یکای U ژول و یکای t، s است یعنی یکای فرعی توان J/s است و یکای SI آن وات (W) نام دارد. بنابراین شما باید یکای توان داده شده را به یکای فرعی آن یعنی J/s تبدیل کنید، سپس به جای J/s، وات قرار دهید.

با روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$P=۰/۰۳۲\frac{\mu g(km)^۲}{(ms)^۳}\times\underbrace{\frac{۱g}{۱۰^۶\mu g}}_{\text{ضرب تبدیل میکروگرم به گرم}}\times\underbrace{\frac{۱kg}{۱۰^۳g}}_{\text{ضرب تبدیل گرم به کیلوگرم}}\times\underbrace{(\frac{۱۰^۳m}{۱km})^۲}_{\text{ضرب تبدیل کیلومتر به متر}}\times\underbrace{(\frac{۱۰^۳ms}{۱s})^۳}_{\text{ضرب تبدیل میلی‌ثانیه به ثانیه}}$$

$$=۰/۰۳۲\times۱۰^۶W$$

که باید آن را به‌صورت نماد علمی بنویسیم:

$$P=۰/۰۳۲\times۱۰^۶=۳۲\times۱۰^۳=۳/۲\times۱۰^۴W$$

A ۳ ۳۸

قطعاً جرم این سه جسم با یکاهای مختلف را نمی‌توانیم با یکدیگر مقایسه کنیم، بنابراین باید تمام جرم‌ها را برحسب یک یکای یکسان مثلاً گرم (g) به‌دست می‌آوریم.

$$m_A=۰/۰۰۴\times۱۰^{-۳}Mg=۴\times۱۰^{-۶}Mg\times(\frac{۱۰^۶g}{۱Mg})=۴g$$

$$m_B=۰/۰۰۴\times۱۰^{-۷}Gg=۴\times۱۰^{-۱۰}Gg\times(\frac{۱۰^۹g}{۱Gg})=۴\times۱۰^{-۱}g$$

$$m_C=۳\times۱۰^{-۱۵}Tg=۳\times۱۰^{-۱۵}Tg\times(\frac{۱۰^{۱۲}g}{۱Tg})=۳\times۱۰^{-۳}g$$

با مقایسهٔ اعداد به‌دست آمده مشخص است که: $m_C<m_B<m_A$

A ۲ ۳۹

تندی نور $۳\times۱۰^۸m/s$ است، یعنی نور در هر ثانیه، مسافت ۳×۱۰^۸m را طی می‌کند بنابراین ابتدا مسافت را برحسب متر به‌دست می‌آوریم.

$$۱ft\times\frac{۱۲in}{۱ft}\times\frac{۲/۵cm}{۱in}\times\frac{۱m}{۱۰^۲cm}=۰/۳m$$

اکنون با توجه به تندی خواهیم داشت:

$$\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}\Rightarrow۳\times۱۰^۸=\frac{۰/۳}{t}\Rightarrow t=۱۰^{-۹}s$$

هر ۱ns برابر $۱۰^{-۹}s$ است، از این‌رو خواهیم داشت: t=۱ns

A ۴ ۴۰

با توجه به ضرایب تبدیل $\frac{۱AU}{۱/۵\times۱۰^{۱۱}m}$ و $\frac{۶۰s}{۱min}$ تبدیل واحد را انجام می‌دهیم:

$$۳\times۱۰^۸m/s=۳\times۱۰^۸\frac{m}{s}\times\frac{۱AU}{۱/۵\times۱۰^{۱۱}m}\times\frac{۶۰s}{۱min}=۰/۱۲AU/min$$

بازی با سؤال فاصلهٔ اختروشی از منظومهٔ شمسی برابر $۱۰^{۱۵}Au$ است. **این فاصله برحسب سال نوری تقریباً برابر کدام گزینه می‌باشد؟ (مسافتی که نور در یک ماه طی می‌کند تقریباً $۸\times۱۰^{۱۳}m$ بوده و میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید برابر $۱/۵\times۱۰^{۱۱}m$ است.)**

۱) $۱/۵\times۱۰^۸$ ۲) $۱/۵\times۱۰^{۱۱}$ ۳) ۳×۱۰^{۱۴} ۴) ۳×۱۰^{۱۷}

گزینهٔ ۲

B ۱ ۴۱

به رابطهٔ داده شده نگاه کنید. صورت کسر یکاها داده شده بنابراین صورت یکای سمت چپ باید تبدیل به صورت یکای سمت راست شود، بنابراین ابتدا تبدیل واحد از سانتی‌متر به متر را انجام می‌دهیم:

$$F=۳۶۰\frac{kg.cm}{(min)^۲}\times\frac{۱m}{۱۰۰cm}=۳/۶kg.m/(min)^۲$$

اکنون برای پر کردن جای خالی باید دقیقه (min) را به یکی از یکاهای داده شده در گزینه‌ها تبدیل کنیم. در گزینهٔ (۱) دقیقه را باید به ثانیه تبدیل کنیم.

$$۳/۶\frac{kg.m}{(min)^۲}\times(\frac{۱min}{۶۰s})^۲=۳/۶\times\frac{۱}{۳۶۰۰}=۰/۱\times۱۰^{-۲}=۱۰^{-۳}kg.m/s^۲$$

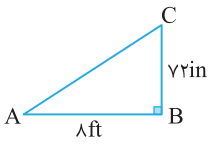
بنابراین گزینهٔ (۱) پاسخ مسأله است و دیگر نیازی به بررسی گزینه‌های دیگر نیست اما گزینه‌های دیگر رانیز بررسی می‌کنیم.

در گزینهٔ (۲) دقیقه به ms (میلی‌ثانیه) تبدیل شده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$۳/۶\frac{kg.m}{(min)^۲}\times(\frac{۱min}{۶۰s})^۲\times(\frac{۱s}{۱۰^۳ms})^۲=۱۰^{-۹}kg.m/ms^۲$$

برای رد گزینهٔ (۳) و (۴) می‌توان این‌گونه استدلال کرد که عدد سمت چپ $۳/۶kgm/min^۲$ در سمت راست به $۱۰^{-۳}\frac{kgm}{\square^۲}$ تبدیل شده است یعنی بعد از تبدیل عدد کوچک‌تر شده است، بنابراین در تبدیل min (دقیقه) باید مخرج بزرگ شده باشد و اگر از کیلوثانیه (ks) و ساعت (h) استفاده کنیم، ضریب تبدیل باعث بزرگ شدن عدد می‌شود که جواب نخواهد بود.

A ۴ ۴۲



ابتدا طول ضلع BC را با روش تبدیل زنجیره‌ای برحسب فوت به‌دست می‌آوریم:

$$۷۲in\times\underbrace{\frac{۱ft}{۱۲in}}_{\text{ضریب تبدیل in به ft}}=۶ft$$

به کمک رابطهٔ فیثاغورس طول وتر AC را برحسب فوت حساب می‌کنیم:

$$AC=\sqrt{BC^۲+AB^۲}=\sqrt{۶^۲+۸^۲}=۱۰ft$$

اکنون فوت را به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم:

$$AC=۱۰ft\times\underbrace{(\frac{۱۲in}{۱ft})}_{\text{ضریب تبدیل in به ft}}\times\underbrace{(\frac{۲/۵cm}{۱in})}_{\text{ضریب تبدیل cm به in}}=۳۰۰cm$$

A ۳ ۴۳

خط فکری در فیزیک تغییر هر کمیت را نسبت به زمان معمولاً آهنگ آن کمیت می‌گویند، بنابراین ۵۰۰ $cm^۳/s$ یعنی در هر ثانیه از شیلنگ ۵۰۰ $cm^۳$ آب خارج می‌شود و کافی است آن را به لیتر بر دقیقه $(\frac{L}{min})$ تبدیل کنیم.

با روش تبدیل زنجیره‌ای و استفاده از ضرایب $(\frac{۱L}{۱۰^۳cm^۳})$ و $(\frac{۶۰s}{۱min})$ تبدیل یکا را انجام می‌دهیم.

$$۵۰۰\frac{cm^۳}{s}\times\frac{۱L}{۱۰^۳cm^۳}\times\frac{۶۰s}{۱min}=۳۰\frac{L}{min}$$

A ۲ ۴۴

با یک تناسب ساده مسئله را حل می‌کنیم.

در هر دقیقه $(\frac{۱}{۶۰}h)$ آب حوض ۲۵۰L کم می‌شود.

$$\begin{array}{c|c}۲۵۰L & \frac{۱}{۶۰}h\\ \hline ۱۸۰\times\underbrace{۱۰^۳}_{\text{تبدیل } m^۳ \text{ به } L} & t\end{array}\Rightarrow t=\frac{۱۸۰\times۱۰^۳}{۲۵۰\times۶۰}\Rightarrow t=۱۲h$$

B ۴۵ ۴

هر دقیقه، ۶۰ ثانیه است و در هر ثانیه $۷۵۰cm^۳$ از حجم استخر در حال پر شدن است.

با یک تناسب ساده مسئله را حل می‌کنیم.

$$\begin{array}{c|c} ۷۵۰cm^۳ & ۱s \\ \hline ? & ۲۰\times۶۰s \end{array} \Rightarrow ?=۷۵۰\times۶۰\times۲۰=۹۰۰۰۰۰cm^۳$$

هر $۱۰۰۰cm^۳$ برابر ۱ لیتر است. $V=۹۰۰L$

B ۴۶ ۴

طول شمع $۱۸cm$ است و در مدت $۲h$ آب می‌شود، بنابراین آهنگ آب شدن شمع خواهد شد:

$$\text{آهنگ آب شدن شمع}=\frac{\text{طول شمع}}{\text{مدت زمان آب شدن}}=\frac{۱۸cm}{۲h}=۹cm/h$$

حال با روش تبدیل زنجیره‌ای، یکای (cm/h) را به یکای $\mu m/ms$ تبدیل می‌کنیم.

$$۹cm/h\times\frac{۱m}{\underbrace{۱۰^{+۲}cm}_{\text{ضریب تبدیل m به cm}}}\times\frac{۱۰^{+۶}\mu m}{\underbrace{۱m}_{\text{ضریب تبدیل m به }\mu m}}\times\frac{۱h}{\underbrace{۳۶۰۰s}_{\text{ضریب تبدیل ساعت به ثانیه}}}\times\frac{۱s}{\underbrace{۱۰^{۳}ms}_{\text{ضریب تبدیل s به ms}}}=\frac{۱۰}{۴۰۰}\mu m/ms$$

$$=\frac{۱}{۴}\times۱۰^{-۱}Mm/ms$$

یادآوری در نماد علمی، عدد حاصل‌ضرب $a\times۱۰^b$ نوشته می‌شود که در آن $۱\le a<۱۰$ و b یک عدد صحیح است.

عدد را به نماد علمی می‌نویسیم.

$$\frac{۱}{۴}\times۱۰^{-۱}\mu m/ms=۰/۲۵\times۱۰^{-۱}\mu m/ms=۲/۵\times۱۰^{-۲}\mu m/ms$$

بازی با سوال **ارتفاع یک گیاه در هر هفته به اندازهٔ ۱۰/۰۸cm رشد می‌کند. آهنگ متوسط رشد این گیاه چند $\mu m/s$ است؟** از کتاب درسی

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

گزینه ۲

B ۴۷ ۳

یادآوری در فیزیک تغییر هر کمیت را نسبت به زمان معمولاً آهنگ آن کمیت می‌نامند. مثلاً آهنگ مصرف انرژی هنگام نشستن در کلاس $۱۲/۶kJ/min$ است که مفهوم آن این است که بدن شما در هر دقیقه نشستن در کلاس $۱۲/۶kJ$ انرژی مصرف می‌کند.

آهنگ خروج بنزین از بشکه $۲L/s$ یعنی در هر ثانیه $۲L$ بنزین از بشکه خارج می‌شود. بنابراین در مدت $۴۵s$ مقدار بنزین خارج شده از بشکه برابر است با:

$$\text{مقدار بنزین خارج شده}=\text{آهنگ خروج}\times\text{زمان}=۲L/s\times۴۵=۹۰L$$

گنجایش بشکه $۱۰۰L$ بنزین بوده که در ابتدا در آن $۹۰L$ بنزین قرار داشته است یعنی $۱۰L=۹۰-۱۰۰$ از حجم بشکه خالی بوده است. اکنون باید مشخص کنیم این $۱۰L$ چند درصد حجم بشکه بوده است:

$$\frac{\text{حجم خالی}}{\text{حجم کل}}\times۱۰۰=\frac{۱۰}{۱۰۰}\times۱۰۰=۱۰٪$$

B ۴۸ ۲

حجم گنجایش استخر خواهد شد:

$$V=۱/۵\times۱/۲\times۱۰\Rightarrow V=۱۸m^۳$$

شیرهای آب در هر دقیقه به ترتیب $۰/۵m^۳$ و $۱m^۳$ آب وارد استخر می‌کنند. یعنی جمعاً $۱/۵m^۳$ در هر دقیقه. بنابراین:

$$\begin{array}{c|c} ۱/۵m^۳ & ۱min \\ \hline ۱۸ & t \end{array} \Rightarrow t=\frac{۱۸}{۱/۵}\Rightarrow t=۱۲min$$

$$t=\frac{۱۲}{۶۰}h\Rightarrow t=۰/۲h$$

B ۴۹ ۱

خط فکری وقتی گفته می‌شود آهنگ تغییر سرعت خودرو $۱۸\times۱۰^۳m/(min)^۲$ است یعنی در هر دقیقه به اندازهٔ $۱۸\times۱۰^۳m/min$ بر سرعت خودرو اضافه می‌شود. در مرحلهٔ اول دقیقه را به ثانیه تبدیل کنید سپس به کمک آهنگ تغییر سرعت، زمان رسیدن به سرعت $۲۵\times۱۰^{-۳}km/s$ را به‌دست بیاورید.

$$\text{آهنگ تغییر سرعت}=۱۸\times۱۰^۳\frac{m}{(min)^۲}\times\frac{۱min^۲}{\underbrace{۳۶۰۰s^۲}_{\text{مربع دقیقه به مربع ثانیه}}}=۵\frac{m}{s^۲}$$

ضریب تبدیل

سرعت داده شده را برحسب m/s حساب می‌کنیم.

$$v=۲۵\times۱۰^{-۳}\frac{km}{s}\times\frac{۱۰^۳m}{\underbrace{۱km}_{\text{ضریب تبدیل کیلومتر به متر}}}\Rightarrow v=۲۵\frac{m}{s}$$

با توجه به تعریف آهنگ می‌توان نوشت:

$$\text{آهنگ تغییر سرعت}=\frac{\text{تغییر سرعت}}{\text{زمان}}\Rightarrow ۵=\frac{۲۵-۰}{t}\Rightarrow t=۵s$$

B ۵۰ ۲

خط فکری دقت کنید آهنگ افزایش ارتفاع آب از شما خواسته شده است. بنابراین باید مساحت سطح قاعدهٔ مخزن (۲) را داشته باشید تا به کمک آن بتوانید با استفاده از آهنگ حجم آب ریخته شده در مخزن (۲) آهنگ تغییر ارتفاع را حساب کنید.

ابتدا مساحت سطح (کف) مخزن (۲) را به‌دست می‌آوریم. $A=۱۰۰\times۵=۵\times۱۰^۲cm^۲$

آهنگ ورود آب به مخزن (۲)، $۲L/s$ است یعنی در هر ثانیه $۲L$ آب وارد مخزن (۲) می‌شود، از این‌رو ارتفاع آبی که در هر ثانیه به آب درون مخزن (۲) افزوده می‌شود برابر خواهد شد با:

$$V=A\times\Delta h\Rightarrow\Delta h=\frac{V}{A}=\frac{۲\times۱۰^۳cm^۳}{۵\times۱۰^۲cm^۲}\Rightarrow\Delta h=۴cm$$

بنابراین در هر ثانیه، $۴cm$ بر ارتفاع آب ظرف (۲) اضافه می‌شود یعنی آهنگ افزایش ارتفاع آب $۴cm/s$ است.

B ۵۱ ۲

خط فکری در فیزیک دو کمیت یکسان با یکای یکسان را می‌توان با هم جمع و یا از هم کم کرد. به‌طور مثال اگر جرم جعبه‌ای $۲kg$ و جرم محتویات درون آن $۵kg$ باشد، مجموع جرم‌ها برابر $۵+۲=۷kg$ است. در واقع کمیت‌های متفاوت و یکاهای متفاوت را نمی‌توان با هم جمع یا از هم کم کرد. یعنی شما نمی‌توانید جرم جسم و شتاب آن را با هم جمع کنید و یا این‌که جرم برحسب kg را با جرم برحسب g جمع کنید. اما کمیت‌های مختلف با یکاهای مختلف به شرط سازگاری یکاها را می‌توان در هم ضرب یا بر هم تقسیم کرد. به‌طور مثال در رابطهٔ $F=ma$، m جرم جسم، a شتاب جسم و F نیرو است و مشاهده می‌کنید که کمیت جرم را می‌توان در کمیت شتاب ضرب کرد و کمیت نیرو را به‌دست آورد. اما سازگاری یکاها نیز باید رعایت شود یعنی برای آنکه نیرو برحسب نیوتون به‌دست آید باید جرم برحسب کیلوگرم و شتاب برحسب متر بر مربع ثانیه $(m/s^۲)$ در رابطه قرار داده شود.

با توجه به آن‌چه در خط فکری بیان شده است، گزارهٔ (الف) برای دو کمیت فیزیکی با دو یکای متفاوت قابل انجام نیست اما اعمال ریاضی در گزارهٔ (ب) و (پ) قابل انجام است.

B ۵۲ ۲

در گزینهٔ (۱)، یکای توان $P=W/t$ برابر وات بوده که معادل J/s است و در گزینهٔ (۱) سازگاری یکاها در SI رعایت نشده است و گزینهٔ (۱) نادرست است. / در گزینهٔ (۲)، طبق قانون دوم نیوتون اگر نیرو بر حسب نیوتون باشد حتماً جرم باید بر حسب (kg) و شتاب بر حسب $(m/s^۲)$ باشد که چنین است و گزینهٔ (۲) دارای سازگاری یکاها بوده و پاسخ درست است.

در گزینهٔ (۳) زمان برحسب ساعت (h) و تندی بر حسب (km/h) بوده بنابراین مسافت طی شده باید برحسب (km) باشد که چنین نیست و گزینهٔ (۳) نادرست است.

در گزینهٔ (۴) با توجه به تعریف فشار هرگاه نیرو بر حسب (N) و سطح برحسب $(m^۲)$ باشد فشار برحسب پاسکال (Pa) خواهد بود که در رابطهٔ گزینهٔ (۴)، مساحت سطح برحسب $cm^۳$ است. بنابراین سازگاری یکاها وجود نداشته و گزینهٔ (۴) نادرست است.

B ۴ ۵۳

خط فکری ابتدا یکاهای فرعی نیرو در SI را مشخص کنید. اگر خاطرتان نیست از قانون دوم نیوتون $F=ma$ کمک بگیرید. سپس باید با توجه به یکای تندی (m/s) و سازگاری یکاها در دو طرف رابطه $F=kv$، یکای k را به‌دست آورید.

در رابطهٔ $F=ma$ اگر جرم برحسب kg و شتاب برحسب m/s^2 باشد، نیرو برحسب kgm/s^2 خواهد بود. اکنون یکای نیرو و یکای تندی را در رابطهٔ مسأله قرار می‌دهیم و یکای k را حساب می‌کنیم.

$$F=kv\Rightarrow kg.m/s^2=[k](m/s)\Rightarrow[k]=kg/s$$

A ۳ ۵۴

کمیت A انرژی می‌باشد و یکای SI آن ژول و یکای فرعی آن kgm^2/s^2 می‌باشد و یکای C برابر متر است. با قرار دادن این یکاها در رابطهٔ مسأله می‌توان یکای B را به‌دست آورد:

$$A=BC^2\Rightarrow B=\frac{A}{C^2}\Rightarrow[B]=\frac{kgm^2/s^2}{m^2}=\frac{kg}{s^2}$$

A ۲ ۵۵

ابتدا به‌جای کمیت‌های داده شده یکاهای آن‌ها را جایگذاری می‌کنیم.

$$B=\frac{mv^2}{L}\Rightarrow B=\frac{kgm^2/s^2}{m}\Rightarrow B=kgm/s^2\Rightarrow B=\text{جرم}\times\text{شتاب}$$

بنابراین کمیت B باید نیرو باشد. $(F=ma)$

A ۱ ۵۶

یکای T، ثانیه و یکای m، kg است و عدد 2π یکا ندارد.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},\ s=\sqrt{\frac{kg}{k}}\Rightarrow s^2=\frac{kg}{|k|}\Rightarrow|k|=\frac{kg}{s^2}$$

B ۴ ۵۷

یادآوری زمانی دوکمیت قابل جمع و تفریق‌اند که هم‌جنس و هم‌یکا باشند.

الف) $(at+v)$ باید حاصل‌ضرب at از جنس v و یکای آن برابر یکای v باشد. یکای v، m/s، یکای a، m/s^2 و یکای زمان s است. بنابراین:

$$at+v\Rightarrow\frac{m}{s^2}\times s+\frac{m}{s}=\frac{m}{s}+\frac{m}{s}$$

قابل انجام است.

ب) ضریب $\frac{1}{2}$ یکا ندارد و آن را در نظر نمی‌گیریم.

$$\frac{1}{2}at^2+vt\Rightarrow\frac{m}{s^2}\times s^2+\frac{m}{s}\times s=m+m$$

قابل انجام است.

پ) $ax+v^2\Rightarrow\frac{m}{s^2}\times m+(\frac{m}{s})^2=\frac{m^2}{s^2}+\frac{m^2}{s^2}$ قابل انجام است.

بازی با سؤال **با در نظر گرفتن یکای کمیت‌های جابه‌جایی، سرعت، شتاب و زمان، در چه تعداد از روابط زیر، یکای دو طرف تساوی با یکدیگر سازگاری دارد؟**
(x نماد جابه‌جایی، v نماد سرعت، a نماد شتاب و t نماد زمان است.)

الف) $x=vt$ ب) $v^3=2ax^2$ پ) $t=\sqrt{\frac{2x}{a}}$ ت) $v=at$ ث) $v=\frac{1}{2}at^3$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵ گزینهٔ ۲

B ۱ ۵۸

در رابطهٔ $\Delta x=AB^2+vB$، یکای Δx متر و از جنس طول است، بنابراین باید یکای AB^2 و vB هر دو متر و از جنس طول باشند تا بتوان آن‌ها را با هم جمع کرد. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$m=[v][B]\Rightarrow[B]=\frac{m}{[v]}=\frac{m}{m/s}=s$$

$$m=[A][B^2]\Rightarrow[A]=\frac{m}{[B]^2}\Rightarrow[A]=m/s^2$$

A ۴ ۵۹

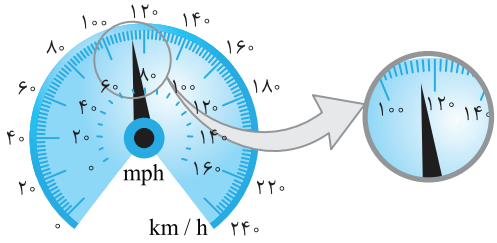
عوامل مؤثر بر دقت اندازه‌گیری، دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری، تعداد دفعات اندازه‌گیری و میانگین‌گیری اعداد و مهارت شخص آزمایشگر است.

A ۳ ۶۰

کمینهٔ درجه‌بندی روی خط‌کش، ۱mm است.

A ۱ ۶۱

خط فکری دقت ابزارهای اندازه‌گیری مدرج، برابر کمینهٔ درجه‌بندی آن ابزار است.



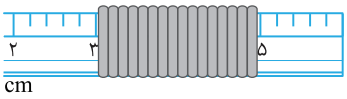
به شکل نگاه کنید فاصلهٔ بین ۰ تا ۲۰ و ۱۰۰ تا ۱۲۰، به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده یعنی کمینه درجه‌بندی این تندی‌سنج $\frac{20}{10}=2\frac{km}{h}$ بوده بنابراین دقت اندازه‌گیری آن $2\frac{km}{h}$ است که این دقت اگر برحسب m/s بیان شود، معادل مقدار زیر است:

$$2\frac{km}{h}\times\frac{1h}{3600s}\times\frac{1000m}{1km}\Rightarrow\text{دقت}=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}\frac{m}{s}$$

A ۴ ۶۲

با توجه به شکل فاصلهٔ بین ۲cm و ۳cm، به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده، بنابراین کمینه درجه‌بندی خط‌کش $\frac{3-2}{5}=\frac{1}{5}=0/2cm$ بوده و دقت این خط‌کش $0/2cm$ یا ۲mm است. اکنون تعداد دوره‌های سیم روی خط‌کش را بشمارید، بله تعداد دوره‌ها ۱۶ است یعنی اگر قطر سیم را با حرف D نمایش دهیم، ۱۶D برابر ۲cm=۳−۵ می‌شود. از این‌رو قطر سیم خواهد شد:

$$16D=2cm\Rightarrow D=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}cm\Rightarrow D=\frac{1}{8}cm\times\frac{10mm}{1cm}=1/25mm$$



A ۲ ۶۳

خط فکری دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند، بنابراین شما باید به آخرین رقم عدد یا اولین رقم سمت راست آن نگاه کنید. دقت هریک از وسیله‌ها خواهد شد

A ۲۰/۱۵m/s — دقت A: 0/01m/s

B ۲۰/1m/s — دقت B: 0/1m/s

C ۲۰/۱۵۶m/s — دقت C: 0/001m/s

بنابراین بیشترین دقت را وسیلهٔ C دارد.

B ۲ ۶۴

کمینه درجه‌بندی شکل (الف)، ۱cm است بنابراین دقت آن نیز ۱cm است.

کمینه درجه‌بندی شکل (ب)، 0/5cm یا 5mm است و دقت آن نیز 5mm خواهد بود.

فاصلهٔ بین صفر تا 1cm به پنج قسمت مساوی تقسیم شده و کمینه درجه‌بندی شکل (پ) 2mm است که جواب مسأله است.

فاصلهٔ بین صفر تا 1cm به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است. کمینه درجه‌بندی شکل (ت) $\frac{1}{10}cm$ یا 1mm است.

A ۶۵ ۲

دقت اندازه‌گیری برابر کمینه درجه‌بندی روی خط‌کش است که در این مسئله دقت ۰/۲cm بوده یعنی فاصلهٔ بین دو خط روی خط‌کش ۰/۲cm است و هر سانتی‌متر به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده است. از این‌رو در فاصلهٔ ۱۰cm=۱۰−۲۰، به ۵×۱۰=۵۰ قسمت مساوی تقسیم شده است.

A ۶۶ ۲

آمپرسنج رقمی بوده و دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) است در این صورت دقت اندازه‌گیری این آمپرسنج ۰/۰۰۱mA است که اگر دقت برحسب میکرومتر بیان شود خواهد شد: ۰/۰۰۱mA=۱۰$^{-۶}$A=۱μA

A ۶۷ ۲

در وسایل رقمی دقت وسیله برابر با یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) است، پس دقت هر وسیله را به‌دست می‌آوریم تا مشخص شود کدام‌یک از آن‌ها با بقیه فرق می‌کند.

دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۱): ۰/۰۱dm=۰/۰۰۱m / دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۲): ۰/۰۱m

دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۳): ۱mm=۰/۰۰۱m / دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۴): ۰/۱cm=۰/۰۰۱m

بنابراین دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۲) با بقیه متفاوت است.

A ۶۸ ۲

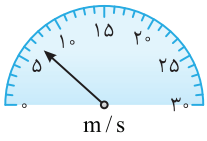
ساعت A، کمترین زمانی که اندازه می‌گیرد، یک دقیقه است. پس کمینهٔ اندازه‌گیری آن ۱ دقیقه است ولی ساعت B کمترین زمانی را که اندازه می‌گیرد یک ثانیه است که معادل آن $\frac{۱}{۶۰}$ دقیقه است پس داریم: $\frac{\text{کمینهٔ اندازه‌گیری ساعت A}}{\text{کمینهٔ اندازه‌گیری ساعت B}}=\frac{۱\,\text{min}}{\frac{۱}{۶۰}\,\text{min}}=۶۰$

ساعت B، وقت را دقیق‌تر نشان می‌دهد، در نتیجه دقت آن نسبت به ساعت A بیشتر است.

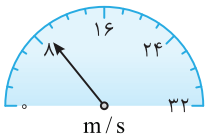
A ۶۹ ۳

در صورت مسأله دقت اندازه‌گیری ۰/۱m/s بیان شده است.

در گزینهٔ (۱) فاصلهٔ بین صفر تا ۵m/s به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده و دقت آن ۱m/s است. بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.



در گزینهٔ (۲) با یک تقسیم‌بندی غیرمعمول روبه‌رو هستیم. فاصلهٔ بین صفر تا ۸m/s به چهار قسمت مساوی تقسیم شده و دقت آن ۲m/s است. بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.



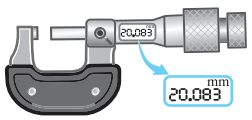
در گزینهٔ (۳) با یک وسیلهٔ رقمی روبه‌رو هستیم که دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری شده بوده یعنی ۰/۱m/s است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

A ۷۰ ۱

دقت کولیس برابر ۰/۰۰۱cm یعنی ۰/۰۱mm است، بنابراین اعدادی که این کولیس نمایش می‌دهد برحسب میلی‌متر باید دارای دو رقم بعد از اعشار باشد و تنها عدد گزارش شده در گزینهٔ (۱) دارای دو رقم بعد از اعشار است.

A ۷۱ ۱

وسیلهٔ نشان داده شده یک ریزسنج رقمی است. دقت وسایل رقمی (دیجیتال) یک واحد از آخرین رقمی است که وسیله نشان می‌دهد، بنابراین دقت این وسیله ۰/۰۰۱mm است.



A ۷۲ ۳

در هر دور کامل جابه‌جایی زبانه ۰/۵mm است که این ۰/۵mm در واقع به ۱۰۰ قسمت تقسیم شده یعنی کمینه درجه‌بندی این ریزسنج $\frac{۰/۵}{۱۰۰}$=۰/۰۰۵mm است.

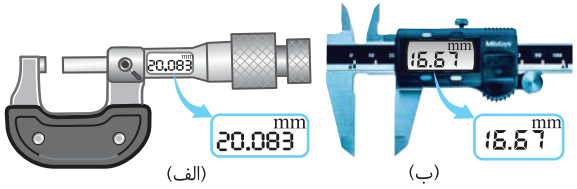
بنابراین دقت آن ۰/۰۰۵mm است.

A ۷۳ ۴

با توجه به شکل دقت ریزسنج ۰/۰۰۱mm و دقت کولیس ۰/۰۱mm است، بنابراین ریزسنج دقت بالاتری دارد و گزارهٔ (الف) درست است.

دقت یک خط‌کش مدرج که فاصلهٔ بین ۱cm تا ۲cm آن به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده برابر $\frac{۲-۱}{۱۰}=\frac{۱}{۱۰}$cm=۱mm است که با دقت کولیس (۰/۰۱mm) شکل (ب) برابر نیست و گزارهٔ (ب) نادرست است.

دقت ریزسنج (الف) ۰/۰۰۱mm است و اگر نتیجه اندازه‌گیری برحسب mm بیان شود دارای سه رقم بعد از اعشار است و گزارهٔ (پ) درست است.



B ۷۴ ۲

یادآوری در دستگاه‌های مدرج دقت برابر کمینه درجه‌بندی دستگاه است، بنابراین:

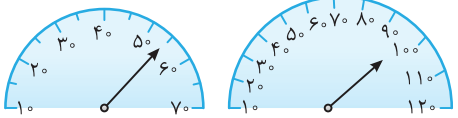
۱ دقت تندی‌سنج (۱) را بر حسب m/s می‌نویسیم:

$$\text{دقت تندی‌سنج}=۵\frac{\text{km}}{\text{h}}\times\frac{۱۰^{۳}\text{m}}{۱\text{km}}\times\frac{۱\text{h}}{۳۶۰۰\text{s}}=\frac{۵}{۳/۶}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲ دقت تندی‌سنج (۲) را بر حسب m/s می‌نویسیم:

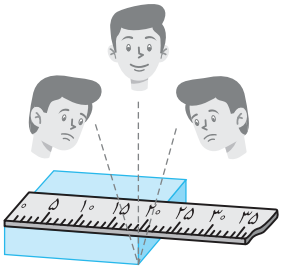
$$\text{دقت تندی‌سنج}=۱۰\frac{\text{ft}}{\text{s}}\times\frac{۳۰\text{cm}}{۱\text{ft}}\times\frac{۱\text{m}}{۱۰۰\text{cm}}=۳\text{m/s}$$

حال اختلاف دقت وسیله‌ها را به‌دست می‌آوریم: $۳-\frac{۵}{۳/۶}=\frac{۵/۸}{۳/۶}=\frac{۵۸}{۳۶}=\frac{۲۹}{۱۸}$m/s

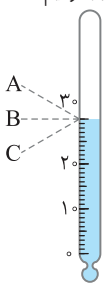


B ۷۵ ۲

خط فکری در یک وسیلهٔ اندازه‌گیری اگر درجه‌بندی روی مورد اندازه‌گیری قرار گیرد مانند درجه‌بندی دماسنج الکلی یا جیوه‌ای که تقسیم‌بندی روی شیشهٔ دماسنج است و یا مانند شکل زیر که خط‌کش روی قطعه قرار دارد اگر از سمت عددهای کوچک‌تر، عدد اندازه‌گیری را بخوانیم، عدد کمتری را گزارش خواهیم کرد و اگر از سمت عددهای بزرگ‌تر عدد اندازه‌گیری را بخوانیم، عدد بزرگ‌تری را گزارش خواهیم کرد.



در مسأله ناظر A از سمت عددهای بزرگ‌تر عدد را می‌خواند بنابراین عدد بزرگ‌تری را (مثلاً ۳۱°C) بیان خواهد کرد. ناظر B عمود نگاه می‌کند و دقت بالایی دارد و درست می‌خواند و ناظر C که از سمت عددهای کوچک‌تر دما را می‌خواند، دمای کمتری مثلاً ۲۹°C را اعلام می‌کند.

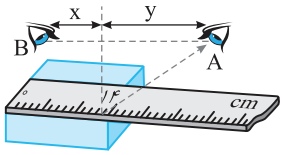


نکته هرگاه در وسیلهٔ مدرج، عقربه روی صفحهٔ مدرج قرار داشته باشد، مانند تندی‌سنج خودرو، اگر از سمت عددهای کوچک‌تر عدد خوانده شود، عدد گزارش شده از اندازهٔ واقعی بزرگ‌تر است و بالعکس.

A ۷۶ ۲

خط فکری هرگاه موقع اندازه‌گیری با وسیلهٔ مدرج به جای عمود نگاه کردن به وسیله به‌طور مایل به آن نگاه کنیم، در اندازه‌گیری دچار خطا می‌شویم و هرچه از خط عمود دورتر باشید خطای شما بیشتر است و عدد گزارش شده توسط شما از عدد واقعی دورتر است.

اگر به خط‌کش عمود نگاه کنیم عدد اندازه‌گیری برابر ۱۴cm است، شخص A که از سمت عددهای بزرگ‌تر به خط‌کشی که روی جسم است نگاه می‌کند



عددی که گزارش می‌کند از ۱۴cm بیشتر است که در مسأله بیان شده ۱۵cm است. شخص B به خط عمود نزدیک‌تر است و چون فاصلهٔ او از خط عمود کمتر از A است، عدد گزارش شدهٔ او با آنکه از ۱۴cm کمتر است اما به ۱۴ نزدیک‌تر مثلاً برابر ۱۳/۵cm است.

B ۷۷ ۲

خط فکری برای کاهش خطا در اندازه‌گیری هر کمیت، معمولاً اندازه‌گیری آن را چند بار تکرار می‌کنند و میانگین عددهای حاصل از اندازه‌گیری به عنوان نتیجهٔ اندازه‌گیری گزارش می‌شود. البته در میان عددهای متفاوت، اگر یک یا دو عدد اختلاف زیادی با بقیه داشته باشند در میانگین‌گیری به حساب نمی‌آیند بنابراین شما باید ابتدا اعدادی که دارای اختلاف زیاد با بقیه هستند شناسایی کرده و کنار بگذارید، سپس میانگین‌گیری را انجام دهید.

عدد ۸/۳ و عدد ۳/۲ با سایر اعداد اندازه‌گیری گزارش شده، اختلاف بیشتری دارند پس در محاسبات حذف می‌شوند و عدد گزارش‌شده برابر میانگین بقیه اعداد اندازه‌گیری است.

$$\frac{۵/۵+۵/۲+۵/۸+۵/۲}{۴}=\frac{۲۱/۷}{۴}=۵/۴۲۵\approx ۵/۴\text{kg}$$

نکته باید تعداد اعشار عدد حاصل از میانگین‌گیری با اعشار عددهای گزارش شده یکی باشد.

A ۷۸ ۱

در اعداد گزارش شده، اعداد ۱/۰۵s و ۶/۰۴s از بقیهٔ اعداد فاصلهٔ غیرعادی دارند، بنابراین آن‌ها را دور می‌ریزیم و بین بقیهٔ اعداد میانگین‌گیری را انجام می‌دهیم.

$$\text{میانگین } t=\frac{۳/۹۸+۴/۰۲+۴/۰۴}{۳}=۴/۰۱\overline{۳}\approx ۴/۰۱\text{s}$$

وسیلهٔ اندازه‌گیری رقمی است و تعداد ارقام بعد از اعشار آن دو رقم است و دقت اندازه‌گیری این زمان‌سنج ۰/۰۱s است، بنابراین باید عدد گزارش شده هم دارای دو رقم بعد از اعشار باشد از این‌رو به جای عدد ۴/۰۱$\overline{۳}$ عدد ۴/۰۱s گزارش می‌شود.

شماره آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵
زمان سقوط	۴/۰۲s	۳/۹۸s	۶/۰۴s	۱/۰۵s	۴/۰۴s

A ۷۹ ۱

مقدارهای ۰/۲g و ۰/۰۱۱g از بقیه داده‌ها دور هستند و حذف می‌شوند و بین مقادیر باقی‌مانده میانگین را به‌دست می‌آوریم.

$$m=\frac{۰/۰۲۵+۰/۰۲۳+۰/۰۲۱}{۳}=۰/۰۲۳\text{g}\Rightarrow ۰/۰۲۳\text{g}\times\frac{۱۰^{۳}\text{mg}}{۱\text{g}}=۲۳\text{mg}$$

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۸۰ ۱

کلاهک پیچ به ۵۰ قسمت تقسیم شده است و در یک دور کامل کلاهک پیچ، فک متحرک ریزسنج ۰/۵mm جابه‌جا می‌شود. یعنی هر قسمت کلاهک معادل $\frac{۰/۵}{۵۰}=۰/۰۱\text{mm}$ است، از این‌رو ۱۲ قسمت کلاهک برابر ۰/۱۲ میلی‌متر است.

B ۸۱ ۳

خط فکری به این سؤال‌ها پاسخ دهید. ۱) یک متر چند سانتی‌متر است؟ بله، ۱۰۰ سانتی‌متر است. ۲) یک متر چند کیلومتر است؟ درست می‌گویید یک متر، $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ کیلومتر است، بنابراین اگر اندازهٔ یک کمیت با یکای کوچک‌تری بیان شود، عدد بزرگ‌تر می‌شود و اگر با یکای بزرگ‌تری بیان شود، عدد کوچک‌تر می‌شود. حال شما باید در بررسی گزینه‌ها به این مطلب دقت کنید که عدد بعد از تغییر یکا چه تغییری می‌کند.

گزینهٔ (۱): اگر B به پیشوند کوچک‌تر تغییر یکا بدهد، عدد گزارش شده برای B، بزرگ‌تر می‌شود و چون B در مخرج $\left(\frac{A}{BC^{۲}}\right)$ قرار دارد، عدد گزارش شده برای کمیت کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۱) نادرست است.

گزینهٔ (۲): اگر A و C به یک پیشوند یکسان کوچک‌تر مثلاً میلی تغییر کنند، هریک از آن‌ها در عدد ۱۰۰۰ ضرب می‌شود. $\left(\frac{۱۰۰۰A}{B(۱۰۰۰C)^{۲}}\right)$ اما چون C توان (۲) دارد و مخرج کسر است سبب می‌گردد که عدد بیان شده برای کمیت کوچک‌تر شود و گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینهٔ (۳): A در صورت کسر و B در مخرج آن قرار دارد و اگر به یک پیشوند یکسان بزرگ‌تر تغییر یکا دهند، ضریب پیشوند از صورت و مخرج حذف شده و عدد گزارش شده تغییری نمی‌کند و گزینهٔ (۳) درست است.

A ۸۲ ۳

یادآوری یکای نجومی (AU): میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید $(۱\text{AU}\approx ۱/۵\times ۱۰^{۱۱}\text{m})$ است.

سال نوری (ly): مسافتی که نور در مدت یک سال در خلأ طی می‌کند.

۱ فاصلهٔ دو ستاره از هم ۵/۸۴AU است که آن را برحسب متر حساب می‌کنیم.

$$۵/۸۴\text{AU}\times\underbrace{\frac{۱/۵\times ۱۰^{۱۱}}{۱\text{AU}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{AU به m}}}=۵/۸۴\times ۱/۵\times ۱۰^{۱۱}\text{m}=۵۸۴\times ۱۵\times ۱۰^{۸}\text{m}$$

۲ یک سال را به ثانیه تبدیل می‌کنیم.

$$۱\text{y}=۱\text{y}\times\underbrace{\frac{۳۶۵\text{d}}{۱\text{y}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{سال به روز}}}\times\underbrace{\frac{۲۴\text{h}}{۱\text{d}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{روز به ساعت}}}\times\underbrace{\frac{۳۶۰۰\text{s}}{۱\text{h}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{ساعت به ثانیه}}}=۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۲}\text{s}$$

۳ مسافت طی شده در مدت یک سال توسط نور خواهد شد:

$$\text{زمان}\times\text{تندی}=\text{مسافت}\Rightarrow\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$$

$$\Rightarrow\text{سال نوری}=۳\times ۱۰^{۸}\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۲}$$

$$\Rightarrow\text{سال نوری}=۳\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۱۰}\text{m}$$

بنابراین ضریب تبدیل متر به سال نوری خواهد شد: $\left(\frac{۱\text{ly}}{۳\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۱۰}}\right)$

۴ اکنون به کمک ضریب تبدیل می‌توان نوشت:

$$۵/۸۴\text{AU}=۵۸۴\times ۱۵\times ۱۰^{۸}\times\frac{۱\text{ly}}{۳\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۱۰}}=\frac{۱}{۱۰۸}\times ۱۰^{-۲}\approx ۰/۰۱\times ۱۰^{-۲}$$

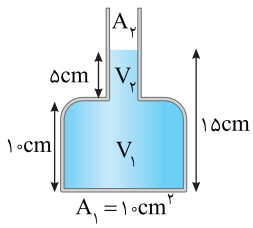
$$۵/۸۴\text{AU}\approx ۱۰^{-۴}\text{ly}$$

C ۸۳ ۲

۱ آهنگ خروج آب از شیر $۱۰\text{cm}^{۳}/\text{s}$ است یعنی در هر ثانیه $۱۰\text{cm}^{۳}$ آب درون این ظرف می‌ریزد بنابراین در مدت ۱۲/۵s حجم آبی که درون ظرف می‌ریزد، خواهد شد:

$$V=۱۰\times ۱۲/۵=۱۲۵\text{cm}^{۳}$$

۲ ارتفاع آب ۱۵cm شده است که ۱۰cm آن در قسمت پهن ظرف و ۵cm آن در قسمت باریک ظرف است. حجم قسمت پهن را حساب می‌کنیم



$$V_{۱}=A_{۱}h_{۱}=۱۰\times ۱۰=۱۰۰\text{cm}^{۳}$$

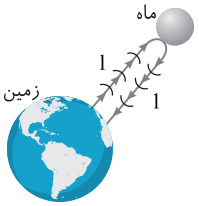
۳ حجم آب در قسمت باریک برابر است با:

$$V=V_{۱}+V_{۲}\Rightarrow ۱۲۵=۱۰۰+V_{۲}\Rightarrow V_{۲}=۲۵\text{cm}^{۳}$$

۴ مساحت سطح مقطع قسمت باریک خواهد شد:

$$V_{۲}=A_{۲}h_{۲}\Rightarrow ۲۵=A_{۲}\times ۵\Rightarrow A_{۲}=۵\text{cm}^{۲}$$

B ۳ ۸۴



مسافتی که موج رادار در رفت و برگشت طی می‌کند مطابق شکل دو برابر فاصلهٔ ماه تا زمین است. با توجه به تعریف تندی که در متوسطه اول خوانده‌اید می‌توان نوشت:

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \Rightarrow \text{مسافت} = \text{زمان} \times \text{تندی} \xrightarrow{\text{تندی موج} = ۳\times۱۰^{۵}\frac{km}{h} = ۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}}$$

$$۲l = ۳\times۱۰^{۸}\times۳ \Rightarrow l = ۴/۵\times۱۰^{۸}m$$

اکنون این فاصله را به یکای نجومی (AU) تبدیل می‌کنیم.

$$l = ۴/۵\times۱۰^{۸}m = ۴/۵\times۱۰^{۸}\times\left(\frac{۱AU}{\underbrace{۱/۵\times۱۰^{۱۱}m}_{\text{ضریب تبدیل متر به یکای نجومی}}}\right) \Rightarrow l = ۳\times۱۰^{-۳}AU$$

B ۲ ۸۵

ابتدا به کمک میانگین‌گیری دورهٔ T را به‌دست می‌آوریم. حواسمان باشد زمان‌های داده شده برای سه دوره (۳T) بوده و عدد گزارش شده در آزمایش اول از بقیهٔ نتایج فاصلهٔ زیادی دارد و در میانگین‌گیری در نظر گرفته نمی‌شود.

$$۳T = \frac{۰/۸۸+۰/۹۴+۰/۸۶+۰/۹۲}{۴} = \frac{۳/۶}{۴} \Rightarrow ۳T = ۰/۹ \Rightarrow T = ۰/۳s$$

اکنون به کمک رابطهٔ بین g و T، شتاب گرانشی را حساب می‌کنیم.

$$g = \frac{۰/۱\pi^{۲}}{(T^{۲})} \Rightarrow g = \frac{۰/۱\times(۳)^{۲}}{(۰/۳)^{۲}} = \frac{۰/۹}{۰/۰۹} = ۱۰\,m/s^{۲}$$

پنجره ۳

A ۳ ۸۶

با تغییر حالت، جرم ثابت می‌ماند اما حجم تغییر می‌کند که باعث تغییر چگالی می‌شود پس گزینهٔ (۱) نادرست است. هم‌چنین با افزایش دما، جسم منبسط می‌شود حجم افزایش و جرم ثابت می‌ماند، در نتیجه چگالی تغییر می‌کند و گزینهٔ (۲) نادرست است.

$$\rho = \frac{m}{V\uparrow} \Rightarrow \text{چگالی کاهش می‌یابد}$$

پرتقال با پوست چگالی کمتری از آب دارد و روی سطح آب باقی می‌ماند اما پرتقال بدون پوست، چگالی‌اش بیشتر از آب است و در آب فرومی‌رود و گزینهٔ (۴) نیز نادرست است.

A ۴ ۸۷

مایع کپسول ضدحریق باید روی مایع شعله‌ور قرار بگیرد تا مانع از رسیدن اکسیژن به مایع شعله‌ور شده و باعث خاموش شدن آتش شود. پس باید چگالی مایع ضدحریق کپسول از چگالی مایع در حال اشتعال کمتر باشد، بنابراین گزینه (۴) درست است.

B ۴ ۸۸

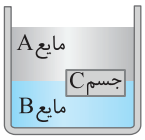
خط فکری مایعی که دارای چگالی بیشتر است ته‌نشین شده و مایع‌ها به ترتیب چگالی از چگالی بیشتر به کمتر از کف ظرف روی هم قرار می‌گیرند و مایع با کمترین چگالی در سطح قرار می‌گیرد، بنابراین شما باید بررسی کنید که چگالی A، B و C نسبت به هم چگونه است. با توجه به فرض مسئله $\rho_A = ۳\rho_B$، از طرفی چگالی مایع C، ۴۰ درصد چگالی مایع A است یعنی خواهیم داشت:

$$\rho_C = \frac{۴۰}{۱۰۰}\rho_A \Rightarrow \rho_C = \frac{۴۰}{۱۰۰}\times۳\rho_B \Rightarrow \rho_C = ۱/۲\rho_B$$

بنابراین ترتیب چگالی‌ها نسبت به هم به‌صورت $\rho_A > \rho_C > \rho_B$ است و A ته‌نشین و B سطح‌نشین و C بین آن‌ها قرار می‌گیرد.

A ۲ ۸۹

یادآوری هرگاه چگالی جسمی از چگالی مایع بیشتر باشد جسم در آن مایع فرو می‌رود و اگر چگالی جسم از چگالی مایع کمتر باشد جسم بر سطح مایع قرار می‌گیرد.



۱ مایع B ته‌نشین شده بنابراین چگالی آن از چگالی A بزرگ‌تر است. $\rho_B > \rho_A$

۲ جسم C درون مایع A فرو رفته و در ته مایع A قرار گرفته بنابراین چگالی جسم C از چگالی مایع A بیشتر است. $\rho_C > \rho_A$

۳ جسم C روی سطح مایع B قرار دارد بنابراین چگالی C از چگالی مایع B کمتر است. $\rho_C < \rho_B$

۴ نتیجه نهایی این است که: $\rho_B > \rho_C > \rho_A$

A ۱ ۹۰

با توجه به تعریف چگالی:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۱/۰۵ = \frac{m}{۵\times۱۰^{+۳}} \Rightarrow m = ۵۲۵۰g \Rightarrow m = ۵/۲۵kg$$

A ۴ ۹۱

چگالی شمش را حساب می‌کنیم. اگر مقدار به‌دست آمده مساوی یا نزدیک به چگالی طلا در جدول باشد، شمش طلا خالص است و در غیر این صورت دارای ناخالصی است.

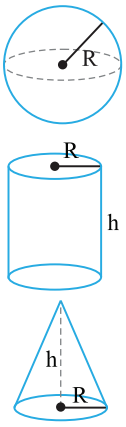
$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[V=۱/۵\times۱۰^{۴}\times۱۰^{-۶}m^{۳}]{m=۲۴۰kg} \rho = \frac{۲۴۰}{۱/۵\times۱۰^{۴}\times۱۰^{-۶}}$$

$$\Rightarrow \rho = ۱۶۰\times۱۰^{۲} = ۱۶\times۱۰^{۳}\,kg/m^{۳}$$

چگالی به‌دست آمده از چگالی طلا در جدول $(۱۹/۳\times۱۰^{۳}\,kg/m^{۳})$ کمتر است بنابراین شمش ناخالص است.

A ۳ ۹۲

یادآوری ریاضی



حجم کره‌ای به شعاع R:

$$V = \frac{۴}{۳}\pi R^{۳}$$

حجم استوانه‌ای به ارتفاع h و شعاع قاعده R:

$$V = \pi R^{۲}h$$

حجم مخروط به ارتفاع h و شعاع قاعده R:

$$V = \frac{۱}{۳}\pi R^{۲}h$$

ابتدا حجم کره را حساب می‌کنیم:

$$V = \frac{۴}{۳}\pi R^{۳} \Rightarrow V = \frac{۴}{۳}\times\pi\times(۵\times۱۰^{-۲})^{۳}$$

$$\Rightarrow V = \frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳}m^{۳}$$

اکنون جرم را به کمک رابطهٔ چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = (۶\times۱۰^{۳})\times\frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳} \Rightarrow m = ۳/۱۴kg$$

بازی با سؤال **می‌خواهیم از فلزی به چگالی $۶g/cm^{۳}$، یک استوانهٔ توخالی با شعاع داخلی ۵cm و شعاع خارجی ۱۰cm و ارتفاع ۲۰cm بسازیم، جرم این استوانه چند کیلوگرم می‌شود؟ $(\pi = ۳)$**

۱) ۷ ۲) ۴۸ ۳) ۲۴ ۴) ۳۶

گزینهٔ ٤

A ۲ ۹۳

حجم مکعب مستطیل را به کمک تعریف چگالی به‌دست می‌آوریم.

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[m=۷/۳۵\times۱۰^{+۳}g]{\rho=۲۲/۵g/cm^{۳}} ۲۲/۵ = \frac{۱/۳۵\times۱۰^{۳}}{V} \Rightarrow V = \frac{۱/۳۵\times۱۰^{۳}}{۲۲/۵}$$

$$\Rightarrow V = ۶۰cm^{۳}$$

اکنون می‌توانیم L را حساب کنیم

$$V = ۳\times L\times(۱/۲۵L) \Rightarrow ۶۰ = ۳/۷۵L^{۲} \Rightarrow L^{۲} = ۱۶ \Rightarrow L = ۴cm$$

A ۹۴ ۱

یادآوری ریاضی حجم مخروط $=\frac{۱}{۳}$(ارتفاع×مساحت قاعده)

با توجه به تعریف چگالی $P=\frac{m}{V}=\frac{۵۴\times۱۰^{-۱}}{\frac{۱}{۳}\times(۳)\times(۱۰^{-۲})\times(۲\times۱۰^{-۱})}=۲۷\times۱۰^{۲}\,kg/m^{۳}$

A ۹۵ ۴

چگالی از ویژگی‌های ساختاری یک عنصر است. مثلاً اگر سیمی را از وسط نصف کنید، جرم هر قسمت آن نیز نصف می‌شود و نسبت $\frac{m}{V}$ یعنی چگالی ثابت می‌ماند و یا اگر آن را از دستگاهی بگذرانید تا باریک شود قطعاً طول آن زیاد می‌شود و حجم آن ثابت می‌ماند و چون جرم آن ثابت است، نسبت $\frac{m}{V}$ یعنی چگالی ثابت است. بنابراین چگالی تغییر نمی‌کند.

A ۹۶ ۳

جرم جسم ثابت است و حجم آن افزایش یافته بنابراین چگالی جسم کاهش می‌یابد $(\rho_{\downarrow}=\frac{m}{V_{\uparrow}})$. با نوشتن رابطه چگالی در دو حالت مسئله قابل حل است.

$$\begin{cases}\rho=\frac{m}{V}\\ \rho'=\frac{m}{V+\frac{۵}{۱۰۰}V}\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{V}{۱/۰۵V}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{۱}{۱/۰۵}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{۱۰۰}{۱۰۵}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{۲۰}{۲۱}$$

بازی با سؤال **درون یک ظرف دارای پیستون مقداری گاز محبوس است. اگر توسط پیستون حجم ظرف را نصف کنیم، چگالی گاز درون ظرف چند برابر می‌شود؟**

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۴۲ ۴) تغییر نمی‌کند

گزینه ۲

A ۹۷ ۳

ابتدا به کمک یک تناسب ساده مجموع جرم انسان‌ها را به‌دست می‌آوریم:

۱	۶۰
۷×۱۰^{۹}	$m_{کل}=۴۲۰\times۱۰^{۹}kg$

با داشتن جرم به کمک چگالی، حجم کل آدم‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow V=\frac{۴۲۰\times۱۰^{۹}}{۱۰۰\times۱۰^{۶}}=۴۲۰۰\,m^{۳}$$

A ۹۸ ۴

با یک تست با محاسبات ریاضی عجیب و غریب روبه‌رو هستیم.

حل تست ساده است با استفاده از حجم کره حجم نوترون را حساب می‌کنیم و چگالی را به‌دست می‌آوریم اما محاسبات آن فراموش نشدنی است. $V=\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times۳\times r^{۳}$

$$V=۴\times(۸/۴)^{۳}\times۱۰^{-۴۸}\times۱۰^{۶}=۴\times(۸/۴)^{۳}\times۱۰^{-۴۲}\,cm^{۳}$$

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۱/۷\times۱۰^{-۲۷}\times۱۰^{۳}}{۴\times(۸/۴)^{۳}\times۱۰^{-۴۲}}=\frac{۱/۷\times۱۰^{-۲۴}}{۴\times(۸/۴)^{۳}\times۱۰^{-۴۲}}$$

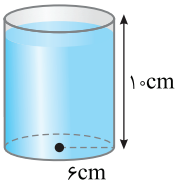
$$\rho=\frac{۱/۷}{۴\times(۸/۴)^{۳}}\times۱۰^{۱۸}=۰/۷۱۷\times۱۰^{۱۵}\Rightarrow\rho=۷/۱۷\times۱۰^{۱۴}\,g/cm^{۳}$$

برای اینکه وارد محاسبات پیچیده نشویم از این راه نیز می‌توانیم پاسخ صحیح را پیدا کنیم:

۸/۴ را تقریباً برابر ۸ می‌گیریم و ۱/۷ را تقریباً برابر ۲: $(۸/۴)^{۳}\simeq۸^{۳}=۵۱۲$

$$\Rightarrow\rho=\frac{۲\times۱۰^{-۲۴}}{۴\times۵۱۲\times۱۰^{-۴۲}}=\frac{۱۰^{-۲۴}}{۱۰۲۴\times۱۰^{-۴۲}}=\frac{۱۰^{۱۸}}{۱۰۲۴}\simeq۱۰^{۱۵}\,g/cm^{۳}$$

A ۹۹ ۴



حداکثر مقدار روغن یعنی تمام ظرف پر از روغن شده باشد، بنابراین حجم روغن باید برابر گنجایش ظرف باشد. گنجایش ظرف را حساب می‌کنیم:

حجم استوانه $=$ مساحت قاعده×ارتفاع $\Rightarrow V=\pi R^{۲}h$

$$\Rightarrow V=۳\times(۶)^{۲}\times۱۰\Rightarrow V=۱۰۸۰\,cm^{۳}$$

جرم روغن خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=۰/۸g/cm^{۳}}m=۰/۸\times۱۰۸۰\Rightarrow m=۸۶۴g$$

A ۱۰۰ ۴

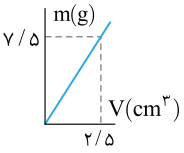
خط فکری جرم ظرف خالی و مجموع جرم ظرف و مایع درون آن را نیز در اختیار داریم بنابراین جرم مایع را می‌توانید به‌دست بیاورید و با تعریف چگالی، حجم مایع درون ظرف را حساب کنید که در واقع گنجایش ظرف به‌دست می‌آید که حجم روغن ریخته شده در ظرف نیز همان حجم ظرف است، بنابراین چگالی روغن قابل محاسبه می‌شود. جرم مایع اول برابر $۵۴۰-۳۰۰=۲۴۰g$ است، به کمک تعریف چگالی حجم مایع که برابر با حجم ظرف است، خواهد شد:

حجم ظرف: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{۲۴۰}{۱/۲}\Rightarrow V=۲۰۰cm^{۳}$

جرم روغن برابر $۴۶۰-۳۰۰=۱۶۰g$ و حجم روغن که همان حجم ظرف است برابر با $۲۰۰cm^{۳}$ است. در این صورت، چگالی روغن را می‌توان حساب کرد.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۱۶۰}{۲۰۰}\Rightarrow\rho=۰/۸g/cm^{۳}=۸۰۰g/L$$

A ۱۰۱ ۱



باتوجه تعریف چگالی $\rho=\frac{m}{V}$، شیب خط نمودار $m-V$ یک جسم برابر چگالی آن است. بنابراین چگالی جسم خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۷/۵}{۲/۵}\Rightarrow\rho=۳g/cm^{۳}=۳\times۱۰^{۳}\,\frac{kg}{m^{۳}}$$

حجم ۲/۲۵kg از این ماده خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۳\times۱۰^{۳}=\frac{۲/۲۵}{V}\Rightarrow V=\frac{۲/۲۵}{۳\times۱۰^{۳}}$$

$$\Rightarrow V=۰/۷۵\times۱۰^{-۳}\,m^{۳}\Rightarrow V=۷/۵\times۱۰^{-۴}\,m^{۳}$$

میانبر چگالی یک جسم ثابت است از این رو می‌توان نوشت: $\frac{m_{۲}}{m_{۱}}=\frac{V_{۲}}{V_{۱}}$

A ۱۰۲ ۴

در دمای ثابت انبساط و انقباض برای جسم رخ نمی‌دهد، بنابراین چگالی آن ثابت است، از طرفی چگالی از ویژگی‌های ساختاری ماده است و با تغییر حجم، چگالی ثابت می‌ماند. به‌طور مثال اگر یک کرهٔ توپر از جنس مس داشته باشید و بخواهید یک کرهٔ توپر بزرگ‌تر از مس بسازید، همگام با افزایش حجم کره، جرم آن نیز تغییر می‌کند به‌طوری که چگالی ثابت می‌ماند.

A ۱۰۳ ۲

خط فکری هرگاه جسمی در مایعی فرو رود، حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم است، بنابراین با تغییر سطح آب درون استوانه شما حجم جسم را در اختیار دارید و می‌توانید چگالی جسم را به‌دست آورید.

حجم گلوله برابر حجم آب جابه‌جا شدهٔ درون استوانه است: $V=۵۴-۵۰=۴cm^{۳}$

چگالی گلوله برابر با $\rho=\frac{m}{V}=\frac{۴۲}{۴}=۱۰/۵g/cm^{۳}$ خواهد شد.

A ۱۰۴ ۱

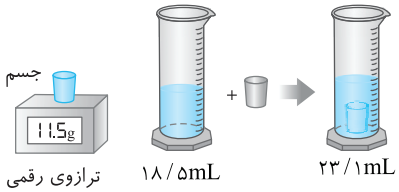
ترازوی رقمی جرم جسم را ۱۱/۵g نشان داده است از طرفی حجم جسم برابر حجم مایع جابه‌جا شده در استوانهٔ مدرج است.

$$V_{جسم}=۲۳/۱-۱۸/۵\Rightarrow V_{جسم}=۴/۶mL=۴/۶cm^{۳}$$

چگالی جسم خواهد شد: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۱۱/۵}{۴/۶}\Rightarrow\rho=۲/۵g/cm^{۳}$

چگالی را برحسب $kg/m^{۳}$ به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=۲/۵\,\frac{g}{cm^{۳}}\times\frac{۱kg}{۱۰^{۳}g}\times\frac{۱۰^{۶}cm^{۳}}{۱m^{۳}}\Rightarrow\rho=۲/۵\times۱۰^{۳}kg/m^{۳}=۲۵۰۰kg/m^{۳}$$



A ۱۰۵ ۱

خط فکری حجم مقدار مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسمی است که در مایع فرو می‌رود. در این مسئله مایع جابه‌جا شده از ظرف بیرون ریخته است بنابراین ابتدا باید حجم مایع بیرون ریخته را به کمک چگالی مایع حساب کنید و این حجم همان حجم قطعه فلز است که به کمک آن می‌توانید جرم قطعه فلز را حساب کنید.

حجم الکل بیرون ریخته شده را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m=۱۶۰g]{\rho=۰/۸g/cm^۳}۰/۸=\frac{۱۶۰}{V}\Rightarrow V=۲۰۰cm^۳$$

بنابراین حجم قطعه فلز برابر $۲۰۰cm^۳$ است و می‌توان جرم آن را حساب کرد.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۲/۷=\frac{m}{۲۰۰}\Rightarrow m=۵۴۰g$$

A ۱۰۶ ۳

مساحت سطح مقطع داخلی استوانه $A=۱۰cm^۲$ و ارتفاع آب جابه‌جا شده $۱۲cm$ است بنابراین حجم آب جابه‌جا شده که برابر حجم جسم است را می‌توان حساب کرد.

$$V_{\text{فلز}}=V_{\text{آب جابه‌جا شده}}=Ah\Rightarrow V_{\text{فلز}}=۱۰\times۱۲=۱۲۰cm^۳$$

جرم قطعه فلز $۹۰۰g$ است بنابراین چگالی فلز برابر خواهد شد با:

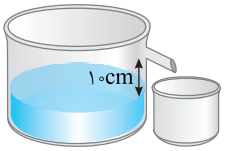
$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۹۰۰}{۱۲۰}\Rightarrow\rho=۷/۵g/cm^۳$$

B ۱۰۷ ۴

وقتی سنگ را درون ظرف قرار می‌دهیم به اندازهٔ حجم سنگ، روغن جابه‌جا می‌شود. بنابراین ابتدا حجم سنگ را حساب می‌کنیم

$$V_{\text{سنگ}}=\Delta V_{\text{روغن}}$$

$$V_{\text{سنگ}}=\left(\frac{m}{\rho}\right)_{\text{سنگ}}=\frac{۱۸۰۰۰}{۵}=۳۶۰۰cm^۳$$



حجم مایع جابه‌جا شده برابر $۳۶۰۰cm^۳$ است. ابتدا حجم مایع را برای ارتفاع $۱۰cm$ ظرف (۱) حساب می‌کنیم. $\Delta V=\pi r^۲\Delta h=۳\times(۱۰)^۲\times۱۰\Rightarrow\Delta V=۳۰۰۰cm^۳$ درون ظرف بنابراین از $۳۶۰۰cm^۳$ مایع جابه‌جا شده $۳۰۰۰cm^۳$ در ظرف (۱) است و باقی آن یعنی $۳۶۰۰-۳۰۰۰=۶۰۰cm^۳$ در ظرف (۲) ریخته شده است. اکنون ارتفاع مایع در ظرف (۲) را حساب می‌کنیم: $\Delta V_۲=\pi r_۲^۲h\Rightarrow۶۰۰=۳\times(۵)^۲\times h\Rightarrow h=۸cm$

B ۱۰۸ ۴

نکته همواره حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم و یا حجم قسمتی از جسم است که در مایع فرو رفته است.

۱ با قرار گرفتن جسم، آب $۲۰cm$ بالا آمده است، حجم آب جابه‌جا شده را حساب می‌کنیم. $\Delta V_{\text{آب}}=A\Delta h\xrightarrow[\Delta h=۲۰cm]{A=۲۰cm^۲}\Delta V_{\text{آب}}=۲۰\times۲۰=۴۰۰cm^۳$

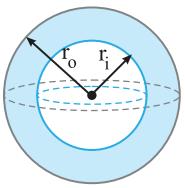
۲ حجم آب جابه‌جا شده برابر $\frac{۱}{۵}$ حجم جسم است که در مایع فرو رفته بنابراین حجم جسم خواهد شد: $\Delta V_{\text{آب}}=\frac{۱}{۵}V_{\text{جسم}}\Rightarrow۲۰۰=\frac{۱}{۵}V_{\text{جسم}}\Rightarrow V_{\text{جسم}}=۱۰۰۰cm^۳$

۳ جرم جسم $۲kg$ و حجم آن $۱۰۰۰cm^۳$ است، بنابراین چگالی جسم برابر است با: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۲}{۱۰۰۰\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow\rho=۲۰۰۰kg/m^۳$

A ۱۰۹ ۱

یادآوری ریاضی حجم کره‌ای با شعاع خارجی r_o و شعاع داخلی r_i از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$V=\frac{۴}{۳}\pi r_o^۳-\frac{۴}{۳}\pi r_i^۳=\frac{۴}{۳}\pi(r_o^۳-r_i^۳)$$



ابتدا حجم کره که از فلز ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi r_{\text{خارجی}}^۳-\frac{۴}{۳}\pi r_{\text{داخلی}}^۳\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times۳\times(۶۴-۲۷)\Rightarrow V=۴\times۳۷cm^۳$$

جرم فلز را به کمک تعریف چگالی حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V=۵\times۴\times۳۷\Rightarrow m=۷۴۰g=۰/۷۴kg$$

A ۱۱۰ ۴

حجم ماده‌ای که پوستهٔ کروی از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم.

$$V=\frac{۴}{۳}\pi(r_o^۳-r_i^۳)\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\pi[(۲a)^۳-a^۳]\Rightarrow V=\frac{۲۸\pi}{۳}a^۳$$

با استفاده از تعریف چگالی، a را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{۳۰}{۷\pi}=\frac{۴\times۱۰^{-۲}\times۱۰^۳}{\frac{۲۸\pi}{۳}a^۳}\Rightarrow۱۰a^۳=۱۰\Rightarrow a=۱cm$$

B ۱۱۱ ۴

حجم ماده‌ای که لوله از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم.

$$V=\pi(r_o^۲-r_i^۲)h\Rightarrow V=\pi[(۱/۱a)^۲-a^۲]\times۱۰a\Rightarrow V=۲/۱\pi a^۳$$

اکنون به کمک تعریف چگالی a را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{۸}{\pi}=\frac{۲/۱\times۱۰^۳}{۲/۱\pi a^۳}\Rightarrow a^۳=\frac{۱۰^۳}{۸}\Rightarrow a=\frac{۱۰}{۲}=۵cm$$

A ۱۱۲ ۲

با توجه به رابطهٔ جرم و چگالی، حجم قسمت توپر را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V_{\text{توپر}}=\frac{۱۸۹۰۰}{۲/۷}=۷۰۰۰cm^۳$$

با توجه به شعاع خارجی، حجم کل گوی را حساب می‌کنیم.

$$V_{\text{کل}}=\frac{۴}{۳}\pi\times r^۳\Rightarrow V_{\text{کل}}=\frac{۴}{۳}\times۳\times(۱۵)^۳=۱۳۵۰۰cm^۳$$

بنابراین حجم حفره که از روغن پر می‌شود، برابر است با:

$$V_{\text{حفره}}=۱۳۵۰۰-۷۰۰۰=۶۵۰۰cm^۳$$

جرم روغن خواهد شد: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V=۰/۸\times۶۵۰۰=۵۲۰۰g=۵/۲kg$

B ۱۱۳ ۲

خط فکری ابتدا با داشتن جرم قطعه طلا و چگالی طلا، حجم طلایی که در ساختن این قطعه به کار رفته است را حساب کنید و با مقایسهٔ حجم طلای به کار برده شده با حجم ظاهری طلا می‌توانید حجم حفرهٔ درون آن را به‌دست آورید.

۱ حجم طلای به کار برده شده در این قطعه برابر است با:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m=۱۹۹/۵g]{\rho=۱۹۰۰۰kg/m^۳=۱۹g/cm^۳}۱۹=\frac{۱۹۹/۵}{V}\Rightarrow V=\frac{۱۹۹/۵}{۱۹}\Rightarrow V=۱۰/۵cm^۳$$

۲ حجم حفرهٔ درون قطعه خواهد شد:

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{فلز}}\Rightarrow V_{\text{حفره}}=۱۲-۱۰/۵=۱/۵cm^۳$$

B ۱۱۴ ۳

ابتدا با توجه به چگالی فلز و جرم مکعب، حجم فلزی که مکعب از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۸=\frac{۶۰۰۰}{V}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=۷۵۰cm^۳$

حال حجم ظاهری مکعب کامل را حساب می‌کنیم: $V=a^۳\Rightarrow V_{\text{مکعب}}=۱۰^۳cm^۳$

حجم مکعب کامل از حجم فلزی که مکعب مسئله از آن ساخته شده بیشتر است، بنابراین مکعب مسئله دارای فضای خالی با حجم $۱۰۰۰-۷۵۰=۲۵۰cm^۳$ است.

B ۱۱۵ ۳

۱ ابتدا حجم ظاهری کرهٔ کامل را حساب می‌کنیم

حجم کره کامل: $V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times۳\times۱۲۵\Rightarrow V=۵۰۰cm^۳$

۲ با توجه به چگالی و جرم کره، حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{m}{\rho}=\frac{۱۰۸۰}{۲/۷}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=۴۰۰cm^۳$

۳ در این صورت حجم حفرهٔ درون کرهٔ فلزی خواهد شد:

$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری کره}}-V_{\text{فلز}}\Rightarrow V_{\text{حفره}}=۵۰۰-۴۰۰=۱۰۰cm^۳$

۴ درصد حجم حفره از حجم کل کره برابر است با: $\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{کره}}}\times ۱۰۰=\frac{۱۰۰}{۵۰۰}\times ۱۰۰=۲۰٪$

بازی با سؤال **درون مکعبی برنزی به جرم $۶/۴kg$ که طول هر ضلع آن $۱۰cm$ است، حفره‌ای وجود دارد، اگر چگالی برنز $۸g/cm^۳$ باشد، چند درصد از حجم این مکعب برنزی را حفره تشکیل داده است؟**

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۵ ۴) ۱۵

گزینهٔ ۱

C ۱۱۶ ۱

۱ حجم ظاهری مکعب برابر است با: $V_{\text{ظاهری}}=a^۳$

۲ حجم حفرهٔ کروی با شعاع $\frac{a}{۲}$ خواهد شد:

$V_{\text{حفره}}=\frac{۴}{۳}\pi r^۳\Rightarrow V_{\text{حفره}}=\frac{۴}{۳}\times ۳(\frac{a}{۲})^۳\Rightarrow V_{\text{حفره}}=\frac{a^۳}{۲}$

۳ حجم فلز به کار رفته برای ساخت این مکعب را حساب می‌کنیم.

$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{فلز}}\Rightarrow \frac{a^۳}{۲}=a^۳-V_{\text{فلز}}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{a^۳}{۲}$

۴ جرم فلز خواهد شد: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۸=\frac{m}{\frac{a^۳}{۲}}\Rightarrow m_{\text{فلز}}=۴a^۳$

۵ حجم مایع درون حفره برابر حجم حفره $\frac{a^۳}{۲}$ است بنابراین جرم مایع را می‌توان حساب کرد. $\rho_{\text{مایع}}=\frac{m_{\text{مایع}}}{V}\Rightarrow ۲=\frac{m_{\text{مایع}}}{\frac{a^۳}{۲}}\Rightarrow m_{\text{مایع}}=a^۳$

۶ با توجه به فرض مسئله مجموع جرم مایع و جرم فلز $۹۵۰g$ است بنابراین می‌توان نوشت: $m_{\text{فلز}}+m_{\text{مایع}}=۹۵۰ \quad (۱)$

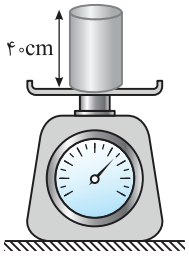
۷ نسبت جرم فلز به جرم مایع را حساب می‌کنیم.

$\frac{m_{\text{فلز}}}{m_{\text{مایع}}}=\frac{۴a^۳}{a^۳}=۴\Rightarrow m_{\text{فلز}}=۴m_{\text{مایع}}$

در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$۴m_{\text{مایع}}+m_{\text{مایع}}=۹۵۰\Rightarrow ۵m_{\text{مایع}}=۹۵۰\Rightarrow m_{\text{مایع}}=۱۹۰g$

بازی با سؤال **مطابق شکل استوانه‌ای توخالی به ارتفاع $۴۰cm$ به شعاع داخلی $۵cm$ و شعاع خارجی R از یک فلز با چگالی $۳۵۰۰kg/m^۳$ ساخته شده است. اگر استوانه را از آب پر کنیم، جرم مجموع برابر $۷/۶۲$ کیلوگرم می‌شود. R چند سانتی‌متر است؟ $(\pi\approx ۳, \rho_{\text{آب}}=۱kg/lit)$**



۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

گزینهٔ ۲

A ۱۱۷ ۱

خط فکری در فرض مسئله چگالی جسم A، ۱/۵ برابر چگالی جسم B است بنابراین شما کافی است $\rho_A=۱/۵\rho_B$ را نوشته و مقدارهای داده شده در مسئله را در این رابطه جای‌گذاری کنید.

$\rho_A=۱/۵\rho_B\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\frac{m_A}{V_A}=۱/۵\frac{m_B}{V_B}$

$\xrightarrow[m_A=?, V_A=۲۰cm^۳]{m_B=۲۰۰g, V_B=۵۰cm^۳}\frac{m_A}{۲۰}=۱/۵\times\frac{۲۰۰}{۵۰}\Rightarrow m_A=۱۲۰g$

بازی با سؤال **چگالی جسم A، $\frac{۲}{۳}$ چگالی جسم B است. اگر جرم $۵۰cm^۳$ از جسم A برابر $۷۵۰g$ باشد، جرم $۶۰cm^۳$ از جسم B چند گرم است؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۹۰۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۱۱۲۵ ۴) ۱۳۵۰

گزینهٔ ۴

A ۱۱۸ ۳

خط فکری نسبت جرم‌ها را داریم $(\frac{m_A}{m_B}=۱)$، نسبت حجم‌ها را حساب کنید تا بتوانید نسبت چگالی‌ها را به‌دست آورید.

نسبت چگالی‌ها برابر است با:

$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{V_B}{V_A}$

$\xrightarrow[r_A=۳cm, r_B=۶cm]{V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳}\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{۴}{۳}\pi(۶)^۳}{\frac{۴}{۳}\pi(۳)^۳}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=۸$

بازی با سؤال **قطر یک گلولهٔ توپر آلومینیمی دو برابر قطر یک گلولهٔ توپر مسی است. اگر جرم گلولهٔ آلومینیمی ۲/۴ برابر جرم گلولهٔ مسی باشد، چگالی آلومینیم چند برابر چگالی مس است؟** خارج ریاضی - ۸۷

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

گزینهٔ ۳

A ۱۱۹ ۱

استوانه و مکعب هم‌جنس هستند. بنابراین $\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=۱$ است.

حجم مکعب برابر است با: $V_۱=a^۳$

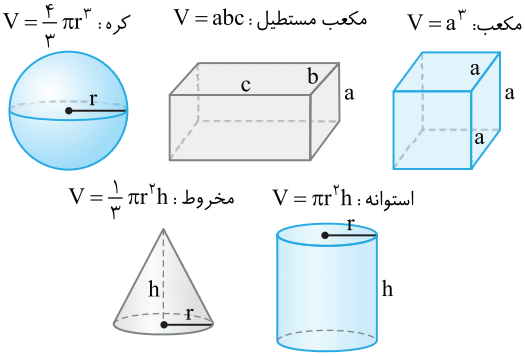
حجم استوانه برابر است با:

$V_۲=\pi r^۲h\xrightarrow[h=a]{r=\frac{a}{۲}}V_{\text{استوانه}}=۳\times(\frac{a}{۲})^۲\times a\Rightarrow V_{\text{استوانه}}=\frac{۳}{۴}a^۳$

نسبت $\frac{m_۲}{m_۱}$ خواهد شد: $\rho_۱=\rho_۲\Rightarrow\frac{m_۱}{V_۱}=\frac{m_۲}{V_۲}\Rightarrow\frac{m_۲}{m_۱}=\frac{V_۲}{V_۱}\Rightarrow\frac{m_۲}{m_۱}=\frac{\frac{۳}{۴}a^۳}{a^۳}=\frac{۳}{۴}$

B ۱۲۰ ۳

یادآوری ریاضی یادآوری حجم بعضی از اجسام هندسی:



جرم مخروط و جرم مکعب با هم برابر است $(m_۱=m_۲)$ ارتفاع مخروط برابر طول ضلع مکعب یعنی $h=a$ و شعاع آن نصف طول ضلع مکعب $(r=\frac{a}{۲})$ است. حجم مخروط خواهد شد:

$V_۱=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h\Rightarrow V_۲=\frac{۱}{۳}\pi(\frac{a}{۲})^۲\times a\xrightarrow{\pi=۳}V_۱=\frac{a^۳}{۴}$

حجم مکعب با ضلع a برابر $V_۲=a^۳$ است.

اکنون $V_۱$ و $V_۲$ را داریم، نسبت $\frac{\rho_۱}{\rho_۲}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}\rho_۱=\frac{m_۱}{V_۱}\\ \rho_۲=\frac{m_۲}{V_۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=\frac{m_۱}{m_۲}\times\frac{V_۲}{V_۱}\xrightarrow{m_۱=m_۲}\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=۱\times\frac{a^۳}{\frac{a^۳}{۴}}\Rightarrow\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=۴$$

B ۱۲۱ ۲

شعاع کرهٔ A، ۲۵ درصد کمتر از شعاع کرهٔ B است.

$$R_A=R_B-۰/۲۵R_B\Rightarrow R_A=\frac{۳}{۴}R_B$$

حال با توجه به نسبت شعاع، نسبت حجم را حساب می‌کنیم:

$$V_A=\frac{۴}{۳}\pi R_A^۳,\quad V_B=\frac{۴}{۳}\pi R_B^۳\xrightarrow{\div}$$

$$\frac{V_A}{V_B}=(\frac{R_A}{R_B})^۳\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=(\frac{۳}{۴})^۳\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{۲۷}{۶۴}$$

جرم کرهٔ A نصف جرم کره B است. به کمک نسبت جرم و حجم، نسبت چگالی را به‌دست می‌آوریم.

$$m_A=\frac{۱}{۲}m_B\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}\rho_AV_A=\frac{۱}{۲}\rho_BV_B$$

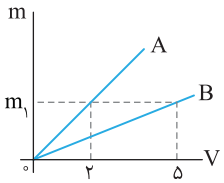
$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۱}{۲}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۶۴}{۲۷}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۳۲}{۲۷}\Rightarrow\rho_A=\frac{۳۲}{۲۷}\rho_B$$

درصد بیشتر بودن ρ_A نسبت به ρ_B را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\rho_A-\rho_B}{\rho_B}\times۱۰۰=\frac{\frac{۳۲}{۲۷}\rho_B-\rho_B}{\rho_B}\times۱۰۰=\frac{۵}{۲۷}\times۱۰۰\sim۱۸/۵٪$$

A ۱۲۲ ۴

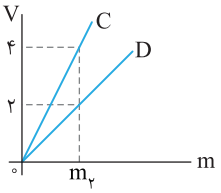
در نمودار (الف) چگالی‌های A و B را با هم مقایسه می‌کنیم:



$$\rho_A=\frac{m_۱}{۲}\ ,\ \rho_B=\frac{m_۱}{۵}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_۱}{۲}}{\frac{m_۱}{۵}}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow\rho_B=\frac{۲}{۵}\rho_A$$

در نمودار (ب) هم چگالی‌ها را مقایسه می‌کنیم:



$$\rho_C=\frac{m_۲}{۴}\ ,\ \rho_D=\frac{m_۲}{۲}$$

$$\frac{\rho_C}{\rho_D}=\frac{\frac{m_۲}{۴}}{\frac{m_۲}{۲}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\rho_D=۲\rho_C$$

B ۱۲۳ ۳

با توجه به نسبت چگالی‌های داده شده و $\rho=\frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho_A=\frac{۵}{۲}\rho_B\Rightarrow\frac{m_A}{V_A}=\frac{۵}{۲}\frac{m_B}{V_B}\xrightarrow[V_B=۴L,V_A=۲L]{m_A=m_B+۱}\frac{m_B+۱}{۲}=\frac{۵}{۲}\frac{m_B}{۴}$$

$$\Rightarrow m_B+۱=\frac{۵}{۴}m_B\Rightarrow\frac{m_B}{۴}=۱\Rightarrow m_B=۴kg$$

جرم ۴L مایع B برابر ۴kg شده است بنابراین چگالی B خواهد شد:

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}=\frac{۴}{۴}=۱kg/L$$

چگالی همواره مقداری ثابت است، بنابراین جرم ۱۰L از جسم B را به کمک چگالی می‌توان حساب کرد:

$$\rho_B=\frac{m'_B}{V'_B}\Rightarrow۱=\frac{m'_B}{۱۰}\Rightarrow m'_B=۱۰kg$$

A ۱۲۴ ۲

هرگاه جسمی درون مایعی قرار گیرد حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم است. اکنون که ظرف در دو حالت لبریز است بنابراین حجم مقدار مایعی که از ظرف بیرون می‌ریزد برابر حجم جسم است. در نتیجه حجم مایع بیرون ریخته در دو حالت یکسان و برابر حجم جسم است.

از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_۱=V_۲\Rightarrow\frac{m_۱}{\rho_۱}=\frac{m_۲}{\rho_۲}\Rightarrow\frac{m}{\rho_۱}=\frac{۲m}{\rho_۲}\Rightarrow\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=۲$$

B ۱۲۵ ۴

خط فکری نسبت چگالی‌ها از ما خواسته شده است بنابراین شما باید ابتدا نسبت جرم‌ها و نسبت حجم‌ها را به‌دست بیاورید سپس نسبت $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ را حساب کنید.

۱ حجم استوانهٔ توپر A برابر است با: $V_A=\pi R^۲h_A=\pi R^۲h$

۲ ارتفاع و شعاع خارجی استوانه توخالی برابر ارتفاع و شعاع استوانهٔ A است. $(R_O=R\ و\ h_A=h_B)$ و شعاع داخلی آن نصف شعاع خارجی است. $(R_i=\frac{R}{۲})$

بنابراین حجم استوانه خواهد شد:

$$V_B=\pi(R_O^۲-R_i^۲)h_B\Rightarrow V_B=\pi(R^۲-\frac{R^۲}{۴})h=\frac{۳}{۴}\pi R^۲h$$

۳ نسبت $\frac{V_B}{V_A}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{V_B}{V_A}=\frac{\frac{۳}{۴}\pi R^۲h}{\pi R^۲h}\Rightarrow\frac{V_B}{V_A}=\frac{۳}{۴}$$

۴ نسبت چگالی‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\xrightarrow{m_A=m_B}\frac{\rho_A}{\rho_B}=۱\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

B ۱۲۶ ۲

با توجه به تعریف چگالی:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=۳\times\frac{\pi(r_B^۲-\frac{r_B^۲}{۴})h_B}{\pi r_A^۲h_A}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=۳\times\frac{(\frac{۳}{۴}r_B^۲)}{(۲r_B)^۲}\times\frac{h_B}{۳h_B}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۳}{۱۶}$$

B ۱۲۷ ۳

یادآوری ریاضی حجم کرهٔ توپر $V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳$ و حجم کرهٔ توخالی با شعاع خارجی R_O و شعاع داخلی R_i برابر است با: $V_{\text{توخالی}}=\frac{۴}{۳}\pi(R_O^۳-R_i^۳)$

با توجه به برابر بودن جرم‌ها و داشتن چگالی‌ها می‌توان نسبت حجم‌ها را حساب کرد.

$$m_A=m_B\Rightarrow\rho_AV_A=\rho_BV_B$$

$$\xrightarrow{\rho_A=۴/۲g/cm^۳,\ \rho_B=۸/۴g/cm^۳}۴/۲\times V_A=۸/۴\times V_B$$

$$\Rightarrow V_A=۲V_B\qquad(۱)$$

شعاع کرهٔ A و شعاع خارجی کرهٔ B یکسان و برابر $R_A=R_{B_O}=R$ است.

حجم کرهٔ A برابر است با: $V_A=\frac{۴}{۳}\pi R^۳$

حجم کرهٔ B برابر است با: $V_B=\frac{۴}{۳}\pi(R_O)^۳-\frac{۴}{۳}\pi(R_i)^۳=\frac{۴}{۳}\pi(R^۳-R_i^۳)$

اکنون حجم‌های به‌دست آمده را در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم و شعاع داخلی B را حساب می‌کنیم.

$$V_A=۲V_B\Rightarrow\frac{۴}{۳}\pi R^۳=۲\times(\frac{۴}{۳}\pi R^۳-\frac{۴}{۳}\pi R_i^۳)$$

$$\Rightarrow۲\times\frac{۴}{۳}\pi R_i^۳=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\Rightarrow R_i^۳=\frac{R^۳}{۲}\Rightarrow R_i=\frac{R}{\sqrt[۳]{۲}}\Rightarrow R_i=\frac{\sqrt[۳]{۴}}{۲}R$$

۱۲۸ B ۲

خط فکری جنس استوانه و جنس کره یکسان است. بنابراین چگالی در دو حالت برابر است و چون ρ ثابت است قطعاً نسبت $\frac{m}{V}$ در دو حالت با هم برابر است. بنابراین شما باید حجم استوانه و کره را حساب کنید، سپس نسبت $\frac{m}{V}$ را در دو حالت برابر قرار دهید.

حجم استوانه را به‌دست می‌آوریم:

$$V_{\text{استوانه}}=[\pi(r_o^2-r_i^2)]\times h$$

$$\xrightarrow{h=2R\,,\,R_o=R\,,\,R_i=\frac{R}{2}}\pi(R^2-\frac{R^2}{4})\times 2R=\frac{3}{2}\pi R^3$$

حجم کره را نیز حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{کره}}=\frac{4}{3}\pi(r_o^3-r_i^3)$$

$$\xrightarrow{r_o=R\,,\,R_i=\frac{R}{2}}V_{\text{کره}}=\frac{4}{3}\pi[R^3-(\frac{R}{2})^3]=\frac{4}{3}\pi(\frac{7}{8}R^3)=\frac{7}{6}\pi R^3$$

چون چگالی ثابت است از این‌رو:

$$\rho_{\text{کره}}=\rho_{\text{استوانه}}\Rightarrow\frac{M_{\text{کره}}}{V_{\text{کره}}}=\frac{M_{\text{استوانه}}}{V_{\text{استوانه}}}\Rightarrow\frac{M_{\text{کره}}}{M_{\text{استوانه}}}=\frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{استوانه}}}$$

$$\Rightarrow\frac{M_{\text{کره}}}{M}=\frac{\frac{7}{6}\pi R^3}{\frac{3}{2}\pi R^3}\Rightarrow M_{\text{کره}}=\frac{7}{9}M$$

۱۲۹ B ۳

۱ حجم آب حاصل از ذوب یخ برابر گنجایش ظرف است $V_{\text{آب}}=720\,cm^3$

۲ جرم آب حاصل از ذوب یخ را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{آب}}=\frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}}\xrightarrow{\rho=1\,g/cm^3}1=\frac{m}{720}\Rightarrow m=720\,g$$

۳ جرم یخ نیز برابر جرم آب تولید شده یعنی $720\,g$ است.

۴ حجم یخ ذوب شده برابر است با: $\rho_{\text{یخ}}=\frac{m_{\text{یخ}}}{V_{\text{یخ}}}\Rightarrow 0/9=\frac{720}{V}\Rightarrow V=800\,cm^3$

۱۳۰ C ۳

خط فکری به چگالی یخ $\rho=0/9\,g/cm^3$ و چگالی آب $\rho_{\text{آب}}=1\,g/cm^3$ دقت کنید. چگالی آب بیشتر از چگالی یخ است با توجه به اینکه هنگام ذوب، جرم جسم ثابت می‌ماند. باید حجم آب از حجم یخ کمتر باشد $\rho=\frac{m_{\text{ثابت}}}{V\downarrow}\uparrow$ به همین دلیل هنگام ذوب یخ، حجم کل مخلوط کاهش یافته است.

جرم یخ و جرم آب حاصل از ذوب آن برابر است: $m_i=m_W$

با توجه به صورت مسئله حجم، $5\,cm^3$ کم شده است یعنی اکنون می‌توان نوشت:

$$V_W=V_i-5$$

$$m_i=m_W\xrightarrow{m=\rho V}\rho_i V_i=\rho_W V_W\Rightarrow 0/9\times V_i=1\times(V_i-5)$$

$$\Rightarrow V_i=50\,cm^3$$

بنابراین جرم یخ خواهد شد: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m_i=\rho_i V_i\Rightarrow m_i=0/9\times 50=45\,g$

بازی با سؤال **ظرفی محتوی آب را که قطعه یخی بر سطح آن شناور است حرارت می‌دهیم تا همهٔ یخ ذوب شود به‌طوری که $3\,cm^3$ از حجم مخلوط آب و یخ کاسته می‌شود. اگر چگالی یخ $0/9\,g/cm^3$ و چگالی آب $1\,g/cm^3$ باشد، حجم یخ اولیه چند سانتی‌متر مکعب بوده است؟**

۱) ۲۷ ۲) ۱/۸ ۳) ۴/۵ ۴) ۳۰

گزینهٔ ۴

۱۳۱ B ۱

یادآوری هرگاه در اثر مخلوط کردن دو جسم، مجموع حجم آن‌ها ثابت بماند در این‌صورت چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}}\Rightarrow\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2}$$

باید ابتدا حجم مایع A و حجم مایع B را به کمک داده‌های مسئله حساب کنیم. چگالی مایع A و B برحسب kg/m^3 خواهد شد.

$$\rho_A=1200\,g/L=1200\frac{g}{L}\times\frac{10^3\,L}{1\,m^3}\times\frac{1\,kg}{10^3\,g}\Rightarrow\rho_A=1200\frac{kg}{m^3}$$

به همین ترتیب $\rho_B=1500\frac{kg}{m^3}$ خواهد شد.

حجم مایع A را حساب می‌کنیم

$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow 1200=\frac{2}{V_A}\Rightarrow V_A=\frac{2}{1200}\Rightarrow V_A=\frac{1}{600}\,m^3$$

حجم مایع B را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow 1500=\frac{4}{V_B}\Rightarrow V_B=\frac{4}{1500}=\frac{2}{750}\,m^3$$

چگالی مخلوط خواهد شد:

$$\rho=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\Rightarrow\rho=\frac{2+4}{\frac{1}{600}+\frac{2}{750}}=\frac{6}{\frac{5+8}{3000}}\Rightarrow\rho=\frac{18000}{13}$$

۱۳۲ B ۳

چگالی مخلوط برابر است با: $\rho=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}$

دقت کنید که در صورت مسئله چگالی مایع A و چگالی مایع B داده شده و نسبت حجم‌ها خواسته شده است. بنابراین ما باید جرم‌ها را برحسب حجم و چگالی بنویسیم.

$$\rho=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\xrightarrow{m=\rho V}\rho=\frac{\rho_A V_A+\rho_B V_B}{V_A+V_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_B=800\,g/L=0/8\,g/cm^3]{\rho_A=600\,g/L=0/6\,g/cm^3}0/75=\frac{0/6V_A+0/8V_B}{V_A+V_B}$$

$$\Rightarrow 0/75V_A+0/75V_B=0/6V_A+0/8V_B\Rightarrow 0/15V_A=0/05V_B$$

$$\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{0/05}{0/15}=\frac{1}{3}$$

۱۳۳ A ۱

چگالی مخلوط برابر است با: $\rho=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2}$

جرم‌ها را برحسب ρV می‌نویسیم $(m=\rho V)$:

$$\rho=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2}\xrightarrow[V_2=\frac{2}{3}V]{V_1=\frac{1}{3}V}\rho=\frac{\rho_1\times\frac{1}{3}V+\rho_2\times\frac{2}{3}V}{V}\Rightarrow\rho=\frac{\rho_1+2\rho_2}{3}$$

۱۳۴ B ۲

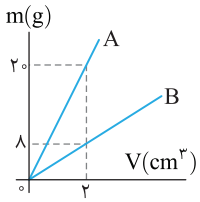
با توجه به نمودار اگر جرم A و B یکسان و $12\,g$ باشد، حجم A برابر $10\,cm^3$ و حجم B برابر $5\,cm^3$ است. حال در سؤال چگالی مخلوط خواسته شده در حالتی که جرم یکسانی از A و B در مخلوط ریخته شود. می‌توان فرض کرد که این جرم یکسان برابر $12\,g$ است:

$$\bar{\rho}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\Rightarrow\bar{\rho}=\frac{12+12}{10+5}=\frac{24}{15}=\frac{8}{5}=1/6\,g/cm^3$$

۱۳۵ B ۳

خط فکری شیب نمودار جرم برحسب حجم یک ماده برابر چگالی آن ماده است، بنابراین ابتدا چگالی‌های دو مادهٔ A و B را حساب کنید. حجم مادهٔ B را بیابید سپس به کمک رابطهٔ چگالی، جرم A را حساب کنید.

۱ چگالی A و B را از روی نمودار به‌دست می‌آوریم:



$\rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow\rho_A=\frac{۲۰}{۲}$

$\Rightarrow\rho_A=۱۰g/cm^۳=۱۰۰۰kg/m^۳$

$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow\rho_B=\frac{۸}{۲}$

$\Rightarrow\rho_B=۴g/cm^۳=۴۰۰۰kg/m^۳$

۲ حجم ۲۰kg از مادهٔ B را حساب می‌کنیم:

$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow۴۰۰۰=\frac{۲۰}{V_B}\Rightarrow V_B=۵\times۱۰^{-۳}m^۳$

۳ رابطهٔ چگالی مخلوط را می‌نویسیم و داده‌ها را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

$\rho=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\xrightarrow{V_A=\frac{m_A}{\rho_A}}۸۰۰۰=\frac{m_A+۲۰}{\frac{m_A}{۱۰۰۰۰}+۵\times۱۰^{-۳}}$

$\Rightarrow۰/۸m_A+۴۰=m_A+۲۰\Rightarrow۲۰=۰/۲m_A\Rightarrow m_A=۱۰۰kg$

C ۳ ۱۳۶

در حالت اول نصف ظرف از هر کدام از مایع‌ها پر شده پس حجم دو مایع با هم برابر است:

$\left.\begin{array}{l}V_A=V_B=V\\m_A=\rho_AV\\m_B=\rho_BV\end{array}\right\}\Rightarrow\rho_{مخلوط}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}=\frac{\rho_AV+\rho_BV}{V+V}=\frac{\rho_A+\rho_B}{۲}=۳$

$\Rightarrow\rho_A+\rho_B=۶\quad(۱)$

در حالت دوم جرم یکسانی از دو ماده با هم مخلوط شده بنابراین:

$\left.\begin{array}{l}m_A=m_B=m\\V_A=\frac{m}{\rho_A}\\V_B=\frac{m}{\rho_B}\end{array}\right\}\Rightarrow\rho_{مخلوط}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}=\frac{۲m}{\frac{m}{\rho_A}+\frac{m}{\rho_B}}=\frac{۸}{۳}$

$\Rightarrow\frac{۱}{\frac{۱}{\rho_A}+\frac{۱}{\rho_B}}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\frac{۱}{\rho_A}+\frac{۱}{\rho_B}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\frac{\rho_A+\rho_B}{\rho_A\rho_B}=\frac{۳}{۴}\qquad(۲)$

به معادلهٔ (۱) و (۲) دقت کنید. دو معادله با دو مجهول ρ_A و ρ_B، دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$\frac{\frac{\rho_A+\rho_B}{\rho_A\rho_B}}{\frac{\rho_A+\rho_B}{۱}}=\frac{۳}{۶}\Rightarrow۴\times۶=۳\rho_A\rho_B\Rightarrow\rho_A=\frac{۸}{\rho_B}$

اکنون مقدار به دست آمده را در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم

$\rho_A+\rho_B=۶\Rightarrow\frac{۸}{\rho_B}+\rho_B=۶\Rightarrow۸+\rho_B^۲=۶\rho_B\Rightarrow\rho_B^۲-۶\rho_B+۸=۰$

$\Rightarrow(\rho_B-۲)(\rho_B-۴)=۰\Rightarrow\rho_B=۲g/cm^۳$ یا $۴g/cm^۳$

بنابراین چگالی A نیز برابر است با:

$\rho_A+\rho_B=۶g/cm^۳\Rightarrow\rho_A=۲g/cm^۳$ یا $۴g/cm^۳$

B ۴ ۱۳۷

ابتدا ارتفاع مایع‌ها را حساب می‌کنیم:

$m_A=m_B\Rightarrow\rho_AV_A=\rho_BV_B\Rightarrow۱/۲\times A\times h_A=۰/۸\times A\times h_B$

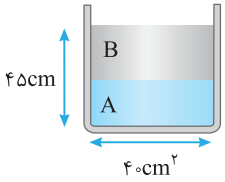
$\Rightarrow h_B=۱/۵h_A$

$h_A+h_B=۴۵cm\Rightarrow۲/۵h_A=۴۵\Rightarrow h_A=۱۸cm, h_B=۲۷cm$

$V_A=Ah_A\Rightarrow V_A=۴۰\times۱۸=۷۲۰cm^۳, m_A=\rho_AV_A$

$m_A=۱/۲\times۷۲۰=۸۶۴g$

$V_B=Ah_B=۴۰\times۲۷=۱۰۸۰cm^۳\Rightarrow m_B=\rho_BV_B\Rightarrow m_B=۰/۸\times۱۰۸۰=۸۶۴g$



$\rho_B=۰/۸g/cm^۳$

$\rho_A=۱/۲g/cm^۳$

اکنون چگالی مخلوط را حساب می‌کنیم:

$\rho_{مخلوط}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}=\frac{۱۷۲۸}{۱۸۰۰}=۰/۹۶g/cm^۳$

روش دیگر: با استفاده از تعریف چگالی، جرم مایع‌ها را می‌نویسیم و برابر قرار می‌دهیم:

$m_A=\rho_AV_A, m_B=\rho_BV_B, ۱/۲V_A=۰/۸V_B\Rightarrow$

$\frac{V_B}{V_A}=۱/۵\Rightarrow V_B=۱/۵V_A$

رابطهٔ چگالی مخلوط در مایع برابر است با:

$\rho=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\Rightarrow\rho=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B}{V_A+V_B}=\frac{۱/۲V_A+۰/۸(۱/۵V_A)}{۲/۵V_A}$

$=\frac{۲/۴}{۲/۵}=۰/۹۶g/cm^۳$

B ۴ ۱۳۸

خط فکری باید به سراغ یافتن حجم آب و حجم مایع برویم. حجم آب به راحتی به‌دست می‌آید اما برای یافتن حجم مایع باید از رابطهٔ چگالی مخلوط استفاده کنید. اکنون به مراحل زیر دقت کنید.

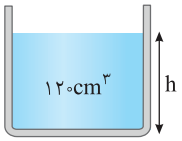
۱ ۸۰ گرم آب به چگالی $۱g/cm^۳$ با m گرم مایع به چگالی $۱/۶g/cm^۳$ مخلوط کرده‌ایم. ابتدا حجم هر دو مایع را حساب می‌کنیم:

$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow\begin{cases}V_W=\frac{m_W}{\rho_W}\Rightarrow V_W=\frac{۸۰}{۱}=۸۰cm^۳\\V_{مایع}=\frac{m_{مایع}}{\rho_{مایع}}\Rightarrow V_{مایع}=\frac{m}{۱/۶}\end{cases}$

۲ اکنون چگالی مخلوط را می‌نویسیم و داده‌ها را در آن قرار می‌دهیم و جرم مایع را حساب می‌کنیم.

$\rho_{مخلوط}=\frac{m_W+m_{مایع}}{V_W+V_{مایع}}=\frac{۸۰+m}{۸۰+\frac{m}{۱/۶}}=۱/۲\Rightarrow۸۰+m=۹۶+\frac{۱/۲}{۱/۶}m$

$\Rightarrow۸۰+m=۹۶+\frac{۳}{۴}m\Rightarrow\frac{m}{۴}=۱۶\Rightarrow m=۶۴g$



۳ با داشتن جرم مایع حجم آن را حساب می‌کنیم:

$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V_{مایع}=\frac{m_{مایع}}{\rho_{مایع}}\Rightarrow V_{مایع}=\frac{۶۴}{۱/۶}=۴۰cm^۳$

۴ حجم مخلوط برابر مجموع حجم آب و حجم مایع است از این‌رو:

$V_{مخلوط}=V_W+V_{مایع}=۸۰+۴۰=۱۲۰cm^۳$

۵ با داشتن حجم مخلوط و سطح مقطع ظرف، ارتفاع مخلوط در ظرف را حساب می‌کنیم.

$V_{مخلوط}=A_{ظرف}\times h\Rightarrow۱۲۰=۲۰\times h\Rightarrow h=۶cm$

B ۱ ۱۳۹

حجم آلیاژ $۵۰cm^۳$ است که $۱۰cm^۳$ از مجموع حجم دو ماده کمتر است یعنی می‌توان نوشت: $V_۱+V_۲=۵۰+۱۰\Rightarrow V_۱+V_۲=۶۰cm^۳\quad(۱)$

جرم آلیاژ برابر مجموع جرم دو مادهٔ تشکیل‌دهندهٔ آن است.

$m_{آلیاژ}=m_۱+m_۲\xrightarrow[m_{آلیاژ}=۱۸۰g]{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}۱۸۰=\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲$

$\xrightarrow{\rho_۱=۲g/cm^۳,\rho_۲=۴g/cm^۳}۱۸۰=۲V_۱+۴V_۲$

$\Rightarrow V_۱+۲V_۲=۹۰cm^۳\qquad(۲)$

اکنون با حل دو معادله دو مجهول معادلات (۱) و (۲)، حجم اولیه هر یک از دو ماده را حساب می‌کنیم

$$\begin{cases} V_1+V_2=60 \\ V_1+2V_2=90 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}}$$

$$V_1+2V_2-V_1-V_2=90-60\Rightarrow V_2=30cm^3$$

بنابراین حجم V_1 خواهد شد: $V_1+V_2=60\Rightarrow V_1+30=60\Rightarrow V_1=30cm^3$

B ۲ ۱۴۰

مجموع حجم‌های طلا و نقره برابر $5cm^3$ و مجموع جرم آن‌ها $68g$ است، بنابراین:

$$V_{Au}+V_{Ag}=5\Rightarrow V_{Au}=5-V_{Ag}\ (I)$$

$$m_{Au}+m_{Ag}=68g\Rightarrow \rho_{Au}V_{Au}+\rho_{Ag}V_{Ag}=68$$

$$\Rightarrow 19V_{Au}+10V_{Ag}=68\ (II)$$

از رابطهٔ (I) در رابطهٔ (II) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$19\times(5-V_{Ag})+10V_{Ag}=68\Rightarrow 95-19V_{Ag}+10V_{Ag}=68$$

$$27=9V_{Ag}\Rightarrow V_{Ag}=3cm^3$$

جرم نقره خواهد شد: $m_{Ag}=\rho_{Ag}V_{Ag}=10\times3\Rightarrow m_{Ag}=30g$

بازی با سوال **جواهرفروشی در ساختن یک قطعه جواهر به جای طلای خالص، مقداری نقره نیز به کار برده است. اگر حجم قطعهٔ ساخته شده ۵ سانتی‌متر مکعب و چگالی آن $13/6g/cm^3$ باشد، جرم نقرهٔ به کار رفته چند گرم است؟ (چگالی نقره و طلا به‌ترتیب $10g/cm^3$ و $19g/cm^3$ فرض شود.)** خارج ریاضی - ۹۵

۱) ۸ ۲) ۳۰ ۳) ۳۴ ۴) ۳۸

گزینهٔ ۲

C ۴ ۱۴۱

مساحت سطح مقطع میله و طول میله را در اختیار داریم بنابراین می‌توانیم حجم میله را حساب کنیم. $V=AL\Rightarrow V=2\times10^{-4}\times1/7\Rightarrow V=3/4\times10^{-4}m^3$

حجم میله برابر مجموع حجم دو ماده است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_A+V_B=3/4\times10^{-4}m^3 \quad (1)$$

ترازو وزن کل میله را $13/2N$ نشان می‌دهد بنابراین جرم آن برابر است با:

$$W=mg\Rightarrow 13/2=m\times10\Rightarrow m=1/32kg$$

جرم میله برابر مجموع جرم دو ماده است بنابراین خواهیم داشت:

$$m_A+m_B=1/32kg \xrightarrow{m=\rho V} \rho_AV_A+\rho_BV_B=1/32$$

$$\xrightarrow[\rho_B=4500g/L=4500kg/m^3]{\rho_A=2/4g/cm^3=2400kg/cm^3} 2400V_A+4500V_B=1/32 \quad (2)$$

از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$2400V_A+4500(3/4\times10^{-4}-V_A)=1/32$$

$$2400V_A+1/53-4500V_A=1/32\Rightarrow 2100V_A=0/21$$

$$V_A=\frac{0/21}{2100}=10^{-4}cm^3$$

حجم جسم A و سطح مقطع میله را داریم بنابراین می‌توانیم طول میلهٔ A را حساب کنیم. $V_A=AL_A\Rightarrow 10^{-4}=2\times10^{-4}L_A\Rightarrow L_A=0/5m$

B ۲ ۱۴۲

یادآوری ۱ ابتدا یکای چگالی B را برحسب kg/m^3 به‌دست آوریم، کافی است $2g/cm^3$ را در 10^3 ضرب کنید. $\rho_B=2g/cm^3\Rightarrow\rho_B=2000kg/m^3$

یادآوری ۲ عدد چگالی برحسب g/L برابر عدد چگالی برحسب kg/m^3 است، بنابراین چگالی مخلوط در SI خواهد شد:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=1500g/L\Rightarrow\rho_{\text{مخلوط}}=1500kg/m^3$$

۱ جرم کل مخلوط برابر است با:

$$m_{\text{مخلوط}}=m_A+m_B+m_C=150+100+200=450g\Rightarrow m_{\text{مخلوط}}=0/45kg$$

۲ حجم مخلوط را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}}\Rightarrow 1500=\frac{0/45}{V_{\text{مخلوط}}}\Rightarrow V_{\text{مخلوط}}=3\times10^{-4}m^3=300cm^3$$

۳ حجم مایع A خواهد شد:

$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A}\xrightarrow[\rho_A=800kg/m^3]{m_A=0/15kg}800=\frac{0/15}{V_A}$$

$$\Rightarrow V_A=\frac{0/15}{800}m^3\Rightarrow V_A=187/5cm^3$$

۴ حجم مایع B خواهد شد:

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}\xrightarrow{m_B=0/1kg}2000=\frac{0/1}{V_B}\Rightarrow V_B=50cm^3$$

۵ حجم مایع C را با توجه به حجم مایع‌های A و B و حجم کل به‌دست می‌آوریم:

$$V_A+V_B+V_C=V_{\text{مخلوط}}\Rightarrow 187/5+50+V_C=300\Rightarrow V_C=62/5cm^3$$

۶ حال با توجه به حجم و جرم مایع C، چگالی ρ' را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho'=\frac{m_C}{V_C}\Rightarrow\rho'=\frac{200\times10^{-3}}{62/5\times10^{-6}}=3200\frac{kg}{m^3}$$

B ۳ ۱۴۳

با توجه به داده‌های مسئله می‌توان نوشت:

$$\rho=\frac{m_A+m_B+m_C}{V_A+V_B+V_C}\Rightarrow\rho=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B+\rho_CV_C}{V_A+V_B+V_C}$$

$$\rho=\frac{4\times0/2V_{\text{آلیاژ}}+6\times0/3V_{\text{آلیاژ}}+2\times0/5V_{\text{آلیاژ}}}{V_{\text{آلیاژ}}}\Rightarrow\rho=0/8+1/8+1$$

$$\Rightarrow\rho=3/6g/cm^3$$

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۱ ۱۴۴

خط فکری حجم آبی که بیرون می‌ریزد برابر حجم جسم است بنابراین ابتدا حجم آب را حساب کنید سپس حجم آب را با حجم لوله $V=\pi(r_o^2-r_i^2)h$ برابر قرار دهید.

۱ حجم آب سر ریز شده را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[\rho=1g/cm^3]{m=9kg=9000g}1=\frac{\frac{9000}{8}}{V}\Rightarrow V=\frac{9000}{8}cm^3$$

۲ این حجم برابر حجم لوله است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$V=\pi(r_o^2-r_i^2)h\xrightarrow[r_o=10cm,\ h=5cm]{\pi\approx3}\frac{9000}{8}=3(10^2-r_i^2)\times5$$

$$\Rightarrow\frac{600}{8}=100-r_i^2\Rightarrow r_i^2=100-\frac{600}{8}=\frac{200}{8}\Rightarrow r_i^2=\frac{100}{4}\Rightarrow r_i=\frac{10}{2}=5cm$$

B ۱ ۱۴۵

۱ با خارج کردن قطعه فلزی از درون ظرف، سطح آب $2cm$ پایین رفته است، حجم این آب جابه‌جا شده را حساب می‌کنیم. $V=Ah\Rightarrow V=16\times2=32cm^3$

۲ حجم ظاهری این قطعه فلزی با حجم آب جابه‌جا شده برابر است. $V_{\text{ظاهری}}=32cm^3$

۳ حجم فلزی که قطعه فلزی از آن ساخته شده است را به کمک جرم آن $(m_{\text{فلز}}=210g)$ و چگالی آن $(\rho_{\text{فلز}}=7g/cm^3)$ حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow 7=\frac{210}{V_{\text{فلز}}}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{210}{7}=30cm^3$$

۴ حجم حفره درون قطعه فلز برابر با حجم ظاهری قطعه فلز منهای حجم فلزی است که قطعه از آن ساخته شده است. $V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{فلز}}=32-30=2cm^3$

۱ ۱۴۶ B

خط فکری برای آنکه وضعیت پوسته را درون مایع مشخص کنید ابتدا باید چگالی مجموعه را حساب کنید. اگر این چگالی از چگالی مایع کمتر باشد، مجموعه بر سطح مایع شناور و یا درون آن غوطه‌ور می‌ماند و اگر چگالی به‌دست آمده از چگالی مایع بیشتر باشد، مجموعه درون مایع ته‌نشین می‌شود، بنابراین باید چگالی مجموعه را حساب کنید.

۱ حجم فلزی که پوسته از آن ساخته شده است را حساب می‌کنیم.

$$V=\frac{۴}{۳}\pi(r_o^۳-r_i^۳)\xrightarrow[r_i=۴cm,\ \pi=۳]{r_o=۵cm}V=\frac{۴}{۳}\times۳(۵^۳-۴^۳)$$

$$\Rightarrow V=۴(۱۲۵-۶۴)\Rightarrow V=۴(۶۱)=۲۴۴cm^۳$$

۲ جرم فلز به‌کار برده شده در پوسته را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho_{فلز}=۳g/cm^۳}۳=\frac{m}{۲۴۴}\Rightarrow m=۷۳۲g$$

۳ حجم آب درون حفره برابر است با:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳\Rightarrow V_{آب}=\frac{۴}{۳}\times۳\times(۴)^۳\Rightarrow V_{آب}=۲۵۶cm^۳$$

۴ جرم آب برابر خواهد شد با:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۱=\frac{m_{آب}}{۲۵۶}\Rightarrow m_{آب}=۲۵۶g$$

۵ چگالی مجموعه را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{مجموعه}=\frac{m_{آب}+m_{فلز}}{V_{آب}+V_{فلز}}=\frac{۲۵۶+۷۳۲}{۲۵۶+۲۴۴}=\frac{۹۸۸}{۵۰۰}\Rightarrow\rho_{مجموعه}=۱/۹۷۶g/cm^۳>۱/۶g/cm^۳$$

چگالی مجموعه از چگالی مایع بیشتر است و مجموعه در مایع ته‌نشین می‌شود.

۴ ۱۴۷ B

چگالی اسفنج برابر $\rho=m/V$ است. وقتی اسفنج درون آب قرار می‌گیرد و آب جذب می‌کند حجم مجموعه همان حجم اولیهٔ اسفنج است، بنابراین چگالی جدید برابر است با:

$$\rho'=\frac{m_{اسفنج}+m_{\text{آب جذب شده}}}{V}\xrightarrow{\rho'=۴\rho}\frac{m+m_{آب}}{V}=۴\frac{m}{V}\Rightarrow m_{آب}=۳m$$

۲ ۱۴۸ B

خط فکری برای اینکه کره در آب فرو نرود باید چگالی آن کمتر از چگالی آب باشد و برای اینکه کره درون مایع فرو رود باید چگالی کره از چگالی مایع بیشتر باشد، $\rho_{آب}>\rho_{کره}>\rho_{مایع}$ باشد، بنابراین چگالی کرهٔ توپر را بررسی می‌کنیم.

با توجه به خط فکری بیان شده چگالی کره را بین چگالی مایع و آب قرار می‌دهیم و حجم کره را بررسی می‌کنیم:

$$\rho_{مایع}<\rho_{کره}<\rho_{آب}\Rightarrow۵۰۰<\frac{m_{کره}}{V_{کره}}<۱۰۰۰$$

$$\Rightarrow۵۰۰<\frac{۴}{V_{کره}}<۱۰۰۰\Rightarrow۱۲۵<\frac{۱}{V_{کره}}<۲۵۰\Rightarrow\frac{۱}{۲۵۰}<V_{کره}<\frac{۱}{۱۲۵}$$

اکنون با توجه به حجم کره $(\frac{۴}{۳}\pi R^۳)$ خواهیم داشت:

$$۴\times۱۰^{-۳}<\frac{۴}{۳}\pi R^۳<۸\times۱۰^{-۳}\Rightarrow۴\times۱۰^{-۳}<۴R^۳<۸\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow۱۰^{-۳}<R^۳<۲\times۱۰^{-۳}\Rightarrow۱۰^{-۱}<R<\sqrt[۳]{۲\times۱۰^{-۱}}\Rightarrow۰/۱m<R<۰/۱۲۶m$$

پس شعاع انتخابی بین ۱۰cm تا ۱۲/۶cm است که تنها گزینه (۲) در این بازه قرار می‌گیرد.

۴ ۱۴۹ B

حجم کل جسم از حجم فلز A، حجم فلز B و حجم حفرهٔ درون آن تشکیل شده است. اگر حجم جسم را V در نظر بگیریم: $V=V_A+V_B+V_{حفره}$

با توجه به سؤال ۲۵درصد حجم جسم یعنی $\frac{۲۵}{۱۰۰}=\frac{۱}{۴}$ حجم جسم از فلز A ساخته شده است و $V_A=\frac{V}{۴}$ است. می‌خواهیم بدانیم چند درصد از حجم جسم، از فلز B است.

درصد حجم فلز B را با x نشان می‌دهیم: $V_B=\frac{x}{۱۰۰}V_{جسم}$

$$\rho_{جسم}=\frac{m_A+m_B}{V_{جسم}}=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B}{V_{جسم}}$$

$$\Rightarrow۷=\frac{۸(\frac{۲۵}{۱۰۰}V_{جسم})+۲۰(\frac{x}{۱۰۰}V_{جسم})}{V_{جسم}}\Rightarrow۷=۲+۰/۲x\Rightarrow۵=۰/۲x\Rightarrow x=۲۵$$

۲۵ درصد حجم جسم از فلز B است.

۲ ۱۵۰ C

می‌خواهیم جرم کره را حساب کنیم، بنابراین باید حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را به‌دست بیاوریم. حجم فلز برابر است با:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi(R_o^۳-R_i^۳)\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\pi(R_۲^۳-R_۱^۳)=\frac{۴}{۳}\pi(R_۲-R_۱)(R_۲^۲+R_۱R_۲+R_۱^۲)$$

$$\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\pi(R_۲-R_۱)[(R_۲+R_۱)^۲-R_۱R_۲]\qquad(۱)$$

از اینجا به بعد، شما باید به کمک ریاضی مسئله را حل کنید، تفاضل $(R_۲-R_۱)$ و مجموع $(R_۲+R_۱)$ را در اختیار دارید. به کمک آن‌ها $R_۱R_۲$ را باید حساب کنید.

$$\begin{cases}R_۲+R_۱=a\\R_۲-R_۱=b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R_۲^۲+R_۱^۲+۲R_۱R_۲=a^۲\\R_۲^۲+R_۱^۲-۲R_۱R_۲=b^۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow۴R_۱R_۲=a^۲-b^۲\Rightarrow R_۱R_۲=\frac{a^۲-b^۲}{۴}$$

با جای‌گذاری در رابطه (۱) مسئله قابل حل است.

$$V=\frac{۴}{۳}\times۳(b)[a^۲-\frac{a^۲-b^۲}{۴}]\Rightarrow V=۴b(\frac{۴a^۲-a^۲+b^۲}{۴})\Rightarrow V=b(۳a^۲+b^۲)$$

جرم کره خواهد شد: $m=\rho V\Rightarrow m=\rho b(۳a^۲+b^۲)$

۳ ۱۵۱ C

نکته چگالی آب $۱g/cm^۳$ است، بنابراین همواره عدد حجم آب برحسب $cm^۳$ با عدد جرم آب برحسب g برابر است به‌طور مثال جرم $۵cm^۳$ آب $۵g$ است.

چگالی محلول آب و نمک در حالت اول برابر است با:

$$\rho_{محلول}=\frac{m_{محلول}}{V_{محلول}}\Rightarrow\frac{m_{محلول}}{V_{محلول}}=۱/۲$$

$$\xrightarrow{V_{محلول}=۱L=۱۰۰۰cm^۳}m_{محلول}=۱۰۰۰\times۱/۲=۱۲۰۰g$$

پس از آنکه مقداری آب بخار می‌شود، چگالی $۱/۵g/cm^۳$ می‌شود. البته اگر به اندازهٔ x گرم از آب بخار شود، حجم آب بخار شده نیز x سانتی‌متر مکعب است، بنابراین جرم محلول در حالت جدید خواهد شد $۱۲۰۰-x$ و حجم محلول نیز $۱۰۰۰-x$ خواهد شد بنابراین:

$$\rho'=\frac{m-x}{V_{محلول}-x}=۱/۵\Rightarrow\frac{۱۲۰۰-x}{۱۰۰۰-x}=۱/۵$$

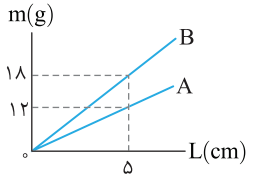
$$\Rightarrow۱۲۰۰-x=۱۵۰۰-۱/۵x\Rightarrow۰/۵x=۳۰۰\Rightarrow x=۶۰۰cm^۳$$

۴ ۱۵۲ B

چگالی A و B را جداگانه می‌نویسیم:

$$\begin{cases}\rho_A=\frac{m_A}{V_A}=\frac{m_A}{L_AA_A}\ (۱)\\\rho_B=\frac{m_B}{V_B}=\frac{m_B}{L_BV_B}\ (۲)\end{cases}\xrightarrow{\text{تقسیم طرفین}}\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{L_A}\times\frac{L_B}{m_B}\times\frac{A_B}{A_A}\ (۳)$$

با توجه به نمودار، نسبت $\frac{m}{L}$ برای هر استوانه به‌دست می‌آید:



$$\frac{m_A}{L_A}=\frac{۱۲}{۵}\quad,\quad\frac{m_B}{L_B}=\frac{۱۸}{۵}$$

مقادیر به‌دست آمده را در رابطهٔ (۳) قرار می‌دهیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۱۲}{۵}\times\frac{۵}{۱۸}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow{\frac{A_B}{A_A}=\frac{۱}{۲}}\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۱۲}{۱۸}\times\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{۴}{\rho_B}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\rho_B=۱۲g/cm^۳$$

فصل دوم: ویژگی‌های فیزیکی مواد

پنجره ۱

A ۱۵۳ ۲

ذره‌های سازندهٔ مواد همواره در حرکت‌اند و بر هم نیرو وارد می‌کنند و گزارهٔ (الف) درست است. / ذرات جسم جامد به سبب نیروهای الکتریکی که به یکدیگر وارد می‌کنند در کنار یکدیگر می‌مانند و گزارهٔ (ب) نادرست است. / حالت ماده به چگونگی حرکت ذرات و بزرگی نیروی بین ذرات بستگی دارد و گزارهٔ (پ) درست است. / پلاسما اغلب (نه همواره) در دماهای خیلی بالا به‌وجود می‌آید بنابراین گزاره (ت) نادرست است.

A ۱۵۴ ۲

نیروی بین مولکولی در جامدها بیشتر از نیروی بین مولکولی در مایع‌ها و در مایع‌ها نیز بیشتر از نیروی بین مولکولی در گازها است. $F_s > F_l > F_g$

A ۱۵۵ ۳

فاصلهٔ ذرات سازندهٔ مایع و جامد تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم $(10^{-10}\,m)$ است. اما فاصلهٔ بین مولکول‌ها در گازها بسیار بیشتر از مایعات و جامدات است. بنابراین $|d_s \sim d_l < d_g|$

A ۱۵۶ ۴

جامدها به دو دستهٔ جامدهای بلورین و جامدهای بی‌شکل تقسیم می‌شوند. هر گاه یک جسم مذاب (مایع) را به آهستگی سرد کنیم، مولکول‌ها وقت کافی برای ایجاد شبکهٔ بلوری خواهند داشت. این جامدها، جامدهای بلورین نامیده می‌شوند و فلزات و بیشتر سنگ‌ها مانند آهن، الماس و نمک طعام جزء جامدهای بلورین هستند. هر گاه یک جسم مذاب (مایع) را به سرعت سرد کنیم، مولکول‌ها فرصت کافی برای تشکیل شبکهٔ بلوری ندارند و جامد بی‌شکل مانند شیشه تشکیل می‌شود.

بنابراین آهن جزء دستهٔ جامدهای بلورین و شیشه، جامد بی‌شکل (آمورف) است.

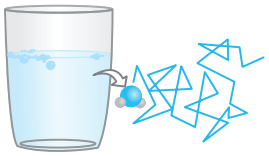
اما مادهٔ درون ستارگان و شفق قطبی مربوط به حالت چهارم ماده یعنی پلاسما است که اغلب در دماهای خیلی بالا به‌وجود می‌آید.

A ۱۵۷ ۲

شکل (الف) دارای طرح‌های منظم تکرارشونده است. بنابراین مربوط به جامد بلورین است و شکل (ب) دارای طرح‌های منظم نیست و مربوط به جامد آمورف مانند شیشه است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند.

شکل (الف) که مربوط به جامد بلورین است هنگام سرد کردن آرام مایع تشکیل می‌شود و شکل (ب) که مربوط به جامد بی‌شکل (آمورف) است از سرد کردن سریع مایع به وجود می‌آید و گزینهٔ (۲) درست است.

A ۱۵۸ ۳



در مایع‌ها مانند گازها مولکول‌ها در حال حرکت بوده و با یکدیگر برخورد دارند. مولکول‌های قطرهٔ جوهر نیز در مسیر خود دائماً با مولکول‌های آب برخورد کرده و دائماً تغییر جهت می‌دهند که به این پدیده فرایند پخش می‌گویند. این پدیده سبب می‌گردد که قطره جوهر در آب پخش شود.

A ۱۵۹ ۳

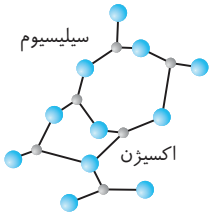
مولکول‌های مایع نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به صورت نامنظم و نزدیک به یکدیگر قرار گرفته‌اند و گزینهٔ (۱) درست است.

فاصلهٔ میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازهٔ آن‌ها، خیلی بیشتر است و گزینهٔ (۲) درست است.

سرعت پدیدهٔ پخش در گازها از سرعت پدیدهٔ پخش در مایع‌ها بیشتر است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

اتم‌های برخی از جامدها در طرح‌های منظمی کنار یکدیگر قرار دارند. جامدهایی را که از یک الگوی سه بعدی تکرارشونده از این واحدهای منظم ساخته می‌شوند، جامدهای بلورین می‌نامند و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۶۰ ۲



ذرات سازندهٔ جامدهای بی‌شکل (آمورف) مانند شیشه بر خلاف جامدهای بلورین در طرح‌های منظمی کنار هم قرار ندارند. بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.

در گازها فاصلهٔ میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازهٔ آن‌ها خیلی بیشتر است. مثلاً اندازهٔ مولکول‌های هوا بین ۱ تا ۳ آنگستروم است در حالی که فاصلهٔ میانگین آن‌ها در شرایط معمولی در حدود ۳۵ آنگستروم است و گزارهٔ (ب) درست است.

فاصلهٔ بین مولکول‌های گاز زیاد بوده و گازها تراکم‌پذیرند. اما فاصلهٔ بین مولکولی مایع‌ها تقریباً مانند جامدها در حدود ۱ آنگستروم بوده و مایع‌ها تراکم‌ناپذیرند و گزارهٔ (پ) نادرست است.

دلیل اینکه شکر می‌تواند آب را شیرین کند پدیدهٔ پخش در مایع‌ها است که دلیل این پدیده حرکت کاتوره‌ای مولکول‌های آب و برخورد آن‌ها با ذرات شکر است و گزارهٔ (ت) درست است.

A ۱۶۱ ۴

نیروی رباییشی بین مولکول‌های یک جسم جامد یا مایع، مولکول‌ها را کنار هم نگه می‌دارد. اگر مولکول‌های جسم تحت تأثیر یک نیروی تراکمی، فوق‌العاده به هم نزدیک شوند، نیروی بین آن‌ها رانشی می‌شود و اگر فاصلهٔ بین آن‌ها از حالت عادی کمی بیشتر شود، نیرو رباییشی است.

بازی با سوال **اگر فاصلهٔ بین دو مولکول مایع یک بار $10^{-12}\,m$ و بار دیگر $10^{-8}\,m$ باشد، نیروی بین دو مولکول به ترتیب از چه نوعی است؟**

۱) رباییشی، رانشی

۲) رانشی، رباییشی

۳) رانشی، نیروی بین مولکولی صفر است.

۴) رباییشی، نیروی بین مولکولی صفر است.

گزینهٔ ۳

A ۱۶۲ ۳

شفق قطبی نمونه‌ای از پلاسما است و گزارهٔ (الف) نادرست است.

رباییش مولکول‌های همسان را هم‌چسبی می‌گویند و گزارهٔ (ت) نادرست است.

فاصلهٔ ذرات سازندهٔ مایع و جامد تقریباً یکسان و در حدود $1\,\mathring{A}$ است. بنابراین گزاره (ب) درست است.

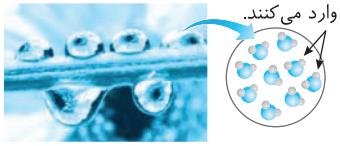
اندازهٔ مولکول‌های هوا بین $1\,\mathring{A}$ تا $3\,\mathring{A}$ است در حالیکه فاصله میانگین آنها در شرایط معمولی $35\,\mathring{A}$ است و گزاره (پ) درست است.

A ۱۶۳ ۳

تراوش آب از منفذهای دیوارها به دلیل خاصیت مویینگی است که علت آن بزرگ‌تر بودن نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و دیوار از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است. نشستن حشرات روی سطح آب به دلیل وجود کشش سطحی است و همچنین تشکیل حباب‌های کروی صابون و قطره‌های کروی آب به دلیل کشش سطحی آب است.

A ۱۶۴ ۲

علت تشکیل قطره‌های شبنم روی شاخ و برگ درختان نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب است و گزارهٔ (الف) درست است.



مولکول‌های آب به یکدیگر نیروی جاذبه وارد می‌کنند.

علت پخش شدن قطره‌های جوهر در آب، حرکت‌های نامنظم و کاتوره‌ای مولکول‌های آب است و گزارهٔ (ب) نادرست است.

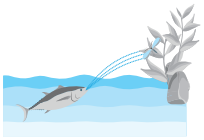
علت ناتوانی توفان در بلند کردن حجم زیادی از آب دریاها، نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب (کشش سطحی) است و گزارهٔ (پ) نادرست است.

علت به هم چسبیدن موهای قلم‌مو هنگام خارج کردن آن از ظرف آب کشش سطحی مولکول‌های آب است و گزارهٔ (ت) درست است.

A ۱۶۵ ۲

شکل (الف) مربوط به پدیدهٔ پخش برای ذرات سازندهٔ جوهر در آب است.

شکل (ب) قطره‌های کروی آب در حال سقوط آزاد، جلوه‌هایی از کشش سطحی هستند که ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است.



شکل (پ) هدف‌گیری حشرات توسط ماهی کمان‌گیر به کمک نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب صورت می‌گیرد که سبب می‌شود هنگام پرتاب آب به صورت یک قطره کروی (شبیه یک گلولهٔ کوچک) عمل کند.

شکل (ت): نیروی هم‌چسبی قوی بین مولکول‌های جیوه سبب می‌گردد که جیوه به شکل قطره روی سطح شیشه باقی بماند.

بنابراین علت پدیده‌های ایجاد شده در شکل‌های (ب)، (پ) و (ت) نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جسم است.

A ۱۶۶ ۱

علت کروی بودن قطره‌ها، کشش سطحی یا همان نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های سطحی مایع می‌باشد. قطره‌های قطره‌چکان (۱) بزرگ‌تراند که نشان‌دهندهٔ نیروی هم‌چسبی بیشتر روغن در این حالت است و دمای روغن نیز قطعاً در این حالت کمتر است **زیرا هر چه دما بالاتر رود نیروی هم‌چسبی کمتر می‌شود.** مثلاً هنگام شستن ظرف، افزون بر مایع ظرفشویی از آب گرم استفاده می‌کنیم تا هم‌چسبی بین مولکول‌های چربی کاهش یابد.

بازی با سؤال **دو ظرف آب A و B در دو دمای T_A و T_B در اختیار داریم. اگر $T_B < T_A$ باشد، کدام گزینه درست است؟**

۱) قطره‌های آب ظرف A از قطره‌های آب ظرف B بزرگ‌تر است.

۲) اگر آب درون ظرف A روی سطح شیشه‌ای به صورت قطره باقی بماند، قطعاً آب درون ظرف B نیز روی سطح به صورت قطره باقی می‌ماند.

۳) اگر گیره‌ای فلزی در ظرف A روی سطح آن باقی نماند، قطعاً روی سطح ظرف B نیز باقی نمی‌ماند.

۴) هر سه گزینه درست است.

گزینهٔ ۲

A ۱۶۷ ۱

با افزودن مایع شوینده به آب، کشش سطحی آب کاهش می‌یابد و گیره در آب فرو می‌رود. همچنین نیروی دگرچسبی بین کارت و آب نیز با اضافه شدن مایع شوینده کاهش یافته و کارت از سمت چپ می‌افتد.

A ۱۶۸ ۴

هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع (مانند آب) و ظرف مسطح (مانند شیشه) از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر باشد، مایع به صورت لایهٔ نازکی در می‌آید و در سطح ظرف پخش می‌شود و سطح ظرف را تَر می‌کند.

A ۱۶۹ ۴

شناور ماندن یک تیغ فولادی روی سطح آب، کروی بودن قطره‌های آب هنگام سقوط آزاد و قطره‌ای قرار گرفتن جیوه روی سطح شیشه همگی به دلیل نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع است اما علت آنکه پرتقال با پوست روی سطح آب می‌ماند کمتر بودن چگالی پرتقال با پوست از چگالی آب است، بنابراین علت سه پدیده نیروی هم‌چسبی است.

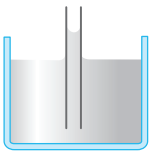
A ۱۷۰ ۳

در پدیده‌هایی مانند بالا رفتن آب در لولهٔ مویین، پخش شدن آب روی سطح شیشه و برآمده بودن (محدب بودن) سطح جیوه در لولهٔ مویین شیشه‌ای، نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و جامد نقش دارد. اما ایستادن یک حشره بر سطح آب مربوط به نیروی هم‌چسبی مولکول‌های سطح آب است که سبب کشش سطحی می‌شود و گزینهٔ (۳) پاسخ تست است.

A ۱۷۱ ۳

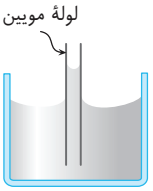
هر گاه یک لولهٔ مویین شیشه‌ای در یک ظرف آب فرو رود، سطح آب درون لولهٔ مویین از سطح آب درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد که علت آن اختلاف نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب و نیروی دگر چسبی بین مولکول‌های آب و شیشه است. بنابراین اثر مویینگی جواب تست نیست. / نشستن پشه روی سطح آب، تشکیل حباب‌های صابون و کروی بودن قطره‌های آب هنگام سقوط در اثر کشش سطحی ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است. بنابراین عامل این سه پدیده ربطی به اختلاف نیروی هم‌چسبی و دگرچسبی ندارد. اما ترشوندگی دقیقاً به اختلاف نیروی هم‌چسبی و دگر چسبی وابسته است و هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع و جامد از هم‌چسبی مولکول‌های مایع بیشتر باشد، مایع، جسم جامد را تر می‌کند. بنابراین قسمت (ت) نیز جواب تست نیست. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

A ۱۷۲ ۳



هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع و شیشه از نیروی هم‌چسبی بین مولکول مایع بیشتر باشد، مایع درون لوله مویین بالا می‌رود و سطح مایع درون لوله از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد. از طرفی سطح مایع درون لوله فرورفته است.

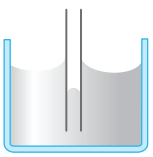
A ۱۷۳ ۴



لوله مویین است و در لولهٔ مویین سطح مایع از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار گرفته است. رفتار لولهٔ مویین ارتباطی به کشش سطحی و هم‌چنین چگالی لوله یا چگالی مایع ندارد بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است.

اما بالا رفتن مایع درون لولهٔ مویین بیان‌گر این است که نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و لوله از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر است و گزینهٔ (۳) نادرست است و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۷۴ ۳



سطح درون لوله چرب شده است و همین باعث شده که نیروی دگر چسبی بین آب و دیوارهٔ داخلی لوله از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب کمتر شود و نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب باعث می‌شود، سطح آب درون لوله مطابق شکل از سطح آب درون ظرف پایین‌تر باشد و سطح آب درون لوله برآمده (کوژ) باشد. اما در قسمت بیرونی لوله، آب با شیشه در تماس است که نیروی دگرچسبی آب و شیشه از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب کمتر است و سبب می‌گردد که سطح آب فرورفته (کاو) باشد.

بازی با سؤال **هر گاه سطح درونی لولهٔ شیشه‌ای را روغن‌اندود کرده و سپس لوله را وارد ظرف آب کنیم، سطح آب درون لوله ..... می‌ایستد، زیرا نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب از نیروی دگرچسبی بین آب و روغن ..... است.**

۱) کوژ - کمتر **۲)** کاو - کمتر **۳)** کوژ - بیشتر **۴)** کاو - بیشتر

گزینهٔ ۳

A ۱۷۵ ۴

با توجه به لبه‌های سطح مایع درون لوله و اینکه سطح مایع دارای فرورفتگی (تقعر) است، مشخص است که نیروی دگرچسبی بین مایع و لوله از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های مایع بیشتر است و گزینهٔ (۱) درست است. / اگر مقداری از این مایع بر سطحی از جنس لوله قرار گیرد چون نیروی دگر چسبی بیشتر از نیروی هم‌چسبی است، مایع به صورت یک لایه روی سطح در می‌آید و گزینهٔ (۲) نادرست است. / اگر یک لولهٔ مویین از جنس لوله بسازیم مایع در این لوله از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد و گزینهٔ (۳) درست است.

B ۱۷۶ ۳

مایع بر سطح جامد به صورت قطره قرار گرفته است، بنابراین نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع از نیروی دگر چسبی بین مولکول‌های مایع و سطح جامد بیشتر است. با گرم کردن مایع، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آن ضعیف شده و ممکن است نیروی دگر چسبی بر آن غلبه کرده و مایع به صورت لایه نازکی بر سطح جامد پخش شود و گزاره (الف) درست است.

اگر سطح جامد را دودانود کنیم، نیروی دگر چسبی بین مایع و سطح دودانود کمتر شده و مایع همچنان به صورت قطره می‌ماند و گزارهٔ (ب) نادرست است.

با بررسی گزاره (الف)، متوجه شدیم که نیروی هم‌چسبی مولکول‌های این مایع از نیروی دگرچسبی بین مایع و جسم جامد بیشتر است، بنابراین اگر یک ظرف را از این مایع پر کنیم سپس از جسم جامد یک لولهٔ مویین بسازیم و آن را در مایع قرار دهیم، قطعاً سطح مایع درون لوله مویین از سطح مایع درون ظرف پایین‌تر قرار می‌گیرد و گزارهٔ (پ) درست است.

بازی با سوال کدام‌یک از گزاره‌های زیر در مورد مایع ریخته شده بر سطح جامد درست است؟

۱) الزاماً سطح جامد چرب است.

۲) سطح این مایع درون لولهٔ مویین از جنس این جامد دارای تحدب (کوژ) خواهد بود.

۳) مایع درون لولهٔ مویین از جنس این جامد بالاتر از سطح مایع قرار می‌گیرد.

۴) تمام موارد گفته شده

گزینهٔ ۳

A ۱۷۷ ۱

به دلیل بزرگ بودن نیروی هم‌چسبی جیوه از نیروی دگرچسبی بین جیوه و لوله، سطح جیوه درون لولهٔ مویین پایین‌تر از سطح جیوه درون ظرف است.

از طرفی سطح جیوه دارای برآمدگی (تحدب) است و شکل A درست است.

A ۱۷۸ ۲

در لوله‌های مویین هر چه مساحت سطح مقطع لوله بزرگ‌تر (لوله پهن‌تر) باشد، سطح مایع درون لوله به سطح مایع درون ظرف نزدیک‌تر می‌شود. از طرفی سطح آب درون لوله فرو رفته (تقعر، کاو) است، اما سطح جیوه درون لوله و ظرف برآمده (کوژ، محدب) است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

A ۱۷۹ ۴

خط فکری هر چه قطر یک لولهٔ مویین کوچک‌تر باشد، فاصلهٔ مایع درون لوله از سطح آزاد مایع درون ظرف بیشتر می‌شود.

بنابراین با کاهش قطر لوله (D) مایع بیشتر درون لوله بالا می‌رود و گزینهٔ (۱) و (۳) نادرست است. میزان فرورفتگی لوله (h') تأثیری در مقدار بالا آمدن مایع درون لولهٔ مویین ندارد بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست و گزینهٔ (۴) است.

بازی با سوال با توجه به شکل روبه‌رو کدام گزینه درست است؟

۱) اگر x' ، ۱cm افزایش پیدا کند، x نیز ۱cm افزایش می‌یابد.

۲) اگر x' ، ۱cm افزایش پیدا کند، x کمتر از ۱cm افزایش می‌یابد.

۳) اگر x' ، ۱cm افزایش پیدا کند، x تغییر نمی‌کند.

۴) اگر x' ، ۱cm افزایش پیدا کند، x بیشتر از ۱cm افزایش می‌یابد.

گزینهٔ ۳

A ۱۸۰ ۴

خط فکری ابتدا باید میزان بالا آمدن آب در حالت اول را به‌دست آوریم. سپس ارتفاع لوله که در حالت دوم خارج از آب می‌ماند را حساب کنیم تا بتوانیم در مورد مسئله اظهار نظر کنیم.

۱ طول لوله ۵۰cm و میزان فرورفتگی آن در آب ۸cm است بنابراین ۴۲cm آن خارج از آب می‌ماند و فاصلهٔ سطح آب درون لوله تا دهانهٔ آن ۲۵cm است. از این‌رو مقدار بالا آمدن آب درون لولهٔ مویین $۴۲-۲۵=۱۷cm$ است.

۲ طول لوله دوم ۲۵cm است و ۱۰cm آن درون آب قرار گرفته است بنابراین $۲۵-۱۰=۱۵cm$ لوله خارج از آب است و چون لوله مشابه اولی است و تنها طول آن کوتاه‌تر است، آب بالا می‌آید اما نه به اندازهٔ ۱۷cm بلکه تا لبهٔ دهانه لوله یعنی ۱۵cm بالا می‌آید و در آن‌جا باقی می‌ماند و گزینهٔ (۴) درست است.

نکته در لوله‌های مویین مایع سرریز نمی‌شود.

C ۱۸۱ ۲

خط فکری آب در لوله مویین تا جایی بالا می‌آید که نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه برابر وزن آب باشد.

در محاسبه از تعریف چگالی $\rho=\frac{m}{V}$ یعنی نسبت جرم به حجم استفاده می‌کنیم:

$$F_{\text{دگرچسبی}}=mg \xrightarrow{\rho=m/V \Rightarrow m=\rho V}$$

$$F_{\text{دگرچسبی}}=\rho Vg \xrightarrow{V=Ah} F_{\text{دگرچسبی}}=\rho Ahg$$

$$\Rightarrow F_{\text{دگرچسبی}}=۱۰۰۰\times ۰/۴\times ۱۰^{-۶}\times ۴\times ۱۰^{-۱}\times ۱۰=۱/۶\times ۱۰^{-۳}N$$

پنجره ۲

A ۱۸۲ ۱

مسئلهٔ ساده‌ای است و تنها باید با فرمول فشار $(P=\frac{F}{A})$ آشنا بود که در آن F برابر وزن شخص و مساحت A برابر مساحت قاعده مکعب $A=۰/۲\times ۰/۲=۰/۰۴m^2$ است، بنابراین:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow P=\frac{W}{A}\Rightarrow P=\frac{۸۰۰}{۰/۰۴}\Rightarrow P=۲۰۰۰۰Pa\Rightarrow P=۲۰kPa$$

A ۱۸۳ ۲

خط فکری می‌توان ثابت کرد که در جامدهای همگن مانند مکعب توپر فشار از رابطهٔ $P=\rho gh$ به‌دست می‌آید. به اثبات مقابل دقت کنید:

$$P=\frac{W}{A}=\frac{\rho Vg}{A}=\frac{\rho Ahg}{A}=\rho hg$$

اکنون با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

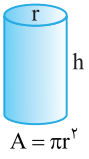
$$\frac{P_A}{P_B}=۶\Rightarrow\frac{\rho_A h_A g}{\rho_B h_B g}=۶\xrightarrow{h_A=۴h_B}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}\times ۴=۶\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۳}{۲}$$

A ۱۸۴ ۴

خط فکری ابتدا باید فشار حاصل از هر استوانه را با توجه به رابطهٔ $P=\frac{F}{A}$ به‌دست آوریم که در آن F وزن استوانه است و با توجه به صورت سؤال دو استوانه هم‌وزن هستند.

۱ فشار وارد بر قاعدهٔ هر استوانه را به‌دست می‌آوریم:



$A=\pi r^2$

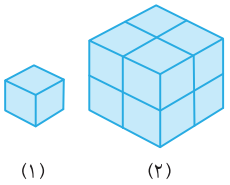
$$P=\frac{W}{A}\Rightarrow\begin{cases}P_A=\frac{m_Ag}{A_A}\Rightarrow P_A=\frac{m_Ag}{\pi(r_A)^2}\\ P_B=\frac{m_Bg}{A_B}\xrightarrow{r_B=2r_A}P_B=\frac{m_Bg}{\pi(2r_A)^2}\end{cases}$$

۲ اکنون دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{\frac{m_Ag}{\pi r_A^2}}{\frac{m_Bg}{4\pi r_A^2}}\xrightarrow{m_A=m_B}\frac{P_A}{P_B}=4$$

A ۱۸۵ ۳

به دو شکل دقیق نگاه کنید. مکعب (۱) شامل یک مکعب کوچک است اما مکعب (۲) مجموع هشت مکعب مانند مکعب (۱) است. بنابراین جرم و حجم مکعب (۲) هشت برابر جرم و حجم مکعب (۱) است. از طرفی مساحت قاعدهٔ مکعب (۲) چهار برابر مساحت قاعدهٔ مکعب (۱) است، بنابراین:



$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{W_2}{A_2}}{\frac{W_1}{A_1}}=\frac{W_2}{W_1}\times\frac{A_1}{A_2}=8\times\frac{1}{4}=2$$

میانبر با توجه به اینکه مکعب همگن است می‌توان از رابطهٔ $P=\rho gh$ نیز مسئله را حل کرد. ارتفاع شکل (۲) دو برابر شکل (۱) بوده و فشار حاصل از شکل (۲) نیز دو برابر شکل (۱) است.

A ۱۸۶ ۳

خط فکری با توجه به تعریف فشار $P=\frac{F}{A}$ و اینکه برای این مکعب مستطیل، F همان نیروی وزن (W) است، بیشترین فشار وقتی است که مساحت سطح قاعده کمترین مقدار باشد یعنی مکعب روی سطح ab قرار گیرد و کمترین فشار وقتی است که مساحت سطح قاعده بیشترین مقدار باشد یعنی مکعب روی سطح bc باشد.

۱ در صورت مسئله بیان شده که ابعاد a، b و c به نسبت ۱، ۲ و ۳ هستند، این یعنی $b=2a$ و $c=3a$ است. اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases}P_{max}=\frac{W}{A_{min}}=\frac{W}{a\times b}=\frac{W}{a(2a)}\Rightarrow P_{max}=\frac{W}{2a^2}\\ P_{min}=\frac{W}{A_{max}}=\frac{W}{bc}=\frac{W}{2a(3a)}\Rightarrow P_{min}=\frac{W}{6a^2}\end{cases}$$

۲ حالت نسبت فشار خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{\frac{W}{2a^2}}{\frac{W}{6a^2}}\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=3$$

میانبر فشار برای جامدات همگن با شکل‌هایی مانند مکعب، مکعب مستطیل، استوانه و ... به ارتفاع جامد بستگی دارد.

$$P=\rho gh\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{\rho gh_{max}}{\rho gh_{min}}=\frac{c}{a}=\frac{3a}{a}\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=3$$

A ۱۸۷ ۳

وقتی گفته می‌شود که استوانهٔ فلزی را ذوب کرده و مکعب ساخته‌ایم یعنی باید بدانید که در دو حالت جرم (وزن) استوانه و مکعب یکی است و با استفاده از تعریف فشار، فشار استوانه و مکعب را به‌دست آورید و بر هم تقسیم کنید.

۱ فشار وارد بر قاعدهٔ استوانه برابر است با: $P=\frac{F}{A}\Rightarrow P=\frac{mg}{\pi R^2}$

۲ فشار وارد بر قاعدهٔ مکعب را حساب می‌کنیم: $P'=\frac{F}{A}\Rightarrow P'=\frac{mg}{R^2}$

۳ دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم: $\frac{P'}{P}=\frac{\frac{mg}{R^2}}{\frac{mg}{\pi R^2}}\Rightarrow P'=\pi P$

B ۱۸۸ ۳

یادآوری حجم مخروط به ارتفاع h و شعاع قاعدهٔ R برابر است با: $V=\frac{1}{3}\pi R^2h$

و حجم مکعب به ضلع a برابر است با: $V=a^3$

خط فکری داستان از این جا شروع می‌شود که جرم دو جسم یکسان است $(m_1=m_2)$ و شما با برابر قرار دادن جرم و سپس استفاده از فرمول چگالی $(m=\rho V)$ و سرانجام به کار گیری فرمول حجم مخروط و مکعب می‌توانید مسئله را حل کنید.

۱ جرم دو جسم یکی است.

$$m_1=m_2\xrightarrow{m=\rho V}\rho_1V_1=\rho_2V_2\xrightarrow[V_2=a^3]{V_1=\frac{1}{3}\pi R^2h}\rho_1(\frac{1}{3}\pi R^2h)=\rho_2a^3$$

۲ با توجه به فرض مسئله $h=a$ و $R=\frac{a}{2}$ است، آن‌ها را در رابطه‌ای که در بالا به‌دست آورده‌ایم، قرار می‌دهیم.

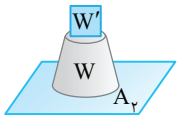
$$\rho_1[\frac{1}{3}\times3(\frac{a}{2})^2a]=\rho_2a^3\Rightarrow\rho_1\frac{a^3}{4}=\rho_2a^3\Rightarrow\frac{\rho_1}{\rho_2}=4$$

B ۱۸۹ ۲

۱ در حالت اول فشار وارد بر قاعدهٔ کوچک مخروط برابر است:

$$P_1=\frac{W}{A_1}$$

۲ در حالت دوم مخروط روی قاعدهٔ بزرگ خود قرار دارد و وزنه‌ای به جرم W' روی آن قرار داده‌ایم. فشار در این حالت برابر است با:



$$P_2=\frac{W+W'}{A_2}$$

۳ در فرض مسئله بیان شده شعاع قاعده بزرگ مخروط دو برابر شعاع قاعدهٔ کوچک آن است.

$$\begin{cases}A_1=\pi r_1^2\\ A_2=\pi(2r_1)^2\end{cases}\Rightarrow A_2=4A_1$$

۴ از طرفی می‌خواهیم در دو حالت فشار تغییر نکند:

$$P_1=P_2$$

$$\Rightarrow\frac{W}{A_1}=\frac{(W+W')}{A_2}\Rightarrow\frac{W}{A_1}=\frac{W+W'}{4A_1}\Rightarrow4W=W+W'\Rightarrow W'=3W$$

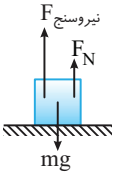
B ۱۹۰ ۲

خط فکری با توجه به شکل بر جسم سه نیروی وزن (W)، نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی نیروسنج وارد می‌شود.

وزن جسم برابر است با: $W=mg\xrightarrow{m=0/5kg}W=0/5\times10=5N$

با توجه به تعریف فشار (نیروی عمودی وارد بر یکای سطح) نیروی عمودی سطح وارد بر کف وزنه را به‌دست می‌آوریم:

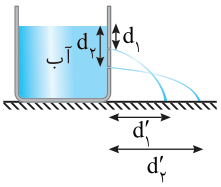
$$P=\frac{F_N}{A}\Rightarrow300=\frac{F_N}{(0/1)^2}\Rightarrow F_N=3N$$



نیروی وزن 5N و نیروی عمودی سطح $F_N=3N$ شده است از این‌رو نیرویی که نیروسنج به وزنه وارد می‌کند باید $5-3=2N$ و رو به بالا باشد. زیرا وزنه ساکن و در تعادل است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است بنابراین نیروسنج عدد 2N را نشان می دهد.

A ۱۹۱ ۲

خط فکری فشار مایع به عمق آن بستگی دارد و هرچه از سطح مایع پایین‌تر برویم، فشار بیشتر می‌شود. هرچه سوراخ در بدنهٔ ظرف پایین‌تر باشد، فشار آب بیشتر شده و آب با فشار بیشتری خارج می‌شود و آب خروجی فاصله بیشتری از ظرف می‌گیرد. $d_2>d_1\Rightarrow d'_2>d'_1$



A ۱۹۲ ۲

فشار کل در عمق h از یک مایع ساکن برابر فشار ناشی از مایع (ρgh) و فشار هواست.

بنابراین: $P=P_0+\rho gh \xrightarrow[h=8m,P_0=10^5Pa]{P=1/76atm} 1/76\times10^5=10^5+\rho\times10\times8$

$0/76\times10^5=80\rho\Rightarrow\rho=950kg/m^3\Rightarrow\rho=0/95g/cm^3$

A ۱۹۳ ۳

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{\rho_2gh_2+P_0}{\rho_1gh_1+P_0}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{1000\times10\times5+10^5}{1000\times10\times3+10^5}$$

$$=\frac{5\times10^4+10^5}{3\times10^4+10^5}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{15}{13}$$

B ۱۹۴ ۳

فشار کل در عمق h از یک مایع با چگالی ρ برابر است با: $P=P_0+\rho gh$

با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

در عمق 5cm: $P_1=P_0+\rho gh_1\Rightarrow10^5=P_0+\rho\times10\times\frac{5}{100}=P_0+0/5\rho$

در عمق 20cm: $P_2=P_0+\rho gh_2\Rightarrow1/06\times10^5=P_0+\rho\times10\times\frac{20}{100}=P_0+2\rho$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$0/06\times10^5=2\rho-0/5\rho\Rightarrow6\times10^3=1/5\rho\Rightarrow\rho=4000kg/m^3$

فشار هوا خواهد شد: $10^5=P_0+0/5\rho\Rightarrow10^5=P_0+2\times10^3$

$100\times10^3=P_0+2\times10^3\Rightarrow P_0=98\times10^3Pa=98kPa$

میانبر اختلاف فشار بین دو نقطه از یک مایع از رابطه $\Delta P=\rho g\Delta h$ به‌دست می‌آید که در آن Δh، اختلاف ارتفاع نقاط درون مایع است:

$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow(106-100)10^3=\rho\times10\times\frac{15}{100}\Rightarrow\rho=4000kg/m^3$

B ۱۹۵ ۳

یادآوری فشار در عمق h یک مایع از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید: $P=\rho gh+P_0$

۱) فشار در عمق 10cm، برابر است با:

$P=P_0+\rho gh_1\Rightarrow P_1=1/026\times10^5+\rho\times10\times\frac{10}{100}\Rightarrow P_1=1/026\times10^5+\rho$

۲) فشار در عمق 53cm برابر است:

$$\begin{cases}P_2=P_0+\rho gh_2\\ P_2=1/026\times10^5+\rho\times10\times\frac{53}{100}\end{cases}\Rightarrow P_2=1/026\times10^5+5/3\rho$$

۳) با توجه به صورت سؤال $P_2=1/5P_1$ است:

$$\begin{cases}P_2=1/5P_1\Rightarrow1/5P_1=1/026\times10^5+5/3\rho\\ P_1=1/026\times10^5+\rho\end{cases}$$

۴) رابطهٔ P_1 و P_2 را برهم تقسیم می‌کنیم تا مجهول P_1 از صورت و مخرج حذف شود و تنها مجهول چگالی باقی بماند:

$$\frac{P}{1/5P}=\frac{1/026\times10^5+\rho}{1/026\times10^5+5/3\rho}\Rightarrow\frac{2}{3}=\frac{1/026\times10^5+\rho}{1/026\times10^5+5/3\rho}$$

$$\Rightarrow2(1/026\times10^5)+10/6\rho=3(1/026\times10^5)+3\rho\Rightarrow7/6\rho=1/026\times10^5$$

$\rho=13500kg/m^3=13/5g/cm^3$

B ۱۹۶ ۴

خط فکری به کمک حجم داده شده، ارتفاع آب درون استوانه را حساب می‌کنیم و به کمک $P=\rho gh$ فشار را به‌دست می‌آوریم.

۱ ارتفاع آب درون استوانه برابر است با:

$V=Ah\xrightarrow{A=\pi r^2}V=\pi r^2h\xrightarrow[V=157cm^3]{r=1cm}$

$157=3/14\times1\times h\Rightarrow h=50cm$

۲ اکنون فشار آب را به‌دست می‌آوریم.

$P=\rho gh\xrightarrow{\rho=1000kg/m^3}P=1000\times10\times\frac{50}{100}\Rightarrow P=5000Pa$

B ۱۹۷ ۴

خط فکری برای ظروفی مانند استوانه که سطح مقطع آن در ارتفاع‌های مختلف یکسان است فشار حاصل از مایع را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد: $P=\rho gh=\frac{mg}{A}$

جرم مایع داده شده، پس راحت‌تر است فشار را از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ به‌دست آوریم:

$$P=\frac{(157\times10^{-3})\times10}{\pi r^2}\xrightarrow[\pi=3/14]{r=1cm}P=\frac{157\times10^{-2}}{(3/14)\times10^{-4}}=5\times10^2=5000Pa$$

A ۱۹۸ ۱

در هنگام سقوط آزاد، نیروی وزن مایع به کف سطل وارد نمی‌شود، بنابراین می‌توان گفت از طرف مایع فشاری به کف سطل وارد نمی‌شود و تنها فشار هوا را در نظر می‌گیریم.

$P=P_0+P_{مایع}\xrightarrow{P_{مایع}=0}P=P_0$

B ۱۹۹ ۴

نکته در محاسبهٔ فشار حاصل از مایع یا فشار در یک نقطه از مایع شکل ظرف اهمیت ندارد.

۱ فشار حاصل از مایع در نقطهٔ A را حساب می‌کنیم. نقطه A در مایع ρ' قرار گرفته است: $P_A=\rho'gh$

۲ فشار حاصل از مایع در نقطهٔ B را حساب می‌کنیم. نقطه A در مایع ρ قرار گرفته است: $P_A=\rho gh$

حال نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{\rho'gh}{\rho gh}=\frac{\rho'}{\rho}=\frac{3/5}{10/5}=\frac{1}{3}$$

B ۲۰۰ ۲

نکته عمق یک مایع را همواره از سطح آزاد مایع می‌سنجند.

فشار کل مایع حاصل‌جمع فشار مایع (ρgh) و فشار هوا (P_0) است. $P=P_0+\rho gh$

عمق ۵۰٪ افزایش یافته یعنی $h'=1/5h$ و فشار ۱۰٪ زیاد شده بنابراین $P'=1/1P$ است. از این‌رو:

$P'=1/1P\Rightarrow P_0+\rho gh'=1/1(P_0+\rho gh)$

$\Rightarrow P_0+\rho g(1/5h)=1/1P_0+1/1\rho gh\Rightarrow0/4\rho gh=0/1P_0\Rightarrow4\rho gh=P_0$

$\xrightarrow[P_0=10^5Pa]{\rho=10^3kg/m^3}4\times10^3\times10\times h=10^5\Rightarrow h=2/5m$

اکنون می‌توان P را حساب کرد.

$P=P_0+\rho gh=10^5+10^3\times10\times2/5\Rightarrow P=12/5\times10^4Pa=1/25\times10^5Pa$

A ۲۰۱ ۳

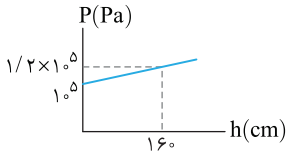
در $h=0$ یعنی در سطح مایع فشار 10^5Pa و در عمق 1/6m، فشار برابر $1/2\times10^5Pa$ است. از این‌رو:

$P=P_0+\rho gh\Rightarrow1/2\times10^5=10^5+\rho\times10\times1/6$

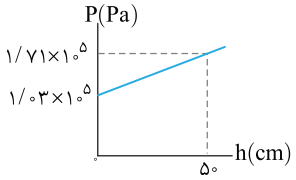
$\rho=\frac{20000}{16}\Rightarrow\rho=1250kg/m^3\Rightarrow\rho=1/25g/cm^3$

فشار پیمانه‌ای یعنی اختلاف فشار با فشار هوا:

$$P=\rho gh+P_0\Rightarrow P-P_0=\rho gh\Rightarrow P_g=\rho gh$$
$$\Rightarrow P_g=1250\times10\times1\Rightarrow Pg=12500Pa$$



بازی با سؤال شکل زیر، فشار درون یک مایع را برحسب h نشان می‌دهد و h فاصله تا سطح آزاد مایع است. فشار پیمانه‌ای در عمق ۱۰ سانتی‌متری این مایع، چند پاسکال است؟ ($g=10N/kg$ و چگالی مایع ثابت فرض شود.)



ریاضی (نوبت اول) - ۱۴۰۲

۱) $1/34\times10^5$
۲) $1/166\times10^5$
۳) $6/8\times10^4$
۴) $1/36\times10^4$

گزینهٔ ۴

۲۰۲ B ۴

با توجه به نمودار در می‌یابیم در عمق ۳۰ سانتی‌متری فشار ناشی از مایع برابر ۴۵۰۰Pa بوده است، بنابراین داریم:

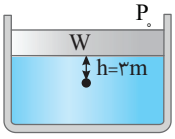
$$P=\rho gh\Rightarrow4500=\rho\times10\times\frac{3}{10}\Rightarrow\rho=1500kg/m^3$$

$$P_{کل}=P_{مایع}+P_0\Rightarrow P_{کل}=1500\times10\times\frac{1}{2}+10^5\Rightarrow P_{کل}=107500Pa$$
$$\Rightarrow107/5kPa$$

۲۰۳ B ۴

خط فکری فشار در عمق مایع ناشی از سه فشار است.

۱ فشار هوا ۲ فشار ناشی از وزن پیستون $(P=\frac{W}{A})$
۳ فشار ناشی از مایع (ρgh) و هر فشار را باید به‌دست آورد و با هم جمع کرد.



۱ فشار مایع در عمق ۳ متری برابر است با:

$$P_{مایع}=\rho gh\xrightarrow[g=10m/s^2]{\rho=2000kg/m^3}P=2000\times10\times3\Rightarrow P_{مایع}=60000Pa$$

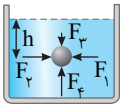
۲ فشار ناشی از وزن پیستون را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{A}=\frac{mg}{A}=\frac{200}{100\times10^{-4}}\Rightarrow P=2\times10^4Pa=20000Pa$$

۳ اکنون این دو فشار را با فشار هوا جمع می‌کنیم تا فشار کل به‌دست آید.

$$P=P_0+P_{مایع}+P_{پیستون}=10^5+60000+20000=18\times10^4Pa$$

۲۰۴ A ۳



در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن فشار در همهٔ جهت‌ها یکسان است بنابراین در امتداد یک خط افقی درون مایع نیروهای وارد بر یک جسم کروی از دو طرف یکسان است $F_1=F_2$. اما در سطح بالایی کره به دلیل عمق کمتر، فشار و در نتیجه نیرو کمتر است. $F_4>F_2=F_1>F_3$

۲۰۵ A ۱

خط فکری نیروی حاصل از فشار وارد بر یک سطح از رابطهٔ $F=PA$ به‌دست می‌آید که در این رابطه P فشار وارد بر یک سطح و A سطح مقطع آن است.

۱ فشار در عمق ۵ متری آب را حساب می‌کنیم:

$$P=P_0+\rho gh$$
$$\xrightarrow{P_0=10^5Pa,\rho=1000kg/m^3}P=10^5+1000\times10\times5\Rightarrow P=150000Pa$$

۲ اکنون نیروی وارد بر پردهٔ گوش شخص را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA\xrightarrow{A=1cm^2}F=150000\times1\times10^{-4}\Rightarrow F=15N$$

۲۰۶ B ۳

با توجه به تعریف فشار در عمق h می‌توان نوشت:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow P_0+\rho gh=\frac{F}{A}\Rightarrow10^5+1020\times10\times h=\frac{73200}{1200\times10^{-4}}$$
$$10200h=510000\Rightarrow h=50m$$

۲۰۷ A ۱

خط فکری اول باید بدانیم در حل این مسئله نیازی به فشار هوا نیست، زیرا فشار هوای درون زیردریایی با فشار هوای محیط برابر است و اثر هم را از بین می‌برند و تنها فشار مؤثر فشار مایع بالای سوراخ است و برای آنکه آب وارد زیردریایی نشود باید حداقل نیرویی برابر نیرویی که آب بر سوراخ وارد می‌کند، به کار برد.

۱ ابتدا فشار آب در عمق ۲۰m را با توجه به فرض مسئله به‌دست می‌آوریم:

$$P=20\times10^4=2\times10^5Pa$$

۲ اکنون نیرو را حساب می‌کنیم:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=2\times10^5\times10^{-3}\Rightarrow F=200N$$

۲۰۸ A ۱

خط فکری ابتدا فشار ستون جیوه $P=\rho gh$ را به‌دست می‌آوریم، سپس فشار به‌دست آمده را در مساحت سطح مقطع ظرف ضرب می‌کنیم تا نیروی وارد بر کف ظرف به‌دست آید.

۱ فشار وارد بر ته لوله برابر است با:

$$P=\rho gh\Rightarrow P=13/6\times10^3\times10\times0/1\Rightarrow P=13/6\times10^3Pa$$

۲ مساحت سطح مقطع لوله را حساب می‌کنیم.

$$A=\pi r^2\xrightarrow[r=\frac{2}{2}=1cm]{\pi=3}A=3\times(10^{-2})^2=3\times10^{-4}m^2$$

۳ نیروی وارد بر ته لوله خواهد شد:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA\Rightarrow F=13/6\times10^3\times3\times10^{-4}\Rightarrow F=4/08N\Rightarrow F\approx4N$$

۲۰۹ A ۱

خط فکری در ظرف‌هایی که سطح مقطع آن‌ها ثابت است، نیروی وارد بر کف ظرف برابر نیروی وزن مایع بدون ظرف خواهد بود.

دقت کنید که در صورت مسئله بیان شده در سه ظرف مقدار مایع ریخته شده برابر و وزن این سه مایع یکسان است. از طرفی نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع خواسته شده است که این نیرو همان نیروی وزن مایع است بنابراین $F_1=F_2=F_3$.

۲۱۰ B ۴

ابتدا به سراغ مقایسه فشار آب در دو ظرف می‌رویم که راحت‌تر است. ارتفاع آب در ظرف B نصف ارتفاع آب در ظرف A است و با توجه به رابطه $P=\rho gh$ خواهیم داشت:

$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{\rho gh_A}{\rho gh_B}\Rightarrow\frac{P_A}{P_B}=\frac{h_A}{h_B}=\frac{h_A}{\frac{h_A}{2}}\Rightarrow\frac{P_A}{P_B}=2$$

اکنون به سراغ مقایسهٔ نیروی وارد بر کف ظرف می‌رویم. می‌توان از دو روش به جواب رسید؛ روش اول مقایسهٔ وزن آب در دو ظرف است زیرا نیرویی که آب به کف ظرف استوانه‌ای شکل وارد می‌کند همان نیروی وزن است و دیگری استفاده از حاصل‌ضرب فشار در مساحت کف ظرف $(F=PA)$ است.

روش اول: ابعاد استوانهٔ B نصف ابعاد استوانهٔ A است.

$$\begin{cases}h_B=\frac{1}{2}h_A\\R_B=\frac{1}{2}R_A\end{cases}\xrightarrow{V=\pi R^2h}\frac{V_A}{V_B}=\frac{R_A^2h_A}{(\frac{1}{2}R_A)^2(\frac{1}{2}h_A)}\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=8$$

یعنی در ظرف A هشت برابر ظرف B آب وجود دارد بنابراین وزن آب در ظرف A هشت برابر وزن آب در ظرف B است و خواهیم داشت:

$$\frac{F_A}{F_B}=8$$

روش دوم:

$$\begin{cases}F_A=P_AA_A\\F_B=P_BA_B\end{cases}\Rightarrow\frac{F_A}{F_B}=\frac{P_A}{P_B}\times\frac{A_A}{A_B}\xrightarrow{\substack{P_A=2P_B\\A_A=4A_B}}\frac{F_A}{F_B}=2\times4=8$$

A ۲۱۱ ۴

خط فکری دقت کنید ظرف دوم را پر از مایع نکرده‌ایم، بلکه تمام مایع ظرف اول را در ظرف دوم ریخته‌ایم، یعنی وزن مایع در دو حالت یکسان است اما مساحت کف ظرف دوم بزرگ‌تر است. زیرا ابعاد ظرف دوم دو برابر ظرف اول است بنابراین فشار در حالت کمتر خواهد شد. اما حل مسئله:

مساحت سطح کف ظرف مکعب‌شکل برابر $A=a^2$ است از این‌رو:

$$A=a^2 \xrightarrow[A_2=a_2^2]{A_1=a_1^2} \frac{A_2}{A_1}=\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{2a_1}{a_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1}=4$$

نسبت فشارها خواهد شد:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{W}{A_2}}{\frac{W}{A_1}}=\frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=\frac{1}{4}$$

میانبر مقدار مایع یکسان است وقتی کف ظرف چهار برابر شود، ارتفاع مایع $\frac{1}{4}$ می‌شود و فشار $\frac{1}{4}$ می‌شود.

$$\begin{cases} h_2=\frac{1}{4}h_1 \Rightarrow P_2=\frac{1}{4}P_1 \\ P=\rho gh \end{cases}$$

A ۲۱۲ ۱

با توجه به فشار کل در حالت اول داریم:

$$P_{کل(1)}=P_0+P_{\text{حالت اول مایع}} \Rightarrow P_{\text{حالت اول مایع}}=P_{کل(1)}-P_0=106-100$$

$$\Rightarrow P_{\text{حالت اول مایع}}=6kP$$

چون مایع تغییر نکرده، جرم آن ثابت است و در نتیجه نیرو ثابت می‌ماند:

$$P=\frac{F}{A} \Rightarrow \frac{P_{(2)\text{حالت}}}{P_{(1)\text{حالت}}}=\frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{P_{(2)\text{حالت}}}{6}=\frac{\pi(10)^2}{30^2}=\frac{1}{3} \Rightarrow P_{(2)\text{حالت}}=2kPa$$

$$P_{کل(2)}=P_0+P_{(2)\text{حالت}} \Rightarrow P_{2\text{کل}}=100+2=102kPa$$

B ۲۱۳ ۳

خط فکری در صورت مسئله بیان شده حجم آب و حجم روغن ریخته شده در دو ظرف برابر است. بنابراین می‌توان با توجه به شکل ظرف‌ها، نسبت ارتفاع آب و روغن را در ظرف A و B حساب کرد و سپس به کمک رابطه فشار مایع (ρgh) نسبت فشارها را به‌دست آورد.

در ظرف استوانه‌ای A، آب ریخته شده و حجم آب برابر است با: $V_{\text{آب}}=\pi R^2 h_{\text{آب}}$

در ظرف مکعب‌شکل B، روغن ریخته شده و حجم روغن برابر است با: $V_{\text{روغن}}=R^2 h_{\text{روغن}}$

حجم آب و روغن برابر است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_{\text{آب}}=V_{\text{روغن}} \Rightarrow \pi R^2 h_{\text{آب}}=R^2 h_{\text{روغن}} \Rightarrow h_{\text{روغن}}=\pi h_{\text{آب}}$$

اکنون نسبت فشار آب در ظرف A به فشار روغن در ظرف B را حساب می‌کنیم.

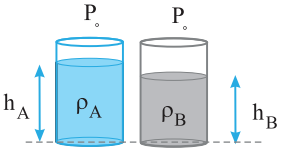
$$\frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{روغن}}}=\frac{\rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}}}{\rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}}} \xrightarrow{\rho_{\text{آب}}=1g/cm^3,\ \rho_{\text{روغن}}=0/8g/cm^3} \frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{روغن}}}=\frac{1\times h_{\text{آب}}}{0/8\times \pi h_{\text{آب}}}=\frac{10}{8\times 3}=\frac{5}{12}$$

B ۲۱۴ ۳

جرم جیوه و جرم آب برابر است:

$$m_{\text{جیوه}}=\rho_B h_B, m_{\text{آب}}=\rho_A h_A$$

فشار وارد بر کف ظرف‌ها برابر است با:



$$P_A=\rho_A g h_A+P_0 \ ,\ P_B=\rho_B g h_B+P_0 \xrightarrow{\rho_B h_B=\rho_A h_A} P_A=P_B$$

B ۲۱۵ ۴

خط فکری نکته اصلی در حل این مسئله هم‌جرم بودن آب و جیوه است، یعنی وزن آب با وزن جیوه برابر است، بنابراین باید برای حساب کردن فشار از رابطهٔ $P=\frac{W}{A}$ استفاده کرد، در ضمن ابعاد ظرف B دو برابر ابعاد ظرف A است، یعنی مساحت کف ظرف B چهار برابر مساحت کف ظرف A است. با توجه به این نکات شما می‌توانید مسئله را حل کنید.

نسبت فشار آب بر کف ظرف A به فشار جیوه بر کف ظرف B برابر است با:

$$\frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{جیوه}}}=\frac{\frac{W_{\text{آب}}}{A_A}}{\frac{W_{\text{جیوه}}}{A_B}} \xrightarrow{W_{\text{آب}}=W_{\text{جیوه}}} \frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{جیوه}}}=\frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A_B=4A_A} \frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{جیوه}}}=4$$

A ۲۱۶ ۴

خط فکری می‌خواهیم فشار کل وارد بر کف ظرف را با افزایش ارتفاع مایع دو برابر کنیم، بنابراین کافی است فشار کل را در حالت h_1 به‌دست آوریم، سپس آن را دو برابر کنیم و ارتفاع h_2 را حساب کنیم.

فشار کل در عمق h_1 برابر است با: $P_1=\rho gh_1+P_0$

$$P_1=2000\times 10\times\frac{50}{100}+10^5 \Rightarrow P_1=110000Pa$$

فشار P_2 دو برابر P_1 است از این‌رو: $P_2=2\times 110000=220000Pa$

اکنون ارتفاع مایع را در حالت جدید حساب می‌کنیم.

$$P_2=\rho gh_2+P_0$$

$$\Rightarrow 220000=2000\times 10h_2+100000 \Rightarrow 120000=2000h_2 \Rightarrow h_2=6m=600\,cm$$

عجب ظرف استوانه‌ای بلندی، ارتفاع ۶ متر شده است.

B ۲۱۷ ۲

فشار کل در عمق h از یک مایع ساکن برابر مجموع فشار هوا و فشار حاصل از مایع است: $P_1=P_0+\rho gh$

بنابراین فشار کل در عمق $2h$ برابر خواهد شد با: $P_2=P_0+2\rho gh$

اکنون فشار P_2 و P_1 را مقایسه می‌کنیم. البته قطعاً $P_2>P_1$ است اما چه مقدار؟ مسئله را به روش زیر بررسی می‌کنیم:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{P_0+2\rho gh}{P_0+\rho gh}=\frac{P_0+\rho gh+\rho gh}{P_0+\rho gh}=\frac{P_0+\rho gh}{P_0+\rho gh}+\frac{\rho gh}{P_0+\rho gh} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=1+\frac{\rho gh}{P_0+\rho gh}$$

کامل مشخص است که مقدار $\frac{\rho gh}{P_0+\rho gh}$ از یک کمتر است، بنابراین نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ از ۱ بیشتر و از ۲ کمتر می‌شود:

$$1<\frac{P_2}{P_1}<2$$

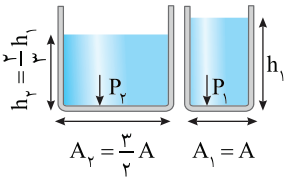
میانبر کافی است دو عدد اختیاری به P_0 و ρgh بدهید. مثلاً ۵ و ۸ در این صورت:

$$P_1=8+5=13$$

با دو برابر شدن ρgh یعنی $2\times 5=10$ خواهیم داشت: $P_2=8+2\times 5=18$

قطعاً $1<\frac{18}{13}<2$ است بنابراین $1<\frac{P_2}{P_1}<2$.

B ۲۱۸ ۳



مقدار آب ریخته شده در دو ظرف برابر است، بنابراین حجم آب درون ظرف‌ها یکی است و ارتفاع آب در ظرفی که قاعده‌اش بزرگ‌تر است، کمتر است. جرم آب‌ها در دو حالت یکی است بنابراین حجم آب در دو حالت برابر است از این‌رو:

$$m_1=m_2 \Rightarrow V_1=V_2 \Rightarrow A_1h_1=A_2h_2 \Rightarrow Ah_1=\frac{3}{2}Ah_2 \Rightarrow h_1=\frac{3}{2}h_2$$

از طرفی فشار وارد بر کف ظرف برابر مجموع فشار هوا و فشار آب است:

$$P_1=\rho gh_1+P_0 \Rightarrow P_1=\frac{3}{2}\rho gh_2+P_0 \quad (1)$$

$$P_2=\rho gh_2+P_0 \quad (2)$$

با مقایسهٔ رابطه‌های (۱) و (۲) مشخص است که P_1 از P_2 بیشتر است، اما برابر $\frac{3}{2}$ نمی‌شود، یعنی: $P_2<P_1<\frac{3}{2}P_2$

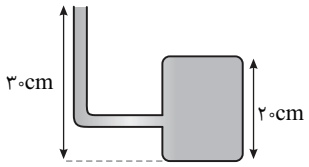
نکته دقت کنید وقتی در یک دوجمله‌ای مانند $y=a+b$ تنها یکی از جمله‌ها مثلاً a، $\frac{۳}{۲}$ برابر شود، مقدار y افزایش می‌یابد اما $\frac{۳}{۲}$ برابر نمی‌شود زیرا برای $\frac{۳}{۲}$ برابر شدن حتماً باید b نیز $\frac{۳}{۲}$ برابر شود.

B ۲۱۹ ۳

۱ نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع ناشی از فشار مایع است. ابتدا فشار مایع را به‌دست می‌آوریم. البته یادآوری می‌کنیم که عمق مایع را از سطح آزاد آن اندازه‌گیری می‌کنند یعنی در این ظرف $h=۳۰cm$ است بنابراین:

$$P=\rho gh\Rightarrow P=۸۰۰\times ۱۰\times \frac{۳۰}{۱۰۰}\Rightarrow P=۲۴۰۰Pa$$

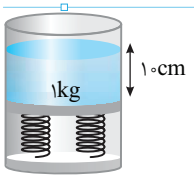
۲ اکنون نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع را حساب می‌کنیم.



$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA$$
$$\Rightarrow F=۲۴۰۰\times ۱۰۰\times ۱۰^{-۴}$$
$$\Rightarrow F=۲۴N$$

B ۲۲۰ ۳

خط فکری یک مسئله با شکل عجیب اما بسیار ساده. دو فنر در واقع وزن پیستون و آب روی آن را تحمل می‌کنند بنابراین کافی است وزن آب را با وزن پیستون جمع کنیم.



حجم آب برابر است با: $V=Ah\Rightarrow V=۱۰\times ۲۰\times ۱۰^{-۶}\Rightarrow V=۲\times ۱۰^{-۴}m^۳$

جرم آب خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=۱۰۰۰kg/m^۳} m=۱۰۰۰\times ۲\times ۱۰^{-۴}\Rightarrow m=۰/۲kg$$

وزن آب را حساب می‌کنیم: $W_{آب}=mg=۰/۲\times ۱۰=۲N$

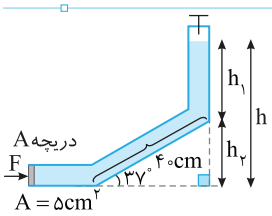
وزن پیستون برابر است با: $W_{پیستون}=mg=۱\times ۱۰=۱۰N$

دو فنر جمعاً $۱۲N=۲+۱۰$ نیرو تحمل می‌کنند بنابراین هر فنر $۶N$ نیرو تحمل می‌کند.

میانبر جرم $۱cm^۳$ آب $۱g$ است بنابراین در این مسئله جرم $۲۰۰cm^۳$ آب $۲۰۰g$ یا $۰/۲kg$ است.

C ۲۲۱ ۲

خط فکری فشار مایع به شکل ظرف بستگی ندارد و تنها به ارتفاع مایع درون ظرف بستگی دارد، بنابراین در حل این مسئله گام اول یافتن ارتفاع مایع درون ظرف است.



۱ با توجه به شکل ارتفاع مایع درون ظرف برابر است با: $h=h_۱+h_۲$

اما $h_۲$ چگونه به‌دست می‌آید؟ به کمک $\sin ۳۷^\circ$ می‌توان $h_۲$ را حساب کرد.

$$\sin ۳۷^\circ=\frac{h_۲}{۴۰}\Rightarrow h_۲=۴۰\sin ۳۷^\circ\Rightarrow h_۲=۴۰\times ۰/۶=۲۴cm$$

بنابراین $h=۲۵+۲۴=۴۹cm$ است.

۲ فشار این مایع را حساب می‌کنیم، دقت کنید که بالای این مایع خلأ است.

$$P_{مایع}=\rho gh=۴\times ۱۰^۴\times ۱۰\times ۴۹\times ۱۰^{-۲}=۱/۹۶\times ۱۰^۵Pa$$

۳ عاملی که می‌خواهد مانع خروج دریچه شود، فشار هوای بیرون و فشار حاصل از نیروی F است که بر سطح دریچه وارد می‌شود و جمع این دو فشار باید با فشار مایع برابر شود.

$$P_{مایع}=P_۰+\frac{F}{A}$$

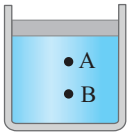
بنابراین: $۱/۹۶\times ۱۰^۵=۱۰^۵+\frac{F}{A}\Rightarrow ۰/۹۶\times ۱۰^۵=\frac{F}{۵\times ۱۰^{-۴}}\Rightarrow F=۴۸N$

A ۲۲۲ ۱

نکته در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن، فشار یکسان است.

در هر سه حالت غشای D واقع بر دهانهٔ فشارسنج‌های A، B و C در عمق یکسانی قرار دارد، بنابراین در هر سه حالت فشار یکسانی بر آن وارد می‌شود و $P_A=P_B=P_C$ است.

A ۲۲۳ ۴



به شکل نگاه کنید، عمق B از عمق A بیشتر است و با توجه به رابطهٔ $(P=\rho gh)$ قطعاً فشار مایع در عمق B از فشار مایع در عمق A بیشتر است $(P_A<P_B)$. با قرار دادن وزنه روی پیستون، این وزنه فشاری برابر $P=\frac{W}{A}$ بر مایع وارد می‌کند و بنا بر اصل پاسکال، مایع این افزایش فشار را به‌طور یکسان به تمام نقاط منتقل می‌کند، بنابراین افزایش فشار در نقطهٔ A با افزایش فشار در نقطهٔ B برابر است $(\Delta P_B=\Delta P_A)$.

A ۲۲۴ ۴

نکته فشار در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن همواره با هم برابر است و به شکل ظرف و سرباز یا سربسته بودن شاخه‌ها بستگی ندارد.

بنابراین فشار نقاط M، N و P با هم برابر است.

B ۲۲۵ ۴

خط فکری نکته مهم در حل این مسئله این است که یادمان باشد، فشار در هر نقطه از مایع ساکن به عمق مایع یعنی فاصلهٔ آن نقطه از سطح آزاد مایع بستگی دارد، بنابراین برای مقایسه فشار در نقطهٔ A و نقطهٔ B باید فاصلهٔ قائم این دو نقطه را از سطح آزاد مایع حساب کنیم.

۱ فشار بر درپوش A برابر است با:

$$P_A=\rho gh_A\xrightarrow[\rho=۱/۵g/cm^۳=۱۵۰۰kg/m^۳]{h_A=۱۲cm} P_A=۱۵۰۰\times ۱۰\times ۱۲\times ۱۰^{-۲}\Rightarrow P_A=۱۵۰\times ۱۲$$

۲ برای یافتن فشار بر درپوش B، ابتدا h را به کمک شکل حساب می‌کنیم.

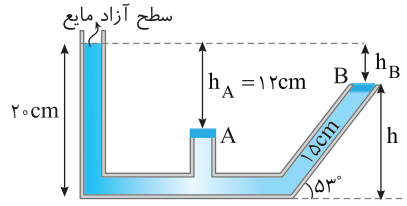
$$\sin ۵۳^\circ=\frac{h}{۱۵}\Rightarrow h=۱۵\sin ۵۳^\circ\Rightarrow h=۱۵\times ۰/۸=۱۲cm$$

بنابراین عمق B از سطح آزاد مایع برابر است با: $h_B=۲۰-۱۲=۸cm$

۳ فشار بر درپوش B خواهد شد: $P_B=\rho gh_B=۱۵۰۰\times ۱۰\times ۸\times ۱۰^{-۲}=۱۵۰\times ۸$

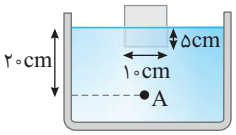
۴ اختلاف فشار بر درپوش A و B خواهد شد:

$$P_A-P_B=۱۵۰\times ۱۲-۱۵۰\times ۸=۱۵۰\times (۱۲-۸)=۱۵۰\times ۴=۶۰۰Pa$$



B ۲۲۶ ۱

خط فکری وقتی جسمی را روی سطح مایع قرار می‌دهیم، مقداری از جسم در مایع فرو رفته و سطح مایع بالا می‌آید و جسم روی سطح شناور می‌ماند. این افزایش ارتفاع مایع باعث می‌شود که فشار مایع در همهٔ نقاط آن افزایش یابد.



بنابراین برای به‌دست آوردن فشار در نقطهٔ A کافی است فشار مایع در عمق $۲۰cm$ را با فشار هوا جمع کرد. فشار در عمق $۲۰cm$ و در نقطهٔ A خواهد شد: $P=P_۰+\rho gh$

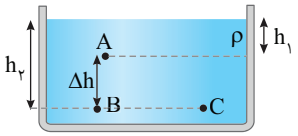
$$P=۱۰^۵+۱۰۰۰\times ۱۰\times ۰/۲\Rightarrow P=۱۰۲۰۰۰Pa=۱/۰۲\times ۱۰^۵Pa$$

A ۲۲۷ ۳

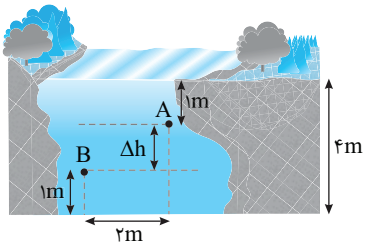
خط فکری اختلاف فشار دو نقطه درون یک مایع همواره برابر $\Delta P=\rho g\Delta h$ است که در آن Δh فاصلهٔ قائم دو نقطه از یکدیگر است. به اثبات زیر دقت کنید:

$$\begin{cases}P_A=P_۰+\rho gh_۱\\ P_B=P_۰+\rho gh_۲\end{cases}\Rightarrow \Delta P=P_B-P_A=\rho g(h_۲-h_۱)=\rho g\Delta h$$

$$\begin{cases}P_A=P_۰+\rho gh_۱\\ P_C=P_۰+\rho gh_۲\end{cases}\Rightarrow \Delta P=P_C-P_A=\rho g(h_۲-h_۱)=\rho g\Delta h$$



اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ قائم A و B از هم یعنی Δh روی شکل بستگی دارد.



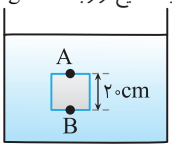
۱ با توجه به اعداد روی شکل، Δh را حساب می‌کنیم: $\Delta h = ۴-(۱+۱) = ۲m$

۲ اختلاف فشار برابر است با:

$$\Delta P_{AB} = \rho g \Delta h_{AB} \xrightarrow{\rho = ۱/۵\, g/cm^۳ = ۱۵۰۰ kg/m^۳} \Delta P_{AB} = ۱۵۰۰ \times ۱۰ \times ۲ \Rightarrow \Delta P_{AB} = ۳۰۰۰۰ Pa = ۳۰ kPa$$

۲۲۸ B ۳

اختلاف فشار بین دو نقطه درون یک مایع از رابطهٔ $\Delta P = \rho g \Delta h$ به‌دست می‌آید:



$$\begin{cases} P_A = ۱۰۱ kPa \\ P_B = ۱۰۵ kPa \end{cases} \Rightarrow \Delta P_{AB} = ۱۰۵ - ۱۰۱ = ۴ kPa = ۴۰۰۰ Pa$$

حال با توجه به ΔP مقدار چگالی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow ۴۰۰۰ = \rho \times ۱۰ \times ۰/۲ \Rightarrow \rho = ۲۰۰۰ kg/m^۳$$

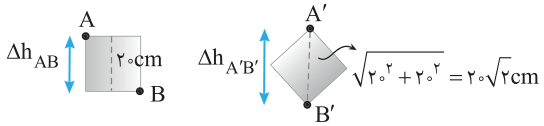
مقدار چگالی بر حسب گرم بر لیتر خواهد شد:

$$\rho = ۲۰۰۰ \frac{kg}{m^۳} \times \frac{۱۰۰۰ g}{۱ kg} \times \frac{۱ m^۳}{۱۰۰۰ L} = ۲۰۰۰ \frac{g}{L}$$

۲۲۹ B ۳

اختلاف فشار بین دو نقطه در مایع از رابطهٔ $\Delta P = \rho g \Delta h$ به‌دست می‌آید که در آن Δh فاصلهٔ قائم دو نقطه است.

$\Delta P = \rho g \Delta h_{AB}$ $\quad$ $\Delta P_{A'B'} = \rho g \Delta h_{A'B'}$



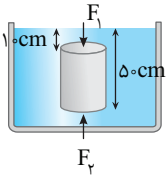
حال نسبت ΔP_{AB} و $\Delta P_{A'B'}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta P_{AB}}{\Delta P_{A'B'}} = \frac{\rho g \Delta h_{AB}}{\rho g \Delta h_{A'B'}} = \frac{۲۰}{۲۰\sqrt{۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۲۳۰ B ۲

۱ نیروی وارد بر سطح بالایی از طرف آب برابر است با: $F_۱ = P_۱ A = \rho g h_۱ A$

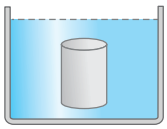
۲ نیروی وارد بر سطح پایینی از طرف آب خواهد شد: $F_۲ = P_۲ A = \rho g h_۲ A$



۳ اختلاف دو نیرو را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F = F_۲ - F_۱ = \rho g (h_۲ - h_۱) A \xrightarrow[\rho = ۱۰۰۰ kg/m^۳]{A = ۲۰ cm^۲} \Delta F = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times (۰/۵ - ۰/۱) \times ۲۰ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow \Delta F = ۱۰^۴ \times ۰/۴ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۴} = ۸ N$$

بازی با سوال مطابق شکل، جسمی درون مایعی قرار دارد. اختلاف نیروی وارد بر سطح بالایی جسم با نیروی وارد بر سطح پایینی جسم از طرف مایع به کدام عامل بستگی ندارد؟

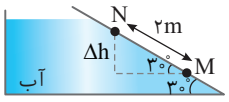


۱) ابعاد جسم
۲) چگالی جسم
۳) چگالی مایع
۴) شتاب گرانش

گزینهٔ ۲

۲۳۱ B ۲

اختلاف فشار بین دو نقطهٔ M و N از رابطهٔ $P = \rho g \Delta h$ به‌دست می‌آید که در آن Δh فاصلهٔ قائم بین دو نقطهٔ M و N است.



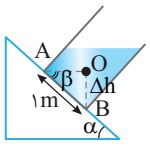
بنابراین ابتدا Δh را حساب می‌کنیم: $\Delta h = MN \sin ۳۰^\circ \Rightarrow \Delta h = ۲ \times \frac{۱}{۲} = ۱ m$

اکنون اختلاف فشار بین نقاط M و N را به‌دست می‌آوریم:

$$P = \rho g \Delta h = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۱ = ۱۰۰۰۰ Pa = ۱۰ kPa$$

۲۳۲ B ۱

اختلاف فشار بین این دو نقطه برابر است با:



$$۱۲۰۰ \frac{g}{lit} = ۱۲۰۰ \frac{g}{lit} \times \frac{۱۰^{-۳} kg}{۱ g} \times \frac{۱ lit}{۱۰^{-۳} m^۳} = ۱۲۰۰ kg/m^۳$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow ۹۶۰۰ = ۱۲۰۰ \times ۱۰ \Delta h \Rightarrow \Delta h = ۰/۸ m$$

بنا به خطوط موازی و مورب، زاویهٔ β در مثلث AOB برابر زاویهٔ α است و می‌توان نوشت:

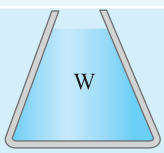
$$\sin \beta = \frac{\Delta h}{AB} \xrightarrow{\alpha = \beta} \sin \alpha = \frac{۰/۸}{۱} \Rightarrow \alpha = ۵۳^\circ$$

۲۳۳ A ۱

فشار مایع $P = \rho g h$ است که مایع هر سه ظرف یکسان است و با توجه به شکل ارتفاع مایع نیز یکسان است، بنابراین فشار آب بر کف در هر سه ظرف یکسان است. $(P_۱ = P_۲ = P_۳)$

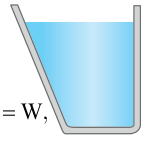
۲۳۴ A ۱

خط فکری می‌توان گفت که سه نوع ظرف داریم و برای هرکدام از آن‌ها می‌توان مطابق جدول زیر نیروی وارد بر کف ظرف و وزن مایع را مقایسه کرد:

ظرف با سطح مقطع ثابت	دهانهٔ ظرف باریک‌تر	دهانهٔ ظرف پهن‌تر
		
$F = W$ وارد بر کف	$F > W$ وارد بر کف	$F < W$ وارد بر کف

با توجه به سؤال جرم مایع ریخته شده در ظرف‌ها یکسان است بنابراین:

$F_۱ > W$,

$F_۲ = W$,

$F_۳ < W$

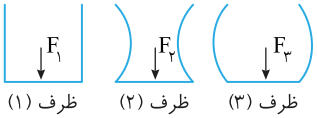
نیروی وارد بر کف ظرف (۱) از دو ظرف دیگر بیشتر است.

B ۴ ۲۳۵

دقت کنید حجم سه مایع یکسان و مساحت مقطع هر سه ظرف برابر $(A_۱=A_۲=A_۳)$ است. بنابراین در ظرف (۲) ارتفاع مایع از دو ظرف دیگر بیشتر و در ظرف (۳)، ارتفاع مایع از همه کمتر است $(h_۲>h_۱>h_۳)$. از طرفی نیروی وارد بر کف ظرف خواهد شد:

$$F=PA=\rho ghA$$

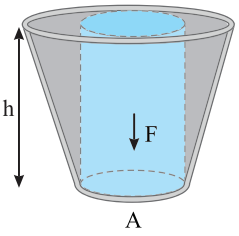
و با توجه به ارتفاع مایع در سه ظرف خواهیم داشت: $F_۲>F_۱>F_۳$



B ۲ ۲۳۶

خط فکری فشاری که مایع بر کف هر ظرف وارد می‌کند برابر با $P=\rho gh$ است. نیرویی که مایع بر کف هر ظرف وارد می‌کند نیز از رابطهٔ $F=PA$ به‌دست می‌آید:

$$P=\rho gh \xrightarrow{F=PA} F=\rho ghA$$



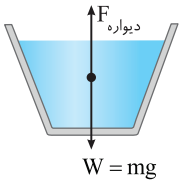
در شکل روبه‌رو hA برابر با حجم قسمتی از مایع است که به صورت استوانهٔ رنگی مشخص شده است. بنابراین $F=\rho ghA$ برابر با وزن این قسمت از مایع است که از وزن کل مایع کمتر است: $F<W$

با توجه به متن خط فکری قطعاً نیرویی که توسط مایع به کف ظرف وارد می‌شود از وزن مایع کمتر است $F_۱<۲۰N$.

اما دقت کنید نیرویی که یک جسم ساکن واقع بر سطح افقی به سطح وارد می‌کند، همواره برابر نیروی وزن جسم است بنابراین $F_۲=۲۰N$.

B ۱ ۲۳۷

مایع درون ظرف ساکن است بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است $(F_{net}=۰)$.



نیروهای وارد بر مایع را بررسی می‌کنیم:

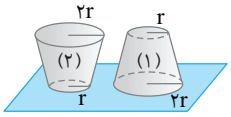
۱ نیروی وزن که توسط کرهٔ زمین بر مایع رو به پایین وارد می‌شود.

۲ نیرویی که از طرف دیواره‌ها به مایع وارد می‌شود.

نیروی دیواره‌ها باید نیروی وزن را خنثی کند. بنابراین نیروی خالصی که دیواره‌ها بر مایع وارد می‌کنند باید در راستای قائم (در راستای وزن) و رو به بالا باشد.

A ۳ ۲۳۸

خط فکری به عبارت نیروی وارد بر سطح افقی دقت کنید. یک جسم ساکن همواره نیرویی برابر نیروی وزن را بر تکیه‌گاهش وارد می‌کند. چون وزن ظرف و آب درون آن‌ها یکسان است، نیرویی که هر دو ظرف بر سطح افقی وارد می‌کنند یکسان است $(F_۱=F_۲)$.

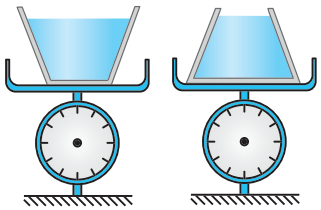


ارتفاع آب در دو ظرف یکسان است بنابراین فشار آب در کف ظرف‌ها یکسان است.

$$P=\rho gh \xrightarrow{h_۱=h_۲} P_۱=P_۲$$

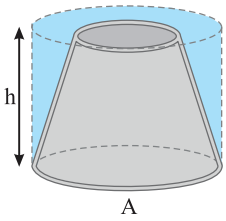
A ۱ ۲۳۹

این دو ترازو در هر حالت نیروی وزن اجسام روی کفهٔ ترازو را نشان می‌دهد و در هر دو حالت جرم ظرف‌ها و مایع درون آن‌ها یکسان است بنابراین اختلاف بین عددی که دو ترازو نشان می‌دهند $(a'-a)$ برابر صفر است.



B ۱ ۲۴۰

خط فکری با توجه به شکل مقابل:



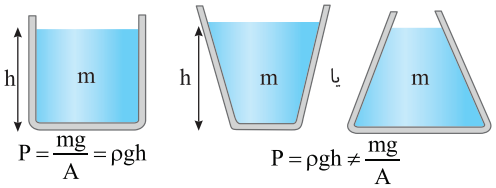
$$P=\rho gh \xrightarrow{F=PA} F=\rho ghA$$

اما hA برابر با حجم مایعی است که به صورت یک استوانهٔ رنگی مشخص شده است، بنابراین $F=\rho ghA$ از وزن مایع بیشتر است: $F>W$

با توجه به متن خط فکری نیرویی که از طرف مایع بر کف این ظرف وارد می‌شود از وزن مایع بیشتر است بنابراین $F>W_۱+W_۲$ خواهد بود.

A ۳ ۲۴۱

خط فکری برای ظرف‌هایی که سطح مقطع آن‌ها در حال تغییر است، فشار حاصل از مایع تنها از رابطهٔ $P=\rho gh$ به‌دست می‌آید.



با توجه به خط‌فکری بالا، فشار حاصل از مایع را حساب می‌کنیم:

$$P=\rho gh\Rightarrow P=۳۰۰۰\times ۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}=۳۰۰۰Pa$$

B ۱ ۲۴۲

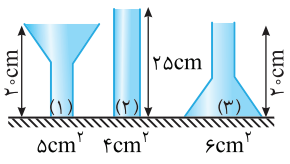
مایع ساکن است و برایند نیروهای وارد بر مایع صفر است. دو نیرو بر مایع وارد می‌شود، یکی نیروی وزن $(W=۵۰N)$ رو به پایین و دیگری نیرویی است که ظرف به مایع وارد می‌کند که اندازهٔ آن نیز باید $۵۰N$ و رو به بالا باشد. بنا به قانون سوم نیوتون مایع نیز همین نیروی $۵۰N$ را رو به پایین به ظرف وارد می‌کند.

A ۲ ۲۴۳

خط فکری نیرویی که مایع بر کف ظرف وارد می‌کند ناشی از فشار مایع $(F=PA)$ است. برای آنکه مشخص شود که نیروی وارد بر کف کدام ظرف بیشتر است باید از رابطهٔ $F=PA=\rho ghA$، نیروی وارد بر کف تک‌تک ظرف‌ها را به‌دست آوریم.

نیروی وارد بر کف هر ظرف خواهد شد:

$$F=PA\Rightarrow F=\rho ghA\Rightarrow\begin{cases}F_۳=\rho g(۲۰\times۶)=۱۲۰\rho g\\F_۲=\rho g(۲۵\times۴)=۱۰۰\rho g\\F_۱=\rho g(۲۰\times۵)=۱۰۰\rho g\end{cases}$$



با مقایسه سه نیروی $F_۱$، $F_۲$، $F_۳$ مشخص است که $F_۱=F_۲<F_۳$ است.

B ۴ ۲۴۴

خط فکری در حل این مسئله می‌توان از تعریف اصلی فشار $P=\frac{F}{A}$ استفاده کرد و کافی است وزن آب اضافه شده را بر مساحت سطح دهانهٔ ظرف تقسیم کنیم، زیرا افزایش فشار در سطح بالایی آب به تمام نقاط به‌طور یکسان منتقل می‌شود.

نکته عدد حجم آب بر حسب لیتر با عدد جرم آن برحسب kg برابر است. وقتی حجم آب ۲lit است، جرم آن ۲kg است و فشاری که این مقدار آب ایجاد می‌کند برابر است با:

$$\Delta P=\frac{\Delta F}{A}\xrightarrow{\Delta F=\Delta W=\Delta mg}\Delta P=\frac{\Delta mg}{A}=\frac{۲\times۱۰}{۰/۰۴}=۵۰۰Pa$$

B ۲۴۵ ۳

۱ ابتدا افزایش ارتفاع مایع را به ازای مایع اضافه شده به ظرف را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\Delta m=۴۰g\\ \rho=۴g/cm^۳\end{cases}\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\Delta V=\frac{\Delta m}{\rho}\Rightarrow\Delta V=\frac{۴۰}{۴}=۱۰cm^۳$$

قسمت باریک ظرف استوانه‌ای است، بنابراین:

$$\Delta V=A\Delta h\Rightarrow ۱۰=۲\times\Delta h\Rightarrow\Delta h=۵cm$$

۲ به اندازهٔ $۵cm$ بر ارتفاع مایع افزوده شده بنابراین افزایش فشار برابر است با:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\xrightarrow[\Delta h=۵cm=۰/۰۵m]{\rho=۴g/cm^۳=۴۰۰۰kg/m^۳}\Delta P=۴۰۰۰\times۱۰\times۰/۰۵=۲۰۰۰Pa$$

۳ افزایش نیروی وارد بر کف ظرف را حساب می‌کنیم:

$$\Delta P=\frac{\Delta F_{\text{کف ظرف}}}{A_{\text{کف ظرف}}}\Rightarrow\Delta F_{\text{کف ظرف}}=\Delta P A_{\text{کف ظرف}}$$

$$\Rightarrow\Delta F_{\text{کف ظرف}}=۲۰۰۰\times(۲۰\times۱۰^{-۴})=۴N$$

میانبر افزایش فشار در یک نقطه از مایع محصور به تمام نقاط مایع منتقل می‌شود:

$$\Delta P_{\text{بالا ظرف}}=\Delta P_{\text{کف ظرف}}\Rightarrow\frac{\Delta F_{\text{بالا ظرف}}}{A_{\text{دهانه}}}=\frac{\Delta F_{\text{کف ظرف}}}{A_{\text{کف ظرف}}}$$

$$\xrightarrow{\Delta F_{\text{بالا ظرف}}=\Delta mg}\Delta F_{\text{کف ظرف}}=\frac{A_{\text{کف ظرف}}}{A_{\text{دهانه}}}\times\Delta mg$$

B ۲۴۶ ۲

خط فکری بیشینه نیرویی که کف ظرف می‌تواند تحمل کند و نشکند $۱۳۵N$ است. بنابراین ابتدا باید فشار قابل تحمل توسط کف ظرف را مشخص کنیم، سپس به کمک آن می‌توان ارتفاع ستونی از جیوه که می‌تواند این فشار را ایجاد کند به‌دست آورد.

۱ بیشینه فشار وارد بر کف ظرف را حساب می‌کنیم: $P_{max}=\frac{F_{max}}{A}=\frac{۱۳۵}{۲۰\times۱۰^{-۴}}Pa$

۲ بیشینه ارتفاع جیوه را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{max}=\rho_{Hg}gh_{max}\Rightarrow\frac{۱۳۵}{۲۰\times۱۰^{-۴}}=۱۳۵۰۰\times۱۰h_{max}\Rightarrow h_{max}=۵۰cm$$

۳ درون ظرف تا ارتفاع $۴۰cm$ جیوه ریخته شده است بنابراین حداکثر باید $۵۰-۴۰=۱۰cm$ به جیوه درون ظرف اضافه کرد.

B ۲۴۷ ۲

خط فکری نیروی وارد بر سطح تکیه‌گاه به شکل ظرف بستگی ندارد و همواره برابر مجموع نیروی وزن مایع و وزن ظرف است.

$$\Delta m=\rho\Delta V$$

$$\xrightarrow[\rho=۸۰۰\frac{kg}{m^۳}]{V=۵L=۵\times۱۰^{-۳}m^۳}\Delta m=۸۰۰\times۵\times۱۰^{-۳}=۴kg$$

بنابراین در این سؤال نیز نیروی وارد بر سطح میز به اندازهٔ وزن مایع اضافه شده افزایش می‌یابد. $\Delta W=\Delta mg\longrightarrow\Delta W=۴۰N$

B ۲۴۸ ۳

خط فکری در حل این مسئله ابتدا باید حجم پایینی ظرف را حساب کنیم تا مشخص شود که چه مقدار از مایع در قسمت پایین ظرف و چه مقدار آن در قسمت بالایی ظرف قرار می‌گیرد تا بتوانیم ارتفاع کل مایع تا کف ظرف را حساب کنیم و فشار وارد بر کف ظرف و سپس نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع را به‌دست آوریم.

۱ حجم قسمت پایینی ظرف برابر است با:

$$V_۱=A_۱h_۱\Rightarrow V_۱=۳۰\times۷۵\Rightarrow V_۱=۲۲۵۰cm^۳=۲/۲۵L$$

۲ حجم کل مایع $۷/۵L$ است، بنابراین حجم مایع که به قسمت بالای ظرف (قسمت پهن) می‌رود برابر خواهد شد با:

$$V_۲=۷/۵-۲/۲۵\Rightarrow V_۲=۵/۲۵L=۵۲۵۰cm^۳$$

۳ ارتفاع مایع در قسمت بالای ظرف را حساب می‌کنیم.

$$V_۲=A_۲h_۲\Rightarrow ۵۲۵۰=۱۵۰h_۲\Rightarrow h_۲=۳۵cm$$

۴ ارتفاع کل مایع در ظرف از کف ظرف تا سطح مایع برابر است با:

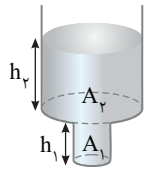
$$h_{\text{کل}}=h_۱+h_۲=۷۵+۳۵=۱۱۰cm=۱/۱m$$

۵ پس فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P=\rho gh=۳۰۰۰\times۱۰\times۱/۱=۳۳\times۱۰^۳Pa$$

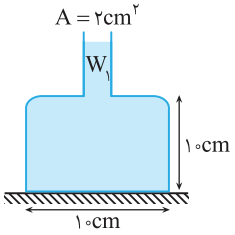
۶ حال نیروی وارد بر کف ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA=۳۳\times۱۰^۳\times۳۰\times۱۰^{-۴}=۹۹N$$



دقت کنید با توجه به شکل ظرف که سطح مقطع بالایی آن بزرگ‌تر از سطح مقطع پایینی آن است، نیروی وارد بر کف ظرف (F) از وزن مایع (W) کمتر است پس نمی‌توان نیروی وارد بر کف ظرف را برابر با $W=mg$ دانست.

B ۲۴۹ ۱



۱) نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از فشار مایع است. وقتی آب به وزن $W_۱$ به ظرف اضافه می‌شود، افزایش فشار در دهانهٔ ظرف خواهد شد:

$$\Delta P=\frac{W_۱}{A}=\frac{W_۱}{۲\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow\Delta P=۵۰۰۰W_۱$$

نکته هر گاه بر یک مایع محبوس فشاری وارد شود، مایع این فشار را به تمام نقاط منتقل می‌کند.

۲) افزایش فشار در کف ظرف نیز $۵۰۰۰W_۱$ بوده و افزایش نیروی وارد بر کف خواهد شد:

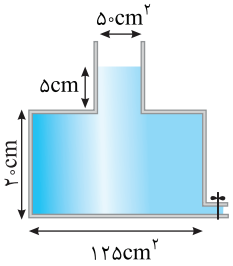
$$\Delta F_{\text{کف}}=\Delta P A_{\text{کف}}=۵۰۰۰W_۱\times(۱۰^{-۲})\Rightarrow\Delta F_{\text{کف}}=۵۰W_۱$$

۳) افزایش نیروی وارد بر سطح افقی برابر همان وزن آب اضافه شده به ظرف یعنی $W_۱$ است.

$$\Delta F_{N_۱}=\Delta W=W_۱$$

B ۲۵۰ ۴

خط فکری دوباره یک مسئله با یک ظرف که دو قسمت پهن و باریک دارد و مقداری مایع. ابتدا حجم مایع در قسمت باریک را حساب می‌کنیم تا مشخص شود وقتی $۰/۵kg$ آب از شیر خارج می‌شود، سطح آب چند سانتی‌متر پایین می‌آید.



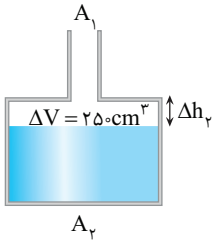
۱ حجم آب را در قسمت بالای ظرف به‌دست می‌آوریم.

$$V_۱=A_۱h_۱\Rightarrow V_۱=۵۰\times۵=۲۵۰cm^۳$$

۲ حجم $۰/۵kg$ آب را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۱۰۰۰=\frac{۰/۵}{V}\Rightarrow$$

$$V=۵\times۱۰^{-۴}m^۳\Rightarrow V=۵۰۰cm^۳$$



۳ وقتی $۵۰۰cm^۳$ آب از ظرف خارج شود، $۲۵۰cm^۳$ آن مربوط به قسمت باریک است و $۲۵۰cm^۳$ مربوط به قسمت پهن (پایینی) است. کاهش ارتفاع در قسمت پهن (پایین) ظرف را حساب می‌کنیم: $\Delta V=A_۲\Delta h_۲$

$$\Rightarrow۲۵۰=۱۲۵\Delta h_۲\Rightarrow\Delta h_۲=۲cm$$

۴ کاهش ارتفاع کل برابر است با: $\Delta h_{\text{کل}}=۵+۲=۷cm$

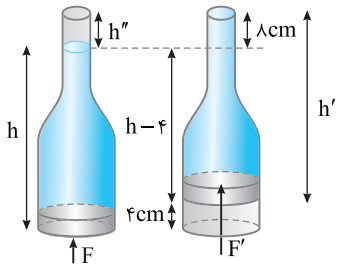
۵ کاهش فشار وارد بر کف ظرف برابر خواهد شد با:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow\Delta P=۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۷}{۱۰۰}=۷۰۰Pa$$

۲۵۱ C ۳

۱ با حرکت پیستون ۴cm از مایع در قسمت پهن ظرف کاسته شده و همین حجم مایع باید به قسمت باریک ظرف اضافه شود:

$$\Delta V_{\text{قسمت پهن}} = \Delta V_{\text{قسمت باریک}} \xrightarrow{V=Ah} ۱۰\times h'' = ۲۰\times ۴ \Rightarrow h'' = ۸cm$$



۲ در ابتدا ارتفاع مایع درون ظرف h بوده است. با حرکت پیستون به اندازهٔ ۴cm رو به بالا مایع درون قسمت باریک ۸cm بالا رفته است. با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$h' = h - ۴ + ۸ \Rightarrow h' = h + ۴$$ افزایش ارتفاع مایع نسبت به حالت قبل ۴cm است

بنابراین فشار مایع درون ظرف به مقدار زیر افزایش می‌یابد.

$$\Delta P = \rho g h \Rightarrow \Delta P = \rho g \times \frac{۴}{۱۰۰} \Rightarrow \Delta P = ۱۲۰۰\times ۱۰\times \frac{۴}{۱۰۰} = ۴۸۰Pa$$

۳ افزایش نیرویی که مایع به پیستون در حالت جدید وارد می‌کند، برابر است با:

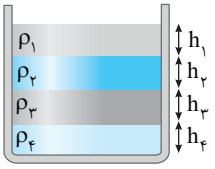
$$\Delta F = \Delta P A \Rightarrow \Delta F = ۴۸۰\times ۲۰\times ۱۰^{-۴} = ۰/۹۶N$$

۴ باید نیروی F به اندازهٔ ۰/۹۶N زیاد شود تا مایع در تعادل بماند یعنی $F' = F + ۰/۹۶N$.

۲۵۲ A ۱

خط فکری هنگامی که دو یا چند مایع روی هم ریخته می‌شوند فشار وارد بر کف ظرف از طرف مایع‌ها برابر مجموع فشارهای آن‌ها است:

$$P = \rho_۱ g h_۱ + \rho_۲ g h_۲ + \rho_۳ g h_۳ + \rho_۴ g h_۴$$ از طرف مایع‌ها



فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P = P_{۰} + \rho g h + \rho' g h'$$

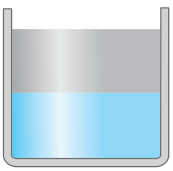
$$\Rightarrow P = ۱۰^{۵} + ۲۵۰۰\times ۱۰\times \frac{۸}{۱۰۰} + ۱۵۰۰\times ۱۰\times \frac{۸}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow P = ۱۰^{۵} + ۲۰۰۰ + ۱۲۰۰$$

$$\Rightarrow P = ۱۰^{۳}(۱۰۰ + ۲ + ۱/۲) = ۱۰۳/۲\times ۱۰^{۳} Pa = ۱۰۳/۲kPa$$

$$\rho' = ۱/۵ \frac{g}{cm^{۳}} = ۱۵۰۰ \frac{kg}{m^{۳}}$$

$$\rho = ۲/۵ \frac{g}{cm^{۳}} = ۲۵۰۰ \frac{kg}{m^{۳}}$$



۲۵۳ A ۲

یادآوری فشار وارد بر یک ظرف با سطح مقطع ثابت از رابطهٔ $P = \frac{mg}{A}$ نیز به‌دست می‌آید:

فشار حاصل از آب را حساب می‌کنیم :

$$P_{\text{آب}} = \frac{m_W g}{A} \xrightarrow[A = ۵cm^{۲} = ۵\times ۱۰^{-۴} m^{۲}]{m_W = ۲۰۰g = ۰/۲kg} P_{\text{آب}} = \frac{۲}{۵\times ۱۰^{-۴}} = ۴۰۰۰Pa$$

فشار حاصل از جیوه را حساب می‌کنیم :

$$P_{\text{جیوه}} = \frac{m_{Hg} g}{A} \xrightarrow[A = ۵cm^{۲} = ۵\times ۱۰^{-۴} m^{۲}]{m_{Hg} = ۴۰۰g = ۰/۴kg} P_{\text{جیوه}} = \frac{۴}{۵\times ۱۰^{-۴}} = ۸۰۰۰Pa$$

فشار حاصل از دو مایع بر کف ظرف برابر است با:

$$P_{\text{کف}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}} = ۴۰۰۰ + ۸۰۰۰ = ۱۲۰۰۰ \Rightarrow P_{\text{کف}} = ۱۲kPa$$

میانبر چون جرم جیوه دو برابر جرم آب است، پس وزن و فشار جیوه نیز دو برابر وزن و فشار آب است.

۲۵۴ A ۳

خط فکری حل این مسئله جالب است. آب در ته ظرف و روغن روی آن قرار می‌گیرد. در مسئله ارتفاع آب داده شده است، بنابراین فشار آب را از رابطه $\rho_W g h_W$ به‌دست می‌آوریم. اما برای روغن صحبت از جرم است، بنابراین فشار روغن را از رابطه $P = \frac{m_o g}{A}$ به‌دست می‌آوریم.

فشار وارد بر کف ظرف ناشی از مجموع فشار دو مایع است.

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{روغن}} = \rho_W g h_W + \frac{m_o g}{A}$$

$$\xrightarrow[h_W = ۱۰cm, A = ۲\times ۱۰^{-۳} m^{۲}]{P = ۲۰۰۰Pa} ۲۰۰۰ = ۱۰۰۰\times ۱۰\times \frac{۱۰}{۱۰۰} + \frac{m_o \times ۱۰}{۲\times ۱۰^{-۳}}$$

$$\Rightarrow ۱۰۰۰ = \frac{m_o \times ۱۰}{۲\times ۱۰^{-۳}} \Rightarrow m_o = ۰/۲kg = ۲۰۰g$$

۲۵۵ A ۴

با افزودن روغن فشار مایع بر کف ظرف ٪۲۰ افزایش یافته است. یعنی فشار ناشی از ستون روغن ٪۲۰ فشار ستون آب است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_o = \frac{۲۰}{۱۰۰} P_W \Rightarrow \rho_o g h_o = \frac{۲۰}{۱۰۰} \rho_W g h_W$$

$$\Rightarrow ۰/۸ h_o = \frac{۲}{۱۰} \times ۱ \times h_W \Rightarrow h_o = \frac{۰/۲}{۰/۸} h_W = \frac{۱}{۴} h$$

۲۵۶ A ۴

نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از فشار مایع‌ها برابر است با:

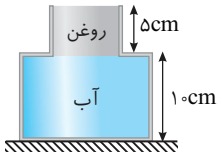
$$F = PA = (P_O + P_W)A$$

$$= (\rho_O g h_O + \rho_W g h_W)A$$

$$F = (۸۰۰\times ۱۰\times \frac{۵}{۱۰۰} + ۱۰۰۰\times ۱۰\times \frac{۱۰}{۱۰۰}) \times ۵۰\times ۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow F = (۱۴۰۰)\times ۵۰\times ۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow F = ۷۰۰۰\times ۱۰^{-۴} \Rightarrow F = ۷N$$



۲۵۷ A ۱

یادآوری مایعی که دارای چگالی بیشتر است ته‌نشین می‌شود.

خط فکری فشار در کف ظرف داده شده است و فشار در ارتفاع ۴cm از کف ظرف خواسته شده است، بنابراین کافی است از فشار کف ظرف، فشار ستون ۴cm آب را کم کرد. البته شما می‌دانید که چون آب دارای چگالی بیشتری است، آب ته‌نشین شده است.

به حل مسئله می‌پردازیم:

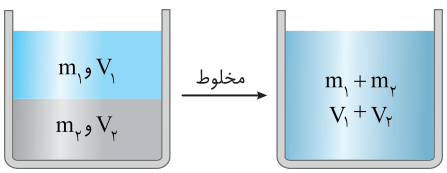
$$P_A = P_{\text{کف ظرف در}} - \rho g \Delta h$$

$$= ۱۸۰۰ - ۱۰۰۰\times ۱۰\times \frac{۴}{۱۰۰}$$

$$P_A = ۱۸۰۰ - ۴۰۰ = ۱۴۰۰Pa$$

۲۵۸ A ۱

در هر دو حالت فشار مایع بر کف ظرف برابر نسبت مجموع وزن دو مایع بر کف ظرف است $(P_{\text{کل}} = \frac{W_{\text{کل}}}{A})$، بنابراین $P_۱ = P_۲$ است.



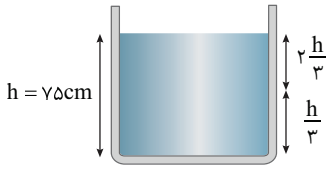
$$P = \frac{m_۱ g}{A} + \frac{m_۲ g}{A} \qquad P = \frac{(m_۱ + m_۲)g}{A}$$

B ۱ ۲۵۹

خط فکری چـه دو مایع بـا هم مخلوط شـوند و چه به صورت مخلوط نشـده در ظرف استـوانه‌ای قرار بگیرند، چون وزن مایع درون ظرف یکسان است، فشار وارد بر کف ظرف در دو حالت یکسان است. در حل این سؤال برای راحتی فرض می‌کنیم که دو مایع مخلوط نشده باشند. چگالی مایع A از چگالی مایع B بیشتر است و مایع A ته‌نشین می‌شود. با توجه به شکل ارتفاع مایع A و ارتفاع مایع B را می‌توان به‌دست آورد.

$$\begin{cases} V_A=\frac{1}{3}V \\ V_B=\frac{2}{3}V \end{cases} \xrightarrow{V=Ah} \begin{cases} h_A=\frac{1}{3}h \\ h_B=\frac{2}{3}h \end{cases}$$

$$h_A=\frac{h}{3}=\frac{75}{3}=25cm \quad , \quad h_B=\frac{2h}{3}=\frac{2}{3}\times 75=50cm$$



فشار وارد بر کف ظرف توسط مخلوط برابر است با:

$$P=\rho_A gh_A+\rho_B gh_B=1200\times 10\times\frac{25}{100}+600\times 10\times\frac{50}{100}$$

$$\Rightarrow P=3000+3000=6000Pa$$

B ۳ ۲۶۰

ابتدا چگالی مخلوط را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2}\Rightarrow\rho=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2}\Rightarrow\rho=\frac{1\times 400+1/2\times 600}{400+600}$$

$$\rho=1/12g/cm^3\Rightarrow\rho=1120kg/m^3$$

فشار پیمانه‌ای خواهد شد:

$$P=\rho gh\Rightarrow P=1120\times 10\times 0/5\Rightarrow P=5600Pa\Rightarrow P=5/6kPa$$

B ۱ ۲۶۱

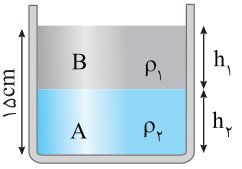
خط فکری ایـن نوع مسـائل به یک دسـتگاه دو معادلـه - دو مجهول می‌رسـد. معادله اول از روی شـکل مشـخص اسـت $(h_1+h_2=0/15m)$ و معادلهٔ دوم باید به کمک فشـار حاصل از دو مایع بر کف ظرف نوشـته شود و با حل دستگاه دو معادله - دو مجهول h_1 و h_2 به‌دست می‌آید.

۱ چگالی‌ها را بر حسب یکای SI به‌دست می‌آوریم:

$$1200g/L\times\frac{10^{-3}L}{1m^3}\times\frac{1kg}{10^{-3}g}=1200kg/m^3$$

دقـت کردیـد مقدار چگالی بر حسـب g/L همان مقدار چگالی بر حسـب kg/m^3 است، بنابراین $900g/L$ نیز همان $900kg/m^3$ است.

۲ مایعی که چگالی بیشـتری دارد ته‌نشـین می‌شود، بنابراین $\rho_1=900kg/m^3$ و $\rho_2=1200kg/m^3$ اسـت. فشـار این دو مایع برابر $1650Pa$ شـده اسـت، بنابراین می‌توان نوشت:



$$P_1+P_2=1650\Rightarrow\rho_1gh_1+\rho_2gh_2=1650$$

$$\Rightarrow 900\times 10\times h_1+1200\times 10\times h_2=1650$$

$$\Rightarrow 3h_1+4h_2=0/55 \quad (2)$$

از طرفـی مجمـوع h_1 و h_2، برابر $0/15m$ اسـت، بنابراین همان‌گونـه که پیش‌بینی کردیم به دو معادله و دو مجهول رسیدیم که باید آن را حل کنیم.

$$\begin{cases} 3h_1+4h_2=0/55 \\ h_1+h_2=0/15 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} 3h_1+4h_2=0/55 \\ -3h_1-3h_2=-0/45 \end{cases}$$

$$h_2=0/1m=10cm\,,\,h_1=5cm$$

بنابراین نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ برابر است با:

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{10}{5}=2$$

B ۱ ۲۶۲

خط فکری در این نوع مسائل، با دو معادله و دو مجهول سر و کار داریم. یعنی باید دو رابطه بین ارتفاع آب و ارتفاع جیوه پیدا کنیم و با حل آن‌ها مسئله قابل حل می‌شود.

جرم جیوه چهار برابر جرم آب است:

$$m_{Hg}=4m_W\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}\rho_{Hg}V_{Hg}=4\rho_W V_W$$

حجم مایع $V=Ah$ است که مساحت سطح مقطع ظرف برای هر دو مایع یکسان است بنابراین:

معادله اول: $13/6\times A\times h_{Hg}=4\times 1\times A\times h_W\Rightarrow h_W=3/4h_{Hg}$ (۱)

اکنون معادله دوم را می‌نویسیم: $h_W+h_{Hg}=44$ (۲)

با توجه به معادلهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$3/4h_{Hg}+h_{Hg}=44\Rightarrow h_{Hg}=10cm, h_W=34cm$$

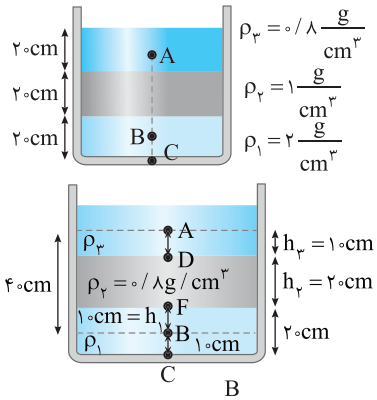
فشار آب برابر است با: $P_W=\rho_W gh_W=1000\times 10\times\frac{34}{100}=3400Pa$

فشار جیوه برابر است با: $P_{Hg}=\rho_{Hg}gh_{Hg}=13600\times 10\times 0/1=13600Pa$

فشار کل خواهد شد: $P=P_{Hg}+P_W=13600+3400=17000Pa=17kPa$

B ۴ ۲۶۳

خط فکری به شـکل دقت کنیـد، در فاصلـهٔ AB، $10cm$ از مایع با چگالی ρ_1، $20cm$ از مایـع بـا چگالی ρ_2 و $10cm$ از مایع با چگالی ρ_3 قـرار دارد. بنابراین برای به‌دسـت آوردن اختلاف فشـار بین AB باید فشار حاصل از $10cm$ مایع ρ_1 و $20cm$ مایع ρ_2 و $10cm$ مایع ρ_3 را با هم جمع کنیم.



اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B برابر است با:

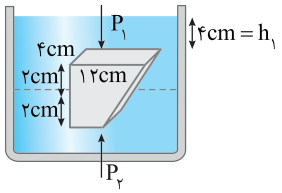
$$\Delta P_{AB}=\rho_1gh_1+\rho_2gh_2+\rho_3gh_3$$

$$=2000\times 10\times\frac{10}{100}+1000\times 10\times\frac{20}{100}+800\times 10\times\frac{10}{100}$$

$$=2000+2000+800=4800Pa$$

A ۳ ۲۶۴

۱ سـطح بالایی جسـم تنها در مایع ρ_1 فـرو رفتـه و فشـار وارد بـر سـطح بالایی جسم از طرف مایع برابر است با:



$$P_1=\rho_1gh_1=\rho_1g\frac{4}{100}=0/4\rho_1$$

۲ سطح پایینی جسم در مایع ρ_2 نیز فرو رفته و فشار وارد بر این سطح از طرف دو مایع برابر است با:

$$P_2=P_{(1)\text{مایع}}+P_{(2)\text{مایع}}\Rightarrow P_2=\rho_1g\frac{6}{100}+\rho_2g\frac{2}{100}=0/6\rho_1+0/2\rho_2$$

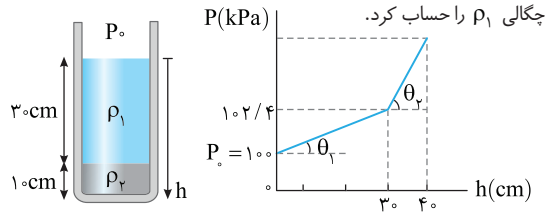
۳ نیروی وارده از طرف مایع برابر $F=PA$ است:

$$F_۱=F_۲\Rightarrow P_۱A_۱=P_۲A_۲\xrightarrow[A_۲=۴\times۵=۲۰cm^۲]{A_۱=۴\times۱۲=۴۸cm^۲}۰/۴\rho_۱\times۴۸=(۰/۶\rho_۱+۰/۲\rho_۲)\times۲۰$$

$$۴/۸\rho_۱=۳\rho_۱+\rho_۲\Rightarrow\rho_۲=۱/۸\rho_۱\Rightarrow\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=۱/۸$$

۴ **A** **۲۶۵**

فشار ۳۰cm از مایع $\rho_۱$ برابر $۱۰۲/۴-۱۰۰=۲/۴kPa$ شده است و می‌توان به کمک آن چگالی $\rho_۱$ را حساب کرد.



$$P=\rho_۱gh_۱\Rightarrow۲۴۰۰=\rho_۱\times۱۰\times\frac{۳۰}{۱۰۰}\Rightarrow\rho_۱=۸۰۰kg/m^۳$$

به نمودارها دقت کنید شیب این نمودارها برابر است با:

$$\tan\theta=\frac{\Delta P}{\Delta h}\xrightarrow{\Delta P=\rho g\Delta h}\tan\theta=\frac{\rho g\Delta h}{\Delta h}\Rightarrow\tan\theta=\rho g$$

با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$\tan\theta_۲=۱۷\tan\theta_۱\Rightarrow\rho_۲g=۱۷\rho_۱g\Rightarrow\rho_۲=۱۷\times۸۰۰\Rightarrow\rho_۲=۱۳۶۰۰kg/m^۳$$

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

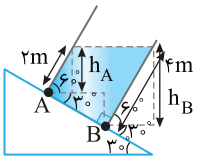
۳ **B** **۲۶۶**

در هر دو حالت فشار مایع بر کف ظرف از رابطهٔ $P=\rho gh$ به‌دست می‌آید بنابراین اختلاف فشار مایع در نقطهٔ B در دو حالت خواهد شد:

$$P'-P=\rho gh'-\rho gh\Rightarrow P'-P=\rho g(h'-h)$$

۴ **B** **۲۶۷**

خط فکری وقتی صحبت از فشار مایع $P=\rho gh$ است باید بدانیم منظور از h ارتفاع قائم مایع است و اختلاف فشار بین دو نقطه $(\Delta P=\rho g\Delta h)$ بستگی به اختلاف ارتفاع قائم دو نقطه از هم دارد.



۱ عمق نقطهٔ A از سطح آب را حساب می‌کنیم.

$$\sin۶۰^\circ=\frac{h_A}{۲}$$

$$\Rightarrow h_A=۲\sin۶۰^\circ=۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow h_A=\sqrt{۳}m$$

۲ عمق نقطهٔ B از سطح آب را نیز به‌دست می‌آوریم.

$$\sin۶۰^\circ=\frac{h_B}{۴}\Rightarrow h_B=۴\sin۶۰^\circ=۴\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow h_B=۲\sqrt{۳}m$$

۳ اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B برابر خواهد شد با:

$$\Delta P=P_B-P_A=\rho gh_B-\rho gh_A=\rho g(h_B-h_A)$$

$$\Delta P=۸۰۰\times۱۰(۲\sqrt{۳}-\sqrt{۳})\Rightarrow\Delta P=۸۰۰۰\sqrt{۳}Pa$$

۱ **B** **۲۶۸**

ابتدا باید بدانیم آهنگ ثابت خروج آب از شیر یعنی در هر ثانیه مقدار ثابتی آب وارد ظرف می‌شود. اما هر چه از کف ظرف به سمت دهانهٔ ظرف برویم، مساحت سطح بیشتر می‌شود و با حجم ثابت افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد. بنابراین آهنگ افزایش ارتفاع آب در حال کاهش است از این‌رو آهنگ تغییر فشار نیز در حال کاهش است.

۳ **B** **۲۶۹**

چون چگالی آب بیشتر از چگالی روغن است بنابراین آب زیر روغن قرار می‌گیرد. مجموع فشار دو مایع بر کف را حساب می‌کنیم. (ارتفاع روغن h_o و ارتفاع آب h_w)

$$P=(\rho gh)_w+(\rho gh)_o=۱۰^۳\times۱۰\times h_w+۸\times۱۰^۲\times۱۰\times h_o=۲۴۰۰$$

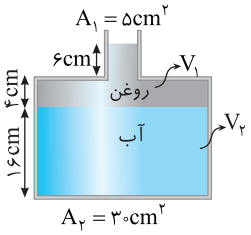
$$\Rightarrow۱۰۰h_w+۸۰h_o=۲۴\quad(۱)$$

حال با توجه به اینکه در صورت سؤال گفته شده که مجموع ارتفاع‌ها برابر ۲۶cm است داریم:

$$h_w+h_o=\frac{۲۶}{۱۰۰}\Rightarrow۱۰۰h_w+۱۰۰h_o=۲۶\quad(۲)$$

با حل دو معادله (۱) و (۲) ارتفاع‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}۱۰۰h_w+۸۰h_o=۲۴\\ ۱۰۰h_w+۱۰۰h_o=۲۶\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}h_o=۰/۱m=۱۰cm\\ h_w=۰/۱۶m=۱۶cm\end{matrix}$$



ارتفاع قسمت پهن ظرف ۲۰cm است که ۱۶cm آن را آب پُر کرده بنابراین ۴cm از ارتفاع روغن در این قسمت پهن قرار دارد و ۱۰−۴=۶cm روغن در قسمت باریک ظرف قرار دارد و حجم روغن مجموع حجم این دو قسمت است که باید آن را حساب کنیم.

$$V_{oil}=V_۱+V_۲=A_۱h_۱+A_۲h_۲=۶\times۵+۴\times۳۰=۱۵۰cm^۳$$

جرم روغن خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m_{oil}=\rho V_{oil}\Rightarrow m_{oil}=۰/۸\times۱۵۰=۱۲۰g$$

۲ **B** **۲۷۰**

یادآوری ریاضی حجم مخروط برابر $V=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h$ و حجم استوانه برابر $V=\pi r^۲h$ است.

خط فکری با برابر قرار دادن حجم آب در دو حالت ارتفاع مایع درون استوانه را حساب می‌کنیم، سپس با داشتن نسبت ارتفاع آب در مخروط و استوانه می‌توانیم نسبت فشار در حالت دوم به فشار حالت اول را حساب کنیم.

حجم آب در دو حالت برابر است از این‌رو:

$$V_{\text{استوانه}}=V_{\text{مخروط}}\Rightarrow\pi r'^۲h'=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h\xrightarrow{r'=\frac{r}{۲}}\frac{r^۲}{۴}h'=\frac{۱}{۳}r^۲h\Rightarrow h'=\frac{۴}{۳}h$$

با توجه به اینکه فشار مایع $P=\rho gh$ است می‌توان نوشت:

$$\frac{P_{\text{استوانه}}}{P_{\text{مخروط}}}=\frac{\rho gh'}{\rho gh}=\frac{۴}{۳}$$

دقت کنید که فشار مایع تنها در ظروف با سطح مقطع ثابت مانند ظرف استوانه‌ای را می‌توان از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ به‌دست آورد.

۲ **C** **۲۷۱**

خط فکری سؤال جالبی است. در حالت اول چگالی جسم از چگالی مایع کمتر است و جسم بر سطح مایع شناور می‌ماند و در حالت دوم چگالی جسم از چگالی مایع بیشتر است و جسم در مایع فرو می‌رود و در ته ظرف می‌نشیند. برای حالت اول مسئله را باید از تعریف اصلی فشار یعنی $P=\frac{F}{A}$ حل کرده که در آن F نیروی وزن است و با قرار دادن جسم روی سطح مایع افزایش فشار برابر $\frac{W}{A}$ می‌شود اما در حالت دوم برای یافتن فشار مایع بر کف ظرف باید مشخص شود که ارتفاع مایع درون ظرف چه مقدار افزایش یافته است.

۱ چون چگالی گوی فلزی اول کمتر از چگالی مایع است، گوی روی سطح مایع قرار می‌گیرد بنابراین افزایش فشار ناشی از افزایش وزن است از این‌رو:

$$P_۱=P_{\text{اضافه‌شده روی سطح}}\Rightarrow P_۱=\frac{mg}{A}=\frac{\rho Vg}{A}$$

$$P_۱=\frac{۲\times۱۰^۳\times(\frac{۴}{۳}\times\pi\times(۰/۱)^۳)\times۱۰}{۲۰۰\times۱۰^{-۴}}=۴\times۱۰^۳Pa$$

۲ چگالی گوی دوم بیشتر از چگالی مایع بوده و گوی در مایع فرو می‌رود و به اندازه

حجم گوی بر حجم مایع درون ظرف افزوده می‌شود. حجم گوی را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{گوی}}=\frac{۴}{۳}\pi R^۳ \Rightarrow V_{\text{گوی}}=\frac{۴}{۳}\times\pi\times(۰/۱)^۳ \Rightarrow V_{\text{گوی}}=۴\times۱۰^{-۳}\,m^۳$$

۳ افزایش حجم مایع نیز برابر $۴\times۱۰^{-۳}\,m^۳$ است بنابراین می‌توانیم افزایش ارتفاع مایع را حساب کنیم:

$$\Delta V_{\text{مایع}}=V_{\text{گوی}} \Rightarrow A\Delta h=V_{\text{گوی}} \Rightarrow ۲۰۰\times۱۰^{-۴}\times\Delta h=۴\times۱۰^{-۳} \Rightarrow \Delta h=۰/۲m$$

۴ افزایش فشار مایع در حالت دوم خواهد شد:

$$P_۲=P_{\text{ارتفاع اضافه‌شده}}=\rho g\Delta h \Rightarrow P_۲=۴\times۱۰^۳\times۱۰\times۲۰\times۱۰^{-۲}=۸\times۱۰^۳\,Pa$$

بنابراین نسبت $\frac{P_۲}{P_۱}$ برابر است با:

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۸\times۱۰^۳}{۴\times۱۰^۳}=۲$$

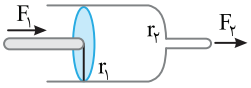
۲ ۲۷۲ C

خط فکری یک مایع محصور این توانایی را دارد که فشار وارد بر آن را به‌طور یکسان در تمام جهت‌ها منتقل کند، بنابراین فشاری که توسط شخص به پیستون سرنگ وارد می‌شود $(P=\frac{F_۱}{A_۱})$ عیناً به نوک سوزن $(P=\frac{F_۲}{A_۲})$ منتقل می‌شود. در حل این تست نیازی به تبدیل cm به m نداریم زیرا جواب نهایی بر حسب cm خواسته شده است.

۱ فشاری که توسط شخص به پیستون وارد می‌شود برابر است با:

$$P=\frac{F}{A} \Rightarrow P=\frac{۸}{\pi(۱/۲)^۲}$$

۲ این فشار به سوزن منتقل می‌شود و شعاع سطح مقطع سوزن برای حداقل نیروی لازم برای ورود مایع به بافت حیوان، برابر است با:



$$P=\frac{F_{۲\min}}{A_{۲\min}} \Rightarrow \frac{۸}{\pi(۱/۲)^۲}=\frac{۰/۳۲}{A_۲} \Rightarrow \frac{۸}{\pi(۱/۲)^۲}=\frac{۰/۳۲}{\pi r_{\min}^۲}$$

$$r_{\min}=\frac{۲}{۱۰}\times۱/۲ \Rightarrow r_{\min}=۰/۲۴cm$$

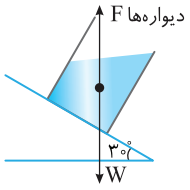
برای حالت حداکثر نیرو نیز خواهیم داشت:

$$P=\frac{F_{۲\max}}{A_{۲\max}} \Rightarrow \frac{۸}{\pi(۱/۲)^۲}=\frac{۰/۷۲}{\pi(r_{\max})^۲} \Rightarrow r_{\max}^۲=\frac{۹}{۱۰۰}\times(۱/۲)^۲ \Rightarrow r_{\max}=۰/۳۶cm$$

بنابراین شعاع انتخاب شده باید بین ۰/۲۴ و ۰/۳۶ سانتی‌متر باشد و گزینهٔ (۲) درست است. $۰/۲۴<r<۰/۳۶$

۴ ۲۷۳ C

خط فکری این مسئله بیشتر از آنکه به مبحث فشار مربوط باشد به مبحث دینامیک مربوط است، باید نیروهای وارد بر آب درون ظرف را بررسی کنیم و چون مایع ساکن است باید نیروی خالص وارد بر مایع صفر باشد.

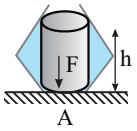


نیروی وزن در امتداد قائم بر مایع درون ظرف وارد می‌شود اما مایع ساکن است بنابراین برایند نیروهای وارد بر مایع توسط دیواره‌ها باید نیروی وزن را خنثی کند. از این‌رو این نیروی برایند باید هم‌اندازه وزن مایع و در امتداد قائم رو به بالا باشد، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۲ ۲۷۴ C

خط فکری نیرویی که از طرف مایع بر کف ظرف وارد می‌شود ناشی از فشار مایع است. فشار مایع در عمق h از یک مایع برابر ρgh و نیرویی که مایع بر سطح A وارد می‌کند برابر $F=\rho ghA$ است.

به نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود $(F=\rho ghA)$ دقت کنید. حاصل‌ضرب hA برابر حجم استوانه درون شکل زیر است و حجم این استوانه از حجم کل مایع کمتر است بنابراین نیرویی که مایع به کف ظرف وارد می‌کند از وزن کل مایع کمتر خواهد شد.



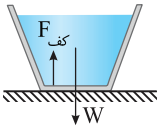
$$\begin{cases} F=\rho ghA \\ hA<V_{\text{کل مایع}} \end{cases} \Rightarrow F<\rho gV \xrightarrow{m=\rho V} F<mg$$

خط فکری نیرویی که از طرف یک جسم ساکن واقع بر سطح افقی به سطح زیری آن وارد می‌شود همواره برابر وزن جسم است. یعنی نیروی عمودی تکیه‌گاه در این حالت همان وزن جسم است.

جرم ظرف ناچیز است. بنابراین نیرویی که جسم بر سطح افقی وارد می‌کند برابر وزن مایع درون ظرف است $F'=W$ بنابراین $F<W=F'$.

۱ ۲۷۵ C

خط فکری مایع درون ظرف ساکن و نیروی خالص وارد بر مایع صفر است. نیروهای وارد بر مایع را رسم می‌کنیم:



۱ نیروی وزن که توسط کرهٔ زمین بر مایع وارد می‌شود.

۲ نیرویی که از طرف کف ظرف بر مایع رو به بالا وارد می‌شود.

۳ نیرویی که توسط دیواره‌های ظرف بر مایع وارد می‌شود.

ابتدا وزن مایع را به‌دست می‌آوریم: $W=mg \Rightarrow W=۵۰N$

سپس نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود را به‌دست می‌آوریم:

$$F=PA=\rho ghA \Rightarrow F=۲\times۱۰^۳\times۱۰\times۰/۱\times۱۵۰\times۱۰^{-۴}=۳۰N$$

بنا بر قانون سوم نیوتون، نیرویی که از طرف مایع بر کف ظرف می‌شود برابر نیرویی است که کف ظرف به مایع وارد می‌کند.

اکنون یک نیروی ۵۰N رو به پایین به مایع وارد می‌شود و یک نیروی ۳۰N نیز توسط کف ظرف رو به بالا به مایع وارد می‌شود و برای آنکه مایع ساکن بماند حتماً دیواره‌های ظرف نیروی رو به بالایی به اندازهٔ $۵۰-۳۰=۲۰N$ به مایع وارد می‌کنند تا نیروی خالص وارد بر مایع صفر شود.

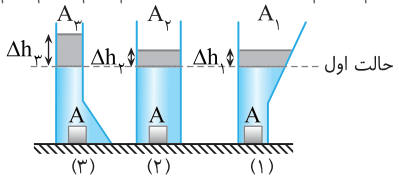
۲ ۲۷۶ C

خط فکری هر گاه در یک ظرف حاوی مایع، یک جسم (مثلاً یک سنگ) بیندازیم، به اندازهٔ حجم جسم، حجم مایع بالا می‌آید. به‌طور مثال اگر حجم مایع $۵۰cm^۳$ افزایش یابد حتماً حجم سنگ $۵۰cm^۳$ است.

وقتی در سه ظرف محتوی آب سنگ قرار دهیم، حجم آب جابه‌جا شده یکسان است اما سطح دهانه ظرف (۳) باریک‌تر و سطح دهانهٔ ظرف (۱) پهن‌تر است بنابراین:

$$\Delta V_۱=\Delta V_۲=\Delta V_۳$$

$$A_۱\Delta h_۱=A_۲\Delta h_۲=A_۳\Delta h_۳ \xrightarrow{A_۱>A_۲>A_۳} \Delta h_۱<\Delta h_۲<\Delta h_۳$$



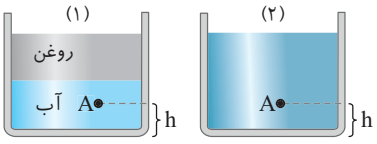
افزایش نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب برابر است با: $\Delta F=\Delta PA=\rho g\Delta hA$

از این‌رو: $F_۳>F_۲>F_۱$

۳ ۲۷۷ C

خط فکری وقتی دو مایع با چگالی‌های مختلف را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط، عددی بین عدد چگالی دو مایع است، یعنی وقتی آب و روغن را به هم می‌زنیم چگالی مخلوط از چگالی آب کمتر و از چگالی روغن بیشتر است. از طرفی همواره فشار وارد بر کف این ظرف برابر $P=\frac{W}{A}$ است.

چگالی روغن کمتر از چگالی آب است و با به هم زدن آن‌ها خواهیم داشت:



$$\rho_{\text{آب}}>\rho_{\text{مخلوط}}>\rho_{\text{روغن}}$$

فشار در کف ظرف از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}+P_۰$ به‌دست می‌آید و در دو حالت وزن کل مایع (mg) یکسان است. بنابراین فشار در کف ظرف در هر دو حالت با هم برابر است: $P=P'$ (۱)

در شکل (۱) فشار در کف ظرف برابر مجموع فشار در نقطهٔ A و فشار آب بین نقطهٔ A و کف ظرف است.

$$P=P_A+\rho_{\text{آب}}gh \quad (۲)$$

در شکل (۲) فشار در کف ظرف برابر مجموع فشار در نقطهٔ A و فشار مایع مخلوط بین نقطهٔ A و کف ظرف است.

$$P' = P'_A + \rho_{مخلوط} gh \quad (۳)$$

$$(۱),(۲),(۳) \Rightarrow P_A + \rho_{آب} gh = P'_A + \rho_{مخلوط} gh$$

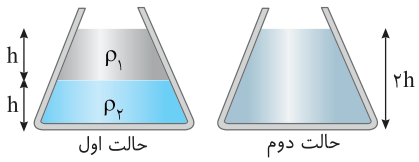
$$\Rightarrow P'_A - P_A = (\rho_{آب} - \rho_{مخلوط}) gh \xrightarrow{\rho_{آب} > \rho_{مخلوط}} P'_A > P_A$$

بازی با سؤال فشار در نقطهٔ B را قبل و بعد از مخلوط شدن دو مایع با هم مقایسه کنید.

C ۲۷۸ ۲

نکته ۱ اگر دو مایع با حجم یکسان و چگالی $\rho_۲ > \rho_۱$ را با هم مخلوط کنیم چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی‌هاست:

$$\rho = \frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲}$$



نکته ۲ هرگاه دو مایع به حجم‌های $V_۱$ و $V_۲ > V_۱$ با چگالی‌های $\rho_۱$ و $\rho_۲$ با هم مخلوط شوند، چگالی مخلوط به چگالی مایعی که دارای حجم بیشتری بوده است نزدیک‌تر است.

با توجه به شکل حالت اول حجم مایع $\rho_۲$ که در کف ظرف است بیشتر است و چگالی مخلوط به $\rho_۲$ نزدیک‌تر است و چون $\rho_۲ > \rho_۱$ است بنابراین چگالی مخلوط از میانگین چگالی‌ها بیشتر می‌شود.

$$\rho_{مخلوط} > \frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲}$$

فشار در حالت اول برابر است با:

$$P_۱ = \rho_۱ gh + \rho_۲ gh = (\rho_۱ + \rho_۲) gh = \frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲} g(۲h) \quad (۱)$$

فشار در حالت دوم خواهد شد:

$$\rho_۲ = \rho_{مخلوط} g(۲h) \quad (۲)$$

با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲) و با توجه به اینکه $\rho_{مخلوط} > \frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲}$ است فشار در حالت دوم بیشتر از فشار در حالت اول است.

C ۲۷۹ ۱

خط فکری این مکعب از سه قسمت ساخته شده است. یکی از قسمت‌ها فلزی با چگالی $۲g/cm^۳$، دیگری فلزی با چگالی $۴g/cm^۳$ و یک قسمت هم حفره‌ای که حجم آن $\frac{۱}{۶}$ حجم مکعب است. بنابراین، حجم این مکعب برابر حاصل جمع حجم این سه قسمت است.

۱ با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال:

$$V_{فلز۱} + V_{فلز۲} + V_{حفره} = V_{مکعب} \quad (۱)$$

۲ با توجه به رابطهٔ چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ خواهیم داشت:

$$V_{فلز۱} = \frac{m_۱}{\rho_۱} \xrightarrow[\rho_۱ = ۲۰۰۰ kg/m^۳]{m_۱ = \frac{۱}{۳}m} V_{فلز۱} = \frac{\frac{۱}{۳}m}{۲۰۰۰} \Rightarrow V_{فلز۱} = \frac{m}{۶۰۰۰}$$

$$V_{فلز۲} = \frac{m_۲}{\rho_۲} \xrightarrow[\rho_۱ = ۴۰۰۰ kg/m^۳]{m_۲ = \frac{۲}{۳}m} V_{فلز۲} = \frac{\frac{۲}{۳}m}{۴۰۰۰} = \frac{m}{۶۰۰۰}$$

۳ حجم مکعب را حساب می‌کنیم:

$$V_{مکعب} = a^۳ = (۳۰ \times ۱۰^{-۲})^۳ \Rightarrow V_{مکعب} = ۲۷ \times ۱۰^{-۳} m^۳$$

۴ حجم حفره $\frac{۱}{۶}$ حجم مکعب است بنابراین:

$$V_{حفره} = \frac{۱}{۶} \times ۲۷ \times ۱۰^{-۳} = ۴/۵ \times ۱۰^{-۳} m^۳$$

۵ به سراغ رابطهٔ (۱) می‌رویم و مقدارهای به‌دست آمده را در آن جای‌گذاری می‌کنیم تا جرم مکعب را حساب کنیم:

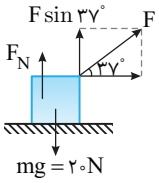
$$\frac{m}{۶۰۰۰} + \frac{m}{۶۰۰۰} + ۴/۵ \times ۱۰^{-۳} = ۲۷ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \frac{m}{۳۰۰۰} = ۲۲/۵ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow m = ۶۷/۵ kg$$

۶ فشار وارد بر قاعدهٔ مکعب خواهد شد:

$$P = \frac{mg}{A} = \frac{۶۷/۵ \times ۱۰}{۳۰ \times ۳۰ \times ۱۰^{-۴}} = ۷/۵ \times ۱۰^۳ Pa = ۷/۵ kPa$$

B ۲۸۰ ۳

خط فکری با توجه به آن چه در فیزیک (۱) پایهٔ دهم خوانده‌ایم، ابتدا نیروی F را تجزیه می‌کنیم، سپس به کمک رسم نیروها، نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم.



$$F_N + F \sin ۳۷^\circ = mg$$

$$\Rightarrow F_N = mg - F \sin ۳۷^\circ = ۲۰ - (۱۰ \times ۰/۶) = ۱۴ N$$

فشار برابر است با:

$$P = \frac{F_N}{A} = \frac{۱۴}{۰/۲ \times ۰/۷} = \frac{۱۴}{۰/۱۴} = ۱۰۰ Pa$$

C ۲۸۱ ۳

تذکر این مسئله ترکیبی از فصل ویژگی‌های ماده در پایهٔ دهم و فصل دینامیک در پایهٔ دوازدهم است که در آن نیروی کشسانی فنر آموزش داده شده و این نیرو برابر $F = k\Delta x$ است که در آن k ثابت فنر و Δx تغییر طول فنر است. دقت کنید این مسئله برای دانش‌آموز پایه دوازدهم است.

فشاری که به سطح $A_۲$ وارد می‌شود برابر است با مجموع فشار مایع و فشاری که در اثر قرار دادن جسم روی پیستون $A_۱$ ایجاد می‌شود. بنابراین:

$$P_{A_۲} = \rho gh + \frac{W}{A_۱} \Rightarrow P_{A_۲} = \rho g(h_۱ + h_۲ \sin ۳۰^\circ) + \frac{mg}{A_۱}$$

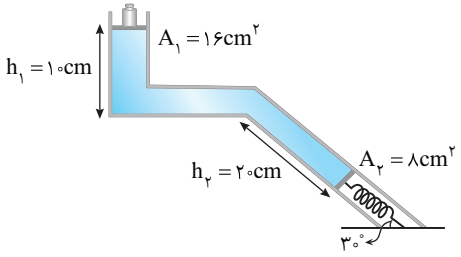
$$\Rightarrow P_{A_۲} = ۸ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times (۲۰ \times ۱۰^{-۲}) + \frac{۲ \times ۱۰}{۱۶ \times ۱۰^{-۴}}$$

$$= ۱۶ \times ۱۰^۳ + ۱۲/۵ \times ۱۰^۳ = ۲۸/۵ \times ۱۰^۳ Pa$$

نیروی وارد بر $A_۲$ برابر نیرویی است که فنر به سطح بیستون (۲) وارد می‌کند، بنابراین:

$$P_{A_۲} A_۲ = k\Delta x \Rightarrow ۲۸/۵ \times ۱۰^۳ \times (۸ \times ۱۰^{-۴}) = ۴۰۰ \Delta x$$

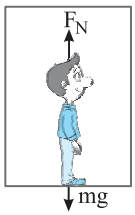
$$\Rightarrow \Delta x = ۵/۷ \times ۱۰^{-۲} \Rightarrow \Delta x = ۵/۷ cm$$



C ۲۸۲ ۲

خط فکری می‌دانیم فشار $P = \frac{F_N}{A}$ است که در آن F_N نیروی عمودی سطح است، بنابراین باید نیروی عمودی سطح را به‌دست آوریم. ابتدا نیروهای وارد بر جسم را در آسانسور رسم می‌کنیم. اگر جسم رو به بالا در حرکت باشد نیروی خالص وارد بر جسم برابر $F_{net} = F_N - mg$ خواهد بود چنانچه حرکت تندشونده باشد در قانون دوم نیوتون $F = ma$ شتاب را با علامت مثبت قرار می‌دهیم و اگر حرکت کندشونده باشد، شتاب را با علامت منفی قرار می‌دهیم.

۱ نیروهای وارد بر شخص را رسم می‌کنیم، یکی از نیروها، نیروی وزن که توسط کرهٔ زمین بر شخص وارد می‌شود و دیگری نیروی عمودی تکیه‌گاه که توسط کف آسانسور بر شخص وارد می‌شود.



۲ آسانسور با حرکت کندشونده در حال حرکت رو به بالا است بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - ۸۰ \times ۱۰ = ۸۰ \times (-۵) \Rightarrow F_N = ۴۰۰ N$$

اکنون می‌توان فشار وارد بر کف آسانسور را به‌دست آورد:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F_N}{A} \Rightarrow P = \frac{۴۰۰}{۲ \times ۴۰ \times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow P = ۵۰۰۰۰ Pa = ۵۰ kPa$$

C ۲۸۳ **۳**

خط فکری برای حل این مسئله شما باید از دینامیک کمک بگیرید و به کمک تحلیل نیروهای وارد بر مایع، نیروی عمودی سطح کف ظرف وارد بر مایع را حساب کنید. ابتدا در حالت کلی مسئله را حل می‌کنیم و روابط مربوط به فشار در این حالت را به‌دست می‌آوریم سپس مسئله را حل می‌کنیم.

می‌دانیم فشار برابر اندازهٔ نیروی عمودی وارد بر سطح است $(P=\frac{F_N}{A})$. اگر ظرف ساکن باشد فشار $P=\rho gh$ و اختلاف فشار بین دو نقطه برابر $\Delta P=\rho g\Delta h$ است. در حالتی که ظرف با شتاب ثابت a در راستای قائم در حال حرکت است، ابتدا باید نیروی عمودی تکیه‌گاه را به‌دست آورد. اگر ظرف با شتاب a در حال حرکت تندشونده رو به پایین باشد، نیروی وزن از نیروی عمودی تکیه‌گاه بزرگ‌تر است.

$$F_T=ma\Rightarrow mg-F'_N=ma\Rightarrow F'_N=m(g-a)$$

فشار برابر خواهد شد با:

$$P'=\frac{F'_N}{A}\Rightarrow P'=\frac{m(g-a)}{A}\xrightarrow{m=\rho V}$$

$$P'=\frac{\rho V(g-a)}{A}\xrightarrow{V=Ah}P'=\rho h(g-a)$$

اگر ظرف با شتاب a در حال حرکت تندشونده رو به بالا باشد آن‌گاه می‌توان نشان داد که $P'=\rho h(g+a)$

اکنون با توجه به آنچه که در بالا به‌دست آورده‌ایم، خواهیم داشت:

$$P'=\rho h(g-a)=\rho h(g-\frac{g}{3})=\frac{2}{3}\rho hg\ ,\ \frac{P'}{P}=\frac{\frac{2}{3}\rho hg}{\rho hg}=\frac{2}{3}\Rightarrow\Delta P'=\frac{2}{3}\Delta P$$

بازی با سؤال **اختلاف فشار بین دو نقطه درون ظرف پر از آبی در حال سکون P می‌باشد. اگر ظرف آب با شتاب ثابت گرانش سقوط کند، اختلاف فشار بین این دو نقطه .....**

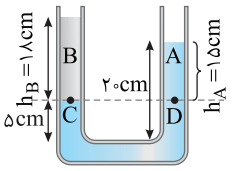
۱) برابر صفر می‌شود.
۲) بزرگ‌تر از صفر و کوچک‌تر از P می‌شود.
۳) برابر P می‌شود.
۴) بزرگ‌تر از P می‌شود.

گزینهٔ ۱

پنجره ۳

A ۲۸۴ **۱**

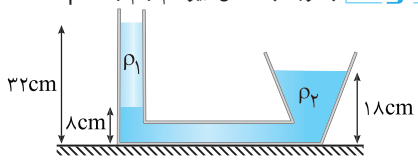
۱ خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. نقاط هم تراز درون یک مایع ساکن، هم‌فشارند.
۲ فشار در نقطهٔ C حاصل از ۱۸cm مایع B و در نقطهٔ D حاصل از ۱۵cm از مایع A است.



$$P_C=P_D\Rightarrow P_\circ+\rho_B gh_B=P_\circ+\rho_A gh_A$$

$$\rho_B\times18=\rho_A\times15\Rightarrow\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{15}{18}=\frac{5}{6}$$

بازی با سؤال **با توجه به شکل زیر، ρ_1/ρ_2 کدام است؟**



۱) $\frac{16}{9}$ ۲) $\frac{12}{5}$ ۳) $\frac{5}{12}$ ۴) $\frac{9}{16}$

گزینهٔ ۳

A ۲۸۵ **۲**

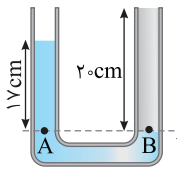
۱ خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم.
۲ فشار دو شاخه در خط هم‌تراز را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_{آب}gh_{آب}=\rho_{روغن}gh_{روغن}$$

$$\Rightarrow\rho_{آب}\times17=\rho_{روغن}\times20$$

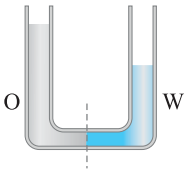
$$\rho_{روغن}=\frac{17}{20}\rho_{آب}\Rightarrow\rho_{روغن}=\frac{85}{100}\rho_{آب}$$

$$\rho_{روغن}-\rho_{آب}=\frac{85}{100}\rho_{آب}-\rho_{آب}=-\frac{15}{100}\rho_{آب}$$



بنابراین چگالی روغن ۱۵٪ کمتر از چگالی آب است.

A ۲۸۶ **۳**



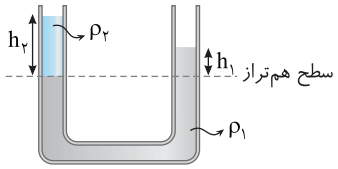
خط تراز دو مایع دقیقاً در وسط لوله قرار گرفته و فشار مایع از شاخهٔ سمت راست و شاخهٔ سمت چپ در این حالت با هم برابر است. فشار حاصل از شاخهٔ سمت راست برابر $\rho_W gh_W$ بوده و فشار حاصل از شاخهٔ سمت چپ برابر $\rho_O gh_O$ است.

$$P_{چپ}=P_{راست}\Rightarrow\rho_O gh_O=\rho_W gh_W\Rightarrow\frac{h_W}{h_O}=\frac{\rho_O}{\rho_W}=0/8$$

A ۲۸۷ **۱**

هنگامی که دو مایع را درون ظرفی می‌ریزیم، همواره مایع با چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود و مایع با چگالی کمتر روی آن قرار می‌گیرد. بنابراین شکل‌های (الف) و (ب) که در آن ρ_2 ته‌نشین شده است نادرست‌اند.

در لولهٔ U شکل فشار در سطح هم‌تراز یکسان است. بنابراین در سطح هم‌تراز فشار مایع ρ_1 با فشار مایع ρ_2 برابر است.



$$P_1=P_2\Rightarrow\rho_1gh_1=\rho_2gh_2$$

$$\Rightarrow\rho_1h_1=\rho_2h_2$$

$$\xrightarrow{\rho_1>\rho_2}h_1<h_2$$

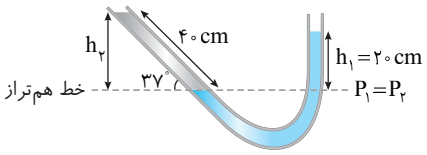
بنابراین شکل (پ) درست و شکل (ت) نادرست است.

میانبر مایع با چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود و ارتفاع آن کمتر از ارتفاع مایع در شاخهٔ دیگر لوله است.

B ۲۸۸ **۲**

فشار مایع در یک ظرف به عمق قائم مایع از سطح آزاد آن بستگی دارد. یعنی ارتفاع مؤثر مایع در لولهٔ سمت چپ برابر است با:

$$\sin37^\circ=\frac{h_2}{40}\Rightarrow h_2=40\sin37^\circ=40\times0/6=24cm$$

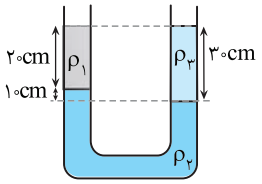


فشار در نقاط هم تراز یکسان است، از این رو:

$$\rho_1gh_1=\rho_2gh_2\Rightarrow2\times20=\rho_2\times24\Rightarrow\rho_2=\frac{40}{24}=\frac{5}{3}g/cm^3$$

B ۲۸۹ **۴**

خط تراز را رسم می‌کنیم و برابری فشار برای نقاط روی خط تراز را می‌نویسیم:



$$\rho_1gh_1+\rho_2gh_2+P_\circ=\rho_3gh_3+P_\circ$$

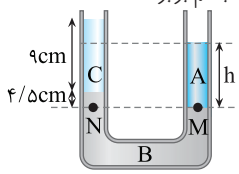
$$\Rightarrow\rho_1h_1+\rho_2h_2=\rho_3h_3$$

$$\Rightarrow\rho_1(20)+2\rho_1(10)=\rho_3(30)$$

$$\Rightarrow40\rho_1=30\rho_3\Rightarrow\frac{\rho_3}{\rho_1}=\frac{4}{3}$$

B ۲۹۰ **۲**

ابتدا خط تراز را رسم می‌کنیم، فشار در نقاط M و N با هم برابر است.



فشار در نقطهٔ M برابر فشار ستون مایع A است و فشار در نقطهٔ N برابر فشار ستون ۴/۵cm از مایع B و ۹cm از مایع C است.

$$\begin{cases}P_M=\rho_A gh\\P_N=\rho_B gh_B+\rho_C gh_C\end{cases}\xrightarrow{P_M=P_N}$$

$$1/8\times10^3\times g\times h=2\times10^3\times g\times\frac{4/5}{100}+0/8\times10^3\times g\times\frac{9}{100}$$

از دو طرف معادلهٔ بالا 10^3 و g را ساده می‌کنیم:

$$1/8h=\frac{9}{100}+\frac{7/2}{100}\Rightarrow 1/8h=\frac{16/2}{100}\Rightarrow h=9cm$$

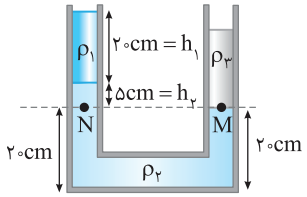
حال اختلاف ارتفاع دو شاخه در بالای خط تراز که خواستهٔ سؤال است را حساب می‌کنیم:

$$x=h_{\text{چپ}}-h_{\text{راست}}\Rightarrow x=(9+4/5)-9=4/5cm$$

B ۱ ۲۹۱

خط فکری برای حل مسائل لوله‌های U شکل، اولین کار رسم خط تراز و برابر قرار دادن فشار نقاط روی خط تراز است.

ابتدا خط تراز را می‌کشیم. فشار روی خط تراز باهم برابر است:



$$P_N=P_M\Rightarrow P_0+P_{\text{مایع }1}+P_{\text{مایع }2}=P_{\text{مایع }3}+P_0\xrightarrow{P=\rho gh}\rho_1gh_1+\rho_2gh_2=P_{\text{مایع}3}$$

$$\Rightarrow 800\times10\times\frac{20}{100}+2400\times10\times\frac{5}{100}=P_{\text{مایع}3}\Rightarrow P_{\text{مایع}3}=1600+1200=2800Pa$$

برای پیدا کردن جرم مایع ρ_3 ابتدا وزن این مایع را به کمک تعریف فشار حساب می‌کنیم.

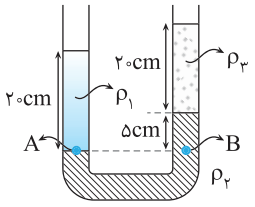
$$P_3=\frac{W_3}{A}\xrightarrow{A=2cm^2}2800=\frac{W_3}{2\times10^{-4}}\Rightarrow W_3=0/56N$$

جرم مایع خواهد شد: $W_3=m_3g\Rightarrow 0/56=m_3\times10\Rightarrow m_3=0/056kg=56g$

B ۲ ۲۹۲

۱ خط تراز را از پایین‌ترین سطح جدایی دو مایع رسم می‌کنیم.

۲ فشار در نقاط هم‌تراز A و B با هم برابر است. فشار در نقطهٔ A ناشی از مایع ρ_1 و فشار هواست و در نقطهٔ B ناشی از فشار 5cm مایع ρ_2 و فشار 20cm مایع ρ_3 و فشار هواست.



$$P_A=P_B\Rightarrow\rho gh_1+P_0=\rho_2gh_2+\rho_3gh_3+P_0$$

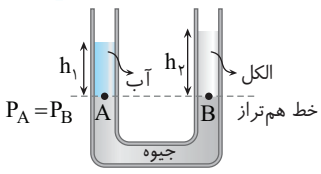
$$\rho_1h_1=\rho_2h_2+\rho_3h_3\Rightarrow\rho_1\times20=\rho_2\times5+\rho_3\times20$$

$$4\rho_1=\rho_2+4\rho_3\xrightarrow{\rho_1=2\rho_3}4\rho_1=\rho_2+4\frac{\rho_1}{2}$$

$$4\rho_1-2\rho_1=\rho_2\Rightarrow\frac{\rho_2}{\rho_1}=2$$

B ۳ ۲۹۳

در شاخهٔ سمت راست آن قدر الکل ریخته شده که ارتفاع جیوه در دو طرف برابر شده است. بنابراین فشار جیوه در دو طرف برابر است. خط هم‌تراز را رسم کرده و فشار در نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم.

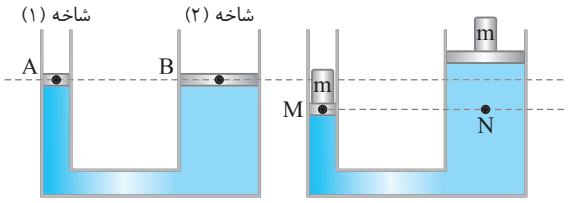


$$P_A=P_B\Rightarrow P_0+\rho_1gh_1=P_0+\rho_2gh_2$$

$$\rho_1h_1=\rho_2h_2\Rightarrow h_2=\frac{\rho_1h_1}{\rho_2}\Rightarrow h_2=\frac{1\times27/2}{0/8}=34cm$$

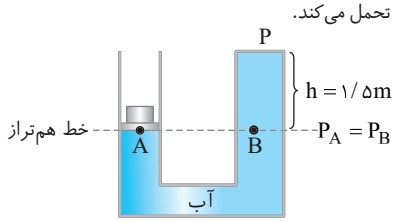
B ۲ ۲۹۴

با قرار دادن وزنه‌ای به جرم m روی پیستون‌ها، فشار در زیر پیستون به اندازهٔ $\frac{W}{A}$ افزایش می‌یابد و چون $A_1<A_2$، بنابراین $\Delta P_1>\Delta P_2$، بنابراین افزایش فشار در شاخهٔ (۱) بیشتر بوده و باعث می‌شود مایع در شاخهٔ (۲) بالا برود.



B ۱ ۲۹۵

خط فکری خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم و فشار را در نقاط هم‌تراز مساوی قرار می‌دهیم. فشار در نقطهٔ A مجموع فشار هوا (P_0) و فشار ناشی از وزنه $(P=\frac{W}{A})$ است. اما فشار در نقطهٔ B جمع فشار ارتفاع ۱/۵ متری مایع و فشاری است که دهانهٔ بستهٔ A_2 (P) تحمل می‌کند.



۱ فشار در نقطهٔ A را می‌نویسیم: $P_A=P_0+\frac{W}{A}$

۲ فشار در نقطهٔ B را می‌نویسیم: $P_B=P_{\text{دهانه بسته}}+\rho gh$

۳ اکنون P_A را مساوی P_B قرار می‌دهیم. $P_A=P_B$

$$P_0+\frac{mg}{A}=P+\rho gh\Rightarrow P=P_0+\frac{mg}{A}-\rho gh\Rightarrow P=10^5+\frac{20}{10^{-4}}-1000\times10\times1/5$$

$$\Rightarrow P=10^5+2\times10^5-1/5\times10^4\Rightarrow P=10^4(10+20-1/5)=28/5\times10^4Pa$$

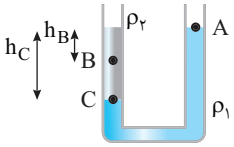
۴ نیروی وارد بر دهانهٔ A_2 برابر است با:

$$F=PA=28/5\times10^4\times10^{-4}=28/5N$$

A ۴ ۲۹۶

نقطهٔ A در سطح بالایی مایع قرار دارد و فشار در نقطهٔ A همان فشار هواست $(P_A=P_0)$. در نقاط B و C علاوه بر فشار هوا، فشار مایع نیز وجود دارد و هر چه عمق مایع بیشتر باشد فشار بیشتر است. بنابراین:

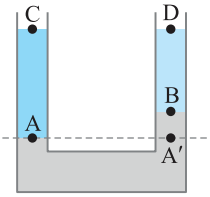
$$\left.\begin{aligned}P_B&=P_0+\rho gh_B>P_A\\P_C&=P_0+\rho gh_C\xrightarrow{h_C>h_B}P_C>P_B\end{aligned}\right\}\Rightarrow P_C>P_B>P_A$$



B ۱ ۲۹۷

نقاط D و C در سطح آزاد مایع قرار دارند و فشار در این نقاط برابر فشار هوا بوده و با هم برابر است.

$$P_C=P_D=P_0$$



خط تراز را می‌کشیم فشار نقاط A و A' برابر است و چون نقطهٔ A' پایین‌تر از نقطهٔ B بوده فشار نقطهٔ A' بیشتر از B است:

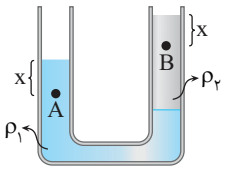
$$\left\{\begin{aligned}P_A&=P_{A'}\\P_{A'}&>P_B\end{aligned}\right.\Rightarrow P_A>P_B$$

نقطهٔ B پایین‌تر از نقطهٔ D است و فشار نقطهٔ B بیشتر از نقطهٔ D است.

بنابراین: $P_A>P_B>P_C=P_D$

A ۲۹۸ ۱

۱ مایع ρ_1 ته‌نشین شده است بنابراین چگالی آن بیشتر است $\rho_1 > \rho_2$.



۲ فشار در نقاط A و B برابر است با:

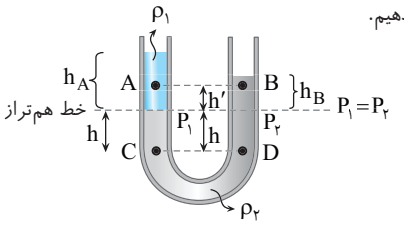
$P_A = P_\circ + \rho_1 gx$ و $P_B = P_\circ + \rho_2 gx$

۳ چون $\rho_1 > \rho_2$ است قطعاً $P_A > P_B$ خواهد بود.

B ۲۹۹ ۴

خط فکری در این تست کنکور، طراح دو حالت مختلف برای مقایسهٔ فشار در نظر گرفته است. یکی نقاط C و D که در یک مایع روی یک خط افقی قرار دارند و دیگری نقاط A و B که در دو مایع با چگالی‌های مختلف روی یک خط افقی قرار دارند. از طرفی مایع ρ_2 دارای چگالی بیشتری است زیرا ته‌نشین شده است.

۱ خط هم‌تراز را از سطح جدایی دو مایع رسم می‌کنیم و فشار نقاط روی این خط را برابر قرار می‌دهیم.



$P_1 = P_2 \Rightarrow P_\circ + \rho_1 g h_A = P_\circ + \rho_2 g h_B$

$\Rightarrow \rho_1 h_A = \rho_2 h_B \xrightarrow{h_A > h_B} \rho_1 < \rho_2$

۲ نقاط C و D درون یک مایع و در یک خط افقی قرار دارند بنابراین فشار در این دو نقطه باهم برابر است اما به اثبات این مسئله توجه کنید: فشار در نقطهٔ C برابر مجموع فشار P_1 و فشار ستون h از مایع است همچنین در نقطهٔ D فشار برابر مجموع فشار P_2 و فشار ستون h از مایع است. بنابراین:

$$\begin{cases} P_C = P_1 + \rho_2 gh \\ P_D = P_2 + \rho_2 gh \end{cases} \Rightarrow P_C = P_D$$

۳ اکنون فشار نقاط A و B را با هم مقایسه می‌کنیم. برای این منظور می‌توان فشار P_1 را مجموع فشار $\rho_1 gh'$ و فشار در نقطهٔ A در نظر گرفت، همچنین فشار P_2 را مجموع فشار $\rho_2 gh'$ و فشار در نقطهٔ B فرض کرد.

$P_1 = P_2 \Rightarrow P_A + \rho_1 gh' = P_B + \rho_2 gh' \xrightarrow{\rho_1 < \rho_2} P_A > P_B$

میانبر ۱ فشار در دو نقطه واقع بر یک خط افقی در یک مایع، یکسان است.

$P_C = P_D$

میانبر ۲ در یک لوله U شکل، فشار در دو نقطه واقع بر یک خط افقی در دو مایع متفاوت در نقطه‌ای بزرگ‌تر است که ارتفاع مایع بالای آن بیشتر است $P_A > P_B$.

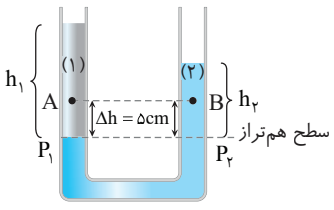
B ۳۰۰ ۴

یادآوری برای دو مایع مخلوط‌نشدنی که در یک ظرف قرار دارند مایعی که ته‌نشین می‌شود دارای چگالی بیشتری است. با توجه به یادآوری در شاخهٔ سمت چپ، مایع (۲) زیر مایع (۱) است، پس چگالی مایع سمت چپ $\rho_1 = 800\,kg/m^3$ و چگالی مایع سمت راست $\rho_2 = 1000\,kg/m^3$ است. فشار در نقطهٔ A برابر است با: $P_A = P_1 - \rho_1 g\Delta h$

فشار در نقطهٔ B برابر است با: $P_B = P_2 - \rho_2 g\Delta h$

$P_A - P_B = P_1 - \rho_1 g\Delta h - (P_2 - \rho_2 \Delta h) = (\rho_2 - \rho_1)g\Delta h$

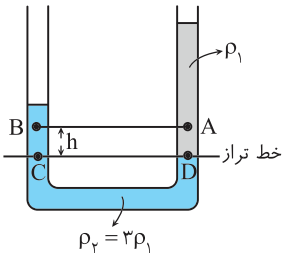
$\Rightarrow P_A - P_B = (1000 - 800) \times 10 \times \frac{5}{100} \Rightarrow P_A = P_B + 100$



میانبر اگر دو مایع در لوله U شکل داشته باشیم، اختلاف فشار بین دو نقطه در ارتفاع یکسان از کف لوله و در دو مایع مختلف برابر است با: $\Delta P_{AB} = (\Delta\rho)gh$

B ۳۰۱ ۱

خط تراز را رسم می‌کنیم.



فشار در نقاط C و D واقع بر خط تراز یکسان است. $P_C = P_D$

فشار در نقطهٔ B: $P_B = P_C - \rho_1 gh$

فشار در نقطهٔ A: $P_A = P_D - \rho_1 gh$

اختلاف فشار بین A و B را به‌دست می‌آوریم:

$P_A - P_B = P_D - \rho_1 gh - P_C + \rho_2 gh \xrightarrow{P_C = P_D}$

$P_A - P_B = \rho_2 gh - \rho_1 gh \Rightarrow P_A - P_B = 3\rho_1 gh - \rho_1 gh$

$P_A - P_B = 2\rho_1 gh$

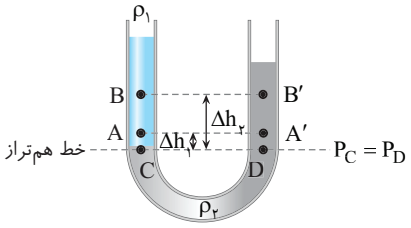
B ۳۰۲ ۱

راه‌حل اول: مایع ρ_1 روی مایع ρ_2 قرار دارد، بنابراین $\rho_1 < \rho_2$ است. در نقاط هم‌تراز C و D فشار یکسان است. فشار در نقطهٔ D را می‌توان به صورت‌های زیر نوشت:

$P_D = P_{A'} + \rho_2 g\Delta h_1$ (۱) $\qquad P_D = P_{B'} + \rho_2 g\Delta h_2$ (۲)

فشار در نقطهٔ C را می‌توان به صورت‌های زیر نوشت:

$P_C = P_A + \rho_1 g\Delta h_1$ (۳) $\qquad P_C = P_B + \rho_1 g\Delta h_2$ (۴)



رابطه‌های (۱) و (۳) و همچنین رابطه‌های (۲) و (۴) را مساوی قرار می‌دهیم:

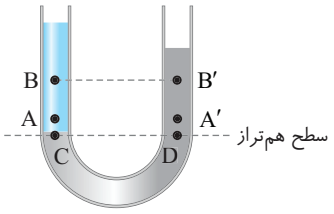
$\xrightarrow{(۱)\text{ و }(۳)} P_{A'} + \rho_2 g\Delta h_1 = P_A + \rho_1 g\Delta h_1 \Rightarrow \overbrace{P_A - P_{A'}}^{\Delta P_1} = (\rho_2 - \rho_1)g\Delta h_1$

$\xrightarrow{(۲)\text{ و }(۴)} P_{B'} + \rho_2 g\Delta h_2 = P_B + \rho_1 g\Delta h_2 \Rightarrow \underbrace{P_B - P_{B'}}_{\Delta P_2} = (\rho_2 - \rho_1)g\Delta h_2$

$\xrightarrow{\Delta h_1 < \Delta h_2} \Delta P_1 < \Delta P_2$

نتیجه در لوله‌های U شکل محتوی دو مایع مخلوط‌نشدنی، هر چه از سطح هم‌تراز دو مایع بالاتر رویم، اختلاف فشار بین دو نقطه واقع بر یک خط افقی افزایش می‌یابد.

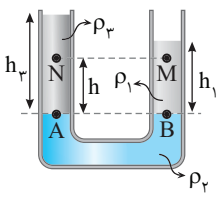
میانبر دقت کنید اختلاف فشار در نقاط C و D واقع بر خط هم‌تراز صفر است. هر چه از سطح آزاد مایع به سمت خط هم‌تراز برویم، اختلاف فشار در نقاط واقع در دو مایع کاهش می‌یابد و به صفر می‌رسد و هر چه از خط هم‌تراز به سمت سطح آزاد مایع برویم، اختلاف فشار در دو طرف لوله بیشتر می‌شود.



$P_B - P_{B'} > P_A - P_{A'}$

B ۳۰۳ ۳

خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. فشار در نقاط A و B واقع بر سطح هم‌تراز برابر است. فشار در نقطهٔ A برابر فشار ستون h_3 از مایع ρ_3 و فشار در نقطهٔ B برابر فشار ستون h_1 از مایع ρ_1 است:



$P_A = P_B \Rightarrow \rho_3 gh_3 = \rho_1 gh_1 \xrightarrow{h_3 > h_1} \rho_3 < \rho_1$

برای بررسی فشار در نقاط N و M، کافی است از نقاط B و A به اندازه h بالا برویم، در این صورت در شاخه سمت چپ، فشار در نقطهٔ N برابر $P_N = P_A - \rho_3 gh$ و در شاخه سمت راست، فشار در نقطهٔ M برابر $P_M = P_B - \rho_1 gh$ است.

با توجه به اینکه $P_A = P_B$ و ρ_1 بزرگ‌تر از ρ_3 است، فشار در نقطهٔ N از فشار در نقطهٔ M بزرگ‌تر است. $(P_N > P_M)$

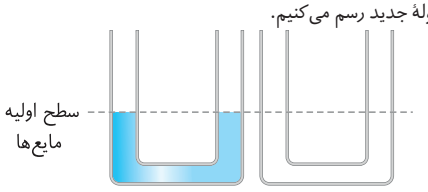
میانبر مایع ρ_2 در این مسئله نقشی ندارد و در مایع ρ_1 و ρ_3 فشار دو نقطه روی یک خط افقی همواره در مایعی با چگالی بیشتر، کمتر از دیگری است. (یا اینکه در نقطه‌ای که ارتفاع مایع بالا سر آن کمتر باشد، فشار کمتر است.)

۳۰۴ | ۲ | B

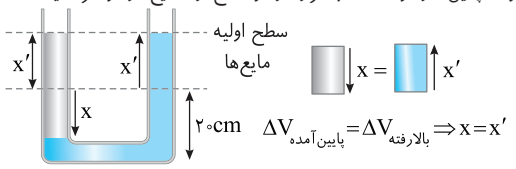
نکته اگر در لولهٔ U شکل تنها یک مایع قرار گرفته باشد، همواره سطح آزاد مایع در دو شاخه در یک سطح (تراز) قرار می‌گیرند.

خط فکری برای حل سؤالاتی که در لولهٔ U شکل قرار است مایع اضافه شود باید مراحل زیر را طی کنیم:

۱ یک لولهٔ U شکل در کنار لولهٔ اولیهٔ داده شده رسم می‌کنیم و سطح مایع اولیه در لوله را در لولهٔ جدید رسم می‌کنیم.



۲ مایع جدید را در لولهٔ دوم اضافه می‌کنیم، فقط دقت کنید در شاخه‌ای که مایع اضافه می‌شود (شاخهٔ سمت چپ) مقداری مایع اولیه پایین رفته و همان مقدار مایع در شاخهٔ دیگر (شاخهٔ سمت راست) بالا می‌آید. در این سؤال سطح مقطع دو ظرف برابر است و همچنین در دو شاخه آب قرار دارد و سطح آزاد مایع در دو طرف یکسان است:



$\Delta V_{\text{پایین آمده}} = \Delta V_{\text{بالا رفته}} \Rightarrow x = x'$

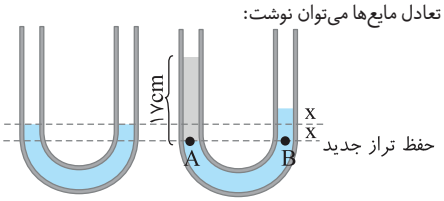
۳ بنابراین ارتفاع مایع اضافه شده برابر ۲x است:

$V_{\text{مایع جدید}} = A(2x) \Rightarrow 200 = 20 \times 2x \Rightarrow x = 5\text{cm}$

۴ ارتفاع مایع در شاخهٔ سمت راست برابر $20 + 5 = 25\,\text{cm}$ می‌شود.

۳۰۵ | ۱ | B

با توجه به تعادل مایع‌ها می‌توان نوشت:



$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{Hg}(2x)$

$17 \times 2 = 13/6(2x) \Rightarrow x = 1/25\text{cm}$

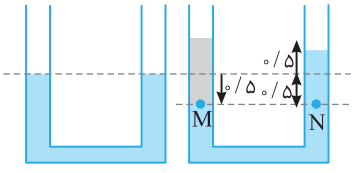
۳۰۶ | ۳ | B

در ابتدا درون لوله تنها جیوه بوده است. با اضافه کردن الکل به یک شاخه در آن شاخه جیوه پایین رفته و به همان اندازه در شاخهٔ دیگر جیوه بالا می‌رود:

$P_M = P_N \Rightarrow \rho_O g h_O = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow 0/8 \times h_O = 13/6 \times 1$

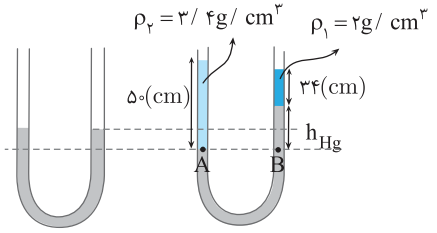
$\Rightarrow h_O = 17\text{cm}$

حال حجم الکل را به‌دست می‌آوریم: $V_O = Ah \Rightarrow V_O = 2 \times 17 = 34\,\text{cm}^3$



۳۰۷ | ۱ | B

چگالی مایع که در شاخه سمت چپ ریخته شده بیشتر از چگالی مایع ریخته شده در شاخه سمت راست است و ارتفاع آن هم بیشتر است، بنابراین جیوه در شاخه سمت چپ پایین می‌رود و در شاخه سمت راست بالا می‌آید. (مطابق شکل):



در نقاط هم‌تراز A و B فشار برابر است:

$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_{Hg} h_{Hg} + \rho_1 h_1$

$\Rightarrow 3/4 \times 50 = 13/6 \times h_{Hg} + 34 \times 2$

$\Rightarrow 50 = 4h_{Hg} + 20 \Rightarrow 30 = 4h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = 7/5\text{cm}$

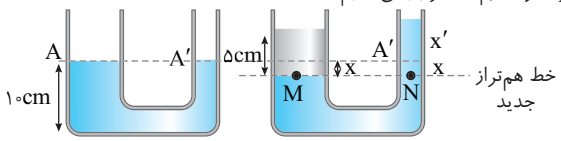
۳۰۸ | ۲ | B

ابتدا کنار لولهٔ U شکل سؤال، لولهٔ U شکل دیگری رسم می‌کنیم و نفت را به شاخه سمت چپ آن اضافه می‌کنیم. برای اینکه بتوانیم دو حالت را باهم مقایسه کنیم، خط هم‌تراز سطح آب در لولهٔ اول را روی لولهٔ دوم مشخص می‌کنیم. حجم آبی که در شاخهٔ سمت چپ پایین رفته با حجم آبی که در شاخهٔ سمت راست بالا می‌آید برابر است.

$\Delta V_{\text{آب پایین آمده}} = \Delta V_{\text{آب بالا رفته}} \Rightarrow \pi(3r)^2 \times x = \pi r^2 x' \Rightarrow x' = 9x$

یعنی وقتی در شاخهٔ سمت چپ نفت روی آب ریخته می‌شود و آب به اندازه x پایین می‌رود در شاخهٔ سمت راست آب به اندازهٔ 9x بالا می‌رود و سطح آب در شاخهٔ سمت راست 10x بالاتر از خط هم‌تراز جدید است.

برای لولهٔ دوم خط تراز را می‌کشیم:

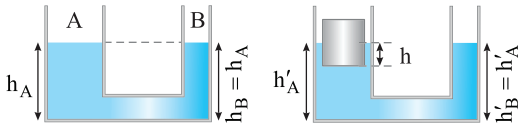


$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{نفت}} g h_{\text{نفت}} = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} \Rightarrow 0/8 \times 5 = 1 \times (10x) \Rightarrow x = 0/4\text{cm}$

میزان آبی که در شاخهٔ باریک بالا رفته برابر است با: $x' = 9x = 9 \times 0/4 = 3/6\text{cm}$

۳۰۹ | ۳ | B

نکتهٔ مهم در حل این مسئله این است که بدانیم وقتی درون ظروف مرتبط مایعی ریخته شود همواره سطح مایع در تمام ظروف در ارتفاع یکسان قرار دارد. اگر جسم را روی سطح آب شناور کنیم باز ارتفاع مایع در شاخهٔ سمت چپ و سمت راست باهم برابر است $h'_A = h'_B$. حتی اگر مقداری سنگ‌ریزه در یک شاخه بریزیم باز ارتفاع مایع در دو شاخه یکی است، زیرا فشار در کف ظرف توسط مایع در دو حالت باید یکسان باشد در غیر این صورت آب از ناحیه با فشار بیشتر به سمت ناحیه با فشار کمتر شارش می‌کند تا فشار یکسان شود یعنی ارتفاع مایع در دو طرف یکی شود.

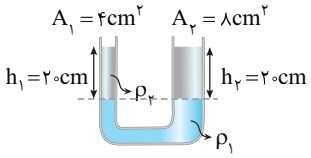


۳۱۰ | ۳ | B

خط فکری وقتی که در شاخهٔ سمت راست همان مایع ρ_2 ریخته می‌شود تا سطح مایع ρ_1 در دو شاخه در یک تراز قرار گیرد، فشار مایع ρ_2 در دو طرف یکسان است. یکسان بودن فشار مایع یعنی ارتفاع مایع اضافه شده نیز همان 20cm است. اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

شکل را رسم می‌کنیم، نسبت حجم مایع در دو شاخه برابر است با: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{A_2 h_2}{A_1 h_1} = \frac{8}{4} = 2$

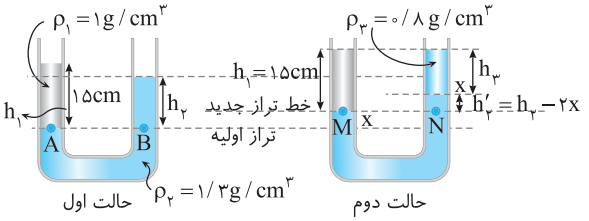
$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\begin{cases}m_۱=\rho V_۱\\ m_۲=\rho V_۲\end{cases}\Rightarrow\frac{m_۲}{m_۱}=۲\Rightarrow m_۲=۲m$$



بنابراین جرم مایع اضافه شده به شاخهٔ سمت راست دو برابر جرم مایع شاخهٔ سمت چپ است.

C ۳ ۳۱۱

خط فکری شکل دو حالت مسئله را کنار هم رسم می‌کنیم. در حالت اول خط تراز را می‌کشیم تا ارتفاع $h_۲$ را حساب کنیم. وقتی مایع $\rho_۳$ را به شاخهٔ سمت راست اضافه می‌کنیم. مایع $\rho_۲$ به اندازهٔ x در سمت راست پایین می‌رود و به همین اندازه مطابق شکل در سمت چپ بالا می‌رود. از این‌جا به بعد شما با مقایسهٔ دو شکل باید مقدار x و $h_۳$ را حساب کنید.



۱ خط تراز در حالت اول را رسم می‌کنیم. فشار نقاط A و B واقع بر خط تراز یکسان است.

$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_۱gh_۱=\rho_۲gh_۲\Rightarrow۱\times۱۵=۱/۳h_۲\Rightarrow h_۲=\frac{۱۵۰}{۱۳}cm$$

۲ مایع $\rho_۳$ به شاخهٔ سمت راست اضافه شده تا سطح آزاد مایع در دو شاخه برابر شود. در این حالت مجدداً خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقاط N و M برابر است. فشار در نقطهٔ M، فشار ستون ۱۵cm مایع $\rho_۱$ است و فشار در نقطهٔ N مجموع فشار ستون $h_۳$ مایع $\rho_۳$ و فشار ستون $h'_۲=\frac{۱۵۰}{۱۳}-۲x$ مایع $\rho_۲$ است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\rho_M=\rho_N\Rightarrow\rho_۱h_۱=\rho_۳h_۳+\rho_۲h'_۲\Rightarrow۱\times۱۵=۰/۸h_۳+۱/۳(\frac{۱۵۰}{۱۳}-۲x)$$

$$۱۵=۰/۸h_۳+۱۵-۲/۶x\Rightarrow۰/۸h_۳=۲/۶x\Rightarrow x=\frac{۴}{۱۳}h_۳$$

۳ اکنون باید به دقت به شکل حالت دوم و اعداد روی شاخهٔ راست و چپ دقت کنید. $h_۱$ با مجموع $h_۳$ و $h'_۲$ برابر است.

$$h_۱=h'_۲+h_۳\Rightarrow۱۵=(\frac{۱۵۰}{۱۳}-۲x)+h_۳\Rightarrow h_۳-۲x'=۱۵-\frac{۱۵۰}{۱۳}=\frac{۴۵}{۱۳}$$

۴ از رابطهٔ (I) در رابطهٔ بالا جایگذاری می‌کنیم

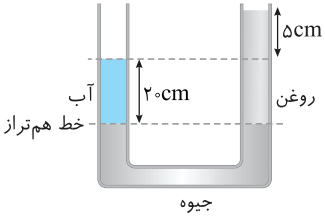
$$\frac{۴۵}{۱۳}=h_۳-\frac{۸}{۱۳}h_۳\Rightarrow\frac{۵}{۱۳}h_۳=\frac{۴۵}{۱۳}\Rightarrow h_۳=۹cm$$

حجم مایع اضافه شده خواهد شد: $V_۳=Ah_۳=۱\times۹=۹cm^۳$

بالاخره تموم شد، عجب محاسبات عددی وحشتناکی! پس باید محاسبات عددی خودمون رو بهشدت تقویت کنیم.

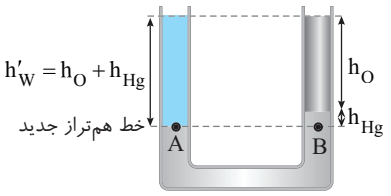
C ۳ ۳۱۲

در حالت اول خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. روی این خط فشار آب در سمت چپ با فشار روغن در سمت راست برابر است.



$$P_۰+\rho_Wgh_W=\rho_Ogh_O+P_۰$$
$$\Rightarrow\rho_Wh_W=\rho_Oh_O$$
$$\Rightarrow۱\times۲۰=\rho_O\times۲۵$$
$$\Rightarrow\rho_O=۰/۸g/cm^۳$$

پس از افزودن آب، مایع‌های درون ظرف به شکل زیر قرار می‌گیرند. برای سطح هم‌تراز نقاط A و B می‌توان نوشت:



$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_Wgh'_W+P_۰=\rho_Ogh_O+\rho_{Hg}gh_{Hg}+P_۰$$
$$۱\times h'_W=۰/۸\times۲۵+۱۳/۶\times h_{Hg}\Rightarrow h'_W=۲۰+۱۳/۶h_{Hg}\quad(۱)$$

از طرفی با توجه به شکل می‌توان نوشت: $h'_W=h_O+h_{Hg}\Rightarrow h'_W=۲۵+h_{Hg}\quad(۲)$

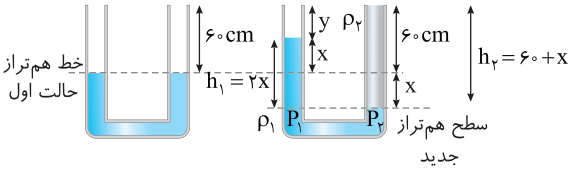
از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$۲۵+h_{Hg}=۲۰+۱۳/۶h_{Hg}$$
$$\Rightarrow h_{Hg}=\frac{۵}{۱۲/۶}\Rightarrow h_{Hg}\approx۰/۴cm\ ,\ h'_W=۲۵+۰/۴=۲۵/۴cm$$

ارتفاع آب در حالت اول ۲۰cm بود و در حالت دوم ۲۵/۴cm شده است، بنابراین ارتفاع آب اضافه شده برابر است با: $۲۵/۴-۲۰=۵/۴cm$

B ۳ ۳۱۳

خط فکری در مسائلی که به یک شاخهٔ لولهٔ U شکل مایع اضافه می‌کنیم، باید لوله را در دو حالت اول و دوم مطابق شکل کنار هم رسم کنیم تا تغییرات را با چشم به خوبی ببینیم.



وقتی در یک سمت لوله الکل می‌ریزیم و سطح آب به اندازهٔ x از سطح اولیه پایین می‌رود، در طرف دیگر آب به اندازهٔ x بالا می‌رود (به شکل‌ها دقت کنید). فشار در سطح هم‌تراز جدید را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_۱=P_۲\Rightarrow\rho_۱g(۲x)=\rho_۲g(۶۰+x)$$
$$\Rightarrow۱\times(۲x)=۰/۸\times(۶۰+x)\Rightarrow۲x=۴۸+۰/۸x\Rightarrow۱/۲x=۴۸\Rightarrow x=۴۰cm$$

اکنون مقدار y یعنی فاصله سطح آب در شاخهٔ سمت چپ تا لبهٔ لوله را به‌دست می‌آوریم

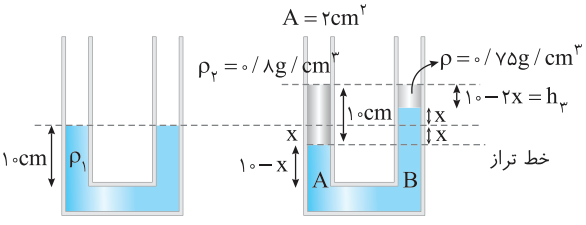
$$x+y=۶۰\xrightarrow{x=۴۰cm}۴۰+y=۶۰\Rightarrow y=۲۰cm$$

C ۴ ۳۱۴

۱ ارتفاع مایع $\rho_۲$ را حساب می‌کنیم.

$$V_۲=Ah_۲\xrightarrow{V=۲۰cm^۳}۲۰=۲h_۲\Rightarrow h_۲=۱۰cm$$

۲ اکنون با دقت به شکل سمت راست نگاه کنید. وقتی مایع $\rho_۲$ را اضافه می‌کنیم مایع $\rho_۱$ از سمت چپ به اندازه x پایین می‌آید و از سمت راست به اندازهٔ x بالا می‌رود.



۳ اگر خط تراز را رسم کنید. فشار در نقاط A و B برابر است ۰. فشار در نقطهٔ A ناشی از ارتفاع ۱۰cm مایع $\rho_۲$ و فشار در نقطهٔ B ناشی از ارتفاع $۲x$ آب و از ارتفاع $(۱۰-۲x)$ مایع $\rho_۳$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho_A=\rho_B\Rightarrow\rho_۲h_۲=\rho_۱(۲x)+\rho_۳(۱۰-۲x)$$
$$\Rightarrow۰/۸\times۱۰=۱\times۲x+۰/۷۵(۱۰-۲x)$$
$$\Rightarrow۸=۲x+۷/۵-۱/۵x=۰/۵=۰/۵x\Rightarrow x=۱cm$$

۴ ارتفاع ستون $h_۳$ خواهد شد. $h_۳=۱۰-۲x=۱۰-۲\times۱\Rightarrow h_۳=۸cm$

۵ حجم مایع $\rho_۳$ خواهد شد: $V_۳=Ah_۳=۲\times۸=۱۶cm^۳$

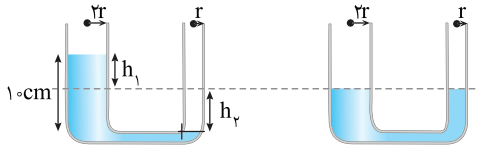
۳ ۳۱۵ A

نکته در ظروف مرتبط با هم همواره ارتفاع قائم مایع یکسان است.

وقتی شیر را باز می‌کنیم، آب وارد لولهٔ باریک می‌شود تا جایی که آب در دو طرف هم‌سطح شود، حجم آبی که در شاخهٔ سمت چپ پایین می‌رود برابر با حجم آبی است که در شاخه سمت راست بالا می‌آید: $۴\pi(۲r)^۲h_۱=۴\pi r^۲h_۲\Rightarrow ۴h_۱=h_۲$

با توجه به شکل

$$\begin{cases}۱۰-h_۱=h_۲\\ ۴h_۱=h_۲\end{cases}\Rightarrow ۱۰-h_۱=۴h_۱\Rightarrow h_۱=۲$$



۲ ۳۱۶ C

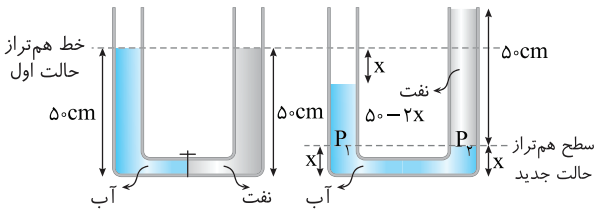
خط فکری با باز کردن شیر، آب که دارای چگالی بیشتری است از شاخهٔ سمت چپ به سمت شاخهٔ سمت راست می‌رود و اگر آب در سمت چپ به اندازهٔ x پایین بیاید در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x بالا می‌رود (دقت کنید سطح مقطع دو شاخه یکی است.) در این صورت در سمت راست به اندازه ۵۰cm نفت و x سانتی‌متر آب وجود دارد و در سمت چپ تنها به اندازهٔ $(۵۰-x)cm$ آب وجود دارد. شکل را در دو حالت کنار هم رسم می‌کنیم و خط هم تراز حالت اول و خط هم‌تراز حالت دوم را می‌کشیم. فشار در خط هم‌تراز را مساوی قرار می‌دهیم.

به دو شکل رسم شده دقت کنید. در سمت راست بالای خط هم‌تراز جدید ارتفاع نفت ۵۰cm است و در سمت چپ ارتفاع آب در بالای خط هم تراز جدید $۵۰-۲x$ است.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_۱=P_۲\Rightarrow \rho_W h_W=P_O h_O\Rightarrow ۱۰۰۰\times(۵۰-۲x)=۸۰۰\times۵۰$$

$$۵۰-۴۰=۲x\Rightarrow x=۵cm$$



۳ ۳۱۷ A

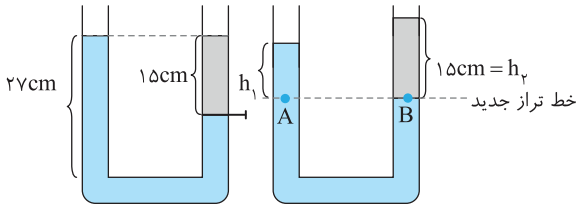
با باز کردن شیر، مایع $\rho_۱$ که دارای چگالی بیشتری است پایین می‌آید و مایع $\rho_۲$ در سمت راست بالا می‌رود.

در نقاط روی خط تراز فشار یکسان است:

$$P_A=P_B\Rightarrow \rho_۱gh_۱=\rho_۲gh_۲$$

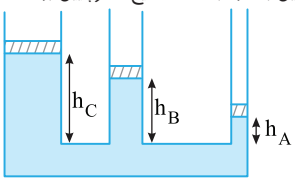
$$\rho_۱h_۱=\rho_۲h_۲\Rightarrow ۱\times h_۱=۰/۸\times۱۵\Rightarrow h_۱=۱۲cm$$

بنابراین $\Delta h=h_۲-h_۱=۱۵-۱۲=۳cm$



۱ ۳۱۸ A

با توجه به اینکه فشار برابر $P=\frac{F}{A}$ است و به پیستون‌ها نیروی یکسان mg اضافه می‌شود پس فشار وارد بر پیستون A بیشتر از همه و فشار وارد بر پیستون C کمتر از همه است پس باید در شاخهٔ A، مایع بیشتر پایین رفته و در شاخهٔ C مایع کمتر پایین رود: $h_A<h_B<h_C$



پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

۲ ۳۱۹ B

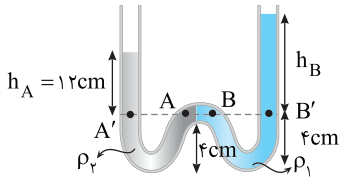
باید فشار مایع‌ها در دو طرف سطح تماس دو مایع یکسان باشد تا مایع‌ها در تعادل باشند. فشار نقاط A و A' در مایع $\rho_۲$ با هم برابر است. هم‌چنین فشار نقاط B و B' در مایع $\rho_۱$ با هم برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow \rho_۲gh_A=\rho_۱gh_B$$

$$۱۴۰۰\times۱۰\times\frac{۱۲}{۱۰۰}=۱۲۰۰\times۱۰\times h_B\Rightarrow h_B=\frac{۱۴}{۱۰۰}m=۱۴cm$$

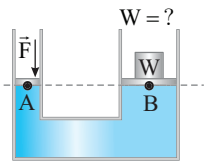
اختلاف سطح آزاد دو مایع در دو طرف شاخه‌ها برابر اختلاف ارتفاع h_A و h_B است:

$$h_B-h_A=۱۴-۱۲=۲cm$$



۴ ۳۲۰ A

خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط A و B با هم برابر است:



$$P_A=P_B\Rightarrow \frac{F}{A_A}=\frac{W}{A_B}\Rightarrow \frac{F}{W}=\frac{A_A}{A_B}\xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}$$

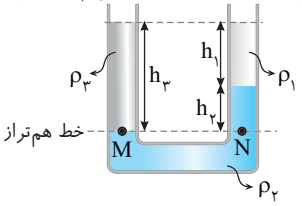
$$\frac{F}{W}=\frac{D_A^۲}{D_B^۲}\Rightarrow \frac{۲۰}{W}=\left(\frac{۱}{۱۰}\right)^۲\Rightarrow W=۲۰۰۰N$$

۳ ۳۲۱ B

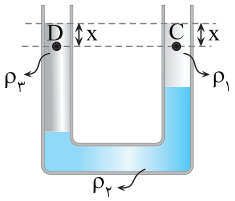
۱ ابتدا باید مقایسه‌ای از چگالی مایع‌های درون لوله داشته باشیم. مایع (۲) ته‌نشین شده و چگالی مایع (۲) بیشتر از همه است. خط تراز را می‌کشیم، فشار در نقاط M و N با هم برابر است: $P_M=P_N\Rightarrow \rho_۳gh_۳=\rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲\xrightarrow{h_۳=h_۱+h_۲}$

$$\rho_۳g(h_۱+h_۲)=\rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲\Rightarrow \rho_۳gh_۱+\rho_۳gh_۲=\rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲$$

چگالی $\rho_۲$ از چگالی $\rho_۳$ بیشتر است، پس $\rho_۳gh_۲<\rho_۲gh_۲$ است و برای اینکه تساوی بالا برقرار شود باید $\rho_۳gh_۱>\rho_۱gh_۱$ بوده و $\rho_۳>\rho_۱$ باشد. (البته از نظر ظاهری هم میشه این موضوع را فهمید که چون مایع $\rho_۳$ در شاخه سمت چپ میزان بیشتری نسبت به مایع $\rho_۱$ در شاخهٔ سمت راست، پایین آمده است، پس باید چگالی $\rho_۳$ بیشتر از چگالی $\rho_۱$ باشد.)

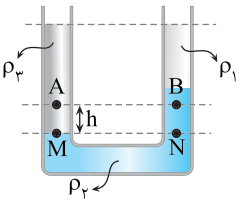


۲ فاصلهٔ نقاط C و D تا سطح آزاد مایع‌ها یکسان است.



$$P_D=\rho_3 gx \xrightarrow{\rho_3>\rho_1} P_D>P_C$$
$$P_C=\rho_1 gx$$

۳ نقاط A و B در فاصلهٔ یکسانی از خط تراز قرار دارند. نقطهٔ A به اندازهٔ h متر در مایع ρ_3 بالاتر از خط تراز قرار دارد، بنابراین فشار در نقطهٔ A به اندازهٔ $\rho_3 gh$ از فشار نقطهٔ M کمتر است. همچنین نقطهٔ B به اندازهٔ h متر در مایع ρ_2 بالاتر از خط تراز بوده و فشار این نقطه به اندازهٔ $\rho_2 gh$ از فشار نقطهٔ N کمتر است:

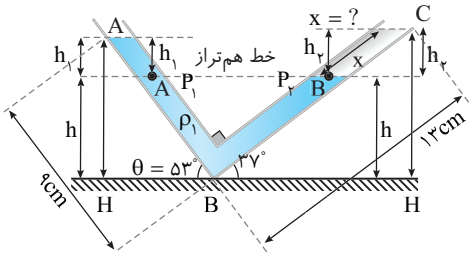


$$P_A=P_M-\rho_3 gh \xrightarrow{P_M=P_N=P}$$
$$P_B=P_N-\rho_2 gh$$
$$P_A=P-\rho_3 gh \xrightarrow{\rho_2>\rho_3} P_A>P_B$$
$$P_B=P-\rho_2 gh$$

B ۳۲۲ ۲

۱ ابتدا ارتفاع قائم مایع ρ_1 را حساب می‌کنیم.

$$\sin 53^\circ=\frac{AH}{AB}\Rightarrow AH=AB\sin 53^\circ\Rightarrow AH=9\times 0/8=7/2cm$$



۲ فاصلهٔ سطح مایع ρ_2 تا سطح افقی را به‌دست می‌آوریم.

$$\sin 37^\circ=\frac{CH}{BC}\Rightarrow CH=BC\sin 37^\circ\Rightarrow CH=13\times 0/6=7/8cm$$

۳ خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم و فشار روی خط هم‌تراز را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_1=P_2\Rightarrow \rho_1 gh_1=\rho_2 gh_2\Rightarrow \rho_1 h_1=\rho_2 h_2 \quad (I)$$

۴ h_1 و h_2 را از روی شکل به‌دست می‌آوریم:

$$h_1=AH-h=7/2-h \quad , \quad h_2=CH-h=7/8-h$$

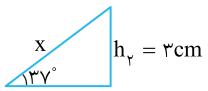
h_1 و h_2 را در رابطهٔ (I) قرار می‌دهیم.

$$1\times(7/2-h)=0/8(7/8-h)\Rightarrow h=4/8cm$$

۵ با داشتن h می‌توان مقدار h_2 را حساب کرد.

$$h_2=7/8-h\Rightarrow h_2=7/8-4/8=3cm$$

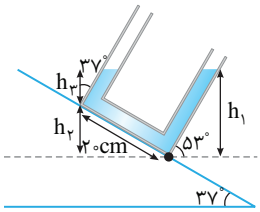
۶ اکنون می‌توان به سراغ محاسبه x رفت، با توجه به مثلثات:



$$\sin 37^\circ=\frac{h_2}{x}\Rightarrow x=\frac{h_2}{\sin 37^\circ}=\frac{3}{0/6}=5cm$$

C ۳۲۳ ۴

۱ با توجه به شکل فشار ناشی از h_1 باید با مجموع فشار h_2 و h_3 برابر باشد:



$$\rho gh_1=\rho gh_2+\rho gh_3$$
$$\Rightarrow h_1=h_2+h_3 \quad (I)$$

۲ حال با استفاده از هندسه اندازه زاویه‌هایی که برای حل باید بدانیم را به‌دست می‌آوریم:

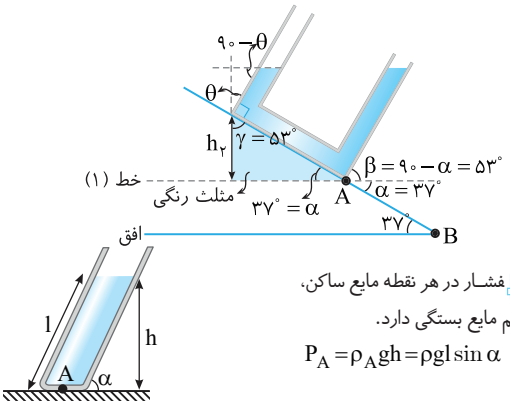
خط (۱) با سطح افق موازی است و سطح شیبدار مورب این دو خط موازی است پس زاویه α، 37° است.

مثلث رنگی مثلث قائم‌الزاویه است، بنابراین زاویه γ، 53° است.

$$\gamma+90+\theta=180^\circ \xrightarrow{\gamma=53^\circ} \theta=37^\circ$$

۳ حال با توجه به یادآوری و زوایای به‌دست آمده در بالا معادلهٔ (۱) را کامل می‌کنیم:

$$18\sin 53^\circ=20\times\sin 37^\circ+x\sin 53^\circ\Rightarrow 14/4=12+x\times 0/8\Rightarrow x=3cm$$



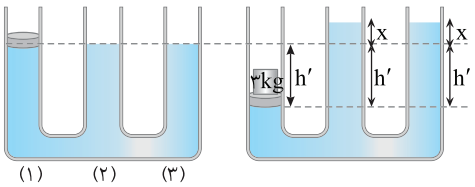
یادآوری فشار در هر نقطه مایع ساکن، به ارتفاع قائم مایع بستگی دارد.

$$P_A=\rho_A gh=\rho gl\sin\alpha$$

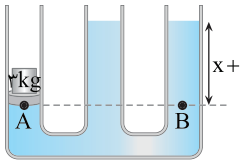
B ۳۲۴ ۲

با قرار گرفتن جسم روی شاخهٔ (۱) مایع در این شاخه پایین آمده و در دو شاخهٔ دیگر بالا می‌رود. دقت کنید که در ظروف مرتبط با هم سطح مایع‌ها یکسان است از این رو سطح مایع در دو شاخهٔ (۲) و (۳) نیز باید با هم یکسان باشند بنابراین اگر مایع در شاخهٔ (۲) x سانتی‌متر بالا رود در شاخهٔ (۳) نیز x سانتی‌متر بالا می‌رود. از طرفی حجم مایعی که در شاخهٔ (۱) پایین آمده با حجم مایع بالا رفته در شاخه‌های (۲) و (۳) یکسان است و چون سطح مقطع سه لوله یکسان است، مایع در لوله (۱) به اندازهٔ $h'=x+x=2x$ پایین می‌رود.

$$\Delta V_{\text{پایین آمده}}=\Delta V_{\text{بالا رفته}}\Rightarrow Ah'=Ax+Ax\Rightarrow h'=2x$$



خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقاط A و B با هم برابر است:

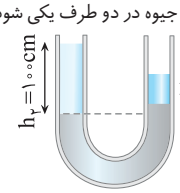


$$P_A=P_B\Rightarrow \frac{mg}{A}=\rho gh \xrightarrow{h=3x}$$
$$\frac{3\times 10}{100\times 10^{-4}}=1000\times 10\times 3x$$
$$\Rightarrow x=0/1m=10cm$$

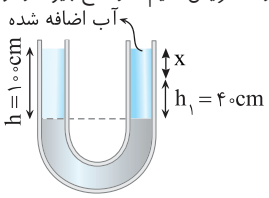
بنابراین آب در شاخهٔ (۳) به اندازهٔ $x=10cm$ بالا می‌رود.

B ۳۲۵ ۴

خط فکری دقت کنید در صورت سؤال بیان نشده که با چه روشی می‌خواهیم سطح جیوه در هر دو شاخه را یکسان کنیم. با دو روش می‌توان این کار را انجام داد. با توجه به گزینه‌ها روش اول این است که آن قدر به مقدار آب شاخهٔ سمت راست اضافه کنیم تا سطح جیوه در این شاخه پایین برود و در شاخهٔ دیگر بالا بیاید و سطح یکسان شود. در روش دوم، مقداری از نفت شاخهٔ سمت چپ را خارج کنیم تا فشار در این شاخه کم شود و سطح جیوه بالا بیاید و سطح جیوه در دو طرف یکی شود.

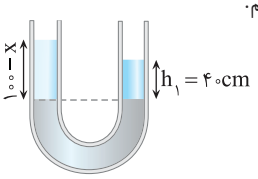


روش اول: ارتفاع آب درون ظرف را به اندازهٔ x افزایش دهیم تا ارتفاع جیوه در دو طرف یکی شود.



$$P_{نفت}=P_{آب}$$
$$\Rightarrow \rho_2 g h_2=\rho_1 g(h_1+x)$$
$$\Rightarrow ۰/۸\times ۱۰۰=۱(۴۰+x)$$
$$\Rightarrow ۸۰=۴۰+x\Rightarrow x=۴۰cm$$

روش دوم: ارتفاع نفت را به اندازهٔ x کاهش دهیم.



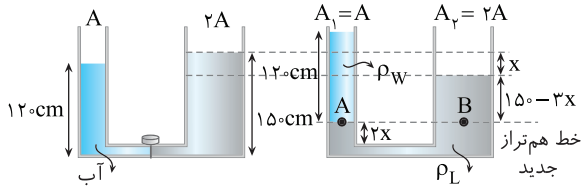
$$P_{نفت}=P_{آب}\Rightarrow \rho_2 g(h_2-x)=\rho_1 g h_1$$
$$\Rightarrow ۰/۸(۱۰۰-x)=۱\times ۴۰$$
$$\Rightarrow ۸۰-۰/۸x=۴۰$$
$$\Rightarrow ۰/۸x=۴۰\Rightarrow x=۵۰cm$$

C ۳۲۶ | ۱

چگالی مایع از چگالی آب بیشتر است و با باز کردن شیر رابط، مایع از شاخهٔ سمت راست به شاخهٔ سمت چپ می‌رود. مساحت سطح مقطع شاخهٔ سمت راست دو برابر سطح مقطع شاخهٔ سمت چپ است. بنابراین اگر مایع در سمت راست به اندازهٔ x پایین برود، در سمت چپ به اندازهٔ 2x بالا می‌رود. در این صورت در بالای خط هم‌تراز جدید در سمت راست ارتفاع مایع برابر $۱۵۰-۳x$ و در سمت چپ ارتفاع آب بالای خط هم‌تراز جدید هم‌چنان ۱۲۰cm است. فشار روی خط هم‌تراز را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A=P_B\Rightarrow \rho_W g h_W=\rho_L g h_L\Rightarrow ۱\times ۱۲۰=۲\times(۱۵۰-۳x)$$
$$۶۰=۱۵۰-۳x\Rightarrow ۳x=۹۰\Rightarrow x=۳۰cm$$

ارتفاع مایع در سمت چپ برابر 2x یعنی ۶۰cm می‌شود.

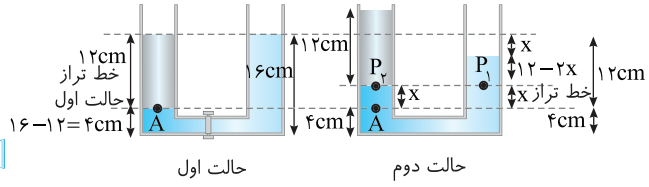


B ۳۲۷ | ۲

با باز کردن شیر رابط مایع که دارای چگالی بیشتری است در سمت راست پایین می‌رود و در سمت چپ نیز بالا می‌آید. اگر در سمت راست به اندازهٔ x پایین برود در سمت چپ به اندازهٔ x بالا می‌رود مثل همیشه شکل را در دو حالت کنار هم رسم می‌کنیم. خط هم‌تراز را در حالت دوم می‌کشیم و در شاخه سمت چپ ۱۲cm مایع ρ_2 در بالای خط تراز و در شاخهٔ سمت راست $(۱۲-۲x)$ سانتی‌متر مایع ρ_1 قرار دارد. فشار در خط هم‌تراز را مساوی قرار می‌دهیم.

$$P_1=P_2\Rightarrow \rho_1 g h_1=\rho_2 g h_2\Rightarrow ۱/۵(۱۲-۲x)=۱\times ۱۲$$
$$\Rightarrow ۱۸-۳x=۱۲\Rightarrow x=۲cm$$

بالای سر نقطهٔ A در سمت چپ به ارتفاع ۲cm از مایع ρ_1 اضافه شده است بنابراین فشار در نقطهٔ A به مقدار زیر افزایش می‌یابد.



$$\Delta P_A=\rho_1 g\Delta h \xrightarrow{\rho_1=۱/۵g/cm^3=۱۵۰۰kg/m^3}$$
$$\Delta P_A=۱۵۰۰\times ۱۰\times \frac{۲}{۱۰۰}=۳۰۰Pa$$

پنجره ۴

A ۳۲۸ | ۲

خط فکری با توجه به اینکه فشار $P=\frac{F}{A}$ است، می‌توان فشار هوای محیط را ناشی از وزن هوای اطراف کرهٔ زمین فرض کرد و به کمک فشار هوا در سطح دریا نیروی F که همان وزن ستون هواست را حساب کرد.

با توجه به تعریف فشار می‌توان نوشت:

$$P=\frac{W}{A}\xrightarrow[A=۱m^2]{P=۱bar=۱۰^5Pa}۱۰^5=\frac{m\times ۱۰}{۱}\Rightarrow m=۱۰^4kg$$

A ۳۲۹ | ۳

فشار برحسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

$$P=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow ۶۸\times ۱۰^3=۱۳۶۰۰\times ۱۰\times h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=۰/۵m=۵۰cm$$

بنابراین فشار ۶۸kPa معادل ۵۰ سانتی‌متر جیوه است.

B ۳۳۰ | ۲

خط فکری فشار در عمق ۱۳۶cm آب رودخانه، مجموع فشار هوا و فشار آب است که ابتدا باید فشار ناشی از آب را برحسب cmHg حساب کنید.

فشار ۱۳۶cm آب برحسب cmHg خواهد شد:

$$\rho_W gh_W=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow ۱۰۰۰\times\frac{۱۳۶}{۱۰۰}=۱۳۶۰۰h_{Hg}\Rightarrow$$
$$h_{Hg}=۰/۱m=۱۰cm\Rightarrow P_W=۱۰cmHg$$

فشار در این عمق برابر است با: $P_{کل}=P_۰+P_W=۷۶+۱۰=۸۶cmHg$

B ۳۳۱ | ۱

ابتدا فشار آب را به‌دست می‌آوریم:

$$P_T=P_۰+P_W\Rightarrow ۱۰۰=۷۵+P_W\Rightarrow P_W=۲۵cmHg$$

حال فشار آب را با فشار ستون ۲۵ سانتی‌متری از جیوه برابر قرار داده و عمق آب را به‌دست می‌آوریم:

$$P_W=P_{Hg}\Rightarrow \rho_W gh_W=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow \rho_W h_W=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow$$
$$۱\times h_W=۱۳/۶\times ۲۵\Rightarrow h_W=۳۴۰cm=۳/۴m$$

نکته برای تبدیل یکای فشار ستونی از مایع به ارتفاع $h_{مایع}$ به سانتی‌متر جیوه، کافی است بنویسیم: $\rho_{مایع}h_{مایع}=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow P_{cmHg}=\frac{\rho_{مایع}h_{مایع}}{\rho_{Hg}}$

بازی با سؤال **چه ارتفاعی از آب (برحسب متر) فشاری برابر با ۱۵۰ میلی‌متر جیوه دارد؟ (چگالی آب و جیوه به ترتیب $۱۰۰۰kg/m^3$ و $۱۳۶۰۰kg/m^3$ است.)**

۱) ۰/۱۵ ۲) ۱/۵۰ ۳) ۲/۰۴ ۴) ۸/۰۲

گزینهٔ ۳

A ۳۳۲ | ۲

ارتفاع مایع درون ظرف را به دست می‌آوریم $V=۲/۵L=۲۵۰۰cm^3$

$$V=Ah\Rightarrow ۲۵۰۰=۵۰h_{مایع}\Rightarrow h_{مایع}=۵۰cm$$

فشار را بر حسب cmHg حساب می‌کنیم

$$\rho_{مایع}h_{مایع}=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow ۱/۲\times ۵۰=۱۳/۶h_{Hg}$$
$$h_{Hg}\simeq ۴/۴cm\Rightarrow P_g=۴/۴cmHg$$

البته بهتر بود که در متن سؤال از کلمهٔ تقریباً استفاده می‌شد.

A ۳۳۳ | ۱

اختلاف فشار هوا در نزدیکی زمین را می‌توان مانند اختلاف فشار مایع‌ها به‌دست آورد. در واقع فشاری که این ستون فرضی هوا ایجاد می‌کند، هم‌اندازه با فشاری است که ستون جیوه با ارتفاع ۱۵ میلی‌متر ایجاد کرده است.

$$(\rho h)_{هوا}=(\rho h)_{جیوه}\Rightarrow ۱/۲\times h=۱۳۶۰۰\times ۱۵\times ۱۰^{-3}\Rightarrow h=۱۷۰m$$

بازی با سؤال ارتفاع سقف یک سالن از کف آن برابر ۸ متر است. چنانچه چگالی هوا $1/25 g/L$ باشد، فشار هوا در سقف سالن چند پاسکال از فشار هوا در کف سالن کمتر است؟ $(g=10 N/kg)$ از کتاب درسی

۱) صفر ۲) ۱۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰۰۰

گزینهٔ ۳

A ۳۳۴ ۱

خط فکری فشار شاره با تغییر ارتفاع تغییر می‌کند، پس تنها عاملی که باعث تغییر در فشار می‌شود اوج گرفتن (افزایش ارتفاع) هواپیما است و با افزایش ارتفاع، فشار به اندازه $\Delta P=\rho gh$ کاهش می‌یابد و نیروی وارد شده نیز کاهش می‌یابد.

کاهش فشار در اثر افزایش ارتفاع یک کیلومتری را حساب می‌کنیم. البته ابتدا چگالی هوا را برحسب kg/m^3 به‌دست می‌آوریم. $\rho=1/2\frac{10^{-3}kg}{10^{-3}m^3}=1/2\frac{kg}{m^3}$

$$\Delta P=\rho gh\Rightarrow \Delta P=1/2\times 10\times 10^3\Rightarrow \Delta P=12\times 10^3 Pa$$

کاهش نیروی وارد بر پنجره برابر است با:

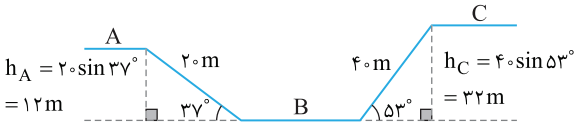
$$\Delta P=\frac{\Delta F}{A}\Rightarrow \Delta F=\Delta PA\Rightarrow \Delta F=12\times 10^3\times 50\times 10^{-4}\Rightarrow \Delta F=60N$$

A ۳۳۵ ۳

۱ ابتدا به کمک مثلثات ارتفاع نقاط A و C را از سطح زمین حساب می‌کنیم.

$$\sin 37^\circ=\frac{h_A}{20}\Rightarrow h_A=20\sin 37^\circ\Rightarrow h_A=20\times 0/6=12m$$

$$\sin 53^\circ=\frac{h_C}{40}\Rightarrow h_C=40\sin 53^\circ=40\times 0/8=32m$$



۲ اختلاف ارتفاع قائم نقاط A و C برابر است با: $\Delta h=h_C-h_A=32-12=20m$

۳ اختلاف فشار هوا بین این دو نقطه خواهد شد.

$$\Delta P_{A,C}=\rho gh\Rightarrow \Delta P_{A,C}=1/2\times 10\times 20=240Pa$$

B ۳۳۶ ۲

غواص به وسیلهٔ لوله‌ای که یک سر آن بیرون از آب است، در حال تنفس است. پس فشار درون ریهٔ او برابر فشار هوای محیط یعنی P_0 است و فشار وارد بر قسمه سینهٔ غواص برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون $h=6/2m$ آب است $(P_{\text{وارد بر قفسهٔ سینه}}=P_0+\rho gh)$.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_{\text{درون ریه}}-P_{\text{وارد بر قفسهٔ سینه}}=P_0+\rho gh-P_0=\rho gh$$
$$=1000\times 10\times 6/2=62000Pa=62kPa$$

A ۳۳۷ ۲

خط فکری فشار پیمانه‌ای اختلاف فشار ناشی از ارتفاع مایع یعنی ρgh است.

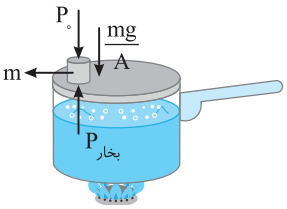
$$P=\rho gh\Rightarrow 1254=1045\times 10\times h\Rightarrow h=0/12m=12cm$$

B ۳۳۸ ۴

به در زودپز از بیرون فشار هوا و فشار حاصل از وزنهٔ روی روزنه وارد می‌شود و از داخل فشار بخار وارد می‌شود:

$$P_{\text{بخار}}=P_0+\frac{mg}{A}$$

به اختلاف فشار بین $P_{\text{بخار}}$ و P_0 فشار پیمانه‌ای گفته می‌شود.



$$P_{\text{بخار}}-P_0=\frac{mg}{A}\Rightarrow P_g=\frac{mg}{A}\xrightarrow{A=5\times 10^{-6}m^2}10^5=\frac{m\times 10}{5\times 10^{-6}}$$
$$\Rightarrow m=5\times 10^{-2}kg=50g$$

B ۳۳۹ ۲

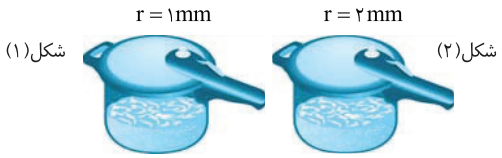
خط فکری فشار درون دیگ‌های زودپز قرار است ۲atm شود، یعنی وزنه‌ای که روی روزنه می‌گذاریم باید به کمک فشار هوا (۱ atm) بیاید تا بخار آب از درون دیگ خارج نشود. در واقع فشار دیگ زودپز باید با مجموع فشار هوای محیط (P_0) و فشار ناشی از وزنه $(P_{\text{وزنه}}=\frac{W}{A})$ برابر شود.

۱ برای دیگ زودپز شکل (۱) خواهیم داشت:

$$P_{1_{\text{دیگ}}}=P_0+\frac{W_1}{A_1}\xrightarrow{A_1=\pi r_1^2}2\times 10^5=10^5+\frac{m_1\times 10}{\pi(10^{-3})^2}$$
$$\Rightarrow 10^5=\frac{m_1\times 10}{\pi\times 10^{-6}}\Rightarrow m_1=\pi\times 10^{-2}kg\Rightarrow m_1=10\pi g$$

۲ برای دیگ زودپز شکل (۲) خواهیم داشت:

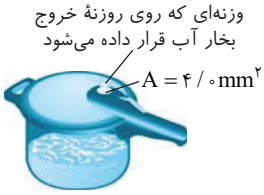
$$P_{2_{\text{دیگ}}}=P_0+\frac{W_2}{A_2}\xrightarrow{A_2=\pi r_2^2}2\times 10^5=10^5+\frac{m_2\times 10}{\pi(2\times 10^{-3})^2}\Rightarrow$$
$$10^5=\frac{m_2\times 10}{4\pi\times 10^{-6}}\Rightarrow m_2=4\pi\times 10^{-2}kg\Rightarrow m_2=40\pi g$$



۳ بنابراین $m_2-m_1=40\pi-10\pi=30\pi=30\times 3=90g$

میانبر $P_{\text{دیگ}}=P_0+\frac{W}{A}\Rightarrow\frac{m_0 g}{A}=P_{\text{دیگ}}-P_0\Rightarrow m_0 g=(P_{\text{دیگ}}-P_0)A$

بازی با سؤال مساحت روزنهٔ خروج بخار آب روی در یک زودپز $4mm^2$ است. جرم وزنه‌ای که روی این روزنه باید گذاشت چند گرم باشد تا فشار داخل زودپز در ۲atm نگه داشته شود؟ $(P_0=1 atm)$



۱) ۴۰
۲) ۰/۰۴
۳) ۸۰
۴) ۰/۰۸

گزینهٔ ۱

C ۳۴۰ ۱

خط فکری فشار در ته لوله (کف داخلی لوله) برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون جیوه است. در حل این مسئله بهتر است ابتدا فشار هوا را برحسب cmHg به‌دست آوریم، سپس فشار در حالت دوم را دو برابر فشار در حالت اول قرار دهیم $(P_2=2P_1)$.

۱ تبدیل یکای فشار هوا از پاسکال به cmHg: $P=\rho_{Hg}gh_{Hg}$

$$\Rightarrow h_{Hg}=\frac{P}{\rho_{Hg}\times g}=\frac{1/0336\times 10^5}{13600\times 10}\Rightarrow h_{Hg}=0/76m\Rightarrow P_{\text{هوا}}=76cmHg$$

۲ فشار در حالت اول برابر است با:

$$P_1=P_0+P_{\text{جیوه}}\xrightarrow{P_{\text{جیوه}}=4cmHg}P=76+4=80cmHg$$

۳ فشار در حالت دوم، دو برابر فشار در حالت اول است بنابراین:

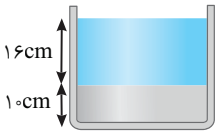
$$P_2=2P_1=2\times 80=160cmHg$$

۴ اکنون ارتفاع جیوه در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$P_2=P_0+P_{\text{جیوه}}\Rightarrow 160=76+h_{\text{جیوه}}\Rightarrow h_{\text{جیوه}}=84cm$$

B ۳۴۱ ۳

خط فکری فشار مایعی به چگالی ρ، در عمق h برابر ρgh است که برحسب پاسکال به‌دست می‌آید، برای آن که فشار مایع مستقیماً برحسب cmHg به‌دست آید. کافی است ρgh را با $\rho_{Hg}gh_{Hg}$ برابر قرار دهیم. در این صورت، ارتفاع ستونی از جیوه که فشارش با فشار مایع برابر است به‌دست می‌آید.



۱ فشار مایع $\rho_۱$ برحسب cmHg خواهد شد: $\rho_۱gh_۱=\rho_{Hg}gh_{Hg} \xrightarrow{h_۱=۱۰cm}$

$۶/۸\times۱۰=۱۳/۶h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=۵cm\Rightarrow P_۱=۵cmHg$

۲ فشار مایع $\rho_۲$ برحسب cmHg را حساب می‌کنیم.

$\rho_۲gh_۲=\rho_{Hg}gh_{Hg} \xrightarrow{h_۲=۱۶cm} ۳/۴\times۱۶=۱۳/۶\times h_{Hg}\Rightarrow$

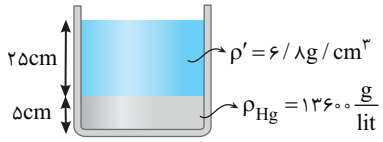
$h_{Hg}=۴cm\Rightarrow P_۲=۴cmHg$

۳ فشار کل وارد بر کف ظرف را به‌دست می‌آوریم.

$P=P_۱+P_۲+P_۰=۵+۴+۷۵\Rightarrow P=۸۴cmHg$

بازی با سؤال **در ظرفی مطابق شکل دو مایع روی هم قرار گرفته‌اند، فشار ناشی از مایع در کف ظرف P کیلوپاسکال و P' سانتی‌متر جیوه است. P و P' به ترتیب از راست به چپ کدام است؟** $(g=۱۰N/kg)$

۱) ۱۷/۵ ، ۱۶/۸
۲) ۱۲/۵ ، ۱۶/۸
۳) ۱۷/۵ ، ۲۳/۸
۴) ۱۲/۵ ، ۲۳/۸



گزینهٔ ۳

B ۳۴۲ ۴

خط فکری مجدداً مسئله را بخوانید. جرم جیوه و جرم آب هر دو ۱۳۶g و وزن آن‌ها برابر است، بنابراین برای حل این مسئله بهتر است از تعریف اصلی فشار یعنی $P=\frac{F}{A}$ که در آن F مجموع وزن دو مایع است $(F=۲mg)$، استفاده کرد.

۱ در ظرف استوانه‌ای دو مایع به جرم‌های $m=۱۳۶g$ ریخته شده، پس فشار را از $P=\frac{W}{A}$ حساب می‌کنیم.

$P=\frac{W}{A}=\frac{۲mg}{A}=\frac{۲\times۱۳۶\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۵\times۱۰^{-۴}}=۵۴۴۰Pa$

۲ فشار هوا را به پاسکال تبدیل می‌کنیم.

$P_۰=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow P_۰=۱۳/۶\times۱۰^۳\times۱۰\times۰/۷۶=۱۰۳۳۶۰Pa$

۳ فشار کل خواهد شد:

$P_{کل}=P_{دو\ مایع}+P_۰\Rightarrow P_{کل}=۵۴۴۰+۱۰۳۳۶۰=۱۰۸۸۰۰Pa$

B ۳۴۳ ۳

ابتدا فشار هوا را برحسب پاسکال به‌دست می‌آوریم.

$P_۰=۷۵cmHg\Rightarrow P_۰=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow P_۰=۱۳۵۰۰\times۱۰\times\frac{۷۵}{۱۰۰}=۱۰۱۲۵۰Pa$

در حالت اول فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$P_{کف}=P_۰+P_{مایع}\Rightarrow P_۱=۱۰۱۲۵۰+\rho gh$

$P_۱=۱۰۱۲۵۰+۱۲۵۰\times۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}=۱۰۲۵۰۰Pa$

در حالت دوم فشار وارد بر کف ظرف به اندازه $\Delta P=۱/۰۲P_۱-P_۱=۰/۰۲P_۱$ افزایش یافته است که این افزایش به دلیل اضافه شدن مایع به چگالی $۸۰۰kg/m^۳$ است:

$\rho'gh'=۰/۰۲P_۱\Rightarrow ۸۰۰\times۱۰\times h'=۲۰۵۰\Rightarrow h'=\frac{۲۰۵۰}{۸}\times۱۰^{-۳}m=\frac{۲۰۵۰}{۸}\times۱۰^{-۱}cm$

حجم مایع اضافه شده برابر است با:

$V=A\Delta h\Rightarrow V=۲۰\times\frac{۲۰۵۰}{۸}\times۱۰^{-۱}=\frac{۲۰۵۰}{۴}=۵۱۲/۵cm^۳$

B ۳۴۴ ۴

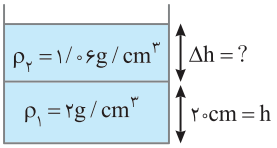
فشار کل وارد بر کف لوله برابر است با: $P_{کل}=P_۰+P_{مایع}$

فشار کل پس از افزودن مایع:

$P'_{کل}=P_{کل}+\frac{۱}{۱۰}P_{کل}\Rightarrow P'_{کل}=\frac{۱۱}{۱۰}P_{کل}$

$P_۰+(P_{مایع}+P_{مایع\ جدید})=\frac{۱۱}{۱۰}(P_۰+P_{مایع})$

$P_{مایع\ جدید}=\frac{۱}{۱۰}(P_۰+P_{مایع})$



فشار هوا را بر حسب پاسکال می‌نویسیم:

$P_۰=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow \rho_۲g\Delta h=\frac{۱}{۱۰}(\rho_{Hg}gh_{Hg}+\rho gh)$

$۱/۰۶\times\Delta h=\frac{۱}{۱۰}(۱۳/۶\times۷۵+۲\times۲۰)\Rightarrow ۱۰/۶\Delta h=۱۰۶۰\Rightarrow\Delta h=۱۰۰cm$

حجم مایع جدید خواهد شد:

$V=A\Delta h\Rightarrow V=۱۵\times۱۰۰\Rightarrow V=۱۵۰۰cm^۳\Rightarrow V=۱/۵L$

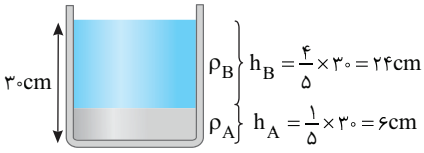
B ۳۴۵ ۳

خط فکری اگر دو مایع A و B را درون ظرفی بریزیم، مایع با چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود و مایع دیگر روی آن قرار می‌گیرد. اما نکته مهم چیست؟ فشار وارد بر کف ظرف از طرف دو مایع با توجه به تعریف فشار $P=\frac{F}{A}$ به دست می‌آید که نیروی F در آن مجموع نیروی وزن دو مایع است $P=\frac{W_A+W_B}{A}$. بنابراین اگر مایع‌ها را با هم مخلوط کنیم، فشار وارد بر کف ظرف تغییر نمی‌کند. به همین دلیل به جملهٔ «با یکدیگر مخلوط کرده» توجهی نمی‌کنیم و مسئله را شبیه دو مایع که روی هم قرار دارند حل کنیم که در آن $\frac{۱}{۵}$ حجم کل، مربوط به مایع A و $\frac{۴}{۵}$ حجم کل مربوط به مایع B است.

۱ شکل زیر را رسم کرده و ارتفاع هر مایع را حساب می‌کنیم:

ارتفاع مایع A، $\frac{۱}{۵}$ ارتفاع کل مایع است. $h_A=\frac{۱}{۵}\times۳۰=۶cm$

ارتفاع مایع B خواهد شد: $h_B=۳۰-۶=۲۴cm$



۲ اکنون فشار هر مایع را برحسب cmHg به دست می‌آوریم.

$\rho_Ah_A=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow ۳/۴\times۶=۱۳/۶h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=۱/۵cm$

$\Rightarrow P_A=۱/۵cmHg\ ,\ \rho_Bh_B=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow ۱/۷\times۲۴=۱۳/۶h_{Hg}$

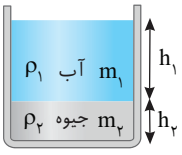
$\Rightarrow h_{Hg}=۳cm\Rightarrow P_B=۳cmHg$

۳ فشار کل مخلوط بر کف ظرف برابر است با:

$P=P_A+P_B=۱/۵+۳=۴/۵cmHg$

C ۳۴۶ ۲

خط فکری ابتدا با توجه به یکسان بودن جرم آب و جیوه می‌توان یک رابطهٔ ریاضی بین $h_۱$ و $h_۲$ پیدا کرد و سپس با توجه به فرض مسئله رابطه $h_۱+h_۲=۷۳$ را نوشته و یک دستگاه دو معادله دو مجهول را حل کرد.



جرم آب و جیوه برابر است. از این رو:

$m_۱=m_۲\Rightarrow\rho_۱V_۱=\rho_۲V_۲\Rightarrow\rho_۱Ah_۱=\rho_۲Ah_۲$

$\Rightarrow ۱\times h_۱=۱۳/۶h_۲\Rightarrow h_۱=۱۳/۶h_۲$

با توجه به فرض مسئله $h_۱+h_۲=۷۳cm$ است، بنابراین دستگاه زیر را حل می‌کنیم.

$\begin{cases}۱\times h_۱=۱۳/۶h_۲\\ h_۱+h_۲=۷۳\end{cases}\Rightarrow ۱۳/۶h_۲+h_۲=۷۳\Rightarrow ۱۴/۶h_۲=۷۳\Rightarrow h_۲=۵cm$

چون ارتفاع جیوه ۵cm است، پس فشار آن ۵cmHg است. از طرفی وزن آب و جیوه در مسأله یکسان است. پس فشار آب نیز ۵cmHg است و فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P_{کل}=P_۱+P_۲=۱۰cmHg$$

۳ ۳۴۷ B

۱ فشار هوا را بر حسب پاسکال به‌دست می‌آوریم.

$$P=P_{Hg}+P_W+P_۰$$

$$P_۰=\rho_{Hg}+gh_{Hg}\xrightarrow{h_{Hg}=۷۵cm,\rho_{Hg}=۱۳۶۰۰kg/m^۳}P_۰=۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۷۵}{۱۰۰}$$

$$P_۰=۱۳۶۰۰۰\times\frac{۳}{۴}\Rightarrow P_۰=۱۰۲۰۰۰Pa$$

۲ فشار وارد بر کف لولهٔ استوانه‌ای مجموع فشار هوا و فشار جیوه و فشار آب است.

$$P=\frac{W_{Hg}}{A}+\frac{W_W}{A}+P_۰$$

$$P=\frac{۲۷۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۲۰\times۱۰^{-۴}}+\frac{۵۵۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۲۰\times۱۰^{-۴}}+۱۰۲۰۰۰$$

$$P=\frac{۲۷۲۰}{۲}+\frac{۵۴۴۰}{۲}+۱۰۲۰۰۰\Rightarrow P=۱۳۶۰+۲۷۲۰+۱۰۲۰۰۰\Rightarrow P=۱۰۶۰۸۰Pa$$

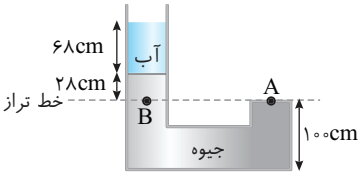
۳ ۳۴۸ B

فشار ارتفاع ۶۸ سانتی‌متر آب را به سانتی‌متر جیوه تبدیل می‌کنیم:

$$P_{آب}=\rho_{آب}gh=\rho_{جیوه}gh'\Rightarrow h'=\frac{۱}{۱۳/۶}\times۶۸=۵cm$$

در لولهٔ زیر فشار نقاط A و B را که روی یک خط تراز هستند برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{ته لوله}}=P_{آب}+P_{جیوه}+P_۰\Rightarrow P_{\text{ته لوله}}=۵+۲۸+۷۷=۱۱۰cmHg$$

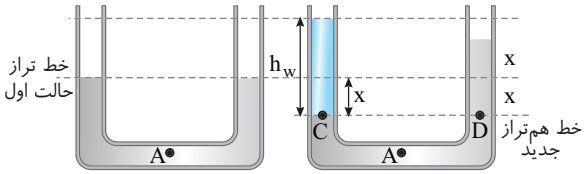


۱ ۳۴۹ C

ابتدا باید ارتفاع آب اضافه شده را به‌دست آورد

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow V=\frac{۶۸}{۱}cm^۳$$

$$\Rightarrow V=Ah_W\Rightarrow ۲\times h_W=۶۸\Rightarrow h_W=۳۴cm$$



وقتی مطابق شکل در شاخهٔ سمت چپ آب بریزیم، اگر جیوه در این شاخه به اندازهٔ x از خط تراز حالت اول پایین برود از شاخهٔ دیگر به اندازه x از خط تراز حالت اول بالا می‌رود. خط تراز جدید را رسم می‌کنیم و فشار نقاط C و D واقع بر این خط را مساوی قرار می‌دهیم. فشار نقطه C برابر فشار ستون ۳۴cm آب و فشار هواست و فشار نقطهٔ D برابر فشار ستون ۲x cm جیوه و فشار هواست.

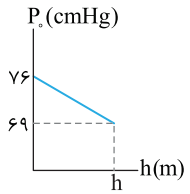
$$P_C=P_D\Rightarrow P_۰+\rho_W gh_W=P_۰+\rho_{Hg}gh_D\Rightarrow\rho_W gh_W=\rho_{Hg}gh_{Hg}$$

$$\Rightarrow ۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۳۴}{۱۰۰}=۱۳۶۰۰\times۱۰\times(۲x)\Rightarrow ۲x=\frac{۱}{۴۰}\Rightarrow x=\frac{۱}{۸۰}m=۱/۲۵cm$$

بنابراین ارتفاع جیوه در سمت راست ۱/۲۵cm از حالت اولیه بیشتر شده از این رو فشار در نقطهٔ A ۱/۲۵cmHg افزایش می‌یابد.

۳ ۳۵۰ A

با توجه به نمودار کاهش فشار از سطح زمین تا ارتفاع h برابر است با:



$$\Delta P=۷۶-۶۹=۷cmHg$$

اکنون می‌توان مقدار h را حساب کرد.

$$\Delta P=\rho_{هوا}g(h-۰)\Rightarrow\rho_{Hg}g(\frac{۷}{۱۰۰})=\rho_{هوا}gh$$

$$\Rightarrow ۱۴\times۱۰^۳\times\frac{۷}{۱۰۰}=۱\times h\Rightarrow h=۹۸۰m$$

۳ ۳۵۱ A

خط فکری با افزایش ارتفاع چگالی هوا کاهش می‌یابد و اختلاف فشار بین دو نقطه در هوا برابر $\Delta P=\bar{\rho}g\Delta h$ است که $\bar{\rho}$ چگالی متوسط بین آن دو نقطه است.

۱ اختلاف فشار $\Delta P_۱$ برابر است با: $\Delta P_۱=\bar{\rho}g\Delta h_{AB}\Rightarrow\Delta P_۱=\bar{\rho}g۵۰۰۰$

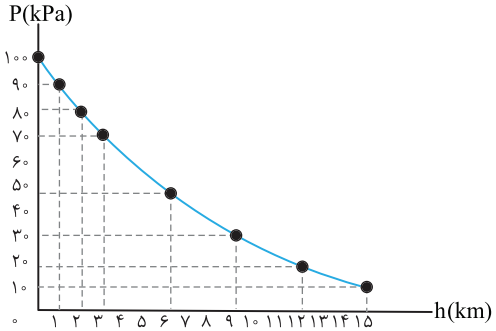
۲ اختلاف فشار $\Delta P_۲$ برابر است با: $\Delta P_۲=\bar{\rho}'g\Delta h_{BC}\Rightarrow\Delta P_۲=\bar{\rho}'g۵۰۰۰$

۳ با افزایش ارتفاع چگالی هوا کاهش می‌یابد بنابراین $\bar{\rho}'<\bar{\rho}$ است:

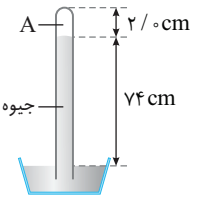
$$\bar{\rho}'g۵۰۰۰<\bar{\rho}g۵۰۰۰\Rightarrow\Delta P_۲<\Delta P_۱$$

۴ ۳۵۲ A

به نمودار دقت کنید، در سطح دریای آزاد فشار ۱۰۰kPa (۱ bar) و در ارتفاع ۱۲km فشار ۲۰kPa است. یعنی فشار در ارتفاع ۱۲km، ۲۰ درصد فشار در سطح دریای آزاد است و ۸۰ درصد فشار هوا کاسته شده است. بنابراین جرم هوای موجود تا ارتفاع ۱۲km از سطح دریا، ۸۰٪ جرم کل هواست.



۳ ۳۵۳ A

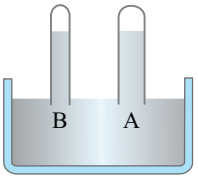


هرگاه یک جوسنج را به بالای کوه ببریم به دلیل کاهش فشار هوا در بالای کوه، ارتفاع ستون جیوه در جوسنج کاهش می‌یابد و گزارهٔ (الف) درست است. یک جوسنج (بارومتر) همواره فشار هوای محیط را نشان می‌دهد و دو برابر کردن سطح مقطع لولهٔ آن تأثیری در این اندازه‌گیری ندارد و هم‌چنان فشار هوای محیط یعنی ۷۴cmHg را نشان می‌دهد و ارتفاع تغییر نمی‌کند و گزارهٔ (ب) نادرست است. اگر به جای جیوه از مایعی با چگالی کمتر استفاده شود برای آنکه فشار ستون مایع با فشار هوای محیط برابر شود، ستون مایع باید ارتفاع بیشتری نسبت به حالت جیوه داشته باشد و گزارهٔ (پ) درست است.

۲ ۳۵۴ B

با توجه به رابطهٔ فشار مایع در عمق h $(P=\rho gh)$ فشار مایع به عمق و چگالی مایع و شتاب گرانش در محل بستگی دارد.

۳ ۳۵۵ B



خط فکری این سؤال در واقع تکرار آزمایش توریچلی با دو لوله با قطرهای متفاوت است. در این آزمایش در هر دو لوله ارتفاع جیوه بیانگر فشار هوا برحسب cmHg است.

فشار هوای محیط $۷۶cmHg$ است، بنابراین در هر دو لوله ارتفاع ستون جیوه $۷۶cm$ است. از این رو حجم جیوه در دو لوله خواهد شد:

$$V=\pi r^۲h\Rightarrow\begin{cases}V_A=\pi(r_A)^۲h_A\\V_B=\pi(r_B)^۲h_B\end{cases}\xrightarrow[r_A=۲r_B]{h_A=h_B}\frac{V_A}{V_B}=\frac{(۲r_B)^۲}{r_B^۲}=۴\Rightarrow V_A=۴V_B$$

بازی با سؤال **درون لولهٔ فشارسنجی که قطر مقطع آن یک سانتی‌متر است، تا ارتفاع ۶۵ سانتی‌متر جیوه وجود دارد. در فشارسنج دیگری که قطر مقطع لولهٔ آن $\frac{۱}{۲}$ سانتی‌متر است. ارتفاع ستون جیوه در همان مکان چند سانتی‌متر می‌شود؟**

۱) $۳۲/۵$ ۲) ۶۵ ۳) ۱۳۰ ۴) $۶۵\sqrt{۲}$

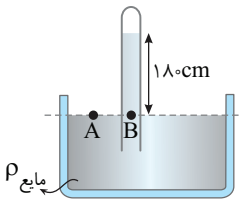
گزینهٔ ۲

B ۳۵۶ ۲

خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. با توجه به خط هم‌تراز فشار در نقاط A و B با هم برابر است.

۱ فشار در نقطهٔ A برابر فشار هوا است.

۲ فشار در نقطهٔ B حاصل از ارتفاع $۱۸۰cm$ ستون مایع است. $۲۰۰-۲۰=۱۸۰cm$



بنابراین: $P_A=P_B\Rightarrow P_۰=\rho_{مایع}g\frac{۱۸۰}{۱۰۰}$

فشار هوا برابر $۷۲cmHg$ است، در واقع فشار هوا با فشار حاصل از ارتفاع $۷۲cm$ جیوه یعنی $\rho_{Hg}g\frac{۷۲}{۱۰۰}$، برابر است.

$$\rho_{Hg}g\frac{۷۲}{۱۰۰}=\rho_{مایع}g\frac{۱۸۰}{۱۰۰}$$

$$\xrightarrow[\text{ساده می‌شود}]{g\text{ از دو طرف}}۱۳۵۰۰\times\frac{۷۲}{۱۰۰}=\rho_{مایع}\times\frac{۱۸۰}{۱۰۰}\Rightarrow\rho_{مایع}=۵۴۰۰kg/m^۳$$

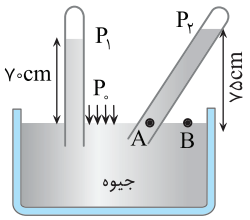
B ۳۵۷ ۳

در لولهٔ سمت راست ارتفاع قائم جیوه $۷۵cm$ است و فشار نقاط A و B با هم برابر است، از این‌رو:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{گاز}+P_{جیوه}=P_۰\Rightarrow$$

$$\xrightarrow[\text{نداشته باشد}]{\text{اگر گاز وجود}}P_۰=P_{جیوه}=۷۵cmHg$$

$$\xrightarrow[\text{لوله محبوس باشد}]{\text{اگر گاز در بالای}}P_۰>۷۵cmHg$$

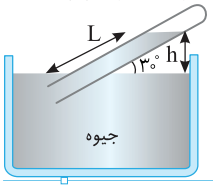


بنابراین حداقل فشار هوا برابر $۷۵cmHg$ است. حال که حداقل فشار هوا $۷۵cmHg$ است، بنابراین در لولهٔ سمت چپ نیز باید ارتفاع جیوه $۷۵cm$ باشد که چنین نیست و مشخص است که در بالای لولهٔ سمت چپ مقداری گاز محبوس است. به همین دلیل لولهٔ سمت چپ کمکی به ما در حل مسئله نخواهد کرد.

A ۳۵۸ ۲

یادآوری فشار مایع به ارتفاع قائم مایع بستگی دارد.

فشار جو برابر $۷۵cmHg$ است، از این رو ارتفاع قائم جیوهٔ درون لوله برابر $۷۵cm$ خواهد بود با توجه به شکل مقدار L خواهد شد:

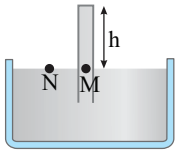


$$\sin ۳۰^\circ=\frac{h}{L}$$

$$\Rightarrow\sin ۳۰^\circ=\frac{۷۵}{L}\Rightarrow L=۱۵۰cm$$

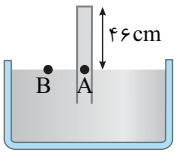
B ۳۵۹ ۱

خط فکری هنگامی که مایع تمام لوله را پر کرده است از طرف مایع بر ته لوله فشار وارد می‌شود. در این سؤالات ابتدا خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقطهٔ M حاصل از فشار ستون مایع و فشار وارد بر ته لوله است:



$$P_N=P_M\Rightarrow P_۰=P_{مایع}+P_{ته\ لوله}$$

نقاط A و B هم‌ترازند و فشار در آن‌ها یکسان است:



$$P_B=P_A\Rightarrow ۷۶=۴۶+P_{ته\ لوله}$$

$$\Rightarrow P_{ته\ لوله}=۳۰cmHg$$

این فشار را برحسب پاسکال به‌دست می‌آوریم:

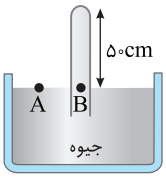
$$P=\rho gh\Rightarrow P=۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۳}{۱۰}=۳\times۱۳/۶\times۱۰^۳\,Pa$$

بنابراین نیروی وارد بر ته لوله برابر است با:

$$F=PA\Rightarrow F=۳\times۱۳/۶\times۱۰^۳\times۲/۵\times۱۰^{-۴}=۱۰/۲N\approx۱۰N$$

B ۳۶۰ ۴

با سوراخ شدن انتهای لوله، بر جیوهٔ درون لوله فشار هوا وارد می‌شود و فشار هوا در سطح جیوهٔ درون ظرف با فشار هوای وارد بر جیوهٔ درون لوله برابر شده و جیوهٔ درون لوله، درون ظرف تخلیه می‌شود.



B ۳۶۱ ۴

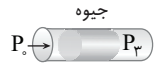
به شکل (۱) نگاه کنید چرا جیوه پایین نمی‌رود؟ زیرا مقداری گاز زیر جیوه محبوس است و فشار گاز در این حالت برابر است با مجموع فشار هوا و فشار ستون جیوه:

$$P_۱=P_۰+P_{Hg}\qquad(I)$$

در شکل (۲) جیوه از لوله بیرون نمی‌ریزد، زیرا فشار هوا مانع بیرون ریختن جیوه می‌شود، یعنی فشار هوا برابر مجموع فشار گاز محبوس و فشار ستون جیوه است:

$$P_۰=P_۲+P_{Hg}\Rightarrow P_۲=P_۰-P_{Hg}\qquad(II)$$

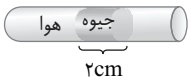
در شکل (۳) لوله افقی است به همین دلیل فشار دو طرف جیوه با هم برابر است و فشار هوا با فشار گاز محبوس برابر است:



$$P_۳=P_۰\qquad(III)$$

با توجه به روابط (I)، (II) و (III) خواهیم داشت: $P_۱>P_۳>P_۲$

بازی با سؤال **به وسیلهٔ $۲cm$ جیوه، مقداری هوا درون لولهٔ افقی محبوس شده است. هرگاه لوله را به صورت قائم در آوریم و جیوه نریزد فشار هوای محبوس شده چگونه تغییر می‌کند؟**



۱) ۲ سانتی‌متر جیوه افزایش می‌یابد.

۲) ۲ سانتی‌متر جیوه کاهش می‌یابد.

۳) تغییر نمی‌کند.

۴) گزینه‌های (۱) و (۲)

گزینهٔ ۴

A ۳۶۲ ۳

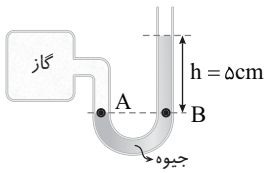
خط فکری ۱ در این سؤالات ابتدا خط تراز را می‌کشیم.

با توجه به خط تراز فشار نقاط A و B با هم برابر است. فشار در نقطهٔ A برابر فشار گاز و فشار در نقطهٔ B برابر فشار هوا و فشار حاصل از ستون $۵cm$ مایع است.

۲ فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز درون مخزن با فشار هوای بیرون $(P_۰)$ است:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{گاز}=P_۰+\rho gh\xrightarrow{P_g=P_{گاز}-P_۰}P_g=\rho gh$$

$$\Rightarrow P_g=۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۵}{۱۰۰}\Rightarrow P_{پیمانه‌ای}=۶۸۰۰Pa$$



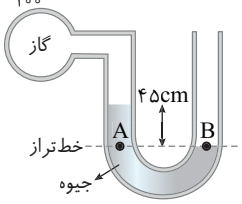
A ۳۶۳ ۱

خط فکری خط تراز را می‌کشیم. فشار نقاط A و B روی خط تراز برابر است. در شاخهٔ سمت راست در نقطهٔ B، فشار برابر فشار هوای محیط $P_B=P_۰$ و در شاخهٔ سمت چپ در نقطهٔ A، فشار برابر مجموع فشار گاز و فشار ستون $۴۵cm$ جیوه است.

فشار نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}=P_\circ\Rightarrow P_{\text{گاز}}=P_\circ-P_{Hg}\xrightarrow{P_{Hg}=\rho_{Hg}gh_{Hg}}$$

$$P_{\text{گاز}}=10^5-13600\times10\times\frac{45}{100}\Rightarrow P_{\text{گاز}}=38800Pa$$



۴ ۳۶۴ B

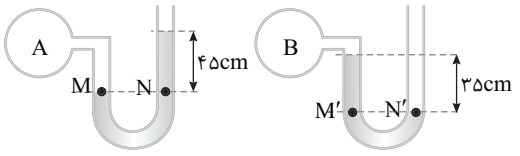
با توجه به خط تراز برای مخزن A داریم:

$$P_M=P_N\Rightarrow P_A=P_\circ+P_{\text{جیوه}}\Rightarrow P_A=75+45=120cmHg$$

برای مخزن B نیز با توجه به خط تراز داریم:

$$P_{M'}=P_{N'}\Rightarrow P_B+P_{\text{جیوه}}=P_\circ\Rightarrow P_B+35=75\Rightarrow P_B=40cmHg$$

بنابراین نسبت فشار مخزن A به فشار مخزن B برابر است با: $\frac{P_A}{P_B}=\frac{120}{40}=3$

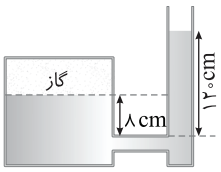


شکل (۱) شکل (۲)

میانبر در شکل (۱) فشار گاز درون مخزن بیشتر از فشار هواست و جیوه را در شاخهٔ سمت راست بالا برده است. $P_{\text{گاز}}=P_\circ+P_{\text{جیوه}}$

در شکل (۲) فشار هوا از فشار گاز درون مخزن بیشتر است و جیوه را در شاخهٔ سمت چپ بالا برده است. $P_{\text{گاز}}=P_\circ-P_{\text{جیوه}}$

بازی با سؤال **در شکل مقابل، مایع درون ظرف جیوه است. اگر فشار هوا ۷۵ سانتی‌متر جیوه باشد، فشار گاز درون محفظه چند سانتی‌متر جیوه است؟**

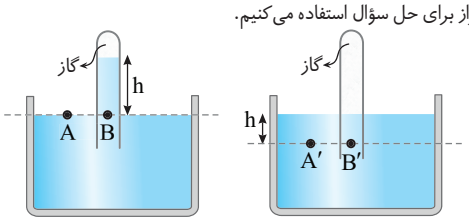


۱) ۴۵ ۲) ۸۳ ۳) ۱۷۵ ۴) ۱۸۷

گزینهٔ ۴

۲ ۳۶۵ A

خط فکری در سؤالاتی که لوله‌ای به طور وارون درون یک ظرف قرار می‌گیرد نیز از خط تراز برای حل سؤال استفاده می‌کنیم.



$P_A=P_B$ $P_{A'}=P_{B'}$

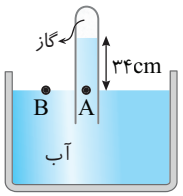
$P_\circ=P_{\text{گاز}}+\rho gh$ $P_\circ+\rho gh=P_{\text{گاز}}$

۱ ابتدا فشار ستون ۳۴ سانتی‌متری آب را برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:

$$\rho_W gh_W=\rho_{Hg}gh_{Hg}$$

$$\Rightarrow 1\times34=13/6h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=2/5cm$$

$$\Rightarrow P_{\text{آب}}=2/5cmHg$$



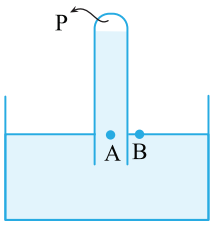
۲ فشار در نقاط A و B که روی یک خط تراز قرار دارند برابر است از این‌رو:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_{\text{آب}}=P_\circ\xrightarrow{P_{\text{گاز}}=72cmHg}P_\circ=72+2/5=74/5cmHg$$

۴ ۳۶۶ A

فشار مایع را برحسب سانتی‌متر جیوه حساب می‌کنیم. $(\rho gh)_{\text{مایع}}=(\rho gh)_{\text{جیوه}}$

$$\Rightarrow 2/8\times51=13/6\times h_{\text{جیوه}}\Rightarrow h_{\text{جیوه}}=10/5\,cmMg$$



با توجه به خط تراز فشار گاز را حساب می‌کنیم.

$$P_A=P_B\Rightarrow P+P_{\text{مایع}}=P_\circ$$

$$P+10/5=75/5\Rightarrow P=65cm\,Hg$$

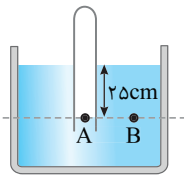
حال فشار را به Pa تبدیل می‌کنیم.

$$P=\rho_{Hg}gh_{Hg}=13600\times10\times\frac{65}{100}=88400Pa$$

۳ ۳۶۷ B

با توجه به خط تراز فشار در نقاط A و B با هم برابر است: $P_A=P_B$

فشار در نقطهٔ A برابر فشار گاز محبوس در لوله و فشار در نقطهٔ B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۲۵ سانتی‌متری مایع است:

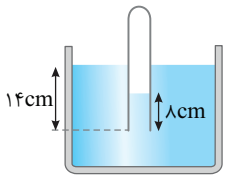


$$P_{\text{گاز}}=P_\circ+\rho gh\xrightarrow{\rho=2g/cm^3=2000kg/m^3}$$

$$P_{\text{گاز}}=10^5+2000\times10\times\frac{25}{100}$$

$$P_{\text{گاز}}=105\times10^3Pa=105kPa$$

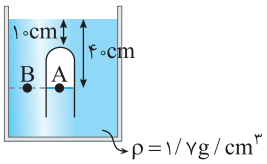
بازی با سؤال **مطابق شکل، دهانهٔ لولهٔ قائمی تا عمق ۱۴ سانتی‌متر درون مایعی به چگالی $0/9g/cm^3$ فرو برده شده است. اگر ارتفاع مایع در داخل لوله ۸ سانتی‌متر باشد، فشار هوای داخل لوله چند سانتی متر جیوه است؟ (فشار هوا ۷۶cmHg و $\rho_{\text{جیوه}}=13/5g/cm^3$ است.)**



۱) ۷۵/۵ ۲) ۷۵/۶ ۳) ۷۶/۴ ۴) ۷۶/۵

گزینهٔ ۳

۱ ۳۶۸ B



۱ فشار در نقاط A و B واقع بر خط تراز با هم برابر است. $P_A=P_B$

۲ فشار در نقطهٔ B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۴۰cm مایع است و فشار در نقطهٔ A برابر فشار گاز محبوس در لوله است.

$$P_B=P_A\Rightarrow P_\circ+\rho gh=P_{\text{گاز}}\quad(1)$$

۳ فشار پیمانه‌ای (P_g) برابر تفاضل فشار مخزن (گاز) و فشار هوای محیط است، بنابراین:

$$P_g=P_{\text{گاز}}-P_\circ=\rho gh\Rightarrow P_g=1700\times10\times\frac{4}{10}=6800Pa$$

فشار را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم.

$$\rho h=\rho_{Hg}h_{Hg}$$

$$\Rightarrow 1/7\times40=13/6h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=5\,cm\Rightarrow P_g=5cmHg$$

۱ ۳۶۹ B

خط فکری ابتدا به کمک نیروی وارد بر کف، فشار وارد بر کف ظرف را حساب می‌کنیم. فشار به‌دست آمده مجموع فشار ارتفاع $18cm=8+10$ جیوه و فشار گاز محبوس در بالای لوله است. حال به حل مسئله می‌پردازیم.

۱ نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از فشار مایع و فشار گاز است. فشار مایع را به‌دست می‌آوریم: $F=PA\Rightarrow 68=P\times200\times10^{-4}\Rightarrow P=34000Pa$

۲ اکنون فشار را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم:

$$P=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow 34000=13600\times10\times h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=0/25m=25cm$$

پس فشار وارد بر کف ظرف برابر $25cmHg$ است.

۳ از طرفی ارتفاع جیوه در ظرف $10+8=18cm$ بوده، بنابراین فشار گاز بالای لوله برابر است با:

$$P=P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}\Rightarrow P_{\text{گاز}}=25-18=7cmHg$$

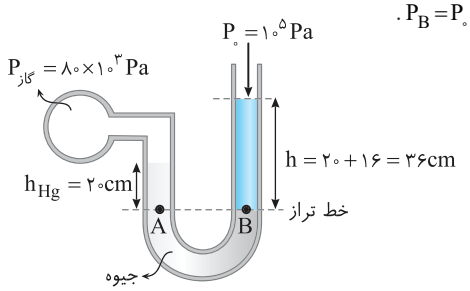
B ۳۷۰ ۳

خط فکری برای حل سؤالاتی که با لولهٔ U سرو کار داریم ابتدا خط تراز را می‌کشیم. خط تراز آخرین جایی است که مایع در دو شاخه یکسان بوده و خطی موازی با سطحی است که لوله روی آن قرار گرفته است. ویژگی خط تراز این است که فشار روی خط تراز یکسان است.

مطابق شکل خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط A و B با هم برابر است: $P_A=P_B$

فشار در نقطه A برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می‌آورد پس $P_A=P_{\text{گاز}}+\rho_{Hg}gh_{Hg}$.

فشار در نقطهٔ B برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می‌آورد پس $P_B=P_\circ+\rho gh$.



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+\rho_{Hg}gh_{Hg}=P_\circ+\rho gh$$

$$80\times10^3+13600\times10\times\frac{20}{100}=10^5+\rho\times10\times\frac{36}{100}$$

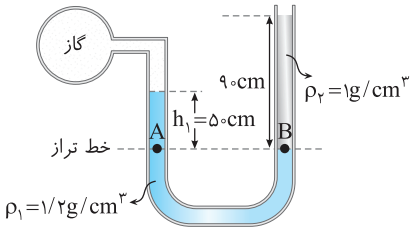
$$8\times10^4+27200=10^5+3/6\rho\Rightarrow8\times10^4+2/72\times10^4-10^5=3/6\rho$$

$$\Rightarrow0/72\times10^4=3/6\rho\Rightarrow\rho=2000kg/m^3$$

B ۳۷۱ ۱

با توجه به خط تراز فشار نقاط A و B برابر است. $P_A=P_B$

$$P_{\text{گاز}}+\rho_1gh_1=P_\circ+\rho_2gh_2$$



فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار مخزن گاز و فشار هواست، بنابراین:

$$P_g=P_{\text{گاز}}-P_\circ=\rho_2gh_2-\rho_1gh_1\Rightarrow P_g=1000\times10\times\frac{90}{100}-1200\times10\times\frac{50}{100}$$

$$\Rightarrow P_g=9000-6000=3000Pa$$

B ۳۷۲ ۱

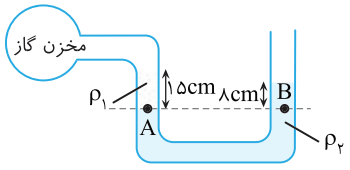
فشار نقاط روی خط تراز با هم برابر است:

$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_1gh_1+P_{\text{مخزن}}=\rho_2gh_2+P_\circ\Rightarrow$$

$$1/2\times10\times15+P_{\text{مخزن}}=1/57\times10\times8+P_\circ\Rightarrow P_\circ-P_{\text{مخزن}}=-54/4Pa$$

ارتفاع ستون جیوه‌ای که فشاری معادل $-54/4Pa$ ایجاد می‌کند برابر است با:

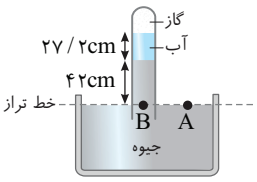
$$-54/4=13/6\times10\times h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=-4mm$$



B ۳۷۳ ۴

۱ نقاط هم‌تراز درون یک مایع ساکن هم‌فشارند. فشار در نقطهٔ A برابر فشار هوا و فشار در نقطهٔ B برابر مجموع فشار جیوه، فشار آب و فشار گاز محبوس در بالای لوله است. اکنون فشار نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_\circ=P_{\text{جیوه}}+P_{\text{آب}}+P_{\text{گاز}}$$



۲ فشار آب برحسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

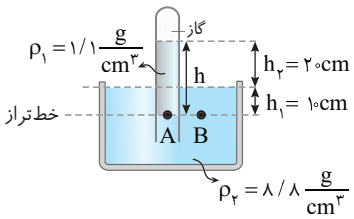
$$P_{\text{آب}}=\frac{(\rho h)_{\text{آب}}}{\rho_{\text{جیوه}}}=\frac{1\times27/2}{13/6}=2cmHg$$

۳ بنابراین خواهیم داشت:

$$72=42+2+P_{\text{گاز}}\Rightarrow P_{\text{گاز}}=28cmHg$$

B ۳۷۴ ۴

خط فکری فشار پیمانه‌ای گاز خواسته شده است یعنی $P_g=P_G-P_\circ$، بنابراین با رسم یک خط تراز می‌توان مسئله را حل کرد.



۱ خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقاط A و B واقع بر خط تراز را برابر قرار می‌دهیم. $P_A=P_B$

۲ فشار نقطهٔ A برابر مجموع فشار گاز و فشار ستون $h=20+10=30cm$ مایع ρ_1 است. $P_A=P_{\text{گاز}}+\rho_1gh$

۳ فشار نقطهٔ B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون $h_1=10cm$ مایع ρ_2 است. $P_B=P_\circ+\rho_2gh_2$

۴ اکنون می‌توان نوشت:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+\rho_1gh=P_\circ+\rho_2gh_2\Rightarrow\underbrace{P_{\text{گاز}}-P_\circ}_{P_g}=\rho_2gh_2-\rho_1gh$$

$$P_g=8/8\times10^3\times10\times0/1-1/1\times10^3\times10\times0/3\Rightarrow P_g=5/5\times10^3Pa=5/5kPa$$

A ۳۷۵ ۳

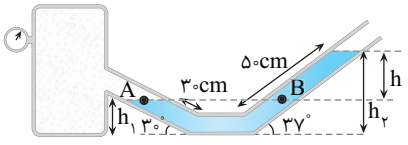
فشار درون لاستیک که توسط فشارسنج اندازه‌گیری می‌شود، فشار پیمانه‌ای هوای درون لاستیک $(P_g=P_G-P_\circ)$ است و گزینهٔ (۱) و (۴) نادرست است./ هر $1atm$ برابر $10^5Pa=100kPa$ است، بنابراین $220kPa$ برابر $2/2atm$ است و گزینهٔ (۲) نادرست است. / بنابراین گزینهٔ (۳) درست است اما آن را حساب می‌کنیم.

$$P=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow220\times10^3=13/6\times10^3\times10\times h_{Hg}\Rightarrow$$

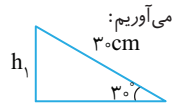
$$h_{Hg}\approx1/62m\Rightarrow P=162cmHg$$

A ۳۷۶ ۱

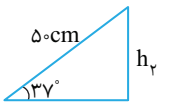
خط فکری ابتدا باید بدانیم که فشارسنج، فشار پیمانه‌ای $(P_g=P_G-P_\circ)$ را اندازه‌گیری می‌کند، مطلب بعدی که باید یادمان باشد این است که فشار مایع به ستون قائم آن بستگی دارد.



۱ ارتفاع قائم مایع در هر لوله را به کمک مثلثات به‌دست می‌آوریم:



$$\sin ۳۰^\circ=\frac{h_۱}{۳۰}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{h_۱}{۳۰}\Rightarrow h_۱=۱۵cm$$



$$\sin ۳۷^\circ=\frac{h_۲}{۵۰}\Rightarrow ۰/۶=\frac{h_۲}{۵۰}\Rightarrow h_۲=۳۰cm$$

۲ خط تراز را رسم می‌کنیم و فشار نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم. $P_A=P_B$

۳ فشار نقطهٔ A همان فشار مخزن گاز است. $P_A=P_G$

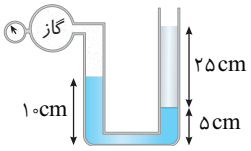
۴ فشار نقطهٔ B فشار هوای محیط به اضافهٔ فشار ستون h مایع است که است. $h=h_۲-h_۱=۳۰-۱۵=۱۵cm$

$P_B=P_۰+P_h$

۵ سرانجام می‌نویسیم: $P_A=P_B\Rightarrow P_G=P_۰+P_h$

$$\Rightarrow P_G-P_۰=P_h\Rightarrow P_g=\rho gh=۸۰۰\times۱۰\times\frac{۱۵}{۱۰۰}\Rightarrow P_g=۱۲۰۰Pa$$

بازی با سؤال **درون لولهٔ U شکلی که به یک مخزن محتوی گاز وصل شده است. دو مایع به چگالی $\rho_۱=۱۲۰۰kg/m^۳$ و $\rho_۲=۹۰۰g/lit$ قرار دارد. فشارسنج بوردون متصل به مخزن فشار چند کیلوپاسکال را نشان می‌دهد؟ $(P_۰=۱۰^۵Pa, g=۱۰N/kg)$**

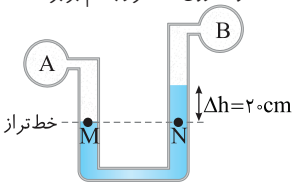


۱) ۱/۶۵ ۲) ۱۰۱/۵۵۰ ۳) ۱۰۴/۵۵۰ ۴) ۴/۵۵۰

گزینهٔ ۱

A ۳۷۷ ۳

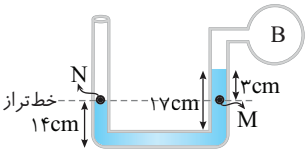
ابتدا خط هم‌تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط M و N روی خط تراز با هم برابر است بنابراین:



$$P_M=P_N\Rightarrow P_A=P_B+\rho gh$$
$$P_A-P_B=\rho g\Delta h\Rightarrow\Delta P=\rho g\Delta h$$
$$\Delta P=۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۲۰}{۱۰۰}=۲۰۰۰Pa$$

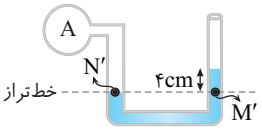
B ۳۷۸ ۴

۱ با توجه به شاخهٔ متصل به مخزن B، شاخهٔ وسط و استفاده از خط تراز فشار مخزن B را به‌دست می‌آوریم:



$$P_N=P_M$$
$$\Rightarrow P_۰=P_B+\rho g\Delta h$$
$$\Rightarrow P_B=P_۰-۶۸۰۰\times۱۰\times\frac{۳}{۱۰۰}$$
$$\Rightarrow P_B=P_۰-۲۰۴۰Pa$$

۲ با توجه به شاخهٔ متصل به مخزن A، شاخهٔ وسط و استفاده از خط تراز فشار مخزن A را به‌دست می‌آوریم:



$$P_{N'}=P_{M'}$$
$$\Rightarrow P_A=P_۰+\rho g\Delta h'$$
$$\Rightarrow P_A=P_۰+۶۸۰۰\times۱۰\times\frac{۴}{۱۰۰}$$
$$\Rightarrow P_A=P_۰+۲۷۲۰Pa$$

۳ حال اختلاف فشار مخزن A و B را حساب می‌کنیم:

$$P_A-P_B=(P_۰+۲۷۲۰)-(P_۰-۲۰۴۰)\Rightarrow\Delta P_{AB}=۴۷۶۰Pa$$

۴ این فشار را برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta P_{AB}=\rho gh_{Hg}\Rightarrow ۴۷۶۰=۱۳۶۰۰\times۱۰\times h_{Hg}$$
$$\Rightarrow h_{Hg}=۳/۵\times۱۰^{-۲}m=۳/۵cmHg$$

B ۳۷۹ ۴

خط فکری فشار در نقطهٔ A برحسب cmHg خواسته شده است، بنابراین ابتدا فشار ستون ۱۰cm مایع بالای خط تراز و هم‌چنین فشار ستون ۳/۴ متری آب را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم. سپس به کمک خط تراز مسئله را حل می‌کنیم.

۱ فشار ستون ۱۰cm مایع برحسب cmHg خواهد شد:

$$\rho_{مایع}gh_{مایع}=\rho_{Hg}gh_{Hg}$$
$$\xrightarrow[\rho_{Hg}=۱۳/۶g/cm^۳]{\rho_{مایع}=۶/۸g/cm^۳}۶/۸\times۱۰=۱۳/۶\times h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=۵cm$$

بنابراین فشار مایع $P_{مایع}=۵cmHg$ است.

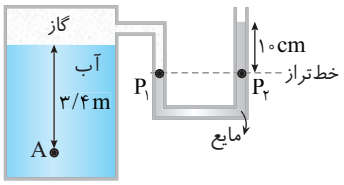
۲ فشار ستون ۳/۴m آب را حساب می‌کنیم.

$$\rho_W gh_W=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow۱\times۳/۴=۱۳/۶h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=\frac{۱}{۴}m=۲۵cm$$

بنابراین فشار آب نیز برابر ۲۵cmHg می‌شود.

۳ فشار گاز درون مخزن را به کمک خط تراز حساب می‌کنیم.

$$P_۱=P_۲\Rightarrow P_{گاز}=P_۰+P_{مایع}=۷۵+۵\Rightarrow P_{گاز}=۸۰cmHg$$

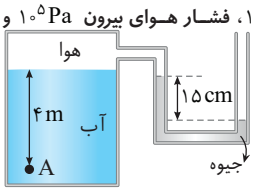


۴ فشار در نقطهٔ A برابر مجموع فشار گاز و فشار ۳/۴m آب است.

$$P_A=P_{آب}+P_{گاز}\Rightarrow P_A=۲۵+۸۰\Rightarrow P_A=۱۰۵cmHg$$

میانبر فشار در نقطهٔ A برابر مجموع فشار ستون ۳/۴m آب، فشار ستون ۱۰cm مایع و فشار هواست. $P_A=P_W+P_{مایع}+P_۰$

بازی با سؤال **فشار در نقطهٔ A چند کیلوپاسکال است؟ (چگالی آب $۱۰۰۰kg/m^۳$، چگالی جیوه $۱۳۶۰۰kg/m^۳$، فشار هوای بیرون $۱۰^۵Pa$ و $g=۱۰N/kg$ است.)** (تجربی - ۹۴)



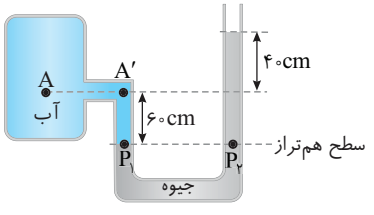
۱) ۷۹/۶ ۲) ۱۱۹/۶ ۳) ۶۸/۴ ۴) ۱۲۰/۴

گزینهٔ ۲

B ۳۸۰ ۳

با توجه به شکل سطح هم‌تراز را رسم می‌کنیم. فشار در سطح‌های هم‌تراز در یک مایع برابر است. از طرفی فشار $P_۱$ برابر مجموع فشار در سطح A و فشار ستون ۶۰cm آب است و فشار $P_۲$ برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۱۰۰cm جیوه است.

$$P_۱=P_۲\Rightarrow P_A+\rho_W gh_W=P_۰+\rho_{Hg}gh_{Hg}$$
$$\Rightarrow P_A-P_۰=\rho_{Hg}gh_{Hg}-\rho_W gh_W$$
$$P_A-P_۰=۱۳۶۰۰\times۱۰\times۱-۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۶\Rightarrow$$
$$P_A-P_۰=۱۳۶۰۰۰-۶۰۰۰=۱۳۰۰۰۰Pa=۱۳۰kPa$$



$$P_A=P_{A'}$$

۱ ۳۸۱ B

اختلاف فشار در نقطهٔ A با فشار هوای محیط را فشار پیمانه‌ای گویند.

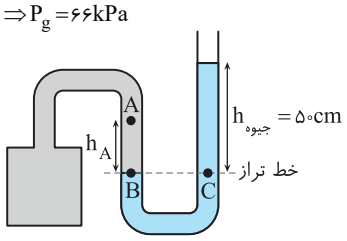
$$P_B = P_C$$

$$P_A + \rho g h_A = P_\circ + \rho_{Hg} g h_{Hg}$$

$$\xrightarrow{P_A - P_\circ = P_g} P_g = P_A - P_\circ = \rho_{Hg} g h_{Hg} - \rho_g h_A$$

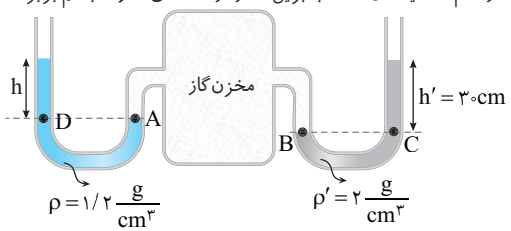
$$P_g = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۵ - ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۲$$

$$P_g = ۶۶۰۰۰ P_a \Rightarrow P_g = ۶۶ kPa$$



۱ ۳۸۲ B

خط فکری مهم‌ترین نکته‌ای که باید به آن دقت کرد این است که فشار گاز در یک محفظه در تمام نقاط یکسان است. بنابراین فشار در نقطه‌های A و B با هم برابر است.



۱ در سمت راست خط تراز را رسم می‌کنیم و فشار نقاط B و C را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_B = P_C \Rightarrow P_B = \rho' g h' + P_\circ \quad (۱)$$

۲ در سمت چپ خط تراز را رسم می‌کنیم و فشار نقاط A و D را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_A = P_D \Rightarrow P_A = \rho g h + P_\circ \quad (۲)$$

۳ گفتیم فشار در تمام نقاط یک مخزن گاز برابر است از این رو:

$$P_A = P_B \xrightarrow{(۱),(۲)} \rho g h + P_\circ = \rho' g h' + P_\circ$$

$$\rho h = \rho' h' \Rightarrow ۱/۲ h = ۲ \times ۳۰ \Rightarrow h = ۵۰cm$$

۴ ۳۸۳ B

فشار نقاط روی خط تراز یکسان است.

$$P_A = P_B \Rightarrow ۱۲۰ \times ۱۰^۳ = P_{B_{مخزن}} + \rho g \times ۰/۴$$

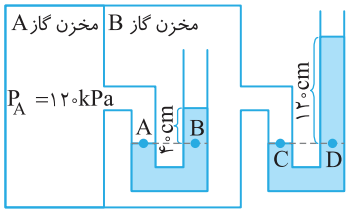
$$P_C = P_D \Rightarrow P_{B_{مخزن}} = P_\circ + \rho \times ۱۰ \times ۱/۲ \Rightarrow P_{B_{مخزن}} = ۱۰^۵ + ۱۲\rho \quad (۲)$$

$$۱/۲ \times ۱۰^۵ = P_B + \rho \times ۴ \quad (۱)$$

در معادله (۱)، از معادله (۲) جایگذاری می‌کنیم.

$$۱/۲ \times ۱۰^۵ = ۱۰^۵ + ۱۲\rho + ۴\rho \Rightarrow ۰/۲ \times ۱۰^۵ = ۱۶\rho$$

$$\rho = \frac{۲۰۰۰۰}{۱۶} = \rho = ۱۲۵۰ kg/m^۳ = ۱۲۵۰ g/L$$



۲ ۳۸۴ B

فشار در دو نقطهٔ هم‌تراز A و B یکسان است، از این رو:

$$P = P_۱ + \rho g h \Rightarrow ۱/۳ \times ۱۰^۵ = P_۱ + ۱۳/۶ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times h \quad (۱)$$

$$\Rightarrow P_۱ = ۱/۳ \times ۱۰^۵ - ۱/۳۶ \times ۱۰^۵ h$$

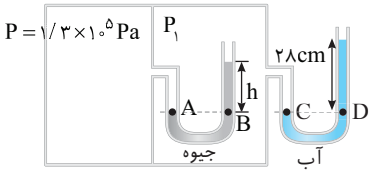
فشار در دو نقطهٔ هم‌تراز C و D یکسان است. بنابراین:

$$P_۱ = P_\circ + \rho_{آب} g h_{آب} \Rightarrow P_۱ = ۱۰^۵ + ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۲۸ \times ۱۰^{-۲} \quad (۲)$$

سمت چپ رابطهٔ (۱) و (۲) برابر است از این رو مقدار سمت راست این رابطه‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$(۲),(۱) \Rightarrow ۱/۳ \times ۱۰^۵ - ۱/۳۶ \times ۱۰^۵ h = ۱۰^۵ + ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۲۸ \times ۱۰^{-۲}$$

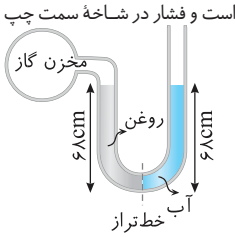
$$\Rightarrow ۰/۳ \times ۱۰^۵ - ۲۸۰۰ = ۱/۳۶ \times ۱۰^۵ h \Rightarrow h = \frac{۰/۲۷۲ \times ۱۰^۵}{۱/۳۶ \times ۱۰^۵} = ۰/۲ m = ۲۰ cm$$



۳ ۳۸۵ B

خط فکری ارتفاع آب و روغن در دو شاخه یکی است. فشار پیمانه‌ای (P_g) نیز اختلاف فشار گاز و فشار هوا است. خط تراز در این مسئله پایین‌ترین نقطهٔ لولهٔ U شکل در محل تماس آب و روغن است.

فشار در شاخهٔ سمت راست با فشار در شاخهٔ سمت چپ برابر است. فشار در شاخهٔ سمت راست مجموع فشار هوا و فشار ستون آب است و فشار در شاخهٔ سمت چپ مجموع فشار گاز و ستون روغن است.



$$P_{چپ} = P_{راست} \Rightarrow P_{گاز} + P_O = P_\circ + P_W$$

$$\Rightarrow \underbrace{P_{گاز} - P_\circ}_{P_g} = P_W - P_O \Rightarrow P_g = P_W - P_O$$

$$P_g = \rho_W g h_W - \rho_O g h_O = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۶۸}{۱۰۰} - ۸۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۶۸}{۱۰۰}$$

$$P_g = ۶۸۰ \times ۱۰ - ۶۸۰ \times ۸ = ۶۸۰ \times ۲ = ۱۳۶۰ Pa$$

این فشار را به cmHg تبدیل می‌کنیم.

$$P_g = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow P_{cmHg} = \frac{۱۳۶۰}{۱۳۶۰۰ \times ۱۰} \times ۱۰۰ = ۱ cmHg = ۱۰ mmHg$$

میانبر از همان ابتدا می‌توانستیم بفهمیم اختلاف فشار گاز و فشار هوا یعنی فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار ستون آب و روغن است و بنویسیم.

$$P_g = \rho_W g h_W - \rho_O g h_O$$

۳ ۳۸۶ B

فشار ستون چپ و ستون راست با هم برابر است.

$$P_{روغن} + P_{ریهٔ شخص} = P_\circ + P_{آب} \Rightarrow P_{ریهٔ شخص} - P_\circ = P_{آب} - P_{روغن}$$

$$\Rightarrow P_g = P_{آب} - P_{روغن}$$

$$\Rightarrow P_g = \rho_W g h_W - \rho_O g h_O \xrightarrow{h_W = h_O = h} P_g = (\rho_W - \rho_O) g h$$

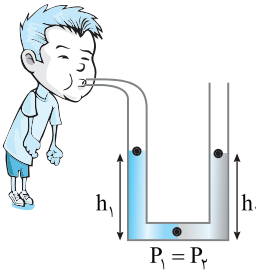
$$P_g = (۱ - ۰/۶) \times ۱۰ \times ۲۷/۲ = ۱۰۸/۸ Pa$$

حال فشار به‌دست آمده را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم:

$$۱۰۸/۸ = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = \frac{۱۰/۸۸}{۱۳/۶} \Rightarrow P_{پیمانه‌ای} = ۰/۸ cmHg$$

۳ ۳۸۷ B

خط فکری چگالی مایع $\rho_۲$ بیشتر است، بنابراین اگر شیر را باز کنیم مایع $\rho_۲$ ته‌نشین می‌شود و مایع $\rho_۱$ را در سمت چپ به بالا هل می‌دهد. برای آن که مایع‌ها در وضعیت قبل از باز شدن شیر باقی بمانند، باید از شاخهٔ سمت چپ در آن دمید و فشار این دمیدن باید با اختلاف فشار شاخهٔ سمت راست و سمت چپ برابر باشد. بنابراین فشار سمت راست لوله، مجموع فشار هوا و فشار مایع $\rho_۲$ است و فشار سمت چپ لوله، فشار دمیدن به‌اضافهٔ فشار مایع $\rho_۱$ است.

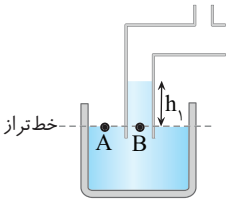


$$P_۱=P_۲\Rightarrow P_{\text{شخص}}+\rho_۱gh_۱=P_۰+\rho_۲gh_۲$$
$$\Rightarrow \underbrace{P_{\text{شخص}}-P_۰}_{\text{فشار پیمانه‌ای}}=\rho_۲gh_۲-\rho_۱gh_۱$$
$$\Rightarrow P_g=۱۵۰۰\times ۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}-۱۴۰۰\times ۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}$$
$$\Rightarrow P_g=۵۰۰\text{Pa}$$

میانبر فشار پیمانه‌ای دمیدن در این لوله برابر است با: $P_g=\rho_۲gh_۲-\rho_۱gh_۱$

B ۳۸۸ ۴

ابتدا برای ظرف حاوی آب خط تراز می‌کشیم:

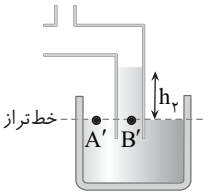


$$P_A=P_B\Rightarrow P_۰=\rho_{\text{آب}}gh_۱+P_{\text{شخص}}$$

هم‌چنین در ظرف حاوی الکل داریم:

$$P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow P_۰=\rho_{\text{الکل}}gh_۲+P_{\text{شخص}}$$

سمت چپ دو معادله با هم برابر است، بنابراین سمت راست دو معادله نیز با هم برابر است:



$$\rho_{\text{آب}}gh_۱=\rho_{\text{الکل}}gh_۲\Rightarrow h_۱=۰/۸h_۲$$
$$\Delta h=۱۰\text{cm}\Rightarrow h_۲-h_۱=۱۰\Rightarrow ۰/۲h_۲=۱۰$$
$$\Rightarrow h_۲=۵۰\text{cm}$$

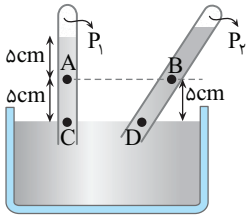
فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار هوای درون ریه شخص و فشار هواست. با توجه به ظرف حاوی الکل فشار پیمانه‌ای شخص را حساب می‌کنیم:

$$P_۰=\rho_{\text{الکل}}gh_۲+P_{\text{شخص}}\Rightarrow P_{\text{شخص}}-P_۰=-\rho_{\text{الکل}}gh_۲\Rightarrow$$
$$P_{\text{پیمانه‌ای}}=-۸۰۰\times ۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}=-۴۰۰۰\text{Pa}$$

B ۳۸۹ ۳

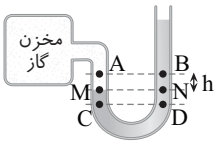
یادآوری فشار مایع ناشی از ارتفاع قائم مایع است و کج بودن لوله مهم نیست.

به شکل نگاه کنید، فشار نقاط C و D که روی یک خط تراز قرار دارند باهم برابر است. نقطه A، ۵cm از نقطهٔ C بالاتر و نقطهٔ B نیز ۵cm از نقطهٔ D بالاتر است، یعنی اگر از نقطهٔ C به نقطهٔ A برویم و یا از نقطهٔ D به نقطهٔ B برویم مقدار کاهش فشار یکسان است. بنابراین در نقطه‌های A و B نیز فشارها با هم برابر است و اختلاف فشار این دو نقطه صفر است.



B ۳۹۰ ۲

۱ نقاط C و D هم‌تراز هستند و در یک مایع قرار دارند، پس $P_C=P_D$ است.



۲ فشار در نقطهٔ A برابر فشار مخزن گازی است. همچنین اگر خط تراز بکشیم فشار نقاط M و N باهم برابراست. فشار در نقطهٔ M برابرفشار مخزن گازی یا همان فشار در نقطهٔ A است:

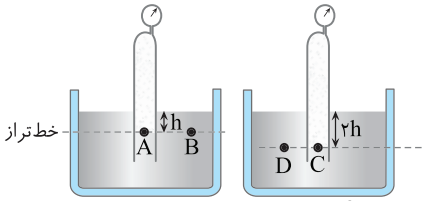
$$\begin{cases}P_M=P_N & \text{نقاط هم‌تراز}\\ P_M=P_A\end{cases}\Rightarrow P_N=P_A$$

نقطهٔ B به اندازهٔ h بالاتر از نقطهٔ N قرار دارد، بنابراین فشار در نقطهٔ B به اندازهٔ ρgh از فشار N کمتر است.

$$P_B=P_N-\rho gh\xrightarrow{P_N=P_M=P_A}P_B=P_A-\rho gh\Rightarrow P_A>P_B$$

C ۳۹۱ ۱

یادآوری فشارسنج بوردون فشار پیمانه‌ای $(P_g=P_G-P_۰)$ را اندازه‌گیری می‌کند.



(۱) $\rho_۱=\rho_{Hg}$ (۲) $\rho_۲=\frac{\rho_{Hg}}{۳}$

در شکل (۱) فشار نقاط A و B روی خط تراز برابر است:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{۱G}=P_۰+P_h\Rightarrow \underbrace{P_{۱G}-P_۰}_{P_{۱g}}=P_h\Rightarrow P_{۱g}=\rho_{Hg}gh$$

در شکل (۲) فشار نقاط C و D روی خط تراز برابر است:

$$P_C=P_D\Rightarrow P_{۲G}=P_۰+P_{۲h}\Rightarrow \underbrace{P_{۲G}-P_۰}_{P_{۲g}}=P_{۲h}\Rightarrow P_{۲g}=\frac{\rho_{Hg}g(۲h)}{۳}$$

بنابراین اختلاف فشاری که دو فشارسنج نشان می‌دهد خواهد شد:

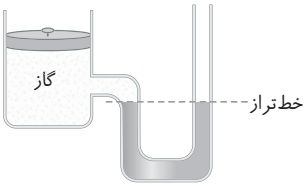
$$P_{۱g}-P_{۲g}=\rho_{Hg}gh-\frac{\rho_{Hg}}{۳}g(۲h)\Rightarrow P_{۱g}-P_{۲g}=\frac{۱}{۳}\rho_{Hg}gh$$

بنابراین اختلاف فشار برحسب cmHg برابر $\frac{۱}{۳}h$ است.

B ۳۹۲ ۳

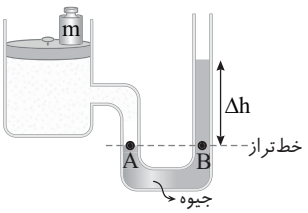
خط فکری در ابتدا ارتفاع جیوه در دو شاخهٔ لوله یکسان است و این یعنی فشار گاز درون مخزن و فشار هوای محیط یکسان است. وقتی وزنه را روی پیستون قرار می‌دهیم، فشاری برابر $\frac{W}{A}$ به گاز وارد می‌شود و این افزایش فشار سبب می‌گردد که جیوه در شاخهٔ سمت چپ پایین رفته و در شاخهٔ سمت راست بالا برود. مثل همیشه خط تراز را رسم کرده، مسئله را حل می‌کنیم.

حالت اول: فشار هوای محیط و فشار گاز برابر است. $P_{\text{گاز}}=P_۰$



حالت دوم: فشار در نقاط هم‌تراز A و B برابر است.

$$P_A=P_B\Rightarrow P_۰+\frac{W}{A}=P_۰+\rho g\Delta h$$
$$\Rightarrow\frac{W}{A}=\rho g\Delta h\Rightarrow mg=\rho g\Delta hA\Rightarrow m=\rho\Delta hA$$
$$\Rightarrow m=۱۳۶۰۰\times\frac{۷/۵}{۱۰۰}\times۵۰\times۱۰^{-۴}\Rightarrow m=۵/۱\text{kg}$$



میانبر همان‌گونه که در خط فکری بیان شد، با قرار دادن وزنه و افزایش فشار در سمت چپ، جیوه در سمت راست بالا میرود تا فشار در دو سوی لوله یکی شود. بنابراین فشار حاصل از وزنه برابر فشار ستون اضافی جیوه است.

$$\Delta P=\frac{W}{A}=\rho_{Hg}g(\Delta h_{Hg})$$

B ۳ ۳۹۳

باید فشار مطلق دو مخزن را مقایسه کنیم، بنابراین فشار مطلق مخزن A را به‌دست می‌آوریم.

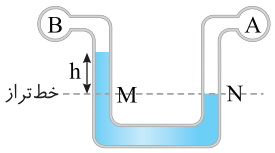
$$P_{A\ \text{مطلق}} = P_{A\ \text{پیمانه‌ای}} - P_{\circ} \Rightarrow P_{A\ \text{مطلق}} = P_{A\ \text{پیمانه‌ای}} + P_{\circ} = ۱۲\times۱۰^{۴}\ Pa$$

$$P_{B\ \text{مطلق}} = ۱۰/۶\times۱۰^{۴}\ Pa$$

چون فشار مطلق A بزرگ‌تر از فشار مطلق B است، بنابراین مایع در شاخهٔ سمت چپ بالا می‌رود و ارتفاع مایع در سمت چپ بیشتر از سمت راست می‌شود. فشار روی خط تراز را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_N = P_M \Rightarrow P_A = P_B + \rho gh \Rightarrow P_A - P_B = \rho gh$$

$$\Rightarrow ۱/۴\times۱۰^{۴} = ۷\times۱۰^{۳}\times۱۰\times h \Rightarrow h = ۰/۲m = ۲۰cm$$



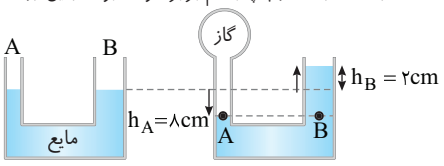
C ۲ ۳۹۴

حجم مایع جابه‌جا شده در دو شاخه یکسان است.

۱ قطر شاخهٔ B دو برابر قطر شاخهٔ A است. بنابراین نسبت مساحت سطح مقطع B به مساحت سطح مقطع A خواهد شد.

$$D_B = ۲D_A \Rightarrow r_B = ۲r_A \xrightarrow{A=\pi r^{۲}} A_B = ۴A_A$$

۲ وقتی شاخهٔ A را به مخزن گاز وصل کرده و مایع در آن ۸cm پایین برود، حجم مایع جابه‌جا شده در سمت راست و چپ با هم برابر خواهد بود، از این رو:



$$V_A = V_B \Rightarrow h_A A_A = h_B A_B \Rightarrow ۸\times A_A = h_B \times ۴A_A \Rightarrow h_B = ۲cm$$

۳ به شکل نگاه کنید. اختلاف ستون مایع در دو طرف لوله برابر است با:

$$h = h_A + h_B = ۱۰cm$$

۴ خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار واقع بر خط تراز یکسان است.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_{\circ} + P_{\text{مایع}}$$

۵ فشار هوا ۷۶cmHg است. برای آن که فشار گاز را برحسب سانتی‌متر جیوه حساب کنیم، باید فشار ستون ۱۰cm مایع را بر حسب سانتی‌متر جیوه حساب کنیم.

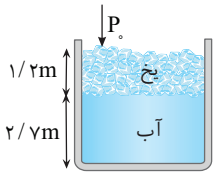
$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{Hg} h_{Hg} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = h_{Hg} = \frac{\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}}{\rho_{Hg}} = \frac{۶/۸\times۱۰}{۱۳/۶} = ۵cmHg$$

۶ فشار گاز خواهد شد. $P_{\text{گاز}} = ۷۶+۵ = ۸۱cmHg$

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۲ ۳۹۵

فشار در عمق ۲/۷m آب برابر است با فشار حاصل از آب و یخ و فشار هوا:



$$P_A = P_{\circ} + P_{\text{یخ}} + P_{\text{آب}}$$

$$P_A = P_{\circ} + \rho_{\text{یخ}} g\times۱/۲ + \rho_{\text{آب}} g\times۲/۷$$

به‌جای چگالی آب، $\rho_{\text{آب}} = \frac{\rho_{Hg}}{۱۳/۵}$ و به‌جای چگالی یخ $\rho_{\text{یخ}} = \frac{\rho_{Hg}}{۱۵}$ قرار می‌دهیم و این فشارها را برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:

تبدیل فشار حاصل از یخ به cmHg : $\rho_{\text{یخ}} g\times۱/۲ = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow$

$$\frac{\rho_{Hg}}{۱۵}\times۱/۲ = \rho_{Hg} h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = ۸cmHg$$

تبدیل فشار حاصل از آب به cmHg : $\rho_{\text{آب}} g\times۲/۷ = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow$

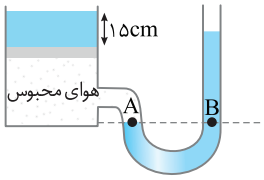
$$\frac{\rho_{Hg}}{۱۳/۵}\times g\times۲/۷ = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = ۰/۲m = ۲۰cmHg$$

حال فشار در نقطهٔ A را به‌دست می‌آوریم:

$$P_A = P_{\circ} + P_{\text{یخ}} + P_{\text{آب}} \Rightarrow P_A = ۷۵+۸+۲۰ = ۱۰۳cmHg$$

B ۱ ۳۹۶

ابتدا فشار هوای محبوس زیر پیستون را به‌دست می‌آوریم:



$$P_{\text{هوای محبوس}} = \rho_W g h_W + P_{\circ} + \frac{W}{A}$$

$$= ۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۱۵}{۱۰۰} + P_{\circ} + \frac{۱۰^{-۱}}{۵\times۱۰^{-۴}}$$

$$= P_{\circ} + ۱/۵\times۱۰^{۳} + ۰/۲\times۱۰^{۳}$$

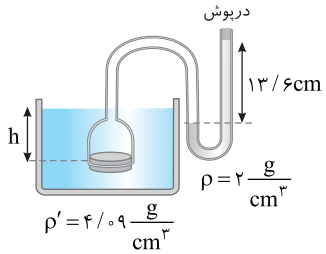
$$\Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = P_{\circ} + ۱/۷\times۱۰^{۳}$$

این فشار در تمام نقاط هوای محبوس یکسان است و در نقطهٔ A نیز همین فشار وجود دارد. اکنون با توجه به خط تراز داریم: $P_A = P_B \Rightarrow P_{\circ} + ۱/۷\times۱۰^{۳} = \rho gh + P_{\circ}$

$$\Rightarrow ۱/۷\times۱۰^{۳} = ۱۷۰۰\times۱۰\times h \Rightarrow h = ۰/۱m = ۱۰cm$$

بازی با سؤال **در شکل زیر نیروی وارد بر درپوش بالایی لوله ۶۰N و سطح مقطع لوله ۲۰cm² است و در طرف دیگر لولهٔ U شکل، پیستون سبکی مقداری هوا را در لوله محبوس کرده است. h چند سانتی‌متر است؟**

۱) ۰/۸
۲) ۰/۶
۳) ۸۰
۴) ۶۰



گزینهٔ ۳

B ۴ ۳۹۷

خط تراز را در لولهٔ U شکل رسم می‌کنیم و فشار نقاط N و M واقع بر این خط را با هم برابر قرار می‌دهیم.

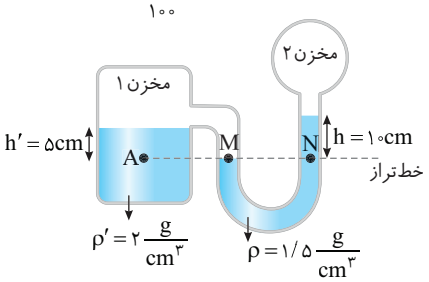
$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{۱ مخزن}} = P_{\text{۲ مخزن}} + \rho gh \Rightarrow$$

$$P_{\text{۱ مخزن}} = ۱/۲\times۱۰^{۳} + ۱/۵\times۱۰^{۳}\times۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰} = ۲/۷\times۱۰^{۳}\ Pa$$

فشار در نقطهٔ A برابر مجموع فشار گاز مخزن (۱) و فشار ستون ۵cm مایع در این مخزن است.

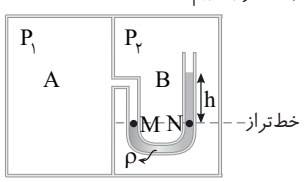
$$P_A = P_{\text{۱ مخزن}} + \rho' gh' \Rightarrow$$

$$P_A = ۲/۷\times۱۰^{۳} + ۲\times۱۰^{۳}\times۱۰\times\frac{۵}{۱۰۰} = ۳/۷\times۱۰^{۳}\ Pa = ۳/۷kPa$$



B ۳ ۳۹۸

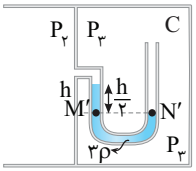
بین مخزن A و B با توجه به لوله U شکل و خط تراز داریم:



$$P_M = P_N$$

$$P_۱ = P_۲ + \rho gh \Rightarrow P_۱ > P_۲$$

بین مخزن B و C با توجه به لوله U شکل و خط تراز داریم:



$$P_{M'}=P_{N'}$$
$$P_۲+۳\rho g\frac{h}{۲}=P_۳\Rightarrow P_۳>P_۲$$

بنابراین فشار $P_۲$ از $P_۱$ و $P_۳$ کوچک‌تر است و گزینهٔ (۲) یا گزینهٔ (۳) درست است.

$$P_۱=P_۲+\rho gh$$
$$P_۳=P_۲+\frac{۳}{۲}\rho gh\Rightarrow P_۳>P_۱$$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

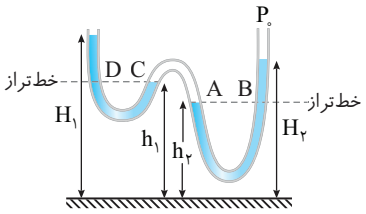
B ۳۹۹ ۳

فشار هوای محبوس در تمام نقاط آن یکسان است. بنابراین $P_C=P_A$ خواهد بود. خط تراز را برای دو طرف رسم می‌کنیم و به کمک خط تراز روابط زیر را می‌نویسیم.

$$\begin{cases}P_C=P_D\\P_C=\rho g(H_۱-h_۱)+P_۰\end{cases}\quad(۲)\qquad,\qquad\begin{cases}P_A=P_B\\P_A=\rho g(H_۲-h_۲)+P_۰\end{cases}\quad(۱)$$

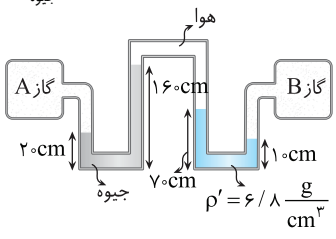
البته می‌دانیم $P_C=P_A$ است بنابراین سمت راست دو رابطه (۱) و (۲) را با هم برابر قرار می‌دهیم.

$$\rho g(H_۲-h_۲)=\rho g(H_۱-h_۱)\Rightarrow H_۲-h_۲=H_۱-h_۱$$



بازی با سؤال در شکل زیر، فشار گاز مخزن B از فشار گاز مخزن A ..... سانتی‌متر جیوه است. $(\rho_{\text{جیوه}}=۱۳/۶g/cm^۳, g=۱۰N/kg)$

۱) ۱۱۰، بیشتر
۲) ۱۱۰، کمتر
۳) ۵۵، بیشتر
۴) ۵۵، کمتر



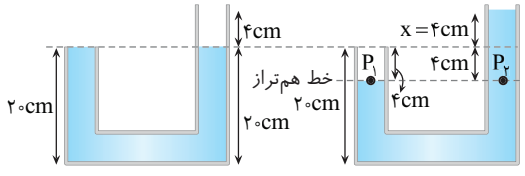
گزینهٔ ۱

B ۴۰۰ ۴

با دمیدن در شاخهٔ سمت چپ، مایع در شاخهٔ سمت راست باید ۴cm بالا برود تا به لبهٔ لوله برسد، بنابراین در شاخهٔ سمت چپ نیز مایع ۴cm پایین می‌رود و اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف ۸cm می‌شود. خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم و فشار را در دو طرف مساوی قرار می‌دهیم، اما $P_۱$ در سمت چپ همان فشار دمیدن و $P_۲$ در سمت راست مجموع فشار هوا و فشار ۸cm مایع است. بنابراین:

$$P_۱=P_۲\Rightarrow P_{\text{دمیده شده}}=\rho gh+P_۰=۲/۵\times۱۰^۳\times۱۰\times۸\times۱۰^{-۲}+۱۰^۵$$
$$=۱۰^۵+۲\times۱۰^۳=۱۰۲\times۱۰^۳Pa$$

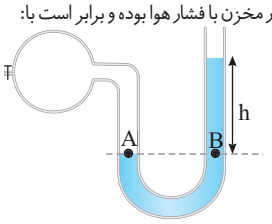
بنابراین حداقل فشار دمیدن ۱۰۲kPa می‌شود.



شکل (۱)

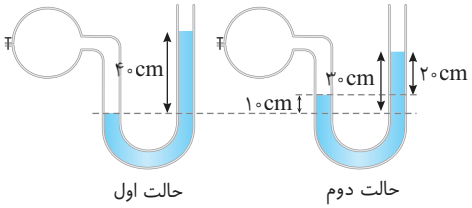
C ۴۰۱ ۴

یادآوری فشار پیمانه‌ای گاز برابر اختلاف فشار مخزن با فشار هوا بوده و برابر است با:



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}=\rho gh+P_۰$$
$$\Rightarrow P_{\text{گاز}}-P_۰=\rho gh\Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}}=\rho gh$$

مایع در شاخهٔ سمت راست ۱۰cm پایین آمده و همین مقدار مایع در شاخهٔ سمت چپ بالا می‌رود، بنابراین اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف شاخهٔ لولهٔ U شکل ۲۰cm می‌شود:



حالت اول: $P_{\text{پیمانه‌ای}}=\rho g\frac{۴۰}{۱۰۰}=۴۰۰۰\times۱۰\times\frac{۴۰}{۱۰۰}=۱۶۰۰Pa$

حالت دوم: $P'_{\text{پیمانه‌ای}}=\rho g\frac{۲۰}{۱۰۰}=۴۰۰۰\times۱۰\times\frac{۲۰}{۱۰۰}=۸۰۰Pa$

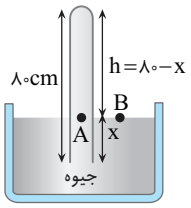
بنابراین فشار مخزن به اندازهٔ $۱۶۰۰-۸۰۰=۸۰۰Pa$ کاهش می‌یابد. با توجه به صورت سؤال در هر ثانیه فشار مخزن ۲۰۰Pa کاهش می‌یابد، بنابراین

۱s	۲۰۰Pa
t	۸۰۰Pa

$$\Rightarrow t=۴s$$

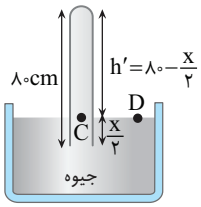
C ۴۰۲ ۳

طول قسمتی از لوله که در جیوه فرو رفته است را با x نمایش می‌دهیم، فشار در نقاط A و B روی خط هم‌تراز برابر است. فشار در نقطهٔ B برابر فشار هوا و فشار در نقطهٔ A برابر مجموع فشار ستون h جیوه و فشار وارد بر انتهای لوله است.



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز لوله ته}}+P_h=P_۰$$
$$\Rightarrow ۷+P_h=P_۰\Rightarrow ۷+(۸۰-x)=P_۰$$
$$\Rightarrow ۸۷-x=P_۰\Rightarrow x=۸۷-P_۰\qquad(I)$$

در حالت دوم قسمت درون جیوه $\frac{x}{۲}$ و فشار نقاط C و D برابر است:



$$P_C=P_D\Rightarrow P'_{\text{گاز لوله ته}}+P_{h'}=P_۰$$
$$\Rightarrow ۳+۸۰-\frac{x}{۲}=P_۰\Rightarrow ۸۳-\frac{x}{۲}=P_۰\qquad(II)$$

از رابطهٔ (I) در رابطهٔ (II) جای‌گذاری می‌کنیم.

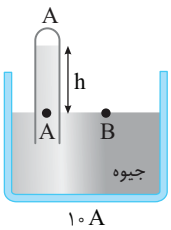
$$۸۳-\frac{۸۷-P_۰}{۲}=P_۰\Rightarrow ۸۳-۴۳/۵+\frac{P_۰}{۲}=P_۰\Rightarrow ۳۹/۵=\frac{P_۰}{۲}\Rightarrow P_۰=۷۹cmHg$$

B ۴۰۳ ۲

فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز با فشار هوا می‌باشد.

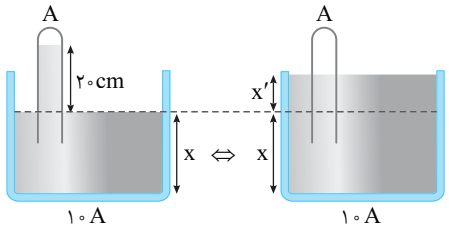
$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}=P_۰\Rightarrow P_{\text{گاز}}-P_۰=P_{\text{جیوه}}$$

بنابراین فشار پیمانه‌ای برابر فشار ستون جیوه در لوله بوده و h برابر ۲۰cm است. با ایجاد سوراخ در بالای لوله فشار بالای لوله نیز برابر $P_۰$ خواهد شد و سطح جیوه در ظرف و لوله یکسان خواهد شد. در این صورت حجم $Ah=۲۰A$ از جیوه به ظرف بازمی‌گردد که با توجه به مساحت کف ظرف در شکل زیر، سطح جیوه در ظرف ۲cm بالا آید. پس جیوه در واقع ۱۸cm پایین آمده است.



۱۰A

$$۲۰A=۱۰A\times x'\Rightarrow x'=۲cm$$



۴ ۴۰۴ A

با افزایش فشار هوای محفظه، فشار روی بادکنک افزایش می‌یابد، حجم بادکنک کم می‌شود و احتمال ترکیدن آن کاهش می‌یابد.

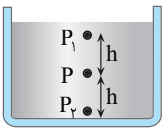
۱ ۴۰۵ A

نقاط A و B هر دو در تماس با سطح آزاد می‌باشند، بنابراین: $P_A = P_B = P_0$

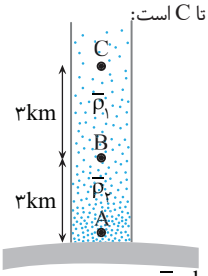
و فشار در نقطهٔ C برابر با $P_C = P_0 + \rho gh$ است. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۳ ۴۰۶ B

خط فکری اگر فشار در یک شاره برابر P باشد، فشار h متر بالاتر از آن برابر $P_1 = P - \rho gh$ و h متر پایین‌تر از آن برابر است:



با افزایش ارتفاع چگالی هوا کاهش می‌یابد بنابراین چگالی متوسط هوا از A تا B بزرگ‌تر از چگالی متوسط هوا از B تا C است:



$$\begin{cases} P_C = P_B - \bar{\rho}_1 gh \\ P_A = P_B + \bar{\rho}_2 gh \end{cases} \xrightarrow[\text{و تقسیم بر ۲ می‌کنیم}]{\text{دو طرف معادله را جمع کرده}}$$

$$\frac{P_A + P_C}{2} = \frac{2P_B + \bar{\rho}_2 gh - \bar{\rho}_1 gh}{2}$$

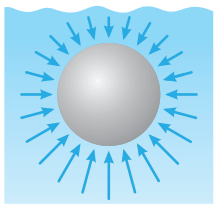
$$\Rightarrow \frac{P_A + P_C}{2} = P_B + \frac{\bar{\rho}_2 gh - \bar{\rho}_1 gh}{2}$$

با توجه به اینکه $\bar{\rho}_1 < \bar{\rho}_2$ است، بنابراین $\bar{\rho}_2 gh - \bar{\rho}_1 gh$ عددی مثبت بوده و $\frac{P_A + P_C}{2}$ از P_B بزرگ‌تر است.

پنجره ۵

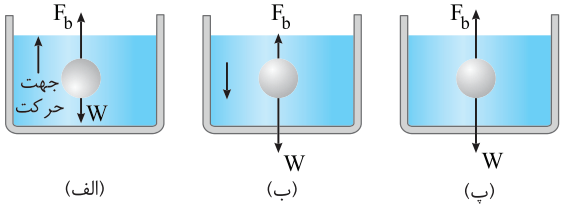
۲ ۴۰۷ A

به جسم درون یک شاره یا غوطه‌ور در آن، همواره **نیروی بالاسوی** خالصی به نام نیروی شناوری از طرف شاره وارد می‌شود. در شکل روبه‌رو پیکان‌ها نشان می‌دهند که نیروهای ناشی از فشار وارد بر جسم، به دلیل افزایش عمق، در زیر جسم بزرگ‌ترند و این سبب می‌گردد که نیروی شناوری بالاسو بر جسم وارد شود.



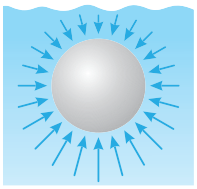
۳ ۴۰۸ A

نیروی شناوری رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین به جسم وارد می‌شود، بنابراین اگر نیروی شناوری بیشتر باشد، جسم به سمت بالا حرکت می‌کند و گزاره (الف) درست است و اگر نیروی وزن بیشتر باشد، جسم به سمت پایین حرکت کرده و گزاره (ب) درست است و هنگامی که این دو نیرو با هم برابر باشند، اگر جسم روی سطح مایع باشد شناور می‌ماند، اما چون جسم در این شکل درون مایع است جسم به حالت غوطه‌ور می‌ماند و گزارهٔ (پ) نادرست است.



۱ ۴۰۹ B

خط فکری با توجه به تحلیل کیفی کتاب درسی برای نیروی شناوری در شکل زیر، می‌توان نتیجه گرفت نیروی شناوری ناشی از اختلاف فشار در سطح پایینی و سطح بالایی است. (که فشار شاره نیز به چگالی شاره و عمق آن بستگی دارد.)



پیکان‌ها نشان می‌دهند که نیروهای ناشی از فشار وارد شده بر جسم، به دلیل افزایش عمق، در زیر جسم بزرگ‌ترند.

در شکل‌های (الف)، چگالی مایع (۲) بیشتر و نیروی شناوری وارد بر آن بزرگ‌تر است. $(F_{b_1} < F_{b_2})$

در شکل (ب) هرچه ابعاد جسم بزرگ‌تر باشد، نیروهای ناشی از فشار وارد بر جسم، به دلیل بیشتر شدن اختلاف عمق، بیشتر شده و نیروی شناوری بزرگ‌تر می‌شود، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم C از نیروی شناوری وارد بر جسم B بزرگ‌تر است. $F_{b_B} < F_{b_C}$

۳ ۴۱۰ A

خط فکری وقتی چگالی جسمی بیشتر از چگالی مایع باشد، جسم در مایع فرو می‌رود و ته‌نشین می‌شود. در حالی که اگر چگالی جسم کمتر از چگالی مایع باشد، جسم روی مایع شناور می‌ماند و در حالتی که چگالی جسم و مایع یکسان باشد، جسم به‌صورت غوطه‌ور یا شناور درمی‌آید.

جسم A شناور شده است، بنابراین چگالی آن از چگالی آب کمتر است و جسم B در آب فرو رفته است، بنابراین چگالی جسم B از چگالی آب بیشتر است، بنابراین $\rho_B > \rho_A$ است و گزینهٔ (۳) درست است.

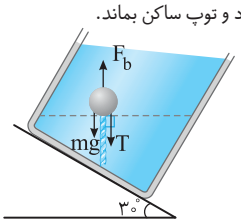
در مورد مقایسه مقدار نیروی شناوری وارد بر دو جسم و همچنین مقایسه جرم آن‌ها نمی‌توان اظهارنظر کرد. مثلاً جسم A می‌تواند یک کشتی باربری بسیار بزرگ باشد که بر سطح آب شناور است و جسم B یک سنگ‌ریزه باشد که در آب فرو می‌رود.

۴ ۴۱۱ B

نکته ۱ سطح مایع درون ظرف همواره افقی است.

نکته ۲ نیروی شناوری همواره بالاسو است.

وقتی جسم کروی شکل توخالی (مثلاً یک توپ فوتبال پلاستیکی) را درون آب فرو کرده و رها کنید، جسم به سمت سطح آب باز می‌گردد و روی آب شناور می‌ماند. چنانچه توپ را با ریسمانی به ته ظرف ببندید، همچنان به دلیل نیروی شناوری توپ به سمت سطح آب حرکت می‌کند تا کشیدگی ریسمان مانع حرکتش شود و توپ ساکن بماند.



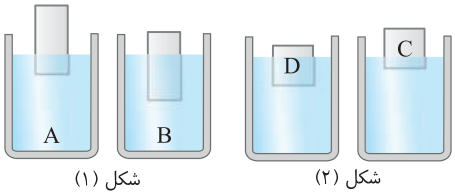
در این حالت امتداد ریسمان کشیده شده بر سطح آزاد مایع عمود است و مطابق شکل زاویهٔ بین ریسمان و سطح مایع ۹۰° است.

۲ ۴۱۲ B

خط فکری هرچه چگالی یک جسم بیشتر باشد، فرورفتگی آن در یک مایع بیشتر است و هرچه چگالی مایع بیشتر باشد، فرورفتگی جسم در مایع کمتر است.

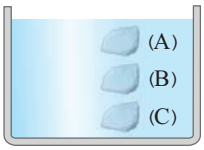
در شکل (۱) دو جسم یکسان را در مایع‌های مختلف A و B قرار داده‌ایم و این دو جسم بر سطح مایع‌ها شناورند اما فرورفتگی جسم در مایع B بیشتر است، بنابراین چگالی مایع B از چگالی مایع A کمتر است $\rho_A > \rho_B$.

در شکل (۲) جسم D و جسم C دو جسم متفاوت هستند که در سطح مایع یکسانی شناورند و فرورفتگی جسم D از فرورفتگی جسم C در مایع بیشتر است، بنابراین چگالی D بیشتر از چگالی C است $(\rho_D > \rho_C)$.



شکل (۱) شکل (۲)

A ۴۱۳ ۴



نیروی شناوری ناشی از اختلاف فشار است و برای سنگی که تماماً درون مایع قرار گرفته اختلاف فشار بین سطح بالا و پایین آن $(\Delta P=\rho g\Delta h)$ ثابت است، وقتی تمام جسم در مایع قرار می‌گیرد، در تمام مسیر پایین رفتن جسم تا ته‌نشین شدن آن نیروی شناوری وارد بر جسم ثابت می‌ماند یعنی $F_{b_1}=F_{b_2}=F_{b_3}$ است.

بازی با سؤال **اگر سنگ را از بیرون آب رها کنیم تا وارد آب شده و در آن فرو رود، نیروی شناوری وارد بر آن چه تغییری می‌کند؟**

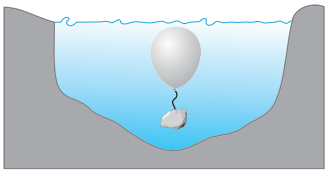
۱) همواره ثابت است. ۲) افزایش می‌یابد.

۳) ابتدا افزایش و سپس ثابت ۴) هر سه گزینه ممکن است.

گزینهٔ ۳

B ۴۱۴ ۲

با پایین رفتن مجموعه در دریاچه، فشار مایع افزایش می‌یابد که این افزایش فشار بر جسمی مانند بادکنک سبب کاهش حجم آن شده و با کوچک شدن بادکنک نیروی شناوری کاهش می‌یابد.



B ۴۱۵ ۳

خط فکری کافی است چند فیلم اکشن دیده باشید که در آن وقتی قایق‌شان سوراخ شده، برای جلوگیری از غرق شدن سریع آن، اشیاء درون قایق را به بیرون انداخته‌اند، یعنی افراد می‌دانند هرگاه جسمی را از درون قایق بیرون بیندازند، فرورفتگی قایق در آب کمتر می‌شود. با انداختن توپ بولینگ به درون استخر، قایق سبک‌تر شده و میزان فرورفتگی آن در آب کمتر می‌شود و سطح آب در کنارهٔ قایق نسبت به حالت قبل پایین‌تر قرار می‌گیرد.

بازی با سؤال **نیروی شناوری وارد بر قایق چگونه تغییر می‌کند؟**

B ۴۱۶ ۲

در هر دو حالت قایق بر سطح آب شناور است، بنابراین نیروی شناوری در هر دو حالت با نیروی وزن قایق برابر است، از این‌رو نیروی شناوری تغییر نمی‌کند.

اما چگالی آب شور از چگالی آب شیرین بیشتر است و هرچه چگالی مایع بیشتر باشد فرورفتگی جسم در آن کمتر است، بنابراین فرورفتگی قایق در آب کاهش می‌یابد.

افرادی که به دریاچهٔ ارومیه رفته باشند کاملاً متوجه شده‌اند که درون آب دریاچه فرو نمی‌روند برخلاف آب استخر.

بازی با سؤال **تکه چوبی در آب شناور می‌ماند، به‌طوری که نیمی از حجم آن زیر سطح آب قرار می‌گیرد. اگر همین تکه چوب در نفت شناور شود، چه کسری از حجم آن زیر سطح نفت قرار می‌گیرد؟**

$(\rho_O=0/8\,g/cm^3,\rho_W=1\,g/cm^3)$

۱) بیش از نصف ۲) نصف

۳) کمتر از نصف ۴) پاسخ به شکل تکه چوب بستگی دارد.

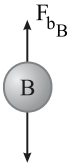
گزینهٔ ۱

B ۴۱۷ ۳

یادآوری جسمی روی سطح مایع شناور می‌ماند که چگالی آن کمتر از چگالی مایع باشد. در این سؤال هر دو جسم روی سطح مایع شناورند، بنابراین چگالی هر دو جسم از چگالی مایع کمتر است.

هر دو جسم شناورند، بنابراین نیروی شناوری وارد بر آن‌ها برابر نیروی وزن است:

$$F_{b_A}=m_Ag$$



$$F_{b_B}=m_Bg$$

$$\xrightarrow[\text{فرض مسئله}]{F_{b_A}>F_{b_B}} m_Ag>m_Bg\Rightarrow m_A>m_B$$

حجم دو جسم با هم برابر است:

$$\begin{cases} m_A>m_B \\ V_A=V_B \end{cases} \xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}} \rho_A>\rho_B$$

بازی با سؤال **اگر نیروی شناوری وارد بر دو جسم برابر و حجم جسم A بیشتر از حجم B باشد، چگالی A و B را با هم مقایسه کنید؟**

۱) $\rho_{\text{مایع}}<\rho_A=\rho_B$ ۲) $\rho_A<\rho_B<\rho_{\text{مایع}}$

۳) $\rho_B<\rho_A<\rho_{\text{مایع}}$ ۴) $\rho_{\text{مایع}}<\rho_A<\rho_B$

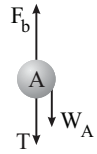
گزینهٔ ۲

B ۴۱۸ ۳

خط فکری برای بررسی نیروی شناوری به ابعاد جسم توجه کنید. هرچه اختلاف فشار وارد بر سطح بالایی و پایینی یک جسم بیشتر باشد، نیروی شناوری وارد بر آن بیشتر است.

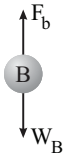
حجم سه جسم یکسان است از این‌رو اختلاف فشار بین سطح بالایی و پایینی هر سه جسم برابر $\Delta P=\rho g(2r)$ است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر هر سه جسم با هم برابر است.

جسم A در حال تعادل است:



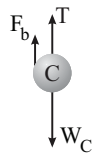
$$W_A+T=F_b\Rightarrow W_A=F_b-T \quad (1)$$

جسم B در حال تعادل است:



$$W_B=F_b \quad (2)$$

جسم C در حال تعادل است:

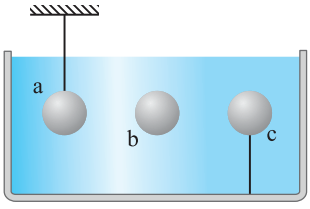


$$W_C=F_b+T \quad (3)$$

از سه معادلهٔ بالا مشخص است که: $W_A<W_B<W_C$

البته همانطور که مشخص است جسم C تمایل به فرو رفتن و جسم A تمایل به بالا آمدن دارد، پس جسم C بیشترین وزن و جسم A کمترین وزن را دارد.

بازی با سؤال **در شکل زیر سه جسم a، b و c جرم برابر دارند و هر سه در یک مایع فرو رفته‌اند. جسم a از یک ریسمان کشیده شده آویزان است و جسم c نیز به یک ریسمان کشیده شده متصل است و هر سه جسم در تعادل‌اند. اگر نیروی شناوری وارد بر آن‌ها به‌ترتیب F_{b_a}، F_{b_b} و F_{b_c} باشد، کدام گزینه درست است؟**



۱) $F_{b_a}=F_{b_b}=F_{b_c}$

۲) $F_{b_a}<F_{b_b}<F_{b_c}$

۳) $F_{b_a}>F_{b_b}=F_{b_c}$

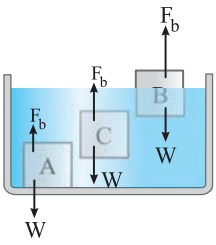
۴) $F_{b_a}=F_{b_b}>F_{b_c}$

گزینهٔ ۲

B ۴۱۹ ۳

به فرض مسئله یعنی برابری جرم هر سه جسم A و B و C دقت کنید. در این صورت نیروی وزن وارد بر هر جسم یکسان است:

$$W_A = W_B = W_C = W$$



جسم A ته‌نشین شده است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم A از نیروی وزن آن کمتر است. $(F_{b_A} < W)$

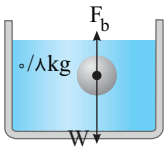
جسم B روی سطح مایع شناور است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم B برابر نیروی وزن جسم B است $(F_{b_B} = W)$.

جسم C درون مایع غوطه‌ور و در تعادل است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم C برابر نیروی وزن جسم C است $(F_{b_C} = W)$.

در نتیجه $F_{b_A} < F_{b_B} = F_{b_C}$.

B ۴۲۰ ۱

نیروهای وارد بر جسم را در حال فرو رفتن در مایع رسم می‌کنیم. نیروی وزن (W) از نیروی شناوری (F_b) بزرگ‌تر است و بنا بر قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

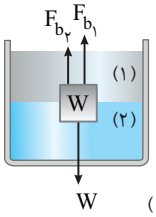


$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_b = ma \xrightarrow{m=0/8kg, F_b=6N}$$

$$0/8 \times 10 - 6 = 0/8a \Rightarrow a = 2/5 m/s^2$$

B ۴۲۱ ۱

خط فکری جسم ساکن است، بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است. اما باید بررسی کنید چه نیروهایی به جسم وارد می‌شوند و این نیروها در کدام جهت هستند.



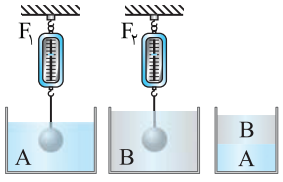
بر این جسم سه نیرو وارد می‌شود: ۱ نیروی وزن ۲ نیروی شناوری مایع (۱) ۳ نیروی شناوری مایع (۲)

نیروی وزن رو به پایین و نیروهای شناوری F_{b_1} و F_{b_2} در امتداد قائم و رو به بالا هستند. بنابراین نیروی وزن جسم توسط این دو نیروی شناوری خنثی می‌شود یعنی $W = F_{b_1} + F_{b_2}$.

B ۴۲۲ ۳

خط فکری اگر یک گلوله فولادی را در سطح آب رها کنیم، درون آب فرو می‌رود اما اگر همین گلوله را در سطح جیوه رها کنیم، روی سطح جیوه باقی می‌ماند و اگر گلوله فولادی را به زور درون جیوه هل داده و رها کنیم، گلوله به سمت بالا می‌آید تا روی جیوه شناور شود یعنی وقتی گلوله در جیوه فرو رفته نیروی شناوری که جیوه به گلوله فولادی وارد می‌کند، از نیروی شناوری که آب به گلوله فولادی وارد می‌کند بیشتر است، بنابراین نتیجه می‌گیریم وقتی جسم درون مایعی قرار گیرد، **هر چه چگالی مایع بیشتر باشد، نیروی شناوری بزرگ‌تری به جسم وارد می‌کند.**

به شکل (۳) نگاه کنید. مایع A ته‌نشین شده است، بنابراین $\rho_A > \rho_B$ است.

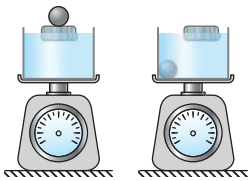


شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳)

وقتی که این قطعهٔ فلزی در مایع A قرار می‌گیرد، چون چگالی A بیشتر است نیروی شناوری که بر آن وارد می‌شود بیشتر از نیروی شناوری وارد بر این قطعه فلز در مایع B است، بنابراین نیروسنج شکل (۱) از نیروسنج شکل (۲) عدد کمتری را نشان می‌دهد $(F_1 < F_2)$.

B ۴۲۳ ۲

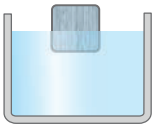
خط فکری اگر اجزای مجموعه ثابت باشند، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد در تمام حالت‌ها با هم برابر است. مثلاً در شکل روبه‌رو در حالت A گوی بالای چوب قرار گرفته و در حالت B گوی را برداشته و درون آب می‌اندازیم ولی در هر دو حالت وزن مجموعه شامل گوی، چوب، آب و ظرف آن ثابت است، پس عددی که ترازو در حالت A و B نشان می‌دهد مجموع وزن ظرف، آب، چوب و گوی است که با هم برابر است. ترازو وزن ظرف، مایع و جسم را نشان می‌دهد که در دو حالت یکسان است.


(A) (B)

B ۴۲۴ ۳

وقتی جسم را وارد ظرف حاوی مایع می‌کنیم از طرف مایع به جسم نیروی شناوری F_b وارد می‌شود و سبب کاهش وزن جسم می‌شود. با توجه به‌صورت مسئله این مقدار کاهش برابر $W'' = F_b$ است، بنابراین مایع بر جسم نیروی W'' را روبه بالا و بنا به قانون سوم نیوتون جسم نیز بر مایع نیروی W'' را رو به پایین وارد کرده و نیروسنج جمع نیروی وزن ظرف و نیروی W'' را نشان می‌دهد $(W + W'')$.

B ۴۲۵ ۴



در ابتدا نیرویی که به کف ظرف وارد می‌شود برابر وزن آب درون ظرف است. با قرار دادن قطعه چوب بر سطح آب، نیرویی که بر کف ظرف وارد می‌شود برابر مجموع وزن آب و قطعه‌چوب است یعنی به اندازهٔ وزن قطعه چوب بر نیروی وارد بر کف ظرف اضافه شده است.

بازی با سؤال **ظرفی استوانه‌ای‌شکل، حاوی آب روی سطح افقی قرار دارد. اگر جسمی درون مایع غوطه‌ور شود، افزایش نیروی وارد بر کف ظرف برابر است با:**

۱) صفر ۲) وزن جسم
۳) نیروی شناوری وارد بر جسم ۴) گزینهٔ (۲) و (۳) درست است.

گزینهٔ ۴

B ۴۲۶ ۲

با قرار گرفتن جسم درون مایع، از طرف مایع نیروی شناوری رو به بالا به جسم وارد می‌شود، بنابراین طبق قانون سوم نیوتون از طرف جسم نیز نیرویی هم‌اندازه با نیروی شناوری رو به پایین به مایع وارد می‌شود، بنابراین نیروی وارد بر کف ظرف به اندازهٔ نیروی شناوری افزایش می‌یابد.

B ۴۲۷ ۴

در حرکت شاره پدیده‌های جالبی رخ می‌دهد و بررسی این پدیده‌ها اغلب می‌تواند بسیار پیچیده باشد. برای پرهیز از این پیچیدگی‌ها، مدل آرمانی و ساده شده‌ای از یک شاره در حال حرکت و بدون تلاطم که دارای **جریان لایه‌ای یکنواخت** است را بررسی می‌کنیم، افزون بر این فرض می‌کنیم شاره تراکم‌ناپذیر است (یعنی، **چگالی آن ثابت است**) و اصطکاک داخلی (گران‌روی) ندارد (**اتلاف انرژی رخ نمی‌دهد**). بنابراین گزاره‌های (الف)، (پ) و (ت) برای مدل‌سازی شاره به‌کار می‌رود، اما قانون پایستگی جرم برای سادگی و مدل‌سازی نیست بلکه یک قانون حاکم بر طبیعت در مکانیک نیوتونی است.

A ۴۲۸ ۴

خط فکری هرچه جریان یک مایع تندتر شود تمایل آن مایع برای ایجاد جریان متلاطم بیشتر می‌شود. زیرا جریان از سطح مقطع بزرگ به سمت لوله با سطح مقطع کوچک می‌رود، پس سرعت جریان شاره افزایش می‌یابد. اگر این افزایش سرعت زیاد باشد، ممکن است باعث شود که در لولهٔ (۲) جریان متلاطم شود و همچنین ممکن است این افزایش سرعت چشم‌گیر نباشد و جریان به حرکت خود به صورت لایه‌ای ادامه دهد.

بازی با سؤال **با توجه به شکل روبه‌رو و متلاطم بودن جریان در مقطع (۱)، نوع جریان در مقطع (۲) چگونه می‌تواند باشد؟**

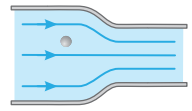
۱) جریان در قسمت (۲) الزاماً متلاطم است.
۲) جریان در قسمت (۲) می‌تواند لایه‌ای باشد.
۳) جریان در قسمت (۲) می‌تواند متلاطم باشد.
۴) گزینه‌های (۲) و (۳) درست است.

گزینهٔ ۱

B ۴۲۹ ۲

خط فکری در حرکت لایه‌ای و پایای یک شاره درون لوله‌ای با سطح مقطع‌های مختلف که همه‌جای لوله پر از شاره است، مقدار شاره‌ای که در یک مدت‌زمان معین از یک مقطع لوله می‌گذرد با مقدار شاره‌ای که از هر مقطع دیگر لوله در همان مدت‌زمان می‌گذرد برابر است و با کاهش مساحت سطح مقطع لوله، جریان شاره تندتر می‌شود و فشار آن کاهش می‌یابد.

با توجه به شکل در مقطع (۲) تندی، شاره بیشتر است، بنابراین تندی شاره و تندی حباب هوا نیز بیشتر است. از طرفی با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد و این امر سبب می‌گردد که فشار درونی حباب هوا از فشار بیرونی آن بیشتر باشد و این باعث افزایش حجم حباب می‌شود. در نتیجه $v_۲ > v_۱$ و $D_۲ > D_۱$ است.



مقطع (۲) مقطع (۱)

A ۴۳۰ ۱

خط فکری بنا بر اصل برنولی برای شاره‌ای که به‌طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

با توجه به اصل برنولی در نقطهٔ B مساحت سطح مقطع لوله کمتر از مساحت سطح مقطع آن در نقطهٔ A است، بنابراین تندی شاره در نقطهٔ B بیشتر و فشار شاره در نقطهٔ B کمتر است. $v_A < v_B$ و $P_A > P_B$.

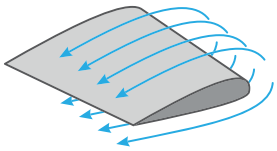
B ۴۳۱ ۳

در شکل (۱) با جاری کردن آب بین دو قایق، تندی جریان آب بین آن‌ها زیاد شده و بنا به اصل برنولی فشار کاهش می‌یابد و چون فشار در دو طرف قایق‌ها بیشتر از فشار بین آن‌ها است، دو قایق به سمت هم کشیده می‌شوند و گزاره (الف) درست است.

در شکل (۲) اگر تندی هوا بالای بال هواپیما کمتر باشد، بنا بر اصل برنولی، فشار هوا در بالای بال بیشتر است و هواپیما نمی‌تواند اوج بگیرد و گزاره (ب) نادرست است.

با حرکت کامیون تندی هوای بالای کامیون بیشتر شده پس از فشار هوای بالای برزنت کاسته شده و برزنت به سمت بالا پف می‌کند و گزاره (پ) درست است.

بازی با سؤال **شکل زیر بال هواپیما را نشان می‌دهد. اگر جریان تند هوا در زیر بال و جریان آرام هوا بالای بال باشد، کدام گزینه درست است؟**

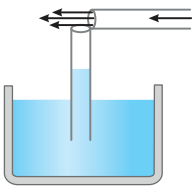


۱) نیروی خالص وارد بر بال توسط هوا به سمت پایین است.
۲) نیروی خالص وارد بر بال توسط هوا به سمت بالا است.
۳) نیروی خالص وارد بر بال توسط هوا افقی است.
۴) هر سه حالت ممکن است.

گزینهٔ ۱

A ۴۳۲ ۴

وقتی در نی افقی می‌دمیم، تندی شارش هوا در دهانهٔ لولهٔ قائم افزایش می‌یابد و بنا به اصل برنولی، فشار هوا در بالای دهانهٔ نی قائم کاهش می‌یابد و همین امر سبب می‌گردد که سطح آب درون لولهٔ قائم بالا بیاید.



A ۴۳۳ ۱

با حرکت آب به سمت بالا تندی جریان آب به‌دلیل شتاب گرانش کاهش می‌یابد، طبق معادله پیوستگی، Av مقدار ثابتی است و با کاهش تندی جریان آب باید سطح مقطع (A) افزایش یابد.

بازی با سؤال **وقتی شیر آب را کمی باز می‌کنیم، آب به آرامی جریان پیدا می‌کند و مشاهده می‌شود که باریکه آب با نزدیک شدن به زمین باریک‌تر می‌شود. دلیل این موضوع آن است که .....**

۱) نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب، با نزدیک‌تر شدن به زمین کمتر می‌شود.
۲) نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب، با نزدیک‌تر شدن به زمین زیادتر می‌شود.
۳) تندی جریان آب، با نزدیک‌تر شدن به زمین زیادتر می‌شود.
۴) نیروی جاذبهٔ زمین در نزدیکی سطح زمین بیشتر است.

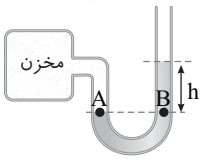
گزینهٔ ۳

A ۴۳۴ ۴

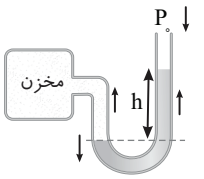
کاربراتور با توجه به اصل برنولی کار می‌کند، این‌گونه که هنگام گاز دادن دریچهٔ هوا و دریچهٔ پروانه‌ای باز می‌شود و هوا وارد لوله ونتوری می‌شود و هنگام عبور از گلوگاه لولهٔ ونتوری، با نازک شدن لوله و کاهش سطح مقطع آن بنا بر معادلهٔ پیوستگی تندی جریان هوا بالا رفته و بنا بر اصل برنولی فشار هوا پایین می‌آید و این امر باعث می‌شود سوخت به لوله تزریق شود.

B ۴۳۵ ۲

یادآوری فشار پیمانه‌ای مخزن برابر اختلاف فشار گاز محبوس در مخزن و فشار هوا است. بنابراین:

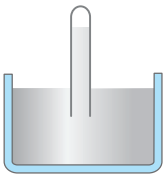


$$P_A = P_B$$
$$P_{مخزن} = P_۰ + \rho gh \Rightarrow P_{مخزن} - P_۰ = \rho gh \Rightarrow$$
$$P_g = \rho gh$$



با دمیدن بالای شاخهٔ سمت راست به صورت افقی، تندی هوا افزایش و طبق اصل برنولی، فشار هوای بالای شاخه کاهش یافته و مطابق شکل مایع در این شاخه بیشتر بالا می‌آید، بنابراین اختلاف ارتفاع مایع (h) بین دو شاخه افزایش یافته و فشار پیمانه‌ای زیاد می‌شود: افزایش می‌یابد $P_g = \rho gh \xrightarrow{h \text{ افزایش یافته}} P_g$

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو یک لولهٔ آزمایش را درون ظرف حاوی مایع به‌صورت وارون قرار داده‌ایم و مایع درون لوله در حال تعادل است. اگر بالای ظرف و به موازات سطح مایع با یک دمندهٔ قوی به شدت بدمیم، ارتفاع مایع درون لوله چگونه تغییر می‌کند؟**

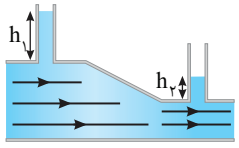


۱) کاهش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) تغییری نمی‌کند.
۴) اظهارنظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۱

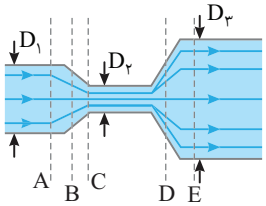
B ۴۳۶ ۱

در قسمت (۱) سطح مقطع لوله که در آن آب در حال حرکت است از سطح مقطع لوله در قسمت (۲) بیشتر است، بنابراین تندی جریان آب در قسمت (۱) کمتر است، در نتیجه بنا به اصل برنولی فشار آب در قسمت (۱) بیشتر از قسمت (۲) است و ارتفاع آب در لوله (۱) از ارتفاع آب در لوله (۲) بیشتر است.



B ۴۳۷ ۴

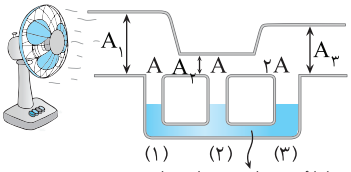
خط فکری در لولهٔ زیر که به لولهٔ ونتوری معروف است داریم:



$$\begin{cases} \text{در بخش A} \Rightarrow \text{سطح مقطع ثابت} \Rightarrow \text{تندی ثابت } v_A \Rightarrow \text{فشار ثابت } P_A \\ \text{در بخش B} \Rightarrow \text{سطح مقطع در حال کاهش} \Rightarrow \text{تندی در حال افزایش} \\ \Rightarrow \text{فشار در حال کاهش} \\ \text{در بخش C} \Rightarrow \text{سطح مقطع ثابت} \Rightarrow \text{تندی ثابت } v_C (v_C > v_A) \\ \Rightarrow \text{فشار ثابت } P_C (P_C < P_A) \\ \text{در بخش D} \Rightarrow \text{سطح مقطع در حال افزایش} \Rightarrow \text{تندی در حال کاهش} \\ \Rightarrow \text{فشار در حال افزایش} \\ \text{در بخش E} \Rightarrow \text{سطح مقطع ثابت} \Rightarrow \text{تندی ثابت } v_E (v_C > v_A > v_E) \\ \Rightarrow \text{فشار ثابت } P_E (P_E > P_A > P_C) \end{cases}$$

به شکل نگاه کنید. مساحت سطح مقطع لوله در قسمت‌های (۱)، (۲) و (۳) را با هم مقایسه کنید. مشخص است که $A_1 > A_3 > A_2$ است بنابراین برای تندی شاره در قسمت‌های مختلف خواهیم داشت $v_2 > v_3 > v_1$ و بنا به اصل برنولی، هرچه تندی شاره بیشتر باشد، فشار شاره در آن‌جا کمتر است. $P_2 < P_3 < P_1$

چون فشار هوا روی قسمت (۲) از دو قسمت دیگر کمتر است آب در این لوله بالاتر قرار می‌گیرد و در قسمت (۳) نیز آب بالاتر از قسمت (۱) خواهد بود. $h_2 > h_3 > h_1$



لولهٔ مرتبط بین شاخه‌ها

۴۳۸ | ۲ | B

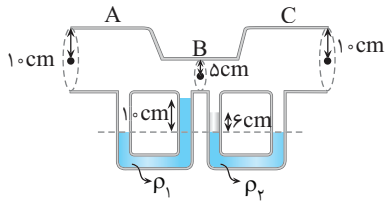
خط فکری باید به سراغ اصل برنولی و معادله پیوستگی برویم زیرا بنا بر معادلهٔ پیوستگی، تندی جریان هوا در قسمت‌های باریک‌تر لوله، بیشتر است و در نتیجه فشار هوا کمتر است و ارتفاع مایع در قسمتی که فشار هوای بالاسر آن کمتر است، بیشتر است. این اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف هر لولهٔ U شکل ناشی از اختلاف فشار هوا در دو شاخهٔ لوله است.

فشار هوا در قسمت A و C برابر و در قسمت B کمتر است. از این‌رو اختلاف فشار قسمت A و B $(P_A - P_B)$ برابر اختلاف فشار قسمت B و C، $(P_C - P_B)$ است $(P_A - P_B = P_C - P_B)$. اکنون برای هر لولهٔ U شکل به کمک خط تراز خواهیم داشت:

لوله حاوی مایع ρ_1: $P_A - P_B = \rho_1 g h_1$ $\xrightarrow{P_A - P_B = P_C - P_B}$

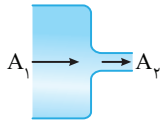
لوله حاوی مایع ρ_2: $P_C - P_B = \rho_2 g h_2$

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 \times ۱۰ = \rho_2 \times ۶ \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{۵}{۳}$$



۴۳۹ | ۳ | A

در یک شاره تراکم‌ناپذیر، مقدار شاره‌ای که در بازهٔ زمانی Δt از سطح مقطع A_1 می‌گذرد، درست برابر مقدار شاره‌ای است که در همین بازهٔ زمانی از سطح مقطع A_2 می‌گذرد.



۴۴۰ | ۱ | A

آهنگ شارش حجمی شاره یعنی حجم شاره شارش شده در یکای زمان، بنابراین می‌توان نوشت: $\text{آهنگ شارش حجمی شاره} = \frac{\text{حجم شاره}}{\text{زمان}} = \frac{AL}{\Delta t}$

اما $\frac{L}{\Delta t}$ برابر تندی شاره (v) است. از این‌رو: $\text{آهنگ شارش حجمی شاره} = Av$

اکنون آهنگ شارش حجمی شاره را حساب می‌کنیم.

$$Av = ۲۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۷ = ۱۴۰ \times ۱۰^{-۴} = ۱۴ \times ۱۰^{-۳} m^3/s = ۱۴ lit/s$$

بازی با سؤال آهنگ شارش حجمی شاره در یک لوله برابر $۳۷/۵ lit/s$ است. اگر قطر سطح مقطع لوله $۱۰cm$ باشد، تندی جریان شاره در لوله چند m/s است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۶/۲۵ ۴) ۱۰

گزینهٔ ۱

۴۴۱ | ۱ | A

خط فکری با توجه به معادلهٔ پیوستگی آهنگ شارش مایع درون لوله ثابت است.

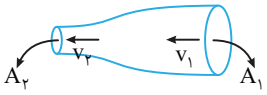
تندی مایع — سطح مقطع لوله — حجم شارش شده

آهنگ شارش مایع برابر $\frac{V}{\Delta t} = Av$ است، بنابراین در دو مقطع A_1 و A_2 از یک لوله که مایع در آن‌ها تندی v_1 و v_2 دارد، داریم: $A_1 v_1 = A_2 v_2$

با توجه به معادلهٔ پیوستگی داریم: $A_A v_A = A_B v_B$

$$\Rightarrow \pi r_A^2 v_A^2 = \pi r_B^2 v_B^2 \xrightarrow{d_A = ۲d_B \Rightarrow r_A = ۲r_B} v_B = ۴v_A \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{۱}{۴}$$

بازی با سؤال **شاره‌ای با جریان لایه‌ای و پایا تمام فضای لولهٔ نشان داده شده در شکل را پر کرده است. شعاع سطح مقطع در قسمت بزرگ‌تر لوله $r_1 = ۴cm$ و شعاع سطح مقطع کوچک‌تر $r_2 = ۱/۵cm$ است. اگر تندی شاره در عبور از سطح بزرگ‌تر $۹cm/s$ باشد، تندی شاره در عبور از سطح کوچک‌تر چند سانتی‌متر بر ثانیه خواهد بود؟**



۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۶۴ ۴) ۴

گزینهٔ ۳

۴۴۲ | ۲ | A

مساحت سطح مقطع دایره‌ای‌شکل در ورودی لوله $A_1 = \pi r^2$ است و مساحت سطح مقطع مربعی‌شکل در قسمت خروجی $A_2 = r^2$ می‌شود. اکنون به کمک معادلهٔ پیوستگی مسئله قابل حل است: $A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi r^2 \times ۴ = r^2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = ۱۲ m/s$

۴۴۳ | ۱ | A

قطر متقاطع ۴۰ درصد کاهش یافته: $d_{\text{گشاد}} = ۰/۶ d_{\text{گشاد}} \Rightarrow d_{\text{تنگ}} = d_{\text{گشاد}} - ۰/۴ d_{\text{گشاد}}$

نسبت سطح برابر است با:

$$\frac{A_{\text{گشاد}}}{A_{\text{تنگ}}} = \frac{\pi \frac{d_{\text{گشاد}}^2}{۴}}{\pi \frac{d_{\text{تنگ}}^2}{۴}} = \left(\frac{d_{\text{گشاد}}}{d_{\text{تنگ}}}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_{\text{تنگ}}}{A_{\text{گشاد}}} = \frac{۳۶}{۱۰۰}$$

با توجه به معادلهٔ پیوستگی: $A_{\text{گشاد}} V_{\text{گشاد}} = A_{\text{تنگ}} V_{\text{تنگ}} \Rightarrow \frac{V_{\text{گشاد}}}{V_{\text{تنگ}}} = \frac{A_{\text{تنگ}}}{A_{\text{گشاد}}} = \frac{۳۶}{۱۰۰}$

بنابراین تندی ٪۶۴ کاهش می‌یابد.

۴۴۴ | ۴ | A

خط فکری هنگام خروج آرام آب از شیر به دلیل نیروی گرانش و سقوط آب، تندی آب افزایش می‌یابد و با توجه به ثابت بودن آهنگ شارش حجمی آب و معادله پیوستگی به دلیل افزایش تندی، قطر باریکهٔ آب کاهش می‌یابد. بنابراین مسئله را به کمک معادلهٔ پیوستگی حل می‌کنیم.

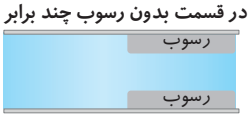
۱ معادله پیوستگی را می‌نویسیم. $A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$

$$\xrightarrow{A = \pi(\frac{D}{۲})^2} \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow v_2 = \frac{۲۵}{۱۶} v_1$$

۲ حال درصد تغییرات تندی را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta v}{v_1} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{۹}{۱۶} v_1}{v_1} \times ۱۰۰ = \frac{۹}{۱۶} \times ۱۰۰ = ۵۶/۲۵٪$$

بازی با سؤال **در شکل زیر به علت تشکیل رسوب در لوله، مساحت سطح قسمتی از لوله ۲۰ درصد کاهش یافته است. اگر درون لوله شاره‌ای پایا و لایه‌ای برقرار باشد، آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت بدون رسوب چند برابر قسمت رسوب کرده است؟**

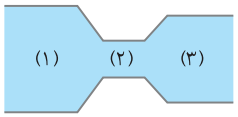


۱) ۱ ۲) ۱/۲ ۳) ۱/۴۴ ۴) ۰/۸

گزینهٔ ۱

A ۴۴۵ **۲**

معادلهٔ پیوستگی را برای قسمت‌های (۱) و (۲) و (۳) می‌نویسیم:



$$A_1v_1=A_2v_2=A_3v_3$$

$$\Rightarrow\frac{v_3}{v_1}=\frac{A_1}{A_3}=\frac{\pi r_1^2}{\pi r_3^2}=(\frac{r_1}{r_3})^2=\frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow v_3=\frac{25}{16}v_1=\frac{25}{16}\times 8=12/5\,cm/s$$

میانبر معادلهٔ پیوستگی را می‌توان مستقیماً برای سطح مقطع (۱) و (۳) نوشت:

$$A_1v_1=A_3v_3$$

B ۴۴۶ **۴**

آهنگ شارش حجمی شاره برابر است با Av، بنابراین:

$$\frac{(Av)_A}{(Av)_B}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{A_A}{A_B}\times\frac{v_A}{v_B}=\frac{3}{2}\xrightarrow{A_A=2A_B}v_A=\frac{3}{4}v_B$$

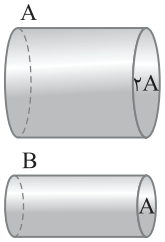
تندی شاره در لوله A کمتر از تندی شاره در لوله B به‌دست آمده است و با توجه به فرض مسئله که اختلاف تندی شاره در لوله A و B، ۲cm/s است باید نوشت:

$$v_B-v_A=2\Rightarrow v_B-\frac{3}{4}v_B=2\Rightarrow v_B=8cm/s$$

B ۴۴۷ **۱**

آهنگ شارش حجمی شاره یعنی حجمی که در هر ثانیه از سطح مقطع لوله می‌گذرد برابر است با:

$$\text{آهنگ شارش حجمی شاره}=\frac{\text{حجم شارش شده}}{\text{زمان}}=\text{تندی شاره}\times\text{مساحت سطح مقطع}$$



$$\Rightarrow\frac{V}{t}=Av\Rightarrow\frac{\frac{V_A}{t_A}}{\frac{V_B}{t_B}}=\frac{A_A}{A_B}\times\frac{v_A}{v_B}\xrightarrow{\substack{A_A=2A_B\\v_A=\frac{4}{3}v_B}}$$

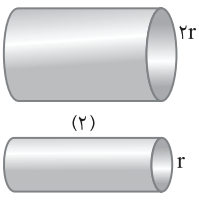
$$\frac{\frac{V_A}{1}}{\frac{V_B}{2}}=\frac{2A}{A}\times\frac{\frac{4}{3}v_B}{v_B}\Rightarrow\frac{2V_A}{V_B}=\frac{8}{3}\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{4}{3}$$

اکنون با داشتن نسبت حجم در لوله‌های A و B و همچنین نسبت چگالی‌ها می‌توان نوشت:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\begin{cases}m_A=\rho_A V_A\\ m_B=\rho_B V_B\end{cases}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{\rho_A V_A}{\rho_B V_B}$$

$$\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=1$$

بازی با سوال در شکل روبه‌رو دو لوله با شعاع‌های مختلف داریم و تندی جریان آب در لولهٔ (۱) نصف تندی جریان آب در لولهٔ (۲) است. اگر مقدار آب خارج شده از لولهٔ (۱) در مدت زمان t_1 برابر مقدار آب خارج شده از لولهٔ (۲) در مدت t_2 باشد، $\frac{t_2}{t_1}$ برابر کدام گزینه است؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

B ۴۴۸ **۲**

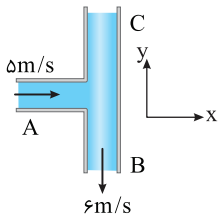
خط فکری دقت کنید که ذهن خود را درگیر تعداد حفره‌های خروجی نکنید، بلکه برای خروج آب یک حفره در نظر بگیرید که مساحت سطح آن سه برابر مساحت سطح یکی از حفره‌هاست، سپس به کمک معادلهٔ پیوستگی مسئله به راحتی قابل حل است.

معادله پیوستگی را می‌نویسیم و داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم:

$$A_1v_1=A_2v_2\xrightarrow[A_2=3\pi(\frac{5}{2})^2\times10^{-4}]{A_1=\pi(\frac{20}{2})^2\times10^{-4},v=3m/s}$$

$$\pi(10)^2\times3=3\pi(\frac{25}{4})v_2\Rightarrow v_2=16m/s$$

بازی با سوال در یک لولهٔ سه راهه افقی که سطح مقطع سه شاخهٔ آن یکسان است آب جریان دارد. سرعت در مقطع C در SI کدام است؟



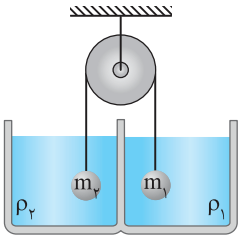
۱) $-1\vec{j}$ ۲) $+1\vec{j}$ ۳) $-2\vec{j}$ ۴) $+2\vec{j}$

گزینهٔ ۱

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۴۴۹ **۳**

خط فکری هرچه چگالی مایع بیشتر باشد نیروی شناوری که بر جسم وارد می‌کند بیشتر است.



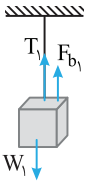
دستگاه در تعادل است و $\rho_1<\rho_2$ است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر m_1 توسط مایع ρ_1 از نیروی شناوری وارد بر m_2 توسط مایع ρ_2 کمتر است و برای آن‌که دستگاه در تعادل بماند باید نیروی گرانشی وارد بر جسم m_1 کمتر از نیروی گرانشی وارد بر جسم m_2 باشد. در نتیجه $m_1<m_2$ است.

B ۴۵۰ **۲**

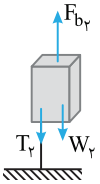
نیروی شناوری حاصل از اختلاف فشار بین سطح مقطع بالا و پایین جسم یعنی $\Delta P=\rho_{\text{مایع}}g\Delta h$ است. دو جسم مکعب‌شکل هستند و حجم آن‌ها از رابطهٔ $V=Ah$ به‌دست می‌آید:

$$V_2=2V_1\Rightarrow A_2h_2=2A_1h_1\xrightarrow{\text{سطح مقطع دو جسم یکسان}}h_2=2h_1$$

ارتفاع جسم (۲) دو برابر ارتفاع جسم (۱) است و اختلاف فشار بین سطح بالا و پایین آن $(\rho g\Delta h)$ دو برابر اختلاف فشار بین سطح بالا و پایین جسم (۱) است و نیروی شناوری وارد بر جسم (۲)، دو برابر نیروی شناوری وارد بر جسم (۱) است:



جسم در تعادل است: $T_1+F_{b_1}=W_1\Rightarrow T_1=W_1-F_{b_1}$



جسم در تعادل است: $T_2+W_2=F_{b_2}\Rightarrow T_2=F_{b_2}-W_2$

$$\xrightarrow{T_1=T_2}W_1-F_{b_1}=F_{b_2}-W_2$$

با توجه به معادلهٔ بالا داریم:

$$W_1-F_{b_1}=F_{b_2}-W_2\Rightarrow W_1+W_2=F_{b_1}+F_{b_2}$$

$$\xrightarrow[F_{b_2}=2F_{b_1}]{W_1+W_2=50N}50=3F_{b_1}\Rightarrow F_{b_1}=\frac{50}{3}N$$

B ۴۵۱ **۳**

نیروی شناوری (F_b) توسط مایع بر فلز رو به بالا وارد می‌شود، بنا بر قانون سوم نیوتون همین مقدار نیرو توسط فلز بر مایع رو به پایین وارد می‌شود، بنابراین عددی که ترازوی B نمایش می‌دهد، برابر وزن مایع، وزن ظرف و نیروی شناوری است.

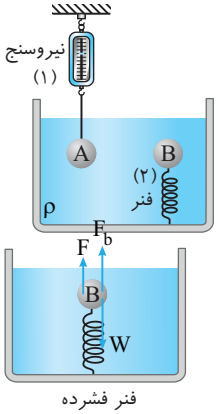
$$F_b+W_{\text{مایع}}+W_{\text{ظرف}}=7/5\times g\Rightarrow F_b=(7/5-1-1/8)g\Rightarrow F_b=4/7gN$$

عددی که ترازوی فنری A نمایش می‌دهد تفاضل نیروی وزن و نیروی شناوری است از این‌رو:

$$W_{\text{فلز}}-F_b=3/5\times g\Rightarrow m_{\text{فلز}}g-4/7g=3/5\times g\Rightarrow m_{\text{فلز}}=8/2kg$$

B ۴ ۴۵۲

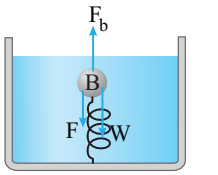
نیروسنج (۱) عدد صفر را نشان داده است، بنابراین نیروی وزن وارد بر جسم A با نیروی شناوری وارد بر آن برابر است. در این صورت چگالی جسم A با چگالی مایع یکی است $(\rho_A=\rho)$.



فنر فشرده

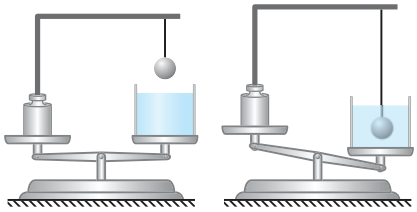
فنر شماره (۲) مشخص نیست که جمع شده یا باز شده است. اگر جمع شده باشد، می‌خواهد باز شود و به جسم B یک نیروی رو به بالا وارد می‌کند. یعنی بر جسم B نیروی وزن رو به پایین و نیروی فنر و شناوری رو به بالا وارد می‌شود، بنابراین نیروی وزن جسم B از نیروی شناوری بزرگ‌تر است. بنابراین چگالی جسم B از چگالی مایع بیشتر است $(\rho_B>\rho)$.

اما اگر فنر باز شده باشد، می‌خواهد به حالت اول برگردد و جسم B را به پایین می‌کشد. در این حالت نیروی وزن W و نیروی فنر F رو به پایین و F_b رو به بالاست. بنابراین $F_b>W$ است و چگالی B از چگالی مایع کمتر است $(\rho_B<\rho)$.



C ۳ ۴۵۳

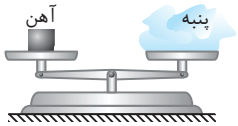
وزنه وارد ظرف آب در کفهٔ سمت راست شده است. بر وزنه نیروی شناوری رو به بالا وارد می‌شود، یعنی از کفهٔ سمت چپ به اندازهٔ نیروی شناوری کاسته می‌شود. از طرفی وقتی آب به وزنه نیروی شناوری وارد می‌کند، بنا بر قانون سوم نیوتون وزنه نیز به آب کفه سمت راست نیروی شناوری رو به پایین وارد می‌کند. یعنی به اندازهٔ نیروی شناوری به کفهٔ راست افزوده می‌شود. دقت کنید به اندازهٔ نیروی شناوری از کفه سمت چپ کم شده و به همان اندازه به کفهٔ سمت راست اضافه شده و برای برقراری مجدد تعادل باید در کفهٔ سمت چپ، وزنه‌ای قرار دهیم که وزن آن دو برابر نیروی شناوری وارد بر وزنه است.



برای مثال اگر هر دو کفه در ابتدا ۱۰N وزن داشته باشند و کفهٔ سمت راست ۲N اضافه وزن بیابد، وزنش به ۱۲N می‌رسد و کفهٔ سمت چپ وزنش ۲N کاهش یافته و به ۸N می‌رسد. پس باید وزنهٔ ۴N را به کفهٔ سمت چپ اضافه کرد تا تعادل برقرار گردد، یعنی وزن وزنه باید دو برابر نیروی شناوری وارد بر توپ باشد.

بازی با سوال مقداری پنبه و مقداری آهن در دو کفهٔ ترازو قرار دارند و ترازو در تعادل است. نیروی گرانش وارد بر .....

۱) پنبه و آهن برابر است.
۲) پنبه از آهن کمتر است.
۳) پنبه از آهن بیشتر است.
۴) اظهارنظر قطعی نمی‌توان کرد.

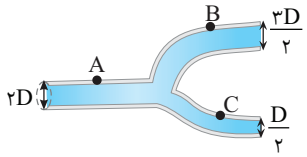


گزینهٔ ۳

C ۲ ۴۵۴

خط فکری هنگامی که در دو قسمت از لوله‌ای سوراخی ایجاد شود، در هر قسمتی که فشار بیشتر است، ارتفاع آب خروجی از آن قسمت بیشتر خواهد بود.

در یک لوله، آهنگ شارش جریان پایای مایع (Av) ثابت است، پس هر قسمت از لوله که باریک‌تر باشد، تندی مایع در آن قسمت بیشتر است، همچنین در اصل برنولی گفته می‌شود که در مسیر حرکت شاره با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد، بنابراین



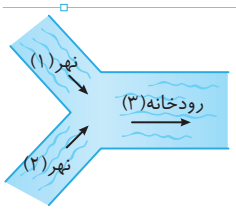
$A_A>A_B>A_C\Rightarrow v_A<v_B<v_C\Rightarrow P_A>P_B>P_C$

بنابراین ارتفاع مایع خارج شده از سوراخ A بیشترین و از سوراخ C کمترین خواهد بود.

$h_A>h_B>h_C$

B ۳ ۴۵۵

خط فکری با توجه به ثابت بودن آهنگ شارش حجمی شاره، قطعاً مجموع آهنگ شارش در نهر (۱) و (۲) برابر آهنگ شارش در رودخانه (۳) است و به کمک این مطلب باید مسئله را حل کرد.



آهنگ شارش حجمی نهر (۲) + آهنگ شارش حجمی نهر (۱) = آهنگ شارش حجمی رودخانه (۳)

مساحت سطح مقطع هر قسمت برابر حاصل‌ضرب پهنای آن در عمق آن است، بنابراین مساحت سطح مقطع‌ها برابر خواهد شد با:

$A_1=۲\times۴m^2$ $A_2=۵\times۳m^2$ $A_3=۱۰\times h_3 m^2$

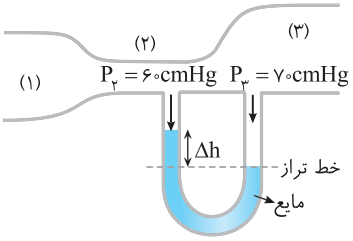
با نوشتن معادلهٔ پیوستگی برای سه مسیر حرکت آب مسئله قابل حل است.

$A_1v_1+A_2v_2=A_3v_3\Rightarrow(۲\times۴)\times۲+(۵\times۳)\times۴=(۱۰\times h_3)\times۲/۵$

$\Rightarrow ۱۶+۶۰=(۲۵h_3)\Rightarrow h_3=\frac{۷۶}{۲۵}\Rightarrow h_3=۳/۰۴m$

B ۳ ۴۵۶

در قسمت (۳) فشار هوا ۷۰ cmHg و در قسمت (۲) فشار هوا ۶۰ cmHg است که سبب می‌گردد در شاخهٔ سمت راست مایع پایین برود و در شاخهٔ سمت چپ مایع بالا بیاید. تا جایی که اختلاف فشار هوا (P_3-P_2) در دو طرف لوله با اختلاف فشار مایع $(\Delta P=\rho g\Delta h)$ یکی شود.



۱ اختلاف فشار در دو طرف لوله $۷۰-۶۰=۱۰ cmHg$ است که آن را به پاسکال تبدیل می‌کنیم.

$P=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow P=۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}\Rightarrow P=۱۳۶۰۰Pa$

۲ این فشار را با اختلاف فشار مایع برابر قرار می‌دهیم:

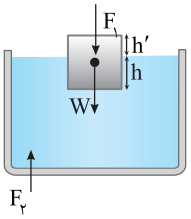
$\Delta P=\rho g\Delta h\xrightarrow{\rho=۴۰۰۰kg/m^3}۱۳۶۰۰=۴۰۰۰\times۱۰\times\Delta h$

$\Rightarrow\Delta h=۰/۳۴m\Rightarrow\Delta h=۳۴cm$

C ۲ ۴۵۷

جرم مکعب چوبی را حساب می‌کنیم:

$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=۷۵۰\times(۰/۱)^3\Rightarrow m=۰/۷۵kg$



برای حل این مسئله از قانون دوم نیوتون کمک می‌گیریم. جسم روی سطح آب ساکن و در تعادل است بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است. نیروهای وارد بر این مکعب را رسم می‌کنیم. سه نیرو در امتداد قائم بر این مکعب وارد می‌شود.

۱ نیروی وزن W

۲ نیرویی که از طرف هوا بر سطح بالایی مکعب وارد می‌شود $F_1=P_{هوا}\times A$

۳ نیرویی که از طرف آب بر سطح پایینی مکعب وارد می‌شود:

$F_2=(P_{هوا}+\rho gh)A$

بنابر قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$F_{net}=۰\Rightarrow F_1+W=F_2\Rightarrow P_{هوا}\times A+mg=(P_{هوا}+\rho gh)A$

$P_{هوا}A+mg=P_{هوا}A+\rho ghA\Rightarrow mg=\rho ghA\Rightarrow ۰/۷۵=۱۰۰۰\times h\times(۰/۱)^2$

$h=۰/۰۷۵m\Rightarrow h=۷/۵cm\Rightarrow h'=۱۰-۷/۵=۲/۵cm$

فصل سوم: کار، انرژی و توان

پنجره ۱

A ۴۵۸ | ۱

انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای و همواره مثبت است، این کمیت تنها به جرم و تندی جسم بستگی دارد و به جهت حرکت جسم وابسته نیست.

نکته در فیزیک تندی یعنی مسافت طی شده تقسیم بر زمان که کمیتی نرده‌ای، همواره مثبت و بدون جهت است، اما سرعت یعنی جابه‌جایی تقسیم بر زمان که کمیتی برداری است و جهت آن مهم است.

A ۴۵۹ | ۲

خط فکری برای آنکه در رابطهٔ $K=\frac{1}{2}mv^2$ انرژی جنبشی برحسب ژول به‌دست آید، باید تندی برحسب m/s و جرم برحسب kg باشد (سازگاری یکاها) بنابراین شما ابتدا باید تبدیل یکا برای جرم و تندی را انجام دهید، سپس انرژی جنبشی را به‌دست بیاورید.

هر تن برابر $1000\,kg$ است. بنابراین جرم هواپیما خواهد شد:

$$m=500\,ton=500\times1000\Rightarrow m=5\times10^5\,kg$$

تندی هواپیما را برحسب m/s حساب می‌کنیم:

$$v=720\frac{km}{h}\times\frac{1h}{3600s}\times\frac{10^3m}{1km}\Rightarrow v=200\frac{m}{s}$$

انرژی جنبشی را به‌دست می‌آوریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow k=\frac{1}{2}\times5\times10^5\times(200)^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}\times5\times10^5\times4\times10^4$$

$$K=10^{10}J\xrightarrow{1MJ=10^6J}K=10^4MJ$$

میانبر تبدیل $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ و بالعکس

$$\frac{km}{h}\xrightarrow[3/6\times]{\div3/6}\frac{m}{s}$$

A ۴۶۰ | ۲

انرژی جنبشی ماهواره خواهد شد:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow{m=200kg,v=2/5km/s}$$

$$K=\frac{1}{2}\times200\times(2/5\times10^3)^2\Rightarrow K=100\times6/25\times10^6$$

$$K=625\times10^6J=625MJ\Rightarrow K=6/25\times10^2MJ$$

A ۴۶۱ | ۳

انرژی جنبشی به جهت حرکت جسم وابسته نیست. تندی ماهواره خواهد شد:

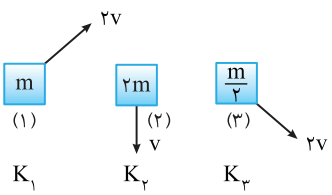
$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow[m=100kg]{K=5\times10^7J}5\times10^7=\frac{1}{2}\times100\times v^2\Rightarrow v^2=10^6\Rightarrow v=10^3\frac{m}{s}$$

A ۴۶۲ | ۲

یادآوری انرژی جنبشی جسم به جهت حرکت جسم بستگی ندارد.

جرم هر سه جسم و تندی آن‌ها با هم برابر است از این رو انرژی جنبشی آن‌ها نیز $(K=\frac{1}{2}mv^2)$ برابر است $(K_1=K_2=K_3)$.

بازی با سؤال در کدام گزینه انرژی جنبشی اجسام زیر به‌درستی مقایسه شده است؟



۱) $K_2<K_3<K_1$

۲) $K_3<K_2<K_1$

۳) $K_3=K_2<K_1$

۴) $K_3=K_2=K_1$

گزینهٔ ۳

B ۴۶۳ | ۳

ابتدا باید انرژی جنبشی جسم را از رابطهٔ آن حساب کنید سپس با یک تناسب ساده مسئله را حل کنید.

۱ انرژی جنبشی جسم برابر است با:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow[m=2/1\times10^{+4}kg]{v=8km/s=8000m/s}K=\frac{1}{2}\times2/1\times10^4(8\times10^3)^2$$

$$K=\frac{1}{2}\times2/1\times10^4\times64\times10^6\Rightarrow K=32\times2/1\times10^{10}J$$

۲ با توجه به فرض مسئله انرژی حاصل از انفجار یک تن TNT برابر $4/2\times10^9J$ است، بنابراین می‌توانیم تناسب زیر را بنویسیم:

$$\begin{array}{c|c}4/2\times10^9J & 1ton\\ \hline 32\times2/1\times10^{10}J & m\end{array}\Rightarrow m=\frac{32\times2/1\times10^{10}}{4/2\times10^9}=160ton$$

A ۴۶۴ | ۳

جرم جسم ثابت است، بنابراین با نوشتن انرژی جنبشی جسم در دو حالت و تقسیم آن‌ها بر هم، می‌توانیم تندی جسم را در حالت دوم به‌دست آوریم.

$$\begin{cases}K_2=\frac{1}{2}mv_2^2\\ K_1=\frac{1}{2}mv_1^2\end{cases}\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{v_2^2}{v_1^2}\xrightarrow{K_1=4J,K_2=5J\atop v_1=4m/s}\frac{5}{4}=\frac{v_2^2}{4^2}$$

$$\Rightarrow v_2^2=20\Rightarrow v_2=2\sqrt{5}m/s$$

A ۴۶۵ | ۲

انرژی جنبشی در دو حالت را نوشته از هم کم می‌کنیم و تفاضل آن‌ها را بنا به فرض مسئله برابر ۴ ژول قرار می‌دهیم.

$$K_1=\frac{1}{2}mv_1^2\xrightarrow{v_1=2m/s}K_1=\frac{1}{2}m(4)$$

$$K_2=\frac{1}{2}mv_2^2\xrightarrow{v_2=6m/s}K_2=\frac{1}{2}m(36)\Rightarrow K_2-K_1=\frac{1}{2}m(36-4)$$

$$4=\frac{1}{2}m(32)\Rightarrow m=\frac{1}{4}kg=250g$$

B ۴۶۶ | ۳

انرژی جنبشی در دو حالت را به‌دست آورده از هم کم می‌کنیم.

$$K_1=\frac{1}{2}mv_1^2,\quad K_2=\frac{1}{2}mv_2^2\Rightarrow\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Delta K=\frac{1}{2}\times1000(25^2-18^2)\Rightarrow\Delta K=500(625-324)\Rightarrow\Delta K=500\times301$$

$$\Rightarrow\Delta K=150500J=1/505\times10^5J\Rightarrow\Delta K=1/505\times10^{-1}MJ$$

A ۴۶۷ | ۲

تندی جسم $5m/s$ افزایش یافته یعنی $v_2=v_1+5$ است. با افزایش تندی، افزایش انرژی جنبشی $\frac{5}{4}$ انرژی جنبشی اولیه شده است $(K_2=K_1+\frac{5}{4}K_1)$. با توجه به این داده‌ها مسئله به راحتی قابل حل است.

$$K_2=K_1+\frac{5}{4}K_1\Rightarrow K_2=\frac{9}{4}K_1\xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2}\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{9}{4}(\frac{1}{2}mv_1^2)$$

$$\Rightarrow v_2=\frac{3}{2}v_1\xrightarrow{v_2=v_1+5}v_1+5=\frac{3}{2}v_1\Rightarrow\frac{1}{2}v_1=5\Rightarrow v_1=10m/s$$

A ۴۶۸ | ۴

تندی جسم افزایش یافته بنابراین انرژی جنبشی آن قطعاً افزایش می‌یابد. با توجه به فرض مسئله تندی $1m/s$ زیاد شده یعنی $(v_2=v_1+1)$ و سبب گردیده که انرژی جنبشی از $18J$ به $18+14=32J$ برسد، بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} K_۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \\ K_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱}=\frac{v_۲^۲}{v_۱^۲} \Rightarrow \frac{۳۲}{۱۸}=\frac{(v_۱+۱)^۲}{v_۱^۲} \Rightarrow \frac{۱۶}{۹}=\frac{(v_۱+۱)^۲}{v_۱^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{v_۱+۱}{v_۱}=\frac{۴}{۳} \Rightarrow ۳v_۱+۳=۴v_۱ \Rightarrow v_۱=۳m/s$$

اکنون جرم جسم قابل محاسبه است. $K_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow ۱۸=\frac{۱}{۲}\times m\times(۳)^۲ \Rightarrow m=۴kg$

۲ ۴۶۹ A

خط فکری جهت حرکت جسم تأثیری در انرژی جنبشی جسم ندارد، بنابراین کافی است شما انرژی جنبشی در حالت دوم را حساب کرده تا بتوانید تغییر انرژی جنبشی را به‌دست آورید.

ابتدا انرژی جنبشی جسم در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$\frac{K_۲}{K_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲} \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱}=(\frac{v_۲}{v_۱})^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{۱۰۰}=(\frac{۲۰}{۱۰})^۲ \Rightarrow K_۲=۴۰۰J$$

بنابراین تغییر انرژی جنبشی خواهد شد: $\Delta K=K_۲-K_۱=۴۰۰-۱۰۰ \Rightarrow \Delta K=۳۰۰J$

۲ ۴۷۰ A

نسبت انرژی جنبشی A به انرژی جنبشی B برابر است:

$$\begin{cases} K_A=\frac{۱}{۲}m_Av_A^۲ \\ K_B=\frac{۱}{۲}m_Bv_B^۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{v_A^۲}{v_B^۲}$$

$$\xrightarrow[v_A=\frac{۱}{۲}v_B]{K_A=۳K_B} ۳=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{(\frac{۱}{۲}v_B)^۲}{v_B^۲} \Rightarrow \frac{m_B}{m_A}=\frac{۱}{۱۲}$$

بازی با سؤال **نسبت انرژی جنبشی جسمی به جرم $m_۱$ که با تندی $v_۱$ در حرکت است، به انرژی جنبشی جسم دیگری که جرم آن $۲m_۱$ و تندی‌اش $\frac{۱}{۲}v_۱$ است، چقدر است؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

گزینهٔ ۴

۱ ۴۷۱ B

حالت اول: جرم و انرژی جنبشی A، نصف جرم و انرژی جنبشی B است، بنابراین:

$$K_A=\frac{۱}{۲}K_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}m_Av_A^۲=\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}m_Bv_B^۲)$$

$$\xrightarrow{m_A=\frac{۱}{۲}m_B} \frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}m_B)v_A^۲=\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}m_B)v_B^۲ \Rightarrow v_A=v_B \quad (۱)$$

حالت دوم: تندی A، $۱m/s$ افزایش یافته $(v'_A=v_A+۱)$ و انرژی جنبشی خودروها، مساوی شده است. از این‌رو می‌توان نوشت:

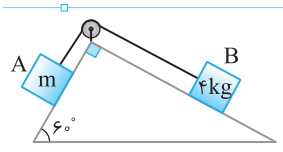
$$K'_A=K_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}m_A(v_A+۱)^۲=(\frac{۱}{۲}m_B)v_B^۲$$

$$\xrightarrow[m_A=\frac{۱}{۲}m_B]{(۱)} \frac{۱}{۲}(v_A+۱)^۲=v_A^۲ \Rightarrow v_A+۱=\sqrt{۲}v_A$$

$$\xrightarrow{\sqrt{۲}=۱/۴} v_A+۱=۱/۴v_A \Rightarrow v_A=\frac{۱}{۰/۴}=۲/۵m/s$$

۳ ۴۷۲ B

خط فکری به شکل به خوبی نگاه کنید. اگر جسم B، یک متر پایین بیاید در همان زمان جسم A که با یک ریسمان به جسم B متصل است، یک متر بالا می‌رود. یعنی تندی حرکت جسم B برابر تندی حرکت جسم A است. اکنون انرژی جنبشی A را سه برابر انرژی جنبشی B قرار دهید و مسئله را حل کنید.



با توجه به داده‌های مسئله می‌توان نوشت:

$$K_A=۳K_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}m_Av_A^۲=۳(\frac{۱}{۲}m_Bv_B^۲) \xrightarrow{v_A=v_B} m_A=۳m_B$$

$$\Rightarrow m_A=۳\times۴=۱۲kg$$

۱ ۴۷۳ B

انرژی جنبشی را در حالت اول و دوم می‌نویسیم و تندی ثانویه را برحسب تندی اولیه حساب می‌کنیم.

$$\frac{K_۲}{K_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲} \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱}=\frac{v_۲^۲}{v_۱^۲} \Rightarrow \frac{۹}{۴}=(\frac{v_۲}{v_۱})^۲ \Rightarrow \frac{۳}{۲}=\frac{v_۲}{v_۱} \Rightarrow v_۲=\frac{۳}{۲}v_۱$$

درصد تغییرات (افزایش) سرعت برابر خواهد شد با:

$$\frac{\Delta v}{v_۱}\times۱۰۰=\frac{v_۲-v_۱}{v_۱}\times۱۰۰=\frac{\frac{۳}{۲}v_۱-v_۱}{v_۱}\times۱۰۰=۵۰٪$$

بنابراین باید تندی را ۵۰٪ افزایش دهیم.

۴ ۴۷۴ A

انرژی جنبشی جسم ۴۴ درصد افزایش یافته، یعنی به انرژی جنبشی اولیه $K_۱$ به اندازهٔ $۰/۴۴K_۱$ اضافه شده است، بنابراین: $K_۲=K_۱+۰/۴۴K_۱ \Rightarrow K_۲=۱/۴۴K_۱$

جرم جسم ثابت است، اکنون به جای $K_۱$ و $K_۲$ رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ قرار می‌دهیم و مسئله حل می‌شود.

$$\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=۱/۴۴\times\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow v_۲^۲=۱/۴۴v_۱^۲ \Rightarrow v_۲=۱/۲v_۱ \quad (۱)$$

با توجه به فرض مسئله $v_۲=v_۱+۵$ است. از این‌رو خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{(۱)} v_۱+۵=۱/۲v_۱ \Rightarrow ۰/۲v_۱=۵ \Rightarrow v_۱=۲۵m/s$$

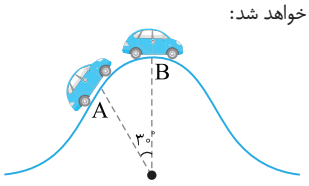
بازی با سؤال **جسمی با سرعت $v_۱$ در حرکت است. اگر به سرعت آن $۶m/s$ افزوده شود، انرژی جنبشی آن ۲۱٪ افزایش می‌یابد، $v_۱$ چند متر بر ثانیه است؟**

۱) ۳۰ ۲) ۶۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

گزینهٔ ۲

۲ ۴۷۵ A

انرژی جنبشی جسم ۱۹٪ کاهش یافته است، یعنی اگر انرژی جنبشی جسم در نقطهٔ A، K_A باشد انرژی جنبشی آن در نقطهٔ B خواهد شد:



$$K_B=K_A-\frac{۱۹}{۱۰۰}K_A$$

$$\Rightarrow K_B=\frac{۸۱}{۱۰۰}K_A$$

در فرمول انرژی جنبشی، v تندی است و به جهت حرکت جسم بستگی ندارد. از طرفی جرم جسم ثابت است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{۲}mv_B^۲=\frac{۸۱}{۱۰۰}\times\frac{۱}{۲}mv_A^۲ \Rightarrow v_B=\frac{۹}{۱۰}\times۲۰=۱۸m/s$$

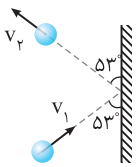
۲ ۴۷۶ B

خط فکری درصد تغییرات هر کمیت در فیزیک برابر است با تغییرات آن کمیت تقسیم بر مقدار اولیه آن ضربدر ۱۰۰، به عنوان مثال درصد تغییرات انرژی جنبشی برابر است با: $\frac{K_۲-K_۱}{K_۱}\times۱۰۰$

حال اگر
- $K_۲-K_۱>۰$ باشد، به اندازهٔ درصد به‌دست آمده انرژی جنبشی افزایش یافته است.
- $K_۲-K_۱<۰$ باشد، به‌اندازهٔ درصد به‌دست آمده انرژی جنبشی کاهش یافته است.

از طرفی انرژی جنبشی به جهت حرکت بستگی ندارد، بنابراین شما باید انرژی جنبشی اولیه و نهایی را حساب کنید تا بتوانید درصد تغییرات انرژی جنبشی را به‌دست آورید.

انرژی جنبشی در حالت اول برابر است با:



$$K_1=\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}m(10)^2=50m$$

انرژی جنبشی در حالت دوم خواهد شد:

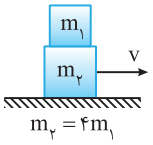
$$K_2=\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}m(8)^2=32m$$

اکنون درصد تغییرات انرژی جنبشی را حساب می‌کنیم.

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{K_2-K_1}{K_1}\times100=\frac{32m-50m}{50m}\times100\Rightarrow\text{درصد تغییرات}=-36\%$$

بنابراین انرژی جنبشی جسم ۳۶٪ کاهش می‌یابد.

۳ ۴۷۷ B



حالت اول: دو جسم با تندی ثابت باهم در حال حرکت‌اند و مجموع جرم آن‌ها برابر است با:

$$M=m_1+m_2\xrightarrow{m_2=4m_1}M=m_1+4m_1\Rightarrow M=5m_1$$

انرژی جنبشی در حالت اول خواهد شد:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow K_1=\frac{1}{2}(5m_1)v^2\Rightarrow K_1=2/5m_1v^2$$

حالت دوم: m_1 را از روی m_2 برمی‌داریم. یعنی تنها جرم $m_2=4m_1$ باقی می‌ماند از طرفی به تندی آن ۲۰٪ اضافه می‌کنیم، یعنی تندی v بعد از افزایش خواهد شد:

$$v'=v+0/2v=1/2v$$

اکنون انرژی جنبشی در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$K_2=\frac{1}{2}m_2v'^2=\frac{1}{2}(4m_1)(1/2v)^2=2m_1\times1/44v^2$$

با داشتن K_1 و K_2 تغییرات انرژی جنبشی مجموعه خواهد شد:

$$\Delta K=K_2-K_1=2/88m_1v^2-2/5m_1v^2=0/38m_1v^2$$

درصد تغییرات انرژی جنبشی را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta K}{K_1}\times100=\frac{0/38m_1v^2}{2/5m_1v^2}\times100=15/2\%\ \text{افزایش}$$

۳ ۴۷۸ B

با توجه به فرض مسئله:

$$K_2=\frac{5}{4}K_1,\ v_2=\frac{5}{4}v_1\Rightarrow\frac{1}{2}m_2(\frac{5}{4}v_1)^2=\frac{5}{4}(\frac{1}{2})m_1v_1^2$$

$$\Rightarrow\frac{5}{4}m_2=m_1\Rightarrow m_2=\frac{4}{5}m_1=\frac{4}{5}\times5=4kg$$

بنابراین جرم 1kg کاهش یافته است.

۳ ۴۷۹ B

انرژی جنبشی در دو حالت یکسان است. $K_2=K_1$

تندی موشک ۲۵٪ افزایش یافته: $v_2=1/25v_1=\frac{5}{4}v_1$

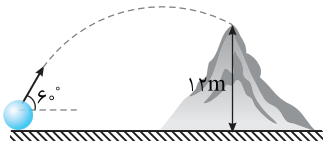
بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_1v_1^2\Rightarrow m_2(\frac{5}{4}v_1)^2=m_1v_1^2\Rightarrow m_2=\frac{m_1}{(\frac{5}{4})^2}\Rightarrow m_2=\frac{16}{25}m_1$$

$$\text{درصد تغییر جرم خواهد شد:}\ \frac{\Delta m}{m_1}\times100=\frac{\frac{16}{25}m_1-m_1}{m_1}\times100=-\frac{9}{25}\times100=-36\%$$

جرم ۳۶ درصد کاهش یافته است.

۱ ۴۸۰ B



انرژی جنبشی جسم ۳۶٪ کاهش یافته است. یعنی اگر انرژی جنبشی اولیه K_1 است انرژی جنبشی ثانویهٔ آن $K_2=K_1-\frac{36}{100}K_1$ است، بنابراین خواهیم داشت:

$$K_2=\frac{64}{100}K_1\quad(1)$$

اکنون با قرار دادن $K=\frac{1}{2}mv^2$ در رابطهٔ بالا، نسبت v_2 به v_1 را حساب می‌کنیم.

$$\xrightarrow{(1)}\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{64}{100}(\frac{1}{2}mv_1^2)\Rightarrow v_2^2=\frac{64}{100}v_1^2\Rightarrow v_2=0/8v_1$$

درصد تغییرات سرعت خواهد شد:

$$\frac{\Delta v}{v_1}\times100=\frac{0/8v_1-v_1}{v_1}\times100=-0/2\times100=-20\%$$

بنابراین تندی ۲۰٪ کاهش یافته است.

۳ ۴۸۱ B

$$K_2=K_1+0/69K_1\ ,\ K_2=\frac{1}{2}m(v_1+6)^2\ ,\ K_1=\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}m(v_1+6)^2=\frac{1}{2}mv_1^2(1/69)\Rightarrow(v_1+6)^2=(1/3)^2v_1^2\Rightarrow v_1+6=1/3v_1$$

$$\Rightarrow0/3v_1=6\Rightarrow v_1=20m/s\xrightarrow{\times3/6}72\ km/h$$

۱ ۴۸۲ B

ابتدا، سرعت جسم را در لحظهٔ $t=2s$ به‌دست می‌آوریم.

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow5=\frac{v-0}{2}\Rightarrow v=10m/s$$

انرژی جنبشی را حساب می‌کنیم.

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}\times500\times(10)^2\Rightarrow K=25000J$$

۳ ۴۸۳ B

ابتدا لحظهٔ t را حساب می‌کنیم: $\Delta x=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow100=\frac{1}{2}\times2(t)^2\Rightarrow t=10s$

تندی در لحظهٔ $t=10s$ را به‌دست می‌آوریم. $v=at+v_0\Rightarrow v=2\times10+0=20m/s$

انرژی جنبشی خواهد شد: $K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}\times5\times(20)^2\Rightarrow K=1000J$

۳ ۴۸۴ B

سرعت اتومبیل را در $t=1s$ و $t=2s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v=at+v_0\Rightarrow v_1=3\times1+0\Rightarrow v_1=3m/s$$

$$v_2=3\times2+0\Rightarrow v_2=6m/s$$

نسبت تغییر انرژی جنبشی‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta K=\frac{1}{2}m(v'^2-v^2)\Rightarrow\frac{\Delta K_{1-2}}{\Delta K_{0-1}}=\frac{v_2^2-v_1^2}{v_1^2-v_0^2}\Rightarrow\frac{\Delta K_{1-2}}{\Delta K_{0-1}}=\frac{36-9}{9-0}=\frac{27}{9}=3$$

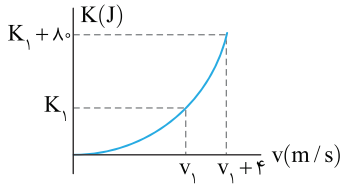
۲ ۴۸۵ B

به نمودار نگاه کنید، وقتی تندی v_1 است، انرژی جنبشی K_1 بوده و وقتی تندی v_1+4 است، انرژی جنبشی K_1+80 می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$K_2=\frac{1}{2}mv_2^2\Rightarrow K_1+80=\frac{1}{2}m(v_1+4)^2\Rightarrow K_1+80=\frac{1}{2}m(v_1^2+8v_1+16)$$

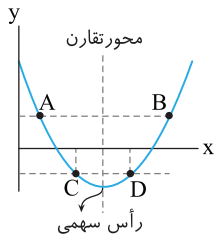
$$\Rightarrow K_1+80=\underbrace{\frac{1}{2}mv_1^2}_{K_1}+4mv_1+8m\Rightarrow4mv_1+8m=80$$

$$\xrightarrow{m=2/5kg}4\times2/5v_1+8\times2/5=80\Rightarrow v_1=6m/s$$

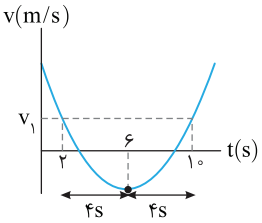


۱ ۴۸۶ B

یادآوری در نمودار سهمی، خط قائمی که از رأس می‌گذرد محور تقارن سهمی است و نقاط روی نمودار که در فاصلهٔ طولی یکسانی از رأس سهمی قرار دارند، مقدار yهای آن‌ها با هم برابر است. به‌طور مثال روی شکل $y_A=y_B$ و $y_C=y_D$ است.



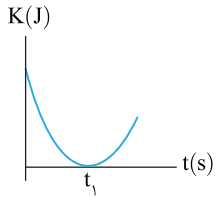
به شکل نمودار دقت کنید. فاصلهٔ نقاط در لحظه‌های $t=۲s$ و $t=۱۰s$ تا رأس سهمی برابر است، بنابراین تندی جسم در این دو لحظه برابر است و نسبت انرژی جنبشی جسم در این دو لحظه $\frac{K_۱}{K_۲}=۱$ خواهد بود.



۴ ۴۸۷ B

خط فکری وقتی انرژی جنبشی یک جسم کاهش می‌یابد، حتماً تندی آن کاهش یافته است و بالعکس، بنابراین شما باید به نمودار دقت کنید و بررسی کنید که انرژی جنبشی در چه بازه‌ای کاهش می‌یابد و در چه بازه‌ای افزایش می‌یابد. از طرفی یادتان باشد انرژی جنبشی جسم به جهت حرکت بستگی ندارد. یعنی اگر انرژی جنبشی جسم کاهش یابد و جسم متوقف شود و مجدداً در هر جهتی شروع به حرکت کند، چون تندی‌اش زیاد می‌شود، انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد.

به نمودار دقت کنید. در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$ انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد و سرانجام در لحظهٔ $t_۱$ صفر می‌شود، یعنی تندی متحرک صفر می‌شود. بعد از لحظهٔ $t_۱$ مجدداً جسم شروع به حرکت کرده و انرژی جنبشی جسم زیاد می‌شود. یعنی تندی جسم افزایش می‌یابد اما اینکه در چه جهتی شروع به حرکت کرده است معلوم نیست، ممکن است پس از توقف در همان جهت اولیه به حرکت درآید و یا در خلاف جهت اولیه شروع به حرکت کرده باشد و یا در جهت دیگری، بنابراین گزینهٔ (۱) و (۲) هر دو می‌توانند صحیح باشند.



۲ ۴۸۸ B

با توجه به تعریف تندی که برابر مسافت طی‌شده بر زمان است و اینکه در مدت زمان یکسان اتومبیل A چهار دور و اتومبیل B یک دور مسیر را طی می‌کند، بنابراین اگر مسافت B برابر d باشد مسافت طی‌شدهٔ A، برابر $۴d$ است از این رو:

$$v_A=\frac{۴d}{t},\ v_B=\frac{d}{t}\Rightarrow v_A=۴v_B$$

حال می‌توان نسبت $\frac{K_A}{K_B}$ را حساب کرد:

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{\frac{۱}{۲}m_Av_A^۲}{\frac{۱}{۲}m_Bv_B^۲}=\frac{m(۴v_B)^۲}{۸mv_B^۲}=\frac{۱۶mv_B^۲}{۸mv_B^۲}=۲$$

۴ ۴۸۹ C

پس از برخورد و شکستن اولین صفحهٔ شیشه‌ای، انرژی جنبشی مصرف‌شده خواهد شد:

$$K_۱-K_۲=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲-\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{-۳}\times۳۶۰۰-\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{-۳}\times۲۵۰۰=۱/۱J$$

در این صورت، انرژی جنبشی بعد از اولین برخورد برابر $۳/۶-۱/۱=۲/۵J$ خواهد بود و به ازای هر $۱/۱J$ کاهش انرژی جنبشی، یک صفحهٔ شیشه‌ای می‌شکند. بنابراین دو صفحهٔ شیشه‌ای دیگر هم خواهد شکست: $۱/۴-۱/۱=۰/۳J$ ، $۲/۵-۱/۱=۱/۴J$

۴ ۴۹۰ B

خط فکری ابتدا باید به‌وسیلهٔ تعریف شتاب متوسط $(a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t})$، تندی جسم را حساب کنید، سپس انرژی جنبشی آن را به‌دست آورید. البته جسمی که از حال سکون شروع به حرکت می‌کند در ابتدا تندی‌اش صفر است.

تندی جسم را حساب می‌کنیم.

$$a_{av}=\frac{v-v_۰}{t}\xrightarrow[t=۲/۵s]{a_{av}=۴m/s^۲}۴=\frac{v-۰}{۲/۵}\Rightarrow v=۱۰m/s$$

انرژی جنبشی جسم خواهد شد:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\xrightarrow{m=۰/۵kg}K=\frac{۱}{۲}\times۰/۵\times۱۰^۲\Rightarrow K=۲۵J$$

۳ ۴۹۱ B

شتاب جسم $a=۴m/s^۲$ به ما داده شده است. همچنین تندی اولیهٔ آن $۲m/s$ است، بنابراین با توجه به تعریف شتاب می‌توانیم تندی ثانویهٔ جسم را حساب کنیم.

$$\text{شتاب}=\frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{زمان}}\Rightarrow a=\frac{v_۲-v_۱}{t}\xrightarrow{t=۲s}۴=\frac{v_۲-۲}{۲}\Rightarrow v_۲=۱۰\frac{m}{s}$$

انرژی جنبشی جسم خواهد شد: $K=\frac{۱}{۲}mv^۲\xrightarrow{m=۲kg}K=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^۲=۱۰۰J$

دقت کردید که جهت حرکت جسم مهم نبود چون شتاب حرکت جسم را در اختیار داشتیم.

۳ ۴۹۲ C

۱ با توجه به قانون دوم نیوتون چون نیرو ثابت است، شتاب حرکت جسم هم ثابت است. با توجه تعریف شتاب خواهیم داشت:

$$\text{شتاب}=\frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{زمان}}\Rightarrow a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{v-v_۰}{t}\xrightarrow{v_۰=۰}v_۱=at$$

۲ در مدت $۲t$ دیگر یعنی پس از گذشت زمان $t+۲t=۳t$، تندی جسم خواهد شد: $v_۲=a(۳t)$

اکنون انرژی جنبشی را در حالت اول و دوم می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{K'}{K}=\frac{\frac{۱}{۲}ma^۲(۳t)^۲}{\frac{۱}{۲}m(at)^۲}=۹\Rightarrow K'=۹K$$

۴ ۴۹۳ B

ابتدا شتاب را به‌دست می‌آوریم: $a=\frac{F}{m}=\frac{۳}{۵}m/s^۲$

اگر جهت مثبت را جهت مثبت محور x ها بگیریم جهت شتاب و نیرو خلاف آن بوده و منفی است: $a=-\frac{۳}{۵}m/s^۲$

چون انرژی جنبشی جسم به همان مقدار قبلی می‌رسد یعنی اینکه تندی جسم به $-۶m/s$ رسیده است:

$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow v=at+v_۰\Rightarrow-۶=-\frac{۳}{۵}t+۶\Rightarrow t=۲۰s$$

پنجره ۲

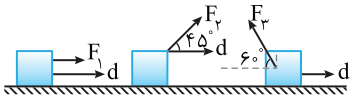
۳ ۴۹۴ A

با توجه به تعریف کار نیروی ثابت $(W=Fd\cos\theta)$ که در آن θ زاویهٔ بین بردار نیرو و جابه‌جایی است می‌توان مشاهده کرد که نیروی شخص بر راستای حرکت عمود است $(\theta=۰)$ و کار نیروی عمود بر مسیر، صفر است. $\cos\theta=۰\Rightarrow W=۰$

A ۴۹۵ ۱

کار تک‌تک نیروها را در هر شکل به‌دست می‌آوریم.

$$W=Fd\cos\theta\begin{cases}\xrightarrow{F_1} W_1=F_1d\cos 0^\circ \Rightarrow W_{F_1}=F_1d\\ \xrightarrow{F_2} W_2=F_2d\cos 45^\circ \Rightarrow W_{F_2}=\frac{\sqrt{2}}{2}F_2d\\ \xrightarrow{|F_2|=\sqrt{2}F_1} W_{F_2}=F_1d\\ \xrightarrow{F_3} W_3=F_3d\cos(120^\circ)\xrightarrow[|F_3|=\sqrt{2}F_1]{\cos 120^\circ=-\cos 60^\circ=-\frac{1}{2}}\\ W_{F_3}=-\frac{\sqrt{2}}{2}F_1d\Rightarrow W_{F_2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}W_{F_1}\Rightarrow W_{F_1}=-\sqrt{2}W_{F_3}\end{cases}$$

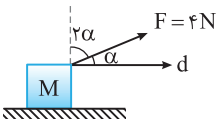


بنابراین خواهیم داشت:

$$W_{F_1}=W_{F_2}=-\sqrt{2}W_{F_3}$$

A ۴۹۶ ۴

خط فکری اندازهٔ جابه‌جایی در هر دقیقه را در اختیار دارید و می‌توانید جابه‌جایی را در هر ثانیه و سپس در ۱۰s به‌دست بیاورید. البته با توجه به اینکه روی شکل زاویهٔ ۹۰° برابر ۳α شده است، بنابراین زاویهٔ بین F و d نیز مشخص است. پس به سراغ حل مسأله بروید. جابه‌جایی در مدت ۱min=۶۰s برابر ۱۲۰ متر است، پس در هر ثانیه، $\frac{120}{60}=2m$ و در ۱۰s جابه‌جایی $d=2\times10=20m$ خواهد بود. زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی خواهد شد:



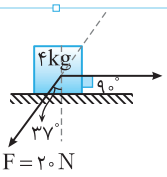
$$3\alpha=90^\circ\Rightarrow\alpha=30^\circ$$

اکنون کار قابل محاسبه است:

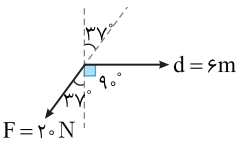
$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow{\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}}W=4\times20\times\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow W=40\sqrt{3}J$$

B ۴۹۷ ۱

خط فکری برای یافتن کار باید زاویهٔ بین جهت بردار نیرو و جهت بردار جابه‌جایی را به‌دست آوریم. مطابق شکل نیروی F را امتداد می‌دهیم تا زاویهٔ بین F و d به‌دست آید.



به شکل نگاه کنید. جسم را به صورت یک نقطه فرض کرده‌ایم و بردار F را از آن نقطه رسم می‌کنیم. زاویهٔ بین بردار d و F برابر (۹۰+۳۷) است. از این‌رو می‌توان نوشت:

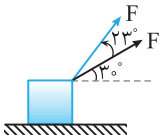


$$W=Fd\cos\theta\Rightarrow W=20\times6\times\cos(90+37)$$

$$\xrightarrow{\cos(90+37)=-\sin 37}W=20\times6\times(-0/6)\Rightarrow W=-72J$$

B ۴۹۸ ۳

خط فکری مسألهٔ ساده‌ای است. ابتدا زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی ۳۰° است و پس از آنکه نیرو ۲۳° پادساعتگرد در همان صفحه بچرخد زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی ۵۳°=۳۰+۲۳ می‌شود. البته یک مطلب ریاضی که باید برای حل مسئله بدانیم سینوس و کسینوس زاویه‌های متمم با هم برابرند یعنی cos ۵۳° با sin ۳۷° و cos ۳۰° با sin ۶۰° و ... برابر است، بنابراین کار در هر دو حالت را بیابید و با توجه به فرض مسأله آن‌ها را برابر قرار دهید.



بنا به تعریف کار خواهیم داشت:

$$\text{حالت اول: } W=Fd\cos\theta\xrightarrow[\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}]{\theta=30^\circ}W=\frac{\sqrt{3}}{2}Fd$$

$$\text{حالت دوم: } W=Fd'\cos\theta'\xrightarrow[\cos 53^\circ=0/6]{\theta'=53^\circ}W=0/6Fd'$$

کارها را برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}Fd=0/6Fd'\Rightarrow\frac{d'}{d}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0/6}\Rightarrow\frac{d'}{d}=\frac{\sqrt{3}}{1/2}\Rightarrow\frac{d'}{d}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$$

B ۴۹۹ ۲

خط فکری جهت نیروی وارد بر جسم و جهت حرکت آن در این مسأله مشخص نیست، بنابراین زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی از θ=۰ تا θ=۱۸۰° می‌تواند تغییر کند بنابراین شما کار این نیرو را باید یک بار با زاویهٔ θ=۰ و بار دیگر با زاویهٔ θ=۱۸۰° حساب کنید تا مشخص شود کار این نیرو بین چه مقدارهایی می‌تواند قرار گیرد. سپس گزینه‌ها را با این بازه مقایسه کنید.

بنا به تعریف کار نیروی ثابت می‌توان نوشت:

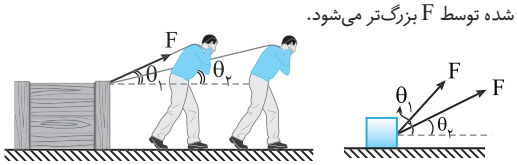
$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow[d=4m]{F=12N}$$

$$\begin{cases}\theta=0\Rightarrow\cos\theta=1\Rightarrow W=12\times4\times1=48J\\ \theta=180^\circ\Rightarrow\cos\theta=-1\Rightarrow W=12\times4\times(-1)=-48J\end{cases}$$

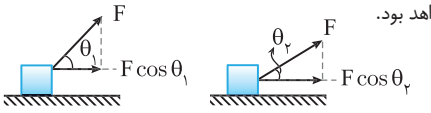
بنابراین کار نیروی F می‌تواند بین دو مقدار $-48\le W\le48$ باشد و تنها گزینهٔ (۲) بین این دو مقدار است.

B ۵۰۰ ۲

به دو شکل رسم شده خوب دقت کنید. هرچه طناب بلندتر باشد، هنگام کشیدن جسم، زاویهٔ بین نیرو و امتداد جابه‌جایی کوچک‌تر می‌شود. هرچه زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی کوچک‌تر، کسینوس آن بزرگ‌تر می‌شود و با توجه به تعریف کار $W=Fd\cos\theta$ ، کار انجام شده توسط F بزرگ‌تر می‌شود.

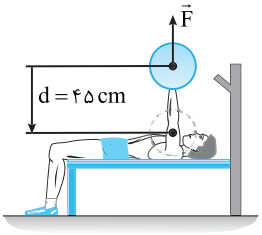


البته دقت کنید اگر نیروی F را در دو حالت تجزیه کنید، مؤلفهٔ افقی در حالت دوم بزرگ‌تر خواهد بود.



A ۵۰۱ ۲

خط فکری با توجه به تعریف کار نیروی ثابت $W=Fd\cos\theta$ و با توجه به شکل هنگام پایین آمدن وزنه، نیروی شخص وارد بر وزنه رو به بالا و جابه‌جایی رو به پایین است (θ=۱۸۰°) و کار نیروی شخص منفی است اما نیروی وزن رو به پایین بوده و زاویهٔ بین نیروی وزن و جابه‌جایی θ=۰ است بنابراین کار نیروی وزن مثبت است.



ورزشکار وزنه را یکنواخت پایین آورده یعنی نیروی خالص وارد بر وزنه صفر است و نیروی وزن وزنه با نیروی شخص هم‌اندازه است (F=W). با توجه به این مطالب می‌توانید کار نیروی وزن و کار نیروی شخص را حساب کنید.

کار نیروی وزن برابر است با:

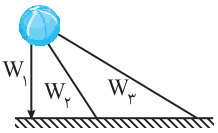
$$W=Fd\cos\theta\Rightarrow W_W=mgd\cos0^\circ\Rightarrow W_W=60\times10\times0/45\Rightarrow W=270J$$

کار نیروی شخص را حساب می‌کنیم. البته می‌دانیم که اندازهٔ F و W یکی است. یعنی بنابراین: F=mg=۲۷۰N

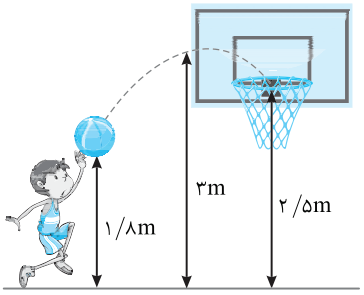
$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=600\times0/45\times(-1)=-270J$$

A ۴ ۵۰۲

خط فکری مهم‌ترین مطلب دربارهٔ کار نیروی وزن این است که کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم دو نقطهٔ ابتدایی و انتهایی مسیر بستگی دارد $(W_1=W_2=W_3)$. اگر جسم بالا برود، کار نیروی وزن منفی است و اگر جسم پایین بیاید، کار نیروی وزن مثبت است. بنابراین در حل این مسأله باید ارتفاع نقطهٔ پرتاب تا حلقه را حساب کنیم.



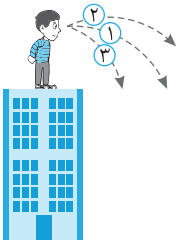
با توجه به شکل ارتفاع حلقه از نقطهٔ پرتاب برابر است با: $h=۲/۵-۱/۸=۰/۷m$



کار نیروی وزن منفی است زیرا ارتفاع توپ تا رسیدن به حلقه زیاد شده است، بنابراین خواهیم داشت: $W_W=-mgh\Rightarrow W_W=-۱\times۱۰\times۰/۷\Rightarrow W_W=-۷J$

A ۱ ۵۰۳

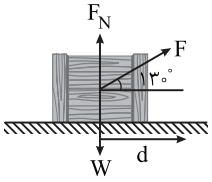
یادآوری کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و برابر $W_W=\pm mgh$ است. علامت مثبت برای وقتی است که جسم پایین می‌آید و علامت منفی برای وقتی است که جسم بالا می‌رود و منظور از h فاصلهٔ قائم بین نقطهٔ ابتدایی و انتهایی مسیر است.



سه توپ دارای جرم یکسان بوده و از یک نقطه پرتاب شده‌اند، بنابراین برای هر سه توپ کار نیروی وزن $W_W=mgh$ خواهد بود و $W_1=W_2=W_3$ است.

A ۴ ۵۰۴

خط فکری هرگاه بردار نیرو بر بردار جابه‌جایی جسم عمود باشد، کار نیرو صفر است. بنابراین باید بررسی کنید که در جابه‌جایی این جسم کدام نیروها بر مسیر حرکت عمود هستند. در جابه‌جایی روی سطح افقی، نیروی وزن بر مسیر حرکت عمود است و کار نیروی وزن صفر است.

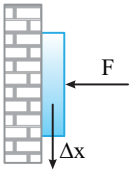


$\theta=۹۰^\circ\Rightarrow\cos\theta=۰\Rightarrow W_W=۰$

به شکل نگاه کنید. نیروی عمودی سطح (F_N) نیز بر مسیر عمود است، بنابراین کار آن نیز صفر است.

A ۲ ۵۰۵

جابه‌جایی جسم در مدت ۵s برابر است با:



$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\Delta x=۴\times۵=۲۰m$

نیروی F بر جابه‌جایی عمود است. پس: $W_F=۰$

کار نیروی وزن برابر است با:

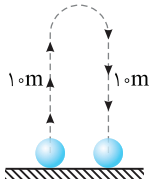
$W_g=mg\Delta x=۲\times۲۰=۴۰۰J$

B ۲ ۵۰۶

کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و برابر است با:

$W_{mg}=mgh=۲\times۱۰\times۱۰\Rightarrow W_{mg}=۲۰۰J$

B ۲ ۵۰۷

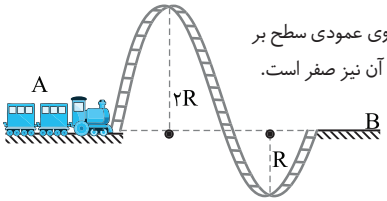


دقت کنید کار در کل مسیر یعنی جسم به محل اول خود بازگردد. کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم نقطهٔ ابتدایی و انتهایی بستگی دارد که در این مسأله فاصلهٔ نقطهٔ ابتدایی و انتهایی از هم صفر است، بنابراین کار نیروی وزن صفر خواهد بود. $(W_W=۰)$. اما کار نیروی مقاومت هوا به مسیر بستگی دارد و برای به‌دست آوردن کار نیروی مقاومت هوا در کل مسیر باید نیروی مقاومت هوا را در مسافتی که گلوله طی کرده $(۱۰+۱۰=۲۰m)$ ضرب کرد البته نیروی مقاومت هوا همواره در خلاف جهت حرکت گلوله است و کار آن منفی است.

$W_F=-۲\times۲۰=-۴۰J$

A ۳ ۵۰۸

به مسیر نگاه کنید، در طول مسیر ترن از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود و ارتفاع قائم B نسبت A صفر است، بنابراین کار نیروی وزن صفر است. $W_W=mgh\xrightarrow{h=۰}W_W=۰$

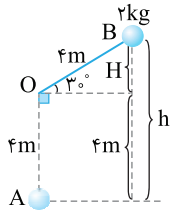


در طول مسیر حرکت ترن، نیروی عمودی سطح بر مسیر حرکت عمود است و کار آن نیز صفر است.

$W_{F_W}=F_N d\cos۹۰^\circ$

$\Rightarrow W_{F_N}=۰$

B ۱ ۵۰۹



خط فکری باید ارتفاع نقطهٔ ابتدایی و انتهایی را به‌دست بیاورید. جسم به پایین آمده و کار نیروی وزن مثبت است، بنابراین باید به سراغ ریاضی برویم.

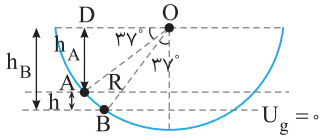
به شکل نگاه کنید. ابتدا ارتفاع BH را در مثلث OBH به کمک سینوس زاویهٔ ۳۰° به‌دست می‌آوریم.

$\sin۳۰^\circ=\frac{BH}{OB}\Rightarrow BH=OB\sin۳۰^\circ\Rightarrow BH=۴\times\frac{۱}{۲}=۲m$

ارتفاع h خواهد شد: $h=۴+۲=۶m$

کار نیروی وزن خواهد شد: $W_W=mgh=۲\times۱۰\times۶=۱۲۰J$

B ۱ ۵۱۰



به دقت به شکل نگاه کنید. ابتدا به کمک مثلثات h_A و h_B را که روی شکل مشخص کرده‌ایم، به‌دست می‌آوریم.

$\sin۳۷^\circ=\frac{h_A}{OA}\xrightarrow{OA=R}h_A=R\sin۳۷^\circ\Rightarrow h_A=\frac{۷۰}{۲}\times۰/۶=۲۱cm$

$\sin۵۳^\circ=\frac{h_B}{OB}\xrightarrow{OB=R}h_B=R\sin۵۳^\circ\Rightarrow h_A=\frac{۷۰}{۲}\times۰/۸=۲۸cm$

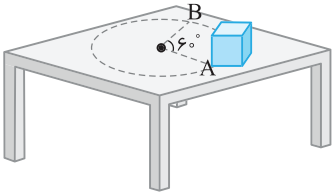
اکنون مقدار جابه‌جایی m را در راستای قائم از A تا B حساب می‌کنیم.

$h=h_B-h_A\Rightarrow h=۲۸-۲۱\Rightarrow h=۷cm$

کار نیروی وزن خواهد شد: $W_g=mgh=۰/۱\times۱۰\times۰/۰۷m=۰/۰۷J$

B ۲ ۵۱۱

خط فکری کار نیروی اصطکاک به مسیر حرکت و مسافت طی شده جسم بستگی دارد و در حرکت این جعبه، کار نیروی اصطکاک منفی است، بنابراین مسافت طی شده روی محیط دایره را حساب کنید و کار نیروی اصطکاک را در این مسافت به‌دست آورید.



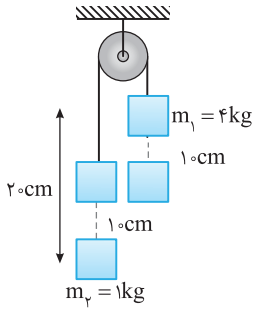
طول مسیر حرکت از A تا B برابر $\frac{۳۶۰}{۶۰}=\frac{۱}{۶}$ محیط دایره است.

$$L=\frac{۱}{۶}(۲\pi r)\Rightarrow L=\frac{۱}{۶}(۲\pi\times ۰/۴۵)=\frac{۱۵}{۱۰۰}\pi$$

کار نیروی اصطکاک خواهد شد: $W_F=-۲\times\frac{۱۵}{۱۰۰}\pi=-۰/۳\pi J$

۴ ۵۱۲ C

خط فکری وقتی وزنه‌ها را رها می‌کنید، وزنهٔ ۴kg پایین می‌آید و وزنهٔ ۱kg بالا می‌رود و وقتی از کنار هم می‌گذرند وزنه ۴kg، ۱۰cm پایین می‌آید و وزنه ۱kg، ۱۰cm بالا می‌رود. کار نیروی وزن وزنهٔ ۴kg مثبت و کار نیروی وزن وزنهٔ ۱kg منفی است. زیرا وزنهٔ ۴kg پایین می‌آید و وزنهٔ ۱kg بالا می‌رود، بنابراین کار نیروی وزن را برای هر وزنه حساب کنید و با هم جمع کنید.



کار نیروی وزن وارد بر وزنه ۴kg برابر است با: $W_۱=+m_۱gh=۴\times۱۰\times۰/۱=۴J$

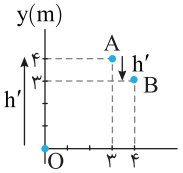
کار نیروی وزن وارد بر وزنهٔ ۱kg برابر است با: $W_۲=-m_۲gh=-۱\times۱۰\times۰/۱=-۱J$

کار نیروی وزن وارد بر مجموعه خواهد شد: $W_W=۴+(-۱)=۳J$

۲ ۵۱۳ B

خط فکری برای یافتن کار نیروی وزن بین دو نقطه، باید ارتفاع قائم این دو نقطه از یکدیگر را پیدا کنید و کار نیروی وزن $(W=\pm mgh)$ را به‌دست بیاورید.

با پرتاب توپ از مبدأ $O(۰,۰)$ وقتی توپ از نقطهٔ $A(۳,۴)$ می‌گذرد، در امتداد قائم ۴ متر بالا رفته است و کار نیروی وزن در جابه‌جایی OA منفی و برابر است با:



$$W=-mgh\xrightarrow{m=۰/۵kg}W_{W_{O\to A}}=-۰/۵\times۱۰\times۴$$
حرکت رو به بالا

$$\Rightarrow W_W=-۲۰J$$

در جابه‌جایی از A تا B جسم در امتداد محور قائم از ۴m به ۳m می‌رود یعنی به‌اندازهٔ $h'=۱m$ پایین می‌آید در این صورت کار نیروی وزن مثبت و برابر است با:

$$W=+mgh'\Rightarrow W_{W_{A\to B}}=۰/۵\times۱۰\times۱\Rightarrow W_{W_{A\to B}}=+۵J$$
حرکت رو به پایین

۲ ۵۱۴ B

کار مؤلفهٔ $F_y=۳۰N$ که بر مسیر عمود است صفر است و نیروی $F_x=۴۰N$ که در جهت حرکت است، کار انجام می‌دهد. بنابراین: $W=F_xd\Rightarrow W=۴۰\times۱۰=۴۰۰J$

بازی با سؤال نیروی $\vec{F}=(۳۰N)\vec{i}+(۴۰N)\vec{j}$ به جسمی به جرم ۵kg وارد می‌شود و آن را روی سطح افقی به‌اندازهٔ $\Delta\vec{x}=(۶m)\vec{i}$ جابه‌جا می‌کند. کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی چند ژول است؟

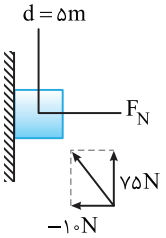
۱) ۱۸۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۴۲۰

خارج ریاضی - ۹۳

گزینهٔ ۱

۱ ۵۱۵ B

بردار جابه‌جایی با توجه به داده‌های مسأله برابر است با: $\vec{d}=۵\vec{j}$



مؤلفهٔ افقی نیرو $F_x=-۱۰N$ بر مسیر حرکت عمود است و کار آن صفر است، بنابراین کار نیروی F برابر کار مؤلفهٔ قائم آن $F_y=۱۵N$ در جابه‌جایی ۵ متر است.

$$W_F=F_yd_y=۱۵\times۵=۷۵J$$

اما کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر حرکت عمود است در این جابه‌جایی صفر است.

۳ ۵۱۶ B

برای به‌دست آوردن جابه‌جایی در امتداد محور y از کار نیروی $F_۳$ استفاده می‌کنیم.

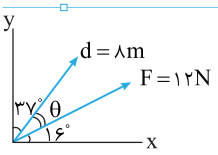
$$W_۳=F_۳d_y\Rightarrow ۲۰=۴d_y\Rightarrow d_y=۵m$$

به کمک کار نیروی $F_۲$ جابه‌جایی در امتداد محور x را به‌دست می‌آوریم.

$$W_۲=F_۲d_x\Rightarrow ۳۰=۳d_x\Rightarrow d_x=۱۰m$$

کار نیروی $\vec{F}_۱=۱۰N\vec{i}$ خواهد شد: $W_۱=F_۱d_x=۱۰\times۱۰=۱۰۰J$

۱ ۵۱۷ B



به دقت به شکل نگاه کنید، زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی برابر است با:

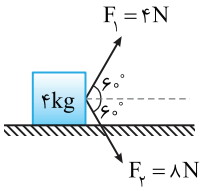
$$\theta=۹۰-(۳۷+۱۶)\Rightarrow\theta=۳۷^\circ$$

بنابراین کار نیروی F در این جابه‌جایی خواهد شد:

$$W=Fd\cos\theta\Rightarrow W=۱۲\times۸\times\cos۳۷^\circ=۱۲\times۸\times۰/۸=۷۶/۸J$$

۱ ۵۱۸ B

خط فکری کار تک‌تک نیروها را باید حساب کرده و با هم جمع کنیم. کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر حرکت عمودند، در این جابه‌جایی صفر است، بنابراین شما کافی است کار نیروی $F_۱$ و کار نیروی $F_۲$ را حساب کرده و با هم جمع کنید.



کار نیروی $F_۱$ برابر است با:

$$W_{F_۱}=F_۱d\cos\theta_۱\Rightarrow W_{F_۱}=۴\times۴\times\cos۶۰^\circ\xrightarrow{\cos۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}}W_{F_۱}=۸J$$

کار نیروی $F_۲$ خواهد شد: $W_{F_۲}=F_۲d\cos\theta_۲\Rightarrow W_{F_۲}=۸\times۴\times\cos۶۰^\circ=۱۶J$

کار کل برابر خواهد شد با: $W_t=۸+۱۶=۲۴J$

۴ ۵۱۹ C

خط فکری کار نیروی F در امتداد محور xها برابر F_xd_x و در امتداد محور yها برابر F_yd_y است، بنابراین شما باید جابه‌جایی روی هریک از محورها را حساب کنید سپس کار در راستای هر محور را به‌دست آورده و با هم برابر قرار دهید.

جابه‌جایی روی محور xها برابر است با: $d_x=B_x-A_x=a-(-۴)=a+۴$

کار در امتداد محور xها خواهد شد: $W_x=F_xd_x\Rightarrow W_x=-۱۲\times(a+۴)$ (۱)

جابه‌جایی روی محور yها برابر است با: $d_y=B_y-A_y=۲a-(-۶)=۲a+۶$

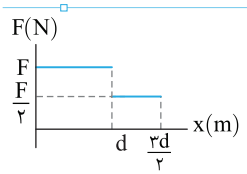
کار در امتداد محور yها خواهد شد: $W_y=F_yd_y\Rightarrow W_y=۸(۲a+۶)$ (۲)

اکنون با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$W_x=W_y\Rightarrow-۱۲(a+۴)=۸(۲a+۶)\Rightarrow-۳(a+۴)=۲(۲a+۶)$$

$$\Rightarrow-۳a-۱۲=۴a+۱۲\Rightarrow-۷a=۲۴\Rightarrow a=-\frac{۲۴}{۷}$$

۲ ۵۲۰ B



ابتدا کار در جابه‌جایی صفر تا d و سپس در جابه‌جایی d تا $\frac{۳d}{۲}$ را حساب کرده مجموع آن‌ها را برابر ۲۰J قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases}W_{۰\to d}=Fd\\ W_{d\to\frac{۳d}{۲}}=(\frac{F}{۲})\times(\frac{d}{۲})\end{cases}\xrightarrow{W=W_{۰\to d}+W_{d\to\frac{۳d}{۲}}}W=Fd+\frac{Fd}{۴}$$

$$\xrightarrow{W=۲۰J}\frac{۵Fd}{۴}=۲۰\Rightarrow Fd=۱۶$$

اکنون به سراغ کار در جابه‌جایی صفر تا $\frac{d}{۲}$ می‌رویم. در این جابه‌جایی نیروی وارد بر جسم F است.

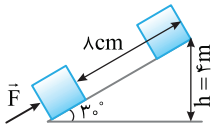
$$W_{۰\to\frac{d}{۲}}=F\times\frac{d}{۲}\xrightarrow{Fd=۱۶}W_{۰\to\frac{d}{۲}}=\frac{۱۶}{۲}=۸J$$

۵۲۱ B ۳

نیروی $F_۱$ با راستای جابه‌جایی زاویه θ می‌سازد و کار آن $W_۱=F_۱d\cos\theta$ است، نیروی $F_۲$ هم‌راستای جابه‌جایی است $(\cos\theta=۱)$ پس $W_۲=F_۲d$ و نیروی $F_۳$ عمود بر راستای جابه‌جایی $(\cos\theta=۰)$ و کار حاصل از آن $W_۳=۰$ است. برای مقایسه $W_۱$ و $W_۲$ دقت کنید که $\cos\theta$ در شکل (۱) از یک کمتر است و حاصل $F_۱d\cos\theta$ کوچک‌تر از $F_۲d$ می‌شود بنابراین $W_۱<W_۲$ خواهد بود.

۵۲۲ B ۳

کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و برابر $W_W=\pm mgh$ است که در آن h فاصلهٔ قائم بین دو نقطهٔ ابتدایی و انتهایی است بنابراین ابتدا ارتفاعی که جسم بالا می‌رود را حساب می‌کنیم.

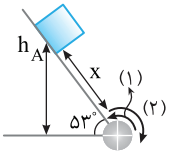


طول ضلع مقابل به زاویهٔ ۳۰° برابر نصف وتر است یعنی $h=\frac{۸}{۲}=۴m$ است از این‌رو کار نیروی وزن خواهد شد:

$$W_W=mgh\xrightarrow{m=۰/۱۵kg}W_W=۰/۱۵\times۹/۸\times۴\Rightarrow W_W=۵/۸۸J$$

۵۲۳ B ۳

خط فکری دقت کنید کار نیروی وزن کاهش یافته است بنابراین در تنظیم جدید باید فاصلهٔ نقطهٔ A از سطح زمین کم شده باشد، زیرا هرچه جسم از ارتفاع کمتری رها شود کار نیروی وزن کوچک‌تر خواهد شد، بنابراین باید سطح شیبدار را در سوی (۱) بچرخانیم اما حل مسأله چگونه است، کافی است در دو حالت کار نیروی وزن را حساب کنیم.



حالت اول: ابتدا ارتفاع A را به‌دست می‌آوریم.

$$\sin۵۳^\circ=\frac{h_A}{x}\Rightarrow h_A=x\sin۵۳^\circ\Rightarrow h_A=۰/۸x$$

کار نیروی وزن خواهد شد: $W_W=+mgh_A\Rightarrow W_W=mg(۰/۸x)\quad(۱)$

کار نیروی وزن در **حالت دوم**: $W'_W=mgh'_A\quad(۲)$

با توجه به فرض مسأله کار نیروی وزن ۳۷/۵ درصد کاهش یافته است یعنی:

$$W'_W=W_W-\frac{۳۷/۵}{۱۰۰}W_W\Rightarrow W'_W=\frac{۶۲/۵}{۱۰۰}W_W$$

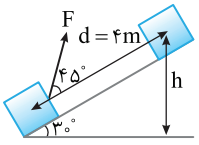
$$mgh'_A=\frac{۶۲/۵}{۱۰۰}(mg)(۰/۸x)\Rightarrow h'_A=\frac{x}{۲}\xrightarrow{h'_A=x\sin\alpha'}\sin\alpha'=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow\alpha'=۳۰^\circ$$

بنابراین زاویه از ۵۳° باید به ۳۰° تغییر کند یعنی سطح شیبدار به‌اندازهٔ ۲۳° پادساعتگرد و در سوی (۱) بچرخد.

۵۲۴ B ۲

ابتدا باید جابه‌جایی جسم روی سطح شیبدار را به کمک زاویهٔ ۳۰° حساب کنیم.



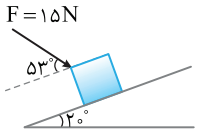
$$\sin۳۰^\circ=\frac{h}{d}\Rightarrow d=\frac{h}{\sin۳۰^\circ}$$

$$\Rightarrow d=\frac{۲}{\frac{۱}{۲}}=۴m$$

زاویهٔ بین نیرو F و جابه‌جایی ۴۵° است و کار نیروی F خواهد شد:

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=۱۵\times۴\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۳۰\sqrt{۲}J$$

بازی با سؤال جسمی را از پایین سطح شیبداری مطابق شکل با نیروی F=۱۵N بالا می‌بریم. در بازه‌ای که جسم ۲ متر جابه‌جا می‌شود، کار نیروی F چند ژول است؟

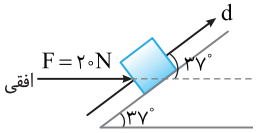


۱) ۱۸ ۲) ۱/۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

گزینهٔ ۱

۵۲۵ B ۱

به شکل دقت کنید. با توجه به قضیهٔ خطوط موازی و مورب زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی $\theta=۳۷^\circ$ است، بنابراین کار نیروی F در جابه‌جایی ۴ متر روی سطح برابر است با:



$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=۲۰\times۴\times\cos۳۷^\circ\Rightarrow W_F=۲۰\times۴\times۰/۸=۶۴J$$

۵۲۶ A ۴

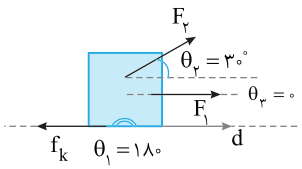
کار کل برابر کار تک‌تک نیروهای وارد بر جعبه است:

کار نیروی اصطکاک $=f_kd\cos\theta_۱=۳۰\times۱۰\times\cos۱۸۰=-۳۰۰J$

کار نیروی $F_۱=F_۱d\cos\theta_۲=۱۵۰\times۱۰\times\cos۳۰=۷۵۰\sqrt{۳}=۱۲۷۵J$

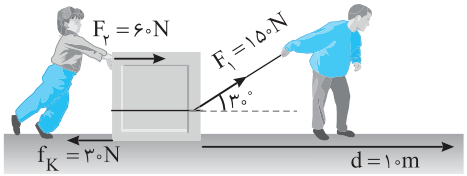
کار نیروی $F_۲=F_۲d\cos\theta_۳=۶۰\times۱۰\times\cos۰=۶۰۰J$

$$\Rightarrow W_t=-۳۰۰+۶۰۰+۱۲۷۵=۱۵۷۵J$$



بازی با سؤال شکل زیر پدر و پسری را در حال جابه‌جا کردن یک جعبهٔ سنگین روی سطحی هموار نشان می‌دهد. نیروی $F_۱$ را پدر و نیروی $F_۲$ را پسر به جسم وارد می‌کنند و f_k نیز نیروی اصطکاک جنبشی است. کار کل چند ژول است؟ $(\sqrt{۳}=۱/۷)$

از کتاب درسی

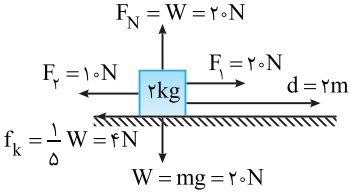


۱) ۲۱۷۵ ۲) ۱۵۷۵ ۳) ۱۲۴۵ ۴) ۸۷۵

گزینهٔ ۲

۵۲۷ A ۴

کار تک‌تک نیروها را به‌دست می‌آوریم و سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم تا کار کُل به‌دست آید.



۱ کار نیروی وزن (W) و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) که بر مسیر عمود هستند صفر است.

۲ کار نیروی $F_۱$ را حساب می‌کنیم.

$$W_F=Fd\cos\theta\xrightarrow[\theta=۰]{F_۱=۲۰N}W_{F_۱}=۲۰\times۲\times\cos۰=۴۰J$$

۳ کار نیروی $F_۲$ برابر است با:

$$W_{F_۲}=F_۲\,d\cos\theta_۲=۱۰\times۲\times\cos۱۸۰^\circ\Rightarrow W_{F_۲}=-۲۰J$$

۴ نیروی اصطکاک جنبشی $\frac{۱}{۵}$ نیروی وزن است یعنی:

$$f_k=\frac{۱}{۵}W=\frac{۱}{۵}\times۲\times۱۰\Rightarrow f_k=۴N$$

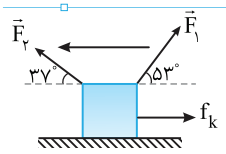
کار نیروی اصطکاک برابر است با:

$$W_{f_k}=f_k d\cos۱۸۰^\circ\Rightarrow W_{f_k}=۴\times۲\times(-۱)=-۸J$$

۵ کار کل خواهد شد:

$$W_t=W_{F_۱}+W_{F_۲}+W_W+W_{f_k}+W_{F_N}=۴۰+(-۲۰)+(-۸)\Rightarrow W_t=۱۲J$$

B ۵۲۸ ۴



کار کل برابر مجموع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم است. بنابراین:

$$W_t=W_{F_۱}+W_{F_۲}+W_{f_k}+W_{F_N}+W_W$$

کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) در این جابه‌جایی صفر است، زیرا بر مسیر عمودند. با توجه به فرض مسأله نیروی $F_۱$ خلاف جهت حرکت و منفی بوده $W_{F_۱}=-\frac{۱}{۲}W_t$ و نیروی $F_۲$ در جهت حرکت و مثبت است: $W_{F_۲}=۲W_t$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t=-\frac{۱}{۲}W_t+۲W_t+W_{f_k}\Rightarrow W_t=۱/۵W_t+W_{f_k}\Rightarrow W_{f_k}=-\frac{۱}{۲}W_t$$

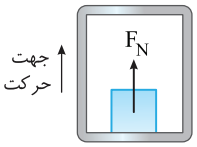
B ۵۲۹ ۱

کار کل مجموع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم است.

$$W_t=W_۱+W_۲+W_۳\Rightarrow ۵۰=۳۰+(-۷۰)+W_۳\Rightarrow W_۳=۹۰J$$

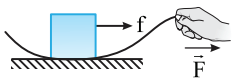
B ۵۳۰ ۴

تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



وقتی جسمی در یک آسانسور قرار دارد و آسانسور رو به بالا حرکت می‌کند، نیروی عمودی تکیه‌گاه کف آسانسور جسم را به بالا می‌برد و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر نخواهد بود.

نتیجه ☑ کار نیروی عمودی تکیه‌گاه می‌تواند صفر و یا غیرصفر باشد، بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.



اگر یک جسم را روی یک ورقه کاغذ قرار دهید و کاغذ را بر سطح صاف میزی بکشید، عامل حرکت جسم نیروی اصطکاک بین جسم و کاغذ است که این نیرو در جهت جابه‌جایی جسم است و کار نیروی اصطکاک در این حالت مثبت است.

نتیجه ☑ کار نیروی اصطکاک می‌تواند مثبت و یا منفی باشد، بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

مجموع جبری کار نیروهای وارد بر جسم با کار کل برابر است و گزینهٔ (۳) نیز نادرست است. $W_t=W_۱+W_۲$

اگر جسمی تحت تأثیر چند نیرو با سرعت ثابت در حرکت باشد، مجموع جبری کار نیروهای وارد بر آن صفر است. به‌طور مثال اگر شما وزنهٔ ۲kg را با سرعت ثابت تا ارتفاع یک متری بالا ببرید، بر وزنه دو نیرو وارد می‌شود. یکی نیروی وزن $W=mg=۲۰N$ دیگری نیروی دست شما که با نیروی وزن برابر است $(F=۲۰N)$ زیرا جسم دارای سرعت ثابت است.

در این حالت کار نیروی وزن برابر است با: $W_W=-mgh\Rightarrow W_W=-۲۰J$

و کار نیروی شما نیز خواهد شد: $W_F=۲۰\times۱=+۲۰J$

و مجموع جبری کار نیروها صفر می‌شود.

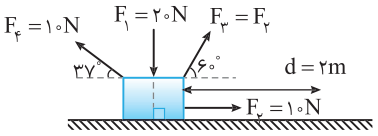
نتیجه ☑ هرگاه جسم با سرعت ثابت در حرکت باشد، مجموع جبری کار تک‌تک نیروها صفر می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

B ۵۳۱ ۳

کار یک نیروی ثابت از رابطهٔ $W=Fd\cos\theta$ به‌دست می‌آید که θ زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی می‌باشد. کار نیروی $F_۲$ و $F_۳$ را حساب می‌کنیم.

$$W_{F_۲}=F_۲\,d\cos\theta\xrightarrow{\theta=۰}W_{F_۲}=۲۰J$$

$$W_{F_۳}=F_۳ d\cos\theta\xrightarrow{\theta=۶۰^\circ}W_{F_۳}=۱۰J$$



کار نیروی $F_۳$، ۱۰J و نصف کار نیروی $F_۲$ $(۲۰J)$ است، بنابراین گزارهٔ (الف) درست است. نیروی $F_۱$ بر مسیر حرکت عمود است پس $\theta=۹۰^\circ$ و $\cos۹۰^\circ=۰$ می‌شود، پس کار نیروی $F_۱$ صفر است $(W_{F_۱}=۰)$ و گزارهٔ (ب) درست است. کار نیروی $F_۴$ را به‌دست می‌آوریم:

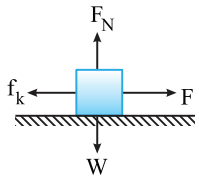
$$W_{F_۴}=۱۰\times۲\times\cos۱۴۳^\circ\Rightarrow W_{F_۴}=۱۰\times۲\times\cos(۱۸۰^\circ-۳۷^\circ)=-۱۶J$$

کار کل برابر مجموع کار تک تک نیروهاست، از این‌رو:

$$W_t=W_{F_۱}+W_{F_۲}+W_{F_۳}+W_{F_۴}=۰+۲۰+۱۰-۱۶=۱۴J$$

کار کل برابر ۱۴J است و گزارهٔ (پ) نادرست است. بنابراین پاسخ گزینهٔ (۳) است.

B ۵۳۲ ۳



خط فکری قبل از حل این مسأله به شکل زیر دقت کنید و سپس کار کل را در این مسأله بررسی می‌کنیم:

$$W_t=W_W+W_{F_N}+W_F+W_{f_k}$$

کار نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه بر مسیر حرکت عمود هستند و اندازهٔ آن‌ها در این جابه‌جایی صفر است، بنابراین خواهیم داشت:

$$W_t=W_F+W_{f_k}\Rightarrow W_t=Fd\cos۰+f_k d\cos۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow W_t=Fd-f_k d=\underbrace{(F-f_k)}_{F_{net}}d$$

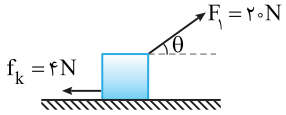
اما $F-f_k$ نیروی خالص وارد بر این جسم است، بنابراین کار کل برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است. $W_t=W_{F_{net}}$

اکنون مسیر حل مسأله مشخص است.

کار نیروی برایند یعنی کار کل ۳۰J است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t=W_{F_N}+W_W+W_{F_۱}+W_{f_k}\Rightarrow W_t=F_۱d\cos\theta+f_k d\cos۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۳۰=۲۰\times۵\times\cos\theta+۴\times۵\times(-۱)\Rightarrow\cos\theta=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\theta=۶۰^\circ$$



C ۵۳۳ ۱

نکته هرگاه یک جسم تحت تأثیر چند نیروی ثابت از حال سکون به حرکت درآید، جسم در جهت نیروی برایند (خالص) حرکت خواهد کرد و زاویهٔ بین نیروی برایند و جهت حرکت جسم صفر است $(\theta=۰)$.

خط فکری مجموع جبری کار نیروهای وارد بر جسم برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است، بنابراین شما ابتدا باید نیروی خالص را حساب کنید سپس اندازهٔ این نیرو را به‌دست آورید و در آخر کار این نیرو را در جابه‌جایی ۵m حساب کنید.

۱ ابتدا نیروی خالص را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_t=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3\Rightarrow\vec{F}_t=(2\vec{i}-5\vec{j})+(3\vec{i}+6\vec{j})+(-\vec{i}+2\vec{j})$$

$$\Rightarrow\vec{F}_t=4\vec{i}+3\vec{j}\Rightarrow|\vec{F}_t|=\sqrt{4^2+3^2}=5N$$

۲ مجموع جبری کار تک‌تک نیروها برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است از این‌رو:

$$W_t=W_{F_t}=F_t d\Rightarrow W_t=5\times5=25J$$

B ۵۳۴ ۱

خط فکری در روز سرد، با مالیدن دست‌های خود به هم، دستان خود را گرم می‌کنیم یعنی کار نیروی اصطکاک بین دستان شما به گرما تبدیل می‌شود. بنابراین هرگاه در حرکت جسم روی یک سطح، گرمای تولید شده از شما خواسته شود شما باید به سراغ کار نیروی اصطکاک بروید.

۱ ابتدا جابه‌جایی جسم در مدت یک دقیقه $(60s)$ را حساب می‌کنیم.

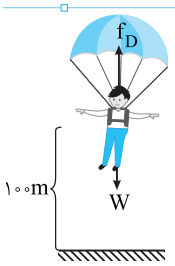
$$d=\text{زمان}\times\text{تندی}\Rightarrow d=3\times60=180m$$

۲ کار نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$W_f=f_k d\cos180^\circ\Rightarrow W_f=-2\times180=-360J$$

۳ بنابراین گرمای تولید شده در این مدت $360J$ بوده است.

B ۵۳۵ ۳



تندی جسم ثابت است بنابراین نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. یعنی نیروی مقاومت هوا برابر نیروی وزن جسم است.

$$F_{net}=0\Rightarrow f_D=W\Rightarrow f_D=mg$$

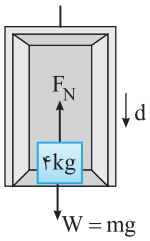
$$\Rightarrow f_D=80\times10=800N$$

جابه‌جایی رو به پایین و نیروی مقاومت هوا رو به بالاست و زاویهٔ $\theta=180^\circ$ می‌شود از این‌رو کار نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow{\cos180^\circ=-1}W_f=800\times100\times(-1)=-80000J$$

$$W_f=-80kJ$$

B ۵۳۶ ۲



۱ باید جابه‌جایی آسانسور را در مدت $4s$ حساب کنیم.

$$d=vt\Rightarrow d=2\times4=8m$$

۲ چون جابه‌جایی رو به پایین است کار نیروی وزن مثبت و برابر است با:

$$W_W=+mgh\Rightarrow W_W=4\times10\times8\Rightarrow W_W=320J$$

۳ جعبه با تندی ثابت رو به پایین در حرکت است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است. به جعبه دو نیروی وزن و نیرو عمودی تکیه‌گاه وارد می‌شود بنابراین خواهیم داشت:

$$F_{net}=0\Rightarrow F_N=W\Rightarrow F_N=4\times10=40N$$

۴ کار نیروی عمودی سطح خواهد شد:

$$W_{F_N}=F_N d\cos\theta\xrightarrow[\cos\theta=-1]{\theta=180^\circ}W_{F_N}=40\times8\times(-1)\Rightarrow W_{F_N}=-320J$$

میانبر چون تندی ثابت است، کار کل صفر است و وقتی کار وزن $+320J$ است قطعاً کار نیروی عمودی سطح $-320J$ است.

B ۵۳۷ ۲

خط فکری

اگر به یک جسم چند نیرو اثر کند

- جسم ساکن بماند: $W_{F_{کل}}=0$
- جسم با تندی ثابت شروع به حرکت کند: $W_{F_{کل}}=0$
- جسم با شتاب ثابت شروع به حرکت کند:

$$\begin{cases}F_{کل}=ma\\W_{F_{کل}}=F_{کل}d\cos\theta=mad\cos\theta\end{cases}$$

۱ نیروی خالص وارد بر جسم را به کمک قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم.

$$F_{net}=ma\xrightarrow[a=0/6m/s^2]{m=72+18=90kg}F_{net}=90\times0/6\Rightarrow F_{net}=54N$$

۲ کار کل وارد بر مجموعه برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است.

$$W_t=W_{F_{net}}=F_{net}\times d\Rightarrow W_t=54\times2/5\Rightarrow W_t=135J$$

B ۵۳۸ ۱

خط فکری نیروی شناوری همواره رو به بالاست. پس بر مسیر حرکت قایق بر سطح آب عمود است و **کار آن صفر است**. اما کار کل برابر کار نیروی برایند است، بنابراین شما ابتدا باید نیروی برایند را به‌دست آورید، سپس کار کل را حساب کنید.

۱ نیروی خالص وارد بر قایق بنا به قانون دوم نیوتون برابر است با:

$$F=ma\Rightarrow F=100\times2\Rightarrow F=200N$$

۲ کار کل خواهد شد:

$$W_t=W_{F_{net}}=F_{net}d\Rightarrow W_t=200\times10=2000J=2kJ$$

B ۵۳۹ ۱

خط فکری این مسأله ترکیب مبحث کار با دینامیک نیروهاست و شما ابتدا باید نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید سپس به کمک قانون دوم نیوتون نیروی F را حساب کنید. دقت کنید که جسم از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت کرده است یعنی نیروی وزن از نیروی F بزرگ‌تر است. حال به سراغ حل مسأله برود.

۱ نیروها را رسم می‌کنیم و برایند نیروها را بنا به قانون دوم نیوتون مساوی ma قرار می‌دهیم.

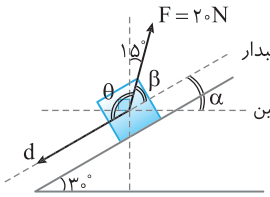
$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-F=ma$$

$$\xrightarrow{m=4kg}40-F=4\times2\Rightarrow F=32N$$

۲ کار نیروی F را حساب می‌کنیم البته F رو به بالا و جابه‌جایی رو به پایین است بنابراین زاویهٔ بین F و d، 180° خواهد بود بنابراین:

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=32\times5\times\cos180^\circ=-160J$$

C ۵۴۰ ۴



۱ از محل جسم خطی موازی سطح زمین و خطی موازی سطح شیبدار رسم کنید. بنا به خطوط موازی - مورب زاویهٔ بین این دو خط موازی سطح شیبدار موازی سطح زمین $\alpha=30^\circ$ خواهد بود.

۲ به شکل خوب نگاه کنید. زاویهٔ β یعنی زاویهٔ بین نیرو و امتداد حرکت برابر است با:

$$15+\beta+\alpha=90\Rightarrow15+\beta+30=90\Rightarrow\beta=45^\circ$$ زاویهٔ بین نیرو و امتداد حرکت:

۳ زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی برابر است با:

$$\theta=180-\beta=180-45$$

۴ جابه‌جایی جسم با تندی $4m/s$ در مدت یک ثانیه خواهد شد:

$$d=vt\Rightarrow d=4\times1=4m$$

۵ کار نیروی F خواهد بود:

$$W_F=Fd\cos\theta$$

$$\Rightarrow W_F=20\times4\times\underbrace{\cos(180-45)}_{-\cos45}\Rightarrow W_F=80\times\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)\Rightarrow W_F=-40\sqrt{2}J$$

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

C ۵۴۱ ۱

یادآوری همواره نیرویی که در راستای حرکت است کار انجام می‌دهد و اگر نیرو عمود بر مسیر حرکت باشد، کار آن صفر است.

مؤلفهٔ افقی نیرو (F_x) که بر راستای محور y عمود است، در امتداد محور yها کارش صفر است و در امتداد محور xها، کارش برابر است با: $W_x=F_x x$

مؤلفهٔ قائم نیرو (F_y) که بر راستای محور x عمود است، در امتداد محور xها کارش صفر است و در راستای محور yها، کارش برابر است با: $W_y=F_y y$

بنابراین کار نیروی F در این مسیر خواهد شد:

$$W=W_x+W_y\Rightarrow W=F_x x+F_y y\Rightarrow W=(2\times3)+[(-5)\times(-1)]=11J$$

بازی با سؤال در صفحهٔ xoy بر جسمی که بردار جابه‌جایی آن به صورت $\vec{d}=5\vec{i}+4\vec{j}$ است، نیروی $\vec{F}=\alpha\vec{i}+5\vec{j}$ وارد شده است. اگر کار این نیرو در این جابه‌جایی، سه برابر کار آن در جابه‌جایی روی محور xها باشد، α کدام است؟ (تمامی واحدها در دستگاه اندازه‌گیری SI می‌باشند.)

گزینهٔ ۲

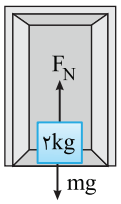
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

B ۴ ۵۴۲

خط فکری نیروهای وارد بر جسم (وزنه) را رسم می‌کنیم. نیروی برایند را بنا به قانون دوم نیوتون مساوی ma قرار می‌دهیم و به کمک آن نیروی عمودی تکیه‌گاه را حساب می‌کنیم تا بتوانیم کار نیروی عمودی تکیه‌گاه را به‌دست آوریم.

آسانسور با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ رو به بالا شروع به حرکت می‌کند، بنابراین نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم از نیروی وزن بزرگ‌تر است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net}=ma\Rightarrow F_N-mg=ma\Rightarrow F_N-۲\times۱۰=۲\times۲\Rightarrow F_N=۲۴N$$

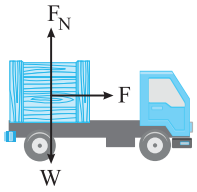


کار نیروی عمودی تکیه‌گاه در ۲۵ سانتی‌متر حرکت آسانسور برابر است با:

$$W_{F_N}=F_N d\cos\theta=۲۴\times\frac{۱}{۴}\times\cos۰=۶J$$

C ۱ ۵۴۳

خط فکری اولین سؤالی که باید از خود بکنید این است که «چه نیرویی باعث حرکت جعبه به همراه کامیون می‌شود؟» بله، پاسخ نیروی اصطکاک است که جعبه را حرکت می‌دهد و به جعبه شتاب می‌دهد. به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی اصطکاک وارد بر جعبه را بیابید و کار نیروی وارد بر جعبه را حساب کنید.



عامل حرکت جعبه نیروی اصطکاک بین جعبه و کامیون است که به جعبه شتاب $۲m/s^۲$ می‌دهد، بنابراین:

$$F=ma\Rightarrow F=۱\times۲=۲N$$

کار نیروی اصطکاک در جابه‌جایی 5m خواهد شد.

$$W_F=F\times d\times\cos۰\Rightarrow W_F=۲\times۵=۱۰N$$

C ۲ ۵۴۴

خط فکری جسم تحت تأثیر سه نیرو، دارای حرکت با سرعت ثابت است. یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. از طرفی هرگاه برایند سه نیرو (بردار) صفر شود، همواره برایند دو نیرو هم‌اندازهٔ نیروی سوم و در جهت خلاف آن است. با این دانسته‌ها باید به سراغ حل مسأله بروید.

در این مسأله سرعت جسم ثابت بوده است یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

$$\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=۰\Rightarrow(\vec{F}_۱+\vec{F}_۳)=-\vec{F}_۲$$

و اندازهٔ برایند $F_۱$ و $F_۳$ در این مسأله ۱۶N است.

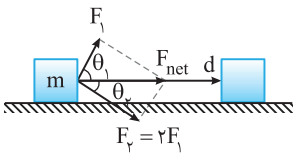
در ابتدا جسم در جهت نیروی $F_۲$ در حرکت است. پس از حذف نیروی $F_۲$، نیروی خالص $F_{۱۳}=۱۶N$ باقی می‌ماند که در خلاف جهت نیروی $F_۲$ بوده یعنی زاویهٔ بین نیروی $F_{۱۳}$ و جهت حرکت جسم ۱۸۰° است، بنابراین کار کل خواهد شد:

$$W_t=F_{۱۳}d\cos۱۸۰^\circ\Rightarrow W_t=-۱۶\times۱۰=-۱۶۰J$$

B ۲ ۵۴۵

خط فکری هرگاه جسمی از حال سکون تحت تأثیر دو یا چند نیروی ثابت شروع به حرکت کند، جسم در جهت نیروی خالص (برایند) به حرکت درمی‌آید. یعنی مطابق شکل جسم در جهت F_{net} جابه‌جا می‌شود. در حل این تست باید از مثلثات به نحو چشمگیری استفاده کنید.

۱ زاویهٔ بین نیروی $F_۱$ و جابه‌جایی را $\theta_۱$ و زاویهٔ بین نیروی $F_۲$ و جابه‌جایی را $\theta_۲$ می‌نامیم و می‌توانیم بنویسیم:



$$\tan\theta_۱=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

$$\Rightarrow\tan\theta_۱=\frac{F_۲}{F_۱}\quad(I)$$

۲ کار نیروی $F_۱$ و $F_۲$ در مسیر حرکت و جابه‌جایی d خواهد شد:

$$W=Fd\cos\theta\Rightarrow\begin{cases}W_۱=F_۱d\cos\theta_۱\\W_۲=F_۲\,d\cos\theta_۲\end{cases}\Rightarrow\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{F_۲}{F_۱}\times\frac{\cos\theta_۲}{\cos\theta_۱}\quad(II)$$

۳ مجدداً به سراغ مثلثات می‌رویم، دو نیرو بر هم عمود هستند بنابراین مجموع $\theta_۱$ و $\theta_۲$، ۹۰° است یعنی $\theta_۱$ و $\theta_۲$ متمم یکدیگرند و کسینوس هر زاویه با سینوس زاویهٔ دیگر برابر است.

$$\theta_۱+\theta_۲=۹۰^\circ\Rightarrow\sin\theta_۱=\cos\theta_۲$$

۴ به جای $\cos\theta_۲$ در رابطهٔ (II)، $\sin\theta_۱$ را قرار می‌دهیم.

$$\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{F_۲}{F_۱}\times\frac{\sin\theta_۱}{\cos\theta_۱}=\frac{F_۲}{F_۱}\times\tan\theta_۱$$

۵ از رابطهٔ (I) به جای $\tan\theta_۱$ قرار می‌دهیم:

$$\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{F_۲}{F_۱}\times\frac{F_۲}{F_۱}=\left(\frac{F_۲}{F_۱}\right)^۲\xrightarrow{F_۲=۲F_۱}\frac{W_۲}{W_۱}=\left(\frac{۲F_۱}{F_۱}\right)^۲=۴$$

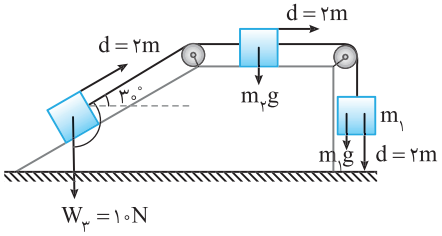
بازی با سؤال **بر جسم ساکنی که روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد، دو نیروی افقی عمود بر هم $|\vec{F}_۱|=۱۲N$ و $\vec{F}_۲$ وارد می‌شود. اگر در یک جابه‌جایی معین کار نیروی $\vec{F}_۱$، ۹ برابر کار نیروی $\vec{F}_۲$ باشد، بزرگی نیروی $\vec{F}_۲$ چند نیوتون است؟**

۱) ۳۶ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) ۴ ۴) ۶

گزینهٔ ۳

B ۴ ۵۴۶

خط فکری به شکل دقت کنید جابه‌جایی تمام این جسم‌ها یکسان است. کار نیروی وزن برای تک‌تک نیروها را حساب می‌کنیم. جسم‌های $m_۱$، $m_۲$ و $m_۳$ به‌وسیلهٔ طناب به هم متصل‌اند و زمانی که $m_۱$، ۲ متر پایین بیاید، $m_۲$، ۲ متر به سمت راست و $m_۳$ نیز ۲ متر روی سطح شیبدار حرکت می‌کند.



۱ کار نیروی وزن برای جسم $m_۱$: جسم رو به پایین در حرکت است و زاویهٔ بین نیروی وزن و جابه‌جایی $m_۱$ صفر است. از این رو می‌توان نوشت:

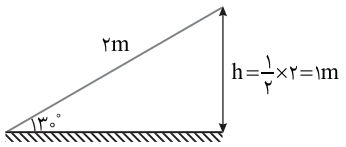
$$W_{m_۱g}=m_۱gd\cos۰\Rightarrow W_{m_۱g}=m_۱gd=۱۰\times۲=۲۰J$$

۲ جسم $m_۲$ روی سطح افقی، ۲m جابه‌جا می‌شود و در این مسیر نیروی وزن بر جابه‌جایی عمود است و کار نیروی وزن صفر است.

$$\theta=۹۰^\circ\Rightarrow W_{m_۲g}=m_۲gd\cos۹۰^\circ=m_۲gd(۰)=۰$$

۳ به شکل دقت کنید وقتی جسم $m_۳$ روی سطح به‌اندازهٔ ۲m بالا می‌رود و در امتداد قائم به‌اندازهٔ ۱m بالا می‌رود و کار نیروی وزن در این حالت منفی و برابر است با:

$$W_{m_۳g}=-m_۳gh\Rightarrow W_{m_۳g}=-۱۰\times۱=-۱۰J$$



C ۴ ۵۴۷

خط فکری این مسأله ترکیبی از مبحث کار و انرژی و دینامیک سال دوازدهم است. دقت کنید که جهت حرکت جسم و نوع حرکت جسم مشخص نیست بنابراین هر حالتی ممکن است و می‌توانید بدون استدلال گزینهٔ (۴) را انتخاب کنید. اما برای حل علمی آن باید تمام حالات ممکن را بررسی کنید.

مثلاً اینکه جسم در حال حرکت رو به بالاست یا در حال حرکت رو به پایین است؟ و ... وزن جسم ۲۰N و نیروی وارد بر آن F=۲۴N است. بنابراین برایند نیروها رو به بالا و شتاب حرکت رو به بالا است.

اگر جسم در حال حرکت به سمت بالا باشد، با گذشت زمان سرعت جسم افزایش یافته و در ثانیه‌های متوالی جابه‌جایی افزایش می‌یابد. پس کار نیروی F افزایش می‌یابد، $\uparrow W_F = Fd \uparrow$ بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

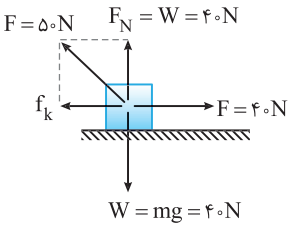
اگر جسم در حال حرکت به سمت پایین باشد، چون شتاب رو به بالا است، حرکت کندشونده بوده و جابه‌جایی جسم در ثانیه‌های متوالی کاهش می‌یابد. چنانچه در بازهٔ زمانی مورد نظر، جسم متوقف نشود، کار نیروی F در حال کاهش است و گزینهٔ (۲) نیز می‌تواند درست باشد. $\downarrow W_F = Fd \downarrow$

چنانچه در بازهٔ زمانی مورد نظر، جسم متوقف شود و رو به بالا شروع به حرکت تندشونده کند، کار نیروی F ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است. بنابراین گزینهٔ (۳) نیز درست است.

C ۵۴۸ ۱

خط فکری مسأله ترکیبی از فصل کار و انرژی و دینامیک سال دوازدهم است (یادتان باشد این کتاب برای داوطلب آزمون سراسری نوشته شده است) از طرف سطح، نیروی عمودی تکیه‌گاه رو به بالا و نیروی اصطکاک در امتداد حرکت جسم وارد می‌شود که برایند این دو نیرو را نیروی سطح وارد بر جسم گویند. اما کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر و کار سطح برابر کار نیروی اصطکاک است، بنابراین باید نیروها را رسم کنید و نیروی اصطکاک را به کمک ریاضی به‌دست بیاورید.

۱ به شکل مقابل خوب دقت کنید. نیروی ۵۰N توسط سطح بر جسم وارد شده است. این نیرو دارای دو مؤلفهٔ $F_N = 40N$ و f_k است که بر هم عمودند بنابراین بنا به قضیهٔ فیثاغورس می‌توان نوشت:



$F^2 = f_k^2 + F_N^2 \Rightarrow 50^2 = f_k^2 + 40^2 \Rightarrow f_k = 30N$

۲ کار نیروی F در جابه‌جایی ۱۰m برابر است با:

$W = Fd\cos\theta \Rightarrow W_F = 40\times10\times\cos0 \Rightarrow W_F = 400J$

۳ کار نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$W_{f_k} = f_k d\cos180^\circ \Rightarrow W_{f_k} = 30\times10\times(-1) = -300J$

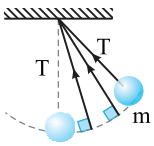
۴ کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر است.

۵ کار کل را به‌دست می‌آوریم.

$W_t = W_{f_k} + W_F + W_{F_N} + W_W = -300 + 400 \Rightarrow W_t = 100J$

C ۵۴۹ ۲

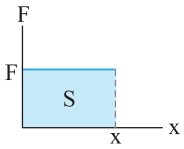
دقت کنید این مسأله، یک مسألهٔ خاص است و در طول مسیر حرکت نیرویی که نخ بر جسم وارد می‌کند همواره در راستای نخ و در امتداد شعاع مسیر حرکت گلولهٔ آونگ است. یعنی در هر نقطه از مسیر نیرو بر راستای حرکت عمود است $(\theta = 90^\circ)$ و کار نیروی کشش نخ در کل مسیر صفر است. $W_T = 0$



C ۵۵۰ ۳

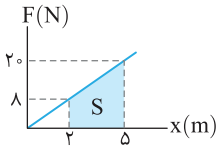
نکته هرگاه کمیت روی محور عرض‌ها را در کمیت روی محور طول‌ها ضرب کنیم، اندازهٔ کمیت حاصل برابر سطح زیر نمودار است.

خط فکری اکنون به نکتهٔ بالا فکر کنید. در شکل روبه‌رو نمودار نیرو - مکان F−x جسم رسم شده است. کار نیروی F خواهد شد W=Fx اگر به Fx دقت کنید برابر سطح زیر نمودار است.



نتیجه سطح محصور بین نمودار F−x و محور x برابر کار نیروی F است.

نمودار F=۴x را رسم می‌کنیم، این نمودار خطی است که از مبدأ می‌گذرد و شیب آن ۴ است. اکنون در x=۲m و x=۵m نیرو را به‌دست می‌آوریم.



$x=2 \Rightarrow F=4\times2=8N$

$x=5 \Rightarrow F=4\times5=20N$

یادآوری مساحت ذوزنقه برابر مجموع دو قاعده ضرب‌در نصف ارتفاع.

سطح S را که یک ذوزنقه است حساب می‌کنیم.

$W_F = S = \frac{20+8}{2}\times(5-2) \Rightarrow W_F = 42J$

پنجره ۳

A ۵۵۱ ۲

خط فکری در حل مسائلی که داده‌های مسئله، تندی و جرم است و کار کل را از شما می‌خواهد باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی $(W_t = \Delta K)$ بروید و به کمک تغییر انرژی جنبشی کار کل را حساب کنید.

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی ، کار کل برابر است با:

$W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} W_t = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

هواپیما از حال سکون شروع به حرکت کرده یعنی تندی اولیه آن و همچنین انرژی جنبشی اولیه آن صفر است بنابراین :

$W_t = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow[v=70m/s]{m=80\times10^3kg}$

$W_t = \frac{1}{2}\times80\times10^3\times(70)^2 \Rightarrow W_t = 196\times10^6J = 196MJ$

A ۵۵۲ ۲

جرم خودرو و تندی آن داده شده است و کار کل را از شما می‌خواهد، یعنی مسئله می‌گوید به سراغ قضیهٔ کار و انرژی جنبشی بروید.

$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

$\xrightarrow[m=1500kg]{v_1=10m/s,\ v_2=5m/s} W_t = \frac{1}{2}\times1500(5^2-10^2) = \frac{1}{2}\times1500(25-100)$

$\Rightarrow W_t = -56250J$

A ۵۵۳ ۳

خط فکری تندی جسم دو برابر شده است. پس ابتدا حساب کنید که انرژی جنبشی ثانویه چند برابر انرژی جنبشی اولیه است و سپس به سراغ قضیه کار و انرژی بروید.

۱ تندی جسم دو برابر شده است بنابراین:

$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$
$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$
$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = (\frac{v_2}{v_1})^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = (\frac{2v_1}{v_1})^2 = 4 \Rightarrow K_2 = 4K_1$

۲ قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{W_t=30J} 30 = 4K_1 - K_1 \Rightarrow K_1 = 10J$

B ۵۵۴ ۴

به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، تندی درموقعیت B را حساب می‌کنیم. ابتدا یکای km/h را به m/s تبدیل می‌کنیم:

$v = 126\times\frac{1000m}{3600s} \Rightarrow v = 35m/s$

$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow 24\times10^3 = \frac{1}{2}\times60(v_B^2 - 35^2)$

$800 = v_B^2 - 35^2 \Rightarrow 800 = v_B^2 - 1225$

$v_B^2 = 2025 \Rightarrow v_B = 45m/s$

اما مسئله سرعت را بر حسب km/h می‌خواهد.

$v_B = 45\times3/6 \Rightarrow v_B = 162km/h$

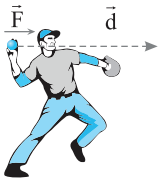
B ۴ ۵۵۵

به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی مسئله را حل می‌کنیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}\times 0/45\times(64-100)=-8/1J$$

A ۳ ۵۵۶

خط فکری در مدتی که شخص به توپ نیرو وارد می‌کند مطابق شکل جسم در امتداد افقی حرکت می‌کند و نیروی وزن بر مسیر عمود بوده و کار نیروی وزن صفر است. توپ مسافت افقی $1/5m$ را طی می‌کند که در این مسیر به آن نیروی $75N$ وارد می‌شود و تنها این نیرو به توپ وارد می‌شود. به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

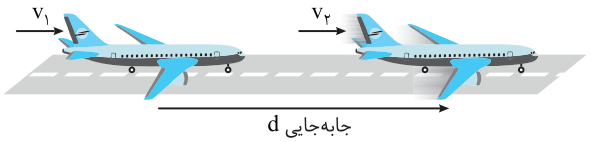


$$W=\Delta K\Rightarrow Fd=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2\Rightarrow 75\times 1/5=\frac{1}{2}\times 150\times 10^{-3}(v_2^2-0^2)$$

$$\Rightarrow 75\times 1/5=75\times 10^{-3}v_2^2\Rightarrow v_2^2=1500\Rightarrow v_2=10\sqrt{15}m/s$$

A ۴ ۵۵۷

خط فکری مجموع جبری کار تک تک نیروها (کار کل) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. اما در این مسئله مشخص نیست که در جابه‌جایی هواپیما، تندی هواپیما ثابت است یا در حال کاهش و یا در حال افزایش، در این صورت حالت‌های مختلفی برای کار کل و مقایسه کار نیروی پیشران W_F و کار نیروی اصطکاک W_f ایجاد می‌شود. بنابراین حالت‌های مختلف را باید بررسی کنید.



اگر $v_2>v_1$، تندی هواپیما در حال افزایش یعنی انرژی جنبشی آن در حال افزایش بوده $(\Delta K>0)$ و کار کل مثبت است. کار نیروی پیشران مثبت و کار نیروی اصطکاک منفی است، وقتی کار کل مثبت است یعنی W_F از W_f بزرگ‌تر است و گزینهٔ (۱) می‌تواند درست باشد. $W_{کل}>0\Rightarrow W_F>W_f$

اگر تندی هواپیما در جابه‌جایی d ثابت باشد، تغییر انرژی جنبشی صفر است و کار کل نیز صفر است بنابراین: $W_{کل}=0\Rightarrow W_F=W_f$

و گزینه (۲) درست است.

اگر هواپیما در حال توقف (ترمز گرفتن) باشد یعنی $v_1>v_2$ است و $\Delta K<0$ بوده و چون $W_{کل}=\Delta K$ ، $W_{کل}<0$ می‌شود. $W_{کل}<0\Rightarrow W_F-W_f<0\Rightarrow W_F<W_f$

و گزینه (۳) نیز می‌تواند درست باشد.

بنابراین هر سه حالت ممکن است و پاسخ گزینه (۴) می‌شود.

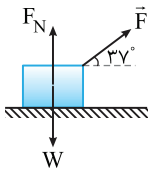
A ۲ ۵۵۸

طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_T=\Delta K\Rightarrow W_T=\frac{1}{2}(20)(25^2-5^2)=6000J=6kJ$$

A ۲ ۵۵۹

بر جسم سه نیروی F، وزن (W) و نیروی عمودی سطح (F_N) وارد می‌شود و کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح صفر است بنابراین کار کل برابر کار نیروی F است و کار نیروی F را بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی با تغییر انرژی جنبشی برابر قرار می‌دهیم و F را حساب می‌کنیم.



$$W_F=\Delta K\Rightarrow Fd\cos\theta=\frac{1}{2}mv^2-0\Rightarrow F\times 10\times 0/8=\frac{1}{2}\times 2(10^2)\Rightarrow F=12/5N$$

B ۳ ۵۶۰

یادآوری انرژی جنبشی کمیت نرده‌ای است و به جهت حرکت جسم بستگی ندارد. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است بنابراین باید انرژی جنبشی ثانویه را حساب کنیم. از این رو می‌نویسیم:

$$K_2=\frac{1}{2}mv_2^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2^2}{v_1^2}\right)$$
$$K_1=\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow[v_1=10m/s,\ v_2=20m/s]{K_1=100J}\frac{K_2}{100}=\left(\frac{20}{10}\right)^2\Rightarrow K_2=4\times 100=400J$$

کار کل خواهد شد: $W_t=\Delta K=400-100=300J$

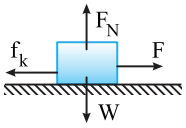
بازی با سوال **جسمی با سرعت $8m/s$ در جهت مثبت محور xها حرکت می‌کند و انرژی جنبشی آن $64J$ است. پس از مدتی سرعت این جسم تغییر می‌کند و در جهت منفی محور xها به $16m/s$ می‌رسد. کار کل وارد بر جسم در این مدت چند ژول است؟**

۱) ۱۲۸ ۲) −۱۹۲ ۳) −۱۲۸ ۴) ۱۹۲

گزینهٔ ۴

B ۳ ۵۶۱

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و تندی اولیه آن صفر است.



بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، مجموع جبری کار تک تک نیروها را برابر تغییر انرژی جنبشی قرار می‌دهیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_N}+W_W+W_{f_k}+W_F=\Delta K$$

$$\xrightarrow[W_W=0,\ W_{F_N}=0]{W_F=Fd,\ W_{f_k}=-f_kd}-f_kd+Fd=\frac{1}{2}mv^2-0$$

$$\xrightarrow[v=4m/s,\ d=1/6m]{m=2kg,\ f_k=\frac{1}{6}F}\left(-\frac{1}{6}F+F\right)\times 1/6=\frac{1}{2}\times 2\times(4)^2$$

$$\frac{5}{6}F\times 1/6=16\Rightarrow F=12N$$

بنابراین نیروی اصطکاک نیز خواهد شد: $f_k=\frac{1}{6}F\Rightarrow f_k=\frac{1}{6}\times 12\Rightarrow f_k=2N$

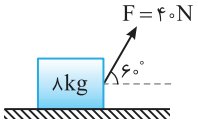
بازی با سوال **جسمی به جرم $2kg$ روی سطح افقی ساکن است و تحت تأثیر نیروی افقی $20N$ شروع به حرکت می‌کند و تندی‌اش پس از طی مسافت ۵ متر به $8m/s$ می‌رسد. نیروی اصطکاک جسم با سطح چند نیوتون است؟ $(g=10m/s^2)$**

گزینهٔ ۴

۱) ۹ ۲) صفر ۳) ۳/۶ ۴) ۷/۲

B ۳ ۵۶۲

خط فکری این مسئله را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی حل می‌کنیم. مجموع کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم را برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار می‌دهیم.



بنا به قضیه کار و انرژی خواهیم داشت:

$$W_T=\Delta K\Rightarrow W_F+W_{F_N}+W_{وزن}+W_{f_k}=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2\ (I)$$

کار نیروی وزن و نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود هستند، صفر است بنابراین:

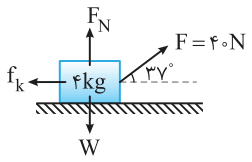
$$Fd\cos\theta+0+0+(-f_kd)=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow[\cos 60^\circ=0/5]{d=5m,\ v=2/5m/s}$$

$$40\times 5\times\frac{1}{2}-f_k\times 5=\frac{1}{2}\times 8\times(2/5)^2\Rightarrow 100-5f_k=25$$

$$75=5f_k\Rightarrow f_k=15N$$

B ۲ ۵۶۳

ابتدا با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل را به‌دست می‌آوریم:



$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)$$

$$\Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}\times۴(۱۶-۰)=۳۲J$$

کار کل برابر مجموع جبری کار تک تک نیروهاست. کار نیروهای وزن (W) و عمودی سطح (F_N) که بر مسیر عمودند صفر است و تنها کار نیروی F و نیروی اصطکاک جنبشی باقی می‌ماند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t=W_F+W_{f_k}\Rightarrow ۳۲=Fd\cos ۳۷^\circ+f_k d\cos ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۳۲=۴۰\times۱/۶\times۰/۸+f_k\times۱/۶\times(-۱)$$

دو طرف معادلهٔ بالا را بر ۱/۶ تقسیم می‌کنیم: $۲۰=۴۰\times۰/۸-f_k\Rightarrow f_k=۱۲N$

B ۲ ۵۶۴

ابتدا نیروهای وارد بر گاری را مشخص می‌کنیم. کار نیروهای F_N و mg صفر است، زیرا بر مسیر حرکت عمود هستند.

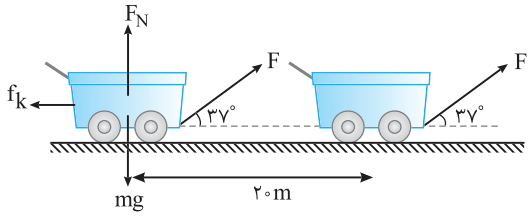
$$W_t=W_g+W_{F_N}+W_F+W_{f_k}$$

$$\Rightarrow W_t=W_F+W_{f_k}=Fd\cos ۳۷^\circ+f_k(d)(\cos ۱۸۰^\circ)$$

$$=۱۵۰۰\times۲۰\times\frac{۸}{۱۰}+۹۰۰\times۲۰\times-۱=۲۴۰۰۰-۱۸۰۰۰\Rightarrow W_t=۶۰۰۰J$$

$$W_t=K_۲-K_۱\Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow ۶۰۰۰=\frac{۱}{۲}\times۸۰۰\times v^۲-\frac{۱}{۲}\times۸۰۰\times۴$$

$$\Rightarrow ۴۰۰v^۲=۶۰۰۰+۱۶۰۰=۷۶۰۰\Rightarrow v^۲=\frac{۳۸}{۲}\Rightarrow v=\sqrt{۱۹}m/s$$



B ۲ ۵۶۵

یادآوری ریاضی نمودار تابع درجه ۲ به‌صورت $y=ax^۲+bx+c$ سهمی است و وقتی ضریب $x^۲$ یعنی a مثبت است، نمودار دارای مینیمم و اگر a منفی باشد، نمودار دارای ماکزیمم است.

کار نیروی F بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است. از طرفی جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و انرژی جنبشی اولیهٔ جسم صفر است، از این رو کار نیروی F خواهد شد: $W_F=\Delta K\Rightarrow W_F=\frac{۱}{۲}mv^۲$

کار نیروی F برحسب تندی جسم یک تابع درجه دو بوده و نمودار تابع درجه ۲ سهمی است و با توجه به اینکه ضریب $v^۲$ مثبت است بنابراین نمودار دارای مینیمم است در نتیجه گزینه (۲) نمودار $W-v$ این جسم است.

B ۳ ۵۶۶

برای بررسی علامت کار کل باید بررسی کنید که تندی جسم و در نتیجه انرژی جنبشی جسم در حال کاهش است یا در حال افزایش و به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، علامت کار کل را مشخص کنید.

به نمودار دقت کنید، در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$، تندی جسم در حال کاهش و انرژی جنبشی جسم در حال کم شدن است و تغییر انرژی جنبشی منفی و کار کل منفی است.

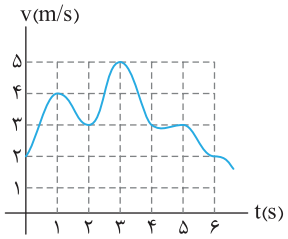
$$۰\to t_۱: v_۲<v_۱\Rightarrow K_۲<K_۱\Rightarrow \Delta K<۰\xrightarrow{W_t=\Delta K} W_t<۰$$

در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، تندی جسم و در نتیجه انرژی جنبشی جسم در حال افزایش است و تغییر انرژی جنبشی مثبت وکار کل، مثبت است:

$$t_۱\to t_۲: v_۲>v_۱\Rightarrow K_۲>K_۱\Rightarrow \Delta K>۰\xrightarrow{W_t=\Delta K} W_t>۰$$

B ۳ ۵۶۷

خط فکری اول فکر کنید مفهوم دو ثانیه سوم چیست؟ دو ثانیهٔ سوم یعنی بازهٔ زمانی بین $t_۱=۴s$ تا $t_۲=۶s$. برای یافتن کار کل باید از روی نمودار، تندی در این دو لحظه را مشخص کنید سپس انرژی جنبشی در این دو حالت را به‌دست بیاورید و از هم کم کنید.



دو ثانیهٔ سوم بازهٔ $t_۱=۴s$ تا $t_۲=۶s$ می‌باشد. پس با توجه به نمودار، تندی در این دو لحظه برابر است با $v_۱=۳m/s$ و $v_۲=۲m/s$.

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t=K_۲-K_۱=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=\frac{۱}{۲}\times۳(۴-۹)=-۷/۵J$$

A ۴ ۵۶۸

۱ جابه‌جایی جسم در بازهٔ صفر تا ۲s را حساب می‌کنیم.

$$x=t^۲+۴t+۱۰\xrightarrow{t=۰} x_۱=۰+۰+۱۰=۱۰m$$

$$\xrightarrow{t=۲s} x_۲=۴+۸+۱۰=۲۲m$$

$$\xrightarrow{d=x_۲-x_۱} d=۲۲-۱۰=۱۲m$$

۲ کار نیروی F در این جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم.

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=۳۰\times۱۲\Rightarrow W_F=۳۶۰J\ (I)$$

۳ تندی در $t=۰$ و $t=۲s$ را نیز به‌دست می‌آوریم:

$$v(۰)=۲(۰)+۴=۴m/s\ ,\ v(۲)=۲(۲)+۴=۸m/s$$

۴ تغییر انرژی جنبشی جسم در بازهٔ صفر تا ۲s را حساب می‌کنیم.

$$\Delta K=K_۲-K_۱\Rightarrow \Delta K=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\Rightarrow \Delta K=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times(۸^۲)-\frac{۱}{۲}\times۱۰\times(۴^۲)=۵\times۴۸\Rightarrow \Delta K=۲۴۰J\quad (II)$$

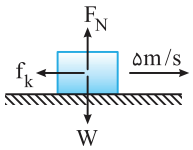
۵ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل (مجموع جبری کار تک تک نیروها) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_N}+W_W+W_F+W_{f_k}=\Delta K$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} ۳۶۰+W_{f_k}=۲۴۰\Rightarrow W_{f_k}=-۱۲۰J$$

B ۴ ۵۶۹

خط فکری هرگاه یک جسم را پرتاب می‌کنید از لحظه‌ای که جسم از دست شما جدا می‌شود نیروی جلوبری بر جسم وارد نمی‌شود و نیروهای وارد بر جسم به‌صورت شکل روبه‌رو است. کار کل را برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم قرار دهید و مسئله را حل کنید.



۱ کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح که بر جابه‌جایی عمودند صفر است.

$$W_{F_N}=W_W=۰$$

۲ قضیهٔ کار و انرژی جنبشی جسم را می‌نویسیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_N}+W_W+W_{f_k}=۰-\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\xrightarrow{W_{f_k}=-f_k d} -f_k d=-\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\xrightarrow[f_k=۲N]{m=۲kg,\ v=۵m/s} ۲\times d=\frac{۱}{۲}\times۲\times۵^۲\Rightarrow d=۱۲/۵m$$

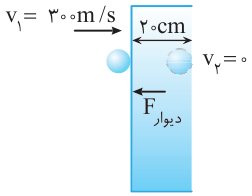
بازی با سؤال مکعبی به جرم ۲kg روی سطح افقی با تندی اولیه $v_۰$ پرتاب می‌شود. در لحظه‌ای که کار نیروی اصطکاک به ۲۴ ژول می‌رسد، تندی جسم ۴m/s کمتر از تندی اولیهٔ آن است. $v_۰$ چند متر بر ثانیه است؟

گزینهٔ ۲

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۲/۵

B ۲ ۵۷۰

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیرویی که دیوار بر گلوله وارد می‌کند برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.



$$W_t = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_{F_{دیوار}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow[v_1=300 m/s]{v_2=0} W_{F_{دیوار}} = \frac{1}{2}\times 400\times 10^{-3}(0^2-(300)^2)$$

$$\Rightarrow W_{F_{دیوار}} = 200\times 10^{-3}(-90000) = -1800 J$$

B ۱ ۵۷۱

خط فکری تمام انرژی جنبشی چکش به میخ منتقل شده است یعنی چکش متوقف شده است. انرژی جنبشی چکش را حساب کنید سپس آن را با کار نیروی مقاوم چوب برابر قرار دهید.

بنا به قضیه کار و انرژی کار نیروی مقاوم برابر تغییر انرژی جنبشی است. از طرفی کار این نیرو منفی است زیرا نیرو و جابه‌جایی با هم زاویهٔ 180° می‌سازند از این رو خواهیم داشت:

$$W_f = \Delta K \Rightarrow W_f = K_2 - K_1 \Rightarrow -fd = 0 - \frac{1}{2}mv^2$$

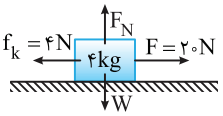
$$\xrightarrow[f=500 N]{m=0/8 kg,\ v=5 m/s} 500\times d = \frac{1}{2}\times 0/8\times 25 \Rightarrow d = \frac{1}{50}m \Rightarrow d = 2cm$$

B ۲ ۵۷۲

خط فکری مسئلهٔ زیبایی است به‌ویژه که شما ممکن است فکر کنید که پس از پاره شدن طناب، جسم بلافاصله متوقف می‌شود که اینگونه نیست و بنا به قانون اول نیوتون جسم به حرکت خود ادامه می‌دهد تا سرانجام نیروی اصطکاک آن را متوقف کند.

شما در دو مرحله باید از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده کنید، بار اول برای یافتن تندی جسم در لحظهٔ پاره‌شدن طناب و بار دیگر برای یافتن مسافتی که جسم متوقف می‌شود.

حالت اول: جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده، کار کل را برابر تغییر انرژی جنبشی قرار می‌دهیم.



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_N} + W_W + W_F + W_{f_k} = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\Rightarrow Fd - f_k d = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 20\times 5 - 4\times 5 = \frac{1}{2}\times 4\times v^2 \Rightarrow v^2 = 40$$

$$\Rightarrow v = 2\sqrt{10} m/s$$

حالت دوم: پس از پاره شدن نخ، تنها نیروی اصطکاک باقی می‌ماند و در نهایت تندی صفر است بنابراین:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow -f_k d' = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 4d' = \frac{1}{2}\times 4\times 40 \Rightarrow d' = 20 m$$

میانبر از ابتدا می‌توانید بنویسید که اندازه کار کُل در قسمت اول با اندازه کار کُل در قسمت دوم مسیر برابر است.

$$|W_t| = |W_t'| \Rightarrow |Fd - f_k d| = |-f_k d'| \Rightarrow |20\times 5 - 4\times 5| = |-4d'| \Rightarrow d' = 20 m$$

بازی با سؤال در مسئلهٔ قبل جابه‌جایی جسم از ابتدا تا انتهای حرکت چند متر است؟

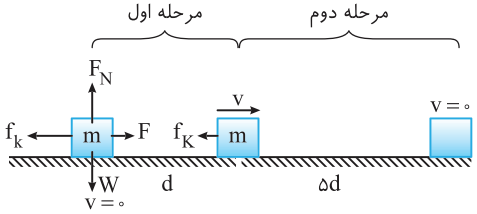
گزینهٔ ۳

۱) ۵ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۱۵

B ۳ ۵۷۳

به شکل مسیری که رسم کرده‌ایم دقت کنید، تغییر انرژی جنبشی از ابتدا تا انتهای مسیر صفر است زیرا تندی اول و آخر مسیر صفر است. اکنون کار کل در مسیر حرکت را برابر تغییر انرژی جنبشی می‌گذاریم.

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\Delta K = 0} W_{F_N} + W_W + W_F + W_{f_k} = 0 \quad (1)$$



نکته نکته مهم این است که نیروی F تنها در جابه‌جایی d بر جسم اثر می‌کند اما نیروی اصطکاک در تمام مسیر $(d+5d=6d)$ بر جسم اثر می‌کند. بنابراین خواهیم داشت:

$$(1) \Rightarrow Fd - f_k(6d) = 0 \Rightarrow \frac{F}{f_k} = 6$$

A ۱ ۵۷۴

نیروها داده شده و انرژی جنبشی خواسته شده پس برای حل از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_f = \Delta K \Rightarrow Fd\cos\theta + fd\cos 180 = \Delta K$$

$$\Rightarrow 6000\times 5\times 0/8 + 4000\times 5\times(-1) = \Delta K$$

$$\Rightarrow \Delta K = 24000 - 20000 \Rightarrow \Delta K = 4000 J$$

کار نیروی وزن و نیروی عمودی سطح در این جابه‌جایی صفر است زیرا بر مسیر عمودند.

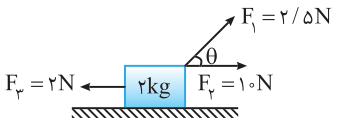
B ۲ ۵۷۵

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی مجموع کار تک تک نیروها (کار کل) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_{کل} = \Delta K \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow F_1 d\cos\theta + F_2 d + F_3 d\cos 180^\circ = \frac{1}{2}\times 2\times(100 - 0)$$

$$\Rightarrow 10\times(2/5\cos\theta + 10 - 2) = 100 \Rightarrow \cos\theta = \frac{2}{2/5} = 0/8 \Rightarrow \theta = 37^\circ$$



B ۳ ۵۷۶

تغییر انرژی جنبشی جسم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta K = K_2 - K_1 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \xrightarrow[v=5 m/s]{m=5 kg} \Delta K = \frac{1}{2}\times 5\times 5^2$$

$$\Rightarrow \Delta K = \frac{125}{2} = 62/5 J$$

اکنون مجموع کار تک تک نیروها را با تغییر انرژی جنبشی جسم برابر قرار می‌دهیم:

قضیه کار و انرژی جنبشی: $W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} = \Delta K$

$$\xrightarrow[W_{F_2}=+25 J]{W_{F_1}=-10 J} -10 + 25 + W_{F_3} = 62/5 \Rightarrow W_{F_3} = 47/5 J$$

بازی با سؤال جسمی به جرم ۱۶۰۰ گرم فقط تحت تأثیر سه نیروی $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ قرار گرفته و در ۲۰ متر جابه‌جایی، تندی آن از $36 km/h$ به $72 km/h$ می‌رسد. اگر کار نیروی $\vec{F}_1$ در این جابه‌جایی معادل ۶۰J باشد، کار برایند نیروهای $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ در همین جابه‌جایی چند ژول است؟

گزینهٔ ۲

۱) ۳۰۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۱۲۰

B ۲ ۵۷۷

خط فکری به گزینه‌ها دقت کنید، باید اظهار نظر کنید که در کدام مورد، تندی جسم یعنی انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد و تغییر انرژی جنبشی منفی است، در واقع کار کل انجام شده روی جسم منفی است. پس شما باید متوجه باشید که در این حرکت، اندازه کار نیرویی که در خلاف جهت حرکت است از اندازهٔ کار نیروی در جهت حرکت بیشتر بوده به‌طوری که جمع کارها منفی شده است.

دو نیروی F' و F در خلاف جهت هم هستند و اگر کار نیروی F مثبت باشد کار نیروی F' منفی و بالعکس.

با توجه به خط‌فکری، کار نیروی در خلاف جهت حرکت بزرگتر است یعنی نیرویی که در خلاف جهت حرکت است از نیروی در جهت حرکت بزرگتر است.

اگر F هم‌جهت حرکت باشد، F' خلاف جهت حرکت بوده و باید $F' > F$ باشد تا کار کل منفی شود بنابراین گزینه (۱) نادرست و گزینهٔ (۲) درست است.

اگر F' هم‌جهت حرکت باشد یعنی F در خلاف جهت حرکت است و باید $F > F'$ باشد تا اندازه کار F از کار F' بیشتر بوده و کار کل منفی می‌شود، بنابراین گزینه (۳) و (۴) نادرست است.

۵۷۸ B **۳**

یادآوری مجموع جبری کار تک تک نیروها برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت: $W_{F_{net}}=W_t=\Delta K$

به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، نیروی خالص را به‌دست می‌آوریم:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow F_t d=K_2-K_1\Rightarrow F_t\times 10=40-0\Rightarrow F_t=4N$$

$$F_t=\sqrt{F^2+F^2}\Rightarrow 4=\sqrt{2F^2}\Rightarrow F=2\sqrt{2}N$$

بازی با سؤال **دو نیروی عمود برهم F_1 و $F_2=30N$ بر جسم ساکن ۵ کیلوگرمی وارد می‌شوند. تندی جسم پس از ۱۰ متر جابه‌جایی برابر $10\sqrt{2}m/s$ می‌شود. F_1 چند نیوتون است؟** گزینه ۳

۱) ۵۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

۵۷۹ A **۱**

کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. در ابتدا جسم ساکن بوده و در انتها نیز جسم روی سطح میز ساکن است و بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل صفر است.

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{K_2=K_1=0}W_t=0$$

مجموع کار نیروی شخص و کار نیروی وزن (کار کل) نیز صفر خواهد بود از این رو می‌توان نوشت: $W_t=W_F+W_W=0$

کار نیروی وزن منفی است زیرا جسم رو به بالا حرکت کرده است $W_W=-mgh$

بنابراین: $W_F-mgh=0\Rightarrow W_F=mgh=2\times 10\times 1=20J$

۵۸۰ B **۲**

جسم به اندازهٔ h از سطح زمین بالا رفته و تندی‌اش به v رسیده و در طول مسیر نیروی F رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین بر آن وارد شده است و مجموع کار F و کار نیروی وزن برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

بنابراین می‌توان نوشت: $W_t=\Delta K\Rightarrow W_F+W_W=\frac{1}{2}mv^2$

کار نیروی وزن منفی و برابر $-mgh$ است از این رو:

$$W_F-mgh=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow W_F=\frac{1}{2}mv^2+mgh$$

کاملاً مشخص است که کار نیروی F از انرژی جنبشی جسم بیشتر است. $W_F>\frac{1}{2}mv^2$

۵۸۱ B **۱**

با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی:

کار کل نیروهای وارد بر قطرهٔ باران را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی حساب می‌کنیم.

$$W_t=K_2-K_1\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\xrightarrow{m=6\times 10^{-5}kg,\ v=30m/s}W_t=\frac{1}{2}\times 6\times 10^{-5}\times 900-0=27\times 10^{-3}J$$

بر قطرهٔ باران دو نیرو یکی وزن و دیگری مقاومت هوا وارد می‌شود که مجموع کار آن برابر کار کل است از این رو:

$$W_t=W_g+W_f\Rightarrow W_t=mgh-W_f$$

$$\Rightarrow 27\times 10^{-3}=6\times 10^{-5}\times 10\times 2500+W_f\Rightarrow W_f=-1/473J\approx -1/5J$$

۵۸۲ B **۴**

نیروهای وارد بر چترباز، نیروی گرانش و نیروی مقاومت هواست. بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت: $W_t=\Delta K\Rightarrow W_{mg}+W_{f_D}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$

$$\Rightarrow mgh+W_{f_D}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)\xrightarrow[v_1=1/5m/s,\ v_2=4/5m/s]{m=100kg,\ h=500m}$$

$$(100\times 10\times 500)+W_{f_D}=\frac{1}{2}\times 100\times(4/5^2-1/5^2)$$

$$\Rightarrow 500000+W_{f_D}=50(4/5+1/5)(4/5-1/5)$$

$$\Rightarrow 500000+W_{f_D}=50\times 6\times 3\Rightarrow 500000+W_{f_D}=900$$

$$\Rightarrow W_{f_D}=-499100J=-499/1kJ$$

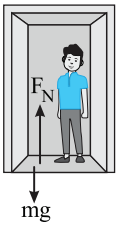
بازی با سؤال **چتربازی از ارتفاع ۸۰۰ متری از حال سکون رها می‌شود. جرم چترباز همراه چترش ۸۰kg است. اگر چترباز با تندی $5m/s$ به زمین برسد کار نیروی مقاومت هوا در مسیر سقوط چند کیلوژول است؟ $(g=10N/kg)$**

۱) -629 ۲) -639 ۳) -629×10^3 ۴) 639×10^3

گزینه ۲

۵۸۳ B **۴**

خط فکری تمام داستان حرکت از طبقهٔ سوم به طبقهٔ دهم در حل مسئله تأثیری ندارد. تنها نکتهٔ مهم این مسئله تندی ثابت آسانسور در مسافت 6m است و زمان بیان شده در مسئله نیز مهم نیست و مسئله به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی به راحتی قابل حل است.



جرم کل شخص $70+5=75kg$ است. کار نیروی وزن در 6m جابه‌جایی خواهد شد:

$$W_W=-mgh\xrightarrow{m=75kg}W_W=-75\times 10\times 6\Rightarrow W_W=-4500J$$

نیرویی که آسانسور به شخص وارد می‌کند همان نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) است. تندی جسم ثابت است و تغییر انرژی جنبشی جسم صفر و کار کل نیز صفر است.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_W+W_{F_N}=0\Rightarrow W_{F_N}=-W_W\Rightarrow W_{F_N}=-(-4500)=4500J$$

۵۸۴ B **۱**

در کل مسیر از سطح زمین تا لحظهٔ پرتاب جسم، دو نیرو یکی نیروی شخص (W_F) و دیگری نیروی وزن (W_W) بر جسم وارد می‌شود که کار نیروی وزن منفی و برابر $-mgh$ است. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_g+W_F=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2\Rightarrow -mgh+W_F=\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow W_F=\frac{1}{2}mv^2+mgh\xrightarrow{m=0/5kg,\ h=1/5m,\ v=8m/s}$$

$$W_F=\frac{1}{2}\times 0/5\times 64+0/5\times 10\times 1/5\Rightarrow W_F=23/5J$$

۵۸۵ A **۲**

خط فکری ثانیه اول یعنی بازهٔ زمانی ۰ تا 1s، ثانیه دوم یعنی بازهٔ زمانی 1s تا 2s، ثانیهٔ سوم یعنی بازهٔ زمانی 2s تا 3s و ... . شتاب سقوط جسم بنا به فرض مسئله $10m/s^2$ است بنابراین شما به کمک تعریف شتاب می‌توانید تندی جسم در $t=2s$ و $t=3s$ و هم‌چنین انرژی جنبشی جسم را در این دو لحظه به‌دست بیاورید و تغییر انرژی جنبشی جسم را حساب کنید در این صورت کار نیروی وزن مشخص می‌شود.

جسم در شرایط خلأ رها شده و تندی اولیهٔ آن صفر بوده از طرفی شتاب وارد بر جسم شتاب گرانش $g=10m/s^2$ است. طبق رابطهٔ شتاب متوسط که در سال نهم خواندید داریم:

$$\text{شتاب متوسط}=\frac{\text{تغییر تندی}}{\text{زمان}}\begin{cases}\frac{v(3)-v(0)}{3}=10\Rightarrow v(t=3s)=30m/s\\ \frac{v(2)-v(0)}{2}=10\Rightarrow v(t=2s)=20m/s\end{cases}$$

حال طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم: $W_{کل}=\Delta K\Rightarrow W_{mg}=\Delta K$

$$\Rightarrow W_{mg}=\frac{1}{2}m(v_3^2-v_2^2)=\frac{1}{2}\times 1\times(900-400)=250J$$

۵۸۶ A **۳**

W_1 و W_2 را با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی حساب می‌کنیم:

$$W_1=\Delta K_1\Rightarrow W_1=\frac{1}{2}m(v^2-0)\Rightarrow W_1=\frac{1}{2}mv^2$$

$$W_2=\Delta K_2=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow{v_1=v,\ v_2=3v}W_2=\frac{1}{2}m((3v)^2-v^2)\Rightarrow W_2=\frac{8}{2}mv^2$$

حال $\frac{W_2}{W_1}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{W_2}{W_1}=\frac{\frac{8}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv^2}=8$$

B ۵۸۷ ۴

خط فکری صحبت از کار کل است، بنابراین اولین راه حل استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی است. در دو مرحله قضیه کار و انرژی را می‌نویسیم و روابط به دست آمده را بر هم تقسیم می‌کنیم. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$K_t=\Delta K\begin{cases}\xrightarrow{\text{مرحله اول}} ۱۲۰=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\\ \xrightarrow{\text{مرحله دوم}} K=\frac{۱}{۲}m(۴v_۱)^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\end{cases}$$

$$\frac{۱۲۰}{K}=\frac{v_۱^۲}{۱۶v_۱^۲-v_۱^۲}\Rightarrow K=۱۲۰\times ۱۵\Rightarrow K=۱۸۰۰J$$

B ۵۸۸ ۲

کار کل در مسیر AB برابر است با:

$$W_{t_{AB}}=\Delta K_{AB}\Rightarrow W_{t_{AB}}=\frac{۱}{۲}m(۴v^۲-v^۲)\Rightarrow W_{t_{AB}}=\frac{۳}{۲}mv^۲$$

کار کل در مسیر BC برابر است با:

$$W_{t_{BC}}=\Delta K_{BC}\Rightarrow W_{t_{BC}}=\frac{۱}{۲}m(۰-۴v^۲)\Rightarrow W_{t_{BC}}=-\frac{۴}{۲}mv^۲$$

نسبت $\frac{W_{t_{AB}}}{W_{t_{BC}}}$ خواسته شده است:

$$\frac{W_{t_{AB}}}{W_{t_{BC}}}=\frac{\frac{۳}{۲}mv^۲}{-\frac{۴}{۲}mv^۲}=-\frac{۳}{۴}$$

B ۵۸۹ ۳

کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی است، در هر حالت تغییر انرژی جنبشی را بررسی می‌کنیم.

تندی جسم از $v_۰$ به $v_۰+۵$ رسیده و کار کل انجام شده برابر ۲۵۰J بوده است بنابراین:

$$W_t=K_۲-K_۱\Rightarrow ۲۵۰=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\xrightarrow{m=۴kg} ۲۵۰=\frac{۱}{۲}\times ۴(v_۰+۵)^۲-\frac{۱}{۲}\times ۴\times v_۰^۲$$

$$۱۲۵=v_۰^۲+۱۰v_۰+۲۵-v_۰^۲\Rightarrow v_۰=۱۰m/s$$

اکنون کار کل را در مدتی که تندی از $۱۰+۵=۱۵m/s$ به $۱۵+۵=۲۰m/s$ می‌رسد، حساب می‌کنیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}\times ۴\times(۲۰^۲-۱۵^۲)\Rightarrow W_t=۲\times ۱۷۵=۳۵۰J$$

C ۵۹۰ ۲

در لحظهٔ $t=۰$ تندی $v_۱$ است. در لحظهٔ $t=۱s$، تندی ٪۲۰ $v_۱$ افزایش می‌یابد و برابر $v_۲=۱/۲v_۱$ می‌شود بنابراین کار کل در بازهٔ ثانیهٔ اول (یعنی از $t=۰$ تا $t=۱s$) بنا به قضیهٔ کار و انرژی خواهد شد:

$$W_{t_۱}=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow W_{t_۱}=\frac{۱}{۲}m(۱/۴۴v^۲-v^۲)$$

$$\Rightarrow W_{t_۱}=۰/۴۴(\frac{۱}{۲}mv^۲)$$

در ثانیهٔ بعدی یعنی ثانیهٔ دوم مجدداً ٪۲۰ $v_۱$ به تندی اضافه می‌شود و تندی خواهد شد:

$$v_۳=v_۲+۰/۲۰v_۱=۱/۲v_۱+۰/۲v_۱\Rightarrow v_۳=۱/۴v_۱$$

کار کل در بازهٔ ثانیهٔ دوم (یعنی از $t=۱s$ تا $t=۲s$) خواهد شد:

$$W_{t_۲}=\frac{۱}{۲}mv_۳^۲-\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=\frac{۱}{۲}m(۱/۴v_۱)^۲-\frac{۱}{۲}m(۱/۲v_۱)^۲=$$

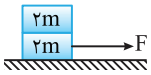
$$W_{t_۲}=\frac{۱}{۲}m(۱/۹۶v_۱^۲-۱/۴۴v_۱^۲)=۰/۵۲(\frac{۱}{۲}mv^۲)$$

اکنون نسبت $\frac{W_۲}{W_۱}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{۰/۵۲\times\frac{۱}{۲}mv^۲}{۰/۴۴\times\frac{۱}{۲}mv^۲}\Rightarrow\frac{W_۲}{W_۱}=\frac{۱۳}{۱۱}$$

B ۵۹۱ ۱

حالت اول: با نیروی F، تندی از صفر به v می‌رسد، کار نیروی F بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهد شد:



$$W_F=\Delta K\Rightarrow Fd=\frac{۱}{۲}(۴m)(v^۲-۰)\Rightarrow Fd=۲mv^۲\qquad(۱)$$

حالت دوم: با همان نیروی F، می‌خواهیم تندی وزنه‌ای به جرم ۲m را از v به ۲v برسانیم بنابراین می‌توان نوشت:

$$W'_F=\Delta K'\Rightarrow Fd'=\frac{۱}{۲}(۲m)(۴v^۲-v^۲)\Rightarrow Fd'=۳mv^۲\qquad(۲)$$

با تقسیم رابطهٔ (۲) بر رابطهٔ (۱) داریم:

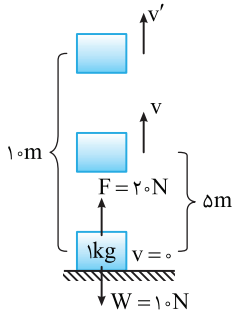
$$\frac{Fd'}{Fd}=\frac{۳mv^۲}{۲mv^۲}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow d'=\frac{۳}{۲}d$$

B ۵۹۲ ۲

خط فکری ابتدا به شما بگوییم که در فصل دینامیک پایه دوازدهم این مسئله را راحت‌تر می‌توانید حل کنید اما در فصل کار و انرژی اول نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید سپس مجموع کار نیروها را در هر مسیر با تغییر انرژی جنبشی برابر قرار دهید تا بتوانید تندی جسم را در ارتفاع ۱۰ متری و در وسط مسیر یعنی ارتفاع ۵ متری حساب کنید.

دو نیرو یکی وزن و دیگری نیروی F بر جسم وارد می‌شود.

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_F+W_{mg}=\Delta K$$

$$(۱)\rightarrow \text{وسط مسیر}: ۲۰\times ۵-۱\times ۱۰\times ۵=\frac{۱}{۲}\times ۱\times(v^۲-۰^۲)\Rightarrow ۵۰=\frac{۱}{۲}v^۲\Rightarrow v=۱۰m/s$$

$$(۲)\rightarrow \text{در ارتفاع ۱۰ متری}: ۲۰\times ۱۰-۱\times ۱۰\times ۱۰=\frac{۱}{۲}m(v'^۲-۰^۲)\Rightarrow ۱۰۰=\frac{۱}{۲}v'^۲$$

$$\Rightarrow v'=۱۰\sqrt{۲}m/s$$

در این صورت نسبت تندی‌ها خواهد شد:

$$\frac{v}{v'}=\frac{۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

B ۵۹۳ ۲

کار نیروی عمودی سطح F_N و کار نیروی وزن وارد بر هر دو قایق صفر است زیرا این نیروها بر مسیر عمودند از طرفی نیروی وارد بر هر دو قایق یکسان و برابر F است و از ابتدا تا انتهای مسیر هر دو قایق، مسیر یکسانی را طی کرده‌اند. بنابراین کار کل انجام شده روی قایق‌ها برابر است و گزاره (الف) درست است. $W_t=Fd$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند و انرژی جنبشی اولیهٔ آن‌ها صفر است. بنابراین انرژی جنبشی نهایی آن‌ها یکی است.

$$W_{t_۱}=W_{t_۲}\Rightarrow\Delta K_۱=\Delta K_۲\xrightarrow{K_{۰۱}=K_{۰۲}=۰} K_۱=K_۲$$

و گزاره (ب) درست است.

اما وقتی انرژی جنبشی آن‌ها یکی است جسمی که جرم کمتری دارد تندی‌اش بیشتر است یعنی تندی آن در انتهای مسیر برابر نیست و گزاره (پ) نادرست است.

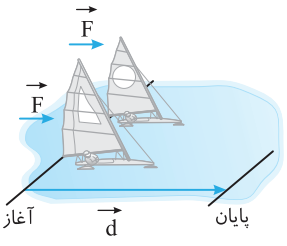
$$K_۱=K_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}m_۱v_۱^۲=\frac{۱}{۲}m_۲v_۲^۲\xrightarrow{m_۲=۲m_۱} v_۱^۲=۲v_۲^۲\Rightarrow v_۱=\sqrt{۲}v_۲$$

$$\Rightarrow v_۱\neq v_۲$$

B ۵۹۴ ۱

روش اول: استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی:

۱ نیروی وارد بر هر دو قایق یکسان و جابه‌جایی آن‌ها نیز یکسان است، بنابراین کار نیروی باد بر هر دو قایق یکسان است. $W=Fd\Rightarrow W_۱=W_۲$



یادآوری کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

۲ با توجه به قضیهٔ کار و انرژی خواهیم داشت:

$$W=\Delta K \xrightarrow{W_1=W_2} \Delta K_1=\Delta K_2 \Rightarrow K_1=K_2$$

$$\xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{2}m_1v_1^2=\frac{1}{2}m_2v_2^2 \xrightarrow{m_1=4m_2}$$

$$\frac{1}{2}(4m_2)v_1^2=\frac{1}{2}m_2v_2^2 \Rightarrow v_2=2v_1$$

بنابراین تندی قایق سبک‌تر دو برابر تندی قایق سنگین‌تر است.

روش دوم: استفاده از روابط حرکت‌شناسی و دینامیک

نیروی وارد بر قایق‌ها برابر است اما جرم قایق اول ۴ برابر جرم قایق دوم است $(m_1=4m_2)$ و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F=ma \xrightarrow{F_1=F_2} m_1a_1=m_2a_2 \Rightarrow 4m_2a_1=m_2a_2$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{1}{4}a_2 \quad (1)$$

با توجه به رابطهٔ مستقل از زمان می‌توان نوشت:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x_1=\Delta x_2=d} \begin{cases} v_1^2-0=2a_1d \\ v_2^2-0=2a_2d \end{cases}$$

$$\frac{v_2^2}{v_1^2}=\frac{a_2}{a_1} \xrightarrow{(1)} \frac{v_2^2}{v_1^2}=\frac{a_2}{\frac{1}{4}a_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1}=2$$

A ۵۹۵ **۱**

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی در دو حالت داریم:

$$W_{\text{الف}}=\Delta K_{\text{الف}} \Rightarrow F_{\text{الف}}d=\frac{1}{2}m(v^2-0)$$

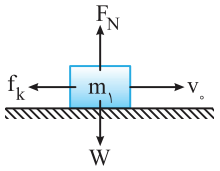
$$W_{\text{ب}}=\Delta K_{\text{ب}} \Rightarrow F_{\text{ب}}\times 2d=\frac{1}{2}\times 4m(v^2-0^2)$$

اگر دو معادله را بر هم تقسیم کنیم داریم:

$$\frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}}\times\frac{d}{2d}=\frac{m}{4m} \Rightarrow \frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}}=\frac{1}{2}$$

B ۵۹۶ **۲**

یادآوری هرگاه جسمی را با سرعت اولیه به حرکت در می‌آورید، پس از جدا شدن جسم از دست شما، نیروی جلوبری وجود ندارد و جسم چون سرعت گرفته به حرکت خود ادامه می‌دهد.



بر هر جسم سه نیروی ۱) وزن ۲) عمودی سطح ۳) اصطکاک وارد می‌شود. کار نیروی وزن و نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود هستند صفر است و کار کل برابر کار نیروی اصطکاک وارد بر جسم است. اگر نیروی اصطکاک جسم سبک را f_k بنامیم با توجه به فرض مسئله نیروی اصطکاک جسم سنگین $2f_k$ خواهد بود.

با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی در هر حالت جابه‌جایی جسم تا توقف را حساب می‌کنیم:

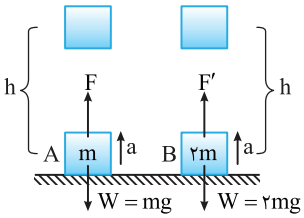
$$W_t=\Delta K \Rightarrow \begin{cases} \text{۱ جسم: } W_{f_k}=\Delta K \Rightarrow f_k\times x\times\cos 180^\circ \\ =\frac{1}{2}m(0-v_0^2) \Rightarrow x=\frac{mv_0^2}{2f_k} \\ \text{۲ جسم: } W_{f_k}=\Delta K \Rightarrow 2f_k\times X\times\cos 180^\circ \\ =\frac{1}{2}(2m)(0-v_0^2) \Rightarrow X=\frac{mv_0^2}{2f_k} \end{cases}$$

یعنی مسافت طی شده توسط دو جسم از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ توقف برابر است $(x=X)$.

C ۵۹۷ **۱**

خط فکری انرژی جنبشی اولیه هر دو جسم که از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند صفر است و پس از جابه‌جایی یکسان h، انرژی جنبشی آن‌ها را باید به‌دست بیاورید و مقایسه کنید. برای این کار شما باید نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنید، کار تک تک نیروها را حساب کرده و مجموع آن‌ها را بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر ΔK قرار دهید و انرژی جنبشی هر یک را به‌دست آورید.

۱ با توجه به فرض مسئله شتاب هر دو جسم A و B یکسان است. هر جسم رو به بالا شروع به حرکت کرده و نیروی رو به بالا F از وزن بیشتر است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{array}{l} A: F-mg=ma \Rightarrow F=mg+ma \\ B: F'-2mg=2ma \Rightarrow F'=2mg+2ma \end{array}\right\} F'=2F$$

۲ قضیه کار و انرژی را برای هر جسم می‌نویسیم:

$$A: W_{t_A}=\Delta K_A \Rightarrow W_F+W_{W_A}=\Delta K_A$$

$$\xrightarrow[K_{\circ A}=0]{W_{W_A}=-mgh,\ W_F=Fh} Fh-mgh=K_A \quad (1)$$

$$B: W_{t_B}=\Delta K_B \Rightarrow W_{F'}+W_{W_B}=\Delta K_B$$

$$\xrightarrow[K_{\circ B}=0]{W_{W_B}=-2mgh,\ W_{F'}=F'h=2Fh} 2Fh-2mgh=K_B$$

$$\Rightarrow 2(Fh-mgh)=K_B \quad (2)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که $K_B=2K_A$.

A ۵۹۸ **۴**

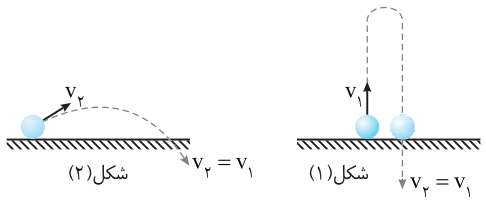
کار کل یا همان کار نیروی برایند وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است و به تندی ابتدایی و انتهایی مسیر بستگی ندارد و چگونگی مسیر در محاسبه آن تأثیری ندارد بنابراین طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{کار کل}}=\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2) \xrightarrow{m=2kg,\ v_1=20m/s,\ v_2=10m/s}$$

$$W_{\text{کار کل}}=\frac{1}{2}\times 2\times((10^2)-(20)^2)=(100-400) \Rightarrow W_{\text{کار کل}}=-300J$$

A ۵۹۹ **۴**

به شکل زیر و به کلمهٔ الزاماً در صورت مسئله دقت کنید. در شکل (۱) گلوله‌ای را در شرایط خلأ از سطح زمین رو به بالا پرتاب می‌کنیم (اکنون خودکار خود را به بالا پرتاب کنید) گلوله بالا می‌رود، می‌ایستد و با همان تندی به محل اولیه‌اش برمی‌گردد.



چون تندی ابتدایی و انتهایی یکسان است، تغییر انرژی جنبشی صفر است و در نتیجه کار کل صفر است. اما در کل مسیر برایند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست و در تمام مسیر بر جسم نیروی وزن وارد می‌شود و بنابراین گزینه (۱) نادرست است. در طول مسیر تندی ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود و گزینه (۲) نادرست است. در شکل (۲) مسیر خمیده است و کار کل نیز صفر است بنابراین گزینه (۳) نیز نادرست است اما به هر حال تندی اولیه و نهایی باید یکسان باشد تا تغییر انرژی جنبشی و در نتیجه کار کل صفر شود یعنی گزینه (۴) درست است.

A ۶۰۰ **۲**

بر ماهواره تنها نیروی وزن وارد می‌شود و این نیرو همواره در امتداد شعاع کرهٔ زمین است که بر مسیر حرکت ماهواره عمود است. یعنی $\theta=90^\circ$ و $\cos\theta=0$. بنابراین کار انجام شده بر ماهواره صفر می‌شود و تندی ماهواره تغییر نمی‌کند البته با توجه به رابطهٔ کار و

انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_{کل}=\Delta K \xrightarrow{W_{کل}=0} \Delta K=0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=0 \Rightarrow v_1=v_2=20\,m/s$$

بازی با سؤال **ماهواره‌ای به جرم ۵۰۰kg با تندی ۳m/s در فاصلهٔ ۷۲۰۰km از مرکز زمین به گرد زمین می‌چرخد، در مدتی که ماهواره نیم دور به گرد زمین می‌چرخد، انرژی جنبشی آن چند ژول می‌شود؟** از کتاب درسی

۱) صفر ۲) ۲۲۵۰ ۳) ۴۵۰۰ ۴) 4500π

گزینهٔ ۲

۲ ۶۰۱ B

نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم. سه نیرو بر جسم وارد می‌شود:

۱ نیروی وزن W ۲ نیروی اصطکاک f_k

۳ نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) F_N

کار نیروی عمودی سطح که در طول مسیر رفت و برگشت بر مسیر عمود است صفر است. $W_{F_N}=0$

در لحظهٔ رها شدن تندی جسم صفر و در انتها نیز در پایین مسیر تندی صفر است. بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است. $\Delta K=0$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_W+W_{f_k}+W_{F_N}=\Delta K$$

$$\xrightarrow{\Delta K=0} W_W=-W_{f_k} \Rightarrow \frac{W_{f_k}}{W_W}=-1$$

۴ ۶۰۲ B

خط فکری کار کل یعنی به‌دنبال تغییر انرژی جنبشی بروید برای این منظور باید اندازهٔ سرعت در نقاط A و B را داشته باشید تا به کمک آن، انرژی جنبشی را در نقاط A و B حساب کنید.

اندازه سرعت خودرو در نقطهٔ A:

$$\vec{v}_A=3\vec{i}+4\vec{j} \Rightarrow v_A=\sqrt{3^2+4^2}=5\,m/s$$

اندازه سرعت خودرو در نقطهٔ B:

$$\vec{v}_B=5\vec{i}-12\vec{j} \Rightarrow v_B=\sqrt{5^2+(-12)^2}=13\,m/s$$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل خواهد شد:

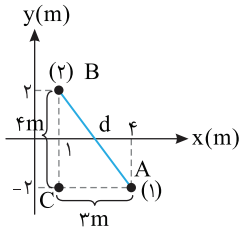
$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_t=K_B-K_A \Rightarrow W_t=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\xrightarrow{m=800kg} W_t=\frac{1}{2}\times 800\times(13^2-5^2) \Rightarrow W_t=400\times(144)$$

$$\Rightarrow W_t=400\times 144 \Rightarrow W_t=57600J=57/6kJ$$

۴ ۶۰۳ B

ابتدا با رسم نمودار مسیر حرکت جسم را مشخص می‌کنیم و با توجه به قضیهٔ فیثاغورس d برابر است با:



$$d=\sqrt{3^2+4^2}=5m$$

$$W_t=\Delta K \Rightarrow F_t d=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow F_t\times 5=2(64-4) \Rightarrow F_t=24N$$

۱ ۶۰۴ A

خط فکری برای یافتن کار کل شما باید تغییر انرژی جنبشی را به‌دست آورید و تغییر انرژی جنبشی به تندی ابتدایی و انتهایی بستگی دارد و شکل مسیر هرگونه‌ای که باشد و چگونگی حرکت جسم اصولاً مهم نیست.

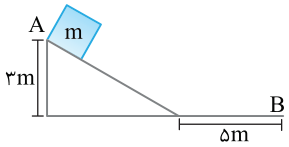
کار کل نیروهای وارد بر جسم بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییرات انرژی جنبشی است از این‌رو:

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_t=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2 \xrightarrow{m=2000kg,\ v_1=2m/s,\ v_2=12m/s}$$

$$W_t=\frac{1}{2}\times 2\times 10^3(144-4)=140\times 10^3 J=140kJ$$

۱ ۶۰۵ A

خط فکری برای به‌دست آوردن کار نیروی وزن تنها جابه‌جایی در راستای قائم مهم است. همچنین با داشتن تندی اولیه و تندی نهایی می‌توان کار کل را با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی به‌دست آورد.

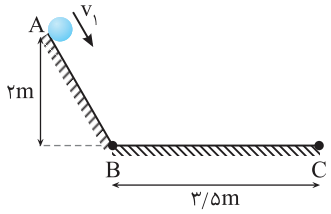


کار نیروی وزن برابر است با: $W_{mg}=mgh\cos\alpha=5\times 10\times 3\times 1=150J \Rightarrow W_1=150J$

کار کل نیروها را از قضیهٔ کار و انرژی به‌دست می‌آوریم:

$$W_t=\Delta K=K_B-K_A=0-\frac{1}{2}mv_A^2=-\frac{1}{2}\times 5\times(2)^2=-10J \Rightarrow W=-10J$$

بازی با سؤال **مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم 1kg با تندی اولیهٔ v_1 از نقطهٔ A شروع به حرکت می‌کند و مماس بر مسیر بدون اصطکاک AB با تندی 7m/s به نقطه B می‌رسد و پس از طی مسافت ۳/۵ متر در مسیر افقی، در نقطهٔ C می‌ایستد. کار کل انجام شده روی گلوله چند ژول است؟** $(g=10\,m/s^2)$



گزینهٔ ۱

۱) $-4/5$ ۲) $4/5$ ۳) ۹ ۴) -9

۴ ۶۰۶ C

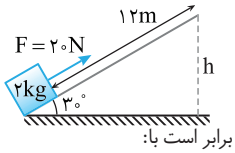
خط فکری تندی ابتدایی و انتهایی را در مسیر حرکت را در اختیار داریم یعنی باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی برویم.

۱ نیروی عمودی سطح F_N بر مسیر عمود بوده و کارش صفر است.

۲ کار نیروی $F=20N$ در جابه‌جایی 12m برابر است با:

$$W_F=Fd\cos\theta \xrightarrow{\theta=0,\ \cos\theta=1} W_F=20\times 12=240J$$

۳ برای یافتن کار نیروی وزن ارتفاعی که جسم بالا رفته را حساب می‌کنیم، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است.



$$h=\frac{12}{2}=6m$$

جسم رو به بالا حرکت کرده و کار نیروی وزن منفی و برابر است با:

$$W_W=-mgh \xrightarrow{m=2kg} W_W=-2\times 10\times 6 \Rightarrow W_W=-120J$$

۴ مجموع کار تک تک نیروها را برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار می‌دهیم.

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_{F_N}+W_W+W_F+W_{f_k}=\frac{1}{2}mv^2-0$$

$$\Rightarrow 0-120+240+W_{f_k}=\frac{1}{2}\times 2\times 6^2 \Rightarrow 120+W_{f_k}=36 \Rightarrow W_{f_k}=-84J$$

۵ اکنون می‌توان نیروی اصطکاک را به‌دست آورد.

$$W_{f_k}=f_k d\cos\theta \xrightarrow{\theta=180^\circ,\ \cos\theta=-1} -84=f_k\times 12\times(-1) \Rightarrow f_k=7N$$

۲ ۶۰۷ B

کار کل در مسیر رفت را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی به‌دست می‌آوریم:

$$W_t=\Delta K=K_B-K_A \xrightarrow{K_B=0} W_t=0-\frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow W_{t_{رفت}}=-\frac{1}{2}\times m(8^2) \Rightarrow W_{t_{رفت}}=-32m$$

کار کل در مسیر برگشت خواهد شد:

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_{t_{برگشت}}=\frac{1}{2}mv_A'^2-0 \Rightarrow W_{t_{برگشت}}=\frac{1}{2}mv_A'^2$$

با توجه به فرض مسئله:

$$\frac{|W_{t_{رفت}}|}{|W_{t_{برگشت}}|}=2$$

از این رو خواهیم داشت:

$$\frac{32m}{\frac{1}{2}mv_A'^2}=2 \Rightarrow v_A'^2=32 \Rightarrow v_A'=4\sqrt{2}m/s$$

B ۲ ۶۰۸

پس از پاره شدن نخ در راستای جابه‌جایی جسم دو نیروی وزن و شناوری بر جسم وارد می‌شود:

کار نیروی وزن در این جابه‌جایی جسم رو به بالا منفی و برابر است با:

$$W_{وزن}=mgd\cos 180^\circ=10\times(20\times10^{-2})\times(-1)=-2J$$

کار نیروی شناوری خواهد شد: $W_{F_b}=F_b d\cos 0^\circ=20\times(20\times10^{-2})=4J$

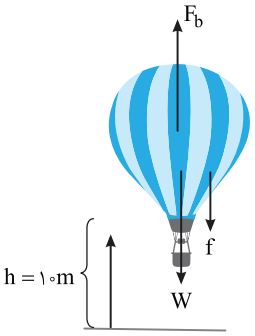
بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی شناوری برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. $W_{کل}=\Delta K\Rightarrow W_{F_b}+W_{وزن}=\Delta K$

$$4+(-2)=K_2-K_1 \xrightarrow[\text{جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده}]{K_1=0} K_2=2J$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}\times1\times v_2^2=2\Rightarrow v_2=2m/s$$

B ۴ ۶۰۹

خط فکری در مسائل این چنینی بهتر است با رسم یک شکل ساده نیروهای وارد بر جسم مورد نظر را مشخص کنیم. سپس به حل مسئله بپردازیم. نیروهای وارد بر بالون عبارتند از:



۱ نیروی شناوری F_b که سبب بالا رفتن بالون می‌شود.

۲ نیروی وزن

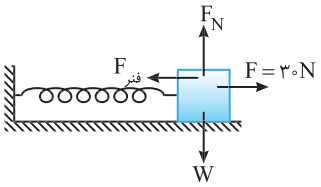
۳ نیروی مقاومت هوا. کار نیروی مقاومت هوا منفی و برابر $-500J$ است و کار نیروی وزن نیز منفی می‌باشد، با توجه به قضیهٔ کار و انرژی خواهیم داشت: $W_t=\Delta K\Rightarrow W_g+W_f+W_{F_b}=\frac{1}{2}mv^2-0$

$$\Rightarrow mgh\cos 180^\circ+(-500)+F_b\times h=\frac{1}{2}\times50\times16$$

$$-50\times10\times10-500+10F_b=400\Rightarrow F_b=590N$$

B ۱ ۶۱۰

۱ بر جسم چهار نیرو وارد می‌شود.



۱) نیروی وزن ۲) نیروی عمودی سطح ۳) نیروی فنر ۴) نیروی F

نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر مسیر حرکت عمود بوده و کار آن‌ها صفر است.

۲ کار نیروی $F=30N$ در جابه‌جایی $10cm$ خواهد شد:

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=30\times0/1\times1\Rightarrow W_F=3J$$

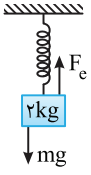
۳ تندی جسم در ابتدا و انتهای مسیر صفر است، بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم نیز صفر است. $(\Delta K=0)$

۴ کار کل را بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار می‌دهیم.

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=0}W_{F_N}+W_F+W_{F_{فنر}}+W_W=0$$

$$\Rightarrow3+W_{F_{فنر}}=0\Rightarrow W_{F_{فنر}}=-3J$$

B ۲ ۶۱۱



مطابق شکل، نیروی وزن در جهت جابه جایی و نیروی کشسانی فنر خلاف جهت جابه‌جایی به جسم وارد می‌شود. جسم رها شده است بنابراین تندی اولیه آن صفر است $(v_1=0)$. با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

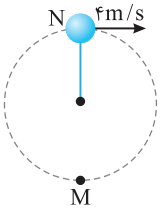
$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_g+W_{F_e}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow mgh+W_{F_e}=\frac{1}{2}\times2\times0/4$$

$$2\times10\times\frac{4}{100}+W_{F_e}=0/4\Rightarrow W_{F_e}=0/4-0/8=-0/76J$$

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۲ ۶۱۲



بر جسم سه نیرو وارد می‌شود. ۱) نیروی وزن ۲) نیروی کشش نخ ۳) نیروی مقاومت هوا

۱ نیروی کشش نخ در تمام نقاط مسیر از جسم به سمت مرکز دایره است بنابراین بر مسیر حرکت عمود بوده و کارش صفر است.

۲ کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و به فاصله N تا M که دو برابر طول نخ است بستگی دارد $(h=2\times1=2m)$ و چون از N تا M جسم رو به پایین حرکت می‌کند کار نیروی وزن مثبت است.

$$W_W=+mgh\xrightarrow{m=2kg}W_W=2\times10\times2\Rightarrow W_W=40J$$

۳ در نقطه N تندی جسم $4m/s$ است و با توجه به فرض مسئله تندی در نقطه M، ۵۰٪ بیشتر است. یعنی:

$$v_M=v_N+\frac{50}{100}v_N\Rightarrow v_M=\frac{150}{100}v_N\Rightarrow v_M=\frac{3}{2}\times4=6m/s$$

۴ اما کار نیروی مقاومت هوا: برای یافتن کار نیروی مقاومت همواره باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی $(W_t=\Delta K)$ برویم.

$$W_F+W_W+W_f=\Delta K\Rightarrow0+40+W_f=\frac{1}{2}mv_M^2-\frac{1}{2}mv_N^2$$

$$\xrightarrow{m=2kg}40+W_f=\frac{1}{2}\times2\times(6)^2-\frac{1}{2}\times2\times(4)^2\Rightarrow40+W_f=20$$

$$W_f=-20J$$

C ۴ ۶۱۳

یادآوری ۱ جسم ساکن هرگاه تحت تأثیر چند نیروی ثابت قرار گیرد در جهت برایند نیروهای وارد بر جسم حرکت خواهد کرد و کار نیروی برایند برابر $W_{F_{net}}=F_{net}d$ می‌شود.

یادآوری ۲ کار نیروی برایند برابر کار کل نیروهای وارد بر جسم است.

$$W_t=W_{F_{net}}=\Delta K$$

یادآوری ۳ قضیه کار و انرژی جنبشی چگونگی آرایش نیروها و مسیر حرکت را مشخص نمی‌کند.

ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی نیروی برایند را حساب می‌کنیم.

$$W_{F_{net}}=\Delta K\Rightarrow F_{net}\times d=K_2-K_1\xrightarrow{\substack{K_1=0\\K_2=35J,\,d=7m}}$$

$$F_{net}\times7=35-0\Rightarrow F_{net}=5N$$

برایند $F_1=3N$ و F_2 برابر $5N$ شده است اما ما نمی‌دانیم که آیا این دو نیرو هم‌جهت هستند یا در خلاف جهت هم و یا باهم زاویه می‌سازند از این‌رو:

اگر $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ هم‌جهت باشد، در این صورت: $F_1+F_2=5\Rightarrow3+F_2=5\Rightarrow F_2=2N$

اگر $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ در خلاف‌جهت هم باشند، $F_2>F_1$ باشد آنگاه:

$$F_2-F_1=5\Rightarrow F_2-3=5\Rightarrow F_2=8N$$

اگر $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ عمود بر هم باشند آنگاه: $F_1^2+F_2^2=5^2\Rightarrow3^2+F_2^2=5^2\Rightarrow F_2=4N$

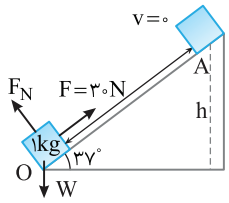
در نتیجه با قضیه کار و انرژی جنبشی نمی‌توان نیروی $\vec{F}_2$ را تعیین کرد، در واقع برای $\vec{F}_2$ بی‌نهایت جواب وجود دارد. بنابراین گزینه (۴) درست است.

C ۲ ۶۱۴

۱ در ابتدا جسم ساکن و تندی اولیه صفر است $(v_1=0)$، جسم حداکثر تا جایی بالا می‌رود که تندی آن صفر شود $(v_2=0)$، بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است $(\Delta K=0)$

۲ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل نیز صفر خواهد شد. $W_t=\Delta K=0$

۳ کار نیروی عمودی سطح صفر و مجموع کار نیروی F و نیروی وزن خواهد شد:



$$W_t = W_{F_N} + W_W + W_F = ۰$$
$$\Rightarrow W_W + W_F = ۰$$
$$\Rightarrow W_W = -W_F \Rightarrow W_W = -Fd$$

نیروی $F=-۳۰N$ فقط ۵m بر جسم وارد شده است از این رو:

$$W_W = -۳۰\times۵ \Rightarrow W_W = -۱۵۰J$$

۴ کار نیروی وزن در این مسیر منفی و برابر $W_W=-mgh$ است از این رو:

$$-۱۵۰ = -۱\times۱۰\times h \Rightarrow h = ۱۵m$$

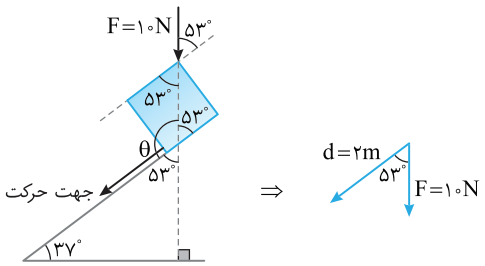
۵ کل جابه‌جایی (OA) خواهد شد:

$$\sin ۳۷^\circ = \frac{h}{OA} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{۱۵}{OA} \Rightarrow OA = \frac{۱۵}{۰/۶} \Rightarrow OA = ۲۵m$$

B ۶۱۵ ۳

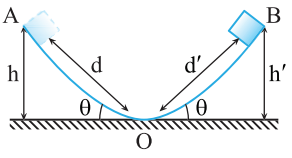
به شکل زیر دقت کنید. برای یافتن کار نیروی $F=۱۰N$ در جابه‌جایی ۲m به زاویه بین نیرو و جابه‌جایی نیاز داریم که این زاویه برابر ۵۳° است از این رو کار نیروی F خواهد شد:

$$W_F = Fd\cos\theta \Rightarrow W_F = ۱۰\times۲\times۰/۶ \Rightarrow W_F = ۱۲J$$



C ۶۱۶ ۲

۱ جسم با تندی ثابت به پایین می‌لغزد بنابراین انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند $(\Delta K=۰)$ و کار کل انجام شده روی جسم نیز صفر است.



۲ سه نیرو بر جسم وارد می‌شود، نیروی عمودی سطح، نیروی وزن و نیروی اصطکاک. کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود است، صفر است. وقتی جسم از A تا O حرکت می‌کند جسم پایین می‌آید پس کار نیروی وزن مثبت و برابر mgh است و کار نیروی اصطکاک برابر $W_{f_K}=-f_K d$ است.

۳ قضیه کار و انرژی جنبشی را برای حرکت جسم از A تا O می‌نویسیم و نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$W_W + W_{F_N} + W_{f_k} = \Delta K \Rightarrow mgh - f_k d = ۰$$
$$\Rightarrow f_k = mg\frac{h}{d} \xrightarrow{\frac{h}{d}=\sin\theta} f_k = mg\sin\theta \qquad (۱)$$

۴ هنگامی که جسم از O تا B بالا می‌رود کار نیروی وزن منفی و برابر $W'_W=-mgh'$ و کار نیروی اصطکاک برابر $W'_{f_k}=-f_k d'$ است. مجدداً قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم. تندی جسم در نقطهٔ O، $۸m/s$ و در نقطهٔ B صفر است. (۲)

$$W_{f_k} + W_W + W_{F_N} = \Delta K \Rightarrow -f_k d' - mgh' + ۰ = ۰ - \frac{۱}{۲}mv^۲$$

۵ اکنون نیروی اصطکاک را از رابطه (۱) در رابطهٔ (۲) قرار می‌دهیم و h' را به‌دست می‌آوریم:

$$(۱)\text{ و }(۲) \Rightarrow -(\underbrace{mg\sin\theta}_{h'})d' - mgh' = -\frac{۱}{۲}mv^۲$$
$$\Rightarrow -۲gh' = -\frac{۱}{۲}\times(۸)^۲ \Rightarrow h' = ۱/۶m$$

B ۶۱۷ ۲

خط فکری در این حرکت کار کل همان کار نیروی F است و برای به‌دست آوردن کار کل در ثانیه دوم، ابتدا باید بدانید که ثانیه دوم یعنی بازهٔ زمانی بین $t=۱s$ و $t=۲s$، سپس با یافتن شتاب حرکت به کمک قانون دوم نیوتون، تندی جسم را در لحظه‌های $t=۱s$ و $t=۲s$ حساب کنید و سرانجام به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی F را به‌دست آورید.

۱ شتاب حرکت جسم را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F=ma \xrightarrow{m=۵kg} ۲=۵a \Rightarrow a=۰/۴m/s^۲$$

۲ تندی در لحظهٔ $t=۱s$ و $t=۲s$ را به کمک تعریف شتاب به‌دست می‌آوریم.

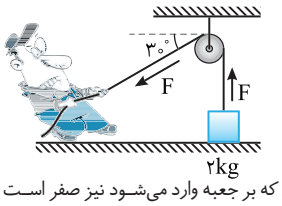
$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\begin{cases} \xrightarrow{t=۱s} ۰/۴=\frac{v_۱-۰}{۱} \Rightarrow v_۱=۰/۴m/s \\ \xrightarrow{t=۲s} ۰/۴=\frac{v_۲-۰}{۲} \Rightarrow v_۲=۰/۸m/s \end{cases}$$

۳ کار نیروی F را حساب می‌کنیم:

$$W_F=\Delta K \Rightarrow W_F=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow W_F=\frac{۱}{۲}\times۵(۰/۶۴-۰/۱۶)$$
$$W_F=\frac{۱}{۲}\times۵(۰/۴۸)=۵\times۰/۲۴ \Rightarrow W_F=۱/۲J$$

C ۶۱۸ ۴

نکته نیرویی که سبب بالا رفتن وزنهٔ ۲kg توسط نخ می‌شود هم‌اندازهٔ نیروی F است که توسط کارگر بر نخ وارد می‌شود. تندی جعبه ثابت است و انرژی جنبشی جعبه تغییر نمی‌کند $(\Delta K=۰)$.

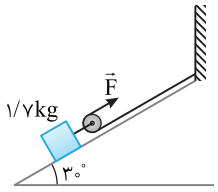


بنابراین مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی F که بر جعبه وارد می‌شود نیز صفر است بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_F + W_{mg} = \Delta K \xrightarrow[\text{تندی ثابت}]{\Delta K=۰} W_F - mgh = ۰ \Rightarrow W_F = ۲\times۱۰\times۴ = ۸۰N$$

C ۶۱۹ ۲

۱ تندی جسم ثابت است و انرژی جنبشی جسم تغییر نمی‌کند بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است. پس بنا به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی مجموع جبری کار نیروهای وارد بر جسم صفر است.



۲ بر جسم چهار نیرو وارد می‌شود.

I) نیروی عمودی سطح: که چون بر مسیر عمود است، کارش صفر است.

II) نیروی وزن: جسم رو به بالا در حرکت است و کار نیروی وزن منفی و برابر $W_W=-mgh$ است که در آن h خواهد بود:

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow h = ۵\times\sin ۳۰^\circ \Rightarrow h = ۲/۵m$$
$$W_W = -۱/۷\times۱۰\times۲/۵ \Rightarrow W_W = -۴۲/۵J$$

III) نیروی اصطکاک: کار نیروی اصطکاک برابر است با:

$$W_{f_k} = -f_k d \Rightarrow W_{f_k} = -۳\times۵ = -۱۵J$$

۳ اکنون می‌توان به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیروی F را حساب کرد.

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\Delta K=۰} W_{F_N} + W_W + W_{f_k} + W_F = ۰$$
$$\Rightarrow ۰ - ۴۲/۵ - ۱۵ + W_F = ۰ \Rightarrow W_F = ۵۷/۵J$$

پنجره چهارم

A ۶۲۰ ۲

انرژی پتانسیل گرانشی هر دو شخص در طبقه سوم با توجه به رابطه $U=mgh$ نسبت به زمین یکسان است و گزاره (الف) نادرست است.

کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم نقطه انتهایی از نقطهٔ ابتدایی بستگی دارد که ارتفاع قائم در حرکت شخص A و شخص B از سطح زمین در طبقه سوم یکی است و کار نیروی وزن یکسان است $(W_{W_A}=W_{W_B}=-mgh)$ و گزاره (ب) درست است.

اگر شخص B از پله‌ها آرام‌تر بالا می‌رود و در مدت t به طبقه سوم برسد قطعاً شخص A که سریع‌تر بالا می‌رود در زمان کوتاه‌تری به طبقه سوم می‌رسد، بنابراین شخص B در لحظهٔ $\frac{t}{2}$ ارتفاع کمتری از شخص A بالا رفته و انرژی پتانسیل گرانشی آن کمتر است و گزاره (پ) نادرست است.

۶۲۱ | ۱ | B

به فرض مسئله دقت کنید، انرژی جنبشی ٪۱۰ از انرژی پتانسیل گرانشی کمتر است یعنی انرژی جنبشی ٪۹۰ انرژی پتانسیل گرانشی است. از طرفی سطح زمین مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب شده است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$K=\frac{۹۰}{۱۰۰}U\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۹۰}{۱۰۰}mgh\Rightarrow v^۲=۱/۸gh \quad (۱)$$

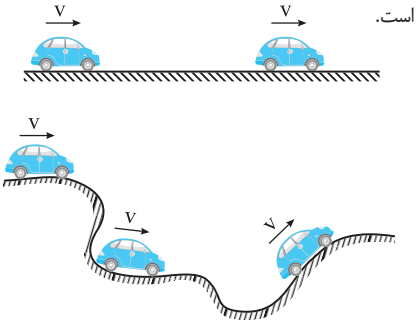
اما باید تندی هواپیما را برحسب m/s حساب کنیم و سپس آن را در رابطه (۱) قرار دهیم:

$$v=۸۶۴km/h=\frac{۸۶۴}{۳/۶}m/s=۲۴۰m/s$$

$$\text{رابطه (۱)}\Rightarrow(۲۴۰)^۲=۱/۸\times۱۰\times h\Rightarrow h=۳۲۰۰m$$

۶۲۲ | ۱ | B

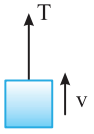
نکته تندی حرکت برابر بزرگی سرعت است، در شکل‌های زیر تندی حرکت جسم ثابت است.



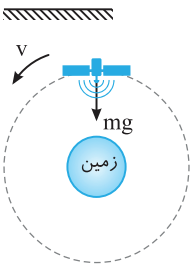
الف) با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی ($W_t=\Delta K$) با ثابت ماندن تندی خواهیم داشت: $W_t=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)\xrightarrow{v_۱=v_۲}W_t=۰$

گزارهٔ (الف) درست است.

ب) فرض کنید در شکل روبه‌رو با تندی ثابت جعبه‌ای را به سمت بالا بکشیم در این صورت با اینکه انرژی جنبشی ثابت می‌ماند، اما انرژی پتانسیل در حال افزایش است، بنابراین در این حرکت با تندی ثابت انرژی مکانیکی ($E=K+U$) افزایش می‌یابد. بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.



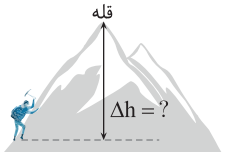
پ) در حرکت ماهواره به دور زمین تندی حرکت ماهواره ثابت است، اما به ماهواره همواره نیروی خالص mg به سمت مرکز زمین وارد می‌شود، بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست است.



۶۲۳ | ۱ | A

خط فکری کمیتی که در فیزیک اهمیت دارد تغییر انرژی پتانسیل گرانشی (ΔU) بین دو نقطه است نه مقدار U در یک نقطهٔ خاص، می‌توانیم U را در هر نقطه‌ای که بخواهیم برابر صفر تعریف کنیم بدون آنکه تأثیری در پاسخ مسئله داشته باشد. به همین دلیل در این مسئله مبدأ انرژی پتانسیل مشخص نیست که البته مهم هم نیست و شما کافی است از رابطهٔ $\Delta U=mg\Delta h$ مسئله را حل کنید.

جرم کوهنورد ۷۲kg و انرژی پتانسیل گرانشی او در نقطهٔ A، ۵۷۶kJ− و در قله ۲۸۸kJ است بنابراین می‌توان نوشت:

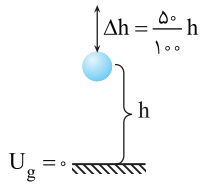


$$\Delta U=mg\Delta h\Rightarrow U_۲-U_۱=mg\Delta h\Rightarrow ۲۸۸\times۱۰^۳-(-۵۷۶)\times۱۰^۳=۷۲\times۱۰\Delta h$$

$$۸۶۴\times۱۰^۳=۷۲۰\Delta h\Rightarrow\Delta h=\frac{۸۶۴\times۱۰^۳}{۷۲۰}=۱۲۰۰m$$

۶۲۴ | ۲ | B

در صورت سؤال، تغییر ارتفاع، ٪۵۰ ارتفاع اولیه بوده است $\Delta h=\frac{۵۰}{۱۰۰}h$ و این افزایش ارتفاع سبب شده است که انرژی پتانسیل به اندازه $\Delta U=+۱۵۰J$ افزایش یابد. بنابراین برای تغییر انرژی پتانسیل گرانشی می‌توان نوشت:



$$\Delta U=mg\Delta h\xrightarrow{m=۴kg}۱۵۰=۴\times۱۰\Delta h$$

$$\xrightarrow{\Delta h=\frac{۵۰}{۱۰۰}h}۱۵۰=۴۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}h\Rightarrow h=۷/۵m$$

۶۲۵ | ۱ | A

خط فکری تغییر انرژی پتانسیل گرانشی به مبدأ اختیاری بستگی ندارد و برابر $\Delta U=mg\Delta h$ است. حال اگر جسم رو به بالا حرکت کند $\Delta h>۰$ و در نتیجه $\Delta U>۰$ بوده یعنی انرژی پتانسیل گرانشی در حال افزایش است.

در تمام طول مسیر جسم در حال بالا رفتن بوده و انرژی پتانسیل گرانشی آن در حال افزایش است و نوع حرکت تأثیری در این مطلب ندارد.

۶۲۶ | ۳ | B

خط فکری ابتدا چند مطلب را برای خود روشن کنید:

۱ نیروی کابل متصل به آسانسور رو به بالاست یا رو به پایین؟ قطعاً رو به بالاست.

۲ وقتی آسانسور پایین می‌آید، انرژی پتانسیل گرانشی زیاد می‌شود یا کم؟ قطعاً کاهش می‌یابد.

۳ فنر، وزن جسم را تحمل می‌کند بنابراین فنر فشرده شده یا کشیدگی دارد؟ قطعاً، فنر زیر جسم فشرده شده است. اکنون مسئله قابل بررسی است.

آسانسور در حال پایین آمدن است و نیروی کابل رو به بالاست، بنابراین $\theta=۱۸۰^\circ$ و کار نیروی کابل منفی است.

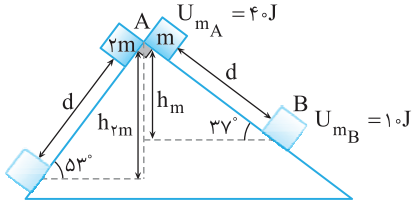
جسم در حال پایین آمدن است بنابراین $(\Delta h<۰)$ و انرژی پتانسیل گرانشی در حال کاهش بوده و تغییر انرژی پتانسیل $(\Delta U=mg\Delta h<۰)$ است.

فنر فشرده شده است. هر گاه فنر کشیده یا فشرده شود، در آن انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود، بنابراین انرژی پتانسیل کشسانی فنر مثبت است.

۶۲۷ | ۱ | B

خط فکری جعبه m و جعبه ۲m در ابتدا در ارتفاع یکسانی قرار دارند و با توجه به رابطه $U=mgh$، انرژی پتانسیل گرانشی جعبه ۲m در آن ارتفاع ۲ برابر انرژی پتانسیل گرانشی جعبه m است. انرژی پتانسیل جعبه m را در نقطهٔ A و B در اختیار داریم، به کمک آن d را حساب می‌کنیم، سپس با استفاده از d انرژی پتانسیل جعبه ۲m را وقتی به اندازهٔ d پایین می‌آید به‌دست می‌آوریم.

۱ جرم ۲m دو برابر جرم m است. انرژی پتانسیل m در نقطهٔ A، ۴۰J است بنابراین انرژی پتانسیل ۲m در نقطهٔ A، ۸۰J است. $U_{۲m_A}=۲U_{m_A}=۲\times۴۰=۸۰J$



۲ ارتفاع قائم A تا B برابر است با:

$$|\Delta U_m|=mgh_m\Rightarrow|۱۰-۴۰|=m\times۱۰h_m\Rightarrow h_m=\frac{۳}{m}$$

۳ مقدار d را حساب می‌کنیم:
$$\sin ۳۷^\circ = \frac{h_m}{d} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{\frac{۳}{m}}{d} \Rightarrow d = \frac{۵}{m}$$

۴ وقتی جعبه ۲m به اندازهٔ d روی سطح پایین می‌آید، مقدار ارتفاعی که پایین می‌آید برابر خواهد شد با:
$$h_{۲m} = d\sin ۵۳^\circ \Rightarrow h_{۲m} = \frac{۵}{m} \times ۰/۸ \Rightarrow h_{۲m} = \frac{۴}{m}$$

۵ تغییر انرژی پتانسیل ۲m خواهد شد:
$$|\Delta U_{۲m}| = ۲mgh_{۲m} \Rightarrow |\Delta U_{۲m}| = ۲m \times ۱۰ \times \frac{۴}{m}$$
$$\Rightarrow |\Delta U_{۲m}| = ۸۰J \Rightarrow \Delta U_{۲m} = -۸۰J$$

۶ بنابراین انرژی پتانسیل جعبه ۲m، از ۸۰J به صفر می‌رسد.
$$\Delta U = U_۲ - U_۱ \Rightarrow -۸۰ = U_۲ - ۸۰ \Rightarrow U_۲ = ۰$$

۶۲۸ B

۱ بر این جسم دو نیرو، یکی وزن رو به پایین و دیگری نیروی دست رو به بالا وارد می‌شود.

۲ تندی جسم در ابتدا و انتهای مسیر صفر است و تغییر انرژی جنبشی از ابتدا تا انتهای مسیر صفر می‌شود $(\Delta K = ۰)$.

۳ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کُل نیز صفر است. $W_t = \Delta K = ۰$

۴ کار کُل مجموع کار نیروی وزن و نیروی دست است، بنابراین خواهیم داشت:
$$W_{دست} + W_W = ۰ \Rightarrow W_{دست} = -W_W \quad (I)$$

۵ کار نیروی وزن همواره برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.
$$(\Delta U = -W_W) \text{ بنابراین خواهیم داشت: } (I) \Rightarrow W_{دست} = \Delta U \Rightarrow \frac{\Delta U}{W_{دست}} = ۱$$

میانبر کافی بود در این مسئله به خود بگویید کاری که شما برای بالا بردن جسم انجام داده‌اید به صورت انرژی پتانسیل در آن ذخیره شده است. بنابراین $W_W = \Delta U$

۶۲۹ A

خط فکری تغییر انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم در یک مسیر همواره برابر منفی کار نیروی وزن در آن مسیر است $(\Delta U_g = -W_W)$ بنابراین به این مسئله بدون حل می‌توان جواب داد. با توجه به خط فکری می‌توان نوشت:
$$\Delta U_g = -W_W \Rightarrow \frac{\Delta U_g}{W_W} = -۱$$

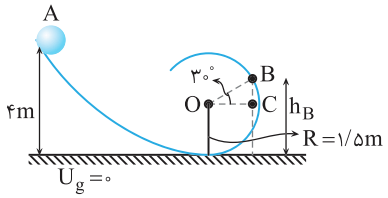
بازی با سؤال **سنگی به جرم ۱kg از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین، با تندی ۲۰m/s به طرف بالا پرتاب شده و با تندی ۲۲m/s به زمین می‌رسد، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آن در طول این حرکت چند برابر کار نیروی وزن است؟** $(g = ۱۰m/s^۲)$

۱) ۱- ۲) ۲ ۳) ۲- ۴) ۱

گزینهٔ ۱

۶۳۰ B

ابتدا باید ارتفاع نقطهٔ B تا سطح زمین را حساب کنیم.
$$\sin ۳۰^\circ = \frac{BC}{OB} \Rightarrow BC = ۱/۵ \times \frac{۱}{۲} = ۰/۷۵m$$
$$h_B = BC + R = ۰/۷۵ + ۱/۵ = ۲/۲۵m$$



اکنون تغییر انرژی پتانسیل از نقطهٔ A تا نقطهٔ B را به‌دست می‌آوریم.
$$\Delta U = U_B - U_A = mgh_B - mgh_A \xrightarrow{m = ۰/۵kg}$$
$$\Delta U = ۰/۵ \times ۱۰(۲/۲۵ - ۴) \Rightarrow \Delta U = ۵(-۱/۷۵) \Rightarrow \Delta U = -۸/۷۵J$$

۶۳۱ A

خط فکری انرژی مکانیکی مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی است $(E = U + K)$ و در یک مسیر بدون اتلاف انرژی، انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند (اصل پایستگی انرژی مکانیکی). از طرفی با حرکت جسم به سمت پایین انرژی پتانسیل گرانشی جسم کاهش می‌یابد و هنگام حرکت جسم رو به بالا انرژی پتانسیل گرانشی جسم افزایش می‌یابد. جسم در شرایط خلأ رها شده و جسم رو به پایین در حرکت است بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی جسم در حال کاهش است اما چون شرایط خلأ است انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند.

۶۳۲ B

کار نیروی وزن وقتی جسم به اندازهٔ h بالا می‌رود، منفی بوده و برابر است با:
$$W_{mg} = -mgh \Rightarrow W_{mg} = -۶۰ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۶۰۰ \Rightarrow W_{mg} = -۳/۶ \times ۱۰^۸ J$$

افزایش انرژی مکانیکی هواپیما برابر مجموع افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی آن است.

افزایش انرژی پتانسیل گرانشی $\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow \Delta U = ۳/۶ \times ۱۰^۸ J$

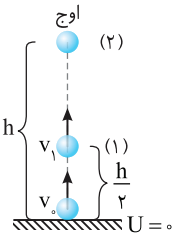
$$\Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \Rightarrow \Delta K = \frac{۱}{۲} \times ۶۰ \times ۱۰^۳ \times (۱۶۰^۲ - ۸۰^۲)$$
$$\Rightarrow \Delta K = ۳۰۰۰۰ \times (۸۰)^۲ (۲^۲ - ۱) \Rightarrow \Delta K = ۵/۷۶ \times ۱۰^۸ J$$

در این صورت:
$$\Delta E = \Delta U + \Delta K \Rightarrow \Delta E = ۳/۶ \times ۱۰^۸ + ۵/۷۶ \times ۱۰^۸ \Rightarrow \Delta E = ۹/۳۶ \times ۱۰^۸ J$$

میانبر البته در این تست می‌توانستید استدلال کنید که کار نیروی وزن منفی است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند، از طرفی افزایش انرژی مکانیکی به‌ازای افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی بوده و از مقدار کار نیروی وزن بیشتر است، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۶۳۳ A

انرژی مکانیکی پایسته است، پس نیازی به محاسبهٔ ارتفاع و تندی در نقطهٔ مورد نظر نیست. انرژی مکانیکی جسم در همهٔ نقاط مسیر یکسان و برابر انرژی مکانیکی اولیه است. از طرفی انرژی مکانیکی اولیه جسم همان انرژی جنبشی اولیه است بنابراین:

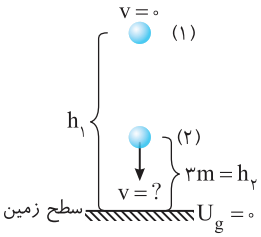


$$E_۱ = E_۰ = K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۰^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۰۰ = ۱۰۰J$$

۶۳۴ A

خط فکری در حل این گونه مسائل باید انرژی مکانیکی در حالت اول و دوم را برابر قرار دهیم.

انرژی مکانیکی در نقاط (۱) و (۲) را برابر قرار می‌دهیم. (سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کرده‌ایم.)



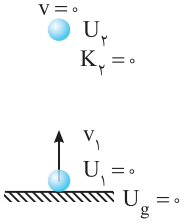
$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲$$
$$\xrightarrow{K_۱ = ۰} mgh_۱ = mgh_۲ + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$
$$v_۲^۲ = ۲g(h_۱ - h_۲) \Rightarrow v_۲^۲ = ۲ \times ۱۰(۸ - ۳)$$
$$v_۲^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow v_۲ = ۱۰m/s$$

میانبر می‌توانید از رابطهٔ نهایی استفاده کنید یعنی: $v = \sqrt{۲g\Delta h}$

۶۳۵ A

خط فکری ارتفاع اوج گلوله جایی است که تندی گلوله صفر می‌شود و گلوله به سمت پایین بر می‌گردد، پس ارتفاع اوج یعنی جایی که $v = ۰$ است.

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. سپس انرژی مکانیکی گلوله در سطح زمین و در اوج را مساوی قرار می‌دهیم.

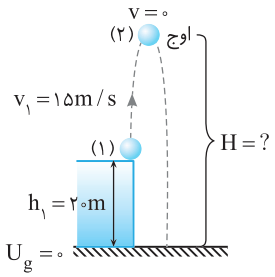


$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲$$
$$\xrightarrow{U_۱ = ۰, K_۲ = ۰}$$
$$\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = mgh \Rightarrow v_۱ = \sqrt{۲gh}$$
$$\Rightarrow v_۱ = \sqrt{۲ \times ۱۰ \times ۷/۲} \Rightarrow v_۱ = ۱۲m/s$$

B ۶۳۶ ۱

خط فکری بیشینه ارتفاع گلوله جایی است که تندی گلوله صفر و انرژی جنبشی گلوله صفر می‌شود، بنابراین اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل بگیرید اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه پرتاب گلوله و نقطهٔ اوج بنویسید مسئله حل می‌شود.

برای نقطهٔ پرتاب و نقطهٔ اوج اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهد شد:



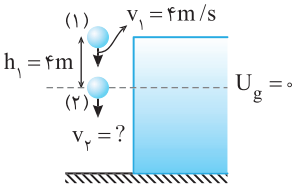
$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2 \xrightarrow{K_2=0} mgh_1+\frac{1}{2}mv_1^2=mgH+0$$

$$\Rightarrow 10\times 20+\frac{1}{2}\times(15)^2=10\times H$$

$$200+\frac{225}{2}=10H\Rightarrow H=31/25m$$

B ۶۳۷ ۴

می‌خواهیم این بار محل (۲) را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم و برای نقاط (۱) و (۲) پایستگی انرژی مکانیکی را بنویسیم و به کمک آن تندی گلوله را پس از ۴ متر پایین آمدن به‌دست آوریم.



یعنی در محل (۲)، انرژی پتانسیل گرانشی را صفر فرض می‌کنیم.

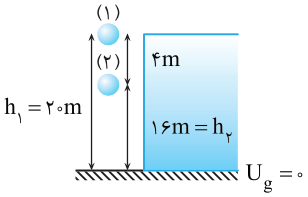
$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2 \xrightarrow{U_2=0} mgh_1+\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_2^2$$

$$10\times 4+\frac{1}{2}\times 16=\frac{1}{2}v_2^2\Rightarrow v_1^2=96$$

نیازی به جذر گرفتن نیست زیرا نسبت $\frac{K_2}{K_1}$ از ما خواسته شده است.

$$\frac{K_2}{K_1}=\frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2}=\left(\frac{96}{16}\right)\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=6$$

اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل فرض کنید آن‌گاه خواهید دید که تفاوتی در حل مسئله وجود ندارد. با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

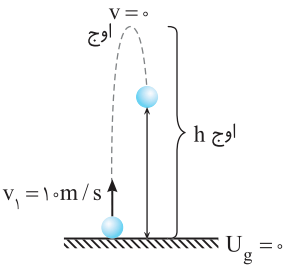


$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\Rightarrow\frac{1}{2}mv_1^2+mgh_1=mgh_2+\frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow 8+200=160+\frac{1}{2}v_2^2\Rightarrow 96=v_2^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2}=\frac{96}{16}=6$$

B ۶۳۸ ۲

ارتفاع اوج نقطه‌ای است که تندی گلوله در آن صفر می‌شود و گلوله برمی‌گردد. با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی ارتفاع اوج را به‌دست می‌آوریم:



$$E_2=E_1\Rightarrow mgh=\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow h=\frac{v^2}{2g}\Rightarrow h_{\text{اوج}}=\frac{100}{20}=5m$$

یادآوری کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم نقطهٔ انتهایی از نقطهٔ ابتدایی بستگی دارد و چنانچه جسم از ابتدا به انتها رو به پایین حرکت کند کار نیروی وزن مثبت و اگر رو به بالا حرکت کند، کار نیروی وزن منفی است.

در این صورت $\frac{2}{3}$ ارتفاع اوج را حساب می‌کنیم:

$$h=\frac{2}{3}\times 5=\frac{10}{3}m$$

کار نیروی وزن منفی و برابر خواهد شد با:

$$W_W=-mgh \xrightarrow{m=0/3kg} W_W=-0/3\times 10\times\frac{10}{3}\Rightarrow W_W=-10J$$

B ۶۳۹ ۲

خط فکری به سؤال دقت کردید، در یک نقطه از مسیر انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی جسم را به ما داده است یعنی ما با جمع کردن K و U، انرژی مکانیکی جسم را در اختیار داریم. در لحظهٔ رها شدن جسم تنها دارای انرژی پتانسیل گرانشی است یعنی انرژی مکانیکی در لحظهٔ رها شدن همان انرژی پتانسیل گرانشی است.

۱ انرژی مکانیکی جسم خواهد شد:

$$E=U+K \xrightarrow{U=60J,\ K=20J} E=60+20\Rightarrow E=80J$$

۲ انرژی پتانسیل گرانشی در لحظهٔ رها شدن برابر انرژی مکانیکی جسم است بنابراین:

$$E=U=mgh \xrightarrow{m=2kg} 80=2\times 10\times h\Rightarrow h=4m$$

B ۶۴۰ ۱

کافی است اصل پایستگی انرژی مکانیکی را بنویسید و به جای انرژی جنبشی ثانویه (K_2) مقدار $K_2=K_1+15$ را قرار دهید.

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2 \xrightarrow[h_2=0]{K_2=K_1+15} mgh+K_1=0+K_1+15$$

$$\Rightarrow 0/1\times 10\times h=15\Rightarrow h=15m$$

روش دیگر: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی: در طول مسیر حرکت تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن است و کار نیروی وزن در این حالت برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_W=K_2-K_1\Rightarrow mgh=15\Rightarrow 0/1\times 10\times h=15\Rightarrow h=15m$$

B ۶۴۱ ۱

استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B$$

$$\Rightarrow U_A-U_B=K_B-K_A\Rightarrow|\Delta U|=|\Delta K|$$

در واقع مقدار کاهش انرژی پتانسیل برابر مقدار افزایش انرژی جنبشی است و بالعکس.

از طرفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی برابر است با: $|\Delta U|=mg|\Delta h|$ (۲)

با ترکیب رابطهٔ (۱) و (۲) مسئله به سادگی قابل حل است.

$$mg\Delta h=\left|\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\right|\Rightarrow g\Delta h=\frac{1}{2}(v_2^2-v_1^2)$$

$$\xrightarrow{v_2=6m/s,\ v_1=4m/s} 10\times\Delta h=\frac{1}{2}\times(36-16)\Rightarrow\Delta h=1m$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $v_2^2-v_1^2=2g\Delta h$.

B ۶۴۲ ۳

یادآوری با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت $|\Delta U|=|\Delta K|$

جسم به سمت پایین پرتاب شده و انرژی پتانسیل آن کاهش یافته و از U به $\frac{U}{3}$ رسیده یعنی تغییر انرژی پتانسیل برابر $(\Delta U=\frac{U}{3}-U=-\frac{2}{3}U)$ است. در این بازه انرژی جنبشی از ۲۰J به ۳۴J رسیده یعنی ۱۴J افزایش یافته است. بنابراین می‌توان نوشت:

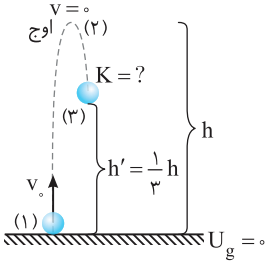
$$|\Delta U|=|\Delta K|\Rightarrow\frac{2}{3}U=14\Rightarrow U=21J$$

درنتیجه در لحظه‌ای که انرژی جنبشی جسم ۲۰J است انرژی پتانسیل گرانشی جسم ۲۱J است، بنابراین انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر از جمله در $\frac{h}{2}$ برابر است با:

$$E=U+K\Rightarrow E=21+20=41J$$

B ۶۴۳ ۲

ارتفـاع اوج را بـه کمـک اصل پایسـتگی انرژی مکانیکی حساب می‌کنیم.



$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲$$

$$\Rightarrow ۰+\frac{۱}{۲}mv_۰^۲=mgh+۰\Rightarrow h_{اوج}=\frac{v_۰^۲}{۲g}$$

فاصلـهٔ نقطـهٔ (۳) از سـطح زمین بنـا به فرض مسئله $\frac{۱}{۳}$ ارتفاع اوج یعنی برابر است با:

$$h'=\frac{۱}{۳}h\Rightarrow h'=\frac{۱}{۳}\frac{v_۰^۲}{۲g}$$

این بار اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه‌های (۱) و (۳) می‌نویسیم:

$$E_۱=E_۳\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_۰^۲=U_۳+K_۳\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_۰^۲=mg(\frac{۱}{۳}\frac{v_۰^۲}{۲g})+K_۳$$

$$\Rightarrow K_۳=\frac{۱}{۲}mv_۰^۲-\frac{۱}{۶}mv_۰^۲\Rightarrow K_۳=\frac{۱}{۳}mv_۰^۲$$

بازی با سؤال **جسـمی به جـرم ۲kg در شـرایط خلأ از ارتفـاع h رها می‌شـود. اگر انرژی جنبشی آن در لحظه‌ای که $\frac{۱}{۷}$ مسیر را طی کرده است برابر ۳۰J باشد، ارتفاع h چند متر است؟** $(g=۱۰N/kg)$

۱) ۱۰/۵ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۳/۵

گزینهٔ ۱

B ۶۴۴ ۴

انرژی مکانیکی در تمام نقاط مسـیر حرکت گلوله یکسـان اسـت. برای ابتدای مسـیر و محلی که در آن تندی گلوله نصف می‌شود $(v_۲=\frac{۱}{۲}v_۱=\frac{۲۰}{۲}=۱۰m/s)$ اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم.

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\Rightarrow ۰+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=mgh+\frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}(۲۰)^۲=۱۰\times h+\frac{۱}{۲}(۱۰)^۲\Rightarrow h=۱۵m$$

B ۶۴۵ ۳

سؤال فاصله گلوله از سطح زمین را موقعی که انرژی جنبشی نصف انرژی پتانسیل گرانشی باشد خواسته است. انرژی مکانیکی را در این لحظه برحسب انرژی پتانسیل گرانشی حساب می‌کنیم:

$$E_۲=K_۲+U_۲\xrightarrow{K_۲=\frac{۱}{۲}U_۲}E_۲=\frac{۱}{۲}U_۲+U_۲\Rightarrow E_۲=\frac{۳}{۲}U_۲$$

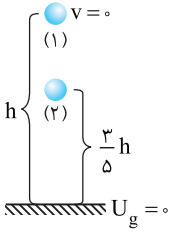
حال با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای حالت اول و حالت دوم می‌توان نوشت:

$$E_۲=E_۱\Rightarrow\frac{۳}{۲}U_۲=K_۱+U_۱\Rightarrow\frac{۳}{۲}mgh_۲=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow ۳gh_۲=v_۱^۲$$

$$\Rightarrow ۳۰h_۲=۹۰۰\Rightarrow h_۲=۳۰m$$

B ۶۴۶ ۴

اصل پایستگی انرژی مکانیکی جسم را برای ارتفاع h و در فاصلهٔ $h-\frac{۲}{۵}h=\frac{۳}{۵}h$ می‌نویسیم:



$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲$$

$$\xrightarrow[U_۱=mgh]{K_۱=۰}mgh+۰=mg(\frac{۳}{۵}h)+K_۲$$

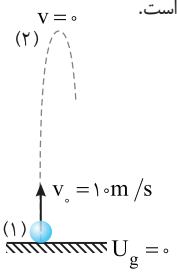
$$\Rightarrow K_۲=\frac{۲}{۵}mgh$$

انرژی پتانسیل گرانشی در این نقطه $U_۲=\frac{۳}{۵}mgh$ است بنابراین:

$$\frac{K_۲}{U_۲}=\frac{\frac{۲}{۵}mgh}{\frac{۳}{۵}mgh}=\frac{۲}{۳}$$

B ۶۴۷ ۲

یادآوری اوج نقطه‌ای است که تندی جسم در آن‌جا صفر است.



۱ با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی ارتفاع اوج را حساب می‌کنیم:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲$$

$$\Rightarrow ۰+\frac{۱}{۲}mv_۰^۲=mgh_{اوج}+۰$$

$$\Rightarrow h_{اوج}=\frac{v_۰^۲}{۲g}\Rightarrow h_{اوج}=\frac{۱۰^۲}{۲\times ۱۰}=۵m$$

۲ در لحظـه‌ای کـه انرژی جنبشـی جسـم ٪۲۵ انـرژی مکانیکی آن اسـت، انرژی پتانسیل گرانشی جسم ٪۷۵ انرژی مکانیکی جسم است. بنابراین:

$$U=\frac{۷۵}{۱۰۰}E\Rightarrow mgh=\frac{۷۵}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲}mv_۰^۲+۰)\Rightarrow ۱۰\times h=\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۲}\times ۱۰^۲\Rightarrow h=۳/۷۵m$$

۳ فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر از نقطه اوج خواهد شد: $۵-۳/۷۵=۱/۲۵m$

بازی با سؤال **جسمی را از سطح زمین با تندی ۲۰m/s در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. در ارتفاع چند متری از سـطح زمین انرژی جنبشـی جسم یک پنجم انرژی جنبشی آن در لحظهٔ پرتاب خواهد شد؟** $(g=۱۰N/kg$ **و مقاومت هوا ناچیز است.)**

۱) ۱۶ ۲) ۴ ۳) ۲۰ ۴) ۵

گزینهٔ ۱

B ۶۴۸ ۴

خط فکری دقت کنید وقتی رابطهٔ انرژی جنبشـی و انرژی پتانسـیل گرانشی یک جسم را در نقطه‌ای از مسیر یک حرکت به شما بدهند و از شما تندی جسم را در آن نقطه بخواهند شـما باید در انرژی مکانیکی $(E=U+K)$ به جای U، مقدار آن را برحسـب K قرار دهید که در آن تندی وجود دارد.

حالت اول: اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+۰=U_۲+K_۲\xrightarrow{U_۲=K_۲}U_۱=K_۲+K_۲$$

$$\Rightarrow mgh=۲(\frac{۱}{۲}mv^۲)\Rightarrow v=\sqrt{gh}$$

حالت دوم: پایسـتگی انرژی مکانیکی را نوشـته و در نقطهٔ مورد نظر U را برحسـب K قرار می‌دهیم:

$$E_۱=E_۳\Rightarrow U_۱+۰=U_۳+K_۳\xrightarrow{U_۳=\frac{۱}{۳}K_۳}U_۱=\frac{۱}{۳}K_۳+K_۳$$

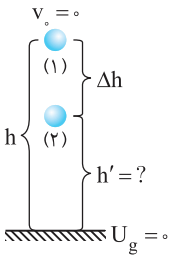
$$\Rightarrow U_۱=\frac{۴}{۳}K_۳\Rightarrow mgh=\frac{۴}{۳}\times\frac{۱}{۲}mv'^۲\Rightarrow v'^۲=\frac{۳}{۲}gh\Rightarrow v'=\sqrt{\frac{۳}{۲}gh}$$

بنابراین نسبت $\frac{v}{v'}$ خواهد شد:

$$\frac{v}{v'}=\frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{\frac{۳}{۲}gh}}=\sqrt{\frac{۲}{۳}}=\frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

B ۶۴۹ ۱

خط فکری هر گاه در یک نقطه از مسیر رابطهٔ بین انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسـم را به شـما بدهند و در مورد ارتفاع آن (محل آن) نقطه سـؤال کنند شما باید K را برحسـب U در رابطهٔ انرژی مکانیکی قرار دهید. یعنی وقتی گفته می‌شود انرژی جنبشی $\frac{۱}{۴}$ انرژی پتانسیل است شما باید به جای K مقدار $\frac{۱}{۴}U$ را قرار دهید.



بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_۲=E_۱\Rightarrow U_۲+K_۲=U_۱$$

$$\xrightarrow{K_۲=\frac{۱}{۴}U_۲}\frac{۵}{۴}U_۲=U_۱$$

$$\Rightarrow\frac{۵}{۴}mgh'=mgh\Rightarrow h'=\frac{۴}{۵}h$$

$$\xrightarrow{\Delta h=h-h'}\Delta h=\frac{۱}{۵}h\Rightarrow\frac{\Delta h}{h}=\frac{۱}{۵}$$

میانبر انرژی جنبشی جسم $\frac{۱}{۵}$ انرژی پتانسیل اولیه شده است یعنی $\frac{۱}{۵}U$ به انرژی جنبشی تبدیل شده است. بنابراین باید جسم به اندازه $\frac{۱}{۵}h$ پایین آمده باشد.

بازی با سؤال **گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و پس از طی Δh، انرژی جنبشی آن با $\frac{۱}{۵}$ انرژی پتانسیل گرانشی اولیه آن برابر می‌شود. $\frac{\Delta h}{h}$ کدام است؟ (مبدأ پتانسیل سطح زمین است و مقاومت هوا ناچیز است.)**

مشابه خارج ریاضی - ۹۷

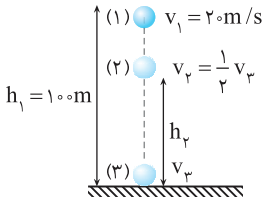
۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

گزینه ۲

۶۵۰ C ۲

خط فکری هر گاه از یک وسیلهٔ در حال حرکت جسمی رها شود، سرعت اولیه جسم هنگام رها شدن همان سرعت وسیلهٔ متحرک است و جهت سرعت اولیه هم‌جهت حرکت وسیله است. اکنون با دانستن این مطلب، شما باید پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه شروع و برخورد به زمین بنویسید و تندی گلوله در برخورد به زمین را حساب کنید سپس با نوشتن مجدد اصل پایستگی انرژی مکانیکی محلی که تندی گلوله نصف تندی آن در برخورد به زمین است را حساب کنید.

در لحظه‌ای که گلوله از بالون رها می‌شود، سرعت گلوله برابر با سرعت بالون و جهت آن رو به بالا است. پس در لحظهٔ رها شدن گلوله از بالون، گلوله هم دارای انرژی جنبشی و هم دارای انرژی پتانسیل گرانشی است. چون مقاومت هوا ناچیز است طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_۱=E_۳\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۳+K_۳\xrightarrow{U_۳=۰}U_۱+K_۱=K_۳$$
$$\Rightarrow mgh_۱+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=\frac{۱}{۲}mv_۳^۲\Rightarrow ۱۰\times ۱۰۰+\frac{۱}{۲}\times ۲۰^۲=\frac{۱}{۲}v_۳^۲$$
$$\Rightarrow v_۳^۲=۲۴۰۰\Rightarrow v_۳=۲۰\sqrt{۶}m/s$$

با توجه به اینکه اندازه سرعت گلوله در نقطه (۲) نصف اندازه سرعت آن در لحظه رسیدن به زمین است، داریم:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\Rightarrow mgh_۱+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=mgh_۲+\frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$
$$\xrightarrow{v_۲=\frac{۱}{۲}v_۳=۱۰\sqrt{۶}m/s}۱۰\times ۱۰۰+\frac{۱}{۲}\times ۲۰^۲=۱۰\times h_۲+\frac{۱}{۲}\times(۱۰\sqrt{۶})^۲\Rightarrow h_۲=۹۰m$$

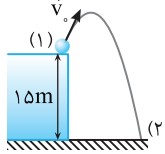
۶۵۱ A ۱

خط فکری انرژی مکانیکی در نبود نیروهای اتلافی در تمام نقاط مسیر حرکت ثابت و یکسان است بنابراین انرژی مکانیکی در نقطهٔ اوج همان انرژی مکانیکی در لحظهٔ پرتاب است. برای یافتن انرژی مکانیکی در اوج کافی است انرژی جنبشی اولیه را حساب کنیم.

$$E=U+K\xrightarrow{U=۰}E=K_۰=\frac{۱}{۲}mv_۰^۲\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times ۹۰۰=۴۵J$$

۶۵۲ A ۲

سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانش فرض می‌کنیم و برای نقطهٔ پرتاب و لحظهٔ رسیدن جسم به زمین پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم.

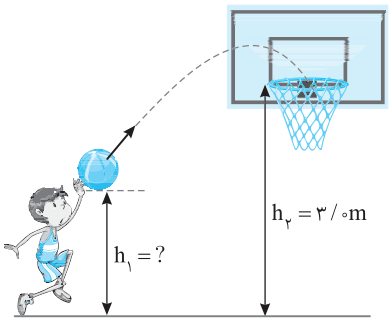


$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲$$
$$\xrightarrow{U_۲=۰}mgh+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$
$$\Rightarrow ۱۵۰+۵۰=\frac{۱}{۲}v_۲^۲\Rightarrow v_۲^۲=۴۰۰\Rightarrow v_۲=۲۰m/s$$

۶۵۳ A ۱

اتلاف انرژی نداشته و با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

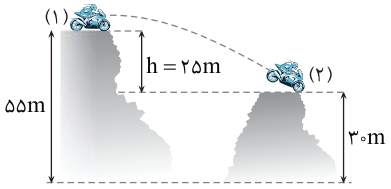
$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow{U=mgh\,,\,K=\frac{۱}{۲}mv^۲}$$
$$mgh_۱+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=mgh_۲+\frac{۱}{۲}mv_۲^۲\xrightarrow{v_۱=۶m/s\,,\,v_۲=۵m/s}$$
$$۱۰h_۱+\frac{۱}{۲}\times ۳۶=۳۰+\frac{۱}{۲}\times ۲۵\Rightarrow ۲۰h_۱+۳۶=۶۰+۲۵\Rightarrow h_۱=۲/۴۵m$$



۶۵۴ A ۳

روش اول: اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

نیروی مقاومت هوا وجود ندارد بنابراین می‌توان از اصل پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کرد. محل تپهٔ دوم را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.



$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow[U_۱=mgh]{U_۲=۰}mgh+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=۰+\frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$
$$۱۰\times ۲۵+\frac{۱}{۲}\times(۲۰)^۲=\frac{۱}{۲}v_۲^۲\Rightarrow v_۲^۲=۹۰۰\Rightarrow v_۲=۳۰m/s$$

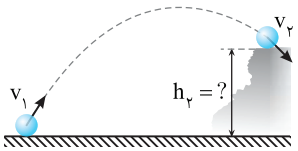
روش دوم: با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کُل یعنی کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_t=\Delta K\xrightarrow[W_g=+mgh]{W_t=W_g}W_g=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$
$$mgh=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲)-\frac{۱}{۲}m(۲۰)^۲\xrightarrow{h=۲۵m}۲۵۰=\frac{v_۲^۲}{۲}-۲۰۰$$
$$\frac{v_۲^۲}{۲}=۴۵۰\Rightarrow v_۲^۲=۹۰۰\Rightarrow v_۲=۳۰m/s$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $(v_۲^۲=v_۱^۲+۲g\Delta h)$

بازی با سؤال **توپی مطابق شکل از سطح زمین با تندی $۴۰m/s$ به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود و با تندی $۲۰m/s$ با بالای صخره برخورد می‌کند. اگر از مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم، ارتفاع $h_۲$ چند متر است؟**

از کتاب درسی



۱) ۶۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۳۰

گزینه ۱

۶۵۵ A ۴

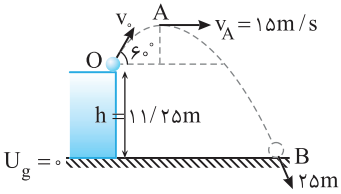
گلوله از سطح زمین و با سرعت اولیه پرتاب شده است. بنابراین انرژی جنبشی اولیه گلوله برابر با انرژی مکانیکی آن است. پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow K_۱=K_۲+U_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}m(۲۰)^۲=\frac{۱}{۲}m(۱۲)^۲+m\times ۱۰\times h$$
$$\Rightarrow ۲۰۰=۷۲+۱۰h\Rightarrow ۱۲۸=۱۰h\Rightarrow h=۱۲/۸m$$

B ۶۵۶ ۳

خط فکری سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل بگیرید و اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطهٔ O (نقطهٔ پرتاب) و نقطهٔ B (محل برخورد گلوله به زمین) بنویسید و سرعت اولیه v_0 را بیابید. اما مفهوم حداقل تندی گلوله چیست؟ از نقطهٔ O تا A که گلوله در حال بالا رفتن است، تندی آن در حال کاهش است و از A به بعد تندی گلوله در حال افزایش است بنابراین منظور از حداقل تندی، بالاترین نقطهٔ مسیر است که با نوشتن پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط B و A می‌توانید فاصله A از سطح زمین را بیابید.

برای نقاط O و B پایستگی انرژی مکانیکی می‌نویسیم:



$$E_O = E_B \Rightarrow U_O + K_O = U_B + K_B \xrightarrow{U_B = 0} mgh + \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$= 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B^2 = v_0^2 + 2gh \Rightarrow (۲۵)^2 = v_0^2 + ۲\times ۱۰ \times ۱۱/۲۵$$

$$\Rightarrow v_0^2 = ۴۰۰ \Rightarrow v_0 = ۲۰m/s$$

اما برای یافتن بیشترین ارتفاع از سطح زمین می‌توان نوشت:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B^2 = v_A^2 + 2gh_A \Rightarrow ۲۵^2 = ۱۵^2 + ۲۰h_A \Rightarrow h_A = ۲۰m$$

B ۶۵۷ ۱

یادآوری اندازهٔ افزایش انرژی جنبشی برابر اندازهٔ کاهش انرژی پتانسیل جسم است.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow U_1 - U_2 = K_2 - K_1 \Rightarrow |\Delta U| = |\Delta K|$$

۱ انرژی جنبشی اولیه را حساب می‌کنیم:

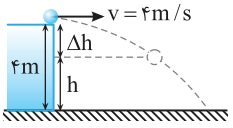
$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2}\times ۲\times ۴^2 \Rightarrow K_1 = ۱۶J$$

۲ افزایش انرژی جنبشی جسم ۸۰٪ انرژی جنبشی اولیه است.

$$\Delta K = \frac{۸۰}{۱۰۰}K_1 \Rightarrow \Delta K = \frac{۴}{۵}\times ۱۶ \Rightarrow \Delta K = ۱۲/۸J$$

۳ اندازهٔ کاهش انرژی پتانسیل گرانشی برابر ۱۲/۸J است، بنابراین ارتفاعی که گلوله پایین می‌آید برابر است با: $\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow ۱۲/۸ = ۲\times ۱۰ \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = ۰/۶۴m$

۴ در این لحظه ارتفاع گلوله از سطح زمین برابر است با: $h = ۴ - ۰/۶۴ = +۳/۳۶m$



B ۶۵۸ ۲

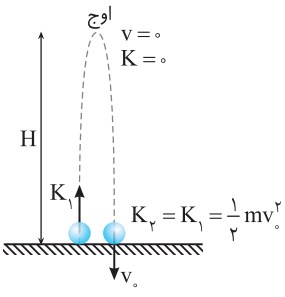
مقاومت هوا ناچیز است و انرژی مکانیکی در طول مسیر ثابت است و نمودار انرژی مکانیکی برحسب h باید خط راست افقی و موازی محور h باشد از این‌رو گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست است. انرژی پتانسیل گرانشی برابر $U = mgh$ است که یک تابع خطی است که شیب آن mg بوده و مثبت است. از طرفی با کاهش K ، U افزایش می‌یابد بنابراین گزینه (۲) درست است.

C ۶۵۹ ۲

با توجه به شکل روبه‌رو با بالا رفتن جسم از سرعت آن کاسته شده تا سرعت در اوج به صفر می‌رسد و در بازگشت چون مقاومت هوا ناچیز است، سرعت به حالت اول باز می‌گردد.

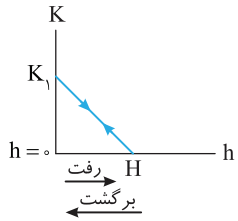
یعنی انرژی جنبشی ابتدا $K_1 = \frac{1}{2}mv^2$ و در اوج $K = 0$ و در محل پرتاب هنگام برگشت همان مقدار $K_2 = \frac{1}{2}mv_0^2$ است.

از طرفی داریم:

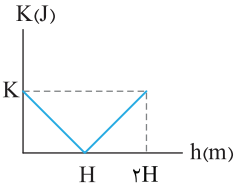


$$\Delta K = \Delta U \Rightarrow \Delta K = mgh$$

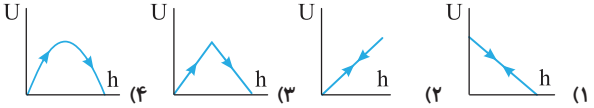
یعنی تغییرات انرژی جنبشی با h رابطهٔ خطی دارد، از این‌رو وقتی جسم از زمین تا اوج می‌رود، انرژی جنبشی به‌طور خطی نسبت به h کاهش یافته و به صفر می‌رسد و در برگشت از $h = H$ به $h = 0$ انرژی جنبشی افزایش یافته و به مقدار K_1 می‌رسد.



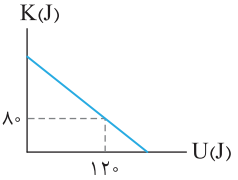
دقت کنید بعضی از دانش‌آموزان عزیز ممکن است که گزینه (۱) را انتخاب کنند که در آن انرژی جنبشی صفر و سپس زیاد شده است، اما دقت نمی‌کنند که در نقطه $h = H$ انرژی جنبشی صفر می‌شود و جسم باید $h = H$ را برگردد تا به صفر برسد در حالی که در این نمودار گویی جسم از ارتفاع H بالاتر می‌رود و به ارتفاع 2H می‌رسد و به زمین $(h = 0)$ بر نمی‌گردد و این نمودار نادرست است.



بازی با سؤال **جسمی را با سرعت اولیهٔ v_0 در شرایط خلأ از سطح زمین و در راستای قائم، رو به بالا پرتاب می‌کنیم. نمودار انرژی پتانسیل بر حسب ارتفاع از زمین در زمان رفت و برگشت کدام است؟ (سطح زمین مبدأ پتانسیل است.)** گزینهٔ ۲



B ۶۶۰ ۲



انرژی مکانیکی در هر نقطه از مسیر حرکت جسم برابر مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی جسم است. بنابراین با توجه به اعداد روی نمودار وقتی انرژی پتانسیل جسم ۱۲۰J است، انرژی جنبشی آن ۸۰J است، در نتیجه انرژی مکانیکی جسم برابر است با: $E = U + K \Rightarrow E = ۱۲۰ + ۸۰ \Rightarrow E = ۲۰۰J$

انرژی مکانیکی در همهٔ نقاط ثابت و یکسان است از این‌رو انرژی مکانیکی جسم در لحظهٔ پرتاب نیز ۲۰۰J است و در لحظهٔ پرتاب $U = 0$ است. در نتیجه:

$$E = K_0 \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{1}{2}mv_0^2 \xrightarrow{m = ۴kg} ۲۰۰ = \frac{1}{2}\times ۴v_0^2 \Rightarrow v_0 = ۱۰m/s$$

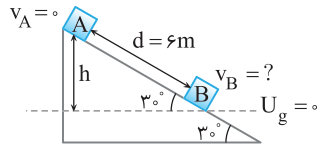
A ۶۶۱ ۴

۱ ارتفاع عمودی پایین آمدن جسم وقتی به اندازه ۶m روی سطح پایین می‌آید را حساب می‌کنیم.

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{۶} \Rightarrow h = ۳m$$

۲ محل نقطهٔ B را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

۳ پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و B می‌نویسیم:

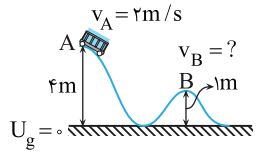


$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow[K_A = 0]{U_B = 0} mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_B = \sqrt{۲\times ۱۰ \times ۳} \Rightarrow v_B = ۲\sqrt{۱۵}m/s$$

A ۶۶۲ ۲

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. بنا بر پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:



$$E_A = E_B$$

$$\Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

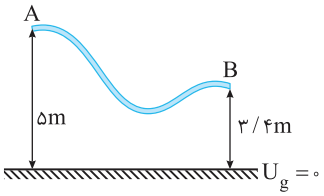
$$\Rightarrow ۴۰m + ۲m = ۱۰m + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = ۶۴ \Rightarrow v_B = ۸m/s$$

B ۶۶۳ ۳

۱ مسیر بدون اصطکاک است پس از A تا B انرژی مکانیکی ثابت است. جسم از نقطهٔ A، رها شده و انرژی جنبشی در نقطهٔ A صفر است:

(سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.)

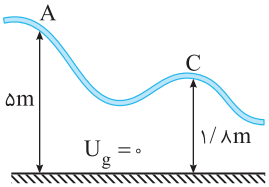


$$E_A=E_B\Rightarrow mgh_A=mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2$$

از دو طرف معادله m را ساده می‌کنیم ⟶

$$50=34+\frac{v_B^2}{2}\Rightarrow v_B^2=32\Rightarrow v_B=4\sqrt{2}\ m/s$$

۲ مسیر A تا C بدون اصطکاک است:



$$E_A=E_C\Rightarrow mgh_A=mgh_C+\frac{1}{2}mv_C^2$$

از دو طرف معادله m را ساده می‌کنیم ⟶

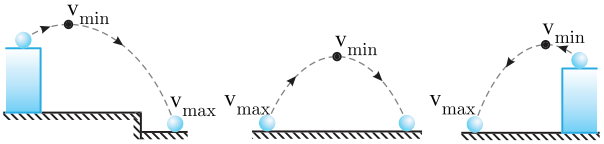
$$50=18+\frac{v_C^2}{2}\Rightarrow\frac{v_C^2}{2}=32\Rightarrow v_C^2=64\Rightarrow v_C=8m/s$$

۳ حال نسبت $\frac{v_C}{v_B}$ را حساب می‌کنیم:

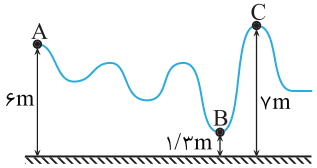
$$\frac{v_C}{v_B}=\frac{8}{4\sqrt{2}}\Rightarrow\frac{v_C}{v_B}=\frac{2}{\sqrt{2}}\Rightarrow\frac{v_C}{v_B}=\sqrt{2}$$

B ۶۶۴ ۳

خط فکری در حرکت یا پرتاب یک جسم، بیشینه تندی در کمینه ارتفاع و کمینه تندی در بیشینه ارتفاع رخ می‌دهد. مثلاً:



گلولـه هـر چه پایین‌تـر می‌آید مقدار بیشـتری از انرژی پتانسـیل گرانشـی آن به انرژی جنبشـی تبدیل می‌شـود، پس زمانی که ارتفاع گلوله به ۱/۳m از سـطح زمین می‌رسد، گلوله بیشترین تندی را دارد.



$$E_A=E_B\Rightarrow\frac{1}{2}mv_A^2+mgh_A=\frac{1}{2}mv_B^2+mgh_B$$

$$\Rightarrow 2+60=\frac{1}{2}v_B^2+13\Rightarrow v_B=7\sqrt{2}m/s$$

کمینه سرعت نیز وقتی است که متحرک به بیشینه ارتفاع خود از سطح زمین می‌رسد.

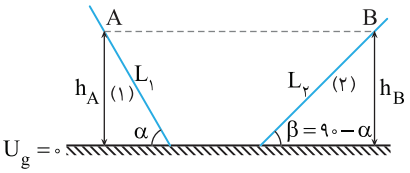
$$E_A=E_C\Rightarrow\frac{1}{2}mv_A^2+mgh_A=\frac{1}{2}mv_C^2+mgh_C\Rightarrow 2+60=\frac{1}{2}v_C^2+70$$

با توجه به معادلهٔ بالا v_C^2 منفی می‌شـود، یعنی گلوله به نقطهٔ C نمی‌رسـد و قبل از آن تنـدی گلوله به طور لحظه‌ای صفر می‌شـود. در نتیجه کمتریـن تندی متحرک، لحظه‌ای است که تندی آن صفر می‌شود. $(v_{min}=0)$

B ۶۶۵ ۲

خط فکری وقتی سـطوح بدون اصطکاک هسـتند، جسم رها شـده از نقطهٔ A در سـطح روبه‌رو، مطابق شـکل به نقطهٔ B می‌رسـد و بنا بر اصل پایسـتگی انرژی مکانیکی ارتفاع نقطهٔ B با ارتفاع نقطهٔ A برابر است.

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B\xrightarrow{K_A=K_B=0}$$
$$U_A=U_B\Rightarrow mgh_A=mgh_B\Rightarrow h_A=h_B$$



با توجه به خط فکری بیان شده، مسافت طی شده L_1 و L_2 را برحسب زوایای α و β حساب می‌کنیم.

$$\sin\alpha=\frac{h_A}{L_1}\Rightarrow h_A=L_1\sin\alpha$$
$$\sin\beta=\frac{h_B}{L_2}\Rightarrow h_B=L_2\sin\beta$$
$$\xrightarrow{h_A=h_B} L_1\sin\alpha=L_2\sin\beta\quad(1)$$

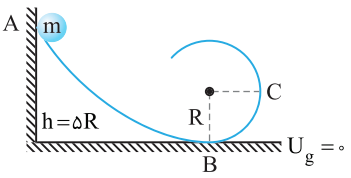
چـون $\alpha+\beta=90^\circ$ اسـت از ایـن‌رو $\cos\beta=\sin\alpha$ و $\cos\alpha=\sin\beta$ خواهـد بود بنابراین:

$$(1)\Rightarrow L_1\cos\beta=L_2\sin\beta\Rightarrow\frac{L_1}{L_2}=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}\Rightarrow\frac{L_1}{L_2}=\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}=\cot\alpha$$

A ۶۶۶ ۲

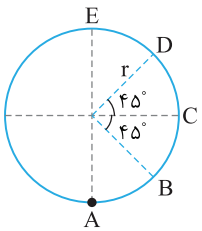
سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. بنابر پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_C=E_A\Rightarrow U_C+K_C=U_A+K_A\xrightarrow{U_C=mgR,U_A=mg(5R)}$$
$$\Rightarrow mgR+\frac{1}{2}mv_C^2=mg5R+0\Rightarrow v_C=2\sqrt{2Rg}$$



B ۶۶۷ ۲

خط فکری در نقطـه‌ای کـه تندی صفر می‌شـود، انرژی جنبشی گلوله صفر شده است و تمام انرژی جنبشی اولیـهٔ آن بـه انرژی پتانسـیل گرانشـی تبدیل می‌شـود. با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، ارتفاع قائم گلوله در لحظه‌ای که تندی‌اش صفر است را به دست بیاورید و به شکل نگاه کنید و ببینید کدام نقطه در این ارتفاع قرار دارد.



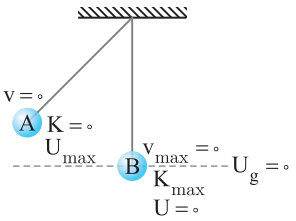
نقطهٔ A را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2\xrightarrow[K_2=0]{U_1=0}K_1=U_2$$
$$\Rightarrow\frac{1}{2}mv^2=mgh\xrightarrow{v=\sqrt{2gr}}\frac{1}{2}(2gr)=gh\Rightarrow r=h$$

که ارتفاع نقطه C از نقطهٔ A برابر r است.

۴ ۶۶۸ B

خط فکری آونگ ساده از یک ریسمان سبک و یک وزنه تشکیل شده است. با انحراف آونگ از راستای قائم، مقداری انرژی پتانسیل گرانشی در آن ذخیره می‌شود و لحظهٔ رها شدن قطعاً انرژی پتانسیل گرانشی آن بیشینه است و انرژی جنبشی آن صفر است و هر چه آونگ به حالت قائم نزدیک‌تر می‌شود، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد و به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود، به‌طوری که در پایین‌ترین نقطهٔ مسیر انرژی پتانسیل به حداقل می‌رسد و اگر این نقطه مبدأ انرژی پتانسیل فرض شود، انرژی پتانسیل صفر و انرژی جنبشی بیشینه می‌شود.



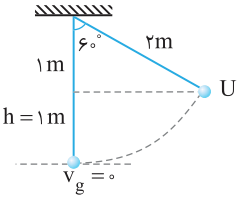
بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط A و B می‌توان نوشت:

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B \xrightarrow[U_B=۰,\,K_B=K_{max}]{K_A=۰,\,U_A=U_{max}}$$

$$U_{max}+۰=۰+K_{max}\Rightarrow U_{max}=K_{max}\Rightarrow \frac{U}{K}=۱$$

۴ ۶۶۹ B

بیشترین انرژی جنبشی وزنه برابر انرژی پتانسیل گرانشی ذخیره شده در سامانه وزنه - زمین است.

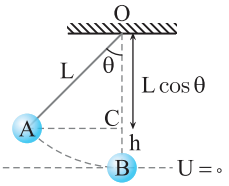


$$K_m=U=mgh=۰/۲\times۱۰\times۱$$

$$\Rightarrow K_m=۲J$$

۲ ۶۷۰ B

پایین‌ترین نقطهٔ مسیر را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم $U_B=۰$، برای حل مسئله ابتدا باید فاصلهٔ قائم نقطهٔ A تا B را حساب کنیم، یعنی مقدار h را باید به‌دست بیاوریم:



$$h=OB-OC$$

OB همان طول ریسمان یعنی L است، اما OC را به کمک کسینوس زاویهٔ θ حساب می‌کنیم.

$$\cos\theta=\frac{OC}{OA}\Rightarrow\cos\theta=\frac{OC}{L}\Rightarrow OC=L\cos\theta$$

بنابراین h خواهد شد:

$$h=L-L\cos\theta=L(۱-\cos\theta)$$

با توجه به شکل و پایستگی انرژی مکانیکی، خواهیم داشت:

$$E_A=E_B\Rightarrow mgh=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow g(L-L\cos\theta)=\frac{۱}{۲}v^۲$$

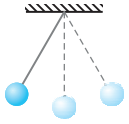
$$\Rightarrow ۱۰\times۰/۹\times(۱-\cos\theta)=\frac{۱}{۲}\times۹\Rightarrow\cos\theta=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\theta=۶۰^\circ$$

میانبر ۱ فاصلهٔ قائم هر نقطه از مسیر از پایین‌ترین نقطه برابر است با:

$$h=L(۱-\cos\theta)$$

میانبر ۲ تندی در پایین‌ترین نقطه مسیر خواهد شد: $v=\sqrt{۲gL(۱-\cos\theta)}$

بازی با سؤال **آونگی به طول ۱/۶ متر در حال نوسان است. وقتی گلولهٔ آونگ از پایین‌ترین نقطهٔ مسیر می‌گذرد، سرعتش ۴m/s است. زاویهٔ راستای نخ با خط قائم وقتی گلوله به بالاترین نقطهٔ مسیر می‌رسد، چند درجه است؟ ($g=۱۰m/s^۲$ و مقاومت هوا ناچیز است.)**

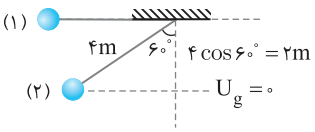


۱) ۴۵ ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

گزینهٔ ۳

۲ ۶۷۱ B

مکان ۲ را مبدأ پتانسیل در نظر می‌گیریم و به کمک پایستگی انرژی مکانیکی مسئله را حل می‌کنیم:



$$E_۱=E_۲\Rightarrow mgh+۰=۰+\frac{۱}{۲}mv^۲$$

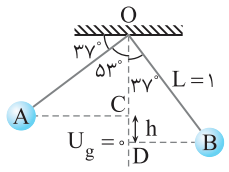
$$v^۲=۲gh\Rightarrow v^۲=۲\times۱۰\times۲\Rightarrow v=۲\sqrt{۱۰}m/s$$

۲ ۶۷۲ B

با توجه به شکل ابتدا فاصلهٔ قائم A تا B یعنی h را حساب می‌کنیم:

$$h=OD-OC\,,OD=L\cos۳۷^\circ,OC=L\cos۵۳^\circ$$

$$h=L\cos۳۷^\circ-L\cos۵۳^\circ\Rightarrow h=۰/۸-۰/۶=۰/۲m$$



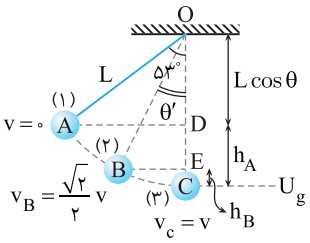
صفحهٔ افقی که B و D در آن واقع‌اند را مبدأ پتانسیل گرانشی می‌گیریم. بنا بر اصل پایسته بودن انرژی مکانیکی:

$$E_A=E_B=U_A+K_A=U_B+K_B\Rightarrow mgh+۰=۰+\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{۲gh}\Rightarrow v=\sqrt{۲۰\times۰/۲}\Rightarrow v=۲m/s$$

۳ ۶۷۳ B

پایین‌ترین نقطهٔ مسیر (نقطه C) را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.



۱ ارتفاع نقطهٔ A از نقطهٔ C را به‌دست می‌آوریم:

$$h_A=OC-OD=L-L\cos۵۳^\circ=L(۱-\cos۵۳^\circ)=۱\times(۱-۰/۶)$$

$$h_A=۰/۴m$$

۲ پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و C می‌نویسیم:

$$E_A=E_C\Rightarrow U_A+K_A=U_C+K_C\Rightarrow mgh_A+۰=۰+\frac{۱}{۲}mv_C^۲$$

$$v_C^۲=۲\times۱۰\times۰/۴\Rightarrow v_C=\sqrt{۸}m/s$$

۳ ارتفاع نقطهٔ B از نقطهٔ C را حساب می‌کنیم.

$$h_B=OC-OE\Rightarrow h_B=L-L\cos\theta'\xrightarrow{L=۱m}h_B=۱-\cos\theta'$$

۴ پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط B و C می‌نویسیم و θ' را به دست می‌آوریم.

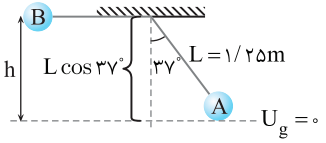
$$E_B=E_C\Rightarrow U_B+K_B=U_C+K_C\Rightarrow mgh_B+\frac{۱}{۲}mv_B^۲$$

$$=۰+\frac{۱}{۲}mv_C^۲\xrightarrow{v_B=\frac{\sqrt{۲}}{۲}v=\frac{\sqrt{۲}}{۲}(\sqrt{۸})=۲m/s}$$

$$۱۰\times(۱-\cos\theta')+\frac{۱}{۲}(۲)^۲=\frac{۱}{۲}\times(\sqrt{۸})^۲\Rightarrow\cos\theta'=۰/۸\Rightarrow\theta'=۳۷^\circ$$

۲ ۶۷۴ B

خط فکری وضعیت افقی یعنی گلوله آن‌قدر بالا برود تا ریسمان در امتداد افق قرار گیرد، یعنی به وضعیت B برسد. از طرفی حداقل تندی در نقطهٔ A خواسته شده است. یعنی وقتی گلوله به وضعیت B می‌رسد تندی‌اش صفر شده و تمام انرژی مکانیکی آن به صورت انرژی پتانسیل گرانشی باشد.



سطحی که نقطه A در آن است را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم ($U_A=۰$)، فاصلهٔ قائم B از A را حساب می‌کنیم:

$$h_B=L\cos ۳۷^\circ \xrightarrow[\cos ۳۷^\circ=۰/۸]{L=۱/۲۵m} h_B=۱/۲۵\times ۰/۸\Rightarrow h_B=۱\,m$$

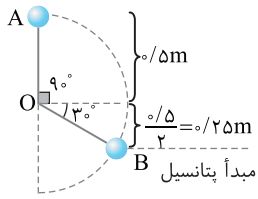
اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و B را می‌نویسیم:

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B \xrightarrow{U_A=۰,\,K_B=۰} K_A=U_B$$

$$\frac{۱}{۲}mv_A^۲=mgh_B\Rightarrow \frac{۱}{۲}v_A^۲=۱۰\times ۱\Rightarrow v_A=۲\sqrt{۵}m/s$$

B ۶۷۵ ۲

انرژی مکانیکی جسم پایسته است. نقطهٔ B را به عنوان مبنای انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم:



$$E_A=E_B\Rightarrow K_A+U_A=K_B+U_B$$

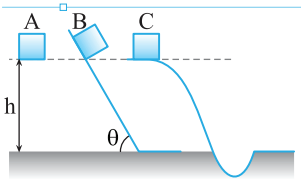
$$\xrightarrow[U_B=۰]{K_A=۰} U_A=K_B$$

$$\Rightarrow mgh_A=\frac{۱}{۲}mv_B^۲$$

$$v_B=\sqrt{۲gh_A}\Rightarrow v_B=\sqrt{۲\times ۱۰\times ۰/۷۵}=\sqrt{۱۵}\,m/s$$

B ۶۷۶ ۴

در هر سه حالت سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و پایستگی انرژی را برای نقطهٔ رها شدن و سطح زمین می‌نویسیم:



$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲ \xrightarrow[U_۲=۰]{K_۱=۰} U_۱=K_۲$$

$$\Rightarrow mgh=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow v=\sqrt{۲gh}$$

وقتی جسمی از ارتفاع h رها می‌شود تا به سطح زمین برسد، با عبور از هر مسیر بدون اصطکاکی تندی رسیدن به زمین به جرم جسم و شکل مسیر بستگی ندارد و همواره برابر $v=\sqrt{۲gh}$ است. تندی رسیدن هر سه جسم به سطح زمین برابر است.

A ۶۷۷ ۱

برای توپ‌های ۱ و ۳ تا رسیدن به زمین تندی در حال افزایش است اما برای توپ ۲ که به بالا پرتاب شده ابتدا تندی کاهش و سپس افزایش می‌یابد. بنابراین گزاره (الف) درست است و گزاره (ب) نادرست است.

تندی اولیه سه توپ یکسان بوده و انرژی جنبشی اولیه آن‌ها برابر $K_۱=K_۲=K_۳=\frac{۱}{۲}mv^۲$ است. انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها نیز یکسان است $U_۱=U_۲=U_۳=mgh$، بنابراین انرژی جنبشی آن‌ها در رسیدن به زمین برابر بوده و تندی آن‌ها یکی است و گزاره (پ) درست است. زمان حرکت در توپ ۲ که ابتدا رو به بالا می‌رود از دو توپ دیگر بیشتر بوده و گزاره (ت) نادرست است.

A ۶۷۸ ۱

خط فکری هر گلوله که از نقطهٔ A در ارتفاع h رها می‌شود، در سطح دیگر تا جایی بالا می‌رود که تندی‌اش صفر شود. یعنی تمام انرژی مکانیکی آن انرژی پتانسیل گرانشی باشد.

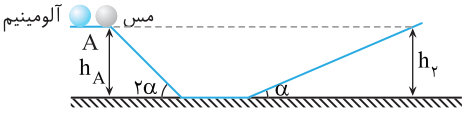
بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_A=E_۲\Rightarrow U_A+K_A=U_۲+K_۲ \xrightarrow{K_A=۰,\,K_۲=۰}$$

$$mgh_A=mgh_۲\Rightarrow h_۲=h_A$$

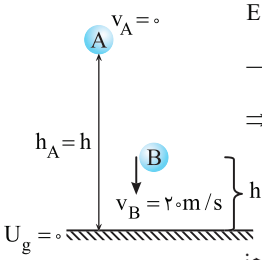
بنابراین ارتفاع جسم در سطح شیبدار دیگر به زاویهٔ سطح و جرم جسم بستگی ندارد در نتیجه:

$$h_{Cu}=h_{Al}$$



B ۶۷۹ ۳

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. پایستگی انرژی مکانیکی را برای جسم A می‌نویسیم.



$$E_{۱A}=E_{۲A}\Rightarrow U_{۱A}+K_{۱A}=U_{۲A}+K_{۲A}$$

$$\xrightarrow[K_{۱A}=۰]{U_{۲A}=۰} mgh=\frac{۱}{۲}mv_A^۲$$

$$\Rightarrow v_A=\sqrt{۲gh}\Rightarrow v_A=\sqrt{۲۰h}\quad (۱)$$

پایستگی انرژی مکانیکی را برای جسم B می‌نویسیم:

$$E_{۱B}=E_{۲B}\Rightarrow U_{۱B}+K_{۱B}=U_{۲B}+K_{۲B} \xrightarrow{U_{۲B}=۰}$$

$$mgh_B+\frac{۱}{۲}mv_{۱B}^۲=۰+\frac{۱}{۲}mv_B^۲\Rightarrow \frac{۱}{۲}v_B^۲=\frac{۱}{۲}\times(۲۰)^۲+۱۰\times\frac{h}{۴}$$

$$\Rightarrow v_B^۲=۴۰۰+۵h\Rightarrow v_B=\sqrt{۴۰۰+۵h}\qquad (۲)$$

با توجه به فرض مسئله تندی A و B در برخورد به زمین برابر است از این‌رو:

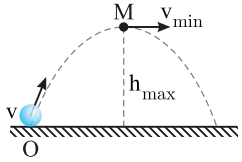
$$(۱)\text{ و }(۲):\sqrt{۲۰h}=\sqrt{۴۰۰+۵h}\Rightarrow ۱۵h=۴۰۰\Rightarrow h=\frac{۸۰}{۳}m$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $v^۲=v_۰^۲+۲g\Delta h$:

$$v_A^۲=۲۰h$$

$$v_B^۲=۲۰^۲+۲۰\times\frac{h}{۴}\Rightarrow ۲۰h=۴۰۰+۵h\Rightarrow h=\frac{۴۰۰}{۱۵}=\frac{۸۰}{۳}m$$

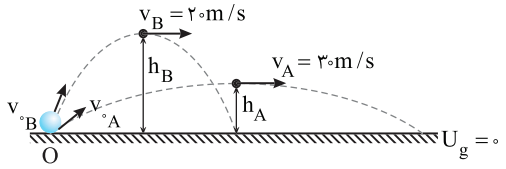
C ۶۸۰ ۱



خط فکری هر گاه گلوله‌ای مطابق شکل پرتاب شود هنگام بالا رفتن، تندی آن کاهش می‌یابد و در بالاترین نقطه مسیر (نقطهٔ M) تندی‌اش کمینه است و بعد از عبور از M و با پایین آمدن گلوله تندی آن افزایش می‌یابد. با توجه به سؤال حداقل تندی گلوله‌های A و B در بالاترین نقطه مسیر اتفاق می‌افتد. تندی و جرم دو گلوله یکی است، بنابراین انرژی مکانیکی دو گلوله برابر است و با نوشتن پایستگی انرژی مکانیکی برای هر گلوله می‌توان مسئله را حل کرد.

۱ پایستگی انرژی را برای گلولهٔ A می‌نویسیم:

$$E_{۱A}=E_{۲A}\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_{۰A}^۲+۰=\frac{۱}{۲}mv_A^۲+mgh_A\quad (I)$$



۲ پایستگی انرژی را برای گلوله B می‌نویسیم:

$$E_{۱B}=E_{۲B}\Rightarrow U_{۱B}+K_{۱B}=U_{۲B}+K_{۲B}$$

$$\Rightarrow ۰+\frac{۱}{۲}mv_{۰B}^۲=mgh_B+\frac{۱}{۲}mv_B^۲\quad (II)$$

سمت چپ دو رابطه (I) و (II) برابر است بنابراین سمت راست آن‌ها نیز برابر است.

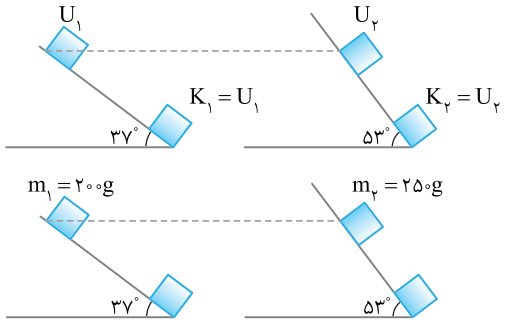
$$mgh_A+\frac{۱}{۲}mv_A^۲=mgh_B+\frac{۱}{۲}mv_B^۲\Rightarrow ۱۰h_A+\frac{۱}{۲}(۳۰)^۲=۱۰h_B+\frac{۱}{۲}(۲۰)^۲$$

$$\Rightarrow ۴۵۰-۲۰۰=۱۰(h_B-h_A)\Rightarrow h_B-h_A=۲۵m$$

B ۶۸۱ ۲

بنا به پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی جسم در پایین سطح شیبدار برابر انرژی پتانسیل گرانشی اولیه آن است. بنابراین:

$$\left.\begin{matrix}K_۱=U_۱\\ K_۲=U_۲\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{K_۱}{K_۲}=\frac{U_۱}{U_۲}=\frac{m_۱gh}{m_۲gh}\Rightarrow\frac{K_۱}{K_۲}=\frac{۲۰۰}{۲۵۰}=۰/۸$$



B ۶۸۲ ۳

پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow K_1 + ۰ = \frac{۷۰}{۱۰۰} K_1 + mgh_2 \Rightarrow$$

$$\frac{۳۰}{۱۰۰} \times \frac{۱}{۲} mv_1^2 = mgh_2$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۲۰۰} v_1^2 = ۴۲ \Rightarrow v_1^2 = ۲۸۰۰$$

(۳) $v_0 = ۰$

(۲) $K_2 = \frac{۷۰}{۱۰۰} K_1$

$h_2 = ۴۲m$

(۱) K_1 — $U_g = ۰$

برای به دست آوردن ارتفاع اوج خواهیم داشت:

$$K_1 = U_3 \Rightarrow \frac{۱}{۲} m(۲۸۰۰) = m \times ۱۰ \times h_{\text{اوج}} \Rightarrow h_{\text{اوج}} = ۱۴۰m$$

B ۶۸۳ ۴

ارتفاع آونگ در لحظهٔ رها شدن از پایین‌ترین نقطهٔ مسیر را حساب می‌کنیم:

$$h = OB - OC \xrightarrow{OB = L} h = L - L\cos ۳۷^\circ$$

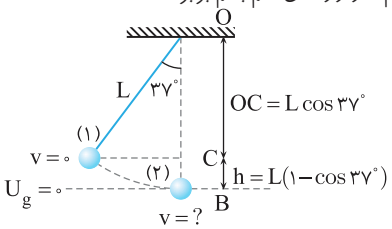
$$\Rightarrow h = L(۱ - \cos ۳۷^\circ) \quad (I)$$

پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط (۱) و (۲) را می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow[U_2 = ۰]{K_1 = ۰} mgh = \frac{۱}{۲} mv^2$$

$$v = \sqrt{۲gh} \xrightarrow{(I)} v = \sqrt{۲gL(۱ - \cos ۳۷^\circ)}$$

همان‌طور که رابطه نشان می‌دهد این سرعت به جرم گلوله بستگی ندارد و چون طول دو آونگ و مقدار انحراف از امتداد قائم در هر دو آونگ یکی است، بنابراین سرعت گلولهٔ هر دو آونگ هنگام گذر از راستای قائم باهم برابر است.



B ۶۸۴ ۱

خط فکری مقاومت هوا ناچیز است پس می‌توان برای هر دو جسم پایستگی انرژی مکانیکی را نوشت. اگر سطح کره‌ها را مبدأ پتانسیل بگیریم هنگام رسیدن جسم به سطح کره انرژی پتانسیل گرانشی صفر است و چون جسم‌ها رها شده‌اند پس انرژی جنبشی اولیه آن‌ها صفر است.

برای جسم A: $E_{1A} = E_{2A} \Rightarrow K_{1A} + U_{1A} = K_{2A} + U_{2A} \Rightarrow mgh = K_A$

برای جسم B: $E_{1B} = E_{2B} \Rightarrow K_{1B} + U_{1B} = K_{2B} + U_{2B} \Rightarrow m\frac{g}{۶}h = K_B$

$$\Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{mgh}{m\frac{g}{۶}h} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = ۶$$

A ۶۸۵ ۳

جسم در هوا در حال سقوط است بنابراین تندی آن و انرژی جنبشی آن می‌تواند در حال افزایش باشد اما انرژی مکانیکی آن قطعاً در حال کاهش است زیرا در اثر مقاومت هوا بخشی از انرژی مکانیکی آن تلف می‌شود.

A ۶۸۶ ۳

طبق پایستگی انرژی، انرژی از بین نمی‌رود و از شکلی به شکل دیگر تغییر می‌کند. در اینجا هم بخشی از انرژی جنبشی به انرژی درونی توپ و بخش دیگر به انرژی درونی دست تبدیل می‌شود.

A ۶۸۷ ۱

انرژی جنبشی گلوله را در لحظهٔ برخورد به مانع حساب می‌کنیم. با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K_1 = \frac{۱}{۲} mv^2 = \frac{۱}{۲} \times ۰/۰۲۵ \times ۴۰۰^2 = \frac{۱}{۲} \times ۰/۰۲۵ \times ۱۶۰۰۰۰ = ۲ \times ۱۰^3 J$$

با توجه به فرض مسئله تمام انرژی جنبشی به گرما تبدیل شده است، پس ۲×۱۰^3 ژول گرما ایجاد می‌شود.

B ۶۸۸ ۱

خط فکری انرژی جنبشی گلوله هنگام برخورد به مانع کاهش یافته است و این کاهش انرژی جنبشی گلوله به انرژی درونی مانع و گلوله تبدیل شده است. افزایش انرژی درونی مانع ۲ برابر افزایش انرژی درونی گلوله است.

اگر افزایش انرژی درونی را با حرف ΔQ نمایش دهیم در این صورت با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$|\Delta K| = \Delta Q_{\text{گلوله}} + \Delta Q_{\text{مانع}} \xrightarrow{\Delta Q_{\text{مانع}} = ۲\Delta Q_{\text{گلوله}}} |\Delta K| = ۳\Delta Q_{\text{گلوله}}$$

داده‌های مسئله را در رابطهٔ به‌دست آمده قرار می‌دهیم.

$$|K_2 - K_1| = ۳\Delta Q_{\text{گلوله}} \Rightarrow |\frac{۱}{۲} mv_2^2 - \frac{۱}{۲} mv_1^2| = ۳\Delta Q_{\text{گلوله}}$$

$$\xrightarrow{m = ۰/۰۴kg, v_1 = ۱۴۰m/s \atop v_2 = ۲۰m/s} |\frac{۱}{۲} \times ۰/۰۴ \times ۲۰^2 - \frac{۱}{۲} \times ۰/۰۴ \times ۱۴۰^2| = ۳\Delta Q_{\text{گلوله}}$$

$$|۸ - ۳۹۲| = ۳\Delta Q_{\text{گلوله}} \Rightarrow ۳۸۴ = ۳\Delta Q_{\text{گلوله}} \Rightarrow \Delta Q_{\text{گلوله}} = ۱۲۸J$$

B ۶۸۹ ۴

خط فکری جسم روی سطح افقی در حرکت است. چنانچه این سطح را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم، انرژی مکانیکی جسم همان انرژی جنبشی آن است. بنابراین شما باید کاهش انرژی جنبشی خودرو را حساب کنید که برابر افزایش انرژی درونی خودرو و محیط اطراف آن است.

ابتدا یکای تندی‌ها را به m/s تبدیل می‌کنیم.

$$v_1 = ۷۲km/h = \frac{۷۲}{۳/۶} m/s \Rightarrow v_1 = ۲۰m/s$$

$$v_2 = ۱۸km/h = \frac{۱۸}{۳/۶} m/s \Rightarrow v_2 = ۵m/s$$

درصد تغییر انرژی مکانیکی جسم برابر است با:

$$\frac{\Delta E}{E_1} \times ۱۰۰ = \frac{\Delta K}{K_1} \times ۱۰۰ = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{\frac{۱}{۲} mv_2^2 - \frac{۱}{۲} mv_1^2}{\frac{۱}{۲} mv_1^2} \times ۱۰۰ = \frac{۵^2 - ۲۰^2}{۲۰^2} \times ۱۰۰$$

درصد تغییر انرژی مکانیکی $= \frac{۲۵ - ۴۰۰}{۴۰۰} \times ۱۰۰ = -۹۳/۷۵٪$

بازی با سوال اتومبیلی به جرم $۸۰۰kg$ و تندی $۱۰m/s$ ترمز کرده و متوقف می‌شود. چه مقدار انرژی برحسب ژول به گرما تبدیل می‌شود؟ کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۴×۱۰^3 ۲) ۴×۱۰^4

۳) ۸×۱۰^4 ۴) باید نیروی اصطکاک معلوم باشد.

گزینهٔ ۲

B ۶۹۰ ۳

خط فکری بنا به قانون پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم است. از طرفی تغییر انرژی مکانیکی این قطعه برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. بنابراین شما انرژی جنبشی در حالت اول و حالت دوم را نوشته و از هم کم کنید و آن را برابر کار نیروی اصطکاک قرار دهید.

بنا به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow K_۲-K_۱=W_f\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=W_f$$

$$\xrightarrow[v_۲=v-۴\,,\,v_۱=v]{m=۰/۲kg\,,\,W_f=-۸J}\frac{۱}{۲}\times ۰/۲(v-۴)^۲-\frac{۱}{۲}\times ۰/۲v^۲=-۸$$

$$v^۲-۸v+۱۶-v^۲=-۸۰\Rightarrow -۸v=-۹۶\Rightarrow v=۱۲m/s$$

۴ ۶۹۱ B

با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی و با توجه به اینکه تغییر انرژی مکانیکی در این مسئله همان تغییر انرژی جنبشی است می‌توان نوشت: $W_f=E_۲-E_۱\Rightarrow W_f=K_۲-K_۱$

۱۹ درصد انرژی جنبشی اولیه در اثر برخورد تلف شده است یعنی $W_f=\frac{-۱۹}{۱۰۰}K_۱$ بنابراین:

$$\frac{-۱۹}{۱۰۰}K_۱=K_۲-K_۱\Rightarrow K_۲=\frac{۸۱}{۱۰۰}K_۱\xrightarrow{K=\frac{۱}{۲}mv^۲}$$

$$\frac{۱}{۲}mv'^۲=\frac{۸۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲}mv^۲)\Rightarrow v'^۲=\frac{۸۱}{۱۰۰}v^۲\Rightarrow \frac{v'}{v}=\frac{۹}{۱۰}$$

روش دیگر: با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{اصطکاک}}=K_۲-K_۱\Rightarrow W_{\text{اصطکاک}}=\frac{۱}{۲}m(v'^۲-v^۲)$$

$$\Rightarrow -\frac{۱۹}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲}mv^۲)=\frac{۱}{۲}mv'^۲-\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۸۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲}mv^۲)=\frac{۱}{۲}mv'^۲\Rightarrow v'=\frac{۹}{۱۰}v\Rightarrow \frac{v'}{v}=\frac{۹}{۱۰}$$

۳ ۶۹۲ A

با توجه به قانون پایستگی انرژی، توپ در لحظهٔ رها شدن دارای انرژی پتانسیل گرانشی است و پس از چند بار برخورد به زمین جسم متوقف می‌شود، یعنی تمام انرژی پتانسیل گرانشی اولیهٔ آن به گرما تبدیل می‌شود. $Q=U_{\text{گرانشی}}=mgh=۱\times ۱۰\times ۲=۲۰J$

بازی با سؤال **توپی به جرم ۲ کیلوگرم را از سطح زمین با تندی اولیه ۱۰m/s در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم و توپ پس از چند بار برخورد به زمین نهایتاً روی سطح زمین متوقف می‌شود. چند ژول گرما در این حرکت به توپ و محیط اطراف آن داده شده است؟**

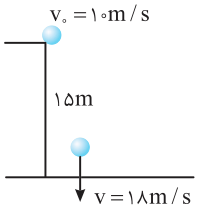
۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰

۳) صفر ۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

گزینهٔ ۲

۴ ۶۹۳ B

روش اول: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی:



$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_g+W_f=\frac{۱}{۲}mv^۲-\frac{۱}{۲}mv_۰^۲$$

$$mgh+W_f=\frac{۱}{۲}mv^۲-\frac{۱}{۲}mv_۰^۲$$

$$۰/۲\times ۱۰\times ۱۵+W_f=\frac{۱}{۲}(۰/۲)(۱۸^۲-۱۰^۲)$$

$$۳۰+W_f=\frac{۱}{۱۰}(۲۸)(۸)\Rightarrow W_f=-۷/۶J$$

روش دوم: استفاده از قانون پایستگی انرژی:

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow (\underbrace{U_۲}_{\text{صفر}}+K_۲)-(\underbrace{U_۱}_{\text{mgh}}+K_۱)=W_f$$

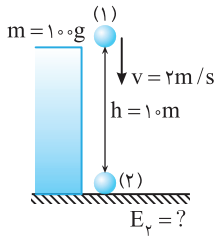
$$K_۲-mgh-K_۱=W_f\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲-mgh-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=W_f$$

$$\frac{۱}{۲}\times ۰/۲(۱۸)^۲-۰/۲\times ۱۰\times ۱۵-\frac{۱}{۲}\times(۰/۲)(۱۰)^۲=W_f$$

$$\Rightarrow W_f=-۷/۶J$$

۲ ۶۹۴ B

با توجه به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی مکانیکی برابر کار نیروی مقاومت هواست.



$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow E_۲=W_f+E_۱$$

انرژی اولیه جسم را حساب می‌کنیم.

$$E_۱=mgh+\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\Rightarrow E_۱=۰/۱\times ۱۰\times ۱۰+\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times ۴=۱۰/۲J$$

اکنون انرژی گلوله در برخورد به زمین را به‌دست می‌آوریم.

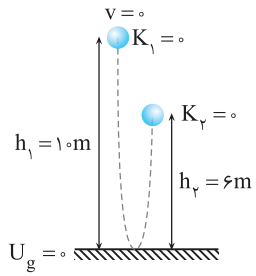
$$E_۲=W_f+E_۱\Rightarrow E_۲=-۲+۱۰/۲=۸/۲J$$

۳ ۶۹۵ A

یادآوری همواره تغییر انرژی پتانسیل گرانشی برابر منفی کار نیروی وزن است، بنابراین: $W_{mg}=-\Delta U\Rightarrow W_{mg}+\Delta U=۰$

۱ ۶۹۶ B

۱ انرژی مکانیکی اولیه گلوله را حساب می‌کنیم.



$$E_۱=U_۱+K_۱\Rightarrow E_۱=mgh_۱$$

$$\Rightarrow E_۱=۱\times ۱۰\times ۱۰=۱۰۰J$$

۲ گلوله پس از برخورد به زمین تا ارتفاع ۶ متری بالا می‌رود یعنی در این ارتفاع تندی آن به‌طور لحظه‌ای صفر شده و انرژی جنبشی صفر می‌شود و انرژی مکانیکی گلوله در این نقطه خواهد شد:

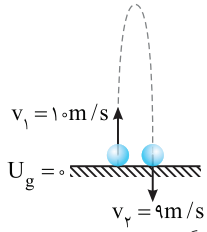
$$E_۲=U_۲+K_۲\xrightarrow{K_۲=۰}E_۲=mgh_۲\Rightarrow E_۲=۱\times ۱۰\times ۶=۶۰J$$

۳ بنا به قانون پایستگی انرژی، کار نیروهای مقاوم در برابر حرکت در کل مسیر خواهد شد:

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow ۶۰-۱۰۰=W_f\Rightarrow W_f=-۴۰J$$

۱ ۶۹۷ B

۱ انرژی مکانیکی اولیه توپ همان انرژی جنبشی آن است.



$$E_۱=U_۱+K_۱\xrightarrow{U_۱=۰}E_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}\times ۰/۲\times ۱۰۰=۱۰J\Rightarrow E_۱=۱۰J$$

۲ انرژی مکانیکی هنگام رسیدن به نقطهٔ پرتاب مجدداً انرژی جنبشی است.

$$E_۲=U_۲+K_۲\xrightarrow{U_۲=۰}E_۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲\Rightarrow E_۲=\frac{۱}{۲}\times ۰/۲\times ۹^۲\Rightarrow E_۲=۸/۱J$$

۳ بنا به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی مکانیکی برابر کار نیروهای مقاوم است که به گرما تبدیل می‌شود.

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow ۸/۱-۱۰=W_f\Rightarrow W_f=-۱/۹J\xrightarrow{Q=|W_f|}Q=۱/۹J$$

۳ ۶۹۸ B

با توجه به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی جنبشی گلوله (ΔK) برابر مجموع تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن $(|\Delta U|)$ و کار نیروی اصطکاک است $(|W_f|=\frac{۴۰}{۱۰۰}K_۱)$، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$|\Delta K|=|\Delta U|+|W_f|\Rightarrow|\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲|=|mg\Delta h|+\frac{۴۰}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲}mv_۱^۲)$$

$$\xrightarrow{v_۱=۲۰m/s\,,\,\Delta h=۰/۷۵m}|\frac{۱}{۲}v_۲^۲-\frac{۱}{۲}(۲۰)^۲|=۱۰\times ۰/۷۵+\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۱}{۲}\times ۲۰^۲$$

$$|\frac{۱}{۲}v_۲^۲-۲۰۰|=۷/۵+۸۰\Rightarrow ۲۰۰-\frac{۱}{۲}v_۲^۲=۸۷/۵\Rightarrow v_۲^۲=۲۲۵\Rightarrow v_۲=۱۵m/s$$

B ۳ ۶۹۹

در طـول مسـیر دو نیرو یکـی وزن و دیگری اصطکاک هوا بر جسـم وارد می‌شـود و کار هریک از نیروها را حساب می‌کنیم.

۱ کار نیروی وزن برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل است. $W_{mg}=-\Delta U_g$

جسم رو به پایین حرکت کرده و انرژی پتانسیل آن از mgh ، صفر می‌شود، بنابراین:

$$W_{mg}=-(U_{۲g}-U_{۱g})\Rightarrow W_{mg}=-(۰-mgh)\Rightarrow W_{mg}=mgh$$

۲ کار نیروی اصطکاک بنا به فرض مسـئله ۱۰٪ انرژی پتانسـیل اولیه اسـت البته می‌دانیم کار نیروی اصطکاک منفی است بنابراین: $W_f=-\frac{۱۰}{۱۰۰}mgh$

۳ با توجه به قضیه کار و انرژی خواهیم داشت:

$$\Delta K=W_f+W_g\Rightarrow +۸۱=-\frac{۱۰}{۱۰۰}mgh+mgh$$

$$\Rightarrow ۸۱=\frac{۹}{۱۰}\times ۳\times ۱۰\times h\Rightarrow h=۳m$$

B ۱ ۷۰۰

یادآوری وقتی گلوله در راسـتای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود تا جایی بالا می‌رود که تندی‌اش صفر شود، این نقطه را نقطهٔ اوج گلوله گویند.

حالـت اول: گلوله در هنگام بالا رفتن ۱۰J انرژی از دسـت می‌دهـد یعنی تغییر انرژی مکانیکی آن $E_۲-E_۱=-۱۰J$ است و با توجه به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow mgh-\frac{۱}{۲}mv^۲=-۱۰\Rightarrow ۲h-\frac{۱}{۲}\times ۰/۲\times ۹۰۰=-۱۰$$

$$\Rightarrow h=۴۰m$$

حالـت دوم: اگر مقاومت هوا وجود نداشـت با توجه به اصل پایسـتگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت: $E_۲=E_۱\Rightarrow mgh'=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow ۱۰h'=\frac{۱}{۲}\times ۹۰۰\Rightarrow h'=۴۵m$

بنابراین گلوله $۴۵-۴۰=۵m$ بالاتر می‌رفت.

B ۳ ۷۰۱

خط فکری هنگام سقوط گلوله یا پایین آمدن گلوله، انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل به انرژی جنبشـی جسـم و صرف غلبه بر اصطکاک می‌شـود. البته اگر در مسیر حرکت اصطکاک وجود نداشـت، کاهش انرژی پتانسـیل با افزایش انرژی جنبشـی برابر بود اما به دلیل وجود مقاومت هوا بخشـی از انرژی هدر می‌رود و به گرما تبدیل می‌شـود که این مقدار گرما همان کار نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم است.

کار نیروی مقاومت هوا در این مسـئله برابر تفاوت بین کاهش انرژی پتانسـیل و افزایش انرژی جنبشی است بنابراین:

$$W_f=|\Delta K|-|\Delta U|\xrightarrow{|\Delta K|=۵۴J\,,\,|\Delta U|=۸۰J} W_f=۵۴-۸۰=-۲۶J$$

اکنون می‌توان نیروی مقاومت هوا را به‌دست آورد.

$$W_f=f_k d\cos\theta\Rightarrow -۲۶=f_k\times ۱۳\times\cos\pi\Rightarrow f_k=۲N$$

B ۲ ۷۰۲

خط فکری بنـا به قانون پایسـتگی انرژی هـرگاه در جایی انرژی کم شـود حتماً به انرژی دیگری تبدیل شـده اسـت. در سقوط جسـم کاهش انرژی پتانسیل گرانشی برابر افزایش انرژی جنبشی جسم است $|\Delta U|=|\Delta K|$ ، البته اگر مقاومت هوا ناچیز باشد اما اگر مقاومت هوا مؤثر باشـد قطعاً $|\Delta K|<|\Delta U|$ خواهد شد یعنی بخشی از تغییر انرژی پتانسـیل گرانشی به کار نیروی مقاومت هوا تبدیل می‌شود. اکنون با دانستن این مطلب مسئله قابل حل است. $|\Delta U|=|\Delta K|+|W_f|$

۱ در صورت مسـئله بیان شـده که تغییر انرژی جنبشـی، $\frac{۲}{۳}$ تغییر انرژی پتانسیل بوده اسـت $(|\Delta K|=\frac{۲}{۳}|\Delta U|)$ بنابراین می‌توان نوشـت هنگام سـقوط انرژی پتانسیل گرانشی به انرژی جنبشی و هم‌چنین کار نیروی اصطکاک تبدیل می‌شود.

$$|\Delta U|=|\Delta K|+|W_f|\Rightarrow |\Delta U|=\frac{۲}{۳}|\Delta U|+|W_f|\Rightarrow |W_f|=\frac{۱}{۳}|\Delta U| \quad (۱)$$

۲ قدرمطلق کار نیروی وزن برابر قدرمطلق تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است $(|\Delta U|=|W_{mg}|)$ بنابراین خواهیم داشت:

$$(۱)\Rightarrow |W_f|=\frac{۱}{۳}|W_{mg}|$$

جسـم در حـال حرکـت رو به پایین بـوده و کار نیروی وزن مثبت اسـت. امـا کار نیروی اصطکاک منفی است. بنابراین: $W_f=-\frac{۱}{۳}W_g\Rightarrow \frac{W_f}{W_g}=-\frac{۱}{۳}$

بازی با سؤال **در حین سـقوط جسـمی در نزدیکی سـطح زمین نسبت تغییرات انرژی جنبشـی به قدرمطلق کار نیروی مقاومت هوا برابر ۳ است. نسبت تغییرات انرژی جنبشی به تغییرات انرژی پتانسیل کدام است؟**

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$

گزینهٔ ۳

B ۱ ۷۰۳

نیروهـای وارد بر بسـته یکی نیروی وزن و دیگری نیروی مقاومت هواسـت. قضیه کار و انرژی جنبشی را نوشته و مسئله را حل می‌کنیم:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{وزن}+W_{f_D}=\frac{۱}{۲}mv^۲-\frac{۱}{۲}mv_۰^۲$$

$$mgh+W_{f_D}=\frac{۱}{۲}mv^۲-\frac{۱}{۲}mv_۰^۲\Rightarrow ۲\times ۱۰\times ۱۰۰+W_{f_D}=\frac{۱}{۲}\times ۲۰(۳۵^۲-۵^۲)$$

$$۲۰۰۰۰+W_{f_D}=۱۰\times(۳۵+۵)(۳۵-۵)$$

$$۲۰۰۰۰۰+W_{f_D}=۱۲۰۰۰۰\Rightarrow W_{f_D}=-۸۰۰۰J=-۸kJ$$

C ۲ ۷۰۴

یادآوری هنگامی که وسـیله‌ای با تندی v در حال حرکت اسـت، تندی تمام اجسام و اشخاص درون آن نیز برابر v می‌باشد پس اگر از این وسیلهٔ جسمی را به بیرون رها کنیم تندی اولیه آن جسم برابر v و در جهت حرکت وسیله است.

۱ انرژی مکانیکی اولیه جسم برابر است با:

$$E_۱=U_۱+K_۱\Rightarrow E_۱=mgh+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=۵\times ۱۰\times ۱۰۰+\frac{۱}{۲}\times ۵\times ۴۰^۲=۹۰۰۰J$$

۲ انرژی مکانیکی جسم هنگام برخورد به زمین برابر خواهد شد با:

$$E_۲=U_۲+K_۲\xrightarrow{U_۲=۰} E_۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

۳ بنا به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_۲-E_۱=W_f\xrightarrow{W_f=-۱۰۰۰J}\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-۹۰۰۰=-۱۰۰۰$$

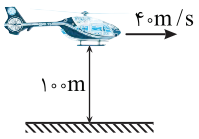
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۵v_۲^۲=+۸۰۰۰\Rightarrow v_۲^۲=۳۲۰۰\Rightarrow v_۲=۴۰\sqrt{۲}m/s$$

روش دیگر: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی است.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{وزن}+W_{اصطکاک}=\Delta K\Rightarrow mg\Delta h-۱۰۰۰=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)$$

$$\Rightarrow ۵\times ۱۰\times ۱۰۰-۱۰۰۰=\frac{۱}{۲}\times ۵\times(v_۲^۲-۱۶۰۰)\Rightarrow ۱۶۰۰=v_۲^۲-۱۶۰۰\Rightarrow v_۲^۲=۳۲۰۰$$

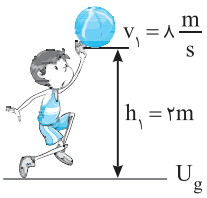
$$\Rightarrow v_۲=۴۰\sqrt{۲}m/s$$



B ۴ ۷۰۵

۱ انـرژی مکانیکـی در لحظـهٔ پرتـاب را به‌دست می‌آوریم:
(سـطح زمین را مبدأ انرژی پتانسـیل گرانشی در نظر می‌گیریم.)

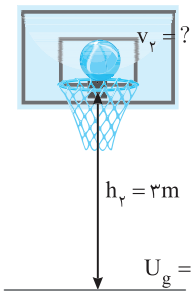
$$E_۱=K_۱+U_۱\Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲+mgh_۱$$



$$\Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}\times m\times ۶۴+m\times g\times ۲$$

$$\Rightarrow E_۱=۳۲m+۲۰m\Rightarrow E_۱=۵۲m$$

۲ انرژی مکانیکی در لحظهٔ رسیدن به سبد را به‌دست می‌آوریم:



$$E_۲ = K_۲ + U_۲ \Rightarrow E_۲ = \frac{۱}{۲}m \times v_۲^۲ + mg \times ۳ \Rightarrow$$

$$E_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + ۳۰m$$

۳ بنا به فرض مسئله کار نیروی مقاومت هوا خواهد شد:

$$W_f = -\frac{۱}{۸}K_۰ \Rightarrow W_f = -\frac{۱}{۸}(\frac{۱}{۲}mv_۱^۲) \Rightarrow W_f = -\frac{۱}{۱۶}m(۸)^۲ \Rightarrow W_f = -۴m$$

۴ قانون پایستگی انرژی را نوشته و $v_۲$ را حساب می‌کنیم.

$$E_۲ - E_۱ = W_f \Rightarrow K_۲ + U_۲ - E_۱ = W_f$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲ - E_۱ = -۴m \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + ۳۰m - ۵۲m = -۴m$$

$$\frac{۱}{۲}v_۲^۲ + ۳۰ - ۵۲ = -۴ \Rightarrow \frac{۱}{۲}v_۲^۲ = ۱۸ \Rightarrow v_۲^۲ = ۳۶ \Rightarrow v_۲ = ۶m/s$$

C ۷۰۶ ۲

خط فکری انرژی مکانیکی اولیه توپ انرژی پتانسیل گرانشی $(E_۱ = U_۱)$ است. هر بار که گلوله به زمین برخورد می‌کند، $\frac{۱}{۴}$ انرژی قبل از برخورد را از دست می‌دهد یعنی $E_۲ = E_۱ - \frac{E_۱}{۴} = \frac{۳}{۴}E_۱$ است و در دومین برخورد انرژی جسم $E_۳ = E_۲ - \frac{۱}{۴}E_۲ = \frac{۳}{۴}E_۲ = \frac{۹}{۱۶}E_۱$ می‌شود و الا آخر، ... بنابراین شما در هر برخورد با استفاده از قانون پایستگی انرژی می‌توانید ارتفاعی که گلوله پس از برخورد بالا می‌رود را به‌دست آورید و تعداد برخوردها را حساب کنید.

با استفاده از قانون پایستگی انرژی بیشینه ارتفاعی که توپ پس از اولین برخورد با زمین بالا می‌آید را حساب می‌کنیم:

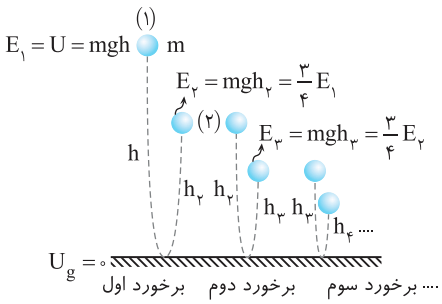
$$E_۲ - E_۱ = W_f \Rightarrow mgh_۲ - mgh = -\frac{۱}{۴}mgh \Rightarrow h_۲ = \frac{۳}{۴}h$$

حال بیشینه ارتفاعی که توپ پس از دومین برخورد با زمین بالا می‌آید را حساب می‌کنیم:

$$E_۳ - E_۲ = W_f \Rightarrow mgh_۳ - \frac{۳}{۴}mgh = -\frac{۱}{۴}(\frac{۳}{۴}mgh)$$

$$\Rightarrow mgh_۳ = -\frac{۳}{۱۶}mgh + \frac{۳}{۴}mgh = \frac{۹}{۱۶}mgh \Rightarrow h_۳ = \frac{۹}{۱۶}h$$

بنابراین توپ پس از دومین برخورد $\frac{۹}{۱۶}$ ارتفاع اولیه بالا می‌آید.



B ۷۰۷ ۱

خط فکری جسم در حال پایین آمدن بوده و انرژی پتانسیل گرانشی آن آزاد می‌شود اما تندی جسم ثابت مانده و این انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل نمی‌شود پس در طول مسیر اصطکاک داریم.

الف) کار نیروی سطح برابر برایند کار نیروی عمودی سطح و کار نیروی اصطکاک است و چون مسیر دارای اصطکاک بوده پس کار نیروی سطح داشته و گزارهٔ (الف) نادرست است.

ب) انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است، با توجه به اینکه تندی ثابت بوده و انرژی جنبشی ثابت می‌ماند اما با پایین آمدن جسم انرژی پتانسیل گرانشی کاهش یافته پس: $E = K + U \xrightarrow[\text{K ثابت ماند}]{\text{U کم شده}} \downarrow E$

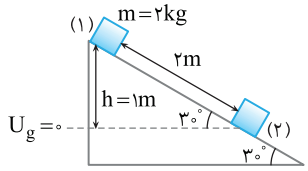
گزارهٔ (ب) درست است.

پ) با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی است پس $W_t = \Delta K$ بوده و با ثابت بودن تندی انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند و کار کل صفر است، در حالی که با پایین آمدن جسم روی سطح شیبدار کار نیروی وزن صفر نیست $(W_g = mg\Delta h)$ و گزارهٔ (پ) نادرست است.

ت) با توجه به توضیحات گزارهٔ (ب)، چون انرژی مکانیکی در حال کاهش بوده پس این گزاره نادرست است.

B ۷۰۸ ۴

جسم با سرعت ثابت به پایین می‌لغزد بنابراین انرژی جنبشی آن ثابت می‌ماند. مسئله را می‌توانید به کمک قانون پایستگی انرژی یا قضیه کار و انرژی جنبشی حل کنید.



روش قانون پایستگی انرژی: کار نیروی اصطکاک برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم است.

$$E_۲ - E_۱ = W_f \xrightarrow[E_۱ = K_۱ + U_۱ = K_۱ + mgh]{E_۲ = K_۲ + U_۲ = K_۲ + ۰} K_۲ - (K_۱ + mgh) = W_f \quad (۱)$$

$K_۲ = K_۱$ است از طرفی ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است $h = \frac{۲}{۲} = ۱m$،

بنابراین: $(۱) \Rightarrow ۰ - ۲ \times ۱۰ \times ۱ = W_f \Rightarrow W_f = -۲۰J$

روش قضیه کار و انرژی جنبشی: نیروهای وارد بر جسم عبارت‌اند از

۱ نیروی وزن

۲ نیروی اصطکاک

۳ نیروی عمودی سطح

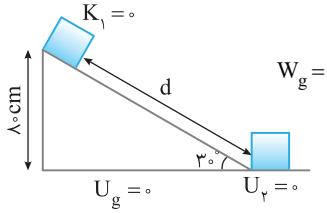
$$W_t = \Delta K \xrightarrow[v = ثابت]{\Delta K = ۰} W_{F_N} + W_W + W_f = ۰$$

$$\Rightarrow W_f = -mgh \Rightarrow W_f = -۲ \times ۱۰ \times ۱ = -۲۰J$$

B ۷۰۹ ۱

یادآوری کار نیروی وزن برابر $W_g = \pm mgh$ است که اگر جسم بالا رود $W_g < ۰$ و اگر جسم پایین بیاید $W_g > ۰$ است.

۱ کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم، جسم از سطح شیب‌دار پایین آمده و W_g مثبت است.



$$W_g = mgh \Rightarrow W_g = \frac{۵۰۰}{۱۰۰۰} \times ۱۰ \times \frac{۸۰}{۱۰۰} = ۴J$$

۲ با توجه به پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_۲ - E_۱ = W_f \Rightarrow U_۲ + K_۲ - (U_۱ + K_۱) = W_f$$

جسم از ارتفاع ۸۰cm رها شده $(v_۱ = ۰)$ پس $U_۱$ برابر $mgh_۱$ بوده که $h_۱ = ۰/۸m$ است و $K_۱$ برابر صفر است. هنگام رسیدن به زمین $U_۲$ صفر است. بنابراین:

$$K_۲ - U_۱ = W_f \Rightarrow \frac{۱}{۲}m(v_۲)^۲ - mgh_۱ = W_f \Rightarrow$$

$$\frac{۱}{۲} \times ۰/۵ \times ۹ - ۰/۵ \times ۱۰ \times ۰/۸ = W_f \Rightarrow ۲/۲۵ - ۴ = W_f \Rightarrow W_f = -۱/۷۵J$$

میانبر چون در گزینه‌ها مقدار W_f که داده شده متفاوت است، پس تنها کافی است W_f را حساب کنیم.

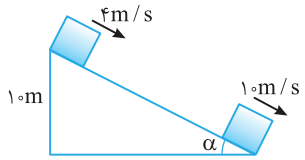
B ۴ ۷۱۰

با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_۲-E_۱=W_f \Rightarrow K_۲-(K_۱+U_۱)=W_f$$

$$\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times ۱۰۰-(\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times ۱۶+۰/۱\times ۱۰\times ۱۰)=W_f \Rightarrow ۵-(۰/۸+۱۰)=W_f$$

$$W_f=-۵/۸J$$



B ۳ ۷۱۱

بنا به قانون پایستگی انرژی: $E_B-E_A=W_f$

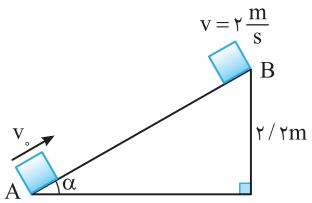
با توجه به فرض مسئله $W_f=-\frac{۲۵}{۱۰۰}K_A$ است، سطح زمین را مبدأ پتانسیل می‌گیریم.

بنابراین:

$$\frac{۱}{۲}mv_B^۲+mgh_B-\frac{۱}{۲}mv_A^۲=-\frac{۲۵}{۱۰۰}\times\frac{۱}{۲}mv_A^۲$$

$$\frac{۱}{۲}(۲)^۲+۱۰\times ۲/۲-\frac{۱}{۲}v_۰^۲=-\frac{۱}{۸}v_۰^۲$$

$$۲+۲۲=\frac{۳}{۸}v_۰^۲ \Rightarrow ۲۴=\frac{۳}{۸}v_۰^۲ \Rightarrow v_۰=۸m/s$$



البته شما می‌توانید به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی هم این مسئله را حل کنید.

B ۲ ۷۱۲

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل فرض می‌کنیم:

جسم در سطح زمین بوده و انرژی پتانسیل آن صفر است. از این‌رو انرژی مکانیکی اولیهٔ آن خواهد شد: $E_۱=U_۱+K_۱ \Rightarrow E_۱=K_۱ \Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}m(۸۰)^۲ \Rightarrow E_۱=(۳۲۰۰)mJ$

انرژی مکانیکی ثانویه را حساب می‌کنیم. در این نقطه جسم هم انرژی پتانسیل دارد و هم انرژی جنبشی:

$$E_۲=K_۲+U_۲ \Rightarrow E_۲=\frac{۱}{۲}m\times ۴۰۰+mg(۲۳۶)$$

$$\Rightarrow E_۲=۲۰۰m+۲۳۶۰m \Rightarrow E_۲=(۲۵۶۰m)J$$

با توجه به پایستگی انرژی، کار نیروی اتلافی در اثر مقاومت هوا را حساب می‌کنیم:

$$E_۲-E_۱=W_f \Rightarrow ۲۵۶۰m-۳۲۰۰m=W_f \Rightarrow W_f=-۶۴۰m$$

خواسته سؤال این است که مقدار W_f چند درصد مقدار $K_۱$ است:

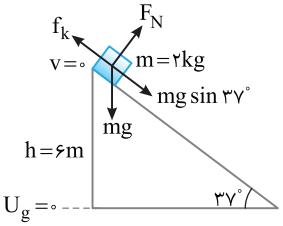
$$\frac{W_f}{K_۱}\times ۱۰۰=\frac{۶۴۰m}{۳۲۰۰m}\times ۱۰۰=۲۰٪$$

B ۱ ۷۱۳

راه‌حل اول: بنا بر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر کار کل است.

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_{F_N}+W_{f_k}+W_W$$

$$=\frac{۱}{۲}mv^۲-۰ \quad (۱)$$



طول سطح شیبدار یعنی جابه‌جایی جسم را حساب می‌کنیم:

$$d=\frac{h}{\sin ۳۷^\circ} \Rightarrow d=\frac{۶}{۰/۶}=۱۰m$$

اکنون با جای‌گذاری در رابطهٔ به‌دست آمده سرعت را حساب می‌کنیم:

$$(۱) \Rightarrow -f_k d+mgh=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow -۴\times ۱۰+۲\times ۱۰\times ۶=\frac{۱}{۲}\times ۲\times v^۲$$

$$\Rightarrow v=۴\sqrt{۵}m/s$$

راه‌حل دوم: تغییرات انرژی مکانیکی جسم برابر کار نیروی اصطکاک است. از این‌رو:

$$E_۲-E_۱=W_f \Rightarrow K_۲+U_۲-(K_۱+U_۱)=W_f$$

$$\xrightarrow{K_۲=\frac{۱}{۲}mv^۲,\ U_۱=mgh} \frac{۱}{۲}mv^۲-mgh=-f_k d$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۲\times v^۲-۲\times ۱۰\times ۶=-۴\times ۱۰ \Rightarrow v^۲=۸۰ \Rightarrow v=۴\sqrt{۵}m/s$$

B ۱ ۷۱۴

خط فکری در صورت مسئله کاهش انرژی مکانیکی خواسته شده است بنابراین شما باید انرژی مکانیکی در حالت اول و حالت دوم را حساب کنید و از هم کم کنیم.

۱ انرژی مکانیکی در حالت اول برابر است با:

$$E_۱=K_۱+U_۱=\frac{۱}{۲}mv_۰^۲+۰=\frac{۱}{۲}\times ۱\times ۳۶=۱۸J \Rightarrow E_۱=۱۸J$$

۲ انرژی مکانیکی در حالت دوم را حساب می‌کنیم. اما ابتدا ارتفاعی که جسم بالا می‌رود را حساب می‌کنیم.

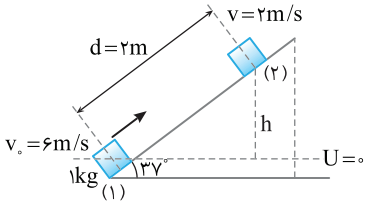
$$\sin ۳۷^\circ=\frac{h}{d} \Rightarrow ۰/۶=\frac{h}{۲} \Rightarrow h=۱/۲m$$

$$E_۲=K_۲+U_۲=\frac{۱}{۲}mv^۲+mgh \Rightarrow E_۲=\frac{۱}{۲}\times ۱\times ۴+۱\times ۱۰\times (۱/۲)=۲+۱۲=۱۴J$$

۳ کاهش انرژی مکانیکی خواهد شد:

$$\Delta E=E_۲-E_۱ \Rightarrow \Delta E=۱۴-۱۸ \Rightarrow \Delta E=-۴J$$

علامت منفی نشان‌دهنده کاهش انرژی مکانیکی است.



B ۴ ۷۱۵

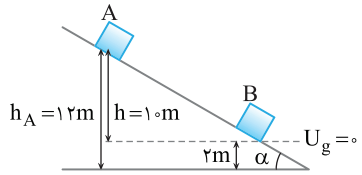
خط فکری کار نیروهای مقاوم برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم است. دقت کنید تندی ثابت است یعنی انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند و تغییر انرژی مکانیکی جسم همان تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

$$E_۲-E_۱=W_{f_{کل}} \Rightarrow U_۲+K_۲-(U_۱+K_۱)=W_{f_{کل}}$$

$$\xrightarrow{K_۲=K_۱} U_۲-U_۱=W_{f_{کل}} \Rightarrow \Delta U=W_{f_{کل}}$$

۱ با توجه به خط فکری ابتدا باید تغییر انرژی پتانسیل گرانشی را حساب کنیم.

$$\Delta U=-mgh \Rightarrow \Delta U=-۴\times ۱۰\times ۱۰ \Rightarrow \Delta U=-۴۰۰J$$



۲ نیروی اصطکاک بین جعبه و سطح ۹ برابر نیروی مقاومت هوا است بنابراین کار نیروی اصطکاک بین جعبه و سطح ۹ برابر کار نیروی مقاومت هوا در یک جابه‌جایی معین است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$W_{f_{کل}}=W_{f_{سطح}}+W_{f_{هوا}} \Rightarrow W_{f_{کل}}=۹W_{f_{هوا}}+W_{f_{هوا}} \Rightarrow W_{f_{کل}}=۱۰W_{f_{هوا}}$$

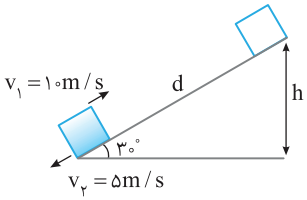
$$\Delta U=W_{f_{کل}} \Rightarrow -۴۰۰=۱۰W_{f_{هوا}} \Rightarrow W_f=-۴۰J$$

۳

B ۷۱۶ ۴

تندی جسم در برگشت کمتر از تندی اولیه است، بنابراین سطح دارای اصطکاک است.

کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت را به‌دست می‌آوریم.



$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_f$$

$$\frac{1}{2}\times 2\times 5^2 - \frac{1}{2}\times 2\times 10^2 = W_f \Rightarrow W_f = -75J$$

در مسیر رفت کار نیروی اصطکاک خواهد شد:

$$W_{f_{رفت}} = \frac{-75}{2} = -37/5J$$

E'_2 ، انرژی مکانیکی در انتهای مسیر رفت: $E'_2 - E_1 = W_f \Rightarrow$

$$2\times 10\times h - \frac{1}{2}\times 2\times 100 = -37/5 \Rightarrow h = 3/125m$$

B ۷۱۷ ۲

۱ جابه‌جایی جعبه را روی سطح شیبدار از ابتدا تا ترک سطح حساب می‌کنیم.

$$\sin 30^\circ = \frac{2/5}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2/5}{d} \Rightarrow d = 5m$$

۲ ابتدای سطح شیبدار را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. بنابراین انرژی مکانیکی جعبه در ابتدای سطح برابر است با:

$$E_1 = U_1 + K_1 \xrightarrow{U_1 = 0} E_1 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2}\times 2\times 10^2 \Rightarrow E_1 = 100J$$

۳ کار نیروی اصطکاک در این مسیر را حساب می‌کنیم.

$$W_f = -f_K d \Rightarrow W_f = -5\times 5 \Rightarrow W_f = -25J$$

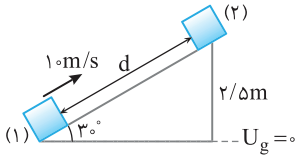
۴ با توجه به قانون پایستگی انرژی، انرژی مکانیکی ثانویه را به‌دست می‌آوریم.

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow E_2 - 100 = -25 \Rightarrow E_2 = 75J$$

۵ به کمک انرژی مکانیکی E_2 ، می‌توان تندی جدا شدن جعبه از سطح را حساب کرد.

$$E_2 = U_2 + K_2 \Rightarrow E_2 = mgh + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 75 = 2\times 10\times 2/5 + \frac{1}{2}\times 2\times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 25 \Rightarrow v = 5m/s$$



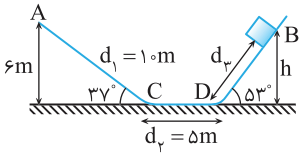
B ۷۱۸ ۲

کار نیروی اصطکاک را در طول مسیر حساب می‌کنیم:

۱ طول مسیر d_1 و d_3 را حساب می‌کنیم.

$$\sin 37^\circ = \frac{6}{AC} \Rightarrow 0/6 = \frac{6}{d_1} \Rightarrow d_1 = 10m$$

$$\sin 53^\circ = \frac{h}{d_3} \Rightarrow d_3 = \frac{h}{\sin 53^\circ} \Rightarrow d_3 = \frac{h}{0/8} \Rightarrow d_3 = \frac{5}{4}h$$



۲ برای یافتن کار نیروی اصطکاک در کل مسیر کار نیروی اصطکاک در مسیر d_1 ، مسیر d_2 و مسیر d_3 را حساب می‌کنیم و با هم جمع می‌کنیم

$$W_f = -fd_1 - fd_2 - fd_3 \Rightarrow W_f = -20 - 10 - 2d_3 \xrightarrow{d_3 = \frac{5}{2}h} W_f = -30 - \frac{5}{2}h$$

۳ در نقطهٔ A و B تندی جسم صفر و انرژی جنبشی صفر است و انرژی مکانیکی در این نقاط انرژی پتانسیل گرانشی است. $E_A = mgh_A$ و $E_B = mgh_B$

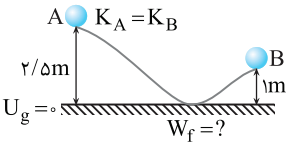
۴ با توجه به قانون پایستگی انرژی داریم:

$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow (mgh)_B - (mgh)_A = W_f$$

$$20h - 120 = -30 - \frac{5}{2}h \Rightarrow \frac{45h}{2} = 90 \Rightarrow h = 4m$$

B ۷۱۹ ۳

سطح زمین را مبدأ پتانسیل می‌گیریم و قانون پایستگی انرژی را برای نقاط A و B می‌نویسیم

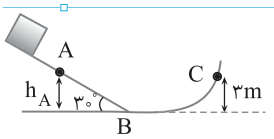


$$E_B - E_A = W_f$$
$$\Rightarrow (U_B + K_B) - (U_A + K_A) = W_f$$

بنا بر فرض $K_A = K_B$ است، بنابراین:

$$U_B - U_A = W_f \Rightarrow 1\times 10\times 1 - 1\times 10\times 2/5 = W_f \Rightarrow W_f = -15J$$

B ۷۲۰ ۳



مبدأ پتانسیل را در سطح زمین در نظر می‌گیریم.

با توجه به اصل پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_C - E_A = W_f \Rightarrow mgh_C - (\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A) = -380$$

$$10\times 10\times 3 - (\frac{1}{2}\times 10\times 36 + 10\times 10\times h_A) = -380$$

$$300 - 180 - 100h_A = -380 \Rightarrow h_A = 5m$$

$$\sin 30^\circ = \frac{h_A}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{AB} \Rightarrow AB = 10m$$

B ۷۲۱ ۴

۱ سطح افقی را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته‌ایم. بنابراین انرژی مکانیکی در نقطهٔ C یعنی $E_C = K_C + U_C$ برابر صفر است. قانون پایستگی انرژی را برای نقاط B و C می‌نویسیم:

$$E_C - E_B = W_{f_{B\to C}} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mv_B^2 = f_k(BC)\cos\pi$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}mv_B^2 = -f_k(BC) \Rightarrow v_B^2 = 4\times 4 \Rightarrow v_B = 4m/s$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

۲ برای به‌دست آوردن کار نیروی اصطکاک در مسیر خمیده نیز قانون پایستگی انرژی را برای نقاط A و B می‌نویسیم.

$$E_B - E_A = W_{f_{A\to B}} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh_A = W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times 2\times 16 - 2\times 10\times 1 = W_f = -4J$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.

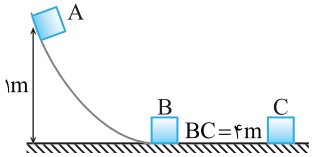
۳ کار نیروی وزن در مسیر ABC را بررسی می‌کنیم. در مسیر BC چون نیروی وزن بر مسیر عمود است، کار آن صفر است. از طرفی کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و در مسیر AB کار نیروی وزن مثبت و برابر با mgh است.

کار نیروی وزن: $W_{mg} = W_{mg_{ABC}} = W_{mg_{AB}} + W_{mg_{AC}} = mgh_A + 0$

$$\Rightarrow W_{mg} = 20J$$

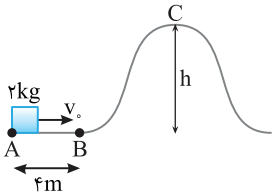
بنابراین گزینه (۳) نیز درست است از این‌رو پاسخ گزینهٔ (۴) درست است.

سعی کنید این مسئله را به کمک قضیهٔ کار و انرژی حل کنید.



A ۷۲۲ ۳

خط فکری کمینه مقدار h که جسم از نقطهٔ C عبور نکند یعنی تندی جسم در نقطهٔ C برابر صفر شود و تمام انرژی جنبشی جسم در نقطهٔ B به انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ C تبدیل شود. بنابراین در قدم اول شما باید به کمک قانون پایستگی انرژی، انرژی جنبشی جسم را در نقطه B به‌دست بیاورید و آن را با انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ C برابر قرار دهید.



سطح AB را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم و قانون پایستگی انرژی را برای نقاط A و B می‌نویسیم.

$$E_B-E_A=W_f\Rightarrow(K_B+U_B)-(K_A+U_A)=W_f$$

$$\xrightarrow{U_A=U_B=0}K_B-K_A=-f_k(AB)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=-f_k(AB)\xrightarrow[f_k=2N,\,AB=4m]{v_A=10m/s,\,m=2kg}$$

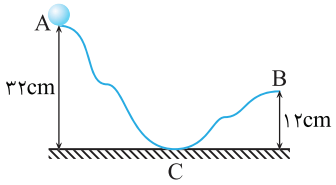
$$K_B-\frac{1}{2}\times2\times100=-2\times4\Rightarrow K_B=-8+100\Rightarrow K_B=92J$$

اکنون در مسیر بدون اصطکاک BC باید انرژی جنبشی در نقطهٔ B را با انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ C برابر قرار دهیم.

$$U_C=K_B\Rightarrow mgh_{min}=92\Rightarrow2\times10\times h_{min}=92\Rightarrow h_{min}=4/6m$$

B ۷۲۳ ۳

نقطهٔ C را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.



اگر سطح بدون اصطکاک باشد، می‌توان برای نقاط A و B اصل پایستگی انرژی مکانیکی را نوشته، تندی در نقطهٔ B را به‌دست آوریم.

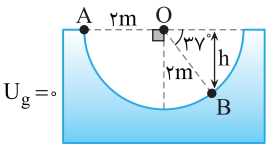
$$E_A=E_B\Rightarrow mgh_A+0=mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2\Rightarrow g(h_A-h_B)=\frac{1}{2}\times v_B^2$$

$$10(0/32-0/12)=\frac{1}{2}\times v_B^2\Rightarrow v_B^2=4\Rightarrow v_B=2m/s$$

اما اگر سطح دارای اصطکاک باشد مقداری از انرژی مکانیکی تلف می‌شود و تندی جسم در نقطهٔ B از $2m/s$ کمتر خواهد بود.

B ۷۲۴ ۱

ابتدا به کمک شکل ارتفاعی که گلوله در مسیر A و B پایین می‌آید را حساب می‌کنیم



$$\sin37^\circ=\frac{h}{OB}\Rightarrow0/6=\frac{h}{2}$$

$$\Rightarrow h=1/2m$$

با نوشتن قانون پایستگی انرژی برای نقاط A و B، تندی گلوله را در نقطهٔ B حساب می‌کنیم (نقطهٔ B را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم).

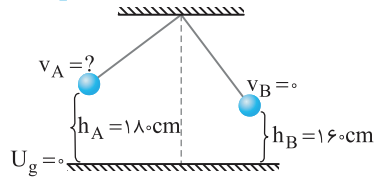
$$E_B-E_A=W_f\Rightarrow(U_B+K_B)-(U_A+K_A)=W_f$$

$$\xrightarrow{U_B=0,\,K_A=0}\frac{1}{2}mv_B^2-mgh=W_f$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times0/4\times16-0/4\times10\times1/2=W_f\Rightarrow3/2-4/8=W_f\Rightarrow W_f=-1/6J$$

B ۷۲۵ ۴

گلوله مماس بر نوک بینی شخص B متوقف شود یعنی اینکه گلوله حداکثر تا آن نقطه $(h=160cm)$ بالا رود و در آنجا تندی گلوله صفر شود. قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم.



$$E_B-E_A=W_f\xrightarrow{W_f=-\frac{20}{100}E_A}E_B-E_A=-\frac{20}{100}E_A$$

$$\Rightarrow E_B=0/8E_A\Rightarrow mgh_B=0/8(mgh_A+\frac{1}{2}mv_A^2)$$

$$\Rightarrow16=0/8(18+\frac{1}{2}v_A^2)\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر }0/8}20=18+\frac{1}{2}v_A^2$$

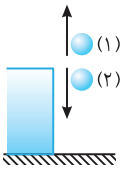
$$\Rightarrow v_A^2=4\Rightarrow v_A=2m/s$$

A ۷۲۶ ۳

با رها شدن A و B، نیروی وزن آن‌ها برابر است $(W_A=W_B)$ اما مقاومت هوای وارد بر جسم A از مقاومت هوا وارد بر جسم B بیشتر است یعنی در طول این مسیر معین کار نیروی مقاومت هوا وارد بر جسم A بیشتر بوده و اتلاف انرژی آن نیز بیشتر است از این‌رو انرژی جنبشی A از انرژی جنبشی B کمتر است $(K_A<K_B)$ و (الف) نادرست است. اما پس از جابه‌جایی یکسان فاصلهٔ آن‌ها از محل رها شدن و هم‌چنین ارتفاع آن‌ها از سطح زمین یکسان است بنابراین با برابر بودن جرم آن‌ها، انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها یکی است $(U_A=U_B=mgh)$ و (ب) درست است.

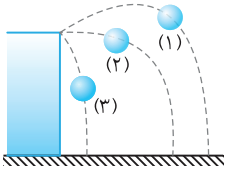
در مورد انرژی مکانیکی کاملاً مشخص است که چون $U_A=U_B$ و $K_A<K_B$ است انرژی مکانیکی $(E=K+U)$ A کمتر از انرژی مکانیکی B است و (پ) نادرست است.

A ۷۲۷ ۲



تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابر $\Delta U=mg\Delta h$ است و برای هر دو گلوله Δh یا تغییرات ارتفاع مشابه است، زیرا از یک ارتفاع مشخص به زمین می‌رسند، گلوله‌ها مشابه هستند پس $m_1=m_2$ بوده و در نتیجه تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برای هر دو گلوله یکسان است. اما کار نیروی اصطکاک به مسیر بستگی دارد و هرچه مسیر طولانی‌تر باشد کار نیروی اصطکاک بیشتر می‌شود پس کار نیروی اصطکاک گلوله (۱) بیشتر از گلوله (۲) است.

بازی با سؤال **مطابق شکل سه گلوله یکسان را در سه حالت نشان داده شده با تندی یکسان پرتاب می‌کنیم. کدام گزینه در مورد تندی گلوله‌ها هنگام رسیدن به زمین می‌تواند درست باشد؟**



۱) تندی هر سه گلوله با هم برابر است.

۲) تندی گلولهٔ (۱) از همه بیشتر است.

۳) تندی گلولهٔ (۳) از همه بیشتر است.

۴) گزینه‌های (۱) و (۳) می‌توانند درست باشند.

گزینهٔ ۴

C ۷۲۸ ۲

حالت اول: با فرض اینکه سطح زمین مبدأ پتانسیل گرانشی است قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم.

$$E_2-E_1=W_f$$

$$E_2-E_1=W_f\xrightarrow[E_2=U_2+K_2,\,K_2=0]{E_1=U_1+K_1,\,U_1=0}U_2-K_1=W_f$$

$$\Rightarrow mgh-\frac{1}{2}mv_0^2=-f_Dh$$

$$\xrightarrow[m=0/4kg]{h=4m}0/4\times10\times4-\frac{1}{2}\times0/4\times v_0^2=-f_D\times4\qquad(1)$$

حالت دوم: گلوله روی سطح افقی پرتاب شده و انرژی پتانسیل گرانشی آن صفر است و قانون پایستگی انرژی خواهد شد:

$$E_2'-E_1'=W_f'\Rightarrow0-\frac{1}{2}\times0/4\times v_0^2=-f_k\times4\qquad(2)$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم.

$$16=-f_D\times4-(-f_k\times4)\Rightarrow16=4(f_k-f_D)\Rightarrow f_k-f_D=4N$$

میانبر در حرکت جسم رو به بالا مجموع کار نیروی مقاومت هوا و کار نیروی وزن با انرژی جنبشی اولیه برابر می‌شود و در حرکت جسم روی سطح افقی، کار نیروی اصطکاک با انرژی جنبشی اولیه برابر است بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_{f_D}+W_{mg}=W_{f_k}\Rightarrow-f_Dh-mgh=-f_kd$$

$$\xrightarrow{d=h}f_k-f_D=mg=0/4\times10=4N$$

A ۷۲۹ ۲

انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با: $K_1=\frac{1}{2}mv_0^2$

انرژی جنبشی نهایی جسم در برگشت به نقطه پرتاب برابر است با:

$$K_2=\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{v=\frac{1}{3}v_0} K_2=\frac{1}{2}m(\frac{1}{3}v_0)^2=\frac{1}{9}(\frac{1}{2}mv_0^2)$$

تغییر انرژی جنبشی خواهد شد: $\Delta K=K_2-K_1=\frac{1}{9}(\frac{1}{2}mv_0^2)-\frac{1}{2}mv_0^2$

$$\Rightarrow \Delta K=-\frac{8}{9}(\frac{1}{2}mv_0^2)\Rightarrow \Delta K=-\frac{8}{9}K_1$$

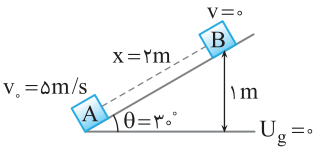
بنا به قانون پایستگی انرژی $\frac{8}{9}$ انرژی جنبشی اولیه در اثر اصطکاک تلف شده است.

B ۷۳۰ ۳

خط فکری کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت برابر کار نیروی اصطکاک در مسیر برگشت است بنابراین کافی است شما کار نیروی اصطکاک را به کمک قانون پایستگی انرژی در مسیر رفت به‌دست آورید و آن را دو برابر کنید.

نقطهٔ پرتاب را با حرف A و نقطه‌ای که جسم متوقف می‌شود و برمی‌گردد را B می‌نامیم.

ابتدا برای زمانی که جسم از A تا B جابه‌جا می‌شود قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:



$$E_B-E_A=W_{f_k}$$
$$\Rightarrow mgh-\frac{1}{2}mv^2=W_{f_k}$$
$$\Rightarrow ۲\times۱۰\times۱-\frac{1}{2}\times۲\times(۵)^2=W_{f_k}$$
$$\Rightarrow W_{f_k}=-۵J$$

اکنون کافی است کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت را دو برابر کنیم.

$$W_{f_{k_{کل}}}=۲W_{f_{k_{A\to B}}}=۲\times(-۵)=-۱۰J$$

بازی با سوال **جسمی به جرم ۳۰۰ گرم را از پایین سطح شیبداری با زاویهٔ شیب ۳۷° با تندی اولیهٔ ۶m/s مماس بر سطح، رو به بالا پرتاب می‌کنیم. پس از ۱/۵ متر پیش‌روی جسم متوقف شده و بازمی‌گردد. کار نیروی اصطکاک و کار نیروی وزن در تمام مسیر رفت و برگشت به‌ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟** $(g=۱۰N/kg, \sin ۳۷^\circ=۰/۶)$

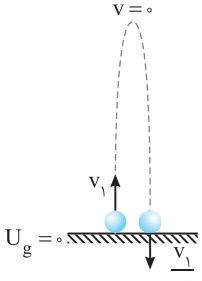
۱) صفر، صفر ۲) ۵/۴-، صفر ۳) صفر، ۵/۴+ ۴) ۵/۴-، ۵/۴+

گزینهٔ ۲

C ۷۳۱ ۱

خط فکری نیروی مقاومت هوا در طول مسیر رفت و برگشت ثابت است بنابراین کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت برابر کار نیروی مقاومت هوا در مسیر برگشت است. شما باید کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت را به کمک قانون پایستگی انرژی $(E_2-E_1=W_f)$ حساب کنید سپس به کمک کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت، ارتفاع اوج یعنی طول مسیر بالا رفتن گلوله را به‌دست بیاورید تا بتوانید کار نیروی وزن $W_{mg}=-mgh_{اوج}$ را حساب کنید.

۱ قانون پایستگی انرژی در مسیر رفت و برگشت را می‌نویسیم.



$$E_2-E_1=W_f$$
$$\Rightarrow (K_2+U_2)-(K_1+U_1)=W_f$$
$$\xrightarrow{U_2=U_1=0} K_2-K_1=W_f$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=W_f$$
$$\xrightarrow{v_2=\frac{v_1}{2}} \frac{1}{2}m(\frac{v_1}{2})^2-\frac{1}{2}mv_1^2=W_f$$

$$W_f=\frac{1}{2}m(\frac{v_1^2}{4}-v_1^2)\Rightarrow W_f=-\frac{3}{4}(\frac{1}{2}mv_1^2)=-\frac{3}{8}mv_1^2$$

۲ کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت خواهد شد.

$$W_{f_{رفت}}=\frac{W_f}{2}\Rightarrow W_{f_{رفت}}=\frac{1}{2}(-\frac{3}{8}mv_1^2)=-\frac{3}{16}mv_1^2$$

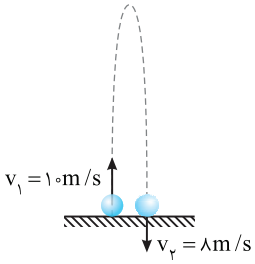
۳ به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی وزن در مسیر رفت را حساب می‌کنیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{f_{رفت}}+W_{mg}=0-K_1$$
$$\Rightarrow -\frac{3}{16}mv_1^2+W_{mg}=-\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow W_{mg}=-\frac{5}{16}mv_1^2$$

۴ نسبت کار نیروی وزن در مسیر رفت و کار نیروی اصطکاک در کل مسیر برابر است با:

$$\frac{W_{mg}}{W_f}=\frac{-\frac{5}{16}mv_1^2}{-\frac{3}{8}mv_1^2}=\frac{5}{6}$$

B ۷۳۲ ۲



نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت را f_{D_1} و در مسیر برگشت را f_{D_2} می‌نامیم. با توجه به فرض مسئله: $f_{D_1}=۱/۴f_{D_2}$

اندازه جابه‌جایی در مسیر رفت و برگشت (h) یکسان است بنابراین کار نیروی f_{D_1} در مسیر رفت ۱/۴ کار نیروی f_{D_2} در مسیر برگشت است.

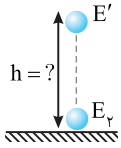
$$W_{f_{D_1}}=۱/۴W_{f_{D_2}}$$

کار نیروی اصطکاک در کل مسیر رفت و برگشت خواهد شد:

$$W_f=W_{f_{D_1}}+W_{f_{D_2}}=۱/۴W_{f_{D_2}}+W_{f_{D_2}}\Rightarrow W_f=۲/۴W_{f_{D_2}}$$

قانون پایستگی انرژی را در کل مسیر رفت و برگشت می‌نویسیم:

$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow (K_2+U_2)-(K_1+U_1)=W_f$$
$$\xrightarrow{U_1=U_2=0} K_2-K_1=W_f\Rightarrow \frac{1}{2}m(۸^2)-\frac{1}{2}m(۱۰)^2=۲/۴W_{f_{D_2}}$$
$$\Rightarrow -۱۸m=۲/۴W_{f_{D_2}}\Rightarrow W_{f_{D_2}}=-۷/۵m$$



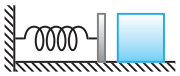
مسیر برگشت از نقطهٔ اوج تا رسیدن به سطح زمین است:

$$E_2-E'=W_{f_{D_2}} \xrightarrow[U'=mgh]{E'=K'+U',K'=0}$$
$$\frac{1}{2}m\times۶۴-m\times۱۰\times h=-۷/۵m$$
$$\Rightarrow ۱۰h=۳۹/۵\Rightarrow h=۳/۹۵m$$

B ۷۳۳ ۱

خط فکری بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی سامانهٔ جرم - فنر وقتی اتفاق می‌افتد که فنر بعد از برخورد فشرده شده و جسم متوقف می‌شود. در این حالت انرژی مکانیکی ثانویه سامانه همان انرژی کشسانی فنر است، بنابراین شما انرژی مکانیکی اولیه را حساب کنید و به کمک قانون پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک را به‌دست آورید.

۱ انرژی مکانیکی اولیه همان انرژی جنبشی جسم است.



$$E_1=K_1=\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=۰/۲kg, v=۱۰m/s}$$
$$E_1=\frac{1}{2}\times ۰/۲\times ۱۰^2\Rightarrow E_1=۱۰J$$

۲ قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$E_2-E_1=W_f \xrightarrow{E_2=U_2=۹J} ۹-۱۰=W_f\Rightarrow W_f=-۱J$$

B ۷۳۴ ۴

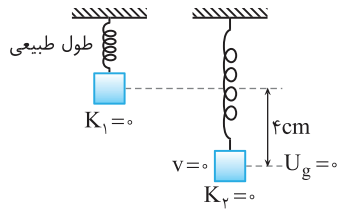
پایین‌ترین نقطه مسیر را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

انرژی مکانیکی در ابتدا برابر است با:

$$E_1=K_1+U_1 \xrightarrow{K_1=0} E_1=U_1=mgh$$
$$\xrightarrow{m=۰/۵kg, h=۴cm} E_1=۰/۵\times ۹/۸\times \frac{۴}{۱۰۰}\Rightarrow E_1=۰/۱۹۶J$$

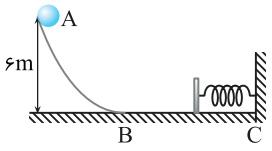
انرژی مکانیکی در حالت (۲) یعنی در حداکثر کشیدگی فنر، همان بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی فنر است و بنابر اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E_۲=E_۱ \xrightarrow[K_۲=۰]{E_۲=U_{۲e}} U_{۲e}=۰/۱۹۶J$$



۳ ۷۳۵ B

۱ گلوله از نقطهٔ A رها شده بنابراین تندی و انرژی جنبشی گلوله در نقطهٔ A صفر است و اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی $U_g=۰$ فرض کنیم



انرژی مکانیکی گلوله در نقطه A برابر خواهد شد با:

$$E_A=K_A+U_A \xrightarrow{K_A=۰} E_A=U_A=mgh \xrightarrow[h=۶m]{m=۰/۲kg} E_A=۰/۲\times۱۰\times۶=۱۲J$$

۲ اکنون با نوشتن قانون پایستگی انرژی، انرژی مکانیکی جسم را در نقطهٔ B به‌دست می‌آوریم.

$$E_B-E_A=W_{f_{A\to B}} \xrightarrow{W_f=-۲J} E_B-۱۲=-۲\Rightarrow E_B=۱۰J$$

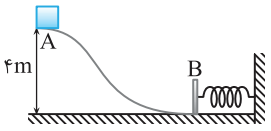
۳ سطح BC بدون اصطکاک است و بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_B=E_C$$

بنابراین بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی فنر برابر است با:

$$E_C=K_C+U_C \xrightarrow{K_C=۰} U_{C_{max}}=۱۰J$$

بازی با سؤال مطابق شکلی جسمی به جرم ۲۰۰g از نقطهٔ A رها می‌شود. از زمان شروع حرکت جسم تا لحظه‌ای که جسم توسط فنر به‌طور لحظه‌ای متوقف می‌شود، ۱۰ درصد انرژی مکانیکی اولیه آن تلف می‌شود. بیشترین مقدار ذخیره شده در فنر چند ژول است؟



۱) ۱/۸ ۲) ۳/۶ ۳) ۷/۲ ۴) ۱۰/۸

گزینهٔ ۳

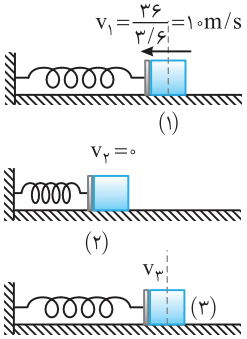
۴ ۷۳۶ C

تندی جسم در لحظهٔ برخورد را برحسب m/s به‌دست می‌آوریم.

$$v_۱=۳۶\frac{km}{h}=\frac{۳۶}{۳/۶}\frac{m}{s}\Rightarrow v_۱=۱۰m/s$$

بیشینه انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر وقتی است که جسم به‌طور لحظه‌ای متوقف می‌شود (شکل (۲)).

قانون پایستگی انرژی را برای نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم و به کمک آن کار نیروی اصطکاک را در این مسیر به‌دست می‌آوریم.



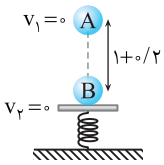
$$E_۲-E_۱=W_f \xrightarrow{E_۲=U_e,\ E_۱=K_۱} U_e-K_۱=W_f \xrightarrow{U_e=۸۲J} ۸۲-\frac{۱}{۲}mv^۲=W_f \xrightarrow{m=۲kg} ۸۲-\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^۲=W_f\Rightarrow W_f=-۱۸J$$

از وضعیت (۲) تا وضعیت (۳)، با توجه به ثابت ماندن نیرو اصطکاک و یکسان بودن جابه‌جایی از حالت (۱) تا (۲) و حالت (۲) تا (۳)، کار نیروی اصطکاک همان $-۱۸J$ است، بنابراین در مسیر برگشت قانون پایستگی انرژی خواهد شد:

$$E_۳-E_۲=W_f\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_۳^۲-U_{فنر}=W_f\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times۲\times v_۳^۲-۸۲=-۱۸$$

$$\Rightarrow v_۳^۲=۶۴\Rightarrow v_۳=۸m/s$$

۱ ۷۳۷ B



در طول مسیر بر گلوله سه نیرو

۱ وزن

۲ مقاومت هوا

۳ نیروی فنر وارد می‌شود و کار کل آن‌ها بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است.

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

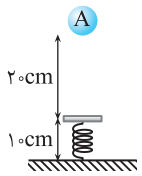
$$W_{کل}=\Delta K\Rightarrow W_{mg}+W_{اصطکاک}+W_{فنر}=K_۲-K_۱$$

در ابتدا و انتهای مسیر تندی گلوله صفر است، بنابراین:

$$W_{mg}+W_{اصطکاک}+W_{فنر}=۰\Rightarrow+mgh+(-۶)+W_{فنر}=۰$$

$$\Rightarrow ۳\times۱۰\times(۱/۲)+(-۶)+W_{فنر}=۰\Rightarrow W_{فنر}=-۳۰J$$

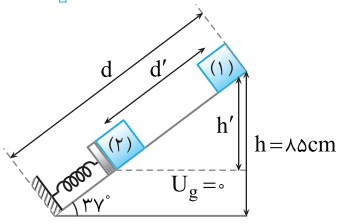
بازی با سؤال جسمی از نقطهٔ A رها شده است، هنگامی که تندی متحرک ۱/۵m/s می‌شود، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل کشسانی فنر با هم برابر خواهد شد. در این لحظه فاصلهٔ جسم از سطح زمین چند سانتی‌متر است؟ (از نیروی مقاومت‌ها صرف‌نظر کنید.)



۱) ۲۲/۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۲۵ ۴) ۵

گزینهٔ ۲

۴ ۷۳۸ B



ابتدا طول سطح (d) را به کمک روابط مثلثاتی حساب می‌کنیم.

$$\sin ۳۷^\circ=\frac{h}{d}\Rightarrow ۰/۶=\frac{۸۵}{d}$$

$$\Rightarrow d=\frac{۸۵۰}{۶}cm$$

فنر هنگامی بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی را دارد که وزنه متوقف شده و تمام انرژی جنبشی اولیه و انرژی پتانسیل گرانشی‌اش به انرژی پتانسیل کشسانی تبدیل شود. بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_۲=E_۱\Rightarrow U_e=U_g+K \xrightarrow{U_e=۱/۸K} ۱/۸K=U_g+K$$

$$\Rightarrow U_g=۰/۸K\Rightarrow mgh'=۰/۸(\frac{۱}{۲}mv^۲)\Rightarrow ۱۰h'=۰/۴\times۴^۲$$

$$\Rightarrow h'=۰/۶۴m=۶۴cm$$

اکنون d' یعنی مقداری که وزنه روی سطح پایین می‌آید را حساب می‌کنیم.

$$\sin ۳۷^\circ=\frac{h'}{d'}\Rightarrow d'=\frac{۶۴}{۰/۶}=\frac{۶۴۰}{۶}cm$$

بنابراین کمترین طول فنر برابر اختلاف d و d' بوده و مقدار آن خواهد شد:

$$d-d'=\frac{۸۵۰}{۶}-\frac{۶۴۰}{۶}=\frac{۲۱۰}{۶}=۳۵cm$$

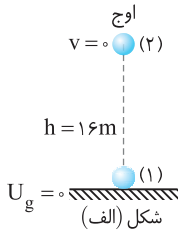
پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

۱ ۷۳۹ B

خط فکری حداکثر ارتفاعی که گلوله بالا می‌رود ۱۶m است یعنی در این نقطه، تندی گلوله به‌طور لحظه‌ای صفر می‌شود. با داشتن تندی اولیه و ارتفاع اوج شما می‌توانید به کمک قانون پایستگی انرژی، نیروی مقاومت هوا را حساب کنید. سپس مجدداً قانون پایستگی انرژی برای نقطه‌ای در ارتفاع ۷ متری یک‌بار هنگام بالا رفتن گلوله و بار دیگر در برگشت گلوله بنویسید و تندی جسم را به‌دست بیاورید.

سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی می‌گیریم

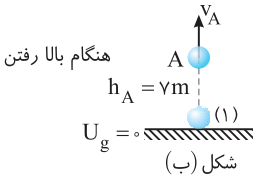
۱ قانون پایستگی انرژی را برای نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم (شکل الف) و نیروی مقاومت هوا را به‌دست می‌آوریم.



شکل (الف)

$$E_۲-E_۱=W_f\Rightarrow mgh_۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=W_{f_D}$$
$$\Rightarrow ۳۲۰-۴۰۰=W_{f_D}\Rightarrow -۸۰=fh\cos ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow -۸۰=-f_D\times ۱۶\Rightarrow f_D=۵N$$

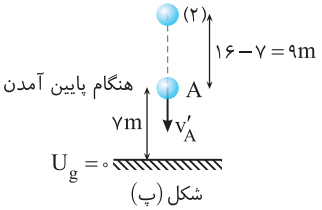
۲ تندی در ارتفاع ۷ متری سطح زمین را نیز با نوشتن قانون پایستگی انرژی برای نقاط (۱) و A در شکل (ب) حساب می‌کنیم.



شکل (ب)

$$E_A-E_۱=W'_f\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_A^۲+mgh_A-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=f_Dh_A\cos ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow v_A^۲+۱۴۰-۴۰۰=۵\times ۷\times(-۱)\Rightarrow v_A^۲=۲۲۵\Rightarrow v_A=۱۵m/s$$

۳ برای یافتن تندی گلوله هنگام برگشت در ارتفاع ۷ متر قانون پایستگی انرژی را برای نقاط (۲) و A می‌نویسیم. کار نیروی اصطکاک در این مسیر که طول آن ۱۶−۷=۹m است برابر است با:



شکل (پ)

$$W''_f=-f_Dd=-۵\times ۹\Rightarrow W''_f=-۴۵J$$
$$E'_A-E_۲=W''_f\xrightarrow{E_۲=mgh\ ,\ E'_A=U'_A+K'_A}\frac{۱}{۲}mv'^۲_A+mgh_A-mgh=-۴۵$$
$$\xrightarrow{m=۲kg}v'^۲_A+۲\times ۱۰\times ۷-۲\times ۱۰\times ۱۶=-۴۵$$
$$\Rightarrow v'^۲_A=۱۳۵\Rightarrow v'_A=۳\sqrt{۱۵}m/s\Rightarrow \frac{v_A}{v'_A}=\frac{۱۵}{۳\sqrt{۱۵}}=\frac{۵}{\sqrt{۱۵}}$$

۳ ۷۴۰ B

مقاومت هوا ناچیز است بنابراین می‌توانیم از اصل پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کرده و برای هر جسم تندی رسیدن به زمین را حساب کنیم.

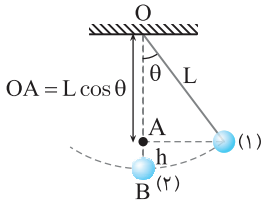
$$m_{\text{جسم}}:E_۱=E_۲\Rightarrow mgh+۰=۰+\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow v=\sqrt{۲gh}$$
$$۲m_{\text{جسم}}:E_۱=E_۲\Rightarrow ۲mg(۲h)+۰=۰+\frac{۱}{۲}(۲m)v'^۲\Rightarrow v'=\sqrt{۴gh}$$

بنابراین خواهیم داشت: $\frac{v'}{v}=\frac{\sqrt{۴gh}}{\sqrt{۲gh}}=\sqrt{۲}$

میانبر جسمی که در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی تندی آن پس از سقوطی به اندازه h برابر است با: $v=\sqrt{۲gh}$

۴ ۷۴۱ B

یادآوری هرگاه آونگی به طول L و جسم m را از راستای قائم مطابق شکل به اندازهٔ θ منحرف کنیم انرژی پتانسیل گرانشی ذخیره شده در آن خواهد شد:



$$\left.\begin{array}{l}U=mgh\\ h=OB-OA=L-L\cos\theta\end{array}\right\}\Rightarrow U=mgL(۱-\cos\theta)$$

وقتی آونگ به اندازه ۳۷° منحرف می‌شود. انرژی پتانسیل ذخیره شده در آن برابر است با:

$$U_۱=mgL(۱-\cos\theta)\Rightarrow U_۱=mgL(۱-۰/۸)$$
$$\Rightarrow U_۱=mg(۱)(۰/۲)\Rightarrow U_۱=۰/۲mg$$

وقتی آونگ رها می‌شود و نخ آن در نقطه O′ به میخ گیر می‌کند و آونگ در طرف چپ به حرکت خود ادامه می‌دهد. در این حالت طول آونگ جدید $L'=۱۰۰-۸۰=۲۰cm$ می‌شود و تا جایی گلوله بالا می‌رود که تمام انرژی آن به انرژی پتانسیل گرانشی $(U_۲)$ تبدیل شود (بنابر اصل پایستگی انرژی مکانیکی).

$$U_۲=mgL'(۱-\cos\theta')=۰/۲mg(۱-\cos\theta')$$
$$U_۱=U_۲\Rightarrow ۰/۲mg=۰/۲mg(۱-\cos\theta')\Rightarrow\cos\theta'=۰\Rightarrow\theta'=۹۰^\circ$$

۱ ۷۴۲ C

۱ ابتدا به کمک شکل مشخص می‌کنیم که گلوله نسبت به حالت قائم تا چه ارتفاعی بالا رفته است.

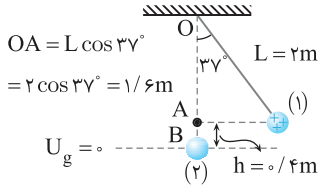
$$h=OB-OA\xrightarrow[OA=L\cos ۳۷^\circ]{OB=L}h=L-L\cos ۳۷^\circ\Rightarrow h=۲-۲\cos ۳۷^\circ$$
$$\Rightarrow h=۰/۴m$$

۲ انرژی مکانیکی گلوله در نقطهٔ (۱) شامل انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی پتانسیل الکتریکی است.

$$E_۱=U_۱+K_۱\xrightarrow{K_۱=۰}E_۱=U_{۱E}+U_{۱g}$$

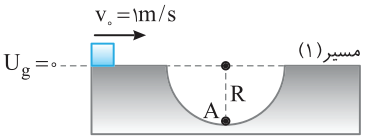
۳ پایین‌ترین نقطهٔ مسیر را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. با خنثی شدن میله و گذر گلوله از حالت قائم انرژی آن در این لحظه انرژی جنبشی است $E_۲=K_۲$ و بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_{۱E}+U_{۱g}=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow ۱۰۰+۱\times ۱۰\times ۰/۴=\frac{۱}{۲}\times ۱\times v^۲$$
$$\Rightarrow v=۴\sqrt{۱۳}m/s$$

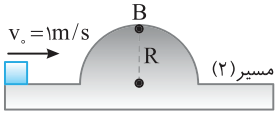


۴ ۷۴۳ C

دو سطح بدون اصطکاک است و در مسیر (۱) انرژی تلف نمی‌شود و وقتی جسم پایین می‌آید تا به نقطهٔ A برسد و مجدداً تا همان سطح بالا می‌رود، تندی جسم در انتهای مسیر (۱) همان ۱m/s است. اما به کمک مسیر (۱) و اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان شعاع R را به‌دست آورد. سطح افقی مسیر را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم در این صورت انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ A برابر $U_A=-mgR$ می‌شود.



$$(۱)\text{مسیر}:E_۱=E_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_۰^۲+۰=\frac{۱}{۲}mv_A^۲-(mgR)\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times ۱=\frac{۱}{۲}\times ۲^۲-۱۰R$$
$$\Rightarrow R=۰/۱۵m$$



در مسیر (۲) باید جسم به اندازه $R=۰/۱۵m$ بالا برود در این‌صورت در نقطهٔ B انرژی پتانسیل گرانشی آن خواهد شد: $U_B=mgR=۲\times ۱۰\times ۰/۱۵\Rightarrow U_B=۳J$

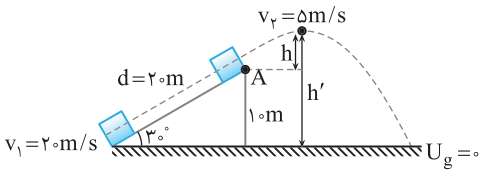
اما دقت کنید جسم در ابتدا دارای $K=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱^۲=۱J$ انرژی جنبشی است

بنابراین جسم در مسیر (۲) انرژی لازم برای گذر از B را ندارد و گزینه (۴) درست است.

۳ ۷۴۴ C

انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با $\frac{۱}{۲}mv^۲=۲۰۰m$ و انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ A برابر است با:

$$mgd\sin ۳۰^\circ=m\times ۱۰\times ۲۰\times\frac{۱}{۲}=۱۰۰m$$



پس هنگامی که جعبه به نقطهٔ A می‌رسد تمام انرژی جنبشی اولیه آن به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل نشده و جسم هنوز دارای انرژی جنبشی و تندی است و از نقطه A می‌گذرد. کمینه سرعت جسم مربوط به لحظه‌ای است که جسم در ارتفاع بیشینه قرار گرفته است.

اکنون اصل پایستگی انرژی مکانیکی را نوشته و بیشینه ارتفاع را حساب می‌کنیم:

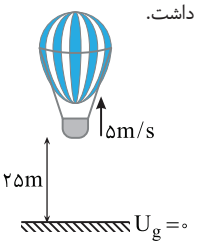
$$E_۱=E_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲+mgh'\Rightarrow ۲۰۰=\frac{۱}{۲}\times ۲۵+gh'$$

$$\Rightarrow ۱۸۷/۵=gh'\Rightarrow h'=۱۸/۷۵m$$

بیشینه ارتفاع از نقطهٔ A برابر است با: $h'-۱۰=h\Rightarrow h=۸/۷۵m$

۳ ۷۴۵ C

یادآوری هرگاه از درون دستگاه متحرکی، جسمی رها شود جسم سرعت اولیه‌ای برابر سرعت دستگاه متحرک و در جهت حرکت دستگاه خواهد داشت.



سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. ابتدا فاصلهٔ بالون از سطح زمین را در لحظهٔ رها شدن کیسه شنی حساب می‌کنیم:

$$\text{مسافت}=\text{تندی}\times\text{زمان}\Rightarrow h=۵\times ۵=۲۵m$$

در این لحظه تندی کیسه شن $۵m/s$ رو به بالا و فاصلهٔ آن از سطح زمین ۲۵ متر است و کیسه شن تا زمانی بالا می‌رود که تندی‌اش صفر شود. بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی کیسه شن را در لحظهٔ رها شدن کیسه و در لحظهٔ توقف آن برابر قرار می‌دهیم.

$$E_۱=E_۲\Rightarrow K_۱+U_۱=K_۲+U_۲$$

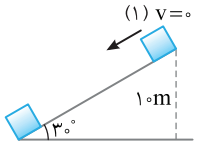
$$\xrightarrow[U_۱=mgh_۱,\ U_۲=mgh_۲]{v_۲=۰\Rightarrow K_۲=۰}\frac{۱}{۲}mv_۱^۲+mgh_۱=۰+mgh_۲$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}v_۱^۲+۱۰h_۱=۱۰h_۲\xrightarrow[h_۱=۲۵m]{v=۵m/s}\frac{۱}{۲}\times ۵^۲+۱۰\times ۲۵=۱۰\times h_۲$$

$$\Rightarrow h_۲=۲۶/۲۵m$$

۲ ۷۴۶ B

خط فکری شتاب متوسط $\left(a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}\right)$



از شما خواسته شده است، بنابراین شما باید تندی جسم را به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی در پایین سطح پیدا کنید.

در حل این مسئله زاویهٔ ۳۰° جزء داده‌های اضافی است و کافی است بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی بنویسیم.

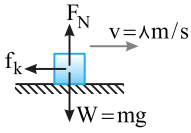
$$E_۱=E_۲\Rightarrow|\Delta U|=|\Delta K|\Rightarrow mg\Delta h=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow ۱۰\times ۱۰=\frac{۱}{۲}v^۲$$

$$\Rightarrow v=۱۰\sqrt{۲}m/s$$

شتاب متوسط خواهد شد: $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow a_{av}=۵\sqrt{۲}m/s^۲$

۲ ۷۴۷ B

یادآوری هرگاه جسمی را با تندی اولیه به حرکت در آوریم، از لحظهٔ جدا شدن جسم از دست ما، دیگر نیروی جلوبری بر جسم وارد نمی‌شود. نیروی مؤثر وارد بر جسم که آن را متوقف می‌کند نیروی اصطکاک f_k است. به کمک قانون دوم نیوتون شتاب توقف جسم را به‌دست می‌آوریم.



$$F_{net}=ma\xrightarrow[m=۲kg]{F_{net}=f_k=-۴N}-۴N=۲a\Rightarrow a=-۲m/s^۲$$

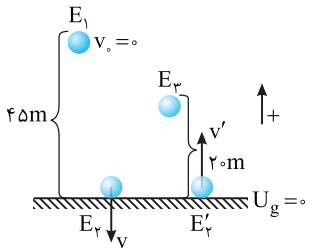
ثانیه دوم یعنی بازهٔ زمانی $t=۱s$ تا $t=۲s$، بنابراین سرعت متحرک را به کمک تعریف شتاب در این لحظه‌ها به‌دست می‌آوریم.

$$\text{شتاب}=\frac{\text{تغییر سرعت}}{\text{زمان}}\Rightarrow a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow\begin{cases}t=۱s\Rightarrow -۲=\frac{v_۱-۸}{۱}\Rightarrow v_۱=۶m/s\\ t=۲s\Rightarrow -۲=\frac{v_۲-۸}{۲}\Rightarrow v_۲=۴m/s\end{cases}$$

تغییر انرژی مکانیکی خواهد شد:

$$\Delta E=E_۲-E_۱=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow\Delta E=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۶-\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۳۶\Rightarrow\Delta E=-۲۰J$$

۴ ۷۴۸ B



ابتدا به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی سرعت برخورد گلوله به زمین و همچنین سرعت برگشت آن از سطح زمین را حساب می‌کنیم. سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.

$$E_۲=E_۱\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv^۲=mgh\Rightarrow v^۲=۲\times ۱۰\times ۴۵\Rightarrow v=-۳۰m/s$$

علت منفی قرار دادن سرعت برخورد به زمین این است که جهت مثبت را رو به بالا اختیار کرده‌ایم. اما پس از برخورد گلوله به زمین، گلوله ابتدا متوقف شده و سپس با سرعت v' رو به بالا حرکت می‌کند و در این لحظه دارای انرژی جنبشی $\frac{۱}{۲}mv'^۲$ است و تا ۲۰m بالا می‌رود و سرعتش صفر می‌شود و انرژی جنبشی‌اش به انرژی پتانسیل تبدیل می‌شود. $\frac{۱}{۲}mv'^۲=mgh'\Rightarrow v'^۲=۲gh'=۲\times ۱۰\times ۲۰\Rightarrow v'=۲۰m/s$

v' را مثبت قرار می‌دهیم زیرا جهتش رو به بالا و در جهت مثبت اختیاری ما است.

اکنون شتاب در مدت برخورد و سپس نیروی خالص را حساب می‌کنیم.

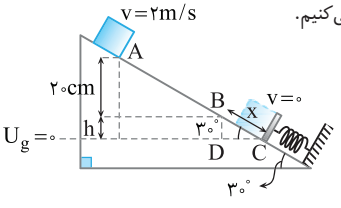
$$a=\frac{v'-v}{t}=\frac{۲۰-(-۳۰)}{۲\times ۱۰^{-۳}}=۲۵\times ۱۰^۳m/s^۲$$

$$F_{net}=ma\Rightarrow F_{net}=۰/۲\times ۲۵\times ۱۰^۳=۵۰۰۰N$$

میانبر در شرایط خلأ می‌توانید از رابطهٔ $v=\sqrt{۲gh}$ که در آن h مقدار جابه‌جایی در امتداد قائم است استفاده کنید.

۲ ۷۴۹ B

سطحی که نقطهٔ C در آن واقع شده و جسم در آن نقطه متوقف شده است را مطابق شکل مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.



جسم در نقطهٔ C متوقف شده $(K_C=۰)$ و انرژی جسم در نقطهٔ همان انرژی پتانسیل کشسانی فنر است. $(E_C=U_e=۱۰J)$

ارتفاع قائمی که جسم از A تا C پایین می‌آید مطابق شکل $(۰/۲+h)$ است.

و انرژی مکانیکی جسم در نقطهٔ A برابر است با:

$$E_A=K_A+U_A\Rightarrow E_A=\frac{۱}{۲}mv^۲+mg(۰/۲+h)$$

اکنون با نوشتن اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط A و C مسئله حل می‌شود.

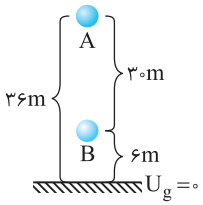
$$E_۱=E_۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_A^۲+mg(۰/۲+h)=U_e$$

$$\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۴+۲\times ۱۰(۰/۲+h)=۱۰\Rightarrow h=۰/۱m$$

با توجه به مثلث BDC: $\sin ۳۰^\circ=\frac{h}{x}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{۰/۱}{x}\Rightarrow x=۰/۲m=۲۰cm$

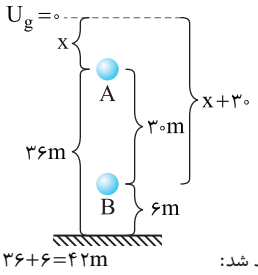
۷۵۰ C ۲

خط فکری مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را می‌توان به‌طور دلخواه انتخاب کرد. در ابتدا مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی سطح زمین است و چون انرژی پتانسیل گرانشی A از انرژی پتانسیل گرانشی B بیشتر است $(\frac{U_A}{U_B}=۶)$ یعنی نقطهٔ A از نقطهٔ B بالاتر است.



$$\frac{mgh_A}{mgh_B}=۶\Rightarrow\frac{h_A}{h_B}=۶\Rightarrow\frac{۳۶}{h_B}=۶\Rightarrow h_B=۶m$$

مبدأ پتانسیل گرانشی را جابه‌جا کرده‌ایم و قطعاً مبدأ بالاتر از سطح زمین اختیار شده است و باید جایی بالاتر نقطهٔ A باشد. در این حالت مجدداً باید بنویسیم:



$$\frac{U_B}{U_A}=۶\Rightarrow\frac{-mgh'_B}{-mgh'_A}=۶\Rightarrow\frac{x+۳۰}{x}=۶$$
$$\Rightarrow x+۳۰=۶x\Rightarrow x=۶m$$

بنابراین فاصلهٔ مبدأ پتانسیل از سطح زمین خواهد شد:
$۳۶+۶=۴۲m$

۷۵۱ C ۱

خط فکری انرژی جنبشی جسم پس از اعمال نیرو به مقدار اولیه می‌رسد یعنی انرژی جنبشی ثانویه و انرژی جنبشی اولیه برابر است بنابراین تندی نهایی جسم با تندی اولیهٔ آن برابر است. اما چون نیروی F در خلاف‌جهت حرکت به جسم وارد شده است تندی جسم در ابتدا کاسته شده و به صفر رسیده سپس تحت تأثیر نیروی F مجدداً شروع به حرکت در خلاف جهت اولیه می‌کند. به همین دلیل سرعت جسم در حالت ثانویه قرینه سرعت جسم در حالت اولیه خواهد بود.

۱ انرژی جنبشی را در دو حالت برابر قرار می‌دهیم.

$$K_۲=K_۱\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\Rightarrow v_۲^۲=v_۱^۲\Rightarrow v_۲=-v_۱\Rightarrow v_۲=-۴m/s$$

۲ شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم:

$$a=\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{-۴-۴}{۱۶}\Rightarrow a=-۰/۵m/s^۲$$

۳ اندازه نیروی F را با استفاده از قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم.

$$|F|=|ma|\Rightarrow F=|۲\times(-۰/۵)|=۱N$$

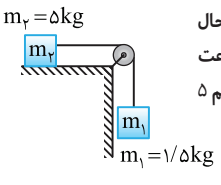
۷۵۲ B ۲

در حل این مسئله می‌خواهیم تنها با توجه به قانون پایستگی انرژی و تبدیل انرژی‌ها به هم به سریع‌ترین روش مسئله را حل می‌کنیم.

وقتی دستگاه را رها می‌کنیم وزنه ۴kg شروع به پایین آمدن می‌کند و انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد و انرژی پتانسیل آزاد شده وزنهٔ ۴kg به انرژی جنبشی کل دستگاه تبدیل می‌شود. بنابراین کافی است تغییر انرژی پتانسیل را برابر تغییر انرژی جنبشی قرار دهیم.

$$\Delta U=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=۲J}mg\Delta h=۲\Rightarrow۴\times۱۰\times\Delta h=۲\Rightarrow\Delta h=\frac{۱}{۲۰}m=۵cm$$

بازی با سؤال در شکل مقابل دستگاه را از حال سکون رها می‌کنیم. پس از ۱۰cm جابه‌جایی سرعت وزنه‌ها ۴۰cm/s می‌شود. نیروی اصطکاک بین جسم ۵ کیلوگرمی و سطح افقی میز چند نیوتون است؟ $(g=۱۰N/kg$، جرم نخ و قرقره ناچیز$)$



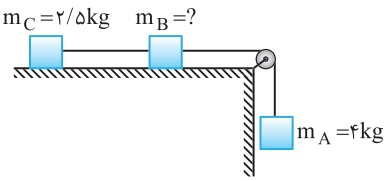
۱) ۴/۹ ۲) ۵ ۳) ۹/۸ ۴) ۶/۵

گزینهٔ ۳

۷۵۳ B ۴

به استدلالی که با توجه به قانون پایستگی انرژی صورت می‌گیرد با دقت توجه کنید.

با یک متر جابه‌جایی، وزنه A به اندازه $mgh=۴\times۱۰\times۱=۴۰J$ انرژی پتانسیل آزاد می‌کند که ۵ ژول آن صرف غلبه بر اصطکاک می‌شود و از ۳۵ ژول باقی‌مانده، ۲۵ ژول تبدیل به انرژی جنبشی دو وزنه A و C شده است و $(K_{A,C}=۲۵J)$ بقیهٔ آن یعنی $K_B=۱۰J$ به انرژی جنبشی وزنه B تبدیل شده است: $۳۵-۲۵=۱۰J$

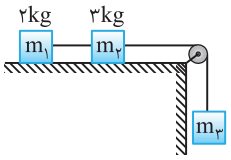


نکته وقتی که اجسام به‌صورت شکل با ریسمان به‌دنبال هم وصل هستند، تندی آن‌ها در تمام لحظات باهم برابر است.

اکنون برای جسم B و مجموعه جسم‌های A و C انرژی جنبشی را نوشته و دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم و با توجه به نکتهٔ بیان شده، تندی‌ها از دو رابطه حذف می‌شود و جرم m_B به‌دست می‌آید.

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow\begin{cases}K_B=\frac{۱}{۲}m_Bv^۲\\K_{A,C}=\frac{۱}{۲}(m_A+m_C)v^۲\end{cases}\Rightarrow\frac{K_B}{K_{A,C}}=\frac{m_B}{m_A+m_C}$$
$$\Rightarrow\frac{۱۰}{۲۵}=\frac{m_B}{۴+۲/۵}\Rightarrow m_B=۲/۶kg$$

بازی با سؤال در شکل زیر وزنه $m_۳$ از حال سکون رها می‌شود. اگر تا لحظه‌ای که وزنهٔ $m_۳$، ۹۰ سانتی‌متر پایین می‌آید، مجموع انرژی جنبشی دو وزنهٔ $m_۱$ و $m_۲$ روی سطح افقی به ۲۲/۵ ژول برسد، $m_۳$ چند کیلوگرم است؟ $(g=۱۰m/s^۲$ و کلیهٔ اصطکاک‌ها و جرم نخ و قرقره ناچیز است.$)$



۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۱۰

گزینهٔ ۲

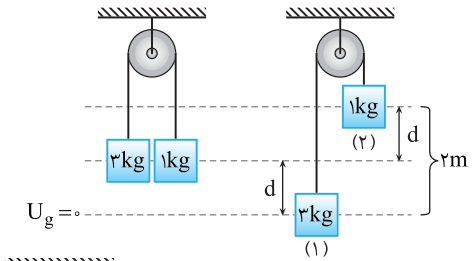
۷۵۴ C ۲

هنگامی که جسم ۳kg، d متر پایین می‌آید، جسم ۱kg، d متر بالا می‌رود. در سؤال گفته شده که فاصله دو جسم از هم ۲m شود، در واقع $d+d=۲m\Rightarrow d=۱m$.

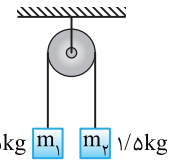
اما چگونه در مورد مسئله فکر کنیم؟ جسم ۳kg، ۱m پایین می‌آید و به اندازهٔ ۱m هم که ۱kg انرژی پتانسیل آزاد می‌کند، جسم $U=mgd=۳\times۱۰\times۱=۳۰J$ بالا می‌رود به اندازه $U=mgd=۱\times۱۰\times۱=۱۰J$ انرژی پتانسیل دریافت می‌کند تفاوت این دو انرژی کجا رفته است؟

تبدیل به انرژی جنبشی مجموعه می‌شود: $۳۰-۱۰=K\Rightarrow K=۲۰J$

دو جسم به‌هم وصل هستند و در هر لحظه تندی آن‌ها برابر است از این رو خواهیم داشت: $K=\frac{۱}{۲}(m_۱+m_۲)v^۲\Rightarrow۲۰=\frac{۱}{۲}(۳+۱)v^۲\Rightarrow v^۲=۱۰\Rightarrow v=\sqrt{۱۰}m/s$



بازی با سؤال در شکل روبه‌رو جرم نخ و قرقره و اصطکاک ناچیز است، دستگاه را از حال سکون رها می‌کنیم. در لحظه‌ای که هریک از وزنه‌ها ۳۰cm جابه‌جا شده است، انرژی جنبشی وزنهٔ ۱/۵ کیلوگرمی چند ژول است؟ $(g=۱۰N/kg)$



گزینهٔ ۲

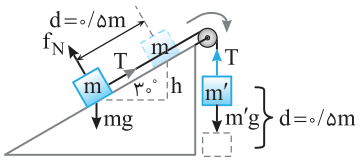
۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۹}{۸}$ ۳) $\frac{۱۵}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

۴ ۷۵۵ C

نکته در طول یک ریسمان سبک، نیروی کشش یکسان است.

وقتی دستگاه را رها می‌کنیم مطابق شکل مسئله m' پایین می‌آید و m روی سطح شیبدار بالا می‌رود. اگر m' به اندازه d پایین بیاید، m روی سطح شیبدار به اندازهٔ d جابه‌جا می‌شود. البته جابه‌جایی m در امتداد قائم خواهد شد:

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow h = \frac{۱}{۲}d \Rightarrow h = \frac{۱}{۲}\times ۰/۵ = ۰/۲۵m$$



برای هر جسم قضیهٔ کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم (T نیروی است که نخ بر جسم وارد می‌کند).

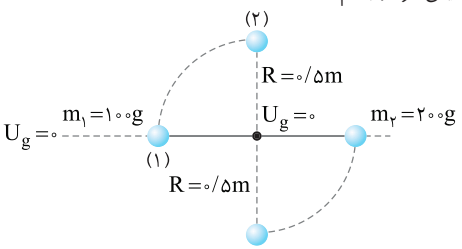
$$\text{جسم } m': W_{m'g} + W_T = \Delta K' \xrightarrow{K'_1 = ۰} m'gd + W_T = K'_۲ - ۰$$
$$\Rightarrow m'gd - Td = K'_۲$$
$$\text{جسم } m: W_{mg} + W_T = \Delta K \Rightarrow -mgh + W_T = K_۲ - ۰$$
$$\Rightarrow -mgh + Td = K_۲$$

دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم:

$$m'gd - Td - mgh + Td = K'_۲ + K_۲ \Rightarrow mg(۰/۵) - mg(۰/۲۵) = \frac{۱}{۲}mv^۲ + \frac{۱}{۲}mv^۲$$
$$۵ - ۲/۵ = v^۲ \Rightarrow v^۲ = \frac{۵}{۲} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{۱۰}}{۲} m/s$$

۱ ۷۵۶ C

حالت افقی اولیه را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی اختیار می‌کنیم. انرژی مکانیکی دستگاه را در حالت افقی $E_۱$ و در حالت قائم $E_۲$ می‌نامیم. منظور از انرژی مکانیکی مجموع انرژی مکانیکی هر دو جسم است.

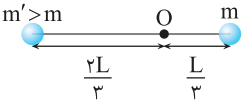


دقت کنید که چون حالت افقی را مبدأ انرژی پتانسیل اختیار کرده‌ایم، در حالت قائم $m_۱$ به اندازهٔ R بالاتر رفته و $m_۲$ به اندازهٔ R پایین آمده است، پس انرژی پتانسیل $m_۱$ برابر با $m_۱gR$ و انرژی پتانسیل $m_۲$ برابر با $-m_۲gR$ شده است.

اکنون با نوشتن اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی کل دستگاه در حالت دوم یعنی $K_۲$ را حساب می‌کنیم.

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow ۰ = m_۱gR + (-m_۲gR) + K_۲$$
$$\Rightarrow ۰ = ۰/۱\times ۱۰\times ۰/۵ - ۰/۲\times ۱۰\times ۰/۵ + K_۲ \Rightarrow K_۲ = ۰/۵J$$

بازی با سؤال در شکل زیر به دو سر میلهٔ سبکی دو گلولهٔ m و m' متصل است. میله می‌تواند حول نقطهٔ O بدون اصطکاک در صفحهٔ قائم بچرخد. اگر میله را از وضع افقی رها کنیم، لحظه‌ای که میله به وضع قائم در می‌آید مجموع انرژی جنبشی گلوله‌ها برابر mgL می‌شود. $\frac{m'}{m}$ کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

پنجره ۵

۴ ۷۵۷ A

آهنگ انجام کار را توان گویند، توان کمیتی نرده‌ای است $P = \frac{W}{\Delta t}$ و گزاره (الف) درست است. با توجه به تعریف توان، هرچه توان دستگاهی بیشتر باشد، مقدار کار مشخصی را در بازهٔ زمانی کوتاه‌تری انجام می‌دهد و گزاره (ب) درست است. $\uparrow P = \frac{W_{\text{ثابت}}}{\Delta t \downarrow}$

نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی را بازده می‌نامیم.

$$Ra = \frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}}\times ۱۰۰ \xrightarrow{W_{\text{خروجی}} = P_{\text{خروجی}}t \atop W_{\text{ورودی}} = P_{\text{ورودی}}t} Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times ۱۰۰$$

بنابراین گزاره (پ) درست است.

اسب بخار یکای قدیمی توان است $۱hp = ۷۴۶W$ و گزاره (ت) نادرست است.

۱ ۷۵۸ A

به آهنگ انجام کار توان می‌گویند $(P = \frac{W}{t})$ و دو دستگاه A و B قرار است کار یکسانی را انجام دهند $(W_A = W_B)$ بنابراین خواهیم داشت:

$$P_A = \frac{W_A}{t_A} \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} = \frac{W_B}{W_A}\times\frac{t_A}{t_B} \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} = \frac{t_A}{t_B}$$
$$P_B = \frac{W_B}{t_B}$$
$$\frac{P_A = ۱۲۰W}{P_B = ۸۰W} \rightarrow \frac{۸۰}{۱۲۰} = \frac{t_A}{t_B} \Rightarrow \frac{t_A}{t_B} = \frac{۲}{۳}$$

۲ ۷۵۹ B

خط فکری کار مفیدی که پمپ برای خروج آب انجام می‌دهد به انرژی جنبشی آب تبدیل می‌شود، بنابراین ابتدا شما باید انرژی جنبشی را به‌دست آورده و سپس توان مفید پمپ را حساب کنید.

ابتدا تندی را برحسب m/s به‌دست می‌آوریم:

$$v = ۷۲km/h \xrightarrow[\frac{۱۰۰۰}{۳۶۰۰}]{\times} v = ۲۰m/s$$

اکنون انرژی جنبشی آب یعنی کار مفید پمپ را به‌دست می‌آوریم:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۷۵\times ۴۰۰ \Rightarrow K = ۱۵۰۰۰J \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = ۱۵kJ$$

توان مفید پمپ خواهد شد: $P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{t} \Rightarrow P = \frac{۱۵}{۶۰} \Rightarrow P = ۰/۲۵kW$

بازی با سؤال **یک پمپ آتش‌نشانی در هر دقیقه ۳۰۰ لیتر آب را با تندی ۲۰m/s پرتاب می‌کند. توان خروجی این پمپ چند وات است؟**

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۱۰ ۴) ۱

گزینهٔ ۲

۳ ۷۶۰ A

خط فکری تندی شخص برای بالا رفتن ثابت است، بنابراین اندازه کاری که شخص انجام می‌دهد برابر اندازه کار نیروی وزن $(W = mgh)$ است بنابراین ابتدا باید ارتفاعی که شخص بالا می‌رود را حساب کنیم، سپس کار شخص و در نهایت توان متوسط مفید او را به‌دست بیاوریم.

ارتفاعی که شخص بالا رفته است را حساب می‌کنیم: ارتفاع هر پله ۳۰cm است و شخص ۷۰ پله بالا رفته است بنابراین: $h = ۷۰\times ۰/۳ = ۲۱m$

کار شخص برابر است با:

$$W_{\text{شخص}} + W_{mg} = \Delta K$$
$$\xrightarrow{\Delta K = ۰} W_{\text{شخص}} = -W_{mg} = -(-mgh) = mgh$$
$$\xrightarrow{m = ۶۰kg} W_{\text{شخص}} = ۶۰\times ۱۰\times ۲۱ \Rightarrow W_{\text{شخص}} = ۱۲۶۰۰J$$

توان متوسط مفید شخص خواهد شد: $P = \frac{W}{t} = \frac{۱۲۶۰۰}{۹۰} \Rightarrow P = ۱۴۰W$

A ۷۶۱ ۲

با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{\text{شخص}}+W_{\text{وزن}}=\frac{1}{2}mv^2-0\Rightarrow W_{\text{شخص}}=mgh+\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}}=0/2\times10\times1/5+\frac{1}{2}\times0/2\times144=17/4J$$

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow P=\frac{17/4}{1/2}=14/5W$$

B ۷۶۲ ۱

به کمک قضیه و کار انرژی جنبشی، کار نیروی موتور را حساب می‌کنیم. البته می‌دانیم که بالابر رو به بالا حرکت می‌کند و کار نیروی وزن منفی $(W_{mg}=-mgh)$ است.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t=W_{\text{موتور}}+W_{mg}=\Delta K\xrightarrow{v_1=0}W_{\text{موتور}}-mgh=\frac{1}{2}mv^2-0$$

$$\xrightarrow[v=2m/s,\,m=500kg]{h=10m}W_{\text{موتور}}-500\times10\times10=\frac{1}{2}\times500\times2^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}}=5000+1000\Rightarrow W_{\text{موتور}}=5100W$$

حال توان متوسط موتور را حساب کرده و در گام بعدی مقدار توان را بر حسب اسب بخار به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{W}{t}=\frac{5100}{10}=510W\Rightarrow W_{\text{موتور}}=510W\times\frac{1hp}{750W}\Rightarrow W_{\text{موتور}}=6/8hp$$

B ۷۶۳ ۳

تندی حرکت آسانسور ثابت و شتاب آسانسور صفر است بنابراین بنا به قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر آسانسور صفر بوده و نیروی موتور آسانسور ثابت و برابر نیروی وزن است.

$$F_{\text{موتور}}=mg$$

توان نیروی موتور بالابر در جابه‌جایی d و در مدت زمان t برابر است با:

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow P=\frac{F.d}{t}\Rightarrow P=F.v\xrightarrow[F=\text{ثابت}]{v=\text{ثابت}}P=\text{ثابت}$$

(تندی)

بنابراین نمودار گزینهٔ (۳) درست است.

B ۷۶۴ ۲

خط فکری اگر در جابه‌جایی d و در مدت زمان t توان موتور خودرویی که با تندی ثابت در حرکت است برابر P باشد، آنگاه شما می‌توانید بنویسید،

$$P=\frac{W}{t}\xrightarrow{W=F.d}P=\frac{F.d}{t}\xrightarrow{\text{تندی}v=\frac{d}{t}}P=F.v$$

مسئله با رابطه‌ای که به‌دست آورده‌ایم به‌راحتی قابل حل است:

$$P=Fv\xrightarrow[F=1500N]{P=36\times10^3W,\,v=?}36\times10^3=1500\times v\Rightarrow v=24m/s$$

B ۷۶۵ ۲

کار نیروی خالص را با استفاده از تعریف توان به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{W_t}{t}\Rightarrow W_t=Pt\xrightarrow{P=12\times10^3W,\,t=10s}W_t=12\times10^3\times10$$

$$\Rightarrow W_t=12\times10^4J$$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل (یا کار نیروی خالص) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است بنابراین:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow{v_1=5m/s,\,v_2=15m/s}12\times10^4=\frac{1}{2}m(15^2-5^2)$$

$$\Rightarrow12\times10^4=\frac{1}{2}\times m(225-25)\Rightarrow m=1200kg$$

B ۷۶۶ ۱

۱ ابتدا تندی خودرو را حساب می‌کنیم.

$$v=\frac{d}{t}\Rightarrow v=\frac{240}{12}\Rightarrow v=20m/s$$

۲ خودرو دارای سرعت ثابت است و بنا بر قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر آن صفر بوده و نیروی پیشران خودرو با نیروی مقاوم در برابر حرکت خودرو برابر است.

$$F_{\text{کل}}=0\Rightarrow F=f\xrightarrow{f=1500N}F=1500N$$

۳ توان را حساب می‌کنیم:

$$P=W/t\xrightarrow{W=Fd}P=Fd/t\xrightarrow{v=d/t}P=Fv$$

$$\xrightarrow[v=20m/s]{F=1500N}P=1500\times20\Rightarrow P=30000W=30kW$$

بازی با سؤال **تندی خودرویی به جرم ۱۲۰۰kg در مدت ۱۰s و طی مسافت افقی ۱۰۰m از ۵m/s به ۱۵m/s می‌رسد. نیروی اصطکاک وارد بر خودرو در طول مسیر ثابت و برابر ۳۰۰N است. توان متوسط موتور پیشران خودرو چند اسب بخار است؟ (1hp=750W)**

۱) ۱۵۰۰۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۷۵۰

گزینهٔ ۲

B ۷۶۷ ۱

خط فکری ۱ تندی جعبه ثابت است زیرا در هر ثانیه، ۲/۵m طی می‌کند.

۲ مؤلفهٔ عمود نیرو کار انجام نمی‌دهد و مؤلفه‌ای که در راستای حرکت است $(F\cos\theta)$ کار انجام می‌دهد.

تندی جعبه را حساب می‌کنیم:

$$v=\frac{d}{t}\Rightarrow v=\frac{2/5}{1}=2/5m/s$$

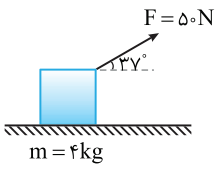
کار نیروی F برابر است با:

$$W_F=Fd\cos\theta\Rightarrow W_F=50\times d\times0/8\Rightarrow W_F=40d$$

توان نیروی F را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W_F}{t}\Rightarrow P=\frac{40d}{t}\Rightarrow P=40\times2/5\Rightarrow P=100W$$

چون تندی جسم ثابت است توان نیروی F در تمام لحظه‌ها ثابت است و توان در چهار ثانیهٔ سوم همان ۱۰۰W است.



B ۷۶۸ ۳

۱ نیروی پیشرانه‌ای هر موتور $F=3\times10^5N$ است و جابه‌جایی هواپیما در همان امتداد نیرو در هر دقیقه ۱۵km است بنابراین کار نیروی هر موتور را می‌توان حساب کرد.

$$W=Fd\Rightarrow W=3\times10^5\times15\times10^3\Rightarrow W=45\times10^8J$$

۲ توان هر موتور برابر است با:

$$P=\frac{W}{t}\xrightarrow{t=1min=60s}P=\frac{45\times10^8}{60}\Rightarrow P=7/5\times10^7W$$

۳ توان را برحسب اسب بخار به‌دست می‌آوریم.

$$P=7/5\times10^7W\times\frac{1hp}{750W}\Rightarrow P=10^5hp$$

ضریب تبدیل وات به اسب بخار

B ۷۶۹ ۲

خط فکری برای یافتن توان متوسط نیروی خالص وارد بر جسم، شما باید ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل (کار نیروی خالص) را حساب کنید و سپس توان را به‌دست بیاورید.

با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار نیروی خالص خواهد شد:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_t=K_2-0=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow[v=5m/s]{m=2kg}W_t=\frac{1}{2}\times2\times5^2$$

$$\Rightarrow W_t=25J$$

اکنون توان متوسط نیروی خالص وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow P=\frac{25}{10}=2/5W$$

A ۷۷۰ ۱

۱ ابتدا جابه‌جایی جسم را در مدت ۱۰s به‌دست می‌آوریم:

$$d=vt\Rightarrow d=1\times10\Rightarrow d=10m$$

۲ ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است:

$$h=\frac{10}{2}=5m$$

۳ کار نیروی F را به کمک توان آن حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow W_F=Pt\Rightarrow W_F=10\times10=100J$$

۴ کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود بوده صفر است. $W_{F_N}=0$

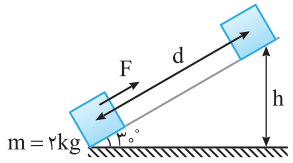
۵ جسم در امتداد قائم $h=5m$ بالا رفته و کار نیروی وزن منفی و برابر است با:

$$W_{mg}=-mgh\Rightarrow W_{mg}=-2\times10\times5\Rightarrow W_{mg}=-100J$$

۶ تندی جسم ثابت است و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{mg}+W_f+W_{F_N}+W_F=0\Rightarrow-100+W_f+0+100=0$$
$$\Rightarrow W_f=0$$

کار نیروی اصطکاک صفر شده است، مفهوم آن این است که سطح بدون اصطکاک بوده و کار نیروی ثابت با کار نیروی وزن برابر شده و این کار به انرژی پتانسیل گرانشی جسم تبدیل شده است.



بازی با سؤال **جسمی به جرم ۱kg روی سطح شیبداری که با افق زاویه ۳۰° می‌سازد، قرار دارد. به آن نیروی ثابت F که موازی سطح شیبدار است، وارد می‌کنیم. این نیرو جسم را با تندی ثابت ۰/۵m/s به سمت بالا جابه‌جا می‌کند. اگر توان نیروی F، ۵ وات باشد، کار نیروی اصطکاک وارد بر جسم در مدت ۱۰s چند ژول است؟** $(g=10N/kg)$

۱) −۴۵ ۲) −۲۵ ۳) −۵۰ ۴) −۱۵

گزینهٔ ۲

A ۷۷۱ ۴

۱ جرم آبی را که پمپ بالا می‌برد را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[V=750\times10^{-3}m^3]{\rho=1000kg/m^3}1000=\frac{m}{750\times10^{-3}}\Rightarrow m=750kg$$

۲ کاری که این پمپ انجام می‌دهد برابر است با:

$$W=mgh\Rightarrow W=750\times10\times5\Rightarrow W=37500J$$

۳ توان پمپ را برحسب وات به‌دست می‌آوریم:

$$P=2hp\times\frac{750W}{1hp}\Rightarrow P=1500W$$

ضریب تبدیل اسب بخار به وات

۴ اکنون می‌توان زمان را حساب کرد. $P=\frac{W}{t}\Rightarrow1500=\frac{37500}{t}\Rightarrow t=25s$

C ۷۷۲ ۱

خط فکری آب از ارتفاع ۲۰m سقوط می‌کند و روی آب توسط توربین کار انجام می‌شود، پس با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان کار توربین را حساب کرد. (هر متر مکعب آب جرمی برابر ۱۰۰۰kg دارد.)

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\text{تندی اولیه آب صفر است}}W_g+W_{\text{توربین}}=K_2-K_1$$

در حال پایین آمدن

$$\Rightarrow\underbrace{mgh}+\underbrace{W_{\text{توربین}}}=K_2\Rightarrow W_{\text{توربین}}=25000-400000=-375000J$$

مقاومت در برابر حرکت آب <0 $W_{\text{توربین}}$

$$P=\frac{|W|}{t}=\frac{375000}{1}=375kW$$

B ۷۷۳ ۱

کار مفید A، ۲۶٪ از کار مفید B بیشتر است بنابراین:

$$W_A=W_B+0/26W_B\Rightarrow W_A=1/26W_B$$

نسبت توان A به توان B خواهد شد:

$$\begin{cases}P_A=\frac{W_A}{t_A}\\P_B=\frac{W_B}{t_B}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_A}{P_B}=\frac{W_A}{W_B}\times\frac{t_B}{t_A}\xrightarrow{\frac{t_A=3D}{t_B=4D}}\frac{P_A}{P_B}=\frac{1/26W_B}{W_B}\times\frac{4}{3}=1/68$$

B ۷۷۴ ۴

سطح بدون اصطکاک است و تندی جسم برای هر دو جسم ثابت و برابر است، بنابراین تغییر انرژی جنبشی هر دو جسم صفر است $(\Delta K=0)$. قضیهٔ کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\Delta K=0}W_{F_N}+W_{mg}+W_F=0$$

$$\xrightarrow[W_{F_N}=0]{F_N\text{ بر مسیر عمود است}}W_F=-W_{mg}$$

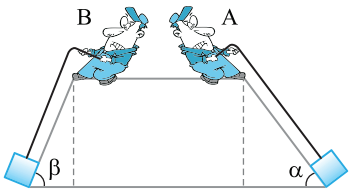
جسم رو به بالا حرکت می‌کند و کار نیروی وزن منفی و برابر $W=-mgh$ است از این‌رو: $W_F=mgh$

بنابراین کار هردو یکسان است.

البته از همان ابتدا شما می‌توانستید بگویید کار هر شخص به‌صورت انرژی پتانسیل گرانشی (mgh) در جسم‌ها ذخیره می‌شود (در سامانهٔ جسم - زمین) چون h یکسان است، کار یکسان است.

اما باید به سراغ توان برویم. شخص A، باید جسم را روی مسیر طولانی‌تری با همان تندی بالا بکشد، بنابراین زمان برای او بیشتر است $t_A>t_B$.

با توجه به رابطهٔ $P=\frac{W}{t}$، توان شخص A کمتر از توان شخص B است.



B ۷۷۵ ۱

کاری که هر تلمبه انجام می‌دهد، بالا بردن مایع تا ارتفاع h می‌باشد بنابراین داریم:

$$P_{\text{تلمبه آب}}=\frac{(mg)_{\text{آب}}h}{t}\xrightarrow{m=\rho V}P_{\text{تلمبه آب}}=\frac{\rho_{\text{آب}}V_{\text{آب}}gh}{t}$$

$$P_{\text{تلمبه روغن}}=\frac{(mg)_{\text{روغن}}h}{t}\Rightarrow P_{\text{تلمبه روغن}}=\frac{\rho_{\text{روغن}}V_{\text{روغن}}gh}{t}$$

توان هر دو تلمبه یکسان است بنابراین:

$$P_{\text{تلمبه آب}}=P_{\text{تلمبه روغن}}\Rightarrow\frac{\rho_{\text{آب}}V_{\text{آب}}gh}{t}=\frac{\rho_{\text{روغن}}V_{\text{روغن}}gh}{t}$$

$$\xrightarrow{t=1s}V_{\text{آب}}=0/8V_{\text{روغن}}\Rightarrow\frac{V_{\text{آب}}}{V_{\text{روغن}}}=0/8$$

A ۷۷۶ ۳

خط فکری توان ورودی ماشین برابر مجموع توان مفید و توان اتلافی آن است و بازده، نسبت توان مفید به توان ورودی دستگاه است. با این دانسته‌ها مسئله قابل حل است.

با توجه به فرض مسئله $P_{\text{مفید}}=P_{\text{خروجی}}=\frac{1}{4}P_{\text{اتلاف}}$ بنابراین توان ورودی خواهد شد:

$$P_{\text{ورودی}}=P_{\text{خروجی}}+P_{\text{اتلاف}}\xrightarrow{P_{\text{اتلاف}}=4P_{\text{خروجی}}}$$

$$P_{\text{ورودی}}=P_{\text{خروجی}}+4P_{\text{خروجی}}\Rightarrow P_{\text{ورودی}}=5P_{\text{خروجی}}$$

بازده را حساب می‌کنیم:

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times100\Rightarrow Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{5P_{\text{خروجی}}}\times100\Rightarrow Ra=20\%$$

A ۷۷۷ ۳

با داشتن بازده و توان ورودی موتور الکتریکی می‌توان توان مفید آن را حساب کرد.

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times 100 \xrightarrow{Ra=75\%,\ P_{\text{ورودی}}=200W}$$

$$75=\frac{P_{\text{خروجی}}}{200}\times 100\Rightarrow \text{توان مفید: } P_{\text{خروجی}}=150W$$

بنابراین این موتور الکتریکی توانی که تلف می‌کند برابر است با:

$$P_{\text{ورودی}}=P_{\text{خروجی}}+P_{\text{اتلافی}}\Rightarrow 200=150+P_{\text{اتلافی}}\Rightarrow P_{\text{اتلافی}}=50W$$

$$P=\frac{E}{t}\Rightarrow E_{\text{اتلافی}}=50\times 60=3000J=3kJ$$

A ۷۷۸ ۴

۱ کار مفید پمپ بالا بردن ۲۵۲ تن آب تا ارتفاع ۱۲ متری است، بنابراین کار مفید برابر است با:

$$W=mgh$$

$$\xrightarrow{m=252\times10^3 kg,\ h=12m} \text{کار مفید (خروجی) } W_O=252\times10^3\times10\times12J$$

۲ توان مفید پمپ را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}}=\frac{W}{t}\xrightarrow{t=1h=3600s} P_{\text{خروجی}}=\frac{252\times10^4\times12}{3600}$$

$$\text{توان خروجی (مفید) } P_{\text{خروجی}}\Rightarrow P_{\text{خروجی}}=8400W$$

۳ با توجه به تعریف بازده می‌توان توان ورودی (توان پمپ) را حساب کرد.

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times 100\Rightarrow 80=\frac{8400}{P_{\text{ورودی}}}\times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{ورودی}}=10500W\Rightarrow P_{\text{ورودی}}=10/5kW$$

بازی با سؤال **توان موتور آبی ۵۰۰ وات و بازده آن ۸۰ درصد است. به کمک این پمپ پس از چند ثانیه، می‌توان ۲۰۰۰ لیتر آب را تا ارتفاع ۱۰ متر بالا برد؟** $(\rho_{\text{آب}}=1g/cm^3, g=10N/kg)$

۱) ۱۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۶۰۰

گزینهٔ ۳

B ۷۷۹ ۱

خط فکری بازده برابر نسبت کار مفید (کار خروجی) به کار ورودی است، بنابراین کافی است کار ورودی را به کمک توان ورودی و کار مفید را به کمک $W=mgh$ حساب کنید.

یادآوری جرم هر لیتر آب $1kg$ است.

۱ توان ورودی $30kW$ است بنابراین کار ورودی در هر ثانیه برابر است با:

$$P_{\text{ورودی}}=\frac{W_{\text{ورودی}}}{t}\Rightarrow 30=\frac{W_{\text{ورودی}}}{1}\Rightarrow W_{\text{ورودی}}=30kJ$$

۲ کار مفید، بالا بردن ۶۰ لیتر آب (یعنی $60kg$ آب) به ارتفاع ۲۰ متری است از این‌رو:

$$W=mgh\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=60\times10\times20\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=12kJ$$

۳ بازدهٔ تلمبه خواهد شد:

$$Ra=\frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}}\times 100\Rightarrow Ra=\frac{12}{30}\times 100\Rightarrow Ra=40\%$$

B ۷۸۰ ۲

۱ جرم ۳ مترمکعب آب را به کمک چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho=1g/cm^3=1000kg/m^3} 1000=\frac{m}{3}\Rightarrow m=3000kg$$

۲ کار مفید پمپ بالا فرستادن $3000kg$ آب به ارتفاع ۲۴ متری است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$W_{\text{مفید}}=W_{\text{خروجی}}=mgh\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=3000\times10\times24\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=72\times10^4J$$

$$\Rightarrow W_{\text{خروجی}}=720kJ$$

۳ کار ورودی پمپ را به کمک توان پمپ حساب می‌کنیم.

$$P_{\text{ورودی}}=\frac{W_{\text{ورودی}}}{t}\Rightarrow W_{\text{ورودی}}=P_{\text{ورودی}}t$$

$$\xrightarrow[P_{\text{ورودی}}=20kW]{t=1min=60s} W_{\text{ورودی}}=20\times60=1200kJ$$

۴ اکنون بازده قابل محاسبه است.

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times 100\Rightarrow Ra=\frac{720}{1200}\times 100\Rightarrow Ra=60\%$$

B ۷۸۱ ۱

خط فکری توان ورودی پمپ را در اختیار دارید بنابراین می‌توانید به کمک بازده توان مفید و از آن‌جا، کار مفید را حساب کنید و در آخر به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، جرم آب را به‌دست آورید و آهنگ جریان آب را حساب کنید.

۱ توان مفید این پمپ را حساب می‌کنیم:

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times 100\xrightarrow[P_{\text{ورودی}}=5kW]{Ra=60\%} 60=\frac{P_{\text{خروجی}}}{5}\times 100\Rightarrow P_{\text{خروجی}}=3kW$$

۲ کار مفید پمپ برابر است با: $P_{\text{خروجی}}=\frac{W_{\text{خروجی}}}{t}=W_{\text{خروجی}}=P_{\text{خروجی}}.t$

۳ کار کل یعنی مجموع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم را با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی مساوی تغییرات انرژی جنبشی آب قرار می‌دهیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{\text{پمپ}}+W_{mg}=K_2-K_1\Rightarrow P_{\text{خروجی}}t-mgh=\frac{1}{2}mv^2-0$$

$$\xrightarrow{v=6m/s} 3000t-m\times10\times1/2=\frac{1}{2}\times m\times6^2\Rightarrow 3000t=30m \quad (1)$$

یادآوری تغییر هر کمیت را نسبت به زمان، آهنگ آن کمیت می‌نامند.

بنابراین آهنگ جریان آب یعنی مقدار جرم آب نسبت به زمان در نتیجه:

$$(1)\Rightarrow\frac{m}{t}=\frac{3000}{30}=100kg/s$$

بازی با سؤال **پمپ آبی با توان ورودی $10kW$ و بازده ۷۹/۵ درصد، در هر ثانیه ۲۵ لیتر آب به چگالی $1g/cm^3$ را از ته چاهی به عمق ۳۰ متر بالا می‌کشد و با تندی v به بیرون پمپاژ می‌کند، v چند متر بر ثانیه است؟** $(g=10N/kg)$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

گزینهٔ ۴

B ۷۸۲ ۲

۱ انرژی آزاد شده از سوختن هر لیتر بنزین برابر $3/2\times10^7J$ است بنابراین انرژی آزاد شده از سوختن نیم‌لیتر بنزین خواهد شد:

$1L$	$E=3/2\times10^7J$
$0/5L$	$E=?$

$$\Rightarrow E=0/5\times3/2\times10^7\Rightarrow E=1/6\times10^7J$$

۲ تنها ۱۰٪ از انرژی آزاد شده از بنزین به انرژی جنبشی خودرو تبدیل می‌شود، بنابراین انرژی جنبشی خودرو در اثر سوختن $0/5L$ بنزین برابر است با:

$$K=\frac{10}{100}E\Rightarrow K=\frac{10}{100}\times1/6\times10^7\Rightarrow K=1/6\times10^6J$$

۳ با داشتن انرژی جنبشی خودرو و تندی آن، جرم خودرو قابل محاسبه است:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow{v=40m/s} 1/6\times10^6=\frac{1}{2}\times m\times(40)^2\Rightarrow m=2000kg$$

بازی با سؤال **انرژی شیمیایی ذخیره شده در هر لیتر بنزین $2000kJ$ است. اگر ۱۰ درصد از انرژی ذخیره شده در بنزین توسط موتور خودرویی به جرم یک تن به انرژی جنبشی خودرو تبدیل شود، برای آنکه تندی خودرو به $72km/h$ برسد، چند لیتر بنزین مصرف خواهد شد؟**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۱/۵

گزینهٔ ۱

B ۷۸۳ ۱

۱ کار مفید موتور خودرو صرف تغییر انرژی جنبشی خودرو می‌شود، بنابراین خواهیم داشت:

$$W_{\text{مفید}}=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow W_F=\frac{1}{2}\times 3000(144-100)$$
$$\Rightarrow W_{\text{مفید}}=3000\times 22J$$

۲ توان مفید موتور را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}}=\frac{W_{\text{مفید}}}{t}=\frac{3000\times 22}{5/5}=12000W=12kW$$

۳ کل توان تولیدی $15kW$ است که $12kW$ آن مفید و سبب افزایش تندی خودرو می‌شود. توانی که صرف کارهایی غیر از افزایش تندی خودرو شده است، برابر است با:

$$P_{\text{اتلاف}}=15-12=3kW$$

۴ درصد توان تلف شده خواهد شد:

$$\frac{\Delta P}{P_i}\times 100=\frac{3}{15}\times 100=\frac{1}{5}\times 100=20\%$$

B ۷۸۴ ۳

خط فکری انرژی ورودی به توربین، انرژی جنبشی آب هنگام ورود است. تفاوت انرژی جنبشی آب ورودی به توربین و انرژی جنبشی آب خروجی از توربین به انرژی مفید تبدیل می‌شود.

۱ تغییر انرژی جنبشی جسم را حساب می‌کنیم. $\Delta K=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$

$$\xrightarrow{v_1=v \text{ و } v_2=\frac{v}{2}} \Delta K=\frac{1}{2}m(\frac{v}{2})^2-\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \Delta K=-\frac{3}{4}(\frac{1}{2}mv^2)=-\frac{3}{4}K_1$$

۲ بنابراین کار مفید توربین برابر است با: $W_{\text{مفید}}=|\Delta K|=\frac{3}{4}K_1$

۳ بازده توربین خواهد شد:

$$Ra=\frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{ورودی}}} \xrightarrow[W_{\text{مفید}}=\frac{3}{4}K_1]{W_{\text{ورودی}}=K_1} Ra=\frac{3}{4}\times 100 \Rightarrow Ra=75\%$$

B ۷۸۵ ۲

خط فکری انرژی ورودی به توربین از آزاد شدن انرژی پتانسیل گرانشی آبی که از آبشار فرو می‌ریزد تأمین می‌شود، یعنی $(W_{\text{ورودی}}=mgh)$ و انرژی الکتریکی که توربین تولید می‌کند همان انرژی خروجی (کار مفید) است.

۱ انرژی خروجی این توربین $650kJ$ و بازدهٔ آن 65% است بنابراین انرژی (کار) ورودی به توربین خواهد شد:

$$Ra=\frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}}\times 100 \Rightarrow 65=\frac{650}{W_{\text{ورودی}}}\times 100 \Rightarrow W_{\text{ورودی}}=1000kJ$$

۲ کار ورودی برابر است با:

$$W_{\text{ورودی}}=mgh \Rightarrow 1000\times 10^3=m\times 10\times 10 \Rightarrow m=10^4kg$$

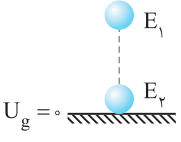
۳ با توجه به اینکه جرم هر مترمکعب آب $1000kg$ است، حجم آب خواهد شد:

$$\begin{array}{c|c} 1000kg & 1m^3 \\ \hline 10^4kg & V \end{array} \Rightarrow V=\frac{10^4\times 1}{1000}=10m^3$$

B ۷۸۶ ۴

خط فکری کار مفیدی که ماشین بالابر انجام داده به‌صورت انرژی پتانسیل گرانشی در جسم ذخیره می‌شود و اگر وزنه در شرایط خلأ رها شود تمام این انرژی ذخیره شده بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی به انرژی جنبشی وزنه تبدیل می‌شود. یعنی شما برای یافتن کار مفید ماشین بالابر کافی است، انرژی جنبشی جسم را هنگام برخورد به زمین به‌دست آورید سپس به کمک آن بازده ماشین را حساب کنید.

۱ انرژی ذخیره شده در جسم در ارتفاع h که توسط ماشین بالا برده شده است را با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی حساب می‌کنیم:



$$E_1=E_2 \Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2 \xrightarrow{K_1=0,U_2=0} E_1=K_2$$
$$\Rightarrow E_1=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow E_1=\frac{1}{2}\times 50\times 64=1600J$$

۲ بنابراین ماشین $2000J$ انرژی مصرف کرده اما به جسم $1600J$ انرژی رسیده است:

$$\text{۲۰۰۰J انرژی کل مصرفی ماشین} \xrightarrow{\text{بالابر}} \text{۱۶۰۰J انرژی مفید ذخیره شده در وزنه}$$

$$Ra=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}\times 100 \Rightarrow Ra=\frac{1600}{2000}\times 100=80\%$$

B ۷۸۷ ۲

توان مصرفی برابر آهنگ مصرف انرژی یا $\frac{E}{t}$ است و چون در مدت زمان یکسان داده شده تنها باید انرژی‌های مصرفی را مقایسه کرد اما بازده نسبت انرژی مفید به انرژی کل است. توان‌ها و بازده‌ها را به‌دست آورده با هم مقایسه می‌کنیم. بازده را با R نمایش می‌دهیم، داریم:

مقایسه توان:
$$\begin{cases} P_A=\frac{E_A}{t}=\frac{2000J}{3600s} \\ P_B=\frac{E_B}{t}=\frac{4000J}{3600s} \end{cases} \Rightarrow P_B>P_A$$

مقایسه بازده‌ها:
$$\begin{cases} Ra_A=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}=\frac{15}{20}=\frac{30}{40} \\ Ra_B=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}=\frac{28}{40} \end{cases} \Rightarrow Ra_A>Ra_B$$

B ۷۸۸ ۳

توان ورودی هر دو تلمبه یکسان است بنابراین انرژی ورودی هر دو با هم برابر است. این انرژی ورودی در تلمبه اول باعث می‌شود که تلمبه A $70L$ یا $70kg$ آب را به ارتفاع ۱۰ متری ببرد، بنابراین بازده تلمبه A خواهد شد:

$$(Ra)_A=\frac{(E_A)_{\text{مفید}}}{(E_A)_{\text{کل}}}=\frac{m_Agh_A}{E_{\text{کل}}}=\frac{70\times 10\times 10}{E_{\text{کل}}}$$

انرژی ورودی در تلمبه دوم $50L$ یا $50kg$ را به ارتفاع ۱۴ متری می‌برد، بنابراین بازده تلمبه B برابر می‌شود با:

$$(Ra_B)=\frac{(E_B)_{\text{مفید}}}{(E_B)_{\text{کل}}}=\frac{m_Bgh_B}{E_{\text{کل}}}=\frac{50\times 10\times 14}{E_{\text{کل}}}$$

اکنون نسبت بازده‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{(Ra)_A}{(Ra)_B}=\frac{\frac{70\times 10\times 10}{E_{\text{کل}}}}{\frac{50\times 10\times 14}{E_{\text{کل}}}}=1$$

بازی با سؤال **توان مصرفی بالابر A، ۲۰ درصد از توان مصرفی بالابر B بیشتر است و بازدهٔ آن $\frac{6}{5}$ برابر بازدهٔ بالابر B است. اگر m کیلوگرم بار با تندی ثابت توسط بالابرهای A و B به‌ترتیب در مدت زمان t_A و t_B تا یک ارتفاع مشخص بالا رود. حاصل $\frac{t_A}{t_B}$ کدام است؟**

۱) $\frac{36}{25}$ ۲) $\frac{6}{5}$ ۳) $\frac{25}{36}$ ۴) $\frac{5}{6}$

گزینهٔ ۳

B ۷۸۹ ۱

۱ توان ۶ لامپ ۱۰۰ واتی برابر است با: $P_{\text{کل}}=6\times 100=600W$

۲ مدت زمانی که لامپ‌ها در مدت یک ماه روشن هستند را برحسب ثانیه به‌دست می‌آوریم. دقت کنید که لامپ در هر روز ۶ ساعت روشن است.

$$t=1\times 30\times 6\times 3600 \Rightarrow t=180\times 3600s$$
(۱ روز، ۳۰ روز، ۶ ساعت، ۳۶۰۰ تبدیل به ثانیه)

۳ انرژی مصرفی توسط این ۶ لامپ در هر ماه خواهد شد:

$$P=\frac{E}{t}\Rightarrow E=Pt \Rightarrow E_{\text{انرژی مفید}}=600\times 180\times 3600J$$

۴ با توجه به نمودار این انرژی ٪۹۰ انرژی رسیده به خطوط انتقال است بنابراین انرژی که توسط خطوط انتقال منتقل می‌شود خواهد شد:

$$\text{Ra}_{\text{خطوط انتقال}}=\frac{\text{انرژی رسیده به لامپ‌ها}}{\text{انرژی ورودی به خطوط}}$$

$$\Rightarrow \frac{۹۰}{۱۰۰}=\frac{۶۰۰\times۱۸۰\times۳۶۰۰}{\text{انرژی ورودی به خطوط}}$$

$$\Rightarrow \text{انرژی ورودی به خطوط}=۱۲\times۳۶\times۱۰^{۶}\,\text{J}$$

$$\Rightarrow \text{انرژی ورودی به خطوط}=۱۲\times۳۶\,\text{MJ}$$

خطوط انتقال توان الکتریکی

انرژی مفید

۵ ٪۳۶ از انرژی حاصل از سوختن گازوئیل مفید بوده و وارد خطوط انتقال می‌شود بنابراین: $\text{Ra}=\frac{\text{W}_{\text{مفید}}}{\text{W}_{\text{سوخت}}}\Rightarrow\frac{۳۶}{۱۰۰}=\frac{۱۲\times۳۶}{\text{W}_{\text{سوخت}}}\Rightarrow \text{W}_{\text{سوخت}}=۱۲۰۰\,\text{MJ}$ بازده نیروگاه

۶ از سوخت هر لیتر گازوئیل ۳۰MJ انرژی تولید می‌شود بنابراین:

۳۰MJ	۱L
۱۲۰۰MJ	V

$$\Rightarrow \text{V}=\frac{۱۲۰۰\,\text{MJ}}{۳۰\,\text{MJ}}=۴۰\,\text{L}$$

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۷۹۰ ۱

۱ جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و تندی اولیه آن صفر است. با توجه به تعریف شتاب، تندی جسم را پس از ۵s حساب می‌کنیم.

$$\text{a}=\frac{\Delta\text{v}}{\Delta\text{t}}\xrightarrow{\text{a}=۲\text{m/s}^{۲}}۲=\frac{\text{v}-۰}{۵}\Rightarrow \text{v}=۱۰\,\text{m/s}$$

۲ کار کل (کار نیروی خالص) وارد بر جسم را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی جسم به‌دست می‌آوریم.

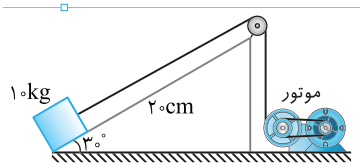
$$\text{W}_{\text{t}}=\text{W}_{\text{F}_{\text{net}}}=\Delta\text{K}\Rightarrow \text{W}_{\text{F}}=\text{K}_{۲}-\text{K}_{۱}\Rightarrow \text{W}_{\text{F}}=\frac{۱}{۲}\text{mv}^{۲}-۰$$

$$\xrightarrow[\text{v}=۱۰\text{m/s}]{\text{m}=۸\text{kg}}\text{W}_{\text{F}}=\frac{۱}{۲}\times۸\times۱۰^{۲}\Rightarrow \text{W}_{\text{F}}=۴۰۰\,\text{J}$$

۳ توان متوسط برابر خواهد شد با: $\text{P}=\frac{\text{W}}{\text{t}}\Rightarrow \text{P}=\frac{۴۰۰}{۵}\Rightarrow \text{P}=۸۰\,\text{W}$

B ۷۹۱ ۲

۱ تندی جعبه ثابت بوده و تغییر انرژی جنبشی آن صفر است $(\Delta\text{K}=۰)$. از طرفی نیروی عمودی سطح بر مسیر عمود و کارش صفر است. $\text{W}_{\text{F}_{\text{N}}}=۰$



۲ ارتفاع سطح شیبدار را حساب می‌کنیم. ضلع روبه‌رو به زاویه ۳۰° نصف وتر است. $\text{h}=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\,\text{m}$

۳ کار نیروی وزن در بالا رفتن جسم از سطح منفی است، مقدار آن را به‌دست می‌آوریم. $\text{W}_{\text{mg}}=-\text{mgh}\Rightarrow \text{W}_{\text{mg}}=-۱۰\times۱۰\times۱۰\Rightarrow \text{W}_{\text{mg}}=-۱۰۰۰\,\text{J}$

۴ کار نیروی اصطکاک $\frac{۱}{۵}$ کار نیروی موتور است. $\text{W}_{\text{f}}=-\frac{۱}{۵}\text{W}_{\text{موتور}}$

۵ قضیه کار و انرژی جنبشی را نوشته و کار موتور را به‌دست می‌آوریم.

$$\text{W}_{\text{t}}=\Delta\text{K}\xrightarrow{\Delta\text{K}=۰}\text{W}_{\text{موتور}}+\text{W}_{\text{mg}}+\text{W}_{\text{F}_{\text{N}}}+\text{W}_{\text{f}}=۰$$

$$\Rightarrow \text{W}_{\text{موتور}}-۱۰۰۰-\frac{۱}{۵}\text{W}_{\text{موتور}}=۰\Rightarrow\frac{۴}{۵}\text{W}_{\text{موتور}}=۱۰۰۰\Rightarrow \text{W}_{\text{موتور}}=۱۲۵۰\,\text{J}$$

۶ کار موتور در مدت ۴s صورت گرفته است. بنابراین توان نیرو موتور خواهد شد:

$$\text{P}_{\text{موتور}}=\frac{\text{W}_{\text{موتور}}}{\text{t}}=\frac{۱۲۵۰}{۴}=۳۱۲/۵\,\text{W}$$

B ۷۹۲ ۲

خط فکری دقت کنید که کار کل مفیدی که قرار است انجام شود، بالا بردن جسم است یعنی مجموع کار مفید موتورهای بالابر در دو مرحله باید برابر mgh جسم شود. کار مفید در هر مرحله را به کمک بازده حساب کنید و مجموع آن‌ها را برابر mgh قرار دهید.

در ۵۰s، دو موتور با توان ۴۰kW و بازده ۲۵ درصد کار می‌کنند بنابراین:

$$\text{Ra}=\frac{\text{P}_{\text{خروجی}}}{\text{P}_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰\Rightarrow ۲۵=\frac{\text{P}_{\text{خروجی}}}{۴۰}\times۱۰۰\Rightarrow \text{P}_{\text{خروجی}}=۱۰\,\text{kW}$$

توان مفید هر موتور ۱۰kW بوده و توان مجموع آن ۱۰+۱۰=۲۰kW است، بنابراین در مدت ۵۰s کار مفید هر دو موتور برابر است با:

$$\text{P}=\frac{\text{W}}{\text{t}}\Rightarrow \text{W}_{۱_{\text{خروجی}}}=۲۰\times۵۰=۱۰۰۰\,\text{kJ}\Rightarrow \text{W}_{۱_{\text{خروجی}}}=۱۰^{۶}\,\text{J}$$

در ادامهٔ مسیر یک موتور با توان مفید ۱۰kW جسم را بالا می‌برد و کار مفید در این قسمت خواهد شد: $\text{W}_{۲_{\text{خروجی}}}=۱۰\,\text{kW}\times\text{t}'=۱۰^{۴}\,\text{t}'\,\text{J}$

مجموع کار $\text{W}_{۱_{\text{خروجی}}}$ و $\text{W}_{۲_{\text{خروجی}}}$ را برابر mgh قرار می‌دهیم.

$$\text{W}_{۱_{\text{خروجی}}}+\text{W}_{۲_{\text{خروجی}}}=\text{mgh}\xrightarrow{\text{m}=۲۵۰\text{kg}}۱۰^{۶}+۱۰^{۴}\times\text{t}'=۲۵۰۰\times۱۰\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۱۰^{۶}+۱۰^{۴}\,\text{t}'=۲/۵\times۱۰^{۶}\Rightarrow \text{t}'=\frac{۱/۵\times۱۰^{۶}}{۱۰^{۴}}\Rightarrow \text{t}'=۱۵۰\,\text{s}$$

B ۷۹۳ ۱

۱ تندی حرکت جسم ثابت و برابر ۱m/s است در این‌صورت جابه‌جایی بار در مدت ۲ دقیقه خواهد شد: $\text{d}=\text{vt}\Rightarrow \text{d}=۱\times۱۲۰\Rightarrow \text{d}=۱۲۰\,\text{m}$

۲ کار مفید این موتور بالا بردن ۴۰۰۰kg بار به ارتفاع ۱۲۰ متر است بنابراین:

$$\text{W}_{\text{موتور}}=\text{mgh}\Rightarrow \text{W}_{\text{موتور}}=۴\times۱۰^{۳}\times۱۰\times۱۲۰\Rightarrow \text{W}_{\text{موتور}}=۴۸۰۰\times۱۰^{۳}\,\text{J}=۴۸۰۰\,\text{kJ}$$

۳ توان مفید موتور را حساب می‌کنیم.

$$\text{P}_{\text{مفید}}=\frac{\text{W}_{\text{مفید}}}{\text{t}}\Rightarrow \text{P}_{\text{مفید}}=\frac{۴۸۰۰\,\text{kJ}}{۱۲۰}\Rightarrow \text{P}_{\text{مفید}}=۴۰\,\text{kW}$$

۴ به کمک بازده، توان مصرفی این موتور الکتریکی را به‌دست می‌آوریم.

$$\text{Ra}=\frac{\text{P}_{\text{مفید}}}{\text{P}_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰\Rightarrow ۸۰=\frac{۴۰}{\text{P}_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰\Rightarrow \text{P}_{\text{ورودی}}=۵۰\,\text{kW}$$

۵ برای به‌دست آوردن انرژی الکتریکی مصرفی برحسب kWh کافی است در رابطهٔ E=Pt، توان را برحسب kW و زمان را برحسب ساعت قرار دهید.

$$\text{E}=۵۰\times\frac{۲}{۶۰}\Rightarrow \text{E}=\frac{۵}{۳}\,\text{kWh}$$

B ۷۹۴ ۱

خط فکری کار مفید هر دو پمپ فرستادن آب به ارتفاع h $(\text{W}_{\text{پمپ}}=\text{mgh})$ است. با داشتن توان ورودی و بازدهٔ هر پمپ توان خروجی هر پمپ را حساب کنید و به کمک توان خروجی هر پمپ، کار مفید را به‌دست آورید تا بتوانید نسبت $\frac{\text{h}_{\text{A}}}{\text{h}_{\text{B}}}$ را حساب کنید.

۱ توان خروجی پمپ A را حساب می‌کنیم.

$$\text{Ra}_{\text{A}}=\frac{\text{P}_{\text{خروجی}_{\text{A}}}}{\text{P}_{\text{ورودی}_{\text{A}}}}\times۱۰۰\xrightarrow[\text{Ra}_{\text{A}}=۶۰٪]{\text{P}_{\text{ورودی}_{\text{A}}}=۱۲۰۰\,\text{W}}۶۰=\frac{\text{P}_{\text{خروجی}_{\text{A}}}}{۱۲۰۰}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{P}_{\text{خروجی}_{\text{A}}}=۷۲۰\,\text{W}$$

۲ توان خروجی پمپ B را به‌دست می‌آوریم.

$$\text{Ra}_{\text{B}}=\frac{\text{P}_{\text{خروجی}_{\text{B}}}}{\text{P}_{\text{ورودی}_{\text{B}}}}\times۱۰۰\xrightarrow[\text{Ra}_{\text{A}}=۴۰٪]{\text{P}_{\text{ورودی}_{\text{B}}}=۶۰۰\,\text{W}}۴۰=\frac{\text{P}_{\text{خروجی}_{\text{B}}}}{۶۰۰}\times۱۰۰\Rightarrow \text{P}_{\text{خروجی}_{\text{B}}}=۲۴۰\,\text{W}$$

۳ حجم آبی که پمپ A پمپاژ می‌کند دو برابر حجم آبی است، که پمپ B پمپاژ می‌کند بنابراین $\text{m}_{\text{A}}=۲\text{m}_{\text{B}}$ است اکنون نسبت $\frac{\text{P}_{\text{خروجی}_{\text{A}}}}{\text{P}_{\text{خروجی}_{\text{B}}}}$ را می‌نویسیم:

$$\frac{\text{P}_{\text{خروجی}_{\text{A}}}}{\text{P}_{\text{خروجی}_{\text{B}}}}=\frac{\frac{\text{W}_{\text{خروجی}_{\text{A}}}}{\text{t}_{\text{A}}}}{\frac{\text{W}_{\text{خروجی}_{\text{B}}}}{\text{t}_{\text{B}}}}\xrightarrow[\text{W}=\text{mgh}]{\text{t}_{\text{A}}=\text{t}_{\text{B}}}\frac{۷۲۰}{۲۴۰}=\frac{\text{m}_{\text{A}}\text{gh}_{\text{A}}}{\text{m}_{\text{B}}\text{gh}_{\text{B}}}\Rightarrow\frac{۷۲۰}{۲۴۰}=\frac{۲\text{h}_{\text{A}}}{\text{h}_{\text{B}}}$$

$$\Rightarrow\frac{\text{h}_{\text{A}}}{\text{h}_{\text{B}}}=\frac{۳۶۰}{۲۴۰}\Rightarrow\frac{\text{h}_{\text{A}}}{\text{h}_{\text{B}}}=\frac{۳}{۲}$$

فصل چهارم: دما و گرما

پنجره ۱

A ۷۹۵ ۳

دما کمیتی است که میزان سردی و گرمی اجسام را نشان می‌دهد. برای اندازه‌گیری دما توسط دماسنج از تغییر یک کمیت در اثر گرمی و سردی استفاده می‌شود که به آن **کمیت دماسنجی** می‌گویند.

کمترین دمای ممکن صفر کلوین برابر $-۲۷۳/۱۵^\circ C$ است. بنابراین پاسخ گزینهٔ (۳) است.

A ۷۹۶ ۳

دانشمندان برای کارهای علمی، سه دماسنج را به عنوان دماسنج‌های معیار برای اندازه‌گیری گسترهٔ دماهای مختلف پذیرفته‌اند، دماسنج گازی، دماسنج مقاومت پلاتینی و تف‌سنج.

A ۷۹۷ ۳

در دماسنج فارنهایت نقطهٔ انجماد آب $۳۲^\circ F$ و نقطهٔ جوش آب $۲۱۲^\circ F$ است و بین این دو دما به ۱۸۰ قسمت تقسیم شده و گزینهٔ (۱) درست است.

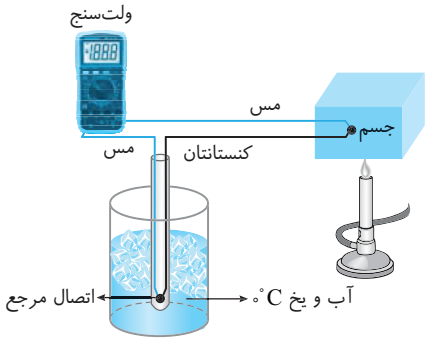
اساس کار تف‌سنج که یک دماسنج معیار است، تابش گرمایی اجسام است و گزینهٔ (۲) درست است.

مقیاس دما در SI کلوین است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

در دماسنج ترموکوپل کمیت دماسنجی ولتاژ است و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۷۹۸ ۲

ترموکوپل یکی از انواع دماسنج است که مطابق شکل کمیت دماسنجی آن ولتاژ است. این دماسنج از دو سیم رسانای غیرهم‌جنس مانند مس و کنستانتان ساخته شده که از یک طرف در دمای ذوب یخ نگه‌داشته شده و از طرف دیگر در مکانی که می‌خواهیم دمای آن را اندازه‌گیری کنیم، به هم متصل شده‌اند که با تغییر دمای محل مورد نظر، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد تغییر می‌کند. بنابراین این دماسنج بر اساس تغییر ولتاژ در اثر تغییر دما کار می‌کند.



طرحی از یک دماسنج ترموکوپل

بازی با سؤال اساس کار دماسنج ترموکوپل چیست؟

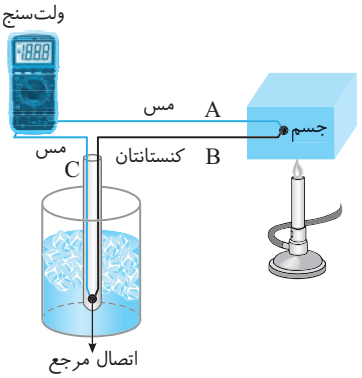
۱) تبدیل انرژی الکتریکی به گرمایی ۲) تبدیل انرژی شیمیایی به گرمایی

۳) تبدیل انرژی گرمایی به الکتریکی ۴) تبدیل انرژی گرمایی به شیمیایی

گزینهٔ ۳

A ۷۹۹ ۲

در دماسنج ترموکوپل وسیله اندازه‌گیری (X) ولت‌سنج می‌باشد و دو سیم هم‌جنس به آن متصل می‌شود پس A و C هم‌جنس‌اند. همچنین در ترموکوپل برای ایجاد این اختلاف پتانسیل لازم است که دو سیم غیرهم‌جنس به جسم و منبع آب و یخ در اتصال مرجع به هم برسند و B و C متفاوت بوده و B و A نیز متفاوت هستند.

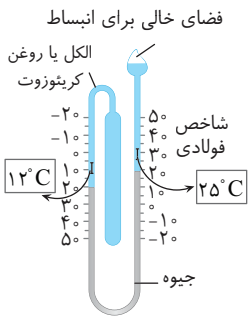


A ۸۰۰ ۱

دماسنج کمینه - بیشینه

A ۸۰۱ ۱

شاخه فولادی در سمت راست این دماسنج مقدار بیشینهٔ دما و شاخهٔ فولادی در سمت چپ این دماسنج مقدار کمینه دما را نشان می‌دهد. مطابق شکل زیر شاخهٔ فولادی در گزینهٔ (۱) مقدار بیشینه دما را $۲۵^\circ C$ و مقدار کمینه آن را $۱۲^\circ C$ نشان می‌دهد.



A ۸۰۲ ۲

ابتدا دمای $۱۲۲^\circ F$ را برحسب درجه سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow ۱۲۲=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow ۹۰=\frac{۹}{۵}\theta\Rightarrow\theta=۵۰^\circ C$$

حال دمای $۵۰^\circ C$ را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T=\theta+۲۷۳\Rightarrow T=۵۰+۲۷۳=۳۲۳K$$

بازی با سؤال در کدام گزینه اختلاف دو دما $۱۰^\circ C$ است؟

از کتاب درسی

۱) $۳۰۰K$ و $۲۳^\circ C$ ۲) $۶۸^\circ F$ و $۲۰^\circ C$

۳) $۱۴۰^\circ F$ و $۵۰^\circ C$ ۴) $۲۴۳K$ و $-۲۳^\circ C$

گزینهٔ ۳

A ۸۰۳ ۴

رابطهٔ اختلاف دما بر حسب فارنهایت و اختلاف دما بر حسب سلسیوس به صورت زیر است.

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta$$

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}(\theta_۲-\theta_۱)\xrightarrow{\theta_۲=-۱۰^\circ C,\theta_۱=۴۰^\circ C}\Delta F=\frac{۹}{۵}|-۱۰-۴۰|=۹۰$$

A ۸۰۴ ۱

رابطه بین افزایش دما بر حسب فارنهایت با افزایش دما بر حسب درجه سلسیوس به صورت زیر است:

$$\begin{cases}F_۲=\frac{۹}{۵}\theta_۲+۳۲\\ F_۱=\frac{۹}{۵}\theta_۱+۳۲\end{cases}\Rightarrow\Delta F=F_۲-F_۱=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta$$

نکته ۱ تغییر دما در مقیاس‌های سلسیوس و کلوین با هم برابر است $\Delta T=\Delta\theta$

نکته ۲ تغییر دما در مقیاس‌های سلسیوس و فارنهایت از رابطهٔ $\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta$ به‌دست می‌آید.

با توجه به نکته‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta T$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta T}{\Delta F}=\frac{۵}{۹}$$

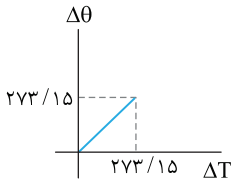
بازی با سؤال **دمای جسمی x درجه فارنهایت افزایش می‌یابد. افزایش دمای این جسم بر حسب کلوین چند x است؟**

۱) $\frac{۵}{۹}$ ۲) $\frac{۹}{۵}$ ۳) $\frac{۲۷۳}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۲۷۳}$

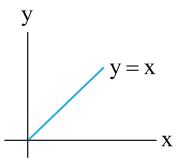
گزینهٔ ۱

۳ ۸۰۵ A

تغییرات دما برحسب کلوین و درجهٔ سلسیوس با هم برابرند $(\Delta\theta=\Delta T)$ و نمودار $\Delta\theta$ بر حسب ΔT خط راست مایل گذرنده از مبدأ خواهد بود.



یادآوری نمودار $y=x$، یک خط راست مایل است که از مبدأ مختصات می‌گذرد.



۲ ۸۰۶ A

با توجه به فرض مسأله $(T=۴\theta)$ و با توجه به رابطهٔ دماسنجی بین درجه‌بندی سلسیوس و کلوین $(T=۲۷۳+\theta)$ خواهیم داشت:

$$۴\theta=۲۷۳+\theta\Rightarrow\theta=۹۱^\circ C$$

۳ ۸۰۷ A

۱) بنا به فرض مسئله:

$$\theta_F=۵\theta_C \quad (I)$$

۲) با توجه به رابطهٔ درجه‌بندی فارنهایت و درجه‌بندی سلسیوس می‌توان نوشت:

$$\theta_F=\frac{۹}{۵}\theta_C+۳۲ \qquad (II)$$

۳) از رابطهٔ (I) در رابطه (II) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$۵\theta_C=\frac{۹}{۵}\theta_C+۳۲\Rightarrow۵\theta_C-\frac{۹}{۵}\theta_C=۳۲$$

$$\frac{۲۵\theta_C-۹\theta_C}{۵}=۳۲\Rightarrow\frac{۱۶\theta_C}{۵}=۳۲\Rightarrow\theta_C=۱۰^\circ C$$

۴) دما برحسب کلوین را به‌دست می‌آوریم:

$$T=۲۷۳+\theta\Rightarrow T=۲۷۳+۱۰\Rightarrow T=۲۸۳K$$

۳ ۸۰۸ B

با توجه به فرض مسأله مجموع اعداد دو دماسنج ۵۲− شده است. (I)

$$\theta+F=-۵۲$$

از طرفی رابطهٔ مقیاس دما در درجه‌بندی سلسیوس و فارنهایت به شکل زیر است:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow\theta=\frac{۵}{۹}(F-۳۲) \qquad (II)$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$(I),(II)\Rightarrow\frac{۵}{۹}(F-۳۲)+F=-۵۲\Rightarrow\frac{۱۴F}{۹}=-۵۲+\frac{۵}{۹}(۳۲)$$

$$\Rightarrow\frac{۱۴F}{۹}=\frac{-۴۶۸+۱۶۰}{۹}\Rightarrow۱۴F=-۳۰۸\Rightarrow F=-۲۲^\circ$$

بازی با سؤال **مجموع عددی دمای جسمی بر حسب کلوین و درجه سلسیوس ۶۰۰ می‌باشد. دمای جسم چند درجه سلسیوس است؟**

۱) ۱۶۳/۵ ۲) ۳۲۷ ۳) ۴۶۳/۵ ۴) ۶۰۰

گزینهٔ ۱

۳ ۸۰۹ B

یادآوری دقت اندازه‌گیری ابزار مدرج برابر کمینهٔ درجه‌بندی آن ابزار است.

دقت دماسنج A، $۱^\circ C$ و دقت دماسنج B، $۱K$ و دقت دماسنج C برابر $۱^\circ F$ است.

دقت دماسنج‌های B و C را بر حسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

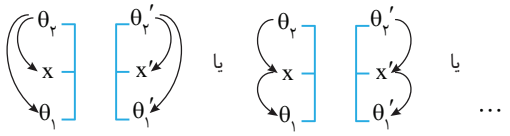
(B) دقت دماسنج کلوین $\xrightarrow{\Delta T=\Delta\theta}a=b=۱^\circ C$

(C) دقت دماسنج فارنهایت $\xrightarrow{\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta}۱^\circ F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۵}{۹}^\circ C$

بنابراین دقت دماسنج‌های A و B برابر $۱^\circ C$ است و دقت دماسنج C برابر $\frac{۵}{۹}^\circ C$ که تقسیم‌بندی‌های آن کوچک‌تر و دماسنج دقیق‌تری است.

۲ ۸۱۰ B

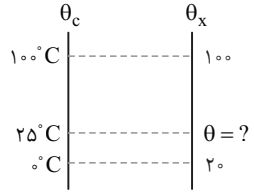
خط فکری هرگاه یک دماسنج با درجه‌بندی دلخواه دماهای $\theta_۱$ و $\theta_۲$ را $\theta'_۱$ و $\theta'_۲$ نشان دهد، در این صورت می‌توان با استفاده از شکل زیر و نوشتن یک تناسب هم‌ارز هر دمایی را در درجه‌بندی معلوم (x) و درجه‌بندی نامعلوم (x') به‌دست آورد.



$$\frac{\theta_۲-x}{\theta_۲-\theta_۱}=\frac{\theta'_۲-x'_۱}{\theta'_۲-\theta'_۱} \qquad \frac{\theta_۲-x}{x-\theta_۱}=\frac{\theta'_۲-x'}{x'-\theta'_۱}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید فقط کافی است که صورت و مخرج‌های این تناسب‌ها باهم هم‌ارز باشد، یعنی اگر در صورت کسر دمای بیشینه از دمای کمینه در دماسنج معلوم کم شده باشد در دماسنج مجهول نیز در صورت کسر، دمای بیشینه مجهول از دمای کمینه مجهول کاسته می‌شود.

برای حل مسأله از یک تناسب ساده و نمودار روبه‌رو کمک می‌گیریم:



$$\frac{۱۰۰-۰}{۲۵-۰}=\frac{۱۰۰-۲۰}{\theta-۲۰}$$

$$\Rightarrow۴\theta-۸۰=۸۰\Rightarrow\theta=۴۰^\circ C$$

بازی با سؤال **کمیت دماسنجی در یک دماسنج، ارتفاع ستون مایع است. اگر در دمای $۲۰^\circ C$ ارتفاع ستون مایع ۳۵ میلی‌متر و در دمای $۸۰^\circ C$ ارتفاع ستون مایع ۴۰ میلی‌لیتر باشد، چنانچه ارتفاع ستون مایع ۳۶ میلی‌متر شود، دما چند درجهٔ سلسیوس است؟**

۱) ۲۲ ۲) ۳۲ ۳) ۲۴ ۴) ۳۴

گزینهٔ ۲

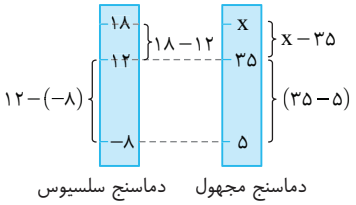
۱ ۸۱۱ A

خط فکری برای نوشتن تناسب پیش خود می‌گوییم فاصلهٔ $(-۸)-۱۲$ در دماسنج سلسیوس معادل $(۵-۳۵)$ در دماسنج مجهول است. حال فاصلهٔ $(۱۲-۱۸)$ باید معادل فاصلهٔ $(x-۳۵)$ باشد.

ابتدا دمای $۶۴/۴^\circ$ فارنهایت را به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow۶۴/۴=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow\theta=۱۸^\circ C$$

اکنون با رسم نمودار زیر و یک تناسب ساده مسئله را حل می‌کنیم.



$$\frac{۱۸-۱۲}{۱۲-(-۸)}=\frac{x-۳۵}{۳۵-۵}\Rightarrow\frac{۶}{۲۰}=\frac{x-۳۵}{۳۰}\Rightarrow۹=x-۳۵\Rightarrow x=۴۴^\circ$$

بازی با سؤال یک دماسنج که طریقهٔ مدرج کردن آن مشخص نیست، دمای مخلوط آب و یخ در حال تعادل را صفر و دمای بخار آب جوش در فشار ۱atm را ۲۵۰° نشان می‌دهد، این دماسنج ۴۱°F را چند درجه نشان می‌دهد؟

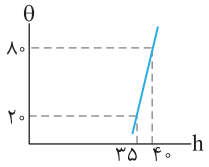
۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۳۷ ۴) ۱۵

گزینهٔ ۱

B ۸۱۲ ۴

با داشتن مختصات دو نقطه از یک خط راست می‌توان معادله آن را نوشت:

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

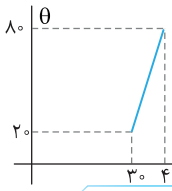


در این جا تابع θ و متغیر h است از این‌رو:

$$\begin{matrix}(\theta_1=20,h_1=35)\\(\theta_2=80,h_2=40)\end{matrix}\Rightarrow\frac{\theta-20}{80-20}=\frac{h-35}{40-35}\Rightarrow\frac{\theta-20}{60}=\frac{h-35}{5}$$

$$\Rightarrow\theta-20=12h-420\Rightarrow\theta=12h-400$$

بازی با سؤال کمیت دماسنجی در یک دماسنج، ارتفاع ستون مایع است. اگر نمودار تغییرات ارتفاع بر حسب دما به‌صورت مقابل باشد، در کدام ارتفاع اندازهٔ دما با مقدار ارتفاع برابر است؟

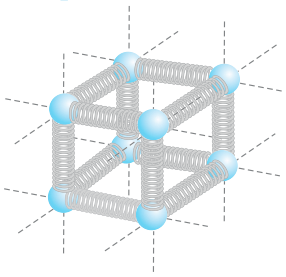


۱) ۲۸
۲) ۳۰
۳) ۳۲
۴) ۳۶

گزینهٔ ۳

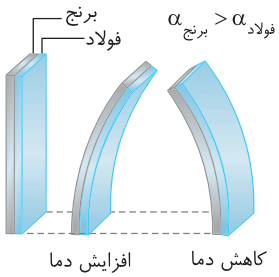
پنجره ۲

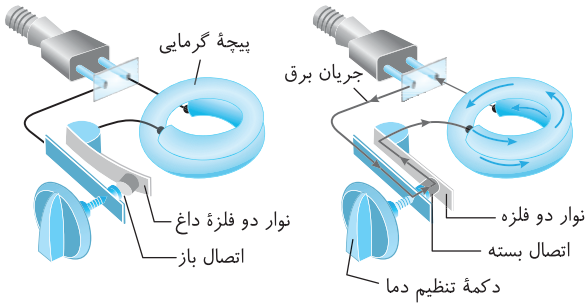
A ۸۱۳ ۳



توجیه انبساط گرمایی مبتنی بر دیدگاه میکروسکوپی است. انبساط گرمایی یک جسم **پیامد تغییر فاصلهٔ بین اتم‌ها و مولکول‌های تشکیل‌دهندهٔ آن است.** برای درک این مدل، چگونگی رفتار اتم‌ها در یک مادهٔ جامد را در نظر بگیرید. مطابق شکل می‌توان اتم‌ها را ذراتی در نظر گرفت که با فنرهایی به اتم‌های مجاور متصل شده‌اند و پیرامون مکان‌های تعادل خود با دامنهٔ کم نوسان می‌کنند. می‌توان نشان داد با افزایش دمای جامد، **فاصلهٔ متوسط بین اتم‌ها افزایش می‌یابد و درنتیجه جسم جامد منبسط می‌شود.** بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) درست‌اند.

در یک نوار دوفلزه (دماپا) از دو فلز (مثلاً برنج و فولاد) استفاده می‌شود که ضریب انبساط آن‌ها متفاوت است. وقتی نوار گرم می‌شود و دمایش بالا می‌رود فلزی که ضریب انبساط طولی بزرگ‌تری دارد، انبساط طولی آن بیشتر است این سبب می‌گردد تیغه تاب بردارد و کمانی شکل شود، از آنجا که تیغهٔ بیرونی کمان طول بیشتری دارد، پس قسمت بیرونی کمان، فلزی است که ضریب انبساط طولی بزرگ‌تری دارد. حال اگر نوار را سرد کنیم و دمای آن کاهش یابد، این بار، قسمت بیرونی کمان نواری است که ضریب انبساط طولی کمتری دارد، زیرا همان‌طور که گفتیم طول نوار بیرونی بیشتر از طول نوار درونی است و فلزی که ضریب انبساط طولی کم‌تری دارد، به ازای کاهش دما، طول آن کم‌تر کاهش می‌یابد. (فلزی که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد طول آن بیشتر کاهش می‌یابد. (نوار درونی)) بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. همین تغییر شکل دماپا و تاب برداشتن آن در اثر تغییر دما سبب می‌گردد که در مدارهای الکتریکی به‌عنوان کلید قطع و وصل استفاده شود و گزینهٔ (۴) درست است.

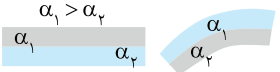




A ۸۱۴ ۲

خط فکری هرچه ضریب انبساط طولی جسمی بیشتر باشد با توجه به رابطهٔ $\Delta L=L\alpha\Delta\theta$ تغییر طول آن بیشتر است. در سؤالات نوار دوفلزه، طول اولیهٔ فلزها باهم برابر است، بنابراین هر میله‌ای که ضریب انبساط طولی بیشتری داشته باشد تغییر طولش بیشتر است. نکتهٔ دیگری که در این سؤالات باید به آن دقت کنید این است که هر میله‌ای که در سطح خارجی قوس قرار گرفته است، طول بزرگ‌تری دارد.

در این سؤال دمای میله‌ها کاهش یافته بنابراین تغییر طول میله‌ها کاهشی بوده و چون $\alpha_2>\alpha_1$ است بنابراین طول میلهٔ (۲) بیشتر کاهش می‌یابد و طول ثانویهٔ این میله کوتاه‌تر از میلهٔ (۱) خواهد شد و میلهٔ (۱) قوس خارجی نوار است.



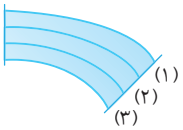
در دمای معمولی (شکل ۱)

دما کاهش یافته (شکل ۲)

بازی با سؤال اگر دمای این نوار را افزایش دهیم، شکل قرارگیری آن چگونه خواهد شد؟

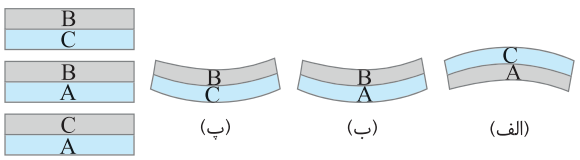
B ۸۱۵ ۴

خط فکری طول میله‌های A و B و C با هم برابر است. هرچه ضریب انبساط طولی جسمی بیشتر باشد، با افزایش دمای یکسان، افزایش طول آن بیشتر است و هنگام کاهش دما نیز، کاهش طول آن بیشتر است، بنابراین در حل این مسئله کاملاً باید دقت کرد که ضریب انبساط طولی B از بقیه بیشتر است $(\alpha_C<\alpha_A<\alpha_B)$، البته در صورت سؤال مشخص نشده که افزایش دما داشته‌ایم یا کاهش دما، بنابراین باید هر دو حالت را بررسی کنیم.



اگر دمای میله‌ها را بالا برده باشیم، با توجه به $\Delta L=L\alpha\Delta\theta$ و $\alpha_C<\alpha_A<\alpha_B$، طول میله B بیشتر از همه افزایش یافته است، پس میلهٔ (۱) از جنس B است و میلهٔ (۲) از جنس A و میلهٔ (۳) از جنس C و اگر دمای میله‌ها را کاهش دهیم نیز طول میله B بیشتر از همه کاهش می‌یابد، پس میله (۳) از جنس B و میلهٔ (۲) از جنس A و میلهٔ (۱) از جنس C است.

بازی با سؤال شکل‌های زیر، تیغه‌های فلزی A، B و C را نشان می‌دهد که در دمای اولیهٔ یکسان T_0 دارای طول‌های اولیهٔ یکسانی هستند و دوبه‌دو به یکدیگر به‌طور سراسری جوش داده شده‌اند و سپس دمایشان تغییر داده شده است. اگر مقایسهٔ بین ضرایب انبساط طولی آن‌ها به‌صورت $\alpha_A>\alpha_B>\alpha_C$ باشد، در شکل‌های (الف)، (ب) و (پ) به‌ترتیب از راست به چپ نوع تغییر دمای تیغه‌ها نسبت به دمای T_0 چگونه بوده است؟

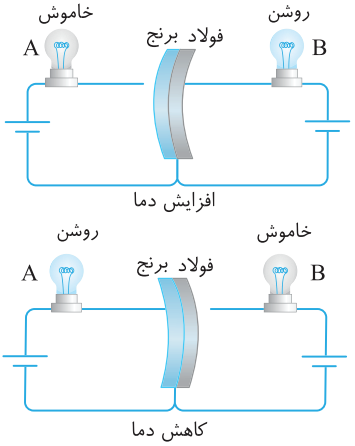


۱) افزایش، افزایش، افزایش
۲) کاهش، کاهش، افزایش
۳) کاهش، افزایش، کاهش
۴) افزایش، افزایش، کاهش

گزینهٔ ۳

A ۸۱۶ ۳

تیغهٔ نواری بین دو میله شبیه یک کلید عمل می‌کند. اگر دما افزایش یابد، برنج که ضریب انبساط طولی بزرگ‌تری دارد، بیشتر منبسط می‌شود و تیغه خمیده می‌شود به گونه‌ای که کمان بیرونی آن برنج باشد، بنابراین تیغه به سمت راست خم می‌شود و لامپ B روشن می‌شود. وقتی که دما کاهش می‌یابد، نوار برنجی بیشتر منقبض شده و طولش کوتاه‌تر می‌شود و کمان داخلی تیغهٔ خمیده، برنج خواهد بود یعنی تیغه به سمت چپ خم می‌شود و لامپ A روشن می‌شود.



B ۸۱۷ ۱

خط فکری برای انبساط طولی یک جسم معمولاً از سه کمیت سؤال می‌شود، اندازهٔ ثانویه طول پس از تغییر دما، تغییر طول و درصد تغییرات طولی:

	درصد تغییرات طول	تغییر طول	اندازهٔ ثانویه طول
انبساط طولی	$\frac{\Delta L}{L_1}\times 100=\alpha\Delta\theta\times 100$	$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$	$L_2=L_1(1+\alpha\Delta\theta)$

نکته ۱ در دو رابطهٔ ابتدایی باید یکاهای (L_1 و L_2) یا (L_1 و ΔL) با هم یکسان باشند.

نکته ۲ اگر یکای ضریب انبساط طولی $^\circ C^{-1}$ و یا K^{-1} باشد، $\Delta\theta$ باید تغییر دما بر حسب $^\circ C$ یا K باشد.

در این مسئله تغییر طول پل خواسته شده است، بنابراین:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta \xrightarrow[L_1=2000m]{[\Delta L]=[L_1]=m} \Delta L=2000\times 1/2\times 10^{-6}\times 50\Rightarrow \Delta L=0/12m$$

B ۸۱۸ ۱

کافی است در رابطهٔ انبساط طولی جامدها داده‌های مسئله را قرار دهیم.

$$\Delta L=L_1\times\alpha\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=50^\circ C]{\Delta L=3\times 10^{-3}m,\alpha=1/2\times 10^{-5}K^{-1}}$$

$$3\times 10^{-3}=L_1\times 1/2\times 10^{-5}\times 50\Rightarrow L_1=5m$$

B ۸۱۹ ۲

سردترین موقع سال، طول پل کوتاه‌ترین مقدار ممکن یعنی ۹۰۰ متر را دارد. بیشترین طول پل نیز در گرم‌ترین روز سال یعنی بیشترین دما و برابر ۹۰۰/۹ متر است، بنابراین:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow 0/9=900\times 1/25\times 10^{-5}\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=80^\circ C$$

B ۸۲۰ ۲

نکته دقت کنید چون یکای ضریب انبساط طولی K^{-1} است، باید تغییر دما برحسب $^\circ C$ یا K باشد.

در رابطهٔ $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$ تغییرات دما را با توجه به واحد α باید یا برحسب درجهٔ سلسیوس و یا بر حسب کلوین باشد. از این‌رو تغییر دما را برحسب $^\circ C$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} F_2=\frac{9}{5}\theta_2+32 \\ F_1=\frac{9}{5}\theta_1+32 \end{cases} \xrightarrow[\text{از هم کم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را}} \Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow \Delta\theta=\frac{5}{9}\Delta F=\frac{5}{9}(104-(-4))=60^\circ C$$

اکنون تغییر طول میله را حساب می‌کنیم.

$$\Delta L=L_1\times\alpha\times\Delta\theta=1\times 13\times 10^{-6}\times 60=7/8\times 10^{-4}m=0/78mm$$

بازی با سؤال **طول میله‌ای در دمای صفر درجه سلسیوس برابر ۸۰۰cm است. اگر طول آن در دمای ۵۰ درجه سلسیوس به ۸۰۱cm برسد، ضریب انبساط طولی آن در SI کدام است؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) $2/5\times 10^{-4}$ ۲) $2/5\times 10^{-5}$ ۳) 4×10^{-4} ۴) 4×10^{-5}

گزینهٔ ۲

B ۸۲۱ ۱

خط فکری ابتدا تغییر دما را بر حسب درجهٔ سلسیوس حساب می‌کنیم و در گام بعد به کمک رابطهٔ $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$ تغییر طول پل را حساب می‌کنیم. ۱) تغییر دما بر حسب درجهٔ فارنهایت برابر است با:

$$\Delta F=F_2-F_1=122-(-58)=180^\circ F$$

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow 180=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=100^\circ C$$

۲) تغییر طول پل برابر است با:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta L=1158\times 1/3\times 10^{-5}\times 100$$

$$\Rightarrow\Delta L=1/5054\simeq 1/5m$$

A ۸۲۲ ۳

خط فکری هرگاه صحبت از انبساط قطر کره یا شعاع دایره یا ضلع مکعب و یا ... باشد در واقع صحبت از انبساط طولی است.

درصد تغییر طول قطر را حساب می‌کنیم.

$$\text{درصد تغییر طول قطر}=\frac{\Delta D}{D_1}\times 100 \xrightarrow{\Delta D=D_1\alpha\Delta\theta}$$

$$\text{درصد تغییر طول قطر}=\alpha\Delta\theta\times 100=2\times 10^{-5}\times 50\times 100=10^{-1}\%=0/1\%$$

بازی با سؤال **طول تیرآهنی ۱۲ متر است. اگر دمای آن از صفر درجه سلسیوس به ۵۰ درجه سلسیوس برسد، طول آن چند میلی‌متر افزایش می‌یابد؟** $(\alpha=1/2\times 10^{-5}\ ^\circ C^{-1})$ خارج تجربی - ۹۲

۱) ۷/۲ ۲) ۷۲ ۳) $7/2\times 10^{-1}$ ۴) $7/2\times 10^{-2}$

گزینهٔ ۱

B ۸۲۳ ۳

خط فکری افزایش طول محیط دایره، به کمک رابطهٔ انبساط طولی به‌دست می‌آید.

۱ شعاع دایره نصف قطر آن است. $r=\frac{D}{2}=\frac{1}{2}in\Rightarrow r=\frac{1}{2}\times 2/5\Rightarrow r=1/25cm$

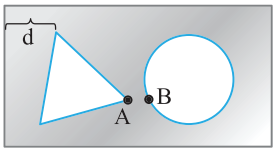
۲ محیط حفره برابر است با: $L=2\pi r\Rightarrow L=2\pi\times 1/25\Rightarrow L=2/5\pi cm$

۳ افزایش محیط حفره خواهد شد: $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$

$$\Delta L=2/5\pi\times 2\times 10^{-5}\times 200 \xrightarrow{\pi=3}\Delta L=3\times 10^{-2}cm\Rightarrow\Delta L=0/3mm$$

A ۸۲۴ ۲

خط فکری هرگاه یک جسم در اثر تغییر دما منبسط شود تمام ابعاد و اجزاء آن به یک نسبت منبسط می‌شوند، بنابراین ابعاد هر حفره یا فاصلهٔ بین هر دو نقطه از جسم افزایش می‌یابد.



در اثر تغییر دما شعاع حفرهٔ دایره‌ای افزایش یافته است بنابراین دمای صفحهٔ فلزی بالا رفته و تمام ابعاد صفحه بزرگ شده است و فاصلهٔ نقاط A و B و همچنین d افزایش می‌یابد.

بازی با سؤال **پیچ و مهره‌ای با ضریب انبساط طولی متفاوت $\alpha_{\text{پیچ}}$ و $\alpha_{\text{مهره}}$ در اختیار داریم. اگر مهره درون پیچ گیر کرده باشد، چه تعداد از گزاره‌های زیر می‌تواند باعث بیرون آمدن مهره شود؟**

الف) $\alpha_{\text{پیچ}}>\alpha_{\text{مهره}}$ **باشد و دمای پیچ و مهره را افزایش دهیم. / ب)** $\alpha_{\text{مهره}}>\alpha_{\text{پیچ}}$ **باشد و دمای پیچ و مهره را افزایش دهیم. / پ)** $\alpha_{\text{پیچ}}<\alpha_{\text{مهره}}$ **باشد و دمای پیچ و مهره را کاهش دهیم.**

گزینهٔ ۲

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

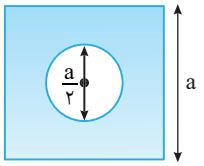
A ۸۲۵ ۱

خط فکری هرگاه یک جسم جامد فلزی در اثر افزایش دما منبسط شود تمام ابعاد و اجزای آن با یک نسبت ثابت بزرگ می‌شود.

با افزایش دما، مساحت سطح سوراخ افزایش می‌یابد و چون تمام ابعاد خط‌کش به یک نسبت منبسط می‌شوند، مرکز سوراخ همچنان بر $5/5cm$ باقی می‌ماند.

A ۸۲۶ ۲

با گرم کردن یک جسم، تمام ابعاد آن به یک نسبت بزرگ می‌شوند. از این‌رو نسبت قسمت‌های مختلف جسم ثابت می‌ماند و نسبت قطر سوراخ به ضلع مربع خواهد شد:



$$\frac{\frac{a}{2}}{a}=\frac{1}{2}$$

B ۸۲۷ ۲

خط فکری وقتی جسمی را گرم می‌کنیم و منبسط می‌شود، تمام ابعاد و اجزای آن به یک نسبت بزرگ می‌شوند. یعنی با انبساط و افزایش حجم مکعب، حجم حفره درون آن نیز افزایش می‌یابد و برای بررسی افزایش حجم حفره دقیقاً تصور می‌کنیم که یک حفره از همان جنس مکعب و با همان ضریب انبساط طولی در حال افزایش است. در این مسئله دربارهٔ انبساط شعاع حفره و انبساط ضلع مکعب صحبت شده است یعنی ما با روابط انبساط طولی سروکار داریم.

۱ ابتدا برای افزایش طول ضلع مکعب می‌نویسیم:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow 0/004=200\alpha\Delta\theta \qquad (I)$$

۲ برای افزایش شعاع حفره خواهیم داشت:

$$\Delta R=R_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow \Delta R=50\alpha\Delta\theta \qquad (II)$$

۳ ضریب انبساط طولی و تغییر دما در رابطه (I) و (II) یکی است بنابراین

$$\frac{0/004}{\Delta R}=\frac{200\alpha\Delta\theta}{50\alpha\Delta\theta}\Rightarrow \Delta R=0/001mm$$ افزایش:

B ۸۲۸ ۱

خط فکری تغییر دما برحسب کلوین و برحسب درجه‌بندی سلسیوس یکسان است $(\Delta T=\Delta\theta)$.

تغییر طول در دو حالت را به کمک رابطهٔ انبساط طولی $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$ نوشته و تغییر دما در حالت دوم را حساب کرده، سپس دمایی که در آن طول $4mm$ افزایش یافته حساب می‌کنیم.

در حالت اول: $\Delta L_1=L_1\alpha\Delta\theta_1$

در حالت دوم: $\Delta L_2=L_2\alpha\Delta\theta_2$ $\xrightarrow{\div}$

$$\frac{\Delta L_1}{\Delta L_2}=\frac{\Delta\theta_1}{\Delta\theta_2}\xrightarrow{\Delta\theta=\Delta T}\frac{6}{4}=\frac{373-253}{\Delta T_2}\Rightarrow\frac{6}{4}=\frac{120}{\Delta T_2}\Rightarrow\Delta T_2=80K$$

حال با استفاده از تغییر دمای به‌دست آمده و اینکه دمای اولیه برابر $253K$ است، دمای ثانویه را به‌دست می‌آوریم:

$$80=T_2'-253\Rightarrow T_2'=333K$$

$$T_2'=333K\xrightarrow{T=273+\theta}333=273+\theta_2\Rightarrow\theta_2=60^\circ C$$

B ۸۲۹ ۲

طول اولیهٔ هر دو میله $1m$ است. اختلاف طول‌ها برحسب میلی‌متر خواسته شده بنابراین در روابط انبساط، طول اولیه را 10^3mm قرار می‌دهیم. ابتدا طول ثانویه میلهٔ A را به‌دست می‌آوریم:

$$L_{2A}=L_{1A}(1+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow L_{2A}=10^3(1+5\times10^{-5}\times90)$$

$$\Rightarrow L_{2A}=(10^3+4/5)mm$$

دمای میلهٔ B، $90^\circ F$ کاهش یافته، تغییر دمای میلهٔ B را برحسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\xrightarrow{\Delta F=-90^\circ F}-90=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=-50^\circ C$$

طول ثانویهٔ میلهٔ B را به‌دست می‌آوریم:

$$L_{2B}=L_{1B}(1+\alpha_B\Delta\theta)\Rightarrow$$

$$L_{2B}=10^3(1+4\times10^{-5}\times(-50))\Rightarrow L_{2B}=(10^3-2)mm$$

حال اختلاف طول خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$L_{2A}-L_{2B}=(10^3+4/5)-(10^3-2)\Rightarrow L_{2A}-L_{2B}=6/5mm$$

B ۸۳۰ ۳

خط فکری طول اولیه دو میله برابر است. وقتی دمای هر دو میله را به یک اندازه بالا ببریم افزایش طول میله آلومینیمی از افزایش طول میلهٔ فولادی بیشتر است زیرا ضریب انبساط طولی آلومینیم بزرگ‌تر است. بعد از افزایش دما طول میلهٔ آلومینیمی $2/3mm$ بیشتر از طول میلهٔ فولادی است بنابراین $\Delta L_{Al}-\Delta L_M=2/3mm$ است. اکنون با جایگذاری $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$ می‌توانید مسئله را حل کنید.

تغییر طول آلومینیم و تغییر طول فولاد را حساب می‌کنیم سپس آن‌ها را از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta L_{Al}-\Delta L_M=2/3\times10^{-3}\Rightarrow L_{Al}\alpha_{Al}\Delta\theta-L_M\alpha_M\Delta\theta=2/3\times10^{-3}$$

$$\xrightarrow{\substack{L_{Al}=L_M=4m\\ \alpha_{Al}=23\times10^{-6}K^{-1},\ \alpha_M=11/5\times10^{-6}K^{-1}}}$$

$$(4\times23\times10^{-6}-4\times11/5\times10^{-6})\Delta\theta=2/3\times10^{-3}\Rightarrow 46\times10^{-6}\Delta\theta=2/3\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=\frac{2/3\times10^{-3}}{46\times10^{-6}}=\frac{2/3\times10^{3}}{46}=50^\circ C$$

B ۸۳۱ ۲

خط فکری طول اولیهٔ دو میله یکسان و افزایش دمای آن‌ها نیز برابر است. پس هر میله‌ای که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد، افزایش طول بیشتری خواهد داشت. ضریب انبساط طولی مس بیشتر از آهن است و افزایش طول میلهٔ مسی بیشتر از میلهٔ آهنی خواهد شد و برای اینکه اختلاف طول دو میله $0/3mm$ باشد باید افزایش طول میلهٔ مسی ۰/۳ میلی‌متر بیشتر از افزایش طول میلهٔ آهنی باشد، افزایش طول هر دو میله را $(\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta)$ حساب کنید و تفاضل آن‌ها را برابر $0/3mm$ قرار دهید.

۱ معادلهٔ افزایش طول میلهٔ مسی را می‌نویسیم. برای آن‌که این افزایش برحسب میلی‌متر به‌دست آید طول اولیهٔ مسی را برحسب میلی‌متر $(0/5\times1000=500mm)$ قرار می‌دهیم:

$$\Delta L_{cu}=L_{cu}\alpha_{cu}\Delta\theta\Rightarrow\Delta L_{cu}=500\times1/8\times10^{-5}\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\Delta L_{cu}=9\times10^{-3}\Delta\theta$$

۲ معادلهٔ افزایش طول میلهٔ آهنی را می‌نویسیم:

$$\Delta L_{Fe}=L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta\Rightarrow\Delta L_{Fe}=500\times1/2\times10^{-5}\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\Delta L_{Fe}=6\times10^{-3}\Delta\theta$$

۳ اختلاف ΔL_{cu} و ΔL_{Fe} برابر $0/3mm$ است:

$$\Delta L_{cu}-\Delta L_{Fe}=0/3mm\Rightarrow9\times10^{-3}\Delta\theta-6\times10^{-3}\Delta\theta=0/3$$

$$\Rightarrow3\times10^{-3}\Delta\theta=0/3\Rightarrow\Delta\theta=100^\circ C$$

A ۸۳۲ ۴

خط فکری با تغییر دما، اختلاف طول دو میلهٔ A و B ثابت مانده است اما این به چه معنی است؟ یعنی تغییر طول هر دو فلز A و B در این حالت با هم برابر است. دقت کنید که با $30^\circ C$ افزایش دما ممکن نیست که میلهٔ A که طول کمتری دارد $(50cm)$ طولش آن‌قدر زیاد شود تا از میلهٔ B که طول بیشتری دارد $(70cm)$، $20cm$ بلندتر شود. تغییر طول دو میله را برابر قرار می‌دهیم.

$$\Delta L_A=\Delta L_B\Rightarrow L_A\alpha_A\Delta\theta_A=L_B\alpha_B\Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow50\alpha_A(30)=70\alpha_B(30)\Rightarrow\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{7}{5}$$

بازی با سؤال **طول یک میلهٔ آهنی در دمای صفر درجهٔ سلسیوس $4cm$ بیشتر از طول یک میلهٔ نقره‌ای در همان دما است. طول اولیهٔ میلهٔ نقره‌ای در دمای صفر درجه سلسیوس چند سانتی‌متر باشد تا اختلاف طول آن‌ها در دمای $60^\circ C$ برابر $4cm$ شود؟ (ضریب انبساط طولی آهن و نقره به‌ترتیب $1/2\times10^{-5}\ ^\circ C^{-1}$ و $1/8\times10^{-5}\ ^\circ C^{-1}$)**

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۲۰

گزینهٔ ۱

B ۸۳۳ ۲

۱ طول اولیهٔ میلهٔ A، ۵ درصد از طول میلهٔ B بیشتر است بنابراین:

$$L_A = L_B + \frac{۵}{۱۰۰}L_B \Rightarrow L_A = ۱/۰۵L_B$$

۲ همچنین α_A را حساب می‌کنیم:

$$۳/۰۵\alpha_A = ۱۵/۲۵\times۱۰^{-۵} \Rightarrow \alpha_A = ۵\times۱۰^{-۵}\ ^\circ C^{-۱}$$

۳ قرار است طول ثانویهٔ دو میله برابر شود، از این‌رو:

$$L_A = L_B \Rightarrow L_{۰A}(۱+\alpha_A\theta) = L_{۰B}(۱+\alpha_B\theta) \xrightarrow{L_{۰A}=۱/۰۵L_{۰B}}$$

$$۱/۰۵L_{۰B}(۱+\alpha_A\theta) = L_{۰B}(۱+\alpha_B\theta)$$

طول اولیهٔ B $(L_{۰B})$ را از دو طرف معادله ساده می‌کنیم:

$$۱/۰۵(۱+\alpha_A\theta) = ۱+\alpha_B\theta \xrightarrow{\alpha_B = ۳/۰۵\alpha_A}$$

$$۱/۰۵+۱/۰۵\alpha_A\theta = ۱+۳/۰۵\alpha_A\theta \Rightarrow ۰/۰۵ = ۲\alpha_A\theta \Rightarrow$$

$$\theta = \frac{۰/۰۵}{۲\alpha_A} \Rightarrow \theta = \frac{۰/۰۵}{۱۰^{-۴}} = ۵۰۰^\circ C$$

A ۸۳۴ ۳

خط فکری در ابتدا طول میلهٔ آهنی ۱mm بیشتر از طول میلهٔ مسی است. با $۱۰۰^\circ C$ افزایش دمای میله‌ها، چون ضریب انبساط طولی مس از آهن بیشتر است، انبساط آن بیشتر خواهد بود و طول میلهٔ مسی ۰/۵mm بیشتر از طول میلهٔ آهنی می‌شود، بنابراین کافی است دو رابطهٔ $L_{Fe}-L_{Cu}=۱$ و $L'_{Cu}-L'_{Fe}=۰/۵$ را نوشته و با قرار دادن اطلاعات مسئله، آن را حل کرد.

$$L_{Fe}-L_{Cu}=۱$$

$$L'_{Cu}-L'_{Fe}=۰/۵ \Rightarrow L_{Cu}+L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta - L_{Fe}-L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta = ۰/۵ \Rightarrow$$

$$\overbrace{L_{Cu}-L_{Fe}}^{-۱} + L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta - L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta = ۰/۵ \Rightarrow$$

$$L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta - L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta = ۱/۵ \Rightarrow$$

$$(L_{Fe}-۱)\times۱/۸\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰ - L_{Fe}\times۱/۲\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰ = ۱/۵ \Rightarrow$$

$$۱/۸\times۱۰^{-۳}L_{Fe} - ۱/۸\times۱۰^{-۳} - ۱/۲\times۱۰^{-۳}L_{Fe} = ۱/۵ \Rightarrow$$

$$۰/۶\times۱۰^{-۳}L_{Fe} = ۱/۵+۱/۸\times۱۰^{-۳} \Rightarrow$$

$$L_{Fe} = \frac{۱/۵+۱/۸\times۱۰^{-۳}}{۰/۶\times۱۰^{-۳}} = (۲/۵\times۱۰^{۳}+۳)mm = ۲۵۰۳mm$$

$$\Rightarrow L_{Fe} = ۲/۵۰۳m$$

B ۸۳۵ ۳

خط فکری تغییر طول میله برابر $\Delta L = L_۱\alpha\Delta\theta$ است که در این رابطه برای یک میله علاوه بر $\Delta\theta$، طول اولیه نیز مهم است.

در حالت اول با تغییر دما از ۰ تا $\theta^\circ C$، افزایش طول میله برابر است با: $\Delta L_۱ = L_۱\alpha\Delta\theta$

در این صورت طول ثانویهٔ میله $(L_۲)$ از طول اولیه میله بیشتر می‌شود. $L_۲ > L_۱$. حال اگر میله‌ای با طول $L_۲ > L_۱$ را مجدداً گرم کنیم تا دمای آن از θ به ۲θ برسد یعنی تغییر دمای آن مانند حالت اول $\Delta\theta = ۲\theta - \theta = \theta$ باشد، چون طول اولیهٔ میله در این حالت بزرگ‌تر است بنابراین افزایش طول آن $(\Delta L_۲)$ در این حالت قطعاً بزرگ‌تر از $\Delta L_۱$ است در نتیجه $\frac{\Delta L_۲}{\Delta L_۱} > ۱$ و $\frac{\Delta L_۱}{\Delta L_۲} < ۱$ است.

B ۸۳۶ ۴

افزایش طول هر قطعه را در اثر تغییر دما از $۱۰^\circ C$ به $۴۰^\circ C$ به‌دست می‌آوریم. فاصلهٔ بین دو قطعه باید برابر این افزایش طول باشد.

$$\Delta L = L_۱\alpha\Delta\theta \Rightarrow \Delta L = ۲۰\times۱/۴\times۱۰^{-۵}\times(۴۰-۱۰)$$

$$\Delta L = ۲۰\times۱/۴\times۱۰^{-۵}\times۳۰ \Rightarrow \Delta L = ۸/۴\times۱۰^{-۳}m$$

$$\Delta L = ۸/۴mm$$

بازی با سؤال ریل‌های ۱۰ متری راه‌آهنی را در یک روز زمستانی با دمای $-۱۰^\circ C$ به دنبال هم کار می‌گذارند. اگر دما در تابستان تا $۴۰^\circ C$ بالا رود، از ابتدا (در دمای $-۱۰^\circ C$) حداقل چند میلی‌متر باید فاصلهٔ بین ریل‌ها خالی بماند تا در اثر انبساط حرارتی به هم فشار نیاورند؟

تجربی - ۸۶

$(\alpha_{\text{آهن}} = ۱۲\times۱۰^{-۶}K^{-۱})$

۱) ۳/۶۵ ۲) ۴/۸ ۳) ۵ ۴) ۶ گزینهٔ ٤

B ۸۳۷ ۴

خط فکری به شکل دقت کنید، هر میله از یک طرف به یک دیوار ثابت شده است، بنابراین میلهٔ مسی از سمت راست و میلهٔ آلومینیمی از سمت چپ افزایش طول پیدا می‌کند و مجموع افزایش طول آن‌ها باید برابر فاصلهٔ دو میله از هم شود.

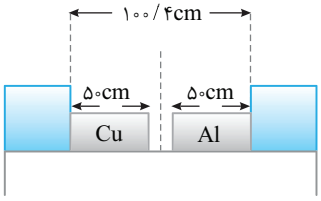
با توجه به شکل، فاصلهٔ دو میله از هم $۱۰۰/۴-۱۰۰=۰/۴cm$ است، پس افزایش طول دو میله باید برابر $۰/۴cm$ شود تا این دو به هم برسند:

$$۰/۴ = \Delta L_{Cu} + \Delta L_{Al} \Rightarrow ۰/۴ = \alpha_{Cu}L_{۱\,Cu}\Delta\theta + \alpha_{Al}L_{۱\,Al}\Delta\theta$$

$$۰/۴ = ۱/۷\times۱۰^{-۵}\times۵۰\times\Delta\theta + ۲/۳\times۱۰^{-۵}\times۵۰\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow ۰/۴ = \Delta\theta\times۵۰\times۱۰^{-۵}(۱/۷+۲/۳) \Rightarrow \Delta\theta = ۲۰۰^\circ C$$

تغییرات دما برحسب کلوین و سلسیوس یکسان است بنابراین $\Delta T = ۲۰۰K$.



B ۸۳۸ ۱

مجموع افزایش طول دو قطعه مس و آلومینیوم باید ۲/۴mm شود.

طول اولیهٔ میله‌ها و افزایش دمای آنها برابر است:

$$\Delta L_{Al} + \Delta L_{Cu} = ۲/۴mm$$

$$L_۱\alpha_{Al}\Delta\theta + L_۱\alpha_{Cu}\Delta\theta = ۲/۴mm$$

$$L_۱\Delta\theta(\alpha_{Al}+\alpha_{Cu}) = ۲/۴\times۱۰^{-۳}$$

$$۶۰\times۱۰^{-۲}\Delta\theta(۲/۳\times۱۰^{-۵}+۱/۷\times۱۰^{-۵}) = ۲/۴\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{۲/۴\times۱۰^{-۳}}{۶۰\times۱۰^{-۲}\times۴\times۱۰^{-۵}} = ۱۰۰^\circ C$$

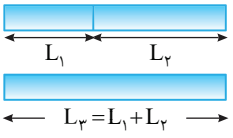
B ۸۳۹ ۱

وقتی به جسمی گرما داده شود، طول آن در تمام جهت‌ها افزایش پیدا خواهد کرد. به دلیل دو دیوارهٔ ثابت نقطهٔ A به طرف راست و نقطهٔ B به طرف بالا تغییر طول خواهد داشت. از طرفی در هر جهت تغییر طول طبق رابطهٔ $\Delta L = L_۱\alpha\Delta\theta$ خواهد بود، پس وقتی طول اولیهٔ رأس B، نصف طول اولیهٔ رأس A است، تغییر طول آن نصف تغییر طول A خواهد بود:

$$\Delta L_B = \frac{۱}{۲}\Delta L_A = \frac{۱}{۲}\times۴ = ۲mm$$

B ۸۴۰ ۳

خط فکری می‌خواهیم در هر دمایی رابطهٔ $L_۳ = L_۱ + L_۲$ برقرار باشد. برای این منظور باید مجموع تغییر طول میله‌های (۱) و (۲) با تغییر طول میلهٔ (۳) برابر باشد. از این رو می‌توان نوشت:



$$\Delta L_۳ = \Delta L_۱ + \Delta L_۲ \Rightarrow$$

$$L_۳\alpha_۳\Delta\theta = L_۱\alpha_۱\Delta\theta + L_۲\alpha_۲\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \alpha_۳ = \frac{L_۱\alpha_۱ + L_۲\alpha_۲}{L_۳}$$

۸۴۱ | ۱ | B

با توجه به فرض مسئله اختلاف طول میله‌ها ۲۰cm بوده است.

$$L_۲-L_۱=۲۰cm \quad (۱)$$

پس از گرم کردن میله‌ها مجموع طول ثانویهٔ آن‌ها برابر است با: $L'_۲+L'_۱=۴/۰۰۸$

با توجه به رابطهٔ انبساط طولی $L_۲=L_۱(۱+\alpha\Delta\theta)$ خواهیم داشت:

$$L_۲(۱+\alpha\Delta\theta)+L_۱(۱+\alpha\Delta\theta)=۴/۰۰۸$$

$$\xrightarrow{\text{از }(۱+\alpha\Delta\theta)\text{ فاکتور می‌گیریم}}(L_۲+L_۱)(۱+\alpha\Delta\theta)=۴/۰۰۸\Rightarrow$$

$$(L_۲+L_۱)(۱+۲\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰)=۴/۰۰۸\Rightarrow(L_۲+L_۱)=\frac{۴/۰۰۸}{۱/۰۰۲}\Rightarrow$$

$$L_۲+L_۱=۴m \quad (۲)$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) یک دستگاه دو معادله دو مجهول داریم:

$$\begin{cases}L_۲-L_۱=۲۰cm\\L_۲+L_۱=۴۰۰cm\end{cases}\Rightarrow ۲L_۲=۴۲۰$$

$$\Rightarrow L_۲=۲۱۰cm=۲/۱m, L_۱=۱۹۰cm=۱/۹m$$

۸۴۲ | ۱ | A

خط فکری با افزایش دما، مساحت قرص فلزی یک درصد افزایش یافته است، یعنی $\Delta A=\frac{۱}{۱۰۰}A_۱$ است.

با توجه به رابطهٔ انبساط سطحی جامدات خواهیم داشت:

$$\Delta A=A_۱(۲\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\frac{۱}{۱۰۰}A_۱=A_۱(۲\alpha)\times۲۵۰\Rightarrow\alpha=\frac{۱}{۵۰۰۰۰}=۲\times۱۰^{-۵}K^{-۱}$$

میانبر درصد تغییرات سطح یک جسم برحسب درصد برابر است با:

درصد تغییرات: $\frac{\Delta A}{A_۱}\times۱۰۰\xrightarrow{\Delta A=A_۱۲\alpha\Delta\theta}۲\alpha\Delta\theta\times۱۰۰$

$$\Rightarrow ۱=۲\alpha\times۲۵۰\times۱۰۰\Rightarrow\alpha=۲\times۱۰^{-۵}K^{-۱}$$

۸۴۳ | ۴ | A

ابتدا دمای $۵۲۷^\circ C$ را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T_۲=۲۷۳+\theta_۲\Rightarrow T_۲=۲۷۳+۵۲۷=۸۰۰K$$

بنابراین دمای ورقه از ۵۰۰K به ۸۰۰K رسیده و دمای ورقه ۳۰۰K افزایش یافته است.

حال با توجه به رابطهٔ انبساط سطحی داریم: $\Delta A=A_۱(۲\alpha)\Delta T$

$$\Rightarrow ۲۷\times۱۰^{-۳}mm^۲=(۴۰mm\times۵mm)(۲\alpha)(۸۰۰-۵۰۰)\Rightarrow۲\alpha=۴/۵\times۱۰^{-۷}(K^{-۱})$$

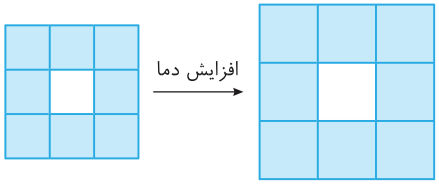
بازی با سوال ضریب انبساط سطحی فلزی $۱۰^{-۵}\ ^\circ C^{-۱}$ است. اگر شعاع صفحه‌ای دایره‌ای‌شکل از آن فلز در دمای صفر درجهٔ سلسیوس ۱m باشد، افزایش قطر آن در دمای $۱۰۰^\circ C$ چند میلی‌متر می‌شود؟ ریاضی - ۹۳

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۲

گزینهٔ ۲

۸۴۴ | ۴ | A

خط فکری در هر جسم جامد اگر حفره‌ای وجود داشته باشد، برای بررسی انبساط حفره، آن را به صورت جسمی هم‌جنس با جسم جامد فرض کرده و مسئله را حل می‌کنیم. به شکل زیر دقت کنید.



مساحت ثانویه حفره خواسته شده است. بنابراین: $A_۲=A_۱(۱+۲\alpha\Delta\theta)\Rightarrow$

$$A_۲=۵۰(۱+۲(۲/۳\times۱۰^{-۵})\times۸۰)\Rightarrow A_۲=۵۰(۱+۳۶۸\times۱۰^{-۵})=۵۰/۱۸۴cm^۲$$

۸۴۵ | ۴ | B

خط فکری وقتی بیان می‌شود که در اثر افزایش دما طول ۰/۱۷٪ افزایش یافته یعنی $\Delta L=\frac{۰/۱۷}{۱۰۰}L_۱$ است و می‌توان ضریب انبساط طولی مس را از این رابطه به دست آورد و سپس به کمک ضریب انبساط طولی مشخص کرد که مساحت ورقه چند برابر می‌شود.

۱ ضریب انبساط طولی مس خواهد شد:

$$\Delta L=L\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{۰/۱۷}{۱۰۰}L=L\alpha\times۱۰۰\Rightarrow\alpha=۱/۷\times۱۰^{-۵}\ ^\circ C^{-۱}$$

۲ رابطهٔ انبساط سطحی را می‌نویسیم.

$$A_۲=A_۱(۱+۲\alpha\Delta\theta)\Rightarrow\frac{A_۲}{A_۱}=۱+۲\alpha\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\frac{A_۲}{A_۱}=۱+۲\times۱/۷\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰\Rightarrow\frac{A_۲}{A_۱}=۱/۰۰۳۴$$

میانبر به‌ازای تغییر دمای یکسان برای جسمی درصد تغییرات طولی $\alpha\Delta\theta\times۱۰۰$ و درصد تغییرات سطحی $۲\alpha\Delta\theta\times۱۰۰$ خواهد بود. بنابراین:

$$\alpha\Delta\theta\times۱۰۰=۱۷\times۱۰^{-۲}\Rightarrow\alpha\Delta\theta=۱۷\times۱۰^{-۴}$$

$$\frac{A_۲}{A_۱}=۱+۲\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{A_۲}{A_۱}=۱+۳۴\times۱۰^{-۴}=۱/۰۰۳۴$$

۸۴۶ | ۳ | B

خط فکری با توجه به رابطهٔ $\Delta A=A۲\alpha\Delta\theta$ برای اجسام هم‌جنس که ضریب انبساط یکسانی دارند، هر قدر، ابعاد یک جسم بزرگ‌تر باشد، در اثر میزان مشخص افزایش دما، انبساط آن بیشتر خواهد بود. در صورت مسئله بیان شده که بیشترین و کمترین انبساط سطح به‌ترتیب مربوط به صفحهٔ C و صفحهٔ B است، بنابراین صفحهٔ C باید از دیگر صفحه‌ها بزرگ‌تر باشد و صفحه B باید از دیگر سطوح کوچک‌تر باشد. مساحت این صفحات را بررسی می‌کنیم.

مساحت صفحهٔ A: $A_A=۴\times۴=۱۶cm^۲$

مساحت صفحهٔ B: $A_B=۲L_۱cm^۲$

مساحت صفحهٔ C: $A_C=۲L_۲cm^۲$

مساحت صفحهٔ D: $A_D=۴\times۲/۵=۱۰cm^۲$

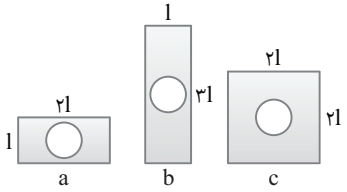
طبق خط فکری مساحت صفحهٔ C باید از $۱۶cm^۲$ بزرگ‌تر باشد:

$$A_C>A_A\Rightarrow۲L_۲>۱۶\Rightarrow L_۲>۸cm$$

و مساحت صفحهٔ B باید از $A_D=۱۰cm^۲$ کمتر باشد.

$$A_B<A_D\Rightarrow۲L_۱<۱۰\Rightarrow L_۱<۵cm$$

بازی با سوال **شکل زیر سه صفحهٔ فلزی هم‌جنس را در یک دما، نشان می‌دهد. اگر حفره‌های موجود در هر سه صفحه هم‌اندازه باشند، با افزایش دمای یکسان سطح کدام صفحه و سطح کدام حفره بیشتر از بقیه افزایش خواهد یافت؟** از کتاب درسی



۱) a ، c
۲) c ، a
۳) a ، b
۴) c ، هر سه حفره یکسان افزایش سطح می‌یابند.

گزینهٔ ۴

۸۴۷ | ۱ | B

افزایش دمای دو ورقه را برحسب $^\circ C$ به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta T_A=۴۰۰K\xrightarrow{\Delta T_A=\Delta\theta_A}\Delta\theta_A=۴۰۰^\circ C$$

$$\Delta F_B=۲۷۰^\circ F\xrightarrow{\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta}۲۷۰=\frac{۹}{۵}\times\Delta\theta_B\Rightarrow\Delta\theta_B=۱۵۰^\circ C$$

رابطهٔ انبساط سطحی جامد را می‌نویسیم:

$$\Delta S=S_1(2\alpha)\Delta\theta \xrightarrow[\Delta S_B=S_B(2\alpha_B)\Delta\theta_B]{\Delta S_A=S_A(2\alpha_A)\Delta\theta_A}$$

$$\frac{\Delta S_A}{\Delta S_B}=\frac{S_A\alpha_A\Delta\theta_A}{S_B\alpha_B\Delta\theta_B}$$

داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم

$$(\Delta S_A=2\Delta S_B\ ,\alpha_A=4\alpha_B)$$

$$2=\frac{S_A}{S_B}\times\frac{4\alpha_B}{\alpha_B}\times\frac{400}{150}\Rightarrow\frac{S_B}{S_A}=\frac{16}{3}$$

۸۴۸ B ۱

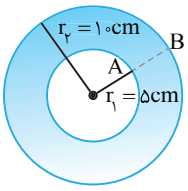
ابتدا مساحت حفره را حساب می‌کنیم:

$$A=\pi r^2\Rightarrow A=3\times16=48cm^2$$

اکنون تغییر سطح را حساب می‌کنیم:

$$\Delta A=A_1\times2\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta A=48\times4/8\times10^{-5}\times250\Rightarrow\Delta A=0/576cm^2$$

۸۴۹ B ۴



با افزایش دما مساحت سطح رنگی و فاصله بین نقاط A و B افزایش می‌یابد. ابتدا افزایش سطح را محاسبه می‌کنیم. برای این منظور مساحت سطح رنگی اولیه را به‌دست می‌آوریم:

برای به‌دست آوردن مساحت قسمت رنگی، مساحت دایرهٔ بزرگ با شعاع $r_2=10cm$ و مساحت دایرهٔ کوچک با شعاع $r_1=5cm$ را به‌دست آورده و از هم کم می‌کنیم:

$$A_{\text{رنگی}}=\pi(r_2^2-r_1^2)\Rightarrow A=3(100-25)=225cm^2$$

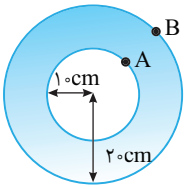
اکنون انبساط سطحی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta A_{\text{رنگی}}=A_{\text{رنگی}}\times2\alpha\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta A_{\text{رنگی}}=225\times2\times1/5\times10^{-5}\times40=0/27cm^2$$

افزایش فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B به معنای انبساط یک میله به طول $L_{AB}=r_2-r_1=10-5=5cm$ است، بنابراین افزایش فاصله A و B برابر است با:

$$\Delta L_{AB}=\alpha\times L_{AB}\times\Delta\theta=1/5\times10^{-5}\times5\times40=0/003cm$$

بازی با سؤال در شکل زیر، دمای صفحهٔ فلزی را به اندازهٔ ۲۰ درجهٔ سلسیوس افزایش می‌دهیم. فاصلهٔ نقاط A و B چگونه تغییر می‌کند؟ (ضریب انبساط سطحی فلز $=3\times10^{-5}K^{-1}$)



۱) ۰/۰۳ میلی‌متر افزایش
۲) ۰/۰۳ میلی‌متر کاهش
۳) ۰/۰۶ میلی‌متر افزایش
۴) ثابت می‌ماند.

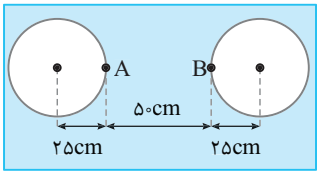
گزینهٔ ۱

۸۵۰ B ۳

در اثر افزایش دما فاصلهٔ A تا B شبیه یک میله دارای انبساط طولی خواهد بود بنابراین:

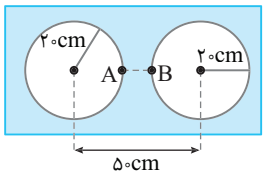
$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta=50\times\frac{3/6}{2}\times10^{-5}\times200\Rightarrow\Delta L_{AB}=0/18cm$$

طول AB خواهد شد: $L_2=L_1+\Delta L\Rightarrow L_2=50/18cm=501/8mm$



دقت کردید به اینکه در سؤال ضریب انبساط سطحی یعنی 2α داده شده بود اما برای حل سؤال نیاز به ضریب انبساط طولی یا α داشتیم و در رابطه به جای α، $\frac{3/6}{2}\times10^{-5}$ قرار دادیم.

بازی با سؤال در شکل زیر صفحه از جنس فلزی به ضریب انبساط سطحی $5\times10^{-6}K^{-1}$ است. اگر دما به‌طور یکنواخت $60^\circ C$ افزایش یابد، فاصلهٔ بین A و B چگونه تغییر می‌کند؟

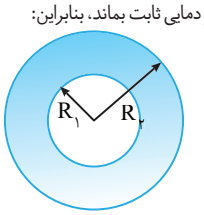


۱) ۰/۰۱۵ درصد کاهش می‌یابد.
۲) ۰/۰۱۵ درصد افزایش می‌یابد.
۳) ۰/۰۳ درصد کاهش می‌یابد.
۴) ۰/۰۳ درصد افزایش می‌یابد.

گزینهٔ ۲

۸۵۱ B ۱

می‌خواهیم هنگام انبساط دو ورقه، اختلاف مساحت آن‌ها یعنی مساحت قسمت رنگی ثابت بماند در این صورت باید افزایش مساحت (ΔA) هر دو ورقه در هر دمایی ثابت بماند، بنابراین:



$$\Delta A_1=\Delta A_2$$

$$\Rightarrow\pi R_1^2\times2\alpha_1\times\Delta\theta=\pi R_2^2\times2\alpha_2\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\frac{\alpha_2}{\alpha_1}=\frac{R_1^2}{R_2^2}\Rightarrow\frac{\alpha_2}{\alpha_1}=\frac{25}{36}$$

۸۵۲ A ۲

تغییر حجم جسم جامد از رابطهٔ $\Delta V=V_1\times3\alpha\times\Delta\theta$ به دست می‌آید که α ضریب انبساط طولی است:

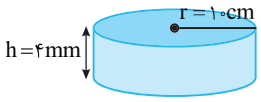
$$\Delta V=V_1\times3\alpha\times\Delta\theta\xrightarrow[\Delta V=8/1cm^3]{V_1=1000cm^3}8/1=1000\times3\alpha\times120$$

$$\alpha=\frac{8/1}{1000\times3\times120}=\frac{8/1}{36}\times10^{-4}\Rightarrow\alpha=\frac{0/9}{4}\times10^{-4}=0/225\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow\alpha=2/25\times10^{-5}(K^{-1})$$

۸۵۳ A ۴

ابتدا حجم قرص فلزی را قبل از انبساط حساب می‌کنیم:



$$V_1=\pi r^2h\xrightarrow{r=10cm,h=0/4cm}$$

$$V_1=3\times10^{+2}\times0/4$$

$$V_1=1/2\times10^{+2}cm^3$$

تغییر حجم قرص از رابطهٔ $\Delta V=V_1\beta\Delta\theta$ به‌دست می‌آید، بنابراین:

$$\Delta V=V_1(2\alpha)\Delta T\Rightarrow\Delta V=1/2\times10^2\times3\times5\times10^{-5}\times100=1/8cm^3$$

۸۵۴ A ۴

ابتدا حجم میله را حساب می‌کنیم. $V=Al\Rightarrow V=50\times40=2000cm^3$

سپس تغییر دما را بر حسب درجه سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F=F_2-F_1=72^\circ F\ ,\quad \Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=40^\circ C$$

حال تغییر حجم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V=V_1\times3\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta V=2000\times3\times6\times10^{-6}\times40=1/44cm^2$$

۸۵۵ A ۲

ضریب انبساط طولی (α)، $3\times10^{-5}\frac{1}{^\circ C}$ داده شده پس ضریب انبساط حجمی یعنی 3α برابر $9\times10^{-5}\frac{1}{^\circ C}$ می‌شود، همچنین تغییرات دما $200^\circ C$ است. چون در سؤال گفته شده، دما $200^\circ C$ افزایش یافته است.

یادآوری درصد تغییرات حجمی برابر $3\alpha\Delta\theta\times100$ است:

$$\text{درصد تغییرات حجمی}=\frac{\Delta V}{V_1}\times100\Rightarrow\text{درصد تغییرات حجمی}=\frac{V_1\beta\Delta\theta}{V_1}\times100$$

$$\Rightarrow\text{درصد تغییرات حجمی}=9\times10^{-5}\times(200)\times100\Rightarrow\text{درصد تغییرات حجمی}=1/8\%$$

B ۸۵۶ ۲

یادآوری درصد افزایش حجم جسم در اثر افزایش دما خواهد شد:

$$\frac{\Delta V}{V_1}\times 100=\frac{V_1 3\alpha\Delta\theta}{V_1}\times 100=3\alpha\Delta\theta\times 100$$

با توجه به یادآوری بالا مسئله به‌راحتی قابل حل است.

$$3\alpha\Delta\theta\times 100=3\times(2\times 10^{-5})\times(250-0)\times 100=1500\times 10^{-5}\times 100$$

$$=1/5\%\ \text{درصد تغییرات حجم}$$

بنابراین حجم ۱/۵٪ درصد افزایش می‌یابد.

بازی با سؤال **ضریب انبساط طولی فلزی $10^{-5}K^{-1}$ است. اگر دمای قطعه‌ای از این فلز را $100^{\circ}C$ افزایش دهیم، حجم آن چند درصد افزایش می‌یابد؟**

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۳ ۳) ۱ ۴) ۳

گزینهٔ ۲ — تجربی - ۹۴

B ۸۵۷ ۴

خط فکری درصد تغییرات یک کمیت یعنی نسبت تغییرات آن کمیت به مقدار اولیهٔ آن ضرب در صد. البته نگران این جمله عجیب نباشید یعنی:

$$\text{درصد تغییر طول}=\frac{\Delta L}{L_1}\times 100=\frac{L_1\alpha\Delta\theta}{L_1}\times 100=(\alpha\Delta\theta)\times 100$$

$$\text{درصد تغییر حجم}=\frac{\Delta V}{V_1}\times 100=\frac{V_1(3\alpha)\Delta\theta}{V_1}\times 100=(3\alpha)\Delta\theta\times 100$$

اگر این دو رابطه را بر هم تقسیم کنید به نتیجهٔ زیر می‌رسید:

$$\frac{\text{درصد تغییر حجم}}{\text{درصد تغییر طول}}=\frac{(3\alpha\Delta\theta)\times 100}{(\alpha\Delta\theta)\times 100}=3$$

برای نسبت تغییرات سطح به تغییرات طول نیز می‌توان به نتیجه زیر رسید:

$$\frac{\text{درصد تغییر سطح}}{\text{درصد تغییر طول}}=\frac{(2\alpha\Delta\theta)\times 100}{(\alpha\Delta\theta)\times 100}=2$$

اکنون مسئله به‌راحتی قابل حل است.

$$\frac{\text{درصد تغییر حجم میله}}{\text{درصد تغییر طول میله}}=3\Rightarrow\frac{\text{درصد تغییر حجم}}{1\%}=3\Rightarrow\text{درصد تغییر حجم}=3\%$$

پیشنهاد می‌کنیم نتایج به‌دست آمده را به‌خاطر بسپارید.

B ۸۵۸ ۴

درصد تغییرات حجمی کره برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات حجم}=\frac{\Delta V}{V_1}\times 100\xrightarrow[\Delta\theta=80^{\circ}C]{\Delta V=V_1(3\alpha)\Delta\theta}$$

$$0/08=(3\alpha)\times\Delta\theta\times 100\Rightarrow 0/08=(3\alpha)\times 80\times 100\Rightarrow\alpha=\frac{1}{3}\times 10^{-5}$$

درصد تغییرات سطحی کره برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات سطح}=\frac{\Delta A}{A_1}\times 100\xrightarrow[\Delta\theta'=60^{\circ},\alpha=\frac{1}{3}\times 10^{-5}]{\Delta A=A_1(2\alpha)\Delta\theta'}$$

$$\text{درصد تغییرات سطح}=2\alpha\Delta\theta'\times 100$$

$$\text{درصد تغییرات سطح}=(\frac{2}{3}\times 10^{-5})\times 60\times 100=0/04\%$$

میانبر نسبت درصد تغییرات سطح به درصد تغییرات حجم برابر است با:

$$\frac{\text{درصد تغییرات سطح}}{\text{درصد تغییرات حجم}}=\frac{2}{3}\times\frac{\Delta\theta_{\text{سطح}}}{\Delta\theta_{\text{حجم}}}$$

A ۸۵۹ ۱

خط فکری دو کره هم‌جنس و دارای شعاع یکسان هستند. البته یکی توپر (A) و دیگری توخالی (B) است، اما با افزایش یکسان دما $(\Delta\theta_A=\Delta\theta_B)$ همواره هر دو کره به اندازه منبسط می‌شوند و توپر و توخالی بودن جسم تأثیری در رابطهٔ $\Delta V=V_1(3\alpha)\Delta\theta$ نخواهد داشت.

با توجه به خط فکری بیان شده با افزایش دمای یکسان، انبساط دو کرهٔ A و B برابر است $(\Delta V_A=\Delta V_B)$.

بازی با سؤال **دمای کرهٔ مسی توپر A به شعاع r و کرهٔ مسی توخالی B به شعاع داخلی $\frac{r}{2}$ و خارجی r را به‌طور یکسان بالا می‌بریم. افزایش حجم مس به‌کار رفته در کرهٔ A چند برابر افزایش حجم مس به‌کار رفته در کرهٔ B است؟**

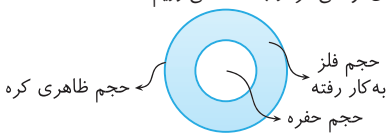
۱) $\frac{7}{8}$ ۲) $\frac{8}{7}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{1}{8}$

گزینهٔ ۲

B ۸۶۰ ۱

خط فکری برای یک کرهٔ توخالی با سه حجم متفاوت روبه‌رو هستیم:

تغییر حجم فضای توخالی کره را به‌دست می‌آوریم.



$$\Delta V=V_1\beta\Delta\theta\xrightarrow{V_1=\frac{4}{3}\pi r^3}\Delta V=\frac{4}{3}\pi r^3\beta\Delta\theta$$

برای یافتن تغییر حجم فلز به‌کار برده شده در کره، ابتدا حجم فلز را حساب می‌کنیم.

$$\text{حجم فلز}V_m=\frac{4}{3}\pi r_o^3-\frac{4}{3}\pi r_i^3\xrightarrow[r_o=2r]{r_i=r}$$

$$V_{1m}=\frac{4}{3}\pi[(2r)^3-r^3]\Rightarrow V_{1m}=\frac{4}{3}\pi(7r^3)=\frac{28}{3}\pi r^3$$

اکنون تغییر حجم فلز را حساب می‌کنیم.

$$\Delta V_m=V_{1m}\beta\Delta\theta\Rightarrow\Delta V_m=\frac{28}{3}\pi r^3\beta\Delta\theta$$

نسبت تغییر حجم فضای توخالی به تغییر حجم فلز برابر خواهد شد با:

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_m}=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\beta\Delta\theta}{\frac{28}{3}\pi r^3\beta\Delta\theta}\Rightarrow\frac{\Delta V}{\Delta V_m}=\frac{1}{7}$$

میانبر $\Delta\theta$ و α یکسان است از این رو می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد.

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_m}=\frac{V_1}{V_{1m}}$$

B ۸۶۱ ۲

خط فکری توخالی یا توپر بودن مکعب تأثیر روی انبساط اضلاع آن در یک تغییر دمای معین نخواهد داشت.

۱ با افزایش دما طول ضلع مکعب ۰/۱mm افزایش می‌یابد بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\xrightarrow{L_1=20cm}0/1\times 10^{-1}=20\alpha\Delta\theta\Rightarrow\alpha\Delta\theta=5\times 10^{-4}$$

۲ باید نسبت حجم ثانویه حفره به حجم اولیه آن را حساب کنیم از این‌رو:

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{V_1(1+3\alpha\Delta\theta)}{V_1}=1+3\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=1+3\times 5\times 10^{-4}\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=1/0015$$

B ۸۶۲ ۲

ضریب انبساط طولی یعنی انبساط طول واحد طول جسم در اثر یک درجه افزایش دما. تغییر دما در درجه‌بندی سلسیوس و کلوین یکسان است $(\Delta T=\Delta\theta)$ و تغییر دما در درجه‌بندی فارنهایت $\frac{9}{5}$ تغییر دما در درجه‌بندی سلسیوس و کلوین است.

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\xrightarrow{\Delta\theta=\Delta T}\Delta F=\frac{9}{5}\Delta T\Rightarrow\Delta T=\frac{5}{9}\Delta F$$

یعنی وقتی دما $1^{\circ}F$ تغییر می‌کند، تغییر دما در کلوین $\frac{5}{9}$ است.

$$3\alpha_F=\frac{5}{9}(3\alpha_K)\Rightarrow\beta_F=\frac{5}{9}\beta_K$$

۸۶۳ B **۴**

خط فکری رابطهٔ افزایش حجم به‌صورت $\Delta V=V_1 3\alpha\Delta\theta$ است. دقت کنید که در این رابطه یکای ΔV و V_1 یکسان و یکای α و $\Delta\theta$ معکوس یکدیگرند. بنابراین اگر یکای α به صورت $\frac{1}{^\circ C}$ باشد، تغییر دما باید برحسب $^\circ C$ باشد و اگر یکای α به‌صورت $\frac{1}{^\circ F}$ باشد، تغییر دما باید برحسب $^\circ F$ باشد.

۱ برای کرهٔ A، ضریب انبساط طولی $2\times10^{-5}\ ^\circ C^{-1}$ و تغییر دما $50^\circ C$ است:

$$\Delta V_A=V_1 3\alpha_A\Delta\theta_A\Rightarrow\Delta V_A=V_1(6\times10^{-5})(50)\Rightarrow\Delta V_A=V_1(3\times10^{-3})$$

۲ برای کرهٔ B، ضریب انبساط طولی برابر $4\times10^{-5}\ ^\circ F^{-1}$ است. بنابراین تغییر دما را باید برحسب درجه فارنهایت به‌دست آوریم:

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow\Delta F=\frac{9}{5}\times50\Rightarrow\Delta F=90^\circ F$$

$$\Delta V_B=V_1 3\alpha_B\Delta\theta_B\Rightarrow\Delta V_B=V_1(12\times10^{-5})(90)\Rightarrow\Delta V_B=V_1(10/8\times10^{-3})$$

۳ شعاع هر دو کره در ابتدا یکسان است. بنابراین حجم اولیه دو کره با هم برابر است:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{V_1(3\times10^{-3})}{V_1(10/8\times10^{-3})}=\frac{1}{3/6}=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$

۸۶۴ B **۳**

وقتی جسمی گرم می‌شود، فاصلهٔ بین مولکولی ذرات آن افزایش یافته و جسم در همهٔ راستاها افزایش طول خواهد داشت. در نتیجه قطر داخلی، قطر خارجی، ارتفاع و ضخامت فلز افزایش می‌یابند. بنابراین بر حجم آن نیز اضافه خواهد شد و مطابق رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ با توجه به ثابت ماندن m، چگالی و حجم با هم رابطهٔ عکس دارند و با افزایش حجم، چگالی کاهش خواهد یافت.

بازی با سؤال **اگر دمای یک لولهٔ مسی به تدریج افزایش یابد، کدام کمیت وابسته به آن کاهش می‌یابد؟**

۱) چگالی ۲) قطر خارجی ۳) قطر داخلی ۴) چگالی و قطر داخلی

گزینهٔ ۱

۸۶۵ B **۲**

با توجه به رابطهٔ چگالی با دما داریم:

$$\rho_2=\rho_1(1-\beta\Delta T)\Rightarrow\frac{\rho_2}{\rho_1}=1-\beta\Delta T=1-2/5\times10^{-5}\times400=1-0/01=0/99$$

البته می‌توانستید از رابطهٔ زیر نیز استفاده کنید.

$$\rho_2=\frac{\rho_1}{1+\beta\Delta T}\Rightarrow\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{1}{1+\beta\Delta T}\Rightarrow\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{1}{1+2/5\times10^{-5}\times400}=\frac{1}{1/01}\simeq0/99$$

بازی با سؤال **دمای جسم جامدی را $1000^\circ C$ تغییر داده‌ایم. بدون تغییر فاز جسم، چگالی آن از $3/9\ g/cm^3$ به $3\ g/cm^3$ کاهش می‌یابد. ضریب انبساط خطی جسم جامد برحسب K^{-1} چند است؟** از کتاب درسی

۱) 10^{-4} ۲) 3×10^{-4} ۳) 10^{-5} ۴) 3×10^{-5}

گزینهٔ ۱

۸۶۶ B **۲**

روش اول: ابتدا رابطهٔ چگالی و دما را می‌نویسیم:

$$V_2=V_1(1+3\alpha\Delta\theta)\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\rho_2=\frac{\rho_1}{1+3\alpha\Delta\theta}$$

اگر بخواهیم رابطهٔ بین ρ_1 و ρ_2 را به‌دست آوریم، باید $\alpha\Delta\theta$ را محاسبه کنیم. پس از داده‌های مسئله استفاده می‌کنیم:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\xrightarrow{\Delta L=\frac{0/1}{100}L_1}\frac{0/1}{100}L_1=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow\alpha\Delta\theta=10^{-3}$$

اکنون $\alpha\Delta\theta$ را در رابطه چگالی قرار می‌دهیم:

$$\rho_2=\frac{\rho_1}{1+3\times10^{-3}}\Rightarrow\rho_2=\frac{\rho_1}{1/003}=0/997\rho_1\Rightarrow\Delta\rho=\rho_2-\rho_1=-0/003\rho_1\Rightarrow$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_1}=-0/003=-0/3\%$$

روش دوم: با توجه به رابطهٔ $\rho_2=\rho_1(1-\beta\Delta\theta)$ درصد تغییرات برابر است با:

درصد تغییرات چگالی: $\frac{\Delta\rho}{\rho_1}\times100=\frac{\rho_1(1-3\alpha\Delta\theta)-\rho_1}{\rho_1}\times100\Rightarrow$

درصد تغییرات چگالی $=-3\alpha\Delta\theta\times100=$ درصد تغییرات طول

درصد تغییرات طول برابر $0/1$ درصد است:

درصد تغییرات طول: $\frac{\Delta L}{L_1}\times100=(\alpha\Delta\theta)\times100=0/1$

درصد تغییرات چگالی: $-3\alpha\Delta\theta\times100=-3(\alpha\Delta\theta\times100)=-0/3$

بنابراین چگالی $0/3$ درصد کاهش یافته است.

بازی با سؤال **در اثر افزایش دما، چگالی میله‌ای n درصد کاهش می‌یابد، طول میله چند برابر می‌شود؟** آزمون مدارس برتر

۱) $\frac{n}{100}$ ۲) $\frac{n}{300}$ ۳) $1+\frac{n}{100}$ ۴) $1+\frac{n}{300}$

گزینهٔ ۴

۸۶۷ B **۳**

یکای ضریب انبساط طولی بر حسب دمای کلوین داده شده است، بنابراین تغییر دما را برحسب K یا $^\circ C$ به‌دست می‌آوریم:

$$F=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{5}{9}\times360=200^\circ C$$

به کمک رابطهٔ چگالی برحسب دما می‌توان نوشت:

$$\rho_2\simeq\rho_1(1-\beta\Delta T),\ \frac{\Delta\rho}{\rho_1}\simeq-\beta\Delta T,\ \beta=3\alpha=18\times10^{-5}K^{-1}$$

درصد تغییر چگالی $\simeq-\beta\Delta T\times100\simeq-(18\times10^{-5})\times(200)\times100\simeq-3/6\%$

۸۶۸ B **۳**

۱ چگالی جسم را در دمای $0^\circ C$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\rho=\frac{m}{V}\\ V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\times3\times1^3=4cm^3\end{cases}\Rightarrow\rho=\frac{44g}{4cm^3}\Rightarrow\rho=11\ g/cm^3$$

۲ تغییر چگالی برابر است با:

$$\rho_2=\rho_1(1-3\alpha\Delta\theta)\Rightarrow\rho_2=\rho_1-\rho_1(3\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\Delta\rho=-\rho_1(3\alpha)\Delta\theta$$

دقت کنید چون تغییر چگالی را بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب می‌خواهد، باید چگالی در دمای $0^\circ C$ را بر حسب kg/m^3 قرار دهیم:

$$\rho_1=11\ g/cm^3\times1000=11000\ kg/m^3$$

$$\Delta\rho=-\rho_1(3\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\Delta\rho=-11000\times(9\times10^{-5})\times100=-99\ kg/m^3$$

بنابراین چگالی جسم $99\ kg/m^3$ کاهش یافته است.

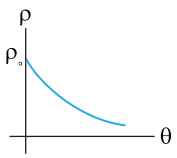
۸۶۹ B **۳**

یادآوری با توجه به رابطهٔ انبساط حجمی جامدات و تعریف چگالی می‌توان نوشت:

$$V_2=V_1(1+3\alpha\Delta\theta)$$

$$(\rho=\frac{m}{V},m=\text{ثابت})\Rightarrow\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{V_1}{V_2}$$

$$\Rightarrow\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{V_1}{V_1(1+3\alpha\Delta\theta)}\Rightarrow\rho_2=\frac{\rho_1}{1+3\alpha\Delta\theta}$$



اگر دمای اولیه $\theta=0$ باشد:

$$\rho=\frac{\rho_0}{1+3\alpha\Delta\theta},\quad\theta=0\Rightarrow\rho=\rho_0,\quad\theta\to\infty\Rightarrow\rho\to0$$

بازی با سؤال اگر از رابطهٔ $\rho_2=\rho_1(1-3\alpha\Delta\theta)$ استفاده می‌کردیم نمودار چگالی بر حسب دما چگونه می‌شد؟

۸۷۰ A ۲

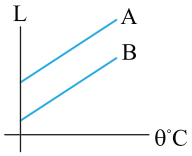
خط فکری با توجه به رابطهٔ $L=L_\circ(1+\alpha\Delta\theta)$ داریم:

عرض از مبدأ — شیب خط

$L=L_\circ\alpha\Delta\theta+L_\circ$

$y=nx+b$

پس در نمودار $L-\theta$، شیب خط برابر $L_\circ\alpha$ و عرض از مبدأ برابر $L_\circ$ است. به نمودار دقت کنید.

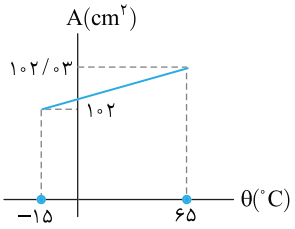


چون دو خط A و B با هم موازی‌اند، پس شیب دو خط برابر است با: $L_{\circ A}\alpha_A=L_{\circ B}\alpha_B$

طول اولیه A بزرگ‌تر از طول اولیهٔ B است، پس باید ضریب انبساط طولی A کوچک‌تر از ضریب انبساط طولی B باشد تا شیب خط‌ها با هم برابر شوند. $\alpha_A<\alpha_B$

۸۷۱ A ۳

خوب به شما یک تست نموداری داده‌ایم تا به شما بگوییم، این تست با یک تست معمولی که در آن مساحت سطح صفحه در دمای $-15^\circ C$ برابر $102cm^2$ و در دمای $65^\circ C$ برابر $102/03cm^2$ است، فرقی ندارد کافی است برای تغییر دمای $\Delta\theta=65-(-15)=80^\circ C$ و تغییر مساحت سطح $102/03-102=0/03cm^2$ رابطهٔ انبساط سطحی را بنویسیم. (در واقع تنها باید به نمودار خوب نگاه کنید و اطلاعات مورد نظر را از آن بیرون بکشید.)

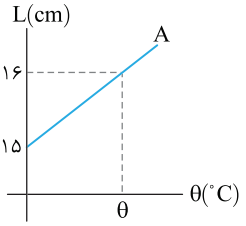


$\Delta A=A_1\gamma\Delta\theta\Rightarrow 0/03=102\times 2\alpha(80)\Rightarrow\alpha=1/84\times10^{-6}K^{-1}$

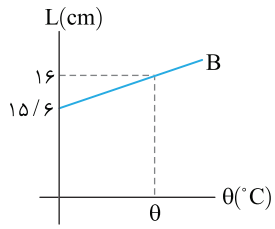
۸۷۲ B ۳

با توجه به نمودار با تغییر دما از صفر به θ، طول میلهٔ A به اندازهٔ $1cm$ افزایش می‌یابد:

$\Delta L_A=L_{\circ A}\alpha_A\Delta\theta\Rightarrow 1=15\alpha_A\theta \quad (I)$



حال با توجه به نمودار با تغییر دما از صفر به θ، طول میلهٔ B به اندازهٔ $0/4cm$ افزایش می‌یابد: $\Delta L_B=L_{\circ B}\alpha_B\Delta\theta\Rightarrow 0/4=15/6\alpha_B\theta \quad (II)$



حال دو معادلهٔ به‌دست آمده را برهم تقسیم می‌کنیم:

$\frac{1}{0/4}=\frac{15\alpha_A\theta}{15/6\alpha_B\theta}\Rightarrow\frac{10}{4}=\frac{5}{5/2}\times\frac{\alpha_A}{\alpha_B}\Rightarrow\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{52}{20}=\frac{13}{5}$

۸۷۳ B ۱

ضریب انبساط حجمی مایعات از ضریب انبساط حجمی جامدها بیشتر است. با توجه به سؤال حجم جسم جامد و مایع یکسان بوده و همچنین افزایش دماها یکسان است:

$\Delta V_{جامد}=V\beta_{جامد}\Delta\theta$

$\Delta V_{مایع}=V\beta_{مایع}\Delta\theta \xrightarrow{\beta_{مایع}>\beta_{جامد}} \Delta V_{مایع}>\Delta V_{جامد}$

۸۷۴ A ۴

انبساط تانکر ناچیز فرض شده است، بنابراین تنها انبساط مایع را حساب می‌کنیم:

$\Delta V=V_1\beta\Delta\theta \xrightarrow{\beta=10^{-3}K^{-1},V_1=4\times10^4L} \Delta V=4\times10^4\times10^{-3}\times25$

$\Rightarrow\Delta V=1000L$

در این صورت حجم نفت در محل تخلیه برابر است با:

$V_2=V_1+\Delta V\Rightarrow V_2=4\times10^4+10^3=41\times10^3L$

۸۷۵ A ۳

دقت کنید با توجه به افزایش چگالی، حجم مایع باید کاهش یافته باشد، در واقع دما کاهش یافته و تغییر دما منفی است.

$\Delta\rho=-\rho_1\beta\Delta\theta\Rightarrow 0/2=-4\beta\Delta\theta\Rightarrow\beta\Delta\theta=\frac{0/2}{-4}\Rightarrow\beta\Delta\theta=\frac{-1}{20}$

با توجه به مقدار $\beta\Delta\theta$ به‌دست آمده تغییر حجم مایع را به‌دست می‌آوریم. به دلیل آنکه تغییر حجم برحسب لیتر خواسته شده در رابطهٔ $\Delta V=V_1\beta\Delta\theta$، یکای حجم اولیه را برحسب لیتر قرار می‌دهیم: $\Delta V=V_1\beta\Delta\theta \xrightarrow{V_1=2000L} \Delta V=2000(\beta\Delta\theta)$

$\Rightarrow\Delta V=2000(\frac{-1}{20})=-100L$

۸۷۶ A ۲

خط فکری وقتی ظرفی از مایع پر شده باشد با توجه به اینکه ضریب انبساط حجمی مایع از ظرف بیشتر است، با افزایش دما حجم مایع بیشتر از حجم ظرف افزایش می‌یابد و این اختلاف در افزایش حجم باعث می‌شود مقداری مایع از ظرف سرریز شود.

ابتدا انبساط جیوه را به‌دست می آوریم:

$\Delta V_{جیوه}=V_1\beta\Delta\theta\Rightarrow\Delta V_{جیوه}=200\times1/8\times10^{-4}\times30\Rightarrow\Delta V_{جیوه}=1/08cm^3$

سپس انبساط ظرف را حساب می‌کنیم:

$\Delta V_{ظرف}=V_1(3\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\Delta V_{ظرف}=200\times3\times10^{-5}\times30=0/18cm^3$

در این صورت مقدار جیوه‌ای که بیرون می‌ریزد برابر تفاضل تغییر حجم جیوه و تغییر حجم ظرف، یعنی انبساط ظاهری جیوه است:

حجم جیوهٔ بیرون ریخته شده $=1/08-0/18=0/9cm^3$

میانبر اگر ظرفی به ضریب انبساط طولی α از مایعی با ضریب انبساط حجمی β پر شده باشد و با افزایش دما مقدار $\Delta V_{سرریز}$ مایع از ظرف سرریز شود، داریم:

$\Delta V_{سرریز}=V(\beta-3\alpha)\Delta\theta$

بازی با سؤال **در دمای صفر درجهٔ سلسیوس، حجم ظرفی شیشه‌ای توسط یک لیتر جیوه کاملاً پر شده است. هنگامی که دمای مجموعه را به $80^\circ C$ می‌رسانیم $12cm^3$ جیوه از ظرف خارج می‌شود. اگر ضریب انبساط حجمی جیوه $1/8\times10^{-4}K^{-1}$ باشد، ضریب انبساط خطی شیشه در SI کدام است؟** ریاضی - ۸۶

۱) $1/2\times10^{-4}$ ۲) 10^{-4} ۳) 10^{-5} ۴) 3×10^{-5}

گزینهٔ ۳

۸۷۷ B ۲

انبساط حجم ظرف − انبساط حجم گلیسرین = حجم گلیسرین سرریز شده

$\Delta V=V_1\beta\Delta\theta-V_1(3\alpha)\Delta\theta=V_1(\beta-3\alpha)\Delta\theta$

$\Delta V=500\times(5\times10^{-4}-3\times23\times10^{-6})\times(40-20)$

$\Delta V=500\times(5\times10^{-4}-0/69\times10^{-4})\times20$

$\Delta V=4/31cm^3\sim4/3cm^3$

بازی با سؤال ظرفی به گنجایش ۲ لیتر از مایعی پر شده است. اگر دمای مایع و ظرف را $80^\circ C$ کاهش دهیم، چند سانتی‌متر مکعب از ظرف خالی خواهد ماند؟

ریاضی - ۸۶

$(\beta_{\text{مایع}}=0/5\times10^{-3}K^{-1}, \alpha_{\text{ظرف}}=1/5\times10^{-5}K^{-1})$

۱) ۴۶/۴ ۲) ۷۲/۸ ۳) ۱۹۲۰ ۴) ۵۶/۷

گزینهٔ ۲

B ۸۷۸ ۳

باید افزایش حجم مایع برابر با افزایش حجم ظرف باشد، یعنی هر مقداری که حجم مایع افزایش یابد، حجم ظرف نیز همان مقدار افزایش یابد:

$$\Delta V'=\Delta V\Rightarrow V'\beta\Delta\theta=V(3\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\frac{V}{V'}=\frac{\beta}{3\alpha}$$

B ۸۷۹ ۳

خط فکری وقتی یک ظرف از مایع پر است و در اثر افزایش دما مقداری مایع سرریز می‌شود، حجم مقدار مایع سرریز شده برابر تفاضل انبساط مایع و انبساط ظرف است. انبساط ظرف − انبساط مایع = حجم مایع سرریز

با افزایش دما به اندازهٔ $40^\circ C$، حجم مایع سرریزی از ظرف A برابر $4mm^3$ است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_{A\ \text{سرریز}}=\Delta V_{\text{مایع}}-\Delta V_{\text{ظرف}}$$
$$4=V\times\beta\times40-V(3\alpha)\times40 \qquad (I)$$

حجم مایع سرریزی از ظرف B خواهد شد:

$$V_{B\ \text{سرریز}}=1/5V\times\beta\times40-1/5V\times3\alpha\times40$$
$$V_{B\ \text{سرریز}}=1/5(V\times\beta\times40-V\times3\alpha\times40) \qquad (II)$$

از رابطهٔ I را در رابطهٔ II جای‌گذاری می‌کنیم.

$$V_{B\ \text{سرریز}}=1/5\times4=6mm^3$$

میانبر تغییر دما، جنس ظرف و جنس یکسان است و تفاوت تنها در حجم ظرف‌ها $(V_B=1/5V_A)$ است و با توجه به رابطهٔ $\Delta V=V\beta\Delta\theta$ مشخص است که:

$$V_{B\ \text{سرریز}}=1/5V_{A\ \text{سرریز}}$$

B ۸۸۰ ۲

راه حل اول: ظرف از مایع پرشده و ظرف و مایع دارای حجم یکسانی هستند، ابتدا با توجه به جرم و چگالی مایع، حجم را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow V=\frac{400}{0/5}\Rightarrow V=800cm^3$$

با افزایش دما، حجم ظرف ثابت می‌ماند بنابراین حجم مایع درون ظرف در دمای $80^\circ C$ نیز همچنان $800cm^3$ است، اما چگالی مایع در حال تغییر است، بنابراین چگالی در دمای $80^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$\rho_2=\rho_1(1-\beta\Delta\theta)\Rightarrow\rho_2=0/5(1-2\times10^{-3}\times50)\Rightarrow\rho_2=0/45g/cm^3$$

حجم مایع درون ظرف $800cm^3$ و چگالی مایع $0/45g/cm^3$ است بنابراین جرم مایع درون ظرف برابر است با:

$$\rho_2=\frac{m_2}{V}\Rightarrow m_2=\rho_2V\Rightarrow m_2=0/45\times800=360g$$

راه حل دوم: ظرف از مایع پر شده بنابراین حجم ظرف و مایع با هم برابر است. ضریب انبساط طولی ظرف ناچیز بوده و حجم ظرف ثابت است، بنابراین حجم مایع درون ظرف نیز در دمای $30^\circ C$ و $80^\circ C$ یکسان و برابر حجم ظرف است:

$$V_1=V_2\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\frac{m_1}{\rho_1}=\frac{m_2}{\rho_2}\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}$$

با توجه به رابطهٔ تقریبی تغییر چگالی $\rho_2=\rho_1(1-\beta\Delta\theta)$ و اینکه جرم مایع در ابتدا $400g$ بوده می‌توان نوشت:

$$\frac{m_2}{400}=\frac{\rho_1(1-\beta\Delta\theta)}{\rho_1}\Rightarrow\frac{m_2}{400}=1-2\times10^{-3}\times50\Rightarrow\frac{m_2}{400}=0/9\Rightarrow m_2=360g$$

B ۸۸۱ ۱

از انبساط ظرف، صرف نظر شده است؛ بنابراین، بنزین برای سرریزی، باید به اندازهٔ فضای خالی ظرف منبسط شود.

$$V_1=A\times5m^3$$

$$\Delta V=V_1\beta\Delta\theta\Rightarrow A\times\frac{25}{100}=A\times5\times10^{-3}\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=50^\circ C$$

دمای اولیهٔ بنزین را حساب می‌کنیم:

$$T=273+\theta\Rightarrow263=273+\theta\Rightarrow\theta=-10^\circ C$$

دمای نهایی بنزین را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\theta=\theta_2-\theta_1\Rightarrow50=\theta_2-(-10)\Rightarrow\theta_2=40^\circ C$$

یکای دما را به فارنهایت تبدیل می‌کنیم.

$$F=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow F=\frac{9}{5}\times40+32\Rightarrow F=104^\circ F$$

B ۸۸۲ ۴

خط فکری از انبساط ظرف چشم‌پوشی شده است. بنابراین تمام انبساط مایع به صورت افزایش ارتفاع آن خواهد بود. یعنی مساحت سطح مقطع استوانه در دو حالت A و حجم بنزین ابتدا $V_1=Ah_1$ و در نهایت $V_2=Ah_2$ خواهد بود.

۱ حجم اولیهٔ بنزین برابر است با: $V_1=Ah_1$

۲ حجم ثانویهٔ بنزین خواهد شد:

$$V_2=V_1(1+\beta\Delta\theta)\Rightarrow Ah_2=Ah_1(1+\beta\theta)\Rightarrow h_2=h_1(1+\beta\theta)\Rightarrow\frac{h_2}{h_1}=1+\beta\theta$$

B ۸۸۳ ۲

انبساط حجمی ظرف‌ها ناچیز است، بنابراین مساحت مقطع ظرف‌ها با افزایش دما تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند. برای آنکه اختلاف ارتفاع مایع‌ها یکسان باشد، با افزایش دما هر دو مایع باید به یک اندازه در ظرف بالا بیایند، ظرف‌های A و B مشابه‌اند پس تغییر حجم آن‌ها یکسان خواهد بود:

$$\Delta V_A=\Delta V_B\xrightarrow{\Delta V=V\beta\Delta\theta}V_A\beta_A\Delta\theta=V_B\beta_B\Delta\theta\Rightarrow\frac{V_B}{V_A}=\frac{\beta_A}{\beta_B}$$

حجم مایع A برابر است با: $V_A=Ah_A$

حجم مایع B برابر است با: $V_B=Ah_B$

حجم‌های به‌دست آمده را در معادله جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{Ah_B}{Ah_A}=\frac{\beta_A}{\beta_A}\Rightarrow\frac{h_B}{h_A}=\frac{\beta_A}{\beta_B}$$

نکته در یک ظرف با انبساط ناچیز افزایش ارتفاع مایع درون آن با تغییر دما از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید: $\Delta h=h_1\beta\Delta\theta$

B ۸۸۴ ۳

خط فکری در این نوع مسائل که دربارهٔ انبساط آب پرسیده می‌شود، همواره باید به انبساط غیر عادی آب در محدودهٔ $4^\circ C$ تا $0^\circ C$ توجه کرد. در دمای $4^\circ C$ حجم مقدار معینی آب کمینه و چگالی آب بیشینه است و توجه به این رفتار در پاسخگویی به مسئله لازم است.

به دلیل انبساط غیرعادی آب، چگالی مقدار معینی آب $4^\circ C$ بیشینه مقدار چگالی است و در روزهای سرد، آب $4^\circ C$ در دریاچه و آب‌گیرها ته‌نشین می‌شود، از این‌رو آب $0^\circ C$ که در سطح بالای دریاچه است، شروع به یخ زدن می‌کند و به مرور بر ضخامت آن افزوده می‌شود، اما آهنگ افزایش ضخامت یخ کاهش می‌یابد زیرا یخ نارساناست و انتقال گرما از آب به هوا کندتر صورت می‌گیرد و یخ زدن آب با آهنگ کندتری انجام می‌شود.

بازی با سؤال حجم آب از دمای $0^\circ C$ تا ..... کاهش می‌یابد.

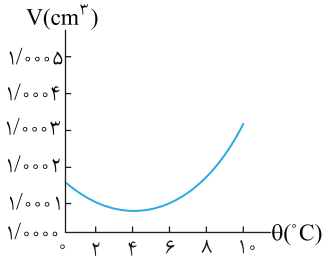
۱) $4^\circ C$ ۲) $277K$

۳) $39/2^\circ F$ ۴) هر سه گزینه درست است.

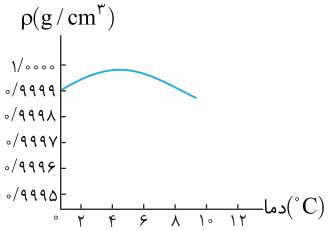
گزینهٔ ۴

B ۲ ۸۸۵

خط فکری باید به انبساط غیرعادی آب فکر کنیم، هرگاه دمای آب از ۰ تا $4^\circ C$ افزایش یابد، حجم آن به‌طور غیرعادی کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد و با افزایش دما از $4^\circ C$ به بالاتر، حجم آب به‌طور عادی افزایش و چگالی آن کاهش می‌یابد. در نتیجه حجم مقدار معینی آب در دمای $4^\circ C$ کمترین مقدار و چگالی آن بیشترین مقدار است.



(الف) تغییرات حجم آب (شیرین) با دما



(ب) تغییرات چگالی آب (شیرین) با دما

A ۲ ۸۸۶

در بازهٔ $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ آب رفتار غیرعادی دارد و با افزایش دمای آب از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ حجم آب کاهش می‌یابد.

با افزایش دما آب ظرف A لبریز شده است بنابراین حجم آب افزایش یافته یعنی دمای آب بالای $4^\circ C$ $(\theta_1 > 4^\circ C)$ است. ارتفاع آب در ظرف B کاهش یافته است بنابراین دمای ظرف B از $4^\circ C$ کمتر است $(\theta_2 < 4^\circ C)$.

B ۲ ۸۸۷

فشار وارد بر کف ظرف تغییر نمی‌کند، زیرا فشار وارد بر ته ظرف $P=\rho gh+P_0$ است که این رابطه از $P=\frac{W}{A}+P_0$ به‌دست آمده است که هیچ کدام از عوامل تغییر نکرده‌اند؛ (انبساط ظرف ناچیز است) دقت کنید که با وجود این‌که جیوه منبسط شده و ارتفاع آن زیاد می‌شود؛ اما چگالی آن نیز تغییر کرده و کم می‌شود و این دو تغییر اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند. (تبخیر صورت نگرفته و وزن جیوه ثابت مانده است.)

B ۳ ۸۸۸

خط فکری دقت کنید چون ظرف استوانه‌ای است پس فشار وارد بر کف ظرف را از رابطهٔ $\frac{(mg)_{\text{آب}}}{A_{\text{کف ظرف}}}$ و نیروی وارد بر کف ظرف را نیز می‌توان از رابطهٔ $(mg)_{\text{آب}}$ به‌دست آورد. دقت کنید دلیل استفاده از این دو رابطه این است که با تغییر دمای آب جرم آب ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند اما با کاهش یا افزایش دما چگالی و ارتفاع مایع هر دو تغییر می‌کند. مثلاً در این سؤال با کاهش دما، حجم و ارتفاع آب کاهش و چگالی آب افزایش می‌یابد، بنابراین از رابطهٔ $P=\rho gh$ نمی‌توان سؤال را حل کرد.

۱ بررسی تغییر فشار:

$$P=\frac{(mg)_{\text{آب}}}{A_{\text{کف ظرف}}} \xrightarrow[\text{کاهش: کف ظرف A ، ثابت m:}]{\text{دما کاهش یافته}} \text{افزایش می‌یابد: } P$$

۲ نیروی وارد بر کف ظرف: نیروی وارد بر کف ظرف برابر mg است که با تغییر دما ثابت می‌ماند.

B ۱ ۸۸۹

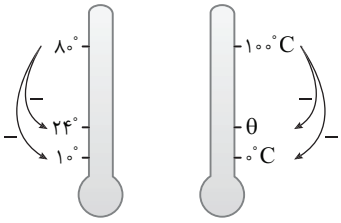
خط فکری مقدار فرورفتگی یک جسم شناور در مایع به چگالی مایع بستگی دارد یعنی هر چه چگالی مایع بیشتر باشد فرورفتگی جسم شناور در مایع کمتر خواهد بود.

با افزایش دمای آب از $50^\circ C$ تا $65^\circ C$ حجم آب افزایش و در نتیجه چگالی آن کاهش می‌یابد و با کاهش چگالی مایع، مقدار فرورفتگی قطعه چوب در مایع افزایش می‌یابد.

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۲ ۸۹۰

ابتدا به‌دست می‌آوریم که 24° این دماسنج چند درجهٔ سلسیوس است.



$$\frac{100-\theta}{100-0}=\frac{80-24}{80-10}\Rightarrow$$

$$\frac{100-\theta}{100}=\frac{56}{70}\Rightarrow$$

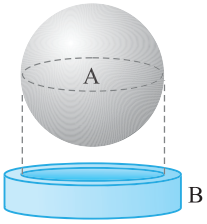
$$100-\theta=80\Rightarrow\theta=20^\circ C$$

بنابراین دما از $0^\circ C$ به $20^\circ C$ افزایش یافته و مقدار انبساط میله برابر است با:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow 4=L_1\times 2/5\times 10^{-5}\times 20\Rightarrow L_1=8\times 10^3\,mm=8m$$

B ۲ ۸۹۱

برای اینکه گلوله بتواند از حلقه عبور کند باید طول قطر بیرونی گلوله و طول قطر درونی حلقه یکی شود و می‌دانیم انبساط قطر از نوع انبساط طولی است. از این‌رو:



$$L_{2A}=L_{2B}$$

$$\Rightarrow d_A(1+\alpha_A\Delta\theta)=d_B(1+\alpha_B\Delta\theta)$$

$$\Rightarrow d_A+d_A\alpha_A\Delta\theta=d_B+d_B\alpha_B\Delta\theta$$

$$\Rightarrow d_A-d_B=\Delta\theta(d_B\alpha_B-d_A\alpha_A)$$

با توجه به سؤال $\rightarrow d_A-d_B=0/002$

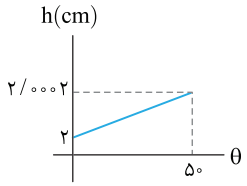
$$0/002=\Delta\theta(1\times 6/004\times 10^{-6}-1/002\times 2\times 10^{-6})$$

$$\Rightarrow 0/002=\Delta\theta(6/004\times 10^{-6}-2/004\times 10^{-6})\Rightarrow 0/002=\Delta\theta\,(4\times 10^{-6})$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=500^\circ C\Rightarrow\theta_2-\theta_1=500\Rightarrow\theta_2-10=500\Rightarrow\theta_2=510^\circ C$$

C ۳ ۸۹۲

خط فکری از روی نمودار ارتفاع اولیه و شعاع اولیه استوانه را به‌دست می‌آوریم. سپس تغییر ارتفاع در اثر $50^\circ C$ افزایش دما را مشخص می‌کنیم تا بتوانیم به کمک آن ضریب انبساط طولی این استوانه را به‌دست آوریم.



۱ ارتفاع اولیه $h=2cm$ است و چون قطر سطح مقطع استوانه برابر ارتفاع آن است بنابراین قطر سطح مقطع استوانه $2cm$ و شعاع آن $\frac{2}{2}=1cm$ است.

۲ تغییر ارتفاع با توجه به نمودار $\Delta h=2/0002-2=0/0002cm$ است به کمک رابطهٔ انبساط طولی، ضریب انبساط طولی خواهد شد:

$$\Delta h=h_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow 0/0002=2\times\alpha\times 50\Rightarrow\alpha=2\times 10^{-6}\ ^\circ C^{-1}$$

۳ ضریب انبساط حجمی استوانه برابر است با:

$$\beta=3\alpha\Rightarrow\beta=3\times 2\times 10^{-6}=6\times 10^{-6}\ ^\circ C^{-1}$$

۴ اکنون تغییر حجم استوانه قابل محاسبه است.

$$\Delta V=V_1\times\beta\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta V=(\pi r_1^2h_1)\times\beta\times\Delta\theta$$

$$\Delta V=(3\times 1\times 2)\times 6\times 10^{-6}\times 50$$

$$\Delta V=1/8\times 10^{-3}\,cm^3=1/8\times 10^{-3}\times 10^3\,mm^3=1/8mm^3$$

میانبر

$$\begin{cases}\Delta h=h\times\alpha\times\Delta\theta\\ \Delta r=r\times\alpha\times\Delta\theta\end{cases}\Rightarrow\frac{\Delta h}{\Delta r}=\frac{h}{r}=2\Rightarrow\Delta r=\frac{\Delta h}{2}=0/001cm$$

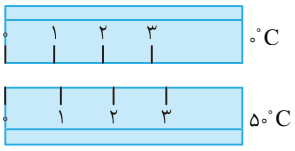
تغییر حجم برابر است با:

$$\Delta V=V_2-V_1=\pi r_2^2h_2-\pi r_1^2h_1=\pi(r_2^2h_2-r_1^2h_1)=1/8\,mm^3$$

۸۹۳ **۱** **B**

افزایش طول میز در اثر افزایش دما، ناچیز فرض شده است. اما در اثر افزایش دما، فاصلهٔ درجه‌بندی خط‌کش افزایش می‌یابد و طول میز را از طول واقعی آن کمتر نشان می‌دهد بنابراین:

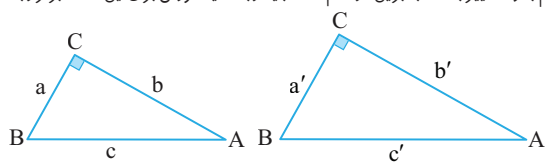
$$\frac{\Delta L}{L_1}\times ۱۰۰=\frac{L_1\alpha\Delta\theta}{L_1}\times ۱۰۰=۲\times ۱۰^{-۵}\times ۵۰\times ۱۰۰=۰/۱٪$$



در واقع در این دما فاصلهٔ بین درجه‌بندی‌های خط‌کش افزایش می‌یابد، بنابراین خط‌کش در دمای $۵۰^\circ C$ طول میز را کمتر نشان می‌دهد، در واقع طول واقعی میز از طول اندازه‌گیری شده ۰/۱٪ بیشتر است.

۸۹۴ **۳** **C**

خط فکری وقتی می‌خواهیم زاویهٔ قائمه (راست) تغییر نکند، یعنی بعد از تغییر دما شکل جسم بدون تغییر بماند. بنابراین در تمام دماها باید رابطهٔ فیثاغورس برای این مثلث برقرار باشد.



راه‌حل اول: بنابر رابطهٔ فیثاغورس داریم: $a^۲+b^۲=c^۲$

همچنین در دمای $\theta_۲$ در اثر تغییر دما طول اضلاع خواهد شد:

$$a'=a(۱+\alpha\Delta\theta),b'=b(۱+\alpha\Delta\theta),c'=c(۱+\alpha_c\Delta\theta)$$

چون در هر دمایی زاویهٔ بین a و b برابر ۹۰° است، یعنی بین اضلاع رابطهٔ فیثاغورس برقرار است.

$$a'^۲+b'^۲=c'^۲$$

$$a^۲(۱+\alpha\Delta\theta)^۲+b^۲(۱+\alpha\Delta\theta)^۲=c^۲(۱+\alpha_c\Delta\theta)^۲\Rightarrow$$

$$(۱+\alpha\Delta\theta)^۲(a^۲+b^۲)=c^۲(۱+\alpha_c\Delta\theta)^۲\xrightarrow{a^۲+b^۲=c^۲}$$

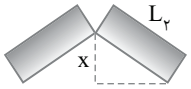
$$(۱+\alpha\Delta\theta)^۲=(۱+\alpha_c\Delta\theta)^۲\Rightarrow\alpha_c=\alpha\Rightarrow\frac{\alpha_c}{\alpha}=۱$$

راه‌حل دوم: برای آنکه زاویه قائمه بماند باید تمام اضلاع با نسبت یکسانی تغییر کنند یعنی $\frac{c}{c'}=\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\Rightarrow\frac{c}{c(۱+\alpha_c\Delta\theta)}=\frac{a}{a(۱+\alpha\Delta\theta)}=\frac{b}{b(۱+\alpha\Delta\theta)}\Rightarrow\alpha_C=\alpha$

۸۹۵ **۱** **C**

خط فکری چرا در اثر افزایش دما از قسمت شکاف وسط میله، میله به سمت بالا حرکت کرده است؟ خُب علت آن، انبساط طولی میله است که در اثر انبساط و افزایش طول راهی به جز تغییر شکل نداشته است.

طول اولیهٔ هر قسمت را $L_۱$ و طول ثانویه را $L_۲$ می‌نامیم. با توجه به شکل و قضیهٔ فیثاغورس:



$$L_۲^۲=x^۲+L_۱^۲\Rightarrow x^۲=L_۲^۲-L_۱^۲$$

$$\Rightarrow x^۲=L_۱^۲(۱+\alpha\Delta\theta)^۲-L_۱^۲$$

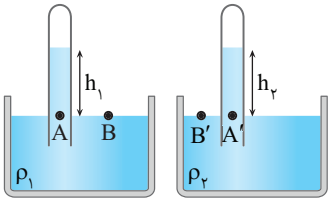
$$x^۲=L_۱^۲(۱+\alpha^۲\Delta\theta^۲+۲\alpha\Delta\theta)-L_۱^۲$$

چون α از مرتبهٔ $۱۰^{-۶}$ است، وقتی به توان ۲ می‌رسد از مرتبهٔ $۱۰^{-۱۲}$ می‌شود و در مقایسه با $\alpha\Delta\theta$ بسیار کوچک شده و در مقابل $\alpha\Delta\theta$ قابل چشم‌پوشی است:

$$x^۲=۲L_۱^۲\alpha\Delta\theta=۲\times ۲۰۰^۲\times ۲۵\times ۱۰^{-۶}\times ۳۲=۶۴\Rightarrow x=۸cm$$

۸۹۶ **۳** **C**

با توجه به آنچه از فصل فشار یاد گرفته‌ایم فشار نقاط A و B، همچنین A' و B' با هم برابر است:



$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_۱gh_۱=P_۰$$

$$P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow\rho_۲gh_۲=P_۰$$

بنابراین:

$$\rho_۱gh_۱=\rho_۲gh_۲\Rightarrow\frac{h_۲}{h_۱}=\frac{\rho_۱}{\rho_۲}$$

حال با توجه به رابطهٔ دمایی چگالی $\rho_۲=\rho_۱(۱-\beta\Delta\theta)$ داریم:

$$\frac{h_۲}{h_۱}=\frac{\rho_۱}{\rho_۱(۱-\beta\Delta\theta)}=\frac{۱}{۱-\beta\Delta\theta}$$

مزدوج مخرج را در صورت و مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\frac{h_۲}{h_۱}=\frac{۱}{۱-\beta\Delta\theta}\times\frac{۱+\beta\Delta\theta}{۱+\beta\Delta\theta}\Rightarrow\frac{h_۲}{h_۱}=\frac{۱+\beta\Delta\theta}{۱-(\beta\Delta\theta)^۲}\xrightarrow{(\beta\Delta\theta)^۲\sim ۰}\frac{h_۲}{h_۱}\simeq ۱+\beta\Delta\theta$$

۸۹۷ **۱** **B**

حجم اولیه دو مایع یکسان است $V_۱=V_۲$ و افزایش حجم مخلوط دو مایع در اثر افزایش دما برابر مجموع انبساط حجمی دو مایع است. با این اطلاعات می‌توان $V_۱$ را به‌دست آورد.

$$\Delta V=\Delta V_۱+\Delta V_۲\xrightarrow{\Delta V=V\beta\Delta\theta}۲/۷=V_۱\beta_۱\Delta\theta+V_۲\beta_۲\Delta\theta\xrightarrow{V_۱=V_۲}$$

$$۲/۷=V_۱\times ۵۰(۱/۲\times ۱۰^{-۳}+۱/۵\times ۱۰^{-۳})\Rightarrow V_۱=\frac{۲/۷}{۵۰\times ۲/۷\times ۱۰^{-۳}}=۲۰cm^۳$$

حال با مشخص شدن حجم اولیهٔ مایع (۱)، حجم ثانویهٔ آن را در دمای $۲۰^\circ C$ به‌دست می‌آوریم: $V_۱'=V_۱(۱+\beta_۱\Delta\theta)=۲۰(۱+۱/۲\times ۱۰^{-۳}\times ۲۰)=۲۰/۴۸cm^۳$

۸۹۸ **۴** **B**

خط فکری در حل این مسئله دقت کنید که بخشی از ظرف خالی است. برای حل آن ابتدا باید حجم ثانویه آب و حجم ثانویه ظرف را حساب کنید، سپس تفاضل آن‌ها را برابر ۵۰L قرار دهید.

۱ حجم ظرف $۱m^۳$ و افزایش دما $۸۰^\circ C$ بنابراین حجم ثانویه ظرف خواهد شد:

$$V_۲=V_۱(۱+۳\alpha\Delta\theta)\Rightarrow V_{۲\,\text{ظرف}}=۱(۱+۳\times ۵\times ۱۰^{-۶}\times ۸۰)$$

$$\Rightarrow V_{۲\,\text{ظرف}}=(۱+۰/۰۰۱۲)=۱/۰۰۱۲m^۳=۱۰۰۱/۲L$$

۲ حجم ثانویهٔ مایع را برحسب β حساب می‌کنیم. حجم اولیهٔ مایع $\frac{۹}{۱۰}$ حجم اولیهٔ ظرف یعنی $\frac{۹}{۱۰}m^۳$ است.

$$V_{۲\,\text{مایع}}=V_{۱\,\text{مایع}}(۱+\beta\Delta\theta)\Rightarrow V_{۲\,\text{مایع}}=\frac{۹}{۱۰}(۱+\beta\times ۸۰)=\frac{۹}{۱۰}+۷۲\beta\Rightarrow$$

$$V_{۲\,\text{مایع}}=(\frac{۹}{۱۰}+۷۲\beta)\times ۱۰^۳L$$

۳ تفاضل حجم ثانویهٔ مایع و حجم ثانویهٔ ظرف را برابر ۵۰L قرار می‌دهیم.

$$V_{۲\,\text{مایع}}-V_{۲\,\text{ظرف}}=۵۰\Rightarrow(\frac{۹}{۱۰}+۷۲\beta)\times ۱۰^۳-۱۰۰۱/۲=۵۰$$

$$۹۰۰+۷۲۰۰۰\beta-۱۰۰۱/۲=۵۰\Rightarrow۷۲۰۰۰\beta-۱۰۱/۲=۵۰$$

$$۷۲۰۰۰\beta=۱۵۱/۲\Rightarrow\beta=۲/۱\times ۱۰^{-۳}K^{-۱}$$

بازی با سؤال **درون ظرفی به حجم $۵۰cm^۳$، مقدار $۴۹/۲۵cm^۳$ مایع وجود دارد. حداکثر دمای ظرف را چند درجهٔ سلسیوس افزایش دهیم تا مایع از ظرف سرریز نشود؟** $(\beta_{\text{مایع}}=۱۰^{-۳}K^{-۱},\alpha_{\text{ظرف}}=\frac{۲/۵}{۳}\times ۱۰^{-۵}K^{-۱})$

۱) ۱۶/۲۵ ۲) ۱۵/۲۵ ۳) ۱۵/۶۲۵ ۴) ۱۶/۶۲۵

گزینهٔ ۳

۸۹۹ **۲** **C**

در ابتدا حجم مایع درون ظرف برابر $V=Ah$ است، بنابراین $h=\frac{V}{A}$ می‌شود.

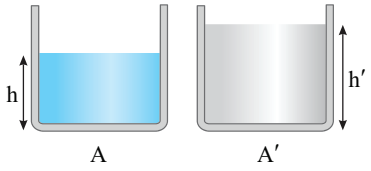
پس از افزایش دما حجم مایع درون ظرف $V'=A'h'$ است، بنابراین $h'=\frac{V'}{A'}$ که در آن V' حجم مایع درون ظرف و A' مساحت سطح مقطع ظرف است. با توجه به رابطهٔ انبساط حجمی مایع $V'=V(۱+\beta\Delta\theta)$ و رابطهٔ انبساط سطحی کف ظرف $A'=A(۱+۲\alpha\Delta\theta)$ می‌توان نوشت.

$$h'=\frac{V(۱+\beta\Delta\theta)}{A(۱+۲\alpha\Delta\theta)}\xrightarrow{h=\frac{V}{A}}h'=h(\frac{۱+\beta\Delta\theta}{۱+۲\alpha\Delta\theta})\Rightarrow\frac{h'}{h}=\frac{۱+\beta\Delta\theta}{۱+۲\alpha\Delta\theta}$$

با توجه به فرض مسئله $h'=1/05h$ است بنابراین:

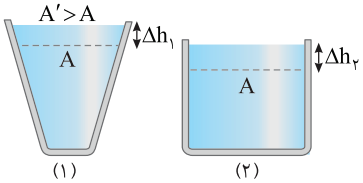
$$1/05=\frac{1+3/55\times10^{-4}\Delta\theta}{1+2\times5\times10^{-5}\Delta\theta}\Rightarrow1/05+1/05\times10^{-4}\Delta\theta=1+3/55\times10^{-4}\Delta\theta$$

$$0/05=2/5\times10^{-4}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{0/05}{2/5\times10^{-4}}\Rightarrow\Delta\theta=200^\circ C=200K$$



B ۲ ۹۰۰

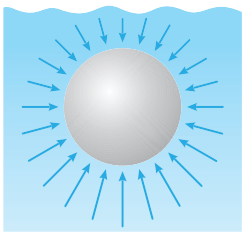
مقدار مایع در دو طرف یکسان است و سطح مقطع بالایی مایع‌ها در دو ظرف یکی است. با افزایش دما مقدار انبساط دو مایع برابر است: $\Delta V_1=\Delta V_2$



سطح مقطع ظرف (۲) ثابت است و افزایش ارتفاع آب برابر $\Delta h_2=\frac{\Delta V_2}{A}$ می‌باشد. اما در ظرف (۱) هرچه مایع بالاتر می‌رود سطح مقطع بزرگ‌تر بوده و با تغییر حجم یکسان، افزایش ارتفاع کمتر است بنابراین $\Delta h_1<\Delta h_2$ می‌شود. اما نکتهٔ مهم این است که در ظرف شمارهٔ (۲) با توجه به تعریف اساسی فشار $P_2=\frac{W}{A}$ با ثابت بودن W و A، فشار در اثر افزایش دما ثابت می‌ماند. یعنی $\Delta P_2=0$ است. در واقع افزایش حجم مایع سبب کاهش چگالی به همان نسبت می‌شود و د رابطهٔ $P_2=\rho gh$ ، P_2 ثابت می‌ماند و $\Delta P_2=0$ می‌شود. در ظرف (۱) تغییر چگالی با ظرف (۲) یکسان است اما $\Delta h_1<\Delta h_2$ بوده بنابراین فشار در ظرف (۲) کاهش می‌یابد و $\Delta P_1<0$ خواهد بود بنابراین $\Delta P_2>\Delta P_1$ می‌شود.

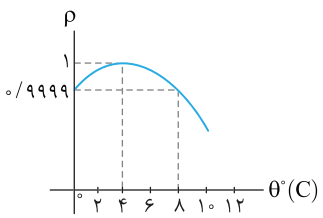
C ۲ ۹۰۱

خط فکری با توجه به شکل، فشار وارد بر سطح بالایی جسم از فشار بر سطح پایینی جسم کمتر است و همین اختلاف فشار $(\Delta P=\rho g\Delta h)$ سبب ایجاد نیروی شناوری می‌شود بنابراین نیروی شناوری به چگالی مایع بستگی دارد و هرچه چگالی مایع بیشتر باشد، نیروی شناوری بزرگ‌تر است.



خط فکری با تغییر دمای آب از ۰ تا $4^\circ C$ حجم آب کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد و با تغییر دمای آب از $4^\circ C$ به بالاتر حجم آب افزایش و چگالی آن کاهش می‌یابد.

خط فکری با توجه به نمودار تغییرات چگالی برحسب دما، در دمای $0^\circ C$ و $8^\circ C$ تقریباً چگالی آب یکسان است. در دمای صفر جسم غوطه‌ور است بنابراین نیروی شناوری و نیروی وزن با هم برابر است. با افزایش دما از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ چگالی آب افزایش می‌یابد و نیروی شناوری بیشتر می‌شود در نتیجه جسم شروع به بالا رفتن می‌کند. اما با افزایش دما پس از دمای تقریباً $8^\circ C$ چگالی آب از چگالی آب صفر درجه کمتر می‌شود پس نیروی شناوری از وزن کمتر شده و پس از مدتی جسم در دمای بالایی $8^\circ C$ شروع به پایین آمدن می‌کند.



C ۳ ۹۰۲

ابتدا به بررسی ارتفاع h می‌پردازیم:

آب دارای انبساط غیرعادی است و وقتی دمای آب از $80^\circ C$ به $4^\circ C$ می‌رسد حجم آب و حجم ظرف کم می‌شود. البته کاهش حجم آب از کاهش حجم ظرفش بیشتر است زیرا $\beta_{آب}>\beta_{ظرف}$ است بنابراین h کاهش می‌یابد. اما از $4^\circ C$ به $2^\circ C$ انبساط غیرعادی آب شروع می‌شود و آب منبسط شده و ارتفاع آب کمی افزایش می‌یابد. پس h ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

فشار وارد بر کف ظرف:

بنا به تعریف فشار $P=\frac{F}{A}$ ، فشار وارد بر کف ظرف توسط آب برابر $P=\frac{W}{A}$ است که در آن وزن آب (W) ثابت است اما چون ظرف سرد شده مساحت سطح مقطع کف ظرف اندکی کاهش می‌یابد بنابراین فشار وارد بر کف ظرف اندکی افزایش می‌یابد

ثابت ↑ $P=\frac{W}{A\downarrow}$

عددی که ترازو نشان می‌دهد چیزی به جز وزن ظرف و آب درون آن نیست $(a=W_{ظرف}+W_{آب})$ که هر دو ثابت است، بنابراین a ثابت است.

B ۴ ۹۰۳

در صورت این تست المپیاد فیزیک کشوری، مایع درون دماسنج مشخص نیست. در صورتی که مایع درون دماسنج آب خالص باشد و دمای محیط $4^\circ C$ باشد، اگر دمای محیط افزایش یابد، ارتفاع آب درون دماسنج زیاد می‌شود و اگر دمای محیط کاهش یابد، ارتفاع آب درون دماسنج باز هم زیاد می‌شود در واقع این امکان وجود دارد که ارتفاع آب درون دماسنج بالا برود و مقابل یک دما بایستد اما مشخص نیست که دما بالای $4^\circ C$ یا زیر $4^\circ C$ است. همین امر نیز سبب می‌گردد فاصلهٔ درجه‌ها در این دماسنج یکسان نباشد که علت این پدیده انبساط غیرعادی آب از $4^\circ C$ تا $0^\circ C$ است.

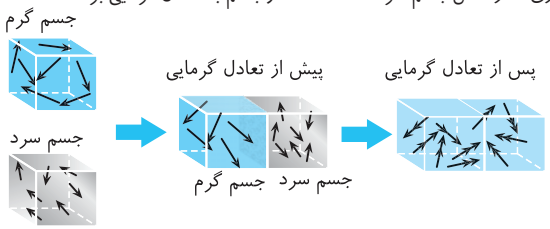
پنجره ۳

A ۲ ۹۰۴

گرما به صورت نوعی انرژی تعریف شده است که از محل با دمای بالاتر به محل با دمای پایین‌تر شارش می‌یابد.

B ۴ ۹۰۵

وقتی دو جسم سرد و گرم در تماس با یکدیگر قرار می‌گیرند، از دیدگاه میکروسکوپی، آنچه که اتفاق می‌افتد کاهش انرژی‌های پتانسیل و جنبشی مربوط به حرکت‌های کاتوره‌ای اتم‌ها، مولکول‌ها و سایر اجزای میکروسکوپی داخل جسم گرم و افزایش همین انرژی‌ها در داخل جسم سرد است تا آنکه دو جسم به تعادل گرمایی برسند.



A ۳ ۹۰۶

گرمای ویژهٔ آب از سایر مواد بیشتر است. این نشان می‌دهد که وقتی یک کیلوگرم آب به اندازهٔ $1^\circ C$ تغییر دما دهد، در مقایسه با سایر مواد، گرمای بیشتری با محیط اطراف خود مبادله می‌کند. از این خاصیت آب برای گرم کردن فضای خانه‌ها به وسیلهٔ شوفاژ استفاده می‌شود.

بازی با سوال ..... **آب از سایر مواد بیشتر است، بنابراین وقتی یک کیلوگرم آب به اندازهٔ یک درجه سلسیوس تغییر دما می‌دهد، در مقایسه با سایر مواد، گرمای** ..... **با محیط اطراف خود مبادله می‌کند که** ..... **به دلیل همین ویژگی آب است.**

۱) ظرفیت گرمایی - بیشتری - یخ زدن سطح دریاچه‌ها در زمستان

۲) گرمای ویژه - بیشتری - استفاده از آب در رادیاتور ماشین

۳) ظرفیت گرمایی - کمتری - استفاده از آب در رادیاتور ماشین

۴) گرمای ویژه - کمتری - یخ زدن سطح دریاچه‌ها در زمستان

گزینهٔ ۲

A ۹۰۷ | ۱

خط فکری گرمای ویژه به جنس جسم و دمای آن بستگی دارد. ظرفیت گرمایی به جنس و جرم جسم بستگی دارد.

ظرفیت گرمایی جسم یعنی $C=mc$ که در آن c گرمای ویژه و m جرم جسم است، گرمای ویژهٔ یک جسم مقدار ثابتی است. بنابراین اگر جرم جسم نصف شود، ظرفیت گرمایی آن نصف می‌شود اما گرمای ویژه آن ثابت است.

A ۹۰۸ | ۱

دقت کنید که گرمای ویژه به جنس ماده بستگی دارد، بنابراین به کمک رابطهٔ گرما، گرمای ویژهٔ جسم را حساب می‌کنیم و با مراجعه به جدول جنس جسم را مشخص کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow[m=۴kg]{Q=۲۵/۶kJ,\Delta\theta=۷۰-۲۰=۵۰^\circ C} ۲۵۶۰۰=۴\times c\times ۵۰$$

$$\Rightarrow c=۱۲۸J/kgK$$

بنابراین فلز مورد نظر سرب است.

B ۹۰۹ | ۱

خط فکری در رابطهٔ گرماسنجی $Q=mc\Delta\theta$ هر گاه جسم گرما بگیرد، Q مثبت و دمای جسم افزایش یافته و هر گاه جسم گرما از دست بدهد، Q منفی و دمای جسم کاهش یافته است.

با نوشتن رابطهٔ گرما، مسئله قابل حل است. البته گرما را در رابطه با علامت منفی قرار می‌دهیم، زیرا جسم گرما از دست داده است:

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow[\theta_۱=۵۰^\circ C,c=۴۰۰J/kg^\circ C]{Q=-۴۰kJ=-۴۰۰۰J,m=۲kg}$$

$$-۴۰۰۰=۲\times۴۰۰(\theta_۲-۵۰)\Rightarrow-۵۰=\theta_۲-۵۰\Rightarrow\theta_۲=۰^\circ C$$

B ۹۱۰ | ۳

یادآوری به حاصل‌ضرب جرم جسم (m) در گرمای ویژهٔ جسم (c) ظرفیت گرمایی گویند.

در ابتدا ظرفیت گرمایی جسم برابر $m_۱c=۲۱۰۰J/K$ بوده و با کم کردن جرم به اندازهٔ $(m_۲=m_۱-۱)\,۱kg$ ظرفیت گرمایی ۲۰٪ کاهش یافته است، بنابراین:

$$m_۲c=\frac{۸۰}{۱۰۰}m_۱c\Rightarrow m_۱-۱=\frac{۴}{۵}m_۱\Rightarrow\frac{۱}{۵}m_۱=۱\Rightarrow m_۱=۵kg$$

گرمای ویژه خواهد شد: $m_۱c=۲۱۰۰\Rightarrow۵c=۲۱۰۰\Rightarrow c=۴۲۰J/kgK$

A ۹۱۱ | ۲

خط فکری تغییر دما برحسب درجهٔ سلسیوس و کلوین باهم برابر است، بنابراین اگر یکای گرمای ویژه برحسب $J/kg.K$ باشد، باید تغییر دما برحسب درجهٔ سلسیوس یا کلوین باشد.

ابتدا افزایش دما را برحسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow۹=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۵^\circ C$$

اکنون به کمک رابطهٔ گرما، گرمای داده شده به آب را حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow[c=۴۲۰۰J/kg.K]{m=۱kg} Q=۱\times۴۲۰۰\times۵=۲۱۰۰۰J=۲۱kJ$$

B ۹۱۲ | ۲

۱ ابتدا گرمای خواسته شده را برحسب SI (یعنی ژول) به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=۴\times۲۱۰۰\times۸=۶۷۲۰۰J$$

۲ هر کالری ۴/۲ ژول است حال گرمای به‌دست آمده را از ژول به کالری تبدیل می‌کنیم:

$$۶۷۲۰۰J\times\frac{۱cal}{۴/۲J}=۱۶۰۰۰cal$$

A ۹۱۳ | ۳

خط فکری مسئلهٔ ساده‌ای است. به صحبت‌های عجیب جرم مولی توجه نکنید. کافی است جرم جسم را به کمک رابطهٔ گرما حساب کنید، سپس جرم را به تعداد مول‌ها تقسیم کنید و جرم مولی را به‌دست آورید.

یادآوری تعداد مول برابر است با:

$$n=\frac{m}{M}\quad\begin{matrix}\nearrow\text{جرم جسم}\\\searrow\text{جرم مولی}\end{matrix}$$

با توجه به رابطهٔ گرما خواهیم داشت

$$Q=mc\Delta T$$

$$\xrightarrow[c=۳۷۵۰J/kg.K]{Q=۳۷۵۰J,\Delta T=۳۰۳-۲۸۳=۲۰K} ۳۷۵۰۰=m\times۳۷۵۰\times۲۰\Rightarrow m=۰/۵kg$$

اکنون جرم مولی را به‌دست می‌آوریم.

$$n=\frac{m}{M}\Rightarrow۲۵=\frac{۰/۵}{M}\Rightarrow M=\frac{۰/۵}{۲۵}=۰/۰۲kg/mol=۲۰g/mol$$

A ۹۱۴ | ۳

ابتدا جرم آبی که نیروگاه از رودخانه می‌گیرد را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V \xrightarrow{\rho_{آب}=۱۰۰۰kg/m^۳,V=۱۰^۵m^۳}$$

$$m=۱۰۰۰\times۱۰^۵\Rightarrow m=۱۰^۸kg$$

یادآوری هر گیگا ژول، $۱۰^۹$ ژول است.

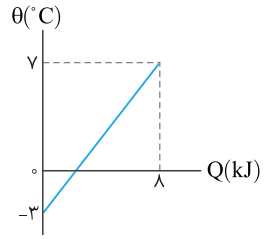
اکنون به کمک رابطهٔ گرما، دمای آب خروجی را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow{Q=۲۱۰۰GJ=۲۱۰۰\times۱۰^۹J,\theta=۲۵^\circ C}$$

$$۲۱۰۰\times۱۰^۹=۱۰^۸\times۴۲۰۰\times(\theta-۲۵)\Rightarrow(\theta-۲۵)=۵\Rightarrow\theta=۳۰^\circ C$$

A ۹۱۵ | ۴

خط فکری با توجه به رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ برای مقدار معینی از یک جسم، گرما و تغییر دما باهم متناسب‌اند.

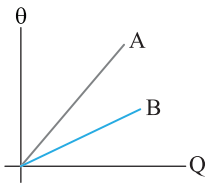


با توجه به نمودار برای تغییر دمای جسم به اندازهٔ $۷-(-۳)=۱۰^\circ C=۱۰K$ گرمای لازم $۸kJ$ بوده است، بنابراین برای تغییر دمای $۳K$، گرمای لازم را به کمک یک تناسب ساده به‌دست می‌آوریم.

۱۰	۸kJ
۳	Q

$$\Rightarrow Q=۲/۴kJ$$

بازی با سؤال کدام گزینهٔ زیر در مورد نمودار دما برحسب گرمای روبه‌رو، درست است؟



۱) ظرفیت گرمایی A بیشتر از ظرفیت گرمایی B است.

۲) ظرفیت گرمایی B بیشتر از ظرفیت گرمایی A است.

۳) گرمای ویژهٔ A بیشتر از گرمای ویژهٔ B است.

۴) گرمای ویژهٔ B بیشتر از گرمای ویژهٔ A است.

گزینهٔ ۲

B ۹۱۶ | ۱

۱ ابتدا جرم فلزی که مکعب از آن ساخته شده است را به کمک رابطهٔ گرماسنجی به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow۳۲۰۰۰=m\times۴۰۰\times۲۰\Rightarrow m=۴kg$$

یادآوری در رابطهٔ چگالی فلز سازنده باید از جرم فلز به کار رفته (قسمت توپر) و حجم فلز به کار رفته (حجم قسمت توپر) استفاده کرد:

$$\rho_{فلز}=\frac{m_{توپر}}{V_{توپر}}$$

۲ حجم فلز به کار برده شده در ساخت مکعب را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۸۰۰۰=\frac{۴}{V}\Rightarrow V=\frac{۱}{۲۰۰۰}m^۳\Rightarrow V=\frac{۱۰^۶}{۲۰۰۰}cm^۳=۵۰۰cm^۳$$

۳ حجم ظاهری مکعب برابر است با: $V_{مکعب}=a^۳=۸^۳\Rightarrow V_{مکعب}=۵۱۲cm^۳$

۴ حجم حفره برابر اختلاف حجم مکعب و حجم فلزی است که مکعب از آن ساخته شده است. حجم حفره $=۵۱۲-۵۰۰=۱۲cm^۳$

A ۹۱۷ ۳

خط فکری کافی است، جرم جسم را در هر حالت از رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ به‌دست آورده و از هم کم کنیم:

$$Q_1=m_1c\Delta\theta_1 \xrightarrow[\Delta\theta_1=30^\circ C]{Q=1200J,\ c=400J/kg^\circ C} 1200=m_1\times400\times30$$

$$\Rightarrow m_1=0/1\,kg=100g$$

$$Q_2=m_2c\Delta\theta_2 \xrightarrow{Q=300J,\ \Delta\theta_2=30^\circ C} 300=m_2\times400\times30$$

$$\Rightarrow m_2=0/025\,kg=25g$$

اختلاف جرم برابر است با: $\Delta m=100-25=75g$

A ۹۱۸ ۱

گرمای داده شده به مادهٔ A و مادهٔ B باهم برابر است. گرمای داده شده را طبق رابطهٔ گرما می‌نویسیم و باهم برابر قرار می‌دهیم.

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow{Q_A=Q_B} m_Ac_A\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B$$

$$\xrightarrow[\Delta\theta_A=5^\circ C,\Delta\theta_B=3^\circ C]{m_A=3g,m_B=2g} 3\times c_A\times5=2\times c_B\times3\Rightarrow\frac{c_A}{c_B}=\frac{2}{5}=0/4$$

بازی با سؤال به دو جسم A و B که نسبت جرم آن‌ها $\frac{M_A}{M_B}=\frac{4}{3}$ و نسبت گرمای ویژهٔ آن‌ها $\frac{c_A}{c_B}=\frac{3}{5}$ است، به یک اندازه گرما می‌دهیم. اگر افزایش دمای جسم A برابر ۴۰ درجهٔ سلسیوس باشد، افزایش دمای جسم B چند درجهٔ سلسیوس خواهد بود؟

گزینهٔ ۲

۱) ۱۸ ۲) ۳۲ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

B ۹۱۹ ۳

به کمک رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$، c را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} A:1800=2c_A\times2\Rightarrow c_A=450\dfrac{J}{kgC} \\ B:1200=1\times c_B\times2\Rightarrow c_B=600\dfrac{J}{kgC} \\ C:3000=1/5\times c_C\times4\Rightarrow c_C=500\dfrac{J}{kgC} \end{cases} \Rightarrow c_B>c_C>c_A$$

B ۹۲۰ ۴

گرمای داده شده به دو جسم A و B برابر است. گرمای Q_A و Q_B را در رابطهٔ گرما برابر قرار می‌دهیم و به کمک آن یک رابطه بین $\Delta\theta_A$ و $\Delta\theta_B$ به‌دست می‌آوریم.

$$Q_A=Q_B \xrightarrow[c_A=250J/kg^\circ C,\ c_B=125J/kg^\circ C]{m_A=m_B=1kg}$$

$$1\times250\times\Delta\theta_A=1\times125\times\Delta\theta_B\Rightarrow\Delta\theta_A=5\Delta\theta_B \quad (I)$$

در صورت مسئله بیان شده که افزایش دمای جسم A، $20^\circ C$ بیشتر از افزایش دمای جسم B است، بنابراین:

$$\Delta\theta_A=\Delta\theta_B+20 \quad (II)$$

اکنون دو معادله و دو مجهول (I) و (II) را در اختیار داریم.

$$(I)\text{ و }(II)\Rightarrow5\Delta\theta_B=\Delta\theta_B+20\Rightarrow4\Delta\theta_B=20\Rightarrow\Delta\theta_B=5^\circ C$$

گرمای Q را حساب می‌کنیم. $Q=m_Bc_B\Delta\theta_B\Rightarrow Q=1\times125\times5\Rightarrow Q=625J$

B ۹۲۱ ۱

با توجه به صورت مسئله چگالی A، ۰/۸ چگالی B است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\rho_A=0/8\rho_B\Rightarrow\frac{m_A}{V_A}=0/8\frac{m_B}{V_B} \xrightarrow{V_A=2V_B}$$

$$\frac{m_A}{2V_B}=0/8\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow m_A=1/6m_B$$

گرمای داده شده به دو جسم یکسان است، بنابراین:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac_A\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B \xrightarrow{c_A=\frac{1}{2}c_B}$$

$$1/6m_B\times\frac{c_B}{2}\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B\Rightarrow\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}=\frac{1}{0/8}=\frac{5}{4}$$

B ۹۲۲ ۲

۱ حجم فلزی که کرهٔ A از آن ساخته شده است برابر است با:

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3 \xrightarrow{R_A=20cm} V_A=\frac{4}{3}\pi(20)^3=\frac{4}{3}\pi(8000)$$

۲ حجم فلزی که کره B از آن ساخته شده است برابر خواهد شد با:

$$V_B=\frac{4}{3}\pi(R_o^3-R_i^3)\Rightarrow V_B=\frac{4}{3}\pi(20^3-10^3)=\frac{4}{3}\pi(7000)$$

۳ دو کره هم‌جنس هستند و چگالی آن‌ها باهم برابر است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\rho_A=\rho_B\Rightarrow\frac{m_A}{V_A}=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{V_A}{V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{\frac{4}{3}\pi(8000)}{\frac{4}{3}\pi(7000)}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{8}{7}$$

۴ گرمای داده شده به دو کره یکسان است، از طرفی دو کره هم‌جنس هستند و گرمای ویژه آن‌ها برابر است $(c_A=c_B)$، بنابراین:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac\Delta\theta_A=m_Bc\Delta\theta_B\Rightarrow\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}=\frac{m_A}{m_B}\Rightarrow\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}=\frac{8}{7}$$

B ۹۲۳ ۲

گرمای داده شده در هر دو حالت یکسان است، بنابراین در رابطهٔ گرما، گرمای داده شده به دو جسم را برابر قرار می‌دهیم.

$$Q_1=Q_2\Rightarrow m_1c\Delta\theta_1=m_2c\Delta\theta_2\Rightarrow m_1\Delta\theta_1=m_2\Delta\theta_2 \quad (I)$$

با توجه به صورت مسئله، دمای جسم ۲۵٪ بیشتر افزایش یافته است یعنی:

$$\Delta\theta_2=\Delta\theta_1+\frac{25}{100}\Delta\theta_1\Rightarrow\Delta\theta_2=1/25\Delta\theta_1 \quad (II)$$

اکنون رابطه (II) را در رابطهٔ (I) جایگذاری می‌کنیم.

$$m_1\Delta\theta_1=m_2(1/25\Delta\theta_1)\Rightarrow m_2=0/8m_1$$

بنابراین تغییر جرم برابر است با: $\Delta m=m_2-m_1=0/8m_1-m_1=-0/2m_1$

یعنی باید ۲۰٪ از جرم جسم کم کنیم.

B ۹۲۴ ۳

چون ظرفیت گرمایی دو جسم داده شده است برای محاسبهٔ گرما از رابطهٔ $Q=C\Delta\theta$ استفاده می‌کنیم:

در حالت اول به دو جسم گرمای یکسانی داده شده است، بنابراین:

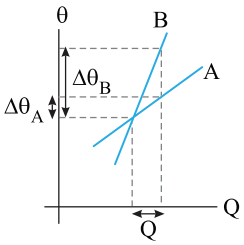
$$Q_A=Q_B\Rightarrow C_A\Delta\theta_A=C_B\Delta\theta_B \xrightarrow{C_A>C_B} \Delta\theta_A<\Delta\theta_B$$

در حالت دوم تغییر دمای دو جسم یکسان است:

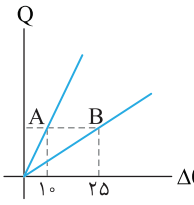
$$\begin{matrix} Q_A=C_A\Delta\theta \\ Q_B=C_B\Delta\theta \end{matrix} \xrightarrow{C_A>C_B} Q_A>Q_B$$

A ۹۲۵ ۳

جرم دو جسم مشخص نیست، بنابراین در مورد گرمای ویژهٔ آن‌ها نمی‌توان اظهار نظر کرد. به سراغ رابطهٔ گرما $Q=C\Delta\theta$ می‌رویم که در آن C ظرفیت گرمایی جسم است و هر چه C بزرگ‌تر باشد، افزایش دمای جسم کمتر خواهد بود. با توجه به نمودار برای گرمای یکسان Q، افزایش دمای A از افزایش دمای B کمتر است، بنابراین ظرفیت گرمایی A از ظرفیت گرمایی B بیشتر است.



بازی با سؤال نمودار گرمای داده شده به دو جسم A و B با جرم‌های یکسان، بر حسب تغییر دما به صورت روبه‌رو است. نسبت $\frac{c_A}{c_B}$ کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

گزینهٔ ۲

۹۲۶ A ۱

خط فکری آهنگ گرما دادن، همان توان گرمایی است، اما دقت کنید یکای آهنگ گرما برحسب J/min است که باید به J/s یا همان وات تبدیل شود.

$$۲۰۰۰\frac{J}{min}\times\frac{۱min}{۶۰s}=\frac{۲۰۰۰}{۶۰}=\frac{۱۰۰}{۳}J/s$$

تغییر دمای آب از $۱۰^\circ C$ تا $۷۰^\circ C$ برابر $۶۰^\circ C$ است و گرمایی که آب دریافت می‌کند (Q) برابر خواهد شد با:

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow[c=۴۲۰۰J/kg^\circ C]{m=۴kg} Q=۴\times۴۲۰۰\times۶۰$$

اکنون می‌توان زمان را به‌دست آورد.

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow t=\frac{Q}{P}=\frac{۴\times۴۲۰۰\times۶۰}{\frac{۱۰۰}{۳}}=۳\times۴\times۴۲\times۶۰s=\frac{۳\times۴\times۴۲\times۶۰}{۳۶۰۰}h=۸/۴h$$

میانبر چون آهنگ گرما دادن ثابت است، بنابراین نسبت گرما و زمان یکسان تغییر می‌کنند. در این سؤال گفته شده ۲۰۰۰J گرما در هر دقیقه داده می‌شود و گرمای مورد نیاز $Q=mc\Delta\theta=۵۰۴(۲۰۰۰)$ است. بنابراین این گرما در مدت ۵۰۴ دقیقه به جسم داده می‌شود.

$$t=\frac{۵۰۴}{۶۰}=۸/۴h$$

۹۲۷ A ۳

توان گرمایی اجاق الکتریکی $(P=\frac{Q}{t})$ ثابت است. بنابراین:

$$P_۱=P_۲\Rightarrow\frac{Q_W}{t_W}=\frac{Q_O}{t_O}\xrightarrow{Q=mc\Delta\theta}\frac{m_Wc_W\Delta\theta_W}{t_W}=\frac{m_Oc_O\Delta\theta_O}{t_O}$$

$$\xrightarrow[t_W=۱۰min\ ,\ t_O=۱۵min]{m_O=۳kg\ ,\ m_W=۱kg\ ,\ \Delta\theta_W=\Delta\theta_O}\frac{۱\times c_W}{۱۰}=\frac{۳\times c_O}{۱۵}\Rightarrow\frac{c_O}{c_W}=\frac{۱}{۲}$$

۹۲۸ A ۴

ابتدا گرمایی که دمای آلومینیوم را بالا می‌برد، حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta T=۴۰\times۹۰۰\times۱۲/۵=۴۵۰۰۰۰J\ \text{یا}\ ۴۵۰kJ$$

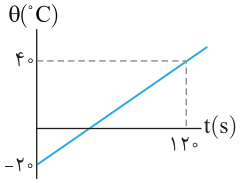
مقدار گرمایی که گرمکن در مدت ۶min به آلومینیوم می‌دهد:

$$Q_{\text{آزاد شده}}=P.t=۱/۵\times۶\times۶۰=۵۴۰kJ$$

پس مقدار $۵۴۰-۴۵۰=۹۰kJ$ گرما تلف شده است.

۹۲۹ B ۳

به نمودار نگاه کنید. در مدت ۱۲۰s، دمای جسم در اثر دریافت گرما از $-۲۰^\circ C$ به $۴۰^\circ C$ رسیده است، یعنی $۶۰^\circ C$ افزایش یافته است، بنابراین گرمایی که جسم دریافت می‌کند خواهد شد:



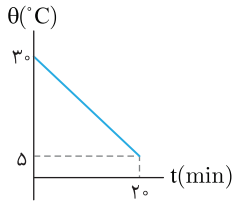
$$Q=mc\Delta\theta=Q=۰/۱\times۴۰۰\times۶۰\Rightarrow Q=۲۴۰۰J$$

این گرمایی است که جسم در ۱۲۰s دریافت کرده است، بنابراین گرمایی که در هر ثانیه دریافت می‌کند خواهد شد:

$$P=\frac{Q}{t}=\frac{۲۴۰۰}{۱۲۰}=۲۰J/s$$

میانبر در مدت ۱۲۰s دمای جسم جامد $۶۰^\circ C$ افزایش یافته بنابراین در هر ثانیه دمای جسم به‌اندازهٔ $۰/۵^\circ C$ افزایش می‌یابد: $Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=۰/۱\times۴۰۰\times۰/۵=۲۰J$

۹۳۰ A ۴



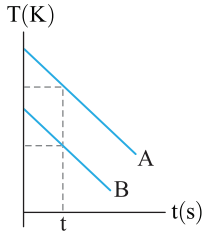
توان وسیلهٔ سرمازا ۳ وات است، یعنی وسیله در هر ثانیه 3J گرما از جسم می‌گیرد. بنابراین با توجه به نمودار در مدت ۲۰ دقیقه مقدار گرمایی که جسم از دست می‌دهد تا دمایش از $۳۰^\circ C$ به $۵^\circ C$ برسد برابر است با:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt=۳\times(۲۰\times۶۰)=۳۶۰۰J$$

به کمک رابطهٔ گرما، گرمای ویژه جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow۳۶۰۰=۰/۳\times c\times۲۵\Rightarrow c=۴۸۰\frac{J}{kg\cdot K}$$

۹۳۱ B ۱



توان وسیله‌ها یکسان است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $P=\frac{Q}{t}$ درمدت زمان یکسان، گرمای گرفته شده از دو جسم نیز یکسان است:

$$Q_A=P_At_A\ ,\ Q_B=P_Bt_B\xrightarrow[t_A=t_B]{P_A=P_B}Q_A=Q_B$$

شیب نمودار برابر تغییرات محور قائم بر روی تغییرات محور افقی است (یعنی $\frac{\Delta T}{\Delta t}$) و با توجه به نمودار دو خط موازی‌اند، شیب هر دو نمودار یکسان است. بنابراین در مدت زمان یکسان تغییر دمای دو جسم یکسان است:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac_A\Delta T=m_Bc_B\Delta T\Rightarrow m_Ac_A=m_Bc_B\Rightarrow C_A=C_B$$

۹۳۲ B ۳

خط فکری در واقع مسئله از ما خواسته که دربارهٔ گرمای ویژهٔ واقعی فلز اظهار نظر کنیم. در این صورت باید ابتدا مشخص کنیم که گرمکن با توان $P=۵۰W$ در مدت $t=۱۲۰s$ چند ژول گرما به فلز می‌دهد. سپس به کمک رابطهٔ گرما، گرمای لازم برای بالا بردن دمای قطعه فلز از $۱۸^\circ C$ به $۳۸^\circ C$ را به‌دست بیاوریم و با گرمایی که گرمکن به فلز می‌دهد مقایسه کنیم.

گرمایی که گرمکن در مدت ۱۲۰s تولید می‌کند برابر است با:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\Rightarrow Q=۵۰\times۱۲۰\Rightarrow Q=۶۰۰۰J$$

گرمایی که قطعه فلز می‌گیرد تا دمایش بالا رود برابر است با:

$$Q_{\text{فلز}}=mc\Delta\theta=۰/۶\times c\times(۳۸-۱۸)=۱۲c$$

حال اگر تمام گرمایی که گرمکن تولید می‌کند صرف گرم شدن فلز شده باشد آن‌گاه:

$$Q_{\text{فلز}}=۶۰۰۰J\Rightarrow۶۰۰۰=۱۲c\Rightarrow c=۵۰۰J/kg^\circ C$$

البته ممکن است که همهٔ 6000J گرما صرف گرم شدن قطعه فلز نشده و بخشی از آن به محیط داده شود. یعنی $Q_{\text{فلز}}<۶۰۰۰J$ باشد. بنابراین

$$mc\Delta\theta<۶۰۰۰\Rightarrow۱۲c<۶۰۰۰\Rightarrow c<۵۰۰J/kg^\circ C$$

در نتیجه $c\le۵۰۰J/kg^\circ C$ خواهد بود.

۹۳۳ B ۲

۱ $\frac{۷}{۸}$ توان الکتریکی کتری به گرما تبدیل شده بنابراین توان گرمایی کتری برابر است با:

$$P_{\text{گرمایی}}=\frac{۷}{۸}P_{\text{الکتریکی}}\Rightarrow P_{\text{گرمایی}}=\frac{۷}{۸}\times۸۰۰=۷۰۰W$$

۲ حال گرمای داده شده به آب پس از ۱۰ دقیقه یا $۱۰\times۶۰=۶۰۰$ ثانیه را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{\text{گرمایی}}=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=P_{\text{گرمایی}}t\Rightarrow Q=۷۰۰\times۶۰۰=۴۲\times۱۰^۴J$$

۳ این گرما به $۲/۵kg$ آب با دمای اولیهٔ $۵^\circ C$ داده شده است:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow۴۲\times۱۰^۴=۲/۵\times۴۲۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۴۰^\circ C$$

۴ دمای جسم $۴۰^\circ C$ افزایش یافته:

$$\Delta\theta=\theta_۲-\theta_۱\Rightarrow۴۰=\theta_۲-۵\Rightarrow\theta_۲=۴۵^\circ C$$

B ۹۳۴ ۳

ابتدا توان مفید گرمکن را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}}=Ra\times P\Rightarrow P_{\text{مفید}}=\frac{۸۰}{۱۰۰}\times ۱/۵=۱/۲kW$$

تغییر دمای آب را بر حسب درجه سلسیوس حساب می‌کنیم:

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۵}{۹}\times ۸۱=۴۵^\circ C$$

گرمایی که آب گرفته است برابر است با:

$$Q=mc\Delta\theta=\frac{۸۰۰}{۱۰۰۰}\times ۳۰۰۰\times ۴۵=۱/۰۸\times ۱۰^۵J$$

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow t=\frac{Q}{P}=\frac{۱/۰۸\times ۱۰^۵}{۱/۲\times ۱۰^۳}=۹۰s$$

A ۹۳۵ ۲

خط فکری در این سؤالات باید یک‌بار گرمایی که مایع می‌گیرد تا دمایش افزایش پیدا کند را حساب کنیم. سپس گرمایی که گرمکن در مدت ۲۴s تولید می‌کند را به‌دست می‌آوریم، تا مشخص شود چقدر از گرمای گرمکن به مایع رسیده است.

۱ گرمایی که دمای ۶۰g مایع را از $۳۰^\circ C$ به $۵۰^\circ C$ می‌رساند برابر است:

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow{c=۱۵۰۰J/kgK}Q=\frac{۶۰}{۱۰۰۰}\times ۱۵۰۰\times(۵۰-۳۰)\Rightarrow Q_{\text{مایع}}=۱۸۰۰J$$

۲ گرمایی که گرمکن تولید می‌کند خواهد شد:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q_{\text{گرمکن}}=Pt\xrightarrow{P=۳۰۰W,\ t=۲۴s}$$

$$Q_{\text{گرمکن}}=۳۰۰\times ۲۴\Rightarrow Q_{\text{گرمکن}}=۷۲۰۰J$$

۳ اکنون مشخص می‌کنیم $Q_{\text{مایع}}$ چند درصد $Q_{\text{گرمکن}}$ است.

$$\frac{Q_{\text{مایع}}}{Q_{\text{گرمکن}}}\times ۱۰۰=\frac{۱۸۰۰}{۷۲۰۰}\times ۱۰۰=۰/۲۵\times ۱۰۰=۲۵٪$$

میانبر در سؤالاتی که با توان و بازده سروکار داریم، می‌توانیم از رابطهٔ مقابل استفاده کنیم:

$Q=Ra\times P\times t$ (راندمان به صورت نسبت، مدت زمان، توان وسیله، گرمایی که وسیله داده)

بازی با سؤال **یک گرمکن با توان P و بازده ۸۴ درصد در مدت ۱۲۵s می‌تواند دمای ۶۰۰g آب $۳۰^\circ C$ را به $۸۰^\circ C$ برساند، P چند وات است؟** $(c_{\text{آب}}=۴۲۰۰J/kg.K$، **از اتلاف انرژی صرف‌نظر شود.)** آزمون مدارس برتر

۱) ۱۸۰۰ ۲) ۱۵۰۰ ۳) ۱۲۰۰ ۴) ۱۰۰۰

گزینهٔ ۳

A ۹۳۶ ۱

گلولهٔ سربی در اثر برخورد به دیوار متوقف شده و ۵۰ درصد انرژی جنبشی آن به گرما تبدیل شده است. بنابراین باید در رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ به جای Q، ۵۰٪ انرژی جنبشی را قرار دهیم.

$$Q=\frac{۱}{۲}K\Rightarrow mc\Delta\theta=\frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۲}mv^۲\right)$$

$$\Rightarrow ۱۲۵\Delta\theta=\frac{۱}{۴}\times(۴۰۰)^۲\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۴۰۰\times ۴۰۰}{۵۰۰}\Rightarrow\Delta\theta=۳۲۰K$$

B ۹۳۷ ۴

با پایین آمدن وزنه، انرژی پتانسیل آن به اندازهٔ $\Delta U=mgh$ کاهش می‌یابد که این انرژی به انرژی جنبشی همزن تبدیل می‌شود و همزن این انرژی را به آب می‌دهد و دمای آب را بالا می‌برد، بنابراین در رابطهٔ دماسنجی $Q=m_Wc\Delta\theta$ به جای Q مقدار mgh را قرار می‌دهیم.

$$Q=m_Wc\Delta\theta\xrightarrow[Q=mgh]{m_W=۲m}mgh=۲mc\Delta\theta\xrightarrow{g=۱۰N/kg}\Delta\theta=\frac{۵h}{c}$$

B ۹۳۸ ۴

خط فکری در واقع این مسئله یک مسئله ترکیبی از فصل کار و انرژی و فصل گرماست. وقتی سنگ در شرایط خلأ رها می‌شود، انرژی مکانیکی آن در طول مسیر ثابت می‌ماند و تمام انرژی پتانسیل گرانشی آن هنگام برخورد به زمین به انرژی جنبشی جسم تبدیل می‌شود. بنابراین به کمک پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی هنگام برخورد به زمین را حساب می‌کنیم، سپس به کمک رابطه گرما، افزایش دمای سنگ در اثر دریافت انرژی را به‌دست می‌آوریم.

بنا به پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow[U_۱=mgh]{K_۱=۰,U_۲=۰}mgh+۰=۰+K_۲$$

$$\Rightarrow K_۲=m\times ۱۰\times ۲۴۰\Rightarrow K_۲=۲۴۰۰m\ \text{ژول}$$

یک سوم این انرژی به گرما تبدیل شده است.

$$Q=\frac{۱}{۳}K_۲=\frac{۱}{۳}\times ۲۴۰۰m=۸۰۰m\xrightarrow[c=۴۰۰J/kg^\circ C]{Q=mc\Delta\theta}m\times ۴۰۰\times\Delta\theta=۸۰۰m$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=۲^\circ C$$

B ۹۳۹ ۱

خط فکری گرمایی که به مجموعه داده می‌شود صرف گرم کردن آب و فلز می‌شود. از طرفی دمای آب و فلزی که در آن قرار دارد $۱۰^\circ C$ است. بنابراین کافی است مجموع گرمای آب و فلز را برابر کل گرمای ۲۱kJ قرار دهیم. چون آب و فلز در تماس باهم هستند، دمای نهایی آن‌ها نیز یکسان خواهد شد.

با توجه به رابطهٔ گرماسنجی و مقدار گرمای داده شده به مجموعه می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{کل}}=Q_{\text{آب}}+Q_{\text{فلز}}=m_Wc_W\Delta\theta+C\Delta\theta$$

$$۲۱۰۰۰=۲\times ۴۲۰۰\Delta\theta+۲۱۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow ۲۱۰۰۰=۸۴۰۰\Delta\theta+۲۱۰۰\Delta\theta$$

$$\Delta\theta=\frac{۲۱۰۰۰}{۱۰۵۰۰}=۲^\circ C$$

$$\Delta\theta=\theta_۲-\theta_۱\Rightarrow ۲=\theta_۲-۱۰\Rightarrow\theta_۲=۱۲^\circ C$$ دمای نهایی مجموعه خواهد شد.

B ۹۴۰ ۲

۱ ابتدا گرمایی که گرمکن به مجموعهٔ ظرف عایق می‌دهد را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\xrightarrow{P=۵۰W,\ t=۶۰s}Q=۵۰\times ۶۰=۳۰۰۰J$$

۲ این گرما صرف گرم کردن آب و ظرف عایق شده است، بنابراین:

$$Q=Q_{\text{آب}}+Q_{\text{گرماسنج}}=m_Wc_W\Delta\theta+C\Delta\theta$$

$$\Rightarrow ۳۰۰۰=۰/۱\times ۴۲۰۰\times(۲۵-۲۰)+C(۲۵-۲۰)$$

$$۹۰۰=۵C\Rightarrow C=۱۸۰J/^\circ C$$

۳ توان گرمایی گرمکن ثابت است و در مدت ۱min، دمای مجموعه $۵^\circ C$ افزایش یافته است. برای به‌دست آوردن مدت زمانی که دمای مجموعه $۱۰۰-۲۵=۷۵^\circ C$ افزایش می‌یابد، کافی است که از یک تناسب ساده استفاده کنیم.

$۵^\circ C$	۱min
$۷۵^\circ C$	t

$$\Rightarrow t=۱۵\,\text{min}$$

B ۹۴۱ ۳

خط فکری در واقع با روشن شدن همزن برقی، کاری که همزن انجام می‌دهد به گرما تبدیل شده و انرژی درونی آب و ظرف عایق را بالا برده و سبب افزایش دمای آن‌ها می‌شود. مقدار انرژی که همزن به مجموعه می‌دهد از تعریف توان $P=W/t$ به‌دست می‌آید.

ابتدا گرمایی که لازم است تا دمای آب و ظرف عایق $۱۰^\circ C$ بالا برود را به کمک رابطهٔ گرما به‌دست می‌آوریم.

$$Q=Q_{\text{آب}}+Q_{\text{ظرف}}=m_Wc_W\Delta\theta+C\Delta\theta$$

$$Q=۰/۱\times ۴۲۰۰\times ۱۰+۳۰۰\times ۱۰\Rightarrow Q=۷۲۰۰J$$

این مقدار گرما توسط همزن تأمین شده است، از این‌رو:

$$P=\frac{W}{t}\xrightarrow{Q=W=۷۲۰۰}۲۰۰=\frac{۷۲۰۰}{t}\Rightarrow t=۳۶s$$

B ۹۴۲ ۱

خط فکری ابتدا باید براساس انبساط حجمی مایع، تغییر دمای آن را حساب کنیم سپس به کمک چگالی جرم مایع را به‌دست می‌آوریم و به کمک تغییر دما و جرم مایع، گرمای داده شده به مایع را به‌دست می‌آوریم:

۱ افزایش حجم مایع $۲cm^۳$ است. با توجه به رابطهٔ انبساط حجمی مایع می‌توان نوشت:

$$\Delta V=V_۱\beta\Delta\theta \xrightarrow{V_۱=۲۰۰cm^۳} ۲=۲۰۰\times ۱/۲\times ۱۰^{-۳}\times\Delta\theta$$

$$\Delta\theta=\frac{۱۰۰}{۱۲}=\frac{۲۵}{۳}{}^\circ C$$

۲ جرم جسم را به کمک تعریف چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V \xrightarrow{\rho=۰/۸g/cm^۳} m=۰/۸\times ۲۰۰\Rightarrow m=۱۶۰g$$

۳ اکنون گرمایی که به مایع می‌دهیم قابل محاسبه است:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=\frac{۱۶۰}{۱۰۰۰}\times ۲۴۰۰\times\frac{۲۵}{۳}\Rightarrow Q=۳۲۰۰J=۳/۲kJ$$

B ۹۴۳ ۲

ابتدا تغییر دما را حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۸۰\times ۱۰^۳=۲\times ۴۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۱۰۰{}^\circ C$$

حال درصد تغییرات حجم را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta V}{V_۱}\times ۱۰۰=۳\alpha\Delta\theta\times ۱۰۰=۹\times ۱۰^{-۵}\times ۱۰۰\times ۱۰۰=٪۰/۹$$

B ۹۴۴ ۳

با توجه به رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$، دمای ثانویه را به‌دست آوریم. البته به دلیل آنکه از آب گرما گرفته‌ایم باید Q را منفی قرار دهیم.

$$-۴۲\times ۱۰^۳=mc\Delta\theta\Rightarrow -۴۲\times ۱۰^۳=۱\times ۴۲۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=-۱۰{}^\circ C$$

دما $۱۰^\circ C$ کاهش می‌یابد یعنی دمای آب از $۱۲^\circ C$ به $۲^\circ C$ رسیده و با توجه به انبساط غیر عادی آب، با کاهش دما از $۱۲^\circ C$ تا $۴^\circ C$، حجم کاهش و چگالی آب افزایش می‌یابد و از $۴^\circ C$ تا $۲^\circ C$ حجم افزایش و چگالی آب کاهش می‌یابد.

نکته به‌طور کلی هر گاه با تغییر حجم یا چگالی آب سر و کار داشتید، حواستون به دمای $۴^\circ C$ باشد که آیا در بازهٔ تغییرات دما قرار دارد یا نه.

بازی با سؤال از ۵۰۰ گرم آب $۱۳^\circ C$ مقدار $۲۱kJ$ گرما می‌گیریم. حجم آب چگونه تغییر می‌کند؟ $(c_{آب}=۴۲۰۰J/kg^\circ C)$

۱) کاهش می‌یابد. ۲) افزایش می‌یابد.

۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. ۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

گزینهٔ ۳

B ۹۴۵ ۲

خط فکری وقتی در مسئله به دو جسم متفاوت گرما می‌دهیم، برای بررسی و مقایسه انبساط آن‌ها ابتدا باید از رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$، رابطه‌ای بین تغییر دمای دو جسم به‌دست آوریم و سپس با استفاده از روابط انبساط تغییر خواسته شده را حساب کنیم.

۱ گرمای داده شده به هر دو میله یکسان است:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow mc_A\Delta\theta_A=mc_B\Delta\theta_B \xrightarrow{\frac{c_A=۲}{c_B}} ۲\Delta\theta_A=\Delta\theta_B$$

۲ تغییر طول میله از رابطهٔ $\Delta L=L\alpha\Delta\theta$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B}=\frac{L_A\alpha_A\Delta\theta_A}{L_B\alpha_B\Delta\theta_B} \xrightarrow{L_A=L_B} \frac{\Delta L_A}{\Delta L_B}=\frac{\alpha_A\Delta\theta_A}{\alpha_B\Delta\theta_B}$$

$$\xrightarrow[\alpha_B=۲\alpha_A]{\Delta\theta_B=۲\Delta\theta_A} \frac{\Delta L_A}{\Delta L_B}=\frac{۱}{۴}$$

B ۹۴۶ ۴

۱ گرمای داده شده به دو جسم یکسان است. بنابراین:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac_A\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B \xrightarrow[c_A=\frac{۱}{۲}c_B]{m_A=m_B}$$

$$m_B\frac{۱}{۲}c_B\Delta\theta_A=m_Bc_B\Delta\theta_B\Rightarrow\Delta\theta_B=\frac{۱}{۲}\Delta\theta_A$$

۲ نسبت تغییر حجم دو جسم خواسته شده است.

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{V_A(۳\alpha_A)\Delta\theta_A}{V_B(۳\alpha_B)\Delta\theta_B} \xrightarrow[\Delta\theta_A=۲\Delta\theta_B]{V_B=۴V_A} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{۱}{۴}\times\frac{\alpha_A}{\alpha_B}\times ۲$$

$$\xrightarrow{\alpha_A=\frac{۱}{۲}\alpha_B} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۲}\times ۲=\frac{۱}{۴}$$

بازی با سؤال دو میلهٔ فلزی A و B در دمای اتاق هم‌طول هستند. اگر به هر کدام از میله‌ها گرمای برابر بدهیم، افزایش طول میله B چند برابر افزایش طول میله A خواهد بود؟ (m جرم و c ظرفیت گرمایی ویژه و α ضریب انبساط طولی است.)

۱) $\frac{m_B\alpha_Bc_B}{m_Ac_A\alpha_A}$ ۲) $\frac{m_B\alpha_Ac_B}{m_Ac_A\alpha_B}$

۳) $\frac{m_A\alpha_Ac_A}{m_Bc_B\alpha_B}$ ۴) $\frac{m_Ac_A\alpha_B}{m_Bc_B\alpha_A}$

گزینهٔ ۴

B ۹۴۷ ۴

۱ دو ورقه هم‌جنس و با ضخامت یکسان هستند که سطح یکی دو برابر دیگری است $(S_۲=۲S_۱)$، بنابراین با توجه به رابطهٔ $V=Ah$ حجم دومی نیز دو برابر حجم اولی است $(V_۲=۲V_۱)$ و چون دو ورقه هم‌جنس بوده و چگالی آن‌ها یکسان است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases}\rho_۱=\frac{m_۱}{V_۱}\\ \rho_۲=\frac{m_۲}{V_۲}\end{cases} \xrightarrow{\rho_۲=\rho_۱} \frac{m_۱}{V_۱}=\frac{m_۲}{V_۲} \xrightarrow{V_۲=۲V_۱} m_۲=۲m_۱$$

۲ گرمای داده شده به $S_۲$ دو برابر گرمای داده شده به $S_۱$ است و با توجه به رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ خواهیم داشت:

$$Q_۲=۲Q_۱\Rightarrow m_۲c\Delta\theta_۲=۲m_۱c\Delta\theta_۱$$

$$\xrightarrow{m_۲=۲m_۱} ۲m_۱\Delta\theta_۲=۲m_۱\Delta\theta_۱\Rightarrow\Delta\theta_۲=\Delta\theta_۱$$

۳ اکنون نسبت شعاع دو ورقه را به‌دست می‌آوریم:

$$S_۲=۲S_۱\Rightarrow\pi R_۲^۲=۲\pi R_۱^۲\Rightarrow R_۲=\sqrt{۲}R_۱$$

۴ به کمک رابطه انبساط طولی خواهیم داشت:

$$\Delta R=R\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{\Delta R_۱}{\Delta R_۲}=\frac{R_۱\alpha\Delta\theta_۱}{R_۲\alpha\Delta\theta_۲}\Rightarrow\frac{\Delta R_۱}{\Delta R_۲}=\frac{R_۱}{\sqrt{۲}R_۱}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

بازی با سؤال از یک ورقهٔ آلومینیمی دو صفحهٔ دایره‌ای شکل به مساحت‌های $S_۱=S$ و $S_۲=nS$ بریده و جدا کرده‌ایم. حال اگر به صفحهٔ اول گرمای $Q_۱=Q$ و به صفحهٔ دوم گرمای $Q_۲=nQ$ را بدهیم و بر اثر این گرما، افزایش شعاع آن‌ها به ترتیب $\Delta R_۱$ و $\Delta R_۲$ باشد، $\frac{\Delta R_۲}{\Delta R_۱}$ چقدر است؟

سراسری تجربی - ۹۲

۱) ۱ ۲) n ۳) $\sqrt{n}$ ۴) $\frac{۱}{n}$

گزینهٔ ۳

B ۹۴۸ ۳

ابتدا گرمای داده شده به میله در مدت ۳۰ دقیقه را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt \xrightarrow[t=۳۰min=۳۰\times ۶۰s]{P=۰/۱kW=۱۰۰W} Q=۱۰۰\times ۳۰\times ۶۰\Rightarrow Q=۱۸\times ۱۰^۴J$$

با توجه به رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$، تغییر دما خواهد شد:

$$۱۸\times ۱۰^۴=۲\times ۶۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۱۸}{۱۲}\times ۱۰^۲\Rightarrow\Delta\theta=۱۵۰{}^\circ C$$

در نمودار نشان داده شده که در مدت ۳۰ دقیقه که دما $۱۵۰^\circ C$ افزایش یافته طول میله $۸۰/۲۴-۸۰=۰/۲۴cm$ افزایش یافته است:

$$\Delta L=L_۱\alpha\Delta\theta \xrightarrow[L_۱=۸۰cm]{\Delta L=۰/۲۴cm} ۰/۲۴=۸۰\times\alpha\times ۱۵۰$$

$$\Rightarrow\alpha=\frac{۰/۲۴}{۱۲}\times ۱۰^{-۳}\Rightarrow\alpha=۲\times ۱۰^{-۵}\frac{۱}{{}^\circ C}$$

B ۳ ۹۴۹

در چند ثانیهٔ اول گرم کردن مشاهده می‌شود که سطح آب درون لوله اندکی پایین می‌آید. زیرا لولهٔ شیشه‌ای رسانای ضعیف گرما است.

بنابراین نخست لولهٔ شیشه‌ای منبسط می‌شود و حجم درون آن افزایش می‌یابد و سطح مایع که هنوز شروع به انبساط نکرده است پایین می‌آید و همین که گرما به مایع (آب) رسید، مایع منبسط می‌شود و در لوله از سطح اولیه بالاتر می‌رود زیرا ضریب انبساط حجمی مایع بیشتر از ضریب انبساط حجمی جامد است.

B ۱ ۹۵۰

دو کره هم‌جنس (مسی) و شعاع آن‌ها یکی است، پس جرم کرهٔ توخالی کمتر است و برای افزایش دمای یکسان به گرمای کمتری نیاز دارد.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow\begin{cases}Q_A=m_Ac\Delta\theta_A\\ Q_B=m_Bc\Delta\theta_B\end{cases}\xrightarrow[\Delta\theta_A=\Delta\theta_B]{m_A<m_B}Q_A<Q_B$$

از طرفی دمای هر دو کره به یک اندازه افزایش یافته است و بنا بر رابطه انبساط حجمی $\Delta V=V_1\beta\Delta\theta$، افزایش حجم دو کره و همچنین افزایش شعاع دو کره $(\Delta R=R_1\alpha\Delta\theta)$ باهم برابر است.

بازی با سؤال **دو کره مسی داریم که قطر خارجی آن‌ها برابر ولی یکی توپر و دیگری تو خالی است. اگر آن‌ها را در آب جوش بیندازیم، پس از تعادل گرمایی، افزایش قطر کره توپر .....** کنکور دهه‌های گذشته

۱) کمتر از افزایش قطر خارجی کره تو خالی است.

۲) بیشتر از افزایش قطر خارجی کره توخالی است.

۳) به اندازه افزایش قطر داخلی کره توخالی است.

۴) به اندازه افزایش قطر خارجی کره توخالی است.

گزینهٔ ۴

B ۳ ۹۵۱

خط فکری توجه کنید که انبساط تنها به تغییر دما بستگی دارد.

$$\begin{cases}\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\\ \Delta A=A_1(2\alpha)\Delta\theta\\ \Delta V=V_1(3\alpha)\Delta\theta\end{cases}$$

هنگامی که در سؤال گفته شود به جسمی گرما داده‌ایم با توجه به رابطهٔ زیر ابتدا باید تغییر دما را محاسبه کنیم و سپس در معادلهٔ انبساط قرار دهیم.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{Q}{mc}\qquad(1)$$

به دو کره انرژی گرمایی مساوی داده شده است. جنس دو کره نیز یکسان است، یعنی گرمای ویژهٔ آن‌ها باهم برابر است. بنابراین طبق رابطهٔ (۱) تغییر دمای کره‌ای که درون آن حفره است و جرم کمتری دارد، بیشتر از دیگری است.

$$Q_{\text{توپر}}=Q_{\text{حفره‌دار}}\xrightarrow{c=c'}mc\Delta\theta=m'c\Delta\theta'\xrightarrow{m>m'}\Delta\theta<\Delta\theta'$$

تغییر شعاع کره‌ها از رابطهٔ $\Delta R=R_1\alpha\Delta\theta$ به‌دست می‌آید. دو کره هم‌جنس‌اند، پس ضریب انبساط طولی آن‌ها هم برابر است، همچنین دو کره در ابتدا شعاع اولیهٔ یکسانی دارند، بنابراین کرهٔ توخالی که تغییر دمای بیشتری داشته افزایش شعاع بیشتری هم خواهد داشت.

جمع‌بندی اگر دو جسم هم‌جنس و با شکل ظاهری یکسان داشته باشیم که جسم A توپر و جسم B توخالی باشد، در مسائلی که یا دمای دو جسم را یکسان تغییر می‌دهند (حالت ۱) یا به دو جسم گرمای یکسان داده می‌شود (حالت ۲):

حالت ۲: $m_A>m_B$ — A (توپر) B (توخالی)

$Q_A=Q_B$

$\Delta\theta_A<\Delta\theta_B$

$\Delta R_A<\Delta R_B$

حالت ۱: $m_A>m_B$ — A (توپر) B (توخالی)

$\Delta\theta_A=\Delta\theta_B$

$Q_A>Q_B$

$\Delta R_A=\Delta R_B$

B ۳ ۹۵۲

خط فکری گرمای داده شده به هر چهار صفحهٔ فلزی هم‌جنس برابر است. در این صورت هر صفحه‌ای که جرم بیشتری دارد. افزایش دمای کمتری دارد. البته برای مقایسه جرم‌ها نیز کافی است، مساحت سطح ورقه‌ها را باهم مقایسه کنیم، زیرا چگالی هر چهار صفحه برابر است و مساحت روزنهٔ آن‌ها نیز یکسان است و ورقه‌ای که مساحت بیشتری دارد، جرمش بیشتر است. اگر مساحت سطح روزنه‌ها را یکسان و برابر x بگیریم.

مساحت ورقه A: $S_A=2l\times l-x=2l^2-x$

مساحت ورقه B: $S_B=3l\times l-x=3l^2-x$

مساحت ورقه C: $S_C=3l\times 2l-x=6l^2-x$

مساحت ورقه D: $S_D=0/5l\times 2l-x=l^2-x$

بنابراین $S_D<S_A<S_B<S_C$ است و $m_D<m_A<m_B<m_C$ است.

با توجه به رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ با ثابت بودن Q هر چه m کمتر باشد $\Delta\theta$ بیشتر است.

$$m_Ac\Delta\theta_A=m_Bc\Delta\theta_B=m_Cc\Delta\theta_C=m_Dc\Delta\theta_D$$

$$\xrightarrow{m_D<m_A<m_B<m_C}\Delta\theta_D>\Delta\theta_A>\Delta\theta_B>\Delta\theta_C$$

قطر چهار حفره یکسان است و هر چه افزایش دما بیشتر باشد، انبساط حفره بزرگ‌تر است، بنابراین صفحهٔ D که بیشترین افزایش دما را دارد انبساط قطر حفرهٔ آن بیشترین و صفحهٔ C که کمترین افزایش دما را دارد انبساط قطر حفرهٔ آن کمترین است.

میانبر با تجربهٔ فیزیکی خود می‌دانیم هر چه جسمی کوچک‌تر باشد با گرمای یکسان، قطعاً سریع‌تر دمایش بالا می‌رود و سریع نیز منبسط می‌شود، بنابراین جسم کوچک‌تر افزایش دمایش بیشتر است و حفرهٔ آن نیز بزرگ‌تر می‌شود.

B ۳ ۹۵۳

۱ حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را حساب می‌کنیم.

$$V=\frac{4}{3}\pi(r^3_{\text{خارجی}}-r^3_{\text{داخلی}})\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{4}{3}\times 3(4^3-3^3)$$

$$\Rightarrow V_{\text{فلز}}=4(64-27)=4\times 37cm^3=148cm^3$$

۲ جرم فلز را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=2g/cm^3}m_{\text{فلز}}=2\times 148\Rightarrow m_{\text{فلز}}=296g$$

۳ به کمک رابطهٔ گرماسنجی تغییر دمای فلز قابل محاسبه است.

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow[c=400J/kg.K]{Q=29600J}29600=296\times10^{-3}\times400\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=250^\circ C$$

۴ افزایش حجم فلز از ما خواسته شده است بنابراین:

$$\Delta V_{\text{فلز}}=V_{\text{فلز}}(3\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\Delta V_{\text{فلز}}=148\times3\times10^{-5}\times250\Rightarrow\Delta V_{\text{فلز}}=1/11cm^3$$

B ۲ ۹۵۴

با توجه به تعریف چگالی خواهیم داشت:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{m=\rho V}\frac{m_A}{m_B}=\frac{\rho V_A}{\rho V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{V_A}{V_B}\qquad(1)$$

گرمای داده شده به هر دو کره یکسان است، دو کره هم‌جنس هستند و گرمای ویژهٔ آن‌ها یکی است به کمک رابطهٔ گرما خواهیم داشت:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow m_Ac\Delta\theta_A=m_Bc\Delta\theta_B\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}\qquad(2)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{V_A}{V_B}=\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$$

اکنون نسبت تغییر حجم کره A و کرهٔ B را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{V_A(\beta)\Delta\theta_A}{V_B(\beta)\Delta\theta_B}=\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}\times\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}\Rightarrow\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=1$$

دقت کردید که اعداد داده شده در صورت مسئله تأثیری در حل این مسئله ندارد. از طرفی حجم کرهٔ A که توپر است برابر حجم فلزی است که کره از آن ساخته شده است اما حجم کرهٔ B و حجم فلزی که کرهٔ B از آن ساخته شده یکی نیست و در صورت مسئله نسبت حجم کرهٔ A به حجم فلزی که کرهٔ B از آن ساخته شده است مدنظر است.

جمع‌بندی برای یک کرهٔ دارای حفره در مسائل می‌تواند افزایش حجم کره، یا حفره یا فلز به کار رفته در قسمت توپر خواسته شود:

افزایش حجم فلز به کار رفته:

$$\Delta V = V\beta\Delta\theta \Rightarrow \left(\frac{4}{3}\pi r^3_{\text{خارجی}} - \frac{4}{3}\pi r^3_{\text{داخلی}}\right)$$

افزایش حجم حفره:

$$\Delta V = V\beta\Delta\theta \Rightarrow \left(\frac{4}{3}\pi r^3_{\text{داخلی}}\right)$$

افزایش حجم کره:

$$\Delta V_{\text{کره}} = V_{\text{کره}}\beta\Delta\theta \Rightarrow \left(\frac{4}{3}\pi r^3_{\text{خارجی}}\right)$$

بازی با سؤال **دو کرهٔ فلزی هم‌جنس، هم‌دما و هم‌شعاع A و B در اختیار داریم. کرهٔ A توپُر و کرهٔ B توخالی است، به‌طوری که $m_A = 2m_B$. اگر به هر دو کره گرمای یکسان دهیم، افزایش حجم کرهٔ A چند برابر افزایش حجم کرهٔ B خواهد بود؟**

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{6}$

گزینهٔ ۳

A ۹۵۵ ۱

خط فکری تعادل گرمایی یعنی هم‌دما شدن دو جسم. وقتی یک جسم گرم با یک جسم سرد در تماس قرار گیرد و باهم گرما مبادله کنند، گرما از جسم گرم آن‌قدر به جسم سرد شارش می‌کند تا دمای آن‌ها یکی شود که به این دما، دمای تعادل می‌گویند.

با توجه به خط فکری بیان شده گزینهٔ (۱) درست است.

اگر ظرف A آب محتوی ۲۰۰L آب و ظرف B محتوی ۲۰L آب و هر دو هم‌دما باشند، باهم در تعادل گرمایی هستند، اما قطعاً انرژی درونی آب ظرف A از انرژی درونی آب ظرف B بیشتر است، زیرا ظرف A تعداد ذرات بیشتری دارد، بنابراین گزینهٔ (۲) و (۴) نادرست هستند.

دو جسم مانند آهن و آب می‌توانند باهم در تعادل گرمایی باشند در حالی که گرمای ویژهٔ آن‌ها برابر نیست، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

A ۹۵۶ ۱

وقتی آلومینیم و مس $20^\circ C$ را درون مقداری آب $100^\circ C$ بیندازیم، آب به آلومینیم و مس آن قدر گرما می‌دهد تا هر سه جسم به تعادل گرمایی برسند و دمای آن‌ها باهم برابر شود. یعنی دمای نهایی آلومینیم و مس برابر است. بنابراین افزایش دمای آن‌ها یکسان است. در نتیجه گزینهٔ (۱) درست و گزینهٔ (۲) نادرست است.

اما برای تغییر دمای یکسان ۱kg آلومینیم و ۱kg مس، قطعاً گرمایی که آلومینیم باید دریافت کند، با توجه به رابطهٔ گرمایی $Q = mc\Delta\theta$ بیش از دو برابر مس خواهد بود زیرا گرمای ویژهٔ آلومینیم بیش از دو برابر گرمای ویژهٔ مس است بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

B ۹۵۷ ۴

خط فکری با توجه به مسئله $c_A > 2c_B$ است. اما جرم A و B مشخص نیست و اگر گرمای یکسانی به آن داده شود نمی‌توان تغییر دمای آن‌ها را باهم مقایسه کرد.

رابطهٔ گرماسنجی را می‌نویسیم و گرمای داده شده را برابر قرار می‌دهیم.

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{m_B c_B}{m_A c_A}$$

کاملاً مشخص است که چون $\frac{m_B}{m_A}$ مشخص نیست هر حالتی ممکن است، بنابراین گزینهٔ (۴) پاسخ درست است.

A ۹۵۸ ۴

گرمایی که آلومینیم از دست می‌دهد برابر است با:

$$Q_{Al} = m_{Al} c_{Al} \Delta\theta_{Al}$$

$$\xrightarrow[\theta_{1Al}=90^\circ C]{m_{Al}=1kg\ ,\ c_{Al}=900 J/kg.K} Q_{Al} = 1\times 900\times(\theta_e - 90)$$

گرمایی که مس از دست می دهد خواهد شد:

$$Q_{Cu} = m_{Cu} c_{Cu} \Delta\theta_{Cu}$$

$$\xrightarrow[\theta_{1Cu}=95^\circ C]{m_{Cu}=2kg\ ,\ c_{Cu}=400 J/kgK} Q_{Cu} = 2\times 400(\theta_e - 95)$$

چون دمای محیط مشخص نیست نمی‌توان نسبت $\frac{Q_{Al}}{Q_{Cu}}$ را حساب کرد بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

B ۹۵۹ ۱

خط فکری هر سه گوی را پس از مدتی از درون آب جوش بیرون آورده‌ایم، از این‌رو دمای اولیه هر گوی $100^\circ C$ است. سه گوی را روی یک ورقه بزرگ پارافین قرار داده‌ایم و این کار سبب می‌گردد دمای نهایی هر سه گوی برابر دمای ورقه بزرگ پارافین شود، یعنی تغییر دمای سه گوی یکسان است. $\Delta\theta_{Ag} = \Delta\theta_{Cu} = \Delta\theta_{Fe}$

اکنون گرمایی که هر گوی از دست می‌دهد را به‌دست می‌آوریم.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_1 = m_{Ag}\times 240\times\Delta\theta_{Ag}$$

$$Q_2 = m_{Cu}\times 400\times\Delta\theta_{Cu} \quad , \quad Q_3 = m_{\text{فولاد}}\times 450\times\Delta\theta_{\text{فولاد}}$$

گوی‌ها گرما را از دست داده و این گرما به پارافین می‌رسد، پس هرچه گرمایی که گوی‌ها از دست می‌دهند بیشتر باشد، مقدار پارافین ذوب شده بیشتر است. یعنی نسبت پارافین ذوب شده برابر نسبت گرماهای از دست داده شده توسط گوی‌هاست.

$$\frac{Q_3}{Q_1} = \frac{m_{\text{فولاد}}\times 450\times\Delta\theta_{\text{فولاد}}}{m_{Ag}\times 240\times\Delta\theta_{Ag}} = \frac{15}{8} \Rightarrow \frac{m_3}{m_1} = \frac{15}{8} \Rightarrow m_3 = \frac{15}{8}m_1$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m_{Cu}\times 400\times\Delta\theta_{Cu}}{m_{Ag}\times 240\times\Delta\theta_{Ag}} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{5}{3} \Rightarrow m_2 = \frac{5}{3}m_1$$

B ۹۶۰ ۴

گرمایی که آلومینیم از دست می‌دهد تا دمایش از $\theta_{1Al} = 94^\circ C$ به $\theta_e = 52^\circ C$ برسد برابر گرمایی است که $4/5kg$ آب $\theta_{1W} = 50^\circ C$ دریافت می‌کند تا دمای آن نیز به دمای تعادل $\theta_e = 52^\circ C$ برسد، از این رو خواهیم داشت.

$$Q_{Al} + Q_W = 0 \Rightarrow m_{Al} c_{Al}(\theta_e - \theta_{1Al}) + m_W c_W(\theta_e - \theta_{1W}) = 0$$

$$\xrightarrow{c_{Al}=900 J/kg^\circ C\ ,\ c_W = 4200 J/kg^\circ C}$$

$$m\times 900(52-94) + 4/5\times 4200(52-50) = 0$$

$$\Rightarrow 2m\times(4c) = 4c\times 2 \Rightarrow m = 1kg$$

B ۹۶۱ ۳

خط فکری هر گاه دو جسم یا دو مایع را در کنار هم قرار می‌دهیم تا با یکدیگر تبادل گرمایی انجام دهند و اتلاف گرمایی نداشته باشیم، مجموع جبری گرمای مبادله شده بین آن‌ها صفر می‌شود: $Q_1 + Q_2 + \cdots = 0$

مجموع جبری گرمای مبادله شده بین دو جسم صفر است، بنابراین:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c(\theta_e - \theta_1) + m_2 c(\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow m_1(20-5) + m_2(20-95) = 0 \Rightarrow m_1 = 5m_2$$

از طرفی مجموع جرم آب‌های مخلوط شده برابر است با $m_1 + m_2 = 150g$، بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} m_1 = 5m_2 \\ m_1 + m_2 = 150 \end{cases} \Rightarrow 6m_2 = 150 \Rightarrow m_2 = 25g \Rightarrow m_1 = 125g$$

میانبر هر گاه دو جسم هم‌جنس A و B با دماهای θ_A و θ_B را در کنار هم قرار دهیم تا با هم به تعادل دمایی برسند، داریم: $\frac{m_A}{m_B} = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$

بازی با سؤال ۲۰۰g آب ۲۲/۵°C را با ۱۵۰g آب ۴۰°C مخلوط می‌کنیم. پس از تعادل گرمایی، دمای آب به چند درجهٔ سلسیوس می‌رسد؟ تجربی - ۹۲

۱) ۲۷/۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۲ ۴) ۳۲/۵

گزینهٔ ۲

A ۹۶۲ | ۳

خط فکری جرم هر لیتر آب ۱kg است. بعد از برقراری تعادل ۶۰L یعنی ۶۰kg آب ۴۰°C داریم. بنابراین مجموع جرم دو مقدار آب ۶۰kg است. مسئله را حل کرده و جرم‌ها را به‌دست می‌آوریم عددی که برای جرم‌ها به‌دست می‌آید، همان مقدار حجم آن‌ها برحسب لیتر است.

با توجه به قانون پایستگی انرژی مجموع گرمای مبادله شده صفر است.

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1c(\theta_e-\theta_1)+m_2c(\theta_e-\theta_2)=0$$

$$\Rightarrow m_1(40-50)+m_2(40-20)=0\Rightarrow m_1=2m_2 \quad (2)$$

جمع m_1 و m_2 برابر ۶۰kg است بنابراین:

$$m_1+m_2=60\Rightarrow 2m_2+m_2=60\Rightarrow m_2=20kg, m_1=40kg$$

حجم آب ۵۰°C، ۴۰L و حجم آب ۲۰°C، ۲۰L بوده است.

بازی با سؤال m_1 کیلوگرم آب با دمای ۱۰°C را با m_2 کیلوگرم آب با دمای ۵۰°C مخلوط می‌کنیم و دمای تعادل بدون اتلاف گرما ۳۰°C می‌شود. m_2 چند برابر m_1 است؟ خارج ریاضی - ۸۸

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{3}{5}$

گزینهٔ ۱

A ۹۶۳ | ۴

بنابر قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow 0/8\times4200\times(\theta_e-0)=0/42\times400\times(84-\theta_e)$$

$$\Rightarrow 80\theta_e=4(84-\theta_e)\Rightarrow 84\theta_e=4\times84\Rightarrow\theta_e=4^\circ C$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}$

بازی با سؤال یک قطعه آهن به دمای ۸۸°C و ظرفیت گرمایی ۴۲۰J/K را در یک کیلوگرم آب صفر درجهٔ سلسیوس وارد می‌کنیم. اگر اتلاف گرما ناچیز باشد، دمای تعادل چند درجهٔ سلسیوس خواهد بود؟ $(c_{آب}=4200J/kg.K)$ تجربی - ۸۹

۱) ۰/۸۸ ۲) ۸/۸ ۳) ۸ ۴) ۲۶

گزینهٔ ۳

A ۹۶۴ | ۳

هنگامی که تبادل گرمایی با محیط صورت نگیرد بنا به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$Q_W+Q_{Al}=0\Rightarrow m_Wc_W(\theta_e-\theta_{1W})+m_{Al}c_{Al}(\theta_e-\theta_{1Al})=0$$

$$m_W=0/3kg, m_{Al}=0/12kg, \theta_{1W}=70^\circ C, \theta_{1Al}=20^\circ C$$

$$c_W=4200J/kg^\circ C, c_{Al}=900J/kg^\circ C$$

داده‌ها را در رابطهٔ بالا قرار می‌دهیم.

$$0/3\times4200(\theta_e-70)+0/12\times900(\theta_e-20)=0$$

$$70(\theta_e-70)+6(\theta_e-20)=0\Rightarrow 70\theta_e-4900+6\theta_e-120=0$$

$$\theta_e=\frac{5020}{76}\simeq66^\circ C\Rightarrow T_e=273+66\Rightarrow T_e=339K$$

میانبر استفاده از رابطهٔ دمای تعادل:

$$\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}$$

A ۹۶۵ | ۴

۱ ابتدا دمای تعادل را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1c_1(\theta_e-\theta_1)+m_2c_2(\theta_e-\theta_2)=0$$

$$\Rightarrow(70\times10^{-3})(900)(\theta_e-70)+(60\times10^{-3})(4200)(\theta_e-7/5)=0$$

$$(60\times10^{-3})(4200)(\theta_e-7/5)=(70\times10^{-3})(900)(70-\theta_e)\Rightarrow\theta_e=20^\circ C$$

۲ اکنون گرمای مبادله شده را به‌دست می‌آوریم:

$$|Q|=|mc\Delta\theta|=|\frac{70}{1000}\times900\times(70-20)|\Rightarrow|Q|=63\times50\Rightarrow|Q|=3150J$$

تذکر چون یکاها از صورت و مخرج حذف می‌شدند، تبدیل واحد را انجام نداده‌ایم و فقط به این نکته توجه کرده‌ایم که یکاها یکسان باشند.

میانبر

$$\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}\Rightarrow\theta_e=\frac{(70\times900\times70)+(60\times4200\times7/5)}{(70\times900)+(60\times4200)}$$

$$\theta_e=\frac{70\times9\times7+6\times42\times7/5}{7\times9+6\times42}=\frac{70\times9+6\times6\times7/5}{9+6\times6}=\frac{70+30}{1+4}=20^\circ C$$

A ۹۶۶ | ۲

ابتدا با توجه به حجم و چگالی داده شده جرم آلومینیم و جرم آب را به‌دست می‌آوریم:

آب: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow1=\frac{m_1}{540}\Rightarrow m_1=540g$

آلومینیم: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow2/7=\frac{m_2}{200}\Rightarrow m_2=540g$

با فرض ناچیز بودن اتلاف گرمایی دمای تعادل را حساب می‌کنیم:

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1c_1(\theta_e-\theta_1)+m_2c_2(\theta_e-\theta_2)=0$$

$$\Rightarrow\frac{540}{1000}\times4200\times(\theta_e-20)+\frac{540}{1000}\times900\times(\theta_e-100)=0$$

$$\Rightarrow\frac{540}{1000}\times4200\times(\theta_e-20)=\frac{540}{1000}\times900\times(100-\theta_e)\Rightarrow\theta_e\simeq34^\circ C$$

نکته دقت کنید که اگر یکای گرمای ویژه به صورت J/g.K داده شد با ضرب عدد در ۱۰۰۰ یکا را به SI تبدیل کرده و به J/kg.K می‌رسانیم.

میانبر

$$\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}\Rightarrow\theta_e=\frac{540\times4/2\times20+540\times0/9\times100}{540\times4/2+540\times0/9}$$

$$\Rightarrow\theta_e=\frac{4/2\times20+0/9\times100}{4/2+0/9}\Rightarrow\theta_e=\frac{84+90}{5/1}=\frac{174}{5/1}\simeq34^\circ C$$

بازی با سؤال یک ظرف عایق گرما حاوی ۸۰g آب ۱۱/۵°C است. یک قطعه مس به جرم ۴۲۰g و دمای ۱۰۰°C را در این ظرف می‌اندازیم. اگر فقط بین آب و مس تبادل گرما صورت گیرد و $c_{آب}=4200J/kg.K$ و $c_{مس}=380J/kg.K$ باشد، تا برقراری تعادل گرمایی، دمای آب چند کلوین افزایش می‌یابد؟ خارج تجربی - ۹۳

۱) ۲۸/۵ ۲) ۴۰ ۳) ۳۱۳ ۴) ۳۰۱/۵

گزینهٔ ۱

B ۹۶۷ | ۴

گرما بین آب‌ها و ظرف تبادل می‌شود:

$$Q_{آب}+Q'_{آب}+Q_{ظرف}=0$$

$$\Rightarrow m_Wc_W\Delta\theta_W+m'_Wc_W\Delta\theta'_W+m_{ظرف}c_{ظرف}\Delta\theta_{ظرف}=0$$

$$0/08\times4200\times(\theta_e-20)+0/02\times4200\times(\theta_e-80)+0/3\times400\times(\theta_e-32)=0$$

دو طرف را بر ۳۰۰ تقسیم می‌کنیم:

$$0/08\times14\times(\theta_e-20)+0/02\times14\times(\theta_e-80)+0/4\times(\theta_e-32)=0$$

$$\Rightarrow1/12\theta_e-22/4+0/28\theta_e-22/4+0/4\theta_e-12/8=0$$

$$\Rightarrow1/8\theta_e=57/6\Rightarrow\theta_e=32^\circ C$$

B ۹۶۸ ۱

مجموع گرمای مبادله شده بین فلز، مس و آب تا رسیدن به حالت تعادل را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$Q_{\text{آب}}+Q_{\text{مس}}+Q_{\text{فلز}}=0$$

$$m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e-\theta_{\text{آب}})+m_{\text{مس}}c_{\text{مس}}(\theta_e-\theta_{\text{مس}})+m_{\text{فلز}}c_{\text{فلز}}(\theta_e-\theta_{\text{فلز}})=0$$

$$0/5\times4200(25-20)+0/4\times420(25-50)+0/2c_{\text{فلز}}(25-60)=0$$

$$2100\times5+168\times(-25)=7c_{\text{فلز}}\Rightarrow c_{\text{فلز}}=\frac{10500-4200}{7}=900\,J/kg.K$$

با توجه به جدول داده شده فلز به کار رفته آلومینیم است.

B ۹۶۹ ۲

بنا به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$Q_{\text{آب}}+Q_{\text{مس}}+Q_{\text{فلز}}=0$$

$$m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e-\theta_{\text{آب}})+m_{\text{مس}}c_{\text{مس}}(\theta_e-\theta_{\text{مس}})+C_{\text{فلز}}(\theta_e-\theta_{\text{فلز}})=0$$

$$m_{\text{آب}}=520g=0/52kg\quad,\quad m_{\text{مس}}=0/1kg$$

$$c_{\text{آب}}=4200J/kg^\circ C\ ,\ \theta_{\text{آب}}=15^\circ C\ ,\ \theta_{\text{مس}}=50^\circ C$$

$$\theta_{\text{فلز}}=60^\circ C\ ,\ c_{\text{مس}}=400J/kg^\circ C\ ,\ \theta_e=20^\circ C$$

$$0/52\times(4200)(20-15)+0/1\times400(20-50)+C(20-60)=0$$

$$52\times42\times(5)+40\times(-30)+C(-40)=0$$

$$52\times42+8(-30)-8C=0\Rightarrow C=\frac{2184-240}{8}\Rightarrow C=243J/^\circ C$$

B ۹۷۰ ۴

تا اینجا سؤالات را با راه حل پایستگی انرژی حل کردیم. این تست را با راه حل تستی که در سؤالات قبلی هم ذکر کردیم حل می‌کنیم.

دمای تعادل چند جسم که در تبادل گرمایی به تعادل می‌رسند برابر است با:

$$\theta=\frac{m_Ac_A\theta_A+m_Bc_B\theta_B+m_Cc_C\theta_C}{m_Ac_A+m_Bc_B+m_Cc_C}$$

با توجه به داده‌های مسئله $m_A=m_B=m_C$ و برای گرمای ویژه داریم $c_A=3c_C, c_B=\frac{3}{2}c_C$ و دمای اولیه آن‌ها $\theta_A=15^\circ C$ و $\theta_B=20^\circ C$ است و دمای تعادل $25^\circ C$، مسئله با جایگذاری قابل حل است. جرم‌ها از صورت و مخرج حذف می‌شوند.

$$25=\frac{3c_C\times15+\frac{3}{2}c_C\times20+c_C\times\theta_C}{3c_C+\frac{3}{2}c_C+c_C}$$

c_C از صورت و مخرج حذف می‌شود.

$$25=\frac{45+30+\theta_c}{\frac{11}{2}}\Rightarrow25\times\frac{11}{2}=75+\theta_c\Rightarrow\theta_c=62/5^\circ C$$

B ۹۷۱ ۴

خط فکری هر گاه در یک مسئله دماهای مختلف برحسب یکاهای متفاوت بیان شود، اولین کار تبدیل همهٔ یکاها به یک یکای مشخص است که معمولاً آن یکا، درجه‌بندی سلسیوس است.

دمای تعادل را برحسب درجه‌بندی سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$F=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow113=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow81=\frac{9}{5}\theta\Rightarrow\theta_e=45^\circ C$$

۱ با توجه به پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_A+Q_B=0\Rightarrow m_Ac_A(\theta_e-\theta_A)+m_Bc_B(\theta_e-\theta_B)=0$$

$$\Rightarrow400\times3/2(45-50)+200\times4(45-\theta_B)=0$$

$$\Rightarrow3/2\times(-5)+90-2\theta_B=0\Rightarrow74=2\theta_B\Rightarrow\theta_B=37^\circ C$$

۲ دمای T برحسب کلوین خواسته شده:

$$T=273+37=310K$$

B ۹۷۲ ۲

۱ ابتدا رابطهٔ بین گرمای ویژهٔ مایع A و B را به‌دست می‌آوریم، با مخلوط کردن جرم یکسان از دو مایع A و B دمای تعادل آن‌ها $30^\circ C$ شده است، از این‌رو می‌توان نوشت: $Q_A+Q_B=0\Rightarrow mc_A(30-80)+mc_B(30-20)=0\Rightarrow c_B=5c_A$

۲ اکنون دمای تعادل در حالت دوم را به‌دست می‌آوریم که در آن جرم A دو برابر جرم مایع B $(m_A=2m_B)$ است:

$$Q_A+Q_B=0\Rightarrow2mc_A(\theta_e-80)+mc_B(\theta_e-20)=0\xrightarrow{c_B=5c_A}$$

$$\Rightarrow2\theta_e-160+5\theta_e-100=0\Rightarrow7\theta_e=260\Rightarrow\theta_e=\frac{260}{7}^\circ C$$

B ۹۷۳ ۲

رابطهٔ دمای تعادل را می‌نویسیم:

$$\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}\Rightarrow50=\frac{m_1\times40+1\times80}{m_1+1}\Rightarrow m_1=3kg$$

اکنون 4kg آب در دمای تعادل $50^\circ C$ داریم، دمای تعادل جدید را به‌دست می‌آوریم:

$$\theta_e=\frac{4\times50+1\times80}{4+1}=\frac{280}{5}=56^\circ C$$

B ۹۷۴ ۳

با توجه به پایستگی انرژی، گرمایی که لیوان از دست می‌دهد با گرمایی که آب دریافت می‌کند تا به تعادل برسند باهم برابر است:

$$Q_{Al}=Q_W\Rightarrow m_{Al}c_{Al}\Delta\theta_{Al}=m_Wc_W\Delta\theta_W$$

با توجه به فرض مسئله $\Delta\theta_W=\frac{20}{100}\Delta\theta_{Al}$ است، بنابراین:

$$m_{Al}c_{Al}\Delta\theta_{Al}=m_Wc_W(\frac{20}{100}\Delta\theta_{Al})\xrightarrow[c_W=4200J/kg.K]{m_{Al}=210g,c_{Al}=900J/kg.K}$$

$$210\times900=m_W\times4200\times\frac{20}{100}\Rightarrow m_W=\frac{900}{4}\Rightarrow m_W=225g$$

B ۹۷۵ ۱

مجموع گرمای مبادله شده بین میلهٔ آلومینیمی و آب تا رسیدن به حالت تعادل را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$Q_{Al}+Q_W=0\Rightarrow m_{Al}c_{Al}(\theta_e-\theta_{Al})+m_Wc_W(\theta_e-\theta_W)=0$$

داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم.

$$m_{Al}=2/5kg\,,\,m_{\text{آب}}=1/5kg$$

$$c_{\text{آب}}=4200J/kg.K\,,\,c_{Al}=900J/kg^\circ C$$

$$2/5\times900(\theta_e-5)+1/5\times4200(\theta_e-100)=0$$

$$\Rightarrow\theta_e=\frac{2/5\times900\times5+1/5\times4200\times100}{2/5\times900+1/5\times4200}=75^\circ C$$

اکنون به کمک رابطهٔ انبساط طولی افزایش طول آلومینیم را به‌دست می‌آوریم:

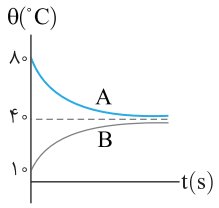
$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta L=200\times23\times10^{-6}\times(75-5)=0/322cm$$

میانبر دمای تعادل را می‌توان از رابطهٔ زیر به‌دست آورد.

$$\theta=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}$$

B ۹۷۶ ۱

خط فکری چون نسبت ظرفیت‌های گرمایی خواسته شده است، از رابطهٔ گرما به صورت $Q=C\Delta\theta$ استفاده می‌کنیم.



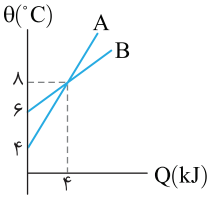
با توجه به نمودار دمای اولیهٔ A، $80^\circ C$، دمای اولیهٔ B، $10^\circ C$ و دمای تعادل آن‌ها $40^\circ C$ است و مجموع گرمای مبادله شده بین A و B صفر است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$Q_A+Q_B=0\Rightarrow C_A\Delta\theta_A+C_B\Delta\theta_B=0$$

$$\Rightarrow C_A(40-80)+C_B(40-10)=0\Rightarrow\frac{C_A}{C_B}=\frac{3}{4}$$

B ۲ ۹۷۷

خط فکری ابتدا از روی نمودارهای $\theta-Q$، ظرفیت گرمایی دو جسم را به‌دست می‌آوریم، سپس با نوشتن رابطهٔ تعادل گرمایی، دمای تعادل را به‌دست می‌آوریم:



۱ ظرفیت گرمایی دو جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=C\Delta\theta\Rightarrow C=\frac{Q}{\Delta\theta}\Rightarrow\begin{cases}C_A=\frac{Q}{\Delta\theta_A}\Rightarrow C_A=\frac{۴۰۰۰}{۸-۴}=۱۰۰۰\,J/^\circ C\\ C_B=\frac{Q}{\Delta\theta_B}=\frac{۴۰۰۰}{۸-۶}=۲۰۰۰\,J/^\circ C\end{cases}$$

۲ رابطهٔ تعادل گرمایی را می‌نویسیم:

$$Q_A+Q_B=۰\Rightarrow C_A\Delta\theta_A+C_B\Delta\theta_B=۰$$
$$\Rightarrow ۱۰۰۰\times(\theta_e-۶۰)+۲۰۰۰(\theta_e-۱۰)=۰$$
$$\Rightarrow\theta_e-۶۰+۲\theta_e-۲۰=۰\Rightarrow\theta_e=\frac{۸۰}{۳}{}^\circ C$$
$$\Rightarrow F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow F=\frac{۹}{۵}\times\frac{۸۰}{۳}+۳۲=۴۸+۳۲=۸۰^\circ F$$

B ۴ ۹۷۸

خط فکری هر گاه دو جسم که باهم در تماس هستند در اثر تبادل گرمایی به دمای تعادل برسند، دمای تعادل به دمای اولیه جسمی که دارای ظرفیت گرمایی بیشتری است نزدیک‌تر خواهد شد زیرا هر چه ظرفیت گرمایی جسم بزرگ‌تر باشد، تغییر دمای آن کمتر است.

با توجه به خط فکری بیان شده در شکل (الف) که $C_A=C_B$ است، دمای تعادل برابر میانگین دمای اولیه دو جسم A و B است و نمودار (الف) درست است. در نمودار (ب) چون $C_A>C_B$ است، دمای تعادل باید به θ_A نزدیک‌تر باشد که چنین است و در نمودار (پ) نیز چون $C_A<C_B$ است دمای تعادل باید به θ_B نزدیک‌تر باشد که چنین است.

یادداشت ریاضی اما اکنون مسئله را به صورت ریاضی نیز حل می‌کنیم. با توجه به نمودارها، $\theta_A>\theta_B$ است و دمای تعادل قطعاً از θ_A کوچک‌تر و از θ_B بزرگ‌تر است $\theta_A<\theta_e<\theta_B$

مجموع گرمای مبادله شده بین دو جسم را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$Q_A+Q_B=۰\Rightarrow C_A(\theta_e-\theta_A)+C_B(\theta_e-\theta_B)=۰$$
$$\Rightarrow C_A(\theta_A-\theta_e)=C_B(\theta_e-\theta_B)$$

۱ اگر $C_A=C_B$ باشد: $\theta_A-\theta_e=\theta_e-\theta_B\Rightarrow\theta_e=\frac{\theta_A+\theta_B}{۲}$

نمودار (الف) درست است.

۲ اگر $C_A>C_B$ باشد: $\theta_A-\theta_e<\theta_e-\theta_B\Rightarrow\theta_e>\frac{\theta_A+\theta_B}{۲}$

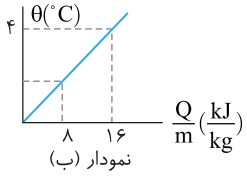
نمودار (ب) درست است.

۳ اگر $C_A<C_B$ باشد: $\theta_A-\theta_e>\theta_e-\theta_B\Rightarrow\theta_e<\frac{\theta_A+\theta_B}{۲}$

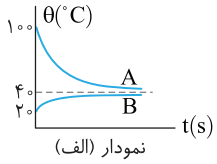
نمودار (پ) درست است.

نکتهٔ مهم دقت کنید که $\theta_A>\theta_e>\theta_B$ و $\theta_B<\theta_e$ است و در نوشتن تغییرات دمای A، $\Delta\theta_A$ را باید $\theta_A-\theta_e$ بنویسیم و در نوشتن $\Delta\theta_B$ باید $\theta_e-\theta_B$ بنویسیم.

بازی با سوال دو مادهٔ A و B با دماهای اولیهٔ مختلف را در ظرف عایقی قرار می‌دهیم. نمودار (الف) تغییر دمای آن‌ها را برحسب زمان نشان می‌دهد و نمودار (ب) برای مادهٔ B رسم شده است. گرمای ویژهٔ A در SI کدام است؟ $(m_A=۵kg\,,\,m_B=۱/۵kg)$



نمودار (ب)



نمودار (الف)

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۳۰۰

گزینهٔ ۳

A ۲ ۹۷۹

گرماسنج بمبی نوعی گرماسنج است که از آن برای تعیین ارزش غذایی مواد با اندازه‌گیری انرژی آزاده شدهٔ آن‌ها در حین سوختن استفاده می‌شود، بنابراین گزاره (الف) درست است. نمونه‌ای که جرم آن به دقت اندازه‌گیری شده است در ظرف سربسته‌ای که محتوی **اکسیژن** است قرار داده می‌شود، بنابراین گزاره (ب) نادرست است. سپس این محفظه در آب یک گرماسنج قرار داده می‌شود و توسط جریان الکتریکی عبوری از یک سیم نازک، نمونهٔ داخل آن سوزانده می‌شود. بنابراین گزاره (پ) نادرست است. با اندازه‌گیری تغییر دمای آب، انرژی حاصل از احتراق مادهٔ مورد نظر را به‌دست می‌آورند که تقریباً معادل انرژی آزاد شده ماده است. در نتیجه تنها گزاره (الف) درست است.

A ۱ ۹۸۰

خط فکری گرمای ویژه یک جسم مقدار گرمایی است که به یکای جرم جسم داده می‌شود تا دمایش $۱K$ بالا برود، بنابراین هرچه گرمای ویژهٔ جسمی بیشتر باشد، باید گرمای بیشتری دریافت کند تا دمایش $۱K$ بالا برود یعنی اگر به دو جسم با گرمای ویژهٔ متفاوت گرمای یکسانی بدهیم، دمای جسمی که گرمای ویژهٔ بیشتری دارد کمتر بالا می‌رود. با توجه به این نکتهٔ فیزیکی به تحلیل مسئله بپردازید.

گرمای ویژه آلومینیم از دو برابر گرمای ویژهٔ مس بیشتر است از این‌رو وقتی آلومینیم در آب $۵۰^\circ C$ قرار می‌گیرد و با آن تبادلی گرمایی انجام می‌دهد، افزایش دمای آن از افزایش دمای مس کمتر است و دمای تعادل آلومینیم با آب از دمای تعادل مس با آب کمتر خواهد بود.

A ۴ ۹۸۱

انرژی آزاد شده از مادهٔ غذایی سبب بالا رفتن دمای آب شده پس انرژی آزاد شدهٔ ماده غذایی برابر گرمای داده شده به آب است:

$$Q=mc\Delta\theta=۰/۲\times۴۲۰۰\times(۲۰-۱۵)=۴۲۰۰J=۴/۲kJ$$

B ۲ ۹۸۲

۶۰۰ گرم آب $۲۰^\circ C$ درون گرماسنج به این معنی است که دمای اولیه گرماسنج نیز $۲۰^\circ C$ است. قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$Q_{W_۱}+Q_{W_۲}+Q_C=۰\Rightarrow m_۱c(\theta_e-\theta_{W_۱})+m_۲c(\theta_e-\theta_{W_۲})+C(\theta_e-\theta_۱)=۰$$
$$\xrightarrow{\theta_e=۳۶^\circ C,\theta_{W_۲}=۸۰^\circ C,m_{W_۲}=۴۰۰g}$$
$$\frac{۶۰۰}{۱۰۰۰}\times۴۲۰۰(۳۶-۲۰)+\frac{۴۰۰}{۱۰۰۰}\times۴۲۰۰(۳۶-۸۰)+C(۳۶-۲۰)=۰$$
$$۰/۶\times۴۲۰۰\times(۱۶)+۰/۴\times۴۲۰۰(-۴۴)+C(۱۶)=۰\Rightarrow C=۲۱۰۰J/^\circ C$$

میانبر: استفاده از رابطهٔ دمای تعادل

$$\theta_e=\frac{m_۱c_۱\theta_۱+m_۲c_۲\theta_۲+C\theta_e}{m_۱c_۱+m_۲c_۲+C}$$

A ۴ ۹۸۳

خط فکری برای به‌دست آوردن دمای تعادل کافی است مجموع گرمای مبادله شده بین اجسام در تماس باهم را برابر صفر قرار دهیم. در ضمن دقت کنید دمای اولیه گرماسنج و آب درون آن باهم برابر است.

بنا بر قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{فلز}}+Q_{\text{آب}}+Q_{\text{گرماسنج}}=0$$

$$\Rightarrow m_{\text{فلز}}c_{\text{فلز}}(\theta_e-\theta_{\text{فلز}})+m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e-\theta_{\text{آب}})+C_{\text{گرماسنج}}(\theta_e-\theta_{\text{گرماسنج}})=0$$

$$\xrightarrow[m_{\text{آب}}=0/5\text{kg},\,m_{\text{فلز}}=0/8\text{kg}]{\theta_{\text{آب}}=\theta_{\text{گرماسنج}}=20^\circ C,\,\theta_e=25^\circ C,\,C=180\text{J/K},\,c_{\text{آب}}=4200\text{J/kg.K}}$$

$$0/8\times c_{\text{فلز}}(25-100)+0/5\times4200(25-20)+180(25-20)=0$$

$$\Rightarrow -60c_{\text{فلز}}+10500+900=0\Rightarrow c_{\text{فلز}}=\frac{11400}{60}\Rightarrow c_{\text{فلز}}=190\text{J/kg}^\circ C$$

۳ ۹۸۴ A

۱ مجموع گرمای مبادله شده بین گرماسنج و آب و قطعه بنا به پایستگی انرژی صفر است.

$$Q_{\text{آب}}+Q_{\text{قطعه}}+Q_{\text{گرماسنج}}=0$$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e-\theta_{1\text{آب}})+m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e-\theta_{2\text{آب}})$$

$$+m_{\text{قطعه}}c_{\text{قطعه}}(\theta_e-\theta_{\text{قطعه}1})+m_{\text{مس}}c_{\text{مس}}(\theta_e-\theta_{\text{مس}})=0$$

۲ اکنون داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم.

$$\Rightarrow\frac{50}{1000}\times c_{\text{آب}}\times(52-30)+\frac{100}{1000}\times c_{\text{آب}}\times(52-74)+\frac{80}{1000}\times c_{\text{قطعه}}\times(52-30)$$

$$+\frac{200}{1000}\times c_{\text{مس}}\times(52-30)=0$$

۳ با توجه به اینکه گرمای ویژهٔ مس $\frac{1}{10}$ گرمای ویژهٔ آب بوده، در معادلهٔ بالا به جای $c_{\text{مس}}$، $\frac{c_{\text{آب}}}{10}$ قرار می‌دهیم:

$$\frac{5c_{\text{آب}}\times22}{100}-\frac{10c_{\text{آب}}\times22}{100}+\frac{8c_{\text{قطعه}}\times22}{100}+\frac{2c_{\text{آب}}\times22}{100}=0\Rightarrow\frac{8c_{\text{قطعه}}}{100}=\frac{3c_{\text{آب}}}{100}$$

$$\Rightarrow c_{\text{قطعه}}=\frac{3}{8}\times4000=1500\text{J/kg.K}$$

۲ ۹۸۵ B

قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$Q_1+Q_2+Q_{\text{اتلافی}}=0\Rightarrow C_1\Delta\theta_1+C_2\Delta\theta_2+Q_{\text{اتلافی}}=0$$

$$\Rightarrow800\times(50-60)+1600\Delta\theta_2=-4000\Rightarrow1600\Delta\theta_2=4000\Rightarrow\Delta\theta_2=2/5C$$

دمای نهایی جسم برابر است با: $50-\theta=2/5\Rightarrow\theta=47/5^\circ C$

۲ ۹۸۶ B

خط فکری اگر در حین تبادل گرما، مجموعه گرمای Q' را با محیط مبادله کند:

$$Q_1+Q_2+\cdots=Q'\Rightarrow\begin{matrix}Q'<0\Rightarrow Q'\text{ گرما از دست داده باشد}\\ Q'>0\Rightarrow Q'\text{ گرما گرفته باشد}\end{matrix}$$

با توجه به خط فکری معادله را می‌نویسیم: $Q_1+Q_2=Q'$

Q' گرمای اتلافی بوده و $Q'=-126\text{kJ}$ است:

$$m_1c_1(\theta_e-\theta_1)+m_2c_2(\theta_e-\theta_2)=Q'$$

$$\Rightarrow m_1\times4200\times(50-80)+1\times4200\times(50-20)=-126000$$

$$\Rightarrow-126000m_1+126000=-126000\Rightarrow m_1=2\text{kg}$$

بازی با سؤال یک گلولهٔ فلزی به دمای $100^\circ C$ را درون 2kg آب صفر درجهٔ سلسیوس می‌اندازیم. اگر $\frac{1}{6}$ گرمایی که گلوله از دست می‌دهد به محیط اطراف داده شود و دمای تعادل $20^\circ C$ گردد، ظرفیت گرمایی گلوله چند $J/^\circ C$ است؟ $(c_{\text{آب}}=4200\text{J/kg}^\circ C)$

۱) ۲۵۲ ۲) ۱۲۶۰۰ ۳) ۱۲۶۰ ۴) ۲۵۲۰

گزینه ۴

۱ ۹۸۷ B

۲۰ درصد از گرمای جسم به محیط اطراف داده شده بنابراین ۸۰ درصد این گرما به آب می‌رسد. دقت کنید که جسم گرما از دست داده و آب ۸۰ درصد از این گرما را گرفته

بنابراین نوشت: $\frac{80}{100}|Q_{\text{جسم}}|=Q_{\text{آب}}\Rightarrow0/8|C_{\text{جسم}}\Delta\theta_{\text{جسم}}|=mc\Delta\theta_{\text{آب}}$

اگر دمای تعادل را با θ_e نشان دهیم، این دما از دمای جسم $70^\circ C$ کوچک‌تر و از دمای آب $0^\circ C$ بیشتر است:

$$0/8\times437/5\times(70-\theta_e)=0/5\times4200\times(\theta_e-0)$$

$$\Rightarrow70-\theta_e=6\theta_e\Rightarrow7\theta_e=70\Rightarrow\theta_e=10^\circ C$$

۲ ۹۸۸ B

ابتدا معادلهٔ تعادل گرمایی را می‌نویسیم:

C_1: ظرفیت گرمایی ظرف ، C_2: ظرفیت گرمایی مایع

C_3: ظرفیت گرمایی فلز ، $Q_T=0$

$$C_1(\theta_e-\theta_1)+C_2(\theta_e-\theta_2)+C_3(\theta_e-\theta_3)+Q=0$$

$$\Rightarrow90(9-3)+630(9-3)+C_3(9-45)+1800=0\Rightarrow540+3780-36C_3+1800=0$$

$$\Rightarrow540+3780+1800=36C_3\Rightarrow C_3=170\text{J/}^\circ C$$

ظرفیت گرمایی حاصل‌ضرب جرم جسم در گرمای ویژهٔ آن است بنابراین:

$$C_3=m_{\text{فلز}}\times c_{\text{فلز}}\Rightarrow170=0/5\times c\Rightarrow c_{\text{فلز}}=340\text{J/kg.}^\circ C$$

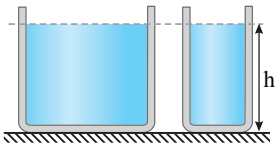
پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

۴ ۹۸۹ B

یادآوری انرژی درونی یک جسم، مجموع انرژی‌های ذره‌های تشکیل دهندهٔ آن است. معمولاً با گرم‌تر شدن یک جسم انرژی درونی آن بالا می‌رود.

بنابراین انرژی درونی جسم به دمای جسم و تعداد ذرات تشکیل دهندهٔ آن بستگی دارد. دمای یک جسم بیانگر میانگین انرژی جنبشی ذرات آن است یعنی هر چه دمای جسم بالاتر باشد، میانگین انرژی جنبشی ذرات آن بیشتر است.

ظرفیت گرمایی برابر $C=mc$ است و چون جرم آب ظرف B از جرم آب ظرف A کمتر است، ظرفیت گرمایی آب در ظرف B کمتر از ظرف A است و گزینهٔ (۱) نادرست است.



تعداد مولکول‌های آب در ظرف A در دمای $20^\circ C$ از تعداد مولکول‌های آب در ظرف B بیشتر است، بنابراین انرژی درونی ظرف‌ها یکی نیست و گزینه (۲) نادرست است.

فشار آب هر دو ظرف بر کف آن‌ها برابر $P=\rho gh$ است، اما چون مساحت کف ظرف B کمتر است، نیروی وارد بر کف ظرف B کوچک‌تر است $(F=\rho ghA)$ و گزینهٔ (۳) نادرست است.

دمای آب ظرف A و B باهم برابر است، از این‌رو میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آن‌ها یکی است و گزینهٔ (۴) درست است.

۳ ۹۹۰ B

خط فکری به کمک رابطهٔ گرما، گرمای داده شده به جسم را به‌دست می‌آوریم، سپس گرما را برحسب کالری حساب می‌کنیم.

۱ دقت کنید یکای گرمای ویژه به صورت $J/\text{kg}^\circ F$ داده شده، بنابراین در رابطهٔ گرما $Q=mc\Delta\theta$ تغییرات دما نیز باید برحسب فارنهایت قرار گیرد.

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\xrightarrow{\Delta\theta=\Delta T=100}\Delta F=\frac{9}{5}\times100=180^\circ F$$

۲ گرمای داده شده به فلز برابر است با:

$$Q=mc\Delta F\Rightarrow Q=\frac{175}{1000}\times400\times180\Rightarrow Q=12600\text{J}$$

۳ گرما را برحسب کالری حساب می‌کنیم. $12600\text{J}\times\frac{1\text{cal}}{4/2\text{J}}=3000\text{ cal}$

B ۹۹۱ ۲

توان گرمایی گرمکن ثابت است $(P_1=P_2)$ و در یک مدت معین $(t_1=t_2)$ گرمایی که به m_1 و گرمایی که به m_2 می‌دهد $(Q=Pt)$ باهم برابر است.

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\xrightarrow[P_1=P_2]{t_1=t_2}Q_1=Q_2$$

$$\xrightarrow{Q=mc\Delta\theta} m_1c(۳۶-۳۰)=m_2c(۴۲-۳۰)$$

$$\Rightarrow ۶m_1=۱۲m_2\Rightarrow m_1=۲m_2$$

وقتی آب‌ها را با هم مخلوط می‌کنیم، جرم کل مخلوط خواهد شد:

$$m=m_1+m_2\Rightarrow m=۲m_2+m_2\Rightarrow m=۳m_2$$

در حالتی که دو مایع را باهم مخلوط می‌کنیم چون زمان دادن گرما $۲t_1$ است یعنی دو برابر حالت‌های قبلی است گرما داده شده به مخلوط دو برابر مقدار گرمای حالت‌های قبلی است بنابراین خواهیم داشت.

$$Q=Pt\xrightarrow[P=\text{ثابت}]{t=۲t_1}Q=۲Q_2\Rightarrow mc\Delta\theta=۲(m_2c(\Delta\theta_2))$$

$$\xrightarrow{m=۳m_2}۳m_2c(\theta-۳۰)=۲m_2c(۴۲-۳۰)$$

$$\Rightarrow ۳\theta-۹۰=۲۴\Rightarrow ۳\theta=۱۱۴\Rightarrow\theta=۳۸^\circ C\Rightarrow\Delta\theta=۳۸-۳۰=۸^\circ C$$

B ۹۹۲ ۲

خط فکری ۰/۱ کار نیروی وزن صرف افزایش دمای جسم ۱۰ کیلوگرمی و ۰/۹ کار نیروی وزن با توجه به اتصال آن به همزن صرف افزایش دمای آب می‌شود.

۱ گرمایی که جسم ۱۰kg دریافت می‌کند:

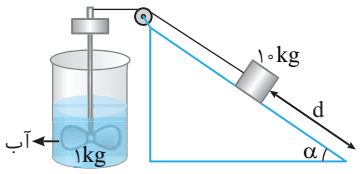
$$۰/۱W_{mg}=Q_{\text{جسم}}\Rightarrow ۰/۱\times(W_{mg})=۱۰\times۴۰۰\times\Delta\theta_{\text{جسم}}$$

۲ گرمایی که ۱kg آب دریافت می‌کند:

$$۰/۹W_{mg}=Q_{\text{آب}}\Rightarrow ۰/۹(W_{mg})=۱\times۴۰۰۰\times\Delta\theta_{\text{آب}}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$۹=\frac{۱\times۴۰۰۰\times\Delta\theta_{\text{آب}}}{۱۰\times۴۰۰\times\Delta\theta_{\text{جسم}}}\Rightarrow\frac{\Delta\theta_{\text{آب}}}{\Delta\theta_{\text{جسم}}}=۹$$



B ۹۹۳ ۳

خط فکری مقدار انبساط میله‌ها به دو عامل طول اولیه میله و افزایش دمای میله‌ها بستگی دارد. البته گرمای ویژه و ضریب انبساط دمایی هر دو میله یکی است.

گرمایی که به هر قسمت میله داده‌ایم برابر است. میله‌ای که طول کمتری دارد، جرم کمتری دارد و به همان نسبت افزایش دمای بیشتری دارد. $(\Delta\theta_2>\Delta\theta_1\xleftarrow[Q_1=Q_2]{m_2<m_1}L_2<L_1)$

این توضیحات را دادیم تا کمی با فضای این سؤال آشنا شوید، حالا برویم سراغ حل:

اگر فرض کنیم با دو تکه کردن میله یک میله طولش $\frac{L}{n}$ می‌شود، میله دیگر طولش $L-\frac{L}{n}=\frac{n-۱}{n}L$

اگر جرم کل میله m باشد، جرم آن‌ها به ترتیب $\frac{m}{n}$ و $m-\frac{m}{n}=(\frac{n-۱}{n})m$ خواهد شد.

به کمک رابطهٔ گرماسنجی رابطهٔ تغییر دمای دو جسم را حساب می‌کنیم.

$$Q=m_1c\Delta\theta_1\xrightarrow{m_1=\frac{m_{\text{کل}}}{n}}Q=\frac{m_{\text{کل}}}{n}\times c\times\Delta\theta_1$$

$$Q=m_2c\Delta\theta_2\xrightarrow{m_2=\frac{n-۱}{n}m_{\text{کل}}}Q=\frac{n-۱}{n}m_{\text{کل}}\times c\times\Delta\theta_2\Rightarrow\Delta\theta_1=(n-۱)\Delta\theta_2$$

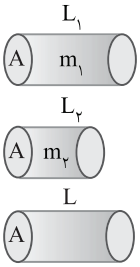
با توجه به رابطه انبساط طولی خواهیم داشت:

$$\Delta L=L\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta L_2=\frac{n-۱}{n}L\alpha\Delta\theta_2\ ,\ \Delta L_1=\frac{L}{n}\alpha\Delta\theta_1$$

$$\Rightarrow\Delta L_1=\frac{L}{n}\alpha(n-۱)\Delta\theta_2=\frac{n-۱}{n}L\alpha\Delta\theta_2=\Delta L_2$$

روش دیگر:

۱ گرمای داده شده به هر دو تکه میله یکسان است:



$$Q_1=Q_2\Rightarrow m_1c_1\Delta\theta_1=m_2c_2\Delta\theta_2$$

$$\xrightarrow[c_1=c_2]{\text{دو تکه میله هم‌جنس‌اند}}m_1\Delta\theta_1=m_2\Delta\theta_2$$

۲ جرم میله m را می‌توان از رابطهٔ چگالی و استفاده از حجم به‌دست آورد:

$$m=\rho V\Rightarrow m=\rho AL$$

۳ در رابطهٔ اول به‌دست آمده به جای m، ρAL قرار می‌دهیم:

$$\rho_1A_1L_1\Delta\theta_1=\rho_2A_2L_2\Delta\theta_2$$

$$\xrightarrow[A_1=A_2\text{ دو تکه میله سطح مقطع یکسانی دارند}]{\rho_1=\rho_2\text{ دو تکه میله هم‌جنس‌اند}}L_1\Delta\theta_1=L_2\Delta\theta_2$$

۴ تغییرات طول برابر $\Delta L=L\alpha\Delta\theta$ است که چون دو تکه میله هم‌جنس‌اند $\alpha_1=\alpha_2$ بوده و با توجه به رابطهٔ قبل $L_1\Delta\theta_1=L_2\Delta\theta_2$ شده، بنابراین $\Delta L_1=\Delta L_2$ می‌شود.

بنابراین تغییرات طول هر دو میله یکسان است.

میانبر البته چون سؤال کلی گفته است شما می‌توانید یک حالت خاص را مثال بزنید و سؤال را حل کنید:

$$Q_1=Q_2\xrightarrow[m_2=\frac{۲m}{۳}]{m_1=\frac{m}{۳}}\Delta\theta_1=۲\Delta\theta_2$$

حال با توجه به رابطهٔ انبساط طولی داریم:

$$\Delta L=L\Delta\theta\begin{cases}\xrightarrow{\Delta\theta_1=۲\Delta\theta_2}\Delta L_1=\frac{L}{۳}\alpha\Delta\theta_1=\frac{۲L}{۳}\alpha\Delta\theta_2\\ \Delta L_2=\frac{۲L}{۳}\alpha\Delta\theta_2\end{cases}\Rightarrow\Delta L_1=\Delta L_2$$

(۱) $\frac{L}{۳}$ و $\frac{m}{۳}$

(۲) $\frac{۲L}{۳}$ و $\frac{۲m}{۳}$

B ۹۹۴ ۴

خط فکری گرمای داده شده به دو گوی هم‌جنس $(c_A=c_B)$ یکسان است و چون افزایش دمای گوی B کمتر از افزایش دمای گوی A است $(\Delta\theta_B=\frac{۲۶}{۲۷}\Delta\theta_A)$، قطعاً جرم گوی B بیشتر است. در نتیجه گوی B باید توپر و گوی A که جرم کمتری دارد باید توخالی باشد. اما با محاسبات عددی هم این نتیجه را بررسی کنیم.

$$Q_A=Q_B\xrightarrow{Q=mc\Delta\theta}m_Ac\Delta\theta_A=m_Bc\Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow m_A\Delta\theta_A=m_B(\frac{۲۶}{۲۷}\Delta\theta_A)\Rightarrow m_A=\frac{۲۶}{۲۷}m_B\Rightarrow$$ گوی A توخالی است

دو جسم هم‌جنس هستند و چگالی آن‌ها یکسان است.

$V_B=\frac{۴}{۳}\pi(\frac{d}{۲})^۳$ حجم گوی توپر B

$V_A=\frac{۴}{۳}\pi\left[(\frac{d}{۲})^۳-(\frac{d'}{۲})^۳\right]$ حجم فلز گوی توخالی A

$$\rho_A=\rho_B\Rightarrow\frac{m_A}{V_A}=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{V_A}{V_B}\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{۲۶}{۲۷}$$

حجم‌ها را جایگزین می‌کنیم.

$$\frac{\frac{۴}{۳}\pi\left[(\frac{d}{۲})^۳-(\frac{d'}{۲})^۳\right]}{\frac{۴}{۳}\pi(\frac{d}{۲})^۳}=\frac{۲۶}{۲۷}\Rightarrow ۲۷(d)^۳-۲۷(d')^۳=۲۶d^۳$$

$$\Rightarrow d^۳=۲۷d'^۳\Rightarrow d'^۳=\frac{d^۳}{۳^۳}\Rightarrow d'=\frac{d}{۳}$$

بنابراین قطر داخلی گوی A برابر $\frac{d}{۳}$ است.

(۱) $\frac{L}{n}$ و $\frac{m}{n}$

(۲) $\frac{n-۱}{n}L$ و $\frac{n-۱}{n}m$

B ۳ ۹۹۵

گرمایی که جسم A از محیط می‌گیرد برابر است با: $Q_A = m_A c_A (T' - ۱۰)$

گرمایی که جسم B از محیط می‌گیرد خواهد شد: $Q_B = m_B c_B (T' - ۵)$

با توجه به فرض مسئله $m_A = ۲m_B$ ، $c_A = ۲c_B$ و $Q_A = ۲Q_B$ است. بنابراین:

$$m_A c_A (T' - ۱۰) = ۲m_B c_B (T' - ۵) \Rightarrow ۲m_B (۲c_B)(T' - ۱۰) = ۲m_B c_B (T' - ۵)$$

$$\Rightarrow ۲T' - ۲۰ = T' - ۵ \Rightarrow T' = ۱۵^\circ C$$

بنابراین دمای T' برحسب کلوین خواهد شد: $T' = ۲۷۳ + ۱۵ = ۲۸۸K$

C ۳ ۹۹۶

۱ گرمای داده شده (Q) به هر دو جسم یکسان بنابراین:

$$Q = Q' \Rightarrow C\Delta\theta = C'\Delta\theta' \xrightarrow{\Delta\theta = ۱۰^\circ C ,\ \Delta\theta' = ۴۰^\circ C} C \times ۱۰ = C' \times ۴۰$$

$$\Rightarrow C = ۴C'$$

۲ دو جسم را باهم تماس داده‌ایم تا به تعادل گرمایی برسند. بنابراین دمای آن‌ها یکسان شده است و وقتی به آن‌ها گرمای Q داده می‌شود چون باهم در تماس هستند دمای آن‌ها به یک اندازه بالا می‌رود و مجموع گرمایی که دو جسم دریافت می‌کنند برابر Q است.

$$Q = C\Delta\theta + C'\Delta\theta$$

$$Q = ۴C'\Delta\theta + C'\Delta\theta \Rightarrow Q = ۵C'\Delta\theta \quad (I)$$

۳ وقتی به جسم C' به اندازهٔ Q گرما داده‌ایم دمای آن $۴۰^\circ C$ بالا رفته است.

بنابراین می‌توان نوشت: $Q = C' \times ۴۰ \quad (II)$

۴ اکنون با مقایسه رابطه‌های (I) و (II) نتیجه می‌شود:

$$C' \times ۴۰ = ۵C'\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = ۸^\circ C$$

بازی با سؤال **به دو مایع A و B با جرم‌های یکسان m و دمای اولیه $۰^\circ C$، گرمای یکسان (Q) داده شده است و دمای مایع A و B به ترتیب به اندازهٔ θ و ۲θ افزایش یافته است. اگر این دو مایع را باهم مخلوط کرده و به آن‌ها همان گرمای Q را داده بودیم، دمای نهایی مخلوط چند θ می‌شد؟**

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) ۱

گزینه ۲

B ۳ ۹۹۷

۱ وقتی گلولهٔ فلزی را درون آب انداخته‌ایم، دمای آب با افزایش دمای $۱۰^\circ C$ از $۱۰^\circ C$ به $۲۰^\circ C$ رسیده است و دمای تعادل گلوله و آب $۲۰^\circ C$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q_W + Q_{\text{فلز}} = ۰ \Rightarrow C_W \Delta\theta_W + C_{\text{فلز}} \Delta\theta_{\text{فلز}} = ۰$$

$$C_W (۱۰) = C_{\text{فلز}} (۸۰ - ۲۰) \Rightarrow C_W = ۶C_{\text{فلز}} \quad (I)$$

۲ اکنون درون آب $۲۰^\circ C$ گلوله‌ای مشابه گلولهٔ اول با همان دمای $۸۰^\circ C$ انداخته‌ایم، دوباره قانون پایستگی انرژی را می‌نویسم:

$$Q_W + Q_{\text{فلز}} = ۰ \Rightarrow C_W (\theta_e - ۲۰) + C_{\text{فلز}} (\theta_e - ۸۰) = ۰ \quad (II)$$

۳ از رابطه (I) در رابطهٔ (II) جایگذاری می‌کنیم:

$$۶C_{\text{فلز}} (\theta_e - ۲۰) + C_{\text{فلز}} (\theta_e - ۸۰) = ۰ \Rightarrow ۶\theta_e - ۱۲۰ + \theta_e - ۸۰ = ۰$$

$$۷\theta_e = ۲۰۰ \Rightarrow \theta_e = \frac{۲۰۰}{۷}^\circ C < ۳۰^\circ C$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.

B ۱ ۹۹۸

خط فکری مسئله حل چند مرحله‌ای دارد. ابتدا باید حجم فلز و حجم آب درون حفره را حساب کنیم. سپس جرم فلز و آب را به کمک چگالی آن‌ها به‌دست می‌آوریم. سرانجام با نوشتن $Q_{\text{فلز}} + Q_W = ۰$ دمای تعادل مسئله را به‌دست می‌آوریم.

۱ آب درون حفرهٔ نیمکره ریخته شده است و حجم آب با حجم حفره برابر است:

$$V_W = \frac{۱}{۲}(\text{حجم حفره کره}) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳} \times \pi (۵)^۳ \xrightarrow{\pi = ۳} V_W = ۲۵۰ cm^۳$$

۲ جرم آب خواهد شد:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho = ۱ g/cm^۳} ۱ = \frac{m}{۲۵۰} \Rightarrow m_W = ۲۵۰ g = ۰/۲۵ kg$$

۳ حجم بخش توپر نیمکره که از فلز ساخته شده را حساب می‌کنیم.

$$V_{\text{فلز}} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳} \pi (R_o^۳ - R_i^۳) = \frac{۱}{۲} \times ۴ (۱۰۰۰ - ۱۲۵) = ۱۷۵۰ cm^۳$$

۴ جرم فلز را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho = ۱۰ g/cm^۳} ۱۰ = \frac{m_{\text{فلز}}}{۱۷۵۰} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = ۱۷۵۰۰ g = ۱۷/۵ kg$$

۵ دمای تعادل را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_W + Q_{\text{فلز}} = ۰ \Rightarrow m_W c_W (\theta_e - \theta_{۱W}) + m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} (\theta_e - \theta_{۱\text{فلز}}) = ۰$$

$$\xrightarrow[c_W = ۴۲۰۰ J/kgK \ ,\ c_{\text{فلز}} = ۱۰۰ J/kgK]{\theta_{۱W} = ۱۰^\circ C, \theta_{۱\text{فلز}} = ۸۰^\circ C}$$

$$۰/۲۵ \times ۴۲۰۰ (\theta_e - ۱۰) + ۱۷/۵ \times ۱۰۰ (\theta_e - ۸۰) = ۰$$

$$۴۲\theta_e - ۴۲۰ + ۷۰\theta_e - ۵۶۰۰ = ۰ \Rightarrow ۱۱۲\theta_e = ۶۰۲۰ \Rightarrow \theta_e = ۵۳/۷۵^\circ C$$

C ۲ ۹۹۹

خط فکری آهنگ یعنی مقدار آبی که در هر ثانیه در حوض ریخته می‌شود و جرم هر لیتر آب برابر ۱kg است، از طرفی دمای نهایی هر دو آب $۲۰^\circ C$ است. زیرا دمای آب حوض ثابت است. در ضمن مقداری از گرما به محیط داده شده است که در نوشتن پایستگی انرژی باید در نظر گرفته شود.

در هر ثانیه مجموع جرم آب سرد و گرم برابر ۰/۴۸kg است. دقت کنید که هر ۱L آب ۱kg جرم دارد: $m_C + m_H = ۰/۴۸ kg \Rightarrow m_C = ۰/۴۸ - m_H$

حال پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$Q_T = ۰ \Rightarrow Q_C + Q_H = Q_f \Rightarrow m_C c (\theta_e - \theta_C) + m_H c (\theta_e - \theta_H) = Q_f$$

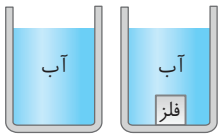
$$\xrightarrow{Q_f < ۰} (۰/۴۸ - m_H) \times ۴۲۰۰ (۲۰ - ۰) + m_H (۴۲۰۰)(۲۰ - ۸۰) = -۴۲۰۰$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف بر ۴۲۰۰ تقسیم شوند}} ۲۰ (۰/۴۸ - m_H) - ۶۰ m_H = -۱$$

$$\Rightarrow ۹/۶ - ۸۰ m_H = -۱ \Rightarrow ۸۰ m_H = ۱۰/۶ \Rightarrow m_H = ۰/۱۳۲۵ kg = ۱۳۲/۵ g$$

C ۳ ۱۰۰۰

خط فکری به دو لیوان گرمای یکسانی داده شده است $(Q_A = Q_B)$ و دمای هر دو لیوان با محتویات آن‌ها به یک اندازه افزایش یافته است $(\Delta\theta_A = \Delta\theta_B)$، گرمایی که فلز در ظرف B دریافت می‌کند، قطعاً با گرمایی که آب هم‌حجم فلز در لیوان A دریافت می‌کند برابر است:



لیوان A لیوان B

$$\left.\begin{matrix} \Delta\theta_{\text{فلز}} = \Delta\theta_{\text{آب}} \\ Q_{\text{فلز}} = Q_{\text{آب}} \end{matrix}\right\} m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}}$$

$$\xrightarrow{m = \rho V} \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \xrightarrow{V_{\text{فلز}} = V_{\text{آب}}}$$

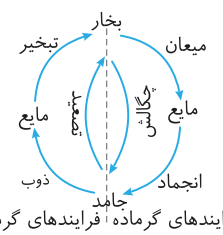
$$\rho_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} = \rho_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{c_{\text{فلز}}}{c_{\text{آب}}} = \frac{\rho_{\text{آب}}}{\rho_{\text{فلز}}} \xrightarrow[\rho_{\text{فلز}} = ۸ g/cm^۳]{\rho_{\text{آب}} = ۱ g/cm^۳} \frac{c_{\text{فلز}}}{c_{\text{آب}}} = \frac{۱}{۸}$$

پنجره ۴

A ۴ ۱۰۰۱

خط فکری گذار از یک حالت (فاز) به حالت دیگر را یک تغییر حالت (گذار فاز) می‌نامند.

با توجه به نمودار خط فکری، تبدیل بخار به مایع را میعان، تبدیل جامد به بخار را تصعید و تبدیل مایع به بخار را تبخیر گویند.



فرایندهای گرماده فرایندهای گرماگیر

بازی با سؤال کدام‌یک از فرایندهای زیر گرماگیر است؟ کنکور دهه‌های گذشته

۱) چگالش، تبخیر ۲) انجماد، میعان ۳) ذوب، میعان ۴) تصعید، ذوب

گزینهٔ ٤

A ۱۰۰۲ ۳

افـزودن ناخالصـی به هر مایعی باعـث پایین آمدن نقطهٔ انجماد و بـالا رفتن نقطهٔ جوش می‌شود، پس گزینهٔ (۳) درست است.

A ۱۰۰۳ ۳

گزینهٔ (۳) نادرست است. زیرا دماسنج را باید در بالای سطح مایع در حال جوشیدن قرار داد، زیرا این قسـمت به دمای ثابتی رسـیده است. در حالی که ته ظرف در حال دریافت مستقیم گرما از منبع گرما اسـت و تحت تأثیر دمای منبع اسـت. دربارهٔ گزینهٔ (۴) هم باید گفت که وقتی دما بالا می‌رود، آهنگ تبخیر سطحی افزایش یافته و بخشی از گرمای لازم برای تبخیر توسط مولکول‌های خود مایع تأمین می‌شود، پس گرمای نهان تبخیر کاهش می‌یابد.

A ۱۰۰۴ ۳

تبخیر سـطحی فرایندی اسـت که طی آن مایع در هر دمایی به بخار تبدیل می‌شود، یعنی تا پیش از رسـیدن به نقطهٔ جوش مایع، تبخیر به‌طور پیوسـته از سـطح مایع رخ می‌دهد، بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

تجربه نشـان می‌دهد آهنگ رخ‌دادن تبخیر سـطحی به عواملی از جمله دما و مسـاحت سـطح مایع بسـتگی دارد، بنابراین با افزایش دما، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۲) درست است.

هم‌چنین با افزایش سطح آزاد مایع، تبخیر سطحی بیشتر می‌شود و گزینهٔ (۴) نیز درست است. اما با افزایش فشار هوا آهنگ تبخیر سطحی کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

بازی با سؤال **وقتی دسـت شـما خیس اسـت، در کدام حالت سریع‌تر خشک می‌شود؟**

۱) فشار و رطوبت هوا کم باشد. ۲) رطوبت هوا زیاد و فشار هوا کم باشد.

۳) فشار و رطوبت هوا زیاد باشد. ۴) فشار هوا زیاد باشد و رطوبت هوا کم باشد.

گزینهٔ ۱

A ۱۰۰۵ ۳

معمولاً افزایش فشار وارد بر جسم سبب بالا رفتن نقطهٔ ذوب جسم می‌شود و حجم این اجسام هنـگام ذوب افزایـش می‌یابد. اما در برخی مواد مانند یخ که حجـم آن‌ها پس از ذوب کاهش می‌یابد، با افزایش فشار نقطهٔ ذوب یخ هر چند ناچیز کاهش می‌یابد. هنگام انجماد آب نیز نقطهٔ انجماد که همان نقطهٔ ذوب است با افزایش فشار کاهش می‌یابد و به پایین‌تر از صفر می‌رسد.

A ۱۰۰۶ ۴

خط فکری چند جملهٔ مهم از کتاب درسی:

۱ معمـولاً حجم جامدهای بلورین هنگام ذوب افزایـش می‌یابد زیرا حجمی که بلور با آرایش منظم مولکول‌ها در حالت جامد اشغال می‌کند در مقایسه با حجم همین مقدار ماده در حالت مایع که آرایش مولکولی نامنظم دارند، کمتر است. البته آب و یخ استثناء هستند.

۲ افزایش فشـار وارد بر جسم سـبب بالا رفتن نقطهٔ ذوب جسم می‌شود البته یخ در این مورد استثناء است یعنی افزایش فشار وارد بر یخ نقطهٔ ذوب آن را کاهش می‌دهد.

۳ افزایش فشـار باعث بالا رفتن نقطه جوش می‌شـود (دلیل اسـتفاده از زودپز برای زودتر پختن غذا)

۴ بـر خـلاف جامدهای بلورین، جامدهای بی‌شـکل مثل شیشـه و قیر نقطـه ذوب کاملاً مشخص ندارند و ابتدا به شکل خمیر در می‌آیند و در گستره‌ای از دما و به تدریج ذوب می‌شوند.

۵ ناخالصی باعث کاهش نقطه ذوب می‌شـود (پاشـیدن نمک در روزهای برفی روی یخ خیابان‌ها)

۶ ناخالصی باعث بالا رفتن نقطه جوش می‌شود.

اجسام جامد بلورین نقطه ذوب مشخص دارند، اما جامدهای بی‌شکل نقطه ذوب مشخص ندارند و در گستره‌ای از دما به تدریج ذوب می‌شوند و گزینهٔ (۱) نادرست است.

یخ حاصل از انجماد آب و برف حاصل از چگالش بخار آب است و گزینهٔ (۲) نادرست است.

حجم جامد بلورینی مانند یخ هنگام ذوب کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

افزودن ناخالصی و افزایش فشار باعث بالا رفتن نقطهٔ جوش می‌شود و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۰۰۷ ۴

الـف) در دیـگ زودپز آب ابتدا بخار می‌شـود اما به دلیل آن‌که راهـی به خارج ندارد در ظرف می‌ماند و فشـار داخل ظرف بالا می‌رود که سبب افزایش نقطهٔ جوش آب می‌شود و غذا در دمای بالاتری می‌پزد که باعث زود پختن غذا می‌شود.

ب) در کوزه‌ها آب از بدنهٔ کوزه به بیرون تراوش کرده و با گرفتن گرما از بدنهٔ کوزه بخار می‌شود و این گرما گرفتن باعث خنک ماندن می‌شود.

پ) در پخته شـدن تخم‌مرغ در ارتفاعات به دلیل کاهش فشـار، نقطهٔ جوش آب کاهش می‌یابد و تخم‌مرغ در دمای پایین‌تری پخته می‌شود پس به زمان طولانی‌تری نیاز دارد.

ت) در قلهٔ کوه‌ها به دلیل کمتر شدن فشار، نقطهٔ ذوب یخ بالا می‌رود و یخ دیرتر ذوب می‌شود.

بنابرایـن دلیـل گزارهٔ (الف) افزایش فشـار و دلیل گزاره‌های (پ) و (ت) کاهش فشـار و دلیل گزارهٔ (ب) تبخیر سطحی است.

B ۱۰۰۸ ۱

با خروج مقداری هوا از بالای سـطح آب، فشـار هوای وارد بر سطح آب کاهش می‌یابد و با کاهش فشار وارد بر سطح آب درون ظرف، آب راحت‌تر می‌تواند تبخیر سطحی انجام دهد. مولکول‌های سـطح آب برای تبخیر، گرمای نهان تبخیر $Q_V=mL_V$ را از مولکول‌های پایین‌تر دریافت می‌کنند و این سبب کاهش دمای آب باقی‌مانده در ظرف می‌شود.

A ۱۰۰۹ ۳

خط فکری لطفاً عجله نکنید، قرار نیسـت همواره با دادن گرما، دمای جسـم بالا رود یا با گرفتن گرما، دمای آن کاهش یابد. در هنگام تغییر حالت، جسم گرما گرفته یا از دست می‌دهد اما این تبادل گرما باعث تغییر دمای جسم نمی‌شود.

دمای آب $0^\circ C$ اسـت و با گرفتن گرما از آب ابتدا باید به یخ تبدیل شـود، بنابراین ابتدا باید حساب کنیم که آیا تمام آب با گرفتن $1500J$ گرما یخ می‌زند یا خیر. برای این کار گرمایی که باید از $5g$ آب $0^\circ C$ گرفته شود تا تمام آن یخ بزند را حساب می‌کنیم:

$$Q_{\text{تغییر حالت}}=mL_F \Rightarrow Q_{\text{تغییر حالت}}=\frac{5}{1000}\times 336\times 10^3=1680J$$

برای اینکه تمام $5g$ آب یخ بزند باید $1680J$ گرما از آن گرفته شود و با گرفتن $1500J$ گرما تنها بخشی از آب یخ می‌زند و طی این فرایند تغییر دما رخ نمی‌دهد و آب و یخ $0^\circ C$ داریم.

A ۱۰۱۰ ۲

خط فکری دمای بدن ما از دمای فلز گالیم $(29/8^\circ C)$ بیشتر است و این فلز با گرفتن گرما از دست ذوب می‌شود و در مدت ذوب دمای آن ثابت می‌ماند.

۱ گرمای لازم برای ذوب $10g$ از این فلز را به‌دست می‌آوریم.

$$Q=mL_F \xrightarrow{m=10g,L_F=80/4kJ/kg} Q=\frac{10}{1000}\times 80400 \Rightarrow Q=804J$$

۲ ۸۰٪ این گرما از دست ما به گالیم داده شده است، بنابراین:

$$Q_{\text{دست}}=\frac{80}{100}\times 804=643/2J$$

A ۱۰۱۱ ۲

$50g$ آب روی شیشـه در اثر میعان بخار آب و تبدیل آن به مایع تشـکیل شـده است. در این فرایند بخار آب گرما از دست داده، در واقع بخار آب به شیشه گرما می‌دهد و گرمای نهان تبخیر آب در دمای $0^\circ C$ برابر $L_V=2490kJ/kg$ است.

$$Q_V=mL_V \Rightarrow Q_V=50\times 10^{-3}\times 2490\times 10^{+3}$$

$$Q_V=124500J=124/5kJ$$

A ۱۰۱۲ ۲

خط فکری گرمای نهان تبخیر هر مایع (L_V) به جنس و دمای آن بستگی دارد و با افزایش دما، گرمای نهان تبخیر کاهش می‌یابد.

مقادیر L_V برای آب در دماهای مختلف

دما $(^\circ C)$	۰	۱۵	۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰
$L_V(\frac{kJ}{kg})$	۲۴۹۰	۲۴۵۴	۲۳۷۴	۲۲۵۶	۲۱۱۵	۱۹۴۰

هر چه دما بالاتر باشد، گرمای نهان تبخیر (L_V) کمتر است. با توجه به اینکه گرمای تبخیر برابر mL_V بوده و جرم مایع تبخیر شده در سه حالت با هم برابر است، داریم:

$$\begin{cases} Q_1 = m(L_V)_1 \\ Q_2 = m(L_V)_2 \\ Q_3 = m(L_V)_3 \end{cases} \xrightarrow[(L_V)_1 < (L_V)_2 < (L_V)_3]{\theta_1 > \theta_2 > \theta_3} Q_3 > Q_2 > Q_1$$

B ۳ ۱۰۱۳

دمای آب هنگام بخار شدن ثابت مانده است یعنی با گرما دادن به آب، آب به بخار تبدیل می‌شود و شاهد تبخیر سطحی هستیم از این‌رو: $Q = mL_V = ۰/۲ \times ۲۳۷۵ = ۴۷۵kJ$

B ۲ ۱۰۱۴

خط فکری مسئله سختی نیست. ابتدا حجم یخ روی دریاچه را حساب می‌کنیم $(V = Ah)$، سپس جرم یخ را به کمک چگالی به‌دست می‌آوریم و سرانجام گرمایی که دریاچه در بهار برای ذوب یخ $۰^\circ C$ به آن می‌دهد را از رابطهٔ گرمای نهان ذوب $(Q = mL_F)$ به‌دست می‌آوریم.

۱ حجم کل یخ تشکیل شده برابر است با:

$$V = Ah \xrightarrow[h = ۱۰cm = ۰/۱m]{A = ۵۰۰km^2 = ۵۰۰ \times ۱۰^6 m^2} V = ۵۰۰ \times ۱۰^6 \times ۰/۱ \Rightarrow V = ۵ \times ۱۰^7 m^3$$

۲ جرم کل یخ خواهد شد:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho = ۹۰۰kg/m^3} ۹۰۰ = \frac{m}{۵ \times ۱۰^7} \Rightarrow m = ۴۵ \times ۱۰^9 kg$$

۳ گرمایی که یخ برای ذوب شدن دریافت می‌کند برابر است با:

$$Q = mL_F \Rightarrow Q = ۴۵ \times ۱۰^9 \times ۳۳۶ \times ۱۰^3 = ۱۵۱۲۰ \times ۱۰^{12} J$$

یادآوری هر $۱۰^6 J$ برابر $۱MJ$ است: $Q = ۱۵۱۲۰ \times ۱۰^6 MJ = ۱/۵۱۲ \times ۱۰^{10} MJ$

A ۳ ۱۰۱۵

خط فکری هر گاه در صورت مسئله صحبت از یک قطعهٔ یخ بزرگ در دمای $۰^\circ C$ است منظور این است که دمای نهایی $۰^\circ C$ است. یعنی تا وقتی که دمای فلز به $۰^\circ C$ برسد، به یخ گرما می‌دهد:

۱ ابتدا گرمای لازم برای ذوب $۱۹۰g$ یخ را به‌دست می‌آوریم:

$$Q = m_{یخ} L_F \Rightarrow Q = \frac{۱۹۰}{۱۰۰۰} \times ۳/۴ \times ۱۰^5 \Rightarrow Q = ۶/۴۶ \times ۱۰^4 J$$

۲ این گرما را فلز به یخ داده و دمای فلز از $۶۸^\circ C$ به صفر درجه سلسیوس رسیده است، بنابراین:

$$Q = m_{فلز} c_{فلز} \Delta\theta \Rightarrow ۶/۴۶ \times ۱۰^4 = ۲/۵ \times c_{فلز} \times ۶۸ \Rightarrow c_{فلز} = ۳۸۰ J/kg.K$$

A ۱ ۱۰۱۶

خط فکری در سؤالاتی که هم تغییر دما و هم تغییر حالت داریم، نمودار تغییرات را مشابه نمودار زیر نوشته و گرمای هر بخش را جداگانه حساب می‌کنیم:

نقره مایع $۹۶۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2}$ نقره جامد $۹۶۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1}$ نقره جامد $۲۰^\circ C$

۱ گرمای Q_1 باعث تغییر دمای نقره از $۲۰^\circ C$ به $۹۶۰^\circ C$ می‌شود:

$$Q_1 = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_1 = ۰/۵ \times ۲۴۰ \times ۹۴۰ = ۱۱۲۸۰۰ J$$

۲ گرمای Q_2 باعث تغییر حالت نقره می‌شود:

$$Q_2 = mL_F \xrightarrow{L_F = ۹۰ \times ۱۰^3 J/kg} Q_2 = ۰/۵ \times (۹۰ \times ۱۰^3) = ۴۵ \times ۱۰^3 = ۴۵۰۰۰ J$$

۳ کل گرمای داده شده به نقره برابر است با:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_T = ۱۱۲۸۰۰ + ۴۵۰۰۰ = ۱۵۷۸۰۰ J = ۱۵۷/۸ kJ$$

بازی با سؤال **چند کیلوژول گرما لازم است تا ۵۰ گرم یخ $-۱۰^\circ C$ به بخار آب $۱۲۰^\circ C$ تبدیل شود؟** ($L_V = ۲۲۶۰kJ/kg$، $L_F = ۳۳۶kJ/kg$، $c_{بخار} = c_{یخ} = ۲/۱kJ/kg.K$ و $c_{آب} = ۴/۲kJ/kg.K$)

گزینه ۲

۱) ۱۵۲/۹۴ ۲) ۱۵۳/۹۵ ۳) ۱۵۱/۹۸ ۴) ۱۵۴/۹۷

A ۳ ۱۰۱۷

ابتدا دمای آب از $۲۰^\circ C$ به $۰^\circ C$ می‌رسد و سپس آب $۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود، بنابراین باید مجموع این دو مقدار گرما را که آب از دست داده حساب کنیم.

آب $۲۰^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1 = mc_{آب}\Delta\theta}$ آب $۰^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_2 = mL_F}$ یخ $۰^\circ C$

$$Q = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + mL_F$$

تذکر در رابطهٔ $mc\Delta\theta$ اگر گرمای ویژه را بر حسب kJ/kgK قرار دهیم و بقیه پارامترها در SI باشند، گرمای به‌دست آمده بر حسب کیلوژول خواهد بود، همچنین در رابطهٔ mL_F اگر گرمای نهان ذوب را بر حسب kJ/kg قرار دهیم و یکای جرم کیلوگرم باشد، گرمای به‌دست آمده از رابطه برحسب کیلوژول خواهد بود.

$$Q = (۱۵۰ \times ۴/۲ \times ۲۰)kJ + (۱۵۰ \times ۳۳۶)kJ \Rightarrow Q = ۱۲۶۰۰kJ + ۵۰۴۰۰kJ = ۶۳۰۰۰kJ$$

B ۴ ۱۰۱۸

خط فکری ابتدا تبدیل دما از فارنهایت به سلسیوس را انجام می‌دهیم. سپس مقدار گرمای لازم را برای تبدیل $۲۰g$ یخ $۰^\circ C$ به $۲۰g$ آب $۰^\circ C$ و پس از آن افزایش دمای آب تا دمای خواسته شده را به‌دست می‌آوریم.

۱ ابتدا دمای نهایی آب را از $۵۰^\circ F$ به سلسیوس تبدیل می‌کنیم.

$$F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \Rightarrow ۵۰ = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \Rightarrow ۱۸ = \frac{۹}{۵}\theta \Rightarrow \theta = ۱۰^\circ C$$

۲ گرمای لازم برای ذوب کامل $۲۰g$ یخ $۰^\circ C$ را حساب می‌کنیم.

$$Q = mL_F \Rightarrow Q_1 = ۲۰g \times ۳۳۶J/g \Rightarrow Q_2 = ۶۷۲۰J$$

۳ گرمایی که آب $۰^\circ C$ می‌گیرد تا دمایش $۱۰^\circ C$ شود خواهد شد:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_2 = ۲۰g \times (۴/۲J/g^\circ C) \times ۱۰ \Rightarrow Q_2 = ۸۴۰J$$

۴ گرمای کلی که باید به آب بدهیم برابر است با:

$$Q = ۶۷۲۰ + ۸۴۰ \Rightarrow Q = ۷۵۶۰J$$

A ۳ ۱۰۱۹

اگر $c_{آب} = ۴۲۰۰J/kg.K$ را به عنوان یک ضریب در نظر بگیریم مقدار $L_F = ۳۳۶ \times ۱۰^3 J/kg$ است، برابر $۸۰c_{آب}$ و $c_{یخ} = \frac{۱}{۲}c_{آب}$ خواهد بود:

یخ $-۱۰^\circ C$ $\xrightarrow[Q_1]{mc_{یخ}\Delta\theta}$ یخ $۰^\circ C$ $\xrightarrow[Q_2]{mL_F}$ آب $۰^\circ C$ $\xrightarrow[Q_3]{mc_{آب}\Delta\theta}$ آب $۱۰^\circ C$

$$Q_{کل} = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_{کل} = mc_{یخ}\Delta\theta + mL_F + mc_{آب}\Delta\theta$$

$$Q_{کل} = ۰/۵ \times \frac{c_{آب}}{۲} \times ۱۰ + ۰/۵ \times ۸۰c_{آب} + ۰/۵c_{آب} \times ۱۰$$

$$\Rightarrow Q_{کل} = ۲/۵c_{آب} + ۴۰c_{آب} + ۵c_{آب} \Rightarrow Q_{کل} = ۴۷/۵c_{آب}$$

حال به جای c مقدار ۴۲۰۰ را قرار می‌دهیم:

$$Q_{کل} = ۴۷/۵ \times ۴۲۰۰ = ۱۹۹۵۰۰J = ۱۹۹/۵kJ$$

بازی با سؤال **اگر گرمای ویژهٔ آب و یخ به ترتیب $۴۲۰۰J/kg.K$ و $۲۱۰۰J/kg.K$ و همچنین $L_F = ۳۳۵۰۰۰J/kg$ باشد، چند کیلوژول گرما لازم است تا ۲۰۰ گرم یخ $-۵^\circ C$ به آب $۵۰^\circ C$ تبدیل شود؟** تجربی - ۹۵

۱) ۱۱/۳۲ ۲) ۱۱۱/۱ ۳) ۱۱۳/۲ ۴) ۱۱۱۱۰۰

B ۱ ۱۰۲۰

مراحل تغییرات به صورت زیر است:

$$\text{آب} ۱۰۰^\circ C \rightarrow \text{یخ} ۰^\circ C \rightarrow \text{آب} ۰^\circ C \rightarrow \text{یخ} -۲۰^\circ C$$

$$Q_t = mc_i\Delta\theta_i + mL_F + mc_w\Delta\theta_w$$

$$Q_t = (۲ \times ۲/۱ \times ۲۰ + ۲ \times ۳۳۶ + ۲ \times ۴/۲ \times ۱۰۰) \times ۱۰^3 J$$

$$Q_t = (۸۴ + ۶۷۲ + ۸۴۰) \times ۱۰^3 J \Rightarrow Q_t = ۱۵۹۶kJ$$

B ۱۰۲۱ ۲

۱ ابتدا مقدار گرمایی را که آب $50^\circ C$ از دست داده تا به دمای $0^\circ C$ برسد، به‌دست می‌آوریم:

$$|Q|=|mc\Delta\theta|\Rightarrow|Q|=0/8\times4200\times50=40\times4200J$$

۲ اگر ۹۰ درصد این گرما به یخ داده شود با توجه به رابطهٔ $m'L_F$ باعث ذوب شدن m' گرم یخ می‌شود.

$$m'L_F=\frac{90}{100}\times40\times4200$$

$$\Rightarrow m'\times336000=\frac{90}{100}\times40\times4200\Rightarrow m'=0/45kg=450g$$

میانبر خوب است در سؤالاتی که با آب و تغییر حالت آن سروکار داریم، گرمای ویژهٔ آب و یخ و گرمای نهان ذوب یا تبخیر را بر حسب هم بنویسیم:

$$c_{آب}=4200J/kg.K=c \qquad L_F=336\times10^3J/kg=80c$$

$$c_{یخ}=2100J/kg.K=\frac{c}{2} \qquad L_V=2268\times10^3J/kg=540c$$

B ۱۰۲۲ ۴

یخ $-10^\circ C$ در تبدیل به آب $15^\circ C$ وقتی گرما دریافت می‌کند از سه مرحله می‌گذرد.

$$\text{یخ } -10^\circ C \xrightarrow{Q_1} \text{یخ } 0^\circ C \xrightarrow{Q_2} \text{آب } 0^\circ C \xrightarrow{Q_3} \text{آب } 15^\circ C$$

اما آب $10^\circ C$ تنها یک مرحله یعنی گذار از دمای $10^\circ C$ به $60^\circ C$ را طی می‌کند.

گرمای داده شده به یخ و آب برابر است. از این‌رو:

$$Q_{1i}+Q_{2i}+Q_{3i}=Q_W$$

$$m_ic_i(10)+m_iL_F+m_ic_W(15)=m_Wc_W\Delta\theta_W$$

$$m_i\times\frac{1}{2}c_W\times10+m_i\times80c_W+m_i\times c_W(15)=m_Wc_W(60-10)$$

$$5m_i+80m_i+15m_i=50m_W\Rightarrow100m_i=50m_W\Rightarrow\frac{m_W}{m_i}=2$$

B ۱۰۲۳ ۲

۱ **حالت اول:** گرمای لازم برای اینکه $5kg$ یخ $-20^\circ C$ به آب $20^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم. برای این کار نموداری مطابق شکل زیر می‌کشیم و گرمای هر مرحله را به‌دست می‌آوریم.

یخ $5kg$ $-20^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{یخ}\Delta\theta}$ تغییر دمای یخ — یخ $5kg$ $0^\circ C$ $\xrightarrow{mL_F}$ تغییر حالت — آب $5kg$ $0^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{آب}\Delta\theta}$ تغییر دمای آب — آب $5kg$ $20^\circ C$

$$Q_1=mc_{یخ}\Delta\theta+mL_F+mc_{آب}\Delta\theta\xrightarrow[L_F=160c_{یخ}]{c_{آب}=2c_{یخ}}$$

$$Q_1=5\times c_{یخ}\times20+5\times160c_{یخ}+5\times(2c_{یخ})(20)\Rightarrow Q_1=1100c_{یخ}$$

اکنون می‌خواهیم بدانیم که اگر به $1kg$ آب $63^\circ C$ این مقدار گرما $(Q_1=1100c_{یخ})$ داده شود، چند گرم آن تبخیر می‌شود. مجدداً با رسم یک نمودار مسیر تحولات را مشخص می‌کنیم و به کمک آن می‌توانیم بنویسیم:

۲ **حالت دوم:**

آب $1kg$ $63^\circ C$ $\xrightarrow{m'c\Delta\theta}$ آب $1kg$ $100^\circ C$ $\xrightarrow{m''c\Delta\theta}$ بخار آب $100^\circ C$

$$Q_2=m'c_{آب}\Delta\theta+m''L_V\xrightarrow[c_{آب}=2c_{یخ},L_V=1080c_{یخ}]{m'=1kg}$$

$$Q_2=1\times2c_{یخ}\times(100-63)+m''(1080c_{یخ})$$

$$\xrightarrow[Q_2=1100c_{یخ}]{Q_2=Q_1}1100c_{یخ}=74c_{یخ}+m''(1080c_{یخ})$$

$$\xrightarrow{c_{یخ}\text{ را از دو طرف ساده می‌کنیم}}1100=74+1080m''$$

$$m''=\frac{1026}{1080}=\frac{114}{120}=\frac{19}{20}kg\Rightarrow m'=950g$$

B ۱۰۲۴ ۴

گرمای لازم برای ذوب یخ برابر است با:

$$Q_F=mL_F\Rightarrow Q_F=m\times336$$

گرمای لازم برای آنکه آب $0^\circ C$ به آب $20^\circ C$ تبدیل شود برابر است با:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=m\times4/2\times20=m\times84$$

کل گرمای داده شده به یخ را حساب می‌کنیم:

$$Q_t=Q_F+Q=m\times336+m\times84=420m$$

اکنون می‌توان درصد گرما برای ذوب یخ را حساب کرد:

$$\frac{Q_F}{Q_t}=\frac{m\times336}{m\times420}=\frac{8}{10}=80\%$$

بازی با سؤال **مقداری آب $40^\circ C$ را در محلی که نقطهٔ جوش آب $100^\circ C$ است به بخار آب $100^\circ C$ تبدیل می‌کنیم. در صورتی که گرمای نهان ویژهٔ تبخیر آب ۵۴۰ برابر گرمای ویژهٔ آب باشد، چند درصد گرمای داده شده صرف افزایش دمای آب شده است؟**

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

گزینهٔ ۲

B ۱۰۲۵ ۲

روش اول: یخ صفر درجه ابتدا تغییر حالت داده و به آب $0^\circ C$ تبدیل می‌شود و سپس آب $0^\circ C$ به آب $20^\circ C$ تغییر دما می‌دهد:

یخ $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1=mL_F}$ آب $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2=mc\Delta\theta}$ آب $20^\circ C$

$$Q_{کل}=Q_1+Q_2\Rightarrow Q_{کل}=mL_F+mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow Q_{کل}=m\times336000+m\times4200\times20$$

$$Q_{کل}=336000m+84000m=420000m(J)$$

سؤال نسبت گرمای ذوب یخ (Q_1) به کل گرمای داده شده به آن $(Q_{کل})$ را برحسب درصد خواسته است:

$$\frac{Q_{\text{ذوب یخ}}}{Q_{کل}}\times100=\frac{Q_1}{Q_{کل}}\times100=\frac{336000m}{420000m}\times100=80\%$$

روش دوم: برای حل این دسته از سؤالات بهتر است نسبت L_F و L_V آب را برحسب $c_{آب}=4200J/kg.K$ به خاطر بسپارید:

$$L_F=336000=80\times4200=80c_{آب}$$

$$L_V=2268000=540\times4200=540c_{آب}$$

گرمای نهان ذوب $L_F=336\times10^3J/kg$، ۸۰ برابر گرمای ویژهٔ آب $(c=4200J/kg.K)$ است بنابراین برای سادگی در روابط $L_F=80c$ را به کار می‌بریم:

صرف ذوب یخ — صرف افزایش دمای آب

$$Q_{کل}=Q_1+Q_2=mL_F+mc\Delta\theta$$

$$Q_{کل}=m(80c)+mc\times20=100mc$$

یخ $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1}$ آب $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2}$ آب $20^\circ C$

از $100mc$ گرما، $80mc$ صرف ذوب یخ شده است:

$$\frac{Q_1}{Q_{کل}}\times100=\frac{80mc}{100mc}\times100=80\%$$

A ۱۰۲۶ ۳

خط فکری وسایل گرمایی مانند سماور، گرمکن و ... دارای توان گرمایی هستند. همان‌طور که می‌دانیم توان یعنی آهنگ مصرف انرژی و در وسایل گرمایشی توان گرمایی یعنی آهنگ مصرف گرما که این گرما می‌تواند باعث تغییر حالت شود، دما یا تغییر دما:

$$P_{\text{گرمایی}}=\frac{Q}{t}$$

یکای سی‌سی (cc) حجم همان یکای cm^3 است.

۱ جرم آب را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho=1g/cm^3,V=2000cc} m=1\times2000=2000g$$

۲ گرمای لازم برای تبخیر $2000g$ آب $100^\circ C$ و تبدیل آن به بخار $100^\circ C$ را حساب می‌کنیم.

$$Q=mL_V\Rightarrow Q=2000\times10^{-3}\times(2250\times10^3)\Rightarrow Q=450\times10^4 J$$

۳ توان گرمایی کتری خواهد شد:

$$P=\frac{Q}{t}\xrightarrow{t=50min=50\times60s} P=\frac{4500\times10^3}{50\times60}\Rightarrow P=1/5\times10^3 W\Rightarrow P=1/5kW$$

A ۱۰۲۷ ۱

گرمایی که کتری در مدت زمان جوشیدن و تبخیر $2kg$ آب به آن می‌دهد را حساب می‌کنیم.

$$Q_V=mL_V=2\times2256kJ$$

زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{Q_V}{t}\Rightarrow3=\frac{2\times2256}{t}\Rightarrow t=\frac{2\times2256}{3}s\Rightarrow$$

$$t=1504s=\frac{1504}{60}min\Rightarrow t=25min$$

A ۱۰۲۸ ۱

خط فکری توان گرمایی گرمکن ثابت است، بنابراین در مدت t گرمایی که به آب $100^\circ C$ می‌دهد تا تبخیر شود برابر مقدار گرمایی است که در همان مدت به یخ $0^\circ C$ می‌دهد تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود.

گرمای تبدیل آب $100^\circ C$ به بخار $100^\circ C$ و گرمای تبدیل یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ را برابر قرار می‌دهیم.

$$\xrightarrow[\text{توان و مدت زمان در هر دو حالت یکسان است}]{Q=Pt} Q_{\text{بخار}}=Q_{\text{یخ}}$$

$$\Rightarrow m_{\text{بخار}}L_V=m_{\text{یخ}}L_F\Rightarrow100\times2268=m_{\text{یخ}}\times336$$

دو طرف رابطه را به ۴/۲ تقسیم می‌کنیم. $100\times540=m_{\text{یخ}}\times80\Rightarrow m_{\text{یخ}}=675g$

میانبر اگر گرمای ویژهٔ آب $4200J/kg^\circ C$ و گرمای نهان تبخیر آب $2268kJ/kg$ و گرمای نهان ذوب $336kJ/kg$ باشد، می‌توان گرمای ویژهٔ آب را c، گرمای نهان تبخیر را $540c$ و گرمای نهان ذوب را $80c$ گرفت:

$$Q_{\text{بخار}}=Q_{\text{آب}}\Rightarrow100(540c)=m_{\text{یخ}}(80c)\Rightarrow m_{\text{یخ}}=\frac{675}{1000}kg=675g$$

B ۱۰۲۹ ۳

ابتدا گرمای لازم برای اینکه دمای آب از $20^\circ C$ به نقطهٔ جوش $(100^\circ C)$ برسد را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_1=mc\Delta\theta\xrightarrow{c_{\text{آب}}=4200J/kg^\circ C} Q_1=m\times4200\times80$$

$$\Rightarrow Q_1=42\times8\times10^3 m\ \text{ژول}$$

حال گرمای لازم برای تبدیل آب $100^\circ C$ به بخار آب $100^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$Q_2=mL_V\xrightarrow{L_V=2268\times10^3J/kg} Q_2=m\times2268\times10^3$$

توان گرمایی گرمکن ثابت است:

$$P_1=P_2\Rightarrow\frac{Q_1}{t_1}=\frac{Q_2}{t_2}\Rightarrow\frac{42\times8\times10^3\times m}{8min}=\frac{2268\times10^3\times m}{t_2}\Rightarrow t_2=54min$$

بازی با سؤال **یک اجاق برقی دمای مقدار معینی آب را در مدت ۸ دقیقه از ۲۰ درجهٔ سلسیوس به نقطهٔ جوش $100^\circ C$ می‌رساند. چند دقیقهٔ دیگر طول می‌کشد تا با ثابت ماندن توان گرمایی اجاق، تمام آب تبخیر شود؟** $(L_V=2268J/g, c=4/2J/g.K)$

۱) ۲۸ ۲) ۳۶ ۳) ۵۴ ۴) ۱۰۸

گزینهٔ ۳

B ۱۰۳۰ ۴

تذکر اگر در رابطه‌های تغییر حالت یکای L_F و L_V را بر حسب kJ/kg قرار دهیم و یکای جرم نیز بر حسب kg باشد، گرمای به‌دست آمده بر حسب کیلوژول است.

۱ گرمایی که $100g$ یخ $0^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود برابر است با:

$$Q_1=mL_F\Rightarrow Q_1=0/1\times334\Rightarrow Q_F=33/4kJ$$

۲ گرمایی که $100g$ آب $0^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $100^\circ C$ و سپس به بخار $100^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم:

$$\text{آب } 0^\circ C \xrightarrow[\text{تغییر دما}]{mc\Delta\theta} \text{آب } 100^\circ C \xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{mL_V} \text{بخار } 100^\circ C$$

$$Q_2=mc\Delta\theta+mL_V\xrightarrow{L_V=2256kJ/kg,c=4/2J/kg.K}$$

$$Q=0/1\times4/2\times100+0/1+2256\Rightarrow Q_2=42+225/6\Rightarrow Q_2=267/6kJ$$

۳ توان گرمایی گرمکن ثابت است بنابراین:

$$P_1=P_2\Rightarrow\frac{Q_1}{t_1}=\frac{Q_2}{t_2}\Rightarrow\frac{33/4}{10}=\frac{267/6}{t_2}\Rightarrow t_2=80min$$

میانبر چون مقدار تقریبی زمان خواسته شده می‌توانستیم با توجه به توضیحاتی که قبلاً داده‌ایم $c=c_{\text{آب}}=4200J/kg.K$ گرفته و $L_V=540c$ و $L_F=80c$ در رابطه‌ها قرار دهیم.

A ۱۰۳۱ ۳

خط فکری راندمان یا بازده: در وسایل گرمایی عموماً توان الکتریکی به عنوان توان ورودی و توان گرمایی به عنوان توان خروجی است، بنابراین:

$$Ra=\frac{P_{\text{گرمایی}}}{P_{\text{الکتریکی}}}\Rightarrow P_{\text{گرمایی}}=Ra\times P_{\text{الکتریکی}}$$

۱ بازده گرمکن ٪۹۰ است بنابراین توان مفید آن خواهد شد:

$$P_{\text{مفید}}=P_{\text{کل}}\times\frac{90}{100}\xrightarrow{P=8000W} P_{\text{مفید}}=8000\times\frac{90}{100}=7200W$$

۲ گرمای لازم برای تبدیل $9kg$ یخ $0^\circ C$ به آب $80^\circ C$ برابر است با:

$$Q=mL_F+mc\Delta\theta\xrightarrow[\Delta\theta=80^\circ C]{L_F=80c_{\text{آب}},m=9kg} Q=9\times80c+9\times c\times80$$

$$\Rightarrow Q=1440c=1440\times4200$$

۳ با توجه به تعریف توان می‌توان زمان را به‌دست آورد.

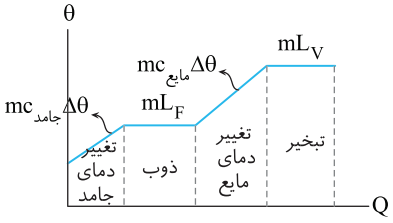
$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow7200=\frac{1440\times4200}{t}\Rightarrow t=\frac{1440\times4200}{7200}\Rightarrow t=840s\Rightarrow t=14min$$

میانبر در سؤالات گرما که توان و بازده داده می‌شود، می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$Q=Ra\times P_{\text{الکتریکی}}\times t$$

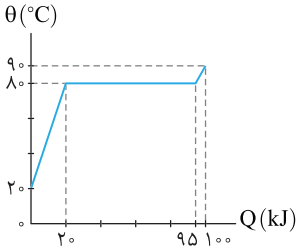
A ۱۰۳۲ ۴

خط فکری در سؤالاتی که نمودار داده شده دقت کنید در بازه‌هایی که با گذشت زمان یا دادن گرما، دمای جسم تغییر نمی‌کند، جسم در حال تغییر حالت است. همچنین قسمت‌های مختلف نمودار مهم است به شکل زیر خوب نگاه کنید:



با توجه به خط فکری بالا در دمای ذوب با دادن گرما دما تغییر نمی‌کند، پس با توجه به نمودار $80^\circ C$ دمای ذوب ماده است و در بازه‌ای که گرمای داده شده به جسم از $20kJ$ به $95kJ$ می‌رسد، جسم در حال ذوب شدن است بنابراین:

$$Q_{\text{ذوب}}=mL_F\Rightarrow(95-20)\times10^3=0/5L_F\Rightarrow L_F=1/5\times10^5 J/kg$$



۱۰۳۳ B

با توجه به نمودار در مدت ۴۰min دمای مایع ۳۰K کاهش یافته است و گرمایی که مایع از دست می‌دهد برابر $Q=mc\Delta\theta$ است و به کمک آن توان دستگاه را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{|Q_1|}{t_1}\xrightarrow{Q_1=mc\Delta\theta}P=\frac{۰/۴\times۳۰۰۰\times۳۰}{۴۰\times۶۰}\Rightarrow P=۱۵W$$

همچنین فرایند انجماد ۳۰ دقیقه طول کشیده که با توجه با ثابت بودن توان وسیله، گرمای نهان انجماد را حساب می‌کنیم.

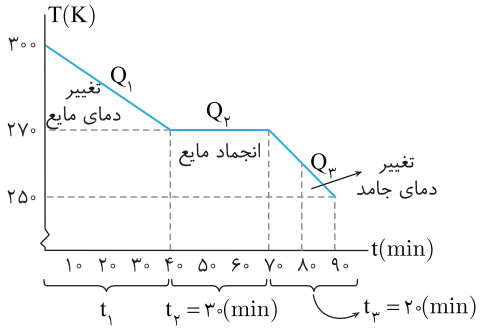
$$P=\frac{|Q_2|}{t_2}\Rightarrow Q_2=Pt_2\xrightarrow{Q_2=mL_F}$$

$$۰/۴\times L_F=۱۵\times۳۰\times۶۰\Rightarrow L_F=۶۷۵۰۰\,J/kg$$

همچنین در مدت ۲۰ دقیقه در حالت جامد، دمای جسم ۲۰°C پایین آمده است:

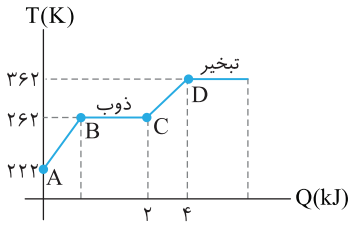
$$P=\frac{|Q_3|}{t_3}\xrightarrow[|Q_3|=Pt_3]{Q_3=mc\Delta\theta}mc\Delta\theta=Pt_3$$

$$\Rightarrow ۰/۴\times c_{\text{جامد}}\times۲۰=۱۵\times۲۰\times۶۰\Rightarrow c_{\text{جامد}}=۲۲۵۰\,J/kg^\circ C$$



۱۰۳۴ B

با توجه به نمودار جسم بین دو نقطه C با دمای ۲۶۲K و نقطهٔ D با دمای ۳۶۲K در حالت مایع قرار دارد. جسم با دریافت ۴−۲=۲kJ گرما، دمایش از ۲۶۲K به ۳۶۲K رسیده است. از این رو می‌توان ظرفیت گرمایی جسم در حالت مایع را حساب کرد.



$$Q=C\Delta T\Rightarrow ۲\times۱۰^۳=C(۳۶۲-۲۶۲)\Rightarrow C=۲۰J/K$$

اگر به این مایع ۱۰۰ ژول گرما بدهیم، دمای آن خواهد شد:

$$Q=C\Delta T\Rightarrow ۱۰۰=۲۰\Delta T\Rightarrow\Delta T=۵K$$

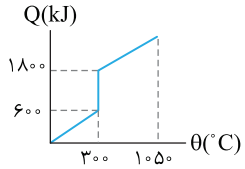
بنابراین افزایش دما خواهد شد:

$$\theta=۵^\circ C$$

میانبر با یک تناسب ساده مسئله قابل حل است.

$$\begin{array}{c|c}۲۰۰۰J & ۱۰۰K\\ \hline ۱۰۰J & \Delta T\end{array}\Rightarrow\Delta T=۵K\Rightarrow\Delta\theta=۵^\circ C$$

بازی با سؤال نمودار مقابل نمودار گرما بر حسب دما برای مایعی به جرم ۴kg است. اگر به این مایع به اندازهٔ ۹۰۰kJ حرارت بدهیم با توجه به نمودار، چند کیلوگرم آن به صورت مایع باقی می‌ماند؟



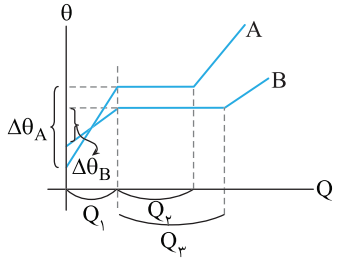
۱) ۱ ۲) ۳
۳) ۲/۵ ۴) ۰/۵

گزینهٔ ۲

۱۰۳۵ B ۳

با گرمای یکسان Q_1 تغییر دمای A از تغییر دمای B بیشتر است.

$$Q_A=Q_B\Rightarrow C_A\Delta\theta_A=C_B\Delta\theta_B\xrightarrow{\Delta\theta_A>\Delta\theta_B}C_A<C_B$$



از طرفی برای ذوب کامل A مقدار گرمای لازم برابر Q_2 است و برای ذوب کامل B مقدار گرمای لازم برابر Q_3 و با توجه به اینکه $Q_2<Q_3$ است، گرمای نهان ذوب A از گرمای نهان ذوب B کمتر است. (دقت کنید جرم A و B برابر است.)

$$Q_2=mL_{F_A},Q_3=mL_{F_B}\xrightarrow{Q_2<Q_3}L_{F_A}<L_{F_B}$$

۱۰۳۶ B ۲

۱ گرمایی که با توان ۱۰W جسم در مدت ۳۰۰s دریافت می‌کند برابر است با:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\Rightarrow Q=۱۰\times۳۰۰=۳۰۰۰J$$

۲ این گرما دمای جسم را از ۲۰°C به ۸۰°C رسانده است، به کمک آن جرم جسم را به‌دست می‌آوریم.

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow{c=۱۰^۳J/kg^\circ C}۳۰۰۰=m\times۱۰^۳\times۶۰$$

$$\Rightarrow m=\frac{۱}{۲۰}kg=۰/۰۵kg\Rightarrow m=۵۰g$$

۳ اکنون گرمایی که این جسم در مدت ۱۰۲۰−۳۰۰=۷۲۰s با توان ۱۰W دریافت می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$Q=Pt\Rightarrow Q=۱۰\times۷۲۰=۷۲۰۰J$$

۴ در این مدت جسم در حال تغییر حالت است و مقدار جرمی که توسط ۷۲۰۰J گرما ذوب می‌شود خواهد شد:

$$Q=mL_F\xrightarrow{L_F=۱۸\times۱۰^۴J/kg.K}۷۲۰۰=m\times۱۸\times۱۰^۴\Rightarrow m=۰/۰۴kg=۴۰g$$

۵ از ۵۰g جسم، ۴۰g آن ذوب شده، مقدار درصد جرم جامدی که ذوب می‌شود برابر است با:

$$\frac{۴۰}{۵۰}\times۱۰۰=۸۰٪$$

۱۰۳۷ B ۴

خط فکری نمودار تغییرات را رسم می‌کنیم و در هر مرحله گرمایی که یخ دریافت می‌کند را حساب می‌کنیم و زمان آن را به‌دست می‌آوریم. آن‌گاه زمان‌های به‌دست آمده را با زمان‌های نمودارهای داده شده مقایسه می‌کنیم تا به جواب برسیم.

آهنگ گرمای داده شده $P=\frac{Q}{t}$ است و برابر ۲۱۰J/s است.

یخ −۱۰°C $\xrightarrow{Q_1}$ یخ ۰°C $\xrightarrow{Q_2}$ آب ۰°C $\xrightarrow{Q_3}$ آب ۱۰°C

مدتی که طول می‌کشد تا یخ $-10^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود:

$$P=\frac{Q_1}{t}\Rightarrow 210=\frac{Q}{t}\xrightarrow[Q_1=mc_{یخ}\Delta\theta]{^\circ C\text{ یخ }-10^\circ C\text{ به یخ}}210=\frac{0/2\times 2100\times 10}{\Delta t_1}\Rightarrow \Delta t_1=20s$$

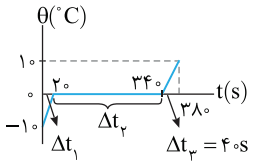
مدت زمان ذوب کامل یخ:

$$P=\frac{Q_2}{t}\Rightarrow 210=\frac{Q}{t}\xrightarrow[Q_2=mL_F]{^\circ C\text{ یخ }0^\circ C\text{ به آب}}210=\frac{0/2\times 336000}{\Delta t_2}\Rightarrow \Delta t_2=320s$$

مدت زمان تبدیل آب $0^\circ C$ به یخ $10^\circ C$:

$$P=\frac{Q_3}{t}\Rightarrow 210=\frac{Q}{t}\xrightarrow[Q_3=mc_{آب}\Delta\theta]{^\circ C\text{ آب }10^\circ C\text{ به آب}}210=\frac{0/2\times 4200\times 10}{\Delta t_3}\Rightarrow \Delta t_3=40s$$

بنابراین:



میانبر باتوجه‌به‌اینکه گرمای نهان ذوب به‌صورت $L_F=336000=80\times 4200$ است پس گرمای مورد نیاز برای ذوب برابر $mL_F=80mc$ بوده و گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای $20^\circ C$ آب برابر $mc\Delta\theta=20mc$ است، بنابراین مدت زمان لازم برای ذوب یخ باید ۴ برابر مدت زمان تغییر دمای $20^\circ C$ آب باشد که این مورد در سه گزینهٔ (۱) تا (۳) رعایت نشده است.

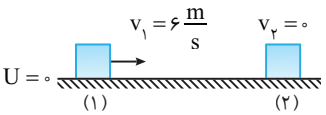
B | ۱ | ۱۰۳۸

خط فکری یک تست ترکیبی از فصل گرما و فصل کار و انرژی روبه‌روی ما است. گرمایی که در اثر اصطکاک ایجاد شده است سبب ذوب مقداری یخ $0^\circ C$ شده است، بنابراین ابتدا باید کار نیروی اصطکاک را که به گرما تبدیل شده را به کمک قانون پایستگی انرژی حساب کنیم و مقدار گرمای به‌دست آمده را با مقدار گرمای که یخ مورد نیاز برای ذوب برابر قرار دهیم.

۱ با توجه به پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$E_2-E_1=W_f\xrightarrow[E_2=\frac{1}{2}mv_2^2=0]{E_1=\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}m(6)^2}$$

$$0-18m=W_f\Rightarrow W_f=-18m\xrightarrow{m=55/5}W_f=-999J$$



۲ در واقع جسم ۹۹۹J انرژی از دست داده و این انرژی از دست رفته به صورت گرما به یخ داده شده، حال مقدار یخ ذوب شده توسط ۹۹۹J گرما را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=m'L_F\Rightarrow 999=m'\times 333\times 10^3\Rightarrow m'=3\times 10^{-3}kg=3g$$

B | ۲ | ۱۰۳۹

خط فکری با رها کردن وزنه‌ها، وزنهٔ ۲۰kg، ۱۰m پایین می‌آید و وزنه ۱۰kg نیز ۱۰m پایین می‌رود. در واقع هر دو جسم به اندازهٔ mgh انرژی آزاد می‌کنند که این انرژی آزاد شده توسط همزن به یخ داده شده و باعث ذوب یخ می‌شود.

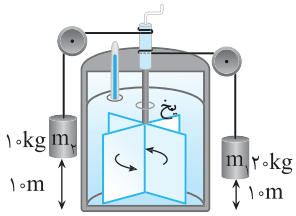
۱ انرژی پتانسیل آزاد شده توسط وزنهٔ m_1 را حساب می‌کنیم.

$$|U_1|=mgh_1=20\times 10\times 10=2000J$$

۲ انرژی پتانسیل آزاد شده توسط وزنهٔ m_2 برابر است با:

$$|U_2|=m_2gh_2=10\times 10\times 10=1000J$$

۳ بنابراین در مجموع $2000+1000=3000J$ گرما توسط همزن متصل به جسم‌ها، به یخ داده می‌شود و باعث ذوب یخ خواهد شد:



$$Q=mL_F$$
$$\Rightarrow 3000=m\times 336J/g$$
$$\Rightarrow m=\frac{3000}{336}g\simeq 9g$$

A | ۲ | ۱۰۴۰

۱ ابتدا مشخص می‌کنیم که وقتی ۴۰/۲kJ گرما از آب $0^\circ C$ می‌گیریم، چند گرم از آب یخ می‌زند.

$$Q_F=mL_F\Rightarrow 40/2=m\times 335\Rightarrow m=0/12kg$$

۲ بنابراین ۱۲۰g آب $0^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ تبدیل می‌شود و $180-120=60g$ آب $0^\circ C$ باقی می‌ماند.

B | ۱ | ۱۰۴۱

خط فکری وقتی که در دمای نقطهٔ جوش یا نقطهٔ ذوب به جسم گرما می‌دهیم، در تمام مدت تغییر حالت، دما ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند اما انرژی درونی جسم (آب) افزایش می‌یابد. وقتی به آب گرما می‌دهیم ابتدا دمای آن به $100^\circ C$ می‌رسد و سپس شروع به جوشیدن و بخار شدن می‌کند، در حل این نوع مسائل ابتدا باید گرمای لازم برای تغییر دما Q را بیابید و آن را با گرمای داده شده به جسم مقایسه کنید اگر گرمای داده شده به جسم از Q بزرگ‌تر باشد، مقدار اضافی آن صرف تبخیر آب می‌شود.

۱ حال گرمای لازم تا رسیدن به نقطهٔ جوش را محاسبه می‌کنیم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q_{20^\circ C\text{ تا }100^\circ C}=2\times 4200\times 80=42\times 16\times 10^3J=42\times 16kJ$$

۲ گرمایی که برای تبخیر آب باقی می‌ماند برابر است با:

$$Q'=Q_{کل}-Q_{20^\circ C\text{ تا }100^\circ C}=840kJ-16\times 42kJ$$

$$\xrightarrow{840kJ=20\times 42}Q'=20\times 42-16\times 42\Rightarrow Q'=4\times 42kJ$$

۳ بنابراین درصد گرمای تبخیر به گرمای کل داده شده به جسم خواهد شد:

$$\frac{Q'}{Q_{کل}}\times 100=\frac{4\times 42}{840}\times 100=\frac{1}{5}\times 100=20\%$$

B | ۱ | ۱۰۴۲

گرمایی که صرف افزایش دمای مقداری آب از $0^\circ C$ به $\theta^\circ C$ می‌شود، $\frac{1}{5}$ گرمای لازم برای ذوب همان مقدار یخ است.

$$mc\Delta\theta=\frac{1}{5}mL_F\Rightarrow 4200\Delta\theta=\frac{1}{5}\times 336000\Rightarrow\Delta\theta=16^\circ C$$

B | ۳ | ۱۰۴۳

خط فکری $\frac{1}{3}$ گرما تلف شده بنابراین $\frac{2}{3}$ آن صرف افزایش دمای آب $(Q=mc\Delta\theta)$ و تبخیر آب $(Q=mL_V)$ می‌شود، بنابراین ابتدا مقدار گرمای لازم برای افزایش دما از $80^\circ C$ تا $100^\circ C$ را حساب می‌کنیم، اگر از گرما چیزی باقی مانده باشد، مقدار اضافی گرما صرف تبخیر آب می‌شود.

۱ گرمایی که به آب داده می‌شود:

$$Q_{کل}=\frac{2}{3}\times 284/76kJ\Rightarrow Q=189/84kJ$$

۲ گرمایی که $100g$ آب $80^\circ C$ می‌گیرد تا دمایش به $100^\circ C$ برسد:

$$Q_1=mc\Delta\theta\Rightarrow Q_1=0/1\times 4200\times(100-80)\Rightarrow Q=8400J=8/4kJ$$

۳ بنابراین $8/4kJ$ گرما صرف افزایش دمای آب شده و باقیماندهٔ گرما صرف تبخیر آب خواهد شد:

$$Q_{تبخیر}=Q_{کل}-Q_1\Rightarrow Q_{تبخیر}=189/84-8/4=181/44kJ$$

۴ مقدار آب بخار شده را حساب می‌کنیم.

$$Q=mL_F\Rightarrow 181/44=m\times 2268\Rightarrow m=0/08kg=80g$$

۵ بنابراین از $100g$ آب، $80g$ بخار شده است.

$$\frac{80}{100}\times 100=80\%$$

B ۱۰۴۴ ۲

کل گرمای داده شده به یخ توسط گرمکن را حساب می‌کنیم.

$$Q=Pt\Rightarrow Q=۲۱۰۰۰\times۱۰=۲۱۰۰۰۰J=۲۱۰kJ$$

گرمای لازم برای رسیدن دمای یخ از $-۲۰^\circ C$ به $۰^\circ C$ برابر است با:

$$Q_۱=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta\Rightarrow Q_۱=۰/۵\times۲۱۰۰\times۲۰\Rightarrow Q=۲۱۰۰۰J=۲۱kJ$$

گرمای لازم برای ذوب یخ

$$Q_۲=mL_F\Rightarrow Q_۲=۰/۵\times۳۳۶۰۰۰\Rightarrow Q_۲=۱۶۸۰۰۰J=۱۶۸kJ$$

کل گرمایی که صرف ذوب یخ شده برابر مجموع ۲۱kJ و ۱۶۸kJ یعنی ۱۸۹kJ است.

بقیهٔ گرما صرف بالا بردن دمای آب از $۰^\circ C$ به θ می‌شود.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۲۱۰-۱۸۹=۰/۵\times۴/۲\Delta\theta$$

$$۲۱=۲/۱\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۱۰^\circ C$$

B ۱۰۴۵ ۱

۱ ابتدا گرمایی که توسط گرمکن در مدت ۱۲۲/۵ ثانیه تولید می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow ۷۵۰=\frac{W}{۱۲۲/۵}\Rightarrow W=۷۵۰\times۱۲۲/۵\,J$$

۲ از این مقدار گرما ٪۸۰ صرف گرم کردن یخ می‌شود.

$$Q=\frac{۸۰}{۱۰۰}W\Rightarrow Q=\frac{۴}{۵}\times۷۵۰\times۱۲۲/۵\Rightarrow Q=۶۰۰\times۱۲۲/۵J\Rightarrow Q=۷۳۵۰۰J$$

۳ مقدار گرمایی که یخ $-۶^\circ C$ لازم دارد تا به یخ $۰^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم.

$$Q'=mc\Delta\theta\Rightarrow Q'=۰/۵\times۲۱۰۰\times۶\Rightarrow Q'=۶۳۰۰J$$

۴ بنابراین از ۷۳۵۰۰J گرمایی که گرمکن به یخ می‌دهد، ۶۳۰۰J صرف تبدیل یخ $-۶^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ می‌شود و باقی آن صرف ذوب یخ خواهد شد.

$$Q_{\text{ذوب}}=Q-Q'\Rightarrow Q_{\text{ذوب}}=۷۳۵۰۰-۶۳۰۰=۶۷۲۰۰J$$

۵ حال با توجه به گرمای ذوب به‌دست آمده، مقدار یخ ذوب شده را حساب می‌کنیم:

$$Q_{\text{ذوب}}=mL_F\Rightarrow ۶۷۲۰۰=m\times۳۳۶۰۰۰\Rightarrow m=۰/۲kg=۲۰۰g$$

در نتیجه $۵۰۰-۲۰۰=۳۰۰g$ یخ باقی می‌ماند.

B ۱۰۴۶ ۴

یادآوری دمای اولیهٔ یخ را برحسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\xrightarrow{F=۳۲^\circ F}۳۲=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow\theta=۰^\circ C$$

۱ ابتدا گرمای لازم برای ذوب یخ $۰^\circ C$ و رسیدن به آب $۰^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$Q_۱=mL_F\Rightarrow Q_۱=۲\times(۳۳۶\times۱۰^۳)=۶۷۲۰۰۰J$$

۲ گرمای باقی‌مانده را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_{\text{باقی‌مانده}}=Q_{\text{کل}}-Q_۱\Rightarrow Q_{\text{باقی‌مانده}}=۷۵۶۰۰۰-۶۷۲۰۰۰=۸۴۰۰۰J$$

۳ این گرما باعث تغییر دمای آب $۰^\circ C$ به آب $\theta^\circ C$ می‌شود:

$$Q_{\text{باقی‌مانده}}=mc_{\text{آب}}\Delta\theta\Rightarrow ۸۴۰۰۰=۲\times۴۲۰۰\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=۱۰^\circ C\xrightarrow{\theta_۱=۰^\circ C}\theta_۲-۰=۱۰\Rightarrow\theta_۲=۱۰^\circ C$$

B ۱۰۴۷ ۱

۱ ابتدا با توجه به آهنگ گرما و مدت زمان داده شده، گرمای داده شده به یخ را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=Pt\xrightarrow[t=۱۲min]{P=۱/۰۵\times۱۰^۳J/min}$$

$$Q=۱/۰۵\times۱۰^۳J/min\times۱۲min=۱۰۵۰\times۱۲J=۱۲۶۰۰J$$

۲ این گرما ابتدا دمای یخ را از $-۱۰^\circ C$ به صفر می‌رساند:

$$Q_۱=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta\xrightarrow[c_{\text{یخ}}=۲۱۰۰J/kg.K,m=۰/۲kg]{\Delta\theta=۱۰^\circ C}Q_۱=۰/۲\times۲۱۰۰\times۱۰=۴۲۰۰$$

۳ از ۱۲۶۰۰J گرما، ۴۲۰۰J گرما صرف تغییر دمای یخ از $-۱۰^\circ C$ به $۰^\circ C$ می‌شود و مابقی گرما می‌تواند یخ را ذوب کند، بنابراین گرمای باقی‌مانده $Q_۲=۱۲۶۰۰-۴۲۰۰=۸۴۰۰J$ است که باید بررسی کنیم که می‌تواند تمام یخ را ذوب کند یا خیر. برای این کار ابتدا گرمای لازم برای ذوب ۲۰۰g یخ صفر درجهٔ سلسیوس را حساب می‌کنیم:

$$Q'=mL_F\xrightarrow{L_F=۳۳۶\times۱۰^۳J/kg}$$

$$Q'=۰/۲\times۳۳۶\times۱۰^۳=۶۷/۲\times۱۰^۳J\Rightarrow Q'=۶۷۲۰۰J$$

برای ذوب کامل یخ به $۶۷۲۰۰J$ گرما نیاز است.

بنابراین $۸۴۰۰J$ گرما نمی‌تواند باعث ذوب کامل یخ شود و تنها بخشی از یخ ذوب شده و در نهایت مخلوط آب و یخ $۰^\circ C$ خواهیم داشت.

B ۱۰۴۸ ۴

خط فکری برای این نوع مسائل بهتر است نمودار شبیه آن‌چه که در زیر رسم کرده‌ایم، رسم کنید، سپس گرمای هر قسمت را برحسب گرمای ویژهٔ آب (c) حساب کنید. از سوی دیگر گرمایی که به یخ داده می‌شود آن را نیز بر حسب c به‌دست آورید تا به‌راحتی بتوانید مسیر اتفاقات را پیگیری کنید.

یخ $-۱۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۱=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta=۰/۲\times\frac{c}{۲}\times۱۰=c}$ یخ $۰^\circ C$

یخ $۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۲=mL_F=۰/۲\times۸۰c=۱۶c}$ آب $۰^\circ C$

آب $۰^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{\text{آب}}\Delta\theta=۰/۲\times c\times۱۰۰=۲۰c}$ آب $۱۰۰^\circ C$

گرمای داده شده به یخ ۱۰۵kJ است آن را بر ۴۲۰۰ تقسیم می‌کنیم تا مشخص شود Q چند برابر c است.

$$Q=۱۰۵kJ=\frac{۱۰۵\times۱۰^۳}{۴۲۰۰}\times c=۲۵c$$

برای تبدیل یخ $-۱۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ به اندازهٔ c گرما لازم است و گرمای داده شده به یخ ۲۵c است، بنابراین تمام یخ به دمای $۰^\circ C$ می‌رسد و گزینهٔ (۱) نادرست است.

گرمای لازم برای ذوب کامل یخ ۱۶c است که این نیز از گرمای داده شده به آب کمتر است و تمام یخ ذوب می‌شود و گزینهٔ (۲) و (۳) نادرست است، بنابراین تمام یخ ذوب می‌شود و دمای آن بالاتر از $۰^\circ C$ خواهد بود بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

برای به‌دست آوردن دمای نهایی نیز می‌توان با توجه به گرمای کل نوشت:

$$Q_{\text{کل}}=Q_۱+Q_۲+Q'\Rightarrow ۲۵c=c+۱۶c+mc\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow ۸c=۰/۲c\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۴۰^\circ C\Rightarrow\theta_{\text{نهایی}}=۴۰^\circ C$$

بازی با سؤال **به ۴۰۰ گرم آب صفر درجهٔ سلسیوس در فشار ۱atm مقدار ۳۹۴ کیلوژول گرما می‌دهیم. در نهایت .....**

$$(L_V=۲۲۶۰kJ/kg\ ،\ c_{\text{آب}}=۴/۲kJ/kg.K\ ،\ c_{\text{بخار}}=۲/۱kJ/kg.K)$$

۱) دمای نهایی $۱۲۰^\circ C$ و تمام آب بخار می‌شود.

۲) دمای نهایی $۱۰۰^\circ C$ و ۳۰۰ گرم آب بخار می‌شود.

۳) دمای نهایی $۱۰۰^\circ C$ و ۱۰۰ گرم آب بخار می‌شود.

۴) دمای نهایی $۸۰^\circ C$ و آب بخار نمی‌شود.

گزینهٔ ۳

B ۱۰۴۹ ۳

گرما انرژی‌ای است که به دلیل اختلاف دما از جسم با دمای بیشتر به جسم با دمای کمتر منتقل می‌شود. در این مسأله دمای آب و یخ یکسان است و تبادل گرمایی رخ نمی‌دهد، بنابراین جرم یخ ثابت می‌ماند.

B ۱۰۵۰ ۲

دمای تعادل $۱۰^\circ C$ است بنابراین یخ $-۲۰^\circ C$ از فلز گرما می‌گیرد و ابتدا به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و سپس یخ $۰^\circ C$ به آب $۰^\circ C$ و در نهایت به آب $۱۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و در این فرایند فلز با از دست دادن گرما دمایش از $۹۰^\circ C$ به $۱۰^\circ C$ می‌رسد.

۱ نمودار زیر را برای درک بهتر تغییرها و تبدیل‌ها رسم می‌کنیم:

یخ $-۲۰^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{یخ}\Delta\theta}$ یخ $۰^\circ C$ $\xrightarrow{mL_F}$ آب $۰^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{آب}\Delta\theta}$ آب $۱۰^\circ C$

فلز $۱۰^\circ C$ $\xleftarrow{C'\Delta\theta'}$ فلز $۹۰^\circ C$

۲ فلز گرما از دست می‌دهد تا دمای آن پایین بیاید و یخ گرما گرفته است. با توجه به اینکه اتلاف گرمایی نداریم، فلز هر چه گرما از دست داده یخ این گرما را گرفته تا به آب $۱۰^\circ C$ تبدیل شود.

تذکر واحد جرم در یکای گرمای ویژه‌ها و گرمای نهان ذوب بر حسب گرم است پس در روابط، جرم نیز بر حسب گرم گذاشته می‌شود.

$$mc_{یخ}\Delta\theta+mL_F+mc_{آب}\Delta\theta=C'\Delta\theta'$$

$$۱۰۰\times۲\times۲۰+۱۰۰\times۳۴۰+۱۰۰\times۴\times۱۰=C'\times۸۰$$

$$۱۰۰(۴۰+۳۴۰+۴۰)=۸۰C'\Rightarrow C'=۵۲۵J/K$$

B ۴ ۱۰۵۱

خط فکری در این فرایند یخ از آب $۲۰^\circ C$ گرما می‌گیرد. ابتدا یخ $-۱۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود، سپس یخ $۰^\circ C$ با دریافت گرما از آب، ذوب می‌شود و به آب $۰^\circ C$ تبدیل شده و سرانجام دمای آن $۵^\circ C$ می‌شود. در این مدت، آب $۲۰^\circ C$ با از دست دادن گرما به آب $۵^\circ C$ تبدیل می‌شود. گرمایی که یخ $-۱۰^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $۵^\circ C$ تبدیل شود و همچنین گرمایی که آب $۲۰^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش $۵^\circ C$ شود را حساب کنید و برابر قرار دهید تا بتوانید جرم آب $۲۰^\circ C$ را به‌دست بیاورید.

۱ گرمای لازم برای رسیدن یخ $-۱۰^\circ C$ به آب $۵^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$\text{یخ } {}^{۱kg}_{-۱۰^\circ C} \xrightarrow[m'c_{یخ}\Delta\theta_۱]{Q_۱} \text{یخ } {}^{۱kg}_{۰^\circ C} \xrightarrow[m'L_F]{Q_۲} \text{آب } {}^{۱kg}_{۵^\circ C}$$

$$Q_{یخ}=Q_۱+Q_۲+Q_۳=m'c_{یخ}\Delta\theta_۱+m'L_F+m'c_{آب}\Delta\theta$$

$$Q_{یخ}=۱\times۲۱۰۰\times۱۰+۱\times۳۳۶۰۰۰+۱\times۴۲۰۰\times۵$$

۲ گرمایی که آب $۲۰^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب $۵^\circ C$ برسد را حساب می‌کنیم:

$$Q_{آب}=mc_{آب}\Delta\theta'=m\times۴۲۰۰\times۱۵$$

۳ $Q_{یخ}$ و $Q_{آب}$ با هم برابرند است:

$$Q_{یخ}=Q_{آب}\rightarrow ۲۱۰۰\times۱۰+۳۳۶۰۰۰+۴۲۰۰\times۵=m\times۴۲۰۰\times۱۵$$

$$\xrightarrow[۲۱۰۰\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر}} ۱۰+۱۶۰+۱۰=۳۰m\rightarrow ۱۸۰=۳۰m\Rightarrow m=۶kg$$

میانبر می‌توان $c_{یخ}$ که برابر ۲۱۰۰ است را به‌عنوان c گرفت در این‌صورت $c_{آب}$ که برابر ۴۲۰۰ است برابر ۲c و L_F که برابر ۳۳۶۰۰۰ بوده برابر ۱۶۰c می‌شود:

$$Q_۱=۱۰c, Q_۲=۱۶۰c, Q_۳=۱۰c$$

$$Q_{آب}=۳۰mc$$

$$Q_{یخ}=Q_{آب}=۱۸۰c=۳۰mc\Rightarrow m=۶kg$$

B ۴ ۱۰۵۲

خط فکری هر گاه پس از تبادل گرمایی بین آب و یخ، مقداری یخ باقی مانده باشد یعنی دمای تعادل $۰^\circ C$ است و گرمایی که یخ دریافت کرده است سبب ذوب مقداری یخ شده است. گرمایی که آب $۵۰^\circ C$ از دست داده تا دمایش $۰^\circ C$ شود، صرف ذوب یخ $۰^\circ C$ شده است، از این‌رو:

$$mc\Delta\theta=m_iL_F\Rightarrow ۸۰۰\times۴۲۰۰\times۵۰=۳۳۶۰۰۰m_i\Rightarrow m_i=۵۰۰g$$

یخ ذوب شده

$$\text{یخ } {}^{m_i}_{۰^\circ C} \rightarrow \text{آب } {}^{m_i}_{۰^\circ C} \quad ، \quad \text{آب } {}^{۸۰۰g}_{۰^\circ C} \leftarrow \text{آب } {}^{۸۰۰g}_{۵۰^\circ C}$$

بنابراین جرم یخ اولیه برابر $۵۰۰+۱۰۰=۶۰۰g$ است.

B ۳ ۱۰۵۳

خط فکری در صورت مسئله بیان شده بعد از تبادل گرمایی $\frac{۱}{۳}$ از جرم قطعه یخ $۰^\circ C$ باقی مانده است یعنی آب $۲۰^\circ C$ به یخ گرما داده و توانسته $\frac{۲}{۳}$ از جرم یخ $۰^\circ C$ را به آب $۰^\circ C$ تبدیل کند و دمای خودش نیز به $۰^\circ C$ رسیده است و در نهایت مخلوط آب و یخ $۰^\circ C$ در حال تعادل داریم.

نمودار تغییرات را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم.

یخ $۰^\circ C$ $\xrightarrow[Q_۱]{\frac{۲}{۳}m}$ آب $۰^\circ C$ $\xleftarrow[Q_۲]{m'}$ آب $۸۰۰g$ $۲۰^\circ C$

گرما می‌گیرد ← دمای تعادل ← گرما از دست می‌دهد

بنا به پایستگی انرژی مجموع گرمایی که آب از دست می‌دهد و یخ دریافت می‌کند برابر صفر است.

$$Q_۱+Q_۲=۰\Rightarrow \frac{۲}{۳}mL_F+m'c(۰-۲۰)=۰ \xrightarrow{\substack{L_F=۳۳۶۰۰۰J/kg\\ c_{آب}=۴۲۰۰J/kg.K}}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۳}m\times۳۳۶۰۰۰=\frac{۸۰۰}{۱۰۰۰}\times۴۲۰۰\times۲۰\Rightarrow \frac{۲}{۳}m=\frac{۱}{۵}\Rightarrow m=\frac{۳}{۱۰}kg=۳۰۰g$$

میانبر برای سادگی حل سؤال می‌توان گرمای ویژهٔ آب را $c=۴۲۰۰J/kg.K$ گرفت و گرمای نهان ذوب را به صورت $L_F=۳۳۶۰۰۰J/kg=۸۰\times۴۲۰۰=۸۰c$ در رابطه قرار داد.

B ۱ ۱۰۵۴

۱ تمام یخ ذوب نشده که به این معنا است که دمای نهایی $۰^\circ C$ است. ابتدا گرمایی را که ۱۰۰g آب از دست می‌دهد تا دمایش $۰^\circ C$ شود، حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=۰/۱\times۴/۲\times۸۰\Rightarrow Q=۳۳/۶kJ$$

۲ گرمایی که ۸۰ گرم یخ می‌گیرد تا ذوب شود را به‌دست می‌آوریم.

$$Q=mL_F=۸۰\times۱۰^{-۳}\times۳۳۶=۲۶/۸۸kJ$$

۳ آب $۳۳/۶kJ$ گرما از دست داده اما یخ به اندازهٔ $۲۶/۸۸kJ$ گرما گرفته بنابراین تفاوت این دو گرما تلف شده است. $۳۳/۶-۲۶/۸۸=۶/۷۲kJ$

B ۲ ۱۰۵۵

خط فکری قطعه مس باعث تبخیر ۵g آب $۱۰۰^\circ C$ شده است، بنابراین دمای قطعه مس از $۱۰۰^\circ C$ بیشتر است و این قطعه مس به آب $۱۰۰^\circ C$ گرما می‌دهد، همچنین مس نتوانسته تمام آب $۱۰۰^\circ C$ را تبدیل به بخار کند و از ۱۰۰g آب $۱۰۰^\circ C$ تنها ۵g آن به بخار تبدیل شده و در نهایت بخار آب و آب $۱۰۰^\circ C$ در حال تعادل خواهیم داشت، بنابراین دمای تعادل نهایی آب، بخار آب و مس $۱۰۰^\circ C$ خواهد بود.

حال با دانستن این مطالب مسئله به سادگی قابل حل است.

گرمایی که ۲۸۲g مس $\theta^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش به $۱۰۰^\circ C$ برسد برابر گرمایی است که ۵g آب $۱۰۰^\circ C$ دریافت کرده است تا بخار شود. این دو گرما را برابر قرار می‌دهیم:

$$m_{مس}c_{مس}\Delta\theta=m_{آب}L_V\Rightarrow ۲۸۲\times۱۰^{-۳}\times۴۰۰\times(\theta-۱۰۰)=۵\times۱۰^{-۳}\times۲۲۵۶\times۱۰^۳$$

$$\Rightarrow\theta-۱۰۰=۱۰۰\Rightarrow\theta=۲۰۰^\circ C$$

B ۲ ۱۰۵۶

چون دمای تعادل معلوم است، مراحل مبادلهٔ گرما را به صورت نمودار زیر مشخص می‌کنیم.

گرما گرفته ← دمای تعادل → گرما داده

آب $۱۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۳}$ آب $۵۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۲}$ آب $۱۰۰^\circ C$ $\xrightarrow{Q_۱}$ بخار $۱۰۰^\circ C$

گرمایی که بخار آب $۱۰۰^\circ C$ از دست داده تا به آب $۵۰^\circ C$ برسد باعث افزایش دمای آب $۱۰^\circ C$ تا $۵۰^\circ C$ شده بنابراین می‌توان نوشت:

$$|Q_۱|+|Q_۲|=Q_۳\Rightarrow m_۱L_V+m_۱c\Delta\theta_۱=m_۳c\Delta\theta_۲$$

$$\Rightarrow m_۱\times۲۲۶۸+m_۱\times۴/۲\times۵۰=۵۹۰\times۴/۲\times۴۰$$

می‌توان گرمای ویژهٔ آب را $c=۴/۲J/g^\circ C$ گرفت که در این صورت $L_V=۲۲۶۸J/g=۵۴۰\times ۴/۲=۵۴۰c$ می‌شود:

$$m_۱\times ۵۴۰c+m_۱c\times ۵۰=۵۹۰\times c\times ۴۰\Rightarrow m_۱=۴۰g$$

بازی با سؤال مقداری بخار $۱۰۰^\circ C$ را وارد ۵۰۰ گرم آب $۱۰^\circ C$ می‌کنیم، دمای تعادل $۴۰^\circ C$ می‌شود. اگر گرمای نهان ویژهٔ تبخیر آب $۲۲۶۸J/g$ باشد، بخار آب چند گرم بوده است؟ $(c_{آب}=۴/۲J/g.^\circ C)$

۱) ۱۲ ۲) ۲۵ ۳) ۱۲۰ ۴) ۲۵۰

گزینهٔ ۲

A ۱۰۵۷ ۲

۱ با تبخیر سطحی عرق از بدن شخص، دمای بدن پایین می‌آید. وقتی که دمای بدن $۱^\circ C$ کاهش می‌یابد، گرمایی که بدن از دست می‌دهد برابر است با:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=۶۰\times ۳۵۰۰\times ۱J$$

۲ گرمایی که عرق از بدن می‌گیرد تا تبخیر شود $(Q=mL_V)$ برابر گرمایی است که بدن از دست داده تا دمایش $۱^\circ C$ کاهش یابد. از این‌رو:

$$۶۰\times ۳۵۰۰\times ۱=m_{آب}\times ۲/۴\times ۱۰^۶\Rightarrow m_{آب}=۰/۰۸۷۵kg=۸۷/۵g$$

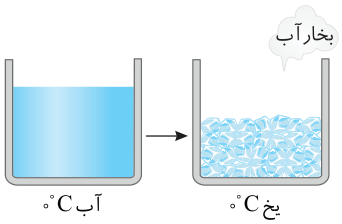
۳ بنابراین بدن $۸۷/۵g$ آب از دست داده و شخص برای جبران باید $۸۷/۵g$ آب بنوشد، حال حجم آب را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۱=\frac{۸۷/۵}{V}\Rightarrow V=۸۷/۵cm^۳$$

یکای سی‌سی همان سانتی‌متر مکعب است.

B ۱۰۵۸ ۴

خط فکری ابتدا مقداری آب $۰^\circ C$ در اختیار داشته‌ایم، بخشی از آب بخار می‌شود و برای تبخیر سطحی این بخش از آب، گرما لازم است و این گرما از بخش دیگر آب دریافت می‌شود و آن بخش از آب $۰^\circ C$ به دلیل از دست دادن گرما یخ می‌زند.



۱ با توجه به صورت سؤال مجموع جرم یخ و بخار تولیدشده ۳۴۰ گرم است.

$$m_L+m_V=۳۴۰g \quad (I)$$

۲ از طرفی گرمایی که بخشی از آب از بخش دیگر می‌گیرد تا تبخیر شود سبب یخ زدن آن می‌شود، بنابراین گرمای نهان تبخیر را با گرمای نهان انجماد یخ برابر قرار می‌دهیم:

$$Q_F=Q_V\Rightarrow m_LL_F=m_VL_V\Rightarrow ۸۰c_{آب}m_L=۶۰۰c_{آب}m_V$$

$$\Rightarrow m_L=\frac{۶۰۰}{۸۰}m_V\Rightarrow m_L=۷/۵m_V \quad (II)$$

۳ اکنون دو معادله دو مجهول در اختیار داریم و می‌توان نوشت:

$$(I),(II):m_L+m_V=۳۴۰\xrightarrow{m_L=۷/۵m_V}$$

$$۷/۵m_V+m_V=۳۴۰\Rightarrow m_V=۴۰g$$

B ۱۰۵۹ ۱

خط فکری دقت کنید از لحظه‌ای که بخار آب $۱۰۰^\circ C$ با یخ $۰^\circ C$ در تماس قرار می‌گیرد به یخ $۰^\circ C$ گرما می‌دهد و آن را ذوب می‌کند. بخار آب $۱۰۰^\circ C$ ابتدا به آب $۱۰۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و مقداری یخ را ذوب می‌کند اما چون دمای آب از دمای یخ $۰^\circ C$ بیشتر است همچنان به یخ $۰^\circ C$ گرما می‌دهد تا آن را ذوب کند و تا زمانی که دمای آب به $۰^\circ C$ می‌رسد یخ در حال ذوب شدن است.

۱ ابتدا گرمایی را که بخار $۱۰۰^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش $۰^\circ C$ شود به‌دست می‌آوریم. زیرا تا زمانی که دمای بخار آب و آب حاصل از آن از دمای یخ $۰^\circ C$ بیشتر است، آب گرما از دست می‌دهد و یخ گرما می‌گیرد و ذوب می‌شود:

$$Q_۱=-mL_V\Rightarrow Q_۱=-۲\times ۲۲۶۸$$

$$Q_۲=-mc\Delta\theta\Rightarrow Q_۲=-۲\times ۴/۲\times ۱۰۰$$

۲ بخار آب این گرما را از دست داده و یخ صفر درجه سلسیوس همین مقدار گرما را دریافت کرده تا ذوب شود بنابراین قدر مطلق گرمایی را که بخار از دست می‌دهد با گرمایی که یخ می‌گیرد، برابر قرار می‌دهیم:

$$|Q_۱+Q_۲|=Q_۳\Rightarrow ۲\times ۲۲۶۸+۲\times ۴/۲\times ۱۰۰=m\times ۳۳۶$$

دو طرف را بر ۴/۲ تقسیم می‌کنیم.

$$۲\times ۵۴۰+۲۰۰=m\times ۸۰\Rightarrow m=\frac{۱۲۸۰}{۸۰}=۱۶g$$

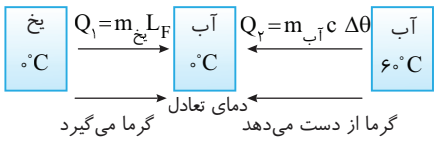
میانبر می‌توانستیم برای سادگی محاسبات از نسبت‌های زیر استفاده کنیم:

$$c=۴۲۰۰J/kg.K\ ،L_F=۸۰c\ ،L_V=۵۴۰c$$

B ۱۰۶۰ ۴

به سؤال و گزینه‌ها خوب دقت کنید. در صورت سؤال یخ $۰^\circ C$ داده شده که با آب $۶۰^\circ C$ در تبادل گرماست. آب به دلیل دمای بیشتر گرما از دست می‌دهد و این گرما را یخ می‌گیرد و ذوب می‌شود، بنابراین جرم نهایی آب برابر مجموع جرم اولیهٔ آب و مقداری یخ ذوب شده است و باید از $۸۰۰g$ بیشتر باشد و گزینهٔ (۱) و (۲) نادرست است.

همچنین با توجه به سؤال که گفته شده چند کیلوگرم آب صفر درجهٔ سلسیوس در نهایت خواهیم داشت، یعنی دمای تعادل آب و یخ صفر درجه سلسیوس است، بنابراین در این تبادل آب $۶۰^\circ C$ گرما از دست می‌دهد تا به آب $۰^\circ C$ برسد و این گرما را یخ $۰^\circ C$ گرفته تا ذوب شود:



$$Q_۱=Q_۲\Rightarrow m_{یخ}L_F=m_{آب}c\Delta\theta \xrightarrow[L_F=۳۳۶kJ/kg=۸۰c]{c_{آب}=۴/۲kJ/kg^\circ C=c}$$

$$m_{یخ}\times ۸۰c=\frac{۸۰۰}{۱۰۰۰}\times c\times ۶۰\Rightarrow m_{یخ}=\frac{۶۰۰}{۱۰۰۰}kg=۶۰۰g$$

$۶۰۰g$ یخ ذوب شده و به آب $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و جرم نهایی آب $۰^\circ C$ برابر است با:

یخ $۰^\circ C$ که ذوب شده و به آب $۰^\circ C$ تبدیل شده

$$m=m_۱+m_۲\Rightarrow m=۸۰۰+۶۰۰=۱۴۰۰g=۱/۴kg$$

آبی که از دمای $۶۰^\circ C$ به $۰^\circ C$ رسیده

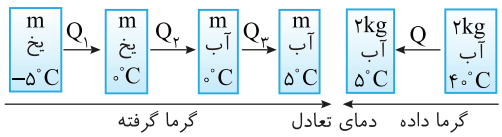
میانبر m گرم آب $۸۰^\circ C$ می‌تواند m گرم یخ $۰^\circ C$ را به طور کامل ذوب کند، بنابراین $۸۰۰g$ آب $۶۰^\circ C$ نمی‌تواند تمام $۸۰۰g$ یخ را ذوب کند و دمای نهایی مخلوط، $۰^\circ C$ است.

B ۱۰۶۱ ۳

۱ آب در حین تبادل گرمایی $۲۹۴kJ$ گرما از دست داده است، بنابراین ابتدا مشخص می‌کنیم که با از دست دادن این مقدار گرما دمای آب از $۴۰^\circ C$ به چه دمایی می‌رسد:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۲۹۴\times ۱۰^۳=۲\times ۴۲۰۰\times(۴۰-\theta)\Rightarrow\theta=۵^\circ C$$

۲ دمای نهایی آب $۵^\circ C$ شده است، بنابراین دمای تعادل $۵^\circ C$ است یعنی:



۳ یخ $-۵^\circ C$ گرمای ۲۹۴×۱۰^۳J را دریافت کرده تا به آب $۵^\circ C$ تبدیل شود:

$$Q=Q_۱+Q_۲+Q_۳\Rightarrow ۲۹۴\times ۱۰^۳=m\times ۲۱۰۰\times ۵+m\times ۳۳۶۰۰۰+m\times ۴۲۰۰\times ۵$$

دو طرف معادله را بر ۲۱۰۰ تقسیم می‌کنیم:

$$۱۴۰=۵m+۱۶۰m+۱۰m\Rightarrow m=\frac{۱۴۰}{۱۷۵}=۰/۸kg=۸۰۰g$$

بازی با سؤال درون ۲kg آب ۴۰°C مقداری یخ ۲۴°C− می‌اندازیم. اگر در تبادل گرما بین آب و یخ، آب ۳۰۲/۴kJ گرما از دست بدهد، جرم یخ چند گرم بوده است؟

$(L_F=۳۳۶kJ/kg\ ,c_{آب}=۴۲۰۰J/kgK\ ,c_{یخ}=۲۱۰۰J/kgK)$

۱) ۸۰۰ ۲) ۷۰۰ ۳) ۸۵۰ ۴) ۷۵۰

گزینه ۴

B ۱۰۶۲ **۲**

خط فکری اگر گرمایی که آب از دست می‌دهد تا دمایش کاهش یابد و به صفر برسد از گرمایی که یخ لازم دارد تا به طور کامل ذوب شود، کمتر باشد، یخ به طور کامل ذوب نشده و دمای تعادل ۰°C خواهد بود. بنابراین باید گرمایی که یخ برای ذوب کامل لازم دارد را به‌دست بیاوریم و با گرمایی که آب θ°C از دست می‌دهد تا دمایش به صفر برسد مقایسه کنیم.

گرمایی را که یخ برای ذوب شدن نیاز دارد به‌دست می‌آوریم: $Q'=m'L_F=\frac{m}{۲}L_F$

گرمایی را که آب θ°C تا رسیدن به دمای ۰°C از دست می‌دهد نیز حساب می‌کنیم:

$|Q|=mc\Delta\theta=mc\theta$

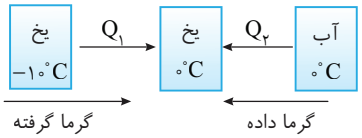
اگر $Q=Q'$ باشد، یعنی آب θ درجه سلسیوس می‌تواند تمام یخ را ذوب کند و دمای مجموعه به صفر درجه رسیده و در ظرف تنها آب وجود دارد. در واقع تمام یخ ذوب می‌شود.

اگر $Q<Q'$ باشد یعنی آب θ درجه سلسیوس نمی‌تواند گرمای لازم برای ذوب کامل یخ را تولید کند، پس بخشی از یخ ذوب می‌شود و در ظرف مخلوط آب و یخ صفر درجه سلسیوس باقی می‌ماند.

بنابراین: $|Q|\le Q'\Rightarrow mc\theta\le\frac{m}{۲}L_F\Rightarrow\theta\le\frac{L_F}{۲c}$

B ۱۰۶۳ **۱**

خط فکری چون مقدار آب ۰°C خیلی زیاد است پس دمای تعادل ۰°C است و یخ ۱۰°C− از آب صفر درجه گرما می‌گیرد تا دمایش صفر شود. بنابراین در این تبادل بخشی از آب ۰°C گرما از دست داده و به یخ ۰°C تبدیل می‌شود و یخ ۱۰°C− گرما گرفته و به یخ ۰°C تبدیل می‌شود:



$Q_۱=Q_۲\Rightarrow mc_{یخ}\Delta\theta=m_{آب}L_F$

$\frac{۸۰}{۱۰۰۰}\times۲۱۰۰\times۱۰=m_{آب}\times۳۳۶۰۰۰\Rightarrow m_{آب}=\frac{۵}{۱۰۰۰}kg=۵g$

بنابراین ۵g آب ۰°C به یخ ۰°C تبدیل می‌شود و به جرم یخ ۵g اضافه می‌شود.

یادآوری یخ صفر درجهٔ سلسیوس و آب صفر درجهٔ سلسیوس در تعادل گرمایی با یکدیگر قرار دارند و اگر در ظرف آب و یخ صفر درجه سلسیوس داشته باشیم بین آب و یخ تبادل گرمایی صورت نمی‌گیرد.

بازی با سؤال یک قطعه یخ به جرم ۰/۵kg و دمای ۳۳/۶°C− را در ظرف بزرگ محتوی آب ۰°C می‌اندازیم. پس از تعادل جرم یخ درون ظرف چند گرم می‌شود؟

$(L_F=۳۳۶۰۰۰J/kg\ ,c_{آب}=۴۲۰۰J/kg.°C\ ,c_{یخ}=۲۱۰۰J/kg.°C)$

۱) ۵۰۰ ۲) ۶۰۵ ۳) ۷۰۵ ۴) ۵۷۵

گزینه ۲

B ۱۰۶۴ **۱**

خط فکری جسمی که دارای دمای بالاتری است به جسم با دمای پایین‌تر گرما می‌دهد. در این مسئله دمای بخار آب ۱۵۰°C و دمای آب ۱۰۰°C است، بنابراین بخار آب به آب گرما می‌دهد. از طرفی به خاطر داریم که آب ۱۰۰°C با دریافت گرما به بخار ۱۰۰°C تبدیل می‌شود.

در محفظه مقدار زیادی آب ۱۰۰°C وجود دارد و دمای تعادل باید ۱۰۰°C باشد.

در واقع بخار آب ۱۵۰°C گرما از دست می‌دهد تا به بخار ۱۰۰°C برسد این گرما باعث می‌شود، بخشی از آب ۱۰۰°C بخار شود، بنابراین پس از تعادل مقدار بخار آب ۱۰۰°C موجود در مخزن افزایش می‌یابد.

B ۱۰۶۵ **۴**

خط فکری وقتی آب ۵۰°C روی ۴۵۰g یخ ۰°C ریخته می‌شود، آب به یخ گرما می‌دهد و یخ شروع به ذوب شدن می‌کند. در صورت مسئله بیان شده سرانجام ۵۲۰g آب ۰°C خواهیم داشت که شامل دو قسمت است. یکی همان آب اولیهٔ ۵۰°C و دیگری آب حاصل از ذوب یخ، بنابراین اگر جرم آب اولیه را با $m_{آب}$ نشان دهیم، جرم یخ ذوب شده قطعاً $۵۲۰-m_{آب}$ است. البته گرمایی که آب از دست می‌دهد با گرمایی که یخ دریافت می‌کند تا ذوب شود برابر است. این خط فکری را دنبال کنید تا حل مسئله را راحت انجام دهید.

مجموع جرم آب و یخ ذوب شده در حالت ثانویه برابر ۵۲۰g است. در واقع $m_{آب}+m_{یخ\ ذوب\ شده}=۵۲۰g$ است و جرم یخ ذوب شده $=۵۲۰-m_{آب}$

تمام گرمای لازم برای آنکه $(۵۲۰-m_{آب})g$ یخ ذوب شود از آب گرفته شده است.

در واقع: $Q_F=Q_{آب}\Rightarrow(۵۲۰-m)\times۳۳۶۰۰۰=m\times۴۲۰۰\times۵۰\xrightarrow{\div۴۲۰۰}$

$۵۲۰\times۸۰-۸۰m=۵۰m\Rightarrow۵۲۰\times۸۰=۱۳۰m\Rightarrow m=۳۲۰g$

B ۱۰۶۶ **۱**

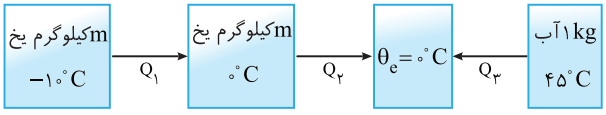
مسئله را از آخر حل می‌کنیم.

جرم آب در حالت نهایی ۳ برابر جرم یخ موجود در ظرف است. اگر جرم یخ ذوب شده را با m' نمایش بدهیم، جرم آب در حالت نهایی برابر جمع m' و یک کیلوگرم است، $(m'+۱)$ و از جرم یخ موجود در ظرف به اندازهٔ m' کاسته شده و برابر $m-m'$ است.

$\frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم یخ}}=۳\Rightarrow\frac{m'+۱}{m-m'}=۳\Rightarrow m'+۱=۳(m-m')\Rightarrow m'+۱=۳m-۳m'$

$\Rightarrow۴m'=۳m-۱\Rightarrow m'=\frac{۳m-۱}{۴}$ جرم یخ ذوب‌شده

به ابتدای مسئله برگردیم. یک کیلوگرم آب ۴۵°C با m کیلوگرم یخ ۱۰°C− تبادل گرمایی انجام داده و از m کیلوگرم یخ، $(\frac{۳m-۱}{۴})kg$ آن ذوب شده است، یعنی در نهایت مخلوط آب و یخ در حالت تعادل در دمای ۰°C در اختیار داریم. در نتیجه تغییرات به صورت نمودار زیر است.



بنا به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$Q_۱+Q_۲=Q_۳\Rightarrow m_ic_i\Delta\theta+m'L_F=m_Wc_W\Delta\theta_W$

$m\frac{c}{۲}\times۱۰+\frac{۳m-۱}{۴}\times۸۰c=۱\times c\times۴۵$

$۵m+۶۰m-۲۰=۴۵\Rightarrow۶۵m=۶۵\Rightarrow m=۱kg$

B ۱۰۶۷ **۳**

برای آنکه دمای تعادل ۰°C شود و تغییر حالتی نداشته باشیم، یعنی نه آب یخ بزند و نه یخ ذوب شود، باید گرمایی که یخ ۲۰°C− می‌گیرد تا دمایش ۰°C شود را با گرمایی که آب ۲۰°C از دست می‌دهد تا دمایش ۰°C شود، برابر قرار دهیم.

$Q_{یخ}=Q_{آب}\Rightarrow m_{یخ}c_{یخ}\Delta\theta_{یخ}=m_{آب}c_{آب}\Delta\theta_{آب}$

$۱۰۰\times۲/۱\times۲۰=m_{آب}\times۴/۲\times۲۰\Rightarrow m_{آب}=۵۰g$

میانبر تغییر دما در دو طرف برابر ۲۰°C است، چون گرمای ویژه آب دو برابر گرمای ویژهٔ یخ است، جرم آب نصف جرم یخ است.

B ۳ ۱۰۶۸

خط فکری قرار است تمام یخ ذوب شود، اما دمای نهایی یخ ذوب شده مشخص نیست. یعنی سؤال به طور مستقیم به ما نگفته که پس از ذوب یخ قرار است دمای آن $0^\circ C$ باشد یا بیشتر، همچنین در سؤال حداقل مقدار آب خواسته شده است، ما می‌دانیم هر چه مقدار آب بیشتر باشد، گرمایی که آب به یخ داده بیشتر و دمای تعادل بالاتر از صفر می‌شود، بنابراین کمترین مقدار آب یعنی مقدار آب به قدری باشد که تمام گرمایی که آب از دست می‌دهد تنها باعث ذوب یخ شود و دمای تعادل $0^\circ C$ بماند.

۱ ابتدا گرمایی که یخ لازم دارد تا به طور کامل ذوب شود را حساب می‌کنیم:

$$Q_i = mc\Delta\theta + mL_F \Rightarrow Q_i = 0/2\times 2100\times 5 + 0/2\times 336000$$

$$\Rightarrow Q_i = 0/5\times 4200 + 0/2\times 80\times 4200 = 16/5\times 4200 J$$

۲ این مقدار گرما باید توسط مقداری آب $100^\circ C$ تأمین شود و در نهایت دمای آب باید $0^\circ C$ شود، بنابراین:

$$Q_i = Q_W \Rightarrow 16/5\times 4200 = m\times 4200\times 100 \Rightarrow m = 165g$$

بازی با سؤال **ظرفی حاوی ۱۰۰g یخ صفر درجه سلسیوس است. حداقل چند گرم آب $50^\circ C$ باید داخل آن بریزیم تا تمام یخ ذوب شود؟ ($c_{آب}=4200 J/kg.K$ ،$L_F=334 kJ/kg$ و از مبادله گرمای آب و یخ با محیط صرف‌نظر کنید.)**

۱) ۸۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۴۰ ۴) ۱۶۰

گزینهٔ ۴

B ۴ ۱۰۶۹

خط فکری قرار است ۲۰۰g آب $0^\circ C$ یخ بزند و برای این کار از یخ $-20^\circ C$ استفاده شده است. بنابراین مقدار گرمایی که ۲۰۰g آب $0^\circ C$ از دست می‌دهد تا یخ بزند باید با مقدار گرمایی که یخ $-20^\circ C$ دریافت می‌کند تا دمایش به $0^\circ C$ برسد، برابر باشد. دقت کنید منظور از حداقل مقدار یخ این است که آب $0^\circ C$ یخ بزند اما دمایش از $0^\circ C$ پایین نرود.

۱ گرمایی که ۲۰۰g آب $0^\circ C$ از دست می‌دهد تا به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم.

$$Q_{آب} = mL_F \xrightarrow{L_F = 3/36\times 10^5 J/kg}$$

$$Q_{آب} = \frac{200}{1000}\times 3/36\times 10^5 = 2\times 3/36\times 10^4 \text{ ژول}$$

۲ این مقدار گرما باید با گرمایی که یخ $-20^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش صفر شود برابر باشد.

$$Q_{یخ} = m_{یخ} c_{یخ} \Delta\theta_{یخ} \xrightarrow[\Delta\theta=20^\circ C]{c_{یخ}=2100 J/kg} 3/36\times 2\times 10^4 = m_{یخ}\times 2100\times 20$$

$$\Rightarrow m = \frac{33/60}{21} \Rightarrow m = 1/6 kg = 1600g$$

B ۳ ۱۰۷۰

خط فکری کمینه مقدار بخار آب $100^\circ C$ خواسته شده بنابراین در این فرایند باید تمام یخ ذوب شده و به آب $0^\circ C$ تبدیل شود و دمای آن از $0^\circ C$ بالاتر نرود.

برای ذوب کامل یخ ابتدا باید دمای آن از $-10^\circ C$ به $0^\circ C$ برسد و سپس یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ تبدیل شود. در این فرایند بخار آب $100^\circ C$ ابتدا باید به آب $100^\circ C$ و سپس به آب $0^\circ C$ تبدیل شود و گرمایی که بخار آب از دست می‌دهد با گرمایی که یخ می‌گیرد برابر است.

تغییرات را به طور خلاصه می‌نویسیم:

بخار $100^\circ C$ ← آب $100^\circ C$ ← آب $0^\circ C$ ← یخ $0^\circ C$ ← یخ $-10^\circ C$

گرمایی که یخ دریافت کرده با گرمایی که بخار از دست می‌دهد برابر قرار می‌دهیم.

$$m_i c'\Delta\theta + m_i L_F = m_V c\Delta\theta + m_V L_V$$

داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم:

$$(64\times\frac{1}{2}c_{آب}\times 10) + (64\times 80 c_{آب}) = (m_V\times c_{آب}\times 100) + m_V\times 540 c_{آب}$$

$$\Rightarrow 64\times(85) = 640(m_V) \Rightarrow m_V = 8/5g$$

B ۳ ۱۰۷۱

خط فکری هر گاه به مخلوطی از آب و یخ در حال تعادل $(0^\circ C)$ گرما داده شود، ابتدا گرمای گرفته شده باعث ذوب یخ می‌شود و سپس گرمای مابقی دمای آب و یخ ذوب شده را بالا می‌برد. در این سؤال فلز با دمای بیشتر گرما از دست داده که بخشی از این گرما باعث ذوب یخ و مابقی آن باعث بالا رفتن دمای ۴۰۰g آب و یخ ذوب شده از $0^\circ C$ به $5^\circ C$ شده است.

۱ گرمایی را که فلز از دست می‌دهد تا دمایش از $105^\circ C$ به $5^\circ C$ برسد حساب می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow |Q| = 0/2\times 840\times(105-5) \Rightarrow |Q| = 16800 J$$

۲ گرمایی که ۴۰۰ گرم آب (مخلوط آب و یخ پس از ذوب یخ) می‌گیرد تا دمایش از $0^\circ C$ به $5^\circ C$ برسد را نیز به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 0/4\times 4200\times 5 \Rightarrow Q = 8400 J$$

۳ بنابراین از ۱۶۸۰۰ ژول گرمایی که فلز از دست می‌دهد، ۸۴۰۰ ژول آن صرف بالا بردن دمای آب می‌شود. اما بقیهٔ آن چه شده است؟ قطعاً صرف ذوب یخ شده است و می‌توان مقدار یخ را به‌دست آورد:

$$Q_F = mL_F \Rightarrow 16800 - 8400 = m_i\times 336000$$

$$\Rightarrow m_i = \frac{8400}{336000} \Rightarrow m_i = \frac{1}{40} kg \Rightarrow m_i = 25g$$

B ۲ ۱۰۷۲

خط فکری ۱ کمینه مقدار جرم فلز خواسته شده یعنی گرمایی که فلز با دمای بیشتر از دست می‌دهد باید توسط یخ گرفته شده باشد و تنها یخ را ذوب کند و دمای یخ ذوب شده $0^\circ C$ بماند.

خط فکری ۲ این مطلب که در ظرف یخی باقی نماند یعنی گرمایی که فلز از دست می‌دهد تا دمایش به $0^\circ C$ برسد برابر گرمایی است که تمام یخ $0^\circ C$ می‌گیرد تا ذوب شود و به آب $0^\circ C$ تبدیل شود.

باید گرمایی که فلز به آب و یخ می‌دهد صرف ذوب یخ شود.

$$mL_F = m_{فلز} c_{فلز}\Delta\theta \Rightarrow 200\times 336000 = m_{فلز}\times 400\times 250 \Rightarrow m_{فلز} = 672g$$

بازی با سؤال **یک قطعه مس به جرم ۳kg با دمای ۱۱/۱ درجهٔ سلسیوس را داخل ظرف عایق‌بندی شده‌ای حاوی مخلوط به تعادل رسیدهٔ آب و یخ می‌اندازیم. هنگامی‌که تعادل مجدد برقرار شود، دمای مس صفر درجهٔ سلسیوس است. چند گرم یخ در این فرایند ذوب شده است؟** خارج تجربی - ۸۵

$(L_F = 333 kJ/kg, c_{مس} = 400 J/kg.K)$

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰

گزینهٔ ۴

B ۳ ۱۰۷۳

خط فکری ظرف و یخ در ابتدا در حال تعادل‌اند، یعنی دمای آن‌ها برابر $0^\circ C$ است، با دادن گرما ابتدا یخ ذوب می‌شود و سپس دمای یخ ذوب شده و ظرف چدنی $2^\circ C$ افزایش می‌یابد تا به دمای خواسته شده برسند.

۱ گرمای لازم برای ذوب یخ:

$$Q_1 = mL_F \xrightarrow[L_F=336000 J/kg]{m=0/1 kg} Q_1 = 0/1\times 336000 = 33600 J$$

۲ گرمای لازم برای اینکه دمای یخ ذوب شده از صفر به $2^\circ C$ برسد:

$$Q_2 = mc\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=2^\circ C]{c=4200 J/kg^\circ C} Q_2 = 0/1\times 4200\times 2 = 840 J$$

۳ دمای ظرف چدنی نیز از $0^\circ C$ به $2^\circ C$ رسیده و گرمای آن را باید حساب کرد. دقت کنید که ظرفیت گرمایی ظرف داده شده و گرمای آن را باید از رابطهٔ $C\Delta\theta$ حساب کرد.

$$Q_3 = C_{چدن}\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=2^\circ C]{C=150 J/kg} Q_3 = 150\times 2 = 2100$$

۴ بنابراین کل گرمای داده شده برابر است با:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_T = 33600 + 840 + 2100$$

$$Q_T = 36540 J = 36/54 kJ$$

B ۲ ۱۰۷۴

خط فکری اگر به آب و یخ در حال تعادل یعنی در دمای $0^\circ C$ گرما بدهیم، ابتدا این گرما باعث ذوب یخ می‌شود و یخ به آب $0^\circ C$ تبدیل می‌شود. حال اگر باز به این مخلوط گرما داده شود دمای آب $0^\circ C$ و یخ ذوب شده $0^\circ C$ با هم شروع به افزایش می‌کند.

تذکر یکای گرمای نهان ذوب یا گرمای ویژه اگر بر حسب cal/g یا $cal/g^\circ C$ باشد و در روابط جرم را بر حسب گرم قرار دهیم، گرما بر حسب کالری به‌دست می‌آید.

۱ گرمای لازم برای ذوب یخ: $Q_1 = m_{یخ} L_F \Rightarrow Q_1 = 100 \times 80 = 8000 cal$

۲ حال در ظرف $200+100=300g$ آب صفر درجهٔ سلسیوس داریم که با گرفتن گرما دمای آن از صفر به $5^\circ C$ می‌رسد:

$$Q_2 = (m_{\text{آب اولیه}} + m_{\text{یخ ذوب‌شده}}) c \Delta\theta \Rightarrow Q_2 = 300 \times 1 \times 5 \Rightarrow Q_2 = 1500 cal$$

۳ کل گرمای داده شده برابر است با:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_T = 8000 + 1500 = 9500 cal = 9/5 kcal$$

B ۲ ۱۰۷۵

خط فکری هنگامی که به مجموعهٔ آب و یخ در حال تعادل گرما می‌دهیم، ابتدا گرما سبب ذوب یخ $0^\circ C$ می‌شود و چنانچه تمام یخ ذوب شود و دادن گرما به مجموعه ادامه یابد، دما بالا می‌رود. ابتدا گرمای لازم برای ذوب کامل یخ را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_F = mL_F \Rightarrow Q_F = 1 \times 336 = 336 kJ$$

گرمای داده شده به مجموعه $546kJ$ است و از گرمایی که برای ذوب یخ لازم است بیشتر است $(546 > 336)$، بنابراین تمام یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ تبدیل می‌شود و جمعاً $4+1=5kg$ آب $0^\circ C$ در اختیار داریم و مقدار $546-336=210kJ$ گرما که دمای $5kg$ آب را بالا می‌برد، بنابراین:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 210 = 5 \times 4/2 \times \Delta\theta \xrightarrow{\theta_1 = 0} \theta_2 = 10^\circ C$$

بازی با سؤال **توان گرمایی یک گرمکن الکتریکی ۸۴۰ وات است. آن را در مخلوط آب و یخ در حال تعادل قرار می‌دهیم. اگر جرم اولیهٔ یخ ۱۰۰g باشد، جرم یخ ذوب‌شده در مدت ۵s چند گرم است؟** $(L_F = 336 kJ/kg)$

۱) ۲/۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰

گزینهٔ ۲

B ۲ ۱۰۷۶

حداقل مقدار بخار آب خواسته شده پس باید مقدار بخار آب آنقدر کم باشد که در تماس با یخ، به آب $100^\circ C$ تبدیل شده و سپس گرما از دست داده و به آب $0^\circ C$ تبدیل شود و در مقابل این گرما باعث ذوب کامل یخ شود، البته دقت کنید که در این سؤال $6540J$ گرمای اتلافی داریم:

گرمایی که بخار آب از دست می‌دهد:

$$Q_1 = -mL_V - mc\Delta\theta = -m \times 2256 - 420m$$

$$Q_1 = -2676m$$

گرمای گرفته شده توسط یخ را حساب می‌کنیم: $Q_2 = mL_F = 3360J$

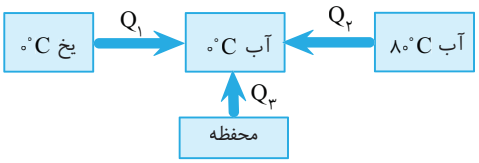
حال با توجه به $6540J$ گرمای اتلافی:

$$Q_1 + Q_2 = Q_{\text{اتلافی}} \Rightarrow -2676m + 3360 = -6540$$

$$\Rightarrow 2676m = 40140 \Rightarrow m = 15g$$

B ۱ ۱۰۷۷

حداقل آب اضافه شده خواسته شده است بنابراین باید گرمایی که آب از دست می‌دهد تنها صرف ذوب یخ $0^\circ C$ شود و دمای نهایی $0^\circ C$ است.



گرمای آزاد شده: $|Q_2| = Q_1 + Q_3 \Rightarrow |m_{آب} c_{آب} \Delta\theta_{آب}|$

$= m_{یخ} \times L_F + 5040$

$$\Rightarrow m_{آب} \times 4200 \times 80 = \frac{35}{1000} \times 336000 + 5040 \Rightarrow m_{آب} = \frac{16800}{42000 \times 80}$$

$$\Rightarrow m_{آب} = 0/05 kg = 50g$$

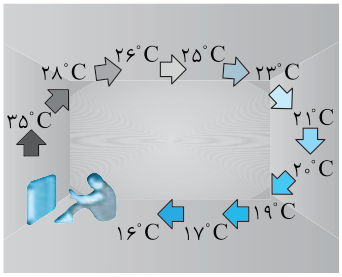
B ۳ ۱۰۷۸

در A گرما در فلز منتقل شده پس انتقال گرما در A به وسیلهٔ رسانش است، در B دست در بالای آتش است و می‌دانیم هوای گرم به دلیل کاهش چگالی به سمت بالا حرکت می‌کند پس انتقال گرمای B به روش همرفت و انتقال گرمای C تابش گرمایی می‌باشد.

B ۴ ۱۰۷۹

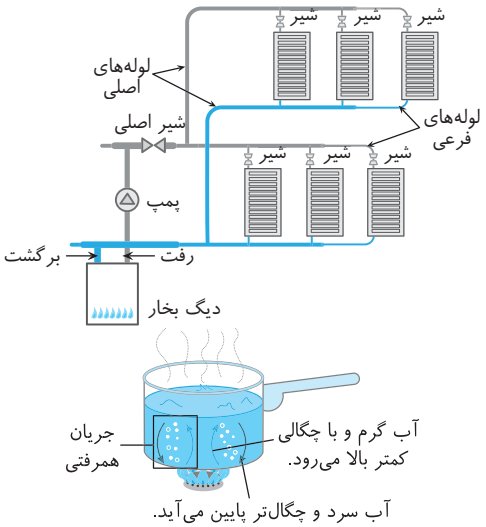
در فلزات رسانش هم به‌دلیل ارتعاش اتمی و هم به‌دلیل الکترون‌های آزاد رخ می‌دهد که سهم الکترون آزاد در رسانش گرمایی بیشتر است و گزینه (۱) درست است.

انتقال گرما در شاره‌ها که معمولاً رسانای گرمای خوبی نیستند، عمدتاً به روش همرفت یعنی همراه جابه‌جایی بخشی از خود شاره انجام می‌گیرد و این پدیده بر اثر انبساط حجمی رخ می‌دهد و حجم هوایی که در نزدیکی منبع گرم قرار دارد با افزایش دما، زیاد شد و این باعث کاهش چگالی شاره می‌شود و لایه‌های شاره جابه‌جا می‌شوند و گزینه (۲) درست است.



همرفت به دو صورت همرفت طبیعی و همرفت واداشته رخ می‌دهد که در همرفت واداشته، شاره به کمک یک تلمبهٔ طبیعی مانند قلب و یا تلمبه مصنوعی به حرکت واداشته می‌شود تا با این حرکت، انتقال گرما صورت پذیرد و گزینهٔ (۳) درست است.

گزینهٔ (۴) نادرست است، زیرا اساس کار ترموستات انبساط طولی است که باعث قطع یا وصل شدن جریان گرمایی در یک سیستم می‌شود.



بازی با سؤال **قابلیت رسانش گرمایی جامداتی مانند شیشه خیلی کمتر از فلزات است، زیرا .....**

۱) مولکول‌های شیشه در هنگام گرم‌شدن حرکت نمی‌کنند.

۲) مولکول‌های فلزات آزادتر حرکت می‌کنند.

۳) فلزات دارای الکترون‌های آزادند که گرما را منتقل می‌کنند.

۴) فلزات از نظر شیمیایی فعال‌تر از مواد عایق مانند شیشه هستند.

گزینهٔ ۳

A ۱۰۸۰ ۲

تف‌سنج برخلاف سایر دماسنج‌ها بدون تماس با جسم دمای جسم را اندازه می‌گیرد پس گزارهٔ (الف) درست است. / تف‌سنج به خصوص در اندازه‌گیری دماهای بالای $1100^{\circ}C$ اهمیت ویژه ای دارد پس گزارهٔ (ب) نادرست است. / دو نوع تف‌سنج، نوری و تابشی داریم و گزارهٔ (پ) درست است. / اما تنها تف‌سنج نوری به عنوان دماسنج معیار برای اندازه‌گیری دما انتخاب شده است پس گزارهٔ (ت) نادرست است.

A ۱۰۸۱ ۲

تابش گرمایی از نوع امواج الکترومغناطیسی است و گزارهٔ (الف) درست است. / هر جسم در هر دمایی تابش الکترومغناطیسی گسیل می‌کند که به این نوع تابش، تابش گرمایی گویند و گزارهٔ (ب) درست است. / تابش گرمایی در دماهای زیر حدود $500^{\circ}C$ عمدتاً **فروسرخ** است و گزارهٔ (پ) نادرست است. / برای آشکارسازی تابش‌های فروسرخ از ابزاری موسوم به **دمانگار** استفاده می‌کنیم و به تصویر به‌دست آمده از آن **دمانگاشت** می‌گوییم و گزارهٔ (ت) نادرست است.

بازی با سؤال **کدام گزینه، گزاره‌های درست را مشخص کرده است؟**

الف) شب‌ها، پدیدهٔ همرفت موجب وزش نسیمی از سوی ساحل به سمت دریا می‌شود. / ب) در همرفت، برخلاف رسانش گرمایی، انتقال گرما با انتقال بخش‌هایی از خود ماده صورت می‌گیرد. / پ) در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم‌ها است. / ت) تابش گرمایی سطوح تیره، ناصاف و مات بیشتر از تابش گرمایی سطوح صاف، درخشان و با رنگ‌های روشن است.

۱) (پ) و (ت) ۲) (ب) و (پ)

۳) (الف) و (پ) ۴) تمام گزاره‌ها درست‌اند.

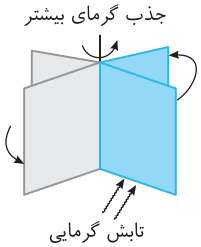
گزینهٔ ٤

B ۱۰۸۲ ۳

سیستم خنک‌کنندهٔ موتور اتومبیل، سیستم گرم‌کنندهٔ مرکزی ساختمان و گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش جریان خون، همرفت واداشته‌اند.

B ۱۰۸۳ ۳

سطوح تیره در مقایسه با سطوح روشن جذب گرمایی بیشتری دارند و دمای هوا را در اطراف خود بالا برده و بر انرژی جنبشی مولکول‌های هوای مجاور خود می‌افزایند. بنابراین مولکول‌های هوا در مقایسه با هوای مجاور صفحه روشن، شدیدتر رانده شده و نیروی واکنش شدیدتری بر صفحه تیره وارد می‌کنند بنابراین پره‌ها در جهت نشان داده شده می‌چرخند.



A ۱۰۸۴ ۱

برای لباس‌های آتش‌نشانی، پوشش‌های فلزی براق مناسب‌تر است. زیرا پوشش‌های فلزی براق، بخش بیشتری از انرژی‌های گرمایی دریافتی را بازتابش و بخش کمتری را جذب می‌کنند بنابراین گزینهٔ (۱) درست است. هنگامی که در یخچال را باز می‌کنیم، هوای سرد از پایین آن بیرون می‌آید. زیرا هوای سرد چگال‌تر از هوای گرم است و بنا بر جریان همرفتی هوای سرد خارج شده و به طرف کف آشپزخانه می‌رود و گزینهٔ (۲) نادرست است. در کشورهایی با آب و هوای گرم، رنگ سفید (روشن) برای نمای بیرون خانه‌ها مناسب‌تر است. زیرا رنگ سفید بخش زیادی از انرژی گرمایی دریافتی را بازتابش و بخش کمتری از آن را جذب می‌کند، در نتیجه خانه در طول روز خنک و در طول شب چون نمای بیرونی سفید است و تابش گرمایی کمتری گسیل می‌کند گرم می‌ماند، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. اگر در هوای سرد یک قطعه فلز و یک قطعه چوب خشک را لمس کنیم فلز سردتر به نظر می‌رسد، زیرا رسانندگی گرمایی فلز بسیار بیشتر از رسانندگی گرمایی چوب است و گزینه (۴) نادرست است.

A ۱۰۸۵ ۳

در شب دمای هوای سطح آب دریا از دمای هوای سطح ساحل بیشتر است. هوای گرم بالای سطح آب دریا بالا می‌رود و هوای سردتر از سوی ساحل به سمت دریا حرکت می‌کند. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است. سرعت انتقال گرما توسط تابش برابر سرعت نور و بسیار زیاد است و از سرعت انتقال در همرفت و رسانش بسیار بیشتر است، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است. انتقال گرما از طریق همرفت در شاره‌ها (مایع‌ها و گازها) صورت می‌گیرد و در خلأ انتقال گرما توسط تابش است. بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست و پاسخ پرسش است. در روز که هوای سطح خشکی از هوای سطح دریا گرم‌تر است، هوای سطح خشکی بالا می‌رود و هوای سطح دریا جای آن را می‌گیرد و وزش باد از دریا به سوی ساحل است و گزینهٔ (۴) درست است.

B ۱۰۸۶ ۲

آهن رسانای گرما است. وقتی قطعهٔ آهن را لمس می‌کنید، گرما از تمام نقاط قطعهٔ آهن به محل تماس دست شما و آهن هجوم می‌آورد. اما چوب نارسانای گرما است. وقتی چوب را لمس می‌کنید گرما تنها از محل تماس چوب با دست شما به‌دست منتقل می‌شود. همین امر سبب می‌گردد که آهن از چوب گرم‌تر احساس شود.

B ۱۰۸۷ ۱

تابش گرمایی از سطح هر جسم علاوه بر دما به مساحت، میزان صیقلی بودن و رنگ سطح آن جسم بستگی دارد، سطوح صاف و درخشان با رنگ‌های روشن تابش گرمایی کمتری دارند، درحالی که تابش گرمایی سطوح تیره، ناصاف و مات بیشتر است. بنابراین تابش گرمایی قوری سیاه‌رنگ بیشتر بوده پس آب درون آن زودتر خنک می‌شود.

بازی با سؤال **مناسب‌ترین رنگ برای بیرون یخچال، رنگ ..... و برای سطح بخاری، رنگ ..... است.**

۱) روشن - تیره ۲) روشن - روشن ۳) تیره - تیره ۴) تیره - روشن

گزینهٔ ۱

B ۱۰۸۸ ۳

خط فکری پتو عایق خوب گرماست و وقتی دماسنج را با پتو به خوبی می‌پوشانیم تبادل گرمایی با محیط به کندی صورت می‌گیرد. حواستان باشد پتو گرما تولید نمی‌کند تنها مانع تبادل گرمایی می‌شود.

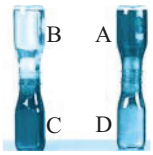
وقتی دماسنج را پس از آنکه با محیط به تعادل گرمایی رسید با پتو بپوشانیم، چون تبادل گرمایی صورت نمی‌گیرد عددی که دماسنج نشان می‌دهد تغییری نمی‌کند. اما اگر دمای محیط کاهش یابد، گرما از دماسنج با کندی از پتو عبور کرده و وارد محیط می‌شود و دمای دماسنج به کندی کاهش می‌یابد.

A ۱۰۸۹ ۴

شکل (الف) یک همرفت طبیعی را نشان می‌دهد اما در شکل (ب) و (پ) به‌ترتیب پمپ و قلب باعث همرفت واداشته می‌شوند.

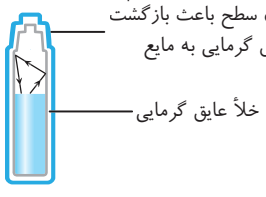
A ۱۰۹۰ ۳

در شکل (الف)، آب سرد بالا بوده و آب گرم پایین است. آب سرد دارای چگالی بیشتر است و با برداشتن کارت، آب سرد به سوی پایین حرکت کرده و آب سرد و گرم با هم مخلوط می‌شود. اما در شکل (ب)، آب سرد که دارای چگالی بیشتری است در بطری پایینی قرار دارد و با برداشتن کارت، آب‌ها با هم مخلوط نمی‌شوند.



A ۱۰۹۱ ۳

ظرف دو جداره سبب می‌گردد که مایع درون فلاسک عایق‌بندی شده و شارش گرما از خلأ بین دو جداره ناچیز باشد. براق و صیقلی کردن سطح درونی شیشهٔ فلاسک سبب می‌گردد که بخش زیادی از تابش گرمایی حاصل از مایع داغ، توسط دیواره‌ها بازتاب شود و مایع درون ظرف به مدت طولانی‌تری گرم بماند.



A ۱۰۹۲ ۳

تنهـا روش انتقـال گرما در خلأ، تابش گرمایی اسـت. بنابراین دمای ماهـواره با دریافت تابش گرمایی از محیط (خورشید) بالا می‌رود.

A ۱۰۹۳ ۴

برای آن‌که جسـم دیرتر گرم شـود باید از انتقال گرما به جسـم از سـه طریق رسـانش، همرفت و تابش جلوگیری شـود. نخ نارسـانای گرما اسـت، پس گرما نمی‌تواند از طریق رسـانش به جسـم منتقل شـود. با ایجاد خلأ، انتقال گرما به طریـق همرفت نیز متوقف می‌شود. با صیقلی کردن سطح خارجی جسم، جسم مقدار بیشتری از انرژی تابش شده را بازتاب و کمی از آن را جذب می‌کند. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۰۹۴ ۲

دقـت کنیـد دمای هوای کنار یخ از هوای دیگر نقاط جعبه کمتر اسـت و این هوا چگال‌تر بوده و در کف ظرف قرار می‌گیرد و هوای گرم‌تر چگالی کمتری دارد و در قسمت بالایی ظرف قرار می‌گیرد. اگر سطح ABCD را بر داریم، هوای گرم بالای جعبه خارج شده و همرفتی به کندی رخ می‌دهد و یخ دیرتر ذوب می‌شود.

بازی با سؤال **هوای درون اتاقی در زمسـتان به وسـیلهٔ بخاری در حال گرم شـدن اسـت. اگر در این اتاق یک در، یک پنجره در دیوار و یک پنجره در سـقف وجود داشـته باشـد، با باز کردن کدام‌یک اتلاف انرژی گرمایی بیشتری رخ می‌دهد؟**

۱) در
۲) پنجرهٔ روی دیوار
۳) پنجرهٔ روی سقف
۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۳

A ۱۰۹۵ ۴

دقت کنید شعله سبب گرم شدن آب در قسمت بالای لولهٔ آزمایش شده است و آب گرم دارای چگالـی کمتری اسـت و همان بالای لوله قرار می‌گیرد و بـه پایین حرکت نمی‌کند، زیرا آب در ته لوله سردتر و چگالی آن بیشتر است، بنابراین جریان همرفتی رخ نمی‌دهد. از طرفی انتقال گرما توسـط رسـانش نیز ناچیز اسـت زیرا آب رسـانای خوبی برای گرما نیست. در نتیجه درحالی که آب در بالای لوله در حال جوشیدن است، یخ در پایین لوله به حالت خود باقی می‌ماند.

توری فلزی برای جلوگیری از شناور شدن یخ

تکه‌های یخ بسیار کند ذوب می‌شوند.

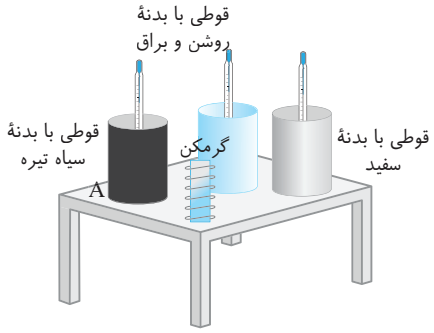
A ۱۰۹۶ ۴

هر میله‌ای که رسـانندگی گرمایی بیشـتری داشته باشـد، گرما را سریع‌تر از شعله به پارافین و چوب کبریت انتهای میله می‌رساند و پارافین زودتر ذوب می‌شود و چوب کبریت زودتر می‌افتد.

A ۱۰۹۷ ۱

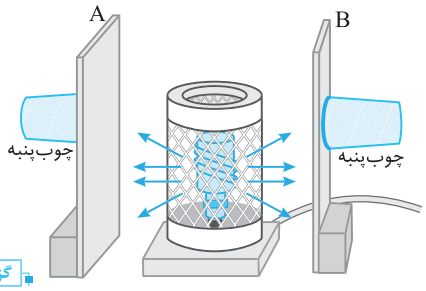
در یـک روز تابسـتانی اگر با لباس تیره بـه بیرون بروید، کاملاً احسـاس می‌کنید که به سرعت گرمتان می‌شود اما اگر لباس سفید و روشن پوشیده باشید، گرما را کمتر احساس می‌کنید. یعنی اجسـام تیره و غیر صیقلی، تابش گرمایی را از اجسـام روشن و براق بیشتر دریافت می‌کنند.

قوطی A سـیاه رنگ اسـت و تابش گرمایی را بهتر جذب می‌کند، بنابراین سـریع‌تر گرم می‌شود و پارافین درون آن زودتر ذوب می‌شود.



بازی با سؤال **مطابق شـکل زیـر، گرمکنی بین دو دیـوارهٔ A و B قرار گرفته اسـت. اگر سـطح دیوارهٔ A تیره و مات و سـطح دیوارهٔ B صیقلی و براق باشد، کدام چوب‌پنبه زودتر از دیواره کنده می‌شود؟**

۱) دیوارهٔ A
۲) دیوارهٔ B
۳) از هر دو دیواره هم‌زمان جدا می‌شود.
۴) اظهارنظر قطعی نمی‌توان کرد.



گزینهٔ ۱

B ۱۰۹۸ ۲

سـطح A و B و C هر سـه دارای دمای یکسان هستند اما تابش گرمایی سطح سیاه B از دو سطح دیگر بیشتر است. بنابراین اگر هوای مجاور سطح سفید رنگ A، 30° است، سطح B تابش گرمایی بیشتری دارد و دمای هوای مجاورش از 30° بالاتر است. تابش گرمایی سـطح براق و روشـن C از سطح سفید A کمتر است و هوای مجاور آن نیز دمای کمتری از $30^\circ C$ خواهد داشت بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۱۰۹۹ ۴

خط فکری یخ هنگام ذوب حجمش کم می‌شـود اما جرم آن تغییر نمی‌کند. بنابراین ابتدا به کمک تعریف چگالی، حجم یخ و حجم آب حاصل از ذوب یخ را به‌دست می‌آوریم و اختلاف آن‌ها را برابر $80cm^3$ قرار می‌دهیم.

$$\rho_{\text{یخ}}=\frac{m}{V_{\text{یخ}}}\Rightarrow V_{\text{یخ}}=\frac{m}{\rho_{\text{یخ}}}=\frac{m}{0/9}\ ,\ \rho_{\text{آب}}=\frac{m}{V_{\text{آب}}}\Rightarrow V_{\text{آب}}=\frac{m}{\rho_{\text{آب}}}=\frac{m}{1}$$

تفاضل این دو برابر $80cm^3$ است بنابراین:

$$\frac{m}{0/9}-\frac{m}{1}=80\Rightarrow\frac{m}{9}=80\Rightarrow m=720g$$

اکنون می‌توان گرمای داده شده به یخ را به‌دست آورد:

$$Q_F=mL_F\Rightarrow Q_F=720\times300=216000J=216kJ$$

بازی با سؤال **یـک قطعهٔ مـس به جـرم $2/7kg$ و دمای $13/4^\circ C$ را درون مخلوطـی از آب و یخ در حال تعادل می‌اندازیـم. هنگامی که مجموعه به تعادل برسـد، دمای مس صفر درجهٔ سلسیوس می‌شود. در نهایت حجم مخلوط آب و یـخ چنـد سـانتی‌متر مکعـب تغییـر می‌کنـد؟** ($c_{\text{مس}}=400J/kg^\circ C$، $L_F=335kJ/kg$، $\rho_{\text{آب}}=1g/cm^3$ و $\rho_{\text{یخ}}=0/9g/cm^3$) آزمون مدارس برتر

۱) صفر
۲) ۰/۴۸
۳) ۰/۴۳۲
۴) ۴/۸

گزینهٔ ۴

C ۲ ۱۱۰۰

پرسش زیبایی است، اما پاسخ آن را با چند پرسش کلیدی از شما شروع می‌کنیم:

پرسش اول: آیا اگر دمای آب برابر دمای نقطهٔ جوش آن باشد، آب بخار می‌شود؟

پاسخ: خیر، آب در نقطهٔ جوشش هنگامی می‌جوشد و بخار می‌شود که گرما دریافت کند.

پرسش دوم: آیا هنگام جوشیدن آب دمای آن بالا می‌رود؟

پاسخ: در تمام مدت عمل تبخیر و جوشیدن، دمای مایع ثابت و برابر دمای نقطهٔ جوش مایع است.

پرسش سوم: عامل شارش گرما از یک جسم به جسم دیگر چیست؟

پاسخ: عامل شارش گرما اختلاف دمای بین دو جسم است و گرما از جسم با دمای بیشتر به جسم با دمای کمتر شارش می‌کند.

حال که مفاهیم تبادل گرمایی را بررسی کردیم به پاسخ می‌پردازیم. آب درون دو ظرف در حال جوشیدن است و دمای هر دو، دمای نقطهٔ جوش آب یعنی $100^\circ C$ است. وقتی ظرف (۱) را درون آب ظرف (۲) شناور می‌کنیم، آب درون ظرف (۲) که از اجاق گرما می‌گیرد به جوشیدن ادامه می‌دهد اما دمایش بالا نمی‌رود و دمایش با دمای ظرف (۱) برابر و هر دو $100^\circ C$ است. از این‌رو از ظرف (۲) به ظرف (۱) گرمایی منتقل نمی‌شود و آب درون ظرف (۱) با آن که در دمای نقطهٔ جوش است، چون گرمایی دریافت نمی‌کند، از جوشیدن می‌افتد.

B ۲ ۱۱۰۱

جرم یخ را با m_I و جرم آب را با m_W نمایش می‌دهیم. در مرحلهٔ اول گرمایی که آب $40^\circ C$ از دست می‌دهد، صرف ذوب یخ و بالا بردن دمای آن تا $30^\circ C$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_W c\Delta\theta_W = m_I L_F + m_I c\Delta\theta_I \Rightarrow m_W c\times(40-30) = m_I L_F + m_I c\times(30-0)$$
$$\Rightarrow 10 m_W c = m_I L_F + 30 m_I c \quad (1)$$

در مرحلهٔ دوم مقدار آب موجود در ظرف برابر مجموع جرم آب اولیه (m_W) و جرم یخ اولیه (m_I) است و این مقدار جرم (m_I+m_W) دارای دمای $30^\circ C$ است و وقتی مجدداً مقداری یخ در آن می‌اندازیم، آب به یخ گرما می‌دهد در این صورت گرمایی که یخ جدید دریافت می‌کند برابر گرمایی که m_I+m_W آب از دست می‌دهد است.

$$(m_I+m_W)c\times(30-\theta_e) = m_I L_F + m_I c(\theta_e - 0) \quad (2)$$

با قرارگیری مجدد یخ در آب دمای مجموعه پایین می‌آید، پس θ_e در حالت دوم از $30^\circ C$ کمتر است. به سمت راست رابطه‌های (۱) و (۲) دقت کنید. در رابطهٔ (۱)، سمت راست معادله به صورت $m_I L_f + 30 m_I c$ بوده و در رابطهٔ (۲)، سمت راست معادله به صورت $m_I L_f + m_I c\theta_e$ است و چون θ_e کمتر از $30^\circ C$ است، پس سمت راست معادلهٔ (۲) کوچک‌تر از سمت راست معادلهٔ (۱) خواهد بود، بنابراین سمت چپ رابطهٔ (۲) نیز از سمت چپ رابطهٔ (۱) کوچک‌تر است.

$$(m_I+m_W)c(30-\theta_e) < 10 m_W c \Rightarrow (m_I+m_W)(30-\theta_e) < 10 m_W$$

m_I+m_W بزرگ‌تر از m_W است. از این‌رو باید $30-\theta_e$ باشد تا نامساوی بالا برقرار باشد:

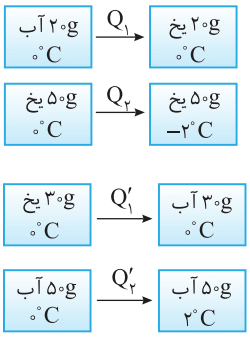
$$30-\theta_e < 10 \Rightarrow \theta_e > 20^\circ C$$

بنابراین θ_e از $30^\circ C$ کمتر و از $20^\circ C$ بیشتر است و گزینهٔ (۲) درست است.

میانبر در حالت اول یخ باعث شده که دمای آب از $40^\circ C$ به $30^\circ C$ برسد یعنی دمای آن $10^\circ C$ کم شود. اما در حالت دوم همان مقدار یخ $0^\circ C$ با مقدار بیشتری آب $30^\circ C$ (مجموع آب و یخ) در تماس قرار می‌گیرد. از این رو اگر چه باز هم دمای آب را کاهش می‌دهد اما نه به اندازهٔ $10^\circ C$، بلکه کمتر از $10^\circ C$. بنابراین دمای تعادل نهایی بین $20^\circ C$ و $30^\circ C$ است.

B ۲ ۱۱۰۲

قرار است دمای مخلوط آب و یخ $2^\circ C$ تغییر کند. یک‌بار از مخلوط گرما می‌گیریم، بنابراین دمای مخلوط از $0^\circ C$ باید به $-2^\circ C$ برسد اما برای این کار ابتدا باید آب $0^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود و کل یخ $(50\,g)$ به دمای $-2^\circ C$ برسد. بار دیگر باید به مخلوط گرما بدهیم تا دمایش از $0^\circ C$ به $2^\circ C$ برسد اما این بار ابتدا باید یخ $0^\circ C$ ذوب شود سپس کل آب $0^\circ C$ یعنی $50\,g$ آب، باید با دریافت گرما دمایش به $2^\circ C$ برسد. با رسم طرحواره‌های زیر در هر دو حالت مسئله را حل می‌کنیم.



حالت (۱): $|Q_{کل}| = |Q_1| + |Q_2|$

$$|Q_{کل}| = 0/02\times 336000 + 0/05\times 2100\times 2$$
$$= 6720 + 210 = 6930\,J$$

حالت (۲): $Q'_{کل} = Q'_1 + Q'_2$

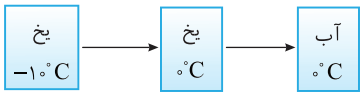
$$Q'_{کل} = 0/03\times 336000 + 0/05\times 4200\times 2$$
$$= 10080 + 420 = 10500\,J$$

$$\frac{Q_{کل}}{Q'_{کل}} = \frac{6930}{10500} = \frac{231}{350} = \frac{33}{50}$$

B ۲ ۱۱۰۳

خط فکری می‌خواهیم در آخر کار تنها آب داشته باشیم، اما می‌شود هم آب در دمای $0^\circ C$ داشت یعنی آنقدر گرما داده باشیم که تمام یخ به آب $0^\circ C$ تبدیل شده باشد (کمینه گرما) و هم می‌توان آب در دمای $100^\circ C$ داشت یعنی آنقدر گرما داده باشیم که تمام یخ به آب $100^\circ C$ تبدیل شود (بیشینه گرما).

۱ کمترین گرما برای حالتی است که تمام یخ $-10^\circ C$ دمایش به یخ $0^\circ C$ برسد و تمام یخ ذوب‌شده و به آب صفر درجه تبدیل شود.



$$Q_{min} = mc_{یخ}\Delta\theta + mL_F \xrightarrow{c_{یخ}=\frac{c_{آب}}{2},\ L_F = 80 c_{آب}} Q_{min} = m\times\frac{c}{2}\times 10 + m\times 80 c = 85mc$$

۲ بیشترین گرما برای حالتی است که تمام یخ ذوب شده و دمای آن از $0^\circ C$ به $100^\circ C$ برسد:

$$Q_{max} = Q_{min} + mc\Delta\theta = 85mc + 100mc = 185mc$$

۳ نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{Q_{max}}{Q_{min}} = \frac{185}{85} = \frac{37}{17}$$

B ۱ ۱۱۰۴

۱ ابتدا با توجه به درصد تغییر طول مس، دمای نهایی مس که دمای تعادل است را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta L}{L_1}\times 100 = -0/017 \Rightarrow \alpha\Delta\theta\times 100 = -17\times 10^{-3}$$
$$\Rightarrow 1/7\times 10^{-6}\times\Delta\theta\times 100 = -17\times 10^{-3} \Rightarrow \Delta\theta = -100^\circ C$$

دمای میله $100^\circ C$ کاهش یافته و دمای آن از $110^\circ C$ به $10^\circ C$ رسیده است.

۲ بنابراین دمای آب و یخ در حال تعادل نیز باید به $10^\circ C$ برسد و گرمای لازم برای ذوب یخ و افزایش دمای آن‌ها از $0^\circ C$ به $10^\circ C$ از مس گرفته می‌شود:

$$Q_{مس} = Q_{\text{ذوب یخ}} + Q_{\text{افزایش دمای آب و یخ ذوب‌شده}}$$
$$\Rightarrow m_{مس} c_{مس}\Delta\theta_{مس} = m_{یخ} L_F + (m_{آب} + m_{\text{یخ ذوب شده}})c\Delta\theta$$
$$400\times(110-10) = m\times 336000 + 0/5\times 4200\times 10$$
$$\Rightarrow 336000m = 147000 \Rightarrow m = 0/4375kg = 437/5g$$

B ۱۱۰۵ ۱

دقت کنید در سؤال مستقیم گفته نشده که یخ به آب تبدیل شود یا آب به یخ تبدیل شود و شما باید این سؤال را دقیق بخوانید.

دمای تعادل $0^\circ C$ است که سه حالت داریم:

۱ تمام یخ ذوب شود و به آب $0^\circ C$ تبدیل شده و دمای نهایی آن $0^\circ C$ باشد.

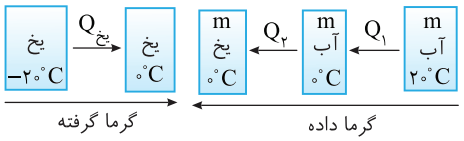
۲ بخشی از یخ ذوب شود یا بخشی از آب یخ بزند و دمای نهایی آن‌ها $0^\circ C$ باشد.

۳ تمام آب یخ بزند و به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل شده و دمای نهایی $0^\circ C$ باشد.

چون حداقل یا کمترین مقدار آب در ظرف ریخته شده پس باید حالت سوم رخ دهد:

$$Q_{\text{یخ}}=Q_1+Q_2 \Rightarrow 0/1\times 2100\times 20=m\times 4200\times 20+m\times 336000$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر } 4200} 1=20m+80m \Rightarrow 100m=1 \Rightarrow m=\frac{1}{100}\,kg=10g$$



B ۱۱۰۶ ۲

با توجه به نمودار در مدت ۴۰ دقیقه دمای یخ از $-30^\circ C$ به $-10^\circ C$ و دمای آب نیز از $40^\circ C$ به $0^\circ C$ رسیده چون گرمایی که آب از دست داده برابر گرمایی است که یخ می‌گیرد بنابراین می‌توان نوشت:

$$|Q_{\text{آب}}|=Q_{\text{یخ}} \Rightarrow 0/5\times 4200\times 40=m\times 2100\times 20 \Rightarrow m=2kg$$

از ۴۰ دقیقه تا ۶۰ دقیقه آب صفر درجه گرما از دست می‌دهد و به یخ تبدیل می‌شود چون آهنگ گرمایی ثابت بوده پس می‌توان نوشت:

$$P=\frac{Q_{\text{آب}}}{40-0}=\frac{Q_{\text{تبدیل آب به یخ}}}{60-40} \Rightarrow \frac{0/5\times c\times 40}{40}=\frac{m'\times 80\,c}{20} \Rightarrow m'=0/125\,kg$$

بنابراین به اندازهٔ $2/125kg$ $2+0/125=2/125kg$ یخ درون ظرف باقی می‌ماند.

B ۱۱۰۷ ۱

۱ گرمایی که $800g$ یخ $0^\circ C$ دریافت می‌کند تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود را به‌دست می‌آوریم.

$$Q_{\text{یخ}}=mL_F \xrightarrow{L_F=336J/g} Q_{\text{یخ}}=800\times 336$$

۲ گرمایی که $800g$ آب $20^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta \Rightarrow Q=800\times 4/2\times 20=800\times 84$$

۳ مقدار گرمایی که یخ برای ذوب کامل لازم دارد از مقدار گرمایی که آب $20^\circ C$ می‌تواند از دست بدهد بیشتر است $(Q_{\text{یخ}}>Q_{\text{آب}})$، بنابراین تمام یخ ذوب نمی‌شود و دمای تعادل $0^\circ C$ است.

۴ مقدار یخی که ذوب می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$Q_{\text{آب}}=m_{\text{یخ ذوب شده}}L_F \Rightarrow 800\times 84=m_{\text{یخ ذوب‌شده}}\times 336$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ ذوب‌شده}}=200g$$

۵ در نهایت $800+200=1000g$ آب $0^\circ C$ و $800-200=600g$ یخ $0^\circ C$ باقی خواهد ماند.

B ۱۱۰۸ ۲

۱ ابتدا گرمایی را که یخ لازم دارد تا دمایش $0^\circ C$ شود به‌دست می‌آوریم:

$$Q_I=mc\Delta\theta=50\times 2/1\times 40=4200J$$

۲ گرمایی که آب $10^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش $0^\circ C$ شود برابر است با:

$$Q_W=mc\Delta\theta=100\times 4/2\times(0-10)=-4200J$$

۳ $Q_I=Q_W$ شده است. بنابراین یخ با دریافت $4200J$ گرما از آب دمایش به $0^\circ C$ رسیده است از طرفی آب $10^\circ C$ نیز با از دست دادن $4200J$ گرما دمایش به $0^\circ C$ رسیده است، بنابراین در نهایت مخلوطی از آب و یخ با دمای تعادل $0^\circ C$ داریم و چون یخ $0^\circ C$ دیگر گرمایی از آب $0^\circ C$ دریافت نمی‌کند مقدار یخ همچنان $50g$ خواهد بود.

B ۱۱۰۹ ۱

ابتدا گرمایی را که آب می‌گیرد تا دمایش $100^\circ C$ شود به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta \Rightarrow Q=67/5\times c\times(100-50)=3375cJ$$

سپس گرمایی را که بخار $100^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب $100^\circ C$ تبدیل شود حساب می‌کنیم:

$$Q_V=mL_V \Rightarrow Q_V=10\times 540c \Rightarrow Q_V=5400cJ$$

$Q<Q_V$، بنابراین بخشی از بخار آب $100^\circ C$ با از دست دادن گرما به آب $100^\circ C$ تبدیل می‌شود. از طرفی آب $50^\circ C$ با دریافت این مقدار گرما به آب $100^\circ C$ تبدیل می‌شود و در نهایت مقداری بخار آب $100^\circ C$ موجود در آب $100^\circ C$ باقی خواهد ماند و دمای تعادل $100^\circ C$ خواهد بود. برای به‌دست آوردن جرم بخار آب باقی‌مانده ابتدا جرم بخاری را که به آب تبدیل می‌شود به‌دست می‌آوریم.

دقت کنید اگر آب $50^\circ C$ دمایش به $100^\circ C$ برسد به $3375cJ$ گرما نیاز دارد در حالی که گرمایی که بخار $100^\circ C$ باید از دست بدهد تا به آب $100^\circ C$ تبدیل شود $5400cJ$ است، یعنی آب $50^\circ C$ از بخار گرما می‌گیرد و دمایش به $100^\circ C$ می‌رسد اما در این فرایند تنها به اندازهٔ $3375cJ$ گرما از بخار آب $100^\circ C$ می‌گیرد و بخشی از بخار آب با این مقدار گرمایی که از دست می‌دهد به آب $100^\circ C$ تبدیل می‌شود. بنابراین جرم بخاری که به آب $100^\circ C$ تبدیل شده برابر است با:

$$Q=mL_V \Rightarrow 3375c=m\times 540c \Rightarrow m=6/25\,g$$

بنابراین جرم بخار آب باقی‌مانده برابر است با: $10-6/25=3/75\,g$

B ۱۱۱۰ ۳

لایه‌لای پشم‌های پالتو هوا محبوس است که هوا نارسانای گرما است و از انتقال گرما از بدن به بیرون جلوگیری می‌کند و گزارهٔ (الف) درست است.

سیخ‌های فلزی رسانندهٔ گرما هستند، بنابراین گرما را از آب اطراف گرفته و به قسمت میانی سیب‌زمینی منتقل می‌کنند و گزارهٔ (ب) درست است.

در یک فر، هوای گرم که چگالی کمتری دارد با توجه به همرفت در قسمت‌های بالایی قرار می‌گیرد و گزارهٔ (پ) درست است.

بدنهٔ فرها از فلز ساخته شده که رسانندهٔ گرما هستند و هنگام برخورد دست با آن گرما از تمام نقاط فلز به محل تماس دست شما با فر هجوم می‌آورند و این باعث سوختن دست می‌شود و گزارهٔ (ت) نادرست است.

A ۱۱۱۱ ۳

بین آب و یخ تبادل گرمایی صورت می‌گیرد و دمای آب پایین می‌آید، با کاهش دما از $7^\circ C$ تا $4^\circ C$ چگالی آب افزایش می‌یابد و آب با چگالی بیشتر (دمای کمتر) در پایین ظرف و در تماس با دماسنج B قرار می‌گیرد. کمترین چگالی آب در دمای $4^\circ C$ است پس از این با کاهش دما همچنان دما در اطراف دماسنج B همان $4^\circ C$ باقی می‌ماند اما در بالای ظرف دمای آب از $4^\circ C$ کوچک‌تر می‌شود پس گزینهٔ (۳) درست است.

C ۱۱۱۲ ۲

شیشه رسانای خوبی نیست پس اگر لیوان ضخیم باشد، جدارهٔ داخلی آن گرم شده و منبسط می‌شود، در حالی که جدارهٔ خارجی آن هنوز گرمایی دریافت نکرده است و این امر سبب ترک خوردن شیشه می‌شود، پس بهتر است جدارهٔ لیوان شیشه‌ای ضخیم نباشد.

B ۱۱۱۳ ۴

خط فکری باید جرم کل هوای درون سالن را به‌دست آوریم، همچنین گرمای کل گسیل شده توسط دانش‌آموزان را حساب کنیم تا بتوانیم افزایش دما را به‌دست آوریم.

ابتدا گرمای حاصل از هر دانش‌آموز را در مدت ۵۰ دقیقه به‌دست می‌آوریم:

$$Q=Pt \Rightarrow Q=200\times 50\times 60=6\times 10^5\,J$$

بنابراین گرمای کل تابش شده از ۱۰۰ دانش‌آموز برابر است با:

$$Q_{\text{کل}}=nQ=100\times 6\times 10^5=6\times 10^7\,J$$

جرم هوای اتاق را به‌دست می‌آوریم:

$$V_{\text{اتاق}}=Ah=1000\times 3=3000\,m^3\,u,\ \rho=\frac{m}{V} \Rightarrow 1=\frac{m}{3000} \Rightarrow m=3000\,kg$$

با توجه به رابطهٔ گرماسنجی، تغییر دما را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta=\frac{Q}{mc}=\frac{6\times 10^7}{3\times 10^3\times 10^3}=20^\circ C$$

پنجره ۵

A ۱۱۱۴ ۴

در ابتدا بگوییم که تکرار این نمونه تست در کنکور زیاد است و یادگیری و حل آن ساده است، کافی است قانون گازها را نوشته، داده‌های مسأله را جای‌گذاری کنید.

با استفاده از قانون گازها، حجم گاز را برحسب مترمکعب تعیین کرده، سپس حجم را برحسب لیتر حساب می‌کنیم:

$$PV=nRT \xrightarrow[R=۸/۳J/mol.K]{P=۱۰^۵Pa,\ T=۳۰۰K} ۱۰^۵\times V=۸۰\times ۸/۳\times ۳۰۰$$

$$\Rightarrow V=\frac{۱/۹۹۲\times ۱۰^۵}{۱۰^۵}=۱/۹۹۲m^۳=۱۹۹۲L$$

A ۱۱۱۵ ۳

یادآوری اگر از فرمول $PV=nRT$ استفاده کنیم، باید همهٔ یکاها را در SI بنویسیم: $V=۵L=۵\times ۱۰^{-۳}m^۳,\ P=۱۰^۵Pa,\ T=۲۷+۲۷۳=۳۰۰K$

ابتدا به کمک قانون گازها تعداد مول‌ها را حساب می‌کنیم:

$$PV=nRT\Rightarrow ۱۰^۵\times ۵\times ۱۰^{-۳}=n\times ۸\times ۳۰۰\Rightarrow n=\frac{۵}{۲۴}$$

اکنون جرم گاز را می‌توان به‌دست آورد: $n=\frac{m}{M}\Rightarrow \frac{۵}{۲۴}=\frac{m}{۳۲}\Rightarrow m=\frac{۲۰}{۳}g$

B ۱۱۱۶ ۱

خط فکری هر عنصر در طبیعت دارای جرم مولی خاص خود است، بنابراین باید جرم مولی گاز را به کمک قانون گازها به‌دست آورده، سپس با مقایسه با جدول داده شده، نوع گاز را مشخص کنیم.

قانون گازها را می‌نویسیم: $PV=nRT \xrightarrow[T=۲۷۳+\theta\Rightarrow T=۲۷۳K]{P=۹۱۰\times ۱۰^۳Pa,\ V=۳\times ۱۰^{-۳}m^۳}$

$$۹۱۰\times ۱۰^۳\times ۳\times ۱۰^{-۳}=n\times \frac{۲۵}{۳}\times ۲۷۳\Rightarrow n=۱/۲$$

جرم مولی را حساب می‌کنیم: $n=\frac{m}{M}\Rightarrow ۱/۲=\frac{۲/۴}{M}\Rightarrow M=۲g/mol$

جرم مولی گاز هیدروژن $H_۲$ برابر $۲g/mol$ است، بنابراین گاز مورد نظر هیدروژن است.

A ۱۱۱۷ ۳

۱ حجم هوای موجود در اتاق را حساب می‌کنیم:

$$V=۵\times ۴\times ۳/۲\Rightarrow V=۶۴m^۳$$

۲ دمای گاز و فشار را برحسب یکای SI می‌نویسیم:

$$T=۲۷۳+\theta \xrightarrow{\theta=۴۷^\circ C} T=۲۷۳+۴۷\Rightarrow T=۳۲۰K,\ P=۱atm=۱۰^۵Pa$$

۳ تعداد مول‌های گاز را به‌دست می‌آوریم:

$$PV=nRT\Rightarrow ۱۰^۵\times ۶۴=n\times ۸\times ۳۲۰\Rightarrow n=۲۵۰۰mol$$

۴ تعداد مولکول‌های گاز خواهد شد:

$$N=nN_A\Rightarrow N=۲۵۰۰\times ۶\times ۱۰^{۲۳}=۱۵۰۰\times ۱۰^{۲۳}\Rightarrow N=۱/۵\times ۱۰^{۲۷}$$

بازی با سؤال **فشارسنج و دماسنج متصل به یک مخزن گازی به حجم ۴/۵ لیتر به‌ترتیب اعداد ۲atm و $۲۷^\circ C$ را نشان می‌دهد. تعداد مولکول‌های موجود در مخزن کدام است؟**

$(۱atm=۱۰^۵Pa,\ ۶\times ۱۰^{۲۳}=$ عدد آووگادرو$,\ R=۸J/mol.K)$

۱) ۶×۱۰^{۲۳} ۲) ۱۲×۱۰^{۲۳} ۳) $۴/۵\times ۱۰^{۲۳}$ ۴) $۲/۲۵\times ۱۰^{۲۳}$

گزینهٔ ۴

B ۱۱۱۸ ۲

خط فکری هوای اتاق با هوای بیرون در تماس است و چون فشار هوای بیرون در طول روز تغییر ناچیزی داشته است، بنابراین فشار گاز در دو دمای $۰^\circ C$ و $۲۷^\circ C$ یکسان و برابر فشار هواست $(P_۱=P_۲=P_۰)$، حجم اتاق نیز ثابت است، یعنی حجم هوا نیز در دو حالت برابر است $(V_۱=V_۲)$. قانون گازها را در دو حالت بنویسید و نسبت جرم‌ها را به‌دست آورید.

بنابه قانون گازها خواهیم داشت:

$$\begin{cases} P_۱V_۱=n_۱RT_۱\Rightarrow P_۰V=n_۱R(۷+۲۷۳) \\ P_۲V_۲=n_۲RT_۲\Rightarrow P_۰V=n_۲R(۲۷+۲۷۳) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۱=\frac{n_۱\times ۲۸۰}{n_۲\times ۳۰۰}\Rightarrow \frac{n_۱}{n_۲}=\frac{۳۰}{۲۸}=\frac{۱۵}{۱۴}$$

در دو حالت گاز موجود در اتاق هوا بوده و جرم مولی آن ثابت است. بنابراین خواهیم داشت:

$$n=\frac{m}{M}\Rightarrow \frac{n_۱}{n_۲}=\frac{\frac{m_۱}{M}}{\frac{m_۲}{M}}\Rightarrow \frac{n_۱}{n_۲}=\frac{m_۱}{m_۲}\xrightarrow{\frac{n_۱}{n_۲}=\frac{۱۵}{۱۴}}\frac{m_۱}{m_۲}=\frac{۱۵}{۱۴}$$

B ۱۱۱۹ ۳

یادآوری فشار ۱atm و دمای $۰^\circ C$ $(۲۷۳K)$ را شرایط متعارفی (STP) گویند که در شرایط متعارفی حجم یک مول از هر گاز آرمانی ۲۲/۴L است.

۱ ابتدا تعداد مول‌های گاز هیدروژن را حساب می‌کنیم:

$$n=\frac{m}{M} \xrightarrow[M=۲g/mol]{m=۶g} n=\frac{۶}{۲}=۳mol$$

۲ دماها را برحسب کلوین می‌نویسیم:

$$T=۲۷۳+\theta\Rightarrow \begin{cases} \theta_۱=۰\Rightarrow T_۱=۲۷۳K=۳\times ۹۱ \\ \theta_۲=۱۸۲^\circ C\Rightarrow T_۲=۲۷۳+۱۸۲=۵\times ۹۱ \end{cases}$$

۳ قانون گازها را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم (حالت اول را شرایط متعارفی در نظر می‌گیریم):

$$\begin{cases} P_۲V_۲=n_۲RT_۲ \\ P_۱V_۱=n_۱RT_۱ \end{cases}\Rightarrow \frac{P_۲V_۲}{P_۱V_۱}=\frac{n_۲T_۲}{n_۱T_۱}\Rightarrow \frac{۲\times V_۲}{۱\times ۲۲/۴}=\frac{۳\times ۵\times ۹۱}{۱\times ۳\times ۹۱}\Rightarrow V_۲=۵۶L$$

بازی با سؤال **حجم ۱۰/۴g گاز کامل اکسیژن در دمای $۰^\circ C$ و فشار ۵/۲atm چند لیتر است؟ (حجم ۳۲g گاز کامل اکسیژن را در دمای $۰^\circ C$ و فشار ۱atm برابر ۲۲/۴ لیتر در نظر بگیرید.)**

۱) ۱/۴ ۲) ۲/۸ ۳) ۵/۶ ۴) ۰/۷

گزینهٔ ۱

B ۱۱۲۰ ۳

برای اکسیژن درون ظرف، قانون گازها را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$PV=nRT \xrightarrow{n=\frac{m}{M}} P_۱V=\frac{m_۱}{M_۱}RT_۱$$

V حجم ظرف، $P_۱$ فشار اکسیژن درون ظرف، $m_۱$ و $M_۱$ نیز به ترتیب جرم اکسیژن و جرم مولی اکسیژن است. برای گاز هیدروژن نیز، به‌طور مشابه می‌توان نوشت:

$$P_۲V=\frac{m_۲}{M_۲}RT_۲$$

یادآوری حجم گاز برابر حجم ظرف محتوی گاز است.

با توجه به اینکه جرم و دمای گازها یکسان و حجم گازها نیز مساوی و برابر با حجم ظرف است، از تقسیم رابطه‌های فوق بر یکدیگر نتیجه می‌گیریم: $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{M_۱}{M_۲}=\frac{۳۲}{۲}=۱۶$

به این ترتیب، فشار گاز هیدروژن موجود درون ظرف برابر می‌شود با $P_۲=۱۶P_۱$.

B ۱۱۲۱ ۲

با توجه به قانون گازها، $PV=nRT$ و رابطهٔ آووگادرو برای تعداد مولکول‌های گاز، $N=nN_A$، می‌توان نوشت:

$$PV=\left(\frac{N}{N_A}\right)RT\Rightarrow \frac{V}{N}=\frac{RT}{N_AP}\xrightarrow[P=۱۰^۵Pa]{T=۲۷۳+۲۷=۳۰۰K}\frac{V}{N}=\frac{۸\times ۳۰۰}{۶\times ۱۰^{۲۳}\times ۱۰^۵}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{N}=\frac{۴۰۰}{۱۰^{۲۳}\times ۱۰^۵}\Rightarrow \frac{V}{N}=۴\times ۱۰^{-۲۶}$$

A ۱۱۲۲ ۳

بنابه قانون آووگادرو نسبت حجم گاز به تعداد ذرات گاز در دما و فشار ثابت مقدار ثابتی است. از این رو:

$$\frac{V_1}{N_1}=\frac{V_2}{N_2}\xrightarrow{\substack{N_1=2\times10^{25}\\N_2=4\times10^{24}}}\frac{V_1}{2\times10^{25}}=\frac{V_2}{4\times10^{24}}\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{2\times10^{25}}{4\times10^{24}}=5$$

B ۱۱۲۳ ۲

با توجه به قانون آووگادرو خواهیم داشت:

$$\frac{V}{n}=\text{ثابت}\Rightarrow\frac{V_1}{n_1}=\frac{V_2}{n_2}\Rightarrow\frac{V_1}{n_1}=\frac{V_1+2}{n_1+1}\Rightarrow V_1n_1+V_1=V_1n_1+2n_1\Rightarrow\frac{V_1}{n_1}=2$$

اکنون به کمک قانون گازها نسبت $\frac{T}{P}$ را حساب می‌کنیم:

$$PV=nRT\Rightarrow\frac{T}{P}=\frac{V}{nR}\Rightarrow\frac{T}{P}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

B ۱۱۲۴ ۴

با توجه به قانون آووگادرو می‌توان نوشت:

$$\frac{V_1}{N_1}=\frac{V_2}{N_2}\xrightarrow[V_2=1/5V_1]{N_2=N_1+1/204\times10^{24}}\frac{V_1}{N_1}=\frac{1/5V_1}{N_1+1/204\times10^{24}}$$

$$\Rightarrow1/5N_1=N_1+1/204\times10^{24}\Rightarrow0/5N_1=1/204\times10^{24}\Rightarrow N_1=2/408\times10^{24}$$

تعداد مول‌های اولیهٔ گاز را حساب می‌کنیم:

$$N=nN_A\Rightarrow2/408\times10^{24}=n\times6/02\times10^{23}\Rightarrow n=4$$

B ۱۱۲۵ ۲

قانون آووگادرو بیان می‌کند که در دما و فشار ثابت، نسبت حجم گاز (V) به تعداد مولکول‌های آن (N) ثابت است $(\frac{V}{N}=\text{ثابت})$.

در فرایند گزینهٔ (۱) دمای گاز تغییر کرده که این گزینه نمی‌تواند بیانگر قانون آووگادرو باشد.

در فرایند گزینهٔ (۴) نیز فشار گاز تغییر کرده، بنابراین این گزینه نیز پاسخ نیست.

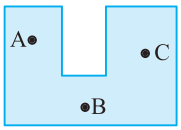
در فرایند گزینهٔ (۳) با ثابت بودن تعداد مولکول‌ها، حجم گاز افزایش یافته، بنابراین مقدار $\frac{V}{N}$ ثابت نخواهد بود.

در فرایند گزینهٔ (۲) در فشار و دمای ثابت با افزایش حجم (V) تعداد مولکول‌های درون ظرف نیز افزایش یافته و می‌تواند $\frac{V}{N}$ آن ثابت باشد، بنابراین پاسخ گزینهٔ (۲) است.

B ۱۱۲۶ ۴

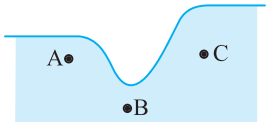
یادآوری برای شارهٔ درون ظرف سه حالت زیر را داریم:

۱ مایع در حال سکون $(P=\rho gh)$



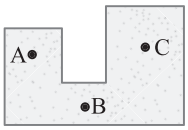
$$P_B>P_C>P_A$$

۲ شارهٔ در حال حرکت (برنولی با افزایش تندی فشار کاهش می‌یابد)



$$P_C>P_A>P_B$$

۳ گاز کامل درون ظرف بسته



$$P_A=P_B=P_C$$

فشار در تمام نقاط درون یک ظرف که حاوی گاز کامل باشد، یکسان است. از این رو:

$$P_A=P_B=P_C$$

A ۱۱۲۷ ۴

تعداد مول‌های گاز ثابت است. بنابراین قانون گازها را به صورت رابطهٔ $\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}$ استفاده می‌کنیم.

حالت اول: فشار گاز ثابت است $(P_1=P_2)$ و دمای گاز دو برابر شده است. بنابراین:

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\xrightarrow{T_2=2T_1}V_2=2V_1$$

حالت دوم: این‌بار دما ثابت و فشار دو برابر شده است، در نتیجه:

$$P_1V_1=P_2V_2\xrightarrow{P_2=2P_1}V_2=\frac{1}{2}V_1$$

A ۱۱۲۸ ۲

فشار ثابت $(P_1=P_2)$ است. دما را باید برحسب کلوین در قانون گازها قرار دهیم، بنابراین:

$$T=273+\theta\Rightarrow\begin{cases}\theta_1=0^\circ C\Rightarrow T_1=273K\\ \theta_2=273^\circ C\Rightarrow T_2=273+273=2\times273\end{cases}$$

قانون گازها را می‌نویسیم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=\frac{T_2}{T_1}\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=\frac{2\times273}{273}=2$$

A ۱۱۲۹ ۴

با توجه به قانون گازها در حجم ثابت می‌توان نوشت: (البته باید دمای گاز را از رابطهٔ $(T=273+\theta)$ برحسب کلوین در رابطه قرار داد.)

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}\Rightarrow\frac{P_1}{273+45/5}=\frac{P_2}{273+91}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{273+91}{273+45/5}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم صورت و مخرج بر عدد ۹۱}}\frac{P_2}{P_1}=\frac{4}{3/5}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{8}{7}$$

B ۱۱۳۰ ۲

خط فکری قانون گازها را می‌نویسیم، دما را برحسب کلوین و حجم گاز را در دو طرف آن برحسب cm^3 قرار می‌دهیم و مسأله را حل می‌کنیم:

۱ با توجه به فرض مسأله:

$$V_2=V_1+400\xrightarrow{V_1=2L=2000cm^3}V_2=2400cm^3$$

۲ دما برحسب کلوین:

$$T=273+\theta\Rightarrow T_1=273+7=280K$$

۳ به کمک قانون گازها دمای ثانویهٔ گاز را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow{(P_1=P_2)\text{ فشار ثابت است}}\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{2000}{280}=\frac{2400}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2=336K$$

افزایش دما برحسب کلوین خواهد شد:

$$\Delta T=T_2-T_1\Rightarrow\Delta T=336-280\Rightarrow\Delta T=56K$$

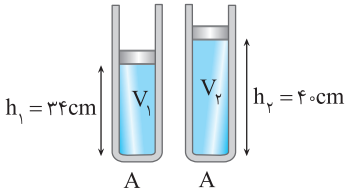
میانبر در حل این مسأله می‌توانید از رابطهٔ $\frac{\Delta V}{V_1}=\frac{\Delta T}{T_1}$ استفاده کنید.

$$\frac{400}{2000}=\frac{\Delta T}{280}\Rightarrow\Delta T=56K$$

B ۱۱۳۱ ۴

۱ حجم گاز در حالت اول و حالت دوم مطابق شکل خواهد شد:

$$V=Ah\Rightarrow V_1=34A,\ V_2=40A$$



۲ قانون گازها را می‌نویسیم و داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم. دقت کنید دما ثابت است.

$$P_1V_1=P_2V_2 \xrightarrow{P_1=10^5\,Pa} 10^5\times 34A=P_2\times 40A$$

$$P_2=\frac{34\times 10^5}{40}\,Pa \Rightarrow P_2=8/5\times 10^4\,Pa$$

۳ یکای فشار را به سانتی‌متر جیوه تبدیل می‌کنیم:

$$P=\rho_{Hg}gh_{Hg} \Rightarrow 8/5\times 10^4=13600\times 10\times h_{Hg} \Rightarrow h=0/625mHg$$

فشار گاز برابر $P_2=62/5cmHg$ می‌شود.

۲ ۱۱۳۲ B

در قانون گازها با فشار کامل سر و کار داریم:

$$P_1=P_0+P_{g_1}=P_0+0=75cmHg \quad , \quad P_2=P_0+P_{g_2}=P_0+10=85\,cmHg$$

حجم ثابت است:

$$\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{75}{273}=\frac{85}{T_2} \Rightarrow T_2=\frac{273\times 85}{75}=\frac{273\times 17}{15}$$

$$T_2=\theta_2+273 \Rightarrow \frac{273\times 17}{15}-273=\theta_2 \Rightarrow \theta_2=\frac{2\times 273}{15}=\frac{2\times 91}{5}=36/4^\circ C$$

۲ ۱۱۳۳ B

خط فکری دما ثابت است $(T_1=T_2)$. از طرفی حجم یک گاز همواره برابر حجم ظرف محتوی گاز است. حجم یک استوانه برابر مساحت قاعدهٔ A ضربدر ارتفاع آن است و در این مسأله شما باید حجم گاز (استوانه) را در دو حالت حساب کنید، سپس به کمک قانون گازها P_2 و P_2' را به‌دست بیاورید.

۱ حجم اولیهٔ گاز برابر است با: $V_1=Ah_1 \Rightarrow V_1=A\times 24 \Rightarrow V_1=24A$

۲ حجم ثانویهٔ گاز وقتی طول استوانه 6cm افزایش یافته و برابر $h_2=24+6=30cm$ می‌شود، برابر است با: $V_2=Ah_2 \Rightarrow V_2=30A$

۳ فشار اولیهٔ گاز 1atm است و بنا به قانون گازها می‌توان نوشت:

$$P_1V_1=P_2V_2 \Rightarrow 1\times 24A=P_2\times 30A \Rightarrow P_2=\frac{4}{5}atm$$

۴ حجم ثانویهٔ گاز وقتی طول استوانه 6cm کاهش یافته و برابر $h_2'=24-6=18cm$ می‌شود، برابر است با: $V_2'=Ah_2' \Rightarrow V_2'=18A$

۵ فشار ثانویهٔ گاز در این حالت را حساب می‌کنیم:

$$P_1V_1=P_2'V_2' \Rightarrow 1\times 24A=P_2'\times 18A \Rightarrow P_2'=\frac{4}{3}atm$$

۶ تفاضل $P_2'-P_2$ خواهد شد:

$$P_2'-P_2=\frac{4}{3}-\frac{4}{5}=\frac{20-12}{15} \Rightarrow P_2'-P_2=\frac{8}{15}atm$$

۱ ۱۱۳۴ B

بنابر قانون گازها در دمای ثابت $(T_1=T_2)$ می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2} \xrightarrow[P_2=P_1+15\times 10^4\,Pa]{T=\text{ثابت}} P_1\times V_1=(P_1+15\times 10^4)V_2 \quad (I)$$

یادآوری در دمای ثابت، حجم گاز با فشار گاز نسبت وارون دارد، یعنی با افزایش فشار، حجم گاز کاهش می‌یابد.

بنابر فرض مسأله با افزایش فشار، حجم گاز ۶۰٪ تغییر کرده، یعنی ۶۰٪ کاهش یافته است، بنابراین: $\Delta V=0/6V_1 \Rightarrow V_1-V_2=0/6V_1 \Rightarrow V_2=0/4V_1$

اکنون V_2 را در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$P_1V_1=(P_1+15\times 10^4)\times 0/4V_1 \Rightarrow P_1=0/4P_1+6\times 10^4$$

$$\Rightarrow 0/6P_1=6\times 10^4 \Rightarrow P_1=10^5\,Pa$$

۴ ۱۱۳۵ B

ابتدا دماها را برحسب کلوین می‌نویسیم:

$$T=273+\theta \Rightarrow T_1=273+27=300K\,,\,T_2=273+42=315K$$

قانون گازها برای فشار ثابت $(P_1=P_2)$ خواهد شد:

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{300}=\frac{V_2}{315} \Rightarrow V_2=\frac{315}{300}V_1 \Rightarrow V_2=1/05V_1$$

درصد تغییر حجم گاز برابر است با:

$$\frac{\Delta V}{V_1}\times 100 \Rightarrow \frac{V_2-V_1}{V_1}\times 100=\frac{1/05V_1-V_1}{V_1}\times 100=5\%$$

۲ ۱۱۳۶ B

دماها را برحسب کلوین به‌دست می‌آوریم:

$$T=273+\theta \Rightarrow \begin{cases}\theta_1=27^\circ C \Rightarrow T_1=273+27=300K\\ \theta_2=87^\circ C \Rightarrow T_2=273+87=360K\end{cases}$$

قانون گازها در حجم ثابت $(V_1=V_2)$ خواهد شد:

$$\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=\frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=\frac{360}{300} \Rightarrow P_2=1/2P_1$$

درصد تغییرات فشار را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta P}{P_1}\times 100=\frac{P_2-P_1}{P_1}\times 100=\frac{1/2P_1-P_1}{P_1}\times 100=20\%$$

۳ ۱۱۳۷ B

فشار گاز ثابت و قانون گازها به صورت $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}$ است و می‌توان رابطه را به شکل زیر نوشت:

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2-V_1}{V_1}=\frac{T_2-T_1}{T_1} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1}=\frac{\Delta T}{T_1}$$

افزایش دما $1^\circ C$ یعنی $1K$ است و با افزایش دما، حجم گاز نیز افزایش می‌یابد و بنابر فرض مسأله این افزایش حجم $\frac{V}{273}$ است. بنابراین:

$$\frac{\frac{V}{273}}{V}=\frac{1}{T_1} \Rightarrow T_1=273K$$

دمای اولیه برحسب درجهٔ سلسیوس برابر است با:

$$T_1=273+\theta_1 \Rightarrow 273=273+\theta_1 \Rightarrow \theta_1=0$$

۳ ۱۱۳۸ B

بنابه قانون گازها وقتی فشار ثابت است، می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2} \xrightarrow{P_1=P_2} \frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2} \xrightarrow[T=273+\theta]{V_1=4L\,,\,V_2=6L}$$

$$\frac{4}{273+\theta}=\frac{6}{273+2\theta} \Rightarrow 3\times 273+3\theta=2\times 273+4\theta \Rightarrow \theta=273^\circ C$$

۴ ۱۱۳۹ A

در قانون گازها دما برحسب کلوین است، از این رو:

$$T=273+\theta \Rightarrow \begin{cases}\theta_1=27^\circ C \Rightarrow T_1=273+27 \Rightarrow T_1=300K\\ \theta_2=627^\circ C \Rightarrow T_2=273+627 \Rightarrow T_2=900K\end{cases}$$

بنابر قانون گازها می‌توان نوشت: $\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1\times V_1}{300}=\frac{P_2\times \frac{1}{2}V_1}{900} \Rightarrow P_2=6P_1$

۳ ۱۱۴۰ A

دمای گاز را برحسب کلوین به‌دست می‌آوریم:

$$T=273+\theta_0 \Rightarrow \begin{cases}\theta_1=27^\circ C \Rightarrow T_1=273+27 \Rightarrow T_1=300K\\ \theta_2=47^\circ C \Rightarrow T_2=273+47 \Rightarrow T_2=320K\end{cases}$$

قانون گازها را می‌نویسیم و داده‌های مسأله را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2} \xrightarrow[V_2=8L]{P_1=10^5Pa\,,\,P_2=2\times 10^5Pa} \frac{10^5\times V}{300}=\frac{2\times 10^5\times 8}{320} \Rightarrow V_1=15L$$

B ۳ ۱۱۴۱

۱ دما را برحسب کلوین به‌دست می‌آوریم:

$$T=۲۷۳+\theta\Rightarrow\begin{cases}\theta_۱=۲۷^\circ C\Rightarrow T_۱=۲۷۳+۲۷=۳۰۰K\\ \theta_۲=۵۷^\circ C\Rightarrow T_۲=۲۷۳+۵۷=۳۳۰K\end{cases}$$

۲ فشار گاز ۱۰cmHg کاهش یافته است، بنابراین: $P_۲=P_۱-۱۰$

۳ با نوشتن قانون گازها، مسأله حل می‌شود:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\xrightarrow{V_۱=۸L\,,\,V_۲=۱۱L}\frac{P_۱\times۸}{۳۰۰}=\frac{(P_۱-۱۰)\times۱۱}{۳۳۰}$$

$$\Rightarrow\frac{۴}{۵}P_۱=P_۱-۱۰\Rightarrow\frac{۱}{۵}P_۱=۱۰\Rightarrow P_۱=۵۰cmHg$$

بازی با سؤال **استوانه‌ای به حجم ۱۰۰ لیتر محتوی گاز آرمانی با دمای ۲۷°C و فشار ۱۵ بار است. اگر با استفاده از پیستون حجم همان گاز را به ۸۰ لیتر و دمای آن را نیز به ۴۷°C برسانیم، فشار گاز در این حالت چند بار است؟**

کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۲۰ ۲) ۲۷ ۳) ۴۰ ۴) ۲۳

گزینهٔ ۱

B ۱ ۱۱۴۲

فشار گاز ٪۲۵ افزایش یافته: $P_۲=P_۱+۰/۲۵P_۱\Rightarrow P_۲=۱/۲۵P_۱$

حجم گاز ٪۳۶ کاهش یافته: $V_۲=V_۱-۰/۳۶V_۱\Rightarrow V_۲=۰/۶۴V_۱$

اکنون قانون گازها را نوشته و داده‌ها را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\Rightarrow\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{۱/۲۵P_۱\times۰/۶۴V_۱}{T_۲}\Rightarrow T_۲=\frac{۸}{۱۰}T_۱\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۸}{۱۰}$$

$$\Rightarrow T_۲=۰/۸T_۱$$

درصد تغییر دما خواهد شد: $\frac{\Delta T}{T}\times۱۰۰=\frac{T_۲-T_۱}{T_۱}\times۱۰۰=\frac{۰/۸T_۱-T_۱}{T_۱}\times۱۰۰=-۲۰٪$

B ۳ ۱۱۴۳

۱ گاز متراکم شده و حجم آن ۲۰ درصد حجم اولیه می‌شود $(V_۲=۰/۲۰V_۱)$.

۲ فشار گاز ۳۰۰ درصد افزایش یافته، یعنی فشار گاز $(۳+۱)$ برابر شده است. فشار اولیهٔ گاز ۱atm بوده، بنابراین فشار ثانویهٔ آن $P_۲=۴P_۱=۴atm$ خواهد شد.

۳ دمای ثانویهٔ گاز را به کمک قانون گازها به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\xrightarrow[\theta_۱=۲۷^\circ C]{T=۲۷۳+\theta}\frac{۱\times V_۱}{۲۷۳+۲۷}=\frac{۴\times۰/۲V_۱}{T_۲}\Rightarrow T_۲=۲۴۰K$$

۴ دمای ثانویه برحسب درجه سلسیوس خواهد شد:

$$T_۲=۲۷۳+\theta_۲\Rightarrow۲۴۰=۲۷۳+\theta_۲\Rightarrow\theta_۲=-۳۳^\circ C$$

۵ دما را برحسب فارنهایت حساب می‌کنیم:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow F=\frac{۹}{۵}(-۳۳)+۳۲\Rightarrow F=-۲۷/۴^\circ F$$

بازی با سؤال **مقدار گاز کاملی در دمای ۲۷°C موجود است. دمای گاز را ۱۲۰°C افزایش می‌دهیم، حجم آن یک لیتر و فشار آن ۲۰ درصد افزایش می‌یابد. حجم اولیهٔ گاز چند لیتر بوده است؟**

کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۱۲

گزینهٔ ۳

B ۴ ۱۱۴۴

سؤال ساده و مفهومی قشنگی است. اگر دما ثابت باشد، تغییر حجم با تغییر فشار نسبت وارون دارد و اگر حجم دو برابر شود، فشار نصف خواهد شد. بنابراین ممکن است دما ثابت باشد. اگر به‌طور مثال حجم گاز ۵ برابر شود، اما فشار گاز $\frac{۱}{۳}$ فشار اولیه شود، دمای گاز افزایش می‌یابد.

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\Rightarrow\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{\frac{P_۱}{۳}\times۵V_۱}{T_۲}\Rightarrow T_۲=\frac{۵}{۳}T_۱\Rightarrow T_۲>T_۱$$

اگر به‌طور مثال حجم گاز ۵ برابر شود، اما فشار گاز $\frac{۱}{۸}$ فشار اولیه شود، آن‌گاه:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\Rightarrow\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{\frac{P_۱}{۸}\times۵V_۱}{T_۲}\Rightarrow T_۲=\frac{۵}{۸}T_۱\Rightarrow T_۲<T_۱$$

یعنی دمای گاز کاهش می‌یابد.

بنابراین افزایش حجم گاز و کاهش فشار گاز، اطلاعاتی در مورد چگونگی تغییر دما به ما نمی‌دهد و گزینهٔ (۴) درست است.

بازی با سؤال **برای آنکه فشار گازی را دو برابر کنیم، می‌توان:**

کنکور دهه‌های گذشته

۱) حجم آن را در دمای ثابت به نصف برسانیم.

۲) دمای مطلق آن را نصف و حجم آن را دو برابر کنیم.

۳) دمای مطلق آن را دو برابر و حجم آن را نصف کنیم.

۴) دمای آن را در حجم ثابت نصف کنیم.

گزینهٔ ۱

B ۲ ۱۱۴۵

مسئله دارای دو مرحله است.

مرحلهٔ اول: فشار ثابت، حجم گاز دو برابر $(V_۲=۲V_۱)$ و دمای گاز برحسب درجه‌بندی سلسیوس ۵ برابر شده $(\theta_۲=۵\theta_۱)$، در نتیجه بنابه قانون گازها خواهیم داشت:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\xrightarrow{T=۲۷۳+\theta}\frac{V_۱}{۲۷۳+\theta_۱}=\frac{۲V_۱}{۲۷۳+۵\theta_۱}$$

$$\Rightarrow۲\times۲۷۳+۲\theta_۱=۲۷۳+۵\theta_۱\Rightarrow۲۷۳=۳\theta_۱\Rightarrow\theta_۱=۹۱^\circ C$$

و دمای ثانویهٔ گاز برابر است با: $\theta_۲=۵\theta_۱=۵\times۹۱\Rightarrow\theta_۲=۴۵۵^\circ C$

مرحلهٔ دوم: در حجم ثابت فشار گاز ۳ برابر شده، پس بنابه قانون گازها دمای نهایی گاز را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_۲V_۲}{T_۲}=\frac{P_۳V_۳}{T_۳}\Rightarrow\frac{P_۲}{۲۷۳+۴۵۵}=\frac{۳P_۲}{T_۳}\Rightarrow T_۳=۲۱۸۴K$$

دمای نهایی برحسب درجه‌بندی سلسیوس خواهد شد:

$$T=۲۷۳+\theta\Rightarrow۲۱۸۴=۲۷۳+\theta\Rightarrow\theta=۱۹۱۱^\circ C$$

B ۲ ۱۱۴۶

خط فکری مسأله دارای دو مرحله است. در مرحلهٔ اول، در فشار ثابت، دما را افزایش داده‌ایم. بنابراین باید حجم ثانویه را حساب کنیم، سپس در مرحلهٔ دوم، در دمای ثابت، حجم گاز را کم کرده‌ایم. پس با استفادهٔ مجدد از قانون گازها، فشار نهایی گاز را حساب می‌کنیم.

مرحلهٔ اول: فشار ثابت و برابر $P_۱=P_۲=۲\times۱۰^۵Pa$ است. دمای گاز را برحسب کلوین به‌دست می‌آوریم:

$$T=۲۷۳+\theta\Rightarrow\begin{cases}\theta_۱=۴۷^\circ C\Rightarrow T_۱=۲۷۳+۴۷\Rightarrow T_۱=۳۲۰K\\ \theta_۲=۴۷+۴۰=۸۷^\circ C\Rightarrow T_۲=۲۷۳+۸۷\Rightarrow T_۲=۳۶۰K\end{cases}$$

قانون گازها را می‌نویسیم و حجم ثانویه را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\xrightarrow{\substack{V_۱=۲L\\P_۱=P_۲}}\frac{۲}{۳۲۰}=\frac{V_۲}{۳۶۰}\Rightarrow V_۲=\frac{۹}{۴}L$$

مرحلهٔ دوم: دما ثابت و حجم گاز ٪۲۰ کاهش یافته است، بنابراین:

$$V_۳=V_۲-۰/۲V_۲\Rightarrow V_۳=۰/۸V_۲$$

بنابراین به کمک قانون گازها، فشار نهایی را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_۲V_۲}{T_۲}=\frac{P_۳V_۳}{T_۳}\xrightarrow[P_۲=۲\times۱۰^۵Pa]{T_۲=T_۳}P_۳=\frac{۲\times۱۰^۵}{۰/۸}\Rightarrow P_۳=۲/۵\times۱۰^۵Pa$$

B ۱ ۱۱۴۷

۱ تعداد مول‌های گاز هیدروژن را به‌دست می‌آوریم:

$$n=\frac{m}{M}\Rightarrow n=\frac{۱۶}{۲}\Rightarrow n=۸\,mol$$

۲ حجم گاز در حالت اول و دوم برابر حجم مخزن است. $V_۱=V_۲=۵L$

۳ قانون گازها را در دو حالت می‌نویسیم.

$$P_1V_1=nRT_1\ (I),\ P_2V_2=nRT_2 \xrightarrow{V_1=V_2} P_2V_1=nRT_2\ (II)$$

۴ دو رابطهٔ (I) و (II) را از هم کم می‌کنیم:

$$P_2V_1-P_1V_1=nRT_2-nRT_1\Rightarrow V(P_2-P_1)=nR(T_2-T_1)$$

$$\Rightarrow V(\Delta P)=nR\Delta T$$

۵ داده‌های مسأله را در رابطهٔ به‌دست آمده جای‌گذاری می‌کنیم. البته یادمان هست که یکاها باید در SI باشد.

$$۵\times۱۰^{-۳}(\Delta P)=۸\times\frac{۲۵}{۳}\times۲۷\Rightarrow\Delta P=۳۶۰\times۱۰^{۳}\Rightarrow\Delta P=۳/۶\times۱۰^{۵}\,Pa$$

یادآوری هر ۱bar برابر $۱۰^{۵}Pa$ است.

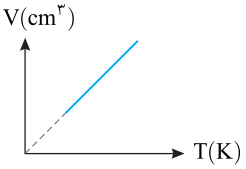
$$\Delta P=۳/۶bar$$

میانبر در حجم ثابت می‌توان نوشت:

$$V(\Delta P)=nR\Delta T$$

B ۱۱۴۸ ۱

با توجه به نمودار $V-T$ داده شده، این نمودار خط راست مایلی است که از مبدأ می‌گذرد. در واقع این نمودار بیان می‌کند که اگر دما دو برابر شود، حجم گاز نیز دو برابر می‌شود، بنابراین فشار گاز ثابت است (ثابت=P). در شکل گزینهٔ (۱)، فشار



هوای حبس شده در زیر جیوه، همواره برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون جیوه است. بنابراین فشار هوا ثابت می‌ماند و گزینهٔ (۱) درست است. / در شکل گزینهٔ (۲)، کاملاً مشخص است که حجم گاز درون لولهٔ Uشکل وارونه ثابت است و با تغییر دما، فشار گاز تغییر می‌کند که تغییر فشار گاز توسط اندازه‌گیری ستون جیوه در سمت راست بررسی می‌شود و گزینهٔ (۲) مربوط به حجم ثابت بوده و نادرست است. / شکل گزینهٔ (۳)، با تغییر حجم گاز، ارتفاع ستون جیوه در دو طرف لوله تغییر می‌کند، بنابراین نمی‌تواند فشار ثابت بماند و گزینهٔ (۳) نادرست است. / بنابراین گزینهٔ (۴) نیز نادرست خواهد بود.

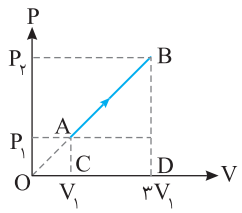
B ۱۱۴۹ ۳

یادآوری قانون گی‌لوساک: برای مقدار معینی گاز کامل، $\frac{PV}{T}$ مقدار ثابتی است، اگر حجم گاز ثابت باشد، $\frac{P}{T}$ نیز ثابت خواهد بود. در نتیجه فشار گاز متناسب با دمای مطلق گاز است. بنابراین: $P\propto T$

نمودار $P-T$ داده شده نموداری خطی است و امتداد آن از مبدأ می‌گذرد. این مطلب نشان می‌دهد که $P\propto T$ است یعنی حجم گاز در فرایند AB ثابت است. با توجه به رابطهٔ چگالی $\rho=\frac{m}{V}$ با ثابت ماندن حجم گاز و جرم گاز در فرایند AB، چگالی گاز ثابت می‌ماند.

B ۱۱۵۰ ۴

خط فکری به نمودار به دقت نگاه کنید، حجم گاز ۳ برابر شده است. در همین حالت فشار گاز افزایش یافته یعنی در رابطه $(P\uparrow V\uparrow=nRT)$ قطعاً دما نیز افزایش می‌یابد. ابتدا به کمک شیب خط و یا تشابه مثلث نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ را حساب کنید، سپس به



کمک قانون گازها چند برابر شدن دما را به‌دست آورید.

۱ با توجه به تشابه دو مثلث OAC و OBD خواهیم داشت:

$$\frac{BD}{AC}=\frac{OD}{OC}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{۳V_1}{V_1}\Rightarrow P_2=۳P_1$$

۲ به کمک قانون گازها، دمای ثانویهٔ گاز را حساب می‌کنیم:

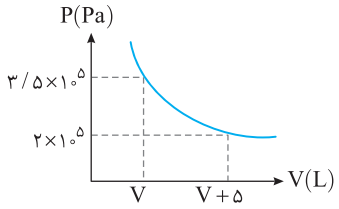
$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{۳P_1\times۳V_1}{T_2}\Rightarrow T_2=۹T_1$$

B ۱۱۵۱ ۱

آزمایش بویل - ماریوت مربوط به فرایندی است که در آن دمای گاز ثابت نگه داشته می‌شود. از این رو قانون گازها به صورت زیر است:

$$P_1V_1=P_2V_2\Rightarrow۳/۵\times۱۰^{۵}\times V=۲\times۱۰^{۵}\times(V+۵)\Rightarrow۳/۵V=۲V+۱۰$$

$$\Rightarrow۱/۵V=۱۰\Rightarrow V=\frac{۱۰۰}{۱۵}\Rightarrow V=\frac{۲۰}{۳}L$$



B ۱۱۵۲ ۲

مقداری از گاز از سیلندر خارج شده است، بنابراین تعداد مول‌های گاز و جرم گاز موجود در سیلندر کاهش می‌یابد. قانون گازها را در دو حالت نوشته و برهم تقسیم می‌کنیم.

با استفاده از معادلهٔ حالت برای گازهای کامل، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}P_1V_1=n_1RT_1\\P_2V_2=n_2RT_2\end{cases}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}\times\frac{V_2}{V_1}=\frac{n_2}{n_1}\times\frac{T_2}{T_1}$$

می‌دانیم $n=\frac{m}{M}$ و جرم مولی (M) یکسان است بنابراین $\frac{n_2}{n_1}=\frac{m_2}{m_1}$ که m_2 و m_1 به ترتیب جرم گاز در حالت اولیه و نهایی است. قانون گازها را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم. با توجه به داده‌های مسأله $\frac{V_2}{V_1}=\frac{P_2}{P_1}=\frac{T_2}{T_1}=\frac{۱}{۲}$ است، بنابراین

نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{P_2}{P_1}\times\frac{V_2}{V_1}=\frac{m_2}{m_1}\times\frac{T_2}{T_1}\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{m_2}{m_1}\times\frac{۱}{۲}$$

به این ترتیب داریم $\frac{m_2}{m_1}=\frac{۱}{۲}$، بنابراین جرم گاز نصف می‌شود.

B ۱۱۵۳ ۳

یادآوری حجم گاز برابر حجم کپسول محتوی گاز است. $V_1=V_2$

۱ به کمک قانون گازها، تعداد مول‌های اولیهٔ گاز موجود در کپسول را به‌دست می‌آوریم. البته ابتدا باید یکاها را به SI ببریم:

$$V=۳۰L\Rightarrow V=۳۰\times۱۰^{-۳}m^{۳}$$

$$T=۲۷۳+\theta\xrightarrow{\theta_1=۲۷^{\circ}C}T_1=۲۷۳+۲۷=۳۰۰K$$

$$PV=nRT\xrightarrow[R=۸J/mol.K]{P=۵\times۱۰^{۵}Pa}۵\times۱۰^{۵}\times۳۰\times۱۰^{-۳}=n_1\times۸\times۳۰۰$$

$$\Rightarrow n_1=\frac{۵۰}{۸}mol$$

۲ جرم اولیهٔ گاز را حساب می‌کنیم:

$$n=\frac{m}{M}\Rightarrow\frac{۵۰}{۸}=\frac{m_1}{۳۲}\Rightarrow m_1=۲۰۰g$$

۳ تعداد مول‌های باقی‌مانده در کپسول را پس از خروج بخشی از گاز حساب می‌کنیم:

$$PV=nRT\xrightarrow[P_2=۲/۹\times۱۰^{۵}Pa]{T_2=۲۷۳+۱۷=۲۹۰K}۲/۹\times۱۰^{۵}\times۳۰\times۱۰^{-۳}=n_2\times۸\times۲۹۰$$

$$\Rightarrow n_2=\frac{۳۰}{۸}mol$$

۴ جرم گاز باقی‌مانده در کپسول را به‌دست می‌آوریم:

$$n_2=\frac{m_2}{M}\Rightarrow\frac{۳۰}{۸}=\frac{m_2}{۳۲}\Rightarrow m_2=۱۲۰g$$

۵ بنابراین جرم گاز خارج شده برابر $۲۰۰-۱۲۰=۸۰g$ است.

بازی با سؤال **در یک محفظه به حجم ۵L مقداری گاز کامل در دمای ۲۷°C و فشار ۵atm قرار دارد. اگر با خروج گاز از محفظه فشار گاز در دمای ثابت به ۲atm برسد، چه تعداد از مولکول‌های گاز از محفظه خارج شده است؟**

$(R=\frac{۲۵}{۳}J/mol.K\,,\,N_A=۶/۰۲\times۱۰^{۲۳})$

۱) $۳/۶۱۲\times۱۰^{۲۳}$ ۲) $۳/۶۱۲\times۱۰^{۲۲}$ ۳) $۳/۴۰۸\times۱۰^{۲۳}$ ۴) $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۲}$

گزینهٔ ۱

B ۱۱۵۴ ۱

خط فکری سوپاپ این ظرف در فشار بیش از ۳atm باز می‌شود. یعنی در تمام مدت این فرایند و خروج گاز از ظرف، فشار گاز درون ظرف هم‌چنان ۳atm باقی می‌ماند. در واقع با بالا رفتن دمای گاز، فشار گاز افزایش می‌یابد و از ۳atm بیشتر شده و سوپاپ باز می‌شود و گاز از ظرف خارج می‌شود. از طرفی حجم گاز درون ظرف برابر حجم ظرف است یعنی در تمام مدت حجم گاز برابر حجم ظرف است. اکنون می‌توانید با نوشتن قانون گازها در دو حالت مسأله را حل کنید.

با توجه به داده‌های مسأله و آنچه که در خط فکری بیان شد، داده‌های مسأله را به صورت زیر در ذهن خود مرتب می‌کنیم:

شرایط اولیهٔ گاز موجود در ظرف: $P_۱=۳atm$ ، $V_۱=$ ثابت

$\theta_۱=۲۷^\circ C\Rightarrow T_۱=۲۷۳+۲۷=۳۰۰K$ ، $n_۱=۴\,mol$

شرایط ثانویهٔ گاز باقی‌مانده در ظرف: $P_۲=۳atm$ ، $V_۲=V_۱$

$\theta_۲=۱۲۷^\circ C\Rightarrow T_۲=۲۷۳+۱۲۷=۴۰۰K$ ، $n_۲=?$

قانون گازها را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم و داده‌ها را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{P_۲V_۲}{P_۱V_۱}=\frac{n_۲RT_۲}{n_۱RT_۱}\Rightarrow\frac{۳\times V_۱}{۳\times V_۱}=\frac{n_۲\times۴۰۰}{۴\times۳۰۰}\Rightarrow n_۲=۳mol$$

در این صورت تعداد مول‌های گاز درون ظرف از ۴mol به ۳mol رسیده، یعنی ۱mol گاز از ظرف خارج شده است.

B ۱۱۵۵ ۳

از رابطهٔ $PV=nRT$ استفاده می‌کنیم.

در این رابطه، P، فشار مطلق است (نه پیمانه‌ای) و دما بر حسب کلوین است. بنابراین:

$P-P_۰=۳\times۱۰^۵\Rightarrow P=۴\times۱۰^۵Pa$

$T_۱=۲۷۳+۴۷=۳۲۰$ ، $T_۲=۲۷۳+۲۷=۳۰۰$

طبق صورت سؤال، مقادیر V و R ثابت هستند: $P_۱V_۱=n_۱RT_۱\,,\,P_۲V_۲=n_۲RT_۲$

$$\Rightarrow\frac{P_۱}{n_۱T_۱}=\frac{P_۲}{n_۲T_۲}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{n_۲}{n_۱}\times\frac{T_۲}{T_۱}\,(I)$$

$\frac{۱}{۵}$ جرم گاز از ظرف خارج شده است، بنابراین:

$$\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{۴}{۵}\,(II)$$

$$\frac{P_۲}{۴\times۱۰^۵}=\frac{۴}{۵}\times\frac{۳۰۰}{۳۲۰}\Rightarrow P_۲=۳\times۱۰^۵\,,\,P_۲-P_۰=۳\times۱۰^۵-۱۰^۵=۲\times۱۰^۵$$

B ۱۱۵۶ ۱

با توجه به قانون گازها:

$$\begin{cases}P_۱V_۱=n_۱RT_۱\\P_۲V_۲=n_۲RT_۲\end{cases}\xrightarrow{P_۱=P_۲\,,\,V_۱=V_۲}۱=\frac{n_۱T_۱}{n_۲T_۲}$$

$$\Rightarrow\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{T_۱}{T_۲}=\frac{۲۷۳+۲۴}{۲۷۳+۲۵}$$

$$\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{۲۹۷}{۲۹۸}\Rightarrow\frac{\frac{N_۲}{N_a}}{\frac{N_۱}{N_a}}=\frac{۲۹۷}{۲۹۸}\Rightarrow N_۲=\frac{۲۹۷}{۲۹۸}N_۱$$

مقدار مولکول‌های خارج شده: $N_۲-N_۱=\frac{N_۱}{۲۹۸}$

B ۱۱۵۷ ۳

یادآوری قانون گازها به جنس و نوع گاز بستگی ندارد و به تعداد مول‌های گاز بستگی دارد.

۱ تعداد مول‌های گاز درون مخزن در حالت اول برابر است با: $n_۱=\frac{m}{M}$

۲ تعداد مول‌های گاز که به مخزن اضافه شده برابر است با:

$$n_{\text{افزوده}}=\frac{\frac{m}{۲}}{۲M}\Rightarrow n_{\text{افزوده}}=\frac{۱}{۴}\frac{m}{M}\Rightarrow n_{\text{افزوده}}=\frac{۱}{۴}n_۱$$

۳ تعداد مول‌های گاز در حالت جدید برابر است با:

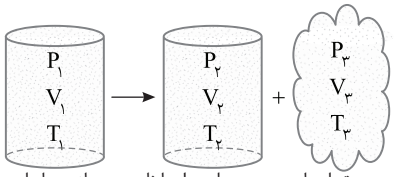
$$n_۲=n_۱+n_{\text{افزوده}}\Rightarrow n_۲=n_۱+\frac{۱}{۴}n_۱\Rightarrow n_۲=\frac{۵}{۴}n_۱$$

۴ حجم گاز در دو حالت یکسان و برابر حجم ظرف است $(V_۲=V_۱)$ و با توجه به قانون گازها خواهیم داشت:

$$\frac{P_۲V_۲}{P_۱V_۱}=\frac{n_۲RT_۲}{n_۱RT_۱}\xrightarrow[\text{دما ثابت است}]{T_۲=T_۱}\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{۵}{۴}n_۱}{n_۱}\Rightarrow P_۲=\frac{۵}{۴}P_۱$$

B ۱۱۵۸ ۳

خط فکری اگر مقدار معینی گاز با تعداد مول n در یک مخزن باشد، چنانچه بخشی از گاز را از مخزن خارج کنیم، قطعاً تعداد مول‌های اولیه با مجموع مول‌های درون مخزن و مول‌های خارج شده از مخزن برابر است و به کمک این نکته می‌توان مسأله را حل کرد $(n_۱=n_۲+n_۳)$.



طبق پایستگی جرم، مقدار ماده یعنی تعداد مول‌ها ثابت می‌ماند، بنابراین مجموع مول‌ها در حالت اول و حالت دوم یکی است، از این رو:

$$n_۱=n_۲+n_۳\xrightarrow{PV=nRT\Rightarrow n=\frac{PV}{RT}}\frac{P_۱V_۱}{RT_۱}=\frac{P_۲V_۲}{RT_۲}+\frac{P_۳V_۳}{RT_۳}$$

$$\xrightarrow[\text{ساده می‌کنیم}]{\text{Rها را از دو طرف}}\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}+\frac{P_۳V_۳}{T_۳}$$

C ۱۱۵۹ ۴

خط فکری در قانون گازها $(PV=nRT)$، n تعداد مول‌های گاز است، بنابراین وقتی مقداری گاز از محفظه خارج می‌شود، باید مجموع تعداد مول گاز خارج شده و تعداد مول گاز باقی‌مانده با تعداد مول گاز اولیهٔ موجود در محفظه برابر باشد $(n_{\text{خارج شده}}+n_{\text{باقی‌مانده}}=n_{\text{اولیه}})$. با دانستن این مطلب مهم، شما باید به کمک قانون گازها به جای n مقدار $\frac{PV}{RT}$ را قرار دهید. البته حجم اولیهٔ گاز و حجم گاز باقی‌مانده یکسان و برابر حجم محفظه است.

برای حالت اولیه اندیس صفر $(n_۰)$، برای گاز باقی‌مانده اندیس (۱) و برای گاز خارج شده اندیس (۲) را انتخاب کرده‌ایم:

$$n_۰=n_۱+n_۲\Rightarrow\frac{P_۰V_۰}{RT_۰}=\frac{P_۱V_۱}{RT_۱}+\frac{P_۲V_۲}{RT_۲}\Rightarrow\frac{P_۰V_۰}{T_۰}=\frac{P_۱V_۱}{T_۱}+\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\;\;(I)$$

دماها باید برحسب کلوین باشد:

$$T_۰=۲۷۳+\theta_۰\xrightarrow{\theta_۰=۲۷^\circ C}T_۰=۳۰۰K$$

$$T_۱=T_۲=۲۷۳+\theta_۱\xrightarrow{\theta_۱=۷^\circ C}T_۱=T_۲=۲۸۰K$$

حجم گاز اولیهٔ موجود در محفظه و حجم گاز باقی‌مانده یکسان و برابر است با:

$V_۰=V_۱=۱۰L$

فشار اولیهٔ گاز موجود در محفظه $P_{\circ}=4atm$، فشار گاز باقی‌مانده در محفظه $P_1=2atm$ و فشار گاز خارج شده از محفظه که وارد هوا می‌شود برابر $P_2=1atm$ است. اعداد را در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$(I)\Rightarrow\frac{4\times10}{300}=\frac{2\times10}{280}+\frac{1\times V_2}{280}\Rightarrow\frac{2}{15}=\frac{1}{14}+\frac{V_2}{280}$$

$$\Rightarrow\frac{28-15}{15\times14}=\frac{V_2}{280}\Rightarrow V_2=\frac{52}{3}L$$

میانبر از این به بعد می‌توانید در حل این نوع مسائل مستقیماً از رابطهٔ زیر استفاده کنید:

$$\underbrace{\frac{P_{\circ}V_{\circ}}{T_{\circ}}}_{\text{گاز اولیه}}=\overbrace{\frac{P_1V_1}{T_1}}^{\text{گاز باقی‌مانده}}+\underbrace{\frac{P_2V_2}{T_2}}_{\text{گاز خارج شده}}$$

B ۱۱۶۰ ۳

خط فکری قانون گازها $(PV=nRT)$ و تعریف چگالی $(\rho=\frac{m}{V})$ را نوشته و با جایگزین کردن $\frac{m}{M}$ به جای n یک رابطه برای چگالی برحسب فشار، دما و جرم مولی گاز به‌دست می‌آید.

با توجه به خط فکری می‌نویسیم:

$$PV=nRT\Rightarrow PV=\frac{m}{M}RT\Rightarrow\frac{PM}{RT}=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{PM}{RT}$$

اکنون فشار، دمای مطلق و جرم مولی این گاز کامل را برحسب یکاهای SI آن‌ها در رابطهٔ چگالی گاز کامل با فشار و دمای مطلق جایگزین می‌کنیم و به این ترتیب چگالی گاز نیز برحسب یکای SI آن، یعنی کیلوگرم بر متر مکعب به‌دست می‌آید:

$$P=10^5Pa,\theta=7^{\circ}C\Rightarrow T=7+273=280K$$

$$M=32g/mol=32\times10^{-3}kg/mol$$

$$\rho=\frac{PM}{RT}\Rightarrow\rho=\frac{10^5\times32\times10^{-3}}{8\times280}=\frac{10^2}{70}=\frac{10}{7}kg/m^3=\frac{10}{7}g/L$$

B ۱۱۶۱ ۲

یادآوری چگالی گاز آرمانی با فشار نسبت مستقیم و با دما نسبت وارون دارد:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{P_2}{P_1}\times\frac{T_1}{T_2}$$

فشار گاز ثابت است، از این رو خواهیم داشت:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{T_1}{T_2}\xrightarrow[\theta_1=45/5^{\circ}C,\theta_2=91^{\circ}C]{T=273+\theta}\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{273+45/5}{273+91}$$

$$\xrightarrow[\text{به ۹۱ تقسیم می‌کنیم}]{\text{صورت و مخرج را}}\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{3+0/5}{3+1}=\frac{3/5}{4}\Rightarrow\rho_2=\frac{7}{8}\rho_1$$

درصد تغییرات چگالی را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_1}\times100=\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_1}\times100=\frac{\frac{7}{8}\rho_1-\rho_1}{\rho_1}\times100=-12/5\%$$

منفی بیانگر کاهش چگالی است.

بازی با سؤال در فشار ثابت، دمای مطلق گاز ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. چگالی این گاز چند درصد کاهش می‌یابد؟ خارج تجربی - ۹۱

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

گزینهٔ ۱

B ۱۱۶۲ ۲

۱ حجم گاز ۶۰ درصد افزایش یافته است: $V_2=V_1+0/6V_1\Rightarrow V_2=1/6V_1$

۲ با توجه به تعریف چگالی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\rho_2=\frac{m_2}{V_2}\\ \rho_1=\frac{m_1}{V_1}\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{m_2}{m_1}\times\frac{V_1}{V_2}\xrightarrow{\text{جرم گاز ثابت است}}\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{V_1}{V_2}$$

$$\Rightarrow\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{V_1}{1/6V_1}\Rightarrow\rho_2=\frac{5}{8}\rho_1$$

۳ درصد تغییر چگالی برابر است با:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_1}\times100=\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_1}\times100=\frac{\frac{5}{8}\rho_1-\rho_1}{\rho_1}\times100=-\frac{3}{8}\times100$$

$$\Rightarrow\text{درصد تغییرات چگالی}=-37/5\%$$

B ۱۱۶۳ ۱

خط فکری دمای نهایی برحسب فارنهایت بیان شده، بنابراین باید آن را برحسب یکای $^{\circ}C$ به‌دست بیاورید. از طرفی چگالی گاز با دمای گاز نسبت وارون و با فشار گاز نسبت مستقیم دارد. البته شما باید دما را برحسب کلوین در رابطه قرار دهید.

۱ دمای $523/4^{\circ}F$ را به $^{\circ}C$ تبدیل می‌کنیم:

$$F=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow523/4=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow\theta=273^{\circ}C\Rightarrow\theta_2=273^{\circ}C$$

۲ دمای اولیه و نهایی گاز برحسب کلوین برابر است با:

$$T=273+\theta\Rightarrow\begin{cases}\theta_1=0\Rightarrow T_1=273K\\ \theta_2=273^{\circ}C\Rightarrow T_2=273+273=2\times273K\end{cases}$$

۳ رابطهٔ چگالی با دما و فشار را می‌نویسیم:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{P_2}{P_1}\times\frac{T_1}{T_2}\xrightarrow[P_2=90cmHg,P_1=70cmHg]{\rho_1=1/4kg/m^3}\frac{\rho_2}{1/4}=\frac{90}{70}\times\frac{273}{2\times273}$$

$$\Rightarrow\rho_2=0/9kg/m^3$$

B ۱۱۶۴ ۴

حالت اول: ۲۰ گرم گاز در محفظه است. قانون گازها را می‌نویسیم:

$$P_1V_1=n_1RT_1\xrightarrow[n_1=\frac{m_1}{M}=\frac{20}{M}]{P_1=4atm,V_1=30L}4\times30=\frac{20}{M}RT_1\Rightarrow6=\frac{RT_1}{M}\quad(I)$$

حالت دوم: حجم گاز نصف شده $(\frac{30}{2}=15L)$ و جرم گاز نیز ۱۰g شده است، مجدداً قانون گازها را می‌نویسیم:

$$P_2V_2=n_2RT_2\xrightarrow{T_2=T_1}P_2\times15=\frac{10}{M}RT_1\quad(II)$$

دو رابطهٔ (I) و (II) را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{15P_2}{6}=\frac{\frac{10RT_1}{M}}{\frac{RT_1}{M}}\Rightarrow P_2=4atm$$

اما چگالی گاز، در حالت دوم حجم و جرم گاز نصف حالت اول است. از این رو چگالی گاز تغییر نمی‌کند:

$$\rho_2=\frac{m_2}{V_2}=\frac{\frac{m_1}{2}}{\frac{V_1}{2}}=\frac{m_1}{V_1}=\rho_1$$

میانبر دما ثابت و نوع گاز تغییر نکرده، بنابراین:

$$\frac{P_2V_2}{P_1V_1}=\frac{m_2}{m_1}$$

B ۱۱۶۵ ۴

خط فکری در قانون گازها نوع و جنس گاز آرمانی مهم نیست و آنچه مهم است تعداد مول‌های گاز است. بنابراین شما ابتدا باید تعداد مول‌های گاز هیدروژن و تعداد مول‌های گاز نیتروژن را به‌دست بیاورید تا تعداد کل مول‌های موجود در مخزن مشخص شود و سرانجام به کمک قانون گازها و داده‌های مسأله، فشار مخزن را حساب کنید.

۱ تعداد مول‌های گاز هیدروژن و نیتروژن را به‌دست می‌آوریم:

$$n=\frac{m}{M}\Rightarrow\begin{cases}m_{H_2}=6g, M_{H_2}=2g/mol\Rightarrow n_{H_2}=\frac{6}{2}\\ \qquad\qquad\Rightarrow n_{H_2}=3mol\\ m_{N_2}=112g, M_{N_2}=28g/mol\Rightarrow n_{N_2}=\frac{112}{28}\\ \qquad\qquad\Rightarrow n_{N_2}=4\,mol\end{cases}$$

۲ تعداد مول‌های گاز درون مخزن خواهد شد:

$$n=n_{N_2}+n_{H_2}\Rightarrow n=4+3\Rightarrow n=7\ mol$$

۳ به کمک قانون گازها، فشار مخلوط گازها را حساب می‌کنیم:

$$PV=nRT\xrightarrow[T=273+\theta=273+27=300K]{V=14L=14\times10^{-3}m^3, R=8J/mol.K}$$

$$P\times14\times10^{-3}=7\times8\times300\Rightarrow P=12\times10^5\Rightarrow P=12atm$$

B ۱۱۶۶ ۲

با توجه به معادلهٔ حالت داریم: $PV=nRT\Rightarrow\frac{5}{4}P_0\times V=1\times R\times T$ (I)

در حالت دوم هم‌جرم نیتروژن، هلیم به مخزن اضافه شده، مول هلیم اضافه شده را به‌دست می‌آوریم:

$$n_{N_2}=\frac{m_{N_2}}{M_{N_2}}\xrightarrow[M_{N_2}=28g/mol]{n_{N_2}=1}1=\frac{m_{N_2}}{28}\Rightarrow m_{N_2}=28g$$

$$n_{He}=\frac{m_{He}}{M_{He}}=\frac{28}{4}=7mol$$

پس در حالت ثانویه تعداد مول درون مخزن برابر $1+7=8mol$ می‌شود:

$$P'V=n'RT\Rightarrow P'\times V=8RT\qquad(II)$$

دو معادلهٔ (I) و (II) را بر هم تقسیم می‌کنیم: $\frac{(II)}{(I)}:\frac{P'V}{\frac{5}{4}P_0V}=\frac{8RT}{RT}\Rightarrow P'=10P_0$

دقت کنید فشار P' به‌دست آمده فشار مطلق است نه فشار پیمانه‌ای پس:

$$P'=10P_0\xrightarrow{P'=P'_{\text{پیمانه‌ای}}+P_0}P'_{\text{پیمانه‌ای}}+P_0=10P_0\Rightarrow P'_{\text{پیمانه‌ای}}=9P_0$$

C ۱۱۶۷ ۱

خط فکری مسئله‌ای چند مرحله‌ای است، برای آنکه درصد مولکول‌های اکسیژن را به‌دست بیاوریم باید تعداد مول‌های اکسیژن موجود در محفظه و تعداد مول‌های هلیم موجود در محفظه را حساب کرد. پس ابتدا تعداد کل مول‌ها را به کمک قانون گازها حساب کنید و مراحل زیر را طی کنید تا به پاسخ برسید.

۱ با توجه به قانون گازها تعداد مول‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$PV=nRT\Rightarrow2\times10^5\times33/6\times10^{-3}=n\times8\times(273+7)\Rightarrow n=3$$

۲ تعداد کل مول‌ها درون محفظه برابر $3mol$ است، یعنی جمع مول‌های گاز اکسیژن و جمع مول‌های گاز هلیم برابر ۳ است.

$$n_{O_2}+n_{He}=3\Rightarrow\frac{m_{O_2}}{32}+\frac{m_{He}}{4}=3\Rightarrow m_{O_2}+8m_{He}=96g\quad(1)$$

۳ اکنون یک معادله با دو مجهول داریم و باید دنبال یک معادلهٔ دیگری بین جرم دو گاز در صورت مسئله بگردیم. حق با شماست، مجموع جرم دو گاز $54g$ است. بنابراین:

$$m_{O_2}+m_{He}=54g\quad(2)$$

۴ اکنون دستگاه دو معادله و دو مجهول را حل می‌کنیم و جرم گازها را به‌دست می‌آوریم:

$$(1),(2)\Rightarrow\begin{cases}m_{O_2}+8m_{He}=96g\\ m_{O_2}+m_{He}=54g\end{cases}\Rightarrow7m_{He}=42\Rightarrow\begin{cases}m_{He}=6g\\ m_{O_2}=48g\end{cases}$$

۵ تعداد مول گازهای هلیم و اکسیژن را به‌دست می‌آوریم:

$$n_{He}=\frac{6}{4}=1/5, n_{O_2}=\frac{48}{32}=1/5$$

۶ تعداد مول‌های گاز اکسیژن نصف تعداد مول‌های کل گاز موجود در محفظه است. با توجه به رابطهٔ $(N=nN_A)$، در این صورت تعداد مولکول‌های گاز اکسیژن نصف کل مولکول‌های گاز موجود در محفظه یعنی ۵۰٪ آن است.

B ۱۱۶۸ ۱

۱ تعداد مول‌های هر گاز را به‌دست می‌آوریم:

$$n_{He}=\frac{m}{M}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}mol\ ,\ n_{O_2}=\frac{m}{M}=\frac{16}{32}=\frac{1}{2}mol$$

۲ مجموع مول‌های درون مخزن برابر است با: $n=n_{He}+n_{O_2}\Rightarrow n=1mol$

۳ حجم مخلوط گاز را به کمک قانون گازها حساب می‌کنیم:

$$PV=nRT\xrightarrow[R=8J/mol.K]{P=10^5Pa, T=300K}10^5\times V=1\times8\times300\Rightarrow V=0/024m^3$$

۴ چگالی مخلوط گاز را به کمک تعریف چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{(2+16)\times10^{-3}}{24\times10^{-3}}\Rightarrow\rho=\frac{18}{24}\Rightarrow\rho=0/75kg/m^3$$

بازی با سؤال **مخزنی به حجم ۲۴ لیتر شامل مقداری گاز هلیم و مقداری گاز اکسیژن در دمای $27^\circ C$ و فشار $1atm$ است. اگر چگالی مخلوط $0/75kg/m^3$ باشد، در مخزن چند گرم گاز اکسیژن وجود دارد؟** $(M_{O_2}=32g/mol, M_{He}=4g/mol, R=8J/mol.K)$

۱) ۱۶ ۲) ۲ ۳) ۱۲ ۴) ۶

گزینهٔ ۱

B ۱۱۶۹ ۳

افزایش فشار گاز برابر افزایش فشار پیمانه‌ای گاز است، زیرا:

$$\Delta P=P_2-P_1=(P_0+P_{2ب})-(P_0+P_{1ب})=P_{2ب}-P_{1ب}=18cmHg$$

با توجه به قانون گازها در حجم ثابت می‌توان نوشت: $\frac{P_2}{T_2}=\frac{P_1}{T_1}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{T_2}{T_1}$

با استفاده از تفضیل در صورت خواهیم داشت:

$$\frac{P_2-P_1}{P_1}=\frac{T_2-T_1}{T_1}\Rightarrow\frac{\Delta P}{P_1}=\frac{\Delta T}{T_1}\Rightarrow\frac{18}{P_1}=\frac{87-27}{273+27}\Rightarrow\frac{18}{P_1}=\frac{60}{300}\Rightarrow P_1=90cmHg$$

بازی با سؤال **درون استوانه‌ای ۴ لیتر گاز کامل در دمای $27^\circ C$ قرار دارد. فشارسنج، فشار گاز را $4atm$ نشان می‌دهد. اگر دمای گاز را به $87^\circ C$ و حجم آن را به ۸ لیتر برسانیم، فشارسنج فشار گاز را چند اتمسفر نشان می‌دهد؟ (فشار هوای بیرون $1atm$ است.)** خارج تجربی - ۹۶

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

B ۱۱۷۰ ۲

۱ فشار پیمانه‌ای گاز در حالت اول $\frac{1}{3}$ فشار هوای محیط است، $P_{1g}=\frac{1}{3}P_0$

بنابراین: $P_1=P_0+P_{1g}=P_0+\frac{1}{3}P_0\Rightarrow P_1=\frac{4}{3}P_0$

۲ حجم گاز برابر حجم محفظهٔ حاوی گاز است. در حالت دوم حجم ۲۰٪ کاهش یافته، از این رو: $V_2=V_1-\frac{20}{100}V_1\Rightarrow V_2=\frac{80}{100}V_1$

۳ دما ثابت بوده پس قانون گازها را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$P_1V_1=P_2V_2\Rightarrow(\frac{4P_0}{3})V_1=(P_0+P_{2ب})V_2\Rightarrow(\frac{4P_0}{3})V_1=(P_0+P_{2ب})\times\frac{80}{100}V_1$$

۴ در نتیجه فشار پیمانه‌ای برابر خواهد شد با: $\frac{4P_0}{3}=\frac{4}{5}(P_0+P_{2ب})\Rightarrow P_{2ب}=\frac{2P_0}{3}$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{P_{2ب}}{P_{1ب}}=\frac{\frac{2P_0}{3}}{\frac{1}{3}P_0}=2$$

۱ ۱۱۷۱ B

فشار مطلق گاز درون لاستیک در حالت اول ۳۴۲kPa است. در حالت دوم فشار هوای لاستیک توسط فشارسنج اندازه‌گیری شده است، یعنی فشار پیمانه‌ای لاستیک $P_{2g}=241kPa$ است زیرا فشارسنج، فشار پیمانه‌ای را اندازه‌گیری می‌کند. بنابراین فشار ثانویه خواهد شد:

$$P_2=241+101\Rightarrow P_2=342kPa$$

حجم هوا ٪۱۰ افزایش یافته از این رو حجم ثانویه برابر است با: $V_2=V_1+0/1V_1=1/1V_1$

به کمک قانون گازها، دما را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{342\times V_1}{273+7}=\frac{342\times 1/1V_1}{T_2}\Rightarrow T_2=308K\Rightarrow\theta_2=35^\circ C$$

بازی با سؤال **در صبح یک روز زمستانی که دمای هوا $-3^\circ C$ است، فشار هوای درون لاستیک اتومبیلی ۲/۷ اتمسفر است. اگر این اتومبیل به منطقه‌ای برده شود که بعد از تعادل حرارتی، فشار گاز درون لاستیک به ۳ اتمسفر برسد، دمای این منطقه چند درجهٔ سلسیوس است؟ (حجم تایر ثابت فرض شده است.)**

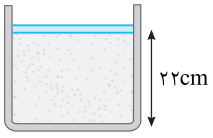
خارج تجربی - ۸۹

۱) ۳ ۲) ۱۳ ۳) ۲۷ ۴) ۳۷

گزینهٔ ۳

۲ ۱۱۷۲ B

خط فکری نکتهٔ مهمی که در حل این مسأله باید به آن دقت کنید، ثابت ماندن فشار گاز درون استوانه در اثر تغییر دما است. یعنی تغییر دما تنها سبب تغییر حجم گاز می‌شود. از طرفی حجم گاز برابر حجم استوانه یعنی $V=Ah$ است. اکنون به کمک قانون گازها می‌توانید مسأله را حل کنید.



فشار ثابت است و قانون گازها را به صورت زیر می‌نویسیم:

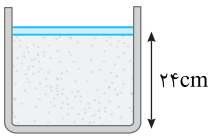
$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\xrightarrow{V=Ah}\frac{Ah_1}{T_1}=\frac{Ah_2}{T_2}\xrightarrow[\theta_1=57^\circ C,\theta_2=27^\circ C]{T=273+\theta}$$

$$\frac{22}{273+57}=\frac{h_2}{273+27}\Rightarrow\frac{22}{330}=\frac{h_2}{300}\Rightarrow h_2=20cm$$

بنابراین پیستون به اندازهٔ $22-20=2cm$ پایین می‌آید.

میانبر می‌توان بدون تبدیل یکای دما با استفاده از رابطهٔ $\frac{\Delta h}{h_1}=\frac{\Delta T}{T_1}$ مسأله را حل کرد.

بازی با سؤال **مطابق شکل در زیر پیستون، گاز کامل با دمای $27^\circ C$ محبوس است. اگر دمای گاز کامل را به $127^\circ C$ برسانیم، پیستون چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود؟ (پیستون بدون اصطکاک است.)**



۱) ۰/۸ ۲) ۸ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۸

گزینهٔ ۲

۴ ۱۱۷۳ B

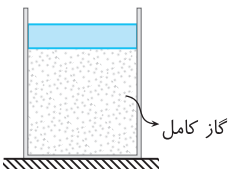
خط فکری فشار گاز برابر مجموع فشار هوا P_0 و فشار ناشی از وزن پیستون است که در دو حالت قبل و بعد از افزایش دما، یکسان است $(P_1=P_2)$ اکنون کافی است با توجه به این مطالب به کمک قانون گازها مسئله را حل کنید.

۱ بنا به قانون گازها:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_1}{T_1}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{V_2}{V_1}$$

۲ در کسر بالا تفضیل نسبت در صورت انجام می‌دهیم.

$$\frac{T_2-T_1}{T_1}=\frac{V_2-V_1}{V_1}\Rightarrow\frac{\Delta T}{T_1}=\frac{\Delta V}{V_1}\quad(I)$$



۳ دمای اولیهٔ گاز برحسب کلوین برابر $T_1=27+237=300K$ و تغییر حجم آن خواهد شد:

$$\Delta V=A\times\Delta h\xrightarrow[h=2cm]{A=50cm^2}\Delta V=50\times 2=100cm^3$$

۴ در رابطهٔ (I) جایگذاری می‌کنیم.

$$\frac{\Delta T}{300}=\frac{100}{2000}\Rightarrow\Delta T=15K$$

۳ ۱۱۷۴ C

$$P_1=P_0+\frac{W}{A}$$

$$P_3=P_0+\frac{2W}{A}$$

فشار گاز درون این استوانه برابر مجموع فشار هوا و فشار ناشی از وزنه $(P=\frac{W}{A})$ است. بنابراین فشار کل گاز در حالت اول $P_1=P_0+\frac{W}{A}$ و در حالت دوم برابر $P_2=P_0+\frac{2W}{A}$ است. برای پاسخ‌گویی به سؤال باید مشخص کنیم با قرار دادن وزنه روی پیستون فشار گاز چند برابر می‌شود:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{P_0+2\frac{W}{A}}{P_0+\frac{W}{A}}=\frac{P_0+\frac{W}{A}+\frac{W}{A}}{P_0+\frac{W}{A}}=\frac{P_0+\frac{W}{A}}{P_0+\frac{W}{A}}+\frac{\frac{W}{A}}{P_0+\frac{W}{A}}$$

$$\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=1+\frac{\frac{W}{A}}{P_0+\frac{W}{A}}$$

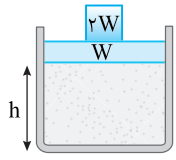
قطعاً $\frac{\frac{W}{A}}{P_0+\frac{W}{A}}$ از یک کوچک‌تر است. بنابراین $\frac{P_2}{P_1}$ از ۲ کمتر است یعنی فشار گاز دو برابر نمی‌شود. البته $P_2>P_1$ است، یعنی:

$$1<\frac{P_2}{P_1}<2$$

در دمای ثابت حجم گاز با فشار گاز نسبت وارون دارد، بنابراین:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{V_1}{V_2}\Rightarrow 1<\frac{V_1}{V_2}<2\Rightarrow\frac{1}{2}<\frac{V_2}{V_1}<1\xrightarrow{K=\frac{V_2}{V_1}}0/5<K<1$$

بازی با سؤال **در شکل زیر مقداری گاز درون یک محفظه زیر پیستون بدون اصطکاکی با سطح مقطع $200cm^2$ محبوس است. اگر در دمای ثابت وزنهٔ $2W$ را از روی پیستون برداریم، h دو برابر می‌شود. W چند نیوتون است؟ $(P_0=10^5Pa, g=10N/kg)$**



۱) ۲۰۰۰ ۲) ۴۰۰۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۴۰۰

گزینهٔ ۱

۳ ۱۱۷۵ B

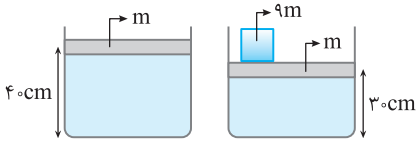
فرایند دما ثابت است:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow{T_1=T_2}P_1V_1=P_2V_2$$

حجم اولیه و ثانویهٔ گاز محبوس را حساب می‌کنیم:

$$V_1=Ah_1=40A$$

$$V_2=Ah_2=30A$$



جرم روی گاز محبوس در حالت اول، جرم پیستون m و در حالت دوم، جرم وزنه و جرم پیستون است: $۹m+m=۱۰m$ است که را $m=۱/۷۵kg$ است:

$$P_۱=P_۰+\frac{mg}{A}\Rightarrow P_۱=P_۰+\frac{۱۷/۵}{۵۰\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow P_۱=P_۰+۰/۳۵\times۱۰^{۴}$$

$$P_۲=P_۰+\frac{۱۰mg}{A}\Rightarrow P_۲=P_۰+\frac{۱۷۵}{۵۰\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow P_۲=P_۰+۳/۵\times۱۰^{۴}$$

حال مقدارهای به‌دست آمده را در قانون گازها قرار می‌دهیم:

$$P_۱V_۱=P_۲V_۲\Rightarrow P_۱\times۴۰A=P_۲\times۳۰A\Rightarrow ۴P_۱=۳P_۲$$

$$\Rightarrow ۴P_۰+۱/۴\times۱۰^{۴}=۳P_۰+۱۰/۵\times۱۰^{۴}\Rightarrow P_۰=(۱۰/۵-۱/۴)\times۱۰^{۴}$$

$$\Rightarrow P_۰=۹/۱\times۱۰^{۴}\,Pa$$

۲ | ۱۱۷۶ | B

فشار و حجم اولیه را حساب می‌کنیم:

$$P_۱=P_۰+\frac{W}{A}\Rightarrow P_۱=۱۰^{۵}+\frac{۴۰}{A}\ ,\ V_۱=Ah_۱\Rightarrow V_۱=۲۶A$$

فشار و حجم ثانویه را بررسی می‌کنیم:

$$P_۲=P_۰+\frac{W'}{A}\Rightarrow P_۲=۱۰^{۵}+\frac{۱۲۰}{A}\ ,\ V_۲=Ah_۲\Rightarrow V_۲=۲۲A$$

فرایند هم‌دما بوده، حال با توجه به قانون گازها داریم:

$$P_۱V_۱=P_۲V_۲\Rightarrow(۱۰^{۵}+\frac{۴۰}{A})\times۲۶A=(۱۰^{۵}+\frac{۱۲۰}{A})۲۲A$$

$$۱۳\times۱۰^{۵}+\frac{۵۲۰}{A}=۱۱\times۱۰^{۵}+\frac{۱۳۲۰}{A}\Rightarrow ۲\times۱۰^{۵}=\frac{۸۰۰}{A}$$

$$\Rightarrow A=۴۰۰\times۱۰^{-۵}m^۲=۴۰\times۱۰^{-۴}m^۲=۴۰(cm)^۲$$

۱ | ۱۱۷۷ | B

خط فکری قرار است که پیستون جابه‌جا نشود. یعنی حجم گاز ثابت بماند، بنابراین از قانون گازها به صورت $\frac{P_۱}{T_۱}=\frac{P_۲}{T_۲}$ باید استفاده کرد. فشار گاز نیز برابر مجموع فشار هوای محیط و فشار پیستون است $(P=P_۰+\frac{W}{A})$.

۱ دمای گاز در دو حالت را برحسب کلوین به‌دست می‌آوریم:

$$T=۲۷۳+\theta\Rightarrow\begin{cases}\theta_۱=۲۷^\circ C\Rightarrow T_۱=۲۷۳+۲۷=۳۰۰K\\ \theta_۲=۸۷^\circ C\Rightarrow T_۲=۲۷۳+۸۷=۳۶۰K\end{cases}$$

۲ جرم پیستون و وزنه در حالت اول $۱+۴=۵kg$ است. از این رو فشار گاز در حالت اول خواهد شد:

$$P_۱=P_۰+\frac{W}{A}\Rightarrow P_۱=۱۰^{۵}+\frac{۵\times۱۰}{۵\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow P_۱=۲\times۱۰^{۵}Pa$$

۳ اگر جرم اضافه شده روی پیستون را با حرف m' نمایش دهیم، فشار گاز در حالت دوم خواهد شد:

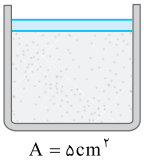
$$P_۲=P_۰+\frac{(۵+m')\times۱۰}{۵\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow P_۲=۱۰^{۵}+\frac{۵+m'}{۵}\times۱۰^{۵}=۱۰^{۵}\times\frac{۵+۵+m'}{۵}\Rightarrow P_۲=\frac{۱۰+m'}{۵}\times۱۰^{۵}$$

۴ قانون گازها را می‌نویسیم $(V_۱=V_۲)$

$$\frac{P_۱}{T_۱}=\frac{P_۲}{T_۲}\Rightarrow\frac{۲\times۱۰^{۵}}{۳۰۰}=\frac{\frac{۱۰+m'}{۵}\times۱۰^{۵}}{۳۶۰}\Rightarrow ۱۲=۱۰+m'\Rightarrow m'=۲kg$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو زیر یک پیستون بدون اصطکاک به جرم ۵kg مقداری گاز در دمای $۲۷^\circ C$ قرار دارد. به تدریج روی پیستون ۲kg وزنه اضافه می‌کنیم. دمای گاز را به آرامی چند $^\circ C$ تغییر دهیم تا پیستون جابه‌جا نشود؟ $(P_۰=۱۰^{۵}Pa, g=۱۰m/s^۲)$



گزینه ۴

۱) ۸۷، افزایش ۲) ۸۷، کاهش ۳) ۶۰، کاهش ۴) ۶۰، افزایش

۱ | ۱۱۷۸ | A

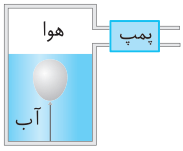
در ارتفاعات بالا فشار هوای محیط کاهش می‌یابد، در دمای ثابت فشار هوای اطراف بسته‌های نوشیدنی و دسر کم شده این کاهش فشار بیرونی باعث می‌شود که هوای درون بسته‌ها منبسط شده و افزایش حجم پیدا کند و بسته‌ها باد کنند. در واقع در ابتدا فشار درون بسته‌ها و فشار هوای بیرون برابر است و با کاهش فشار هوای بیرون، فشار بیشتر درون بسته‌ها سبب می‌گردد که بسته‌ها باد کنند و حجم افزایش یابد. یعنی با توجه به قانون گازهای آرمانی $\downarrow PV\uparrow=nRT$ در دمای ثابت با کاهش فشار، حجم زیاد می‌شود و بسته‌ها باد می‌کنند.

۴ | ۱۱۷۹ | B

فشار هوای درون سرنگ برابر مجموع فشار هوای بیرون و فشار ستون آب است $(P=P_۰+\rho gh)$ و وقتی که ظرف را به آرامی گرم می‌کنیم، فشار ثابت می‌ماند، اما دمای آب و هوای درون ظرف افزایش می‌یابد که سبب افزایش حجم هوای درون سرنگ می‌شود $(\frac{V\uparrow}{T\uparrow}=\text{ثابت})$. مقدار هوای درون سرنگ نیز ثابت می‌ماند زیرا هوا از سرنگ خارج یا به آن وارد نمی‌شود، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

۳ | ۱۱۸۰ | C

وقتی پمپ شروع به کار کرده و هوای درون محفظه را خارج می‌کند، فشار هوای محبوس در محفظه کاهش می‌یابد. این مسأله باعث می‌شود که فشار اطراف بادکنک که برابر مجموع فشار هوا و فشار آب است، کاهش یابد. چون فشار اطراف بادکنک کاهش می‌یابد، حجم هوای درون بادکنک افزایش می‌یابد.



۱ | ۱۱۸۱ | B

خط فکری حجم گاز، دمای گاز و تعداد مول‌های گاز را در اختیار داریم. بنابراین می‌توانیم فشار گاز را در عمق دریاچه به کمک قانون گازها حساب کنیم، سپس با توجه به فشار کل در کف دریاچه $(P=P_۰+\rho gh)$، عمق آب دریاچه را به‌دست بیاوریم.

۱ فشار گاز درون حباب را حساب می‌کنیم:

$$PV=nRT\xrightarrow[T=۲۷۳+۲۷\Rightarrow T=۳۰۰K]{V=۴cm^۳=۴\times۱۰^{-۶}m^۳,\ n=۲/۵\times۱۰^{-۳}mol}$$

$$P\times۴\times۱۰^{-۶}=۲/۵\times۱۰^{-۳}\times۸\times۳۰۰\Rightarrow P=۱۵\times۱۰^{۵}Pa$$

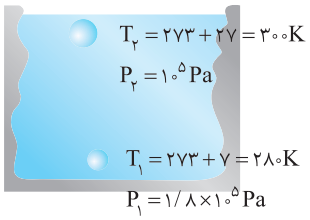
۲ فشار گاز درون حباب برابر فشار کل مایع در کف دریاچه است. از این رو:

$$P=P_۰+\rho gh\xrightarrow[g=۱۰N/kg]{P_۰=۱۰^{۵}Pa,\ \rho=۱۰^{۳}kg/m^۳}۱۵\times۱۰^{۵}=۱۰^{۵}+۱۰^{۳}\times۱۰\times h$$

$$\xrightarrow[\text{به }۱۰^{۴}\text{ تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را}}۱۵۰=۱۰+h\Rightarrow h=۱۴۰m$$

۱ | ۱۱۸۲ | A

با توجه به مسئله، داده‌ها را روی شکل می‌نویسیم و با نوشتن قانون گازهای آرمانی، حجم حباب در سطح آب را حساب می‌کنیم:



$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\Rightarrow\frac{۱/۸\times۱۰^{۵}\times۱/۴}{۲۸۰}=\frac{۱۰^{۵}\times V_۲}{۳۰۰}\Rightarrow V_۲=۲/۷cm^۳$$

بنابراین تغییر حجم حباب برابر است با: $\Delta V=V_۲-V_۱=۲/۷-۱/۴=۱/۳cm^۳$

بازی با سؤال **حجم حباب هوایی، زمانی که از کف دریاچه‌ای به سطح آب می‌آید، ۳/۳ برابر می‌شود. اگر دمای حباب در سطح دریاچه نسبت به دمای حباب در کف دریاچه برحسب کلوین ده درصد افزایش یابد، عمق دریاچه چند متر است؟ (فشار هوا $۱۰^{۵}Pa$ و چگالی آب $۱g/cm^۳$ است.)**

۱) ۳۳ ۲) ۲۲ ۳) ۲۰ ۴) ۳۰

گزینه ۳

B ۴ ۱۱۸۳

فشار در ارتفاع ۲/۵ کیلومتری از سطح زمین خواهد شد:

$$P=P_{\circ}-\rho gh\Rightarrow P=10^5-1/2\times10\times2500\Rightarrow P=7\times10^4\,Pa$$

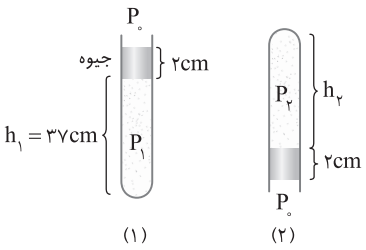
به کمک قانون گازها، حجم گاز را در ارتفاع ۲۵۰۰ متری به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow[T_2=273+(-63)=210K]{T_1=273+27=300K}\frac{10^5V_1}{300}=\frac{7\times10^4V_2}{210}\Rightarrow V_2=V_1$$

در این صورت تغییر حجم برابر با صفر خواهد شد: $\Delta V=V_2-V_1=0$

C ۱ ۱۱۸۴

دقت کنید که لوله تغییر حالت داده است، بنابراین مسأله از قانون گازها حل می‌شود. با توجه به شکل‌های رسم شده می‌توان نوشت:



فشار گاز در حالت اول (شکل (۱)) و حالت دوم (شکل (۲)) را به‌دست بیاوریم.

۱ در حالت اول گاز زیر ۲cm جیوه قرار دارد و فشار آن برابر مجموع فشار هوا و فشار ۲cm جیوه است: $P_{\text{گاز}}=P_{\circ}+P_{\text{جیوه}}\Rightarrow P_1=P_{\circ}+2$:شکل (۱)

۲ در حالت دوم، گاز بالای ۲cm جیوه است و فشار گاز برابر تفاضل فشار هوای محیط و فشار ۲cm جیوه است: $P_{\text{گاز}}=P_{\circ}-P_{\text{جیوه}}\Rightarrow P_2=P_{\circ}-2$:شکل (۲)

۳ حجم گاز برابر ارتفاع گاز ضربدر مساحت سطح مقطع گاز است، بنابراین:

در حالت اول: $V_1=Ah_1$ ، در حالت دوم: $V_2=Ah_2$

۴ قانون گازها را نوشته و h_2 را حساب می‌کنیم:

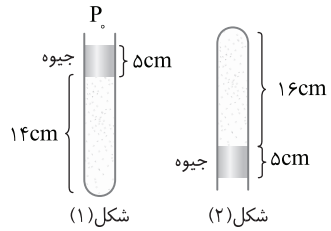
$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow{T_1=T_2}P_1V_1=P_2V_2\Rightarrow(P_{\circ}+2)V_1=(P_{\circ}-2)V_2$$

$$\Rightarrow(P_{\circ}+2)Ah_1=(P_{\circ}-2)Ah_2\Rightarrow78h_1=74h_2$$

$$\Rightarrow h_2=\frac{78h_1}{74}=\frac{78\times37}{74}=39cm$$

۵ جابه‌جایی ستون جیوه خواهد شد: $\Delta h=h_2-h_1=39-37=2cm$

بازی با سؤال **درون لولهٔ باریکی مطابق شکل چند قطره جیوه می‌ریزیم (شکل ۱)، به طوری که طول ستون جیوه ۵ سانتی‌متر شود. وقتی لوله را واژگون می‌کنیم طول ستون هوا به ۱۶ سانتی‌متر می‌رسد (شکل ۲). فشار هوای خارج چند سانتی‌متر جیوه است؟**



۱) ۷۶ ۲) ۷۵ ۳) ۷۴ ۴) ۷۲

گزینهٔ ۲

B ۴ ۱۱۸۵

خط فکری در تمام مدت گرما دادن، فشار گاز محبوس در لولهٔ آزمایش برابر مجموع فشار هوا و فشار مایع بالای سر آن است $(P_1=P_2=P_{\circ}+\rho gh)$ یعنی فشار ثابت است، بنابراین شما تنها کافی است حجم گاز و دمای گاز در حالت اول و حالت دوم را در قانون گازها قرار دهید.

حالت اول:

$$V_1=Ah_1\ ,\ T_1=273+\theta_1\xrightarrow{\theta_1=-3^{\circ}C}T_1=273+(-3)=270K$$

حالت دوم:

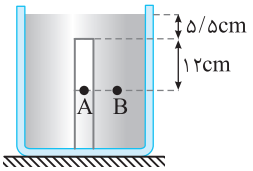
$$V_2=Ah_2\ ,\ T_2=273+\theta_2\xrightarrow{\theta_2=87^{\circ}C}T_2=273+87=360K$$

بنابر قانون گازها در فشار ثابت خواهیم داشت:

$$\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_1}{T_1}\Rightarrow\frac{Ah_2}{T_2}=\frac{Ah_1}{T_1}\Rightarrow\frac{h_2}{T_2}=\frac{h_1}{T_1}\Rightarrow\frac{h_2}{360}=\frac{h}{270}\Rightarrow h_2=\frac{4}{3}h$$

B ۱ ۱۱۸۶

ابتدا مشخص می‌کنیم که این مسئله ترکیبی از فصل گرما (قانون گازها) و فصل ویژگی‌های ماده است.

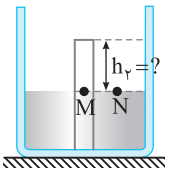


۱ با توجه به خط تراز فشار نقطهٔ A و B برابر است.

فشار در نقطهٔ A، فشار گاز محبوس (P_1) بوده و فشار در نقطهٔ B، مجموع فشار هوا و فشار ستون جیوهٔ بالای نقطهٔ B است. $(P_{Hg}=5/5+12=17/5cmHg)$

$$P_A=P_B\Rightarrow P_1=P_{\circ}+P_{Hg}=75+17/5\Rightarrow P_1=92/5cmHg$$

۲ حجم گاز در حالت اول برابر است با: $V_1=Ah_1\xrightarrow{h_1=12cm}V_1=12A$



۳ وقتی سطح جیوه در لوله و ظرف یکی می‌شود، فشار گاز درون محفظه با فشار هوای بیرون یکسان شده است. $P_M=P_N\Rightarrow P_2=P_{\circ}=75cmHg$

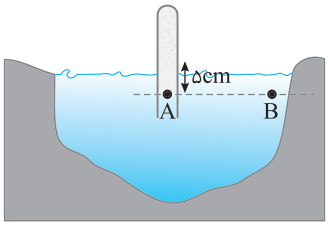
۴ حجم گاز در حالت جدید $V_2=Ah_2$ می‌شود.

۵ قانون گازها را می‌نویسیم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow{T_1=T_2}92/5\times12A=75\times Ah_2\Rightarrow h_2=14/8cm$$

B ۳ ۱۱۸۷

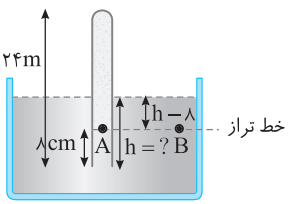
خط فکری دقت کنید در فصل ویژگی‌های ماده و فشار، به‌طور مثال شکلی به صورت زیر به شما داده می‌شد و از شما خواسته می‌شد که فشار گاز محبوس در بالای لوله را حساب کنید و در تمام مسأله اشاره‌ای به جابه‌جایی لوله نمی‌شد و شما به سادگی با یک خط تراز و برابر قرار دادن فشار در نقاط A و B مسأله را حل می‌کردید.



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}=P_{\circ}+P_{\text{جیوه}}\Rightarrow P_{\text{گاز}}=75+5=80cmHg$$

اما در مسائلی که در آن لوله درون مایع وارونه شده و لوله درون مایع هل داده و یا مقداری لوله را از مایع خارج می‌کنند، در واقع حجم هوای محبوس درون لوله را تغییر می‌دهند، شما باید به سراغ قانون گازها بروید.

۱ **حالت اول:** لولهٔ به طول ۲۴m حاوی هواست، بنابراین حجم هوای درون لوله $(V_1=Ah_1\Rightarrow V_1=24A)$ و فشار آن برابر فشار هوا $(P_1=P_{\circ}=10^5Pa)$ است.



۲ **حالت دوم:** با وارونه کردن لوله درون آب دریاچه، $\frac{1}{3}$ طول لوله یعنی $24\times\frac{1}{3}=8m$ از آب پر شده و $\frac{2}{3}$ آن یعنی $24\times\frac{2}{3}=16m$ ارتفاع هوای بالای لوله بوده و حجم هوا برابر $V_2=16A$ است.

۳ اما در حالت دوم با توجه به خط تراز، فشار درنقطهٔ A و B برابر است، فشار در نقطهٔ A برابر فشار هوای محبوس و فشار در نقطهٔ B برابر فشار هوا بعلاوهٔ فشار ستون $(h-۸)$ متر است:

$$P_۲=P_۰+\rho g(h-۸)$$

۴ اکنون قانون گازها را نوشته و مسأله را حل می‌کنیم:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\xrightarrow{T_۱=T_۲}P_۰V_۱=[P_۰+\rho g(h-۸)]V_۲$$

$$۱۰^۵\times(۲۴\times A)=[۱۰^۵+۱۰۰۰\times۱۰\times(h-۸)]\times(۱۶\times A)$$

$$\Rightarrow ۳\times۱۰^۵=۲\times۱۰^۵+۲\times۱۰۰۰\times(h-۸)\Rightarrow۱۰^۵=۲۰۰۰\times(h-۸)$$

$$\Rightarrow ۵=h-۸\Rightarrow h=۱۳m$$

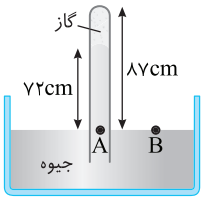
بازی با سؤال **لوله‌ای به طول L را که یک سر آن باز است به طور وارونه در آب دریاچه‌ای فرو می‌بریم تا نصف حجم لوله پر از آب شود. با فرض ثابت ماندن دمای هوای درون لوله، اختلاف سطح آب درون و بیرون لوله چند متر است؟** $(P_۰=۱۰^۵Pa, \rho_{آب}=۱g/cm^۳)$

۱) ۵ متر سطح آب درون لوله، بالاتر است.
۲) ۵ متر سطح آب درون لوله، پایین‌تر است.
۳) ۱۰ متر سطح آب درون لوله، پایین‌تر است.
۴) ۱۰ متر سطح آب درون لوله، بالاتر است.

گزینهٔ ۳

B ۱۱۸۸ ۲

خط فکری فشار هوای محیط افزایش یافته و سبب می‌گردد تا جیوهٔ درون لوله بیشتر بالا رود و حجم گاز کم شود اما افزایش دمای گاز سبب انبساط گاز شده و مجدداً ارتفاع جیوه به همان حالت اول باز می‌گردد. بنابراین حجم اولیه و نهایی گاز محبوس در بالای لوله ثابت می‌ماند. از طرفی دمای گاز در دو حالت داده شده، پس به کمک قانون گازها می‌توان فشار ثانویهٔ گاز را حساب کرد.



حالت اول: $T_۱=۲۷۳+\theta_۱\xrightarrow{\theta_۱=۲۷^\circ C}T_۱=۲۷۳+۲۷\Rightarrow T_۱=۳۰۰K$

با توجه به خط تراز: $P_A=P_B\Rightarrow P_{گاز}+P_{ستون جیوه}=P_۰\Rightarrow P_{گاز}=P_۰-P_{ستون جیوه}$

$$\Rightarrow P_۱=۷۵-۷۲=۳cmHg$$

۲ در حالت دوم دمای گاز خواهد شد:

$$T_۲=۲۷۳+\theta_۲\xrightarrow{\theta_۲=۴۷^\circ C}T_۲=۲۷۳+۴۷\Rightarrow T_۲=۳۲۰K$$

۳ قانون گازها را نوشته، فشار ثانویهٔ گاز را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\Rightarrow\frac{۳}{۳۰۰}=\frac{P_۲}{۳۲۰}\Rightarrow P_۲=۳/۲cmHg$$

۴ افزایش فشار گاز محبوس برابر افزایش فشار هوای محیط است، از این رو:

$$\Delta P=۳/۲-۳=۰/۲cmHg=۲mmHg$$

بنابراین فشار هوا ۲mmHg افزایش یافته است.

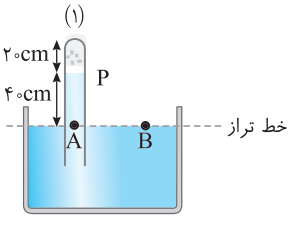
C ۱۱۸۹ ۴

۱ لوله به آرامی درون جیوه فرو برده شده و حجم گاز محبوس در آن نصف شده است.

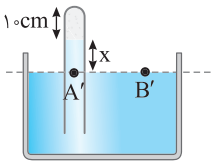
$$V_۲=\frac{۱}{۲}V_۱$$

۲ با توجه به خط تراز فشار هوای محبوس در حالت اول را حساب می‌کنیم:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{جیوه}+P_{گاز}=P_۰\Rightarrow P_{گاز}=P_۰-P_{جیوه}\Rightarrow P_۱=۷۶-۴۰=۳۶cmHg$$



۳ با فرو بردن لوله درون جیوه در حالت دوم اگر اندازهٔ ستون جیوه درون لوله تا سطح جیوهٔ درون ظرف را با x نمایش دهیم، فشار هوای محبوس در این حالت خواهد شد:



$$P_{A'}=P_{B'}\Rightarrow P_{گاز}+P_{جیوه}=P_۰\Rightarrow P_۲=P_۰-P_{جیوه}\Rightarrow P_۲=۷۶-x$$

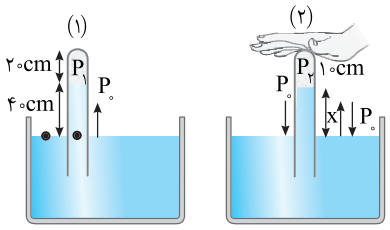
۴ با نوشتن قانون گازها، مقدار x را به‌دست می‌آوریم:

$$P_۱V_۱=P_۲V_۲\Rightarrow ۳۶\times۲۰=(۷۶-x)\times۱۰\Rightarrow ۷۲=۷۶-x\Rightarrow x=۴cm$$

۵ به شکل‌ها نگاه کنید. در ابتدا طول لولهٔ خارج از جیوه برابر $L_۱=۲۰+۴۰=۶۰cm$ و در حالت دوم طول لولهٔ خارج از جیوه برابر است با:

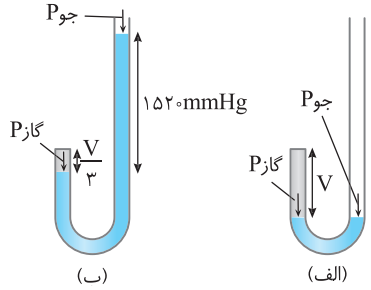
$$L_۲=۱۰+x=۱۰+۴\Rightarrow L_۲=۱۴cm$$

۶ اکنون افزایش فرورفتگی لوله در جیوه را می‌توان حساب کرد: $\Delta L=۶۰-۱۴=۴۶cm$

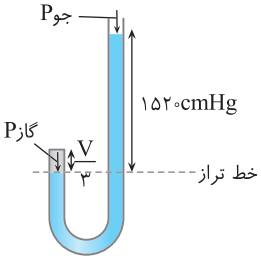


B ۱۱۹۰ ۱

در حالت اول که سطح جیوه در دو طرف لولهٔ U شکل یکسان است، فشار گاز برابر فشار هوای محیط $P_۱=P_۰$ است.



در حالت دوم با افزودن ۱/۵۲m جیوه بر لولهٔ سمت راست، حجم گاز $\frac{۱}{۳}$ شده است $(V_۲=\frac{۱}{۳}V_۱)$ و فشار گاز برابر مجموع فشار هوا و فشار ناشی از ستون $۱/۵۲m=۱۵۲cm$ جیوه است $(P_۲=P_۰+۱۵۲)$. قانون گازها در دمای ثابت را می‌نویسیم و با قرار دادن داده‌ها در آن، مسأله را حل می‌کنیم:



$$P_۱V_۱=P_۲V_۲\Rightarrow P_۰V_۱=(P_۰+۱۵۲)(\frac{۱}{۳}V_۱)\Rightarrow ۳P_۰=P_۰+۱۵۲$$

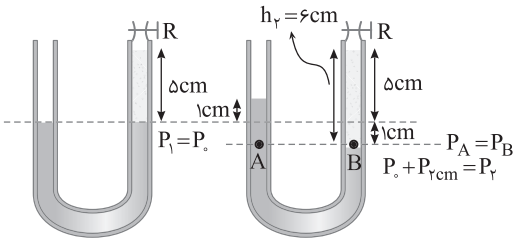
$$\Rightarrow ۲P_۰=۱۵۲\Rightarrow P_۰=۷۶cmHg$$

B ۱۱۹۱ ۱

خط فکری قرار است با افزایش دما، اختلاف ارتفاع ستون جیوه در دو طرف لولهٔ U شکل ۲cm شود. یعنی اگر در لولهٔ سمت راست، جیوه ۱cm پایین‌تر برود، در این صورت جیوه در لولهٔ سمت چپ نیز یک سانتی‌متر بالا می‌رود. بنابراین در حالت اول ارتفاع ستون هوای محبوس ۵cm و در حالت دوم ارتفاع ستون محبوس $۵+۱=۶cm$ خواهد شد و فشار هوای محبوس در سمت راست، برابر مجموع فشار هوا $(P_۰=۷۸cmHg)$ و فشار ستون ۲ سانتی‌متر جیوه می‌شود $(P_۲=۷۸+۲=۸۰cmHg)$. البته در حالت اول که سطح جیوه‌ها در دو طرف لوله یکی است، فشار هوای محبوس برابر فشار هوای محیط است $(P_۱=P_۰=۷۸cmHg)$. با دقت به این مطالب، می‌توانید مسأله را حل کنید.

۱ حالت اول: $V_۱=Ah_۱\Rightarrow V_۱=۵A\ ,\ P_۱=P_۰=۷۸cmHg$

۲ حالت دوم: $V_۲=Ah_۲\Rightarrow V_۲=۶A\ ,\ P_۲=۸۰cmHg$



۳ قانون گازها را نوشته، مسأله را حل می‌کنیم:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\xrightarrow{T_۱=۲۷۳+۳۹=۳۱۲K}\frac{۷۸\times۵A}{۳۱۲}=\frac{۸۰\times۶A}{T_۲}\Rightarrow T_۲=۳۸۴K$$

۴ مقدار افزایش دما را حساب می‌کنیم: $\Delta T=۳۸۴-۳۱۲\Rightarrow\Delta T=\Delta\theta=۷۲^\circ C$

B ۱۱۹۲ ۴

۱ در حالت اول، حجم گاز برابر است با: $V_۱=Ah_۱\Rightarrow V_۱=۳۰\times A$

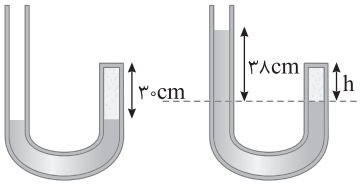
فشار گاز برابر است با: $P_۱=P_۰\Rightarrow P_۱=۷۶cmHg$

۲ در حالت دوم و پس از افزودن جیوه به لولهٔ U‌شکل، اگر ارتفاع ستون گاز را h بنامیم، حجم گاز خواهد شد: $V_۲=Ah$

فشار گاز در حالت دوم را با رسم یک خط تراز حساب می‌کنیم. در این حالت فشار گاز برابر مجموع فشار هوای محیط و فشار ستونی ۳۸cm جیوه است:

$$P_۲=P_۰+P_{\text{جیوه}}=۷۶+۳۸\Rightarrow P_۲=۱۱۴cmHg$$

۳ اکنون به کمک قانون گازها مسأله را حل می‌کنیم:



$$P_۱V_۱=P_۲V_۲$$
$$\Rightarrow ۷۶(A\times۳۰)=۱۱۴(A\times h)$$
$$h=\frac{۷۶\times۳۰}{۱۱۴}$$
$$\Rightarrow h=\frac{۳۸\times۳۰}{۵۷}=۲۰cm$$

B ۱۱۹۳ ۳

خط فکری قرار است سطح جیوه در سمت چپ روی نقطهٔ M ثابت بماند. یعنی حجم گاز مخزن تغییر نکند، بنابراین حجم جیوه ثابت است. در ابتدا سطح جیوه در دو طرف لولهٔ U‌شکل یکسان است. پس شما باید بفهمید که فشار گاز با فشار هوای بیرون برابر است و در حالت دوم فشار گاز برابر فشار هوای بیرون بعلاوهٔ فشار ستون جیوهٔ اضافه شده است. با دانستن این مطالب و قانون گازها مسئله را حل می‌کنیم.

۱ دمای گاز در دو حالت را برحسب کلوین به‌دست می‌آوریم:

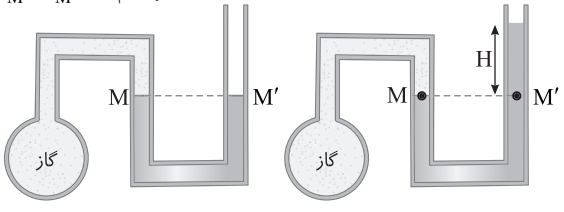
$$T=۲۷۳+\theta\Rightarrow\begin{cases}\theta_۱=۲۷^\circ C\Rightarrow T_۱=۲۷۳+۲۷=۳۰۰K\\ \theta_۲=۳۰+۲۷=۵۷^\circ C\Rightarrow T_۲=۲۷۳+۵۷=۳۳۰K\end{cases}$$

۲ فشار گاز در حالت دوم برابر است با: $P_۲=P_۰+P_H$

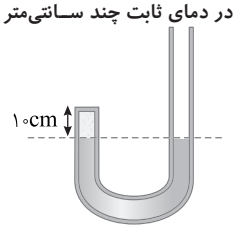
۳ قانون گازها را نوشته و H را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_۱V}{T_۱}=\frac{P_۲V}{T_۲}\Rightarrow\frac{P_۱}{T_۱}=\frac{P_۲}{T_۲}\Rightarrow\frac{۷۵}{۳۰۰}=\frac{P_۲}{۳۳۰}\Rightarrow P_۲=۸۲/۵cmHg$$

$$P_M=P_{M'}\Rightarrow P_۲=P_۰+H\Rightarrow ۸۲/۵=۷۵+H\Rightarrow H=۷/۵cmHg$$



بازی با سوال در لولهٔ U‌شکل مقابل در دمای ثابت چند سانتی‌متر مکعب جیوه به لولهٔ سمت راست اضافه کنیم تا ارتفاع گاز محبوس نصف شود؟ ($P_۰=۷۶cmHg$ و سطح مقطع لوله در دو طرف یکسان و برابر $۲cm^۲$ است.)



۱) ۱۵۲ ۲) ۱۶۲ ۳) ۸۶ ۴) ۱۷۲

گزینهٔ ۴

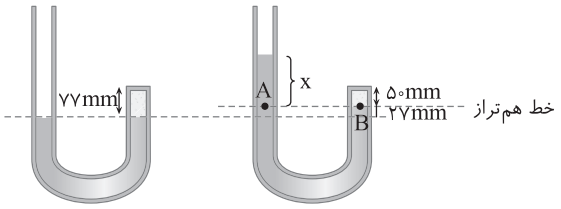
B ۱۱۹۴ ۴

۱ در حالت اول ارتفاع هوای محبوس ۷۷mm است، بنابراین حجم هوای محبوس برابر است با: $V_۱=Ah_۱=۱\times۱۰^{-۴}\times۷۷\times۱۰^{-۳}=۷/۷\times۱۰^{-۶}m^۳$

چون سطح جیوه در دو طرف یکسان است فشار هوای محبوس برابر فشار هوای محیط است. $P_۱=P_۰=۱۰^۵Pa$

۲ در حالت دوم شکلی در کنار شکل اول رسم می‌کنیم. ارتفاع ستون هوا ۵۰mm شده است، بنابراین حجم هوا در این حالت برابر شده است با:

$$V_۲=Ah_۲=۱\times۱۰^{-۴}\times۵۰\times۱۰^{-۳}=۵\times۱۰^{-۶}m^۳$$



۳ فشار گاز در حالت دوم با رسم خط تراز جدید خواهد شد:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_۰+P_x=P_{\text{گاز}۲}\Rightarrow P_۲=P_۰+\rho gh_{Hg}$$
$$\Rightarrow P_۲=۱۰^۵+۱۳۵۰۰\times۱۰\times x$$

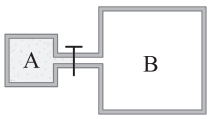
۴ با توجه به قانون گازها داریم:

$$\frac{P_۱V_۱}{T}=\frac{P_۲V_۲}{T}\Rightarrow۱۰^۵\times۷/۷\times۱۰^{-۶}=(۱۰^۵+۱۳۵۰۰۰x)\times۵\times۱۰^{-۶}$$
$$\Rightarrow۷/۷\times۱۰^۵=(۱۰^۵+۱/۳۵\times۱۰^۵x)\times۵\Rightarrow۷/۷=۵+۶/۷۵x$$
$$\Rightarrow x=۰/۴m=۴۰cm$$

۵ در این صورت با توجه به شکل باید ۴۰+۲/۷+۲/۷=۴۵/۴cm به ارتفاع جیوه اضافه کرد که حجم جیوهٔ اضافه شده خواهد شد: $\Delta V=A\Delta h=۱\times۴۵/۴=۴۵/۴cm^۳$

B ۱۱۹۵ ۳

خط فکری نکتهٔ مهمی که در حل این مسأله باید رعایت کنید این است که بعد از باز کردن شیر بین دو ظرف، تعداد مول‌های گاز اکسیژن تغییر نمی‌کند $(n_۲=n_۱)$ و حجم گاز در حالت اول که برابر حجم ظرف A بود $(V_۱=V_A=۲L)$



اکنون برابر مجموع حجم دو ظرف A و B یعنی $(V_۲=V_A+V_B=۵+۲=۷L)$ می‌شود. پس با نوشتن قانون گازها می‌توان مسأله را حل کرد.

۱ دمای گاز در دو حالت را برحسب کلوین می‌نویسیم:

$$T=۲۷۳+\theta\Rightarrow\begin{cases}\theta_۱=۴۷^\circ C\Rightarrow T_۱=۲۷۳+۴۷\Rightarrow T_۱=۳۲۰K\\ \theta_۲=۷^\circ C\Rightarrow T_۲=۲۷۳+۷\Rightarrow T_۲=۲۸۰K\end{cases}$$

۲ قانون گازها را نوشته و داده‌های مسأله را در آن قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases}P_۱V_۱=n_۱RT_۱\\ P_۲V_۲=n_۲RT_۲\end{cases}\xrightarrow{n_۱=n_۲}\frac{P_۲V_۲}{P_۱V_۱}=\frac{T_۲}{T_۱}$$
$$\xrightarrow[V_۱=۲L]{P_۱=۴atm\ ,\ V_۲=۷L}\frac{P_۲\times۷}{۴\times۲}=\frac{۲۸۰}{۳۲۰}\Rightarrow P_۲=۱atm$$

B ۱۱۹۶ **۱**

یادآوری وقتی دو ظرف را به هم وصل می‌کنیم، حجم کل گاز برابر مجموع حجم دو ظرف است.

می‌خواهیم پس از متصل کردن دو ظرف به هم، فشار نهایی مخلوط گازها را به‌دست آوریم، بنابراین ابتدا باید مقدار مول‌های گاز در هر ظرف را حساب کنیم:

$$n_{N_2}=\frac{m}{M}=\frac{14}{28}=0/5\,,\ n_{H_2}=\frac{4}{2}=2$$

بنابراین جمعاً ۲/۵ مول گاز خواهیم داشت که حجم آن $30+20=50$ لیتر بوده و در دمای $300K$ قرار دارند. به کمک قانون گازها فشار گاز را حساب می‌کنیم:

$$PV=nRT\Rightarrow P\times 50\times 10^{-3}=2/5\times 8\times 300\Rightarrow P=\frac{6000}{50\times 10^{-2}}=1/2atm$$

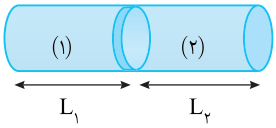
B ۱۱۹۷ **۳**

خط فکری دقت کنید بین دو قسمت ظرف یک پیستون قرار دارد که آزادانه می‌تواند جابه‌جا شود، یعنی با کمترین نیروی خالص، پیستون حرکت می‌کند. بنابراین اگر پیستون در حال تعادل باشد، معنی آن این است که نیرویی که از طرف گاز در دو طرف پیستون بر آن وارد می‌شود با هم برابر $(F_1=F_2)$ و در نتیجه فشار در قسمت (۱) و (۲) با هم برابر است:

$$F_1=F_2\Rightarrow P_1A=P_2A\Rightarrow P_1=P_2$$

با دانستن این مطلب شما کافی است قانون گازها را برای هر دو گاز نوشته و به کمک آن مطابق مراحل زیر مسأله را حل کنید.

اگر حجم هر یک از گازها را برحسب سطح مقطع استوانه (A) و طول استوانهٔ گاز (L) به صورت $V=AL$ در نظر بگیریم، با به‌کارگیری قانون برای دو گاز و تقسیم آن‌ها بر یکدیگر می‌توانیم نسبت $\frac{L_1}{L_2}$ را تعیین کنیم:



گاز نیتروژن: $P_1\ ,\ V_1=AL_1\ ,\ T_1\ ,\ n_1=2mol$

گاز هلیم: $P_2=P_1\ ,\ V_2=AL_2\ ,\ T_2=T_1$ (گازها هم‌دما هستند) $,\ n_2=5mol$

$$\frac{P_1V_1}{P_2V_2}=\frac{n_1RT}{n_2RT}\Rightarrow\frac{P_1\times AL_1}{P_1\times AL_2}=\frac{2\times T_1}{5\times T_1}\Rightarrow\frac{L_1}{L_2}=\frac{2}{5}=0/4$$

C ۱۱۹۸ **۲**

خط فکری ۱ پیستون رسانای گرماست و اگر دو گاز دارای دمای مختلف باشند، آنقدر گرما از قسمت گرم به قسمت سرد می‌رود تا دمای هر دو گاز یکی شود $(T_2'=T_1')$.

۲ پیستون بدون اصطکاک است و در ابتدا فشار یک گاز $2atm$ و فشار دیگر $5atm$ است. بنابراین پیستون آنقدر جابه‌جا می‌شود تا در حالت تعادل، فشار هر دو گاز با هم برابر شود $(P_2'=P_1')$.

۳ حجم دو گاز در حالت اول برابر است. قانون گازها را برای هر گاز در حالت اول بنویسید و با قرار دادن داده‌ها مسأله در آن، نسبت مول‌های دو گاز را به‌دست بیاورید. اکنون به سراغ حل مسأله می‌رویم. با توجه به داده‌های مسأله می‌توان نوشت:

گاز شمارهٔ (۱) در حالت اول:

$$P_1V_1=n_1RT_1$$

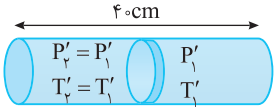
گاز شمارهٔ (۲) در حالت اول:

$$P_2V_2=n_2RT_2$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{P_1V_1}{P_2V_2}=\frac{n_1T_1}{n_2T_2}\xrightarrow{V_1=V_2}\frac{2}{5}=\frac{n_1}{n_2}\times\frac{300}{500}\Rightarrow\frac{n_1}{n_2}=\frac{2}{3}$$

پس از برقراری تعادل، وضعیت به صورت شکل زیر است:



گاز شمارهٔ (۱) در حالت دوم:

$$P_1'V_1'=n_1RT_1'$$

گاز شمارهٔ (۲) در حالت دوم:

$$P_2'V_2'=n_2RT_2'$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{P_1'V_1'}{P_2'V_2'}=\frac{n_1T_1'}{n_2T_2'}\xrightarrow{P_1'=P_2'\ ,\ T_1'=T_2'}\frac{V_1'}{V_2'}=\frac{2}{3}\quad(I)$$

حجم گاز برابر حجم ظرف آن است، از این‌رو: $V=Ah\Rightarrow V_1'=AL_1'\ ,\ V_2'=AL_2'$

در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{AL_1'}{AL_2'}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{40-L_2'}{L_2'}=\frac{2}{3}\Rightarrow 120-3L_2'=2L_2'\Rightarrow 120=5L_2'\Rightarrow L_2'=24cm$$

بنابراین پیستون به اندازهٔ $\Delta L=L_2'-L_2=24-20=4cm$ جابه‌جا می‌شود.

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۱۱۹۹ **۴**

۱ در دمای ثابت، ابعاد ظرف دو برابر شده است. بنابراین اگر ضلع ظرف را a فرض کنیم، حجم ظرف حاوی گاز خواهد شد: $V_1=a^3\ ,\ V_2=(2a)^3=8a^3\Rightarrow V_2=8V_1$

۲ با توجه به قانون گازها در دمای ثابت، فشار گاز را در این حالت حساب می‌کنیم:

$$P_2V_2=P_1V_1\Rightarrow P_2(8V_1)=P_1V_1\Rightarrow P_2=\frac{1}{8}P_1\quad(I)$$

۳ نیرویی که بر سطح هر ظرف وارد می‌شود ناشی از فشار گاز است. بنابراین ابتدا مساحت سطح هر وجه را در حالت جدید حساب می‌کنیم:

$$A_1=a^2\ ,\ A_2=(2a)^2\Rightarrow\frac{A_2}{A_1}=4\quad(II)$$

۴ نیروی وارد بر سطح هر وجه خواهد شد:

$$\begin{cases}\text{در حالت اول: } F_1=P_1A_1\\ \text{در حالت دوم: } F_2=P_2A_2\end{cases}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\frac{P_2}{P_1}\times\frac{A_2}{A_1}\xrightarrow{(I),(II)}\frac{F_2}{F_1}=\frac{1}{8}\times 4$$

$$\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\frac{1}{2}$$

میانبر در دمای ثابت اگر ابعاد یک ظرف n برابر شود، نیرویی که گاز بر سطح هر وجه وارد می‌کند $\frac{1}{n}$ می‌شود.

C ۱۲۰۰ **۳**

خط فکری در ابتدا مقداری گاز در فشار $1atm$ و دمای $-3^\circ C$ یعنی $273+(-3)=270K$ و حجم V_1 در اختیار داریم که می‌خواهیم حجم آن را به $22L$ و دمای آن را به $27^\circ C$ $(273+27=300K)$ و فشار آن را به $5atm$ برسانیم. با دانستن این مطلب می‌توانیم با نوشتن قانون گازها، حجم گاز اولیه را حساب کنیم و با توجه به اینکه هر بار تلمبه زدن $0/5L$ از گاز وارد مخزن شده است تعداد باری که باید تلمبه زده شود را به‌دست آوریم.

قانون گازها را در دو حالت می‌نویسیم:

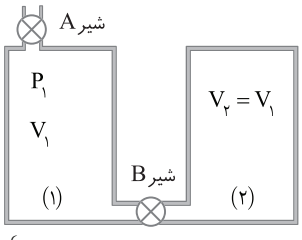
$$\begin{cases}P_1V_1=nRT_1\\ P_2V_2=nRT_2\end{cases}\Rightarrow\frac{P_1V_1}{P_2V_2}=\frac{T_1}{T_2}\Rightarrow\frac{1\times V_1}{5\times 22}=\frac{270}{300}\Rightarrow V_1=99L$$

بنابراین تعداد باری که باید تلمبه زده شود، خواهد بود:

$$V_1=N(0/5L)\Rightarrow N=\frac{99}{0/5}=198$$

B ۱۲۰۱ **۱**

۱ با باز کردن شیر A و خروج ۲۰٪ از جرم گاز تخلیه شده و تعداد مول‌ها در این حالت از n به $\frac{80}{100}n$ می‌رسد. در این صورت فشار گاز خواهد شد:



$$\begin{cases}P_1V_1=n_1RT_1\\ P_2V_2=n_2RT_2\end{cases}\Rightarrow\frac{P_1V_1}{P_2V_2}=\frac{n_1T_1}{n_2T_2}\Rightarrow\frac{P_1}{P_2}=\frac{n}{0/8n}\Rightarrow P_2=0/8P_1\quad(I)$$

۲ با بستن شیر A و باز کردن شیر B، حجم گاز در دمای ثابت دو برابر می‌شود و بنا به قانون گازها فشار گاز نهایی نصف می‌شود:

$$P'_۲V'_۲=P_۲V_۲ \xrightarrow{V'_۲=۲V_۲} P'_۲=\frac{P_۲}{۲}\Rightarrow P'_۲=\frac{۰/۸P_۱}{۲}=۰/۴P_۱$$

۳ جرم گازها ٪۲۰ کاهش یافته است و حجم آن نیز دو برابر شده است. از این رو با توجه به تعریف چگالی:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow \rho'=\frac{۰/۸m}{۲V}=۰/۴\frac{m}{V}=۰/۴\rho$$

۱ ۱۲۰۲ C

خط فکری فشار هوای درون حباب در کف هر مخزن برابر مجموع فشار هوا و فشار مایع است. $P_۱=P_۰+\rho gh$

و فشار هوای درون حباب در سطح هر مایع برابر فشار هوای محیط است: $P_۲=P_۰$

قانون گازها را برای هر حباب می‌نویسیم و حجم‌های هر حباب را در سطح مایع به‌دست می‌آوریم و نسبت $\frac{V_w}{V_a}$ را حساب می‌کنیم.

۱ حجم حباب هوا در سطح آب خواهد شد:

$$P_۱V_۱=P_۲V_۲\Rightarrow (P_۰+\rho_W gh)V_۱=P_۰(V_W)$$

$$\xrightarrow[g=۱۰N/kg]{P_۰=۱۰^۵Pa,\rho_W=۱۰۰۰kg/m^۳}(۱۰^۵+۱۰^۴\times ۱۰)V_۱=۱۰^۵V_W\Rightarrow V_W=۲V_۱$$

۲ حجم حباب هوا در سطح الکل برابر است با:

$$P_۱V_۱=P_۲V_۲\Rightarrow (P_۰+\rho_{\text{الکل}}gh)V_۱=P_۰V_a$$

$$\xrightarrow[P_۰=۱۰^۵Pa,g=۱۰N/kg]{P_{\text{الکل}}=۸۰۰kg/m^۳}(۱۰^۵+۸۰۰\times ۱۰\times ۱۰)V_۱=۱۰^۵(V_a)$$

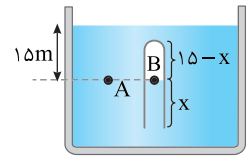
$$\Rightarrow ۱/۸\times ۱۰^۵V_۱=۱۰^۵(V_a)\Rightarrow V_a=۱/۸V_۱$$

۳ نسبت $\frac{V_w}{V_a}$ خواهد شد:

$$\frac{V_W}{V_a}=\frac{۲V_۱}{۱/۸V_۱}\Rightarrow \frac{V_W}{V_a}=\frac{۱۰}{۹}$$

۳ ۱۲۰۳ C

خط فکری در حالت اول یک لولهٔ آزمایش پر از هوا در فشار ۱atm و دمای محیط با حجمی برابر حجم لوله $(V_۱=Ah)$ در اختیار داریم و در حالت دوم این لولهٔ پر از هوا را درون مایع تا عمق ۱۵ متری فرو می‌بریم. هوای محبوس درون لوله سبب می‌گردد که لوله از آب پر نشود و اگر تا ارتفاع x آب وارد لوله شود، حجم هوای درون لوله خواهد شد: $V_۲=A(h-x)$



۱ در حالت اول: $V_۱=Ah\Rightarrow V_۱=A\times ۱۵\Rightarrow V_۱=۱۵A\ ,\ P_۱=P_۰=۱atm$

۲ در حالت دوم:

$$V_۲=A(h-x)\Rightarrow V_۲=A(۱۵-x)$$

$$P_۲=P_۰+P_{\text{آب}} \xrightarrow[\text{فشار در عمق ۱۵ متری آب }۱/۵atm]{\text{فشار هر ۱۰ متر آب حدود }۱atm\text{ است بنابراین}} P_۲=۱+۱/۵=۲/۵atm$$

۳ در طی فرایند دما ثابت است. قانون گازها را نوشته و x را حساب می‌کنیم:

$$P_۱V_۱=P_۲V_۲\Rightarrow ۱\times A\times ۱۵=۲/۵\times A\times (۱۵-x)\Rightarrow ۶=۱۵-x\Rightarrow x=۹cm$$

۳ ۱۲۰۴ C

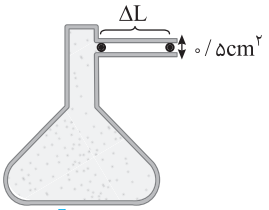
خط فکری دقت کنید در ابتدا قطرهٔ جیوه در تعادل است، بنابراین نتیجه می‌گیریم که فشار گاز درون بالون با فشار هوای محیط برابر است و با آرام گرما دادن، فشار گاز درون بالون ثابت می‌ماند و افزایش دما سبب افزایش حجم گاز شده و قطرهٔ جیوه را به سمت راست هل داده و قطره جابه‌جا می‌شود. بنابراین شما کافی است که در فشار ثابت قانون گازهای آرمانی را نوشته و اعداد داده شده را جایگزین کنید. البته دقت کنید ΔV را باید به‌دست بیاورید پس به انتهای حل مسئله دقت کنید.

۱ قانون گازها در فشار ثابت خواهد شد:

$$\frac{V_۲}{T_۲}=\frac{V_۱}{T_۱}\Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱}=\frac{T_۲}{T_۱}\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت دو صورت}}\frac{V_۲-V_۱}{V_۱}=\frac{T_۲-T_۱}{T_۱}$$

$$\frac{\Delta V}{V_۱}=\frac{\Delta T}{T_۱}\xrightarrow[T_۱=۲۷۳+۷=۲۸۰K,\Delta T=۱۱-۷=۴K]{V=۰/۱۴L=۱۴۰cm^۳}\frac{\Delta V}{۱۴۰}=\frac{۴}{۲۸۰}\Rightarrow \Delta V=۲cm^۳$$

۲ مقدار جابه‌جایی قطرهٔ جیوه خواهد شد:



$$\Delta V=A\Delta L\Rightarrow ۲=۰/۵\Delta L$$

$$\Rightarrow \Delta L=۴cm$$

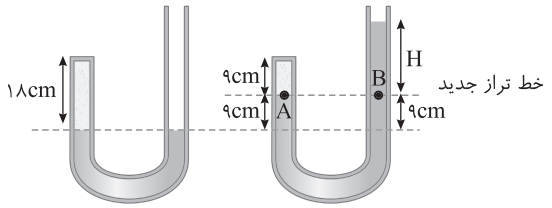
۱ ۱۲۰۵ C

خط فکری باید در حل این مسئله دو شکل قبل و بعد از افزودن جیوه را کنار هم رسم کنیم و با رسم یک خط‌چین مقایسه مطابق شکل، سطح جیوه در دو ظرف لولهٔ U‌شکل نسبت به حالت اول را مقایسه کنید تا بتوانید مقدار جیوه‌ای که به لوله اضافه شده است را به‌دست بیاورید.

خط فکری سطح جیوه قبل از افزودن جیوه، در دو طرف لولهٔ U‌شکل یکسان است، بنابراین فشار گاز در ابتدا برابر فشار هوای محیط است $(P_۱=P_۰=۷۶cmHg)$.

حالت اول:

۱ حجم اولیهٔ گاز $V_۱=Ah_۱=۱۸A$ و پس از افزودن جیوه، حجم ثانویهٔ گاز برابر $V_۲=Ah_۲=۹A$ شده است.



۲ خط تراز جدید را رسم می‌کنیم. فشار روی خط تراز برابر است:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{۲\text{گاز}}=P_۰+P_H\Rightarrow P_۲=۷۶+H$$

۳ قانون گازها را در دمای ثابت نوشته و H را حساب می‌کنیم:

$$P_۱V_۱=P_۲V_۲\Rightarrow ۷۶\times (۱۸A)=(۷۶+H)(۹A)\Rightarrow H=۷۶cm$$

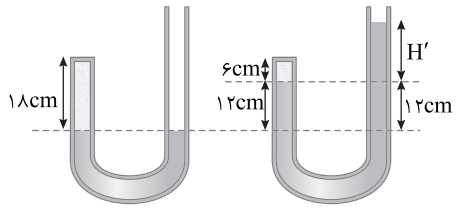
۴ قسمت مهم حل مسأله این‌جاست به دو شکل کنار هم نگاه کنید. در سمت چپ لوله جیوه ۹cm بالاتر از خط‌چین اولیه وجود دارد و در سمت راست لوله، بالاتر از خط‌چین اولیه ارتفاع جیوه $H+۹=۷۶+۹=۸۵cm$ است، بنابراین مقدار کل جیوهٔ اضافه شده خواهد شد: $h=۸۵+۹\Rightarrow h=۹۴cm$

حالت دوم: تمام مراحل حالت اول را تکرار می‌کنیم تا h' را به‌دست بیاوریم. اگر بخواهیم ارتفاع گاز محبوس به ۶cm برسد خواهیم داشت:

$$P_۱V_۱=P_۲V_۲\Rightarrow P_۱(۱۸\times A)=P_۲(۶\times A)\Rightarrow P_۲=۳P_۱$$

$$\xrightarrow[P_۲=P_۰+H']{P_۱=P_۰}P_۰+H'=۳P_۰$$

$$\Rightarrow H'=۲P_۰=۲\times ۷۶۰mmHg=۲\times ۷۶cmHg=۱۵۲cmHg$$



پس ارتفاع جیوهٔ ریخته شده برابر است با:

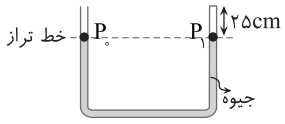
$$h'=۱۵۲+۱۲+۱۲=۱۷۶cm$$

پس $\frac{h'}{h}$ برابر است با:

$$\frac{h'}{h}=\frac{۱۷۶}{۹۴}=\frac{۸۸}{۴۷}$$

۲ ۱۲۰۶ C

۱ ابتدا کمیت‌های P و V گاز محبوس در حالت اول را مشخص می‌کنیم:

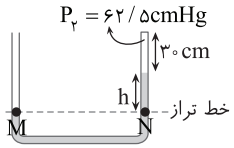


$V_1 = ۲۵A \quad , \quad P_1 = ۷۵cmHg$

۲ ارتفاع گاز محبوس ۵cm افزایش یافته بنابراین در حالت دوم حجم گاز محبوس $V_2 = (۲۵/۵)\,A$ خواهد شد. دمای گاز ثابت است، طبق قانون گازها داریم:

$$\frac{P_1V_1}{T} = \frac{P_2V_2}{T} \Rightarrow ۷۵\times ۲۵A = P_2 \times ۳۰A \Rightarrow P_2 = ۶۲/۵cmHg$$

۳ فشار گاز در حالت دوم از فشار هوا کمتر است، در واقع فشار پیمانه‌ای گاز محبوس منفی است پس ارتفاع جیوه در شاخهٔ سمت راست بیشتر از ارتفاع جیوه در شاخهٔ سمت چپ خواهد بود:



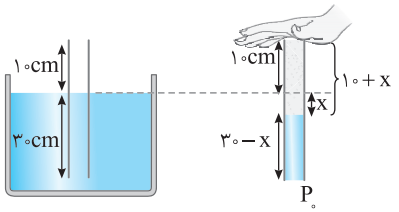
$$P_M = P_N$$
$$P_0 = P_2 + P_{جیوه} \Rightarrow ۷۵ = ۶۲/۵ + P_{جیوه}$$
$$\Rightarrow P_{جیوه} = ۱۲/۵cmHg \Rightarrow h = ۱۲/۵cm$$

۴ ۱۲۰۷ C

۱ وقتی لولهٔ استوانه‌ای را درون جیوه برده، در بالای جیوه (بین جیوه و انگشت) ستونی از هوا با فشار $P_1 = P_0 = ۷۵cmHg$ و حجم $V_1 = (۴۰-۳۰)A = ۱۰A$ حبس می‌شود.

۲ هنگامی که لوله را از درون جیوه خارج می‌کنیم، جیوه از لوله بیرون می‌ریزد تا لحظه‌ای که فشار هوای محبوس و فشار ناشی از جیوه با فشار هوای محیط برابر شود. در این حالت حجم هوای محبوس برابر $V_2 = A(۱۰+x)$ می‌شود و فشار آن برابر خواهد شد با:

$$P_{۲گاز} + P_{جیوه} = P_0 \Rightarrow P_2 = P_0 - P_{جیوه} \Rightarrow P_2 = ۷۵ - (۳۰-x) \Rightarrow P_2 = ۴۵ + x$$



۳ قانون گازهای آرمانی را در دمای ثابت می‌نویسیم:

$$P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow ۷۵\times ۱۰\times A = (۴۵+x)(۱۰+x)A \Rightarrow ۷۵۰ = ۴۵۰ + ۵۵x + x^2$$
$$\Rightarrow x^2 + ۵۵x - ۳۰۰ = ۰ \Rightarrow (x-۵)(x+۶۰) = ۰ \Rightarrow x = ۵cm$$

بنابراین $۳۰ - ۵ = ۲۵cm$ جیوه درون لوله باقی می‌ماند.

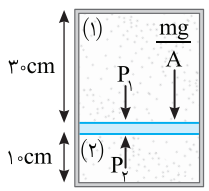
بازی با سؤال **یک پیپت به ارتفاع ۲۵ سانتی‌متر را تا ارتفاع ۱۵ سانتی‌متر در آب فرو برده و سپس دهانهٔ بالایی پیپت را با انگشت می‌بندیم و از آب خارج می‌کنیم. ارتفاع آب درون پیپت چند میلی‌متر کم می‌شود؟ (فشار هوای خارج ۷۵ سانتی‌متر جیوه است.)** $(\rho_{جیوه} = ۱۳/۶g/cm^3, \rho_{آب} = ۱g/cm^3)$ کنکور دهه‌های گذشته

۱) صفر ۲) ۰/۱۴ ۳) ۱/۴ ۴) ۱۴

گزینهٔ ۳

۳ ۱۲۰۸ C

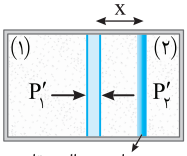
در حالت قائم فشار گاز در قسمت بالایی $P_1 = ۲kPa$ بوده و فشار گاز در قسمت پایین برابر مجموع فشار گاز قسمت بالایی و فشار ناشی از وزن پیستون $P = \frac{W}{A}$ است. بنابراین



P_2 خواهد شد:

$$P_2 = P_1 + \frac{mg}{A} \Rightarrow P_2 = ۲\times ۱۰^3 + \frac{۲\times ۱۰}{۱۰۰\times ۱۰^{-4}} = ۴\times ۱۰^3 Pa$$

در حالت دوم که سیلندر را افقی قرار می‌دهیم، فشار ناشی از پیستون روی قسمت (۲) از بین می‌رود و پیستون جابه‌جا می‌شود تا در حال تعادل فشار در دو طرف پیستون برابر شود $(P'_1 = P'_2)$. در این حالت حجم گاز در قسمت (۱) برابر $V'_1 = Ah'_1 = A(۳۰-x)$ و در قسمت (۲) برابر $V'_2 = Ah'_2 = A(۱۰+x)$ خواهد شد.



مربوط به حالت قائم

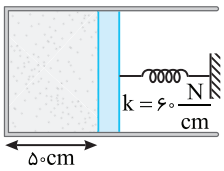
قانون گازها برای قسمت (۱): $P_1V_1 = P'_1V'_1 \Rightarrow ۲\times ۱۰^3 \times ۳۰\times A = P'_1 \times (۳۰-x)\times A$

قانون گازها برای قسمت (۲): $P_2V_2 = P'_2V'_2 \Rightarrow ۴\times ۱۰^3 \times ۱۰\times A = P'_2 \times (x+۱۰)\times A$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{۳}{۲} = \frac{۳۰-x}{x+۱۰} \Rightarrow ۳x+۳۰ = ۶۰-۲x \Rightarrow ۵x = ۳۰ \Rightarrow x = ۶cm$$

۳ ۱۲۰۹ C



۱ در حالت اول قبل از گرم کردن گاز، حجم گاز $V_1 = Ah_1 = ۵۰A$ و فشار گاز برابر $P_1 = P_0 = ۱۰^5 Pa$ است.

۲ در حالت دوم با افزایش دما و افزایش حجم و فشار گاز، فنر ۱۰cm فشرده شده و نیرویی که فنر به پیستون وارد می‌کند خواهد شد:

$$F = kx \xrightarrow{k = ۶۰N/cm = ۶۰۰۰N/m} F = ۶۰۰۰\times \frac{۱۰}{۱۰۰} \Rightarrow F = ۶۰۰N$$

۳ در حالت تعادل بعد از افزایش حجم گاز، فشار گاز برابر مجموع فشار هوای محیط (P_0) و فشار ناشی از نیروی F است:

$$P_2 = P_0 + \frac{F}{A} = ۱۰^5 + \frac{۶۰۰}{۳۰۰\times ۱۰^{-4}} \Rightarrow P_2 = ۱/۲\times ۱۰^5 Pa$$

و حجم گاز نیز برابر $(V_2 = Ah_2 \Rightarrow V_2 = ۶۰A)$ خواهد شد.

۴ با نوشتن قانون گازها، دمای ثانویهٔ گاز را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \xrightarrow{T_1 = ۲۷۳+۲۷ = ۳۰۰K}$$
$$\frac{۱۰^5\times ۵۰A}{۳۰۰} = \frac{۱/۲\times ۱۰^5 \times ۶۰A}{T_2} \Rightarrow T_2 = ۴۳۲K$$

۵ بنابراین افزایش دمای گاز خواهد شد:

$$\Delta T = ۴۳۲ - ۳۰۰ \Rightarrow \Delta T = ۱۳۲K \xrightarrow{\Delta\theta = \Delta T} \Delta\theta = ۱۳۲^\circ C$$

فصل پنجم: ترمودینامیک

پنجره ۱

A ۱۲۱۰ ۱

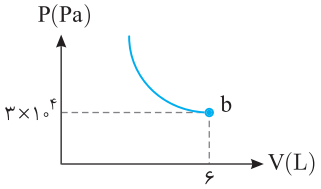
جسم خاصی که با محیط پیرامون خود گرما و کار مبادله می‌کند را **دستگاه** و اجسام پیرامون دستگاه را که با آن تبادل انرژی دارند، **محیط** می‌نامند. بنابراین گزارهٔ (الف) درست است. / متغیرهای ترمودینامیکی کمیت‌های ماکروسکوپی هستند که حالت تعادل دستگاه با آن‌ها مشخص می‌شود. بنابراین گزارهٔ (ب) درست است. / فرایندی که در طول آن، دستگاه همواره بسیار نزدیک به حالت تعادل بوده و سریع به تعادل می‌رسد را **فرایند ایستاوار** گویند، بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست است. / انرژی درونی یک گاز آرمانی، فقط تابع دمای گاز است و گزارهٔ (ت) درست است.

A ۱۲۱۱ ۴

آب درون کتری که با دریافت گرما از گرمکن تغییر حالت می‌دهد را می‌توان دستگاه در نظر گرفت.

A ۱۲۱۲ ۴

خط فکری نمودار $P-V$ در دمای $300K$ رسم شده است. بنابراین در هر نقطه از این نمودار دما $300K$ است. یعنی در فشار $P_1=3\times10^4 Pa$ و حجم $V_1=6L$ (نقطهٔ b) دما $300K$ خواهد بود. از این رو شما با نوشتن قانون گازهای آرمانی می‌توانید حجم گاز را در دمای $400K$ و فشار $6\times10^4 Pa$ به‌دست بیاورید.



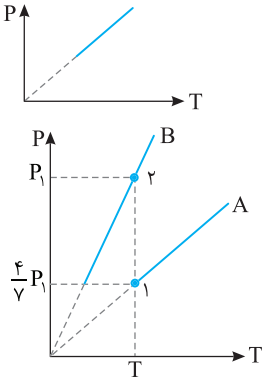
قانون گازها را می‌نویسیم و داده‌های شکل و مسأله را در آن قرار می‌دهیم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{3\times10^4\times6}{300}=\frac{6\times10^4\times V_2}{400}\Rightarrow V_2=\frac{3\times10^4\times6\times400}{6\times10^4\times300}=4L$$

B ۱۲۱۳ ۲

یادآوری در بررسی گاز در حجم ثابت (قانون گی‌لوساک) نمودار $P-T$ یک خط راست گذرنده از مبدأ خواهد بود.

برای دو نقطهٔ مشخص شده در شکل (نقطهٔ (۱) در گاز A و نقطهٔ (۲) در گاز B) معادلهٔ حالت را می‌نویسیم. چون نمودار از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس فرایند گاز A و B، در حجم ثابت است.



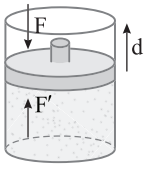
$$\begin{cases}P_{1A}V_{1A}=n_ART\\P_{2B}V_{2B}=n_BRT\end{cases}$$

حال دو معادلهٔ حالت را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{P_{1A}}{P_{2B}}\times\frac{V_{1A}}{V_{2B}}=\frac{n_A}{n_B}\times\frac{R}{R}\times\frac{T}{T}\Rightarrow\frac{\frac{4}{7}P_1}{P_1}\times\frac{10}{16}=\frac{5}{n_B}\Rightarrow n_B=14$$

A ۱۲۱۴ ۲

خط فکری وقتی گاز منبسط می‌شود و پیستون رو به بالا حرکت می‌کند، نیروی F که از طرف محیط به پیستون وارد می‌شود در خلاف جهت جابه‌جایی است و بنا بر تعریف خواهیم داشت:



$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow{\theta=180^\circ}W=-Fd<0$$

بنابراین کار محیط روی دستگاه منفی است.

اما نیروی F' که توسط دستگاه (گاز آرمانی) بر پیستون وارد می‌شود در جهت جابه‌جایی d است $(\theta=0)$ و کار نیروی F' مثبت است.

$$W'=F'd\cos\theta\xrightarrow{\theta=0}W'=F'd>0$$

اگر پیستون رو به پایین حرکت می‌کرد و گاز متراکم می‌شد، آن‌گاه کار محیط روی دستگاه مثبت $W>0$ و کار دستگاه روی محیط منفی $W'<0$ بود.

با توجه به آنچه در خط فکری بیان شده در این فرایند کار محیط روی گاز منفی و کار گاز روی محیط مثبت بوده و گزینهٔ (۲) درست است.

بازی با سؤال **اگر مقدار معینی گاز آرمانی منبسط شود، علامت کار انجام شده توسط محیط روی دستگاه ..... و اگر گاز متراکم شود، علامت کار انجام شده توسط دستگاه روی محیط ..... است.**

۱) مثبت، مثبت ۲) منفی، مثبت ۳) منفی، منفی ۴) مثبت، منفی

گزینهٔ ۳

B ۱۲۱۵ ۱

خط فکری انرژی درونی یک گاز آرمانی فقط تابع دمای گاز است و هرچه دمای گاز بالاتر باشد، انرژی درونی گاز بیشتر است. بنابراین شما باید دماهای داده شده در صورت مسأله را با هم مقایسه کنید تا بتوانید رابطهٔ انرژی درونی گاز را در این دماها مشخص کنید.

دمای ۱K یعنی دمای: $T=273+\theta\Rightarrow1=273+\theta\Rightarrow\theta=-272^\circ C$

دمای ۱°F یعنی: $F=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow1=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow\theta=-\frac{155}{9}^\circ C$

در این صورت به ترتیب دمای ۱°C از ۱°F و ۱°F از ۱K بالاتر بوده و انرژی درونی گاز در این دماها به صورت $U_1>U_2>U_3$ خواهد بود.

A ۱۲۱۶ ۱

چون دستگاه عایق‌بندی شده است، بنابراین با محیط بیرون تبادل گرما ندارد و دستگاه توسط همزن از محیط کار دریافت می‌کند و این کار سبب افزایش انرژی درونی مایع و بالا رفتن دمای مایع شده است.

A ۱۲۱۷ ۱

دما را برحسب کلوین می‌نویسیم:

$$T=273+\theta\Rightarrow\begin{cases}\theta_1=27^\circ C\Rightarrow T_1=273+27=300K\\\theta_2=327^\circ C\Rightarrow T_2=273+327=600K\end{cases}$$

انرژی درونی مقدار معینی گاز آرمانی با دمای مطلق گاز نسبت مستقیم دارد:

$$U\propto T\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{T_2}{T_1}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{600}{300}=2$$

A ۱۲۱۸ ۳

دقت کنید، تغییر انرژی درونی در کل فرایند خواسته شده است، یعنی در مدتی که تغییر دمای کل $50+150=200^\circ C$ است.

یادآوری تغییر دما برحسب کلوین و برحسب درجهٔ سلسیوس یکسان است:

$$\Delta T=\Delta\theta$$

در مرحلهٔ اول $\Delta T_1=50K$ و در کل $\Delta T_{کل}=200K$ خواهد شد.

تغییر انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل با تغییر دما نسبت مستقیم دارد:

$$\Delta U\propto\Delta T\Rightarrow\frac{\Delta U_2}{\Delta U_1}=\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\Rightarrow\frac{\Delta U_{کل}}{2}=\frac{200}{50}\Rightarrow\Delta U_{کل}=8kJ$$

B ۱۲۱۹ ۲

خط فکری انرژی درونی یک گاز کامل فقط تابع دمای گاز است و برای چگونگی تغییر انرژی درونی گاز شما باید چگونگی تغییر دمای گاز را به کمک قانون گازها بررسی کنید.

۱ حجم گاز ٪۲۰ کاهش یافته است، بنابراین: $V_۲=V_۱-۰/۲V_۱\Rightarrow V_۲=۰/۸V_۱$

۲ فشار گاز ٪۵۰ افزایش یافته است، بنابراین: $P_۲=P_۱+۰/۵P_۱\Rightarrow P_۲=۱/۵P_۱$

۳ قانون گازها را می‌نویسیم:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{P_۱V_۱}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۱/۵P_۱\times۰/۸V_۱}{P_۱V_۱}$$

$$\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=۱/۲\Rightarrow T_۲=۱/۲T_۱$$

۴ دمای گاز ۱/۲ برابر شده از این‌رو انرژی درونی گاز خواهد شد:

$$\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{T_۲}{T_۱}\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=۱/۲$$

۵ تغییر انرژی درونی را حساب می‌کنیم: $\Delta U=U_۲-U_۱=۰/۲U_۱$

بنابراین انرژی درونی ٪۲۰ افزایش می‌یابد.

بازی با سؤال **حجم مقدار معینی گاز آرمانی ۲۰L و فشار آن $۱۰^۴Pa$ است. اگر حجم گاز به ۵L و فشار آن نیز به $۱۰^۳Pa$ برسد، انرژی درونی گاز چند برابر می‌شود؟**

۱) ۴۰ ۲) $\frac{۱}{۴۰}$ ۳) ۲۰ ۴) $\frac{۱}{۲۰}$

گزینهٔ ۲

B ۱۲۲۰ ۳

در ابتدا بگوییم که در کتاب درسی بیان شده «در مورد گاز آرمانی می‌توان نشان داد که انرژی درونی فقط تابع دمای گاز است» و چگونگی این تابع که درجه اول است یا تابع دیگری است بیان نشده است و این مسئله با اطلاعات کتاب درسی قابل حل نیست.

اما به سراغ حل برویم.

فشار گاز در حالت اول و دوم خواهد شد:

$$P=P_۰+P_g\Rightarrow P_۱=۱۰^۵+۰/۵\times۱۰^۵\Rightarrow P_۱=۱/۵\times۱۰^۵Pa$$

$$P_۲=۱۰^۵+۱۰^۵\Rightarrow P_۲=۲\times۱۰^۵Pa$$

با توجه به قانون گازها، نسبت دمای گاز را در دو حالت حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_۲V_۲}{T_۲}=\frac{P_۱V_۱}{T_۱}\xrightarrow{V_۲=۲V_۱}\frac{۲\times۱۰^۵\times(۲V_۱)}{T_۲}=\frac{۱/۵\times۱۰^۵V_۱}{T_۱}$$

$$\Rightarrow T_۲=\frac{۸}{۳}T_۱\xrightarrow{U\propto T}U_۲=\frac{۸}{۳}U_۱\Rightarrow U_۲=\frac{۸}{۳}\times۶۰۰\Rightarrow U_۲=۱۶۰۰J$$

جمع‌بندی انرژی درونی با دما رابطهٔ مستقیم دارد:

$$\frac{U_۱}{U_۲}=\frac{T_۱}{T_۲}\ ,\ \frac{\Delta U}{U_۱}=\frac{\Delta T}{T_۱}\ ,\ \frac{\Delta U}{U_۲}=\frac{\Delta T}{T_۲}$$

B ۱۲۲۱ ۲

یادآوری انرژی درونی یک گاز آرمانی با دما نسبت مستقیم دارد:

$$U\propto T\Rightarrow\Delta U\propto\Delta T\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{T_۲}{T_۱}\ ,\ \frac{\Delta U}{U_۱}=\frac{\Delta T}{T_۱}\ ,\ \frac{\Delta U}{U_۲}=\frac{\Delta T}{T_۲}$$

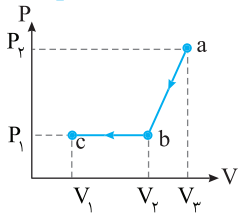
$U\propto T\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{T_۲}{T_۱}$ انرژی درونی یک گاز آرمانی تابع دمای مطلق گاز است.

دمای گاز برحسب درجه‌بندی سلسیوس سه برابر شده است:

$$\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{۲۷۳+۳\theta_۱}{۲۷۳+\theta_۱}\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{۲۷۳+\theta_۱+۲\theta_۱}{۲۷۳+\theta_۱}=\frac{۲۷۳+\theta_۱}{۲۷۳+\theta_۱}+\frac{۲\theta_۱}{۲۷۳+\theta_۱}$$

$$\frac{U_۲}{U_۱}=۱+۲\frac{\theta_۱}{۲۷۳+\theta_۱}\xrightarrow{\frac{\theta_۱}{۲۷۳+\theta_۱}<۱}۱<\frac{U_۲}{U_۱}<۳$$

B ۱۲۲۲ ۴



خط فکری انرژی درونی یک گاز آرمانی تابع دمای گاز است، بنابراین شما باید به کمک قانون گازهای آرمانی $PV=nRT$ ، دمای گاز در حالت‌های a، b و c را به‌دست آورده و با هم مقایسه کنید تا مشخص شود دمای گاز در این نقاط چگونه است تا بتوانید برای مقایسهٔ انرژی درونی گاز در این حالت‌ها اظهار نظر کنید.

۱ با توجه به شکل نمودار دمای هر نقطه را حساب می‌کنیم:

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}\Rightarrow\begin{cases}T_a=\frac{P_۲V_۳}{nR}\\T_b=\frac{P_۱V_۲}{nR}\xrightarrow[P_۲>P_۱]{V_۳>V_۲>V_۱}T_a>T_b>T_c\\T_c=\frac{P_۱V_۱}{nR}\end{cases}$$

۲ در این صورت خواهیم داشت: $U_a>U_b>U_c$

B ۱۲۲۳ ۴

خط فکری تغییر انرژی درونی در فرایندی مثبت است که دمای ثانویهٔ گاز از دمای اولیهٔ آن بیشتر باشد $(\Delta T>۰)$. بنابراین به کمک قانون گازها، تغییر دما در هر فرایند را حساب کنید.

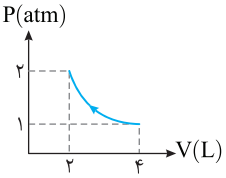
$$T_۲-T_۱=\frac{P_۲V_۲}{nR}-\frac{P_۱V_۱}{nR}\Rightarrow\Delta T=\frac{P_۲V_۲-P_۱V_۱}{nR}$$

دقت کنید برای مقایسهٔ حاصلضرب PV نیازی به تبدیل یکا ندارید.

گزینهٔ (۱):

$$P_۱=۱atm\ ,\ V_۱=۴L\ ,\ P_۲=۲atm\ ,\ V_۲=۲L$$

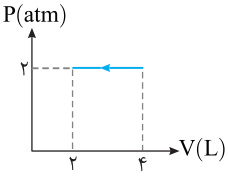
$$\begin{cases}P_۱V_۱=۴\times۱=۴\\P_۲V_۲=۲\times۲=۴\end{cases}\Rightarrow T_۱=T_۲\Rightarrow\Delta T=۰\Rightarrow\Delta U=۰$$



گزینهٔ (۲):

$$P_۱=P_۲=۲atm\ ,\ V_۱=۴L\ ,\ V_۲=۲L$$

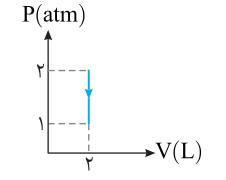
$$\begin{cases}P_۱V_۱=۲\times۴=۸\\P_۲V_۲=۲\times۲=۴\end{cases}\Rightarrow P_۲V_۲<P_۱V_۱\Rightarrow T_۲<T_۱\Rightarrow\Delta T<۰\Rightarrow\Delta U<۰$$



گزینهٔ (۳):

$$P_۱=۲atm\ ,\ P_۲=۱atm\ ,\ V_۱=V_۲=۲L$$

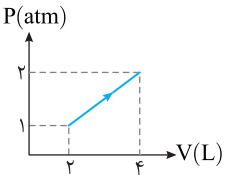
$$\begin{cases}P_۲V_۲=۱\times۲=۲\\P_۱V_۱=۲\times۲=۴\end{cases}\Rightarrow P_۲V_۲<P_۱V_۱\Rightarrow T_۲<T_۱\Rightarrow\Delta T<۰\Rightarrow\Delta U<۰$$



گزینهٔ (۴):

$P_1=1atm\ ,\ V_1=2L\ ,\ P_2=2atm\ ,\ V_2=4L$

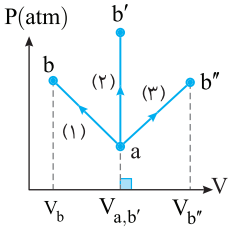
$\begin{cases}P_2V_2=2\times4=8\\P_1V_1=1\times2=2\end{cases}\Rightarrow P_2V_2>P_1V_1\Rightarrow T_2>T_1\Rightarrow U_2>U_1\Rightarrow\Delta U>0$



۱ ۱۲۲۴ B

یادآوری هرگاه دستگاه منبسط شود $(V_2>V_1)$ کار محیط روی دستگاه منفی است و هرگاه حجم گاز ثابت بماند $(\Delta V=0)$ در این صورت $W=-P\Delta V=0$ بوده و کار محیط روی دستگاه صفر است و در صورتی که دستگاه متراکم شود $(V_2<V_1)$ کار محیط روی دستگاه مثبت است.

به شکل نگاه کنید، در مسیر (۱) حجم نهایی V_b از حجم اولیهٔ V_a کوچک‌تر است $(V_b<V_a)$ گاز متراکم شده و کار محیط روی دستگاه مثبت است. در مسیر (۲) حجم گاز ثابت است $(V_a=V_{b'})$ و کار محیط روی دستگاه صفر است. در مسیر (۳) حجم نهایی $V_{b''}$ از حجم اولیهٔ V_a بزرگ‌تر بوده $(V_{b''}>V_a)$ گاز منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است.

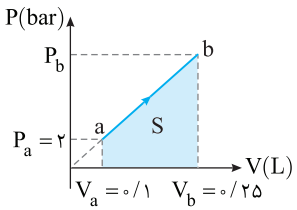


۲ ۱۲۲۵ B

۱ به کمک تشابه ابتدا فشار در حالت b را حساب می‌کنیم:

$\frac{P_b}{P_a}=\frac{V_b}{V_a}\Rightarrow\frac{P_b}{2}=\frac{0/25}{0/1}$

$\Rightarrow P_b=5bar$



۲ سطح زیر نمودار $P-V$ برابر اندازهٔ کار مبادله شده بین محیط و دستگاه است. از این رو سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم.

یادآوری مساحت ذوزنقه مجموع دو قاعده ضربدر نصف ارتفاع.

$|W|=S=\frac{(5+2)\times10^5}{2}\times(0/25-0/1)\times10^{-3}\Rightarrow|W|=\frac{7}{2}\times(0/15)\times100$

$\Rightarrow|W|=52/5J$

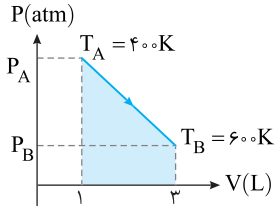
۳ گاز منبسط شده و کار دستگاه (گاز) روی محیط مثبت است: $W'=52/5J$

۳ ۱۲۲۶ B

خط فکری برای یافتن کار انجام شده روی گاز باید سطح زیر نمودار $P-V$ را به‌دست بیاورید. بنابراین شما باید ابتدا به کمک قانون گازها، فشار گاز P_A و P_B را حساب کنید.

۱ فشار گاز P_A و P_B خواهد شد:

$PV=nRT\Rightarrow\begin{cases}A:P_A\times10^{-3}=2\times8\times400\Rightarrow P_A=64\times10^5Pa\\B:P_B\times3\times10^{-3}=2\times8\times600\Rightarrow P_B=32\times10^5Pa\end{cases}$



۲ سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم:

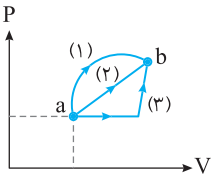
$|W|=S\Rightarrow|W|=\frac{(64\times10^5)+(32\times10^5)}{2}\times2\times10^{-3}\Rightarrow|W|=9600J=9/6kJ$

۳ گاز منبسط شده است از این رو کار محیط روی گاز منفی است، بنابراین:

$W=-9/6kJ$

۳ ۱۲۲۷ B

یادآوری هرگاه دستگاه از یک حالت اولیه (a) طی یک یا چند فرایند به حالت دیگر (b) برود، کار و گرمای مبادله شده در این مسیر به نوع فرایندها و مسیر فرایندها بستگی دارد و به P، V و T بستگی ندارد. بنابر قانون اول ترمودینامیک تغییر انرژی درونی گاز $\Delta U=W+Q$ به نوع و مسیر فرایندها بستگی ندارد و تنها تابعی از حالت اولیه و نهایی گاز است. یعنی در شکل روبه‌رو:



$\Delta U_1=\Delta U_2=\Delta U_3$

$W_1\neq W_2\neq W_3\ ,\ Q_1\neq Q_2\neq Q_3$

و تغییر انرژی درونی را می‌توان به کمک متغیرهای ترمودینامیکی حالت اولیه (a) و حالت نهایی (b) به‌دست آورد.

با توجه به آن‌چه در یادآوری بیان شد، گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است، زیرا کار و گرما به حالت اولیه و نهایی بستگی ندارد و تابع مسیر فرایند است. با توجه به قانون گازها $T_1=\frac{P_1V_1}{nR}$ و $T_2=\frac{P_2V_2}{nR}$ است. از طرفی انرژی درونی تابع دمای گاز بوده پس تغییر انرژی درونی را می‌توان به کمک P_1، V_1، P_2 و V_2 به‌دست آورد و گزینهٔ (۳) درست و گزینهٔ (۴) نادرست است.

۲ ۱۲۲۸ A

تغییر انرژی درونی تنها تابع نقطهٔ ابتدایی با دمای T_1 و نقطهٔ پایانی با دمای T_2 است.

۴ ۱۲۲۹ A

یادآوری بنابر قانون اول ترمودینامیک، تغییر انرژی درونی دستگاه برابر $\Delta U=Q+W$ است که در آن W کار محیط روی دستگاه و Q گرمای مبادله شده بین محیط و دستگاه است. اگر دستگاه منبسط شود، دستگاه روی محیط کار انجام داده است و $W<0$ است و اگر محیط روی دستگاه کار انجام دهد $W>0$ است. اگر دستگاه از محیط گرما بگیرد $Q>0$ و اگر دستگاه به محیط گرما بدهد $Q<0$ است.

در این فرایند محیط روی دستگاه کار انجام داده است، پس $W=+250J$ و چون دستگاه به محیط گرما داده است، فرایند گرماده می‌باشد و $Q=-60J$ است:

$\Delta U=Q+W=(-6)+(+250)=+190J$

بازی با سؤال **انرژی درونی یک دستگاه ۲۸۰ ژول است. در یک فرایند ترمودینامیکی دستگاه ۵۰۰ ژول گرما دریافت می‌کند و ۲۳۰ ژول کار روی محیط انجام می‌دهد. در پایان فرایند انرژی درونی دستگاه چند ژول است؟**

۱) ۱۰۱۰ ۲) ۵۵۰ ۳) ۲۷۰ ۴) ۷۳۰

گزینهٔ ۲

۴ ۱۲۳۰ B

گاز درون محفظه محبوس است و حجم گاز برابر حجم محفظه است و با ۴ برابر شدن فشار، حجم تغییر نمی‌کند، اما دمای گاز افزایش می‌یابد. به کمک قانون گازها در حجم ثابت، چند برابر شدن دما را حساب می‌کنیم: $\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow[P_2=4P_1]{V_2=V_1}T_2=4T_1$

انرژی درونی یک گاز آرمانی تنها تابع دمای گاز است، بنابراین وقتی دما ۴ برابر می‌شود، انرژی درونی گاز نیز ۴ برابر می‌شود:

$U\propto T\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{T_2}{T_1}\xrightarrow{T_2=4T_1}U_2=4U_1\ \ (I)$

با توجه به فرض مسأله به گاز محبوس ۲۴۰J انرژی داده‌ایم، یعنی $U_2=U_1+240$.

در نتیجه از رابطهٔ (I) می‌توان نوشت: $U_1+240=4U_1\Rightarrow3U_1=240\Rightarrow U_1=80J$

A ۱۲۳۱ ۴

بنا بر قانون اول ترمودینامیک $(\Delta U=W+Q)$ است. سؤال در واقع مربوط به ریاضی است. زیرا Q و W می‌توانند مثبت و منفی باشند و اندازهٔ هر کدام که بیشتر باشد، ΔU نیز با آن هم‌علامت می‌شود. به‌طور مثال اگر $W=-۳۰۰J$ و $Q=۵۰۰J$ باشد تغییر انرژی درونی $\Delta U=۵۰۰+(-۳۰۰)=۲۰۰J$ است یعنی $Q>۰$ و $\Delta U>۰$ شده است. در گزینهٔ (۱) $W=۰$ است و بنابراین گزینهٔ (۱) درست است. اگر دستگاه ۵۰۰J گرما بگیرد و دستگاه روی محیط ۵۰۰J کار انجام دهد، در این صورت تغییر انرژی درونی برابر است با: $\Delta U=W+Q=-۵۰۰+۵۰۰=۰$

گزینهٔ (۲) درست است. در گزینهٔ (۴) قطعاً جمع دو عدد منفی $(Q<۰$ و $W<۰)$ نمی‌تواند مثبت شود $(\Delta U>۰)$ و گزینهٔ (۴) قانون اول ترمودینامیک را نقض می‌کند. گزینهٔ (۳) را شما بررسی کنید.

B ۱۲۳۲ ۴

دقت کنید برای یافتن تغییر انرژی درونی این دستگاه ترمودینامیکی قدرمطلق کار را از قدرمطلق گرمای مبادله شده کم کرده‌ایم، یعنی کار محیط روی دستگاه منفی است. در واقع دستگاه منبسط شده و گزینهٔ (۱) نادرست است و دستگاه روی محیط کار انجام داده و کار محیط روی دستگاه منفی است $(W<۰)$. از طرفی $\Delta U>۰$ است یعنی دستگاه از محیط گرما دریافت کرده $(Q>۰)$ و انرژی درونی آن افزایش یافته و گزینه‌های (۲) و (۳) نادرست‌اند. در نتیجه دستگاه با گرفتن گرما مقداری کار روی محیط انجام داده است و گزینهٔ (۴) درست است.

B ۱۲۳۳ ۱

۱ تغییر انرژی درونی بنا بر قانون اول ترمودینامیک برابر $\Delta U=Q+W$ است که در این فرایند گرمای مبادله شده صفر $(Q=۰)$ و $\Delta U>۰$ است. بنابراین علامت کار محیط روی دستگاه نیز **مثبت** است. $\Delta U=W+Q \xrightarrow{\Delta U>۰} W>۰$

۲ هرگاه دستگاه متراکم شود کار محیط روی دستگاه مثبت است، بنابراین در این فرایند که $W>۰$ است، یعنی گاز متراکم شده و حجم آن **کاهش** یافته است.

۳ تغییر انرژی درونی مثبت است $\Delta U>۰$ و چون انرژی درونی یک گاز آرمانی تابع دمای گاز است در نتیجه تغییر دمای گاز مثبت است و دما افزایش می‌یابد:

$$\Delta U>۰\Rightarrow\Delta T>۰\Rightarrow T_۲-T_۱>۰\Rightarrow T_۲>T_۱$$

۴ با توجه به قانون گازها $PV=nRT$، در این فرایند V کم شده اما دما افزایش یافته است. بنابراین فشار افزایش یافته است. $P=\frac{nRT\uparrow}{V\downarrow}\Rightarrow P\uparrow$

B ۱۲۳۴ ۴

۱ انرژی درونی یک گاز تابع دمای گاز است، بنابراین وقتی دمای گاز ثابت است $(\Delta T=۰)$، تغییر انرژی درونی آن نیز صفر خواهد شد: $\Delta T=۰\Rightarrow\Delta U=۰$

۲ بنا بر قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U=W+Q\xrightarrow{\Delta U=۰}W+Q=۰\Rightarrow Q=-W$$

بنابراین نمودار $Q-W$ یک خط راست با شیب منفی است و گزینهٔ (۴) درست است.

B ۱۲۳۵ ۳

یادآوری توان همزن برابر آهنگ کاری است که همزن روی دستگاه (مایع) انجام می‌دهد:

۱ کار همزن روی مایع در مدت ۱s را حساب می‌کنیم:

$$P=\frac{W}{t}\xrightarrow{P=۰/۵kW=۵۰۰W}W=۵۰۰\times۱=۵۰۰J$$

۲ با توجه به قانون اول ترمودینامیک، گرمای مبادله شده را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U=Q+W\Rightarrow۴۵۰=Q+۵۰۰\Rightarrow Q=-۵۰J$$

بنابراین مایع به عنوان دستگاه در هر ثانیه ۵۰J گرما از دست می‌دهد و در ۱۰s گرمایی که از دست می‌دهد برابر است با:

۱s	$-۵۰J$
۱۰s	$Q=?$

$\Rightarrow Q=-۵۰۰J$

A ۱۲۳۶ ۳

با توجه به نمودار دمای گاز افزایش یافته است، بنابراین:

$$T_۲>T_۱\xrightarrow{\text{انرژی درونی گاز آرمانی تنها تابع دماست}}U_۲>U_۱\Rightarrow\Delta U>۰$$

با توجه به معادلهٔ حالت $PV=nRT$ و اینکه فشار کاهش و دما افزایش یافته است، پس باید حجم افزایش یابد $(V\uparrow=nR\frac{T\uparrow}{P\downarrow})$ و گاز منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است.

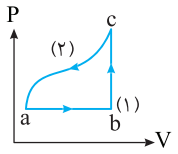
$$\Delta V>۰\xrightarrow{\text{فرایند انبساطی}}W<۰$$

و در آخر با توجه به قانون اول ترمودینامیک، علامت گرما را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta U=Q+W\xrightarrow[\Delta U>۰]{W<۰}Q>۰$$

دقت کنید حتماً باید Q مثبت باشد تا حاصل‌جمع آن با کار منفی مثبت شده و تغییر انرژی درونی مثبت شود.

B ۱۲۳۷ ۴



در مسیر abc، دستگاه ۶۰J گرما دریافت کرده، بنابراین $Q=+۶۰J$ است. از طرفی حجم گاز از a تا b افزایش یافته، یعنی گاز منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است $(W=-۵۰J)$.

در این صورت تغییر انرژی درونی در مسیر abc برابر است با: $\Delta U_{abc}=W_{abc}+Q_{abc}\Rightarrow\Delta U_{abc}=-۵۰+۶۰=۱۰J$

در مسیر c به a تغییر انرژی درونی قرینهٔ مسیر abc است، بنابراین:

$$\Delta U_{ca}=-\Delta U_{abc}=-۱۰J$$

B ۱۲۳۸ ۲

خط فکری با توجه به قانون اول ترمودینامیک تغییر انرژی درونی دستگاه بین دو حالت از هر مسیری مقدار ثابتی است، یعنی $\Delta U_{abc}=\Delta U_{adc}$. به دو مسیر دقت کنید. در هر دو مسیر حجم دستگاه از a تا c افزایش یافته است $(V_c>V_a)$ و دستگاه منبسط شده است، یعنی شما در استفاده از قانون اول ترمودینامیک باید کار محیط روی دستگاه را منفی قرار دهید.

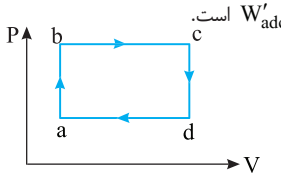
۱ در مسیر abc، گرمای دریافتی دستگاه $(Q=+۱۵۰J)$ و کار محیط روی دستگاه $-۸۰J$ است. از این رو تغییر درونی خواهد شد:

$$\Delta U_{abc}=Q_{abc}+W_{abc}=(+۱۵۰)+(-۸۰)=+۷۰J$$

۲ در مسیر adc مقدار گرمای گرفته شده از محیط توسط گاز برابر $+۹۵J$ است. پس مقدار کار در این مسیر برابر است با:

$$\Delta U_{adc}=\Delta U_{abc}\Rightarrow+۷۰=(+۹۵)+W_{adc}\Rightarrow W_{adc}=-۲۵J$$

۳ این مقدار کار محیط روی دستگاه است. پس کار انجام شده توسط دستگاه در این مسیر برابر $W'_{adc}=+۲۵J$ است.



B ۱۲۳۹ ۳

در هر دو مسیر گاز از حالت A به حالت C می‌رسد پس تغییر انرژی درونی $\Delta U=U_C-U_A$ در هر دو مسیر یکسان است:

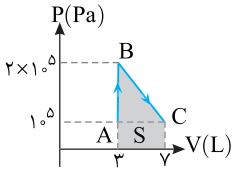
$$\Delta U_{ABC}=\Delta U_{AC}\xrightarrow{\Delta U_{AC}=۱۰۰۰J}\Delta U_{ABC}=۱۰۰۰J$$

تغییر انرژی درونی در مسیر ABC برابر مجموع کار انجام شده در این مسیر و گرمای مبادله شده در این مسیر است:

$$Q_{ABC}+W_{ABC}=۱۰۰۰J\qquad(I)$$

کار در فرایند ABC را با توجه به سطح زیر نمودار $P-V$ به‌دست می‌آوریم:

$$W_{ABC}=-(S)\xrightarrow{\text{فرایند انبساطی}}W_{ABC}=-\frac{۴\times۱۰^{-۳}(۱۰^۵+۲\times۱۰^۵)}{۲}=-۶۰۰J\qquad(II)$$

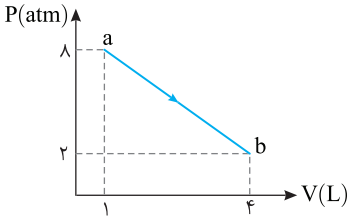


حال با توجه به رابطهٔ (I) و (II)، Q_{ABC} را حساب می‌کنیم:

$$Q_{ABC}+W_{ABC}=1000J \xrightarrow{W_{ABC}=-600J} Q_{ABC}-600=1000J$$
$$\Rightarrow Q_{ABC}=1600J$$

۲ ۱۲۴۰ B

خط فکری به نمودار با دقت نگاه کنید و همچنین به گزینه‌ها، زیرا $Q+W$ همان ΔU است. از طرفی انرژی درونی به دمای گاز بستگی دارد. باید دمای نقطهٔ a و b را با هم مقایسه کنید.



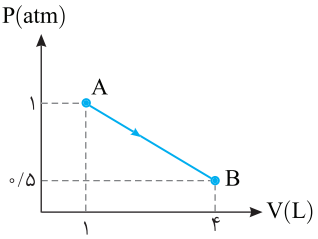
برای بررسی دمای نقاط a و b از قانون گازها استفاده می‌کنیم:

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}\Rightarrow\begin{cases}T_a=\frac{8\times1}{nR}\times10^2=\frac{8}{nR}\times10^2\\ T_b=\frac{2\times4}{nR}\times10^2=\frac{8}{nR}\times10^2\end{cases}\Rightarrow T_a=T_b$$

دمای a و b با هم برابر است، بنابراین تغییر انرژی درونی در فرایند ab صفر است و $W+Q=0$ خواهد بود: $T_a=T_b\Rightarrow\Delta T_{ab}=0\Rightarrow\Delta U_{ab}=0\Rightarrow W+Q=0$

۴ ۱۲۴۱ B

۱ با معلوم بودن انرژی درونی اولیه و نهایی گاز کامل در نقاط A و B، تغییر انرژی درونی آن را در طی فرایند AB به‌دست می‌آوریم: $\Delta U_{AB}=U_B-U_A=1800-1400=+400J$



یادآوری مساحت ذوزنقه برابر مجموع دو قاعده ضرب در نصف ارتفاع است.

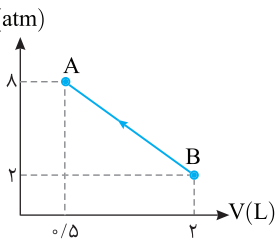
۱ با توجه به این‌که فرایند AB انبساطی است، کار محیط روی گاز در این فرایند منفی است. از طرفی کار برابر سطح زیر نمودار $P-V$ است، بنابراین:

$$S=|W|\Rightarrow W_{AB}=-S_{P-V}=-\frac{1}{2}\times(0/5+1)(4-1)\times10^2=-225J$$

۲ با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، مقدار گرمای مبادله شده در این فرایند به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta U_{AB}=Q_{AB}+W_{AB}\Rightarrow+400=Q_{AB}+(-225)\Rightarrow Q_{AB}=625J$$

بازی با سؤال در شکل زیر اگر انرژی درونی گاز در نقاط A و B به ترتیب ۶۰۰J و ۹۰۰J باشد، گرمای مبادله شده بین محیط و دستگاه در فرایند BA چند ژول است؟



۱) ۵۹۰
۲) −۵۹۰
۳) ۱۰۵۰
۴) −۱۰۵۰

گزینه ۴

۲ ۱۲۴۲ B

با توجه به شکل و قانون گازها داریم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow{T_2>T_1}P_2V_2>P_1V_1\xrightarrow{P_2<P_1}V_2>V_1$$

حجم افزایش یافته و گزاره (الف) نادرست است.

چون حجم افزایش یافته در واقع فرایند انبساطی است، بنابراین کار محیط روی دستگاه در این فرایند منفی است و گزاره (ت) نادرست است.

دمای گاز از T_1 به T_2 افزایش یافته است. از طرفی انرژی درونی گاز به دما بستگی دارد، بنابراین انرژی درونی دستگاه افزایش یافته است و گزارهٔ (پ) درست است:

$$T_2>T_1\Rightarrow U_b>U_a\Rightarrow\Delta U>0$$

با توجه به قانون اول ترمودینامیک، تغییر انرژی درونی برابر مجموع کار و گرمای مبادله شده با محیط است. در این فرایند کار منفی $(W<0)$ اما ΔU مثبت است، بنابراین باید گرما $Q>0$ باشد، یعنی دستگاه گرما دریافت کرده و گزارهٔ (ب) درست است:

$$\Delta U=Q+W\xrightarrow[\Delta U>0]{W<0}Q>0$$

۱ ۱۲۴۳ B

خط فکری در حل این مسائل ابتدا به سراغ مقایسهٔ دمای گاز در نقاط ابتدایی (a) و انتهایی (b) فرایند بروید که معمولاً دمای این دو نقطه یکسان و $\Delta U=0$ است. بنابراین گرمای مبادله شده در طول فرایند قرینهٔ کار محیط روی دستگاه خواهد بود $(Q=-W)$. در نتیجه شما باید کار محیط روی دستگاه را به کمک سطح زیر نمودار حساب کرده تا بتوانید Q را به‌دست آورید.

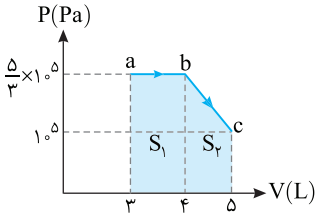
۱ دما در دو نقطهٔ a و c را بررسی می‌کنیم:

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}\Rightarrow\begin{cases}T_a=\frac{\frac{5}{3}\times10^5\times3\times10^{-3}}{nR}\Rightarrow T_a=\frac{500}{nR}\\ T_c=\frac{10^5\times5\times10^{-3}}{nR}\Rightarrow T_c=\frac{500}{nR}\end{cases}$$

دمای این دو نقطه برابر شده $T_a=T_c$ یعنی انرژی درونی گاز در این دو نقطه یکسان و $\Delta U=0$ است.

۲ سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم:

$$S=S_1+S_2=(\frac{5}{3}\times10^5\times1\times10^{-3})+\frac{\frac{5}{3}\times10^5+10^5}{2}\times1\times10^{-3}$$
$$\Rightarrow S=\frac{500}{3}+\frac{400}{3}\Rightarrow S=\frac{900}{3}\Rightarrow S=300$$



۳ حجم گاز از ۳L به ۵L افزایش یافته، گاز منبسط شده و هرگاه دستگاه منبسط شود، کار محیط روی دستگاه منفی است، بنابراین $S=|W|\Rightarrow W=-300J$

۴ بنا به قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

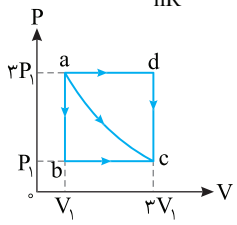
$$\Delta U=W+Q\xrightarrow[\Delta U=0]{W=-300J}0=-300+Q\Rightarrow Q=300J$$

۳ ۱۲۴۴ B

۱ در هر سه مسیر ابتدا و انتهای مسیر یکسان است و در فرایندهای ترمودینامیکی تغییر انرژی درونی به مسیر بستگی ندارد و تنها به حالت ابتدایی و انتهایی دستگاه بستگی دارد. از این رو در هر سه مسیر تغییر انرژی درونی یکسان است و گزینهٔ (۱) درست است.

۲ دمای حالت a و c را مقایسه می‌کنیم:

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}\Rightarrow T_a=\frac{۳P_۱V_۱}{nR}\ ,\ T_c=\frac{P_۱(۳V_۱)}{nR}\Rightarrow T_a=T_c$$



بنابراین انرژی درونی گاز که تابعی از دمای گاز است در نقاط a و c با هم برابر است و تغییر انرژی درونی در هر سه مسیر صفر است و گزینهٔ (۲) درست است.

۳ سطح زیر نمودار در فرایندها را با هم مقایسه می‌کنیم. با توجه به نمودار خواهیم داشت:

$$S_{abc}<S_{ac}<S_{adc}\Rightarrow|W_{abc}|<|W_{ac}|<|W_{adc}|$$

در هر سه فرایند $\Delta U=W+Q=۰$. بنابراین: $Q=-W\Rightarrow|Q_{abc}|<|Q_{ac}|<|Q_{adc}|$

بنابراین گرمای مبادله شده در هر سه فرایند با هم برابر نیست و گزینهٔ (۳) نادرست بوده و پاسخ این مسأله است.

۴ کار در فرایند abc و adc برابر سطح زیر نمودار است:

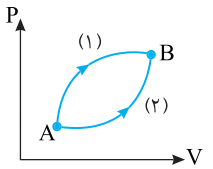
$$\begin{cases}|W_{adc}|=(۳P_۱)(۳V_۱-V_۱)=۶P_۱V_۱\\ |W_{abc}|=(P_۱)(۳V_۱-V_۱)=۲P_۱V_۱\end{cases}\Rightarrow\frac{|W_{adc}|}{|W_{abc}|}=۳$$

بنابراین گزینهٔ (۴) نیز درست است.

B ۱۲۴۵ **۳**

یادآوری تغییر انرژی درونی دستگاه به مسیر فرایند بستگی ندارد و تنها به حالت ابتدایی و انتهایی دستگاه بستگی دارد.

خط فکری می‌خواهیم دربارهٔ گرمای مبادله شده بین دستگاه و محیط در دو مسیر (۱) و (۲) اظهار نظر کنیم، بنابراین شما باید ابتدا تغییر انرژی درونی در دو مسیر را با هم مقایسه کنید و سپس به کمک سطح زیر نمودار، کار محیط روی دستگاه را با هم مقایسه کنید تا بتوانید در مسیر Q در دو مسیر (۱) و (۲) اظهار نظر کنید.



۱ در دو مسیر (۱) و (۲) که گاز از حالت A به حالت B می‌رود، بنا به قانون اول ترمودینامیک تغییر انرژی درونی یکسان است $(\Delta U_۱=\Delta U_۲)$.

۲ سطح زیر نمودار $P-V$ برابر اندازهٔ کار محیط روی دستگاه $(S=|W|)$ است، پس به نمودارها دقت کنید، سطح زیر نمودار (۱) از سطح زیر نمودار (۲) بزرگ‌تر است. بنابراین:

$$S_۱>S_۲\Rightarrow|W_۱|>|W_۲|$$

۳ در هر دو مسیر حجم گاز افزایش یافته، دستگاه منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است، بنابراین: $W_۱<W_۲$

۴ با توجه به قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U_۱=\Delta U_۲\Rightarrow Q_۱+W_۱=Q_۲+W_۲\xrightarrow{W_۱<W_۲}Q_۱>Q_۲\ \ (Q>۰)$$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

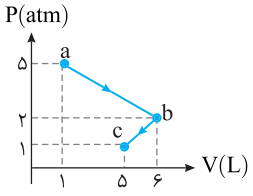
میانبر هرگاه از دو مسیر جداگانه گاز از حالت a به حالت b برود، تغییر انرژی درونی در دو مسیر یکسان است و در هر مسیری که اندازهٔ کار بیشتر باشد، در همان مسیر اندازهٔ گرمای مبادله شده نیز بزرگ‌تر است.

B ۱۲۴۶ **۳**

۱ دمای نقطه‌های a و c را بررسی کرده و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}$$

$$\Rightarrow\left(T_a=\frac{۵\times۱}{nR}\times۱۰^۲=\frac{۵۰۰}{nR}\ ,\ T_c=\frac{۱\times۵}{nR}\times۱۰^۲=\frac{۵۰۰}{nR}\right)\Rightarrow T_a=T_c$$



۲ دمای نقاط a و c برابر است. انرژی درونی یک گاز آرمانی تنها تابع دمای مطلق گاز است. بنابراین:

$$T_a=T_c\Rightarrow U_a=U_c\Rightarrow\Delta U_{ac}=۰\Rightarrow\Delta U_{abc}=۰$$

۳ کار محیط روی دستگاه را در فرایند ab و bc به کمک سطح زیر نمودار به‌دست می‌آوریم:

$$|W_{ab}|=S_{ab}\Rightarrow|W_{ab}|=\frac{(۵+۲)\times۱۰^۵}{۲}\times(۶-۱)\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow|W_{ab}|=\frac{۳۵۰۰}{۲}J=۱۷۵۰J$$

در فرایند ab گاز منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است، بنابراین $W_{ab}=-۱۷۵۰J$.

$$|W_{bc}|=S_{bc}\Rightarrow|W_{bc}|=\frac{(۲+۱)\times۱۰^۵}{۲}\times(۶-۵)\times۱۰^{-۳}\Rightarrow|W_{bc}|=\frac{۳۰۰}{۲}J=۱۵۰J$$

در فرایند bc گاز متراکم شده و کار محیط روی دستگاه مثبت است، بنابراین: $W_{bc}=+۱۵۰J$

۴ کار محیط روی دستگاه در کل فرایند abc خواهد شد:

$$W_{abc}=W_{ab}+W_{bc}\Rightarrow W_{abc}=-۱۷۵۰+۱۵۰\Rightarrow W_{abc}=-۱۶۰۰J$$

۵ با توجه به قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{abc}=W_{abc}+Q_{abc}\xrightarrow[W_{abc}=-۱۶۰۰J]{\Delta U_{abc}=۰}۰=-۱۶۰۰+Q_{abc}$$

$$\Rightarrow Q_{abc}=۱۶۰۰J$$

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۱۲۴۷ **۱**

نیروی خالصی که توسط گاز به پیستون وارد می‌شود را حساب می‌کنیم:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA\Rightarrow F=۵\times۱۰^۴\times۲\times۱۰^{-۴}\Rightarrow F=۱۰۰N$$

کاری که گاز انجام می‌دهد: $W'=+Fd=۱۰۰\times۱۰\times۱۰^{-۲}=۱۰J$

کاری که محیط روی گاز انجام می‌دهد: $-۱۰J$

$$\Delta U=Q+W=\Delta U=۲۰۰-۱۰=۱۹۰J$$

B ۱۲۴۸ **۲**

یادآوری انرژی درونی گاز، مجموع انرژی‌های ذره‌های تشکیل‌دهندهٔ گاز است.

وقتی ۲ مول گاز از مخزن خارج می‌شود، گاز باقی‌مانده در مخزن ۳ مول است، یعنی تعداد ذرات تشکیل‌دهندهٔ گاز $\frac{۳}{۵}$ حالت اول می‌شود. بنابراین چون دما ثابت است، انرژی درونی گاز باقی‌مانده $\frac{۳}{۵}$ انرژی درونی گاز اولیه است.

بازی با سؤال **یک گاز آرمانی درون یک محفظه زیر یک پیستون متحرک بدون اصطکاک در فشار P، حجم V و دمای T قرار دارد. مقداری از گاز را در دمای ثابت از محفظه خارج می‌کنیم. در این فرایند انرژی درونی گاز درون محفظه:**

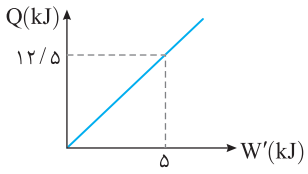
۱) چون دما ثابت است، انرژی درونی گاز ثابت می‌ماند.

۲) با خارج کردن گاز، حجم آن کاهش و فشار گاز افزایش یافته و با افزایش فشار و کاهش حجم کار محیط روی دستگاه سبب افزایش انرژی درونی گاز می‌شود.

۳) با خارج کردن گاز، در دمای ثابت، به دلیل کم شدن تعداد ذرات گاز در محفظه، انرژی درونی کاهش می‌یابد.

۴) بسته به اینکه حجم اولیه چه مقدار بوده، هر سه حالت ممکن است. گزینهٔ ۳

C ۱۲۴۹ **۴**



با توجه به نمودار هر $۱۲/۵kJ$ گرمایی که گاز دریافت می‌کند، $۵kJ$ کار توسط گاز روی محیط انجام می‌دهد، یعنی کار محیط روی دستگاه $-۵kJ$ است و تغییر انرژی درونی برابر است با:

$$\Delta U=Q+W\Rightarrow\Delta U=۱۲/۵+(-۵)\Rightarrow\Delta U=۷/۵kJ$$

اکنون با یک تناسب ساده مسأله را حل می‌کنیم:

$$\frac{\Delta U=۷/۵kJ\ \ |\ \ Q=۱۲/۵kJ}{\Delta U=۳۰\ \ |\ \ Q=?}\Rightarrow Q=۵۰kJ$$

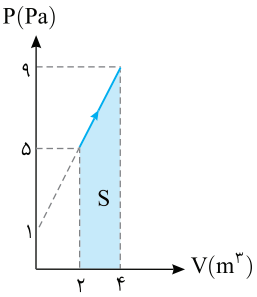
۳ ۱۲۵۰ C

خط فکری سؤال سختی به نظر می‌رسد، اما با توجه به این که سطح زیر نمودار $P-V$ برابر اندازهٔ کار مبادله شده بین محیط و دستگاه است $S=|W|$، شما باید ابتدا نمودار $P-V$ را رسم کرده و در بازهٔ $V_1=۲m^3$ تا $V_2=۴m^3$ سطح زیر نمودار را حساب کنید.

رابطهٔ $P=۲V+۱$ یک تابع درجه ۱ است و نمودار آن یک خط راست مایل است. برای رسم آن کافی است مختصات دو نقطه از خط را مشخص کنیم:

$$V=۲\Rightarrow P=۲\times ۲+۱=۵Pa$$

$$V=۴\Rightarrow P=۲\times ۴+۱=۹Pa$$



اکنون سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم:

$$|S|=\frac{۱۴}{۲}\times ۲=۱۴$$

گاز منبسط شده و کار گاز روی محیط مثبت است:

$$W'=۱۴J$$

۲ ۱۲۵۱ C

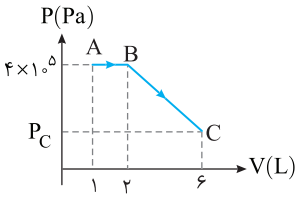
خط فکری سطح زیر نمودار $P-V$ برابر کار مبادله شده بین محیط و دستگاه است $(|W|=S)$. از طرفی گاز منبسط شده و کار گاز روی محیط مثبت است. سطح زیر نمودار AB و سطح زیر نمودار ABC را حساب می‌کنیم و به کمک نسبت آن‌ها فشار گاز در نقطهٔ C را به‌دست می‌آوریم، سپس به کمک قانون گازها، دمای گاز در نقطهٔ C را حساب می‌کنیم.

۱ کار در فرایند AB خواهد شد: $|W_{AB}|=S_{AB}=۴\times ۱۰^5\times ۱\times ۱۰^{-3}=۴۰۰J$

۲ کار در فرایند ABC برابر است با:

$$|W_{ABC}|=S_{AB}+S_{BC}=۴۰۰+\frac{P_C+۴\times ۱۰^5}{۲}\times(۶-۲)\times ۱۰^{-3}$$

$$\Rightarrow |W_{ABC}|=۴۰۰+۲\times ۱۰^{-3}P_C+۸۰۰=۱۲۰۰+۲\times ۱۰^{-3}P_C$$



۳ با توجه به فرض مسأله $\frac{|W_{AB}|}{|W_{ABC}|}=\frac{۱}{۴}$ است، بنابراین:

$$\frac{۴۰۰}{۱۲۰۰+۲\times ۱۰^{-3}P_C}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow ۱۶۰۰=۱۲۰۰+۲\times ۱۰^{-3}P_C\Rightarrow P_C=\frac{۴۰۰}{۲\times ۱۰^{-3}}$$

$$\Rightarrow P_C=۲\times ۱۰^5Pa$$

۴ دمای گاز را حساب می‌کنیم:

$$PV=nRT\xrightarrow{n=۲mol}۲\times ۱۰^5\times ۶\times ۱۰^{-3}=۲\times ۸\times T_C$$

$$\Rightarrow ۱۲۰۰=۲\times ۸\times T_C\Rightarrow T_C=۷۵K$$

پنجره ۲

۳ ۱۲۵۲ B

۱ حجم و جرم گاز ثابت مانده است، بنابراین چگالی $(\rho=\frac{m}{V})$ ثابت می‌ماند و تغییرات چگالی صفر است $(\Delta\rho=۰)$.

۲ وقتی حجم گاز ثابت باشد و جابه‌جایی رخ ندهد، کار محیط روی دستگاه (گاز) صفر است.

$$W=-P\Delta V\xrightarrow{\Delta V=۰}W=۰$$

۳ انرژی درونی یک گاز کامل تابع دمای گاز است، بنابراین با افزایش دما، انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد. بنابراین تغییر انرژی درونی مثبت است $(\Delta U>۰)$.

۴ فشار با دما رابطهٔ مستقیم دارد و با افزایش دما در حجم ثابت، فشار نیز افزایش می‌یابد و تغییرات فشار مثبت است $(\Delta P>۰)$.

بنابراین دو کمیت مثبت است.

۱ ۱۲۵۳ A

یادآوری در فرایند هم‌حجم، کار محیط روی دستگاه صفر و تغییر انرژی درونی دستگاه برابر گرمای مبادله شده بین محیط و دستگاه است.

$$\Delta U=W+Q\xrightarrow{W=۰}\Delta U=Q$$

در صورت مسأله بیان شده که فرایند هم‌حجم است و انرژی درونی گاز به اندازهٔ ۳۰۰J افزایش یافته، بنابراین گرمایی که گاز دریافت کرده است برابر $Q=\Delta U=۳۰۰J$ است.

۱ ۱۲۵۴ A

۱ حجم گاز ثابت است و بنابر قانون گازها برای یک گاز آرمانی در حجم ثابت خواهیم داشت:

$$\frac{P_۲V_۲}{T_۲}=\frac{P_۱V_۱}{T_۱}\xrightarrow[T_۲=۲۷۳+۱۵۲=۴۲۵K]{T_۱=۲۷۳+۲۷=۳۰۰K}\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۴۲۵}{۳۰۰}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۱۷}{۱۲}$$

۲ در فرایند هم‌حجم، تغییر انرژی درونی گاز برابر گرمایی است که به گاز داده شده است که در این‌جا ۵kJ گرما به گاز داده شده، بنابراین انرژی درونی گاز ۵kJ افزایش یافته است $(\Delta U=Q=۵kJ)$.

۴ ۱۲۵۵ C

خط فکری دقت کنید حجم محفظه ثابت و فرایند هم‌حجم است. از طرفی تغییر انرژی درونی گاز در حجم ثابت برابر گرمای مبادله شده بین محیط و گاز است و گرما را می‌توان از رابطهٔ $Q=mc\Delta T$ به‌دست آورد. از این رو شما باید ابتدا تغییر دمای گاز را به کمک قانون گازها به‌دست بیاورید تا به کمک آن Q و سپس ΔU را حساب کنید.

۱ تعداد مول‌های گاز را حساب می‌کنیم: $n=\frac{m}{M}\Rightarrow n=\frac{۲۰}{۲}\Rightarrow n=۱۰mol$

۲ به کمک قانون گازها، تغییر دمای گاز را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}P_۲V=nRT_۲\\P_۱V=nRT_۱\end{cases}\xrightarrow{\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}}(P_۲-P_۱)V=nR(T_۲-T_۱)$$

$$\xrightarrow[P_۱=۵atm=۵\times ۱۰^5Pa]{P_۲=۱atm=۱۰^5Pa\,,\,V=۵\times ۱۰^{-3}m^3}(۱۰^5-۵\times ۱۰^5)\times ۵\times ۱۰^{-3}=۱۰\times ۸\times\Delta T$$

$$\Rightarrow -۲۰۰۰=۸۰\Delta T\Rightarrow\Delta T=-۲۵K$$

۳ گرمایی که گاز از دست می‌دهد برابر است با:

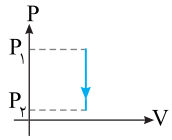
$$Q=mc\Delta T\Rightarrow Q=\frac{۲۰}{۱۰۰۰}\times ۱۰^۴\times(-۲۵)\Rightarrow Q=-۵\times ۱۰^۳J=-۵kJ$$

۴ تغییر انرژی درونی گاز برابر خواهد شد با:

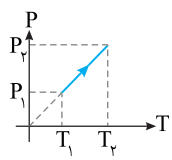
$$\Delta U=W+Q\xrightarrow[Q=-۵kJ]{W=۰}\Delta U=-۵kJ$$

۳ ۱۲۵۶ B

در نمودار (الف)، دمای گاز در حجم ثابت افزایش یافته، بنابراین گاز گرما دریافت کرده است و در حجم ثابت، دما و انرژی درونی آن افزایش یافته است و این فرایند گرماگیر است.



در نمودار (ب)، فشار گاز در حجم ثابت کاهش یافته است $(P_۲<P_۱)$ و بنابر قانون گازها، با کاهش فشار دمای گاز کاهش یافته است و با کاهش دما، انرژی درونی گاز کم شده و گاز بخشی از انرژی درونی خود را به صورت گرما از دست داده و این فرایند گرماده است.

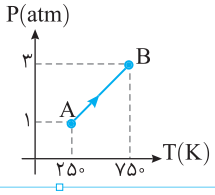


در نمودار (پ) که مربوط به یک فرایند هم‌حجم است، دمای گاز افزایش یافته است. بنابراین این فرایند گرماگیر است.

A ۱۲۵۷ ۱

یادآوری با توجه به قانون گازها $PV=nRT$ وقتی حجم ثابت است، فشار تابع درجه اول دما است $(P=\frac{nRT}{V})$ و نمودار $P-T$ خطی است که از مبدأ می‌گذرد و شیب آن هرچه بیشتر باشد، حجم گاز کمتر است.

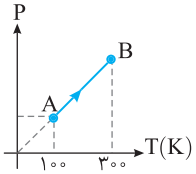
نمودار شکل روبه‌رو مربوط به فرایند هم‌حجم است و در فرایند هم‌حجم، کار محیط روی دستگاه صفر است. از این رو خواهیم داشت:



$$\Delta U=W+Q \xrightarrow{W=0} \Delta U=Q$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{\Delta U}=1$$

B ۱۲۵۸ ۲



نمودار $P-T$ از مبدأ گذشته است، بنابراین این نمودار مربوط به فرایند هم‌حجم بوده و بنابر قانون گازها $(P=\frac{nR}{V}T)$، شیب آن برابر $\frac{nR}{V}$ است.

در صورت مسأله بیان شده که شیب برابر ۲۰ واحد SI است. از این رو:

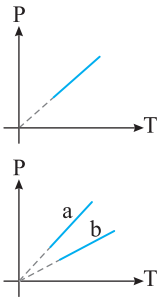
$$\frac{nR}{V}=20 \xrightarrow[R=8J/mol.K]{n=2} \frac{2\times 8}{V}=20 \Rightarrow V=0/8m^3$$

فرایند هم‌حجم است و در تمام نقاط حجم آن برابر $0/8m^3$ است.

B ۱۲۵۹ ۳

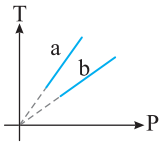
یادآوری در فرایند هم‌حجم، شیب نمودار $P-T$ هرچه بزرگ‌تر باشد، حجم گاز کمتر است:

$$PV=nRT \Rightarrow P=\frac{nR}{V}T \Rightarrow \text{شیب}\downarrow=\frac{nR}{V\uparrow}$$



شیب نمودار a از شیب نمودار b بیشتر، بنابراین حجم a کمتر از حجم b است $V_a<V_b$.

بازی با سؤال **در شکل زیر، نمودار $T-P$ یک گاز کامل طی دو فرایند رسم شده است. کدام گزینه در مورد حجم گاز در فرایندهای a و b درست است؟**



۱) $V_a=V_b$

۲) $V_a>V_b$

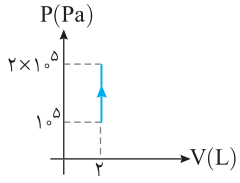
۳) $V_a<V_b$

۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۲

C ۱۲۶۰ ۱

از ابتدا مشخص است که کار گاز روی محیط صفر است، زیرا فرایند هم‌حجم است و در فرایند هم‌حجم کار صفر است. $(W=0)$ اما در فرایند هم‌حجم گرمای داده شده به گاز برابر تغییر انرژی درونی گاز است $(\Delta U=Q)$.



بنابراین باید به سراغ دمای گاز در این فرایند برویم. قانون گازها را می‌نویسیم:

$$PV=nRT \Rightarrow \begin{cases} 10^5\times 2\times 10^{-3}=1\times 8\times T_1 \Rightarrow T_1=25K \\ 2\times 10^5\times 2\times 10^{-3}=1\times 8\times T_2 \Rightarrow T_2=50K \end{cases}$$

انرژی درونی یک گاز کامل تابع دمای گاز است. بنابراین:

$$U\propto T \Rightarrow \frac{U_2}{U_1}=\frac{T_2}{T_1} \xrightarrow{U_1=300J} \frac{U_2}{300}=\frac{50}{25} \Rightarrow U_2=600J$$

تغییر انرژی درونی در فرایند هم‌حجم برابر گرمای داده شده به گاز است. از این رو:

$$Q=\Delta U=U_2-U_1 \Rightarrow Q=600-300=300J$$

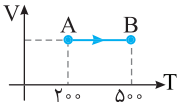
بازی با سؤال **فشار نیم مول گاز کامل در حجم ثابت، ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. اگر انرژی درونی اولیهٔ گاز ۳۰۰J باشد، گاز چند ژول گرما می‌گیرد؟**

خارج ریاضی- ۹۶

۱) ۱۵۰ ۲) ۹۰ ۳) ۷۵ ۴) ۴۵

گزینهٔ ۳

A ۱۲۶۱ ۳



در تغییر دمای گاز از ۲۰۰K به ۵۰۰K، حجم گاز ثابت بوده و با ثابت بودن مقدار گاز، چگالی آن ثابت می‌ماند $(\rho=\frac{m}{V})$. بنابراین نمودار گزینهٔ (۳) درست است.

A ۱۲۶۲ ۳

در فرایند هم‌حجم کار محیط روی دستگاه صفر است $(W=0)$. بنابراین گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند. در فرایند هم‌فشار گاز آرمانی، وقتی به گاز گرما داده می‌شود $(Q>0)$، گاز منبسط شده یعنی بخشی از گرما صرف انجام کار می‌شود $(W<0)$ و در فشار ثابت وقتی گاز منبسط می‌شود، دمای آن بالا رفته و سبب افزایش انرژی درونی گاز می‌شود $(\Delta U>0)$ و هرگاه گاز گرما از دست بدهد $(Q<0)$، در فرایند هم‌فشار کار محیط روی دستگاه مثبت است $(W>0)$ و با کاهش دما، انرژی درونی گاز نیز کاهش می‌یابد $(\Delta U<0)$. در نتیجه در فرایند هم‌فشار علامت Q و W همواره مخالف هم است و $|Q|$ بزرگ‌تر از $|W|$ است. بنابراین گزینهٔ (۱) که در آن گاز هم گرمای Q و هم کار دریافت می‌کند $(Q>0$ و $W>0)$ نادرست است. در گزینهٔ (۳) با دریافت گرمای Q توسط گاز، گاز توانسته کار W را روی محیط انجام دهد. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

A ۱۲۶۳ ۱

۱) برای انبساط گاز در فشار ثابت باید به گاز گرما داده شود $(Q>0)$.

۲) گاز در فرایند هم‌فشار (ثابت $=P$) منبسط شده و حجم آن افزایش یافته $(V_2>V_1)$ و بنابر قانون گاز دمای گاز افزایش می‌یابد $(PV\uparrow=nRT\uparrow \Rightarrow T_2>T_1)$ پس انرژی درونی گاز نیز افزایش می‌یابد $\Delta U>0$.

۳) در انبساط دستگاه، کار محیط روی دستگاه منفی است $(W<0)$.

B ۱۲۶۴ ۴

۱) گاز در فرایند هم‌فشار گرما دریافت کرده $(Q>0)$ و قطعاً با دریافت گرما حجم گاز افزایش می‌یابد. یعنی گاز منبسط می‌شود و کار محیط روی دستگاه منفی است $(W<0)$. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند.

۲) با انبساط گاز در فشار ثابت قطعاً دمای گاز و در نتیجه انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد $(T=\frac{P}{nR}V)$.

۳) با توجه به قانون اول ترمودینامیک $(\Delta U=W+Q)$ وقتی کار محیط روی گاز منفی و گرما مثبت بوده و انرژی درونی مثبت شده این یعنی $Q>|W|$ است. بنابراین کاری که هنگام انبساط گاز روی محیط انجام می‌دهد باید از ۵۰۰J کمتر باشد. در نتیجه گزینهٔ (۲) نادرست و گزینهٔ (۴) درست است زیرا در این گزینه کار گاز روی محیط مثبت ۲۰۰J بیان شده که از ۵۰۰J کمتر است.

B ۱۲۶۵ ۴

هرگاه در فشار ثابت به گاز گرما دهیم، دمای گاز افزایش می‌یابد. بنابراین فرایند (الف) یک فرایند گرماگیر است. در فشار ثابت برای افزایش حجم گاز باید به آن گرما داده شود تا گاز منبسط شود. بنابراین فرایند (ب) نیز گرماگیر است. در حجم ثابت برای افزایش دمای گاز باید به آن گرما داده شود. بنابراین این فرایند نیز گرماگیر است. در حجم ثابت برای افزایش فشار گاز باید به گاز گرما بدهیم، بنابراین فرایند (ت) نیز گرماگیر است.

B ۱۲۶۶ ۲

۱) در فرض مسأله بیان شده که اندازهٔ کار محیط روی دستگاه (W) ۴۰٪ کمتر از گرمای مبادله شده (Q) است. بنابراین:

$$|W|=|Q|-40\%|Q| \Rightarrow |W|=60\%|Q| \Rightarrow |Q|=\frac{100}{60}|W| \Rightarrow |Q|=\frac{5}{3}W$$

۲ بنابر قانون اول ترمودینامیک $\Delta U=W+Q$ است و در تراکم هم‌فشار گاز کار محیط روی دستگاه مثبت و گرمای مبادله شده، منفی است. بنابراین:

$$\Delta U=Q+W \xrightarrow[Q<0]{W>0} \Delta U=-\frac{5}{3}W+W \Rightarrow \Delta U=-\frac{2}{3}W$$

B ۳ ۱۲۶۷

۱ کار محیط روی گاز در فشار ثابت را حساب می‌کنیم:

$$W=-P\Delta V \xrightarrow[P=2\times10^5 Pa]{\Delta V=2-6=-4L=-4\times10^{-3}m^3} W=-2\times10^5\times(-4\times10^{-3})$$

$$\Rightarrow W=800J$$

۲ گاز ۲۸۰۰J گرما از دست داده، بنابراین $Q=-2800J$ است.

۳ بنابر قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U=Q+W \Rightarrow \Delta U=-2800+800 \Rightarrow \Delta U=-2000J$$

انرژی درونی گاز ۲۰۰۰J کاهش یافته است.

بازی با سؤال طی یک فرایند هم‌فشار، دمای گاز کاملی را از $-73^\circ C$ به $27^\circ C$ رسانده‌ایم. اگر در این فرایند به گاز ۲۵۰J گرما داده باشیم و انرژی درونی ۵۰J افزایش یابد، تعداد مول گاز کدام است؟ $(R=8J/mol.K)$

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

گزینهٔ ۱

B ۴ ۱۲۶۸

یادآوری کار انجام شده در فرایند فشار ثابت از رابطهٔ $W=-P\Delta V=-nR\Delta T$ به‌دست می‌آید.

تغییرات حجم و فشار داده شده پس:

$$W=-P\Delta V \xrightarrow[V_2-V_1=1/5-2=-0/5L]{P=10^5 Pa} W=-10^5(-0/5\times10^{-3})=50J$$

B ۴ ۱۲۶۹

یادآوری کار در فرایند هم‌فشار گاز آرمانی برابر $W=-P\Delta V$ است.

خط فکری در صورت مسئله خبری از مقدار فشار و تغییر حجم نیست اما تعداد مول‌ها و دمای اولیه و ثانویه گاز داده شده است پس شما باید به سراغ قانون گازها $(PV=nRT)$ بروید.

۱ با توجه به قانون گازها:

$$\left.\begin{matrix}PV_1=nRT_1\\PV_2=nRT_2\end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}} P(V_2-V_1)=nR(T_2-T_1) \Rightarrow P\Delta V=nR\Delta T$$

۲ اختلاف دما برحسب کلوین و درجه‌بندی سلسیوس اعداد یکسانی دارند.

$$\Delta T=\Delta\theta=80-30=50K$$

۳ کار را حساب می‌کنیم:

$$W=-P\Delta V=-nR\Delta T \xrightarrow{n=2mol,\ R=8/3J/mol.K}$$

$$W=-2\times8/3\times50 \Rightarrow W=-830J$$

میانبر هر گاه در فرایند هم‌فشار تعداد مول‌ها و تغییر دمای گاز مشخص باشد کار محیط روی دستگاه از رابطهٔ $W=-nR\Delta T$ قابل محاسبه است.

B ۳ ۱۲۷۰

به گاز گرما داده شده است بنابراین $Q=+700J$ بوده و این عمل باعث شده که انرژی درونی گاز ۵۰۰J افزایش یابد یعنی $\Delta U=+500J$ است. از این‌رو بنا به قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت: $\Delta U=W+Q \Rightarrow 500=W+700 \Rightarrow W=-200J$

اکنون با داشتن کار محیط روی دستگاه می‌توان تغییر حجم گاز را حساب کرد.

$$W=-P\Delta V \xrightarrow{P=1bar=10^5 Pa} -200=-10^5\times\Delta V$$

$$\Rightarrow \Delta V=2\times10^{-3}m^3 \Rightarrow \Delta V=2L$$

بنابراین حجم گاز در این فرایند 2L افزایش یافته است.

B ۱ ۱۲۷۱

۱ ابتدا حجم ثانویهٔ گاز موجود در محفظهٔ سیلندر و پیستون را در دمای $102^\circ C$، با استفاده از قانون گازها در فشار ثابت به‌دست می‌آوریم:

$$V_1=1L \ , \ V_2=? \ , \ \theta_1=27^\circ C \Rightarrow T_1=27+273=300K$$

$$\theta_2=102^\circ C \Rightarrow T_2=102+273=375K$$

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{1}=\frac{375}{300} \Rightarrow V_2=1/25L$$

۲ کار محیط روی دستگاه در فرایند هم‌فشار خواهد شد:

$$W=-P\Delta V=-P(V_2-V_1) \xrightarrow{P=2atm=2\times10^5 Pa}$$

$$W=-2\times10^5\times(1/25\times10^{-3}-1\times10^{-3})=-2\times10^5\times25\times10^{-5}=-50J$$

۳ کار گاز روی محیط برابر است با: $W'=-W=-(-50)=+50J$

گاز منبسط شده و قطعاً کار گاز روی محیط مثبت است، یعنی دستگاه روی محیط کار انجام می‌دهد.

B ۱ ۱۲۷۲

خط فکری ابتدا شما باید به کمک قانون اول ترمودینامیک $(\Delta U=W+Q)$ کار محیط روی دستگاه (گاز) را حساب کنید و سپس به کمک کار در فشار ثابت $(W=-nR\Delta T)$ دمای ثانویه و از آن‌جا به کمک قانون گازها در فشار ثابت $\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_1}{T_1}$، حجم ثانویه را به‌دست آورید.

یادآوری در فرایند فشار ثابت، گاز هنگام انبساط، گرما دریافت می‌کند $(Q>0)$ و روی محیط کار انجام می‌دهد $(W<0)$. در فشار ثابت، با افزایش حجم، دمای گاز افزایش یافته است $T_2>T_1$، بنابراین تغییر انرژی درونی گاز مثبت است $(\Delta U>0)$.

۱ به کمک قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U=W+Q \xrightarrow[\Delta U=6\times10^3 J]{Q=10^4 J} 6\times10^3=W+10^4 \Rightarrow W=-4\times10^3 J$$

۲ با توجه به رابطهٔ کار در فشار ثابت، دمای ثانویه را حساب می‌کنیم:

$$W=-P\Delta V \Rightarrow W=-nR\Delta T \xrightarrow[R=8J/mol.K]{n=2mol} -4\times10^3=-2\times8\times\Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T=250K \Rightarrow T_2-T_1=250 \xrightarrow{T_1=350K} T_2-350=250$$

$$\Rightarrow T_2=600K$$

۳ اکنون می‌توان حجم ثانویه را حساب کرد:

$$\frac{P_2V_2}{T_2}=\frac{P_1V_1}{T_1} \xrightarrow[V_1=1/75m^3]{P_1=P_2} \frac{V_2}{600}=\frac{1/75}{350} \Rightarrow V_2=3m^3$$

B ۳ ۱۲۷۳

۱ وقتی به گاز در فشار ثابت گرما داده می‌شود $(Q>0)$ و گاز منبسط می‌شود و دمای گاز افزایش می‌یابد $(T_2>T_1)$، انرژی درونی گاز که تابع دمای گاز است نیز افزایش می‌یابد $(\Delta U>0)$. پس بنابه قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U=W+Q \xrightarrow[Q=1400J]{\Delta U=1000J} 1000=W+1400 \Rightarrow W=-400J$$

۲ تغییر حجم گاز را به کمک رابطهٔ کار در فشار ثابت به‌دست می‌آوریم:

$$W=-P\Delta V \xrightarrow{P=10^5 Pa} -400=-10^5\times\Delta V \Rightarrow \Delta V=4\times10^{-3}m^3$$

$$\Rightarrow \Delta V=4L \ (I)$$

۳ چگالی گاز ۲۰ درصد کاهش یافته، یعنی: $\rho_2=\rho_1-0/2\rho_1 \Rightarrow \rho_2=0/8\rho_1$

۴ مقدار گاز تغییر نکرده و با توجه به تعریف چگالی خواهیم داشت:

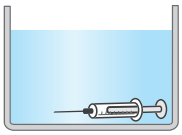
$$\rho=\frac{m}{V} \xrightarrow{m_1=m_2} \frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \frac{0/8\rho_1}{\rho_1}=\frac{V_1}{V_2} \Rightarrow V_2=1/25V_1 \ (II)$$

۵ با توجه به رابطهٔ (I) و (II) خواهیم داشت:

$$V_2-V_1=4L \Rightarrow 1/25V_1-V_1=4 \Rightarrow 0/25V_1=4 \Rightarrow V_1=16L$$

A ۱ ۱۲۷۴

۱ با شعلهٔ شمع به آرامی به آب گرما داده می‌شود و دمای آب به آرامی بالا می‌رود و سبب می‌گردد که دمای هوای محبوس درون سرنگ فلزی بالا برود: $T_2 > T_1$



۲ در طول فرایند فشار هوای محبوس درون سرنگ برابر مجموع فشار هوا و فشار آب است $(P_{هوا} = P_0 + \rho gh)$ که چون انبساط آب ناچیز است، فشار ثابت می‌ماند. بنابراین گزینهٔ (۲) و (۴) که در آن فشار تغییر می‌کند نادرست است.

۳ با افزایش دما در فشار ثابت، حجم هوای محبوس در سرنگ افزایش می‌یابد و ما با یک فرایند انبساطی در فشار ثابت روبه‌رو هستیم $V_2 > V_1$. بنابراین گزینهٔ (۱) درست و گزینهٔ (۳) نادرست است.

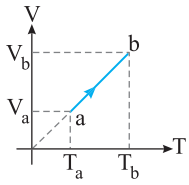
B ۲ ۱۲۷۵

یادآوری در فرایند فشار ثابت، حجم گاز با دمای آن نسبت مستقیم دارد:

$$PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nR}{P}T$$

و نمودار آن خط راست گذرنده از مبدأ بوده که هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، فشار گاز کمتر است.

با توجه به نمودار حجم گاز در یک فرایند انبساطی هم‌فشار افزایش یافته، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است. اما گزینه‌های دیگر:



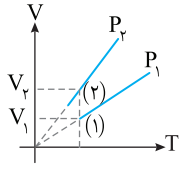
با توجه به نمودار $T_b > T_a$ بوده بنابراین انرژی درونی گاز که تابع دماست نیز تغییر کرده و گزینهٔ (۱) نادرست است.

حجم گاز افزایش یافته $(V_b > V_a)$ و با ثابت بودن مقدار گاز، چگالی گاز کاهش می‌یابد $(\downarrow \rho = \frac{m}{V\uparrow})$ و گزینهٔ (۳) نادرست است.

برای افزایش دما و حجم گاز قطعاً گاز از بیرون گرما دریافت کرده است و گزینهٔ (۴) نادرست است.

B ۲ ۱۲۷۶

در یک دمای معین، می‌توان خط قائمی بر محور T به موازات محور حجم (V) رسم کرد تا نمودارها را در دو نقطهٔ (۱) و (۲) قطع کند. برای این دما داریم:

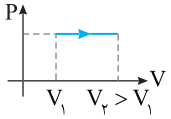


$$P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} \quad , \quad V_2 > V_1 \Rightarrow P_1 > P_2$$

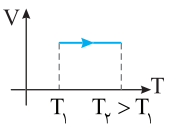
نکته اگر نمودار $V-T$ برای گاز کامل خط راست مایل باشد و امتداد آن از مبدأ بگذرد، فشار گاز ثابت است و شیب نمودار متناسب با عکس فشار گاز است. بنابراین هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، فشار گاز کمتر است. بنابراین چون شیب نمودار مربوط به P_2 بیشتر از شیب نمودار مربوط به P_1 است، خواهیم داشت: $P_1 > P_2$

B ۴ ۱۲۷۷

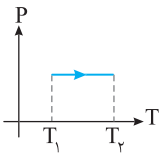
در نمودار (الف) در فشار ثابت حجم گاز افزایش یافته، بنابراین دمای گاز نیز افزایش یافته و گاز گرما دریافت کرده است و این فرایند گرماگیر است.



در نمودار (ب) در حجم ثابت دمای گاز افزایش یافته و در این فرایند کار محیط روی گاز صفر است و تغییر انرژی درونی برابر گرمای مبادله شده $(\Delta U = Q)$ است، دما زیاد شده بنابراین $\Delta U > 0$ و گرمای مبادله شده نیز مثبت بوده یعنی گاز گرما دریافت کرده یعنی از همان ابتدا باید بگوییم فرایند گرماگیر است.



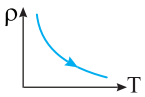
در نمودار (پ) نیز در فشار ثابت دمای گاز افزایش یافته یعنی انرژی درونی گاز که تابع دماست افزایش یافته است $(\Delta U > 0)$ و در اثر افزایش دما، حجم گاز زیاد شده و کار محیط روی دستگاه منفی $(W < 0)$ است و برای آن‌که ΔU مثبت شود، قطعاً گاز باید گرما دریافت کند و این فرایند نیز گرماگیر است.



میانبر در حجم ثابت افزایش دما و یا افزایش فشار یعنی فرایند گرماگیر است و در فشار ثابت افزایش دما و یا افزایش حجم یعنی فرایند گرماگیر است و در این فرایندهای گرماگیر، انرژی درونی گاز نیز افزایش می‌یابد $(\Delta U > 0)$.

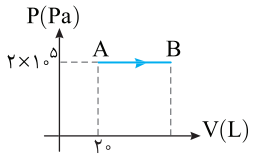
B ۲ ۱۲۷۸

یادآوری رابطهٔ چگالی با دما و فشار گاز به صورت $\rho = \frac{PM}{RT}$ است. در فشار ثابت، چگالی با دما نسبت وارون دارد، بنابراین نمودار $\rho - T$ به صورت مقابل بوده و گزینهٔ (۲) درست است.



B ۴ ۱۲۷۹

۱ با توجه به نمودار در فشار ثابت، حجم گاز افزایش یافته در این صورت دمای گاز افزایش می‌یابد:



ثابت

$$PV\uparrow = nRT\uparrow$$

و با افزایش دما، انرژی درونی گاز که تابع دماست نیز افزایش می‌یابد. بنابراین تغییر انرژی درونی گاز $\Delta U = +9kJ$ است.

۲ کار محیط روی دستگاه را به کمک قانون اول ترمودینامیک حساب می‌کنیم:

$$\Delta U = W + Q \xrightarrow[Q=+15kJ]{\Delta U=9kJ} 9 = W + 15 \Rightarrow W = -6kJ$$

۳ رابطهٔ کار در فرایند هم‌فشار را نوشته و حجم ثانویه را در حالت B به‌دست می‌آوریم:

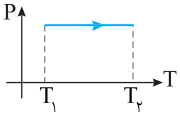
$$W = -P\Delta V \Rightarrow -6\times10^{3} = -2\times10^{5}(V_B - 20\times10^{-3})$$

$$\Rightarrow 30\times10^{-3} = V_B - 20\times10^{-3} \Rightarrow V_B = 30\times10^{-3} + 20\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow V_B = 50\times10^{-3}\,m^3 \Rightarrow V_B = 50L$$

B ۴ ۱۲۸۰

۱ با توجه به نمودار دمای گاز در فشار ثابت افزایش یافته، بنابراین انرژی درونی گاز که تابع دماست نیز افزایش یافته است $(\Delta U > 0)$.



۲ در فشار ثابت دمای گاز افزایش یافته و بنابه قانون گازها حجم گاز افزایش یافته است.

ثابت

$$PV\uparrow = nRT\uparrow$$

۳ با افزایش حجم گاز و منبسط شدن آن، کار محیط روی دستگاه منفی است $(W < 0)$.

۴ در فشار ثابت برای آن‌که دمای گاز افزایش یابد باید به گاز گرما بدهیم، بنابراین $Q = +200J$ است.

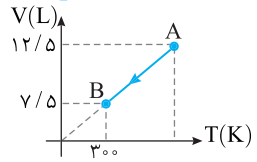
۵ با توجه به قانون اول ترمودینامیک $(\Delta U = W + Q)$ وقتی Q مثبت و W منفی است و جمع آن‌ها یعنی ΔU نیز مثبت شده است یعنی $|Q| > |W|$ است و همچنین $\Delta U < Q$ خواهد بود. در نتیجه انرژی درونی دستگاه کمتر از 200J افزایش می‌یابد.

میانبر همواره در فرایند هم‌فشار $|Q| > |W|$ و $|Q| > |\Delta U|$ است و هرگاه دما افزایش یابد $Q > 0$ ، $W < 0$ و $\Delta U > 0$ بوده، بنابراین:

$$200 > |\Delta U| \Rightarrow \Delta U < 200J$$

B ۳ ۱۲۸۱

۱ نمودار $V-T$ خط گذرنده از مبدأ است، بنابراین با یک فرایند فشار ثابت گاز آرمانی روبه‌رو هستیم. به کمک قانون گازها در فشار ثابت دمای گاز در نقطهٔ A را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{T_۲}{T_۱}\Rightarrow\frac{۷/۵}{۱۲/۵}=\frac{۳۰۰}{T_۱}\Rightarrow T_۱=۵۰۰K$$

۲ حجم گاز از $۱۲/۵L$ به $۷/۵L$ کاهش یافته و گاز متراکم شده است، از این رو کار محیط روی گاز مثبت است $(W=۲/۴kJ)$.

۳ به کمک رابطهٔ کار در فشار ثابت، تعداد مول‌های گاز را حساب می‌کنیم:

$$W=-P\Delta V\Rightarrow W=-nR\Delta T\Rightarrow ۲/۴\times۱۰^{۳}=-n\times۸\times(۳۰۰-۵۰۰)$$

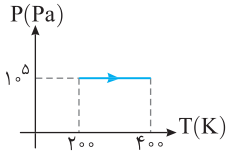
$$\Rightarrow ۲/۴\times۱۰^{۳}=-n\times۸\times(-۲۰۰)\Rightarrow n=۱/۵mol$$

۴ جرم گاز خواهد شد:

$$n=\frac{m}{M}\xrightarrow{M=۴g/mol}۱/۵=\frac{m}{۴}\Rightarrow m=۶g$$

B ۱ ۱۲۸۲

۱ در فشار ثابت، دمای گاز از $۲۰۰K$ به $۴۰۰K$ رسیده است، بنابراین حجم ثانویهٔ آن را می‌توان به کمک قانون گازها حساب کرد:



$$\frac{P_۲V_۲}{T_۲}=\frac{P_۱V_۱}{T_۱}\xrightarrow{P_۲=P_۱}\frac{V_۲}{۴۰۰}=\frac{۴}{۲۰۰}\Rightarrow V_۲=۸L$$

$V_۱=۴L$

۲ کار محیط روی دستگاه را به‌دست می‌آوریم:

$$W=-P\Delta V\Rightarrow W=-۱۰^{۵}\times(۸-۴)\times۱۰^{-۳}\Rightarrow W=-۴۰۰J$$

۳ با افزایش دمای گاز، انرژی درونی گاز که تابع دماست افزایش می‌یابد، بنابراین $\Delta U=+۳۵۰J$ است.

۴ به کمک قانون اول ترمودینامیک گرمای مبادله شده خواهد شد:

$$\Delta U=W+Q\Rightarrow ۳۵۰=-۴۰۰+Q\Rightarrow Q=۷۵۰J$$

B ۳ ۱۲۸۳

یادآوری

۱ در فرایند هم‌فشار گاز آرمانی همواره اندازهٔ گرمای مبادله شده از اندازهٔ کار محیط روی گاز بیشتر است $|Q|>|W|$.

۲ در فرایند هم‌فشار گاز آرمانی کار و گرما هم‌علامت نیستند یعنی اگر Q منفی باشد، W مثبت است و بالعکس.

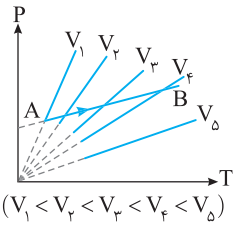
۳ در فرایند تراکمی کار محیط روی گاز مثبت است:

$$W=-P\Delta V\xrightarrow{\Delta V<۰}W>۰$$

با توجه به آن‌چه بیان شد، کار مثبت و گرما منفی است. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. اما بین گزینهٔ (۳) و (۴) چون در نمودار گزینهٔ (۳) $|Q|>|W|$ است، این نمودار درست بوده و گزینهٔ (۴) نادرست است.

B ۲ ۱۲۸۴

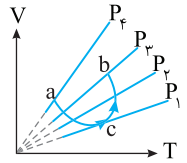
خط فکری نمودار $P-T$ از مبدأ مختصات نمی‌گذرد، بنابراین این نمودار مربوط به فرایند هم‌حجم نیست. اما به کمک نمودارهای هم‌حجم می‌توان تغییر حجم آن را بررسی کرد. کافی است تعدادی نمودار هم‌حجم رسم کنید البته دوتا کافی است و آن دو نموداری است که از نقاط A و B می‌گذرند. از طرفی هرچه شیب نمودار $P-T$ کمتر باشد، حجم گاز بیشتر است. پس نمودارهای هم‌حجم را رسم کنید.



با توجه به خط فکری بیان شده، هرچه از A به سوی B می‌رویم، شیب نمودارها کاهش می‌یابد و یعنی حجم گاز افزایش می‌یابد.

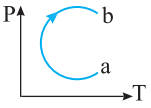
C ۴ ۱۲۸۵

یادآوری با توجه به قانون گازها در فشار ثابت $(PV=nRT\Rightarrow V=\frac{nR}{P}T)$، نمودار $V-T$ در فشار ثابت خط راست گذرنده از مبدأ است که هرچه شیب آن بیشتر باشد، فشار گاز کمتر است $(\frac{nR}{P}\downarrow=\text{شیب}\uparrow)$. مطابق شکل تعدادی نمودار



$V-T$ برای فرایندهای هم‌فشار رسم می‌کنیم. مشاهده می‌شود که $P_۱>P_۲>P_۳>P_۴$ است. بنابراین ابتدا فشار گاز از نقطهٔ a تا نقطهٔ c افزایش و سپس از نقطهٔ c تا نقطهٔ b کاهش یافته است.

بازی با سوال در شکل روبه‌رو نمودار $P-T$ فرایند یک گاز کامل رسم شده است. از a تا b:



۱) حجم گاز در حال افزایش است.

۲) حجم گاز در حال کاهش است.

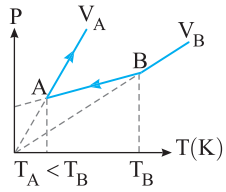
۳) حجم گاز ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۴) حجم گاز ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

گزینهٔ ۳

C ۳ ۱۲۸۶

خط فکری نمودار $P-T$ از مبدأ گذر نکرده، بنابراین فرایند هم‌حجم نیست. اما با رسم دو نمودار هم‌حجم از نقاط A و B و بررسی شیب آن‌ها می‌توان دربارهٔ حجم در نقاط A و B اظهار نظر کرد.



۱ به دو نمودار رسم شده در حجم V_A و V_B نگاه کنید. شیب خط نمودار V_B از شیب خط نمودار V_A کمتر است. بنابراین حجم B از حجم A بیشتر است:

$$P=\frac{nR}{V}T\Rightarrow\text{شیب}\uparrow=\frac{nR}{V}\downarrow\xrightarrow{\text{شیب }V_B<\text{شیب }V_A}V_B>V_A$$

۲ حجم کاهش پیدا کرده، بنابراین گاز متراکم شده و کار محیط روی دستگاه مثبت است $(W>۰)$.

۳ دما کاهش یافته $(\Delta T<۰)$ بنابراین انرژی درونی یک گاز آرمانی تابع دمای گاز است، بنابراین با توجه به نمودار چون دمای گاز کاهش یافته، انرژی درونی گاز کاهش می‌یابد و ΔU منفی است $(\Delta U<۰)$.

۴ بنابر قانون اول ترمودینامیک $(\Delta U=W+Q)$ وقتی ΔU منفی و کار مثبت است. بنابراین گرما منفی و مقدار آن از کار باید بیشتر باشد تا ΔU منفی شود. بنابراین:

$$|Q|>|W|\ ,\ |Q|>|\Delta U|$$

۵ اندازهٔ تغییر انرژی درونی گاز $۴۰J$ بوده است، پس $|Q|>۴۰J$ خواهد بود.

برای درک موضوع یک مثال عددی ساده می‌زنیم. اگر $W=+۳J$ و $\Delta U=-۵J$ باشد قطعاً Q $-۸J$ باشد، تا $\Delta U=W+Q$ شود. بنابراین $|Q|>|\Delta U|$ است. بنابراین Q منفی است و $Q<-۴۰$.

B ۱ ۱۲۸۷

۱ در فرایند هم‌فشار، کار محیط روی دستگاه برابر $W=-P\Delta V$ است، بنابراین:

$$W=-P(V_۲-V_۱)\xrightarrow{PV=nRT}W=-(nRT_۲-nRT_۱)\Rightarrow W=-nR\Delta T$$

۲ تغییر دما برحسب کلوین برحسب درجه‌بندی سلسیوس یکسان است $\Delta\theta=\Delta T$. در تغییر دما از θ به ۲θ و از ۲θ به ۳θ، تغییر دما $\Delta\theta=\theta$ بوده، یعنی تغییر دما در دو فرایند یکسان است. بنابراین کار در هر دو فرایند با هم برابر است:

$$\frac{W_۲}{W_۱}=۱$$

B ۲ | ۱۲۸۸

در فرایند هم‌حجم، کار انجام شده روی گاز صفر است. پس بنابر قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U=Q+W\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{\text{اکسیژن}}\Delta U_{O_2}=Q_{O_2}\\ \xrightarrow{\text{هلیم}}\Delta U_{He}=Q_{He}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{Q_{O_2}=Q_{He}}\Delta U_{O_2}=\Delta U_{He}\Rightarrow m=1$$

دقت کردید تعداد مول‌های گاز اکسیژن و هلیم در این مسأله مهم نیست.

B ۳ | ۱۲۸۹

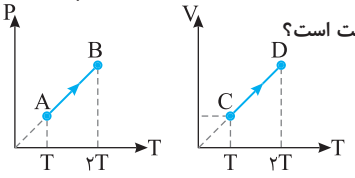
گاز درون یک ظرف در بسته محبوس است. بنابراین حجم گاز ثابت است. با دادن گرما دمای گاز در آزمایش اول از T_1 به $3T_1$ و در آزمایش دوم از T_1 به $4T_1$ رسیده است. اگر بپذیریم که انرژی درونی گاز با دمای گاز نسبت مستقیم دارد $(U\propto T)$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta U}{U_1}=\frac{\Delta T}{T_1}\Rightarrow\begin{cases}\frac{\Delta U_1}{U_1}=\frac{3T_1-T_1}{T_1}\Rightarrow\Delta U_1=2U_1\\ \frac{\Delta U_2}{U_2}=\frac{4T_1-T_1}{T_1}\Rightarrow\Delta U_2=3U_1\end{cases}\Rightarrow\frac{\Delta U_2}{\Delta U_1}=\frac{3}{2}$$

در فرایند هم‌حجم، گرمای داده شده به گاز برابر تغییر انرژی درونی گاز است. از این رو:

$$\Delta U=W+Q\xrightarrow{W=0}Q=U\Rightarrow\frac{Q_2}{Q_1}=\frac{\Delta U_2}{\Delta U_1}\Rightarrow\frac{Q_2}{Q_1}=\frac{3}{2}$$

بازی با سؤال **مطابق شکل یک‌بار گازی را طی فرایند AB از دمای T به 2T می‌رسانیم و بار دیگر همان گاز را طی فرایند CD از T به 2T می‌رسانیم، اگر Q_{AB} و Q_{CD} گرمای مبادله شدهٔ گاز با محیط باشد، کدام گزینه در مورد گرماهای مبادله شده درست است؟**



۱) $Q_{AB}=Q_{CD}$

۲) $Q_{AB}<Q_{CD}$

۳) $Q_{AB}>Q_{CD}$

۴) بسته به شرایط هر سه گزینه می‌تواند درست باشد.

گزینهٔ ۲

B ۲ | ۱۲۹۰

۱ دمای اولیهٔ گاز (T_1) و دمای ثانویه گاز (T_2) در فرایند هم‌فشار و فرایند هم‌حجم برابر است. انرژی درونی یک گاز آرمانی تابعی از دمای گاز است. بنابراین تغییر انرژی درونی این گاز در دو فرایند مساوی است $(\Delta U_{\text{هم‌حجم}}=\Delta U_{\text{هم‌فشار}})$.

۲ با توجه به قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U=W+Q\Rightarrow W_{\text{هم‌فشار}}+Q_{\text{هم‌فشار}}=W_{\text{هم‌حجم}}+Q_{\text{هم‌حجم}}$$

در فرایند هم‌حجم کار محیط روی دستگاه صفر است. بنابراین:

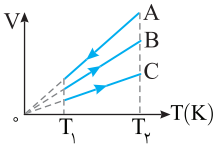
$$W_{\text{هم‌فشار}}+Q_1=Q_2\quad(I)$$

دقت کنید در فرایند هم‌فشار انبساطی، $W<0$ است و بنابراین از رابطهٔ (I) نتیجه می‌شود:

$$Q_1>Q_2$$

B ۲ | ۱۲۹۱

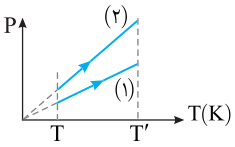
هر سه نمودار V−T از مبدأ می‌گذرند، بنابراین فرایندها هم‌فشار بوده و شیب نمودار V−T متناسب با وارون فشار است و هرچه فشار بیشتر باشد، شیب خط کمتر است. با توجه به نمودار A، B و C و بررسی شیب آن‌ها مشخص می‌شود که $P_C>P_B>P_A$ است و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند. از طرفی در فرایند A دما از T_2 به T_1 کاهش یافته و در فرایندهای B و C دمای گاز از T_1 به T_2 افزایش یافته است. بنابراین گزینهٔ (۲) پاسخ صحیح است.



۱- این رابطه به طور صریح در کتاب درسی وجود ندارد، اما در تست‌های کنکور ۱۴۰۰ از آن استفاده شده است.

B ۴ | ۱۲۹۲

۱ نمودارهای P−T (۱) و (۲) هر دو از مبدأ می‌گذرند، بنابراین این نمودارها مربوط به فرایند هم‌حجم هستند و کار در فرایند هم‌حجم صفر است، از این رو $W_1=W_2=0$.



۲ تغییر دما در هر دو فرایند یکسان $(\Delta T=T'-T)$ است. انرژی درونی گاز آرمانی تابع دماست. بنابراین تغییر انرژی درونی در دو فرایند یکسان است:

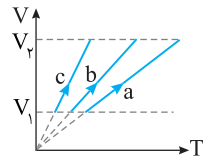
$$\Delta T_1=\Delta T_2\Rightarrow\Delta U_1=\Delta U_2$$

۳ در فرایند هم‌حجم، گرمای مبادله شده بین گاز و محیط برابر تغییر انرژی درونی است.

از این رو: $\Delta U=W+Q\xrightarrow{W=0}\Delta U=Q\xrightarrow{\Delta U_1=\Delta U_2}Q_1=Q_2$

C ۱ | ۱۲۹۳

یادآوری ۱ در فرایند هم‌فشار نمودار V−T از مبدأ می‌گذرد و اگر دمای گاز و حجم گاز افزایش یابد، تغییر انرژی درونی مثبت $(\Delta T>0\Rightarrow\Delta U>0)$ و کار محیط روی گاز منفی است و گاز گرما دریافت می‌کند $(Q>0)$ و بالعکس.



۴ هرچه تغییرات دما و حجم بیشتر باشد، اندازهٔ ΔU ، W و Q بزرگ‌تر است. فرایندها هم‌فشار و انبساطی بوده و در فرایندهای a، b و c تغییر حجم (ΔV) یکسان است و با توجه به شیب نمودار $P_a>P_b>P_c$ است. اما ترتیب افزایش دمای سه فرایند به صورت $\Delta T_a>\Delta T_b>\Delta T_c$ است، از این رو: $Q_a>Q_b>Q_c$ و چون گاز منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است، از این رو اندازهٔ کارها $|-P\Delta V|$ را با قدرمطلق نمایش می‌دهیم و خواهیم داشت: $|W_a|>|W_b|>|W_c|$

C ۱ | ۱۲۹۴

خط فکری در این مسأله، دستگاه گاز آرمانی نیست بلکه یک مکعب آهنی است. بنابراین برای به‌دست آوردن تغییر انرژی درونی آن $(\Delta U=W+Q)$ باید ابتدا تغییر حجم (ΔV) را به کمک رابطهٔ انبساط حجمی جامدات بیابید تا در فشار ثابت هوای محیط، کار محیط روی مکعب $(W=-P\Delta V)$ قابل محاسبه شود. برای گرما نیز باید به سراغ فصل گرما بروید و به کمک گرمای ویژه مقدار Q را حساب کنید، پس شروع کنیم.

۱ حجم مکعب برابر است با:

$$V_1=a^3\Rightarrow V_1=(0/1)^3\Rightarrow V_1=10^{-3}m^3=10^3cm^3$$

۲ تغییر حجم مکعب را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V=V_1(3\alpha)\Delta\theta\Rightarrow\Delta V=10^{-3}\times3\times1/2\times10^{-5}\times200\Rightarrow\Delta V=7/2\times10^{-6}m^3$$

۳ اکنون کار محیط روی دستگاه را حساب می‌کنیم:

$$W=-P\Delta V\Rightarrow W=-10^5\times7/2\times10^{-6}\Rightarrow W=-0/72J$$

۴ برای محاسبهٔ گرما ابتدا جرم مکعب را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow m=7/8\times1000=7800g\Rightarrow m=7/8kg$$

۵ گرمای داده شده به دستگاه برابر است با:

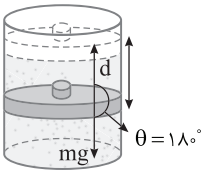
$$Q=mc\Delta T\Rightarrow Q=7/8\times450\times(220-20)\Rightarrow Q=702000J$$

۶ بنابر قانون اول ترمودینامیک تغییر انرژی درونی برابر است با:

$$\Delta U=W+Q\Rightarrow\Delta U=-0/72+702000=701999/28J$$

C ۲ | ۱۲۹۵

خط فکری ابتدا باید به کمک قانون اول ترمودینامیک، کار محیط روی دستگاه را به‌دست بیاوریم. اما در این قسمت باید ابتدا به سراغ دینامیک برویم. چون پیستون به آرامی بالا می‌رود می‌توان گفت نیرویی که گاز به پیستون وارد می‌کند (F) برابر وزن پیستون (mg) است $(F=mg)$ و سپس شما به کمک تعریف کار و داشتن مقدار جابه‌جایی پیستون می‌توانید mg و جرم پیستون را به‌دست بیاورید.



بنابر قانون اول ترمودینامیک داریم: $\Delta U=Q+W\Rightarrow ۶۰۰=۷۵۰+W\Rightarrow W=-۱۵۰J$

با توجه به تعریف کار نیروی ثابت می‌توان نوشت:

$$W=Fd\cos\theta \xrightarrow[\theta=۱۸۰^\circ]{F=mg} -۱۵۰=-mgd\Rightarrow -۱۵۰=-m\times ۱/۵\Rightarrow m=۱۰۰kg$$

بازی با سوال **در یک محفظه زیر یک پیستون به مساحت $۲۰۰cm^۲$ بدون اصطکاک مقداری گاز آرمانی محبوس است. به آرامی به گاز $۶۰۰J$ گرما می‌دهیم، انرژی درونی گاز $۴۲۰J$ افزایش می‌یابد و پیستون $۸cm$ بالا می‌رود. فشار گاز در انتهای این فرایند چند کیلو پاسکال است؟**

۱) ۲۲۵۰ ۲) ۲۲۵ ۳) ۱۱۲۵ ۴) ۱۱۲/۵

گزینهٔ ۴

C ۱۲۹۶ ۳

خط فکری در این مسأله دستگاه گاز آرمانی نیست، بلکه مقداری آب است که این مقدار آب در فشار ثابت هوای محیط یعنی $۱atm$ به یخ تبدیل می‌شود و حجمش افزایش می‌یابد. بنابراین شما باید تغییر حجم آب وقتی که یخ می‌زند را حساب کنید تا بتوانید به کمک رابطهٔ کار در فشار ثابت $(W=-P\Delta V)$ مسأله را حل کنید.

۱ انجماد آب $۰^\circ C$ و تبدیل آن به یخ $۰^\circ C$ در فشار ثابت انجام شده است و همراه با انبساط و کاهش چگالی یخ می‌باشد. با توجه به این‌که در تبدیل آب به یخ جرم تغییری نمی‌کند، با استفاده از رابطهٔ چگالی $(\rho=\frac{m}{V})$ حجم آب و حجم یخ را به‌دست می‌آوریم:

$$m=۱/۸kg=۱۸۰۰g\ ,\ \rho_{آب}=\frac{m}{V_{آب}}\Rightarrow V_{آب}=\frac{۱۸۰۰}{۱}=۱۸۰۰cm^۳=V_۱$$

$$\rho_{یخ}=\frac{m}{V_{یخ}}\Rightarrow V_{یخ}=\frac{۱۸۰۰}{۰/۹}=۲۰۰۰cm^۳=V_۲$$

۲ برای محاسبهٔ کار انجام شده روی دستگاه در طی این فرایند از رابطهٔ $W=-P\Delta V$ استفاده می‌کنیم: $P=۱atm=۱۰^۵Pa$

$$W=-P(V_۲-V_۱)=-۱۰^۵\times(۲۰۰۰\times۱۰^{-۶}-۱۸۰۰\times۱۰^{-۶})=-۲۰J$$

از علامت کار منفی کار تعجب نکنید، آب (دستگاه) هنگام یخ زدن منبسط شده و هرگاه دستگاه منبسط شود کار محیط روی دستگاه منفی است.

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۱۲۹۷ ۴

۱ جرم گاز را به کمک تعریف چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V \xrightarrow[V=۱۰L=۱۰^{-۲}m^۳]{\rho=۰/۵kg/m^۳} m=۰/۵\times۱۰^{-۲}\Rightarrow m=۵\times۱۰^{-۳}kg$$

۲ تعداد مول‌های گاز موجود در محفظه را حساب می‌کنیم:

$$n=\frac{m}{M} \xrightarrow{M=۸g/mol} n=\frac{۵}{۸}mol$$

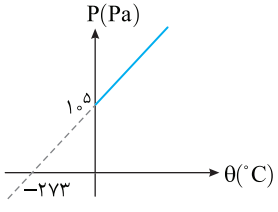
۳ کار انجام شده روی گاز خواهد شد:

$$W=-P\Delta V\Rightarrow W=-nR\Delta T \xrightarrow{\Delta T=\Delta\theta=۱۲۷-۲۷=۱۰۰^\circ K}$$

$$W=-\frac{۵}{۸}\times۸\times۱۰۰\Rightarrow W=-۵۰۰J$$

C ۱۲۹۸ ۳

به نمودار دقت کنید. فشار برحسب دما رسم شده، اما دما برحسب درجه‌بندی سلسیوس است و امتداد نمودار از نقطهٔ $\theta=-۲۷۳^\circ C$ می‌گذرد و این یعنی با یک فرایند هم‌حجم سروکار داریم و در فرایند هم‌حجم کار محیط روی دستگاه صفر است $(W=۰)$. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. به سراغ تعیین

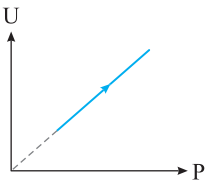


حجم گاز در دمای $-۲۷۳^\circ C$ می‌رویم، اما باید حجم این یک مول گاز را در دمای $۰^\circ C$ و فشار $۱۰^۵Pa$ به کمک قانون گازها به‌دست بیاوریم، زیرا فرایند هم‌حجم بوده و در تمام نقاط حجم ثابت است. از این رو:

$$PV=nRT\Rightarrow ۱۰^۵V=۱\times۸\times(۲۷۳)\Rightarrow V=۲۱۸۴\times۱۰^{-۵}m^۳$$

$$\Rightarrow V=۲۱۸۴\times۱۰^{-۲}\times۱۰^{-۳}m^۳=۲۱/۸۴L$$

B ۱۲۹۹ ۴



انرژی درونی یک گاز آرمانی تابع دمای گاز است $(U\propto T)$. از طرفی با توجه به نمودار تغییرات انرژی درونی با فشار گاز نسبت مستقیم دارد $(U\propto P)$. نتیجه این‌که باید فشار گاز طی این فرایند با دمای گاز نسبت مستقیم داشته باشد $(P\propto T)$ که در فرایند هم‌حجم گاز کامل فشار گاز با دمای آن نسبت مستقیم دارد $(P=\frac{nR}{V}T)$ و گزینهٔ (۱) درست است. فشار گاز در فرایند هم‌حجم افزایش یافته بنابراین گاز گرما گرفته است و گزینهٔ (۲) درست است. انرژی درونی گاز افزایش یافته، بنابراین دمای گاز افزایش یافته است: $U_۲>U_۱\Rightarrow T_۲>T_۱$

و گزینهٔ (۳) نیز درست است.

C ۱۳۰۰ ۱

۱ در فشار ثابت با دادن گرمای $Q_۱$ به گاز حجم گاز دو برابر شده است و بنابر قانون گازها، دمای گاز نیز دو برابر می‌شود:

$$\frac{P_۲V_۲}{T_۲}=\frac{P_۱V_۱}{T_۱} \xrightarrow[V_۲=۲V_۱]{P_۱=P_۲} T_۲=۲T_۱$$

۲ در حجم ثابت با دادن گرمای $Q_۲$ به گاز فشار گاز دو برابر شده است و بنابر قانون گازها دمای گاز نیز دو برابر می‌شود:

$$\frac{P_۲V_۲}{T_۲}=\frac{P_۱V_۱}{T_۱} \xrightarrow[P_۲=۲P_۱]{V_۱=V_۲} T_۲=۲T_۱$$

۳ تغییر دما در دو فرایند از دمای $T_۱$ به دمای $۲T_۱$ صورت گرفته و با توجه به این‌که انرژی درونی یک گاز آرمانی تابع دمای گاز است، بنابراین تغییر انرژی درونی دو گاز برابر است $(\Delta U_۱=\Delta U_۲)$.

۴ با توجه به قانون اول ترمودینامیک:

$$\Delta U_۱=\Delta U_۲\Rightarrow W_۱+Q_۱=W_۲+Q_۲\Rightarrow W_۱+Q_۱=Q_۲$$

(هم‌فشار، هم‌حجم، ۰)

نکتهٔ مهم این است که در فرایند هم‌فشار، گاز با دریافت گرمای $Q_۱>۰$ منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی $(W_۱<۰)$ است، بنابراین نتیجه می‌گیریم که $Q_۱>Q_۲$ است.

B ۱۳۰۱ ۱

خط فکری هوای درون لوله را به آرامی گرم کرده‌ایم بنابراین با یک فرایند ایستاوار هم‌فشار سروکار داریم. کافی است حجم را در حالت اول و دوم به صورت (Ah) بنویسیم و از قانون گازها استفاده کنیم.

حجم اولیهٔ گاز برابر است با: $V_۱=Ah_۱=A\times۲۰$

حجم ثانویهٔ گاز خواهد شد: $V_۲=Ah_۲$

دمای گاز را برحسب کلوین می‌نویسیم:

$$T=۲۷۳+\theta \xrightarrow{\theta_۱=۲۷} \begin{cases} T_۱=۲۷۳+۲۷=۳۰۰K \\ T_۲=۲۷۳+۱۲۷=۴۰۰K \end{cases}$$

به کمک قانون گازها $h_۲$ را حساب می‌کنیم.

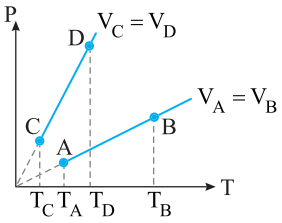
$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲} \xrightarrow{P_۱=P_۲} \frac{۲۰A}{۳۰۰}=\frac{Ah}{۴۰۰}\Rightarrow h=\frac{۸۰}{۳}cm$$

جابه‌جایی قطرهٔ جیوه خواهد شد: $\frac{۸۰}{۳}-۲۰\Rightarrow\frac{۲۰}{۳}cm$

C ۱۳۰۲ | ۲

می‌خواهیم مشخص شود که کدام فرایند گرماگیر است.

۱ باید دقت کنید که این نمودارها مربوط به فرایندهای هم‌حجم است و هرچه شیب نمودار $P-T$ کمتر باشد، حجم گاز در آن فرایند بیشتر است: $V_A=V_B>V_C=V_D$



۲ با افزایش دما انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد: $\Delta T>0\Rightarrow\Delta U>0$

۳ در فرایند هم‌حجم، هرگاه دما افزایش یابد یعنی گاز گرما دریافت کرده است. در فرایندهای AB و CD:

$T_B>T_A\Rightarrow\Delta U_{AB}>0\Rightarrow Q>0\Rightarrow$ گرماگیر

$T_D>T_C\Rightarrow\Delta U_{DC}>0\Rightarrow Q>0\Rightarrow$ گرماگیر

۴ در فرایند CA:

$T_A>T_C\Rightarrow\Delta U_{AC}>0$

$V_A>V_C\xrightarrow{\text{گاز منبسط شده}}\Delta V>0\Rightarrow W<0$ کار محیط روی گاز

بنابه قانون اول ترمودینامیک باید Q مثبت باشد تا جمع آن با $W<0$ مثبت شود:

$\Delta U=W+Q\xrightarrow[W<0]{\Delta U>0}Q>0$ فرایند گرماگیر است

۵ فرایند CB:

$$\begin{cases}T_B>T_C\Rightarrow\Delta T>0\Rightarrow\Delta U_{BC}>0\\ V_B>V_C\Rightarrow\Delta V>0\xrightarrow{\text{گاز منبسط شده}}W<0\end{cases}$$

$\xrightarrow{\Delta U=W+Q}Q>0$ گرماگیر

۶ فرایند DB:

$$\begin{cases}T_B>T_D\Rightarrow\Delta T>0\Rightarrow\Delta U_{BD}>0\\ V_B>V_D\Rightarrow\Delta V>0\xrightarrow{\text{گاز منبسط شده}}W<0\end{cases}$$

$\xrightarrow{\Delta U=Q+W}Q>0$ فرایند گرماگیر

۷ فرایند DA:

$$\begin{cases}T_A<T_D\Rightarrow\Delta T_{DA}<0\Rightarrow\Delta U_{DA}<0\\ V_A>V_D\Rightarrow\Delta V_{DA}>0\Rightarrow W_{DA}<0\end{cases}$$

$\Rightarrow Q$ در این حالت می‌تواند مثبت یا منفی باشد

یعنی ممکن است فرایند گرماده باشد $Q<0$ و جمع Q و W منفی، ΔU منفی شود و یا فرایند گرماگیر باشد $Q>0$ اما $|Q|<|W|$ بوده و جمع W و Q (ΔU) منفی شود.

فرایند وارون تمام فرایندهای بررسی شده، گرماده است و بنابراین ۵ فرایند الزاماً گرماگیراند.

پنجره ۳

B ۱۳۰۳ | ۱

یادآوری انرژی درونی یک گاز آرمانی تابعی از دمای گاز است. بنابراین اگر دمای گاز ثابت بماند، انرژی درونی گاز تغییر نکرده و $\Delta U=0$ است. از این رو کار و گرما در فرایند هم‌دما، قرینهٔ یکدیگرند: $\Delta U=W+Q\xrightarrow{\Delta U=0}W=-Q$

در یک فرایند هم‌دما وقتی که فشار گاز دو برابر می‌شود، بنابه قانون گازها حجم گاز نصف می‌شود:

$$\frac{P_2V_2}{T_2}=\frac{P_1V_1}{T_1}\xrightarrow[P_2=2P_1]{T_1=T_2}2V_2=V_1\Rightarrow V_2=\frac{1}{2}V_1$$

بنابراین گاز متراکم شده و کار دستگاه روی محیط منفی $(W'<0)$ بوده و گرمای مبادله شده با محیط $(Q=-W)$ نیز منفی است، یعنی گاز گرما از دست می‌دهد.

B ۱۳۰۴ | ۱

یادآوری فرایند بی‌دررو فرایندی است که طی آن دستگاه با محیط تبادل گرمایی ندارد $(Q=0)$. در فرایند بی‌دررو ممکن است دستگاه به خوبی عایق‌بندی شده باشد و یا فرایند بسیار سریع صورت گیرد که در طی آن وقت کافی برای مبادلهٔ گرما وجود نداشته باشد. در فرایند بی‌دررو، تغییر انرژی درونی گاز برابر کار محیط روی دستگاه است $(\Delta U=W)$.

۱ فرایند سریع رخ داده، یعنی با یک فرایند بی‌دررو روبه‌رو هستیم $(Q=0)$.

۲ گاز متراکم شده، در این صورت کار محیط روی گاز مثبت $(W>0)$ و کار گاز روی محیط منفی است و از آن‌جا که در فرایند بی‌دررو $(\Delta U=W)$ است، تغییر انرژی درونی گاز مثبت بوده، یعنی انرژی درونی گاز افزایش یافته است.

B ۱۳۰۵ | ۳

در تمام فرایندهای ترمودینامیکی گاز آرمانی، تغییر انرژی درونی یک گاز تابع دمای آن است. اما در فرایند هم‌حجم کار صفر است و در فرایند هم‌دما کار و گرما قرینهٔ یکدیگرند $(\Delta U=0\Rightarrow W=-Q)$ و در فرایند هم‌فشار نیز همواره کار و گرما هم‌علامت نیستند و گزینهٔ (۳) درست است.

B ۱۳۰۶ | ۱

یادآوری در فرایند بی‌دررو، گرمای مبادله شده بین دستگاه و محیط صفر است $(Q=0)$، بنابراین تغییر انرژی درونی گاز برابر کار محیط روی گاز است $(\Delta U=W)$.

در انبساط بی‌دررو که حجم گاز افزایش می‌یابد، کار محیط روی دستگاه منفی است. بنابراین تغییرات انرژی درونی گاز منفی است $(\Delta U<0)$، یعنی انرژی درونی گاز کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) و (۴) نادرست است. انرژی درونی یک گاز تابع دمای آن است، بنابراین با کاهش انرژی درونی گاز دمای گاز کاهش می‌یابد.

B ۱۳۰۷ | ۱

در فرایند بی‌دررو گاز آرمانی با کاهش فشار، حجم گاز افزایش می‌یابد و به جای Y باید کلمهٔ «افزایش» قرار دهیم. با انبساط گاز دستگاه روی محیط کار انجام می‌دهد $(W<0)$. از طرفی در فرایند بی‌دررو گاز آرمانی، گرمای مبادله شده صفر است $(Q=0)$ و تغییر انرژی درونی برابر کار محیط روی دستگاه است $(\Delta U=W)$. در انبساط کار محیط روی دستگاه منفی است، بنابراین تغییر انرژی درونی منفی بوده و انرژی درونی کاهش می‌یابد و به جای X باید کلمهٔ «کاهش» قرار دهیم و گزینهٔ (۱) درست خواهد بود.

B ۱۳۰۸ | ۱

در فرایند بی‌دررو، در حالتی فشار زیاد می‌شود که حجم کم شده باشد، بنابراین n، نمی‌تواند عددی برابر ۱ یا بزرگ‌تر از ۱ باشد، بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴)، رد می‌شوند.

در تراکم بی‌دررو، کار محیط روی گاز مثبت است: $\Delta U=Q+W\xrightarrow[W>0]{Q=0}\Delta U>0$

بنابراین در تراکم بی‌دررو، دمای گاز افزایش می‌یابد، بنابراین m نمی‌تواند عددی برابر ۱ یا کوچکتر از ۱ باشد و گزینه‌های (۲) و (۳) رد می‌شوند و پاسخ گزینهٔ (۱) است.

A ۱۳۰۹ | ۲

طی فرایند هم‌فشار وقتی دمای گاز افزایش می‌یابد، افزایش دما سبب افزایش حجم گاز شده و در انبساط دستگاه کار محیط روی دستگاه منفی است، یعنی گاز روی محیط کار انجام می‌دهد و گزینهٔ (۱) نادرست است. در فرایند بی‌دررو اگر دمای گاز افزایش یابد، یعنی انرژی درونی گاز که تابع دماست افزایش یافته، تغییر انرژی درونی گاز مثبت $(\Delta U>0)$ است. از طرفی در فرایند بی‌دررو $W=\Delta U$ است، بنابراین کار محیط روی دستگاه مثبت بوده یعنی محیط روی گاز کار انجام داده است و گزینهٔ (۲) درست است. در فرایند هم‌حجم نیز کار محیط روی دستگاه صفر است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

A ۱۳۱۰ | ۲

فرایند هم‌دما بوده و چون انرژی درونی یک گاز آرمانی تنها تابع دماست پس:

$T_1=T_2\Rightarrow U_1=U_2$

دقت کنید انرژی درونی ثابت مانده و تغییر انرژی درونی صفر می‌شود.

B ۱۳۱۱ ۳

در فرایند بی‌دررو گرمای مبادله شده بین محیط و دستگاه صفر است. پس بنابه قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت: $\Delta U=Q+W \xrightarrow{Q=0} \Delta U=W=400J$

انرژی درونی یک گاز آرمانی فقط تابع دمای گاز است و با دمای گاز نسبت مستقیم دارد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$U\propto T\Rightarrow \frac{U_2}{U_1}=\frac{T_2}{T_1} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت درصورت}} \frac{\Delta U}{U_1}=\frac{\Delta T}{T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{400}{U_1}=\frac{100}{273+27}\Rightarrow \frac{400}{U_1}=\frac{100}{300}\Rightarrow U_1=1200J$$

B ۱۳۱۲ ۱

دمای مخلوط آب و یخ در حالت تعادل $0^\circ C$ است و اگر سرنگ را در آن قرار دهیم، دمای هوای محبوس آن نیز $0^\circ C$ خواهد بود. حال به آرامی پیستون سرنگ را فشرده می‌کنیم، بنابراین در دمای ثابت $0^\circ C$، محیط روی هوای محبوس درون سرنگ کار انجام می‌دهد و هوای محبوس به محیط گرما می‌دهد $(\Delta U=0\Rightarrow Q=-W)$ و این گرما سبب ذوب یخ و کاهش جرم یخ در مخلوط آب و یخ می‌شود.

B ۱۳۱۳ ۲

در فرایند هم‌دمای گاز کامل (آرمانی)، ΔU صفر است و گرمای مبادله شده صفر نیست و گزینهٔ (۱) نادرست است.

در فرایند بی‌دررو $Q=0$ بنابراین $\Delta U=W$ است و گزینهٔ (۲) درست است.

در یک چرخهٔ کامل، کار کل با گرمای کل مبادله شده برابر است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

در فرایند هم‌فشار $\Delta U=W+Q$ است و گزینهٔ (۴) نادرست است.

B ۱۳۱۴ ۲

خط فکری دقت کنید که در ابتدا پیستون در حال تعادل است و فشار گاز درون محفظه برابر مجموع فشار هوا (P_0) و فشار ناشی از وزنه‌هاست $(P=\frac{3mg}{A})$.

بنابراین با برداشتن هر وزنه، فشار وزنه‌ها کاهش می‌یابد $(P=\frac{2mg}{A})$ و گاز منبسط می‌شود تا فشار گاز درون محفظه کاهش یابد و با فشار محیط برابر شود. بنابراین با افزایش حجم، گاز در دمای ثابت روی محیط کار انجام می‌دهد $(W'>0)$ و کار محیط روی گاز منفی خواهد بود و در این فرایند برای آن‌که دما ثابت بماند، باید گاز از محیط گرما دریافت کند.

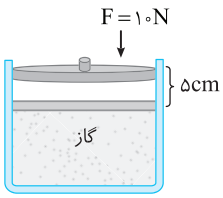
$$\Delta T=0\Rightarrow \Delta U=0\Rightarrow W+Q=0\Rightarrow W=-Q \xrightarrow{W<0} Q>0$$

گاز گرما گرفته است و گزینهٔ (۲) درست است.

B ۱۳۱۵ ۳

۱ با توجه به تعریف کار نیروی ثابت، کار محیط روی دستگاه برابر است با:

$$W=Fd\cos\theta \xrightarrow[\cos\theta=1]{\theta=0} W=10\times\frac{5}{100}\Rightarrow W=0/5J$$



۲ دما ثابت است و گرمایی که گاز از دست می‌دهد قرینهٔ کار محیط روی دستگاه است:

$$Q=-W\Rightarrow Q=-0/5J$$

B ۱۳۱۶ ۴

مخزن عایق‌بندی شده و تبادل گرمایی بین محیط و گاز صفر است و گاز فرآیند بی‌دررو را طی می‌کند. $\Delta U=Q+W \xrightarrow{Q=0} \Delta U=W$

انرژی درونی گاز ۵۰J افزایش یافته بنابراین کار محیط روی دستگاه خواهد شد:

$$\Delta U=W \xrightarrow{\Delta U=+50J} W=50J$$

یادآوری با توجه به تعریف کار $W=Fd\cos\theta$ است و چون نیرو و جابه‌جایی پیستون در یک جهت‌اند،

$$W=Fd\Rightarrow 50=250\times d\Rightarrow d=\frac{1}{5}m=20cm$$

پیستون 20cm پایین رفته و ارتفاع گاز محبوس $50-20=30$ سانتی‌متر می‌شود.

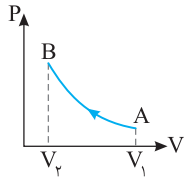
حال درصد تغییرات حجم را حساب می‌کنیم، دقت کنید که مخزن استوانه‌ای شکل بوده و حجم آن برابر $V=Ah$ است:

$$\begin{cases} V_1=Ah_1\Rightarrow V_1=\frac{50}{100}A=0/5A \\ V_2=Ah_2\Rightarrow V_2=\frac{30}{100}A=0/3A \end{cases}$$

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{\Delta V}{V_1}\times 100\Rightarrow \text{درصد تغییرات}=\frac{0/3A-0/5A}{0/5A}\times 100=-40\%$$

B ۱۳۱۷ ۱

گاز در یک فرایند بی‌دررو متراکم شده است، بنابراین کار محیط روی دستگاه مثبت است $W>0$. در فرایند بی‌دررو گرمای مبادله شده بین محیط و دستگاه صفر است $(Q=0)$ از این‌رو انرژی درونی گاز به اندازهٔ W تغییر می‌کند و گزارهٔ (ث) درست و گزارهٔ (ت) نادرست است.



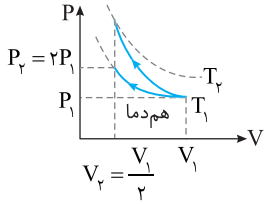
$$\Delta U=W+Q \xrightarrow{Q=0} \Delta U=W \xrightarrow{W>0} \Delta U>0$$

تغییر انرژی درونی گاز مثبت است یعنی انرژی درونی گاز افزایش یافته است و گزارهٔ (الف) درست است. انرژی درونی گاز تابع دمای گاز است بنابراین دمای گاز افزایش می‌یابد و گزاره‌های (ب) و (پ) نادرست‌اند.

B ۱۳۱۸ ۳

۱ در ابتدا هنگام تراکم گاز در فرایند هم‌دما و بی‌دررو، فشار گاز افزایش می‌یابد. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.

۲ در فرایند هم‌دما، اگر حجم گاز نصف شود، بنابه قانون گازها در دمای ثابت فشار گاز دو برابر می‌شود. اما در فرایند بی‌دررو وقتی گاز را متراکم می‌کنیم، دمای آن افزایش می‌یابد و دمای آن از T_1 به T_2 می‌رود. بنابراین نمودار آن بالای نمودار هم‌دما قرار می‌گیرد، در نتیجه گزینهٔ (۳) درست است.



میانبر به‌طور ساده می‌توان گفت همواره شیب نمودار بی‌دررو گاز آرمانی از شیب نمودار هم‌دما در هر نقطه بیشتر است.

A ۱۳۱۹ ۳

در فرایند بی‌دررو گرمای مبادله شده صفر است. $Q_2=0$

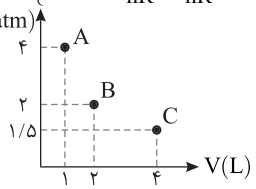
در فرایند هم‌دما: $\Delta U=0\Rightarrow Q+W=0\Rightarrow Q_1=-W_1$

گاز متراکم شده بنابراین W_1 مثبت بوده در نتیجه Q_1 منفی است.

B ۱۳۲۰ ۱

خط فکری با توجه به قانون گازها $PV=nRT$، هرگاه حاصل‌ضرب PV را در هر نقطه به‌دست بیاوریم و با هم مقایسه کنیم، در واقع دمای گاز در این نقاط را مقایسه کرده‌ایم. دمای گاز در نقاط A، B و C را به‌دست می‌آوریم:

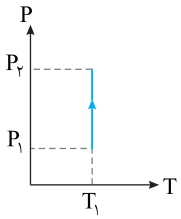
$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}\Rightarrow \begin{cases} A: T_A=\frac{4\times 1}{nR}=\frac{4}{nR} \\ B: T_B=\frac{2\times 2}{nR}=\frac{4}{nR} \\ C: T_C=\frac{1/5\times 4}{nR}=\frac{6}{nR} \end{cases} \Rightarrow T_A=T_B<T_C$$



نتیجه می‌گیریم که نقاط A و B روی یک منحنی هم‌دما واقع شده‌اند و نقطهٔ C روی منحنی هم‌دمای دیگری با دمای بیشتر قرار گرفته است، بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۱ ۱۳۲۱ B

۱ با توجه به نمودار در دمای ثابت T_1 فشار گاز افزایش یافته و بنابه قانون گازها، حجم گاز کاهش می‌یابد: $P_1V_1=P_2V_2 \xrightarrow{P_2>P_1} V_2<V_1$



۲ حجم گاز کاهش یافته یعنی گاز متراکم شده، بنابراین کار محیط روی دستگاه مثبت است $(W>0)$.

۳ در فرایند هم‌دما تغییر انرژی درونی صفر است $(\Delta U=0)$ و بنابه قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت: $\Delta U=0 \Rightarrow 0=W+Q \Rightarrow Q=-W \xrightarrow{W>0} Q<0$

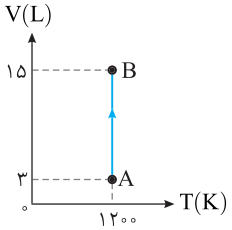
بنابراین گاز به محیط گرما داده است.

۱ ۱۳۲۲ B

با توجه به نمودار در فرایند AB دما ثابت است و تغییر انرژی درونی صفر است. زیرا انرژی گاز آرمانی تابع دمای گاز است، پس بنابه قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$\Delta T=0 \Rightarrow \Delta U=0 \Rightarrow Q+W=0$

$\Rightarrow W=-Q=-2000J$



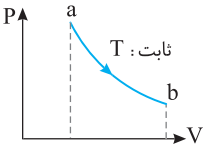
با توجه به هم‌دما بودن فرایند AB به کمک قانون گازها P_A را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_AV_A}{T}=\frac{P_BV_B}{T} \Rightarrow P_AV_A=P_BV_B \Rightarrow 3\times P_A=15(P_A-3)$$

دقت کنید که چون حجم افزایش یافته، پس باید فشار کاهش یابد (نمودار $P-V$ هم‌دما را می‌توانید در ذهن بیاورید):

$$P_A=5P_A-15 \Rightarrow 4P_A=15 \Rightarrow P_A=3/75atm$$

بازی با سؤال **مقدار معینی از یک گاز کامل، مطابق شکل فرایندی هم‌دما را طی می‌کند. اگر مساحت زیر نمودار 10^4J باشد، کدام گزینه دربارهٔ گرمای مبادله شده طی فرایند a تا b درست است؟**



۱) باید دمای T و گرمای ویژهٔ گاز معلوم باشد.

۲) گرمای مبادله شده صفر است.

۳) گاز 10^4J گرما از دست می‌دهد.

۴) گاز 10^4J گرما دریافت می‌کند. گزینه ٤

۲ ۱۳۲۳ B

خط فکری باید در تمام گزینه‌ها حاصل‌ضرب مختصات نقطهٔ سمت چپ و راست را با هم مقایسه کنیم.

منحنی $P-V$ فرایند بی‌دررو به هر صورت انبساطی یا تراکمی که باشد، دارای شیب شدیدتری نسبت به منحنی فرایند هم‌دمای متناظر با آن است، به گونه‌ای که حاصل‌ضرب PV نقطهٔ سمت چپ فرایند بی‌دررو از حاصل‌ضرب PV نقطهٔ سمت راست آن همواره بزرگ‌تر است.

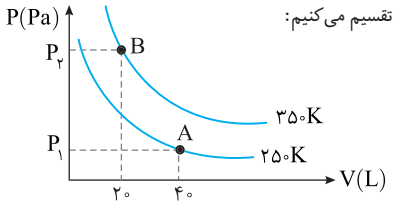
گزینهٔ (۱): $(1/5\times12=18)=(6\times3=18)$ / گزینهٔ (۲): $(2\times8=16)>(10\times2=20)$

گزینهٔ (۳): $(2/5\times6=15)<(3/5\times2=7)$ / گزینهٔ (۴): $(3\times6=18)>(7/5\times2=15)$

بنابراین گزینهٔ (۲) می‌تواند یک فرایند تراکمی بی‌دررو باشد.

۲ ۱۳۲۴ B

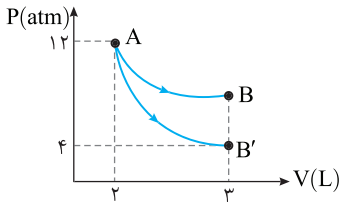
با توجه به نمودار و داده‌های روی آن قانون گازها را برای نقاط A و B می‌نویسیم و دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:



$$\frac{P_BV_B}{P_AV_A}=\frac{nRT_B}{nRT_A} \Rightarrow \frac{P_2\times20}{P_1\times40}=\frac{350}{250} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=2\times\frac{7}{5}=\frac{14}{5}=2/8 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=2/8$$

۳ ۱۳۲۵ B

یادآوری شیب نمودار بی‌دررو از شیب نمودار هم‌دما بیشتر است.

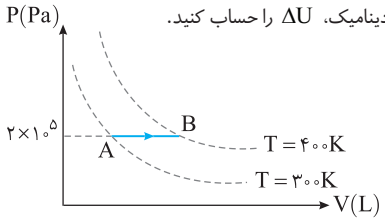


۱ شیب نمودار AB' از شیب نمودار AB بیشتر است، بنابراین نمودار AB هم‌دماست. در نتیجه اگر دما در حالت B، $27^\circ C$ باشد، دما در حالت A نیز $27^\circ C$ است: $T_A=T_B=273+27=300K$

۲ برای نقاط A و B' قانون گازها را می‌نویسیم و دمای حالت B' را به‌دست می‌آوریم: $\frac{P_{B'}V_{B'}}{T_{B'}}=\frac{P_AV_A}{T_A} \Rightarrow \frac{4\times3}{T'_B}=\frac{12\times2}{300} \Rightarrow T'_B=150K$

۲ ۱۳۲۶ B

خط فکری ابتدا کار را در فرایند هم‌فشار AB به‌دست بیاورید، سپس به کمک قانون اول ترمودینامیک، ΔU را حساب کنید.



۱ فرایند AB هم‌فشار است و کار در فرایند هم‌فشار گاز آرمانی برابر است با:

$W=-P\Delta V \xrightarrow{P\Delta V=nR\Delta T} W=-nR\Delta T$

$\xrightarrow{R=8J/mol.K,\ n=0/5} W=-0/5\times8\times(400-300) \Rightarrow W=-400J$

۲ به گاز 1400J گرما داده شده است، بنابراین:

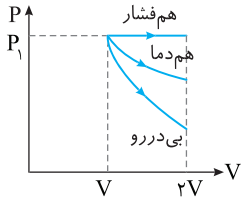
$\Delta U=W+Q \Rightarrow \Delta U=-400+1400 \Rightarrow \Delta U=1000J$

۳ ۱۳۲۷ B

خط فکری سطح زیر نمودار $P-V$ برابر اندازهٔ کار مبادله شده بین محیط و دستگاه است. بنابراین بهترین روش برای مقایسهٔ کار در این فرایندها رسم نمودار $P-V$ است. فراموش نشود که شیب نمودار بی‌دررو از شیب نمودار هم‌دما بیشتر است.

۱ در این فرایند حجم گاز از V به 2V تغییر کرده است. بنابراین این فرایند نمی‌تواند هم‌حجم باشد.

۲ نمودار $P-V$ سه فرایند هم‌فشار، هم‌دما و بی‌دررو مطابق شکل روبه‌روست. با توجه به سطح زیر نمودار خواهیم داشت:



$S_{\text{بی‌دررو}}>S_{\text{هم‌دما}}>S_{\text{هم‌فشار}}$

$\Rightarrow |W_{\text{بی‌دررو}}|>|W_{\text{هم‌دما}}|>|W_{\text{هم‌فشار}}|$

بنابراین کار در فرایند هم‌فشار از بقیهٔ فرایندها بیشتر است.

۱ ۱۳۲۸ A

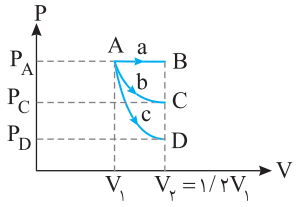
وقتی کار انجام شده روی گاز مثبت است که گاز متراکم شود. در فرایند هم‌فشار وقتی گاز متراکم می‌شود، دمای گاز کاهش می‌یابد، در نتیجه انرژی درونی گاز کاهش می‌یابد.

۲ ۱۳۲۹ B

در فرایند هم‌دمای گاز آرمانی، تغییر انرژی درونی صفر است $(\Delta U_{\text{هم‌دما}}=0)$. در فرایند هم‌حجم تمام گرمای Q داده شده به گاز صرف بالا رفتن انرژی درونی گاز می‌شود $(\Delta U_{\text{هم‌حجم}}=Q)$. در فرایند هم‌فشار بخشی از گرمای Q داده شده به گاز صرف انجام کار می‌شود، از این‌رو تغییر انرژی درونی گاز در فرایند هم‌فشار از مقدار گرمایی که گاز می‌گیرد، کمتر است $(\Delta U_{\text{هم‌فشار}}<Q)$، در نتیجه: $\Delta U_{\text{هم‌دما}}<\Delta U_{\text{هم‌فشار}}<\Delta U_{\text{هم‌حجم}}$

B ۱۳۳۰ ۱

خط فکری در حل این مسئله بهترین کار رسم نمودار $P-V$ برای هر سه فرایند است زیرا به راحتی به کمک سطح زیر نمودار می‌توان دربارهٔ کار و همچنین به کمک بررسی نقاط انتهایی، دربارهٔ دمای گاز اظهار نظر کرد.



نکته شیب نمودار بی‌دررو از شیب نمودار هم‌دما تندتر است.

فرایند a: هم‌فشار، فرایند b: همدما و فرایند c: بی‌دررو

کار محیط روی دستگاه (گاز) در سه فرایند:

$$S_a>S_b>S_c\Rightarrow|W_a|>|W_b|>|W_c| \quad (I)$$

نکته **۱)** در فرایند هم‌دمای گاز آرمانی تغییر انرژی درونی صفر است.

$$\Delta U_b=W_b+Q_b \xrightarrow{\Delta U_b=0} Q_b=-W_b \quad (II)$$

۲) در فرایند بی‌درروی گاز آرمانی $Q_c=0$ است.

۳) در فرایند هم‌فشار گاز آرمانی همواره $|Q_a|>|W_a|$ است.

با توجه به نکات بیان شده $|Q_a|>|Q_b|>|Q_c|$ و گزارهٔ (الف) درست است.

در فرایند همدما گرمای داده شده برابر کار محیط روی گاز است. $|Q_b|=|W_b|$

و گزارهٔ (ب) نادرست است.

در فرایند هم‌فشار:

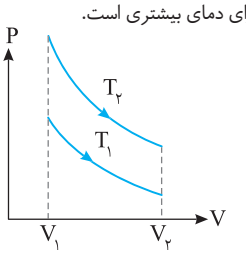
$$P_AV_1<P_AV_2 \xrightarrow[V_1<V_2]{(T\propto PV)} T_A<T_B\Rightarrow\Delta T>0\Rightarrow\Delta U_a>0$$

گزارهٔ (ت) نادرست است.

در فرایند بی‌دررو هنگام انبساط، دمای گاز کاهش می‌یابد، بنابراین انرژی درونی گاز کاهش می‌یابد و گزارهٔ (پ) درست است. (در فرایند هم‌دما انرژی درونی گاز ثابت می‌ماند.)

B ۱۳۳۱ ۴

یادآوری در نمودارهای هم‌دما، نمودار بالاتر دارای دمای بیشتری است.



۱ با توجه به نمودار $T_2>T_1$ است.

۲ هر دو نمودار مربوط به فرایند انبساطی هستند و کار محیط روی دستگاه منفی است. از طرفی سطح زیر نمودار $P-V$ برابر اندازهٔ کار محیط روی دستگاه است و سطح زیر نمودار T_2 از سطح زیر نمودار T_1 بزرگ‌تر است.

بنابراین: $S_2>S_1\Rightarrow|W_2|>|W_1|$

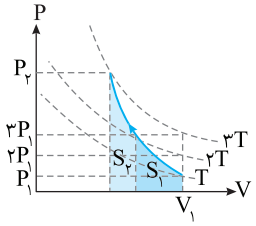
۳ در فرایند هم‌دمای گاز آرمانی، تغییر انرژی درونی گاز صفر است $(\Delta U=0)$ و بنابه قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U=W+Q \xrightarrow{\Delta U=0} Q=-W \xrightarrow{|W_2|>|W_1|} Q_1<Q_2$$

میانبر در فرایندهای هم‌دمای گاز آرمانی هرچه دما کمتر باشد، کار و گرمای مبادله شده کوچک‌تر است: $T_2<T_1\Rightarrow|Q_2|<|Q_1|\ ,\ |W_2|<|W_1|$

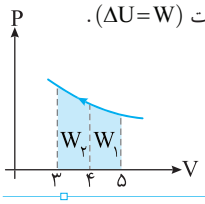
B ۱۳۳۲ ۲

مطابق شکل نمودار $P-V$ بی‌درروی گاز آرمانی را رسم می‌کنیم، سطح زیر نمودار $P-V$ برابر کار مبادله شده با محیط است. برای آن‌که دمای گاز آرمانی در فرایند بی‌درروی افزایش یابد، باید گاز را متراکم کرد، یعنی کار محیط روی دستگاه مثبت است و W_1 و W_2 مثبت هستند. به نمودار دقت کنید. سطح S_2 بزرگ‌تر از سطح S_1 است، بنابراین: $W_2>W_1$



B ۱۳۳۳ ۲

یادآوری در فرایند بی‌دررو، گرمای مبادله شده بین محیط و دستگاه صفر است $(Q=0)$ و تغییر انرژی درونی دستگاه برابر کار محیط روی دستگاه است $(\Delta U=W)$.

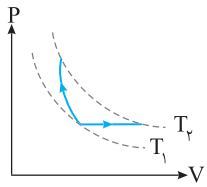


۱ نمودار $P-V$ را در این فرایند رسم می‌کنیم.

۲ کار محیط روی دستگاه برابر سطح زیر نمودار است.

۳ فرایند بی‌دررو بوده و $\Delta U=W$ است. در نتیجه: $W_2>W_1\Rightarrow\Delta U_2>\Delta U_1$

B ۱۳۳۴ ۳



۱ دمای اولیه و نهایی در هر دو فرایند یکی است، بنابراین تغییر انرژی درونی که تابع دمای گاز آرمانی است، در هر دو فرایند یکی است.

$$\Delta T_{\text{هم‌فشار}}=\Delta T_{\text{بی‌دررو}}\Rightarrow\Delta U_{\text{هم‌فشار}}=\Delta U_{\text{بی‌دررو}}$$

۲ بنابه قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U=W+Q\Rightarrow Q_{\text{هم‌فشار}}+W_{\text{هم‌فشار}}=W_{\text{بی‌دررو}}+Q_{\text{بی‌دررو}}$$

$Q_{\text{بی‌دررو}}$: صفر

$W_{\text{بی‌دررو}}$: متراکم شده $\Rightarrow W>0$

$W_{\text{هم‌فشار}}$: منبسط شده $\Rightarrow W<0$

$Q_{\text{هم‌فشار}}$: گرما گرفته است $\Rightarrow Q>0$

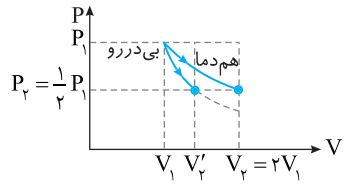
بنابراین $W_{\text{بی‌دررو}}<Q_{\text{هم‌فشار}}$ بوده و $\dfrac{Q_{\text{هم‌فشار}}}{W_{\text{بی‌دررو}}}>1$ است.

میانبر دقت کنید که در فرایند هم‌فشار همواره $|\Delta U_{\text{هم‌فشار}}|<|Q_{\text{هم‌فشار}}|$.

در این مسأله $\Delta U_{\text{هم‌فشار}}$ برابر $W_{\text{بی‌دررو}}$ است، پس: $|W_{\text{بی‌دررو}}|<|Q_{\text{هم‌فشار}}|$

B ۱۳۳۵ ۴

یادآوری در فرایند هم‌دمای گاز آرمانی، هرگاه حجم گاز دو برابر شود، فشار گاز نصف می‌شود. اما در فرایند بی‌دررو فشار گاز کمتر از نصف می‌شود.



نمودار $P-V$ را برای دو فرایند رسم می‌کنیم. در صورت مسأله بیان شده که فشار طی دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو نصف شده، بنابراین در فرایند هم‌دما قطعاً حجم گاز دو برابر شده است:

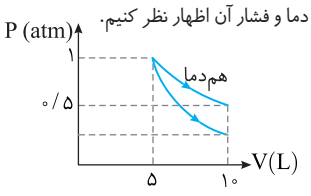
$$PV=nRT \xrightarrow{T=\text{ثابت},\ P_2=\frac{1}{2}P_1} V_2=2V_1$$

اما در فرایند بی‌دررو با نصف شدن فشار، افزایش حجم کمتر از دو برابر خواهد بود. $(V_2'<2V_1)$

دقت کنید اگر حجم گاز در فرایند بی‌دررو دو برابر شده باشد، قطعاً فشار گاز از $\frac{P_1}{2}$ کمتر خواهد بود. برای درک بهتر این مسأله به نمودار رسم شده به دقت نگاه کنید.

B ۱۳۳۶ ۳

خط فکری در فرایند بی‌دررو، گاز از محیط گرما دریافت نمی‌کند. اما این به این معنی نیست که دمای گاز تغییر نمی‌کند. هرگاه در فرایند بی‌دررو گاز منبسط شود، دما و فشار آن هر دو کاهش می‌یابد و اگر گاز متراکم شود، دما و فشار آن هر دو افزایش می‌یابد. این مسأله باعث می‌شود که هنگام انبساط گاز، اگر حجم دو برابر شود، فشار گاز از نصف هم کمتر می‌شود. بنابراین در حل این مسأله باید بررسی کنیم که گاز منبسط می‌شود یا متراکم تا بتوانیم در مورد تغییر دما و فشار آن اظهار نظر کنیم.

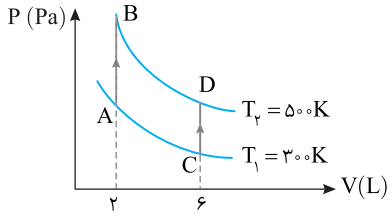


نمودار $P-V$ را برای بی‌دررو و هم‌دما رسم می‌کنیم. حجم گاز در ابتدا $5L$ بود که طی فرایند بی‌دررو به $10L$ رسیده یعنی گاز منبسط شده است، بنابراین دمای آن کاهش می‌یابد. دمای اولیهٔ گاز $100K$ است. از این رو دمای نهایی آن $T'<100K$ خواهد بود. با دو برابر شدن حجم، فشار گاز کاهش می‌یابد و مقدار آن از نصف P کمتر است:

$$P'<\frac{1}{2}P \xrightarrow{P=1atm} P'<\frac{1}{2}\times1\Rightarrow P'<\frac{1}{2}atm$$

B ۱۳۳۷ — ۱

هر دو فرایند هم‌حجم AB و CD بین دو دمای $T_1=300K$ و $T_2=500K$ رخ داده است. معادلهٔ حالت گاز آرمانی را برای نقاط A و B و برای نقاط C و D می‌نویسیم:



$$\begin{cases} A: P_A V_A = nRT_1 \\ B: P_B V_B = nRT_2 \end{cases} \xrightarrow{V_A=V_B=2L} 2(P_A-P_B)=nR(T_1-T_2)$$

$$\Rightarrow 2\Delta P_{AB}=nR\Delta T \quad (I)$$

$$\begin{cases} C: P_C V_C = nRT_1 \\ D: P_D V_D = nRT_2 \end{cases} \xrightarrow{V_C=V_D=6L} 6(P_C-P_D)=nR(T_1-T_2)$$

$$6\Delta P_{CD}=nR\Delta T \quad (II)$$

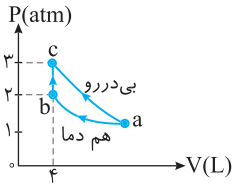
دو رابطه را با هم مساوی قرار می‌دهیم:

$$2\Delta P_{AB}=6\Delta P_{CD}\Rightarrow \frac{\Delta P_{AB}}{\Delta P_{CD}}=\frac{6}{2}=3$$

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۱۳۳۸ — ۳

۱ بنابه قانون اول ترمودینامیک تغییر انرژی درونی گاز به مسیر فرایند بستگی ندارد، بنابراین: $\Delta U_{ac}=\Delta U_{abc}$



۲ فرایند abc از دو فرایند هم‌دمای ab و فرایند هم‌حجم bc تشکیل شده که در فرایند هم‌دما، تغییر انرژی درونی گاز صفر $(\Delta U_{ab}=0)$ و در فرایند هم‌حجم، کار محیط روی دستگاه صفر $(W_{bc}=0)$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{ac}=\Delta U_{ab}+\Delta U_{bc} \xrightarrow{\Delta U_{ab}=0} W_{ac}+Q_{ac}=0+W_{bc}+Q_{bc}$$

$$\xrightarrow[\text{فرایند ac، بی‌دروست: } Q_{ac}=0]{} W_{ac}+0=0+Q_{bc} \qquad W_{bc}=0 \text{ (صفر)}$$

$$\Rightarrow W_{ac}=200J$$

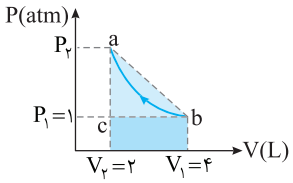
C ۱۳۳۹ — ۳

فرایند تراکمی هم‌دماست و وقتی حجم گاز نصف می‌شود، فشار گاز ۲ برابر می‌شود:

$$P_1V_1=P_2V_2\Rightarrow 1\times 4=P_2\times 2$$

$$\Rightarrow P_2=2atm$$

کار محیط روی دستگاه برابر سطح زیر نمودار $P-V$ است.



۱ سطح زیر ذوزنقهٔ هاشورخورده را حساب می‌کنیم:

$$S=\frac{(2+1)\times 10^5\times(4-2)\times 10^{-3}}{2}\Rightarrow S=300\Rightarrow W=300J$$

۲ سطح مستطیل هاشورخورده را به‌دست می‌آوریم:

$$S=1\times 10^5\times(4-2)\times 10^{-3}=200\Rightarrow W=200J$$

بنابراین سطح زیر نمودار هم‌دما باید از ۲۰۰J بیشتر و از ۳۰۰J کمتر باشد. در نتیجه کار انجام شده روی گاز می‌تواند ۲۵۰J باشد.

B ۱۳۴۰ — ۲

خط فکری استوانه فلزی است و فلز رسانای گرما است، پس استوانهٔ فلزی می‌تواند باعث مبادلهٔ گرما بین گاز و مخلوط آب و یخ شود. دمای مخلوط آب و یخ در حال تعادل $0^\circ C$ است و وقتی مخلوط گرما دریافت کند، تا زمانی که تمام یخ ذوب شود، دمای آن $0^\circ C$ است. بنابراین این مخلوط یک منبع گرما است و با دریافت انرژی از گاز، دمایش تغییر نمی‌کند. در نتیجه وقتی سنگ‌ریزه به روی پیستون می‌ریزیم، گاز در یک فرایند هم‌دما متراکم می‌شود و کار روی دستگاه به صورت گرما به محیط داده می‌شود. بنابراین شما باید مسأله را برای یک فرایند هم‌دما حل کنید.

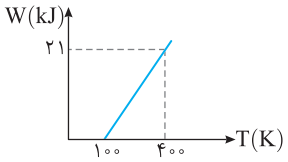
۱ در فرایند هم‌دما تغییر انرژی درونی گاز صفر است و بنابه قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U=W+Q \xrightarrow{\Delta U=0} W=-Q \xrightarrow{W=8/4\times 10^3 J} Q=-8/4\times 10^3 J$$

۲ این گرما که گاز به محیط (مخلوط آب و یخ) می‌دهد، سبب ذوب یخ می‌شود. بنابراین به کمک گرمای نهان ذوب، مقدار یخ ذوب شده را حساب می‌کنیم:

$$Q=mL_F\Rightarrow 8/4=336(m)\Rightarrow m=0/025kg\Rightarrow m=25g$$

C ۱۳۴۱ — ۳



فرایند بسیار سریع صورت گرفته، یعنی فرایند بی‌دروست و گرمای مبادله شده بین محیط و دستگاه صفر است. بنابه قانون اول ترمودینامیک:

$$\Delta U=W+Q \xrightarrow{Q=0} \Delta U=W \xrightarrow{W=21\times 10^3 J} \Delta U=21\times 10^3 J$$

انرژی درونی یک گاز آرمانی تابعی از دمای گاز است و با دمای گاز نسبت مستقیم دارد:

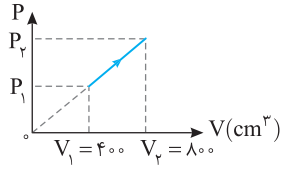
$$U\propto T\Rightarrow \frac{U_2}{U_1}=\frac{T_2}{T_1} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در صورت}} \frac{\Delta U}{U_1}=\frac{\Delta T}{T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{21\times 10^3}{U_1}=\frac{400-100}{100}\Rightarrow U_1=7\times 10^3=7kJ$$

پنجره ۴

B ۱۳۴۲ — ۴

یادآوری بنا به قانون گازها $PV=nRT$ است که در آن دما (T) بر حسب کلوین است.



۱ به نمودار دقت کنید. با تشابه مثلث‌ها، نسبت P_2/P_1 را به‌دست بیاورید.

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{V_2}{V_1}\Rightarrow \frac{P_2}{P_1}=\frac{800}{400}\Rightarrow P_2=2P_1$$

۲ دمای اولیه را بر حسب کلوین به‌دست می‌آوریم.

$$T_1=273+\theta_1=273+(-23)=250K$$

۳ اکنون به کمک قانون گازهای آرمانی، دمای نهایی گاز را می‌توان به‌دست آورد.

$$PV=nRT\Rightarrow \frac{P_1V_1}{P_2V_2}=\frac{T_1}{T_2}\Rightarrow \frac{P_1\times 400}{(2P_1)(800)}=\frac{250}{T_2}\Rightarrow T_2=250\times 4=1000K$$

۴ دما را بر حسب درجه سلسیوس حساب می‌کنیم.

$$T_2=273+\theta_2\Rightarrow 1000=273+\theta_2\Rightarrow \theta_2=727^\circ C$$

A ۱۳۴۳ ۳

نمودار داده شده $P-V$ است که مساحت زیر نمودار آن برابر مقدار کار انجام شده است و اگر فرایند تراکمی باشد مثل فرایند CD، کار انجام شده روی گاز $W_{CD}=+S$ و اگر فرایند انبساطی باشد مثل AB، کار انجام شده روی گاز $W_{AB}=-S'$ است.

یادآوری مساحت ذوزنقه برابر است با

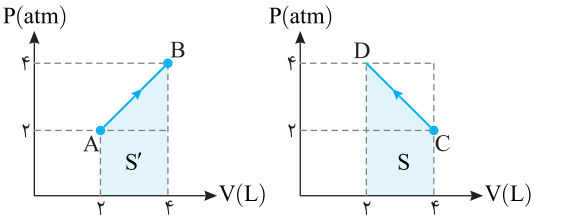
$$S_{\text{ذوزنقه}}=\frac{(\text{قاعده بزرگ})+(\text{قاعده کوچک})\times(\text{ارتفاع})}{۲}$$

$$S'=\frac{۲\times۱۰^{-۳}(۲\times۱۰^{۵}+۴\times۱۰^{۵})}{۲}=۶۰۰J\ ,\ S=\frac{۲\times۱۰^{-۳}(۴\times۱۰^{۵}+۲\times۱۰^{۵})}{۲}=۶۰۰J$$

$$\begin{cases}W_{CD}=+S=+۶۰۰J\\W_{AB}=-S'=-۶۰۰J\end{cases}\Rightarrow\frac{W_{AB}}{W_{CD}}=-۱$$

البته قبل از محاسبه هم مشخص است که $S=S'$ می‌باشد بنابراین:

$$\frac{W_{AB}}{W_{CD}}=\frac{-S'}{+S}=-۱$$



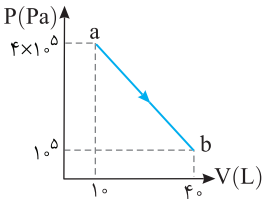
بازی با سؤال شکل روبه‌رو نمودار $P-V$ مربوط به مقداری گاز کامل است. انرژی درونی گاز طی این فرایند چگونه تغییر می‌کند؟

۱) پیوسته کاهش می‌یابد.

۲) پیوسته افزایش می‌یابد.

۳) ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد.

۴) ابتدا افزایش، سپس کاهش می‌یابد.



گزینهٔ ۴

B ۱۳۴۴ ۴

خط فکری در حل مسائلی که فرایند داده شده، فرایند خاص نیست، معمولاً برای بررسی چگونگی تغییر انرژی درونی گاز ابتدا دمای اولیه و نهایی را به‌دست آورده و با هم مقایسه می‌کنیم. البته برای مقایسهٔ دماها کافی است حاصل‌ضرب PV را در دو نقطه مقایسه کنیم. برای بررسی کار نیز در نمودار $P-V$ به سراغ سطح زیر نمودار می‌رویم.

۱ به کمک قانون گازها دمای گاز در حالت a و b را حساب می‌کنیم:

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}\Rightarrow\begin{cases}T_a=\frac{P_۱(V_۱)}{nR}=\frac{P_۱V_۱}{nR}\\T_b=\frac{\frac{۱}{۳}P_۱(۳V_۱)}{nR}=\frac{P_۱V_۱}{nR}\end{cases}\Rightarrow T_a=T_b$$

۲ دمای حالت a و b یکسان است و تغییر دما $\Delta T_{ab}=۰$ است. انرژی درونی یک گاز آرمانی تابع دمای گاز است، بنابراین تغییر انرژی درونی گاز صفر است $(\Delta U=۰)$.

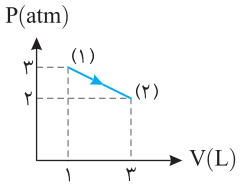
۳ با توجه به قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U=W+Q\xrightarrow{\Delta U_{ab}=۰}W_{ab}=-Q_{ab}$$

۴ گاز منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی $W_{ab}<۰$ و گرمای مبادله شده $(Q_{ab}>۰)$ مثبت است و گاز گرما می‌گیرد.

B ۱۳۴۵ ۱

۱ ابتدا به کمک سطح زیر نمودار $P-V$ مقدار کار محیط روی دستگاه را به‌دست می‌آوریم:



$$S=\frac{(۳+۲)\times۱۰^{۵}\times(۳-۱)\times۱۰^{-۳}}{۲}=۵۰۰$$

۲ گاز منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است: $W=-۵۰۰J$

۳ تغییر انرژی درونی گاز از حالت (۱) تا حالت (۲) برابر خواهد شد با:

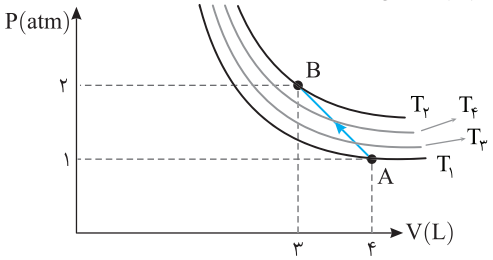
$$\Delta U=U_۲-U_۱\xrightarrow[U_۲=۹۱۲J]{U_۱=۴۵۶J}\Delta U=۹۱۲-۴۵۶\Rightarrow\Delta U=۴۵۶J$$

۴ به کمک قانون اول ترمودینامیک می‌توان گرمای مبادله شده را حساب کرد:

$$\Delta U=W+Q\Rightarrow۴۵۶=-۵۰۰+Q\Rightarrow Q=۹۵۶J$$

B ۱۳۴۶ ۱

خط فکری دمای نقطهٔ A و B را با هم مقایسه کنید. برای این منظور حاصل‌ضرب P_AV_A و P_BV_B را به‌دست بیاورید تا مشخص شود دمای A بیشتر است یا دمای B. سپس به کمک رسم چند نمودار هم‌دما بین نقاط A و B می‌توانید چگونگی تغییر دما و تغییر انرژی درونی گاز را مشخص کنید.



۱ حاصل‌ضرب PV برای نقاط A و B خواهد شد:

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}\Rightarrow\begin{cases}P_AV_A=۱\times۴=۴\\P_BV_B=۲\times۳=۶\end{cases}\Rightarrow T_B>T_A$$

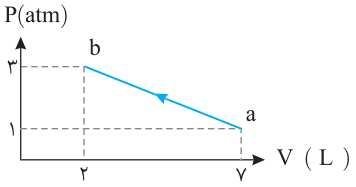
۲ انرژی درونی یک گاز آرمانی به دمای گاز بستگی دارد، بنابراین:

$$T_B>T_A\Rightarrow U_B>U_A$$

۳ چند نمودار هم‌دما بین A و B مطابق شکل رسم می‌کنیم. کاملاً مشخص است که در مسیر A به B دمای گاز افزایش می‌یابد، بنابراین انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.

B ۱۳۴۷ ۲

۱ حجم گاز از $۷L$ به $۲L$ رسیده، یعنی طی فرایند گاز متراکم شده و کار محیط روی دستگاه مثبت است $(W>۰)$.



۲ دمای گاز در نقطهٔ a و b را به کمک معادلهٔ حالت گاز آرمانی به‌دست می‌آوریم تا به کمک آن در مورد تغییر انرژی درونی گاز بتوانیم اظهار نظر کنیم.

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}\Rightarrow\begin{cases}T_a=\frac{۱\times۷}{nR}\\T_b=\frac{۲\times۳}{nR}\end{cases}\Rightarrow T_a>T_b$$

بنابراین از a تا b دما کاهش می‌یابد $(\Delta T<۰)$. بنابراین انرژی درونی گاز که تابع دماست نیز کاهش می‌یابد $(\Delta U<۰)$.

۳ بنابه قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت: $\Delta U=W+Q\xrightarrow[W>۰]{\Delta U<۰}Q<۰$

دقت کنید ΔU منفی و W مثبت بوده و برای آنکه مجموع W و Q منفی شود، قطعاً Q منفی است و گاز گرما از دست می‌دهد.

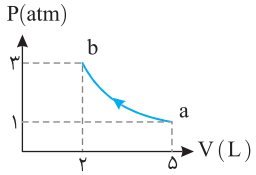
بازی با سؤال در شکل روبه‌رو نمودار $P-V$ یک گاز آرمانی رسم شده است. کدام گزینه درست است؟

۱) گاز گرما گرفته است.

۲) گاز گرما از دست داده است.

۳) گرمای مبادله شده با محیط صفر است.

۴) گزینهٔ (۱) و (۲) ممکن است درست باشد.

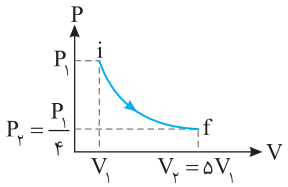


گزینهٔ ۴

B ۱۳۴۸ ۳

دمای اولیه و نهایی گاز را حساب می‌کنیم.

$$PV=nRT\Rightarrow\begin{cases}T_1=\dfrac{P_1V_1}{nR}\\ T_2=\dfrac{\frac{P_1}{4}\times 5V_1}{nR}=\dfrac{5}{4}\dfrac{P_1V_1}{nR}\end{cases}$$

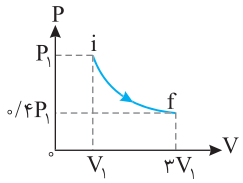


بنابراین $T_2>T_1$ است. از طرفی انرژی درونی مقدار معینی گاز آرمانی (کامل) با دمای گاز متناسب است؛ از این‌رو، $U_2>U_1$ بوده و $\Delta U>0$ بنابراین: $W+Q>0$

B ۱۳۴۹ ۳

۱ دمای اولیه و نهایی را به‌دست می‌آوریم:

$$PV=nRT\Rightarrow T_i=\frac{P_1V_1}{nR}\ ,\ T_f=\frac{1/2P_1V_1}{nR}\Rightarrow T_f>T_i$$



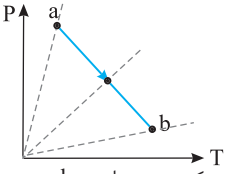
۲ دمای نهایی گاز T_f از دمای اولیهٔ گاز T_i بیشتر است بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است. انرژی درونی یک گاز آرمانی تابع دماست. بنابراین انرژی درونی گاز افزایش یافته است. $T_f>T_i\Rightarrow U_f>U_i\Rightarrow\Delta U>0$

۳ گاز منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است $(W<0)$ و گزینهٔ (۴) نادرست است. برای آنکه ΔU مثبت شود، بنابه قانون اول ترمودینامیک باید Q مثبت باشد. $\Delta U=W+Q\xrightarrow[\Delta U>0]{W<0}Q>0$

یعنی گاز گرما دریافت کرده و فرایند بی‌دررو نخواهد بود. بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست و گزینهٔ (۳) درست است.

B ۱۳۵۰ ۱

یادآوری در نمودار $P-T$ گاز آرمانی هر گاه نمودار یک خط راست گذرنده از مبدأ باشد، فرایند طی شده یک فرایند هم‌حجم است که حجم گاز با شیب نمودار نسبت وارون دارد.

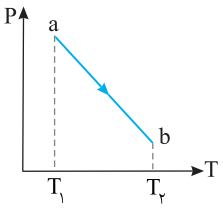


برای حل مسئله تعدادی نمودار هم‌حجم از a تا b رسم می‌کنیم. هر چه از a به b می‌رویم، شیب نمودارها کاهش می‌یابد پس حجم گاز در حال افزایش است $(V_b>V_a)$ و گزینهٔ (۱) درست است.

حجم گاز طی فرایند ab در حال افزایش است یعنی فرایند انبساطی بوده و کار محیط روی گاز منفی است و گزینهٔ (۴) نادرست است.

یادآوری برای مقدار معینی گاز، انرژی درونی تنها تابع دماست.

طبق نمودار دمای گاز در حال افزایش بوده و از T_1 به T_2 می‌رسد، پس انرژی درونی در حال افزایش و $\Delta U>0$ است و گزینهٔ (۳) نادرست است.



با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

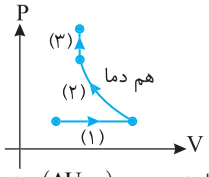
$$\Delta U=Q+W\xrightarrow[\Delta U>0]{W<0}Q>0$$

(مثبت، منفی)

بنابراین گاز از محیط گرما دریافت کرده است و گزینهٔ (۲) نیز نادرست است.

B ۱۳۵۱ ۳

۱ فرایند (۱) یک فرایند هم‌فشار انبساطی است. در فرایند انبساطی هم‌فشار، حجم گاز با دریافت گرما افزایش می‌یابد. بنابراین فرایند (۱) گرماگیر است.



۲ فرایند (۲) هم‌دما بوده و در فرایند هم‌دما تغییر انرژی درونی $(\Delta U=0)$ صفر است. گاز متراکم شده و کار محیط روی گاز در این فرایند مثبت $(W>0)$ بوده، بنابراین گرمای مبادله شده با محیط در این فرایند منفی $(Q<0)$ است. یعنی گاز گرما از دست داده است. $\Delta U=0\Rightarrow W=-Q\xrightarrow{W>0}Q<0$

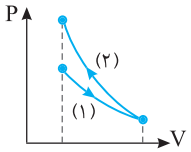
۳ فرایند (۳) هم‌حجم و فشار گاز افزایش یافته است، بنابراین باید گاز گرما دریافت کرده باشد تا بدون تغییر حجم فشارش افزایش یابد و فرایند گرماگیر است.

$$\Delta U=W+Q\xrightarrow{W=0}\Delta U=Q$$

$$\xrightarrow{(P_2>P_1,\ V_2=V_1)\Rightarrow T_2>T_1}\Delta T>0\Rightarrow\Delta U>0\Rightarrow Q>0$$

B ۱۳۵۲ ۱

یادآوری در مقایسهٔ بین نمودارهای فرایندهای هم‌دما و بی‌دررو در صفحهٔ $P-V$، منحنی فرایند بی‌دررو دارای شیب بیشتری است.



۱ شیب نمودار (۱) از شیب نمودار (۲) کمتر است، بنابراین نمودار (۱) هم‌دما و نمودار (۲) بی‌دررو است. در نتیجه در فرایند (۱) تغییر انرژی درونی گاز صفر است $(\Delta U_1=0)$ و گزینهٔ (۱) درست است.

۲ نمودار (۲) بی‌دررو است، بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

۳ فرایند (۱) هم‌دماست و در فرایند هم‌دمای گاز آرمانی $\Delta U=0$ است، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

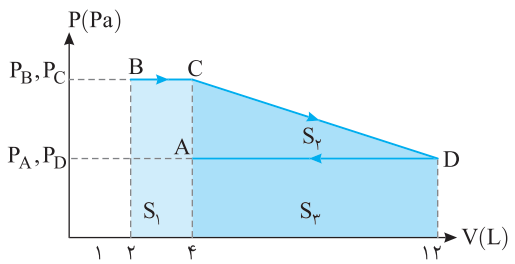
۴ فرایند (۲) بی‌دررو است و در فرایند (۲) گاز متراکم شده و کار محیط روی دستگاه مثبت است و بنابه قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U=W+Q\xrightarrow{Q=0\text{ بی‌دررو}}\Delta U=W\xrightarrow{W>0}\Delta U_2>0$$

و گزینهٔ (۴) نادرست است.

B ۱۳۵۳ ۲

یادآوری مساحت زیر نمودار $P-V$ برابر اندازه کار انجام شده است، اگر فرایند انبساطی باشد کار منفی و اگر فرایند تراکمی باشد، کار مثبت است.



۱ با توجه به فرض مسأله $|W_{BC}|=\frac{1}{2}|W_{BCDA}|$، بنابراین باید کار در این دو فرایند را حساب کنیم.

۲ در فرایند BC، گاز منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است:

$$W_{BC}=-S_1=-(2\times10^5)\times((4-2)\times10^{-3})=-400J$$

۳ در فرایند CD نیز گاز منبسط شده و W_{CD} منفی است:

$$W_{CD}=-S_2=-\frac{((2\times10^5+P_D))\times8\times10^{-3}}{2}=-(2\times10^5+P_D)\times4\times10^{-3}$$

$$=-800-4\times10^{-3}P_D$$

۴ در فرایند DA گاز متراکم شده و کار محیط روی دستگاه مثبت است:

$$W_{AD}=+S_3=P_D\times8\times10^{-3}$$

۵ کار در کل فرایند W_{BCDA} برابر است با:

$$W_T=W_{BC}+W_{CD}+W_{AD}=-400-800-4\times10^{-3}P_D+P_D\times8\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow W_T=-1200+4\times10^{-3}P_D$$

$$\frac{W_{BC}}{W_T}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{-400}{-1200+4\times10^{-3}P_D}=\frac{1}{2}\Rightarrow-800=-1200+4\times10^{-3}P_D$$

$$\Rightarrow400=4\times10^{-3}P_D\Rightarrow P_D=10^5Pa$$

B ۲ ۱۳۵۴

۱ نقاط ابتدا و انتهای فرایند abc، یعنی نقطهٔ a و نقطهٔ c روی یک نمودار هم‌دما قرار گرفته‌اند، پس در این فرایند تغییر دما صفر و در نتیجه تغییر انرژی درونی نیز صفر است.

۲ با توجه به قانون اول ترمودینامیک نتیجه می‌گیریم که در فرایند abc کار کل و گرمای کل هم‌اندازه و مختلف‌العلامت هستند، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta U_{abc}=Q_{abc}+W_{abc}=0\Rightarrow Q_{abc}=-W_{abc}$$

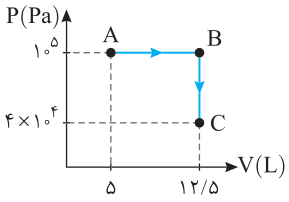
۳ برای به‌دست آوردن Q_{abc} کافی است W_{abc} را حساب کنیم و برای یافتن کار W_{abc} می‌توان سطح زیر نمودار abc را به‌دست آورد.

فرایند abc تراکمی است: $W_{abc}=+S_{P-V}=+(4\times10^5)\times(0/4-0/2)$

$$W_{abc}=+8\times10^4J$$

۴ گرمای مبادله شده خواهد شد: $Q_{abc}=-(8\times10^4)=-80000J=-80kJ$

بازی با سؤال **مطابق شکل زیر، مقدار معینی گاز آرمانی، فرایندی ترمودینامیکی را از A تا C طی می‌کند. اگر اندازهٔ کار و اندازهٔ گرمای مبادله شده بین گاز و محیط را به ترتیب با W و Q نشان دهیم، حاصل $\frac{W}{Q}$ کدام است؟**

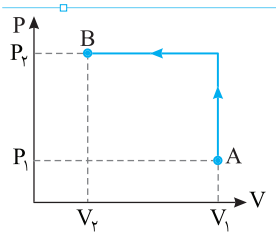


۱) ۱ ۲) ۰/۶ ۳) $\frac{3}{20}$ ۴) $\frac{1}{8}$

گزینهٔ ۱

B ۱ ۱۳۵۵

۱ در فرایند AB، حجم گاز از V_1 به V_2 کاهش یافته $(V_2<V_1)$، یعنی گاز متراکم شده است و در فرایند تراکمی کار محیط روی دستگاه مثبت است $(W>0)$.



۲ برای بررسی گرمای مبادله شده بین دستگاه و گاز باید دمای نقاط A و B را مقایسه کنیم، زیرا با مقایسهٔ دما می‌توانیم به مقایسهٔ تغییر انرژی درونی گاز بپردازیم و به کمک قانون اول ترمودینامیک $(\Delta U=W+Q)$ تعیین کنیم که Q مثبت است یا منفی؟

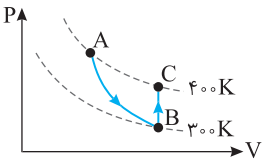
۳ به کمک معادلهٔ حالت گاز آرمانی، دمای گاز در نقاط A و B خواهد شد:

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}\Rightarrow T_A=\frac{P_1V_1}{nR}\ ,\ T_B=\frac{P_2V_2}{nR}$$

با توجه به T_A و T_B نمی‌توان تشخیص داد که این دماها با هم برابر هستند و یا $T_B>T_A$ و یا $T_A<T_B$ است. بنابراین تعیین علامت ΔU و همچنین تعیین علامت گرمای مبادله شده ممکن نیست و گزینهٔ (۱) درست است.

B ۳ ۱۳۵۶

خط فکری نقاط A و C روی یک نمودار هم‌دما قرار دارند، بنابراین تغییر انرژی درونی در فرایند ABC صفر است. برای حل مسأله شما بنابه قانون اول ترمودینامیک باید مجموع تغییر انرژی درونی در فرایند AB و BC را مساوی صفر قرار دهید و در فرایند بی‌دررو AB باید گرما را برابر صفر $(Q_{AB}=0)$ و در فرایند هم‌حجم BC، کار را برابر صفر $(W_{BC}=0)$ قرار دهید.



۱ دمای نقاط A و C یکسان است. انرژی درونی یک گاز آرمانی فقط تابع دماست، بنابراین $U_A=U_C$ و تغییر انرژی درونی صفر است.

۲ با توجه توضیح بالا می‌توان نوشت: $\Delta U_{ABC}=\Delta U_{AB}+U_{BC}$

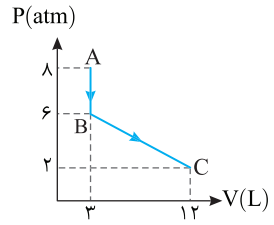
$$\Rightarrow0=Q_{AB}+W_{AB}+Q_{BC}+W_{BC}\Rightarrow W_{AB}=-Q_{BC}$$

۳ در فرایند BC، حجم گاز ثابت و فشار گاز افزایش یافته، بنابراین گاز گرما دریافت کرده است. از این رو گرمای مبادله شده در این فرایند $Q=+600J$ است.

۴ کار در فرایند AB خواهد شد: $W_{AB}=-Q_{BC}\Rightarrow W_{AB}=-600J$

B ۲ ۱۳۵۷

خط فکری در این گونه تست‌ها اولین حرکت شما در حل مسأله این است که دمای نقاط ابتدایی و انتهایی را مقایسه کنید تا بتوانید در مورد تغییر انرژی درونی در کل فرایند اظهار نظر کنید که در بسیاری از این مسائل دمای نقطهٔ ابتدایی و انتهایی برابر است و تغییر انرژی درونی صفر است و با حساب کردن سطح زیر نمودار کار محیط روی دستگاه را به‌دست می‌آورید (W) و با داشتن W و ΔU، گرمای مبادله شده قابل حساب کردن است.



۱ دمای نقاط A و C را به کمک معادلهٔ حالت گاز آرمانی به‌دست می‌آوریم. البته کافی است حاصل‌ضرب PV را حساب کنید:

$$\begin{cases}T_A:P_AV_A=8\times3=24\\T_C:P_CV_C=2\times12=24\end{cases}\Rightarrow T_A=T_C\Rightarrow\Delta T=0\Rightarrow\Delta U_{ABC}=0$$

۲ سطح زیر نمودار ABC برابر است با:

$$S_{ABC}=S_{AB}+S_{BC}\xrightarrow[\text{مساحت ذوزنقه }S_{ABC}]{S_{AB}=0}$$

$$S_{ABC}=\frac{(6\times10^5+2\times10^5)\times9\times10^{-3}}{2}=3600J$$

۳ گاز از A تا C منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است:

$$W_{ABC}=-3600J$$

۴ بنابه قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U_{ABC}=W_{ABC}+Q_{ABC}\Rightarrow0=-3600+Q_{ABC}\Rightarrow Q_{ABC}=3600J$$

B ۳ ۱۳۵۸

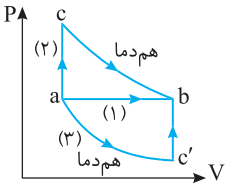
۱ در فرایند هم‌فشار ab، همواره مقدار گرمای مبادله شده از مقدار کار محیط روی دستگاه بزرگ‌تر است و این اختلاف برابر تغییر انرژی درونی گاز است:

$$\Delta U_{ab}=W_{ab}+Q_{ab}\xrightarrow{|Q_{ab}|=|W_{ab}|+320J}\Delta U_{ab}=320J$$

۲ بنابراین انرژی درونی گاز در نقطهٔ b، 320J از نقطهٔ a بیشتر است.

۳ فرایند bc هم‌دماست و انرژی درونی در نقطهٔ b و c با هم برابر است، در نتیجه انرژی درونی در نقطهٔ c نیز 320J از نقطهٔ a بیشتر است.

B ۱۳۵۹ ۴



۱ در فرایند ab، انرژی درونی گاز ۱۲۵J افزایش یافته است، یعنی $\Delta U_{ab}=۱۲۵J$ است.

۲ با توجه به قانون اول ترمودینامیک، تغییر انرژی درونی به مسیر فرایندها بستگی ندارد، از این رو می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{acb}=\Delta U_{ac'b}=\Delta U_{ab}\xrightarrow{\Delta U_{ab}=۱۲۵J}\Delta U_{acb}=\Delta U_{ac'b}=۱۲۵J$$

$$\Rightarrow \Delta U_{ac}+\Delta U_{cb}=\Delta U_{ac'}+\Delta U_{c'b}$$

$$\xrightarrow{ac' \text{ و } cb \text{ هم‌دما هستند}} \Delta U_{ac}=\Delta U_{c'b}\xrightarrow{\Delta U=W+Q} W_{ac}+Q_{ac}=W_{c'b}+Q_{c'b}$$

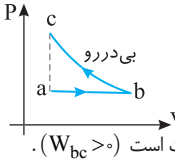
فرایند ac و $c'b$ هم‌حجم بوده و کار محیط روی دستگاه صفر است، بنابراین:

$$Q_{ac}=Q_{c'b}\Rightarrow Q_{ac}-Q_{c'b}=۰$$

دقت کردید به مقدار $\Delta U_{ab}=۱۲۵J$ نیازی نداشتیم.

B ۱۳۶۰ ۲

۱ فرایند ab هم‌فشار انبساطی است، پس در این فرایند گاز گرما می‌گیرد $Q_{ab}>۰$ است و فرایند bc بی‌دررو است که در آن گرمایی مبادله نمی‌شود. پس گرما در کل این دو فرایند برابر است با:



$$Q=\underbrace{Q_{ab}}_{\substack{\text{هم‌فشار}\\ \text{مثبت}}}+\underbrace{Q_{bc}}_{\substack{\text{بی‌دررو}\\ \text{صفر}}}\Rightarrow Q>۰$$

۲ در فرایند bc گاز متراکم شده، کار محیط روی گاز مثبت است $(W_{bc}>۰)$.

۳ در فرایند ab گاز منبسط شده، کار محیط روی گاز منفی است $(W_{ab}<۰)$.

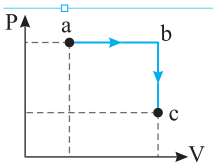
۴ سطح زیر نمودار PV برابر اندازهٔ کار مبادله شده است. سطح زیر نمودار bc از سطح زیر نمودار ab بیشتر بوده و $W_{bc}>|W_{ab}|$ است.

۵ کار انجام شده روی گاز در تمام مسیر فرایند خواهد شد.

$$W=W_{ab}+W_{bc}\xrightarrow{W_{bc}>|W_{ab}|}W>۰$$

با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم: $\Delta U=W+Q\xrightarrow{W>۰,\ Q>۰}\Delta U>۰$

B ۱۳۶۱ ۲



فرایند هم‌فشار را فرایند ab و فرایند هم‌حجم را فرایند bc می‌نامیم و مسیر کل فرایند abc خواهد بود.

۱ تغییر انرژی درونی در کل فرایند برابر مجموع تغییر انرژی درونی در فرایند ab و bc است.

$$\Delta U_{abc}=\Delta U_{ab}+\Delta U_{bc}\Rightarrow \Delta U_{abc}=W_{ab}+Q_{ab}+W_{bc}+Q_{bc}$$

۲ مهم‌ترین نکتهٔ مسأله برابر بودن Q_{ab} و Q_{bc} است، اما Q_{ab} مثبت و Q_{bc} منفی و مجموع $Q_{ab}+Q_{bc}=۰$ است و در فرایند هم‌حجم bc، کار صفر است.

بنابراین: $\xrightarrow{Q_{ab}+Q_{bc}=۰}\Delta U_{abc}=W_{ab}$

۳ کار در فرایند هم‌فشار برابر است با: $W_{ab}=-P\Delta V$

$$\xrightarrow[\Delta T=\Delta\theta=۱۴۷-۷=۱۴۰^\circ C]{P\Delta V=nR\Delta T} W_{ab}=-۰/۵\times۸\times۱۴۰\Rightarrow W_{ab}=-۵۶۰J$$

در نتیجه تغییر انرژی درونی در کل فرایند $\Delta U_{abc}=-۵۶۰J$ است.

B ۱۳۶۲ ۴

۱ در فرایند هم‌دما، تغییر انرژی درونی صفر است و در فرایند بی‌دررو، گرمای مبادله شده با محیط صفر است.

۲ تغییر انرژی درونی در کل فرایند خواهد شد:

$$\Delta U_{\text{کل}}=\Delta U_{\text{بی‌دررو}}+\Delta U_{\text{هم‌دما}}\Rightarrow \Delta U_{\text{کل}}=W_{\text{بی‌دررو}}+Q_{\text{بی‌دررو}}$$

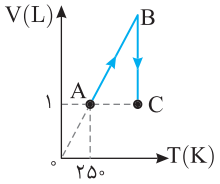
$$\Rightarrow \Delta U_{\text{کل}}=W_{\text{بی‌دررو}}$$

۳ گاز منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است، بنابراین:

$$W_{\text{بی‌دررو}}=-۴۰۰J\Rightarrow \Delta U_{\text{کل}}=-۴۰۰J$$

B ۱۳۶۳ ۱

خط فکری دقت کنید نمودار داده شده، نمودار حجم برحسب دما $(V-T)$ بوده و در آن فرایند BC هم‌دما و فرایند AB هم‌فشار است. کار در فرایند هم‌فشار از رابطهٔ $W=-P\Delta V=-nR\Delta T$ به‌دست می‌آید، بنابراین شما باید به کمک داده‌های مسأله حجم گاز در نقطهٔ B و سپس دمای گاز در نقطهٔ B را بیابید و سپس کار را در فرایند AB حساب کنید.



۱ حجم گاز در نقطهٔ B را به کمک قانون گازها در فرایند هم‌دما حساب می‌کنیم:

$$P_BV_B=P_CV_C\Rightarrow P_BV_B=۲/۵P_B\times۱\Rightarrow V_B=۲/۵L$$

۲ نمودار فرایند AB از مبدأ می‌گذرد، بنابراین فرایند AB فشار است:

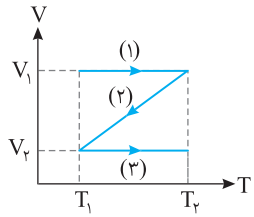
$$\frac{V_A}{T_A}=\frac{V_B}{T_B}\Rightarrow\frac{۱}{۲۵۰}=\frac{۲/۵}{T_B}\Rightarrow T_B=۶۲۵K$$

۳ کار انجام شده روی گاز خواهد شد:

$$W_{AB}=-nR\Delta T\Rightarrow W_{AB}=-۰/۵\times۸\times(۶۲۵-۲۵۰)\Rightarrow W_{AB}=-۱۵۰۰J$$

B ۱۳۶۴ ۲

خط فکری برای بررسی چگونگی تغییر انرژی درونی و مقایسهٔ آن‌ها باید به سراغ چگونگی تغییر دما در هر سه فرایند بروید و بررسی کنید دما در حال افزایش است یا کاهش.



طی فرایند (۱) دمای گاز از T_1 تا T_2 افزایش می‌یابد، پس تغییر انرژی درونی طی این فرایند مثبت است.

طی فرایند (۲) دمای گاز از T_2 به T_1 کاهش می‌یابد، پس تغییر انرژی درونی طی این فرایند منفی است.

طی فرایند (۳) دمای گاز از T_1 تا T_2 افزایش می‌یابد پس تغییر انرژی درونی طی این فرایند مثبت است.

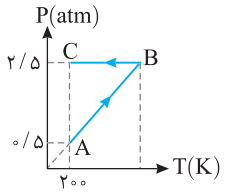
یادآوری انرژی درونی یک گاز تنها تابع دماست.

تغییر دما در هر سه فرایند یکسان است بنابراین اندازه تغییر انرژی درونی در هر سه فرایند یکسان است.

$$|\Delta U_1|=|\Delta U_2|=|\Delta U_3|\xrightarrow[\Delta U_2<۰]{\Delta U_1\text{ و }\Delta U_3>۰}\Delta U_1=\Delta U_3=-\Delta U_2$$

B ۱۳۶۵ ۴

خط فکری باید دقت کنید نمودار $P-T$ است و در این نمودار فرایند BC هم‌فشار و فرایند AB هم‌حجم است و کار در فرایند AB صفر است، دمای اولیه و نهایی گاز برابر $(T_A=T_B)$ بوده و تغییر انرژی درونی در کل فرایند صفر است. با این دانسته‌ها مسأله قابل حل است.



۱ کار در کل فرایند ABC خواهد شد:

$$W_{ABC}=W_{AB}+W_{BC}\xrightarrow{W_{AB}=۰}W_{ABC}=W_{BC}$$

۲ در کل فرایند ABC، دمای نقطهٔ ابتدایی (T_A) و دمای نقطهٔ انتهایی (T_C) با هم برابر است. انرژی درونی یک گاز آرمانی تابع دمای گاز است، بنابراین $U_A=U_C$ بوده و $\Delta U_{AC}=۰$ است.

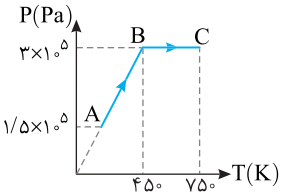
۳ بنابه قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{ABC}=W_{ABC}+Q_{ABC}$$

$$\Rightarrow ۰=W_{ABC}+Q_{ABC}\Rightarrow\frac{Q_{ABC}}{W_{ABC}}=\frac{Q_{ABC}}{W_{BC}}=-۱$$

B ۲ ۱۳۶۶

۱ به نمودار نگاه کنید. نمودار AB خط راست مایل گذرا از مبدأ نمودار $P-T$ است، یعنی این فرایند هم‌حجم است و کار در فرایند هم‌حجم صفر است $(W_{AB}=0)$.



۱ فرایند BC هم‌فشار است و کار در فرایند هم‌فشار برابر $W=-P\Delta V=-nR\Delta T$ است که با توجه به اطلاعات روی نمودار می‌توان نوشت:

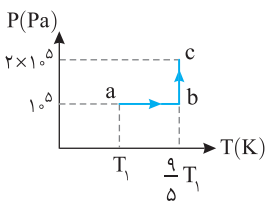
$$W_{BC}=-nR\Delta T\Rightarrow W_{BC}=-۱\times۸\times(۷۵۰-۴۵۰)\Rightarrow W_{BC}=-۲۴۰۰J$$

۲ تغییر انرژی درونی گاز در فرایند BC برابر $\Delta U_{BC}=۳۶۰۰J$ بوده، در نتیجه بنابه قانون اول ترمودینامیک گرمای مبادله شده در فرایند BC خواهد شد:

$$\Delta U_{BC}=Q_{BC}+W_{BC}\Rightarrow ۳۶۰۰=Q_{BC}-۲۴۰۰\Rightarrow Q_{BC}=۶۰۰۰J$$

B ۳ ۱۳۶۷

۱ به نمودار دقت کنید. فرایند bc یک فرایند هم‌دماست و تغییر انرژی درونی گاز آرمانی در فرایند هم‌دما صفر است $(\Delta U_{bc}=0)$. بنابراین ۶۰۰J افزایش انرژی درونی مربوط به فرایند هم‌فشار ab است $(\Delta U_{ab}=۶۰۰J)$.



۲ با توجه به فرض مسأله $|W_{ab}|=\frac{۶۰}{۱۰۰}|Q_{ab}|$ است. البته در فرایند ab گاز منبسط شده و کار منفی است $(W_{ab}<0)$.

$$|W_{ab}|=\frac{۶۰}{۱۰۰}|Q_{ab}|\Rightarrow|Q_{ab}|=\frac{۵}{۳}|W_{ab}|\Rightarrow Q_{ab}=-\frac{۵}{۳}W_{ab}$$

۳ با توجه به قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U_{ab}=W_{ab}+Q_{ab}=W_{ab}-\frac{۵}{۳}W_{ab}\Rightarrow\Delta U_{ab}=-\frac{۲}{۳}W_{ab}$$

$$\xrightarrow{\Delta U_{ab}=۶۰۰J}-\frac{۲}{۳}W_{ab}=۶۰۰\Rightarrow W_{ab}=-۹۰۰J$$

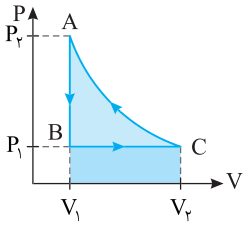
۴ به کمک رابطهٔ کار در فرایند هم‌فشار، می‌توان $T_۱$ را به‌دست آورد:

$$W_{ab}=-nR(T_b-T_a)\xrightarrow[R=۸J/mol.K]{n=۰/۵mol}-۹۰۰=-۰/۵\times۸\times(\frac{۹}{۵}T_۱-T_۱)$$

$$\Rightarrow ۹۰۰=۰/۵\times۸\times\frac{۴}{۵}T_۱\Rightarrow T_۱=۲۸۱/۲۵K$$

B ۴ ۱۳۶۸

خط فکری در چرخه، تغییر انرژی درونی صفر است و کار در چرخه قرینهٔ گرمای مبادله شده در چرخه است. از طرفی مساحت زیر نمودار $P-V$ برابر اندازهٔ کار است، بنابراین شما باید به کمک سطح زیر نمودار مشخص کنید که کار در چرخه مثبت است یا منفی؟



۱ فرایند AB هم‌حجم است و کار محیط روی گاز صفر است $(W_{AB}=0)$.

۲ فرایند BC یک فرایند هم‌فشار است و سطح زیر نمودار BC برابر مستطیل رنگی است و چون گاز منبسط شده، کار محیط روی دستگاه منفی است $(W_{BC}<0)$.

۳ سطح زیر نمودار CA از سطح زیر نمودار BC بزرگ‌تر است، بنابراین:

$$|W_{AC}|>|W_{BC}|$$

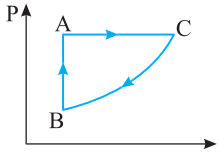
۴ از طرفی فرایند CA تراکمی و کار محیط روی آن مثبت است.

$$W_{\text{چرخه}}=\underbrace{|W_{AB}|}_{\text{صفر}}+\underbrace{|W_{BC}|}_{\text{منفی}}+\underbrace{|W_{CA}|}_{\text{مثبت}}\xrightarrow{|W_{CA}|>|W_{BC}|}W_{\text{چرخه}}>0$$

۵ گرمای مبادله شده در چرخه $Q<0$ است.

نتیجه اگر چرخه پادساعتگرد باشد، کار محیط روی چرخه مثبت و گرمای مبادله شده بین چرخه و محیط منفی است. در چرخهٔ ساعتگرد علامت کار منفی و علامت گرما مثبت است.

بازی با سؤال کدام گزینه با توجه به نمودار $P-V$ نشان داده شده در شکل، خانه‌های a، b و c جدول را به‌ترتیب درست پر می‌کند؟ از کتاب درسی



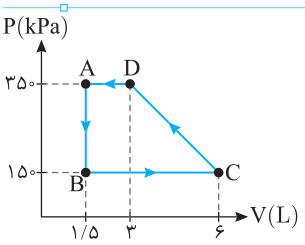
چرخه	Q	ΔU	W
ABCA	a	b	c

۱) مثبت، صفر، منفی
۲) منفی، صفر، مثبت
۳) مثبت، مثبت، منفی
۴) منفی، مثبت، مثبت

گزینهٔ ۱

B ۳ ۱۳۶۹

یادآوری در این چرخهٔ پادساعتگرد، کار خالص محیط روی گاز مقداری مثبت $(W>0)$ و در مقابل کار گاز روی محیط مقداری منفی $(W'<0)$ است و اندازهٔ کار مبادله شده با مساحت داخل چرخه در صفحهٔ $P-V$ برابر است.



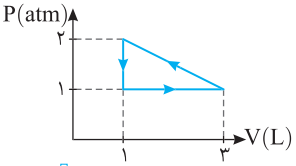
با استفاده از سطح محصور در چرخه، کار گاز در این چرخه خواهد شد:

$$W=+S_{P-V}=S_{ABCD}\ (\text{ذوزنقه})$$

$$\Rightarrow W'=-S_{\text{ذوزنقه}}=-\frac{۱}{۲}\times(۱/۵+۴/۵)\times۱۰^{-۳}\times(۳۵۰-۱۵۰)\times۱۰^{۳}$$

$$\Rightarrow W'=-\frac{۱}{۲}\times۶\times۲۰۰=-۶۰۰J$$

بازی با سؤال نیم‌مول گاز کامل تک‌اتمی، چرخه‌ای را مطابق شکل طی می‌کند. کار انجام شده توسط گاز روی محیط در طی چرخه چند ژول است؟



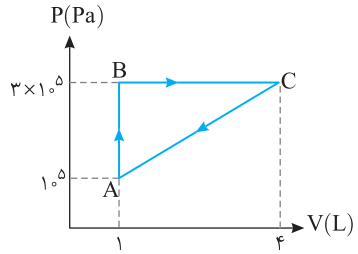
۱) −۳۰۰
۲) ۱۰۰
۳) ۱۵۰
۴) −۱۰۰

گزینهٔ ۴

B ۳ ۱۳۷۰

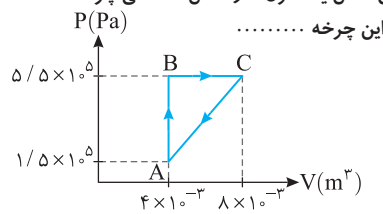
مساحت سطح محصور در چرخه برابر اندازهٔ کار مبادله شده با محیط و همچنین گرمای مبادله شده با محیط است.

از طرفی هرگاه چرخه ساعتگرد باشد، کار محیط روی دستگاه منفی و گرمای مبادله شده مثبت است بنابراین کافی است سطح مثلث ABC را حساب کنیم:



$$|Q|=S=\frac{(۴-۱)\times۱۰^{-۳}\times(۳\times۱۰^{۵}-۱۰^{۵})}{۲}=\frac{۳\times۱۰^{-۳}\times۲\times۱۰^{۵}}{۲}\Rightarrow|Q|=۳۰۰J$$

بازی با سؤال مطابق شکل یک مول گاز کامل تک‌اتمی چرخهٔ ABCA را پیموده است. این گاز در این چرخه .....

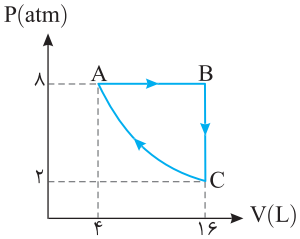


۱) ۱۶۰۰J گرما از محیط گرفته است.
۲) ۱۶۰۰J گرما به محیط داده است.
۳) ۸۰۰J گرما از محیط گرفته است.
۴) ۸۰۰J گرما به محیط داده است.

گزینهٔ ۳

B ۱۳۷۱ ۲

۱ ابتدا حجم گاز را در نقطهٔ C با استفاده از قانون گازها در فرایند هم‌دمای CA، تعیین می‌کنیم:



$$\frac{P_A V_A}{T_A}=\frac{P_C V_C}{T_C} \xrightarrow{T_A=T_C} \frac{۸\times۴}{T_A}=\frac{۲\times V_C}{T_A}$$

$$\Rightarrow V_C=\frac{۳۲}{۲}=۱۶L \Rightarrow V_B=۱۶L$$

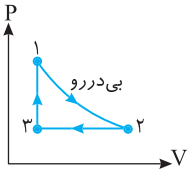
۲ حال به کمک معادلهٔ حالت دمای گاز در نقطهٔ B را برحسب کلوین تعیین می‌کنیم:

$$n=\frac{m}{M}=\frac{۶۴}{۳۲}=۲mol \;,\; P_B=۸atm=۸\times۱۰^۵Pa \;,\; V_B=۱۶L=۱۶\times۱۰^{-۳}m^۳$$

$$P_B V_B=nRT_B \Rightarrow ۸\times۱۰^۵\times۱۶\times۱۰^{-۳}=۲\times۸\times T_B \Rightarrow T_B=۸۰۰K$$

B ۱۳۷۲ ۱

خط فکری انرژی درونی یک گاز آرمانی تنها تابع دمای گاز است. بنابراین برای آنکه مشخص کنیم که در چه نقطه‌ای گاز دارای بیشترین انرژی درونی است، باید دمای گاز در نقاط مختلف را به کمک قانون گازها با هم مقایسه کنیم.



۱ ابتدا دمای نقطه‌های (۱) و (۳) که دارای حجم ثابتی هستند را بررسی می‌کنیم. با توجه به نمودار:

$$T_۱=\frac{P_۱ V}{nR} \;,\; T_۳=\frac{P_۳ V}{nR} \xrightarrow{P_۱>P_۳} T_۱>T_۳$$

در انبساط بی‌دررو دما کاهش می‌یابد $\Rightarrow T_۲<T_۱$

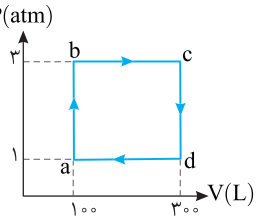
۲ دمای نقطه‌های (۲) و (۳) را بررسی می‌کنیم. هر دو دارای فشار ثابتی هستند. بنابراین آنکه حجم کمتری دارد، دارای دمای کمتری نیز می‌باشد $(T=\frac{PV}{nR})$.

$$V_۳<V_۲ \Rightarrow T_۳<T_۲$$

با توجه به روابط به‌دست آمده داریم $T_۳<T_۲<T_۱$ و چون انرژی درونی متناسب با دما است، بیشترین انرژی درونی در نقطهٔ (۱) است: $U_۱>U_۲>U_۳$

B ۱۳۷۳ ۲

خط فکری ابتدا فرایندهای گرماگیر و گرماده را مشخص می‌کنیم. در فرایند هم‌فشار اگر حجم زیاد شود، یعنی گاز گرم شده و دمای آن بالا رفته و فرایند گرماگیر است. همچنین در فرایند هم‌حجم اگر فشار گاز زیاد شود، یعنی گاز گرما دریافت کرده است. اکنون با توجه به این دانسته‌ها، فرایندهای گرماگیر و گرماده را مشخص کنید، سپس کار این فرایندها را حساب کنید.



۱ در فرایند هم‌حجم ab، فشار افزایش یافته و در فرایند هم‌فشار bc، حجم زیاد شده و این دو فرایند گرماگیر هستند و کار محیط روی گاز خواهد شد:

$$W_{abc}=W_{ab}+W_{bc} \xrightarrow[W_{bc}=-P\Delta V]{W_{ab}=۰:\text{هم‌حجم}} W_{abc}=-(۳)(۳۰۰-۱۰۰)$$

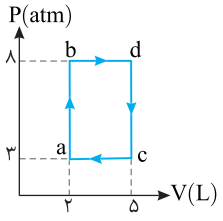
۲ فرایند cd و da گرماده هستند و کار در این فرایندها خواهد شد:

$$W_{cda}=W_{cd}+W_{da} \xrightarrow[W_{da}=-P\Delta V]{W_{cd}=۰} W_{cda}=-(۱)(۱۰۰-۳۰۰)$$

۳ اکنون نسبت $\frac{W_{abc}}{W_{cda}}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{W_{abc}}{W_{cda}}=\frac{-۳\times(۳۰۰-۱۰۰)}{-۱\times(۱۰۰-۳۰۰)}=-۳$$

B ۱۳۷۴ ۴



۱ در یک چرخه، تغییر انرژی درونی صفر است.

۲ در فرایندهای هم‌حجم ab و dc کار محیط روی دستگاه صفر است.

۳ تغییر انرژی درونی چرخه را به مجموع تغییر انرژی چهار فرایند ab، bd، dc و ca تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta U_{abdca}=\Delta U_{ab}+\Delta U_{bd}+\Delta U_{dc}+\Delta U_{ca}=۰$$

۴ قانون اول ترمودینامیک را برای هر فرایند می‌نویسیم:

$$W_{ab}+Q_{ab}+W_{bd}+Q_{bd}+W_{dc}+Q_{dc}+W_{ca}+Q_{ca}=۰ \quad (I)$$

۵ با توجه به نمودار، فشار گاز در فرایند هم‌حجم ab افزایش یافته، یعنی گاز گرما دریافت می‌کند $(Q_{ab}=+۶۰۰J)$.

۶ در فرایند هم‌فشار bd نیز حجم گاز زیاد شده، یعنی گاز گرما دریافت می‌کند $(Q_{bd}=+۲۰۰J)$.

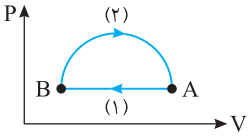
۷ کار در فرایند هم فشار bd و ca را حساب می‌کنیم:

$$W=-P\Delta V \Rightarrow \begin{cases} W_{bd}=-۸\times۱۰^۵\times(۵-۲)\times۱۰^{-۳} \Rightarrow W_{bd}=-۲۴۰۰J \\ W_{ca}=-۳\times۱۰^۵\times(۲-۵)\times۱۰^{-۳} \Rightarrow W_{ca}=+۹۰۰J \end{cases}$$

۸ اکنون آنچه را به‌دست آورده‌ایم، در رابطهٔ (I) جایگذاری می‌کنیم:

$$۶۰۰+(-۲۴۰۰)+۲۰۰+Q_{dc}+۹۰۰+Q_{ca}=۰ \Rightarrow Q_{dc}+Q_{ca}=۷۰۰J$$

B ۱۳۷۵ ۳



۱ فرایند AB یک فرایند هم‌فشار است که طی آن گاز متراکم شده و کار محیط روی دستگاه مثبت $(W_{AB}>۰)$ و به دلیل کاهش حجم، دمای گاز نیز $(\frac{V\downarrow}{T\downarrow}=\text{ثابت})$ کاهش یافته و انرژی درونی گاز که تابع دماست نیز کاهش می‌یابد $(\Delta U_{AB}<۰)$.

بنابراین گاز در این فرایند گرما از دست می‌دهد.

$$\Delta U_{AB}=W_{AB}+Q_{AB} \xrightarrow[W_{AB}>۰]{\Delta U_{AB}<۰} Q_{AB}<۰ \Rightarrow Q_۱<۰$$

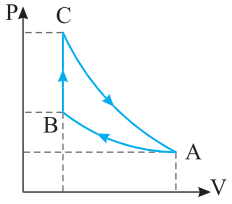
۲ چرخه ساعتگرد است و در چرخهٔ ساعتگرد، دستگاه گرما دریافت می‌کند $(Q_{\text{چرخه}}>۰)$، بنابراین:

$$Q_{\text{چرخه}}=Q_۱+Q_۲ \xrightarrow[Q_۱<۰]{Q_{\text{چرخه}}>۰} Q_۲>۰$$

۳ باید $Q_۲$ مثبت و مقدار آن از $Q_۱$ بیشتر باشد تا جمع $Q_۱$ و $Q_۲$ مثبت شود.

$$|Q_۱|<|Q_۲|$$

بازی با سؤال **مطابق شکل زیر چرخه‌ای شامل فرایندهای هم‌دما، هم‌حجم و بی‌دررو را در نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد گرمایی که گاز مبادله می‌کند (Q)، کاری که محیط بر روی گاز انجام می‌دهد (W) و تغییر انرژی درونی گاز (ΔU)، طی فرایندهای این چرخه درست است؟**



۱) $\Delta U_{CA}<۰, W_{BC}>۰, Q_{AB}<۰$

۲) $\Delta U_{CA}<۰, Q_{BC}>۰, W_{AB}>۰$

۳) $Q_{CA}>۰, \Delta U_{BC}<۰, Q_{AB}>۰$

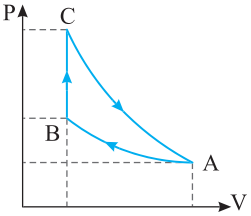
۴) $W_{CA}>۰, Q_{BC}<۰, W_{AB}<۰$

گزینهٔ ۲

B ۳ ۱۳۷۶

خط فکری هرگاه در یک چرخه از شما در مورد فرایندهای مختلف در مسیر چرخه سؤال شود، شما باید چرخه را به این فرایندها تقسیم کنید. نوع هر فرایند را تشخیص دهید و ویژگی‌های آن فرایند را به خاطر بیاورید، مثلاً در فرایند هم‌دما، انرژی درونی صفر است یا شیب فرایند بی‌دررو از هم‌دما بیشتر است. تا بتوانید مسأله را حل کنید.

۱ شیب فرایند CA از شیب فرایند AB بیشتر است و فرایند CA بی‌دررو و فرایند AB هم‌دماست.



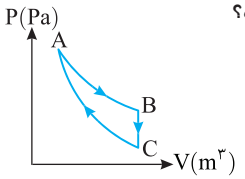
۲ چرخه را به صورت زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم و تغییر انرژی درونی چرخه را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\Delta U_{ABCA}=\overbrace{\Delta U_{AB}}^{\text{هم‌دما}}+\overbrace{\Delta U_{BC}}^{\text{هم‌حجم}}+\overbrace{\Delta U_{CA}}^{\text{بی‌دررو}}=0 \xrightarrow{\Delta U_{AB}=0}$$

$$W_{BC}+Q_{BC}+W_{CA}+Q_{CA}=0 \xrightarrow[\overbrace{Q_{CA}=0}^{\text{بی‌دررو}}]{\overbrace{W_{BC}=0}^{\text{هم‌حجم}}} Q_{BC}=-W_{CA}$$

۳ بنابراین کار در فرایند بی‌دررو برابر گرمای مبادله شده در فرایند هم‌حجم است.

بازی با سؤال **چرخهٔ روبه‌رو شامل فرایندهای هم‌حجم، هم‌دما و بی‌دررو می‌باشد. اگر در فرایند هم‌حجم تغییر انرژی درونی برابر ۱۰۰J باشد، کار انجام شده روی گاز در فرایند بی‌دررو چند ژول است؟**



۱) −۲۰۰
۲) −۱۰۰
۳) ۲۰۰
۴) ۱۰۰

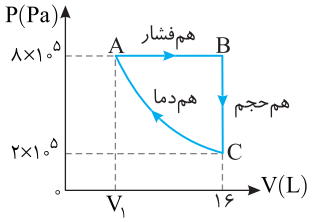
گزینهٔ ۴

B ۴ ۱۳۷۷

۱ گاز یک چرخه را طی کرده و تغییر انرژی درونی در چرخه برابر صفر است، از این رو:

$$\Delta U_{ABCD}=0 \Rightarrow \Delta U_{AB}+\Delta U_{BC}+\Delta U_{CA}=0$$

$$\xrightarrow[\Delta U_{CA}=0]{\text{فرایند CA هم‌دماست}} \Delta U_{AB}+\Delta U_{BC}=0$$



۲ در فرایند BC که هم‌حجم است، کار انجام شده روی گاز صفر است:

$$W_{AB}+Q_{AB}+W_{BC}+Q_{BC}=0 \xrightarrow{W_{BC}=0} W_{AB}+Q_{AB}+Q_{BC}=0$$

$$Q_{AB}+Q_{BC}=-W_{AB} \quad (I)$$

۳ با توجه به هم‌دما بودن فرایند CA حجم V_1 را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_CV_C}{T_C}=\frac{P_AV_A}{T_A} \xrightarrow{T_A=T_C}$$

$$P_CV_C=P_AV_A \Rightarrow 2\times10^5\times16=8\times10^5\times V_1 \Rightarrow V_1=4L$$

۴ حال با رابطهٔ $W_{AB}=-P\Delta V$ کار انجام شده روی گاز در فرایند هم‌فشار AB را به‌دست می‌آوریم:

$$W_{AB}=-(8\times10^5)(16\times10^{-3}-4\times10^{-3}) \Rightarrow W_{AB}=-96\times10^2J$$

۵ با توجه به رابطهٔ (I) خواهیم داشت:

$$Q_{AB}+Q_{BC}=-W_{AB} \Rightarrow Q_{AB}+Q_{BC}=96\times10^2J$$

B ۴ ۱۳۷۸

یادآوری انرژی درونی یک گاز کامل تنها تابع دمای گاز است.

خط فکری برای مقایسه انرژی درونی گاز در حالت های A و B و C باید دمای این حالت‌ها را با هم مقایسه کنید و برای دمای این حالت‌ها باید از قانون گازها $(PV=nRT)$ استفاده کنید. یعنی کافی است حاصل‌ضرب PV را در هر حالت بنویسید. در هر حالتی که PV بزرگ‌تر است، انرژی درونی گاز در آن حالت بیشتر است.

نسبت انرژی درونی‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{U_B}{U_A}=\frac{T_B}{T_A}=\frac{P_BV_B}{P_AV_A} \Rightarrow \frac{U_B}{U_A}=\frac{2/5\times10^5\times6/6}{2/5\times10^5\times2/2}=3$$

$$\Rightarrow U_B=3U_A \quad (I)$$

$$\frac{U_C}{U_A}=\frac{T_C}{T_A}=\frac{P_CV_C}{P_AV_A}=\frac{1/5\times10^5\times6/6}{2/5\times10^5\times2/2} \Rightarrow \frac{U_C}{U_A}=\frac{4/5}{2/5}$$

$$\Rightarrow 3U_A=\frac{5}{3}U_C \quad (II)$$

با توجه به (I) و (II) رابطهٔ زیر برقرار است:

$$U_B=3U_A=\frac{5}{3}U_C$$

B ۳ ۱۳۷۹

با توجه به نمودار فرایند ca هم‌فشار بوده و ما تغییر دمای گاز را داریم.

یادآوری کار انجام شده روی گاز طی فرایند هم‌فشار از رابطهٔ $W=-P\Delta V=-nR\Delta T$ به‌دست می‌آید:

$$W=-nR\Delta T \xrightarrow[n=1]{\Delta T=300-600=-300} W=-1\times8\times-300=2400J$$

B ۳ ۱۳۸۰

فرایند ca فرایند هم‌حجم، فرایند ab فرایند هم‌فشار و فرایند bc فرایند هم‌دما است.

گاز در فرایند ca گرما از دست داده پس $Q_{ca}=-300J$ است:

$$\Delta U_{\text{چرخه}}=0 \Rightarrow \Delta U_{ab}+\Delta U_{bc}+\Delta U_{ca}=0$$

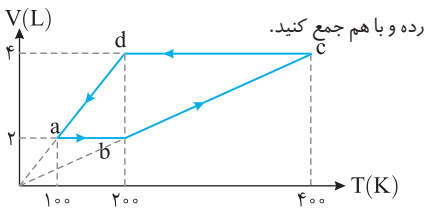
$$\xrightarrow[\Delta U_{bc}=0]{\Delta U_{ca}=Q_{ca}=-300J} \Delta U_{ab}-300=0 \Rightarrow \Delta U_{ab}=+300J$$

در فرایند هم‌فشار تغییر انرژی درونی و کار انجام شده مختلف‌العلامت است و قدر مطلق کار انجام شده از قدر مطلق تغییر انرژی درونی کوچک‌تر است:

$$\begin{cases} W_{ab}<0 \\ |W_{ab}|<|\Delta U_{ab}| \Rightarrow |W_{ab}|<300J \end{cases} \xrightarrow{\text{تنها گزینه با این شرط‌ها}} W_{ab}=-120J$$

B ۴ ۱۳۸۱

خط فکری در چرخه تغییر انرژی درونی صفر و $W=-Q$ است، بنابراین برای یافتن گرما مبادله داده شده با محیط باید کار محیط روی دستگاه را به‌دست بیاورید. پس ابتدا فرایندها را شناسایی کنید. فرایند cd و ab هم‌حجم هستند و کار در این فرایندها صفر است. فرایندهای bc و da هم‌فشار هستند و کار در فرایند هم‌فشار از رابطهٔ $W=-P\Delta V=-nR\Delta T$ به‌دست می‌آید. بنابراین کافی است W_{bc} و W_{da} را به‌دست آورده و با هم جمع کنید.



۱ کار در فرایند da و bc را حساب می‌کنیم:

$$W=-nR\Delta T \xrightarrow[R=8J/mol.K]{n=1mol} \begin{cases} W_{bc}=-1\times8\times(400-200)=-1600J \\ W_{da}=-1\times8\times(100-200)=+800J \end{cases}$$

۲ کار در کل چرخه خواهد شد:

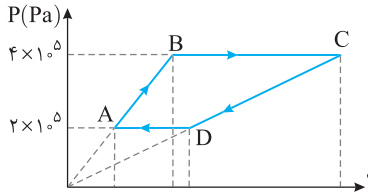
$$W_{abcda}=\overbrace{W_{ab}}^{\text{هم‌حجم}}+W_{bc}+\overbrace{W_{cd}}^{\text{هم‌حجم}}+W_{da}=-1600+800=-800J$$

۳ گرمای مبادله شده در چرخه برابر است با:

$$Q_{\text{چرخه}}=-W_{\text{چرخه}} \Rightarrow Q=-(-800)=800J$$

بازی با سؤال مقداری گاز آرمانی چرخه‌ای مطابق شکل روبه‌رو را طی می‌کند. اگر حجم گاز در حالت C برابر ۲ لیتر و در حالت A برابر ۱ لیتر باشد، کار انجام شده توسط گاز در این چرخه چند کیلوژول است؟ خارج ریاضی - ۸۷

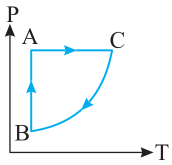
۱) ۲۰۰
۲) −۲۰۰
۳) ۴۰۰
۴) −۴۰۰



گزینهٔ ۲

B ۴ ۱۳۸۲

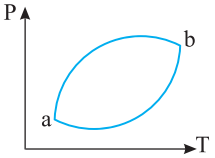
یادآوری هرگاه چرخهٔ P−T ساعتگرد باشد، چرخهٔ P−V نیز ساعتگرد است و در چرخهٔ ساعتگرد، کار محیط روی دستگاه منفی و گرمای مبادله شده بین محیط و دستگاه مثبت و تغییر انرژی درونی صفر است.



با توجه به یادآوری، a باید مثبت، b باید منفی و c باید صفر باشد.

B ۲ ۱۳۸۳

یادآوری اگر نمودار P−V یک چرخهٔ ساعتگرد باشد، نمودار P−T آن ساعتگرد و نمودار V−T آن پادساعتگرد است. در نمودار ساعتگرد کار محیط روی دستگاه منفی و گاز از محیط گرما می‌گیرد (Q>۰) و در نمودار پادساعتگرد برعکس است.

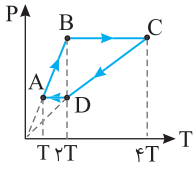


در متن مسأله بیان شده که روی گاز ۱۰۰J کار انجام شده است. یعنی کار محیط روی دستگاه ۱۰۰+J است. بنابراین باید چرخه پادساعتگرد باشد و در چرخهٔ پادساعتگرد، گاز گرما از دست می‌دهد.

$$Q=-W \xrightarrow{W=+100J} Q=-100J$$

B ۳ ۱۳۸۴

یادآوری در نمودار P−T اگر نمودار خط راستی باشد که از مبدأ بگذرد فرایند هم‌حجم است. فرایندهای AB و CD از مبدأ گذشته و این فرایندها هم‌حجم هستند. می‌دانیم در فرایندهای هم‌حجم کار انجام شده روی گاز صفر است بنابراین $W_{CD}=W_{AB}=0$ است و گزینهٔ (۱) نادرست است.



فرایندهای BC و DA هم‌فشارند. در فرایندهای هم‌فشار کار انجام شده روی گاز از رابطهٔ $W=-nR\Delta T$ به‌دست می‌آید و چون تغییرات دما در فرایند BC بیشتر از تغییرات دما در فرایند DA است پس باید $|W_{BC}|>W_{DA}$ باشد و گزینهٔ (۴) نادرست است.

یادآوری در فرایند هم‌فشار کار انجام شده توسط محیط و گرمای داده شده به گاز مختلف‌العلامت بوده و اندازهٔ گرمای مبادله شده از اندازه کار محیط روی دستگاه بزرگ‌تر است $|Q|>|W|$. همچنین طبق قانون اول ترمودینامیک $\Delta U=Q+W$ است.

یادآوری در فرایند هم‌فشار ΔU و Q هم‌علامت و هر دوی آن‌ها با W مختلف‌العلامت هستند.

در فرایند BC دما افزایش یافته:

$$Q_{BC}>|W_{BC}|,\ W_{BC}<0,\ Q_{BC}>0,\ \Delta U_{BC}>0$$

در فرایند DA دما کاهش یافته:

$$|Q_{DA}|>W_{DA},\ W_{DA}>0,\ Q_{DA}<0,\ \Delta U_{DA}<0$$

تغییرات دما در فرایند BC دو برابر فرایند DA است و چون انرژی درونی تنها تابع دماست، داریم:

$$\Delta U_{BC}=2|\Delta U_{DA}| \xrightarrow[W_{BC}=-2W_{DA}]{W=-nR\Delta T} Q_{BC}+W_{BC}=2|Q_{DA}+W_{DA}|$$

ΔU_{DA} منفی است و از قدر مطلق با یک منفی خارج خواهد شد:

$$Q_{BC}+W_{BC}=-2Q_{DA}-2W_{DA} \xrightarrow{W_{BC}=-2W_{DA}}$$
$$Q_{BC}-2W_{DA}=-2Q_{DA}-2W_{DA}$$
$$Q_{BC}=-2Q_{DA} \Rightarrow Q_{BC}>|Q_{DA}|$$

بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

یادآوری برای مقدار معینی گاز انرژی درونی تنها تابع دماست.

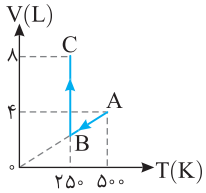
در فرایند هم‌حجم مثل فرایندهای CD و AB کار انجام شده صفر بوده و تغییر انرژی درونی برابر گرمایی است که گاز دریافت می‌کند:

$$Q_{CD}=\Delta U_{CD},\ Q_{AB}=\Delta U_{AB}$$

با توجه به یادآوری ذکر شده چون در فرایند CD تغیرات دما بزرگ‌تر از تغییرات دما در فرایند AB است پس گزینهٔ (۳) درست است.

$$|\Delta U_{CD}|>\Delta U_{AB} \Rightarrow |Q_{CD}|>Q_{AB}$$

B ۳ ۱۳۸۵



به نمودار به دقت نگاه کنید و نوع فرایندها را مشخص کنید.

۱ نمودار فرایند AB یک خط راست مایل است که از مبدأ می‌گذرد، بنابراین این فرایند هم‌فشار است.

۲ فرایند BC در دمای ثابت ۲۵۰K رخ داده، پس این فرایند هم‌دماست.

۳ در فرایند هم‌فشار AB، حجم گاز در نقطهٔ B را حساب می‌کنیم:

$$\frac{V_A}{T_A}=\frac{V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{4}{500}=\frac{V_B}{250} \Rightarrow V_B=2L$$

۴ فشار گاز در نقطهٔ A را به کمک معادلهٔ حالت گاز آرمانی به‌دست می‌آوریم:

$$P_AV_A=nRT_A \Rightarrow P_A\times4\times10^{-3}=0/4\times8\times500 \Rightarrow P_A=4\times10^5\,Pa$$

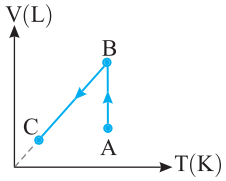
$$\xrightarrow{\text{فرایند AB هم‌فشار}} P_A=P_B=4\times10^5\,Pa$$

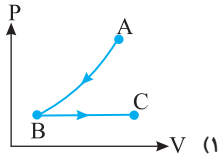
۵ به کمک فرایند هم‌دمای B، فشار گاز در حالت C را حساب می‌کنیم:

$$P_BV_B=P_CV_C \Rightarrow 4\times10^5\times2\times10^{-3}=P_C\times8\times10^{-3} \Rightarrow P_C=10^5\,Pa$$

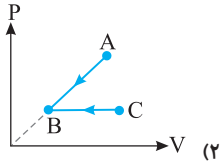
۶ در گزینهٔ (۴) فرایند BC هم‌دما رسم نشده و گزینهٔ (۴) نادرست است. در گزینهٔ (۱) در فرایند AB، حجم گاز افزایش یافته در حالی که در نمودار V−T حجم گاز در فرایند AB کاهش یافته و گزینهٔ (۱) نادرست است. از دو گزینهٔ (۲) و (۳)، اعداد به‌دست آمده در نمودار ۳ نوشته شده است و گزینهٔ (۳) درست است.

بازی با سؤال نمودار V−T گاز آرمانی که طی فرایند ABC از حالت A به حالت C می‌رسد به صورت روبه‌رو است. نمودار P−V این فرایند به کدام صورت است؟

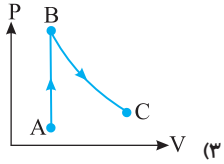




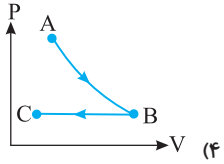
(۱)



(۲)



(۳)

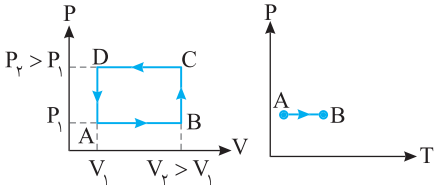


(۴)

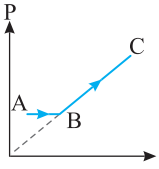
گزینهٔ ۴

B ۲ ۱۳۸۶

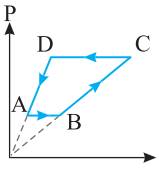
به فرایند AB نگاه کنید. یک فرایند هم‌فشار است که در آن حجم افزایش یافته، بنابراین دمای آن نیز قطعاً افزایش یافته است و نمودار P−T فرایند AB یک خط افقی است.



فرایند BC هم‌حجم است که فشار آن افزایش یافته، پس دمای آن نیز افزایش می‌یابد. از طرفی نمودار P−T فرایند هم‌حجم، خطی است که از مبدأ می‌گذرد.



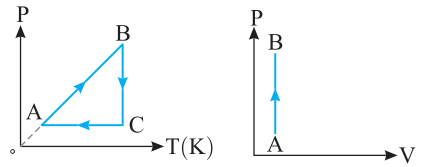
فرایند CD یک فرایند هم‌فشار تراکمی است که حجم گاز در آن کاهش یافته، بنابراین دمای گاز کاهش می‌یابد. سرانجام فرایند DA یک فرایند هم‌حجم، است که نمودار P−T آن از مبدأ می‌گذرد و چون در این فرایند فشار کم شده، حتماً دما نیز کاهش یافته و دستگاه به حالت اولیهٔ A بازگشته است.



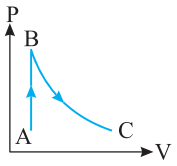
دقت کردید چرخهٔ P−V پادساعتگرد است و چرخهٔ P−T نیز پادساعتگرد است.

B ۴ ۱۳۸۷

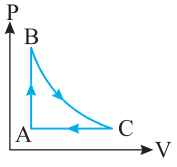
نمودار P−T فرایند AB از مبدأ می‌گذرد، پس این فرایند هم‌حجم است و نمودار P−V یک خط قائم است.



در فرایند BC دما ثابت مانده است و فشار گاز کم شده، بنابراین در این فرایند هم‌دما، قطعاً حجم گاز افزایش یافته است.



فرایند CA نیز یک فرایند هم‌فشار است که طی آن دستگاه به حالت A برمی‌گردد. بنابراین پاسخ نمودار گزینهٔ (۴) است.



B ۴ ۱۳۸۸

فرایند AB، فرایند هم‌فشار انبساطی است بنابراین با افزایش دما همراه است.

$$\frac{V_۱}{T_۱}=\frac{V_۲}{T_۲} \xrightarrow{V_۲>V_۱} T_۲>T_۱$$

بنابراین جواب بین گزینهٔ (۲) و گزینهٔ (۴) است.

فرایند BC، فرایند هم‌حجم است، که در گزینهٔ (۴) نیز فرایند BC هم‌حجم است.

بنابراین پاسخ گزینهٔ (۴) است.

B ۲ ۱۳۸۹

در فرایند AB، کار صفر است، بنابراین فرایند هم‌حجم است و گاز گرما دریافت کرده از این رو فشار و دمای آن بالا رفته است، بنابراین گزینه (۱) و (۴) نادرست است، زیرا در این دو نمودار فشار در فرایند AB کاهش یافته است. در فرایند BC، گرما مبادله نشده بنابراین فرایند بی‌دررو است از طرفی کار منفی است یعنی گاز منبسط شده و حجم آن افزایش یافته است از این رو قطعاً گزینه (۲) پاسخ است.

B ۳ ۱۳۹۰

۱ ابتدا که پیستون می‌تواند از نیمهٔ سرنگ تا انتها به آرامی جابه‌جا شود، وقتی که آب را به تدریج گرم می‌کنیم، حجم هوای درون سرنگ طی یک فرایند هم‌فشار افزایش می‌یابد (در تمام مدت فشار هوای درون سرنگ برابر مجموع فشار هوای بیرون و فشار آب است).

۲ اما وقتی که پیستون به انتها می‌رسد و گیر می‌کند دیگر حجم هوای درون سرنگ تغییر نمی‌کند و از این به بعد با دادن گرما به آب و بالا رفتن هوای درون سرنگ، فشار هوای درون سرنگ طی یک فرایند هم‌حجم افزایش می‌یابد.

۳ گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) که در آن‌ها فرایندهای هم‌دما رسم شده نادرست هستند و گزینهٔ (۳) که در آن یک فرایند انبساطی هم‌فشار و سپس یک فرایند هم‌حجم رسم شده درست است.

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۱ ۱۳۹۱

۱ در فرایند ترکیبی ABC، بخش اول فرایند (AB)، فرایند هم‌حجم همراه با افزایش دما و فشار می‌باشد که در آن کار مبادله شده بین محیط و دستگاه صفر است.

۲ بخش دوم فرایند (BC)، فرایند هم‌فشار است که طی آن دمای گاز افزایش یافته، پس حجم گاز زیاد شده و گاز منبسط شده است. کار محیط روی دستگاه در این فرایند مقداری منفی است.

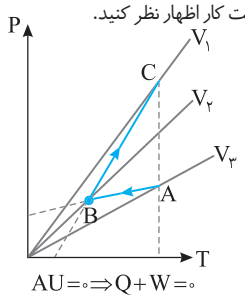
۳ از رابطهٔ $W_P=-P\Delta V=-nR\Delta T$ کار را حساب می‌کنیم. بنابراین کل کار انجام شده توسط محیط روی دستگاه طی این دو فرایند برابر است با:

$$W_{AB}=۰\ ,\ W_{BC}=-nR\Delta T=-۱\times۸\times(۴۰۰-۲۰۰)=-۱۶۰۰J$$

$$W_{ABC}=W_{AB}+W_{BC}=(۰)+(-۱۶۰۰)=-۱۶۰۰J$$

C ۳ ۱۳۹۲

خط فکری امتداد نمودارهای P−T فرایندهای AB و BC از مبدأ نمی‌گذرند، بنابراین این دو فرایند هم‌حجم نیستند. با نگاه کردن به نمودار مشخص است که در فرایند AB، دما و فشار کاهش یافته و در فرایند BC، دما و فشار افزایش می‌یابد. اما برای آنکه مشخص شود که کار محیط روی دستگاه و بالعکس مثبت یا منفی است، باید تشخیص دهیم که در این فرایندها حجم چگونه تغییر کرده، برای این منظور شما باید سه نمودار هم‌حجم $V_۱$، $V_۲$ و $V_۳$ که از نقاط A، B و C می‌گذرند را رسم کنید. در نمودار P−T هم‌حجم، هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، حجم گاز کمتر است و با توجه به این مطلب شما می‌توانید در مورد انبساط و تراکم و علامت کار اظهار نظر کنید.



۱ در نمودار P−T خط راستی که از مبدأ می‌گذرد، مربوط به فرایند با حجم ثابت است، بنابراین خط‌هایی که از مرکز و نقاط A، B و C می‌گذرند را رسم می‌کنیم. خطی که از C می‌گذرد را با حجم ثابت $V_۱$ و خطی که از B می‌گذرد را با حجم ثابت $V_۲$ و خطی که از A می‌گذرد را با حجم ثابت $V_۳$ نشان می‌دهیم. از آن‌جا که شیب خط‌های رسم شده با مقدار حجم، رابطهٔ وارون دارد، بنابراین:

$$V_۳>V_۲>V_۱\Rightarrow V_A>V_B>V_C$$

۲ بنابراین در فرایند A←B حجم کاهش می‌یابد و $W>۰$ است، پس گزارهٔ (الف) درست می‌باشد.

۳ در فرایند B←C نیز حجم کاهش می‌یابد، پس کاری که دستگاه روی محیط انجام می‌دهد $W>۰$ و $W'<۰$ است. بنابراین گزارهٔ (ب) درست است.

۴ انرژی درونی یک گاز آرمانی تنها تابع دمای گاز است. نقاط A و C در یک دما قرار دارند بنابراین فرایند ABC بدون تغییر انرژی درونی می‌باشد.

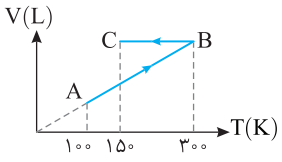
۵ تغییر انرژی درونی در فرایند ABC صفر است. بنابراین:

$$\Delta U_{ABC}=Q_{ABC}+W_{ABC}=۰\Rightarrow Q_{ABC}=-W_{ABC}$$

چون کار در هر دو فرایند A←B و B←C مثبت است، پس گرمای کل منفی می‌باشد، بنابراین گزاره (پ) نادرست است. کار در کل فرایند با توجه به توضیحات گزاره‌های (الف) و (ب) مثبت است، بنابراین گزاره (ت) درست است.

C ۱۳۹۳ ۱

۱ نوع فرایندها را شناسایی می‌کنیم. فرایند AB یک فرایند هم‌فشار و فرایند BC یک فرایند هم‌حجم است.



۲ کار در فرایند هم‌حجم BC صفر و کار در فرایند هم‌فشار AB برابر است با:

$$W_{AB}=-nR\Delta T\Rightarrow W_{AB}=-۰/۲\times۸\times(۳۰۰-۱۰۰)\Rightarrow W_{AB}=-۳۲۰J$$

۳ در فرایند هم‌حجم BC، دما کاهش یافته $(T_B>T_C)$، بنابراین گاز گرما از دست داده است $(Q_{BC}<۰)$. در فرایند هم‌فشار AB، دمای گاز افزایش یافته $(T_B>T_A)$ یعنی گاز از محیط گرما گرفته است $(Q_{AB}>۰)$.

در فرایند هم‌حجم BC، تغییر دما $|\Delta T_{BC}|=۳۰۰-۱۵۰=۱۵۰K$ و در فرایند هم‌فشار AB تغییر دما $|\Delta T_{AB}|=۳۰۰-۱۰۰=۲۰۰K$ است. انرژی درونی یک گاز آرمانی تنها تابع دمای گاز است، بنابراین:

$$|\Delta T_{AB}|>|\Delta T_{BC}|\Rightarrow|\Delta U_{AB}|>|\Delta U_{BC}|$$

فرایند BC هم‌حجم است و بنابه قانون اول ترمودینامیک:

$$\Delta U=W+Q\xrightarrow{W=۰}Q_{BC}=\Delta U_{BC}<۰$$

فرایند AB هم‌فشار است و همواره در فرایند هم‌فشار گرمای مبادله شده از تغییر انرژی درونی گاز بزرگ‌تر و با آن هم‌علامت است.

$$Q_{AB}>\Delta U_{AB}\xrightarrow[\Delta U_{BC}=Q_{BC}]{\Delta U_{AB}>\Delta U_{BC}}Q_{AB}>Q_{BC}$$

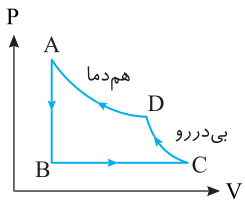
بنابه فرض مسأله $Q_{AB}-Q_{BC}=۵۶۰J$. در واقع مجموع جبری Q_{AB} و Q_{BC} برابر $۵۶۰J$ است.

۴ تغییر انرژی درونی در فرایند ABC را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U_{ABC}=\Delta U_{AB}+\Delta U_{BC}\Rightarrow\Delta U_{ABC}=Q_{AB}+W_{AB}+Q_{BC}+\overbrace{W_{BC}}^{\text{هم‌حجم}}$$
$$\Rightarrow\Delta U_{ABC}=\underbrace{Q_{AB}}_{\text{مثبت}}+\underbrace{Q_{BC}}_{\text{منفی}}+W_{AB}=۵۶۰+(-۳۲۰)\Rightarrow\Delta U_{ABC}=۲۴۰J$$

B ۱۳۹۴ ۲

خط فکری مسئلهٔ جالبی است. ابتدا شما باید مشخص کنید که تغییر انرژی درونی طی فرایند CDAB برابر $+۱۵۰J$ یا $-۱۵۰J$ است. برای این منظور شما باید دمای نقاط B و C را با هم مقایسه کنید. یعنی بنابه معادلهٔ حالت گاز آرمانی باید حاصل‌ضرب PV در نقاط B و C را با هم مقایسه کنید. سپس به کمک چرخه به سراغ فرایند هم‌فشار انبساطی BC بروید.



۱ با توجه به نمودار $P-V$ مشخص شده است که:

$$P_BV_B<P_CV_C\xrightarrow{PV=nRT}T_B<T_C\Rightarrow\Delta T_{CDAB}<۰\Rightarrow\Delta U_{CDAB}<۰$$

بنابراین خواهیم داشت: $\Delta U_{CDAB}=-۱۵۰J$

۲ در چرخهٔ ABCDA داریم:

$$\Delta U_{\text{چرخه}}=۰\Rightarrow\Delta U_{CDAB}+\Delta U_{BC}=۰\Rightarrow-۱۵۰+\Delta U_{BC}=۰$$
$$\Rightarrow\Delta U_{BC}=۱۵۰J$$

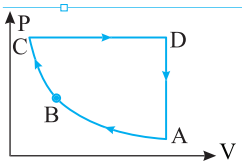
۳ با توجه به فرض مسأله نسبت قدرمطلق گرمای مبادله شده در فرایند هم‌فشار BC و کار محیط روی گاز در این فرایند $\frac{۵}{۲}$ است، اما در فرایند هم‌فشار گاز آرمانی گرما و کار هم‌علامت نیستند. بنابراین:

$$\frac{Q_{BC}}{W_{BC}}=-\frac{۵}{۲}\Rightarrow Q_{BC}=-\frac{۵}{۲}W_{BC}$$

۴ بنابه قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U_{BC}=W_{BC}+Q_{BC}\xrightarrow{\Delta U_{BC}=۱۵۰J}۱۵۰=W_{BC}-\frac{۵}{۲}W_{BC}$$
$$۱۵۰=-\frac{۳}{۲}W_{BC}\Rightarrow W_{BC}=-۱۰۰J$$

B ۱۳۹۵ ۳



۱ فرایند AB هم‌دماست و تغییر انرژی درونی گاز صفر است. از طرفی حجم گاز از A تا B کاهش یافته، بنابراین کار محیط روی دستگاه $(W>۰)$ است:

$$\Delta U_{AB}=۰\Rightarrow W_{AB}+Q_{AB}=۰$$
$$\Rightarrow Q_{AB}=-W_{AB}\xrightarrow{W_{AB}>۰}Q_{AB}<۰$$

بنابراین باید به جای حرف a، «منفی» قرار دهیم.

۲ فرایند BC یک فرایند بی‌دررو است که طی آن حجم گاز کاهش یافته، گاز متراکم شده و کار محیط روی دستگاه مثبت است، از این رو:

$$\Delta U_{BC}=W_{BC}+Q_{BC}\xrightarrow[W_{BC}>۰]{Q_{BC}=۰}\Delta U_{BC}>۰$$

باید به جای حرف b، «مثبت» بگذاریم.

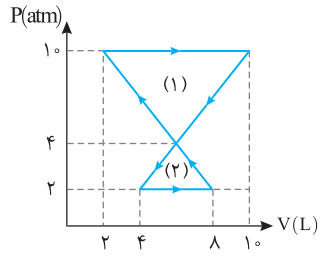
۳ فرایند CD یک فرایند هم‌فشار است که طی آن گاز منبسط شده است، بنابراین کار محیط روی گاز منفی $(W_{CD}<۰)$ است و به جای حرف c باید «منفی» قرار بدهیم.

۴ فرایند DA یک فرایند هم‌حجم است که طی آن فشار گاز کاهش یافته، بنابراین دمای گاز نیز کاهش یافته است:

$$\Delta T_{DA}<۰\Rightarrow\Delta U_{DA}<۰\ ,\ \Delta U_{DA}=W_{DA}+Q_{DA}\Rightarrow Q_{DA}<۰$$

بنابراین به‌جای حرف d باید «منفی» قرار بدهیم.

C ۱۳۹۶ ۳



۱ با توجه به نمودار، کار انجام شده در چرخه برابر است با مساحت درون چرخه. البته چرخهٔ (۱) ساعتگرد و کار آن منفی است و چرخهٔ (۲) پادساعتگرد و کار آن مثبت است. کار در هر چرخه را حساب می‌کنیم:

$$W_۱=-S_۱=-\frac{(۱۰-۴)\times۱۰^۵\times(۱۰-۲)\times۱۰^{-۳}}{۲}\Rightarrow W_۱=-۲۴۰۰J$$

$$W_۲=S_۲=\frac{(۴-۲)\times۱۰^۵\times(۸-۴)\times۱۰^{-۳}}{۲}\Rightarrow W_۲=+۴۰۰J$$

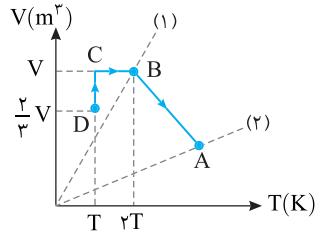
۲ کار در کل چرخه برابر است با:

$$W_{\text{کل}}=W_۱+W_۲\Rightarrow W_{\text{کل}}=۴۰۰-۲۴۰۰=-۲۰۰۰J$$

۳ چون چرخهٔ (۱) و (۲) نیز یک چرخهٔ بزرگ‌تر را تشکیل می‌دهند، تغییر انرژی در کل این چرخه صفر است، از این رو: $\Delta U=۰\Rightarrow W+Q=۰\Rightarrow Q=-W=۲۰۰۰J$

C ۱۳۹۷ ۲

خط فکری مسأله سختی نیست، شما باید به کمک قانون گازهای آرمانی مرحله به مرحله از حالت D به حالت A بروید و در هر مرحله، فشار گاز را حساب کنید.



۱ فرایند CD یک فرایند هم‌دماست، بنابه قانون گازها خواهیم داشت:

$$P_DV_D=P_CV_C$$
$$\Rightarrow P_D\times\frac{۲}{۳}V=P_C\times V$$
$$\Rightarrow P_C=\frac{۲}{۳}P_D$$

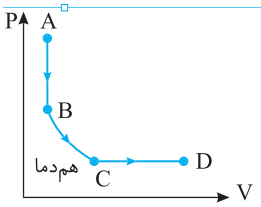
۲ فرایند CB هم‌حجم است که دمای گاز در این فرایند از T به ۲T رسیده است، از این رو:

$$\frac{P_C V_C}{T_C}=\frac{P_B V_B}{T_B}\Rightarrow\frac{\frac{۲}{۳}P_D}{T}=\frac{P_B}{۲T}\Rightarrow P_B=\frac{۴}{۳}P_D$$

۳ خطوط (۱) و (۲) در واقع نمودار $V-T$ فرایندهای هم‌فشار هستند و فشار گاز با شیب نمودار نسبت وارون دارد، بنابه فرض مسأله خواهیم داشت:

$$(۱)\text{شیب}=۳\times(۲)\text{شیب}\Rightarrow P_B=\frac{۱}{۳}P_A\Rightarrow\frac{۴}{۳}P_D=\frac{۱}{۳}P_A\Rightarrow P_A=۴P_D$$

C ۱۳۹۸ ۲



۱ نمودار AB فرایند هم‌حجم است و طی این فرایند فشار گاز کاهش یافته و گاز گرما از دست داده و دمای آن کاهش یافته، در نتیجه انرژی درونی گاز کاهش یافته است $(U_B<U_A)$.

۲ نمودار BC، هم‌دماست و $\Delta U_{BC}=۰$ بوده، با افزایش حجم گاز، انرژی درونی آن تغییر نمی‌کند. البته انرژی درونی صفر نیست، یعنی تا این‌جا گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست هستند.

۳ در نمودار هم‌فشار گاز آرمانی، هرگاه گاز منبسط شود، گاز از محیط گرما دریافت کرده است $(Q>۰)$. هنگام دریافت گرما و افزایش حجم، دمای گاز افزایش می‌یابد:

$$PV\uparrow=nRT\uparrow\Rightarrow\Delta T>۰\Rightarrow\Delta U>۰$$

۴ نمودار CD یک فرایند انبساطی هم‌فشار است، بنابراین $U_D>U_C$ خواهد بود. در نتیجه گزینهٔ (۲) درست است.

پنجره ۵

A ۱۳۹۹ ۱

امروز بیشتر انرژی مورد نیاز انسان از طریق ماشین‌های گرمایی به‌دست می‌آید. این ماشین‌ها با استفاده از برخی فرایندهای ترمودینامیکی، گرمای حاصل از سوخت را به کار تبدیل می‌کنند و به عبارت دیگر ماشین‌های گرمایی با ترکیب چند فرایند، مقداری گرما دریافت و بخشی از آن را به کار روی محیط تبدیل می‌کنند. به‌طور کلی اساس کار همه ماشین‌های گرمایی یکسان است. بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

A ۱۴۰۰ ۳

ماشین بخار و ماشین استرلینگ از جمله ماشین‌های گرمایی برون‌سوز هستند و از بیرون دستگاه گرما می‌گیرند و ماشین بنزینی و ماشین دیزلی که به آن‌ها موتور احتراقی نیز می‌گویند از جمله ماشین‌های گرمایی درون‌سوز هستند و گرما همراه با دستگاه به آن‌ها داده می‌شود.

بازی با سؤال **ماشین‌های برون‌سوز انواع مختلفی دارند که ابتدایی‌ترین نوع آن‌ها ماشین ..... است که از آن برای ..... استفاده می‌شد.** از کتاب درسی

۱) نیوکامن - کشیدن ارابه
۲) نیوکامن - بیرون کشیدن آب از معادن
۳) استرلینگ - کشیدن ارابه
۴) استرلینگ - بیرون کشیدن آب از معادن

گزینهٔ ۲

A ۱۴۰۱ ۲

یادآوری تحلیل دقیق چرخهٔ یک ماشین بخار دشوار است اما با برخی ساده‌سازی‌ها می‌توان به تحلیل این ماشین‌ها پرداخت و به چرخه‌ای آرمانی موسوم به **چرخهٔ رانکین** رسید البته منظور از چرخهٔ آرمانی چرخه‌ای است که فرایندهای آن ایستاوار و بدون اصطکاک و هر گونه اتلافی باشد.

با توجه به یادآوری بیان شده گزینهٔ (۲) درست است.

A ۱۴۰۲ ۱

ماشین بنزینی چرخه‌ای شامل شش فرایند را طی می‌کند (گزینهٔ (۱) نادرست است) که در آن چهار فرایند با حرکت پیستون همراه بوده که به آن‌ها ضربه می‌گویند. (و گزینهٔ (۲) درست است) مراحل کار و فرایندهای تقریبی موتور بنزینی:

۱ ضربه مکش: با پایین آمدن پیستون و باز شدن دریچهٔ ورودی مخلوط بنزین و هوا وارد استوانه می‌شود. در ابتدا حجم بالای پیستون V است وقتی پیستون به پایین‌ترین نقطه می‌رسد، حجم مخلوط بنزین و هوا rV می‌شود و دریچه ورودی بسته می‌شود. r را نسبت تراکم یا انبساط گویند. (گزینهٔ (۳) درست است.)

۲ ضربه تراکم: پیستون به بالا بر می‌گردد و حجم مخلوط بنزین و هوا مجدداً از rV به V می‌رسد. این تراکم به سرعت رخ می‌دهد و می‌توان آن را بی‌دررو فرض کرد (گزینهٔ (۴) درست است) در این مرحله دما و فشار مخلوط به شدت افزایش می‌یابد.

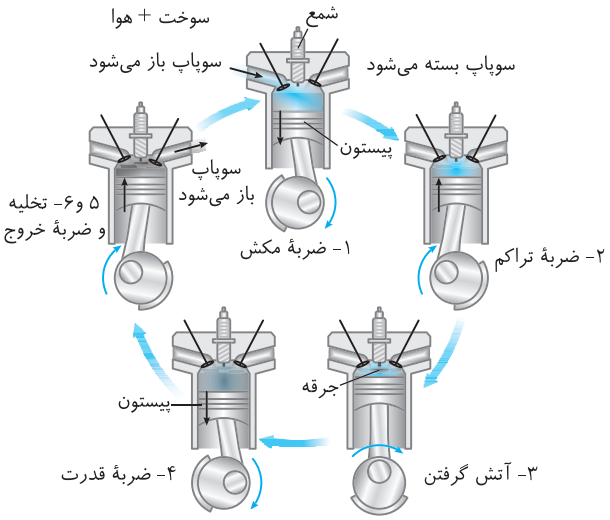
۳ آتش‌گرفتن: در این مرحله که پیستون در بالاترین وضعیت خود است شمع جرقه می‌زند و مخلوط هوا و بنزین آتش گرفته و دما و فشار آن در حجم ثابت بالا می‌رود. علت آنکه به این ماشین درون‌سوز می‌گویند نیز همین است که مخلوط هوا و بنزین از بیرون استوانه گرمایی دریافت نمی‌کند و ایجاد گرما درون استوانه رخ می‌دهد.

۴ ضربه انجام کار: با انفجار مخلوط هوا و بنزین پیستون به شدت به پایین رانده می‌شود و حجم از V به rV می‌رسد و سرعت این فرایند به حدی است که می‌توان آن را بی‌دررو فرض کرد. در این مرحله کار صورت می‌گیرد و کار توسط میل‌لنگ به اجزای دیگر ماشین منتقل می‌شود.

۵ تخلیه: در حالی که پیستون در پایین‌ترین وضعیت است، سوپاپ خروجی باز می‌شود و قسمتی از محصولات ناشی از سوختن به بیرون می‌روند و فشار درون استوانه با فشار هوای بیرون برابر می‌شود در این حالت به‌طور لحظه‌ای پیستون ساکن است.

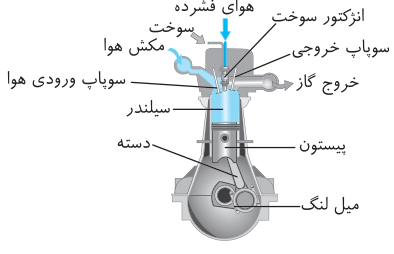
۶ ضربه خروج گاز: پیستون بالا می‌آید و بقیه محصولات ناشی از سوختن را بیرون می‌راند و حجم از rV به V می‌رسد و ماشین به حالت اولیه برمی‌گردد و چرخه کامل می‌شود.

با توجه به یادآوری کامل ماشین درون‌سوز بنزینی گزینهٔ (۱) نادرست است.



A ۱۴۰۳ ۱

اگر نسبت تراکم $(r=\frac{V_۲}{V_۱})$ را در ماشین گرمایی افزایش دهیم، بازدهٔ ماشین افزایش می‌یابد اما اگر مخلوط سوخت و هوا را در ماشین‌های بنزینی به شدت متراکم کنیم، قبل از جرقه‌زدن شمع، مخلوط بنزین و هوا آتش می‌گیرد. این مشکل در ماشین دیزلی تا حدودی بر طرف شده است به این نحو که به جای مخلوط سوخت و هوا، تنها هوا به‌طور بی‌دررو متراکم شده و در نتیجه هوا داغ می‌شود. تا اینکه با پاشیدن گازوئیل به درون سیلندر، گازوئیل آتش بگیرد. میزان گازوئیل پاشیده شده طوری تنظیم می‌شود که طی یک فرایند **هم‌فشار** پیستون به سمت پایین هل داده شود. با این کار نسبت تراکم که در ماشین‌های بنزینی حدود ۱۴ بود به مقدار ۲۳ افزایش می‌یابد.



A ۱۴۰۴ ۳

در چرخهٔ ماشین بنزینی، ۴ مرحله، با حرکت پیستون انجام می‌شود.

A ۱۴۰۵ ۲

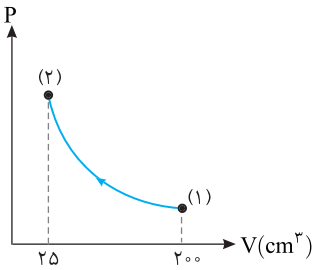
در ضربهٔ تراکم باید هر دو سوپاپ ورودی و خروجی بسته باشند تا پیستون بتواند مخلوط هوا و سوخت را متراکم کند.

A ۱۴۰۶ ۱

در ضربهٔ قدرت، پیستون پایین می‌آید و در یک فرایند بی‌دررو فشار و دمای مخلوط کاهش می‌یابد.

B ۱۴۰۷ ۳

با توجه به نمودار نسبت تراکم خواهد شد: $r=\frac{۲۰۰}{۲۵}=۸$

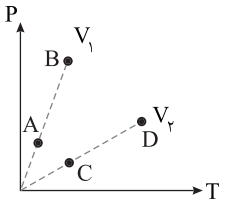


و گزاره (الف) درست است.
در نقطهٔ (۲) در اثر تراکم بی‌دررو مخلوط سوخت و هوا، دما و فشار مخلوط بسیار بالا می‌رود و گزارهٔ (ب) و (پ) درست است.

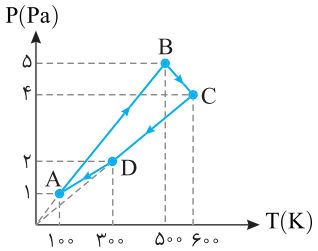
B ۱۴۰۸ ۳

نکته در چرخهٔ ماشین گرمایی به نسبت بیشترین حجم سیلندر به کمترین حجم، نسبت تراکم گویند.

یادآوری در نمودار $P-T$ اگر فرایند از مبدأ بگذرد حجم ثابت بوده و شیب نمودار با حجم نسبت وارون دارد و هر چه شیب بیشتر باشد حجم گاز کمتر است.



با توجه به دو نکتهٔ بالا حجم در حالت‌های A و B باهم برابر است، همچنین حجم در حالت D و C نیز باهم برابر است، چون شیب خط فرایند CD کمتر است پس $V_A=V_B<V_C=V_D$



با توجه به معادلهٔ حالت $PV=nRT$ حجم در حالت C و B را به‌دست می‌آوریم:

$$P_CV_C=nRT_C \xrightarrow[P_C=۴\times۱۰^۵atm]{T_C=۶۰۰K} V_C=\frac{nR۶۰۰}{۴\times۱۰^۵}$$

$$P_BV_B=nRT_B \xrightarrow[P_B=۵\times۱۰^۵atm]{T_B=۵۰۰K} V_B=\frac{nR۵۰۰}{۵\times۱۰^۵}$$

حال نسبت تراکم را حساب می‌کنیم:

$$r=\frac{V_C}{V_B}\Rightarrow r=\frac{\frac{nR\times۶۰۰}{۴\times۱۰^۵}}{\frac{nR\times۵۰۰}{۵\times۱۰^۵}}=۱/۵$$

B ۱۴۰۹ ۲

بنا به قانون اول ترمودینامیک مجموع گرمایی که ماشین به منبع دماپایین (Q_L) می‌دهد و کار تولیدشده توسط ماشین (W) برابر گرمایی است که ماشین از منبع دمابالا (Q_H) دریافت می‌کند. از این رو:

$$Q_H=|W|+|Q_L| \xrightarrow[|Q_L|=۶۰J]{Q_H=۱۰۰J} ۱۰۰=|W|+۶۰\Rightarrow|W|=۴۰J$$

توان خروجی، آهنگ انجام کار است از این رو:

$$P=\frac{|W|}{t} \xrightarrow{t=۰/۵s} P=\frac{۴۰}{۰/۵}\Rightarrow P=۸۰W$$

A ۱۴۱۰ ۱

در ماشین گرمایی نسبت انرژی مفید خروجی کار $|W|$ و انرژی داده شده به ماشین Q_H برابر بازدهٔ ماشین گرمایی است.

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow[|W|=۳/۰۸\times۱۰^۴J]{\eta=۰/۲۲} \frac{۲۲}{۱۰۰}=\frac{۳/۰۸\times۱۰^۴}{Q_H}$$

$$\Rightarrow Q_H=۱۴\times۱۰^۴J=۱۴۰kJ$$

A ۱۴۱۱ ۳

۱ از قانون اول ترمودینامیک مقدار گرمای Q_L (تلف شده) در هر چرخهٔ این ماشین گرمایی را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_H=|Q_L|+|W| \xrightarrow{Q_H=۸۰۰۰J,|W|=۳۰۰۰J} ۸۰۰۰=|Q_L|+۳۰۰۰$$

$$\Rightarrow|Q_L|=۸۰۰۰-۳۰۰۰=۵۰۰۰J$$

۲ با توجه به فرض مسئله این ماشین در هر ثانیه ۴۰ چرخه را می‌پیماید، پس کار انجام شده در ۱s خواهد شد: $t=۱s,\ W=۴۰|W|_{\text{چرخه}}=۴۰\times۳۰۰۰=۱۲۰۰۰۰J$

۳ توان موتور را حساب می‌کنیم:

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow P=\frac{۱۲۰۰۰۰}{۱}=۱۲۰۰۰۰W=۱۲۰kW$$

بازی با سؤال **یک ماشین گرمایی در هر چرخه ۱۰۰J گرما از منبع دمابالا می‌گیرد و ۶۰J گرما به منبع دماپایین می‌دهد. اگر هر چرخه ۰/۵ ثانیه طول بکشد، توان خروجی این ماشین چند وات است؟**

۱) ۱۲۰ ۲) ۸۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۱۰۰

گزینهٔ ۲

A ۱۴۱۲ ۱

۱ ابتدا با استفاده از رابطه توان، کار دریافتی از موتور بنزینی را در مدت یک دقیقه محاسبه می‌کنیم:

$$P=\frac{|W|}{t} \xrightarrow{P=۱۵kW=۱۵\times۱۰^۳W,\ t=۱min=۶۰s}$$

$$۱۵\times۱۰^۳=\frac{|W|}{۶۰}\Rightarrow|W|=۱۵\times۱۰^۳\times۶۰=۹۰۰kJ$$

۲ در ادامه با استفاده از رابطه بازده ماشین گرمایی، مقدار Q_H را حساب می‌کنیم:

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow[|W|=۹۰۰kJ]{\eta=۳۰٪,} ۰/۳=\frac{۹۰۰\times۱۰^۳}{Q_H}$$

$$\Rightarrow Q_H=\frac{۹۰۰\times۱۰^۳}{۰/۳}=۳۰۰۰kJ$$

۳ به کمک قانون اول ترمودینامیک مقدار گرمای اتلافی داده شده به محیط $(|Q_L|)$ را در این مدت محاسبه می‌کنیم:

$$Q_H=|Q_L|+|W|\Rightarrow۳۰۰۰\times۱۰^۳=|Q_L|+۹۰۰\times۱۰^۳\Rightarrow|Q_L|=۲۱۰۰kJ$$

A ۱۴۱۳ ۴

یادآوری در ماشین بخار، آب در دیگ بخار گرمای Q_H دریافت می‌کند و در چگالنده گرمای Q_L را از دست می‌دهد.

۱ با توجه به فرض مسئله: $Q_H=|Q_L|+۸۰۰۰$

۲ بنا به قانون اول ترمودینامیک:

$$Q_H=|Q_L|+|W|\Rightarrow|Q_L|+۸۰۰۰=|Q_L|+|W|\Rightarrow|W|=۸۰۰۰J$$

۳ با توجه به تعریف بازده می‌توان Q_H را حساب کرد:

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow{\eta=۰/۳۲} \frac{۳۲}{۱۰۰}=\frac{۸۰۰۰}{Q_H}\Rightarrow Q_H=۲۵۰۰۰J=۲۵kJ$$

B ۱۴۱۴ ۲

۱ در حالتی که بازده ۲۵٪ است، گرمایی که ماشین از منبع دمابالا می‌گیرد را حساب می‌کنیم:

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow{|W|=۱۰۰J} \frac{۲۵}{۱۰۰}=\frac{۱۰۰}{Q_H}\Rightarrow Q_H=۴۰۰J$$

۲ گرمایی که در این حالت، ماشین به منبع دماپایین می‌دهد خواهد شد:

$$Q_H=|W|+|Q_L|\Rightarrow۴۰۰=۱۰۰+|Q_L|\Rightarrow|Q_L|=۳۰۰J$$

۳ اکنون Q_H ، ۱۰۰J افزایش و Q_L ، ۱۰۰J کاهش یافته است در این صورت:

$$\begin{cases} Q'_H = Q_H + 100 \Rightarrow Q'_H = 400 + 100 = 500J \\ Q'_L = Q_L - 100 \Rightarrow Q'_L = 300 - 100 = 200J \end{cases} \Rightarrow |W'| = 500 - 200 = 300J$$

۴ بازدهٔ جدید ماشین خواهد شد: $\eta' = \frac{|W'|}{Q'_H} = \frac{300}{500} \Rightarrow \eta' = 60\%$

بازی با سوال **اگر گرمای گرفته شده از منبع دمابالا و مقدار گرمای داده شده به منبع دما پایین به یک اندازه کاهش یابد، بازدهٔ ماشین گرمایی چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) افزایش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) تغییر نمی‌کند.
۴) بسته به شرایط هر سه گزینه می‌تواند درست باشد.

گزینهٔ ۱

B ۱۴۱۵ ۴

خط فکری ابتدا در زمانی که بازده ۲۵٪ است باید رابطهٔ Q_L و W را حساب کنیم سپس وقتی بازده ۴۰٪ می‌شود مجدداً رابطهٔ بین Q'_L و W را باید به‌دست بیاوریم تا بتوانیم درصد تغییرات Q_L را به‌دست بیاوریم.

۱ با توجه به تعریف بازده می‌توان نوشت:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow{\eta = 25\%} \frac{25}{100} = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow Q_H = 4|W|$$

۲ با توجه به قانون پایستگی انرژی قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$Q_H = |Q_L| + |W| \Rightarrow 4|W| = |Q_L| + |W| \Rightarrow |Q_L| = 3|W|$$

۳ اکنون Q'_H را حساب می‌کنیم:

$$\eta' = \frac{|W'|}{Q'_H} \xrightarrow[\eta = 40\%]{|W'| = |W|} \frac{40}{100} = \frac{|W|}{Q'_H} \Rightarrow Q'_H = 2/5|W|$$

۴ در این حالت گرمایی که ماشین به منبع دماپایین می‌دهد را به‌دست می‌آوریم:

$$Q'_H = |Q'_L| + |W| \Rightarrow 2/5|W| = |Q'_L| + |W| \Rightarrow |Q'_L| = 1/5W$$

۵ درصد تغییرات Q_L برابر است با: $\frac{Q'_L - Q_L}{Q_L} \times 100 = \frac{-1/5W}{3W} \times 100 = -50\%$

B ۱۴۱۶ ۱

ابتدا بازده ماشین گرمایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow{Q_H = 120kJ\ ,\ |W| = 42kJ} \eta = \frac{42}{120} \times 100 = 35\%$$

مقدار گرمایی که در هر چرخه موتور دریافت می‌کند ۱۲۰kJ است و از سوختن هر گرم سوخت $5 \times 10^4 J$ گرما تولید می‌شود. بنابراین جرم سوختی که در هر چرخه می‌سوزد خواهد شد:

$$\begin{array}{c|c} 5\times10^4 J & 1g \\ \hline 120\times10^3 J & m \end{array} \Rightarrow m = \frac{120\times10^3}{5\times10^4} \Rightarrow m = 2/4g$$

B ۱۴۱۷ ۴

ماشین یک وزنه به جرم m را به اندازهٔ h بالا برده است. بنابراین کار مفید این ماشین برابر mgh است. بنابراین می‌توان نوشت: $|W| = mgh = 250 \times 10 \times 4 = 10000J$

با توجه به رابطه بازده می‌توان مقدار گرمایی را که این ماشین در این مدت، یعنی یک دقیقه از منبع گرم می‌گیرد، به‌دست آورد:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow{\eta = 20\%} 0/2 = \frac{10000}{Q_H} \Rightarrow Q_H = \frac{10000}{0/2} = 50000J$$

C ۱۴۱۸ ۴

خط فکری دقت کنید گرمایی که ماشین اول از دست می‌دهد توسط ماشین گرمایی دوم دریافت شده است. برای حل مسئله باید W_1 را بر حسب Q_{H_1} و همچنین W_2 را برحسب Q_{H_1} حساب کنید تا بتوانید نسبت W_2/W_1 را به‌دست بیاورید.

۱ بازدهٔ ماشین اول ۶۰٪ است بنابراین می‌توان نوشت:

$$\eta_1 = \frac{|W_1|}{Q_{H_1}} \Rightarrow \frac{60}{100} = \frac{|W_1|}{Q_{H_1}} \Rightarrow |W_1| = 0/6|Q_{H_1}|$$

۲ گرمایی که ماشین اول از دست می‌دهد (Q_{L_1}) و توسط ماشین دوم دریافت می‌شود (Q_{H_2}) خواهد شد:

$$Q_{H_1} = |W_1| + |Q_{L_1}| \Rightarrow Q_{H_1} = 0/6Q_{H_1} + |Q_{L_1}|$$

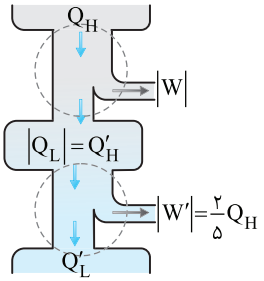
$$\Rightarrow |Q_{L_1}| = 0/4Q_{H_1} \xrightarrow{Q_{H_2} = |Q_{L_1}|} Q_{H_2} = 0/4Q_{H_1}$$

۳ کار در ماشین دوم را حساب می‌کنیم:

$$\eta_2 = \frac{|W_2|}{Q_{H_2}} \Rightarrow \frac{50}{100} = \frac{|W_2|}{0/4Q_{H_1}} \Rightarrow |W_2| = 0/2Q_{H_1}$$

۴ اکنون می‌توان نسبت W_2/W_1 را حساب کرد: $\frac{|W_2|}{|W_1|} = \frac{0/2Q_{H_1}}{0/6Q_{H_1}} = \frac{1}{3}$

بازی با سوال **مطابق طرح‌واره شکل مقابل، ماشین گرمایی دوم، تمام انرژی گرمایی خود را از انرژی تلف شده ماشین گرمایی اول دریافت می‌کند. اگر بازده ماشین اول ۳۰ درصد باشد، بازده ماشین دوم تقریباً چند درصد است؟**



۱) ۲۵ ۲) ۴۳
۳) ۵۷ ۴) ۷۵

گزینهٔ ۳

A ۱۴۱۹ ۴

یادآوری قانون دوم ترمودینامیک «ممکن نیست دستگاه چرخه‌ای را بپیماید که در طی آن مقداری گرما را از منبع دما بالا جذب و تمام آن را به کار تبدیل کند، هرگز ماشین گرمایی وجود ندارد که بازدهٔ آن یک $(\eta = 100\%)$ باشد و همهٔ گرمای دریافتی (۱) به کار تبدیل کند زیرا باعث نقض قانون دوم ترمودینامیک است. از این‌رو گزینهٔ (۱) و (۲) و (۳) درست هستند.

اما نقض قانون دوم ترمودینامیک به معنی نقض قانون اول نخواهد بود و گزینهٔ (۴) نادرست است.

A ۱۴۲۰ ۳

۱ دستگاه ۲۰۰J گرما دریافت کرده $(Q_H = 200J)$ و مقداری از آن به کار تبدیل شده، $(W = -60J)$ و بقیهٔ آن به منبع دماپایین داده شده $(Q_L = -150J)$ بنابراین قانون دوم نقض نمی‌شود.

۲ اما قانون اول ترمودینامیک همان قانون پایستگی انرژی است و مجموع انرژی دریافتی دستگاه باید با مجموع انرژی خروجی از دستگاه برابر باشد. البته انرژی خروجی از دستگاه به صورت W و Q_L خواهد بود.

$$Q_H = |W| + |Q_L| \Rightarrow 200 = 60 + 150 = 200 \neq 210$$

در نتیجه قانون اول ترمودینامیک نقض شده است.

A ۱۴۲۱ ۱

۱ در ماشین گرمایی، ماشین با دریافت گرمای Q_H از منبع دمابالا کار W را انجام داده و گرمای Q_L را به منبع دماپایین می‌دهد. در این صورت بنا بر قانون پایستگی انرژی: $Q_H = |W| + |Q_L|$. در گزینهٔ (۳) و (۴) این رابطه برقرار نیست و این گزینه‌ها نادرست هستند.

در گزینهٔ (۱) و (۲) رابطه بالا برقرار است. اما باید مشخص شود که بازده کدام‌یک از آن‌ها کمتر از ۲۵٪ است.

الف) در گزینهٔ (۱) بازده برابر است با: $\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{2}{10} = 20\% < \eta_{max}$

ب) در گزینهٔ (۲) بازده برابر است با: $\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{1}{3} = 33\%$.

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۴ ۱۴۲۲ B

با تبدیل گرما به‌طور کامل به کار قانون اول ترمودینامیک نقض نمی‌شود زیرا $\Delta U=W+Q$ و در این حالت $\Delta U=0$ می‌شود. به‌طور مثال در فرایند هم‌دمای گاز کامل $\Delta U=0$ و قانون اول برقرار است. از طرفی در انبساط هم‌دمای گاز کامل که $\Delta U=0$ است تمام گرمای داده شده به گاز به کار تبدیل می‌شود اما قانون دوم نقض نمی‌شود زیرا قانون دوم ترمودینامیک درباره دستگاهی است که یک چرخه را طی کرده و به حالت اول باز می‌گردد و فرایند انبساط هم‌دمای گاز کامل چرخه نبوده و قانون دوم نقض نمی‌گردد.

۱ ۱۴۲۳ A

کار پخچال برابر $W=+800J$ و گرمایی که پخچال به بیرون داده $|Q_H|=2400J$ است و بنا به قانون پایستگی انرژی گرمایی که پخچال از منبع دماپایین می‌گیرد (Q_L) خواهد شد.

$$|Q_H|=Q_L+W\Rightarrow 2400=Q_L+800\Rightarrow Q_L=1600J$$

۳ ۱۴۲۴ A

۱ گرمایی که پخچال از منبع دماپایین می‌گیرد $Q_L=20J$ و گرمایی که به منبع دمابالا می‌دهد $|Q_H|=25J$ است بنابراین کار پخچال بنا به قانون پایستگی خواهد شد:

$$|Q_H|=Q_L+W\Rightarrow 25=20+W\Rightarrow W=5J$$

۲ توان مصرفی پخچال $P=100W$ است. با توجه به تعریف توان زمان را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{t}\Rightarrow 100=\frac{5}{t}\Rightarrow t=0/05s$$

۳ ۱۴۲۵ A

۱ با توجه به فرض مسئله گرمایی که پخچال به منبع دمابالا (محیط) می‌دهد (Q_H)، $\frac{5}{4}$ گرمایی است که پخچال از منبع دماپایین می‌گیرد (Q_L) یعنی $|Q_H|=\frac{5}{4}Q_L$.

۲ با توجه به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$|Q_H|=W+Q_L\Rightarrow\frac{5}{4}Q_L=W+Q_L\Rightarrow\frac{1}{4}Q_L=W\Rightarrow\frac{Q_L}{W}=4$$

۱ ۱۴۲۶ B

۱ ابتدا گرمایی که پخچال از $1kg$ آب $20^\circ C$ دریافت می‌کند تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود را حساب می‌کنیم.

$$|Q_1|=mc|\Delta\theta|\xrightarrow{c=4/2kJ/kg}|Q_1|=1\times 4/2(20)=84kJ$$

۲ گرمایی که پخچال از آب $0^\circ C$ می‌گیرد تا به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود را به‌دست می‌آوریم.

$$|Q_2|=mL_F\xrightarrow{L_F=335kJ/kg}|Q_2|=1\times 335kJ\Rightarrow|Q_2|=335kJ$$

۳ مجموع $|Q_1|$ و $|Q_2|$، گرمایی است که پخچال از منبع دماپایین می‌گیرد یعنی:

$$Q_L=|Q_1|+|Q_2|=84+335\Rightarrow Q_L=419kJ$$

۴ گرمایی که پخچال به منبع دمابالا (محیط) می‌دهد خواهد شد:

$$|Q_H|=Q_L+W\xrightarrow{W=209/5kJ}|Q_H|=419+209/5$$
$$\Rightarrow|Q_H|=628/5kJ$$

۴ ۱۴۲۷ B

۱ گرمایی که پخچال از منبع دماپایین (درون پخچال) می‌گیرد همان گرمای نهان ذوب برای تبدیل $2/5kg$ آب $0^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ است. یعنی

$$Q_L=mL_F=2/5\times 320\times 10^3=800\times 10^3=8\times 10^5J$$

۲ گرمایی که پخچال به منبع دمابالا (هوای محیط) می‌دهد $|Q_H|=10^6J$ است پس بنا به قانون پایستگی انرژی می‌توان کار پخچال را حساب کرد.

$$|Q_H|=W+Q_L\Rightarrow 10^6=W+8\times 10^5\Rightarrow W=2\times 10^5J\Rightarrow W=200kJ$$

بازی با سؤال **یک پخچال در مدت ۲۰ دقیقه، $4/2kg$ آب $20^\circ C$ را به یخ $-10^\circ C$ تبدیل می‌کند. اگر نسبت گرمای گرفته شده از پخچال به کار انجام شده توسط کمپرسور $2/1$ باشد، توان کمپرسور پخچال چند وات است؟**
$(L_F=336kJ/kg,\ c_{آب}=4200J/kg.^\circ C,\ c_{یخ}=2100J/kg.^\circ C)$

۱) $87/5$ ۲) 735 ۳) $367/5$ ۴) 340

گزینهٔ ۲

۳ ۱۴۲۸ B

پخچال A: گرمای گرفته شده از درون پخچال $Q_L=120J$ و کار پخچال $W=60J$ است پس بنا به قانون پایستگی انرژی، گرمایی که پخچال به بیرون می‌دهد خواهد شد:

$$|Q_H|=Q_L+W\Rightarrow|Q_H|=120+60\Rightarrow|Q_{H_A}|=180J$$

پخچال B: کار پخچال B نصف کار پخچال A است: $W_B=\frac{1}{2}W_A\Rightarrow W_B=\frac{1}{2}\times 60=30J$

گرمای گرفته از درون پخچال $Q_L=90J$ است بنابراین گرمایی که پخچال به بیرون می‌دهد برابر است با:

$$|Q_{H_B}|=Q_L+W\Rightarrow|Q_{H_B}|=30+90\Rightarrow|Q_{H_B}|=120$$

اکنون نسبت Q_{H_A}/Q_{H_B} خواهد شد:

$$\frac{Q_{H_A}}{Q_{H_B}}=\frac{180}{120}=1/5$$

۴ ۱۴۲۹ C

۱ توان الکتریکی دو پخچال برابر و در یک بازهٔ زمانی، کار هر دو پخچال برابر می‌شود.

$$P_1=P_2\xrightarrow{P=\frac{W}{t}}\frac{W_1}{t_1}=\frac{W_2}{t_2}\xrightarrow{t_2=t_1}W_1=W_2$$

۲ با توجه به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$|Q_H|=Q_L+W\Rightarrow Q_L=|Q_H|-W$$

۳ در صورت مسئله نسبت گرمای گرفته شده از درون پخچال (Q_L) به کار پخچال (W) را m نامیده است. $(m=Q_L/W)$ بنابراین می‌توان نوشت:

$$m=\frac{|Q_H|-W}{W}\Rightarrow|Q_H|=mW+W\Rightarrow|Q_H|=(m+1)W$$

۴ با توجه به فرض مسئله:

$$\frac{Q_{H_1}}{Q_{H_2}}=\frac{(m_1+1)W}{(m_2+1)W}=\frac{m_1+1}{m_2+1}=\frac{1/5m_2+1}{m_2+1}$$

دقت کنید تا مقدارهای m_1 و m_2 مشخص نباشد نسبت $\frac{Q_{H_1}}{Q_{H_2}}$ مشخص نمی‌شود.

۲ ۱۴۳۰ B

پخچال گرمای Q_L و کار W را دریافت می‌کند اما Q_H را از دست می‌دهد بنابراین در چرخه یک پخچال مقادیر W و Q_L مثبت و مقدار Q_H منفی است. در یک پخچال در صورتی قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود که بدون انجام کار یعنی $W=0$، گرما از منبع دماپایین به منبع دمابالا منتقل شود و $|Q_H|=Q_L$، بنابراین تنها گزینهٔ (۲) درست است که نقض قانون دوم ترمودینامیک در پخچال را نشان می‌دهد. توجه کنید که گزینهٔ (۴) نقض قانون دوم ترمودینامیک در یک ماشین گرمایی را نشان می‌دهد به این صورت که بدون اتلاف گرما، تمام گرمای Q_H تبدیل به کار $|W|$ شده است.

گزینهٔ (۱): در این گزینه $Q_L=-30J$ و $W=-150J$ منفی بیان شده یعنی وسیلهٔ مورد نظر گرمای Q_L را به منبع دما پایین داده و کار W روی محیط انجام داده است. در نتیجه این وسیله پخچال نیست، بلکه یک ماشین گرمایی است و قانون دوم را نقض نمی‌کند.

گزینهٔ (۲): در این گزینه گرمای Q_H منفی بیان شده است یعنی وسیله به منبع دمابالا گرما می‌دهد و Q_L مثبت بیان شده یعنی این وسیله از منبع دماپایین، گرما دریافت می‌کند یعنی این وسیله پخچال است اما کار پخچال $(W=0)$ بیان شده یعنی این پخچال بدون انجام کار، گرمای Q_L را از منبع دماپایین گرفته و تمام آن را به منبع دمابالا منتقل کرده بنابراین در این وسیله قانون دوم ترمودینامیک با بیان پخچال نقض می‌شود و جواب تست گزینهٔ (۲) است.

گزینهٔ (۳): این وسیله پخچال است زیرا Q_L و W مثبت بوده یعنی پخچال از منبع دماپایین Q_L را دریافت کرده و با کار W، گرمای Q_H را به منبع دمابالا منتقل کرده است:

$$|Q_H|=Q_L+W\Rightarrow|-180|=130+50\Rightarrow 180=180$$

قانون دوم نقض نشده است.

گزینهٔ (۴): در این وسیله، گرمای Q_H مثبت است یعنی دستگاه این گرما را از منبع دمابالا دریافت کرده بنابراین این وسیله ماشین گرمایی است اما در ماشین گرمایی بنا به قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی هرگز Q_L نباید صفر باشد.

بنابراین در این گزینه نقض قانون دوم به بیان ماشین گرمایی صورت گرفته است نه به بیان یخچال.

بازی با سؤال **کمیت‌های Q_H، Q_L و W که در چرخهٔ یک ماشین گرمایی یا یخچال فرضی مبادله می‌شود، برای سه وسیلهٔ (a)، (b) و (c) به‌صورت زیر داده شده است:**

(a $Q_L=0$, $W=-100J$, $Q_H=100J$

(b $Q_L=100J$, $W=0$, $Q_H=-100J$

(c $Q_L=-50J$, $W=-60J$, $Q_H=100J$

با توجه به داده‌های بالا کدام گزینه صحیح است؟

۱) وسیله‌های (a) و (c) یخچال و وسیلهٔ (b) ماشین گرمایی است.

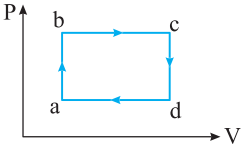
۲) قانون دوم ترمودینامیک تنها در وسیلهٔ (b) نقض می‌شود.

۳) قانون اول ترمودینامیک تنها در وسیلهٔ (c) نقض می‌شود.

۴) در هر سه وسیلهٔ (a)، (b) و (c)، قانون‌های اول و دوم برقرار است. گزینهٔ ۳

B ۱۴۳۱ ۳

خط فکری نمودار مربوط به ماشین گرمایی است بنابراین باید ابتدا مشخص کنید در کدام فرایندها، ماشین گرما دریافت می‌کند و در کدام فرایندها، ماشین گرما از دست می‌دهد تا Q_H و Q_L مشخص شود. سپس به کمک رابطه $Q_H=|W|+|Q_L|$، کار را مشخص کرده و بازده را به‌دست می‌آوریم.



۱ فرایند ab یک فرایند هم‌حجم است که طی آن فشار گاز افزایش یافته بنابراین گاز در این فرایند گرما دریافت کرده و $Q_{ab}=+60J$ است.

۲ فرایند bc، یک فرایند هم‌فشار است که طی آن گاز منبسط شده و برای انبساط باید گاز گرما دریافت کند در نتیجه $Q_{bc}=+120J$ است.

۳ فرایند cd یک فرایند هم‌حجم است که طی آن فشار گاز کاهش یافته بنابراین گاز در این فرایند گرما از دست داده و $Q_{cd}=-80J$ است.

۴ فرایند da یک فرایند هم‌فشار است که طی آن گاز متراکم شده و در فرایند تراکمی هم‌فشار، گاز گرما از دست می‌دهد بنابراین $Q_{da}=-70J$ است.

۵ گرمایی که دستگاه از منبع دما بالا دریافت کرده برابر است با:

$$Q_H=Q_{ab}+Q_{bc}=60+120\Rightarrow Q_H=180J$$

۶ گرمایی که دستگاه به منبع دماپایین می‌دهد برابر است با:

$$|Q_L|=|Q_{cd}|+|Q_{da}|=|-80|+|-70|=150J$$

۷ کاری که ماشین انجام داده است را از قانون پایستگی انرژی به‌دست می‌آوریم:

$$Q_H=|W|+|Q_L|\Rightarrow 180=|W|+150\Rightarrow|W|=30J$$

۸ بازده ماشین خواهد شد:

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H}=\frac{30}{180}=\frac{1}{6}\approx 17\%$$

B ۱۴۳۲ ۱

۱ گرمایی که ماشین از دست داده $|Q_L|=1950J$ است.

۲ مساحت چرخه برابر کار انجام شده توسط ماشین است: $|W|=S=650J$

۳ بنا به قانون پایستگی انرژی، گرمایی که ماشین دریافت کرده است را حساب می‌کنیم.

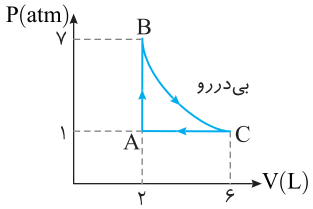
$$Q_H=|W|+|Q_L|\Rightarrow Q_H=650+1950=2600J$$

۴ اکنون بازدهٔ ماشین را به‌دست می‌آوریم:

$$\eta=\frac{|W|}{|Q_H|}=\frac{650}{2600}=25\%$$

B ۱۴۳۳ ۴

خط فکری ابتدا باید بررسی کنیم در کدام فرایند ماشین گرمایی از منبع دمابالا گرمای Q_H را دریافت می‌کند و در کدام فرایندها ماشین گرمایی به محیط گرما می‌دهد (Q_L) تا بتوانیم بازده را حساب کنیم.



۱ فرایند AB هم‌حجم است و در طی این فرایند فشار گاز افزایش یافته بنابراین در فرایند هم‌حجم AB، ماشین گرمایی Q_H را دریافت کرده است.

۲ در فرایند بی‌دررو BC گرمای مبادله شده با محیط صفر است و در فرایند هم‌فشار CA حجم گاز کاهش می‌یابد یعنی در این فرایند گاز گرما از دست می‌دهد $(Q_{AC}=Q_L)$.

۳ برای چرخه قانون اول ترمودینامیک را می‌نویسیم:

$$\Delta U_{ABCA}=0\Rightarrow \Delta U_{AB}+\Delta U_{BC}+\Delta U_{CA}=0$$

$$\Rightarrow \underbrace{W_{AB}}_{\text{هم‌حجم}}+Q_{AB}+\underbrace{W_{BC}}_{\text{بی‌دررو}}+Q_{BC}+\Delta U_{CA}=0 \quad (I)$$

۴ گاز در فرایند BC منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است.

$$W_{BC}=-800J$$

۵ انرژی درونی گاز در فرایند CA، ۸۰۰J کاهش یافته است $\Delta U_{CA}=-600J$

۶ مقدار ΔU_{CA} و W_{BC} را در رابطهٔ I قرار می‌دهیم تا Q_{AB} را به‌دست آوریم

$$Q_{AB}-800-600=0\Rightarrow Q_{AB}=1400J\Rightarrow Q_H=1400J$$

۷ کار در چرخه را حساب می‌کنیم.

$$W_{ABCA}=W_{AB}+W_{BC}+W_{CA}=0+(-800)+W_{CA}$$

کار در مسیر CA مثبت و برابر سطح زیر نمودار CA است.

$$S_{AC}=W=1\times10^5\times4\times10^{-3}=400J$$

بنابراین کار انجام شده در این چرخه برابر است با:

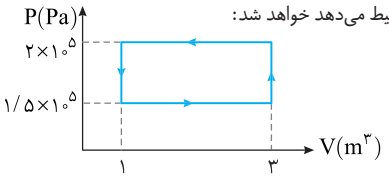
$$W_{ABCA}=0-800+400=-400J$$

حال بازده ماشین گرمایی را حساب می‌کنیم:

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H}=\frac{400}{1400}=\frac{4}{14}=\frac{2}{7}$$

C ۱۴۳۴ ۱

۱ یخچال در هر دقیقه $2/4\times10^8J$ گرما به محیط می‌دهد. گرمایی که یخچال در هر ثانیه به محیط می‌دهد خواهد شد:



$$\begin{array}{c|c} 1\min=60s & 2/4\times10^8 \\ 1s & Q \end{array}\Rightarrow Q=\frac{2/4\times10^8}{60}=4\times10^6J$$

۲ یخچال در هر ثانیه ۸ چرخه انجام می‌دهد و در هر ثانیه 4×10^6J گرما به محیط می‌دهد، بنابراین گرمایی که یخچال در هر چرخه به محیط می‌دهد برابر است با:

$$\begin{array}{c|c} 8 \text{ چرخه} & 4\times10^6J \\ 1 \text{ چرخه} & |Q_H| \end{array}\Rightarrow |Q_H|=\frac{4\times10^6}{8}\Rightarrow|Q_H|=5\times10^5J$$

۳ سطح محصور در چرخه برابر اندازه کار دریافتی یخچال است و در یخچال کار مثبت است.

$$|W|=S\Rightarrow|W|=(۲\times۱۰^۵-۱/۵\times۱۰^۵)\times(۳-۱)\Rightarrow|W|=۱۰^۵J\Rightarrow W=۱۰^۵J$$

۴ به کمک قانون پایستگی انرژی، گرمایی که از درون یخچال در هر چرخه گرفته می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$|Q_H|=Q_L+W\Rightarrow۵\times۱۰^۵=Q_L+۱۰^۵\Rightarrow Q_L=۴\times۱۰^۵J$$

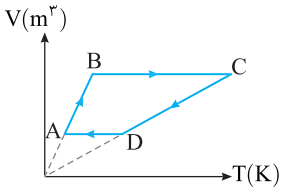
آهنگ گرمای گرفته شده از درون یخچال برابر مقدار گرمایی است که در هر ثانیه یخچال دریافت می‌کند.

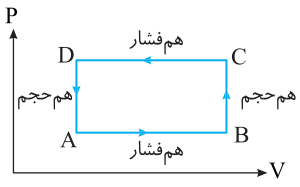
با توجه به صورت مسئله در هر ثانیه ۸ چرخه رخ می‌دهد از این‌رو مدت زمان یک چرخه $\frac{۱}{۸}s$ است بنابراین:

$$\text{آهنگ گرمای گرفته شده}=\frac{۸\times۴\times۱۰^۵}{۱}=۳/۲\times۱۰^۶J$$

B ۱۴۳۵ **۴**

خط فکری اگر چرخهٔ $P-V$ یک وسیله ترمودینامیکی ساعتگرد باشد آن وسیله ماشین گرمایی است و اگر پادساعتگرد باشد یخچال است. بنابراین باید از روی نمودار $V-T$، نمودار $P-V$ را رسم کنیم:

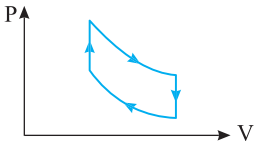




با توجه به فرایندهای هم‌فشار AB و CD و فرایندهای هم‌حجم BC و DA در چرخه رسم شده، این چرخه در صفحه $P-V$ مطابق شکل زیر رسم می‌شود. چون این چرخه در صفحه $P-V$ یک چرخه پادساعتگرد و کار در آن مثبت است. پس این وسیله ترمودینامیکی یک یخچال است.

میانبر اگر نمودار $V-T$ یک چرخه ساعتگرد باشد، نمودار $P-V$ آن پادساعتگرد خواهد بود.

بازی با سؤال نمودار $P-V$ روبه‌رو می‌تواند مربوط به چرخهٔ ..... باشد.



۱) یخچال
۲) ماشین گرمایی
۳) یخچال یا ماشین گرمایی
۴) هیچ‌کدام

گزینهٔ ۲

پنجرهٔ دوجداره (سطح دوم)

B ۱۴۳۶ **۳**

یخچال با انجام کار، (W) گرمای Q_L را از منبع دماپایین (فضای درون یخچال) گرفته و آن را به منبع دمابالا یعنی محیط آشپزخانه می‌دهد. هنگامی که درِ یخچال باز باشد، همهٔ اجسام درون اتاق جزئی از یخچال خواهند بود. در این حالت تمام اجسام درون اتاق و هوای اتاق، منبع دماپایین به حساب می‌آیند که موتور باید با انجام کار از آن‌ها گرما دریافت کند. بنابراین موتور باید کار بیشتری انجام دهد و این کار موتور یخچال، به‌صورت گرما به محیط داده می‌شود $(W=|Q_H|-Q_L)$ و سبب افزایش دمای اتاق می‌شود. وقتی در یخدان قدیمی را باز کنیم، یخ برای ذوب از هوا و اجسام درون اتاق گرما می‌گیرد و هوای اتاق خنک می‌شود یعنی دمای اتاق پایین می‌آید.

C ۱۴۳۷ **۲**

فرایند da هم‌فشار بوده و کار در این فرایند از رابطهٔ $W=-P\Delta V$ به‌دست می‌آید:

$$W_{da}=-P\Delta V\xrightarrow[P=P_۱]{\Delta V=V_a-V_d=-۲V_۱}W_{da}=-P_۱(-۲V_۱)=۲P_۱V_۱$$

اندازهٔ گرما در این فرایند ۲/۵ برابر کار یعنی $|Q_{da}|=۲/۵\times W$ شده و اندازه گرما در این فرایند $۵P_۱V_۱$ می‌شود.

یادآوری در فرایندهای هم‌فشار کار و گرما مختلف‌العلامه هستند: $Q_{da}=-۵P_۱V_۱$

فرایند cd نیز هم‌حجم است و با توجه به سوال اندازهٔ گرما در فرایند cd، ۷۰ درصد کمتر از اندازهٔ گرمای فرایند ad است.

$$|Q_{cd}|=|Q_{da}|-\frac{۷۰}{۱۰۰}|Q_{da}|\Rightarrow|Q_{cd}|=۵P_۱V_۱-\frac{۷۰}{۱۰۰}\times۵P_۱V_۱$$
$$=۵P_۱V_۱-۳/۵P_۱V_۱=۱/۵P_۱V_۱$$

یادآوری در فرایند هم‌حجم اگر فشار افزایش یابد فرایند گرماگیر است و اگر فشار گاز کاهش یابد فرایند گرماده است:

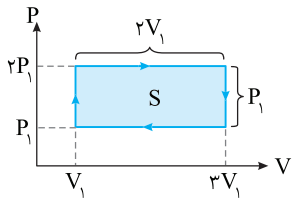
در فرایند cd فشار کاهش یافته: $Q_{cd}=-۱/۵P_۱V_۱$

دو فرایند cd و da گرماده بودند و گرمای منبع پایین یا Q_L را تشکیل می‌دهند:

$$Q_L=Q_{da}+Q_{cd}\Rightarrow Q_L=-۵P_۱V_۱+(-۱/۵P_۱V_۱)=-۶/۵P_۱V_۱$$

یادآوری سطح محصور در نمودار چرخه برابر کار انجام شده در چرخه است و اگر چرخه ساعتگرد باشد، کار آن منفی است:

$$W_{\text{چرخه}}=-S\Rightarrow W_{\text{چرخه}}=-(P_۱\times۲V_۱)\Rightarrow W_{\text{چرخه}}=-۲P_۱V_۱$$



با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$Q_H=|W|+|Q_L|\Rightarrow Q_H=۲P_۱V_۱+۶/۵P_۱V_۱=۸/۵P_۱V_۱$$

بازده ماشین گرمایی برابر است با:

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H}\Rightarrow\eta=\frac{۲P_۱V_۱}{۸/۵P_۱V_۱}\Rightarrow\eta=\frac{۲}{۸/۵}=\frac{۲\times۲}{۸/۵\times۲}=\frac{۴}{۱۷}$$

B ۱۴۳۸ **۲**

۱ نیروگاه از سوختن زغال سنگ گرما دریافت می‌کند. مقدار گرمای دریافتی در هر شبانه‌روز خواهد شد:

$$\begin{array}{c|c}۱kg & ۳/۳\times۱۰^۷J\\ \hline ۴/۸\times۱۰^۶kg & Q_H\end{array}\Rightarrow Q_H=۴/۸\times۳/۳\times۱۰^{۱۳}J$$

۲ کار خروجی در هر شبانه‌روز با توان خروجی ۶۰۰MW را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{W}{t}\xrightarrow{t=۲۴h=۲۴\times۳۶۰۰=۸۶۴۰۰s}۶۰۰\times۱۰^۶=\frac{W}{۸۶۴۰۰}$$
$$\Rightarrow W=۶۰۰\times۱۰^۶\times۸۶۴۰۰J$$

۳ بازده کل نیروگاه برابر است با:

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H}\Rightarrow\eta=\frac{۶۰۰\times۱۰^۶\times۸۶۴۰۰}{۴/۸\times۳/۳\times۱۰^{۱۳}}=\frac{۶\times۸۶۴\times۱۰^{۱۰}}{۴۸\times۳۳\times۱۰^{۱۱}}=\frac{۳۶}{۱۱۰}\Rightarrow\eta\approx۳۳٪$$

B ۱۴۳۹ **۱**

۱ کار انجام‌شده توسط یخچال را با توجه به توان آن می‌توانیم به‌دست آوریم.

$$P_{\text{مفید}}=\frac{W}{t}\Rightarrow W=P_{\text{مفید}}\times t\Rightarrow W=۳۰\times(۴\times۶۰)=۷/۲kJ$$

۲ حال گرمای گرفته شده از آب یا Q_L را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_L=|(mc_{\text{آب}}\Delta\theta)+(ml_F)+(mc_{\text{یخ}}\Delta\theta)|$$
$$=۰/۲\times۴/۲\times۳۰+۰/۲\times۳۳۶+۰/۲\times۲/۱\times۲۰=۲۵/۲+۶۷/۲+۸/۴=۱۰۰/۸kJ$$

طبق قانون اول ترمودینامیک برای یخچال داریم:

$$|Q_H|=Q_L+W\Rightarrow|Q_H|=۱۰۰/۸+۷/۲=۱۰۸kJ$$

بنابراین یخچال گرمای ۱۰۸kJ به محیط می‌دهد.

۳ حجم هوای درون اتاق را حساب می‌کنیم:

$$V=۲\times۴\times۳\Rightarrow V=۲۴m^۳$$

۴ با توجه به چگالی هوا جرم هوای اتاق را به‌دست می‌آوریم:

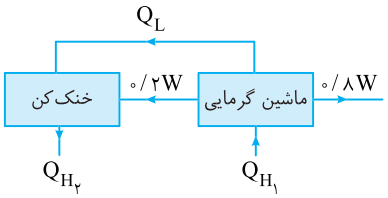
$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V \xrightarrow{\rho=1kg/m^3} m=1\times 24\Rightarrow m=24kg$$

۵ گرمای Q_H که به هوای اتاق داده می‌شود، باعث بالا رفتن دمای آن می‌شود. این افزایش دما را حساب می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow 1080\times 10^3=24\times 1000\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=4/5^\circ C$$

C ۱۴۴۰ ۳

خط فکری به شکل طرحواره دقت کنید، گرمای Q_L که ماشین گرمایی از دست می‌دهد، خنک‌کن (یخچال) آن را دریافت می‌کند، همچنین از کار W که ماشین انجام داده، $0/2W$ وارد یخچال شده است. با توجه به این مطالب و نوشتن قانون اول ترمودینامیک برای هر دو وسیله می‌توانید مسئله را حل کنید.



۱ طبق قانون اول ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی داریم: $|Q_{H_1}|=|Q_L|+|W|$

۲ برای خنک‌کن می‌توان نوشت:

$$|Q_{H_2}|=Q_L+W_{\text{خنک‌کن}}\Rightarrow|Q_{H_2}|=Q_L+0/2W$$

$$\xrightarrow[\frac{|Q_{H_1}|}{|Q_{H_2}|}=\frac{15}{7}]{\text{فرض مسئله}}\frac{7}{15}|Q_{H_1}|=Q_L+0/2W$$

۳ حال با حل دو معادلهٔ حاصل از قانون اول داریم:

$$\begin{cases}-Q_{H_1}=Q_L+W\\ \frac{-7}{15}Q_{H_1}=Q_L+0/2W\end{cases}\Rightarrow\frac{-8}{15}Q_{H_1}=0/8W\Rightarrow W=-\frac{2}{3}Q_{H_1}$$

۴ بنابراین بازده ماشین گرمایی برابر است با: $\eta=\frac{|W|}{Q_H}=\frac{|-\frac{2}{3}Q_{H_1}|}{Q_{H_1}}=\frac{2}{3}$

B ۱۴۴۱ ۳

۱ بنا به تعریف بازده یک ماشین گرمایی: $\eta=\frac{|W|}{Q_H}$

۲ به جای Q_H از قانون اول ترمودینامیک مقدار $Q_H=|W|+|Q_L|$ را قرار می‌دهیم.

$$\eta=\frac{|W|}{|W|+|Q_L|}\Rightarrow\eta|W|+\eta|Q_L|=|W|\Rightarrow\eta|Q_L|=(1-\eta)|W|$$

$$\Rightarrow\frac{|Q_L|}{W}=\frac{1-\eta}{\eta}\xrightarrow{\eta=0/2}\frac{|Q_L|}{W}=\frac{1-0/2}{0/2}=4$$

فصل ششم: الکتریسیتهٔ ساکن

پنجره ۱

A ۱۴۴۲ ۲

عبارت‌های (الف) و (پ) درست‌اند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت (ب): نادرست است. برای تعیین رسانا یا نارسانا بودن جسم به یک الکتروسکوپ باردار نیاز داریم. اگر در تماس جسم با الکتروسکوپ باردار فاصله ورقه‌ها از هم تغییر کرد، جسم رسانا است و اگر ثابت ماند، جسم نارسانا است.

عبارت (ت): نادرست است. این عبارت دقیقاً به معنای خنثی بودن جسم است.

A ۱۴۴۳ ۱

در مورد بارهای الکتریکی دو اصل وجود دارد.

۱ اصل پایستگی بار: مجموع جبری همهٔ بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی ثابت است (دستگاه منزوی دستگاهی است که با محیط تبادل بار انجام نمی‌دهد.)

۲ بار الکتریکی کمیتی کوانتیده و ناپیوسته است که همواره مضرب صحیحی از یک بار پایه است. $q=\pm ne$ است که در آن e بار بنیادی با نماد e است. $(e=1/6\times10^{-19}C)$

با توجه به اصل دوم کاملاً مشخص است که گزینهٔ (۱) درست و سه گزینهٔ دیگر نادرست‌اند.

A ۱۴۴۴ ۳

یادآوری وقتی اتم الکترون از دست می‌دهد، دارای بار مثبت می‌شود و وقتی الکترون دریافت می‌کند و تعداد الکترون‌های آن از تعداد پروتون‌های آن بیشتر می‌شود، اتم دارای بار منفی می‌شود و هنگامی که بیان می‌شود اتم دارای ۳ بار مثبت است یعنی اتم ۳ الکترون از دست داده است و وقتی گفته می‌شود اتم دارای ۳ بار منفی است یعنی اتم ۳ الکترون دریافت کرده است.

بار الکتریکی اتم از $+3$ به -5 رسیده است یعنی این اتم، ۸ الکترون دریافت کرده است که مقدار این بار بر حسب کولن برابر است با:

$$q=-ne=-8\times(1/6\times10^{-19})=-1/28\times10^{-18}C$$

در این صورت بار اتم $-1/28\times10^{-18}$ تغییر کرده است.

A ۱۴۴۵ ۴

با توجه به کوانتیده بودن بار الکتریکی و این که سکه دارای بار $+1\mu C$ شده است، یعنی سکه مقدار بار $-1\mu C$ را از دست داده است. اکنون می‌توان تعداد الکترون‌هایی که سکه از دست داده است را حساب کرد.

$$q=-ne \xrightarrow{q=-1\mu C} -1\times10^{-6}=-1/6\times10^{-19}n\Rightarrow n=\frac{1}{1/6}\times10^{13}\Rightarrow n=6/25\times10^{12}$$

A ۱۴۴۶ ۲

ابتدا مساحت سطح مکعب را حساب می‌کنیم. $A=6a^2\Rightarrow A=6\times(10)^2=600cm^2$

با یک تناسب ساده تعداد الکترون‌هایی که در تمام سطح مکعب قرار می‌گیرند را به‌دست می‌آوریم.

$1cm^2$	الکترون 10^{10}
600	n

$$\Rightarrow n=6\times10^{12}\text{ الکترون}$$

بار الکتریکی این مقدار الکترون برابر است با:

$$q=\pm ne\Rightarrow q=-6\times10^{+12}\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow q=-9/6\times10^{-7}C=-0/96\mu C$$

A ۱۴۴۷ ۳

بار الکتریکی، کمیتی کوانتیده است و همواره مضرب صحیحی از بار بنیادی e است. بنابراین باید تک‌تک بارها را بر عدد $e=1/6\times10^{-19}C$ تقسیم کنیم. هر گاه عدد به‌دست آمده یک عدد صحیح باشد، آن عدد می‌تواند عدد بار الکتریکی یک جسم باشد.

$$|q|=ne\Rightarrow\begin{cases}3/2\times10^{-20}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=0/2 & \text{غیرممکن}\\ 7/2\times10^{-18}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=45 & \text{ممکن}\\ 8\times10^{-17}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=500 & \text{ممکن}\\ 6/4\times10^{-19}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=4 & \text{ممکن}\end{cases}$$

بنابراین ۳ تا از اعداد داده شده می‌توانند بار الکتریکی یک جسم باشند.

بازی با سؤال اگر بار پروتون برابر e باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند معرف بار الکتریکی یک جسم باشد؟

۱) $\frac{2}{5}\times10^{3}e$ ۲) $\frac{5}{2}\times10^{3}e$ ۳) $\frac{2}{3}\times10^{3}e$ ۴) $\frac{3}{2}\times10^{3}e$

گزینهٔ ۳

A ۱۴۴۸ ۱

بار الکتریکی هر دو جسم A و B یکسان و مثبت است که آن را q می‌نامیم. جسمی که دارای بار مثبت است با از دست دادن n الکترون به اندازهٔ $q'=ne$ بر بار مثبتش افزوده می‌شود، اما جسم دیگر که این مقدار الکترون دریافت می‌کند، بار مثبت آن به اندازه $q'=ne$ کاهش می‌یابد. بنابراین:

$$\begin{cases}q_{2A}=q+q'\\ q_{2B}=q-q'\end{cases}\xrightarrow[\text{از هم کم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را}}\Delta q=2q'=8\times10^{-12}$$

$$\Rightarrow n\times1/6\times10^{-19}=4\times10^{-12}\Rightarrow n=2/5\times10^{7}$$

A ۱۴۴۹ ۱

از یک ذره با بار مثبت، تعدادی الکترون گرفته‌ایم، بنابراین بار مثبت ذره افزایش می‌یابد که این مقدار افزایش با توجه به صورت مسئله ۲۵ درصد مقدار اولیهٔ بار ذره است. از این‌رو:

$$\frac{25}{100}q_1\xrightarrow{\Delta q=ne}\frac{25}{100}q_1=3/125\times10^{12}\times1/6\times10^{-19}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{4}q_1=5\times10^{-7}\Rightarrow q_1=2\times10^{-6}C=2\mu C$$

بازی با سؤال جسمی دارای بار مثبت است. اگر از این جسم 5×10^{13} الکترون بگیریم، بار آن ۵ برابر می‌شود. بار اولیه جسم چند میکروکولن بوده است؟ $(e=1/6\times10^{-19}C)$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

A ۱۴۵۰ ۳

در هنگام مالش، با انتقال تعدادی الکترون از یک جسم به جسم دیگر، تعادل بارها در اتم خنثی بر هم می‌خورد و جسمی که الکترون از دست می‌دهد، تعداد الکترون‌هایش کمتر از تعداد پروتون‌های آن می‌شود و بار الکتریکی آن مثبت می‌گردد و هم‌چنین جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، الکترون‌هایش از پروتون‌های آن فزونی می‌یابد و بار الکتریکی خالص آن منفی می‌شود. بنابراین در مالش، این الکترون است که از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود.

A ۱۴۵۱ ۱

خط فکری در جدول کشیده شده که به آن جدول الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک) گفته می‌شود، هرگاه دو جسم با یکدیگر مالش داده شود، جسمی که در جدول، بالاتر (نزدیک‌تر به انتهای مثبت) قرار دارد، دارای بار مثبت شده و جسمی که در جدول، پایین‌تر (نزدیک‌تر به انتهای منفی) قرار دارد، دارای بار منفی است.

گزارهٔ (الف): جسم C در جدول از جسم A و B پایین‌تر است پس با مالش جسم C با جسم‌های A و B جسم C دارای بار منفی می‌شود و گزارهٔ (الف) درست است.

گزارهٔ (ب): جسم D از جسم F در جدول بالاتر است بنابراین با مالش جسم D با جسم F، جسم D دارای بار مثبت می‌شود، هم‌چنین جسم D از جسم B در جدول پایین‌تر بوده و با مالش با جسم B، جسم D دارای بار منفی می‌شود، بنابراین اگر این دو جسم باردار شده را به‌هم نزدیک کنیم، یکدیگر را جذب می‌کنند.

انتهای مثبت
A
B
C
D
E
F
انتهای منفی

گزاره (پ): جسم A در بالای جدول قرار گرفته بنابراین با مالش با هر جسم دیگر جدول دارای بار مثبت می‌شود یعنی با مالش الکترون از دست می‌دهد، بنابراین جسم A الکترون دهنده‌ترین جسم است و بالعکس جسم F که در پایین جدول قرار گرفته با مالش با هر جسم دیگری دارای بار منفی شده و در واقع الکترون می‌گیرد، بنابراین جسم F الکترون‌پذیرترین جسم است و این گزاره نادرست است.

A ۱۴۵۲ ۲

در جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی، هر چه به سمت پایین جدول برویم، الکترون‌خواهی جسم بیشتر می‌شود، بنابراین وقتی پلاستیک پایین‌تر از پشم است، در اثر مالش این دو با هم پلاستیک دارای بار منفی و پشم دارای بار مثبت می‌شود، یعنی الکترون از پشم به پلاستیک منتقل می‌شود. تعداد الکترون‌هایی که به پلاستیک منتقل می‌شود برابر است با:

$$q=ne \Rightarrow ۱۲/۸\times۱۰^{-۹}=n\times(۱/۶\times۱۰^{-۱۹}) \Rightarrow n=۸\times۱۰^{۱۰}$$

A ۱۴۵۳ ۳

با مالش جسم A به جسم B، جسم A دارای بار منفی می‌شود. بنابراین در جدول سری الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک)، جسم A پایین‌تر از جسم B قرار دارد. با مالش جسم A با جسم C، جسم A دارای بار مثبت می‌شود. بنابراین در جدول جسم A بالاتر از جسم C قرار دارد. نتیجه می‌گیریم که در جدول تریبوالکتریک ترتیب A و B و C مطابق شکل روبه‌رو است و اگر جسم B را با جسم C مالش دهیم، جسم B دارای بار مثبت و جسم C دارای بار منفی می‌شود.

B
A
C

بازی با سؤال **هنگامی که جسم A را با جسم B مالش می‌دهیم، A دارای بار منفی می‌شود و هنگامی که جسم A را با جسم C مالش می‌دهیم، A دارای بار مثبت می‌شود، اجسام A و B و C در سری الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک) به‌ترتیب از بالا به پایین چگونه قرار می‌گیرند؟ (گزینه‌ها را از راست بخوانید.)**

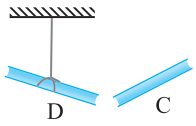
۱) C ،B ،A ۲) C ،A ،B ۳) B ،C ،A ۴) A ،B ،C

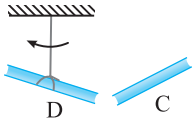
گزینهٔ ۲

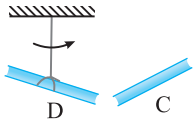
A ۱۴۵۴ ۴

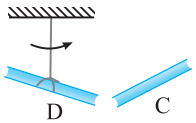
اگر میله B در جهت (۲) بچرخد، یعنی توسط میله A رانده شده است. بنابراین A و B همنام هستند و در اثر مالش جداگانه با پارچه C دارای بار همنام شده‌اند. بنابراین هر دو آن‌ها در جدول باید در بالا و یا هر دو در پایین C قرار داشته باشند. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) درست هستند. حال اگر میله B در جهت (۱) بچرخد یعنی توسط میله A جذب شده و A و B دارای بار ناهمنام هستند. در این صورت A و B باید یکی بالای C و دیگری در پایین آن در جدول قرار داشته باشد. بنابراین گزینه (۳) درست و گزینه (۴) نادرست و پاسخ مسأله است.

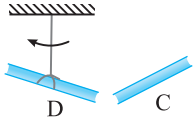
بازی با سؤال **هنگامی که میله A را با میله B مالش دهیم، میله A دارای بار منفی می‌شود و هنگامی که میله A را با میله C مالش دهیم، میله A دارای بار مثبت می‌شود، اگر میله خنثی C را با میلهٔ خنثی B مالش دهیم و سپس مطابق شکل میله C را به میله پلاستیکی خنثی D نزدیک کنیم، کدام گزینه در مورد نوع نیرویی که میله C به میله D وارد می‌کند و جهت چرخش میله D درست است؟**



۱) رباینش، 

۲) رانش، 

۳) رباینش، 

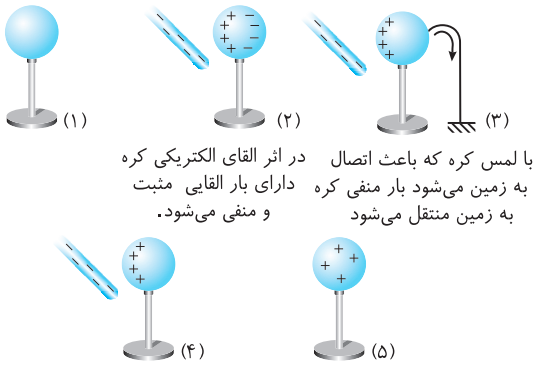
۴) رانش، 

گزینهٔ ۳

A ۱۴۵۵ ۳

با توجه به جدول سری الکتریسیته مالشی، پلاستیک پایین‌تر از پشم است و الکترون‌خواهی آن بیشتر است و در اثر مالش این دو به هم پلاستیک دارای بار منفی می‌شود. اکنون به شکل دقت کنید که در آن‌ها مراحلی که مسئله بیان کرده رسم شده‌اند.

انتهای مثبت سری
پشم
پلاستیک
انتهای منفی سری



با لمس کره که باعث اتصال آن به زمین می‌شود بار منفی کره به زمین منتقل می‌شود

در اثر القای الکتریکی کره دارای بار القایی مثبت و منفی می‌شود.

بار دور کردن میلهٔ پلاستیکی بار مثبت در سطح کره پخش می‌شود.

دست خود را دور می‌کنیم.

بنابراین کره دارای بار مثبت می‌شود.

نکته همواره در این نوع باردار کردن جسم رسانا، بار جسم ناهمنام با بار میله خواهد شد.

A ۱۴۵۶ ۳

گزاره (الف): اجسام رسانا دارای بار آزاد هستند، از این‌رو با روش القا می‌توان آن‌ها را باردار کرد. اجسام نارسانا به روش القا باردار نمی‌شوند. بنابراین گزاره (الف) درست است.

گزاره (ب): در سری الکتریسیته مالشی هر چه جسمی پایین‌تر باشد، الکترون‌خواهی آن بیشتر است و در اثر مالش بار آن منفی شده و الکترون می‌پذیرد. و گزاره (ب) درست است.

گزاره (پ): کوانتیده بودن بار یعنی بار الکتریکی یک جسم همواره مضرب صحیحی از بار بنیادی (e) است و جملهٔ بیان شده در گزارهٔ (پ) مربوط به اصل پایستگی بار است، بنابراین گزاره (پ) نادرست است.

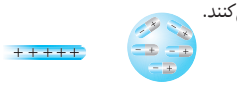
A ۱۴۵۷ ۴

هر گاه یک جسم باردار را به یک جسم بدون بار نزدیک کنیم، در اثر القای الکتریکی همواره رباییش رخ می‌دهد. اما چگونه؟

اگر یک جسم رسانا یا نارسانای باردار را به یک جسم رسانای بدون بار نزدیک کنیم، در اثر القای الکتریکی در جسم رسانای بدون بار که دارای بار آزاد است، بار مثبت و منفی القایی بوجود می‌آید. (شکل (۱)) که چون بارهای ناهمنام به هم نزدیک‌تر از بارهای همنام هستند رباییش الکتریکی از رانش قوی‌تر است و جسم باردار و جسم بدون بار به هم نیروی رباییش الکتریکی وارد می‌کنند.

شکل (۱)

اگر جسم خنثی نارسانا باشد، در اثر حضور جسم باردار در اثر القا در آن قطبیدگی رخ می‌دهد که سبب رباییش الکتریکی می‌شود.



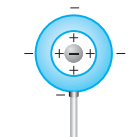
شکل (۲)

A ۱۴۵۸ ۲

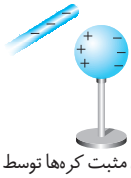
خط فکری ۱ هرگاه جسم بارداری در نزدیکی کرهٔ رسانا قرار بگیرد در اثر القای الکتریکی بار همنام با جسم، در دورترین مکان نسبت به جسم در کره قرار می‌گیرد (به دلیل نیروی رانشی بین بارهای همنام) و بار ناهمنام با جسم در نزدیک‌ترین مکان نسبت به جسم در کره قرار می‌گیرد (به دلیل نیروی رباییشی بین بارهای ناهمنام.)

خط فکری ۲ همواره در اتصال به زمین بار همنام با میله باردار در حضور میله توسط زمین خنثی می‌شود و جسم دارای بار ناهمنام با میله باردار می‌شود.

در شکل (الف): ۱) بار مثبت که بار ناهمنام با ذرهٔ منفی است، در نزدیک‌ترین ناحیهٔ پوسته یعنی سطح داخلی آن قرار می‌گیرد. ۲) بار منفی که بار همنام با ذرهٔ منفی است، در دورترین ناحیهٔ پوسته یعنی سطح خارجی آن قرار می‌گیرد.



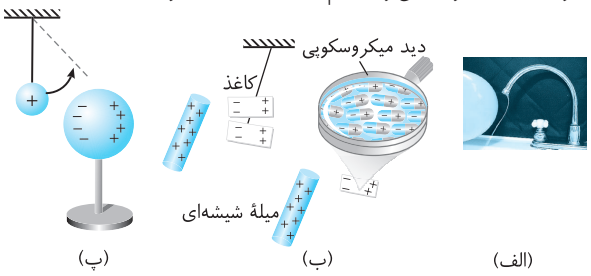
در شکل (ب): ۱) بار مثبت که بار ناهمنام با جسم باردار منفی است در نزدیک‌ترین مکان نسبت به جسم باردار یعنی سمت چپ کره قرار می‌گیرد. ۲) بار منفی که بار همنام با جسم باردار منفی است در دورترین مکان نسبت به جسم باردار یعنی سمت راست کره قرار می‌گیرد. با اتصال کره‌ها به زمین بارهای منفی که با بار ذره و میله همنام هستند به زمین منتقل می‌شوند اما بارهای مثبت کره‌ها توسط بار منفی ذره و میله جذب شده و باقی می‌مانند و پوسته و کره دارای بار مثبت می‌شوند.



A ۱۴۵۹ ۲

روش باردار کردن به روش القا فقط در نارساناها استفاده می‌شود. در واقع در نارساناها بارهای مثبت و منفی جسم از هم جدا نمی‌شوند و مولکول‌های دو قطبی آن‌ها تحت تأثیر میدان تا حدودی چرخیده و در راستای میدان جهت‌گیری می‌کنند یعنی نارسانا قطبیدگی پیدا می‌کند. پس تنها برای شکل (پ) می‌توان به وسیلهٔ القا و اتصال کرهٔ فلزی به زمین در آن بار منفی ایجاد کرد.

نکته القا یعنی اثرگذاری از دور، در شکل‌های (الف) و (ب) نیز این اثرگذاری وجود دارد امّا در اثر القا نمی‌توان جسم‌های نارسانا را باردار کرد.



A ۱۴۶۰ ۴

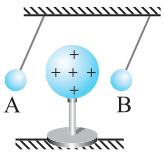
خط فکری هر گاه دو جسم با نیروی الکتریکی یکدیگر را دفع کنند، قطعاً هر دو باردار و دارای بار ناهمنام هستند. اما اگر دو جسم با نیروی الکتریکی یکدیگر را جذب کنند ممکن است هر دو باردار باشند و یا یکی از آن‌ها باردار و دیگری بدون بار باشد. یعنی شما از رابیش الکتریکی دو جسم اطلاعات کاملی به‌دست نمی‌آورید، اما از رانش الکتریکی می‌توانید بفهمید که دو جسم دارای بار همنام هستند.

جسم‌های A و B یکدیگر را می‌رانند. بنابراین قطعاً یکی از آن‌ها باردار است. جسم‌های B و C یکدیگر را می‌رانند، بنابراین قطعاً هر دو باردار و دارای بار همنام هستند. در این صورت جسم B قطعاً باردار است و جسم A ممکن است باردار یا بدون بار باشد.

B ۱۴۶۱ ۳

با توجه به شکل هر دو کره یکدیگر را جذب کرده‌اند و بر هم نیروی رابیش الکتریکی وارد می‌کنند، بنابراین یکی از آن‌ها یا هر دو باردار هستند. اما با وصل و سپس قطع کلید، دو کره به حالت قائم درآمده‌اند، یعنی جاذبهٔ الکتریکی بین آن‌ها از بین رفته است، بنابراین نتیجه می‌گیریم که کرهٔ A دارای بار الکتریکی بوده و با اتصال به زمین بار خود را از دست داده و کرهٔ B از ابتدا بدون بار بوده به همین دلیل وقتی A بدون بار شده است رابیش الکتریکی از بین رفته است. $|q_A|\neq 0$ و $q_B=0$ در این صورت $q_A q_B=0$.

بازی با سؤال **وضعیت قرارگیری دو آونگ A و B به صورت مقابل است. کدام گزینه الزاماً درست است؟**



۱) بار آونگ A مثبت است.
۲) بار آونگ A منفی است.
۳) بار آونگ B مثبت است.
۴) بار آونگ B منفی است.

گزینهٔ ۱

A ۱۴۶۲ ۲

طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، بار الکتریکی موجود در مجموعه دو جسم نباید از بین برود و یا به‌وجود آید. بنابراین مجموعه بارهای الکتریکی اولیهٔ موجود در آن‌ها با مجموع بارهای الکتریکی ثانویه موجود در آن‌ها یکسان و برابر است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B\Rightarrow(+3)+(-7)=(-1)+q'_B\Rightarrow q'_B=-3\mu C$$

A ۱۴۶۳ ۲

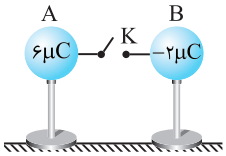
نکته هر گاه دو جسم رسانا و مشابه و باردار با بار q_1 و q_2 با هم تماس یابند، دو جسم با هم بار الکتریکی مبادله می‌کنند تا لحظه‌ای که بار آن‌ها با هم برابر شود، در این صورت بار هر جسم میانگین بار دو جسم در حالت اول است. $q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}$

کره‌ها مشابه و رسانا هستند، بنابراین با بستن کلید آن‌قدر بین دو کره بار مبادله می‌شود تا بار کره‌ها برابر شود. از این‌رو:

$$q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{2}=\frac{12+20}{2}=16\mu C$$

بار کرهٔ A از $+20\mu C$ به $+16\mu C$ تغییر کرده است، یعنی $+4\mu C=+16-20$ بار از A به B منتقل شده و بار کرهٔ B را از $+12\mu C$ به $+16\mu C$ رسانده است. در واقع الکترون از کره B به کرهٔ A شارش کرده است و تعداد الکترون‌های شارش شده از B به A برابر است با: $\Delta q=ne\Rightarrow n=\frac{\Delta q}{e}=\frac{4\times10^{-6}}{1/6\times10^{-19}}=2/5\times10^{13}$ الکترون

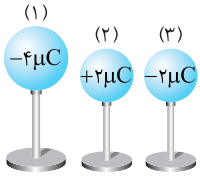
بازی با سؤال **مطابق شکل زیر کره‌های فلزی مشابه A و B بر روی پایه‌های عایقی قرار دارند. اگر سیم رابط دو کره را ببندیم ..... از کره ..... به کره ..... منتقل می‌شود.** $(e=1/6\times10^{-19}C)$



۱) ۱ الکترون، A، B
۲) ۱ پروتون، B، A
۳) $2/5\times10^{13}$ الکترون، B، A
۴) $1/25\times10^{13}$ پروتون، A، B

گزینهٔ ۳

A ۱۴۶۴ ۳



چون گوی‌های (۲) و (۳) مشابه‌اند، بنابراین بعد از تماس، بار آن‌ها با هم برابر می‌شود که آن را با q' نشان می‌دهیم. اگر بار گوی (۱) را بعد از تماس با q'_1 نشان دهیم، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی داریم:

$$q_1+q_2+q_3=q'_1+q'_2+q'_3\Rightarrow(-4)+2+(-2)=-2+q'+q'$$
$$\Rightarrow-4=-2+2q'\Rightarrow2q'=-2\Rightarrow q'=-1\mu C$$

B ۱۴۶۵ ۱

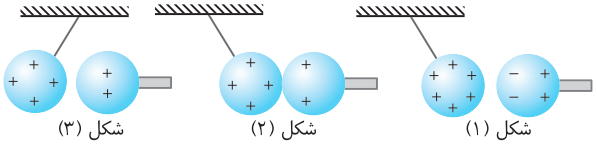
با توجه به پایستگی بار الکتریکی مجموع بار کره‌ها قبل و بعد از تماس یکسان است:

$$\underbrace{q_1+q_2+q_3+q_4+q_5}_{\text{قبل از تماس}}=\underbrace{q'_1+q'_2+q'_3+q'_4+q'_5}_{\text{بعد از تماس}}$$
$$4+(-3)+(-8)+12+2=q'_1+q'_2+q'_3+q'_4+q'_5$$
$$7\mu C=q'_1+q'_2+q'_3+q'_4+q'_5$$

A ۱۴۶۶ ۱

هنگام نزدیک شدن کره فلزی خنثی به گلوله، در اثر القا، کره دارای بار مثبت و بار منفی القایی می‌شود. چون مطابق شکل بارهای ناهمنام کره و گلوله به هم نزدیک‌تر هستند، نیروی رابیش از رانش قوی‌تر است و گلوله جذب کره می‌شود.

پس از تماس کره با گلوله، مقداری از بار گلولهٔ فلزی به کره منتقل شده و هر دو دارای بار مثبت می‌شوند. در این حالت وقتی کره را به گلوله نزدیک می‌کنیم یکدیگر را دفع می‌کنند.



B ۱۴۶۷ ۴

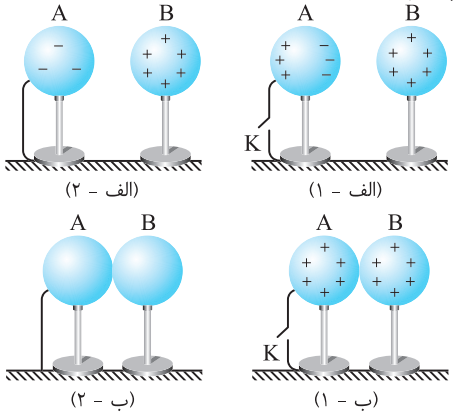
یادآوری به‌دست آوردن یا از دست دادن الکترون دو جسم در تماس با یکدیگر را می‌توان بر اساس جدولی موسوم به سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک) معلوم کرد. در این جدول مواد پایین‌تر، الکترون‌خواهی بیشتری دارند.

با مالش پارچهٔ ابریشمی با سرب چون در سری الکتریسیته مالشی، سرب بالاتر از ابریشم است، سرب مثبت و پارچه ابریشمی منفی می‌شود. همچنین آلومینیم پایین‌تر از پارچهٔ ابریشمی است و با مالش این دو به هم، آلومینیم منفی و پارچه ابریشمی مثبت می‌شود.

پس دو کره پس از مالش با پارچه ابریشمی بار ناهمنام پیدا می‌کنند. ابتدا کره‌ها به سوی هم جذب می‌شوند و با توجه به فرض سؤال $R>>r$ و ناچیز بودن جرم کره‌ها، دو کره با هم تماس پیدا می‌کنند. چنانچه بار کره‌ها برابر باشد یکدیگر را خنثی می‌کنند و کره‌ها از هم دور می‌شوند و در فاصله r از هم قرار می‌گیرند. در این صورت پاسخ گزینهٔ (۳) است و اگر اندازهٔ بار یک کره بیشتر باشد، پس از تماس بار آن‌ها همنام شده و به خاطر نیروی دافعه در فاصلهٔ بیشتری از r قرار می‌گیرند. یعنی پاسخ گزینه (۱) می‌شود. بنابراین گزینهٔ (۴) پاسخ درست است.

A ۱۴۶۸ **۳**

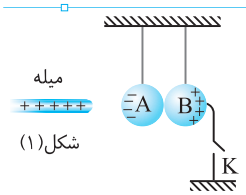
شکل (الف): کرهٔ B دارای بار مثبت است و در نزدیکی کرهٔ خنثی A قرار دارد. در اثر القای الکتریکی کرهٔ A دارای بار القایی می‌شود به گونه‌ای که سمت نزدیک B دارای بار منفی و سمت دورتر آن دارای بار مثبت می‌شود. با بستن کلید بارهای مثبت کرهٔ A به زمین منتقل می‌شوند و کرهٔ A دارای بار منفی می‌شود. (البته شما می‌توانید بگویید که الکترون از زمین به کرهٔ A منتقل شده و بارهای مثبت A را خنثی کرده است) و پس از باز کردن کلید، کرهٔ A هم‌چنان دارای بار منفی است. شکل (ب): دو کره در تماس با هم هستند، بنابراین بخشی از بار مثبت کره B به A منتقل شده است و وقتی کلید K را می‌بندیم. تمام بار (مثبت) کره‌ها به زمین منتقل شده و هر دو کره خنثی می‌شوند.



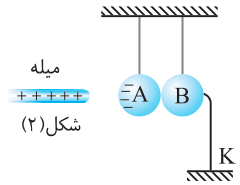
A ۱۴۶۹ **۲**

مرحله به مرحله، اتفاقات را بررسی می‌کنیم.

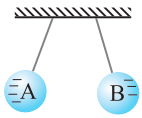
با نزدیک کردن میله با بار مثبت به کرهٔ A، بار منفی در کرهٔ A و بار مثبت در کرهٔ B القا می‌شود (شکل (۱)).



با وصل کلید در حضور میله بارهای مثبت که می‌خواهند از بار مثبت میله تا جایی که ممکن است دور شوند به زمین منتقل می‌شوند (شکل (۲)).

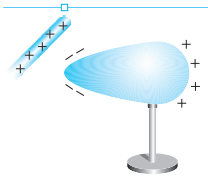


با باز کردن کلید و سپس دور کردن میله بار منفی از کره A به کره B می‌رود و دو کره مشابه دارای بار منفی یکسان می‌شوند و گزارهٔ (الف) درست است و به دلیل همنام بودن بار، دو کره بر یکدیگر نیروی دافعه وارد می‌کنند، بنابراین گزاره (ب) نادرست و گزاره (پ) درست است.

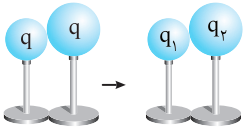


B ۱۴۷۰ **۱**

یادآوری در پدیده القا توزیع بار به شکل و ابعاد اجسام بستگی ندارد.



در تماس دو جسم رسانای باردار هر چه یک جسم بزرگ‌تر باشد، بار بیشتری می‌گیرد. مانند شکل مقابل که دو کره با بار یکسان q به هم تماس داده شده‌اند، چون بارها در کره کوچک‌تر به هم نزدیک‌ترند دافعه بین آن‌ها بیشتر است و به سمت کره بزرگ‌تر می‌روند و این قاعده در مورد کره‌ها با بار نامساوی نیز صادق است که در نهایت بعد از تماس بار کره بزرگ‌تر همواره بیشتر است.



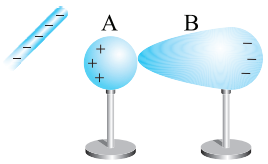
$q_1 < q \quad , \quad q_2 > q$

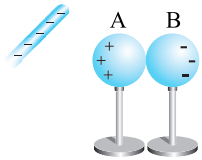
اگر دو کره رسانای مشابه با بارهای الکتریکی q_1 و q_2 را به یکدیگر تماس دهیم، مجموع بارهای الکتریکی q_1 و q_2 بین دو کره به صورت مساوی تقسیم می‌شود و برای به‌دست آوردن بار الکتریکی کره‌ها در حالت جدید داریم:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

دقت کنید که در این رابطه q_1 و q_2 با علامت جایگذاری می‌شوند.

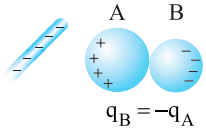
با نزدیک کردن میلهٔ پلاستیکی با بار منفی به جسم A، در اثر القا جسم A دارای بار مثبت و جسم B دارای بار همنام با میله یعنی بار منفی می‌شود. در مورد گوی C نیز همین اتفاق می‌افتد، چون شرایط مشابه است. بار q_B و بار q_C برابر خواهند شد.





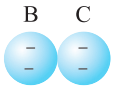
B ۱۴۷۱ **۴**

با نزدیک کردن میلهٔ پلاستیکی با بار منفی به کرهٔ A، این کره دارای بار مثبت القایی و کرهٔ B دارای بار منفی القایی می‌شود که مقدار بار منفی کرهٔ B و بار مثبت کرهٔ A بنابر اصل پایستگی بار برابر است



$q_B = -q_A$

اکنون در حضور میله کرهٔ B را جدا می‌کنیم و با تماس آن با کرهٔ C که با B مشابه است، نیمی از بار منفی کره B به کره C منتقل می‌شود و در نهایت خواهیم داشت:

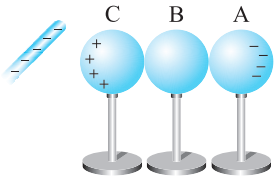


$q_B = q_C$

$$q_A = -2q_B = -2q_C$$

B ۱۴۷۲ **۲**

با نزدیک کردن میله با بار منفی، کره C دارای بار القایی مثبت، کره A دارای بار القایی منفی می‌شود وکره B خنثی است. اگر ابتدا کره A را جدا کنیم، کره A دارای بار منفی باقی می‌ماند و با دور کردن میله بار مثبت کرهٔ C در کره‌های C و B توزیع می‌شود و هر سه کره باردار خواهند شد، پس گزاره (الف) درست است.



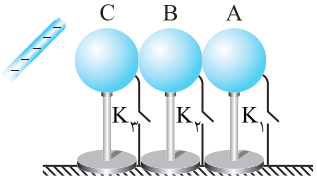
اگر میله و کره C را از کره‌های A و B دور کنیم، کره C دارای بار مثبت باقی می‌ماند و بار منفی کرهٔ A در کره‌های A و B توزیع می‌شود و هر سه کره باردار خواهند شد و گزاره (ب) درست است.

با توجه به شکل بارهای مثبت القاشده به واسطهٔ میله در کرهٔ C قرار گرفته و بارهای منفی القا شده به واسطهٔ میله در کرهٔ A تجمع می‌کنند. با جدا شدن A، بارهای منفی القاشده از مجموعه جدا شده و بار کرهٔ A منفی می‌شود و تنها بارهای مثبت القاشده در کرهٔ C باقی می‌ماند و کرهٔ B همچنان خنثی است، بنابراین اگر در حضور میله ابتدا کره A و سپس کره B را جدا کنیم، کره A دارای بار منفی، کره B خنثی و کره C دارای بار مثبت خواهد شد. بنابراین کرهٔ B بدون بار می‌ماند و هر سه کره باردار نبوده و گزاره (پ) نادرست است.

بار کره‌های A، B و C به ترتیب منفی، خنثی و مثبت است، و اگر در ابتدا کرهٔ B را جدا کنیم، کرهٔ B بدون بار بوده و بنابراین گزاره (ت) نادرست است. در نتیجه دو گزاره (الف) و (ب) درست است و پاسخ گزینه (۲) است.

بازی با سؤال **در شکل مقابل سه کرهٔ رسانای A، B و C در تماس با یکدیگر هستند و مجموعهٔ آن‌ها از لحاظ الکتریکی خنثی است. اگر کلیدهای K_1، K_2 و K_3 را به طور لحظه‌ای بسته و باز کنیم و سپس میله را دور کنیم، کدام گزینه بار نهایی کره‌های A، B و C را به ترتیب از راست به چپ درست بیان می‌کند؟**

آزمون مدارس برتر



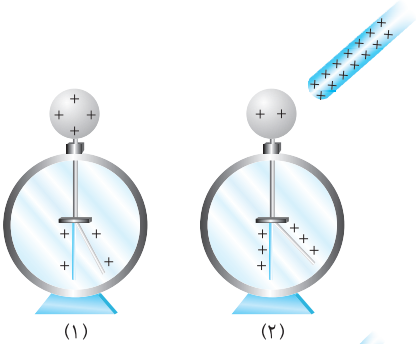
۱) مثبت، خنثی، منفی
۲) خنثی، خنثی، منفی
۳) مثبت، منفی، منفی
۴) مثبت، مثبت، مثبت

گزینهٔ ٤

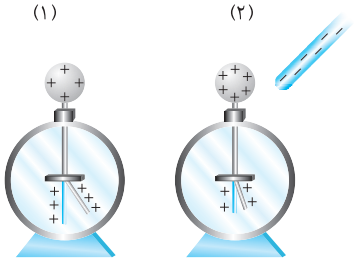
A ۱۴۷۳ ۴

الف) با نزدیک کردن یک جسم باردار به کلاهک الکتروسکوپ در اثر القا، کلاهک و ورقه‌های الکتروسکوپ دارای بار القایی شده و ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور می‌شوند. بنابراین به کمک الکتروسکوپ می‌توان باردار بودن جسم را تشخیص داد.

ب) اگر به یک الکتروسکوپ که از قبل باردار شده است و نوع بار آن معلوم است، مثلاً می‌دانیم که دارای بار مثبت است، یک جسم باردار را **به آرامی** نزدیک کنیم، اگر بار جسم با بار الکتروسکوپ همنام باشد، در اثر دافعهٔ بارهای همنام تعدادی از بار کلاهک به ورقه‌ها منتقل شده بار ورقه‌ها بیشتر شده و از هم دور می‌شوند و این نشان می‌دهد که بار جسم مثبت است به طور کلی اگر هنگام نزدیک کردن آرام جسم باردار به کلاهک الکتروسکوپ باردار، ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور شوند بار جسم همنام با بار الکتروسکوپ است و اگر ورقه‌ها به هم نزدیک شوند بار جسم ناهمنام با بار الکتروسکوپ است. بنابراین به کمک الکتروسکوپ باردار می‌توان نوع بار جسم را تشخیص داد.



(۱) (۲)



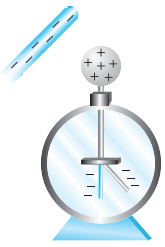
(۱) (۲)

اگر یک جسم رسانای بدون بار را به کلاهک یک الکتروسکوپ باردار تماس دهیم، الکتروسکوپ بدون بار می‌شود و اگر یک جسم عایق را به کلاهک الکتروسکوپ باردار تماس دهیم، تغییر محسوسی در الکتروسکوپ رخ نمی‌دهد. بنابراین می‌توان رسانا و نارسانا بودن جسم را نیز مشخص کرد و گزاره (پ) نیز درست است. اگر از یک الکتروسکوپ مدرج مطابق شکل استفاده کنیم، می‌توان مقدار بار را برای مقادیر کوچک بار مشخص کرد.

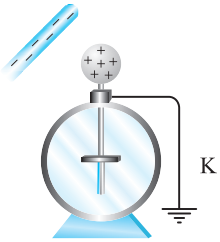
تصویری از یک الکتروسکوپ درجه‌بندی شده

A ۱۴۷۴ ۴

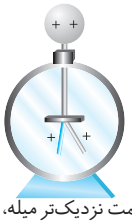
وقتی میله باردار نزدیک الکتروسکوپ است، کلاهک الکتروسکوپ دارای بار مثبت القایی و ورقه‌های آن دارای بار منفی القایی است.



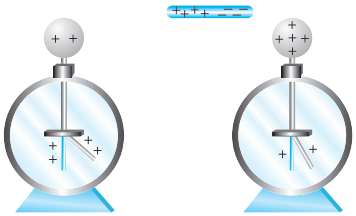
اگر کلید را ببندیم، بارهای منفی ورقه‌ها به زمین منتقل شده و بارهای مثبت کلاهک که اسیر بارهای منفی میله هستند، باقی می‌مانند و ورقه‌ها بسته می‌شود.



با باز کردن کلید، کلاهک هم‌چنان دارای بار مثبت است و بار دور کردن میله مقداری از بار کلاهک به ورقه منتقل شده و ورقه‌های الکتروسکوپ با انحراف کمتری نسبت به حالت قبل از هم باز می‌شوند.



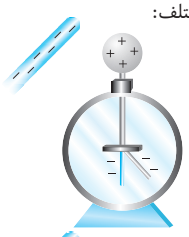
حال با نزدیک شدن میلهٔ خنثی به الکتروسکوپ به دلیل القا، در سمت نزدیک‌تر میله، به الکتروسکوپ بار منفی القا شده که باعث جذب بار مثبت از ورقه‌ها می‌شود و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند و انحراف ورقه‌ها کاهش می‌یابد.



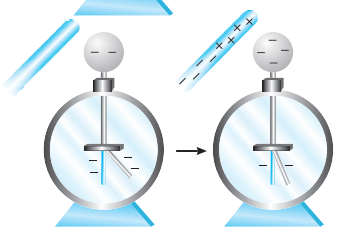
A ۱۴۷۵ ۱

یادآوری طرز استفاده از الکتروسکوپ در حالت‌های مختلف:

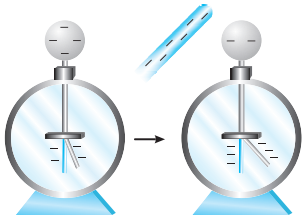
۱ اگر جسمی باردار به یک الکتروسکوپ بدون بار نزدیک شود، کلاهک الکتروسکوپ دارای بار ناهمنام و ورقه‌ها دارای بار همنام با بار جسم شده و ورقه‌ها هم باز می‌شوند.



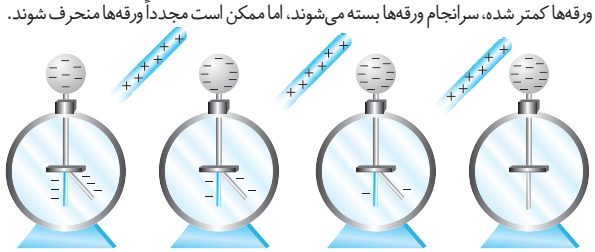
۲ اگر جسمی بدون بار به یک الکتروسکوپ باردار نزدیک شود، به دلیل القا بار مخالف بار کلاهک در قسمت نزدیک‌تر میله به کلاهک ایجاد می‌شود و وجود این میله بارهای بیشتری را روی کلاهک القا می‌کند، پس بار در ورقه‌ها کمتر شده و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند.



۳ اگر به یک الکتروسکوپ باردار، جسمی با بار همنام با آن را به آرامی نزدیک کنیم، انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ بیشتر می‌شود در این صورت مشخص می‌شود که جسم دارای بار همنام با الکتروسکوپ بوده است.



۴ اگر جسم باردار را به آرامی به یک الکتروسکوپ باردار، نزدیک کنیم و شاهد کم شدن انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ باشیم، می‌فهمیم جسم دارای بار ناهمنام با بار الکتروسکوپ است. در این حالت اگر بار جسم زیاد باشد، هر چه جسم به الکتروسکوپ نزدیک‌تر می‌شود انحراف ورقه‌ها کمتر شده، سرانجام ورقه‌ها بسته می‌شوند، اما ممکن است مجدداً ورقه‌ها منحرف شوند.



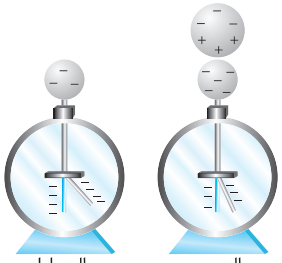
الکتروسکوپ دارای بار منفی است و برای آنکه ورقه‌ها به هم نزدیک شوند باید میلهٔ آلومینیمی با دستهٔ عایق دارای بار ناهمنام با الکتروسکوپ شود. یعنی میلهٔ آلومینیمی باید دارای بار مثبت باشد. در جدول سری الکتریسیته مالشی اجسام پایینی الکترون‌خواهی بیشتری دارند یعنی باید میلهٔ آلومینیمی را باید با جسمی مالش دهیم که تمایل به گرفتن الکترون دارد یعنی این جسم باید در جدول پایین‌تر از آلومینیم باشد.

A ۱۴۷۶ ۴

بار الکتریکی الکتروسکوپ مثبت است و ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دورند (منحرف شده‌اند). اگر بار منفی به کلاهک نزدیک کنیم مقداری بار مثبت از ورقه‌ها به دلیل جاذبهٔ بار منفی به کلاهک می‌روند و انحراف ورقه‌ها کم می‌شود. البته این در حالتی است که بار منفی کمتر از بار مثبت الکتروسکوپ باشد. اگر بار منفی میله اندکی از بار مثبت الکتروسکوپ بیشتر باشد، می‌تواند در یک فاصلهٔ معین تمام بارهای مثبت ورقه‌ها را به سوی کلاهک بکشد و ورقه‌ها بدون بار شده و به هم بچسبند و اگر بار منفی میله از بار مثبت الکتروسکوپ بسیار بیشتر باشد، با نزدیک کردن آرام میله به کلاهک، بارهای مثبت ورقه به سمت کلاهک رفته، انحراف ورقه‌ها کم می‌شود و با نزدیک‌تر کردن میله، ورقه‌ها چسبیده و وقتی میله به کلاهک خیلی نزدیک شود ورقه‌ها این بار دارای بار منفی شده و یکدیگر را می‌رانند که ممکن است انحراف ورقه‌ها از حالت اول نیز بیشتر شود.

A ۱۴۷۷ ۱

با نزدیک کردن کرهٔ فلزی خنثی، در کره بار مثبت و منفی القایی به‌وجود می‌آید. سمتی از کره که نزدیک کلاهک است دارای بار ناهمنام با بار کلاهک شده و مطابق شکل بارهای ناهمنام الکتروسکوپ و کره به هم نزدیک‌ترند و رباش از رانش بارهای همنام کره و کلاهک بیشتر بوده، مقداری بار از ورقه به کلاهک منتقل شده و انحراف ورقه‌ها به آرامی کم می‌شود.



A ۱۴۷۸ ۳

با تماس میله به کلاهک الکتروسکوپ خنثی مقداری از بار میله به الکتروسکوپ منتقل می‌شود، الکتروسکوپ دارای بار منفی شده و ورقه‌ها از هم فاصله می‌گیرند. حال با نزدیک شدن مجدد میله که دارای بار منفی است به کلاهک الکتروسکوپ در اثر القای الکتریکی بارهای منفی بیشتری از کلاهک به ورقه‌ها منتقل می‌شود و فاصله بین ورقه‌ها افزایش می‌یابد. بنابراین $\beta > \alpha$ است.

A ۱۴۷۹ ۱

در مورد باردار یا خنثی بودن میلهٔ A، اطلاعی نداریم. با نزدیک کردن میله A به الکتروسکوپ دارای بار مثبت، ورقه‌ها به هم نزدیک شده‌اند. بنابراین اگر میلهٔ A باردار بوده باشد، بار آن منفی بوده است. (البته ممکن است میلهٔ A خنثی باشد که در ادامه بررسی می‌کنیم.)

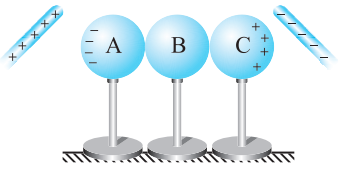
۱ اگر بار میلهٔ A منفی باشد، با نزدیک کردن آن به الکتروسکوپ، میله بارهای مثبت را از ورقه‌ها به سوی خود می‌کشد و فاصلهٔ ورقه‌ها از هم در ابتدا کاهش می‌یابد و اگر میلهٔ A با بار منفی را به میلهٔ B با بار منفی نزدیک کنیم همدیگر را دفع می‌کنند.

۲ اگر میلهٔ A خنثی باشد، با نزدیک کردن آن به الکتروسکوپ با بار مثبت، به دلیل القای الکتریکی در میله، بارهای منفی نزدیک به الکتروسکوپ قرار می‌گیرند و باز هم با رباش بارهای مثبت الکتروسکوپ، ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند و اگر میلهٔ خنثی A را به میلهٔ با بار منفی B نزدیک کنیم، در اثر القای الکتریکی نیروی رباش بین آن‌ها برقرار می‌شود. طبق توضیحات بالا، نیروی الکتریکی بین میله‌های A و B می‌تواند رباشی یا رانشی باشد.

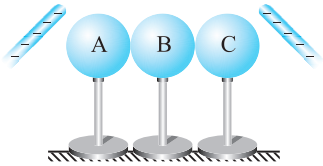
پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۱۴۸۰ ۳

در حضور میله‌ها بار الکتریکی القایی به صورت شکل روبه‌رو ایجاد می‌شود. در این حالت کرهٔ A بار منفی، کرهٔ B خنثی و کرهٔ C دارای بار مثبت است و اگر در حضور میله‌ها، کره‌ها را از هم دور کنیم، کرهٔ B هم‌چنان خنثی خواهد بود.



بازی با سؤال **سه کرهٔ فلزی A، B و C کاملاً مشابه و خنثی از نظر الکتریکی روی پایه‌های عایق قرار دارند. مطابق شکل هم‌زمان دو میله با بارهای هم‌اندازه و همنام در فاصله‌های یکسانی از کره‌های A و B و C قرار می‌گیرند. اگر در حضور میله‌ها سه گوی را از هم جدا کنیم، بار کرهٔ B کدام است؟**

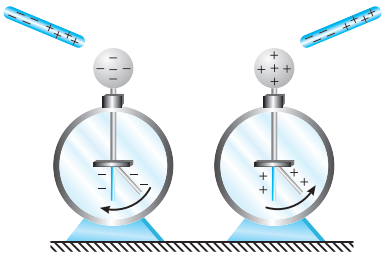


۱) خنثی
۲) مثبت
۳) منفی
۴) ابتدا منفی سپس خنثی

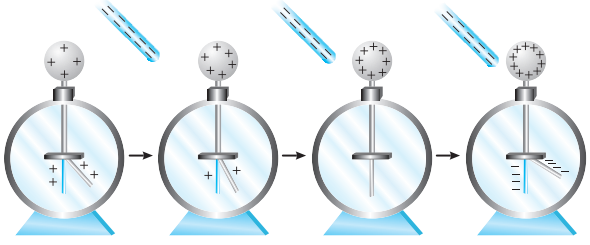
گزینهٔ ۳

C ۱۴۸۱ ۳

به شکل‌های (۱) و (۲) بعد از نزدیک کردن میله دقت کنید. انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ (۱) افزایش و انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ (۲) کاهش یافته است. بنابراین قطعاً این میله خنثی نیست زیرا با نزدیک شدن میله خنثی به دلیل القا، بار ناهمنام با کلاهک در سمت نزدیک به آن در میله ایجاد شده که با توجه به نیروی رباش بین بارها مطابق شکل‌های زیر بار ورقه‌ها کاهش یافته و زاویهٔ بین ورقه‌ها در هر دو شکل کاهش می‌یابد.



اگر بار میله همنام با بار الکتروسکوپ باشد، وقتی آن را به الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم در اثر دافعهٔ بین بارهای میله و بارهای کلاهک الکتروسکوپ، مقداری از بار کلاهک به ورقه‌ها منتقل می‌شود که باعث افزایش زاویهٔ بین ورقه‌های الکتروسکوپ می‌شود. بنابراین گزینهٔ (۲) ممکن است درست باشد. چرا می‌گوییم ممکن است؟ فرض کنید بار میله با بار الکتروسکوپ ناهمنام باشد و بار میله نسبت به بار الکتروسکوپ بسیار زیاد باشد، پدیده‌های جالبی رخ می‌دهد. اگر میله را به کلاهک به آرامی نزدیک کنید شاهد خواهید بود که میله بارهای الکتروسکوپ را به سوی خود می‌کشد و انحراف ورقه‌ها به دلیل از دست دادن بار کم می‌شود و ممکن است ورقه‌ها بسته شوند اما به دلیل زیاد بودن بار میله همچنان به جذب بار ناهمنام از ورقه‌ها ادامه می‌دهد و این بار ورقه‌ها از هم باز می‌شوند و ممکن است انحراف از حالت اول نیز بیشتر باشد. یعنی افزایش انحراف ورقه، به تنهایی نوع بار میله را مشخص نمی‌کند. به مراحل زیر دقت کنید:

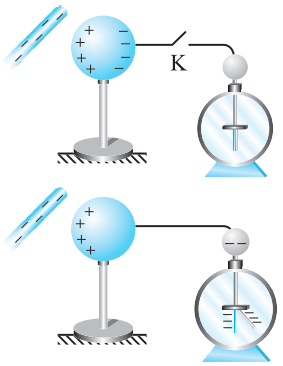


بنابراین لزومی ندارد گزینه (۲) درست باشد، هر چند ممکن است. اگر با نزدیک کردن میله انحراف ورقه‌ها کمتر شود، قطعاً بار میله و الکتروسکوپ ناهمنام‌اند و گزینهٔ (۳) الزاماً درست است.

C ۱۴۸۲ **۱**

با نزدیک‌شدن میله به کره در دو سوی کره بار القایی مثبت و منفی ایجاد می‌شود (شکل (۱))

با وصل کلید بارهای همنام با میله از سمت راست کره به الکتروسکوپ منتقل می‌شوند و الکتروسکوپ دارای بار منفی شده و ورقه‌های آن از هم دور می‌شود و کره دارای بار مثبت و الکتروسکوپ دارای بار منفی خواهد بود.



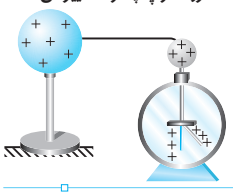
بازی با سؤال در شکل زیر کره و الکتروسکوپ دارای بار مثبت‌اند. حال اگر یک میلهٔ رسانای خنثی به کره نزدیک کنیم، انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ورقه‌ها از هم دورتر می‌شوند.

۲) ورقه‌ها به هم نزدیک‌تر می‌شوند.

۳) فاصلهٔ ورقه‌ها تغییر نمی‌کند.

۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.



گزینهٔ ۲

B ۱۴۸۳ **۲**

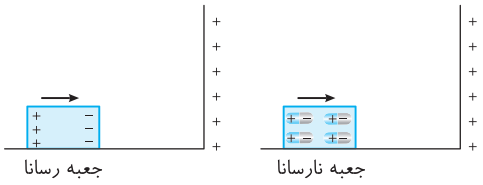
هر گاه به یک جسم دارای بار مثبت الکترون داده شود، الکترون، بار مثبت جسم را کاهش می‌دهد، زیرا بار منفی الکترون بارهای مثبت جسم را خنثی می‌کند. بنابراین باید بار نهایی کمتر از بار اولیه باشد، اما در صورت مسئله بیان شده مقدار بار نهایی ۳ برابر بار اولیه است یعنی، مقدار الکترون‌هایی که به جسم داده‌ایم آن قدر زیاد است که جسم نه تنها خنثی شده بلکه دارای بار منفی شده است، بنابراین اگر بار اولیه q باشد باید مقدار بار منفی داده شده به جسم $q'=-۴q$ باشد تا بار نهایی سه برابر بار اولیه شود:

$$q'=-۴q \xrightarrow{q'=-ne} -۵\times۱۰^{۱۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=۴q\Rightarrow q=۲\times۱۰^{-۶}C=۲\mu C$$

B ۱۴۸۴ **۲**

یادآوری یک جسم باردار بر تمام اجسام چه باردار و چه بدون بار نیروی ربایش الکتریکی وارد کرده آن‌ها را جذب می‌کند.

وقتی جعبه با سرعت v به سوی صفحه پرتاب می‌شود، به دلیل باردار بودن صفحه، بار القایی در جعبه ایجاد می‌شود و سمتی که نزدیک صفحهٔ باردار است دارای بار ناهمنام با صفحه می‌شود و این امر سبب می‌گردد که بین جعبه و صفحه نیروی جاذبهٔ الکتریکی ایجاد شده و سرعت جعبه افزایش یابد. $(v'>v)$



C ۱۴۸۵ **۱**

خط فکری با گرفتن الکترون از جسم B، بار مثبت جسم B افزایش می‌یابد و با انتقال الکترون‌ها به کرهٔ A، بار مثبت کرهٔ A کاهش می‌یابد. بنابراین ابتدا باید مشخص کنیم $\frac{۱۵}{۸}\times۱۰^{۱۳}$ الکترون چند کولن است و با انتقال این بار، مقدار این بار را به بار کرهٔ B اضافه و از بار کرهٔ A کم کنیم.

۱ مقدار بار انتقال یافته توسط الکترون‌ها برابر است با:

$$q=-ne=-\frac{۱۵}{۸}\times۱۰^{۱۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=-۳\times۱۰^{-۶}C=-۳\mu C$$

۲ با انتقال این بار از کرهٔ B بار کرهٔ B برابر $q'_B=q_B+|q|$ و بار کرهٔ A برابر $q'_A=q_A-|q|$ خواهد شد. اکنون به کمک دو معادله دو مجهول مسئله قابل حل است.

$$\begin{cases} q'_B=q_B+|q| \xrightarrow{q'_B=۱/۵q'_A} ۱/۵q'_A=q_B+|q| \\ q'_A=q_A-|q| \xrightarrow{q_A=۱/۵q_B} q'_A=۱/۵q_B-|q| \end{cases}$$

معادلهٔ بالایی را در عدد ۱/۵ را ضرب کرده دو رابطه را از هم کم می‌کنیم.

$$\begin{array}{l} ۲/۲۵q'_A=۱/۵q_B+|q| \\ q'_A=۱/۵q_B-|q| \\ \hline ۱/۲۵q'_A=۲/۵|q|\Rightarrow q'_A=۲|q|=۲\times|-۳|=۶\mu C \end{array}$$

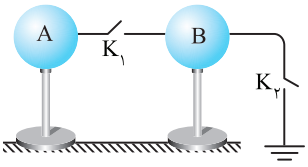
$$\Rightarrow \begin{cases} q'_A=q_A-|q| \longrightarrow q=q_A-۳\Rightarrow q_A=۹\mu C \\ \longrightarrow q_A=۱/۵q_B\Rightarrow q=۱/۵q_B\Rightarrow q_B=۶\mu C \end{cases}$$

B ۱۴۸۶ **۴**

با تماس گلوله با یکی از صفحه‌ها گلوله دارای بار همنام با آن صفحه شده و از بار آن صفحه می‌کاهد و توسط آن صفحه رانده می‌شود و از سوی صفحه دیگر جذب می‌گردد و به آن برخورد می‌کند و بار آن توسط بخشی از بار صفحه خنثی می‌شود و از آن صفحه نیز بار دریافت می‌کند، پس مقداری از بار آن صفحه را هم کم می‌کند و مجدداً از صفحه رانده می‌شود و این عمل آن قدر تکرار می‌شود تا بعد از چندین رفت و برگشت بار صفحات و بار گلوله صفر شود. یعنی گلوله در فاصله کوتاه دو صفحه پس از چند نوسان به حالت تعادل برمی‌گردد.

B ۱۴۸۷ **۳**

خط فکری کره‌ها مشابه هستند و در هر نوبت اتصال آن‌ها به هم (بستن کلید $K_۱$) بار الکتریکی آن‌ها برابر می‌شود $(q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{۲})$



اما اگر کلید $K_۱$ را باز و $K_۲$ را ببندیم بار کرهٔ B به زمین منتقل شده و کرهٔ B بدون بار می‌شود.

با توجه به این مطالب مرحله به مرحله باید بار کره‌ها را تعیین کرد.

۱ کلید $K_۱$ را می‌بندیم. بار کره‌های A و B یکسان و برابر می‌شود با:

$$q_{A_۱}=q_{B_۱}=\frac{q_A+q_B}{۲}\Rightarrow q_{A_۱}=q_{B_۱}=\frac{۸۲+۴۶}{۲}\Rightarrow q_{A_۱}=q_{B_۱}=۶۴\mu C$$

۲ کلید $K_۱$ را باز و $K_۲$ را می‌بندیم. تمام بار کرهٔ B به زمین منتقل شده و کرهٔ B بدون بار و کرهٔ A همچنان دارای بار $۶۴\mu C$ است.

۳ برای بار دوم $K_۲$ را باز می‌کنیم و برای بار دوم $K_۱$ را می‌بندیم

$$q_{A_۲}=q_{B_۲}=\frac{۶۴+۰}{۲}=۳۲\mu C$$

۴ $K_۱$ باز و برای بار دوم $K_۲$ را می‌بندیم. بار کرهٔ B به زمین منتقل می‌شود و کرهٔ B بدون بار و کرهٔ A دارای بار $۳۲\mu C$ خواهد بود.

۵ $K_۲$ را باز می‌کنیم و برای بار سوم $K_۱$ می‌بندیم، مجدداً بار $۳۲\mu C$ بین دو کرهٔ مشابه به طور یکسان تقسیم می‌شود.

$$q_{A_۳}=q_{B_۳}=\frac{۳۲+۰}{۲}=۱۶\mu C$$

۶ برای بار سوم $K_۲$ را می‌بندیم. در این صورت بار کرهٔ B به زمین منتقل شده و در نهایت کرهٔ B بدون بار و کرهٔ A دارای بار $۱۶\mu C$ خواهد بود.

پنجره ۲

A ۱۴۸۸ **۳**

ابتدا با توجه به قانون کولن فرمول را بر اساس k مرتب می‌کنیم.

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow Fr^۲=kq_۱q_۲\Rightarrow k=\frac{Fr^۲}{q_۱q_۲}$$

یکای نیرو در SI، نیوتون، یکای طول (r) متر و یکای بار الکتریکی کولن است. اکنون یکای آن‌ها را در رابطهٔ به‌دست آمده قرار می‌دهیم. یکای $k=N.m^۲/C^۲$

ثابت کولن را می‌توان بر حسب یک ضریب ثابت دیگر به نام ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $(\varepsilon_۰)$ نیز نوشت:

$$k=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\Rightarrow \varepsilon_۰=\frac{۱}{۴\pi k}$$

۴π عدد ثابت و بدون یکا است، یکای k به‌دست آمده را در رابطهٔ بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\varepsilon_{\circ}\text{ یکای}=\frac{۱}{N.m^{۲}/C^{۲}}\Rightarrow\varepsilon_{\circ}\text{ یکای}=C^{۲}/N.m^{۲}$$

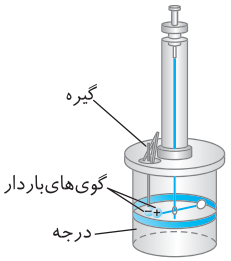
در واقع یکای k و $\varepsilon_{\circ}$ وارون یکدیگرند.

A ۱۴۸۹ ۲

بنا به قانون کولن $F=kq_{۱}q_{۲}/r^{۲}$، نیروی الکتریکی با حاصل‌ضرب دو بار نسبت مستقیم و با مجذور فاصله دو بار نسبت وارون دارد.

A ۱۴۹۰ ۱

ترازوی پیچشی کولن. در یک سر یک میلهٔ نارسانای سبک افقی یک گوی باردار مثبت کوچک و در سر دیگر آن، یک قرص قرار دارد و میله از وسط توسط یک رشته سیم کشسان و نازک آویخته شده است. یک گوی با بار منفی از حفره‌ای به داخل استوانهٔ شیشه‌ای برده می‌شود. درجه‌هایی بر سطح استوانه حک شده است که زاویهٔ چرخش میله را نشان می‌دهد. نیروی مؤثر بین این بارها از اندازه‌گیری زاویهٔ چرخش تا رسیدن به حالت تعادل به‌دست می‌آید.



A ۱۴۹۱ ۱

رابطهٔ نیروی کولنی را نوشته و داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم. بار هر پروتون برابر بار بنیادی e است.

$$F=k\frac{|q_{۱}||q_{۲}|}{r^{۲}}\xrightarrow[r=۶/۴\times۱۰^{-۱۵}m]{|q_{۱}|=|q_{۲}|=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C}$$

$$F=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{۶/۴\times۶/۴\times۱۰^{-۳۰}}\Rightarrow F=\frac{۹}{۱۶}\times۱۰\Rightarrow F=\frac{۹۰}{۱۶}=۵/۶۲۵N$$

بازی با سؤال **در اتم هلیم، دو پروتون به فاصلهٔ تقریبی $۲\times۱۰^{-۱۵}m$ از هم درون هسته قرار دارند و دو الکترون هر یک به فاصلهٔ تقریبی $۵\times۱۰^{-۱۱}m$ از مرکز هسته قرار گرفته‌اند. نیروی دافعهٔ الکتریکی درون هسته چند برابر نیروی جاذبهٔ الکتریکی‌ای است که هسته به هر الکترون وارد می‌کند؟**

گزینهٔ ۱

۱) $\frac{۲۵}{۸}\times۱۰^{۸}$ ۲) $\frac{۲۵}{۴}\times۱۰^{۸}$ ۳) $\frac{۵}{۴}\times۱۰^{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۲}\times۱۰^{۴}$

A ۱۴۹۲ ۴

با نوشتن قانون کولن و قرار دادن داده‌های مسئله در آن، $q_{۱}$ را می‌توان حساب کرد.

$$F=k\frac{|q_{۱}||q_{۲}|}{r^{۲}}\xrightarrow[q_{۲}=۵q_{۱}]{F=۰/۰۲N\,,\,r=۳m}۰/۰۲=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۵q_{۱}\times q_{۱}}{(۳)^{۲}}$$

$$\Rightarrow q_{۱}^{۲}=۴\times۱۰^{-۱۲}\Rightarrow q_{۱}=۲\times۱۰^{-۶}C\Rightarrow q_{۱}=۲\mu C$$

بازی با سؤال **دو بار $+۴\mu C$ و q در فاصلهٔ ۳cm از هم قرار دارند و برهم نیروی ربایشی ۴۰ نیوتون را وارد می‌کنند. q چند میکروکولن است؟ $(k=۹\times۱۰^{۹}N.m^{۲}/C^{۲})$**

کنکور دهه‌های گذشته

گزینهٔ ۴

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) -۱

A ۱۴۹۳ ۲

یادآوری قانون سوم نیوتون: هر گاه جسم A نیروی F را بر جسم B وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیرویی هم‌اندازهٔ F و در خلاف جهت آن وارد می‌کند.

بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که بار q بر بار Q وارد می‌کند، هم‌اندازهٔ نیرویی است که بار Q بر بار q وارد می‌کند. $|F_{qQ}|=|F_{Qq}|=F$

A ۱۴۹۴ ۳

یادآوری هر گاه بر جسمی نیرو وارد شود، جسم در جهت نیرو شتاب می‌گیرد که با نیرو متناسب و با جرم جسم نسبت وارون دارد. $a=\frac{F}{m}\Rightarrow F=ma$

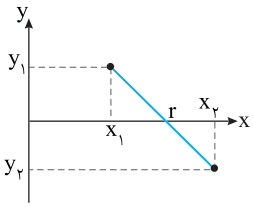
بنا به قانون سوم نیوتون نیروی الکتروستاتیکی‌ای که ذره A بر ذره B وارد می‌کند با نیروی الکتروستاتیکی‌ای که ذره B بر ذره A وارد می‌کند برابر و در خلاف جهت هم است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$|F_{A}|=|F_{B}|\Rightarrow m_{A}|a_{A}|=m_{B}|a_{B}|\Rightarrow|\frac{a_{A}}{a_{B}}|=\frac{m_{B}}{m_{A}}\Rightarrow|\frac{a_{A}}{a_{B}}|=۳$$

A ۱۴۹۵ ۳

یادآوری فاصلهٔ دو نقطه روی صفحه xoy که دارای مختصات $(x_{۱},y_{۱})$ و $(x_{۲},y_{۲})$ هستند برابر است با:

$$r=\sqrt{(x_{۲}-x_{۱})^{۲}+(y_{۲}-y_{۱})^{۲}}$$



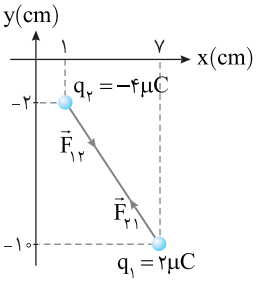
فاصلهٔ دو بار را حساب می‌کنیم:

$$r=\sqrt{(x_{۲}-x_{۱})^{۲}+(y_{۲}-y_{۱})^{۲}}=\sqrt{۶^{۲}+۸^{۲}}=۱۰cm$$

بنا به قانون کولن نیروی بین دو بار برابر خواهد شد با:

$$F=k\frac{q_{۱}q_{۲}}{r^{۲}}$$

$$=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۲\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{(۱۰\times۱۰^{-۲})^{۲}}=۷/۲N$$

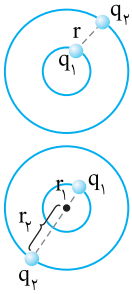


مکان ذره‌ها را روی صفحه xoy مشخص می‌کنیم تا سمت نیرو مشخص شود.

نیرویی که ذره $q_{۱}$ به $q_{۲}$ وارد می‌کند $F_{۱۲}$ می‌باشد که جهت آن به صورت ↘ است.

B ۱۴۹۶ ۲

خط فکری مقدار بارها ثابت است بنابراین بیشینه نیرو وقتی است که فاصلهٔ بین دو بار کمینه باشد و کمینه نیرو وقتی است که فاصلهٔ بین دو بار بیشینه باشد. بنابراین شما باید کمینه فاصله بین دو بار و بیشینه فاصله را مشخص کنید سپس به کمک قانون کولن نیروهای بیشینه و کمینه را حساب کنید.



حالت اول: بیشینه نیرو: در این حالت فاصلهٔ بین دو بار کمینه مقدار است که مطابق شکل $r_{min}=r_{۲}-r_{۱}$ است و بنا به قانون کولن خواهیم داشت:

$$F_{max}=k\frac{|q_{۱}||q_{۲}|}{r_{min}^{۲}}=k\frac{|q_{۱}||q_{۲}|}{(۶-۳)^{۲}}$$

حالت دوم: کمینه نیرو: در این حالت فاصلهٔ بین دو بار مطابق شکل برابر است با: $r_{max}=r_{۱}+r_{۲}=۳+۶=۹cm$

کمینه نیرو برابر خواهد شد با:

$$F_{min}=k\frac{|q_{۱}||q_{۲}|}{(r_{max})^{۲}}=k\frac{|q_{۱}||q_{۲}|}{۹^{۲}}$$

بنابراین:

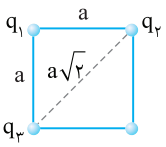
$$\frac{F_{max}}{F_{min}}=\frac{\frac{k|q_{۱}||q_{۲}|}{۳^{۲}}}{\frac{k|q_{۱}||q_{۲}|}{۹^{۲}}}\Rightarrow\frac{F_{max}}{F_{min}}=۹$$

B ۱۴۹۷ ۲

در این سؤال نحوهٔ قرار دادن بارها در رأس‌های مربع مهم است.

الف) باید بارهای $q_{۱}$ و $q_{۲}$ دو سر یک ضلع قرار گیرند.

ب) باید بارهای $q_{۲}$ و $q_{۳}$ رو به‌روی هم در دو سر یک قطر باشند. اندازهٔ بارها یکسان است. حال نیروی بین $q_{۱}$ و $q_{۲}$ و نیروی بین $q_{۲}$ و $q_{۳}$ را به‌دست می‌آوریم.



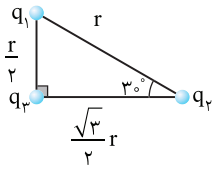
$$F_{۱۲}=k\frac{|q_{۱}||q_{۲}|}{a^{۲}}\Rightarrow F_{۱۲}=\frac{kq^{۲}}{a^{۲}}\qquad F_{۳۲}=k\frac{|q_{۲}||q_{۳}|}{(a\sqrt{۲})^{۲}}\Rightarrow F_{۳۲}=\frac{kq^{۲}}{۲a^{۲}}$$

حال نسبت خواسته شده یعنی $\frac{F_{۱۲}}{F_{۲۳}}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{F_{۱۲}}{F_{۲۳}}=\frac{\frac{kq^{۲}}{a^{۲}}}{\frac{kq^{۲}}{۲a^{۲}}}=۲$$

B ۴ ۱۴۹۸

اگر وتر مثلث r باشد، فاصلهٔ q_1 تا q_3، $\frac{r}{2}$ و فاصلهٔ q_2 تا q_3 برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}r$ خواهد شد:



با توجه به فرض مسئله:

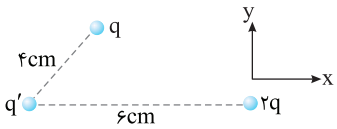
$$F_{13}=0/75F_{23}$$

$$k\frac{|q_1||q_3|}{(\frac{r}{2})^2}=\frac{3}{4}k\frac{|q_2||q_3|}{(\frac{\sqrt{3}}{2}r)^2}\Rightarrow\frac{|q_1|}{\frac{r^2}{4}}=\frac{3}{4}\times\frac{|q_2|}{\frac{3}{4}r^2}\Rightarrow\frac{|q_1|}{|q_2|}=\frac{1}{4}$$

B ۱ ۱۴۹۹

۱ اندازهٔ نیروی وارد بر بار q' توسط بار q را حساب می‌کنیم.

$$\vec{F}=8\vec{i}+6\vec{j}\Rightarrow F=\sqrt{8^2+6^2}=10N$$



این نیرو با توجه به قانون کولن برابر است با:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow 10=k\frac{qq'}{(4\times10^{-2})^2}\quad(1)$$

۲ نیرویی که بار $2q$ بر q' وارد می‌کند را با توجه به قانون کولن به‌دست می‌آوریم:

$$F'=k\frac{q'|2q|}{(6\times10^{-2})^2}\quad(2)$$

۳ رابطه (۲) را بر رابطه (۱) تقسیم می‌کنیم.

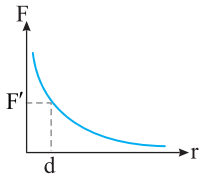
$$\frac{F'}{10}=\frac{\frac{kq'(2q)}{36\times10^{-4}}}{\frac{kqq'}{16\times10^{-4}}}\Rightarrow\frac{F'}{10}=\frac{32}{36}\Rightarrow F'=\frac{320}{36}=\frac{80}{9}N$$

میانبر استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای نیروی کولن:

$$\frac{F'}{F}=\frac{q_1'q_2'}{q_1q_2}\times(\frac{r_1}{r_2})^2\Rightarrow\frac{F'}{10}=\frac{2qq'}{qq'}\times(\frac{4}{6})^2\Rightarrow F'=20\times\frac{4}{9}=\frac{80}{9}N$$

A ۳ ۱۵۰۰

بنا به قانون کولن $F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$، نیروی کولنی با مربع فاصله نسبت وارون دارد. با توجه به صورت مسئله، مقدار دو بار تغییر نکرده و تنها فاصله تغییر کرده است. از این‌رو:



$$\begin{cases}F_1=k\frac{|q_1||q_2|}{r_1^2}\\F_2=k\frac{|q_1||q_2|}{r_2^2}\end{cases}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2\xrightarrow[F_2=2F']{F_1=F'}\frac{2F'}{F'}=(\frac{d}{r_2})^2\Rightarrow r_2=\frac{\sqrt{2}}{2}d$$

A ۲ ۱۵۰۱

خط فکری در این تست‌ها باید با توجه به قانون کولن، نیروی الکتریکی را در دو حالت به‌دست آورده و با تقسیم آن‌ها نسبت خواسته شده را به‌دست بیاوریم. بارهای اولیه را q_1 و q_2 و فاصلهٔ دو بار را r می‌گیریم. در این صورت نیرویی که دو بار در حالت اول به هم وارد می‌کنند برابر است با:

$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$$

در حالت دوم اندازهٔ هر بار سه برابر شده پس $q_1'=3q_1$ و $q_2'=3q_2$ و فاصلهٔ دو بار سه برابر شده بنابراین $r'=3r$ است. نیرو در حالت دوم خواهد شد:

$$F'=k\frac{|q_1'||q_2'|}{(r')^2}\Rightarrow F'=k\frac{(3q_1)(3q_2)}{(3r)^2}\Rightarrow F'=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow F'=F$$

میانبر رابطهٔ قانون کولن را بنویسید و تغییرات را روی آن اعمال کنید. هر بار ۳ برابر شده، بالای هر بار ۳ برابر نوشتیم و فاصلهٔ ۳ برابر شده بنابراین نیرو $\frac{1}{9}$ می‌شود

اکنون $\frac{1}{9}\times3\times3=1$ خواهد شد.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F'=F$$

(۳ برابر، ۳ برابر، ۹ برابر)

بازی با سؤال **نیروی بین دو بار الکتریکی q_1 و q_2 که به فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، F است. اگر اندازهٔ یکی از بارها و همچنین فاصلهٔ بین دو بار نیز نصف شود، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟** خارج تجربی - ۸۷

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

گزینهٔ ۲

A ۱ ۱۵۰۲

حالت اول: نیروی بین دو بار در حالت اول برابر است با:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F=k\times\frac{2\times2}{r^2}=k\frac{4}{r^2}\quad(1)$$

در حالت دوم: نصف بار یکی از کره‌ها را به دیگری منتقل کرده‌ایم، در این صورت اگر نصف بار $q_1=2\mu C$ یعنی $1\mu C$ را به $q_2=-2\mu C$ اضافه کنیم بار q_1 خواهد شد:

$$q_1'=2-1=1\mu C$$

مقدار بار $-2\mu C$ با دریافت $+1\mu C$ بار الکتریکی خواهد شد. $q_2'=-2+(1)=-1\mu C$

نیروی بین دو بار در حالت دوم را به‌دست می‌آوریم:

$$F'=k\frac{|q_1'||q_2'|}{r'^2}\xrightarrow[|q_1'|=|q_2'|=1\mu C]{r'=\frac{r}{2}}F'=k\times\frac{1\times1}{\frac{r^2}{4}}=k\frac{4}{r^2}\quad(2)$$

با مقایسهٔ رابطهٔ (۱) و (۲) مشخص می‌شود که $F'=F$ و $\frac{F'}{F}=1$ است.

B ۲ ۱۵۰۳

نیروی بین دو بار الکتریکی را در حالت اول و حالت دوم با توجه به قانون کولن به‌دست آورده و بر هم تقسیم می‌کنیم:

در حالت اول نیروی بین دو بار خواهد شد:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow{q_1=q_2=q}0/02=k\frac{q^2}{r^2}\quad(1)$$

در حالت دوم نیروی بین دو بار برابر است با:

$$F'=k\frac{q_1'q_2'}{r'^2}\xrightarrow[r'=r]{q_1'=q,q_2'=q+2}0/03=k\frac{q(q+2)}{r^2}\quad(2)$$

رابطه (۱) و (۲) را برهم تقسیم می‌کنیم و مقدار q را حساب می‌کنیم.

$$\frac{F'}{F}=\frac{k\frac{q(q+2)}{r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}}\Rightarrow\frac{0/03}{0/02}=\frac{q^2+2q}{q^2}\Rightarrow\frac{3}{2}=\frac{q^2+2q}{q^2}$$

$$\Rightarrow3q^2=2q^2+4q\Rightarrow q=4\mu C$$

میانبر می‌توان قانون کولن را به صورت مقایسه‌ای به کار برد.

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'||q_2'|}{|q_1||q_2|}\times(\frac{r}{r'})^2$$

B ۱۵۰۴ ۴

خط فکری هر دو بار مثبت هستند و وقتی از بار $q_A=q$ تعدادی الکترون گرفته شود بار q_A مثبت‌تر می‌شود $(q'_A>q_A)$ و وقتی این الکترون‌ها به بار B داده می‌شود بار مثبت آن کاهش می‌یابد. اما با توجه به صورت مسئله تعداد الکترون‌ها آن قدر زیاد بوده که بار الکتریکی B منفی شده و $q'_B=-2q$ می‌شود. البته با توجه به پایستگی بار، مجموع بارهای A و B قبل از انتقال الکترون و بعد از آن تغییر نمی‌کند. $q_A+q_B=q'_A+q'_B$

با توجه به پایستگی بار الکتریکی، مقدار بار A را برحسب q به دست می‌آوریم.

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B \xrightarrow[q'_B=-2q]{q_A=q_B=q} 2q=q'_A-2q\Rightarrow q'_A=4q$$

نیروی کولنی که دو ذره در دو حالت به هم وارد می‌کنند را حساب می‌کنیم:

$q_A=q$ ——— r ——— $q_B=q$

$$F_1=k\frac{|q_A||q_B|}{r^2}\xrightarrow{|q_A|=|q_B|=q}F_1=k\frac{q^2}{r^2}$$

$q'_A=+4q$ ——— r ——— $q'_B=-2q$

$$F_2=k\frac{q'_Aq'_B}{r^2}\xrightarrow[|q'_B|=2q]{|q'_A|=4q}F_2=k\frac{8q^2}{r^2}$$

نسبت دو نیرو خواسته شده:

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{k\frac{8q^2}{r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=8$$

B ۱۵۰۵ ۱

نیروی بین دو بار در حالت اول را حساب می‌کنیم.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F=k\frac{q_1\times 6q_1}{r^2}\Rightarrow F=6k\frac{q_1^2}{r^2}$$

نصف بار q_2 یعنی $-3q_1$ وقتی به q_1 منتقل شود، بار کره‌ها خواهد شد:

$$q_2^1=-3q_1 \qquad q_1^1=q_1+(-3q_1)=-2q_1$$

هر دو بار همنام بوده و نیرو دافعه است.

$$F'=k\frac{|q'_1||q'_2|}{r^2}\Rightarrow F'=k\frac{2q_1\times 3q_1}{r^2}\Rightarrow F'=6k\frac{q_1^2}{r^2}\Rightarrow F'=F$$

B ۱۵۰۶ ۴

خط فکری هر گاه به شما تعدادی الکترون داده شود باید مقدار بار این تعداد الکترون را حساب کنید، سپس مشخص کنید با انتقال این مقدار بار از یک ذره به دیگری، بار هر ذره چقدر می‌شود تا بتوانید به کمک قانون کولن نیروی بین آن‌ها را بررسی کنید.

۱ در حالت اول نیرویی که بار q_1 بر q_2 وارد می‌کند به سمت راست و مقدار آن برابر است با:

q_1 (A) ——— q_2 $\vec{F}$

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F=k\frac{6\times 2}{r^2}$$

۲ مقدار بار 5×10^{13} الکترون را حساب می‌کنیم:

$$q=ne\Rightarrow q=-5\times10^{13}\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow q=-8\times10^{-6}C=-8\mu C$$

۳ وقتی بار $-8\mu C$ را از $q_1=2\mu C$ می‌گیریم بار آن خواهد شد:

$$q'_1=2-(-8)=+10\mu C$$

و بار $6\mu C$ با دریافت $-8\mu C$ خواهد شد:

$$q'_2=6+(-8)=-2\mu C$$

۴ نیرویی که ذره B (بار q_2) بر ذره A (q_1) در این حالت وارد می‌کند برابر است با:

$$F'=k\frac{|q'_1||q'_2|}{r^2}=k\frac{10\times 2}{r^2}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{F'}{F}=\frac{k\frac{10\times2}{r^2}}{k\frac{6\times2}{r^2}}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{5}{3}$$

اما نیرویی که ذرهٔ B بر A وارد می‌کند

A ——F′—→ B ——— $q'_2=-2\mu C$

$q'_1=10\mu C$

نیروی ربایشی بین دو بار ناهمنام است،

بنابراین این نیرو نیز به سمت راست است. در نتیجه:

$$\vec{F}'=\frac{5}{3}\vec{F}$$

B ۱۵۰۷ ۳

خط فکری ۱ ۲۵ درصد از بار q_1 یعنی $\frac{25}{100}q_1$ یا $\frac{1}{4}q_1$ را به بار q_2 منتقل کرده‌ایم. بنابراین ابتدا بارهای جدید هر یک را حساب می‌کنیم:

$$q'_1=q_1-\frac{1}{4}q_1=80-\frac{1}{4}\times80=60\mu C,\ q'_2=q_2+\frac{1}{4}q_1=-50+\frac{1}{4}\times80=-30\mu C$$

نیرو را در دو حالت به‌دست می‌آوریم و بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$F_1=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2},\ F_2=k\frac{|q'_1||q'_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\frac{\frac{|q'_1||q'_2|}{r^2}}{\frac{|q_1||q_2|}{r^2}}=\frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|}=\frac{60\times30}{80\times50}=\frac{9}{20}\Rightarrow F_2=\frac{9}{20}F_1$$

$q_1=+80\mu C$ ——— r ——— $q_2=-50\mu C$

$q'_1=60\mu C$ ——— r ——— $q'_2=-30\mu C$

خط فکری ۲ درصد تغییرات نیرو برابر $\frac{\Delta F}{F_1}\times100$ است که اگر حاصل آن مثبت باشد یعنی نیرو به اندازهٔ a درصد افزایش یافته و اگر حاصل آن منفی باشد یعنی نیرو به اندازهٔ a درصد کاهش یافته است.

$$\frac{\Delta F}{F_1}\times100=\frac{F_2-F_1}{F_1}\times100=\frac{\frac{9}{20}F_1-F_1}{F_1}\times100=-\frac{11}{20}\times100=-55\%$$

نیرو ۵۵ درصد کاهش یافته است.

B ۱۵۰۸ ۴

قرار است نیروی بین دو بار ۹۶٪ تغییر کند. دو حالت ممکن است یکی آنکه نیرو ۹۶٪ کاهش یابد و دیگری آنکه نیرو ۹۶٪ افزایش یابد.

حالت کاهش نیرو:

$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\xrightarrow{F'=F-0/96F=0/04F}k\frac{q_1q_2}{d'^2}=\frac{4}{100}k\frac{q_1q_2}{d^2}$$

$$d'^2=\frac{100}{4}d\Rightarrow d'=5d$$

در نتیجه گزینهٔ (۲) درست است.

حالت افزایش نیرو:

$$F'=F+0/96F=1/96F\Rightarrow F'=1/96F$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$k\frac{q_1q_2}{d'^2}=1/96k\frac{q_1q_2}{d^2}\Rightarrow d'^2=\frac{d^2}{1/96}\Rightarrow d'=\frac{d}{1/4}\Rightarrow d'=\frac{5}{7}d$$

در نتیجه گزینهٔ (۱) نیز درست است، بنابراین پاسخ گزینهٔ (۴) است.

B ۱۵۰۹ ۳

در حالت اول نیروی بین دو بار یکسان q برابر است با:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=\frac{kq^2}{r^2}\qquad(1)$$

در حالت دوم ۲۵٪ از بار الکتریکی یکی را به دیگری منتقل کرده‌ایم. در این صورت بارهای نقطه‌ای خواهند شد:

$$q'_1=q-0/25q=q-\frac{q}{4}=\frac{3}{4}q\ ,\ q'_2=q+0/25q=q+\frac{q}{4}=\frac{5q}{4}$$

اکنون نیروی بین دو بار را در حالت جدید به‌دست می‌آوریم.

$$F'=k\frac{|q_1'||q_2'|}{r^2}\Rightarrow F'=k\frac{|\frac{3}{4}q||\frac{5}{4}q|}{r^2}=\frac{15}{16}k\frac{q^2}{r^2}\quad (2)$$

با مقایسه رابطهٔ (۱) و (۲) مشخص است که: $F'=\frac{15}{16}F$

A ۱۵۱۰ | ۲

فاصلهٔ بین دو بار ٪۲۰ افزایش یافته بنابراین: $r_2=r_1+0/2r_1\Rightarrow r_2=1/2r_1$

قانون کولن را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{k\frac{|q_1||q_2|}{r_2^2}}{k\frac{|q_1||q_2|}{r_1^2}}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2=\frac{1}{1/44}\Rightarrow F_2=0/7F_1$$

درصد تغییرات نیروی الکتریکی خواهد شد: $\frac{\Delta F}{F_1}\times100=\frac{0/7F_1-F_1}{F_1}\times100=-٪30$

B ۱۵۱۱ | ۲

حالت اول: نیروی بین دو بار بنا به قانون کولن برابر است با:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F=k\frac{q^2}{r^2}$$

حالت دوم: x درصد از بار یکی از بارها کم شده بنابراین بار آن خواهد شد: $q_1'=q-xq$

و به همین اندازه به بار دیگر اضافه شده و بار آن خواهد شد: $q_2'=q+xq$

فاصلهٔ بین دو بار ٪۲۵ افزایش یافته یعنی فاصلهٔ بین دو بار در این حالت برابر است با:

$$r'=r+0/25r\Rightarrow r'=1/25r\Rightarrow r'=\frac{5}{4}r$$

نیروی بین دو بار ٪۵۲ کاهش یافته است، از این‌رو: $F'=F-0/52F\Rightarrow F'=0/48F$

با توجه به قانون کولن خواهیم داشت: $k\frac{|q_1'||q_2'|}{r'^2}=\frac{48}{100}k\frac{q^2}{r^2}$

داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{(q-xq)(q+xq)}{(\frac{5}{4}r)^2}=\frac{12}{25}\frac{q^2}{r^2}\Rightarrow\frac{q^2-x^2q^2}{\frac{25}{16}r^2}=\frac{12}{25r^2}q^2$$

$$\Rightarrow\frac{16q^2(1-x^2)}{25r^2}=\frac{12q^2}{25r^2}\Rightarrow1-x^2=\frac{3}{4}\Rightarrow x^2=\frac{1}{4}\Rightarrow x=\frac{1}{2}=50٪$$

بنابراین باید ٪۵۰ از یکی از بارها را به دیگری منتقل کنیم.

B ۱۵۱۲ | ۲

نکته هر گاه مجموع دو عدد مقدار ثابتی باشد حاصل‌ضرب آن‌ها وقتی بیشینه می‌شود که دو عدد باهم برابر باشند.

ابتدا دقت کنید که دو بار یکدیگر را دفع می‌کنند یعنی همنام هستند. اما حل مسئله:

از یکی از بارهای الکتریکی مقداری برمی‌داریم و به بار دیگر می‌دهیم بنابراین مجموع دو بار تغییر نکرده است. از طرفی در قانون کولن نیروی بین دو بار با حاصل‌ضرب دو بار رابطهٔ مستقیم دارد بنابراین برای آنکه نیرو بیشینه شود باید حاصل‌ضرب دو بار بیشینه شود و برای اینکه حاصل‌ضرب دو بار بیشینه شود باید اندازهٔ دو بار یکسان شود. در این صورت بنا به اصل پایستگی بار می‌توان نوشت: $q_1'=q_2'=\frac{q_1+2q_1}{2}=\frac{3}{2}q_1$

مقدار بار $q_2=2q_1$ بعد از جابه‌جایی بار برابر $q_2'=\frac{3}{2}q_1$ شده است. در نتیجه مقدار بار جابه‌جا شده برابر است با: $q_2-q_2'=2q_1-\frac{3}{2}q_1\Rightarrow\Delta q=\frac{1}{2}q_1$

درصد بار جابه‌جا شده خواهد شد: $\frac{\Delta q}{q_2}\times100=\frac{\frac{1}{2}q_1}{2q_1}\times100=25٪$

B ۱۵۱۳ | ۴

دوباره صورت مسئله را بخوانید. معلوم نیست که دو کرهٔ فلزی هم‌اندازه هستند یا نه؟ و اینکه دارای بار همنام هستند یا دارای بار ناهمنام؟ بنابراین در مورد مقدار بار نهایی دو کره نمی‌توان اظهارنظر کرد و هر حالتی ممکن است اتفاق بیافتد، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

اگر در صورت مسئله دو کرهٔ مشابه بودند نیز مسئله قابل حل نبود و هر سه حالت ممکن بود.

اگر دو کره دارای بار یکسان و همنام باشند با تماس آن‌ها به هم نیروی بین دو بار $F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ تغییر نمی‌کرد و $F'=F$ می‌شود.

اگر دو کره به‌طور مثال دارای بارهای همنام $q_1=2\mu C$ و $q_2=8\mu C$ بودند پس از برقراری تماس بار هر دو آن‌ها باهم برابر می‌شد $(q_1'=q_2'=\frac{8+2}{2}=5\mu C)$ در این صورت اگر نیروی بین دو بار در حالت اول و دوم را به‌دست بیاوریم مشخص است که $F'>F$ است. $F=k\frac{2\times8}{r^2}\quad,\quad F'=k\frac{5\times5}{r^2}\Rightarrow F'>F$

اگر دو کره دارای بارهای ناهمنام $q_1=-2\mu C$ و $q_2=8\mu C$ باشند بعد از تماس بار هر کره برابر می‌شد. $(q_1'=q_2'=\frac{8+(-2)}{2}=3\mu C)$ در این صورت حاصل‌ضرب دو بار در حالت اول ۱۶ $=8\times2=|q_1||q_2|$ از حاصل‌ضرب دو بار در حالت دوم $9=3\times3=|q_1'||q_2'|$ بیشتر می‌شد یعنی $F'<F$ می‌شود، بنابراین همه حالت‌ها ممکن بود.

B ۱۵۱۴ | ۴

خط فکری باید نیرو را در حالت اول بیابید و پس از تماس دو کره بار هر یک از آن‌ها را حساب کنید و مجدداً نیروی بین دو بار را در حالت جدید به‌دست آورده و درصد تغییر نیرو را حساب کنید. در حل این نوع مسائل که نیروها را باهم مقایسه می‌کنیم نیازی به تبدیل واحد نیست و تنها واحدها باید یکسان باشد. یعنی در هر دو حالت میکروکولن یا سانتی‌متر استفاده شود.

۱ نیروی بین دو کره را قبل از تماس حساب می‌کنیم.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F=k\frac{15\times5}{r^2}$$

۲ بار دو کره مشابه بعد از تماس باهم برابر می‌شود.

$$q_1'=q_2'=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{5+15}{2}\Rightarrow q_1'=q_2'=10\mu C$$

۳ نیروی بین دو کره را بعد از تماس به‌دست می‌آوریم.

$$F'=k\frac{|q_1'||q_2'|}{r^2}\Rightarrow F'=k\frac{10\times10}{r^2}$$

۴ تغییر نیرو برابر است با:

$$\Delta F=F'-F=\frac{k\times100}{r^2}-\frac{k\times75}{r^2}=\frac{25k}{r^2}$$

۵ درصد تغییرات نیرو خواهد شد:

$$\frac{\Delta F}{F}\times100=\frac{\frac{25k}{r^2}}{\frac{75k}{r^2}}\times100=33٪$$

B ۱۵۱۵ | ۳

پس از تماس دو گوی با هم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها کاهش یافته است، بنابراین باید بارهای دو گوی ناهمنام بوده باشد تا پس از تماس، بار تک‌تک آن‌ها کاهش یابد.

$$q_2'=q_1'=\frac{|q_2|-q_1}{2}$$

نیروی بین دو بار در حالت اول برابر است با: $F=k\frac{q_1|q_2|}{r^2}$

نیروی بین دو بار در حالت دوم برابر است با: $F'=k\frac{(\frac{|q_2|-q_1}{2})^2}{r^2}$

با توجه به فرض مسئله:

$$F'=\frac{80}{100}F\Rightarrow k\frac{\frac{(|q_2|-q_1)^2}{4}}{r^2}=\frac{80}{100}k\frac{q_1|q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow\frac{|q_2|^2+q_1^2-2q_1|q_2|}{4}=0/8q_1|q_2|$$

$$|q_2|^2+q_1^2-2q_1|q_2|=3/2q_1|q_2|\Rightarrow|q_2|^2+q_1^2-5/2q_1|q_2|=0$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر } q_1^2}(\frac{|q_2|}{q_1})^2+1-5/2\frac{|q_2|}{q_1}=0$$

به جای $\frac{|q_۲|}{q_۱}$ که خواسته سؤال است x قرار می‌دهیم:

$$x^۲+۱-۵/۲x=۰\Rightarrow(x-۵)(x-۰/۲)=۰\Rightarrow x=۵ \text{ یا } ۰/۲$$

چون مقدار $q_۲$ بزرگ‌تر از $q_۱$ است پس ۰/۲ غلط است.

B ۱۵۱۶ ۴

ابتدا بزرگی F را محاسبه می‌کنیم:

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}=k\frac{۲q_۱^۲}{r^۲} \quad (۱)$$

با توجه به اینکه قدرمطلق بار $q_۲$ را داشته و علامت آن مشخص نیست. پس دو حالت داریم:

حالت اول $q_۲=+۲q_۱$: در این حالت پس از تماس دو کره فلزی با هم بار کره‌های مشابه یکسان شده و بار هر یک از آن‌ها خواهد شد:

$$q_۱'=q_۲'=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=\frac{۳q_۱}{۲}$$

نیروی بین دو بار را در این حالت به‌دست می‌آوریم: (۲)

$$F'=k\frac{q_۱'q_۲'}{r^۲}\Rightarrow F'=k\frac{۹q_۱^۲}{۴r^۲}$$

با توجه به فرض مسئله:

$$F'=nF\Rightarrow k\frac{۹q_۱^۲}{۴r^۲}=nk(\frac{۲q_۱^۲}{r^۲})\Rightarrow n=\frac{۹}{۸}$$

حالت دوم $q_۲=-۲q_۱$: در این حالت پس از تماس دو کرهٔ فلزی باهم بار کره‌ها یکسان و بار هر یک خواهد شد:

$$q_۱'=q_۲'=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=\frac{-q_۱}{۲}$$

نیروی بین دو بار را حساب می‌کنیم:

$$F''=\frac{k\frac{q_۱}{۲}\times\frac{q_۱}{۲}}{r^۲}=\frac{۱}{۴}k\frac{q_۱^۲}{r^۲}$$

با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$F''=nF\Rightarrow\frac{۱}{۴}k\frac{q_۱^۲}{r^۲}=n(۲k\frac{q_۱^۲}{r^۲})\Rightarrow n=\frac{۱}{۸}$$

B ۱۵۱۷ ۲

حالت اول: قبل از تماس

با توجه به قانون کولن، نیروی بین دو بار در حالت اول برابر است با:

$$F=\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow ۰/۹=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۱||q_۲|}{(۰/۶)^۲}\Rightarrow q_۱q_۲=۳۶\times۱۰^{-۱۲} \quad (۱)$$

حالت دوم: بعد از تماس

نکته مهم در حل این مسئله این است که کره‌های مشابه فلزی دارای بار ناهمنام هستند و بار $q_۱$ مثبت و بار $q_۲$ منفی است و مقدار بار $q_۲$ از مقدار بار $q_۱$ بیشتر است و چون دو بار ناهمنام هستند باید برای یافتن مقدار بار کره‌ها پس از تماس تفاضل دو بار (جمع جبری دو بار) را حساب کرد. از این‌رو بار هر کره خواهد شد:

$$q_۱'=q_۲'=-\frac{|q_۲|-q_۱}{۲}$$

نیروی بین دو بار در این حالت برابر است با:

$$F'=k\frac{|q_۱'||q_۲'|}{r^۲}\Rightarrow ۱/۶=۹\times۱۰^۹\times\frac{(\frac{|q_۲|-q_۱}{۲})^۲}{(۰/۶)^۲}\Rightarrow |q_۲|-q_۱=۱۶\times۱۰^{-۶}$$

$$|q_۲|=q_۱+۱۶\times۱۰^{-۶} \quad (۲)$$

از رابطهٔ (۲) در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$q_۱(q_۱+۱۶\times۱۰^{-۶})=۳۶\times۱۰^{-۱۲}\Rightarrow q_۱^۲+۱۶\times۱۰^{-۶}q_۱-۳۶\times۱۰^{-۱۲}=۰$$

$$(q_۱-۲\times۱۰^{-۶})(q_۱+۱۸\times۱۰^{-۶})\Rightarrow\begin{cases}q_۱=۲\mu C\\ q_۱=-۱۸\mu C \text{ غ.ق.ق}\end{cases}$$

B ۱۵۱۸ ۱

بار کره‌ها را در حالت اول $q_۱$ و $q_۲$ در نظر می‌گیریم، بعد از تماس کره‌ها با هم، نیروی بین آن‌ها، در همان فاصله، کاهش یافته است، بنابراین کره‌ها بار ناهمنام داشته‌اند و پس از تماس اندازهٔ بار آن‌ها کاهش یافته است.

$$F_۱=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲},F_۲=\frac{k|q_۱'||q_۲'|}{r^۲},|q_۱'|=|q_۲'|=|q'|,\frac{q_۱+q_۲}{۲}=q'$$

$$F_۱=۲۷\times۱۰^{-۳}N\Rightarrow ۲۷\times۱۰^{-۳}=\frac{۹\times۱۰^۹\times|q_۱||q_۲|\times۱۰^{-۱۲}}{۴}$$

$$F_۲=۹\times۱۰^{-۳}N\Rightarrow ۹\times۱۰^{-۳}=\frac{۹\times۱۰^۹\times|q'|^۲\times۱۰^{-۱۲}}{۴}$$

$$\Rightarrow|q_۱||q_۲|=۱۲,|q'|=۲$$

بار کره‌ها ناهمنام است: $q_۱q_۲=-۱۲$

$$\frac{q_۱+q_۲}{۲}=|q'|=\pm۲\Rightarrow q_۱+q_۲=\pm۴$$

$$q_۱=۶\mu C,q_۲=-۲\mu C \text{ یا } q_۱=-۶\mu C,q_۲=+۲\mu C$$

به طور کلی از یکی از کره‌ها $۴\mu C$ بار به کرهٔ دیگر منتقل شده است.

$$q=ne\Rightarrow ۴\times۱۰^{-۶}=n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow n=\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۲/۵\times۱۰^{۱۳}$$

B ۱۵۱۹ ۲

خط فکری در حل این مسئله باید به چند نکته دقت کنید. در ابتدا باید بدانید که نیروی بین دو بار ربایشی (جاذبه) است یعنی دو بار ناهمنام هستند. دوم اینکه پس از تماس دو گلوله، بار هر یک از آن‌ها $+۳\mu C$ شده است و مجموع بار پس از تماس برابر $+۳+۳=+۶\mu C$ است، سوم آنکه در ابتدا بار مثبت از بار منفی بیشتر بوده که پس از تماس، بار نهایی کره‌ها مثبت شده است. حال به حل مسئله می‌پردازیم.

۱ نیروی بین دو بار قبل از تماس برابر است با:

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\xrightarrow[F=۴N]{r=۳۰cm}۴=۹\times۱۰^۹\frac{|q_۱||q_۲|}{(۳\times۱۰^{-۱})^۲}\Rightarrow|q_۱||q_۲|=۴\times۱۰^{-۱۱}$$

۲ با توجه به فرض مسئله و اصل پایستگی بار و با توجه به ناهمنام بودن دو بار می‌توان نوشت: $q_۱-q_۲=+۶\mu C$

۳ با توجه به اینکه مجموع دو بار برحسب میکروکولن به‌دست آمده، بار هر ذره را برحسب میکروکولن می‌گیریم. در این صورت اگر بار $q_۱$ و $q_۲$ برحسب میکروکولن باشد، ضرب این دو بار باید ضریب $۱۰^{-۶}\times۱۰^{-۶}=۱۰^{-۱۲}$ بدهد:

$$|q_۱||q_۲|=۴\times۱۰^{-۱۱}=۴۰\times۱۰^{-۱۲}$$

تنها گزینه‌ای که حاصل‌ضرب دو بار ۴۰ می‌شود گزینهٔ (۲) است.

یادداشت ریاضی در این سؤال اگر بخواهیم مسأله را تا انتها حل کنیم و از گزینه‌ها کمک نگیریم:

$$q_۱+q_۲=۶,q_۱q_۲=-۴۰\Rightarrow q_۱=\frac{-۴۰}{q_۲}$$

در معادلهٔ اول به جای $q_۱$، از $\frac{-۴۰}{q_۲}$ استفاده می‌کنیم:

$$-\frac{۴۰}{q_۲}+q_۲=۶\xrightarrow{\text{مخرج مشترک}}\frac{-۴۰+q_۲^۲}{q_۲}=۶$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}-۴۰+q_۲^۲=۶q_۲\Rightarrow q_۲^۲-۶q_۲-۴۰=۰$$

$$\Rightarrow(q_۲-۱۰)(q_۲+۴)=۰\Rightarrow q_۲=-۴\mu C \text{ یا } q_۲=+۱۰\mu C$$

اگر بار $q_۲$ مثبت باشد، $q_۲=+۱۰\mu C$ است و بار $q_۱$ منفی آن یعنی $-۴\mu C$ می‌شود و بالعکس.

A ۱۵۲۰ ۲

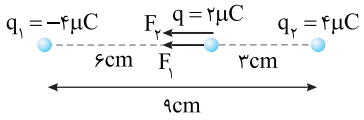
خط فکری در حل مسائل نیروی خالص قطعاً باید از اصل برهم‌نهی استفاده کرد که این اصل بیان می‌کند اگر چند بار الکتریکی بر یک بار نیرو وارد کند، شما باید نیروی هر بار را جداگانه حساب کنید سپس برایند نیروها را به‌دست آورید. البته حتماً جهت نیروها را باید روی شکل مشخص کنید تا بتوانید برایند را بررسی کنید.

۱ بار $q_۱$ و بار q ناهمنام هستند و یکدیگر را جذب می‌کنند. مقدار نیرو را با استفاده از قانون کولن به‌دست می‌آوریم. مقدار $k=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}$ است.

$$F_۱=k\frac{|q_۱||q|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow F_۱=۲۰N$$

۲ بار $q_۲$ با بار q همنام بوده و آن را دفع می‌کند (می‌راند).

$$F_۲=k\frac{|q_۲||q|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow F_۲=۸۰N$$



۳ این دو نیرو هم‌جهت هستند و برایند آن‌ها خواهد شد:

$$F_{net}=F_۱+F_۲=F_{net}=۲۰+۸۰=۱۰۰N$$

تنها می‌خواستیم بگوییم اگر یک کم دقت کنید برای به‌دست آوردن $F_۲$ کافی بود که بگویید چون فاصله نصف شده (۳cm نصفِ ۶cm) بنابراین نیرو ۴ برابر یعنی ۸۰N است و محاسبات آن را حذف کنید.

A ۱۵۲۱ **۴**

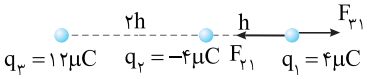
خط فکری نیروی خالص داده شده و فاصلهٔ h خواسته شده، شما باید تک‌تک نیروهای وارد بر $q_۱$ را برحسب h حساب کنید سپس نیروی خالص را به‌دست آورده و مساوی ۳۸/۴N قرار دهید.

۱ نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند ربایشی است چون دوبار ناهمنام هستند. این نیرو را به استفاده از قانون کولن حساب می‌کنیم:

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow F_{۲۱}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{h^۲}$$

$$\Rightarrow F_{۲۱}=\frac{۹\times۱۶\times۱۰^{-۳}}{h^۲}\Rightarrow F_{۲۱}=\frac{۱۴۴\times۱۰^{-۳}}{h^۲}$$

۲ نیرویی که بار $q_۳$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند رانشی (دافعه) است چون دو بار همنام هستند. این نیرو را به‌دست می‌آوریم.



$$F_{۳۱}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۲\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۳h)^۲}\Rightarrow F_{۳۱}=\frac{۴۸\times۱۰^{-۳}}{h^۲}$$

۳ دو نیرو خلاف جهت هم هستند و نیروی خالص خواهد شد:

$$F_{net}=F_{۲۱}-F_{۳۱}\xrightarrow{F_{net}=۳۸/۴N}۳۸/۴=\frac{۱۴۴\times۱۰^{-۳}}{h^۲}-\frac{۴۸\times۱۰^{-۳}}{h^۲}$$

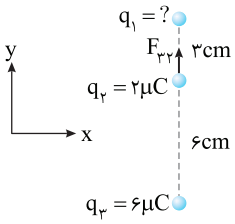
$$۳۸/۴=\frac{۹۶\times۱۰^{-۳}}{h^۲}\Rightarrow h^۲=\frac{۹۶\times۱۰^{-۳}}{۳۸/۴}\Rightarrow h^۲=۲/۵\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow h=۵\times۱۰^{-۲}m=۵cm$$

B ۱۵۲۲ **۱**

خط فکری فرقی نمی‌کند که سه بار روی یک خط افقی، مایل یا قائم باشند. داستان همان است باید نیروهایی که توسط بار $q_۱$ و $q_۳$ بر $q_۲$ وارد می‌شود را بررسی کنید، البته نیروی خالص $\vec{F}_۲=+۱۰\vec{j}$ است یعنی نیروی خالص در جهت مثبت محور yهاست پس شروع به حل مسئله می‌کنیم.

۱ ابتدا نیرویی که $q_۳$ بر $q_۲$ وارد می‌کند را به‌دست می‌آوریم زیرا مقدار $q_۲$ و $q_۳$ و فاصلهٔ آن‌ها مشخص است. این نیرو رانشی (دافعه) است و رو به بالا می‌باشد.



$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r^۲}$$

$$\Rightarrow F_{۳۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۶\times۱۰^{-۶}}{(۶\times۱۰^{-۲})^۲}$$

$$F_{۳۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۲\times۱۰^{-۱۲}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow F_{۳۲}=۳۰N$$

۲ نیروی خالص ۱۰N رو به بالا است بنابراین نیرویی که بار $q_۱$ بر $q_۲$ وارد می‌کند باید ۳۰−۱۰=۲۰N رو به پایین باشد.

۳ نیروی وارد بر $q_۲$ توسط $q_۱$ دافعه است بنابراین این دو بار همنام هستند یعنی بار $q_۱$ نیز مثبت است. اندازهٔ آن را از قانون کولن به‌دست می‌آوریم.

$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow ۲۰=۹\times۱۰^۹\times\frac{q_۱\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow q_۱=۱۰^{-۶}=۱\mu C$$

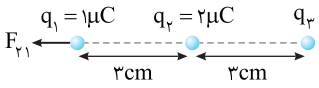
B ۱۵۲۳ **۱**

خط فکری دقت کردید طراح قصدی برای بیان جهت نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ ندارد و تنها بیان کرده مقدار این نیرو ۲۵N است به همین دلیل مسئله دو حالت دارد و در گزینه‌ها نیز دو عدد داده شده است بنابراین کاری که باید بکنید این است که یک‌بار نیروی خالص وارد بر $q_۱$ رو به چپ و بار دیگر رو به سمت راست در نظر بگیرید.

حالت اول: نیروی خالص وارد بر بار $q_۱$ به سمت راست

۱ اندازه و جهت نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند را معین می‌کنیم.

$$F_{۲۱}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow F_{۲۱}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow F_{۲۱}=۲۰N$$ به سمت چپ



۲ نیروی خالص وارد بر $q_۱$، ۲۵N و به سمت راست فرض شده بنابراین باید نیرویی که بار $q_۳$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند $۲۵+۲۰=۴۵N$ رو به راست باشد. یعنی بار $q_۳$ باید با بار $q_۱$ ناهمنام باشد و آن را جذب کند یعنی بار $q_۳$ منفی است و مقدار آن خواهد شد:

$$F_{۳۱}=k\frac{|q_۳||q_۱|}{r^۲}\Rightarrow ۴۵=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۳|\times۱\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow|q_۳|=۱۸۰\times۱۰^{-۷}\Rightarrow|q_۳|=۱۸\times۱۰^{-۶}C\Rightarrow|q_۳|=-۱۸\mu C$$

حالت دوم: نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ به سمت چپ

نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند را به‌دست آوردیم، این نیرو ۲۰N و به سمت چپ است. از طرفی نیروی خالص وارد بر $q_۱$، ۲۵N و رو به چپ است بنابراین باید نیرویی به سمت چپ و برابر $۲۵-۲۰=۵N$ توسط بار $q_۳$ بر $q_۱$ وارد شود. یعنی $q_۳$ باید $q_۱$ را با نیروی ۵N دفع کند بنابراین $q_۳$ باید مثبت باشد و مقدار آن خواهد شد:

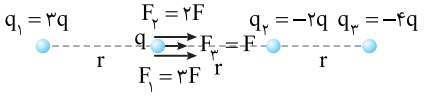
$$F_{۳۱}=k\frac{|q_۳||q_۱|}{r^۲}\Rightarrow ۵=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۳|\times۱\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow|q_۳|=۲\times۱۰^{-۶}C\Rightarrow q_۳=۲\mu C$$

B ۱۵۲۴ **۳**

خط فکری در حل این نوع مسائل باید قانون کولن را به خوبی در نظر بگیرید که در آن نیروی بین دوبار با حاصل‌ضرب دو بار نسبت مستقیم و با مربع فاصله دو بار نسبت وارون دارد یعنی اگر نیروی بین دو بار q در فاصله r برابر F است، اگر فاصله دو برابر شود، این نیرو $\frac{۱}{۴}F$ می‌شود و یا اگر یکی از بارها ۳ برابر شود این نیرو ۳ برابر می‌شود. این بهترین روش است.

نیرویی که دو بار q در فاصله r برهم وارد می‌کنند F است بنابراین نیرویی که بار $q_۱=+۳q$ در فاصلهٔ r بر q وارد می‌کند $۳F$ و به سمت راست است و نیرویی که بار $q_۲=-۲q$ در فاصلهٔ r بر q وارد می‌کند $۲F$ و به سمت راست است و نیرویی که بار $q_۳=-۴q$ بر بار q وارد می‌کند $۴F$ است اما چون فاصله دو برابر r شده است، از این‌رو نیرو $\frac{۱}{۴}$ برابر می‌شود و در نهایت نیرو $F_۳=F$ و رو به راست است و نیروی خالص خواهد شد:



$$F_{net}=F_۱+F_۲+F_۳=۳F+۲F+F=۶F$$

البته ممکن است شما این‌گونه حل کنید.

$$F=k\frac{qq}{r^2}\Rightarrow F=k\frac{q^2}{r^2}\ ,\ F_1=k\frac{|q_1|q}{r^2}=k\frac{3qq}{r^2}=3k\frac{q^2}{r^2}\Rightarrow F_1=3F$$

$$F_2=k\frac{|q_2|q}{r^2}=k\frac{2qq}{r^2}=2k\frac{q^2}{r^2}\Rightarrow F_2=2F$$

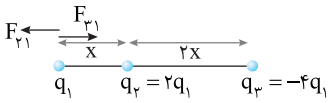
$$F_3=k\frac{|q_3|q}{r_3^2}=k\frac{4qq}{(2r)^2}=k\frac{q^2}{r^2}\Rightarrow F_3=F$$

اکنون با توجه به اینکه نیروها هم‌جهت هستند، آن‌ها را باهم جمع کنید.

$$F_{net}=3F+2F+F=6F$$

B ۳ ۱۵۲۵

۱ نیروهای وارد بر q_1 را حساب می‌کنیم. بار q_2 و q_1 همنام بوده و یکدیگر را دفع می‌کنند و بارهای q_3 و q_1 ناهمنام بوده و یکدیگر را جذب می‌کنند. به کمک قانون کولن نیروها را به‌دست می‌آوریم.



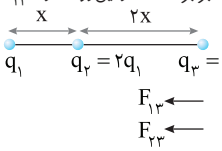
$$F_{21}=k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=k\frac{2q_1^2}{x^2}$$

$$F_{31}=k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=k\frac{4q_1^2}{9x^2}$$

۲ دو نیرو خلاف جهت هم‌اند و اندازهٔ نیروی خالص وارد بر q_1 برابر تفاضل F_{21} و F_{31} است:

$$F_1=F_{21}-F_{31}=2k\frac{q_1^2}{x^2}-\frac{4}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}=\frac{14}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}$$

۳ نیروهای وارد بر q_3 را حساب می‌کنیم. بنا به قانون سوم نیوتن نیرویی که q_3 به q_1 وارد می‌کند با نیرویی که q_1 به q_3 وارد کرده برابر است. از این‌رو اندازهٔ F_{13} نیز برابر $\frac{4}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}$ است:



$$F_{23}=k\times\frac{2q_1\times 4q_1}{4x^2}=2k\frac{q_1^2}{x^2}$$

۴ دو نیرو هم‌جهت‌اند:

$$F_3=F_{23}+F_{13}=2k\frac{q_1^2}{x^2}+\frac{4}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}=\frac{22}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}$$

۵ حال نسبت F_1 به F_3 را حساب می‌کنیم:

$$\frac{F_1}{F_3}=\frac{\frac{14}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}}{\frac{22}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}}=\frac{14}{22}=\frac{7}{11}$$

روش دیگر:

در حل این نوع مسائل می‌توانید نیرویی که دو بار الکتریکی یکسان q_1 در فاصلهٔ x بر هم وارد می‌کنند را F فرض کنیم و با توجه به قانون کولن $F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$، نیروهای دیگر را بر حسب F به‌دست آوریم.

۶ نیرویی که بار $q_2=2q_1$ بر بار q_1 در فاصلهٔ x وارد می‌کند برابر $F_{21}=2F$ و نیرویی که بار $q_3=4q_1$ در فاصلهٔ 3x وارد می‌کند برابر $F_{31}=\frac{4F}{9}$ و نیروی خالص وارد بر q_1 خواهد شد:

$$F_1=2F-\frac{4}{9}F\Rightarrow F_1=\frac{18F-4F}{9}\Rightarrow F_1=\frac{14}{9}F$$

۷ نیرویی که بار q_1 بر بار q_3 وارد می‌کند بنا به قانون سوم نیوتن هم‌اندازهٔ نیرویی است که بار q_3 به بار q_1 وارد می‌کند.

$$F_{13}=\frac{4}{9}F$$

۸ نیرویی که بار $q_2=2q_1$ بر بار $q_3=4q_1$ در فاصلهٔ 2x وارد می‌کند $F_{23}=2F$ و نیروی خالص وارد بر F_3 خواهد شد:

$$F_3=F+\frac{4}{9}F=\frac{13}{9}F$$

۹ نسبت F_1/F_3 خواهد شد:

$$\frac{F_1}{F_3}=\frac{\frac{7}{9}F}{\frac{11}{9}F}=\frac{7}{11}$$

B ۲ ۱۵۲۶

خط فکری هرگاه مسئله در دو حالت مختلف به ما اطلاعات بدهد، در هر حالت مسئله را حل می‌کنیم و سپس با هم مقایسه می‌کنیم.

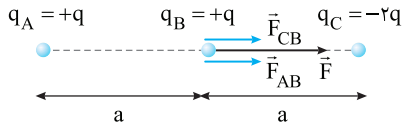
حالت اول: بارهای A و B مثبت‌اند و یکدیگر را دفع می‌کنند و بارهای B و C ناهمنام‌اند و یکدیگر را جذب می‌کنند. بنابراین نیروهای F_{AB} و F_{CB} هم‌جهت با یکدیگرند و $F=F_{AB}+F_{CB}$ است.

$$F=F_{AB}+F_{CB}\Rightarrow F=k\frac{|q_A||q_B|}{a^2}+k\frac{|q_B||q_C|}{a^2}$$

$$=k\frac{q^2}{a^2}+k\frac{2q^2}{a^2}=3k\frac{q^2}{a^2}$$

اندازه $\vec{F}$ جهت

بردار برایند نیز به سمت راست است



حالت دوم: بارهای A و B هم‌نام‌اند و یکدیگر را دفع می‌کنند، همچنین بارهای C و B نیز در حالت دوم هم‌نام‌اند و یکدیگر را دفع می‌کنند بنابراین F'_{AB} و F'_{CB} خلاف جهت هم‌اند و برایند نیروهای وارد بر بار B در حالت دوم برابر است با:

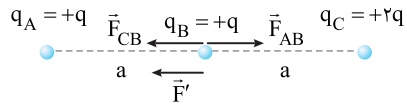
$$F'=|F'_{CB}-F'_{AB}|\Rightarrow F'=k\frac{2q^2}{a^2}-\frac{kq^2}{a^2}=k\frac{q^2}{a^2}$$

اندازه $\vec{F}'$ جهت

چون اندازهٔ نیروی F'_{CB} بزرگ‌تر است برایند نیروها در جهت $\vec{F}'_{CB}$ و به سمت چپ خواهد بود

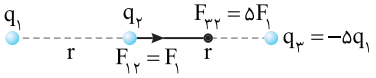
همان‌طور که به‌دست آوردیم اندازه $\vec{F}'$، $\frac{1}{3}$ اندازهٔ $\vec{F}$ و خلاف جهت آن است از این‌رو:

$$\vec{F}'=-\frac{1}{3}\vec{F}$$



B ۲ ۱۵۲۷

برای حل این مسئله نیرویی که بار q_1 بر q_2 وارد می‌کند را برابر F_1 در نظر می‌گیریم. در این صورت نیروی وارد بر q_2 توسط $q_3=5q_1$ ۵ برابر F_1 می‌شود.



$(F_3=5F_1)$ زیرا فاصلهٔ q_3 و q_1 تا q_2 برابر است اما بار q_3، ۵ برابر q_1 است.

با توجه به فرض مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 برابر F است یعنی می‌توان نوشت:

$$F=F_1+5F_1\Rightarrow F=6F_1\ (I)$$

نیروی بین دو بار الکتریکی با توجه به قانون کولن $(F=kq_1q_2/r^2)$ با فاصله دو بار نسبت وارون دارد، یعنی وقتی فاصله q_3 تا q_2، $\frac{4r}{5}$ کم شده و برابر $r-\frac{4r}{5}=\frac{r}{5}$ می‌شود، نیروی آن ۲۵ $(F'_3=25F_3)$ برابر می‌شود. در این حالت نیروی خالص وارد بر q_2 خواهد شد:

$$F'=F_1+25F_3\xrightarrow{F_3=5F_1}F'=F_1+125F_1=126F_1\qquad(II)$$

با توجه به رابطهٔ I و II خواهیم داشت:

$$\frac{F'}{F}=\frac{126F_1}{6F_1}=21$$

C **۱۵۲۸** **۱**

با حذف بار q_3، نیروی خالص وارد بر بار q_1 تنها نیرویی است که بار q_2 بر آن وارد می‌کند. یعنی:

$$\vec{F}_{21}=-2\vec{i}$$

نیروی خالص وارد بر بار q_1 برابر $\vec{F}_{net}=8\vec{i}$ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{net}=\vec{F}_{21}+\vec{F}_{31}\Rightarrow 8\vec{i}=-2\vec{i}+\vec{F}_{31}\Rightarrow\vec{F}_{31}=10\vec{i}$$

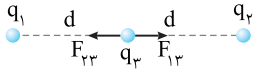
نیرویی که q_2 بر q_1 وارد می‌کند در خلاف جهت محور xها است بنابراین q_2، q_1 را جذب می‌کند و q_2 و q_1 ناهمنام هستند اما نیرویی که q_3 بر q_1 وارد می‌کند در جهت مثبت محور xها است یعنی q_3، q_1 را دفع می‌کند (می‌راند) بنابراین q_3 و q_1 همنام هستند. در نتیجه q_2 و q_3 ناهمنام بوده و نسبت $\frac{q_2}{q_3}$ منفی است. این نسبت را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases}F_{21}=k\dfrac{|q_2||q_1|}{r^2}\Rightarrow 2=k\dfrac{|q_2|\times q_1}{r^2}\\ F_{31}=k\dfrac{|q_3||q_1|}{(2r)^2}\Rightarrow 10=k\dfrac{|q_3|q_1}{4r^2}\end{cases}\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را برهم}}\frac{1}{5}=\frac{4|q_2|}{|q_3|}\Rightarrow\frac{q_2}{q_3}=-\frac{1}{20}$$

B **۱۵۲۹** **۳**

خط فکری از ابتدا بگوییم که باید با حوصله این مسئله را حل کنید. ابتدا باید نیروهای وارد بر q_3 توسط q_1 و q_2 را حساب کنید و نیروی خالص را به‌دست بیاورید سپس تغییرات گفته شده در مسئله را در نظر گرفته و در حالت دوم نیروی خالص را به‌دست آورد و با حالت اول مقایسه کنید.

۱ حالت اول: نیروی وارد بر بار q_3 توسط q_1 و q_2 را حساب می‌کنیم و نیروی خالص را به‌دست می‌آوریم.



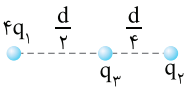
$$\begin{cases}F_{13}=k\dfrac{|q_1||q_3|}{d^2}\\ F_{23}=k\dfrac{|q_2||q_3|}{d^2}\end{cases}\xrightarrow{F_{net}=|F_{13}-F_{23}|}F_{net}=\frac{kq_3}{d^2}|q_1-q_2|\qquad(1)$$

۲ حالت دوم: بار q_1 چهار برابر و فاصلهٔ آن نصف شده و نیروی q_1 وارد بر q_3 خواهد شد:

$$F'_{13}=k\frac{|4q_1||q_3|}{(\frac{d}{2})^2}\Rightarrow F'_{13}=16k\frac{|q_1||q_3|}{d^2}$$

فاصلهٔ q_2 تا q_3 ۷۵٪ کاهش یافته یعنی:

$$d'_2=d-\frac{75}{100}d=d-\frac{3}{4}d\Rightarrow d'=\frac{1}{4}d$$



نیروی وارد بر بار q_3 توسط بار q_2 برابر است با:

$$F'_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{(\frac{d}{4})^2}\Rightarrow F'_{23}=16k\frac{|q_2||q_3|}{d^2}$$

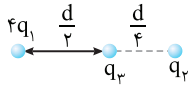
نیروی خالص وارد بر q_3 برابر است با:

$$F'_{net}=|F'_{13}-F'_{23}|=16\frac{k|q_3|}{d^2}|q_1-q_2|\qquad(2)$$

با مقایسه رابطهٔ (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{F'_{net}}{F_{net}}=16$$

میانبر در حالت اول $F_{net}=|F_{13}-F_{23}|$ و در حالت دوم با توجه به قانون کولن وقتی بار q_1، ۴ برابر می‌شود نیروی q_1 نیز ۴ برابر می‌شود از طرفی فاصله نصف شده بنابراین مجدداً نیروی q_1، ۴ برابر می‌شود یعنی $F'_{13}=4\times 4=16F_{13}$.



فاصلهٔ q_2 با بار q_3، ۷۵٪ کم شده یعنی فاصلهٔ بار q_2 از بار q_3، $\frac{1}{4}$ حالت اول و نیروی آن ۱۶ برابر شده است (نیرو با مربع فاصله نسبت وارون دارد.) $F'_{23}=16F_{23}$

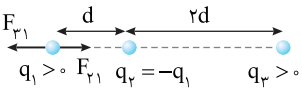
نیروی خالص جدید خواهد شد:

$$F'_{net}=|F'_{13}-F'_{23}|=|16F_{13}-16F_{23}|=16|F_{13}-F_{23}|\Rightarrow F'_{net}=16F_{net}$$

C **۱۵۳۰** **۴**

خط فکری مسیر مشخص است باید برایند نیروهای وارد بر q_1 و q_2 را حساب کنید و نیروها را برابر قرار دهید. اما محاسبات طولانی و با دقت در انتظار شما است.

۱ بررسی نیروی وارد بر q_1: بار q_2، بار q_1 را می‌رباید اما با q_3، بار q_1 را می‌راند. نیروی وارد بر بار q_1 از طرف بار q_2 برابر است با:



$$F_{21}=k\frac{|q_2||q_1|}{r^2}\xrightarrow{q_2=-q_1}F_{21}=k\frac{q_1^2}{d^2}$$

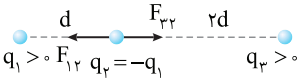
نیروی وارد بر بار q_1 از طرف بار q_3 برابر است با:

$$F_{31}=\frac{k|q_3||q_1|}{r^2}\xrightarrow{r=3d}F_{31}=k\frac{|q_3||q_1|}{9d^2}$$

نیروی خالص وارد بر بار q_1 برابر خواهد شد با:

$$F_1=|F_{21}-F_{31}|=k\frac{q_1^2}{d^2}-k\frac{|q_3||q_1|}{9d^2}=\frac{kq_1}{d^2}|q_1-\frac{1}{9}q_3|$$

۲ بررسی نیروی وارد بر q_2:



نیرویی که q_1 بر q_2 وارد می‌کند همان نیروی q_2 بر q_1 است. $F_{12}=k\frac{q_1^2}{d^2}$

نیرویی که q_3 بر q_2 وارد می‌کند را حساب می‌کنیم.

$$F_{32}=k\frac{|q_2||q_3|}{(2d)^2}\xrightarrow{q_2=-q_1}F_{32}=\frac{1}{4}k\frac{q_1q_3}{d^2}$$

نیروی خالص وارد بر بار q_2 برابر است با:

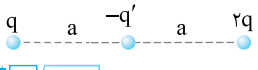
$$F_2=|F_{12}-F_{32}|=|\frac{kq_1^2}{d^2}-\frac{1}{4}k\frac{q_1q_3}{d^2}|=\frac{kq_1}{d^2}(q_1-\frac{1}{4}q_3)$$

حال دو نیرو را برابر قرار می‌دهیم. $F_1=F_2\Rightarrow\frac{kq_1}{d^2}|q_1-\frac{1}{9}q_3|=\frac{kq_1}{d^2}|q_1-\frac{1}{4}q_3|$

$$|q_1-\frac{q_3}{9}|=|q_1-\frac{q_3}{4}|\Rightarrow\begin{cases}q_1-\frac{q_3}{9}=q_1-\frac{q_3}{4}\quad\text{غ‌ق‌ق}\\ q_1-\frac{q_3}{9}=-(q_1-\frac{q_3}{4})\Rightarrow 2q_1=\frac{q_3}{4}+\frac{q_3}{9}\end{cases}$$

$$2q_1=\frac{9q_3+4q_3}{36}\Rightarrow 2q_1=\frac{13q_3}{36}\Rightarrow\frac{q_3}{q_1}=\frac{2\times 36}{13}=\frac{72}{13}$$

بازی با سؤال **درشکل‌زیر $\frac{q'}{q}$ برابر چند باشد تا اندازه نیروی خالص وارد بر بار q و $-q'$ باهم برابر باشد؟**



گزینهٔ ٤

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

B **۱۵۳۱** **۳**

بار q_3 دو نیروی F_{13} و F_{23} به ترتیب از طرف دو بار q_1 و q_2 وارد می‌شود. این دو نیرو اگر هم‌جهت باشند برایند آن‌ها از جمع دو بردار به‌دست می‌آید $(F_3=F_{13}+F_{23})$ یعنی نیروی خالص وارد بر بار q_3 از هر یک از دو نیروی F_{13} و F_{23} بزرگ‌تر است. در حالی که در صورت مسئله بیان شده که نیروی برایند وارد بر q_3 با نیرویی که q_1 بر q_3 وارد می‌کند برابر است $(F_3=F_{13})$، بنابراین دو نیروی F_{13} و F_{23} هم‌جهت نیستند و در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها از تفاضل‌شان به‌دست می‌آید.

$$F_3=|F_{13}-F_{23}|$$

از طرفی خلاف جهت هم بودن دو نیروی $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ بیان می‌کند که یکی از دوبار $q_۱$ و $q_۲$ بار $q_۳$ را دفع می‌کند و دیگری آن را جذب می‌کند؛ بنابراین بارهای $q_۱$ و $q_۲$ باید ناهمنام باشند، پس $q_۲$ قطعاً دارای بار منفی است. اکنون مقدار بار $q_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$F_T=|F_{۲۳}-F_{۱۳}| \xrightarrow{F_T=F_{۱۳}\text{ فرض مسئله}} F_{۱۳}=|F_{۲۳}-F_{۱۳}|$$

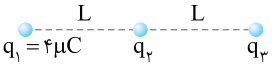
$$F_{۱۳}=F_{۲۳}-F_{۱۳}\Rightarrow F_{۲۳}=۲F_{۱۳} \quad (I)$$

$$-F_{۱۳}=F_{۲۳}-F_{۱۳}\Rightarrow F_{۲۳}=۰$$ غیر قابل قبول

از قانون کولن در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم:

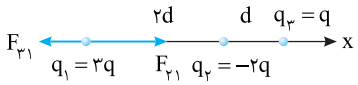
$$F_{۲۳}=۲F_{۱۳}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲}=۲k\frac{|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^۲}\Rightarrow\frac{|q_۲|}{L^۲}=۲\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۴L^۲}$$

$$\Rightarrow|q_۲|=۲\times۱۰^{-۶}C\Rightarrow q_۲=-۲\mu C$$



۳ ۱۵۳۲ B

۱ نیروی وارد بر بار $q_۱=۳q$ از طرف دو بار دیگر را رسم کرده و مقدار نیروها را به دست می‌آوریم.



$q_۳$ بار $q_۱$ را می‌راند.

$$F_{۳۱}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(۳d)^۲}\Rightarrow F_{۳۱}=k\frac{۳q\times q}{۹d^۲}=k\frac{q^۲}{۳d^۲}$$

$q_۲$ بار $q_۱$ را می‌رباید.

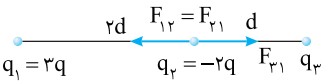
$$F_{۲۱}=k\frac{|q_۲||q_۱|}{(۲d)^۲}\Rightarrow F_{۲۱}=k\frac{۲q\times۳q}{(۲d)^۲}\Rightarrow F_{۲۱}=\frac{۳}{۲}k\frac{q^۲}{d^۲}$$

۲ نیروهای $F_{۲۱}$ و $F_{۳۱}$ در خلاف جهت هم بوده اندازهٔ برایند آن‌ها از تفاضل آن‌ها به دست می‌آید و بنا به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$F=F_{۲۱}-F_{۳۱}\Rightarrow F=\frac{۳}{۲}k\frac{q^۲}{d^۲}-k\frac{q^۲}{۳d^۲}\Rightarrow F=\frac{۹-۲}{۶}k\frac{q^۲}{d^۲}\Rightarrow F=\frac{۷}{۶}k\frac{q^۲}{d^۲}$$

این نیرو در جهت مثبت محور xهاست.

۳ نیروهای وارد بر بار $q_۲=-۲q$ را رسم کرده، اندازهٔ آن‌ها را به دست آورید. سپس برایند آن‌ها را حساب کنید.



نیرویی که $q_۱$ بر $q_۲$ وارد می‌کند با نیرویی که $q_۲$ بر $q_۱$ وارد می‌کند برابر است.

$$F_{۱۲}=F_{۲۱}=\frac{۳}{۲}k\frac{q^۲}{d^۲}$$

نیرویی که $q_۳$ بر $q_۲$ وارد می‌کند خواهد داشت:

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{d^۲}\Rightarrow F_{۳۲}=k\frac{۲q\times q}{d^۲}=۲k\frac{q^۲}{d^۲}$$

۴ برایند نیروهای وارد بر بار $q_۲$ را به دست می‌آوریم.

$$F'=F_{۳۲}-F_{۱۲}=۲\frac{kq^۲}{d^۲}-\frac{۳}{۲}k\frac{q^۲}{d^۲}\Rightarrow F'=\frac{۱}{۲}k\frac{q^۲}{d^۲}$$

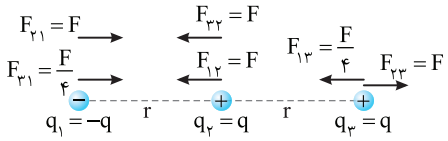
این نیرو در جهت مثبت محور xهاست.

۵ اکنون F' را بر F تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{F'}{F}=\frac{\frac{۱}{۲}k\frac{q^۲}{d^۲}}{\frac{۷}{۶}k\frac{q^۲}{d^۲}}=\frac{۳}{۷}\Rightarrow F'=\frac{۳}{۷}F$$

۴ ۱۵۳۳ B

خط فکری بارها را نامگذاری کنید و بردارهای نیرویی که بر هر بار توسط دو بار دیگر وارد می‌شود را رسم کنید تا بتوانید مشخص کنید بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین نیروی خالص بر کدام بارها وارد می‌شود. اگر نیروی بین دو بار q به فاصلهٔ r را برابر F بگیریم نیروی بین دو بار $-q$ و $+q$ که در فاصلهٔ $۲r$ از هم قرار دارند برابر $\frac{F}{۴}$ می‌شود. با توجه به این نکات مسئله قابل حل است.



۱ نیروهای وارد بر $q_۲=q$ که در وسط دو بار دیگر است هم‌جهت بوده و نیروی خالص وارد بر $q_۲$ برابر است با:

$$F_۲=F+F=۲F$$

۲ اندازهٔ نیروی خالص وارد بر $q_۱$ خواهد شد:

$$F_۱=F+\frac{F}{۴}=۵\frac{F}{۴}$$

۳ نیروهای وارد بر بار $q_۳$ در خلاف جهت هم بوده و اندازهٔ نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ خواهد شد:

$$F_۳=F-\frac{F}{۴}=\frac{۳}{۴}F$$

۴ بنابراین بزرگ‌ترین نیرو $۲F$ و کوچک‌ترین نیرو $\frac{۳}{۴}F$ است از این رو: $\frac{۲F}{\frac{۳F}{۴}}=\frac{۸}{۳}$

۲ ۱۵۳۴ A

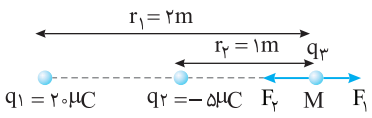
اگر دو بار همنام داشته باشیم، بار سوم باید بین دو بار و نزدیک به بار با مقدار کوچک‌تر قرار گیرد تا برایند نیروهای وارد بر آن صفر شود. دو بار $-q$ و $-۲q$ همنام هستند پس باید بار q' بین دو بار و نزدیک به بار $-q$ که مقدار بار کمتری دارد، قرار گیرد.

۴ ۱۵۳۵ A

با توجه به اینکه یکی از دو بار $q_۱$ و $q_۲$، مثبت و دیگری منفی است، یکی از دو بار، $q_۳$ را می‌رباید و دیگری آن را می‌راند. اگر این دو نیرو برابر هم باشند، برایند نیروهای وارد بر بار $q_۳$ صفر خواهد شد.

$$F_۱=F_۲\Rightarrow\frac{kq_۱|q_۳|}{r_۱^۲}=\frac{kq_۲|q_۳|}{r_۲^۲}\Rightarrow\frac{q_۱}{r_۱^۲}=\frac{q_۲}{r_۲^۲}\Rightarrow\frac{۲۰}{۴}=\frac{۵}{۱}\Rightarrow۵=۵$$

این تساوی نشان می‌دهد که $q_۳$ هر مقداری که داشته باشد $F_۲$ و $F_۱$ با هم برابر هستند. از ابتدا کاملاً مشخص است که $q_۱$، ۴ برابر $q_۲$ و فاصلهٔ $q_۱$ از M، دو برابر فاصلهٔ $q_۲$ از M است. پس نیرویی که از طرف دو بار، بر بار واقع در نقطهٔ M وارد می‌شود، برابر است.



۴ ۱۵۳۶ B

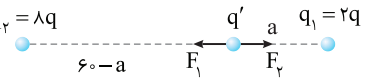
یادآوری در حالت تعادل بودن جسم یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

با توجه به اینکه قدرمطلق دو بار داده شده است پس دو حالت داریم یا دو بار $q_۱$ و $q_۲$ همنام هستند یا دو بار $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام هستند.

حالت اول: اگر بارهای $q_۱$ و $q_۲$ همنام باشند، بار q' باید بین دو بار $q_۱$ و $q_۲$ و نزدیک به بار $q_۱$ (بار کوچک‌تر) قرار گیرد تا نیرویی که $q_۱$ و $q_۲$ بر q' وارد می‌کنند در خلاف جهت هم و برابر باشند و نیروی خالص وارد بر q' صفر شود.

$$F_۲=F_۱\Rightarrow k\frac{q_۲q'}{(۶۰-a)^۲}=k\frac{q_۱q'}{a^۲}\Rightarrow\frac{a^۲}{(۶۰-a)^۲}=\frac{q_۱}{q_۲}=\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow\frac{a}{۶۰-a}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow۲a=۶۰-a\Rightarrow a=۲۰cm$$



که فاصله بار q' از بار $q_۲$، $۶۰-۲۰=۴۰cm$ می‌شود.

حالت دوم: اگر بارهای q_1 و q_2 ناهمنام باشند بار q' باید خارج از دو بار و نزدیک به بار q_1 (بار کوچک‌تر) قرار گیرد تا نیروهایی که q_1 و q_2 بر q' وارد می‌کنند خلاف جهت هم بوده و نیروی خالص وارد بر q' صفر شود.

$$F_1=F_2$$

$$\Rightarrow k\frac{q_1q'}{a^2}=k\frac{q_2q'}{(60+a)^2}\Rightarrow\frac{(60+a)^2}{a^2}=\frac{q_2}{q_1}=4\Rightarrow\frac{60+a}{a}=2\Rightarrow a=60cm$$

$q_2=8q$ $\quad$ $q_1=-2q$ $\quad$ a $\quad$ q'

60cm $\quad$ F_1 $\quad$ F_2

که فاصلهٔ q' از بار q_2، $60+60=120cm$ می‌شود.

B ۱۵۳۷ ۲

خط فکری با برابر قرار دادن نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3، فاصله بار q_3 از بارهای q_1 و q_2 محاسبه می‌شود. برایند نیروهای وارد بر بار q_2 را از طرف بارهای q_1 و q_3 به‌دست می‌آوریم. به این منظور مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

۱ دو بار ناهمنام هستند، بنابراین بار q_3 باید در خارج خط واصل دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر قرار گیرد. برای آنکه نیروی وارد بر q_3 صفر شود باید دو نیروی F_{13} و F_{23} هم‌اندازه باشند.

x $\quad$ 30cm

F_{13} $\quad$ q_3 $\quad$ F_{23} $\quad$ $q_2=-5\mu C$ $\quad$ $q_1=20\mu C$

$$F_{13}=F_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{x^2}=k\frac{|q_1||q_3|}{(30+x)^2}\Rightarrow\frac{+5}{x^2}=\frac{20}{(30+x)^2}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{x^2}=\frac{4}{(30+x)^2}\Rightarrow 2x=30+x\Rightarrow x=30cm$$

۲ نیرویی که بارهای q_1 و q_2 بر هم وارد می‌کنند برابر است با:

$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=9\times10^9\times\frac{5\times10^{-6}\times20\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}\Rightarrow F_{12}=10N$$

این نیرو جاذبه است و بر q_2 به سمت راست وارد می‌شود.

۳ نیرویی که بار q_3 بر q_2 وارد می‌کند نیز جاذبه بوده و به سمت چپ است و مقدار آن برابر است با: $F_{32}=k\frac{|q_3||q_2|}{r_{23}^2}=9\times10^9\times\frac{15\times10^{-6}\times5\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}=7/5N$

۴ نیروی خالص وارد بر q_2 خواهد شد: $F_2=F_{12}-F_{32}=10-7/5=2/5N$

30cm $\quad$ F_{32} $\quad$ F_{12} $\quad$ 30cm $\quad$ $q_1=20\mu C$

$q_3=15\mu C$ $\quad$ $q_2=-5\mu C$

میانبر اگر فاصلهٔ بار q_1 و q_2 از بار q_3 را به ترتیب r_1 و r_2 فرض کنیم و برایند نیروهای وارد بر q_3 صفر شود، نسبت دو بار با نسبت فاصله‌ها رابطه مستقیم و مجذوری خواهد داشت:

$$\frac{|q_1|}{|q_2|}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\Rightarrow\frac{20}{5}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\Rightarrow 2=\frac{r_1}{r_2}\xrightarrow{r_1-r_2=30cm}$$

$r_1=60cm$, $r_2=30cm$

r_1

r_2 $\quad$ 30cm

q_3 $\quad$ q_2 $\quad$ q_1

B ۱۵۳۸ ۳

برای آن که نیروی خالص وارد بر بار q_3 صفر شود، باید نیرویی که بارهای q_1 و q_2 بر q_3 وارد می‌کنند هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشد. از این رو بارهای q_2 و q_1 ناهمنام هستند.

$$F_{23}=F_{13}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_3|}{(1)^2}=k\frac{|q_1||q_3|}{(5)^2}$$

$$\frac{|q_2|}{1}=\frac{50}{25}\Rightarrow|q_2|=2\mu C\Rightarrow q_2=-2\mu C$$

B ۱۵۳۹ ۲

خط فکری در حال تعادل بودن یک جسم یعنی نیروی خالص وارد بر آن صفر است. در گزاره‌ها از شما خواسته شده که دربارهٔ نوع بار و بزرگی و کوچکی آن اظهارنظر کنید، بنابراین شما باید نیروهای وارد بر هر بار توسط دو بار دیگر را بنویسید و به کمک آن نوع بار و مقایسه بزرگی آن‌ها را انجام دهید.

۱ بررسی نیروهای وارد بر بار q_1: برای آنکه نیروی خالص وارد بر بار q_1 صفر شود، باید نیروهایی که بار q_2 و q_3 بر بار q_1 وارد می‌کنند در خلاف جهت هم باشد. یعنی اگر q_1، q_2 را برانند، q_3 آن را جذب کند. بنابراین دو بار q_2 و q_3 ناهمنام هستند و گزارهٔ (الف) نادرست است. از طرفی چون فاصلهٔ q_3 تا q_1 از فاصلهٔ q_2 تا q_1 بیشتر است باید $|q_3|>|q_2|$ باشد تا اندازه نیروهایی که آن‌ها بر q_1 وارد می‌کنند برابر شود.

q_1 $\quad$ q_2 $\quad$ q_3

r_1 $\quad$ r_2

۲ بررسی نیروهای وارد بر q_2: در این حالت نیز باید نیرویی که بار q_3 بر q_2 و بار q_1 بر q_2 وارد می‌کنند در خلاف جهت هم و یکسان باشد و فاصلهٔ q_3 تا q_2 از فاصلهٔ q_1 تا q_2 بیشتر است، بنابراین باید $|q_3|>|q_2|$ باشد. در نتیجه اندازهٔ بار q_3 از هر دو بار بیشتر و گزارهٔ (پ) درست است.

F_{32} $\quad$ F_{12}

q_1 $\quad$ q_2 $\quad$ q_3

نیرویی که q_3 بر q_2 وارد می‌کند در خلاف جهت نیرویی است که q_1 بر q_2 وارد می‌کند، بنابراین اگر q_3، q_2 را دفع کند باید q_1 نیز q_2 را دفع کند در این صورت باید بار q_1 و q_2 همنام باشند و از آنجایی که q_3 با q_2 ناهمنام است پس q_1 و q_3 ناهمنام‌اند و گزارهٔ (ب) نادرست است.

میانبر ۱ هرگاه دو بار الکتریکی q_1 و q_2 بر بار q_3 که بین آن‌ها روی خط وصل کننده q_1 و q_2 قرار دارد نیروهایی در خلاف جهت هم وارد کنند q_1 و q_2 همنام هستند و اگر نیروهای وارد بر q_3 توسط بار q_1 و q_2 هم‌جهت باشند، دوبار ناهمنام هستند.

q_1 $\quad$ q_3 $\quad$ q_2

میانبر ۲ اگر بار q_3 در امتداد خط بین دو بار q_1 و q_2 باشد و نیروهایی که q_1 و q_2 بر q_3 وارد می‌کنند هم‌جهت باشد q_1 و q_2 همنام و اگر نیروها خلاف جهت هم باشند q_1 و q_2 ناهمنام هستند.

q_1 $\quad$ q_2 $\quad$ q_3

B ۱۵۴۰ ۴

نیروی خالص وارد بر هر بار صفر است. بنابراین نیروی خالص وارد بر q_3 صفر است.

F_{13}

d $\quad$ F_{23}

q_1 $\quad$ q_2 $\quad$ 2d $\quad$ q_3

$$F_{13}=F_{23}\Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{(3d)^2}=k\frac{|q_2||q_3|}{(2d)^2}=\frac{|q_2|}{|q_1|}=\frac{4}{9}$$

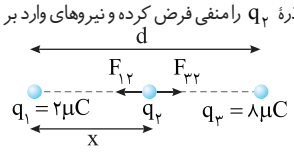
نیروهایی که q_1 و q_2 بر q_3 وارد می‌کنند در خلاف جهت هم‌اند، در نتیجه q_1 و q_2 ناهمنام هستند.

$$\frac{q_2}{q_1}=-\frac{4}{9}$$

B ۱۵۴۱ ۳

خط فکری سه بار نقطه‌ای داده شده که نیروی خالص وارد بر هر بار صفر است معمولاً در این نوع مسائل، یکی از بارها یا فاصلهٔ بین بارها مجهول است در این مسئله شما ابتدا می‌توانید با نیروهای وارد بر بار q_2 توسط دو بار دیگر، رابطه‌ای بین x و d پیدا کنید و بعد از آن در گام بعدی نیروهای وارد بر این ذره باید هم‌اندازه و خلاف جهت برای یافتن مقدار بار q_2 نیروهای وارد بر یکی از دو بار q_1 و یا q_3 را به دست آورده باهم برابر قرار دهید تا بار q_2 به‌دست آید.

۱ نیروی خالص وارد بر بار q_2 صفر است از این‌رو نیروهای وارد بر این ذره باید هم‌اندازه و خلاف جهت یکدیگر باشند. به‌طور مثال بار ذرهٔ q_2 را منفی فرض کرده و نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم. (البته می‌توانید این ذره را مثبت نیز بگیرید و ببینید بار q_2 در حل مسئله تأثیر ندارد)

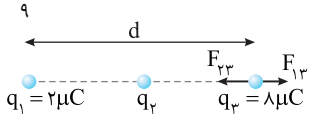


$$F_{12}=F_{32}\Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{x^2}=k\frac{|q_3||q_2|}{(d-x)^2}\Rightarrow\frac{2}{x^2}=\frac{8}{(d-x)^2}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{2}{d-x}\Rightarrow x=\frac{d}{3}$$

۲ برایند نیروهای وارد بر بار q_3 صفر است. در این صورت باید بار q_2 منفی باشد که بار q_3 را به سوی خود بکشد و نیروی دافعه q_1 بر q_3 را خنثی کند. اکنون نیروی خالص وارد بر بار q_3 را برابر صفر قرار می‌دهیم تا بار q_2 را به‌دست آوریم:

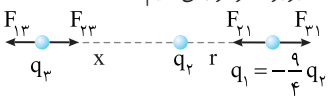
$$F_{23}=F_{13}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_3|}{(\frac{2d}{3})^2}=k\frac{q_1q_3}{d^2}\Rightarrow\frac{|q_2|}{\frac{4}{9}d^2}=\frac{2}{d^2}\Rightarrow|q_2|=\frac{8}{9}\mu C$$

$$\Rightarrow q_2=-\frac{8}{9}\mu C$$



B ۱۵۴۲ ۴

با توجه به شکل $q_1=-\frac{9}{4}q_2$ بوده و ناهمنام با یکدیگرند. برایند نیروهای وارد بر بار q_2 که در بین دو بار q_1 و q_3 قرار گرفته صفر می‌شود، پس باید بارهای q_1 و q_3 همنام باشند. برای به‌دست آوردن نسبت $\frac{x}{r}$ ابتدا برایند نیروهای وارد بر بار q_3 را با توجه به صورت مسئله برابر صفر قرار می‌دهیم.



نیرویی که q_1 به q_3 وارد می‌کند دافعه و مقدار آن برابر است با: $F_{13}=k\frac{|q_1||q_3|}{(r+x)^2}$

نیرویی که q_2 به q_3 وارد می‌کند جاذبه و مقدار آن برابر است با: $F_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{x^2}$

نیروی خالص وارد بر q_3 صفر است از این‌رو این دو نیرو هم‌اندازه هستند.

$$F_{13}=F_{23}\Rightarrow k\frac{|q_1|\times|q_3|}{(r+x)^2}=k\frac{|q_2|\times|q_3|}{x^2}$$

$$\Rightarrow\frac{\frac{9}{4}q_2}{(r+x)^2}=\frac{q_2}{x^2}\Rightarrow\frac{3}{2(r+x)}=\frac{1}{x}\Rightarrow 3x=2r+2x\Rightarrow x=2r\Rightarrow\frac{x}{r}=2$$

اما برای به‌دست آوردن نسبت $\frac{q_3}{q_2}$، نیروهای وارد بر بار q_1 توسط بار q_3 و q_2 را بعد به‌دست آوردن مساوی قرار می‌دهیم.

نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند جاذبه و مقدار آن برابر است با: $F_{21}=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$

نیرویی که q_3 به q_1 وارد می‌کند باید دافعه باشد تا با F_{21} خلاف جهت بوده و یکدیگر را خنثی کنند. $F_{31}=k\frac{|q_1||q_3|}{(r+x)^2}$

$$|F_{21}|=|F_{31}|\Rightarrow|k\frac{q_2q_1}{r^2}|=|k\frac{q_3q_1}{(3r)^2}|\Rightarrow|\frac{q_3}{q_2}|=9$$

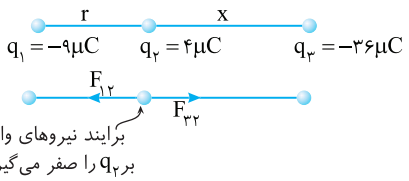
اما بار q_3، بار q_1 را دفع می‌کند یعنی q_3 و q_1 همنام‌اند، از طرفی q_2 و q_1 ناهمنام هستند، بنابراین q_3 و q_2 ناهمنام بوده و خواهیم داشت: $\frac{q_3}{q_2}=-9$

B ۱۵۴۳ ۴

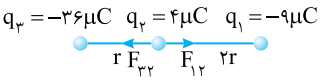
خط فکری در حل این سؤال ابتدا باید از فرض مسئله یعنی صفر بودن نیروهای وارد بر بارها استفاده کنیم و رابطه‌ای بین فاصلهٔ بارها به‌دست آوریم و در گام بعدی جای بارهای q_3 و q_1 را جابه‌جا کرد و نیروی خالص وارد بر بار q_2 و q_1 را برحسب رابطه‌ای که برای فاصله‌ها به‌دست آوردیم محاسبه کنیم.

۱ با توجه به شکل زیر باید یک رابطه بین x و r به‌دست آوریم، از این‌رو مطابق فرض مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 را صفر گرفته‌ایم، در این صورت نیروهایی که دو بار q_1 و q_3 به بار q_2 وارد می‌کنند باید هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

$$F_{12}=F_{32}\Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=k\frac{|q_3||q_2|}{x^2}\Rightarrow\frac{9}{r^2}=\frac{36}{x^2}\Rightarrow\frac{x^2}{r^2}=4\Rightarrow x=2r$$



۲ جای بارهای q_1 و q_3 را عوض کرده و نیروی خالص وارد بر بار q_2 را حساب می‌کنیم:



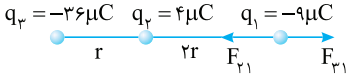
$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{(2r)^2}\Rightarrow F_{12}=k\times\frac{9\times4\times10^{-12}}{4r^2}=\frac{9\times10^{-12}k}{r^2}$$

$$F_{32}=k\frac{|q_3||q_2|}{(r)^2}\Rightarrow F_{32}=k\times\frac{36\times4\times10^{-12}}{r^2}=\frac{144\times10^{-12}k}{r^2}$$

دو بردار F_{32} و F_{12} خلاف جهت هم‌اند بنابراین بزرگی نیروی خالص وارد بر q_2 برابر اختلاف دو نیرو است:

$$|\vec{F}_2|=|\underbrace{\vec{F}_{12}-\vec{F}_{32}}_{\text{خلاف جهت هم}}|\Rightarrow|\vec{F}_2|=\frac{(144-9)\times10^{-12}k}{r^2}=\frac{135\times10^{-12}k}{r^2}$$

۳ نیروی خالص وارد بر بار q_1 را حساب می‌کنیم:



$$|\vec{F}_{21}|=|\vec{F}_{12}|=\frac{9\times10^{-12}k}{r^2}$$

$$F_{31}=k\frac{|q_1||q_3|}{(3r)^2}\Rightarrow F_{31}=k\times\frac{9\times36\times10^{-12}}{9r^2}\Rightarrow F_{31}=\frac{36\times10^{-12}k}{r^2}$$

دو بردار F_{31} و F_{21} خلاف جهت هم‌اند بنابراین:

$$|\vec{F}_1|=|\underbrace{\vec{F}_{31}-\vec{F}_{21}}_{\text{خلاف جهت هم}}|\Rightarrow F_1=\frac{27\times10^{-12}k}{r^2}$$

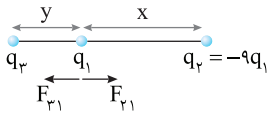
۴ حال نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{\frac{135\times10^{-12}k}{r^2}}{\frac{27\times10^{-12}k}{r^2}}=5$$

B ۴ ۱۵۴۴

۱ ابتـدا دقت کنید در هر چهار گزینه، بار q_3 در سـمت چپ بار q_1 قرار می‌گیرد بنابراین طرز قرار گرفتن بارها به شکل زیر است.

۲ با توجه به فرض مسئله نیروهای وارد بـر هـر بـار از جمله بـار q_1 صفر اسـت. از طرفی بار q_1 و q_2 ناهمنام



هستند و نیروی F_{21} جاذبه است. بنابراین نیرویی که q_3 بر q_1 وارد می‌کند نیز باید جاذبه و به سـمت چپ باشـد یعنی q_3 نیز باید با q_1 ناهمنام باشد بنابراین q_3 منفی است در نتیجه گزینه‌های (۱) و (۲) حذف شده و مقدار بار $q_3=-\frac{9}{4}q_1$ خواهد بود.

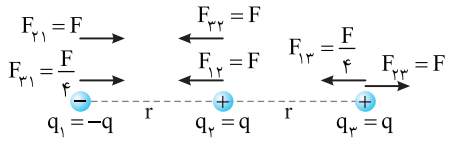
۳ با برابر قرار دادن نیروهای F_{21} و F_{31} ، مقدار y را برحسب x به‌دست می‌آوریم.

$$F_{21}=F_{31}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_1|}{x^2}=k\frac{|q_3||q_1|}{y^2}\Rightarrow\frac{|q_2|}{x^2}=\frac{|q_3|}{y^2}=\frac{9q_1}{x^2}=\frac{\frac{9}{4}q_1}{y^2}$$

$$\Rightarrow y^2=\frac{x^2}{4}\Rightarrow y=\frac{x}{2}$$

B ۴ ۱۵۴۵

خط فکری بارهـا را نامگذاری کنید و بردارهای نیرویی که بر هر بار توسـط دو بار دیگر وارد می‌شود را رسم کنید تا بتوانید مشخص کنید بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین نیروی خالص بر کدام بارها وارد می‌شـود. اگر نیروی بین دو بار q به فاصلهٔ r را برابر F بگیریم نیـروی بیـن دو بار $-q$ و $+q$ که در فاصلهٔ $2r$ از هم قرار دارند برابر $\frac{F}{4}$ می‌شـود. با توجه به این نکات مسئله قابل حل است.



۱ نیروهای وارد بر $q_2=q$ که در وسـط دو بار دیگر اسـت هم‌جهت بوده و نیروی خالص وارد بر q_2 برابر است با: $F_2=F+F=2F$

۲ اندازهٔ نیروی خالص وارد بر q_1 خواهد شد: $F_1=F+\frac{F}{4}=5\frac{F}{4}$

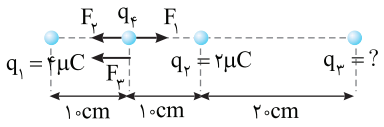
۳ نیروهـای وارد بر بـار q_3 در خلاف جهت هم بوده و اندازهٔ نیروی خالص وارد بر بار q_3 خواهد شد: $F_3=F-\frac{F}{4}=\frac{3}{4}F$

۴ بنابراین بزرگ‌ترین نیرو $2F$ و کوچک‌ترین نیرو $\frac{3}{4}F$ است از این رو: $\frac{2F}{\frac{3F}{4}}=\frac{8}{3}$

B ۱ ۱۵۴۶

بـار $q_2=2\mu C$ و $q_1=4\mu C$ در فاصلـهٔ یکسـانی از بار q_4 قرار دارنـد و چون بار q_1 بزرگ‌تر است، بنابراین نیرویی که q_1 بر q_4 وارد می‌کند از نیرویی که q_2 بر q_4 وارد می‌کند بزرگ‌تر است $(F_1>F_2)$. دو بار q_2 و q_1 همنام بوده و نیرویی که بر q_4 وارد می‌کننـد در خـلاف جهت هم خواهد بود. از طرفی نیروی خالص وارد بر q_4 صفر شـده است بنابراین نیرویی که بار q_3 بر بار q_4 وارد می‌کند یعنی F_3 باید در جهت F_2 باشد تا به کمک نیروی F_2 بتواند نیروی F_1 را خنثی کند $(F_2+F_3=F_1)$.

نکته در حل پایین فرض شـده که بار q_4 مثبت اسـت. شما می‌توانید فرض کنید این ذره دارای بار منفی بوده، بنابراین تمام جهت‌های شکل قرینه می‌شود، اما پاسخ سؤال تغییری نخواهد کرد.



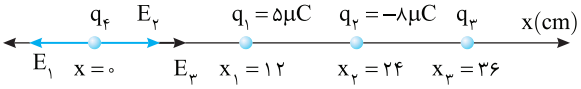
اکنون با توجه به قانون کولن $F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{k|q_2||q_4|}{r_2^2}+\frac{k|q_3||q_4|}{r_3^2}=\frac{k|q_1||q_4|}{r_1^2}\Rightarrow\frac{2}{100}+\frac{|q_3|}{900}=\frac{4}{100}\Rightarrow|q_3|=18\mu C$$

چون نیروهای F_2 و F_3 هم‌جهت‌اند و در یک سمت q_4 قرار گرفته‌اند، پس باید این دو ذره همنام باشند: $q_3=+18\mu C$

B ۲ ۱۵۴۷

میدان الکتریکی بار q_1 در محل q_4 به سمت چپ (خلاف محور xها) و میدان الکتریکی بار q_2 در محل q_4 به سـمت راسـت (در جهت محور xها) بوده و با آنکه $|q_2|>|q_1|$ است اما چون فاصله q_2 تا q_4، دو برابر فاصلهٔ q_1 تا q_4 است بنابراین میدان بار q_2 از بـار q_4 ضعیف‌تر اسـت از این رو باید میدان الکتریکی بـار q_3 در جهت میدان q_3 یعنی رو به راست باشد بنابراین بار q_3 باید منفی باشد. از این رو می‌توان نوشت:



$$E_3=E_1-E_2\xrightarrow{E=K\frac{|q|}{r^2}}\frac{Kq_3}{(36)^2}=\frac{K(5)}{(12)^2}-\frac{K(8)}{(24)^2}$$

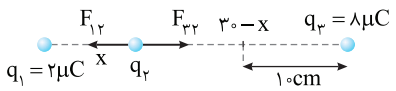
$$\xrightarrow{\text{دو طرف را در }(12)^2\text{ ضرب می‌کنیم}}\frac{q_3}{3^2}=\frac{5}{1}-\frac{8}{2^2}\Rightarrow\frac{q_3}{9}=5-2\Rightarrow|q_3|=27$$

$$\Rightarrow q_3=-27\mu C$$

B ۴ ۱۵۴۸

خط فکری مقـدار دو بار q_1 و q_3 را داریم بنابراین شـما باید ابتدا نیروهایی که این دو بار بر بار مجهول q_2 وارد می‌کنند را به‌دست بیاورید و مساوی هم قرار بدهید تا فاصلهٔ بین بارهای q_1 و q_2 همچنین q_3 و q_2 را حسـاب کنید سـپس به سـراغ بار q_1 و یا بار q_3 بروید و نیروهای وارد بر بار توسط دو بار دیگر را نوشته، برابر قرار دهید تا مقدار بار q_2 قابل محاسبه شود و در آخر کار باید به سراغ نیروی وارد بر بار q_4 در نقطهٔ O بروید. بنابراین یک مسئله محاسباتی پیش‌روی خود دارید.

برایـنـد نیروهـای وارد بر q_2 صفر اسـت و نیرویی که بار q_3 و بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کنند را مساوی قرار می‌دهیم تا فاصله بارها از هم مشخص شود.



$$F_{32}=F_{12}\Rightarrow k\frac{q_3q_2}{(30-x)^2}=k\frac{q_1q_2}{x^2}\Rightarrow\frac{q_3}{q_1}=\frac{(30-x)^2}{x^2}$$

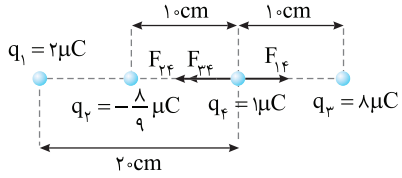
$$\Rightarrow 4=\frac{(30-x)^2}{x^2}\Rightarrow 2=\frac{30-x}{x}\Rightarrow x=10cm$$

از این‌رو فاصلهٔ بار q_2 از بار q_3 نیز برابر $30-10=20cm$ می‌شود.

حال برایند نیروهای وارد بر q_1 را صفر می‌گیریم، دقت کنید نیروی وارد بر q_1 که در خـارج از فاصلـه دو بار q_3 و q_2 قرار گرفته اسـت. صفر شـده بنابراین بارهای q_2 و q_3 مختلف‌العلامت می‌باشند یعنی بار q_2 منفی است.

$$F_{21}=F_{31}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_1|}{10^2}=k\frac{|q_3||q_1|}{(30)^2}\Rightarrow|q_2|=\frac{1}{9}|q_3|=\frac{8}{9}\mu C\Rightarrow q_2=-\frac{8}{9}\mu C$$

اکنون می‌توان نیروی وارد بر بار $q_۴$ در نقطهٔ O را حساب کرد. با توجه به علامت بارها، بار $q_۳$ بار $q_۴$ را دفع می‌کند و نیروی $F_{۳۴}$ به سمت چپ است. بار $q_۱$ بار $q_۴$ را می‌راند و نیروی $F_{۱۴}$ به سمت راست است. بار $q_۲$ بار $q_۴$ را جذب می‌کند و نیروی $F_{۲۴}$ به سمت چپ است، بنابراین نیروی خالص وارد بر بار الکتریکی $q_۴$ خواهد شد:



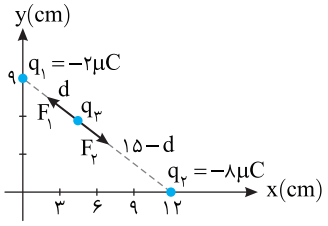
$$F_۴=F_{۲۴}+F_{۳۴}-F_{۱۴}=k\frac{q_۲q_۴}{(۰/۱)^۲}+k\frac{q_۳q_۴}{(۰/۱)^۲}-k\frac{q_۱q_۴}{(۰/۲)^۲}$$

$$=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۰^{-۱۲}}{(۰/۱)^۲}[\frac{۸}{۹}\times۱+۸\times۱-\frac{۲\times۱}{۴}]=۷۵/۵\times۱۰^{-۱}\Rightarrow F_۴=۷/۵۵N$$

۳ ۱۵۴۹ B

خط فکری مسئلهٔ ساده‌ای است. مکان دو بار را روی شکل نمایش دهید و فاصلهٔ بین دو بار را حساب کرده و بار $q_۳$ را در فاصلهٔ d از بار $q_۱$ فرض کرده نیروی الکتریکی دو بار وارد بر $q_۳$ را برابر قرار دهید.

۱ فاصلهٔ $q_۱$ تا $q_۲$ خواهد شد: $r=\sqrt{۹^۲+۱۲^۲}=\sqrt{۸۱+۱۴۴}\Rightarrow r=۱۵cm$



۲ نیروها را برابر قرار می‌دهیم:

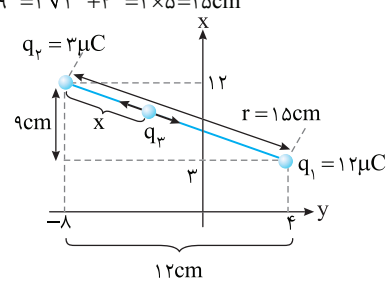
$$F_۱=F_۲\Rightarrow k\frac{|q_۱|}{d^۲}=k\frac{|q_۲|}{(۱۵-d)^۲}\Rightarrow\frac{۲}{d^۲}=\frac{۸}{(۱۵-d)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{d}=\frac{۲}{۱۵-d}$$

$$۲d=۱۵-d\Rightarrow ۳d=۱۵\Rightarrow d=۵cm$$

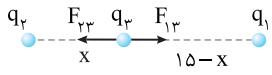
۳ ۱۵۵۰ B

خط فکری به ظاهر تست نگاه نکنید، در واقع مسئله این است که دو بار $q_۱$ و $q_۲$ بر بار $q_۳$ نیرو وارد می‌کنند و نیروی خالص وارد بر $q_۳$ صفر است. بنابراین بارهای $q_۱$، $q_۲$ و $q_۳$ روی یک خط راست قرار دارند. دو بار $q_۱$ و $q_۲$ هم‌علامت‌اند پس باید بار $q_۳$ بین این دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر یعنی $q_۲$ باشد تا برایند نیروهای وارد بر $q_۳$ صفر شود. ابتدا فاصلهٔ بین $q_۱$ و $q_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$r=\sqrt{۱۲^۲+۹^۲}=۳\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۳\times۵=۱۵cm$$



برای آن‌که مسئله را راحت بفهمیم شکل را به صورت زیر رسم می‌کنیم.



برایند نیروهای وارد بر $q_۳$ صفر است پس باید اندازهٔ نیروهایی که $q_۱$ و $q_۲$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کنند هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

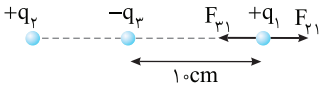
$$F_{۲۳}=F_{۱۳}\Rightarrow k\frac{q_۲q_۳}{(x)^۲}=k\frac{q_۱q_۳}{(۱۵-x)^۲}\xrightarrow{\text{k و }q_۳\text{ را از دو طرف ساده می‌کنیم}}$$

$$\frac{۳}{x^۲}=\frac{۱۲}{(۱۵-x)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{x}=\frac{۲}{۱۵-x}\Rightarrow ۱۵-x=۲x\Rightarrow x=۵cm$$

بنابراین بار $q_۳$ در فاصلهٔ ۵cm بار $q_۲$ و در فاصلهٔ ۱۰cm بار $q_۱$ قرار دارد. با توجه به فرض مسئله که نیروی خالص وارد بر هر ذره صفر است باید نیروهایی که بارهای $q_۲$ و $q_۳$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کنند برابر و خلاف جهت هم باشند تا یکدیگر را خنثی کنند. از این‌رو بار $q_۳$ باید منفی باشد تا بار $q_۱+$ را برباید. با برابر قرار دادن اندازهٔ نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۱$ از طرف بارهای $q_۲$ و $q_۳$، بار $q_۳$ را به‌دست می‌آوریم.

$$F_{۳۱}=F_{۲۱}\Rightarrow k\frac{|q_۳||q_۱|}{(۱۰\times۱۰^{-۲})^۲}=k\frac{|q_۲||q_۱|}{(۱۵\times۱۰^{-۲})^۲}\Rightarrow\frac{|q_۳|}{۱۰^{+۲}}=\frac{۳\times۱۰^{-۶}}{۱۵^۲}$$

$$\Rightarrow|q_۳|=\frac{۱۰۰}{۷۵}\times۱۰^{-۶}C=\frac{۴}{۳}\mu C\Rightarrow q_۳=-\frac{۴}{۳}\mu C$$



بازی با سوال **دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲=-۹\mu C$ به ترتیب در مختصات (۰,۰) و (۳,۳) واقع شده‌اند. اگر در نقطهٔ (۱,۱) برایند نیروهای وارد بر q' صفر شود، اندازهٔ $q_۱$ برابر چند میکروکولن است؟**

۱) $\frac{۹}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) ۴ ۴) ۳

گزینهٔ ۱

۳ ۱۵۵۱ A

در قدم اول باید فاصلهٔ دو بار $q_۱$ و $q_۲$ را از بار $q_۳$ حساب کنیم:

$$AB=AC=\sqrt{AH^۲+HC^۲}=\sqrt{۴^۲+۴^۲}=۴\sqrt{۲}cm$$

نیرویی که بار $q_۱$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کند برابر است با:

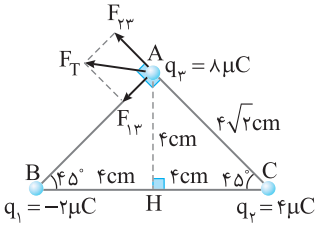
$$F_{۱۳}=k\frac{q_۱q_۳}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۸\times۱۰^{-۶}}{۳۲\times۱۰^{-۴}}=۴۵N$$

نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کند برابر است با:

$$F_{۲۳}=k\frac{q_۲q_۳}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۸\times۱۰^{-۶}}{۳۲\times۱۰^{-۴}}=۹۰N$$

اکنون نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ را به کمک قضیه فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:

$$F_T=\sqrt{(F_{۱۳})^۲+(F_{۲۳})^۲}\Rightarrow F_T=\sqrt{(۴۵)^۲+(۹۰)^۲}=۴۵\sqrt{۱+۲^۲}=۴۵\sqrt{۵}N$$



۱ ۱۵۵۲ B

خط فکری دو ذرهٔ $۳q$ و q در راستاهای عمود بر هم نسبت به $q_۰$ قرار دارند. پس در هر صورت نیرویی که این دو بار بر $q_۰$ وارد می‌کنند بر هم عمود بوده و بزرگی نیروی خالص از رابطهٔ $\sqrt{F_۱^۲+F_۲^۲}$ به‌دست می‌آید.

نیرویی که بار q بر بار $q_۰$ وارد می‌کند برابر است با:

$$F'=k\frac{qq_۰}{a^۲}\ (۱)$$

نیرویی که بار $۳q$ بر بار $q_۰$ وارد می‌کند برابر است با:

$$F'=k\frac{۳qq_۰}{(۲a)^۲}=\frac{۳}{۴}k\frac{qq_۰}{a^۲}\ (۲)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که:

$$F'=\frac{۳}{۴}F\xrightarrow{F=۸۰N}F'=\frac{۳}{۴}\times۸۰=۶۰N$$

اکنون به کمک رابطهٔ فیثاغورس نیروی خالص وارد بر $q_۰$ را حساب می‌کنیم.

$$F_{net}=\sqrt{F^۲+F'^۲}=\sqrt{۸۰^۲+۶۰^۲}\Rightarrow F_{net}=۱۰۰N$$

میانبر

$$\frac{F'}{F}=\frac{q'q_۰}{qq_۰}\times(\frac{r}{r'})^۲\Rightarrow\frac{F'}{۸۰}=\frac{۳q}{q}\times(\frac{a}{۲a})^۲\Rightarrow F'=۶۰N$$

بازی با سؤال سه بار ذره‌ای مثبت مطابق شکل کنار یکدیگر قرار دارند، به گونه‌ای که $\frac{q_۲}{q_۱}=۱۲$ و $\frac{d_۲}{d_۱}=۴$ است. چنان‌چه نیروی وارد از طرف $q_۱$ به q، F باشد، برایند نیروی الکتریکی وارد بر q چند F است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{۵}{۴}$

۳) $\sqrt{۱۰}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

گزینهٔ ۲

A ۱۵۵۳ ۱

دو بار $q_۲$ و $q_۳$ هر کدام $۱۶\mu C$ هستند و در فاصلهٔ یکسان از بار q' قرار دارند و هر دو بار q' را دفع می‌کند. بنابراین نیروهایی که بارهای $q_۲$ و $q_۳$ بر بار q' وارد می‌کنند، هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند و یکدیگر را خنثی می‌کنند و تنها نیروی وارد از طرف بار $q_۱$ باقی می‌ماند.

$$F_T=F_۱=k\frac{q_۱q'}{r^۲}\Rightarrow F_T=۹\times۱۰^۹\times\frac{۵\times۱۰^{-۶}\times۱۸\times۱۰^{-۶}}{(۳\times۱۰^{-۲})^۲}\Rightarrow F_T=۹۰۰N$$

C ۱۵۵۴ ۱

دقت کنید که شکل مسئله سبب ترس شما از سؤال نشود این یک سؤال ساده است که در آن فاصلهٔ بار $q_۱$ از بار $q_۲$ برابر $۶\sqrt{۲}cm$ و فاصلهٔ بار $q_۳$ از بار $q_۲$ برابر $۶cm$ است.

اندازهٔ نیروهای $F_{۱۲}$ و $F_{۳۲}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{۱۲}=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۸\times۱۰^{-۶}\times۳\times۱۰^{-۶}}{۷۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۳\times۱۰^{-۳}}{۱۰^{-۴}}=۳۰N$$

$$F_{۳۲}=\frac{k|q_۲||q_۳|}{r^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۳\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}=\frac{۳\times۱۰^{-۳}}{۱۰^{-۴}}=۳۰N$$

این دو نیرو بر هم عمودند:

$$F_۲=\sqrt{F_{۱۲}^۲+F_{۳۲}^۲}=\sqrt{۳۰^۲+۳۰^۲}=۳۰\sqrt{۲}N$$

B ۱۵۵۵ ۳

۱ فاصلهٔ بار $\sqrt{۲}q$ تا q' را بر حسب r به کمک تعریف سینوس به دست می‌آوریم.

$$\sin\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}\Rightarrow\sin۴۵^\circ=\frac{r'}{r}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{r'}{r}\Rightarrow r'=\frac{\sqrt{۲}}{۲}r$$

۲ نیروی بین بارهای q و q' برابر است با:

$$F=k\frac{|q||q'|}{r^۲}\ (۱)$$

۳ نیروی بین بارهای $\sqrt{۲}q$ و q' خواهد شد:

$$F'=k\frac{|\sqrt{۲}q||q'|}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲}r)^۲}=۲\sqrt{۲}k\frac{|q||q'|}{r^۲}\ (۲)$$

۴ با توجه به نیروی F و F' می‌توان نوشت:

$$F'=۲\sqrt{۲}F$$

۵ نیروی وارد از طرف q بر بار q' برابر F است. بنابراین این دو نیرو با هم برابرند و برایند این نیروها دقیقاً بین آن‌ها قرار خواهد گرفت:

$$F''=\sqrt{F^۲+F^۲}\Rightarrow F''=\sqrt{۲}F$$

این نیرو در امتداد نیمساز و رو به بالاست و با F' هم‌جهت است از این‌رو:

$$F_{net}=F'+F''=۲\sqrt{۲}F+\sqrt{۲}F\Rightarrow F_{net}=۳\sqrt{۲}F$$

B ۱۵۵۶ ۱۹

چون نسبت خواسته شده نیازی به تبدیل یکا نیست.

$$r'=۶\times\sin۴۵^\circ=۳\sqrt{۲}cm$$

برایند نیروهای وارد بر $q_۱$ را حساب می‌کنیم

$$F_{۲۱}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۲۱}^۲}\Rightarrow F_{۲۱}=\frac{k\times۹}{۳۶}=\frac{k}{۴}$$

$$F_{۳۱}=k\frac{|q_۳||q_۱|}{r_{۳۱}^۲}\Rightarrow F_{۳۱}=\frac{k\times۹}{۳۶}=\frac{k}{۴}$$

$$F_{۴۱}=k\frac{|q_۴||q_۱|}{r_{۴۱}^۲}\Rightarrow F_{۴۱}=\frac{k\times۹}{۱۸}=\frac{k}{۲}$$

برایند $F_{۳۱}$ و $F_{۲۱}$ بر نیروی $F_{۴۱}$ عمود است:

$$F'=\sqrt{F_{۲۱}^۲+F_{۳۱}^۲}=\frac{k}{۴}\sqrt{۲}$$

$$F_{T_۱}=\sqrt{F'^۲+F_{۴۱}^۲}=\frac{k}{۲}\sqrt{(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲+۱^۲}=\frac{k}{۲}\sqrt{\frac{۳}{۲}}$$

برایند نیروهای وارد بر $q_۴$ را حساب می‌کنیم:

$$F_{۱۴}=F_{۴۱}=\frac{k}{۲}$$

$$F_{۲۴}=k\frac{|q_۲||q_۴|}{r_{۲۴}^۲}=\frac{۹k}{۱۸}=\frac{k}{۲}$$

$$F_{۳۴}=k\frac{|q_۳||q_۴|}{r_{۳۴}^۲}=\frac{۹k}{۱۸}=\frac{k}{۲}$$

نیروهای $F_{۲۴}$ و $F_{۳۴}$ هم‌جهت بوده و برایند آن‌ها بر $F_{۱۴}$ عمود است:

$$F_{۲۴}+F_{۳۴}=k$$

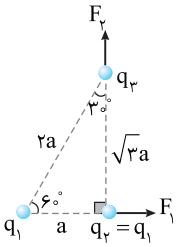
$$F_{T_۴}=\sqrt{(\frac{k}{۲})^۲+k^۲}=k\sqrt{(\frac{۱}{۲})^۲+۱}\Rightarrow F_{T_۴}=k\sqrt{\frac{۵}{۴}}$$

$$\frac{F_{T_۱}}{F_{T_۴}}=\frac{\frac{k}{۲}\sqrt{\frac{۳}{۲}}}{k\sqrt{\frac{۵}{۴}}}=\frac{۱}{۲}(\sqrt{\frac{۱۲}{۱۰}})=\sqrt{\frac{۳}{۱۰}}=\frac{\sqrt{۳۰}}{۱۰}$$

۱- جواب صحیح در گزینه‌ها وجود ندارد.

B ۱۵۵۷ ۱

خط فکری ابتدا باید با توجه به زاویه‌های داده شده برای مثلث قائم‌الزاویه می‌توان طول ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه را به‌دست آورد. اگر فاصلهٔ بار $q_۲$ از بار $q_۱$ را a بگیریم با توجه به اینکه ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است پس فاصلهٔ بار $q_۱$ تا بار $q_۳$ برابر ۲a است و ضلع روبه‌روی زاویهٔ ۶۰°، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتر بوده و فاصلهٔ بین $q_۲$ تا $q_۳$، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۲a=\sqrt{۳}a$ است. اکنون نیروهایی که $q_۱$ بر $q_۲$ و $q_۲$ بر $q_۳$ وارد می‌کند را حساب می‌کنیم و با توجه به فرض مسئله $(F_۱=F_۲)$ آن‌ها را برابر قرار می‌دهیم.



$$\begin{cases} F_۱=k\frac{|q_۱||q_۲|}{a^۲}\xrightarrow{q_۱=q_۲}F_۱=k\frac{|q_۱||q_۱|}{a^۲} \\ F_۲=k\frac{|q_۲||q_۳|}{(\sqrt{۳}a)^۲}\xrightarrow{q_۱=q_۲}F_۲=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۳a^۲} \end{cases}$$

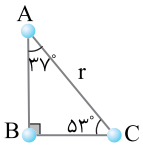
$$\Rightarrow F_۱=F_۲\Rightarrow k\frac{q_۱^۲}{a^۲}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۳a^۲}\Rightarrow |q_۳|=۳|q_۱|$$

حال نیرویی را که $q_۱$ به $q_۳$ وارد می‌کند حساب می‌کنیم و مقدار آن را برحسب $F_۱$ به‌دست می‌آوریم.

$$F'=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(۲a)^۲}\Rightarrow F'=k\frac{|q_۱|\times|۳q_۱|}{۴a^۲}\Rightarrow F'=\frac{۳}{۴}k\frac{q_۱^۲}{a^۲}\xrightarrow{F_۱=k\frac{q_۱^۲}{a^۲}}F'=\frac{۳}{۴}F_۱$$

B ۱۵۵۸ ۴

۱ ابتدا به کمک نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، طول ضلع AB و BC را بر حسب r به‌دست می‌آوریم:

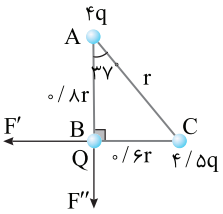


$$\sin ۳۷^\circ=\frac{BC}{r}\Rightarrow BC=۰/۶r$$

$$\cos ۳۷^\circ=\frac{AB}{r}\Rightarrow AB=۰/۸r$$

۲ با توجه به سؤال می‌توان نوشت: $F=k\frac{qQ}{r^۲}\xrightarrow{F=۱۰۰N}۱۰۰=k\frac{qQ}{r^۲}$

۳ حال نیرویی که بار $۴/۵q$ و بار $۴q$ به بار Q وارد می‌کنند را حساب می‌کنیم:



$$F'=k\frac{۴/۵q\times Q}{۰/۳۶r^۲}=\frac{۴/۵}{۰/۳۶}k\frac{qQ}{r^۲}=۱۲/۵k\frac{qQ}{r^۲}$$

$$F'=۱۲/۵\times ۱۰۰=۱۲۵۰N$$

$$F''=k\frac{۴q\times Q}{۰/۶۴r^۲}=\frac{۴}{۰/۶۴}k\frac{qQ}{r^۲}=۶/۲۵k\frac{qQ}{r^۲}$$

$$F''=۶/۲۵\times ۱۰۰=۶۲۵N$$

نیروی خالص وارد بر بار Q برابر است با:

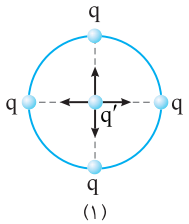
$$F_T=\sqrt{F'^۲+F''^۲}$$

$$F_T=\sqrt{(۱۲۵۰)^۲+(۶۲۵)^۲}=۶۲۵\sqrt{۲^۲+۱}\Rightarrow F_T=۶۲۵\sqrt{۵}N$$

B ۱۵۵۹ ۳

حالت اول: نیروهای وارد بر بار q' توسط هر یک از بارهای q را رسم می‌کنیم (شکل (۱)). تمام بارها یکسان و فاصلهٔ آن‌ها از بار q' برابر r است، بنابراین اندازهٔ نیروها با هم برابر است و دوبه‌دو یکدیگر را خنثی می‌کنند و نیروی برایند در حالت اول صفر است.

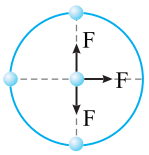
$$(F_T=۰)$$



(۱)

حالت دوم: با حذف یکی از بارهای q، نیرویی که این‌بار به q' وارد می‌کند حذف می‌شود ((شکل ۲)). در این حالت از سه نیروی باقیمانده، دو نیرو همدیگر را خنثی می‌کنند و تنها یک نیرو باقی می‌ماند که مقدار آن خواهد شد.

$$F'_T=F=k\frac{qq'}{r^۲}$$



(۲)

بنابراین نیروی برایند به اندازهٔ $k\frac{qq'}{r^۲}$ افزایش می‌یابد.

میانبر هرگاه برایند n بردار صفر شود، با حذف یکی از بردارها، برایند $n-۱$ بردار باقی مانده همواره برابر بزرگی بردار حذف شده و خلاف جهت آن است.

A ۱۵۶۰ ۱

آرایش بارها را رسم می‌کنیم، با توجه به شکل بار $q_۲$ در مقابل بار $q_۴$ قرار دارد (نیروهای وارد بر $q_۲$ را در شکل رسم کرده‌ایم.)

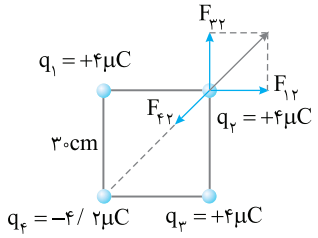
برایند نیروهای $F_{۱۲}$ و $F_{۳۲}$، در راستای قطر مربع قرار دارد و جهت آن در خلاف جهت نیروی $F_{۴۲}$ است.

$$F_{۱۲}=F_{۳۲}=۹\times ۱۰^۹\times\frac{۱۶\times ۱۰^{-۱۲}}{۹\times ۱۰^{-۲}}=۱/۶N$$

اندازه نیروها را حساب می‌کنیم.

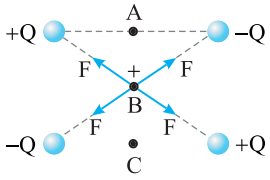
$$F_{۴۲}=۹\times ۱۰^۹\times\frac{۴/۲\times ۴\times ۱۰^{-۱۲}}{۹\times ۱۰^{-۲}\times ۲}=۰/۸۴N$$

$$F_T=\sqrt{۲}\times ۱/۶-۰/۸۴=۲/۲۴-۰/۸۴=۱/۴N$$



A ۱۵۶۱ ۲

با توجه به نیروهای وارد بر بار مثبت در نقاط A، B و C در نقطهٔ B برایند نیروهای وارد بر بار صفر است.

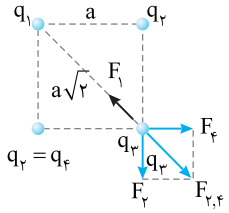


گزینهٔ ۲

B ۱۵۶۲ ۴

برای آنکه نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ صفر شود باید نیرویی که بارهای $q_۲$ و $q_۴$ بر $q_۳$ وارد می‌کنند برابر باشد و برایند نیروی این دو بار مطابق شکل درامتداد قطر مربع قرار گیرد و توسط نیروی $q_۱$ خنثی شود.

از طرفی باید بارهای $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام باشند تا نیروی برایند $F_{۲,۴}$ و $F_۱$ مطابق شکل در خلاف جهت هم باشند.



$$F_۲=F_۴=F, F_{۲,۴}=\sqrt{۲}F$$

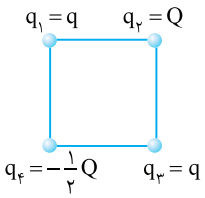
$$F_۱=F_{۲,۴}\Rightarrow F_۱=\sqrt{۲}F$$

$$k\frac{|q_۱||q_۳|}{(a\sqrt{۲})^۲}=\sqrt{۲}\frac{k|q_۲||q_۳|}{a^۲}$$

$$\frac{|q_۲|}{|q_۱|}=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۴}\Rightarrow\frac{q_۲}{q_۱}=\frac{-\sqrt{۲}}{۴}$$

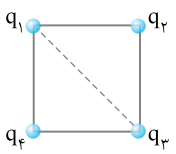
بازی با سؤال چهار ذرهٔ باردار در رأس‌های یک مربع قرار دارند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار $q_۲$ صفر است. $\frac{Q}{q}$ کدام است؟

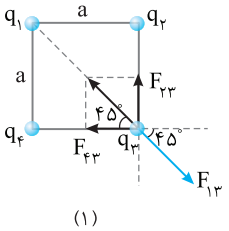
۱) $۲\sqrt{۲}$
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) $-۲\sqrt{۲}$
۴) $-۴\sqrt{۲}$



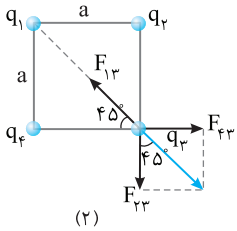
B ۱۵۶۳ ۲

خط فکری به بار $q_۲$ از طرف سه بار $q_۱$ و $q_۴$ و به‌ترتیب نیروهای الکتریکی $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ وارد می‌شود که نیروهای وارد از طرف بارهای $q_۲$ و $q_۴$ بر بار $q_۳$ برهم عمودند و نیروی وارد از طرف $q_۱$ $(F_{۱۳})$ در راستای قطر قرار دارد. برای اینکه برایند نیروهای وارد بر $q_۳$ صفر شود باید برایند دو نیروی عمود برهم $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ هم‌اندازه و خلاف جهت نیرویی باشد که $q_۱$ به $q_۳$ $(F_{۱۳})$ وارد می‌کند. در واقع شکل نیروها باید یکی از حالت‌های زیر باشد:





(۱)



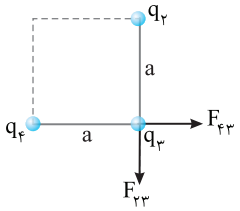
(۲)

دقت کنید که برایند $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ دقیقاً خلاف جهت با $F_{۱۳}$ است و چون $F_{۱۳}$ در راستای قطر مربع است، یعنی با محور افقی و قائم زاویهٔ ۴۵° می‌سازد پس باید نیروهای $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ هم‌اندازه باشند تا برایند آن‌ها دقیقاً وسط این دو بردار عمود برهم قرار گیرد یعنی در امتداد قطر مربع بوده و با محور افقی و قائم زاویهٔ ۴۵° بسازد. از طرفی هر دو بار $q_۲$ و $q_۴$ بار $q_۳$ را یا باهم جذب می‌کنند (شکل (۱)) و یا دفع می‌کنند (شکل (۲)) بنابراین باید $q_۲$ و $q_۴$ همنام باشند.

$$F_{۲۳}=F_{۴۳}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}=k\frac{|q_۴||q_۳|}{a^۲}\Rightarrow|q_۲|=|q_۴|\Rightarrow q_۲=q_۴$$

با توجه به شکل (۱) اگر نیروهای $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ ربایشی باشند، نیروی $F_{۱۳}$ رانشی است و در شکل (۲) برعکس شده پس نوع نیروی $F_{۱۳}$ با دو نیروی دیگر متفاوت است و علامت بار $q_۱$ با $q_۲$ و $q_۴$ مختلف است بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست‌اند.

همچنین با توجه به خط فکری باید برایند $F_{۴۳}$ و $F_{۲۳}$ برابر $F_{۱۳}$ باشد:



$$\begin{cases}F_{۲۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}\\ F_{۴۳}=k\frac{|q_۴||q_۳|}{a^۲}\end{cases}\xrightarrow[q_۲=q_۴]{\text{دو بردار برهم عمودند}}F=\sqrt{F_{۲۳}^۲+F_{۴۳}^۲}$$

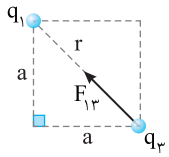
نکته برایند دو بردار هم‌اندازه و عمود برهم R برابر است با:

$$R_T=\sqrt{R^۲+R^۲}=R\sqrt{۲}$$

در این سؤال نیز $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ باهم برابراند چون $q_۲$ و $q_۴$ باهم برابر شده‌اند پس:

$$F=k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}\sqrt{۲}$$

این نیرو باید با $F_{۱۳}$ برابر باشد:



فیثاغورس: $r=\sqrt{a^۲+a^۲}=a\sqrt{۲}$

قانون کولن: $F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(a\sqrt{۲})^۲}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۲a^۲}$

$$F=F_{۱۳}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}\sqrt{۲}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{۲a^۲}$$

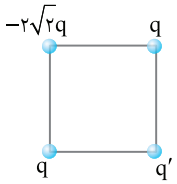
$$\Rightarrow ۲\sqrt{۲}|q_۲|=|q_۱|\Rightarrow|q_۲|=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}|q_۱|$$

مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$|q_۲|=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}|q_۱|\Rightarrow|q_۲|=\frac{\sqrt{۲}}{۴}|q_۱|$$

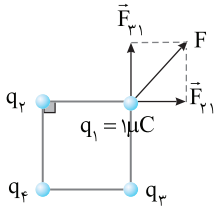
بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

میانبر هر گاه بخواهیم برایند نیروهای وارد بر یک رأس مربع صفر شود باید دو بار مجاور آن رأس هم‌اندازه و همنام باشند و بار روی رأس روبه‌روی آن $-۲\sqrt{۲}$ برابر بار رأس‌های مجاور باشد.



C ۱۵۶۴ ۴

بزرگی نیروی خالص و جهت آن از طرف دو بار $q_۲$ و $q_۳$ برابر است با:



$$\vec{F}=\sqrt{۱۰^۲+۱۰^۲}=۱۰\sqrt{۲}N$$

برای آن که نیروهای وارد بر $q_۱$ متوازن باشند باید نیرویی که $q_۴$ بر $q_۱$ وارد می‌کند برابر $۱۰\sqrt{۲}N$ و در خلاف جهت F باشد، بنابراین باید بار $q_۴$ منفی بوده و $q_۱$ را جذب کند.

اندازهٔ فاصلهٔ $q_۱$ و $q_۴$ برابر است با:

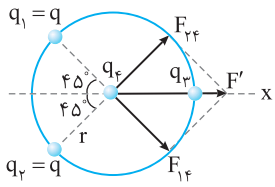
$$r^۲=۳^۲+۳^۲\Rightarrow r=۳\sqrt{۲}cm$$

$$F_{۴۱}=k\frac{|q_۴||q_۱|}{r^۲}\Rightarrow ۱۰\sqrt{۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۴|\times۱۰^{-۶}}{۱۸\times۱۰^{-۴}}$$

$$|q_۴|=۲۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۷}\Rightarrow q_۴=-۲\sqrt{۲}\mu C$$

B ۱۵۶۵ ۳

خط فکری هر گاه برایند نیروهای وارد بر یک بار صفر شود، علامت و مقدار آن بار در حل مسئله نقشی نخواهد داشت. به حل مسئله دقت کنید. خواهید دید که بار $q_۴$ از محاسبات حذف می‌شود. نیروها را رسم کنید و به تحلیل مسئله بپردازید.



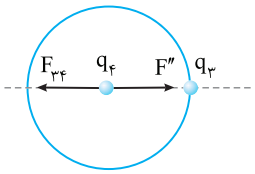
بار $q_۴$ را مثبت فرض می‌کنیم و نیروهای وارد بر آن را از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ رسم کرده و اندازه این دو نیرو را حساب می‌کنیم. بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها از $q_۴$ یکسان است، بنابراین نیروی این دو بار برابر است، مقدار این نیرو را حساب می‌کنیم.

$$F_{۲۴}=F_{۱۴}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$$

برایند دو نیروی هم‌اندازه روی نیمساز آن دو نیرو قرار می‌گیرد، یعنی برایند $F_{۱۴}$ و $F_{۲۴}$ روی محور xها می‌افتد و مقدار آن خواهد شد.

$$F'=\sqrt{F_{۲۴}^۲+F_{۱۴}^۲}\Rightarrow F'=\sqrt{۲}k\frac{|q||q_۴|}{r^۲}$$

برای آنکه نیروی خالص وارد بر $q_۴$ صفر شود، باید نیروی $F_{۳۴}$ هم‌اندازه و در خلاف F' باشد، یعنی $q_۳$ باید $q_۴$ را دفع کند بنابراین $q_۳$ و $q_۴$ همنام بوده یعنی $q_۳$ مثبت است حال می‌نویسیم

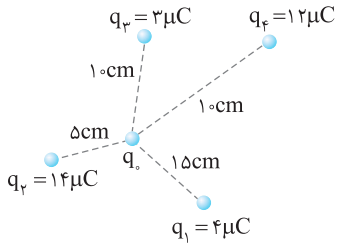


$$F_{۳۴}=F'\Rightarrow k\frac{|q_۳||q_۴|}{r^۲}=\sqrt{۲}k\frac{|q||q_۴|}{r^۲}\Rightarrow\frac{q_۳}{q_۲}=\frac{q_۳}{q}=\sqrt{۲}$$

B ۱۵۶۶ ۲

یادداشت ریاضی هر گاه برایند چهار بردار صفر شود. برایند هر سه بردار دلخواه از آن‌ها هم‌اندازه و در خلاف جهت بردار چهارم است.

$$\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳+\vec{F}_۴=۰\Rightarrow\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=-\vec{F}_۴\ \text{یا}\ \vec{F}_۱+\vec{F}_۳+\vec{F}_۴=-\vec{F}_۲$$

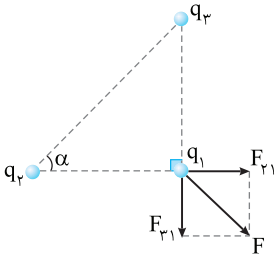


در این مسئله بر بار $q_۰$ از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ و $q_۳$ و $q_۴$ چهار نیرو وارد می‌شود که برایند آن‌ها صفر است. بنابراین اندازهٔ برایند سه نیروی $F_۱$ و $F_۲$ و $F_۳$ با نیروی $F_۴$ برابر است. با حذف $F_۴$، سه نیروی $F_۱$ و $F_۲$ و $F_۳$ باقی می‌ماند که برایند آن‌ها هم‌اندازه $F_۴$ است بنابراین کافی $F_۴$ را بنا به قانون کولن حساب کنید.

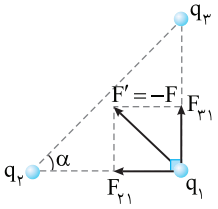
$$F_۴=k\frac{|q_۴||q_۰|}{d_۴^۲}\Rightarrow F_۴=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۲\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{(۰/۱)^۲}=۱۰۸\times۱۰^{-۱}=۱۰/۸\text{N}$$

A ۱۵۶۷ ۲

فرض کنیم هر سه بار الکتریکی مثبت هستند. نیروهای وارد بر $q_۱$ را رسم می‌کنیم. هر دو بار الکتریکی $q_۲$ و $q_۳$ بار $q_۱$ را می‌رانند (دفع می‌کنند).



حال اگر علامت هر دو بار $q_۲$ و $q_۳$ تغییر کند، اما مقدار این بارها ثابت باشد، در این صورت هر دو بار $q_۲$ و $q_۳$ بار الکتریکی $q_۱$ را می‌ربایند. بدون آنکه اندازهٔ نیروها تغییر کند. بنابراین نیروی خالص وارد بر $q_۱$ مطابق شکل اندازهٔ F است و تنها جهت آن وارون شود.



نکته در هر حالت دیگری نیز با قرینه شدن علامت بارها تنها جهت نیروها چرخیده و بزرگی آن‌ها تغییر نمی‌کند و همواره جواب این تست گزینهٔ (۲) یعنی $-\vec{F}$ خواهد بود.

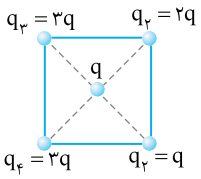
B ۱۵۶۸ ۴

یادداشت ریاضی اگر هر بردار را n برابر کنیم، برایند آن‌ها نیز n برابر می‌شود:

$$\vec{F}_{\text{کل}}=\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳+\cdots$$

$$\vec{F}'_{\text{کل}}=n\vec{F}_۱+n\vec{F}_۲+n\vec{F}_۳+\cdots=n(\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳+\cdots)\Rightarrow\vec{F}'_{\text{کل}}=n\vec{F}_{\text{کل}}$$

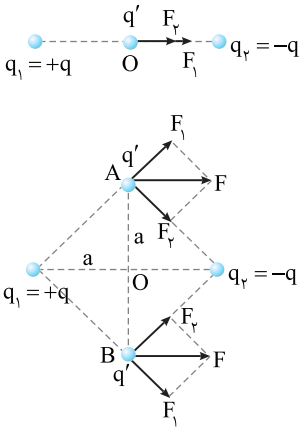
اکنون به سراغ حل مسئله برویم. بر بار q چهار نیرو وارد می‌شود. بنابراین نیروی خالص وارد بر بار q برایند این چهار نیرو است.



فاصلهٔ هر بار از بار q، $a\sqrt{۲}$ بوده است که وقتی a، دو برابر شود (۲a) این فاصله هم برابر می‌شود و طبق قانون کولن $F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}$ نیروی هر بار $\frac{۱}{۴}$ حالت اول می‌شود، بنابراین نیروی خالص وارد بر بار q، $\frac{۱}{۴}$ نیروی خالص اولیه می‌شود.

B ۱۵۶۹ ۱

ابتدا نیروی وارد بر بار q' در نقطهٔ O وسط پاره‌خط بین دو بار را بررسی می‌کنیم. در نقطهٔ O نیرویی که هر بار q' وارد می‌کند از بقیهٔ نقاط مسیر AB بیشتر است زیرا فاصلهٔ بارها در این حالت کمترین مقدار است و از طرفی نیرویی که هر یک از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ بر بار q' در نقطهٔ O وارد می‌کنند هم‌جهت بوده و نیروها با هم جمع می‌شود. بنابراین مطابق شکل وقتی از نقطهٔ A به سوی نقطهٔ O می‌رویم، نیروی خالص افزایش یافته تا به بیشینه مقدار خود برسد و وقتی که از نقطهٔ O به نقطهٔ B می‌رویم نیروی خالص وارد بر q' کاهش می‌یابد. نیروی خالص در نقطهٔ A را رسم می‌کنیم. در تمام نقاط بین A تا B نیروی خالص به همین صورت و به سمت راست است. بنابراین از A تا B جهت نیروی خالص تغییر نمی‌کند.



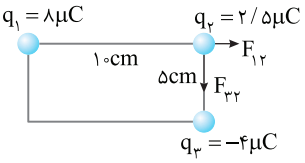
A ۱۵۷۰ ۲

نیروهای $F_{۱۲}$ و $F_{۳۲}$ را حساب می‌کنیم.

$$F=k\frac{|q||q'|}{r^۲}\Rightarrow\begin{cases}F_{۱۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۸\times۱۰^{-۶}\times۲/۵\times۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۲}}\Rightarrow F_{۱۲}=۱۸\text{N}\\ F_{۳۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۲/۵\times۱۰^{-۶}}{۲۵\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow F_{۳۲}=۳۶\text{N}\end{cases}$$

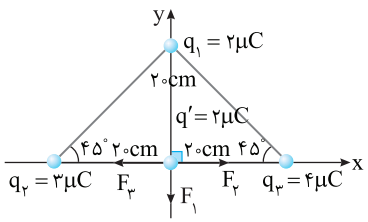
با توجه به جهت نیروها:

$$\vec{F}_۲=۱۸\vec{i}-۳۶\vec{j}$$



A ۱۵۷۱ ۱

خط فکری گزینه‌های تست برحسب بردارهای یکه $\vec{i}$ و $\vec{j}$ است، بنابراین کافی است نیروهای وارد بر q' را در امتداد محورها به دست آورید، سپس برایند نیروها را روی هر محور جداگانه به‌دست آورید، تا نیروی خالص را برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بنویسید. بنا بر قانون کولن نیرویی را که هر بار بر بار q' وارد می‌کند به‌دست می‌آوریم.



$$F=k\frac{qq'}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}\text{نیروی } q_1 \text{ بر } q' \text{ دافعه}: F_1=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{4\times10^{-2}}=0/9N\\ \text{نیروی } q_2 \text{ بر } q' \text{ دافعه}: F_2=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{4\times10^{-2}}=1/35N\\ \text{نیروی } q_3 \text{ بر } q' \text{ دافعه}: F_3=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{4\times10^{-2}}=1/8N\end{cases}$$

در این صورت بر طبق شکل نیروهای F_2 و F_3 روی محور xها بوده و در خلاف جهت هم هستند و اندازه برایند آن‌ها از تفاضل دو بردار به‌دست می‌آید.

$$F_x=F_3-F_2=1/8-1/35=0/45N$$

نیروی F_1 روی محور yها و در خلاف محور yهاست $F_y=0/9N$ بنابراین نیروی خالص وارد بر q' برابر است با:

$$\vec{F}_T=-0/45\vec{i}-0/9\vec{j}$$

B ۱۵۷۲ ۲

با توجه به بردار نیروی برایند، بارهای q_1 و q_2 مختلف العلامت هستند:

$$F_{12}=9\times10^9\frac{q_1q_2}{9}=8\times10^{-3}\Rightarrow q_1q_2=8\times10^{-12}\ (1)$$

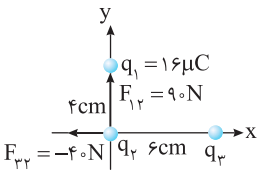
$$F_{32}=9\times10^9\frac{q_3q_2}{9}=6\times10^{-3}\Rightarrow q_3q_2=6\times10^{-12}\ (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)}=\frac{q_3}{q_1}=-\frac{3}{4}$$

B ۱۵۷۳ ۴

$$\vec{F}=-40\vec{i}+90\vec{j}$$

۱ نیروی F را روی شکل رسم می‌کنیم و مؤلفه‌های آن را روی محور x و y نشان می‌دهیم.



یادآوری نیروی بین دو بار الکتریکی همواره در امتداد خط وصل کننده دو بار است.

۲ نیرویی که بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کند، نیروی ربایشی (جاذبه) است و مقدار آن $90N$ است. بنابراین بارهای q_2 و q_1 ناهمنام‌اند از این رو q_2 منفی است و مقدار آن خواهد شد.

$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow90=9\times10^9\times\frac{16\times10^{-6}\times|q_2|}{(4\times10^{-2})^2}\Rightarrow90=\frac{9\times16\times10^3|q_2|}{16\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow|q_2|=1\times10^{-6}=1\mu C\xrightarrow{q_2\text{ منفی است}}q_2=-1\mu C$$

۳ نیرویی که بار q_3 بر بار q_2 وارد می‌کند رانشی (دافعه) است، بنابراین این دو بار همنام هستند و نسبت $\frac{q_3}{q_2}$ مثبت است. از طرفی اندازه نیروی F_{32} برابر $40N$ است، بنابراین مقدار q_3 را می‌توان حساب کرد.

$$F_{32}=k\frac{|q_3||q_2|}{r^2}\Rightarrow40=9\times10^9\frac{|q_3|\times1\times10^{-6}}{36\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow|q_3|=16\mu C\xrightarrow{q_3\text{ منفی است}}q_3=-16\mu C$$

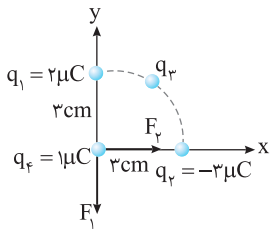
۴ نسبت $\frac{q_3}{q_2}$ خواهد شد.

$$\frac{q_3}{q_2}=\frac{-16}{-1}=16$$

B ۱۵۷۴ ۲

خط فکری نیروی خالص وارد بر بار الکتریکی q_4 را برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ در اختیار داریم $(\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=10\vec{i}+10\vec{j})$. بنابراین کافی است نیرویی که بارهای q_1 و q_2 بر بار q_4 وارد می‌کنند را به دست آورید و سپس، نیروی F_3 را حساب کنید.

۱ نیرویی که بار q_1 بر بار q_4 وارد می‌کند دافعه (رانشی) است و نیروی F_1 در خلاف جهت محور yها است و مقدار آن خواهد شد.



$$F_1=k\frac{|q_1||q_4|}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_1=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F_1=20N\Rightarrow\vec{F}_1=-20\vec{j}$$

۲ نیرویی که بار q_2 بر بار q_4 وارد می‌کند جاذبه (ربایشی) است، زیرا دو بار ناهمنام هستند. بنابراین نیروی F_2 در جهت محور xهاست و مقدار آن برابر است با:

$$F_2=k\frac{|q_2||q_4|}{r^2}\Rightarrow F_2=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F_2=30N\Rightarrow\vec{F}_2=+30\vec{i}$$

۳ اکنون می‌توان بردار نیروی $\vec{F}_3$ را به‌دست آورد:

$$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3$$

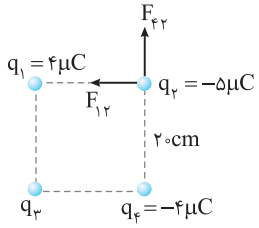
$$\Rightarrow10\vec{i}+10\vec{j}=-20\vec{j}+30\vec{i}+\vec{F}_3\Rightarrow\vec{F}_3=-20\vec{i}+30\vec{j}$$

۴ بزرگی نیروی F_3 خواهد شد.

$$F_3=\sqrt{F_{3x}^2+F_{3y}^2}\Rightarrow F_3=\sqrt{20^2+30^2}\Rightarrow F_3=10\sqrt{13}N$$

B ۱۵۷۵ ۴

ابتدا نیروهایی را که بارهای q_1 و q_4 بر بار q_2 وارد می‌کنند رسم کرده و اندازهٔ آن‌ها را به دست می‌آوریم. البته حواسمان هست که چون بارهای q_1 و q_4 هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها تا بار q_2 برابر است، F_{12} با F_{42} برابر است.



$$F_{42}=F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times5\times10^{-6}}{400\times10^{-4}}=4/5N$$

برایند نیروهای $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{42}$ را با توجه به جهت و اندازه‌های آن برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ به‌صورت روبه‌رو می‌نویسیم:

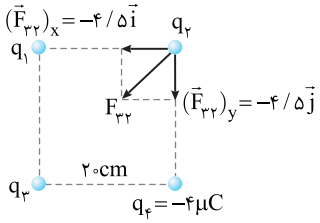
$$\vec{F}_{12}+\vec{F}_{42}=-4/5\vec{i}+4/5\vec{j}$$

با توجه به صورت مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 برابر $-9\vec{i}$ است. بنابراین:

$$\vec{F}=\vec{F}_{12}+\vec{F}_{42}+\vec{F}_{32}\xrightarrow[\vec{F}=-9\vec{i}]{\vec{F}_{12}+\vec{F}_{42}=-4/5\vec{i}-4/5\vec{j}}$$

$$-9\vec{i}=-4/5\vec{i}+4/5\vec{j}+\vec{F}_{32}\Rightarrow\vec{F}_{32}=-4/5\vec{i}-4/5\vec{j}$$

بنابراین نیرویی که q_3 به q_2 وارد می‌کند مطابق شکل زیر است.



۱ نیروی $\vec{F}_{32}$ ربایشی است پس بارهای q_2 و q_3 ناهمنام بوده و q_3 مثبت است.

۲ اندازهٔ نیروی $\vec{F}_{32}$ برابر است با:

$$F_{32}=\sqrt{(F_{32})_x^2+(F_{32})_y^2}=4/5\sqrt{2}N$$

$$F_{32}=k\frac{|q_3||q_2|}{r_{32}^2}\xrightarrow{\text{فاصله } q_2 \text{ و } q_3 \text{ برابر قطر مربع}}r_{32}=\sqrt{20^2+20^2}=20\sqrt{2}cm$$

$$4/5\sqrt{2}=9\times10^9\times\frac{q_3\times5\times10^{-6}}{800\times10^{-4}}\Rightarrow q_3=8\sqrt{2}\times10^{-6}C=8\sqrt{2}\mu C$$

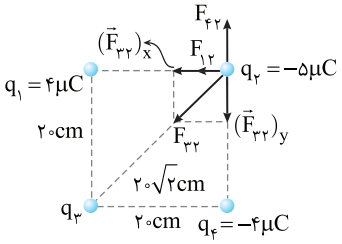
روش دوم: البته با کمی فکر کردن نیز می‌توانیم بردار $\vec{F}_{۳۲}$ را به دست آوریم. نیروی برایند $\vec{F}=-۹\vec{i}$ مؤلفه قائم ندارد. بنابراین مؤلفه قائم نیرویی که بار $q_۳$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند باید هم‌اندازهٔ نیرویی باشد که بار $q_۴$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند.

$$F_{(۳۲)y}=F_{۴۲}=۴/۵N$$

نیرویی که بار $q_۱$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند رباییشی و مقدار آن $۴/۵N$ و در خلاف جهت محور xهاست، یعنی $\vec{F}_{۱۲}=-۴/۵\vec{i}$ بنابراین مؤلفهٔ x نیرویی که $q_۳$ بر $q_۲$ وارد می‌کند نیز باید برابر $\vec{F}_{(۳۲)x}=-۴/۵\vec{i}$ باشد. در نتیجه:

$$(F_{۳۲})_y=F_{۴۲}\Rightarrow(F_{۳۲})_y=۴/۵N$$
$$(F_{۳۲})_x+F_{۱۲}=۹N\Rightarrow(F_{۳۲})_x=۴/۵N$$
$$\Rightarrow F_{۳۲}=\sqrt{۴/۵^۲+۴/۵^۲}=۴/۵\sqrt{۲}N$$

با توجه به اینکه نیروی $F_{۳۲}$ نیروی رباییشی است پس $q_۲$ و $q_۳$ مختلف‌العلامت هستند و $q_۳$ مثبت است. در ادامه مشابه قسمت قبل عمل می‌کنیم.

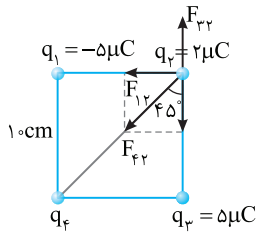


۴ ۱۵۷۶ B

۱) فاصلهٔ $q_۴$ تا $q_۲$ برابر قطر مربع است. $r_{۲۴}=\sqrt{۱۰^۲+۱۰^۲}=۱۰\sqrt{۲}cm$

۲) نیرویی که بار $q_۱$ و بار $q_۳$ بر بار الکتریکی $q_۲$ وارد می‌کند هم‌اندازه است.

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow F_{۱۲}=F_{۳۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۵\times۲\times۱۰^{-۱۲}}{۱۰^۲\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow F_{۱۲}=F_{۳۲}=۹N$$
$$\Rightarrow\vec{F}_{۱۲}=-۹\vec{i}\ ,\quad \vec{F}_{۳۲}=۹\vec{j}$$



۳) بنا به فرض مسئله: $\vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۳۲}+\vec{F}_{۴۲}=-۱۸\vec{i}\Rightarrow-۹\vec{i}+۹\vec{j}+\vec{F}_{۴۲}=-۱۸\vec{i}$

$$\vec{F}_{۴۲}=-۹\vec{i}-۹\vec{j}\Rightarrow F_{۴۲}=\sqrt{۹^۲+۹^۲}=۹\sqrt{۲}N$$

۴) با توجه به مؤلفه‌های نیرویی که بار $q_۴$ بر بار $q_۲$ وارد می‌کند، مشخص می‌شود بار $q_۴$ منفی است. اکنون اندازهٔ $q_۴$ را حساب می‌کنیم. بار $q_۴$ بر بار $q_۲$ نیروی جاذبه الکتریکی (رباییشی) وارد می‌کند.

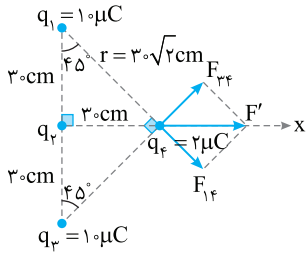
$$F_{۴۲}=k\frac{|q_۲||q_۴|}{r_{۲۴}^۲}\Rightarrow۹\sqrt{۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}\times|q_۴|}{(۱۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲}$$
$$\Rightarrow|q_۴|=۱۰\sqrt{۲}\mu C\Rightarrow q_۴=-۱۰\sqrt{۲}\mu C$$

روش دیگر: نیروی خالص وارد بر بار الکتریکی $q_۲$ روی محور xهاست و در جهت منفی محور است $\vec{F}=-۱۸\vec{i}$. بنابراین نیروی $F_{۳۲}$ و مؤلفهٔ y نیروی $F_{۴۲}$ یکدیگر را خنثی کرده‌اند. از این‌رو:

$$F_{۴۲y}=F_{۳۲}\Rightarrow k\frac{|q_۴||q_۲|}{(۱۰\sqrt{۲})^۲}\times\cos۴۵^\circ=k\frac{|q_۳||q_۲|}{۱۰^۲}$$
$$|q_۴|=۲\sqrt{۲}|q_۳|=۱۰\sqrt{۲}\Rightarrow q_۴=-۱۰\sqrt{۲}\mu C$$

۱ ۱۵۷۷ B

خط فکری نیروهای وارد بر بار $q_۴$ توسط بار $q_۱$ و $q_۳$ را به‌دست بیاوریم. این دو نیرو برابرند. برایند آن‌ها روی محور xها قرار می‌گیرد، پس دو نیرو را حساب کرده، برایند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم و با نیروی برایند $\vec{F}_T=[(\sqrt{۲}-۲)N]i$ مقایسه می‌کنیم تا نیروی $F_{۲۴}$ مشخص شود.



۱) اندازه نیروهای $F_{۱۴}$ و $F_{۳۴}$ را حساب می‌کنیم. (فاصله بین $q_۱$ و $q_۴$ با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس خواهد شد: $r=۳۰\sqrt{۲}cm$)

$$F_{۳۴}=F_{۱۴}=k\frac{|q_۱||q_۴|}{r^۲}\Rightarrow F_{۳۴}=F_{۱۴}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۰\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹۰۰\times۲\times۱۰^{-۴}}$$
$$\Rightarrow F_{۳۴}=F_{۱۴}=۱N$$

۲) برایند این دو نیرو خواهد شد:

$$F'=\sqrt{F_{۱۴}^۲+F_{۳۴}^۲}=\sqrt{۱^۲+۱^۲}\Rightarrow F'=\sqrt{۲}N\Rightarrow\vec{F}'=\sqrt{۲}\vec{i}$$

۳) نیروی $\vec{F}_{۲۴}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$F'_T=\vec{F}'+\vec{F}_{۲۴}\Rightarrow(\sqrt{۲}-۲)\vec{i}=\sqrt{۲}\vec{i}+\vec{F}_{۲۴}\Rightarrow\vec{F}_{۲۴}=-۲\vec{i}$$

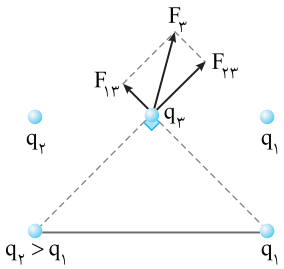
۴) نیروی وارد بر بار $q_۴$ توسط $q_۲$ رباییشی است، بنابراین $q_۲$ دارای بار منفی است.

۵) مقدار $q_۲$ را حساب می‌کنیم:

$$F_{۲۴}=k\frac{|q_۲||q_۴|}{r^۲}\Rightarrow۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۲|\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹۰۰\times۱۰^{-۴}}$$
$$\Rightarrow|q_۲|=۱۰\mu C\Rightarrow q_۲=-۱۰\mu C$$

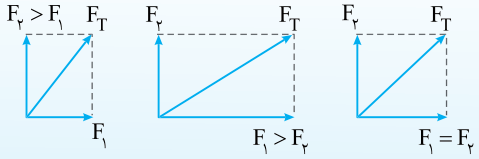
۴ ۱۵۷۸ A

بارها همه مثبت هستند و یکدیگر را دفع می‌کنند، بنابراین بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هر دو بر بار الکتریکی $q_۳$ نیروی رانشی وارد می‌کنند. البته نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کند بزرگتر از نیرویی است که بار $q_۱$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کند. با رسم نیروهای $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ شکل نیروی خالص مطابق شکل زیر است.

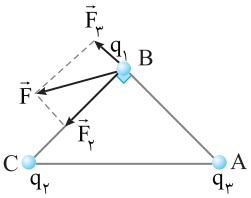


۱ ۱۵۷۹ A

یادداشت ریاضی در ابتدا یادآوری کنیم که برایند دو بردار که با هم زاویه می‌سازند، همواره بین آن دو قرار می‌گیرد و اگر دو بردار هم‌اندازه باشند، بردار برایند روی نیمساز آن دو بردار قرار می‌گیرد و اگر دو بردار هم‌اندازه نباشند، بردار برایند به بردار بزرگتر نزدیک می‌شود. به شکل‌های زیر دقت کنید.



نیروی بین دو بار همواره روی خط وصل‌کننده دو بار است، یعنی نیرویی که بار q_3 بر بار q_1 وارد می‌کند $(\vec{F}_2)$، روی امتداد خط AB و نیرویی که بار q_2 بر بار q_1 وارد می‌کند $(\vec{F}_2)$، روی امتداد خط BC است.

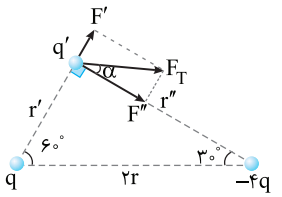


نیروی خالص F وارد بر q_1 برایند دو نیروی F_1 و F_3 است بنابراین نیروی F را روی امتداد خط‌های AB و BC مطابق شکل تجزیه می‌کنیم. نیرویی که بار q_2 وارد می‌کند از نیرویی که بار q_3 وارد می‌کند بزرگ‌تر است $(F_2 > F_3)$. بنابراین مقدار بار q_2 از مقدار بار q_3 بیشتر است $|q_2| > |q_3|$ بار q_3 بار q_1 را می‌راند پس q_3 و q_1 همنام هستند. اما بار q_2 بار q_1 را می‌رباید بنابراین q_2 و q_1 همنام هستند.

۱۵۸۰ B ۲

خط فکری در این سؤال مقدار بارهای q و $-4q$ و فاصلهٔ آن‌ها تا بار q' با هم متفاوت است. ابتدا بزرگی نیروهای وارد از طرف q و $-4q$ با یکدیگر مقایسه می‌کنیم، برای این کار وتر مثلث را $2r$ فرض می‌کنیم:

$$\sin 30^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{وتر}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{r'}{2r'} \Rightarrow r' = r$$

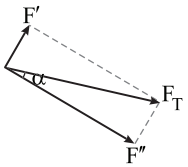


$$\sin 60^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{وتر}}$$
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{r''}{2r} \Rightarrow r'' = \sqrt{3}r$$

حال اندازهٔ نیروهای F' و F'' را حساب می‌کنیم:

$$F' = k\frac{qq'}{r'^2} \xrightarrow{r'=r} F' = k\frac{qq'}{r^2}, \quad F'' = k\frac{q'4q}{r''^2} \xrightarrow{r''=\sqrt{3}r} F'' = \frac{4}{3}k\frac{qq'}{r^2}$$

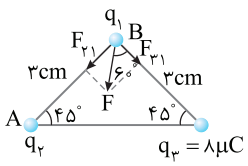
بنابراین F'' بزرگ‌تر از F' است و برایند نیروها به سمت نیروی F'' متمایل می‌شود:



(دقت کنید زاویه α از 30° کمتر است و جهت $\vec{F}_T$ افقی نخواهد بود.)

۱۵۸۱ B ۲

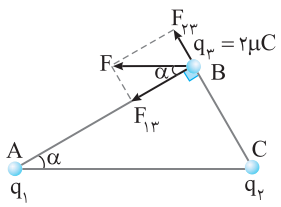
ابتدا دقت کنید این مثلث متساوی‌الساقین می‌باشد و زاویهٔ ساق آن 45° است، بنابراین زاویهٔ رأس آن 90° است و اضلاع AB و BC بر هم عمودند. نیروی F را بر دو امتداد AB و BC تجزیه می‌کنیم. با توجه به شکل:



$$\tan 60^\circ = \frac{F_{21}}{F_{31}} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{F_{21}}{F_{31}} \Rightarrow F_{21} = \sqrt{3}F_{31}$$
$$\Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = \sqrt{3}\frac{k|q_1||q_3|}{r^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{r^2} = \sqrt{3}\frac{|q_3|}{r^2}$$
$$\xrightarrow{q_3 = 8\mu C} |q_2| = 8\sqrt{3}\mu C$$

۱۵۸۲ B ۴

خط فکری در سؤالاتی مانند شکل زیر که امتداد نیروها بر هم عمودند و جهت نیروی برایند مشخص شده است، باید با استفاده از تجزیه بردار برایند و استفاده از روابط مثلثاتی سؤال را حل کنیم (اخیراً از این مدل تست زیاد استفاده می‌شود.). روابط زیر را می‌توانید در حل اینگونه مسائل بکار ببرید.

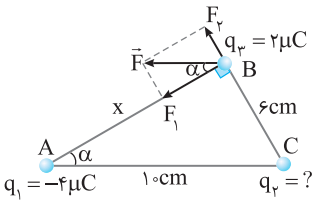


$$\tan\alpha = \frac{F_{23}}{F_{13}}, \quad \sin\alpha = \frac{F_{23}}{F}, \quad \cos\alpha = \frac{F_{13}}{F}$$

البته در مثلث ABC نیز این روابط را برای اضلاع مثلث می‌توانید بنویسید.

$$\tan\alpha = \frac{BC}{AB}, \quad \sin\alpha = \frac{BC}{AC}, \quad \cos\alpha = \frac{AB}{AC}$$

۱ ابتدا فاصلهٔ بار q_1 از q_3 را به کمک رابطه فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:



$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$\Rightarrow 10^2 = x^2 + 6^2$$
$$\Rightarrow x = 8cm \Rightarrow AB = 8cm$$

۲ بارهای q_1 و q_3 ناهمنام هستند و q_1 بر بار q_3 نیروی ربایشی (جاذبه) وارد می‌کند و این نیرو روی ضلع AB و به سوی q_1 است.

۳ نیروی F را روی امتداد اضلاع AB و BC تجزیه می‌کنیم. نیروی F_2 که در امتداد BC است، نیروی دافعه‌ای است که از سوی بار q_2 بر بار q_3 وارد شده است، بنابراین q_2 و q_3 همنام هستند و بار q_2 مثبت است.

۴ اگر زاویهٔ بین بردار F و بردار F_1 را α بنامیم، با توجه به شکل در مثلث ABC داریم:

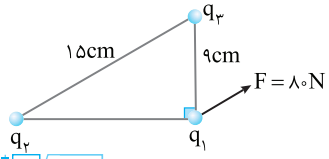
$$\tan\alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

۵ اکنون تانژانت α را برای نیروها نوشته از قانون کولن در آن جای‌گذاری کرده و q_2 را حساب می‌کنیم.

$$\tan\alpha = \frac{F_2}{F_1} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{k\frac{q_2 \times q_3}{6^2}}{k\frac{q_1 \times q_3}{8^2}} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{64}{36} \times \frac{q_2}{4} \Rightarrow q_2 = \frac{27}{16}\mu C$$

بازی با سؤال **سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در جای خود ثابت شده‌اند. برایند نیروهایی که بارهای q_2 و q_3 بر بار q_1 وارد می‌کنند، بردار F، موازی با قاعده مثلث رسم شده است. نیرویی که بار q_2 بر بار q_1 وارد می‌کند، چند نیوتون است؟** $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$

آزمون مدارس برتر



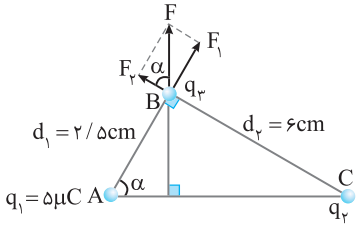
۱) $\frac{81}{4}$
۲) ۶۴
۳) ۴۸
۴) ۵۴

گزینهٔ ۲

۱۵۸۳ B ۳

خط فکری در حل این مسائل دو نکته مهم باید در نظر گرفته شود.

۱ نیروی بین دو بار در امتداد خط واصل دو بار است. نیروی خالص، برایند دو نیروی F_1 و F_2 است. یعنی F را باید در امتداد خط‌های واصل بارها تجزیه کنیم تا F_1 و F_2 به دست آید. به شکل دقت کنید. نیروی F را تجزیه کرده‌ایم. هر دو بار q_1 و q_2 بار q_3 را می‌رانند بنابراین هر سه بار همنام و مثبت هستند.



۲ در مثلث‌های BF_2F و ABC دو زاویهٔ α برابر دیده می‌شود: در هر مثلث تانژانت زاویهٔ α می‌نویسیم سپس مقدارهای به دست آمده برحسب اضلاع و نیروها را برابر قرار می‌دهیم.

$$\Delta BF_2F: \tan\alpha = \frac{F_1}{F_2}, \quad \Delta ABC: \tan\alpha = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{BC}{AB} = \frac{d_2}{d_1}$$

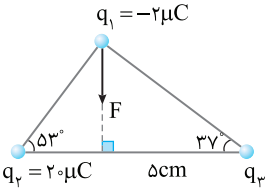
۳ از قانون کولن $F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ به‌جای F_1 و F_2 جای‌گذاری می‌کنیم

$$\frac{k\frac{q_1q_3}{(d_1)^2}}{k\frac{q_2q_3}{(d_2)^2}}=\frac{d_2}{d_1}\Rightarrow\frac{q_1}{q_2}\times\frac{(d_2)^2}{(d_1)^2}=\frac{d_2}{d_1}\Rightarrow\frac{q_1}{q_2}=\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow\frac{5}{q_2}=\frac{2/5}{6}\Rightarrow q_2=12\mu C$$

میانبر در این مسائل می‌توانید از نتیجهٔ به‌دست آمده استفاده کنید. یعنی

$$\frac{q_1}{q_2}=\frac{d_1}{d_2}\qquad \frac{5}{q_2}=\frac{2/5}{6}\Rightarrow q_2=12\mu C$$

بازی با سؤال در شکل زیر، نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار $q_1=-2\mu C$ از طرف دو بار دیگر (F) نشان داده شده است. اندازهٔ این نیرو چند نیوتون است؟ $(\sin 37^\circ=0/6, k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$

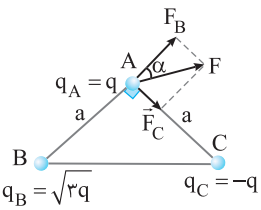


۱) ۳۰۰
۲) ۴۰۰
۳) ۵۰۰
۴) ۶۰۰

گزینهٔ ۳

۱ ۱۵۸۴ B

بارهای $q_C=-q$ و $q_A=q$ ناهمنام هستند، بنابراین بار q_C، بار q_A را می‌رباید (جذب می‌کند)، بارهای $q_B=\sqrt{3}q$ و $q_A=q$ همنام هستند و بار q_B، بار q_A را می‌رانند (دفع می‌کند)، البته نیروی F_{BA} از نیروی F_{CA} بزرگ‌تر است، زیرا فاصلهٔ بار q_B و q_C تا بار q_A برابر است اما $|q_B|>|q_C|$ است. نیروها را روی شکل رسم می‌کنیم. مسئله زاویهٔ α یعنی زاویهٔ بین نیروی برایند و امتداد پاره‌خط AB را خواسته است. با توجه به تعریف کتانژانت α می‌توان α را به دست آورد.



$$\cot\alpha=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}}\Rightarrow\cot\alpha=\frac{|\vec{F}_B|}{|\vec{F}_C|}$$

با توجه به قانون کولن $F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ به جای F_B و F_C مقدار قرار می‌دهیم.

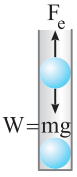
$$\cot\alpha=\frac{|\vec{F}_B|}{|\vec{F}_C|}=\frac{k\frac{(\sqrt{3}q)q}{a^2}}{k\frac{(q)(q)}{a^2}}=\sqrt{3}\Rightarrow\alpha=30^\circ$$

۳ ۱۵۸۵ B

خط فکری این مسئله ترکیبی از فصل الکتریسیته ساکن و قوانین نیوتون در متوسطه اول و فصل دینامیک سال دوازدهم است.

در حل این مسائل ابتدا نیروهای وارد بر جسم مورد نظر را باید رسم کنید و چون جسم در تعادل است نیروی خالص وارد بر جسم را برابر صفر قرار دهید. $(F_{net}=0)$

۱ نیروهای وارد بر گوی معلق، نیروی وزن و نیروی دافعه الکتریکی است که آن‌ها را رسم می‌کنیم:



۲ این دو نیرو در خلاف جهت هم هستند و برای آن‌که گوی ساکن بماند، باید این دو نیرو با هم برابر باشند. یعنی زمانی که دو گوی در فاصله ۳cm از هم قرار می‌گیرند، می‌توان نوشت:

$$F_e=mg\Rightarrow k\frac{q_2}{r^2}=mg\Rightarrow9\times10^9\times\frac{q^2}{9\times10^{-4}}=2/5\times10^{-3}\times10$$
$$\Rightarrow q^2=25\times10^{-16}\Rightarrow|q|=5\times10^{-8}C$$

۳ با توجه به رابطه $|q|=ne$ تعداد الکترون‌های کنده شده را به دست می‌آوریم.

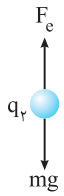
$$5\times10^{-8}=1/6\times10^{-19}\times n\Rightarrow\frac{5}{1/6}\times10^{11}=n\Rightarrow n=\frac{25}{8}\times10^{11}$$

۲ ۱۵۸۶ B

برای اینکه گوی بالایی معلق بماند، باید نیروی وزن آن با نیروی الکتریکی که گوی پایینی به آن وارد می‌کند، برابر باشد.

$$F_e=mg\Rightarrow9\times10^9\times\frac{3q^2}{9\times10^{-4}}=7/5\times10^{-8}$$
$$q^2=25\times10^{-22}\Rightarrow q=5\times10^{-11}$$
$$3q=ne\Rightarrow15\times10^{-11}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=9/375\times10^8$$

۴ ۱۵۸۷ B



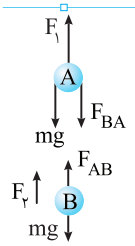
برای اینکه گوی (۲) در حال تعادل باشد، باید نیروهای وارد بر آن با هم برابر و خلاف جهت هم باشند. گویی که دارای بار q_2 است، معلق و در حال تعادل است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است. نیروهای وارد بر این گوی، نیروی وزن $(W=mg)$ و نیروی جاذبه کولنی $F_e=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ است. این نیروها را روی شکل نشان می‌دهیم و مقدار آن‌ها را با هم برابر قرار می‌دهیم تا بتوانیم بار q_2 را حساب کنیم.

$$F_e=mg\Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=mg\Rightarrow9\times10^9\times\frac{5\times10^{-6}\times|q_2|}{9\times10^{-4}}=20\times10^{-3}\times10$$
$$\Rightarrow5|q_2|\times10^7=2\times10^{-1}\Rightarrow|q_2|=4\times10^{-9}C=4nC$$

و چون نیروی بین بارهای q_1 و q_2 جاذبه است، پس بار q_2 منفی است، بنابراین:

$$q_2=-4nC$$

۲ ۱۵۸۸ B



ابتدا نیروهایی را که به گوی‌های A و B وارد می‌شود حساب می‌کنیم. توجه کنید که گوی‌های A و B ناهمنام هستند و نیروی الکتریکی آن‌ها ربایشی است، یعنی نیروی الکتریکی که B به A وارد می‌کند رو به پایین در جهت وزن است اما نیرویی که بار A بر بار B وارد می‌کند رو به بالا و در خلاف جهت وزن است. البته F_{AB} و F_{BA} بنا بر قانون سوم نیوتون با هم برابرند.

نیروی وزن گوی A و نیروی الکتریکی وارد بر آن را به دست می‌آوریم:

نیروی الکتریکی بین A و B: $F_{BA}=9\times10^9\times\frac{2\times4\times10^{-12}}{9\times10^{-4}}=80N$

نیروی وزن گوی A: $mg=11\times10=110N$

بر گوی A سه نیروی W و F_{BA} رو به پایین و نیروی نیروسنج F_1 رو به بالا وارد می‌شود و برای آن‌که A در تعادل باشد باید $F_{net}=0$ باشد، یعنی نیروی F_1 رو به بالا با مجموع W و F_{BA} رو به پایین برابر باشد.

$$F_1=W+F_{BA}\Rightarrow F_1=110+80=190N$$

اکنون به سراغ گوی B می‌رویم. نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد بر گوی B با نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد بر گوی A برابر است.

نیروی الکتریکی بین A و B: F_{AB} , $F_{AB}=F_{BA}=80N$

نیروی وزن گوی B: $mg=11\times10=110N$

بر گوی B نیز همان سه نیرو وارد می‌شود، اما نیروی وزن رو به پایین و نیروی الکتریکی F_e و نیروی $F_۲$ رو به بالا وارد می‌شوند، بنابراین این بار باید مجموع F_{AB} و $F_۲$ با نیروی وزن برابر باشد تا $F_{net}=۰$ شود.

$$W=F_۲+F_{AB}\Rightarrow ۱۱۰=F_۲+۸۰\Rightarrow F_۲=۳۰N$$

بنابراین نسبت $\frac{F_۱}{F_۲}$ خواهد شد:

$$\frac{F_۱}{F_۲}=\frac{۱۹۰}{۳۰}=\frac{۱۹}{۳}$$

۲ ۱۵۸۹ C

وقتی ترازو صفر نشان می‌دهد که نیروی ربایش الکتریکی A بر B هم‌اندازهٔ وزن‌گوی و در خلاف جهت آن باشد. $F_E=W$

از طرفی جسم A نیز توسط همان نیروی الکتریکی به پایین کشیده می‌شود پس بر جسم A سه نیروی W، T و F_E وارد می‌شود که متوازن هستند.

$$T=W+F_E\Rightarrow T=۲W\Rightarrow T=۲\times ۸\times ۱۰^{-۳}\times ۱۰\Rightarrow T=۱/۶N$$

۴ ۱۵۹۰ C

بر جسم A دو نیرو، یکی نیروی وزن و دیگری نیروی الکتریکی وارد می‌شود و این دو نیرو متوازن هستند.

$$W=F_E=k\frac{|q_A||q_B|}{r^۲}$$

$$W=۹\times ۱۰^۹\times\frac{۳\times ۱۰^{-۶}\times ۹\times ۱۰^{-۶}}{۹\times ۱۰^{-۲}}=۲/۷N$$

بر جسم B نیروی الکتریکی F_E و نیروی وزن رو به پایین و نیروی فنر رو به بالا وارد می‌شود.

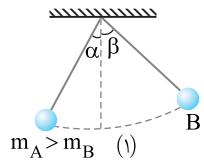
$$F_e=W+F_E\Rightarrow k\Delta L=۲F_E\Rightarrow ۱۰۰\Delta L=۲\times ۲/۷$$

$$\Rightarrow\Delta L=\frac{۵/۴}{۱۰۰}m=۵/۴cm$$

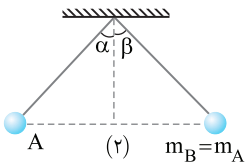
۳ ۱۵۹۱ B

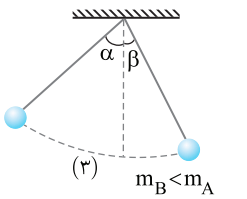
خط فکری همواره نیروی الکتریکی بین دو بار با هم برابر است $|F_{AB}|=|F_{BA}|$

همواره نیرویی که بار الکتریکی q_A بر بار الکتریکی q_B وارد می‌کند بنا بر قانون سوم نیوتون با نیروی الکتریکی که بار q_B بر بار q_A وارد می‌کند برابر است: $|F_{AB}|=|F_{BA}|$ بنابراین اگر جرم A بزرگ‌تر از جرم B $(m_A>m_B)$ باشد، جرم سنگین‌تر کمتر منحرف می‌شود و $\beta>\alpha$ است. (شکل (۱)) اگر جرم A و جرم B برابر باشد، نیروی وزن آن‌ها برابر است و مقدار انحراف یکسان است. $(\alpha=\beta)$ (شکل (۲))



اگر جرم A بزرگ‌تر از جرم B باشد حتماً A کمتر منحرف می‌شود و $(\alpha>\beta)$ است. (شکل (۳))





گزینه (۱): اگر بارها مساوی باشند، اما جرم ذرات A و B یکی نباشد، زاویه α و β برابر نیستند و گزینه (۱) نادرست است.

گزینه (۲): اگر بار $q_A>q_B$ باشد. نیروی الکتریکی بین دو بار یکسان است و اگر جرم آن‌ها یکی باشد، زاویه α و β برابراند و گزینه (۲) نادرست است.

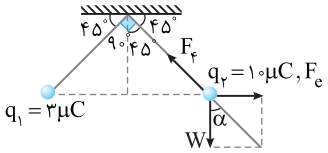
گزینه (۳): با برابر بودن جرم‌ها $(m_A=m_B)$ نیروی وزن آن یکی است. از طرفی به بارهای الکتریکی حتی وقتی هم‌اندازه نیستند بنا به قانون سوم نیوتون نیروی الکتریکی یکسانی برهم وارد می‌کنند بنابراین الزاماً $\alpha=\beta$ است و گزینه (۳) درست است.

گزینه (۴): اگر $m_A>m_B$ باشد، A سنگین‌تر است و در اثر نیروی الکتریکی یکسان کمتر منحرف می‌شود، یعنی $\alpha<\beta$ خواهد بود و گزینه (۴) نادرست است.

۱ ۱۵۹۲ C

خط فکری یکی از گوی‌ها را انتخاب کنید و نیروهای وارد بر آن را رسم کنید. نیروهای وارد بر هر گوی عبارتند از نیروی وزن W، نیروی دافعه الکتریکی بین دو بار F_e و نیرویی که نخ به گوی وارد می‌کند. مراحل زیر را پیگیری کنید.

۱ دو گلوله هم‌جرم هستند، بنابراین نیروی وزن آن‌ها یکسان است. نیروها را رسم می‌کنیم.



۲ نیروی الکتریکی بین دو بار را حساب می‌کنیم.

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Leftarrow F=۹\times ۱۰^۹\times\frac{۳\times ۱۰^{-۶}\times ۱۰\times ۱۰^{-۶}}{(۰/۳)^۲}\Rightarrow F=\frac{۹\times ۳\times ۱۰^{-۲}}{۹\times ۱۰^{-۲}}\Rightarrow F=۳N$$

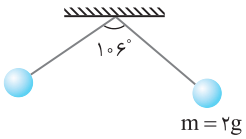
۳ با توجه شکل باید برایند F_e و W در امتداد ریسمان باشد، تا توسط نیروی کشش نخ خنثی شود و گوی در حال تعادل بماند و بنا بر خطوط موازی و مورب زاویهٔ α برابر ۴۵° است و می‌توان نوشت:

$$\tan\alpha=\frac{F_e}{W}\xrightarrow{\tan ۴۵^\circ=۱}۱=\frac{۳}{W}\Rightarrow W=۳N$$

۴ نیروی وزن برابر است با:

$$W=mg\Rightarrow ۳=m\times ۱۰\Rightarrow m=۰/۳kg\Rightarrow m=۳۰۰g$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو دو کرهٔ کوچک هم‌جرم با بار یکسان $q=۲\mu C$ از دو ریسمان سبک هم‌طول آویزان و در تعادل هستند، نیروی کشش هر ریسمان چند نیوتون است؟



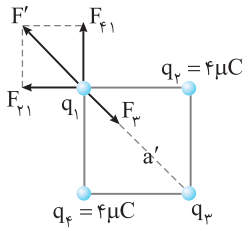
۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۲۵ ۳) ۰/۰۴ ۴) ۰/۰۱۵

گزینهٔ ۲

پنجره دوجداره (سطح دوم)

۴ ۱۵۹۳ C

۱ نیرویی که بارهای $q_۲$ و $q_۴$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کنند، با هم برابر است. زیرا بار $q_۲=q_۴$ و فاصلهٔ آن‌ها از بار $q_۱$ یکسان است. اگر طول ضلع مربع را a فرض کنیم با فرض اینکه بار $q_۱$ مثبت است، نیروهای $F_{۲۱}$ و $F_{۴۱}$ را رسم می‌کنیم. این دو نیرو را حساب می‌کنیم.



$$F_{۲۱}=F_{۴۱}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۱|}{a^۲}$$

۲ برایند این دو نیرو را F' می‌نامیم و آن را به دست می‌آوریم. این نیرو نیز چون $F_{۲۱}$ و $F_{۴۱}$ با هم برابرند، دقیقاً بین دو نیرو قرار می‌گیرد. (F' و $F_۳$ هم‌راستا هستند)

$$F'=\sqrt{F_{۲۱}^۲+F_{۴۱}^۲}=\sqrt{F^۲+F^۲}=\sqrt{۲}F\Rightarrow F'=\frac{\sqrt{۲}k|q_۲||q_۱|}{a^۲}$$

۳ فاصله بین $q_۳$ و $q_۱$ که قطر مربع است برابر است با:

$$a'=\sqrt{۲}a$$

۴ نیروی بین $q_۳$ و $q_۱$ خواهد شد:

$$F_۳=k\frac{|q_۳||q_۱|}{(\sqrt{۲}a)^۲}=\frac{۱}{۲}k\frac{|q_۲||q_۱|}{a^۲}$$

۵ به سربالایی سؤال رسیدیم. در متن سؤال گفته شه که:

نیرویی که $q_۳$ بر $q_۱$ وارد می‌کند، هم‌اندازه نیروی خالص وارد بر $q_۳$ است یعنی:

$$|\vec{F}_۳|=|\vec{F}_{net}|\Rightarrow\begin{cases}\text{غ.ق.ق. } \vec{F}'\text{ و }\vec{F}_۳\text{ هم‌جهت}: F_۳=F'+F_۳\Rightarrow F'=۰\\ \text{خلاف جهت } \vec{F}'\text{ و }\vec{F}_۳: F_۳=F'-F_۳\Rightarrow ۲F_۳=F'\Rightarrow\vec{F}'=-۲\vec{F}_۳\end{cases}$$

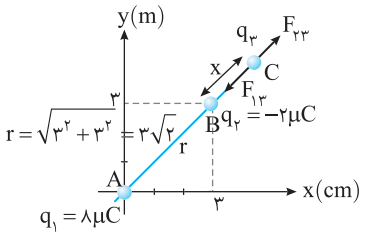
۶ اکنون مقدارهای F' و $F_۳$ را در این رابطه جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\sqrt{۲}k\frac{|q_۲||q_۱|}{a^۲}=-۲\left(\frac{۱}{۲}k\frac{|q_۳||q_۱|}{a^۲}\right)\xrightarrow{q_۲=۴\mu C}\sqrt{۲}\times۴=-q_۳\Rightarrow q_۳=-۴\sqrt{۲}\mu C$$

C ۱۵۹۴ ۱

یادآوری دو بار $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام‌اند بنابراین بار $q_۳$ باید خارج از دو بار و نزدیک به بار با مقدار کمتر یعنی $q_۲$ قرار گیرد.

در صفحهٔ xoy محل بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را مشخص می‌کنیم.



بار $q_۳$ باید در نقطه‌ای روی امتداد خط وصل کننده دو بار الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ و در نزدیکی بار $q_۲$ قرار داده شود تا نیروی خالص وارد بر آن صفر شود. نوع بار $q_۳$ مهم نیست و آن را مثبت فرض می‌کنیم. (در نکتهٔ آخر سؤال دلیل این عدم اهمیت را می‌گوییم.) اندازه نیرویی که بار $q_۱$ بر $q_۳$ وارد می‌کند $(F_{۱۳})$ را با اندازه نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کند $(F_{۲۳})$ برابر قرار می‌دهیم.

$$F_{۱۳}=F_{۲۳}$$

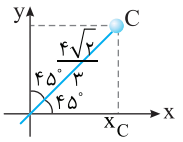
$$\Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^۲}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲}\Rightarrow\frac{q_۱}{(۳\sqrt{۲}+x)^۲}=\frac{q_۲}{x^۲}\Rightarrow\frac{۸}{(۳\sqrt{۲}+x)^۲}=\frac{۲}{x^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{۳\sqrt{۲}-x}=\frac{۱}{x}\Rightarrow۲x=۳\sqrt{۲}+x\Rightarrow۳x=۳\sqrt{۲}\Rightarrow x=۳\sqrt{۲}cm$$

فاصلهٔ بار $q_۳$ از مبدأ مختصات خواهد شد

$$AC=۳\sqrt{۲}+۳\sqrt{۲}=۶\sqrt{۲}$$

نقاط B و C روی نیمساز ربع اول قرار دارند، بنابراین مختصات C خواهد شد:

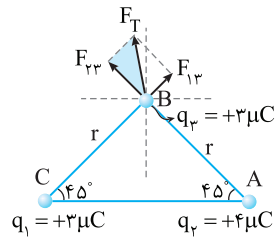


$$y_C=x_C=۶\sqrt{۲}\times\cos۴۵^\circ=۶\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۶cm$$

نکته $q_۳$ در محاسبات حذف شد به همین دلیل بیان کردیم نوع بار $q_۳$ تأثیری در حل مسئله ندارد.

C ۱۵۹۵ ۲

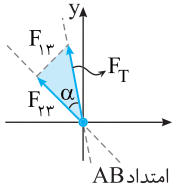
ابتدا نیروهای وارد بر بار $q_۳$ و جهت آن‌ها را مشخص می‌کنیم:



$$F_{۱۳}=k\frac{q_۱q_۳}{r^۲}\Rightarrow F_{۱۳}=k\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}}{r^۲}$$

$$F_{۲۳}=k\frac{q_۲q_۳}{r^۲}\Rightarrow F_{۲۳}=k\frac{۱۲\times۱۰^{-۱۲}}{r^۲}$$

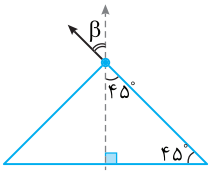
در مثلث رنگی زاویهٔ بین نیروی خالص با امتداد ضلع AB را به‌دست می‌آوریم:



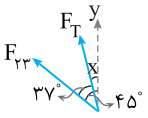
$$\tan\alpha=\frac{F_{۱۳}}{F_{۲۳}}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{k\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}}{r^۲}}{k\frac{۱۲\times۱۰^{-۱۲}}{r^۲}}$$

$$\Rightarrow\tan\alpha=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\alpha=۳۷^\circ$$

زاویهٔ بین نیروی $F_{۲۳}$ (که در امتداد AB است) با راستای قائم برابر است با: $\hat{\beta}=۴۵^\circ$



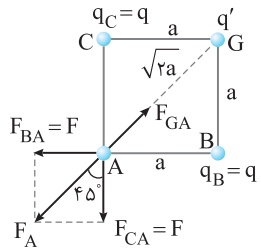
بنابراین زاویه‌ای که نیروی خالص F_T با محور قائم می‌سازد، خواهد شد:



$$x=۴۵-۳۷=۸^\circ$$

B ۱۵۹۶ ۳

خط فکری شکل مکعب شما را گول نزند، در واقع یک مربع ABGC داریم که در سه رأس A، B و C آن سه بار وجود دارد که بارهای q_B و q_C بر بار q_A نیروی یکسان وارد می‌کنند، زیرا بارها هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها از A یکسان است و برای آن که نیروی وارد بر A صفر شود، قطعاً بار q' باید در رأس دیگر مربع یعنی رأس G قرار گیرد و نیرویی که به بار A وارد می‌کند با برایند نیروهای F_{BA} و F_{CA} هم‌اندازه باشد.



با توجه به جهت نیروهایی که بارهای q_B و q_C به بار q_A وارد می‌کنند، برایند آن‌ها روی رأس A در جهت نشان داده شده است. (از بالا به مکعب نگاه می‌کنیم)

۱ نیروهای F_{BA} و F_{CA} بنا بر قانون کولن برابرند با:

$$F_{BA}=F_{CA}=F=k\frac{|q||q|}{a^۲}=k\frac{q^۲}{a^۲}$$

۲ برایند این دو نیرو خواهد شد:

$$F_A=\sqrt{F_{BA}^۲+F_{CA}^۲}\Rightarrow F_A=\sqrt{F^۲+F^۲}=\sqrt{۲}F\Rightarrow F_A=\sqrt{۲}k\frac{q^۲}{a^۲}\quad(۱)$$

۳ اکنون فاصلهٔ بین بار q' تا نقطهٔ A که قطر مربع است را حساب می‌کنیم.

$$AG=\sqrt{a^۲+a^۲}=\sqrt{۲}a$$

۴ نیرویی که q' به بار q وارد می‌کند برابر خواهد شد با:

$$F_{GA}=k\frac{|q||q'|}{(\sqrt{۲}a)^۲}=\frac{۱}{۲}k\frac{|q||q'|}{a^۲}\quad(۲)$$

$$(۱)=(۲)\Rightarrow\sqrt{۲}k\frac{q^۲}{a^۲}=k\frac{|q||q'|}{۲a^۲}\Rightarrow\frac{|q'|}{|q|}=۲\sqrt{۲}$$

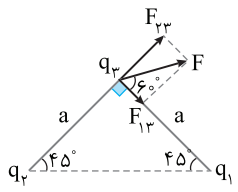
بار q بار q_A را دفع و بار q' بار q_A را جذب کرده، پس q و q' ناهمنام‌اند.

$$\left(\frac{q'}{q}=-۲\sqrt{۲}\right)$$

C ۱۵۹۷ ۲

خط فکری برای حل این مسئله باید ابتدا نیروی F را بر امتداد اضلاع مثلث تجزیه کنید تا جهت نیروهایی که بار $q_۲$ بر بار $q_۳$ $(F_{۲۳})$ و بار $q_۱$ بر بار $q_۳$ $(F_{۱۳})$ وارد می‌کند مشخص شود. سپس به کمک زاویهٔ داده شده در شکل نسبت بارها را بیابید.

حالت اول: زاویهٔ بین F و ضلع $q_۱q_۳$، ۶۰° است. با توجه به تعریف تانژانت زاویه می‌توان نوشت:



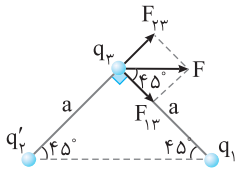
$$\tan۶۰^\circ=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

$$\tan۶۰^\circ=\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}$$

نیرویی که بار $q_۱$ و بار $q_۲$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کنند را از قانون کولن قرار می‌دهیم.

$$\tan۶۰^\circ=\frac{k\frac{|q_۲||q_۳|}{a^۲}}{k\frac{|q_۱||q_۳|}{a^۲}}\Rightarrow\sqrt{۳}=\frac{|q_۲|}{|q_۱|}$$

بار q_1 بار q_3 را جذب کرده و بار q_2 بار q_3 را رانده است، پس نتیجه می‌شود q_1 و q_2 ناهمنام‌اند. $\frac{q_2}{q_1}=-\sqrt{3}$ می‌شود.



حالت دوم: در این حالت نیروی خالص F وارد بر q_3 باید موازی خط q_1q_2 شود. بنابراین زاویهٔ بین F و خط q_1q_3، 45° می‌شود، حال این قسمت را شبیه حالت اول حل می‌کنیم.

$$\tan 45^\circ=\frac{F'_{23}}{F_{13}}=\frac{|q'_2|}{|q_1|}\xrightarrow{\tan 45^\circ=1}|q'_2|=|q_1|$$

در این حالت نیز بار q'_2 و q_3 را رانده و بار q_1 بار q_3 را جذب کرده است پس q'_2 و q_1 نیز ناهمنام‌اند: $q'_2=-q_1$

بنابراین بار q_2 و q'_2 نیز همنام می‌شوند و نسبت آن‌ها خواهد شد:

$$\frac{q'_2}{q_2}=\frac{-q}{-\sqrt{3}q_1}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

C ۲ ۱۵۹۸

۱ ابتدا نیروی F را بر امتداد اضلاع مثلث تجزیه می‌کنیم. با توجه به شکل بار q_1 بار q_3 را دفع کرده، بنابراین q_1 نیز مثبت است. اما بار $q_2=q'$ بار q_3 را جذب می‌کند، بنابراین q_2 منفی است.

۲ فاصلهٔ بار q_1 و بار q_2 را از بار q_3 به کمک زاویهٔ 60° روی شکل حساب می‌کنیم.

$$\sin 60^\circ=\frac{AB}{AC}\Rightarrow AB=AC\sin 60^\circ\Rightarrow AB=a\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\cos 60^\circ=\frac{BC}{AC}\Rightarrow BC=AC\cos 60^\circ\Rightarrow BC=\frac{a}{2}$$

۳ نیروی بار q_1 بر بار q_3 برابر است با: (۱) $F_{13}=k\frac{|q||q_3|}{(\frac{\sqrt{3}}{2}a)^2}=4k\frac{|q||q_3|}{3a^2}$

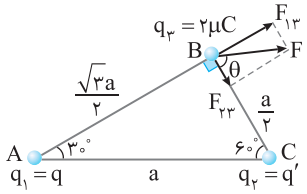
نیروی بار q_2 بر بار q_3 برابر است با: (۲) $F_{23}=k\frac{|q'||q_3|}{(\frac{a}{2})^2}=4k\frac{|q'||q_3|}{a^2}$

۴ به کمک تعریف تانژانت برای زاویهٔ θ خواهیم داشت:

$$\tan\theta=\frac{F_{13}}{F_{23}}\xrightarrow[\text{جایگذاری از رابطهٔ (۱) و (۲)}]{}\tan\theta=\frac{\frac{4}{3}k\frac{|q||q_3|}{a^3}}{4k\frac{|q'||q_3|}{a^3}}\Rightarrow\tan\theta=\frac{|q|}{3|q'|}$$

۵ با توجه به فرض مسئله $\theta>60^\circ$ است، یعنی $\tan\theta>\tan 60^\circ$ است:

بنابراین: $\frac{|q|}{3|q'|}>\tan 60^\circ\Rightarrow\frac{|q|}{3|q'|}>\sqrt{3}\Rightarrow\frac{|q|}{|q'|}>3\sqrt{3}$



C ۳ ۱۵۹۹

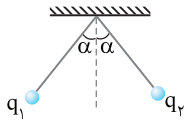
یادآوری هرگاه مجموع دو بار الکتریکی مقدار ثابتی باشد، نیروی بین آن‌ها وقتی بیشینه است که دو بار هم‌اندازه باشند، در این حالت حاصل‌ضرب q_1q_2 بیشینه است.

برای آنکه فاصلهٔ بین دو بار بیشینه شود، باید حاصل‌ضرب $q'_Aq'_B$ بیشینه شود و برای این مطالب باید دو بار q'_A و q'_B باهم برابر باشند. $q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{2}=\frac{10+4}{2}=7\mu C$

بنابراین از بار $q_B=10\mu C$، مقدار $\Delta q=10-7=3\mu C$ به بار q_A منتقل شود.

بنابراین درصد تغییر بار q_B خواهد شد: $\frac{\Delta q}{q_B}\times 100=\frac{3}{10}\times 100=30\%$

بازی با سؤال مطابق شکل دو گوی با بارهای $q_1=2q$ و $q_2=4q$ در حال تعادل‌اند.



چند درصد از بار q_2 را به بار q_1 منتقل کنیم تا زاویه بین دو گوی بیشینه شود؟

۱) 50٪ ۲) 25٪ ۳) 40٪ ۴) 15٪

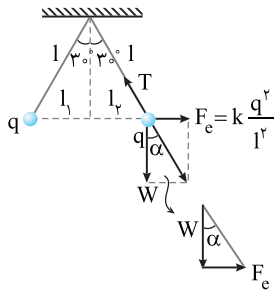
گزینهٔ ۲

C ۲ ۱۶۰۰

خط فکری مسئله دو حالت را بیان کرده، در هر دو حالت سه نیروی وزن (W)، نیروی دافعه الکتریکی (F_e) و نیروی کشش نخ (T) وارد بر یکی از دو بار را رسم کنید. باید برایند نیروی F_e و W هم‌اندازهٔ نیروی T و در امتداد نخ باشد تا یکدیگر را خنثی کنند و بار در تعادل باشد. اکنون با توجه به این دانسته‌ها حل را شروع می‌کنیم.

حالت اول: زاویهٔ بین دو نخ 60°:

نیروهای وارد بر بار q را رسم می‌کنیم.



برایند F_e و W در امتداد نخ است و بنا بر خطوط موازی و مورب زاویهٔ α برابر 30° است. تانژانت α را می‌نویسیم:

$$\tan\alpha=\frac{F_e}{W}$$

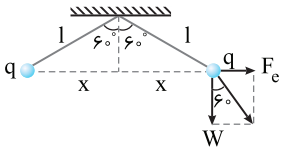
فاصلهٔ بین دو بار برابر l_1+l_2 است که l_1 ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 30° یعنی $\frac{l}{2}$ و ضلع l_2 نیز روبه‌رو به زاویهٔ 30° و برابر $\frac{l}{2}$ است:

$$l_1+l_2=\frac{l}{2}+\frac{l}{2}=l$$

نیروی F_e بنا به قانون کولن برابر است با $F_e=k\frac{qq}{l^2}$، F_e و W را در رابطهٔ $\tan\alpha$ قرار می‌دهیم.

$$\tan 30^\circ=\frac{k\frac{q^2}{l^2}}{W}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{k\frac{q^2}{l^2}}{W}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{3}W=k\frac{q^2}{l^2}\quad(1)$$

حالت دوم: زاویهٔ بین دو نخ 120°:



فاصلهٔ دو بار را از هم حساب می‌کنیم

$$\sin 60^\circ=\frac{x}{l}\Rightarrow x=l\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}l$$

در این صورت فاصلهٔ دو بار از هم $r'=2x=\sqrt{3}l$ می‌شود و نیرو بین دو بار برابر خواهد شد با:

$$F'_e=k\frac{(q+q_\circ)^2}{r'^2}=k\frac{(q+q_\circ)^2}{(\sqrt{3}l)^2}=k\frac{(q+q_\circ)^2}{3l^2}$$

مجدداً تانژانت زاویه α را که اکنون 60° شده است می‌نویسیم:

$$\tan 60^\circ=\frac{F'_e}{W}\Rightarrow\sqrt{3}=\frac{\frac{k(q+q_\circ)^2}{3l^2}}{W}\Rightarrow\sqrt{3}W=k\frac{(q+q_\circ)^2}{3l^2}\quad(2)$$

رابطهٔ (۱) را بر رابطهٔ (۲) تقسیم می‌کنیم.

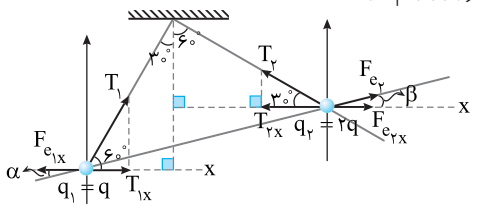
$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{3}W}{\sqrt{3}W}=\frac{k\frac{q^2}{l^2}}{\frac{k(q+q_\circ)^2}{3l^2}}\Rightarrow\frac{q^2}{(q+q_\circ)^2}=\frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow\frac{q}{q+q_\circ}=\frac{1}{3}\Rightarrow 3q=q+q_\circ\Rightarrow 2q=q_\circ\Rightarrow\frac{q_\circ}{q}=2$$

C ۳ ۱۶۰۱

با یک مسئله بسیار جدی در کنکور سراسری سروکار دارید. نیروهای وارد بر هر بار عبارت‌اند از نیروی وزن، نیروی دافعه الکتریکی F_e و نیروی کشش نخ.

در این مسئله از شما رابطهٔ بین T_1 و T_2 خواسته شده است، بنابراین باید نیروهای وارد بر هر بار را رسم کنید.



۱ نیروی الکتریکی در امتداد خط q_1q_2 است، بنا بر خاصیت موازی و مورب زاویه‌های α و β با هم برابرند. از طرفی نیروی الکتریکی که هر دو بار به هم وارد می‌کنند یکسان است.

۲ مؤلفهٔ x نیروی الکتریکی روی محور x به دست می‌آوریم. $(F_{e_1}=F_{e_2})$

$$\cos\alpha=\frac{F_{e_{1x}}}{F_{e_1}}\Rightarrow F_{e_{1x}}=F_{e_1}\cos\alpha$$

$$\cos\beta=\frac{F_{e_{2x}}}{F_{e_2}}\Rightarrow F_{e_{2x}}=F_{e_2}\cos\beta$$

$$\xrightarrow[\alpha=\beta]{F_{e_1}=F_{e_2}} F_{e_{1x}}=F_{e_{2x}} \quad (1)$$

۳ به شکل نگاه کنید. زاویهٔ بین نیروی T_1 و محور x ها 60° است و مؤلفهٔ x.ام T_1 نیز خواهد شد:

$$\cos 60^\circ=\frac{T_{1x}}{T_1}\Rightarrow T_{1x}=T_1\cos 60^\circ\Rightarrow T_{1x}=\frac{T_1}{2} \quad (2)$$

زاویهٔ بین نیروی T_2 و محور x ها 30° است، بنابراین:

$$\cos 30^\circ=\frac{T_{2x}}{T_2}\Rightarrow T_{2x}=T_2\cos 30^\circ\Rightarrow T_{2x}=T_2\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

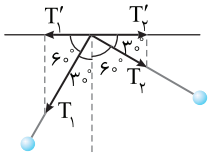
۴ برای آن که بارها در تعادل باشند، باید نیروهای آن در امتداد محور x ها و y ها صفر شود یعنی باید:

$$T_{2x}=F_{e_{2x}},\ T_{1x}=F_{e_{1x}} \xrightarrow{\text{با توجه به رابطه (1)}} T_{2x}=T_{1x}$$

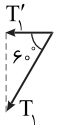
$$\xrightarrow{\text{۲ و ۳}} \frac{T_1}{2}=T_2\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow T_1=\sqrt{3}T_2$$

خوب، حل تمام شد. راحت شدیم. ☺

میانبر نیرویی که نخ‌ها بر سقف نیز وارد می‌کنند برابر T_1 و T_2 است. با توجه به شکل برای آنکه نخ‌ها در تعادل باقی بمانند باید مؤلفه‌های افقی این نیروها که به سقف وارد می‌شوند با هم برابر بوده و یکدیگر را خنثی کنند:



$$T_2'=T_2\cos 30^\circ$$



$$T_1'=T_1\cos 60^\circ$$

$$T_1'=T_2'\Rightarrow T_1\cos 60^\circ=T_2\cos 30^\circ\Rightarrow\frac{T_1}{2}=\frac{\sqrt{3}T_2}{2}\Rightarrow T_1=\sqrt{3}T_2$$

B ۴ ۱۶۰۲

یادآوری نیرویی که دو بار الکتریکی بر هم وارد می‌کنند، هم‌اندازه و در خلاف جهت هم است. $F_{13}=F_{23}$, $F_{12}=-F_{21}$, $F_{23}=-F_{32}$

نیروی خالص وارد بر بار q_1 از طرف دو بار الکتریکی q_2 و q_3 برابر $\vec{F}_1=-8\vec{i}$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{21}+\vec{F}_{31}=\vec{F}_1 \xrightarrow{\vec{F}_1=-8\vec{i}} \vec{F}_{21}+\vec{F}_{31}=-8\vec{i}$$

$$\xrightarrow{\vec{F}_{31}=-\vec{F}_{13}} \vec{F}_{21}-\vec{F}_{13}=-8\vec{i} \quad (1)$$

نیروی خالص وارد بر بار q_2 از طرف دو بار الکتریکی q_1 و q_3 برابر $\vec{F}_2=6\vec{i}$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{12}+\vec{F}_{32}=\vec{F}_2 \xrightarrow{\vec{F}_2=6\vec{i}} \vec{F}_{12}+\vec{F}_{32}=6\vec{i}$$

$$\xrightarrow[\vec{F}_{32}=-\vec{F}_{23}]{\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}} -\vec{F}_{21}-\vec{F}_{23}=6\vec{i} \quad (2)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم.

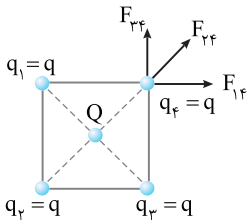
$$\vec{F}_{21}-\vec{F}_{13}-\vec{F}_{21}-\vec{F}_{23}=-8\vec{i}+6\vec{i}$$

$$\Rightarrow -(\vec{F}_{13}+\vec{F}_{23})=-2\vec{i} \xrightarrow{\vec{F}_{13}+\vec{F}_{23}=\vec{F}_3} \vec{F}_3=2\vec{i}$$

C ۲ ۱۶۰۳

خط فکری کافی است که نیروهای وارد بر یکی از بارهای q

۱ طول ضلع مربع را با حرف a نمایش می‌دهیم، در این صورت قطر مربع برابر $\sqrt{2}a$ خواهد شد و فاصلهٔ بار Q از هر یک از بارهای q برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ می‌شود.



۲ نیروهای وارد بر یکی از بارهای q را رسم می‌کنیم.

۳ نیرویی که بارهای q_1 و q_3 بر بار q_4 وارد می‌کنند با هم مساوی است. زیرا بارها یکسان و فاصلهٔ آن‌ها از بار q_4 برابر است. این نیروها را F می‌نامیم.

$$F_{14}=F_{34}=F=k\frac{q^2}{a^2}$$

۴ فاصلهٔ بار q_2 از بار q_4 برابر $\sqrt{2}a$ است، از این رو:

$$F_{24}=\frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2}=\frac{1}{2}k\frac{q^2}{a^2}=\frac{1}{2}F$$

۵ برایند دو نیروی یکسان F_{14} و F_{34} در امتداد قطر مربع است و برابر $\sqrt{2}F$ است.

۶ بنابراین نیرویی که از طرف سه بار q بر q_4 وارد می‌شود خواهد شد.

$$\sqrt{2}F+\frac{1}{2}F=(\sqrt{2}+\frac{1}{2})F$$

بار Q که در فاصلهٔ $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ از بار $q_4=q$ قرار دارد، باید با بار q ناهمنام باشد و بار q را به سوی خود بکشد تا بتواند نیروی $(\sqrt{2}+\frac{1}{2})F$ را خنثی کند. از این رو:

$$F_Q=(\sqrt{2}+\frac{1}{2})F\Rightarrow k\frac{|Q||q|}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2}=(\sqrt{2}+\frac{1}{2})k\frac{q^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow\frac{2|Q|}{a^2}=(\sqrt{2}+\frac{1}{2})\frac{|q|}{a^2}\Rightarrow\frac{|Q|}{|q|}=\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$$

بارهای Q و q ناهمنام‌اند در نتیجه:

$$\frac{Q}{q}=-\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$$

پنجره ۳

A ۲ ۱۶۰۴

پروتون دارای یک بار مثبت است و در یک میدان الکتریکی نیروی وارد بر بار مثبت در جهت میدان است. الکترون دارای بار منفی است و در یک میدان الکتریکی نیروی وارد بر بار منفی در خلاف جهت میدان است. بنابراین F و F' در خلاف جهت هم هستند. از طرفی مقدار بار الکتریکی الکترون و پروتون یکسان و برابر بار بنیادی (e) است. از این‌رو با توجه به تعریف میدان خواهیم داشت:

$$E=\frac{F}{q}\Rightarrow\left.\begin{matrix}\vec{F}'=e\vec{E} & \text{برای پروتون}\\ \vec{F}=-e\vec{E} & \text{برای الکترون}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\vec{F}'=-\vec{F}$$

A ۱۶۰۵ — ۱

خط فکری بزرگی نیروی الکتریکی با بزرگی نیروی وزن برابر شده است. $(F_e=W)$ پس این دو نیرو را با هم برابر قرار دهید و به جای $W=mg$ و به جای نیروی الکتریکی مقدار $F_e=qE$ $(E=\frac{F}{q}\Rightarrow F=qE)$ را قرار دهید.

۱ وزن ذره برابر است با: $W=mg\Rightarrow W=۲۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰\Rightarrow W=۰/۲N$

۲ اندازه نیروی الکتریکی برابر نیروی وزن است، بنابراین:

$$F_e=W\Rightarrow qE=۰/۲\xrightarrow{q=۴\times۱۰^{-۶}C}۴\times۱۰^{-۶}E=۰/۲\Rightarrow E=۵\times۱۰^{۴}N/C$$

A ۱۶۰۶ — ۱

خط فکری در یک نقطه از میدان دو بار الکتریکی مختلف قرار داده شده است. بنابراین میدان حاصل از دو گوی و میله در آن نقطه تغییر نکرده است. در نتیجه شما در دو حالت می‌توانید به کمک تعریف میدان $E=F/q_۰$، نیروی وارد بر دو بار را به‌دست بیاورید و با هم مقایسه کنید.

در حالت اول: $q_۰=۳\times۱۰^{-۸}C$ (۱) $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\Rightarrow\vec{F}=۳\times۱۰^{-۸}\vec{E}$

یادمان باشد نیروی وارد به بار مثبت از سوی میدان در جهت میدان است.

در حالت دوم: $q=-۱۲\times۱۰^{-۸}C$ (۲) $\vec{E}=\frac{\vec{F}'}{q}\Rightarrow\vec{F}'=-۱۲\times۱۰^{-۸}\times\vec{E}$

یادمان باشد بر بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود و علامت منفی بیانگر این موضوع است. اکنون با توجه به رابطه (۱) و (۲) توان نوشت:

$$\frac{\vec{F}'}{\vec{F}}=\frac{-۱۲\times۱۰^{-۸}}{۳\times۱۰^{-۸}}\Rightarrow\frac{\vec{F}'}{\vec{F}}=-۴\Rightarrow\vec{F}'=-۴\vec{F}$$

A ۱۶۰۷ — ۴

میدان الکتریکی یک بار نقطه‌ای q در فاصلهٔ r از آن برابر است با:

$$E=k\frac{q}{r^۲}\xrightarrow[r=?,E=۵۷۶\times۱۰^{۹}N/C]{\text{بار پروتون }q=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C}۵۷۶\times۱۰^{۹}=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{r^۲}$$

$$۲۴=\frac{۳\times۴\times۱۰^{-۱۰}}{r}\Rightarrow r=۵\times۱۰^{-۱۱}=۵۰pm$$

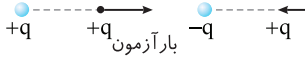
بازی با سؤال میدان حاصل از هستهٔ اتم آهن $(^{۵۶}_{۲۶}Fe)$ در فاصلهٔ یک آنگستروم از آن چند kN/C است؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C, k=۹\times۱۰^{۹}Nm^۲/C^۲)$

۱) $۳/۷۴۴\times۱۰^{۱۲}$ ۲) $۳/۷۴۴\times۱۰^{۱۰}$ ۳) $۳/۷۴۴\times۱۰^{۹}$ ۴) $۳/۷۴۴\times۱۰^{۸}$

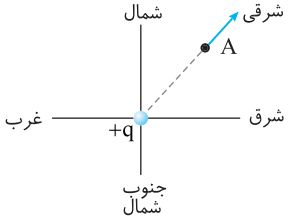
گزینهٔ ۳

B ۱۶۰۸ — ۳

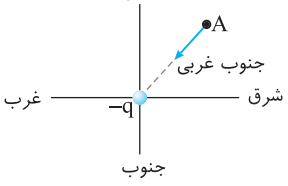
خط فکری میدان اطراف یک بار بنابر قرارداد در جهت نیروی وارد بر بار آزمون مثبت است یا به عبارت ساده میدان بار مثبت q در نقاط اطراف بار به سمت خارج بار q است. در این صورت میدان بار منفی $(-q)$ در نقاط اطراف بار به سمت خود بار است (به شکل‌ها نگاه کنید.) اکنون با توجه به آن چه گفته شد می‌توانید راجع به جهت میدان اظهار نظر کنید.



در حالت اول: میدان الکتریکی بار مثبت q به سمت شمال شرقی است.



در حالت دوم: جهت میدان الکتریکی ناشی از بار منفی در همان نقطه مطابق شکل به سمت جنوب غربی است.



B ۱۶۰۹ — ۲

در واقع صورت سؤال این گونه است «بار نقطه‌ای $q_۲$ در اطراف خود میدان الکتریکی ایجاد کرده و این میدان بر بار $q_۱=۴\mu C$ در فاصله d نیروی ۱۲۰N را وارد کرده است. میدان بار $q_۲$ در محل بار $q_۱$ چند N/C است؟

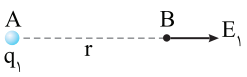
شما باید به سراغ تعریف میدان الکتریکی بروید که در آن میدان الکتریکی از تقسیم نیرو بر بار واقع در میدان به‌دست می‌آید. $E=\frac{F}{q_۰}\Rightarrow E=\frac{۱۲۰}{۴\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow E=۳\times۱۰^{۷}N/C$

B ۱۶۱۰ — ۲

خط فکری تست ساده و زیبایی است، به خصوص در رابطه با جهت میدان الکتریکی، زیرا ممکن است تنها با توجه به اینکه بار $q_۲$ منفی و بار $q_۱$ مثبت است سریعاً بگویید که جهت میدان عوض می‌شود اما شما اول باید بردار میدان هر بار را دقیقاً در محل گفته شده رسم کنید تا بتوانید جهت آن را تشخیص دهید و بتوانید جهت میدان‌ها را مقایسه کنید و به کمک رابطهٔ $E=\frac{k|q|}{r^۲}$ نیز اندازهٔ میدان‌ها را مقایسه کنید.

۱ بررسی میدان الکتریکی بار $q_۱$ در محل بار $q_۲$:

میدان بار $q_۱$ در نقطهٔ B به سمت راست است و اندازهٔ آن خواهد شد: $E_۱=k\frac{q}{r^۲}$

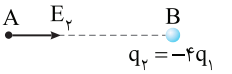


۲ بررسی میدان الکتریکی بار $q_۲$ در محل بار $q_۱$:

میدان بار منفی به سمت خود بار است یعنی میدان بار $q_۲$ در نقطهٔ A به سمت بار

یعنی به سمت راست است و اندازهٔ آن برابر است با $E_۲=k\frac{۴q_۱}{r^۲}$

در نتیجه دو میدان هم‌جهت‌اند و $E_۲=۴E_۱$ است و گزینهٔ (۲) درست است.



A ۱۶۱۱ — ۱

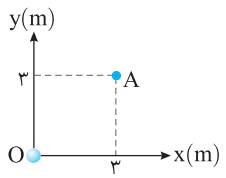
ابتدا به کمک رابطهٔ میدان الکتریکی برای بار نقطه‌ای q در فاصلهٔ r از بار، q را حساب می‌کنیم.

$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\xrightarrow[r=۰/۳m]{E=۱۰^۵N/C}۱۰^۵=۹\times۱۰^۹\times\frac{q}{(۰/۳)^۲}\Rightarrow q=۱۰^{-۶}C=۱\mu C$$

اما برای به‌دست آوردن بار q' بهتر است به سراغ تعریف میدان الکتریکی برویم. در محلی که میدان $۱۰^۵N/C$ بوده است بر بار q' نیروی ۰/۰۲N توسط میدان وارد شده است، بنابراین: $E=\frac{F}{q}\Rightarrow۱۰^۵=\frac{۰/۰۲}{q'}\Rightarrow q'=۲\times۱۰^{-۷}C\Rightarrow q'=۰/۲\mu C$

B ۱۶۱۲ — ۳

خط فکری بردار میدان بر حسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ داده شده است، بنابراین باید ابتدا اندازهٔ میدان را از رابطهٔ $E=\sqrt{E_x^۲+E_y^۲}$ به‌دست بیاورید. سپس فاصلهٔ OA را حساب کنید تا بتوانید مقدار بار کره و از آنجا تعداد الکترون‌های خارج شده را بیابید.



۱ فاصله بار تا نقطه A را حساب می‌کنیم.

$$OA=\sqrt{۳^۲+۳^۲}=۳\sqrt{۲}m$$

۲ اندازه میدان را به‌دست می‌آوریم:

$$E=\sqrt{(۶\sqrt{۲})^۲+(۶\sqrt{۲})^۳}\Rightarrow E=۱۲N/C$$

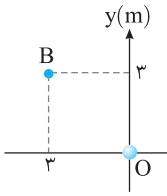
۳ بار واقع در نقطهٔ O برابر است با:

$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\Rightarrow۱۲=۹\times۱۰^۹\frac{q}{(۳\sqrt{۲})^۲}\Rightarrow q=۲۴\times۱۰^{-۹}C$$

۴ تعداد الکترون‌های خارج شده از کره خواهد شد:

$$q=ne\Rightarrow۲۴\times۱۰^{-۹}=n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow n=۱۵\times۱۰^{۱۰}$$

بازی با سؤال در شکل زیر یک کرهٔ خنثی در مرکز مختصات قرار گرفته است. تعداد الکترون‌های آن چگونه تغییر کند تا بردار میدان در نقطهٔ B برابر $\vec{E}=(8\sqrt{2}\vec{i}-8\sqrt{2}\vec{j})\times10^{3}$ شود؟

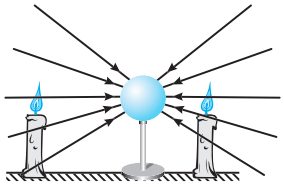


۱) 2×10^{11} الکترون دریافت کند.
۲) 2×10^{11} الکترون از دست بدهد.
۳) 10^{9} الکترون دریافت کند.
۴) 10^{9} الکترون از دست بدهد.

گزینهٔ ۱

B ۱۶۱۳ ۲

کلاهک مولد وان‌دوگراف بار منفی بزرگی دارد که یون‌های مثبت درون شعلهٔ شمع‌ها را به سمت خود می‌کشد، پس گزارهٔ (الف) درست و گزارهٔ (پ) نادرست است. اما با توجه به شکل با دور شدن از کلاهک میدان حاصل از بار منفی آن کاهش یافته و شمع‌ها کمتر منحرف خواهند شد و گزارهٔ (ب) نادرست است.



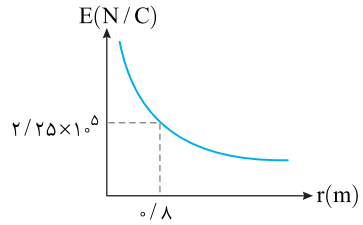
B ۱۶۱۴ ۳

با توجه به نمودار در مکان $r_1=0/8m$، میدان الکتریکی $E_1=2/25\times10^{5}N/C$ است. در مکان $r_2=0/9m$ میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.

$$\left.\begin{matrix}E_1=k\frac{q}{r_1^2}\\E_2=k\frac{q}{r_2^2}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2\Rightarrow\frac{E_2}{2/25\times10^5}=(\frac{0/8}{0/9})^2\Rightarrow E_2=\frac{16\times10^5}{9}N/C$$

نیرویی که بر بار الکتریکی $q'=9\mu C$ در این میدان وارد می‌شود برابر است با:

$$E=\frac{F}{q}\Rightarrow F=qE\Rightarrow F=9\times10^{-6}\times\frac{16\times10^5}{9}=1/6N$$



A ۱۶۱۵ ۳

با توجه به نمودار، اختلاف میدان الکتریکی در $r_1=1m$ و $r_2=4m$ از بار q برابر $1500N/C$ است، پس داریم:

$$E_1-E_2=1500\Rightarrow\frac{k|q|}{1}-\frac{k|q|}{4^2}=1500\Rightarrow1500=\frac{16-1}{16}k|q|=1500N/C$$
$$\Rightarrow k|q|=1600$$

میدان در فاصلهٔ ۲ متری از بار q را حساب می‌کنیم:

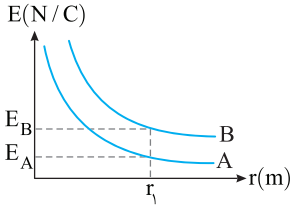
$$E=\frac{k|q|}{r^2}\xrightarrow{k|q|=1600}E=\frac{1600}{4}=400N/C$$

A ۱۶۱۶ ۴

به شکل نمودار نگاه کنید. در هر فاصله دلخواه مثلاً r_1 میدان الکتریکی B از میدان الکتریکی A بزرگ‌تر است. بنابراین مقدار بار الکتریکی B از مقدار بار الکتریکی A بیشتر است.

$$E_A<E_B\Rightarrow k\frac{|q_A|}{r^2}<k\frac{|q_B|}{r^2}\Rightarrow|q_A|<|q_B|$$

اما نمودار $E-r$ اطلاعاتی در مورد نوع بار الکتریکی که میدان را ایجاد کرده است به ما نمی‌دهد و ما نمی‌دانیم که نوع بار ذره A و ذرهٔ B مثبت است یا منفی.

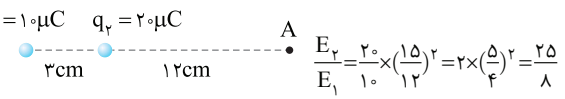


A ۱۶۱۷ ۳

میدان الکتریکی ناشی از بار نقطه‌ای q در فاصلهٔ r از آن برابر است با:

$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow\left\{\begin{matrix}E_1=k\frac{q_1}{r_1^2}\\E_2=k\frac{q_2}{r_2^2}\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم}}\frac{E_2}{E_1}=\frac{q_2}{q_1}\times(\frac{r_1}{r_2})^2$$

اطلاعات داده شده روی شکل را در رابطهٔ بالا قرار می‌دهیم.



$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{20}{10}\times(\frac{15}{12})^2=2\times(\frac{5}{4})^2=\frac{25}{8}$$

A ۱۶۱۸ ۳

خط فکری با توجه به رابطهٔ $E=k\frac{q}{r^2}$، میدان الکتریکی حاصل از ذرهٔ باردار با بار ذره رابطهٔ مستقیم دارد:

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{k\frac{q_2}{r^2}}{k\frac{q_1}{r^2}}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{q_2}{q_1}\xrightarrow[E_2=E_1+\frac{25}{100}E_1]{q_2=q_1+10}\frac{1/25E_1}{E_1}=\frac{q_1+10}{q_1}$$
$$\Rightarrow1/25q_1=q_1+10\Rightarrow0/25q_1=10\Rightarrow q_1=40\mu C$$

A ۱۶۱۹ ۲

خط فکری یک بار میدان الکتریکی در فاصلهٔ r و بار دیگر میدان الکتریکی را در فاصلهٔ $r+10cm$ بنویسید و میدان‌ها را بر هم تقسیم کنید.

با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی بار نقطه‌ای می‌توان نوشت:

$$\left\{\begin{matrix}E_1=k\frac{q_1}{r_1^2}\\E_2=k\frac{q_1}{r_2^2}\end{matrix}\right.\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2\Rightarrow\frac{160}{250}=(\frac{r}{r+10})^2$$
$$\frac{4}{5}=\frac{r}{r+10}\Rightarrow4r+40=5r\Rightarrow r=40cm$$

بازی با سؤال میدان الکتریکی در فاصلهٔ $20cm$ از بار q برابر $18N/C$ است. چند سانتی‌متر دیگر از بار فوق دور شویم تا میدان الکتریکی $8N/C$ برابر شود؟

کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

گزینهٔ ۱

A ۱۶۲۰ ۳

اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ $r_1=30cm$ به اندازهٔ $1/6\times10^4N/C$ کمتر از اندازهٔ میدان در فاصلهٔ $r_2=10cm$ است، یعنی $E_2-E_1=1/6\times10^4N/C$. از طرفی میدان الکتریکی بار نقطه‌ای برابر است با:

$$E=k\frac{q}{r^2}$$

از این رو می‌توان به جای E_1 و E_2 مقدار آن‌ها یعنی $k\frac{q}{r_1^2}$ و $k\frac{q}{r_2^2}$ را در رابطه قرار داد.

$$E_2-E_1=1/6\times10^4\xrightarrow{E=k\frac{q}{r^2}}9\times10^9\frac{q}{10^{-2}}-9\times10^9\frac{q}{9\times10^{-2}}=1/6\times10^4$$
$$9\times10^{11}q-10^{11}q=1/6\times10^4\Rightarrow8\times10^{11}q=1/6\times10^4\Rightarrow q=\frac{1/6\times10^4}{8\times10^{11}}$$
$$\Rightarrow q=0/2\times10^{-7}=2\times10^{-8}C$$

میدان الکتریکی در فاصلهٔ یک‌متری برابر است با: $E=\frac{kq}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-8}}{1}=180N/C$

۱ ۱۶۲۱ B

ابتدا به کمک قانون کولن، فاصلهٔ r را به‌دست می‌آوریم.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow 6/4\times10^{-2}=9\times10^9\frac{5\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{r^2}$$

$$r^2=\frac{180}{64}\Rightarrow r^2=\frac{90}{32}=\frac{45}{16}$$

میدان الکتریکی بار $q=5\mu C$ در فاصلهٔ $2r$ را حساب می‌کنیم.

$$E=k\frac{|q|}{(2r)^2}\Rightarrow E=9\times10^9\frac{5\times10^{-6}}{4\times r^2}\xrightarrow{r^2=\frac{45}{16}}$$

$$E=9\times10^9\times\frac{5\times10^{-6}}{4\times\frac{45}{16}}$$

$$E=9\times10^3\frac{5\times16}{45\times4}\Rightarrow E=\frac{16}{4}\times10^{-3}\Rightarrow E=4\times10^3\,N/C$$

۳ ۱۶۲۲ B

بار q_1 بر بار q_2 نیروی جاذبه وارد کرده است، پس بارها ناهمنام هستند.

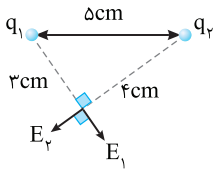
$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow 2\times10^{-2}=\frac{9\times10^9\times q_1\times5\times10^{-6}}{36\times10^{-2}}\Rightarrow 8\times10^{-4}=5q_1\times10^{+3}$$

$$\Rightarrow q_1=1/6\times10^{-7}=0/16\mu C$$

$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow E=\frac{9\times10^9\times16\times10^{-8}}{4\times10^{-2}}\Rightarrow E=36\times10^3=3/6\times10^4\,N/C$$

۲ ۱۶۲۳ A

دقت کنید اعداد ۳، ۴ و ۵ اعداد فیثاغورسی هستند یعنی در نقطهٔ مورد نظر میدان‌ها بر هم عمودند.



$$E=k\frac{q}{r^2}$$

$$E_1=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-8}}{9\times10^{-4}}=3\times10^5\,N/C$$

$$E_2=9\times10^9\times\frac{16\times10^{-8}}{16\times10^{-4}}=9\times10^5\,N/C$$

$$E_T=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{(3\times10^5)^2+(9\times10^5)^2}$$

$$=3\times10^5\sqrt{1+9}=3\sqrt{10}\times10^5\,N/C$$

بازی با سؤال **مطابق شکل، دو ذره با بارهای $q_1=4/5\mu C$ و $q_2=-9\mu C$ در فاصلهٔ ۹ متری از یکدیگر ثابت شده‌اند. در نقطه‌ای روی خط واصل دو ذره به فاصلهٔ ۹m از بار q_1 و ۱۸m از بار q_2 میدان خالص چند نیوتون بر کولن و در چه جهتی است؟** $(k=9\times10^9\,N.m^2/C^2)$ از کتاب درسی

۱) ۲۵۰، در جهت مثبت محور x

۲) ۲۵۰، در جهت منفی محور xها

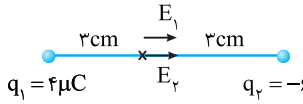
۳) ۷۵۰، در جهت مثبت محور x

۴) ۷۵۰، در جهت منفی محور xها

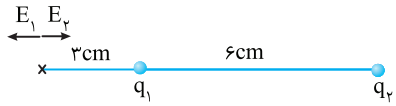
۴ ۱۶۲۴ B

چون نسبت میدان‌های خالص خواسته شده است، نیاز به تبدیل یکا نیست و کافی است یکاها در هر دو حالت یکسان باشد:

$$\begin{cases}E_1=k\frac{|q_1|}{r^2}=\frac{4k}{9}\\ E_2=\frac{k|q_2|}{r^2}=\frac{6k}{9}\end{cases}\xrightarrow{\text{هم‌جهت }E_2,E_1}E_T=E_1+E_2=\frac{10k}{9}$$



$$\begin{cases}E_1'=k\frac{|q_1|}{r_1'^2}=\frac{4k}{9}\\ E_2'=k\frac{|q_2|}{r_2'^2}=\frac{6k}{81}\end{cases}\Rightarrow E_T'=E_1'-E_2'=\frac{30k}{81}$$

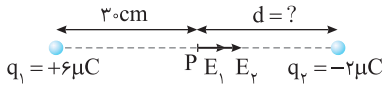


حال نسبت E_T به E_T' را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{E_T}{E_T'}=\frac{\frac{10k}{9}}{\frac{30k}{81}}=\frac{810}{270}=3$$

۲ ۱۶۲۵ B

خط فکری ابتدا بردارهای میدان را در نقطه P رسم کنید تا مشخص شود که میدان‌ها هم‌جهت هستند یا خلاف جهت تا معلوم شود آن‌ها را باید از هم کم کرد یا با هم جمع کرد.



با توجه به شکل می‌بینیم که میدان‌های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در نقطهٔ P هم‌جهت‌اند.

۱ میدان الکتریکی بار الکتریکی $q_1=6\mu C$ را در نقطهٔ P حساب می‌کنیم:

$$E_1=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow E_1=9\times10^9\times\frac{6\times10^{-6}}{(30\times10^{-2})^2}\Rightarrow E_1=6\times10^5\,N/C$$

۲ میدان خالص در نقطهٔ P برابر $E_t=8\times10^5\,N/C$ است، بنابراین میدان E_2 برابر است با:

$$E_t=E_2+E_1\Rightarrow E_2=8\times10^5-6\times10^5\Rightarrow E_2=2\times10^5\,N/C$$

۳ اکنون فاصلهٔ بار q_2 تا نقطهٔ P قابل محاسبه است.

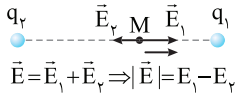
$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow 2\times10^5=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}}{d^2}\Rightarrow d^2=0/09\Rightarrow d=0/3m\Rightarrow d=30cm$$

۴ ۱۶۲۶ B

از ابتدا بگوییم که گزینهٔ (۴) کاندید اصلی پاسخ است، زیرا با توجه به مثبت و منفی بودن بار q_1 و q_2 و اینکه کدام یک از بارها بزرگ‌تر است هر حالتی ممکن است. برای همین حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم تا ادعای خود را ثابت کنیم.

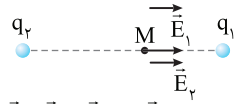
$\vec{E}$ برایند $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ است و می‌تواند حالت‌های زیر را داشته باشد:

حالت اول: در این شکل q_2 و q_1 منفی هستند و $|q_1|>|q_2|$، بنابراین میدان‌ها به سوی راست است و گزینهٔ (۱) می‌تواند درست باشد.



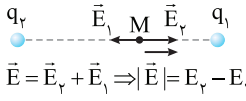
$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2\Rightarrow|\vec{E}|=E_1-E_2$$

حالت دوم: در این شکل q_1 منفی و q_2 مثبت می‌باشد و برایند میدان‌ها به سوی راست است و گزینهٔ (۲) می‌تواند درست باشد.



$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2\Rightarrow|\vec{E}|=E_1+E_2$$

حالت سوم: در این شکل q_2 و q_1 مثبت هستند و $|q_2|>|q_1|$، بنابراین برایند میدان‌ها به سوی راست است و گزینهٔ (۳) می‌تواند درست باشد.



$$\vec{E}=\vec{E}_2+\vec{E}_1\Rightarrow|\vec{E}|=E_2-E_1$$

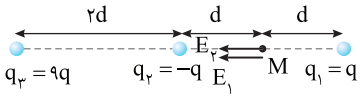
۴ ۱۶۲۷ B

میدان بار $q_1=q$ در نقطهٔ M در فاصله d برابر E و به سمت چپ است و اندازه میدان بار الکتریکی $q_2=-q$ در فاصلهٔ d در نقطهٔ M نیز برابر E و جهت آن به سمت چپ است. میدان الکتریکی بار q در فاصلهٔ d برابر E است. بارهای $q_1=q$ و $q_2=-q$ هم‌اندازه و در فاصلهٔ d از نقطهٔ M قرار دارند، بنابراین میدان هر دوی آن‌ها برابر $E_1=E_2=E$

است و چون هم‌جهت هستند برایند آن‌ها خواهد شد: $E_{۱۲}=E+E=۲E$

میدان الکتریکی E برابر است با: $E=k\frac{q}{d^۲}$

میدان الکتریکی بار $q_۳=۹q$ در نقطه M در فاصلهٔ ۳d خواهد شد:



$$E_۳=k\frac{q_۳}{r_۳^۲}\Rightarrow E_۳=k\frac{۹q}{(۳d)^۲}\Rightarrow E_۳=k\frac{q}{d^۲}=E$$

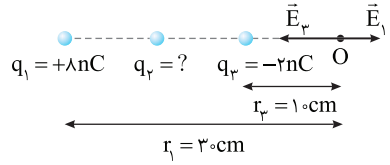
بنابراین میدان الکتریکی بار $q_۳$ در نقطهٔ M نیز هم‌اندازهٔ E است اما جهت آن به سمت راست است و از برایند دو میدان دیگر کم می‌شود و میدان خالص در نقطهٔ M برابر خواهد شد: $E_M=E_{۱۲}-E_۳=۲E-E=E$

B ۱۶۲۸ ۱

خط فکری ابتدا میدان حاصل از بارهای $q_۱$ و $q_۳$ را در نقطهٔ O به‌دست می‌آوریم. توجه کنید که اندازهٔ میدان خالص داده شده است اما جهت آن را نمی‌دانیم، یعنی میدان خالص در نقطهٔ O می‌تواند دو حالت زیر را داشته باشد.

۱ ۱۰۰N/C در جهت راست ۲ ۱۰۰N/C در جهت چپ

اندازه میدان حاصل از $q_۱$ و $q_۳$ را در نقطهٔ O که به ترتیب $E_۱$ و $E_۳$ می‌نامیم را به‌دست می‌آوریم و با توجه به علامت بارها جهت این دو میدان را مشخص می‌کنیم:



(میدان مثبت در هر نقطه به سمت خارج بار و میدان بار منفی در هر نقطه به سمت بار است.)

$$E_۱=k\frac{q_۱}{r_۱^۲}\Rightarrow E_۱=۹\times۱۰^۹\times\frac{۸\times۱۰^{-۹}}{۹۰۰\times۱۰^{-۴}}=۸\times۱۰^۲=۸۰۰N/C$$

$$E_۳=k\frac{q_۳}{r_۳^۲}\Rightarrow E_۳=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۹}}{۱۰۰\times۱۰^{-۴}}=۱۸\times۱۰^۲=۱۸۰۰N/C$$

$\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۳$ خلاف جهت هم‌اند و میدان برایند آن‌ها خواهد شد:

$$\vec{E}_{۱۳}=\vec{E}_۱+\vec{E}_۳\xrightarrow{\text{خلاف جهت هم}}E_{۱۳}=E_۳-E_۱=۱۰۰۰N/C$$

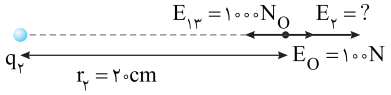
جهت میدان $E_{۱۳}$ به سمت بردار بزرگ‌تر $(\vec{E}_۳)$ یعنی به سمت چپ است. حال دو حالت را بررسی می‌کنیم.

۱ میدان $E_{۱۳}$ به سمت چپ است. اگر میدان خالص در O به سمت راست باشد یعنی $|\vec{E}_۲|>|\vec{E}_{۱۳}|$ است و $\vec{E}_۲$ نیز به سمت راست خواهد بود. از این‌رو میدان برایند در نقطه O از تفاضل $E_{۱۳}$ و $E_۲$ که در خلاف جهت هم هستند به‌دست می‌آید.

$$E_O=E_۲-E_{۱۳}\Rightarrow ۱۰۰=E_۲-۱۰۰۰\Rightarrow E_۲=۱۱۰۰N/C$$

اکنون $q_۲$ را حساب می‌کنیم.

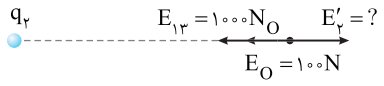
$$E_۲=k\frac{q_۲}{r^۲}\Rightarrow ۱۱۰۰=۹\times۱۰^۹\times\frac{q_۲}{۴۰۰\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow q_۲=\frac{۴۴}{۹}\times۱۰^{-۹}=\frac{۴۴}{۹}nC$$



۲ اگر میدان خالص ۱۰۰N/C به سمت چپ باشد:

$$E_O=E_{۱۳}-E'_۲\Rightarrow ۱۰۰=۱۰۰۰-E'_۲\Rightarrow E'_۲=۹۰۰N/C$$

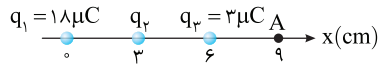
$$\xrightarrow[\text{پس }q_۲\text{ مثبت است}]{E'_۲\text{ به سمت راست است}}۹\times۱۰^۹\times\frac{q_۲}{۴۰۰\times۱۰^{-۴}}=۹۰۰\Rightarrow q_۲=۴\times۱۰^{-۹}C=۴nC$$



B ۱۶۲۹ ۴

میدان الکتریکی بارهای الکتریکی $q_۱$ و $q_۳$ را در محل A به دست می‌آوریم. هر دوی این میدان‌ها به سمت راست هستند.

$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\begin{cases}E_۱=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۸\times۱۰^{-۶}}{۸۱\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow E_۱=۲\times۱۰^۷N/C\\E_۳=۹\times۱۰^۹\times\frac{۳\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow E_۲=۳\times۱۰^۷N/C\end{cases}$$



برایند دو میدان: $E_{۱,۲}=E_۱+E_۲=+۵\times۱۰^۷N/C$

بزرگی میدان خالص در نقطهٔ A برابر $۳\times۱۰^۷N/C$ است، از آنجا که اندازهٔ میدان برایند، از اندازهٔ میدان $E_{۱,۲}$ کوچک‌تر شده است، نتیجه می‌گیریم که میدان $E_۳$ خلاف جهت میدان $E_{۱,۲}$ و به سمت چپ است. در سؤال گفته شده بزرگی میدان برایند، پس یکبار به‌ازای آن $+۳\times۱۰^۷N/C$ و یکبار $-۳\times۱۰^۷N/C$ قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases}۳\times۱۰^۷=+۵\times۱۰^۷+E_۲\Rightarrow E_۲=-۲\times۱۰^۷N/C\\-۳\times۱۰^۷=+۵\times۱۰^۷+E_۲\Rightarrow E_۲=-۸\times۱۰^۷N/C\end{cases}$$

برای حالت اول اندازهٔ $q_۲$ خواهد شد:

$$E_۲=k\frac{|q_۲|}{d_۲^۲}\Rightarrow -۲\times۱۰^۷=۹\times۱۰^{+۹}\times\frac{q_۲}{۳۶\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow q_۲=-۸\mu C$$

که در گزینه‌ها عدد $-۸\mu C$ قرار ندارد.

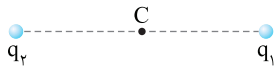
$$E_۲=k\frac{q_۲}{d_۲^۲}\Rightarrow -۸\times۱۰^{-۷}=۹\times۱۰^۹\times\frac{q_۲}{۳۶\times۱۰^{-۴}}$$

$$q_۲=-۳۲\times۱۰^{-۶}C=-۳۲\mu C$$

که گزینه (۴) است.

B ۱۶۳۰ ۲

خط فکری میدان الکتریکی در نقطهٔ C برایند دو میدان الکتریکی ناشی از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ است. $\vec{E}_T=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲$



با توجه به رابطهٔ $E=k\frac{q}{r^۲}$ با دو برابر شدن بار $q_۱$ و بار $q_۲$، میدان $E_۱$ و میدان $E_۲$ نیز دو برابر می‌شود، یعنی $E'_۱=۲E_۱$ و $E'_۲=۲E_۲$ خواهد شد.

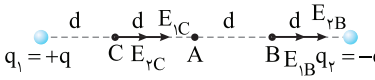
با توجه به رابطه میدان برایند، میدان الکتریکی برایند خواهد شد.

$$\vec{E}'_T=\vec{E}'_۱+\vec{E}'_۲\xrightarrow{\vec{E}'_۱=۲\vec{E}_۱,\vec{E}'_۲=۲\vec{E}_۲}\vec{E}'_T=۲\vec{E}_۱+۲\vec{E}_۲=۲(\vec{E}_۱+\vec{E}_۲)$$

$$\xrightarrow{\vec{E}_T=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲}E'_T=۲E_T\xrightarrow{E_T=۱۰۰۰N/C}E'_T=۲۰۰۰N/C$$

B ۱۶۳۱ ۱

خط فکری میدان بارهای $q_۱=+q$ و $q_۲=-q$ را در نقاط B و C به‌دست آورید. جهت آن‌ها را روی شکل نشان دهید. بزرگی میدان خالص را در این نقاط حساب کنید تا به جواب برسید.



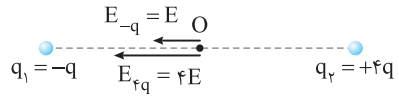
۱ به شکل نگاه کنید. فاصلهٔ بار $q_۱=+q$ از نقطهٔ C و فاصلهٔ بار $q_۲=-q$ از نقطهٔ B با هم برابر است. از این‌رو میدان این دو بار در این دو نقطه نیز یکسان است $(E_{۱C}=E_{۲B})$.

۲ فاصلهٔ بار q_2 تا نقطهٔ C ($3d$) و فاصلهٔ بار q_1 تا نقطهٔ B ($3d$) با هم برابر است. بنابراین میدان این دو بار در این دو نقطه نیز با هم برابر است. $E_{2C}=E_{1B}$

۳ در نقطه‌های C و B مقدار میدان‌ها و جهت آن یکسان است، بنابراین میدان خالص در نقطهٔ B و C با هم برابر است.

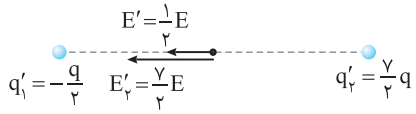
B ۲ ۱۶۳۲

حالت اول: میدان الکتریکی بار $q_1=-q$ را در نقطهٔ O، وسط d، E می‌نامیم. در این صورت میدان الکتریکی بار $q_2=+4q$ در همان نقطه $4E_1$ است (میدان با مقدار بار رابطهٔ مستقیم دارد) در این صورت میدان خالص در نقطهٔ O که مسئله آن را E_1 نامیده است خواهد شد: $E_1=E+4E\Rightarrow E_1=5E$



حالت دوم: وقتی نصف بار $q_1=-q$ را برمی‌داریم، بار آن برابر $q_1'=\frac{-q}{2}$ می‌شود و وقتی این مقدار بار منفی را به q_2 منتقل می‌کنیم بار الکتریکی آن خواهد شد:

$$q_2'=4q+(-\frac{q}{2})=\frac{7}{2}q$$



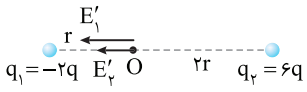
در این صورت میدان بار q_1' نصف میدان E_1 $(-E'_{q_1}=\frac{1}{2}E)$ و میدان بار $q_2'=\frac{7}{4}q$ برابر $E'_{q_2'}=\frac{7}{2}E$ می‌شود و میدان برایند خواهد شد: $E_2'=\frac{1}{2}E_1+\frac{7}{2}E=4E$

در نتیجه: $\frac{E_1}{E_2}=\frac{5E}{4E}=\frac{5}{4}$

B ۱ ۱۶۳۳

در حالت اول میدان الکتریکی هر بار در نقطهٔ O را حساب می‌کنیم و جهت آن را نیز مشخص می‌کنیم.

$$E_1'=k\frac{|q_1|}{r^2}\Rightarrow E_1'=2k\frac{q}{r^2},\quad E_2'=k\frac{|q_2|}{(2r)^2}\Rightarrow E_2'=\frac{6}{4}k\frac{q}{r^2}=1/5k\frac{q}{r^2}$$



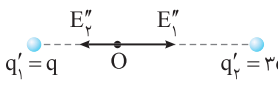
میدان‌های E_1' و E_2' هم‌جهت‌اند و میدان خالص خواهد شد:

$$E_1=E_1'+E_2'\Rightarrow E_1=3/5k\frac{q}{r^2}$$

اکنون ۵۰ درصد بار q_2 یعنی نصف بار q_2 به بار q_1 داده می‌شود، نصف بار $q_2=6q$ برابر است با: $q_2'=q_2-\frac{q_2}{2}=3q$

بار q_1 با دریافت بار $3q$ خواهد شد: $q_1'=q_1+\frac{q_2}{2}=-2q+3q=q$

در حالت دوم داریم:



پس از انتقال بار مقدار بارهای q_1 و q_2 نصف مقدار قبلی خود را دارند، بنابراین اندازهٔ میدان الکتریکی هر کدام از آن‌ها نصف مقدار قبلی خود را خواهد داشت:

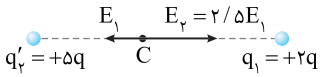
$$E_1''=\frac{E_1'}{2}=k\frac{q}{r^2},\quad E_2''=\frac{E_2'}{2}=0/75k\frac{q}{r^2}$$ دو میدان خلاف جهت هم‌اند ⟶

بردار میدان‌ها را در حالت جدید در نقطهٔ O رسم می‌کنیم. میدان‌ها در خلاف جهت هم هستند و میدان خالص خواهد شد: $E_2=E_1''-E_2''\Rightarrow E_2=0/25k\frac{q}{r^2}$

حال نسبت دو میدان خالص را حساب می‌کنیم: $\frac{E_2}{E_1}=\frac{0/25k\frac{q}{r_2}}{3/5k\frac{q}{r^2}}=\frac{0/25}{3/5}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{2}}=\frac{1}{14}$

B ۲ ۱۶۳۴

فاصلهٔ دو بار $q_1=+2q$ و $q_2=+5q$ از نقطهٔ C برابر است، بنابراین اگر میدان حاصل از بار الکتریکی q_1 در نقطهٔ C برابر E_1 باشد، میدان حاصل از بار q_2 که مقدار آن ۲/۵ $(\frac{q_2}{q_1}=\frac{5q}{2q}=2/5)$ برابر q_1 است، در نقطهٔ C برابر $E_2=2/5E_1$ می‌شود. جهت بردارهای میدان در نقطهٔ C را رسم می‌کنیم میدان‌های E_1 و E_2 در خلاف جهت هم هستند و میدان برایند برابر است با: $E_C=E_2-E_1=2/5E_1-E_1=1/5E_1$



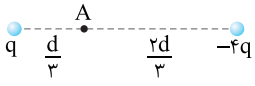
بنابراین میدان برایند در نقطهٔ C در جهت E_2 یعنی به سمت راست است.

با توجه به فرض مسئله میدان خالص در نقطهٔ C برابر $6\times10^3\ N/C$ است از این‌رو: $6\times10^3=1/5E_1\Rightarrow E_1=4\times10^3\ N/C$

با حذف q_2، میدان در نقطهٔ C تنها ناشی از بار q_1 بوده و برابر $E_1=4\times10^3\ N/C$ و به سمت چپ است یعنی جهت میدان عوض می‌شود.

بازی با سؤال **در شکل زیر دو بار الکتریکی نقطه‌ای q و $-4q$ به فاصلهٔ d از یکدیگر قرار دارند و میدان الکتریکی در نقطهٔ A برابر $\vec{E}$ است، اگر بار q را خنثی کنیم، میدان الکتریکی در نقطهٔ A برابر کدام خواهد شد؟**

کنکور دهه‌های گذشته



۱) $\frac{\vec{E}}{2}$ ۲) $-\frac{\vec{E}}{2}$ ۳) $\frac{\vec{E}}{4}$ ۴) $-\frac{\vec{E}}{4}$

گزینهٔ ۱

B ۲ ۱۶۳۵

میدان $\vec{E}$ در نقطهٔ M برایند دو میدان $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ است: $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$

وقتی بار الکتریکی q_1 را به اندازهٔ $\frac{d}{4}$ به نقطهٔ M نزدیک می‌کنیم فاصلهٔ بار q_1 از نقطهٔ M، $\frac{3d}{4}$ می‌شود. میدان با مربع فاصله نسبت وارون دارد، بنابراین میدان بار q_1 در این حالت $\frac{16}{9}E_1$ می‌شود. $(\vec{E}_1'=\frac{16}{9}\vec{E}_1)$

بنابر فرض مسئله برایند دو میدان در حالت جدید برابر $-\vec{E}$ شده است، از این‌رو برایند دو میدان $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_1'$ خواهد شد:

$$-\vec{E}=\vec{E}_1'+\vec{E}_2\xrightarrow{\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2}-\vec{E}_1-\vec{E}_2=\frac{16}{9}\vec{E}_1+\vec{E}_2$$

$$2\vec{E}_2=-\frac{25}{9}\vec{E}_1\Rightarrow\vec{E}_2=-\frac{25}{18}\vec{E}_1\quad(1)$$

با توجه به رابطهٔ (۱) میدان‌های دو بار در نقطه‌ای بین دو بار و روی خط و اصل آن‌ها در خلاف جهت هم هستند، بنابراین دو بار همنام هستند. از طرفی چون فاصلهٔ دو بار الکتریکی از نقطهٔ M برابر است خواهیم داشت:

$$|E_2|=\frac{25}{18}|\vec{E}_1|\Rightarrow k\frac{q_2}{d^2}=\frac{25}{18}\frac{q_1}{d^2}\Rightarrow q_2=\frac{25}{18}q_1\Rightarrow\frac{q_1}{q_2}=\frac{+18}{25}$$

۴ ۱۶۳۶ B

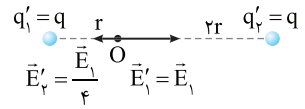
حالت اول: میدان هر دو بار $q_1=-q$ و $q_2=3q$ را در نقطهٔ O رسم می‌کنیم. جهت هر دو میدان به سمت چپ است و اندازه میدان برایند جمع اندازهٔ آن دو میدان است : $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$

میدان بار $q_1=-q$ در نقطهٔ O برابر است با: $E_1=k\frac{|q|}{r^2}$

میدان بار $q_2=3q$ برابر است با: $E_2=k\frac{|3q|}{(2r)^2}=\frac{3}{4}\frac{kq}{r^2}$

بنابراین $E_2=\frac{3}{4}E_1$ است. جهت میدان E در نقطهٔ O به سمت چپ است و اندازهٔ آن خواهد شد: $\vec{E}=\vec{E}_1+\frac{3}{4}\vec{E}_1=\frac{7}{4}\vec{E}_1$

حالت دوم: بعد از تماس دو کره با هم بار دو کره برابر شده و بار هر یک از آن‌ها خواهد شد: $q_1'=q_2'=\frac{-q+3q}{2}\Rightarrow q_1'=q_2'=q$



میدان q_1' در نقطهٔ O هم‌اندازهٔ میدان q_1 است، زیرا اندازهٔ بار آن‌ها برابر است و میدان $q_2'=q$ چون فاصله‌اش 2r است $\frac{1}{4}$ میدان E_1 است و میدان‌ها مطابق شکل خلاف جهت هم هستند و میدان برایند خواهد شد:

به سمت راست $\vec{E}'=\vec{E}_1-\frac{1}{4}\vec{E}_1=\frac{3}{4}\vec{E}_1$

در نتیجه $\frac{|\vec{E}'|}{|\vec{E}|}=\frac{\frac{3}{4}E_1}{\frac{7}{4}E_1}=\frac{3}{7}\Rightarrow\vec{E}'=-\frac{3}{7}\vec{E}$

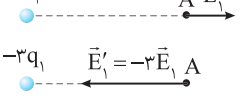
۴ ۱۶۳۷ B

خط فکری یک بار دیگر مسئله را مطالعه کنید. با تغییر بار الکتریکی $+q_1$ و جایگزینی بار $-3q$ به جای آن، میدان الکتریکی از $\vec{E}_A=2\times10^3\vec{i}$ به $\vec{E}'_A=(-6\times10^3)\vec{i}$ تغییر کرده است. در واقع در تغییر میدان بارهای q_2، q_3 و q_4 نقشی ندارند و شما باید فکر خود را روی میدان حاصل از بارهای $+q_1$ و $-3q_1$ متمرکز کنید.

اگر میدان الکتریکی بار $+q_1$ در نقطهٔ A را E_1 بنامیم، میدان حاصل از بار الکتریکی $-3q_1$ برابر $-3E_1$ می‌شود، یعنی میدان به اندازه $-3E_1-E_1=-4E_1$ تغییر می‌کند، بنابراین تغییر میدان در نقطهٔ A برابر خواهد شد با:

$-4E_1=-6\times10^3-2\times10^3=-8\times10^3$

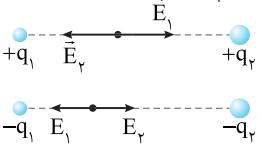
$\Rightarrow E_1=2\times10^3\,N/C$



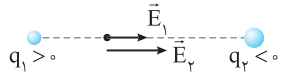
۲ ۱۶۳۸ A

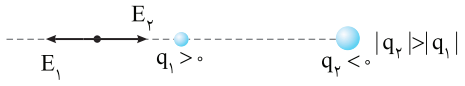
خط فکری بیایید با هم دو حالت را بررسی کنیم:

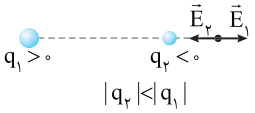
۱ دو بار الکتریکی همنام باشند. با رسم میدان‌ها مشخص است که میدان دو بار همنام (چه مثبت و چه منفی) روی خط واصل دو بار و در نقطه‌ای بین دو بار در خلاف جهت هم هستند و بین دو بار میدان در نزدیکی بار کوچک‌تر صفر می‌شود، زیرا میدان با مربع فاصله رابطه وارون و با مقدار بار رابطهٔ مستقیم دارد و برای آنکه E_1 مساوی E_2 شود اگر $|q_1|<|q_2|$ باشد باید r_1 نیز از r_2 کوچک‌تر باشد.



۲ دو بار الکتریکی ناهمنام باشند. میدان بارها در نقطه‌ای روی خط واصل دو بار و بین دو بار هم‌جهت هستند و ممکن نیست که میدان خالص صفر شود، بنابراین میدان خارج از دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر صفر می‌شود.

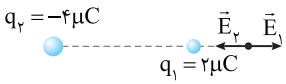






نکته اگر دو بار ناهمنام و دارای اندازهٔ یکسان باشند در هیچ نقطه‌ای روی خط و اصل دو بار میدان صفر نمی‌شود. (چه بین دوبار و چه خارج از دو بار)

با توجه به خط فکری بیان شده تنها در گزینهٔ (۲) که بارها ناهمنام هستند و هم‌اندازه نیستند میدان در خارج بار و نزدیک بار $q_1=2\mu C$ (بار کوچک‌تر) می‌تواند صفر شود.

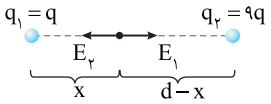


۱ ۱۶۳۹ B

خط فکری چون دو بار همنام هستند یک نقطه بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر را مشخص کنید. فاصلهٔ بار کوچک‌تر (یا بزرگ‌تر) را با این نقطه x نشان دهید. بردار میدان‌ها رسم کرده سپس مقدار آن‌ها را مساوی قرار دهید.

مسئله فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر از بار q را خواسته است. این فاصله را x نامگذاری می‌کنیم و میدان‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$k\frac{q}{x^2}=k\frac{9q}{(d-x)^2}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{3}{d-x}\Rightarrow 3x=d-x\Rightarrow x=\frac{d}{4}$$



میانبر استفاده از رابطهٔ:

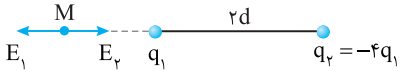
$$\frac{r_2}{r_1}=\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}\quad,\quad\frac{d-x}{x}=\sqrt{\frac{9q}{q}}\Rightarrow\frac{d-x}{x}=3\Rightarrow x=\frac{d}{4}$$

۴ ۱۶۴۰ B

میدان خالص حاصل از دو بار ناهمنام خارج دو بار و نزدیک به بار با مقدار کمتر صفر می‌شود به طور مثال در شکل زیر در نقطه‌ای مثل نقطهٔ M می‌تواند میدان خالص صفر شود یعنی E_1 و E_2 حاصل از بارها هم‌اندازه و خلاف جهت هم‌اند:

$$E_1=E_2\Rightarrow k\frac{|q_1|}{x^2}=k\frac{|4q_1|}{(2d+x)^2}$$

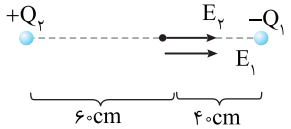
$$(2d+x)^2=4x^2\Rightarrow 2d+x=2x\Rightarrow 2d=x\Rightarrow x=2d$$



سؤال نسبت فاصلهٔ q_2 از نقطهٔ M به d را می‌خواهد: $\frac{2d+x}{d}=\frac{4d}{d}=4$

۳ ۱۶۴۱ B

خط فکری دقت کنید بین دو بار ناهمنام میدان‌ها هم‌جهت هستند و میدان خالص صفر نمی‌شود. یعنی دو میدان ممکن است در یک نقطه هم‌اندازه باشند اما چون هم‌جهت هستند میدان خالص صفر نیست و شما تنها باید میدان دو بار را برابر قرار دهید.



در نقطه‌ای بین دو بار به فاصلهٔ ۴۰cm از بار $-Q_1$ و $100-40=60cm$ از بار $+Q_2$ میدان‌ها با هم برابر شده است. در این صورت:

$$E_1=E_2\Rightarrow k\frac{Q_1}{r_1^2}=k\frac{Q_2}{r_2^2}\Rightarrow\frac{Q_1}{(40)^2}=\frac{Q_2}{(60)^2}\Rightarrow\frac{Q_2}{Q_1}=(\frac{60}{40})^2\Rightarrow\frac{Q_2}{Q_1}=\frac{9}{4}=2/25$$

B ۱۶۴۲ ۲

خط فکری میدان الکتریکی در نقطهٔ O صفر شده است. ابتدا میدان الکتریکی بارهای $q_1=4\mu C$ و $q_2=-8\mu C$ را به‌دست می‌آوریم، تا به کمک آن مشخص کنیم بار q_3 چه مقدار و چه نوع باشد، تا میدان حاصل از آن برایند E_1 و E_2 را خنثی کند.

$$\vec{E}_O=0 \quad q_1=4\mu C \quad q_2=-8\mu C \quad q_3=?$$

$\vec{E}_1$ O $\vec{E}_2$ ۶ ۱۲ ۱۸ x

۱ میدان الکتریکی بار $q_1=4\mu C$ در محل O برابر است با:

$$E_1=k\frac{|q|}{r_1^2}\Rightarrow E_1=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}}{36\times10^{-4}}\Rightarrow E_1=10^7 N/C$$

۲ میدان الکتریکی بار $q_2=-8\mu C$ در محل O برابر است با:

$$E_2=k\frac{|q|}{r_2^2}\Rightarrow E_2=9\times10^9\times\frac{8\times10^{-6}}{(12\times10^{-2})^2}=\frac{1}{2}\times10^7 N/C$$

۳ میدان‌های E_1 و E_2 در خلاف جهت هم هستند و میدان برایند آن‌ها خواهد شد:

$$E_{12}=E_1-E_2=10^7-\frac{1}{2}\times10^7=\frac{1}{2}\times10^7 N/C$$

این میدان به سمت چپ است

۴ میدان $\vec{E}_3$ باید با $\vec{E}_{12}$ در نقطهٔ O برابر و جهت آن به سمت راست باشد تا میدان خالص در این نقطه صفر شود، بنابراین q_3 باید منفی باشد.

$$E_3=E_{12}\Rightarrow\frac{1}{2}\times10^7=9\times10^9\frac{|q_3|}{18\times18\times10^{-4}}\Rightarrow|q_3|=18\times10^{-6}=18\mu C$$

بازی با سؤال **بارهای الکتریکی $q_1=4\mu C$ و $q_2=-8\mu C$ روی محور xها به ترتیب در مکان‌های $x=8cm$ و $x=12cm$ قرار دارند. بار $q_3=-18\mu C$ را در چه نقطه‌ای روی محور x قرار دهیم تا میدان الکتریکی خالص در مبدأ محور x برابر صفر شود؟**

۱) $+18\sqrt{2}cm$ ۲) $-18\sqrt{2}cm$ ۳) $-36\sqrt{2}cm$ ۴) $+36\sqrt{2}cm$

گزینهٔ ۴

B ۱۶۴۳ ۱

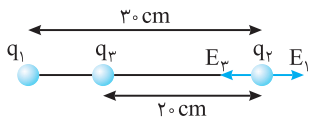
بار $q=q_3$ مجهول است پس ابتدا میدان خالص در محل این بار را برابر صفر درنظر گرفته و بررسی می‌کنیم، زیرا در حل معادله‌های آن، نیاز به میدان‌های حاصل از بار q_1 و q_2 داشته و نیازی به میدان حاصل از q_3 نیست. میدان الکتریکی دو بار همنام $q_1=+2\mu C$ و $q_2=+8\mu C$ در نقطه‌ای بین آن‌ها و نزدیک بار کوچک‌تر صفر می‌شود، بنابراین بار سوم باید نزدیک بار q_1 و بین q_1 و q_2 قرار گیرد:

$$E_1=E_2\Rightarrow k\frac{q_1}{r_1^2}=k\frac{q_2}{r_2^2}\Rightarrow\frac{2}{x^2}=\frac{8}{(30-x)^2}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{2}{30-x}\Rightarrow x=10cm$$

$q_1=+2\mu C$ E_2 q_3 E_1 $q_2=+8\mu C$

x $30-x$

برای آن‌که میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_3 در محل بار q_2 صفر شود، باید q_1 و q_3 ناهمنام باشند تا میدان خالص آن‌ها خارج از دو بار در محل q_2 در خلاف جهت هم باشد، یعنی q_3 باید منفی باشد:



$$E_1=E_3\Rightarrow k\frac{q_1}{r_1^2}=k\frac{|q_3|}{r_2^2}\Rightarrow\frac{2}{30^2}=\frac{|q_3|}{20^2}\Rightarrow|q_3|=\frac{8}{9}\Rightarrow q_3=-\frac{8}{9}\mu C$$

B ۱۶۴۴ ۴

یادآوری

۱ جهت میدان الکتریکی دو بار همنام بین دو بار در خلاف جهت هم و خارج از دو بار هم‌جهت است.

۲ میدان دو بار همنام و نامساوی بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر می‌تواند صفر باشد.

۳ جهت میدان بار الکتریکی دو بار ناهمنام بین دو بار در جهت هم و خارج از دو بار در خلاف جهت هم است.

۴ میدان دو بار ناهمنام و نامساوی خارج از دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر می‌تواند صفر باشد.

حالت اول: دو بار همنام هستند و بار آن‌ها می‌تواند مثبت یا منفی باشد ولی به هر حال در محل d_1 از بار q_1 و بین دو بار میدان‌های آن‌ها برابر و در خلاف جهت هم است و برایند میدان‌ها صفر شده است.

$$E_1=E_2\Rightarrow k\frac{q_1}{d_1^2}=k\frac{4q_1}{(r-d_1)^2}\Rightarrow d_1=\frac{r}{3}$$

r
E_2
q_1 $q_2=4q_1$
E_1
d_1

حالت دوم: فاصلهٔ بین دو بار را دو برابر کرده‌ایم، دوباره میدان‌ها را رسم کرده و در فاصلهٔ d_2 (البته d_2 این بار فاصله از بار q_2 است) میدان‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$E_1'=E_2'\Rightarrow\frac{kq_1}{(2r-d_2)^2}=k\frac{4q_1}{d_2^2}\Rightarrow\frac{1}{2r-d_2}=\frac{2}{d_2}$$

$$\Rightarrow 4r-2d_2=d_2\Rightarrow d_2=\frac{4}{3}r$$

2r
E_2' E_1'
q_1 $q_2=4q_1$
$(2r-d_2)$ d_2

اکنون نسبت $\frac{d_2}{d_1}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{d_2}{d_1}=\frac{\frac{4r}{3}}{\frac{r}{3}}\Rightarrow\frac{d_2}{d_1}=4$$

بازی با سؤال **در شکل زیر برایند میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 در نقطهٔ M صفر شده است. اگر فاصلهٔ بار q_1 تا نقطهٔ M نصف شود، بار q_2 چند برابر بار q_1 شود تا میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M صفر شود؟**

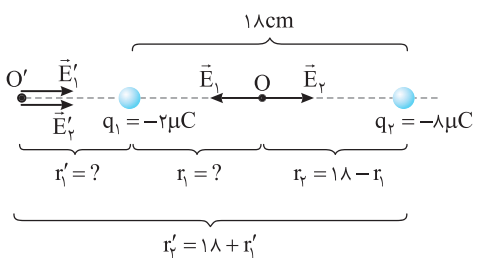
d M 2d
q_1 q_2

۱) ۴ ۲) ۱۶
۳) ۲ ۴) ۸

گزینهٔ ۲

B ۱۶۴۵ ۴

در دو مکان اندازهٔ میدان الکتریکی دو بار نقطه‌ای $q_1=-2\mu C$ و $q_2=-8\mu C$ روی خط واصل دو بار یکسان است. یک موقعیت بین دو بار الکتریکی و در نقطهٔ O و موقعیت دیگر خارج دو بار الکتریکی و در نقطهٔ O'، هر دو نقطهٔ مورد نظر به بار الکتریکی کوچک‌تر یعنی q_1، نزدیک‌ترند.



با توجه به رابطهٔ $E=\frac{kq}{r^2}$، فاصلهٔ r_1 و r'_1 را محاسبه کرده تا بتوانیم فاصلهٔ بین دو نقطهٔ O و O' را به‌دست آوریم:

$$\text{در نقطهٔ O}: E_1=E_2 \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2}=\frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2}{r_1^2}=\frac{8}{(18-r_1)^2}$$

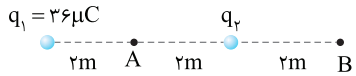
$$\Rightarrow \left(\frac{r_1}{18-r_1}\right)^2=\frac{2}{8}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r_1}{18-r_1}=\frac{1}{2} \Rightarrow r_1=6\,cm$$

$$\text{در نقطهٔ O'}: E'_1=E'_2 \Rightarrow \frac{kq_1}{r'^2_1}=\frac{kq_2}{r'^2_2} \Rightarrow \frac{2}{r'^2_1}=\frac{8}{(18+r'_1)^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r'_1}{18+r'_1}\right)^2=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r'_1}{18+r'_1}=\frac{1}{2} \Rightarrow r'_1=18\,cm$$

فاصلهٔ نقاط O و O': $OO'=r_1+r'_1=6+18=24\,cm$

بازی با سؤال در شکل زیر، میدان الکتریکی خالص حاصل از بارهای نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطهٔ A و در نقطهٔ B باهم برابر است. q_2 چند میکروکولن است؟ $(k=9\times10^9\,N.m^2/C^2)$

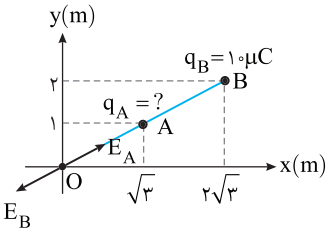


۱) ۱۶ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۸

گزینهٔ ۱

B ۱۶۴۶ ۲

خط فکری قطعاً نقطه‌های O و A و B در امتداد یک خط راست هستند زیرا، در غیر این صورت میدان در نقطهٔ O صفر نمی‌شود. باید فاصلهٔ OA و OB را به کمک ریاضی پیدا کنید. با توجه به اینکه میدان در نقطه‌ای خارج از دو بار صفر شده است حتماً دو بار ناهمنام هستند، یعنی بار q_A منفی است. میدان دو بار را در نقطهٔ O برابر قرار دهید.



۱ فاصلهٔ A تا مبدأ برابر است با: $OA=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2m$

۲ فاصلهٔ B تا مبدأ برابر است با: $OB=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4m$

۳ قبل از برابر قرار دادن میدان‌ها پیش‌بینی می‌کنیم که چون فاصلهٔ B تا مبدأ دو برابر فاصلهٔ A تا مبدأ است قطعاً بار q_B چهار برابر بار q_A است تا میدان‌ها در مبدأ برابر شوند. اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

$$E_A=E_B \xrightarrow{E=k\frac{|q|}{r^2}} k\frac{|q_A|}{2^2}=k\frac{10}{4^2} \Rightarrow |q_A|=2/5\mu C$$

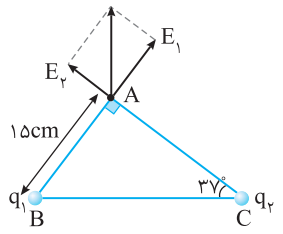
چون بار q_A منفی است: $q_A=-2/5\mu C$

B ۱۶۴۷ ۱

خط فکری برای یافتن میدان الکتریکی حاصل از هر بار در نقطهٔ A ابتدا باید به کمک مثلثات $(\tan 37^\circ)$ فاصلهٔ بار q_2 تا A را نیز حساب کنید. سپس میدان‌ها را به‌دست آورده به کمک رابطهٔ فیثاغورس، میدان برایند در A را به‌دست بیاورید.

۱ طول پاره‌خط AC را حساب می‌کنیم:

$$\tan 37^\circ=\frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{3}{4}=\frac{15}{AC} \Rightarrow AC=20\,cm$$



۲ میدان هر یک از بارها را در نقطهٔ A به‌دست می‌آوریم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\begin{cases}\xrightarrow{AB=15cm} E_{1_A}=9\times10^9\times\frac{30\times10^{-6}}{15\times15\times10^{-4}}=12\times10^6\,N/C\\ \xrightarrow{AC=20cm} E_{2_A}=9\times10^9\times\frac{40\times10^{-6}}{20\times20\times10^{-4}}=9\times10^6\,N/C\end{cases}$$

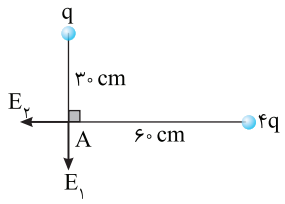
۳ میدان برایند در نقطهٔ A خواهد شد:

$$E_A=\sqrt{(12\times10^6)^2+(9\times10^6)}=\sqrt{144+81}\times10^6=\sqrt{225}\times10^6$$

$$\Rightarrow E_A=15\times10^6\,N/C$$

B ۱۶۴۸ ۳

مسئله ساده‌ای است. کافی است میدان هر بار را در نقطهٔ A توسط رابطه $E=kq/r^2$ پیدا کنیم، چون دو میدان بر هم عمودند به کمک رابطهٔ فیثاغورس برایند آن‌ها به‌دست آورده برابر $1000\sqrt{2}N/C$ قرار دهیم.



۱ میدان بار q در محل A برابر است با:

$$E=k\frac{q}{r^2}=E_1=9\times10^9\times\frac{q}{(30\times10^{-2})^2} \Rightarrow E_1=10^{11}q$$

۲ میدان بار ۴q را در محل A حساب می‌کنیم:

$$E=k\frac{q}{r^2} \Rightarrow E_2=9\times10^9\times\frac{4q}{(60\times10^{-2})^2} \Rightarrow E_2=10^{11}q$$

۳ میدان خالص خواهد شد:

$$E_t^2=E_1^2+E_2^2 \Rightarrow (1000\sqrt{2})^2=(10^{11}q)^2+(10^{11}q)^2$$

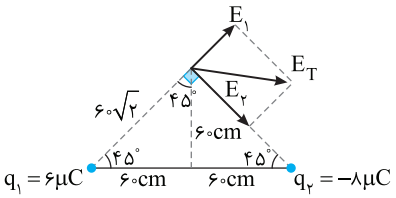
$$2\times10^6=2\times(10^{22}\times q^2) \Rightarrow q^2=10^{-16} \Rightarrow q=10^{-8}C=10nC$$

B ۱۶۴۹ ۲

خط فکری شکل ساده‌ای از مسئله رسم کنید، بردارهای میدان الکتریکی را در نقطهٔ مورد نظر رسم کرده، اندازهٔ آن‌ها را به‌دست بیاورید، سپس میدان الکتریکی خالص را به کمک قضیهٔ فیثاغورس حساب کنید.

میدان الکتریکی E_1 و E_2 خواهد شد:

$$E=\frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases}E_1=9\times10^9\times\frac{6\times10^{-6}}{2\times36\times10^{-2}} \Rightarrow E_1=\frac{3}{4}\times10^5\,N/C\\ E_2=9\times10^9\times\frac{8\times10^{-6}}{2\times36\times10^{-2}} \Rightarrow E_2=10^5\,N/C\end{cases}$$



میدان خالص را حساب می‌کنیم:

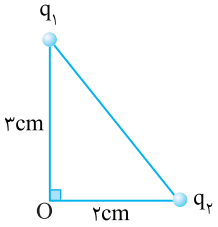
$$E_T=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{(\frac{3}{4}\times10^5)^2+(10^5)^2}=\sqrt{(\frac{3}{4})^2+1}\times10^5$$

$$E_T=\frac{5}{4}\times10^5 \Rightarrow E_T=1/25\times10^5\,N/C$$

B ۱۶۵۰ ۳

خط فکری آنچه مسلم است، میدان‌های ناشی از دو بار الکتریکی q_1 و q_2 صرف نظر از نوع بار آن‌ها در نقطهٔ O بر هم عمودند. میدان‌های هر دو بار را به‌دست آورید و برایند آن‌ها را از رابطهٔ فیثاغورس حساب کنید.

۱ میدان بار الکتریکی q_1 در نقطهٔ O:



$$E_1=k\frac{|q_1|}{r^2}\Rightarrow E_1=k\frac{|q_1|}{9\times10^{-4}}$$

میدان بار الکتریکی q_2 در نقطهٔ O:

$$E_2=k\frac{|q_2|}{r^2}\Rightarrow E_2=k\frac{|q_2|}{4\times10^{-4}}$$

۲ میدان‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم و رابطهٔ بین E_1 و E_2 را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{k\frac{|q_2|}{4\times10^{-4}}}{k\frac{|q_1|}{9\times10^{-4}}}=\frac{|q_2|}{|q_1|}\times\frac{9}{4}\xrightarrow{\frac{q_2=4}{q_1=3}}\frac{E_2}{E_1}=\frac{4}{3}\times\frac{9}{4}\Rightarrow E_2=3E_1$$

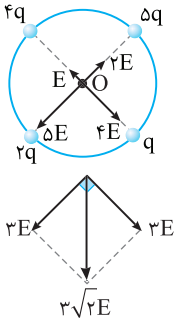
۳ میدان خالص در نقطهٔ O را حساب می‌کنیم:

$$E_O=\sqrt{E_1^2+E_2^2}\Rightarrow E_O=\sqrt{E_1^2+(3E_1)^2}=\sqrt{10}E_1$$

B ۱۶۵۱ ۴

مسئلهٔ ساده‌ای است. اگر میدان الکتریکی بار q در مرکز دایره E باشد، میدان الکتریکی بار $2q$ برابر $2E$، میدان الکتریکی بار $4q$ برابر $4E$ و میدان الکتریکی بار $5q$ در مرکز دایره برابر $5E$ خواهد شد.

همهٔ میدان‌ها را روی شکل رسم کنید. میدان‌های E و $4E$ در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها $4E-E=3E$ می‌شود، همچنین میدان‌های $2E$ و $5E$ در خلاف جهت هم بوده و میدان برایند آن‌ها نیز $5E-2E=3E$ می‌شود، بنابراین در نهایت دو میدان $3E$ عمود بر هم داریم که میدان خالص در مرکز دایره خواهد شد:



$$E_t=\sqrt{(3E)^2+(3E)^2}=3\sqrt{2}E$$ رو به پایین

B ۱۶۵۲ ۱

ابتدا فاصلهٔ هر بار را از نقطهٔ M به‌دست می‌آوریم.

$$AM=MC=MB=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=30\sqrt{2}cm$$

فاصلهٔ بارها از M یکسان است و میدان الکتریکی آن‌ها در نقطهٔ M برابر است.

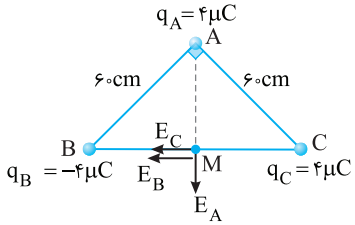
$$E_A=E_B=E_C=k\frac{|q|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}}{(30\sqrt{2}\times10^{-2})^2}$$

$$E_A=E_B=E_C=2\times10^5N/C$$

میدان خالص خواهد شد:

$$E_t=\sqrt{(E_A)^2+(E_B+E_C)^2}$$

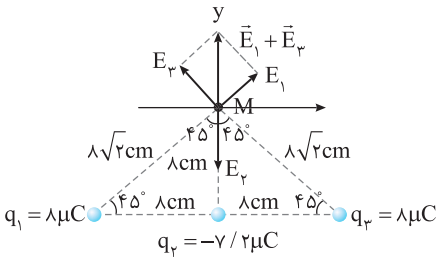
$$E_t=\sqrt{(2\times10^5)^2+(4\times10^5)^2}\Rightarrow E_t=2\sqrt{5}\times10^5N/C$$



B ۱۶۵۳ ۴

میدان حاصل از بارهای q_1 و q_3 را در نقطهٔ M محاسبه می‌کنیم و چون اندازه بارهای q_1 و q_3 و فاصلهٔ آن‌ها تا نقطهٔ M با هم برابر است، $E_1=E_3$ است.

$$E_3=E_1=\frac{kq_1}{r^2}=\frac{9\times10^9\times8\times10^{-6}}{64\times2\times10^{-4}}=\frac{9}{16}\times10^7N/C$$



اندازهٔ میدان برایند E_1 و E_3 خواهد شد:

$$E_{31}=|\vec{E}_3+\vec{E}_1|=\sqrt{E_1^2+E_3^2}=\frac{9\sqrt{2}}{16}\times10^7=\frac{12/6}{16}\times10^7N/C$$

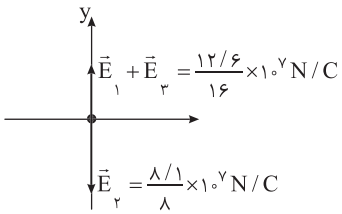
چون E_1 و E_3 هم‌اندازه هستند برایند آن در امتداد نیم‌ساز زاویهٔ بین آن‌ها و روی محور yها قرار می‌گیرد. اکنون میدان الکتریکی بار q_2 را به‌دست می‌آوریم.

$$E_2=\frac{kq_2}{r^2}=\frac{9\times10^9\times7/2\times10^{-6}}{64\times10^{-4}}=\frac{8/1}{8}\times10^7N/C$$

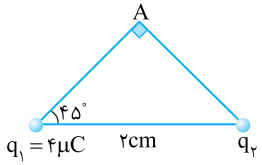
با توجه به شکل بزرگی میدان خالص برابر تفاضل دو میدان $\vec{E}_{31}$ و $\vec{E}_2$ است از این‌رو:

$$E_T=\frac{8/1}{8}\times10^7-\frac{12/6}{16}\times10^7=\frac{3/6}{16}\times10^7$$

$$\Rightarrow E_T=\frac{1/8}{8}\times10^7=\frac{18}{8}\times10^6\Rightarrow E_T=\frac{9}{4}\times10^6N/C$$



بازی با سؤال در شکل زیر بار q_1 بر بار q_2 نیروی رباییشی $180N$ وارد می‌کند. میدان الکتریکی برایند در نقطهٔ A چند نیوتون بر کولن است؟ $(k=9\times10^9N.m^2/C^2)$



۱) 27×10^7

۲) $9\sqrt{5}\times10^7$

۳) $9\sqrt{3}\times10^7$

۴) $18\sqrt{5}\times10^7$

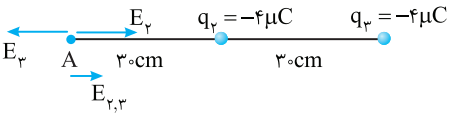
گزینهٔ ۳

B ۱۶۵۴ ۳

میدان‌های حاصل از بارهای q_2 و q_3 را در نقطهٔ A به‌دست می‌آوریم.

$$E_2=k\frac{|q_2|}{r_2^2}\Rightarrow E_2=\frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{900\times10^{-4}}=4\times10^5N/C$$

$$E_3=k\frac{|q_3|}{r_3^2}\Rightarrow E_3=\frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{3600\times10^{-4}}=10^5N/C$$



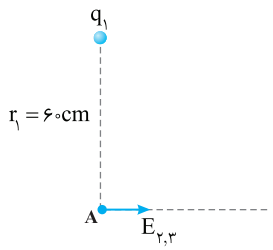
با توجه به علامت بارها جهت میدان‌های $E_۲$ و $E_۳$ خلاف جهت هم‌اند:

$$E_{۲۳}=E_۲-E_۳=۳\times۱۰^۵\,N/C$$

میدان حاصل از بار $q_۱$ چه بار مثبت باشد و چه منفی بر راستای میدان $E_{۲۳}$ عمود است و میدان خالص در نقطهٔ A از برایند این دو بردار عمود بر هم به‌دست می‌آید:

$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_{۲۳}^۲}\Rightarrow E_T^۲=E_۱^۲+E_{۲۳}^۲$$

$$۲۵\times۱۰^{۱۰}=E_۱^۲+۹\times۱۰^{۱۰}\Rightarrow E_۱^۲=۱۶\times۱۰^{۱۰}\Rightarrow E_۱=۴\times۱۰^۵\,N/C$$

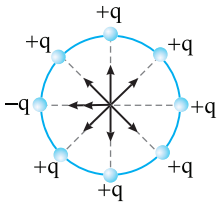


حال با توجه به میدان $E_۱$ اندازهٔ $q_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$E_۱=\frac{k|q_۱|}{r_۱^۲}\Rightarrow۴\times۱۰^۵=\frac{۹\times۱۰^۹\times|q_۱|}{۳۶۰۰\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow|q_۱|=۱۶\times۱۰^{-۶}C=۱۶\mu C$$

B ۱۶۵۵ ۱

بردار میدان الکتریکی هر هشت بار را رسم کنید، خواهید دید که تنها برای بار $-q$ و بار روبه‌روی آن در مرکز دایره، بردارهای میدان هم‌جهت بوده و با هم جمع می‌شود و شش میدان الکتریکی دیگر در مرکز دایره دوبه‌دو در خلاف جهت هم هستند و یکدیگر را خنثی می‌کنند.



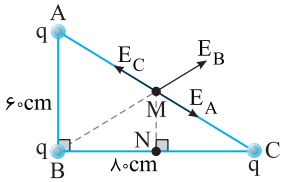
بنابراین کافی است میدان الکتریکی یکی از بارها را به‌دست آورده و دو برابر کنیم.

$$E_T=۲E=۲\frac{kq}{r^۲}\Rightarrow E_T=۲\times۹\times۱۰^۹\times\frac{۵\times۱۰^{-۹}}{۹\times۱۰^{-۲}}\Rightarrow E_T=۱۰^۳\,N/C$$

B ۱۶۵۶ ۱

۱ فاصلهٔ بارهای واقع در رأس‌های A و C تا نقطهٔ M وسط AC برابر بوده و با توجه به مثبت و یکسان بودن بارها، میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_A و q_C در نقطهٔ M هم‌اندازه و خلاف جهت هم بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند. $(E_A=E_C)$، بنابراین میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M همان میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی واقع در نقطهٔ B است.

از اینجا به بعد باید به سراغ هندسه برویم و فاصلهٔ BM را حساب کنیم.



۲ طول ضلع AC را حساب می‌کنیم.

$$AC^۲=AB^۲+BC^۲$$

$$\Rightarrow AC^۲=۶۰^۲+۸۰^۲$$

$$\Rightarrow AC=۱۰۰\,cm$$

۳ فاصلهٔ MC را به‌دست می‌آوریم:

$$MC=\frac{AC}{۲}=۵۰\,cm$$

۴ هرگاه از وسط ضلع AC خطی به موازات ضلع AB رسم کنیم، ضلع BC را نصف می‌کند. یعنی نقطهٔ N وسط BC بوده و طول ضلع $BN=NC=\frac{۸۰}{۲}=۴۰\,cm$ است.

۵ در مثلث قائم‌الزاویه CMN، طول MN را حساب می‌کنیم.

$$MC^۲=MN^۲+NC^۲\Rightarrow۵۰^۲=MN^۲+۴۰^۲\Rightarrow MN=۳۰\,cm$$

۶ در مثلث قائم‌الزاویهٔ BMN، طول ضلع BM را به‌دست می‌آوریم.

$$BM^۲=BN^۲+MN^۲\Rightarrow BM^۲=۴۰^۲+۳۰^۲\Rightarrow BM=۵۰\,cm$$

۷ اکنون مقدار بار q را حساب می‌کنیم.

$$E=k\frac{q}{r^۲}\Rightarrow۹\times۱۰^۴=۹\times۱۰^۹\frac{q}{(۰/۵)^۲}\Rightarrow q=۰/۲۵\times۱۰^{-۵}C$$

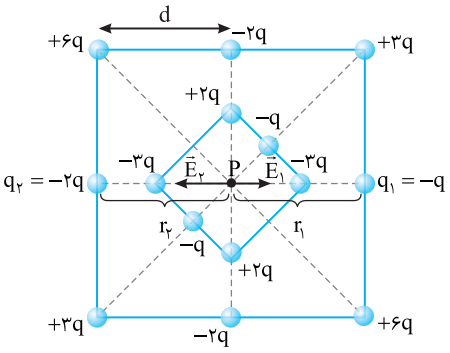
$$\Rightarrow q=۲/۵\times۱۰^{-۶}\Rightarrow q=۲/۵\mu C$$

B ۱۶۵۷ ۳

با توجه به تقارن شکل و یکسان بودن اندازهٔ برخی از بارهای الکتریکی و برابری فاصلهٔ آن‌ها تا نقطهٔ P، درمی‌یابیم که میدان‌های الکتریکی این بارها به جز دو بار $q_۱$ و $q_۲$ که در شکل مشخص شده‌اند به صورت دو به دو هم‌اندازه و در خلاف جهت هم ظاهر شده و یکدیگر را خنثی می‌کنند، بردار میدان الکتریکی این دو بار نقطه‌ای در نقطهٔ P به ترتیب $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ نام دارند که در خلاف جهت یکدیگر می‌باشند. پس میدان الکتریکی برایند در نقطهٔ P برابر خواهد شد با:

$$E_۱=\frac{kq_۱}{r_۱^۲}\Rightarrow E_۱=\frac{kq}{d^۲}\text{ به سمت چپ},\ E_۲=\frac{kq_۲}{r_۲^۲}\Rightarrow E_۲=\frac{۲kq}{d^۲}$$

$$\vec{E}_P=\vec{E}_۲+\vec{E}_۱\Rightarrow E_P=E_۲-E_۱=\frac{۲kq}{d^۲}-\frac{kq}{d^۲}=\frac{kq}{d^۲}\text{ به سمت چپ}$$



B ۱۶۵۸ ۳

خط فکری در حل این نوع مسائل بهتر است که میدان الکتریکی بار q در فاصلهٔ مشخص r را E فرض کنیم. سپس میدان هر بار در مرکز مربع را بر حسب E حساب کرد و سرانجام بزرگی میدان خالص را به‌دست آورد.

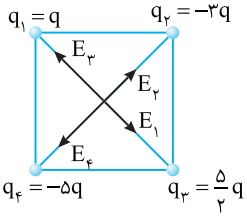
$E_۱=E$

بزرگی میدان بار $q_۲=-۳q$ در مرکز مربع برابر است با: $E_۲=۳E$

بزرگی میدان بار $q_۳=\frac{۵}{۲}q$ در مرکز مربع برابر است با: $E_۳=\frac{۵}{۲}E$

بزرگی میدان بار $q_۴=-۵q$ در مرکز مربع برابر است با: $E_۴=۵E$

اکنون جهت هر میدان را روی شکل رسم می‌کنیم.



بزرگی برایند $E_۳$ و $E_۱$ خواهد شد:

$$E_{۱۳}=\frac{۵}{۲}E-E=\frac{۳}{۲}E$$

بزرگی برایند $E_۲$ و $E_۴$ خواهد شد:

$$E_{۲۴}=E_۴-E_۲=۵E-۳E=۲E$$

اکنون میدان خالص را به‌دست می‌آوریم:

$$E_t=\sqrt{(E_{۱۳})^۲+(E_{۲۴})^۲}\Rightarrow E_t=\sqrt{(\frac{۳}{۲}E)^۲+(۲E)^۲}\Rightarrow E_t=\frac{۵}{۲}E$$

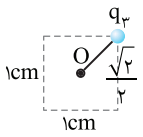
فاصلهٔ بار q از مرکز مربع نصف قطر آن و برابر است با: $r=\frac{\sqrt{۲}}{۲}a$

بزرگی میدان خالص خواهد شد:

$$E_t=\frac{۵}{۲}\frac{kq}{r^۲}=\frac{۵}{۲}\frac{kq}{\frac{۱}{۲}a^۲}\Rightarrow E_t=\frac{۵kq}{a^۲}$$

B ۳ ۱۶۵۹

فاصلهٔ بارهای q_1 و q_{10} تا نقطهٔ O یکسان و اندازهٔ دو بار نیز یکسان است و میدان حاصل از آن‌ها در نقطهٔ O خلاف جهت هم هستند. پس میدان حاصل از این دو بار در نقطهٔ O صفر می‌شود. به‌طور مشابه میدان حاصل از بارهای دیگر نیز در نقطهٔ O دوبه‌دو برابر و خلاف جهت هم هستند، به‌جز میدان حاصل از بار q_3. بنابراین میدان خالص در نقطهٔ O برابر میدان حاصل از بار q_3 است. فاصلهٔ بار q_3 از O را حساب می‌کنیم:

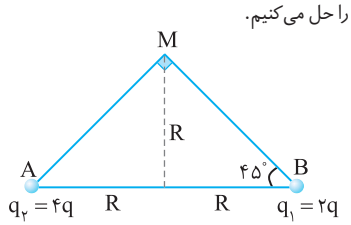


$$r=\frac{\sqrt{1^2+1^2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\,cm$$

$$E_3=\frac{kq_3}{r^2}\Rightarrow E_3=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}}{\frac{1}{2}\times10^{-4}}\Rightarrow E_3=36\times10^7\,N/C=3/6\times10^8\,N/C$$

B ۳ ۱۶۶۰

خط فکری در این شکل که به نظر یک شکل فضایی است اگر به دقت نگاه کنید بارهای q_1 و q_2 و نقطهٔ M رأس‌های یک مثلث قائم‌الزاویه در شکل روبه‌رو هستند. بنابراین میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ M حساب می‌کنیم. سپس به کمک رابطهٔ فیثاغورس مسئله را حل می‌کنیم.



ابتدا فاصلهٔ هر یک از بارها را تا نقطهٔ M حساب می‌کنیم.

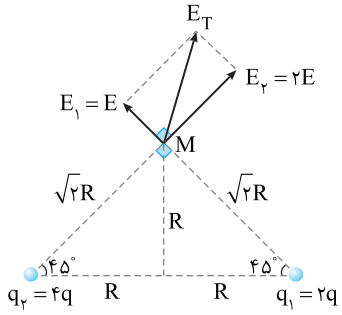
$$AM=BM=\sqrt{R^2+R^2}=\sqrt{2}R$$

اکنون میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ M به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}E=k\frac{q}{R^2}\\ E_1=k\frac{2q}{(\sqrt{2}R)^2}\end{cases}\Rightarrow E_1=E\ ,\ \begin{cases}E=k\frac{q}{R^2}\\ E_2=k\frac{4q}{(\sqrt{2}R)^2}\end{cases}\Rightarrow E_2=2E$$

میدان الکتریکی خالص برابر خواهد شد با:

$$E_T=\sqrt{E_1^2+E_2^2}\Rightarrow E_T=\sqrt{E^2+4E^2}\Rightarrow E_T=\sqrt{5}E$$

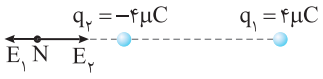


B ۲ ۱۶۶۱

میدان‌های حاصل از بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ N مشخص می‌کنیم و اندازهٔ آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$E_{1N}=k\frac{q_1}{r^2}=k\frac{4\times10^{-6}}{81\times10^{-4}}=\frac{4}{81}k\times10^{-2}$$

$$E_{2N}=k\frac{q_2}{r^2}=k\frac{4\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}=\frac{4}{9}k\times10^{-2}$$



چون E_{1N} و E_{2N} در خلاف جهت هم‌اند، بنابراین برایند آن‌ها برابر تفاضل $\vec{E}_{1N}$ و $\vec{E}_{2N}$ می‌شود.

$$E_2=E_{2N}-E_{1N}=\frac{4}{9}k\times10^{-2}+\frac{4}{81}\times k\times10^{-2}=\frac{32}{81}k\times10^{-2}$$

میدان حاصل از بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ M مشخص می‌کنیم و اندازه آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$E_{1M}=k\frac{q_1}{r^2}=k\times\frac{4\times10^{-6}}{(3\sqrt{2})^2\times10^{-4}}=\frac{2}{9}\times k\times10^{-2}$$

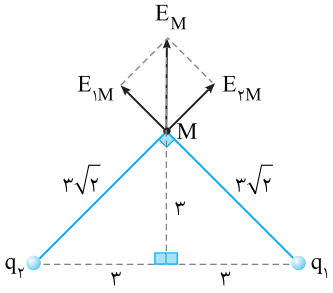
$$E_{2M}=k\frac{q_2}{r^2}=k\times\frac{4\times10^{-6}}{(3\sqrt{2})^2\times10^{-4}}=\frac{2}{9}k\times10^{-2}$$

چون E_{1M} و E_{2M} بر هم عمودند، بنابراین برایند آن‌ها از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید.

$$E_1=\sqrt{E_{1M}^2+E_{2M}^2}=\frac{2}{9}k\sqrt{2}\times10^{-2}$$

اکنون نسبت $\frac{E_1}{E_2}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{\frac{2}{9}k\sqrt{2}\times10^{-2}}{\frac{32}{81}k\times10^{-2}}=\frac{9\sqrt{2}}{16}$$

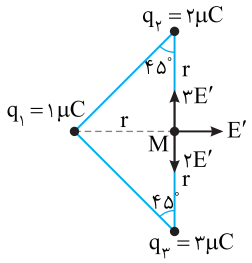


B ۱ ۱۶۶۲

میدان حاصل از بار $1\,\mu C$ در فاصلهٔ r را برابر E' در نظر می‌گیریم.

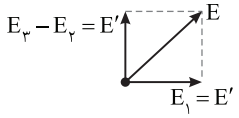
$$E'=k\frac{(1\,\mu C)}{r^2}$$

فاصلهٔ تمام بارها از نقطهٔ M برابر r است و می‌دانیم میدان الکتریکی با بار الکتریکی رابطهٔ مستقیم دارد:



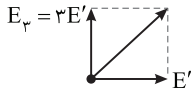
$$E_1=E',\quad E_2=2E',\quad E_3=3E'$$

میدان‌های E_2 و E_3 خلاف جهت هم‌اند و برایند آن‌ها E' می‌شود:



$$E=\sqrt{E'^2+E'^2}=E'\sqrt{2}$$

با حذف بار q_2 میدان E_2 حذف می‌شود:



$$E_T=\sqrt{(3E')^2+E'^2}=\sqrt{10}E'$$

حال نسبت میدان‌های خالص در هر دو حالت را می‌نویسیم:

$$\frac{E_T}{E}=\frac{\sqrt{10}E'}{\sqrt{2}E'}=\sqrt{5}\Rightarrow E_T=\sqrt{5}E$$

B ۴ ۱۶۶۳

$$E_1=k\frac{q_1}{r^2}$$

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{q_2}{q_1}\times\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2=\frac{20}{10}\times\left(\frac{20}{40}\right)^2\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{1}{2}\Rightarrow E_1=2E_2$$

میدان در نقطهٔ A خواهد شد:

$$E_A=\sqrt{E_2^2+(2E_2)^2}=\sqrt{5}E_2$$

وقتی $q_۲$، $۲۰cm$ به A نزدیک می‌شود فاصله‌اش تا نقطهٔ A نصف شده و میدان الکتریکی آن ۴ برابر می‌شود. $E'_A=\sqrt{(۴E_۲)^۲+(۲E_۲)^۲}=\sqrt{۲۰}E_۲ \quad (E'_۲=۴E_۲)$

در نتیجه: $\frac{E'_A}{E_A}=\frac{\sqrt{۲۰}E_۲}{\sqrt{۵}E_۲}=\sqrt{۴}=۲$

B ۱۶۶۴ ۴

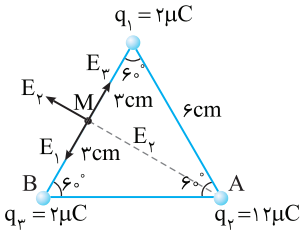
حالت اول: میدان بارهای $q_۱$ و $q_۳$ در نقطهٔ M هم‌اندازه و خلاف جهت هم بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند و میدان در نقطهٔ M ناشی از بار $q_۲$ است.

فاصلهٔ بار $q_۲$ از نقطهٔ M را به‌دست می‌آوریم.

$$AB^۲=BM^۲+AM^۲\Rightarrow AM=\sqrt{۶^۲-۳^۲}=۳\sqrt{۳}cm$$

میدان در نقطهٔ M خواهد شد:

$$E_T=E_۲=k\frac{q_۲}{(AM)^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۲\times۱۰^{-۶}}{۲۷\times۱۰^{-۴}}=۴\times۱۰^۷N/C$$



حالت دوم: با عوض شدن علامت بار $q_۱$ این بار، منفی شده و مطابق شکل میدان الکتریکی بار $q_۱$ و میدان الکتریکی بار $q_۳$ هم‌جهت می‌شوند. میدان‌های $E'_۱$ و $E_۳$ در نقطهٔ M برابر هستند و مقدار آن‌ها خواهد شد:

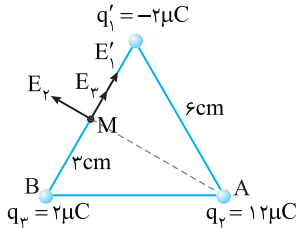
$$E'_۱=E_۳=k\frac{q}{a^۲}\Rightarrow E'_۱=E_۳=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}=۲\times۱۰^{+۷}N/C$$

میدان برایند $E'_۱$ و $E_۳$ از جمع آن‌ها به‌دست می‌آید از این‌رو:

$$E_{۱۳}=۲\times۱۰^۷+۲\times۱۰^۷=۴\times۱۰^۷N/C$$

میدان الکتریکی بار $q_۲$ در نقطهٔ M و میدان برایند $E'_۱$ و $E_۳$ در نقطهٔ M بر هم عمودند و میدان خالص در نقطهٔ M خواهد شد:

$$E'_T=\sqrt{(E_{۱۳})^۲+E_۲^۲}\Rightarrow E'_T=\sqrt{(۴\times۱۰^۷)^۲+(۴\times۱۰^۷)^۲}$$
$$=۴\sqrt{۲}\times۱۰^۷\frac{N}{C}\Rightarrow\frac{E'_T}{E_T}=\frac{۴\sqrt{۲}\times۱۰^۷}{۴\times۱۰^۷}=\sqrt{۲}$$



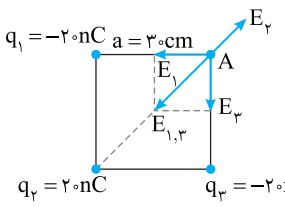
B ۱۶۶۵ ۲

بردار میدان ناشی از هر یک از بارها را در نقطهٔ A رسم می‌کنیم. مطابق شکل میدان‌های $E_۱$ و $E_۳$ بر هم عمودند. از طرفی چون $q_۱=q_۳$ بوده، میدان‌های این دو بار هم اندازه هستند و برایند آن‌ها روی قطر مربع و در خلاف جهت $E_۲$ است. از این‌رو برای به‌دست آوردن میدان خالص، میدان‌های $E_۲$ و $E_{۱۳}$ را باید از هم کم کنیم $\vec{E}_T=\vec{E}_{۱۳}-\vec{E}_۲$، در نتیجه با حذف بار $q_۲=q$ میدان $E_۲$ حذف شده و میدان برایند همان $\vec{E}'_T=\vec{E}_{۱۳}$ است یعنی میدان در نقطهٔ A به اندازهٔ میدان حاصل از بار $q_۲=q$ افزایش می‌یابد.

$$\Delta E=E_۲=k\frac{q_۲}{r^۲}\xrightarrow{r=\sqrt{۳۰^۲+۳۰^۲}=۳۰\sqrt{۲}cm}$$

$$\Delta E=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲۰\times۱۰^{-۹}}{۹۰۰\times۲\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow\Delta E=۱۰۰۰N/C$$

بنابراین میدان الکتریکی ۱۰۰۰N/C افزایش می‌یابد. مسئلهٔ ساده‌ای بود اما مفهومی!



A ۱۶۶۶ ۴

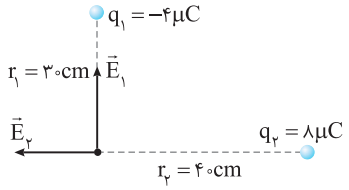
خط فکری ابتدا میدان هر بار را در نقطهٔ A به‌دست آورده و با توجه به جهت آن بردار میدان را بر حسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ می‌نویسیم. اگر میدان‌ها در راستای محور y باشد، بر حسب $\vec{j}$ و اگر میدان‌ها در راستای محور x باشند بر حسب $\vec{i}$ نوشته می‌شوند.

اندازهٔ میدان‌های دو بار $q_۱$ و $q_۲$ در نقطهٔ A خواهد شد:

$$E_۱=k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲}\Rightarrow E_۱=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۹۰۰\times۱۰^{-۴}}=۴\times۱۰^۵N/C$$

$$E_۲=k\frac{q_۲}{r_۲^۲}\Rightarrow E_۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{۸\times۱۰^{-۶}}{۱۶۰۰\times۱۰^{-۴}}=۴/۵\times۱۰^۵N/C$$

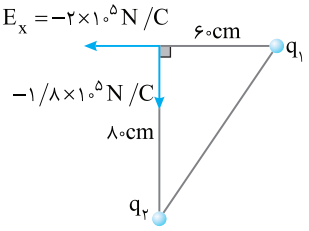
میدان $E_۱$ در جهت مثبت محور yها و میدان $E_۲$ در جهت منفی محور xها است. در نتیجه: $\vec{E}=E_۲\vec{i}+E_۱\vec{j}\Rightarrow\vec{E}=-۴/۵\times۱۰^۵\vec{i}+۴\times۱۰^۵\vec{j}$



B ۱۶۶۷ ۴

هر یک از مؤلفه‌های میدان الکتریکی $\vec{E}=-۲\times۱۰^۵\vec{i}-۱/۸\times۱۰^۵\vec{j}$ میدان الکتریکی یکی از بارها است.

مؤلفهٔ $E_x=-۲\times۱۰^۵N/C$، میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۱$ است و چون میدان به سوی خارج بار است این بار مثبت است.



$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\Rightarrow۲\times۱۰^۵=۹\times۱۰^۹\frac{|q_۱|}{(۰/۶)^۲}\Rightarrow q_۱=+۸\times۱۰^{-۶}\Rightarrow q_۱=+۸\mu C$$

مؤلفهٔ $E_y=-۱/۸\times۱۰^۵N/C$، میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۲$ بوده و چون میدان به سوی بار است، بار $q_۲$ منفی است.

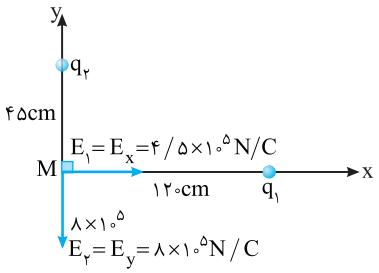
$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\Rightarrow۱/۸\times۱۰^۵=۹\times۱۰^۹\frac{|q_۲|}{(۰/۸)^۲}\xrightarrow{q_۲\text{ منفی}}$$

$$q_۲=-۱۲/۸\times۱۰^{-۶}C\Rightarrow q_۲=-۱۲/۸\mu C$$

B ۱۶۶۸ ۲

۱ مؤلفه‌های میدان $\vec{E}=۴/۵\times۱۰^۵\vec{i}-۸\times۱۰^۵\vec{j}$ را روی محورهای x و y نمایش می‌دهیم:

۲ مؤلفهٔ x میدان، ناشی از بار $q_۱$ بوده و چون جهت آن به سمت بار است، بار $q_۱$ منفی است. مؤلفهٔ y میدان، میدان ناشی از بار $q_۲$ است و چون جهت آن به سمت خارج بار است، بار $q_۲$ مثبت است.



۳ با توجه به رابطهٔ میدان خواهیم داشت:

$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\Rightarrow\begin{cases}E_۱=۴/۵\times۱۰^۵=k\dfrac{|q_۱|}{(۱۲۰)^۲}\\ E_۲=۸\times۱۰^۵=k\dfrac{|q_۲|}{(۴۵)^۲}\end{cases}$$

۴ میدان‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{۴/۵\times۱۰^۵}{۸\times۱۰^۵}=\frac{|q_۱|\times(۴۵)^۲}{|q_۲|\times(۱۲۰)^۲}$$

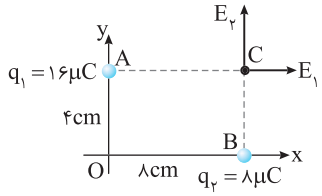
$$\frac{۴/۵}{۸}=\frac{|q_۱|}{|q_۲|}(\frac{۳}{۸})^۲\Rightarrow\frac{|q_۱|}{|q_۲|}=۴\xrightarrow[q_۲>۰]{q_۱<۰}\frac{q_۱}{q_۲}=-۴$$

B ۱۶۶۹ **۴**

خط فکری مکان نقطه‌های A، B و C را روی صفحهٔ xoy مشخص می‌کنیم. سپس مقدار میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ C به‌دست می‌آوریم. بردارهای میدان را رسم می‌کنیم تا جهت‌های آن مشخص باشد، سپس بردار برایند را حساب می‌کنیم.

با توجه به شکل و مختصات داده شده یک مستطیل با اضلاع ۴cm و ۸cm داریم که در آن فاصله بار $q_۱$ از نقطهٔ C، ۸cm و فاصلهٔ بار $q_۲$ از نقطهٔ C، ۴cm است. با توجه به این داده‌ها، میدان هر بار را در نقطهٔ C حساب می‌کنیم.

$$E=k\frac{q}{r^۲}\Rightarrow\begin{cases}E_۱=۹\times۱۰^۹\times\dfrac{۱۶\times۱۰^{-۶}}{۶۴\times۱۰^{-۴}}=\dfrac{۹}{۴}\times۱۰^۷ N/C\\ E_۲=۹\times۱۰^۹\times\dfrac{۸\times۱۰^{-۶}}{۱۶\times۱۰^{-۴}}=\dfrac{۹}{۲}\times۱۰^۷ N/C\end{cases}$$



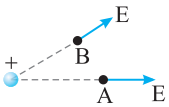
میدان الکتریکی $E_۱$ در جهت مثبت محور xها است و میدان الکتریکی $E_۲$ در جهت مثبت محور yها است. بنابراین میدان الکتریکی برایند در نقطهٔ C بر حسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ خواهد شد:

$$\vec{E}=E_۱\vec{i}+E_۲\vec{j}=\frac{۹}{۴}\times۱۰^۷\vec{i}+\frac{۹}{۲}\times۱۰^۷\vec{j}=(\frac{۹}{۴}\vec{i}+\frac{۹}{۲}\vec{j})\times۱۰^۷$$

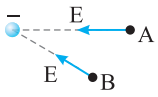
B ۱۶۷۰ **۳**

خط فکری ابتدا با توجه به اینکه بار $q_۲$ و $q_۳$ داده شده میدان آن‌ها در مبدأ مختصات را حساب می‌کنیم. این دو بردار در یک راستا قرار داشته و برایند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به میدان خالص حاصل از سه ذره و میدان برایند دو بار $q_۲$ و $q_۳$، میدان حاصل از بار $q_۱$ در نقطهٔ O را به‌دست آورده و در گام آخر با توجه به رابطهٔ $E_۱=k\frac{q_۱}{r^۲}$، مقدار بار $q_۱$ را حساب می‌کنیم.

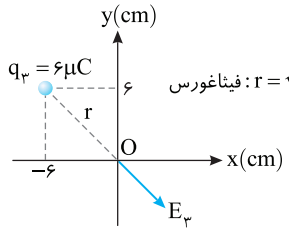
نکته اگر ذره‌ای دارای بار مثبت باشد، میدان حاصل از آن بار در یک نقطه، به سوی خارج بار است یعنی:



اگر ذره‌ای دارای بار منفی باشد، میدان حاصل از آن بار در یک نقطه، به سوی آن بار است. یعنی:

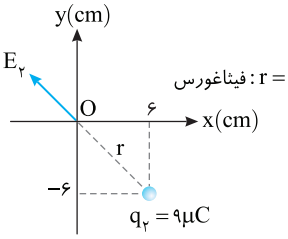


۱ میدان حاصل از بار $q_۲$ و $q_۳$ را حساب می‌کنیم.



فیثاغورس: $r=\sqrt{۶^۲+۶^۲}=۶\sqrt{۲}cm$

$$E_۳=k\frac{q_۳}{r^۲}\Rightarrow E_۳=۹\times۱۰^۹\times\frac{۶\times۱۰^{-۶}}{۷۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۶}{۸}\times۱۰^۷ N/C$$

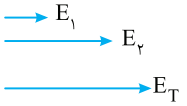


فیثاغورس: $r=\sqrt{۶^۲+۶^۲}=۶\sqrt{۲}cm$

$$E_۲=k\frac{q_۲}{r^۲}\Rightarrow E_۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{۹\times۱۰^{-۶}}{۷۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۹}{۸}\times۱۰^۷ N/C$$

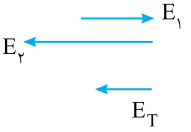
نکته برای دو بردار میدان الکتریکی داریم:

۱) اگر دو بردار هم‌جهت باشند:



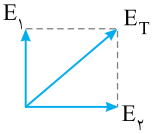
$$E_T=E_۱+E_۲$$

۲) اگر دو بردار خلاف جهت هم باشند:



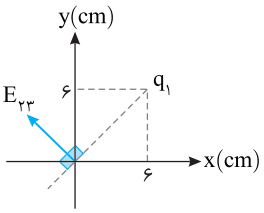
$$E_T=|E_۱-E_۲|$$

۳) اگر دو بردار برهم عمود باشند:



$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_۲^۲}$$

۲ دو میدان $E_۲$ و $E_۳$ خلاف جهت هم‌اند و $E_۲$ بزرگ‌تر از $E_۳$ است. بنابراین میدان برایند این دو بردار برابر $E_{۲۳}=|E_۲-E_۳|$ است و جهت آن به سمت $E_۲$ است:



$$E_{۲۳}=\frac{۹}{۸}\times۱۰^۷-\frac{۶}{۸}\times۱۰^۷\Rightarrow E_{۲,۳}=\frac{۳}{۸}\times۱۰^۷ N/C$$

۳ بار $q_۱$ چه منفی و چه مثبت باشد $E_۱$ با $E_{۲۳}$ عمود است پس نیروی خالص در مبدأ مختصات حاصل از برایند دو بردار میدان عمود برهم $E_۱$ و $E_{۲۳}$ است:

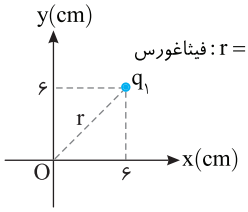
$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_{۲۳}^۲}\Rightarrow E_T^۲=E_۱^۲+E_{۲۳}^۲\Rightarrow(۶/۲۵\times۱۰^۶)^۲=E_۱^۲+(\frac{۳}{۸}\times۱۰^۷)^۲$$

$$E_۱^۲=(۶/۲۵\times۱۰^۶)^۲-(\frac{۳}{۸}\times۱۰^۷)^۲\Rightarrow E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲((\frac{۶۲۵}{۱۰۰})^۲-(\frac{۳۰}{۸})^۲)$$

$$\Rightarrow E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲((\frac{۲۵}{۴})^۲-(\frac{۱۵}{۴})^۲)E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲(\frac{۶۲۵-۲۲۵}{۱۶})$$

$$\Rightarrow E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲(۲۵)\Rightarrow E_۱=۵\times۱۰^۶ N/C$$

حال با توجه به $E_۱$، مقدار $q_۱$ را به دست می‌آوریم:



فیثاغورس: $r=\sqrt{۶^۲+۶^۲}\Rightarrow r=۶\sqrt{۲}cm$

میدان در نقطهٔ O: $E=k\frac{|q_۱|}{r^۲}\Rightarrow ۵\times۱۰^۶=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۱|}{۷۲\times۱۰^{-۴}}$

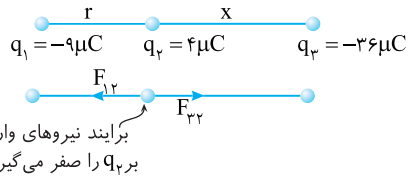
$\Rightarrow ۴۰\times۱۰^۶=۱۰^{۱۳}\times|q_۱|\Rightarrow|q_۱|=۴\times۱۰^{-۶}C=۴\mu C$

۴ ۱۶۷۱ B

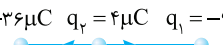
خط فکری در حل این سؤال ابتدا باید از فرض مسئله یعنی صفر بودن نیروهای وارد بر بارها استفاده کنیم و رابطه‌ای بین فاصلهٔ بارها به‌دست آوریم و در گام بعدی جای بارهای $q_۳$ و $q_۱$ را جابه‌جا کرد و نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ و $q_۱$ را برحسب رابطه‌ای که برای فاصله‌ها به‌دست آوردیم محاسبه کنیم.

۱ با توجه به شکل زیر باید یک رابطه بین x و r به‌دست آوریم. از این‌رو مطابق فرض مسئله نیروی خالص وارد بر $q_۲$ را صفر گرفته‌ایم. در این صورت نیروهایی که دو بار $q_۱$ و $q_۳$ به بار $q_۲$ وارد می‌کنند باید هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

$$F_{۱۲}=F_{۳۲}\Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}=k\frac{|q_۳||q_۲|}{x^۲}\Rightarrow\frac{۹}{r^۲}=\frac{۳۶}{x^۲}\Rightarrow\frac{x^۲}{r^۲}=۴\Rightarrow x=۲r$$



۲ جای بارهای $q_۱$ و $q_۳$ را عوض کرده و نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ را حساب می‌کنیم:



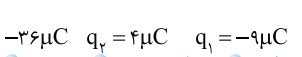
$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{(۲r)^۲}\Rightarrow F_{۱۲}=k\times\frac{۹\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{۴r^۲}=\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۳||q_۲|}{(r)^۲}\Rightarrow F_{۳۲}=k\times\frac{۳۶\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{r^۲}=\frac{۱۴۴\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

دو بردار $F_{۳۲}$ و $F_{۱۲}$ خلاف جهت هم‌اند بنابراین بزرگی نیروی خالص وارد بر $q_۲$ برابر اختلاف دو نیرو است:

$$|\vec{F}_۲|=|\underbrace{\vec{F}_{۱۲}-\vec{F}_{۳۲}}_{\text{خلاف جهت هم}}|\Rightarrow|\vec{F}_۲|=\frac{(۱۴۴-۹)\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}=\frac{۱۳۵\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

۳ نیروی خالص وارد بر بار $q_۱$ را حساب می‌کنیم:



$$|\vec{F}_{۲۱}|=|\vec{F}_{۱۲}|=\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

$$F_{۳۱}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(۳r)^۲}\Rightarrow F_{۳۱}=k\times\frac{۹\times۳۶\times۱۰^{-۱۲}}{۹r^۲}\Rightarrow F_{۳۱}=\frac{۳۶\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

دو بردار $F_{۲۱}$ و $F_{۳۱}$ خلاف جهت هم‌اند بنابراین:

$$|\vec{F}_۱|=|\underbrace{\vec{F}_{۳۱}-\vec{F}_{۲۱}}_{\text{خلاف جهت هم}}|\Rightarrow F_۱=\frac{۲۷\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

۴ حال نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{\frac{۱۳۵\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}}{\frac{۲۷\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}}=۵$$

۳ ۱۶۷۲ C

اگر فاصلهٔ رأس‌های مربع تا نقطهٔ O را r در نظر بگیریم میدان الکتریکی حاصل از بار قرار گرفته در رأس A برابر است با:

$$E_A=k\frac{q}{r^۲}\xrightarrow{E_A=E}E=\frac{kq}{r^۲}$$

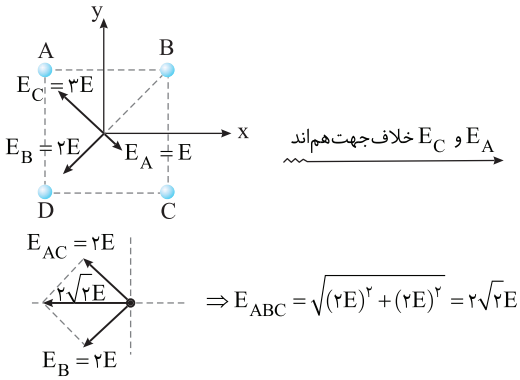
بار قرار گرفته در رأس B دو برابر بار در رأس A است بنابراین:

$$E_B=۲E_A\Rightarrow E_B=۲E$$

بار قرار گرفته در رأس C سه برابر بار در رأس A است بنابراین:

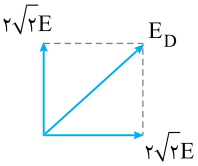
$$E_C=۳E_A\Rightarrow E_C=۳E$$

هر سه بار مثبت‌اند، بنابراین میدان حاصل از این سه بار را مشخص می‌کنیم:



E_C و E_A خلاف جهت هم‌اند

$$\Rightarrow E_{ABC}=\sqrt{(۲E)^۲+(۲E)^۲}=۲\sqrt{۲}E$$



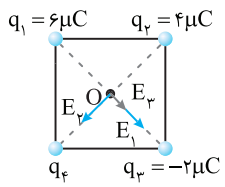
میدان حاصل از بار D، باید یک مؤلفهٔ افقی به بزرگی $۲\sqrt{۲}E$ داشته باشد تا مؤلفهٔ افقی E_{ABC} را خنثی و یک مؤلفهٔ قائم با بزرگی $۲\sqrt{۲}E$ داشته باشد:

$$E_D=\sqrt{(۲\sqrt{۲}E)^۲+(۲\sqrt{۲}E)^۲}=E\sqrt{۱۶}=۴E$$

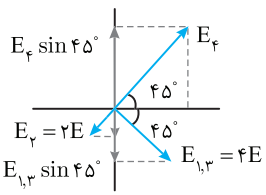
میدان حاصل از بار قرار گرفته در رأس D چهار برابر میدان بار q است بنابراین:

$$E_D=۴E\xrightarrow{E=k\frac{q}{r^۲}}k\frac{q'}{r^۲}=۴k\frac{q}{r^۲}\Rightarrow q'=۴q$$

۳ ۱۶۷۳ B



فاصلهٔ بارها از نقطهٔ O یکسان است. اگر میدان الکتریکی بار $q_۳=-۲\mu C$ در نقطهٔ O، $E_۳=E$ باشد میدان الکتریکی بار $q_۲$ و $q_۱$ در نقطهٔ O به ترتیب $E_۲=۲E$ و $E_۱=۳E$ است.



برای آنکه میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O در امتداد محور xها باشد باید بار $q_۴$ مثبت و جهت میدان الکتریکی آن به سمت خارج بار باشد و مؤلفه‌های میدان روی محور yها یکدیگر را خنثی کنند.

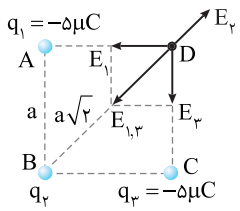
$$E_۴\sin۴۵^\circ=E_{۱,۳}\sin۴۵^\circ+E_۲\sin۴۵^\circ$$

$$E_۴=۴E+۲E\Rightarrow k\frac{|q_۴|}{a^۲}=۶(\frac{k|-۲|}{a^۲})$$

$$|q_۴|=۱۲\mu C\Rightarrow q_۴=۱۲\mu C$$

B ۱۶۷۴ ۱

خط فکری میدان الکتریکی بارهای الکتریکی q_1 و q_3 در نقطهٔ D (رأس چهارم مربع) را رسم کرده، مقدار آن را حساب می‌کنیم. برای آنکه میدان خالص در نقطهٔ D صفر شود، قطعاً میدان الکتریکی بار q_2 باید در امتداد میدان برایند q_1 و q_3 و در خلاف جهت آن باشد، یعنی قطعاً q_2 دارای بار مثبت است. اکنون به سراغ محاسبات عددی مسئله می‌رویم.



۱ میدان الکتریکی دو بار q_1 و q_3 در نقطهٔ D با هم برابر است و مقدار آن خواهد شد:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow E_1=E_3=\frac{k|5|}{a^2}$$

۲ فاصلهٔ بار q_2 تا نقطهٔ D برابر قطر مربع یعنی $a\sqrt{2}$ است، از این‌رو میدان الکتریکی E_2 خواهد شد:

$$E_2=k\frac{|q_2|}{(a\sqrt{2})^2}\Rightarrow E_2=k\frac{|q_2|}{2a^2}$$

۳ برایند E_1 و E_3 باید هم‌اندازهٔ E_2 باشد، بنابراین برایند E_1 و E_3 را حساب می‌کنیم.

$$E_{13}=\sqrt{E_1^2+E_3^2}=\sqrt{2}E_1$$

۴ E_{13} را با E_2 مساوی قرار می‌دهیم:

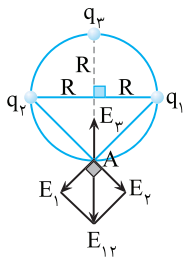
$$E_{13}=E_2\Rightarrow\sqrt{2}\frac{k(5)}{a^2}=k\frac{|q_2|}{2a^2}\Rightarrow q_2=+10\sqrt{2}\mu C$$

در خط فکری گفتیم q_2 باید مثبت باشد.

B ۱۶۷۵ ۲

۱ اگر شعاع دایره را R فرض کنیم، فاصله q_3 تا A برابر $2R$ و فاصلهٔ q_1 و q_2 تا A برابر خواهد شد با:

$$R_{1A}=R_{2A}=\sqrt{R^2+R^2}=\sqrt{2}R$$



۲ برای آنکه میدان الکتریکی در نقطهٔ A صفر شود، باید میدان این بارها به گونه‌ای باشند که برایند آن‌ها صفر شود. در این صورت باید q_1 و q_2 هم‌اندازه باشند تا میدان برایند آن‌ها در امتداد میدان E_3 قرار گیرد. از طرفی برایند E_1 و E_2 باید هم‌اندازهٔ E_3 و در خلاف جهت آن باشد. پس q_1 و q_2 همنام و با q_3 ناهمنام هستند. اگر q_1 و q_2 را مثبت بگیریم، q_3 منفی است و میدان‌ها به صورت شکل بالا خواهند بود.

$$E_1=E_2=k\frac{|q_1|}{(\sqrt{2}R)^2}\Rightarrow E_1=E_2=\frac{k|q_1|}{2R^2}$$

$$E_3=k\frac{|q_3|}{(2R)^2}\Rightarrow E_3=\frac{k|q_3|}{4R^2}$$

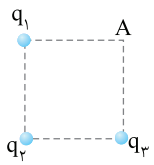
۳ برایند E_1 و E_2 خواهد شد:

$$E_{12}=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{2}E_1\Rightarrow E_{12}=\sqrt{2}\frac{k|q_1|}{2R^2}$$

۴ سرانجام خواهیم داشت:

$$E_3=E_{12}\Rightarrow\frac{k|q_3|}{4R^2}=\sqrt{2}k\frac{|q_1|}{2R^2}\Rightarrow\frac{|q_3|}{|q_1|}=2\sqrt{2}$$

میانبر در یک مربع به صورت روبه‌رو که در سه رأس آن بارهای q_1، q_2 و q_3 قرار دارد، شرط آنکه میدان خالص در نقطهٔ A صفر شود این است که:

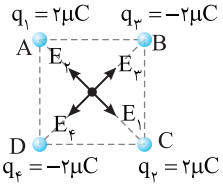


$$q_1=q_3\quad,\quad q_2=-2\sqrt{2}q_1$$

در این سؤال نیز شکل به همین صورت است.

B ۱۶۷۶ ۲

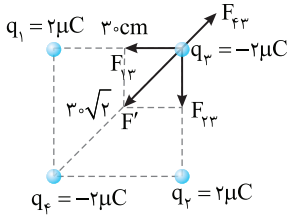
۱ در مرکز مربع میدان الکتریکی خالص صفر شده است. برای آنکه این اتفاق بیفتد، باید بارهای الکتریکی به شکل مقابل قرار داشته باشند تا میدان الکتریکی دو بار روبه‌روی هم در مرکز مربع یکدیگر را خنثی کنند.



۲ اندازه قطر مربع را حساب می‌کنیم:

$$AC=BD=\sqrt{30^2+30^2}=30\sqrt{2}cm$$

۳ نیرویی که بارهای q_2 و q_1 بر بار q_3 وارد می‌کنند، یکسان بوده و برابر است با:



$$F_{13}=F_{23}=k\frac{|q_1||q_3|}{r^2}\Rightarrow F_{13}=F_{23}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(30\times10^{-2})^2}$$

$$F_{13}=F_{23}=0/4N$$

۴ نیرویی که بار q_4 بر بار q_3 وارد می‌کند، خواهد شد:

$$F_{43}=k\frac{|q_4||q_3|}{r_{34}^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(30\sqrt{2}\times10^{-2})^2}\Rightarrow F_{43}=0/2N$$

۵ برایند دو نیروی F_{13} و F_{23} را حساب می‌کنیم.

$$F'=\sqrt{(0/4)^2+(0/4)^2}\Rightarrow F'=0/4\sqrt{2}\xrightarrow{\sqrt{2}=1/4}F'=0/4\times1/4=0/56$$

۶ برایند دو نیروی هم‌اندازه همواره در امتداد قطر مربع قرار می‌گیرد، از این‌رو نیروی خالص وارد بر بار q_3 خواهد شد:

$$F_t=F'-F_{43}\Rightarrow F_t'=0/56-0/2\Rightarrow F_t=0/36N$$

اگر شما نیروی وارد بر هر بار را حساب کنید به همین جواب می‌رسید.

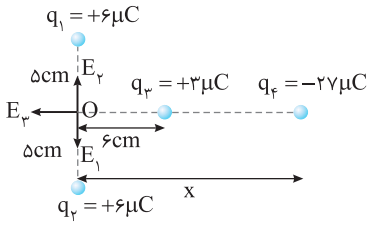
A ۱۶۷۷ ۱

به شکل ترسناک مسأله نگاه نکنید! مسأله ساده‌ای است که در نگاه اول شما را به اشتباه می‌اندازد. اندازهٔ میدان الکتریکی بارهای یکسان $q_1=q_2=+6\mu C$ که در فاصلهٔ یکسان از نقطهٔ O قرار دارند برابر است و این میدان‌ها در خلاف جهت هم بوده و میدان الکتریکی برایند آن‌ها در نقطهٔ O صفر است.

در واقع سؤال این است که بار q_4 در چه فاصله‌ای از O قرار گیرد تا برایند میدان‌های q_3 و q_4 در O صفر شود. فاصله بار q_4 را در حالت جدید از O برابر x در نظر می‌گیریم و میدان‌ها را در O برابر قرار می‌دهیم.

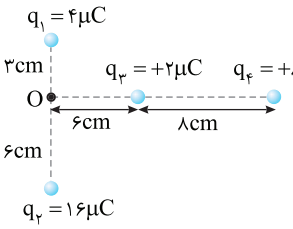
$$E_3=E_4\Rightarrow k\frac{q_3}{6^2}=k\frac{q_4}{x^2}\Rightarrow\frac{3}{36}=\frac{27}{x^2}\Rightarrow\frac{1}{6}=\frac{3}{x}\Rightarrow x=18cm$$

فاصلهٔ بار q_4 از O در حالت اول $6+8=14cm$ بوده است و اکنون فاصلهٔ q_4 تا O باید 18cm شود یعنی بار q_4، 4cm به سمت راست منتقل شود.



بازی با سؤال **بارهای الکتریکی $q_۱$، $q_۲$، $q_۳$ و $q_۴$ مطابق شکل زیر قرار گرفته‌اند. بار الکتریکی $q_۴$ را چند سانتی‌متر و در کدام جهت جابه‌جا کنیم تا میدان حاصل از بارها در نقطه O برابر صفر شود؟** آزمون مدارس برتر

۱) ۵cm به سمت راست
۲) ۵cm به سمت چپ
۳) ۲۶cm به سمت چپ
۴) ۲۶cm به سمت راست

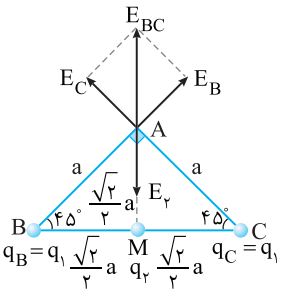


گزینهٔ ۳

۲ ۱۶۷۸ B

خط فکری بارهایی که در نقاط B و C قرار گرفته باهم برابرند $(q_۱)$، پس راستای برایند میدان آن‌ها در نقطهٔ روی نیمساز زاویهٔ بین آن‌ها قرار می‌گیرد. بنابراین برای آنکه میدان برایند در نقطهٔ A صفر شود، قطعاً باید $q_۲$ در وسط وتر BC قرار بگیرد تا میدان الکتریکی حاصل از آن در امتداد میدان برایند دو بار الکتریکی $q_۱$ در نقطهٔ A قرار بگیرد و جهت این دو میدان باید در خلاف هم باشد. میدان هر یک از بارها را در نقطهٔ A به‌دست بیاورید. برایند میدان‌های $q_B=q_۱$ و $q_C=q_۱$ در نقطهٔ A را حساب کنید و با میدان الکتریکی بار $q_۲$ در نقطهٔ A برابر قرار دهید.

۱ میدان بارهای $q_B=q_۱$ و $q_C=q_۱$ را در نقطهٔ A رسم می‌کنیم. اگر $q_۱$ مثبت باشد قطعاً باید مطابق شکل بار $q_۲$ منفی باشد تا میدان در نقطهٔ A صفر شود.



۲ اگر طول ضلع‌های AB و AC را a بنامیم طول ضلع BC خواهد شد:

$$BC^۲=AB^۲+AC^۲\Rightarrow BC^۲=a^۲+a^۲\Rightarrow BC=a\sqrt{۲}\Rightarrow MC=BM=a\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۳ میدان بار $q_۱$ در نقطهٔ A برابر است با:

$$E_C=E_B=k\frac{|q|}{a^۲}$$

۴ میدان بار $q_۲$ در نقطهٔ A برابر است با:

$$E_۲=k\frac{|q|}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲}a)^۲}\Rightarrow E_۲=۲\frac{k|q_۲|}{a^۲}$$

۵ برایند دو میدان E_C و E_B برابر است با:

$$E_{CB}=\sqrt{۲}E_C=\sqrt{۲}k\frac{|q_۱|}{a^۲}$$

۶ میدان برایند E_{BC} را با میدان $E_۲$ مساوی قرار می‌دهیم.

$$\sqrt{۲}k\frac{|q_۱|}{a^۲}=۲k\frac{|q_۲|}{a^۲}\Rightarrow\frac{|q_۲|}{|q_۱|}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۷ باید میدان $E_۲$ در خلاف جهت برایند دو بار دیگر باشد. از این‌رو باید بار $q_۲$ و بار $q_۱$ ناهمنام باشند بنابراین:

$$\frac{q_۲}{q_۱}=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۲ ۱۶۷۹ B

با توجه به شکل، تانژانت زاویهٔ α خواهد شد:

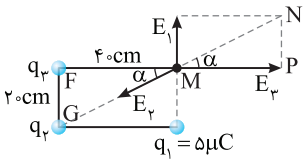
در مثلث MNP: $\tan\alpha=\frac{E_۱}{E_۳}$ $q_۱=۵\mu C$

در مثلث GFM: $\tan\alpha=\frac{۲۰}{۴}\Rightarrow\frac{E_۱}{E_۳}=\frac{۱}{۲}$

برای آنکه میدان خالص در نقطهٔ M صفر شود باید مطابق شکل زیر:

الف) میدان‌های حاصل از بارهای $q_۱$ و $q_۳$ هم‌جهت و میدان حاصل از $q_۲$ با آن‌ها خلاف جهت باشد.

ب) برایند میدان‌های $E_۱$ و $E_۳$ هم‌اندازه و خلاف جهت $E_۲$ باشد.



با توجه به میدان الکتریکی بار نقطه‌ای می‌توان نوشت:

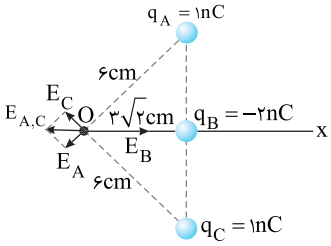
$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\Rightarrow\frac{k\frac{q_۱}{(۲۰)^۲}}{k\frac{q_۳}{(۴۰)^۲}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{۴|q_۱|}{|q_۳|}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow q_۳=۸q_۱$$

$$|q_۳|=۸\times۵\Rightarrow|q_۳|=۴۰\mu C$$

با توجه به جهت میدان $E_۳$، باید $q_۳$ مثبت باشد.

۴ ۱۶۸۰ C

سؤال جالبی است و برای تحلیل آن به یک درک سادهٔ ریاضی نیاز داریم. ابتدا میدان الکتریکی بارها را در نقطهٔ O به‌دست می‌آوریم:



میدان‌های E_A و E_C با هم برابر است:

$$E=\frac{k|q|}{r^۲}$$

$$E_A=E_C=\frac{۹\times۱۰^۹\times۱\times۱۰^{-۹}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}=\frac{۱۰^۴}{۴}\frac{N}{C}$$

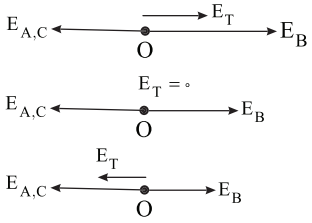
E_A و E_C بر هم عمودند:

$$E_{A,C}=\frac{۱۰^۴\sqrt{۲}}{۴}N/C$$

میدان B را حساب می‌کنیم:

$$E_B=\frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۹}}{۱۸\times۱۰^{-۴}}=۱۰^۴N/C$$

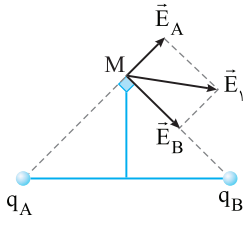
با توجه به اینکه $E_B>E_{A,C}$ است، برایند میدان الکتریکی در مبدأ به سمت راست است، با حرکت بار q_B به سمت راست، E_B کاهش می‌یابد تا نهایتاً با $E_{A,C}$ برابر شده و میدان کل



در این وضعیت صفر می‌شود. با ادامهٔ حرکت q_B، E_B کاهش می‌یابد و کمتر از $E_{A,C}$ شده و جهت برایند به سمت چپ خواهد شد و مقدار آن افزایش می‌یابد.

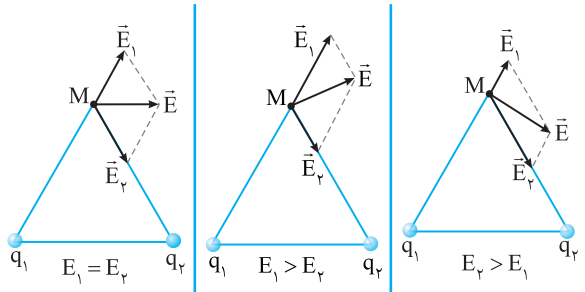
۱ ۱۶۸۱ A

اندازهٔ بار q_B از اندازهٔ بار q_A بیشتر است و فاصلهٔ این دو بار از نقطهٔ M واقع بر عمودمنصف برابر است در نتیجه میدان الکتریکی بار q_B از میدان الکتریکی بار q_A بزرگ‌تر است. بار الکتریکی q_A مثبت و میدان آن در نقطهٔ M به سمت خارج بار رسم می‌شود و بار الکتریکی q_B منفی و میدان آن در نقطهٔ M به سمت بار الکتریکی q_B است، بنابراین برایند آن‌ها به شکل زیر یعنی میدان خالص در نقطهٔ M می‌تواند $E_۱$ باشد.



B ۳ ۱۶۸۲

یادآوری ریاضی در این گونه مسائل معمولاً سه حالت زیر رخ می‌دهد $(q_1>0, q_2<0)$:

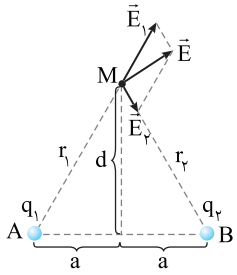


بردار برایند $\vec{E}$ متمایل به $\vec{E}_2$ است. (اگر فاصله هر دو بار تا نقطه M یکسان باشد) $\lvert q_2\rvert>\lvert q_1\rvert$	بردار برایند $\vec{E}$ متمایل به $\vec{E}_1$ است. (اگر فاصله هر دو بار تا نقطه M یکسان باشد) $\lvert q_1\rvert>\lvert q_2\rvert$	بردار برایند $\vec{E}$ روی نیمساز بین $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ است. (اگر فاصله هر دو بار تا نقطه M یکسان باشد) $\lvert q_1\rvert=\lvert q_2\rvert$

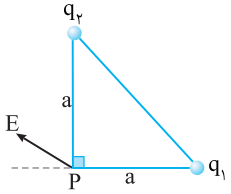
میدان الکتریکی $\vec{E}$ را در نقطهٔ M در راستای اضلاع AM و BM از مثلث متساوی‌الساقین AMB تجزیه می‌کنیم، تا میدان‌های حاصل از بارهای الکتریکی q_1 و q_2، یعنی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ مشخص شوند. با توجه به جهت به‌دست آمده برای میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در می‌یابیم که بار q_1 مثبت و بار q_2 منفی است. چون میدان الکتریکی برایند به سمت میدان الکتریکی $\vec{E}_1$ متمایل بوده و با آن زاویه کوچک‌تری می‌سازد، نتیجه می‌گیریم که اندازه میدان الکتریکی $\vec{E}_1$ از اندازه میدان الکتریکی $\vec{E}_2$ بزرگ‌تر است، پس می‌توانیم مقایسه زیر را بین اندازه بارهای الکتریکی q_1 و q_2 انجام دهیم:

$$E_1>E_2\Rightarrow\frac{k|q_1|}{r_1^2}>\frac{k|q_2|}{r_2^2}\xrightarrow{r_1=r_2}|q_1|>|q_2|\Rightarrow\frac{|q_2|}{|q_1|}<1$$

$$\xrightarrow{q_2,q_1\text{ ناهمنام}}-1<\frac{q_2}{q_1}<0\Rightarrow-1<k<0$$



بازی با سؤال در شکل زیر میدان الکتریکی ناشی از دو بار q_1 و q_2 در نقطه P نشان داده شده است. کدام گزینه درباره بار q_1 و q_2 درست است؟



۱) q_1 مثبت، q_2 منفی، $\lvert q_1\rvert>\lvert q_2\rvert$

۲) q_1 مثبت، q_2 منفی، $\lvert q_1\rvert<\lvert q_2\rvert$

۳) q_1 منفی، q_2 مثبت، $\lvert q_1\rvert>\lvert q_2\rvert$

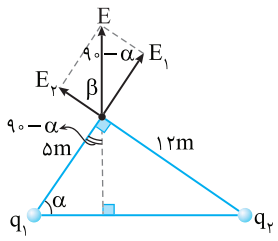
۴) q_1 منفی، q_2 مثبت، $\lvert q_1\rvert<\lvert q_2\rvert$

گزینهٔ ۱

C ۲ ۱۶۸۳

روش همیشگی یعنی تجزیه میدان الکتریکی E بر امتداد اضلاع مثلث را انجام می‌دهیم، تا جهت میدان‌های ناشی از بارهای الکتریکی q_1 و q_2 مشخص شود.

در شکل زیر زاویه α و زاویه β با هم برابرند و تانژانت آن‌ها نیز با هم یکسان و برابر است با:

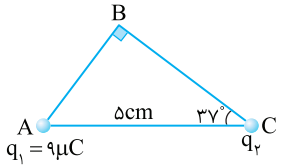


$$\tan\alpha=\frac{12}{5},\ \tan\beta=\frac{E_1}{E_2}\Rightarrow\frac{E_1}{E_2}=\frac{12}{5}$$

$$\xrightarrow{E=k\frac{q}{r^2}}\Rightarrow\frac{k\frac{q_1}{5^2}}{k\frac{q_2}{12^2}}=\frac{12}{5}$$

$$\Rightarrow\frac{q_1\times12^2}{q_2\times5^2}=\frac{12}{5}\Rightarrow\frac{q_1}{q_2}=\frac{5}{12}$$

بازی با سؤال در شکل زیر بار q_2 چند μC باشد تا امتداد میدان خالص در نقطهٔ B بر خط AC عمود شود؟ $(\sin53^\circ=\cos37^\circ=0/8)$



۱) ۱۸

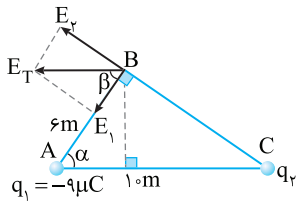
۲) -18

۳) ۱۲

۴) -12

گزینهٔ ۳

B ۲ ۱۶۸۴



میدان خالص در نقطهٔ B را به موازات خط AC رسم می‌کنیم. این میدان را در امتداد دو ضلع AB و BC مطابق شکل تجزیه می‌کنیم. E_1 میدان الکتریکی ناشی از بار q_1 و E_2 میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی q_2 است. میدان E_2 به سمت خارج بار q_2 است بنابراین بار q_2 مثبت است.

فاصلهٔ بار q_2 تا نقطهٔ B را حساب می‌کنیم:

$$AC^2=AB^2+BC^2\Rightarrow BC^2=10^2-6^2=64\Rightarrow BC=8m$$

بنابر خطوط موازی و مورب زاویهٔ α برابر زاویهٔ β است. تانژانت دو زاویه را می‌نویسیم

$$\tan\alpha=\frac{BC}{AB},\ \tan\beta=\frac{E_2}{E_1}\xrightarrow{\alpha=\beta}\frac{BC}{AB}=\frac{E_2}{E_1}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{8}{6}$$

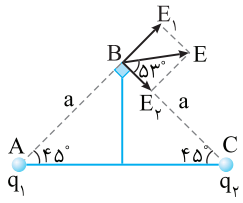
و با هم برابر قرار می‌دهیم.

اکنون از رابطهٔ میدان الکتریکی بار نقطه‌ای به جای E_2 و E_1 قرار می‌دهیم.

$$\frac{k\frac{|q_2|}{r_2^2}}{k\frac{|q_1|}{r_1^2}}=\frac{8}{6}\xrightarrow{|q_1|=9\mu C}\frac{\frac{|q_2|}{8^2}}{\frac{9}{6^2}}=\frac{8}{6}\Rightarrow\frac{|q_2|\times6^2}{9\times8^2}=\frac{8}{6}\Rightarrow|q_2|=\frac{64}{3}\mu C$$

البته q_2 مثبت است بنابراین $q_2=\frac{64}{3}\mu C$

B ۴ ۱۶۸۵



میدان E را در امتداد اضلاع مثلث تجزیه می‌کنیم. میدان در امتداد AB برابر میدان الکتریکی بار q_1 و میدان در امتداد BC برابر میدان الکتریکی q_2 در نقطهٔ B است. در این صورت به کمک تانژانت زاویهٔ 53° نسبت میدان‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$\tan53^\circ=\frac{E_1}{E_2}\Rightarrow\frac{4}{3}=\frac{E_1}{E_2}$$

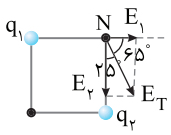
با توجه به رابطه میدان الکتریکی $E=\frac{k|q|}{r^2}$ خواهیم داشت: $\frac{k\frac{|q_1|}{a^2}}{k\frac{|q_2|}{a^2}}=\frac{4}{3}\Rightarrow\frac{|q_1|}{|q_2|}=\frac{4}{3}$

به شکل نگاه کنید. میدان E_1 به سمت خارج بار q_1 است بنابراین بار q_1 مثبت و میدان E_2 به سمت بار q_2 است در نتیجه بار q_2 منفی است از این‌رو خواهیم داشت:

$$\frac{q_1}{q_2}=-\frac{4}{3}$$

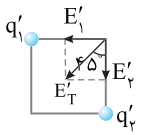
B ۱۶۸۶ ۳

میدان E را بر امتداد دو ضلع مربع تجزیه می‌کنیم و جهت میدان‌های الکتریکی q_1 و q_2 را مشخص می‌کنیم تا به کمک آن‌ها نوع بار q_1 و q_2 مشخص شود. با توجه به جهت E_1 و E_2، بار q_2 منفی و بار q_1 مثبت است و هم‌چنین چون E_T بیشتر به E_2 متمایل است پس $|q_1|<|q_2|$ است.



$$q_1>0\ ,\ q_2<0\ ,\ |q_1|<|q_2|$$

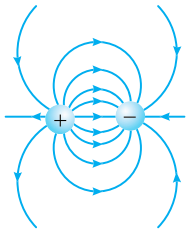
بعد از تماس دو گوی، مقدار دو بار یکسان و هم‌علامت با بار با مقدار بزرگ‌تر (یعنی بار q_2) می‌شود، پس علامت دو بار بعد از تماس منفی می‌شود. اما چون مقدار بارها یکسان شده پس میدان خالص دقیقاً بین میدان حاصل از دو بار قرار می‌گیرد:



بنابراین میدان الکتریکی خالص به اندازهٔ $25+45=70^\circ$ ساعتگرد چرخیده است.

A ۱۶۸۷ ۳

یادآوری دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌اندازه و غیرهمنام را دو قطبی الکتریکی گویند که خطوط میدان الکتریکی در اطراف آن‌ها به صورت روبه‌روست.



خط‌های میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می‌شود، بنابراین آرایش خطوط میدان در شکل‌های (الف) و (پ) نادرست است. در مورد شکل (ب) آرایش خط‌های میدان شعاعی باقی نمی‌ماند و دارای انحنا می‌شود. بنابراین شکل (ت) صحیح است و شکل (ب) نیز نادرست است.

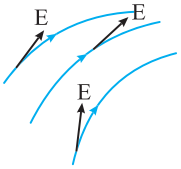
B ۱۶۸۸ ۳

خطوط میدان از q_1 خارج و به q_2 وارد می‌شود، بنابراین q_1 مثبت و q_2 منفی است.

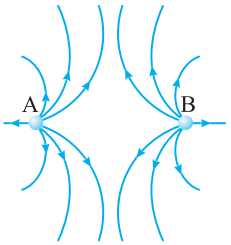
تراکم خطوط میدان در اطراف بار q_1 بیشتر است در نتیجه $|q_2|<|q_1|$

B ۱۶۸۹ ۴

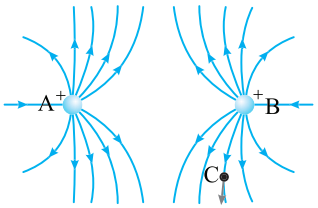
یادآوری بردار میدان الکتریکی در هر نقطه از میدان بر خط‌های میدان مماس و جهت آن در سوی خطوط میدان است.



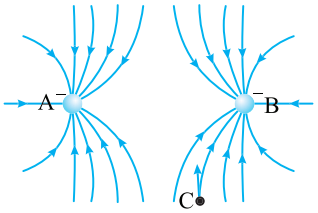
از طرفی خطوط میدان الکتریکی دو بار هم‌اندازه و همنام به صورت روبه‌روست. اگر دو بار مثبت باشند فلش‌ها به سمت خارج دو بار و اگر دو بار منفی باشند فلش‌ها به سمت دو بار خواهد بود.



خطوط میدان اطراف نقاط A و B را رسم می‌کنیم. ابتدا فرض می‌کنیم دو باری که در نقاط A و B قرار می‌گیرند مثبت‌اند. در این صورت بردار میدان که در نقطهٔ C مماس بر خطوط میدان رسم می‌شود روبه‌پایین است.

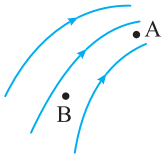


اگر بارهای A و B را منفی در نظر بگیریم و بردار میدان در نقطهٔ C را رسم کنیم، میدان رو به بالا و در سوی خطوط است.



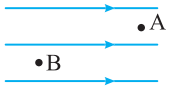
B ۱۶۹۰ ۴

یادآوری ۱ هر گاه در ناحیه‌ای از فضا میدان قوی‌تر باشد، تراکم خطوط میدان در آن ناحیه بیشتر است.



$$E_A>E_B$$

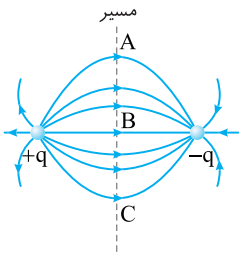
یادآوری ۲ اگر میدان یکنواخت باشد، خطوط با هم موازی و هم فاصله هستند و تمام نقاط میدان الکتریکی یکسان است.



$$E_A=E_B$$

اگر میدان الکتریکی یکنواخت باشد و عمود بر خطوط میدان حرکت کنیم، میدان تغییر نمی‌کند و گزینهٔ (۱) درست است.

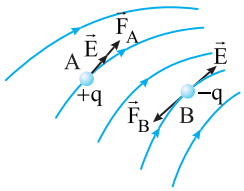
اما بیاییم خط‌های میدان دو بار الکتریکی هم‌اندازه و ناهمنام (دو قطبی الکتریکی) را رسم کنیم، سپس روی عمود منصف آن و عمود بر خطوط میدان حرکت کنیم. (شکل زیر) کاملاً مشخص است که وقتی از نقطهٔ A به سوی نقطهٔ B می‌رویم تراکم خطوط بیشتر می‌شود و میدان افزایش می‌یابد بنابراین گزینهٔ (۲) درست است و اگر در همین راستا از نقطهٔ B عمود بر خطوط میدان دو قطبی الکتریکی به نقطهٔ C برویم، تراکم خطوط کم می‌شود و میدان کاهش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ(۳) نیز درست است و پاسخ گزینهٔ (۴) خواهد بود.



A ۱۶۹۱ ۲

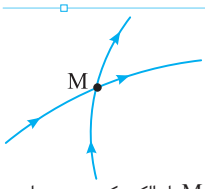
در نقطه B خطوط میدان متراکم‌تر از نقطهٔ A است، بنابراین میدان الکتریکی در نقطهٔ B از نقطهٔ A قوی‌تر است و در نتیجه نیروی وارد بر بار $-q$ در نقطهٔ B از نیروی وارد بر بار $+q$ در نقطهٔ A بیشتر است. $(F_A<F_B)$

نیروی وارد بر بار منفی خلاف جهت میدان و نیروی وارد بر بار مثبت در جهت میدان است. برای یافتن جهت نیرو در نقطه‌های A و B دو مماس رسم می‌کنیم، زیرا میدان الکتریکی در هر نقطه بر خطوط میدان مماس است. با توجه به شکل رسم شده نیروی F_B به صورت ↙ و نیروی F_A به صورت ↗ است.



A ۱۶۹۲ ۴

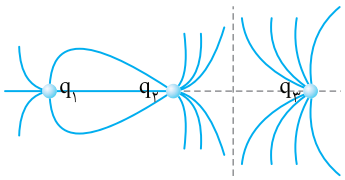
اگر در نقطه M بار مثبت قرار داشته باشد، باید تمام خط‌های میدان از آن خارج شود و اگر بار منفی قرار داشته باشد، باید تمام خط‌های میدان به آن وارد شود که در شکل این گونه نیست، بنابراین در نقطهٔ M بار مثبت و یا بار منفی وجود ندارد و اگر در نقطه M بار الکتریکی وجود نداشته باشد، خط‌های میدان نباید در نقطهٔ M یکدیگر را قطع کنند بنابراین چنین شکلی ممکن نیست وجود داشته باشد و گزینهٔ (۴) درست است.



B ۱۶۹۳ ۱

خط‌های میدان از بار q_1 به بار q_2 رسیده است (یا برعکس). بنابراین بارهای q_2 و q_1 ناهمنام هستند و خط‌های میدان q_2 و q_3 رانش الکتریکی را نشان می‌دهند، بنابراین q_2 و q_3 همنام‌اند. با توجه به شکل و تعداد خطوط بار الکتریکی q_1 و q_2 و q_3، اندازهٔ بارها به صورت مقابل است.

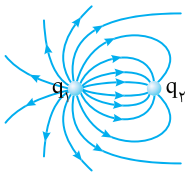
$$|q_3|>|q_2|>|q_1|$$



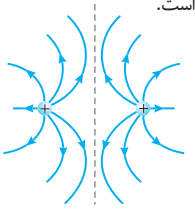
بارهای q_1 و q_3 ناهمنام هستند و مقدار بار الکتریکی q_3 از مقدار بار الکتریکی q_1 بیشتر است، از این‌رو پس از تماس دو گوی با هم، بار هر دو یکسان و با بار q_3 همنام خواهد بود. بنابراین در نهایت بارهای q_1 و q_2 و q_3 همنام می‌شوند.

B ۱۶۹۴ ۳

به شکل دقت کنید.



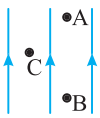
خطوط میدان از بار q_1 خارج می‌شود، پس q_1 مثبت است و خطوط میدان به بار q_2 وارد می‌شود پس بار q_2 منفی است. تعداد خطوط میدان که از بار q_1 خارج شده است و همچنین تراکم خطوط میدان در اطراف بار q_1 از بار q_2 بیشتر است بنابراین مقدار بار q_1 از مقدار بار q_2 بیشتر است.



وقتی دو کره را با هم تماس می‌دهیم بار هر دوی آن‌ها برابر و همنام می‌شود، البته چون $|q_1|>|q_2|$ است بار هر دو کره مثبت می‌گردد (همنام با بار q_1). بنابراین خطوط میدان به شکل زیر خواهد بود.

A ۱۶۹۵ ۱

یادآوری در میدان الکتریکی یکنواخت، خط‌های میدان خطوط راست موازی با فاصلهٔ یکسان از هم هستند.

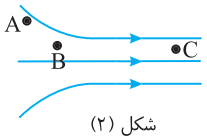


$$\vec{E}_A=\vec{E}_B=\vec{E}_C$$

شکل (۱)

در شکل (۱) خطوط موازی و فاصلهٔ آن‌ها یکسان است، بنابراین شکل (۱) مربوط به میدان الکتریکی یکنواخت است.

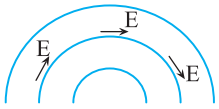
در شکل‌های (۲) و (۳) چون خط‌های میدان خمیده هستند، میدان غیریکنواخت است. به شکل (۲) دقت کنید. در سمت راست خطوط به هم نزدیک‌ترند و میدان در این ناحیه از ناحیهٔ سمت چپ بزرگ‌تر است.



$$E_C>E_B>E_A$$

شکل (۲)

در شکل (۳) اگر بردار میدان الکتریکی را در نقاط مختلف مماس بر خطوط رسم کنید خواهید دید که با آن که اندازهٔ میدان ثابت است، اما جهت بردار میدان در حال تغییر است و میدان یکنواخت نیست.



شکل (۳)

B ۱۶۹۶ ۱

یادآوری تعریف میدان الکتریکی به صورت $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$ است. در میدان بر بار مثبت در جهت میدان و بر بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود.

نیروی وارد بر بار q در میدان $\vec{E}$ برابر است با:

$$\vec{F}=q\vec{E}$$

نیروی وارد بر بار $-2q$ در میدان $\vec{E}'$ برابر $-\frac{\vec{F}}{4}$ شده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{E}'=\frac{-\frac{\vec{F}}{4}}{-2q}\Rightarrow\vec{E}'=\frac{\vec{F}}{8q}\xrightarrow{\vec{F}=q\vec{E}}\vec{E}'=\frac{1}{8}\vec{E}\Rightarrow\vec{E}=8\vec{E}'$$

A ۱۶۹۷ ۳

با توجه به رابطه $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$ بردار میدان الکتریکی را به‌دست می‌آوریم.

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\xrightarrow[q=2\times10^{-6}C]{\vec{F}=10/8\vec{i}-14/4\vec{j}}\vec{E}=\frac{10/8\vec{i}-14/4\vec{j}}{2\times10^{-6}}=5/4\times10^{6}\vec{i}-7/2\times10^{6}\vec{j}$$

بزرگی میدان الکتریکی برابر است با:

$$|\vec{E}|=\sqrt{(5/4\times10^{6})^2+(7/2\times10^{6})^2}=9\times10^{5}\sqrt{(6)^2+(8)^2}=9\times10^{6}\,N/C$$

بازی با سوال بر بار نقطه‌ای $q=-4nC$ در میدان الکتریکی $\vec{E}=(4\vec{i}-6\vec{j})\times10^{5}$ چه نیرویی وارد می‌شود؟ (یکاها در SI) کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\vec{F}=(-16\vec{i}+24\vec{j})\times10^{-4}$

۲) $\vec{F}=(-\vec{i}+1/5\vec{j})\times10^{-4}$

۳) $\vec{F}=(16\vec{i}+24\vec{j})\times10^{-4}$

۴) $\vec{F}=(\vec{i}+1/5\vec{j})\times10^{-4}$

گزینهٔ ۱

A ۱۶۹۸ ۴

خط فکری به ذرهٔ باردار درون میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود که با توجه به قانون دوم نیوتون $(\vec{F}=m\vec{a})$ با داشتن نیرو و جرم ذره می‌توان شتاب حاصل از این نیرو را به‌دست آورد:

ابتدا نیروی وارد بر ذره را به‌دست می‌آوریم. به ذرهٔ باردار درون میدان الکتریکی نیروی $\vec{F}=q\vec{E}$ وارد می‌شود.

$$\vec{F}=q\vec{E}\Rightarrow\vec{F}=-20\times10^{-6}(2000\vec{i}-1500\vec{j})\Rightarrow\vec{F}=-4\times10^{-2}\vec{i}+3\times10^{-2}\vec{j}$$

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون بردار شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{F}=m\vec{a}\xrightarrow{m=2mg=2\times10^{-6}kg}-4\times10^{-2}\vec{i}+3\times10^{-2}\vec{j}=2\times10^{-6}\times\vec{a}$$

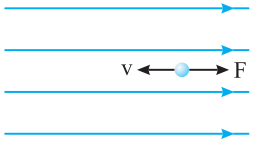
$$\Rightarrow\vec{a}=\frac{1}{2\times10^{-6}}(-4\times10^{-2}\vec{i}+3\times10^{-2}\vec{j})\Rightarrow\vec{a}=-2\times10^{+4}\vec{i}+1/5\times10^{4}\vec{j}$$

B ۱۶۹۹ ۱

خط فکری ابتدا باید نیروی الکتریکی وارد بر پروتون را حساب کنید. پس از آن به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت را به‌دست بیاورید و سپس به کمک تعریف شتاب که در دوره اول متوسطه خوانده‌اید (البته در فصل یک فیزیک (۳) نیز آن را خواهید خواند.) زمان را حساب کنید.

۱ نیروی الکتریکی وارد بر پروتون برابر است با:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\Rightarrow F=qE\Rightarrow F=1/6\times10^{-19}\times2\times10^{3}\Rightarrow F=3/2\times10^{-16}\,N$$



۲ بر بار مثبت در جهت میدان نیرو وارد می‌شود، بنابراین وقتی پروتون در خلاف جهت میدان پرتاب می‌شود، نیروی الکتریکی وارد بر آن با حرکت آن مخالفت می‌کند. شتاب حرکت را به کمک قانون دوم به‌دست می‌آوریم.

$$F=ma\Rightarrow-3/2\times10^{-16}=1/6\times10^{-27}a\Rightarrow a=-2\times10^{11}\,m/s^2$$

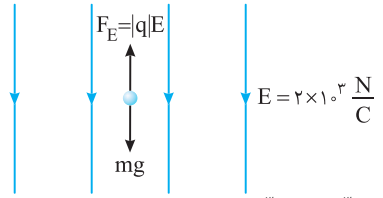
۳ با استفاده از تعریف شتاب، زمان توقف ذره را حساب می‌کنیم.

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow-2\times10^{11}=\frac{0-10^{5}}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=\frac{1}{2}\times10^{-6}s=0/5\mu s$$

B ۲ ۱۷۰۰

خط فکری نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنید و آن‌ها را رسم کنید. سپس نیروی برایند را حساب کنید و چون جسم در تعادل است نیروی خالص وارد بر جسم را برابر صفر قرار دهید و مجهول مورد نظر را به‌دست بیاورید.

نیروی وزن رو به پایین است، بنابراین نیروی میدان الکتریکی وارد بر ذره باید رو به بالا باشد تا وزن را خنثی کرده و ذره در تعادل باشد. در این صورت بار باید منفی باشد تا توسط میدان الکتریکی که جهتش رو به پایین است، بر آن نیروی الکتریکی رو به بالا وارد شود، این دو نیرو را با هم برابر قرار می‌دهیم.



$$F_T=۰\Rightarrow F_E=mg\Rightarrow|q|E=mg\Rightarrow|q|\times۲\times۱۰^{۳}=۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰$$

$$|q|=۱۰\times۱۰^{-۶}\Rightarrow q=-۱۰\mu C$$

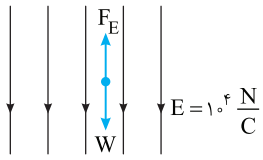
بازی با سؤال **ذره‌ای به جرم ۲g و بار الکتریکی ۸μC را در میدان الکتریکی خارجی $۵\times۱۰^{۳}N/C$ قرار می‌دهیم. شتاب حاصل از نیروی الکتریکی وارد بر این ذره چند متر بر مجذور ثانیه است؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

گزینهٔ ۱

B ۳ ۱۷۰۱

ذره بـاردار معلق اسـت، بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. بر ذره دو نیرو، یکـی وزن رو بـه پایین و دیگـری نیروی الکتریکی رو به بالا وارد می‌شود بنابراین:



$$F_E=W\Rightarrow qE=mg\Rightarrow q\times۱۰^{۴}=۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰$$

$$\Rightarrow q=۵\times۱۰^{-۶}C\Rightarrow q=+۵\mu C$$

جهت نیروی وارد بر بار الکتریکی خلاف جهت میدان است. از این‌رو بار q باید منفی و برابر $q=-۵\mu C$ باشد.

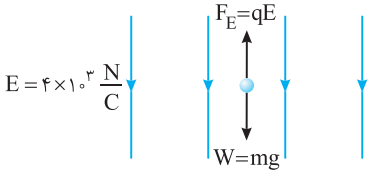
B ۲ ۱۷۰۲

یادآوری نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار توسط میدان الکتریکی:

- اندازه $F=Eq$
- جهت
  - ذره دارای بار مثبت ← نیرو هم‌جهت خطوط میدان
  - ذره دارای بار منفی ← نیرو خلاف جهت خطوط میدان

اگر بزرگی نیروی وارد بر ذره در میدان را از ما بخواهند، با توجه به رابطه $F=Eq$ اندازهٔ نیرو هم به میدان و هم به اندازهٔ بار (q) بستگی دارد.

نیروهـای وارد بـر ذره، نیروی وزن رو بـه پایین و نیروی الکتریکی اسـت که باید نیروی الکتریکـی مطابق شـکل زیر، رو به بالا باشـد تـا نیروی وزن را خنثی کنـد اما بر بار منفی در خـلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شـود یعنی وقتی نیـروی الکتریکی بر بار منفی رو به بالاست، جهت میدان الکتریکی رو به پایین است.



حالت اول: در این حالت نیروی وزن و نیروی الکتریکی را برابر قرار می‌دهیم و جرم ذره را به‌دست می‌آوریم.

$$F_T=۰\Rightarrow F_E=W\Rightarrow qE=mg$$

$$\Rightarrow۱۰\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{۳}=m\times۱۰\Rightarrow m=۴\times۱۰^{-۳}kg$$

حالت دوم: با نصف شدن میدان الکتریکی نیروی الکتریکی وارد بر بار نصف می‌شود.

$$F'_e=\frac{۱}{۲}F_e\xrightarrow{F=qE}F'=\frac{۱}{۲}qE$$

در ایـن حالـت نیروی وزن $(W=mg)$ از نیروی الکتریکی (F') بیشـتر خواهد بود و جسم رو به پایین شروع به حرکت می‌کند.

شتاب آن را به کمک قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم.

$$F_{net}=ma\Rightarrow W-F'_e=ma\Rightarrow mg-\frac{۱}{۲}qE=ma$$

$$۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰-۱۰\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{۳}=۴\times۱۰^{-۳}a$$

$$\Rightarrow۲\times۱۰^{-۲}=۴\times۱۰^{-۳}a\Rightarrow۱=۰/۲a\Rightarrow a=۵m/s^{۲}$$

B ۲ ۱۷۰۳

خط فکری تک‌تک نیروهای وارد بر جسـم را به‌دست آورید و نیروها را رسم کنید تا بتوانید تشخیص بدهید که چگونه می‌توان نیروی برایند را حساب کرد.

بر ذره دو نیرو یکی وزن و دیگری نیروی الکتریکی وارد می‌شود.

۱ نیروی وزن جسم رو به پایین و برابر است با:

$$W=mg\xrightarrow{m=۴\times۱۰^{-۳}kg}W=۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰=۰/۰۴N$$

۲ نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت در جهت میدان یعنی به سـمت شـرق اسـت و مقدار آن برابر است با:

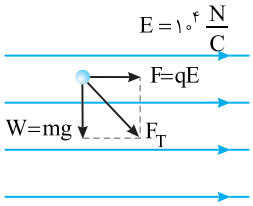
$$F=qE\Rightarrow F=۳\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۴}\Rightarrow F=۰/۰۳N$$

۳ نیروی وزن و نیروی الکتریکی در این مسـئله مطابق شـکل بر هم عمود هسـتند و نیروی خالص وارد بر ذره از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید.

$$F_T=\sqrt{F_E^{۲}+W^{۲}}=\sqrt{(۰/۰۳)^{۲}+(۰/۰۴)^{۲}}\Rightarrow F_T=۰/۰۵N$$

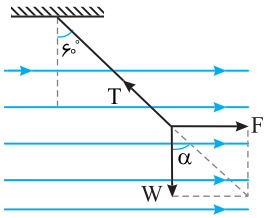
طبق قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم برابر است با:

$$F_T=ma\Rightarrow۰/۰۵=۴\times۱۰^{-۳}a\Rightarrow a=۱۲/۵m/s^{۲}$$



C ۲ ۱۷۰۴

نیروهای وارد بر گوی را رسم می‌کنیم.

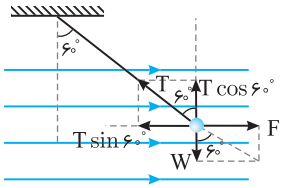


سه نیرو بر گوی وارد می‌شود:

۱ نیروی وزن $(W=mg)$

۲ نیروی الکتریکی $(F=qE)$

۳ نیرویی که توسـط ریسـمان بر گوی وارد می‌شود (T)



این سـه نیرو در تعادل هسـتند. بنابراین بایـد برایند نیروی الکتریکـی F و نیروی وزن W در امتداد نیروی ریسمان باشد تا برایند نیروها صفر شـود. در این صورت طبـق خطوط مـوازی و مـورب زاویهٔ α برابـر ۶۰° اسـت و می‌تـوان با نوشـتن تانژانت زاویهٔ α مسئله را حل کرد.

$$\tan\alpha=\frac{F}{W}\Rightarrow\tan۶۰^{\circ}=\frac{F}{W}\xrightarrow[W=mg]{F=qE}\sqrt{۳}=\frac{۴\times۱۰^{-۶}E}{۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰}$$

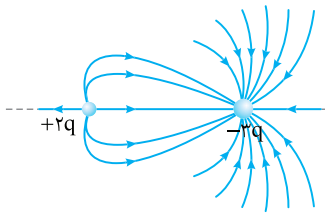
$$\Rightarrow E=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۱۰^{۴}N/C$$

پنجره دوجداره (سطح دوم)

A ۱۷۰۵ — ۳

بنا بر ویژگی‌های خطوط میدان، هرچه اندازه بار بزرگ‌تر باشد، تعداد خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار بیشتر و تراکم خطوط بیشتر است. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

اگر شکل خطوط میدان را در اطراف این دو بار رسم کنیم، باید خطوط در اطراف بار $-۳q$ را از خطوط در اطراف بار $+۲q$ بیشتر رسم کنیم و مطابق شکل فاصله خطوط در نزدیکی بار $+۲q$ از فاصله خطوط در نزدیکی بار $-۳q$ باید بیشتر باشد تا نشان دهد که میدان در نزدیکی بار $+۲q$ ضعیف‌تر از میدان در نزدیکی بار $-۳q$ است اما باز هم در شکل مشخص است که خطوط میدان نسبت به خط وصل‌کننده دو بار تقارن دارد و گزاره (ب) درست است. اما همواره در یک میدان الکتریکی بر بار منفی نیرو در امتداد خط مماس میدان و در سوی خلاف خط میدان وارد می‌شود و گزاره (پ) درست است.



A ۱۷۰۶ — ۱

خط فکری برای به‌دست آوردن نیروی خالص ابتدا باید میدان الکتریکی خالص در نقطه M را به‌دست آوریم که کافی است با توجه به برایند بردارها بنویسیم $\vec{E}=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲+\vec{E}_۳$.

$$\vec{E}=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲+\vec{E}_۳\Rightarrow\vec{E}=(\vec{i}-۲\vec{j})+(۲\vec{i}+\vec{j})+(۳\vec{i}+۹\vec{j})$$

$$\xrightarrow[\vec{j}\text{ها را با هم جمع می‌کنیم}]{\vec{i}\text{ها را با هم جمع می‌کنیم}}\vec{E}=(۳+۲+۱)\vec{i}+(۹+۱-۲)\vec{j}\Rightarrow\vec{E}=۶\vec{i}+۸\vec{j}$$

نیرویی که به ذره درون میدان الکتریکی وارد می‌شود، برابر است با:

$$\vec{F}=\vec{E}q\Rightarrow\vec{F}=(۶\vec{i}+۸\vec{j})۲\times۱۰^{-۶}\Rightarrow\vec{F}=۱۲\times۱۰^{-۶}\vec{i}+۱۶\times۱۰^{-۶}\vec{j}$$

اندازهٔ بردار F خواهد شد:

$$|\vec{F}|=\sqrt{(۱۲\times۱۰^{-۶})^۲+(۱۶\times۱۰^{-۶})^۲}=۲۰\times۱۰^{-۶}=۲\times۱۰^{-۵}\,N$$

B ۱۷۰۷ — ۴

خط فکری یک مسئله دوست‌داشتنی، با مراحل مشخص. بر کره سه نیرو وارد می‌شود.

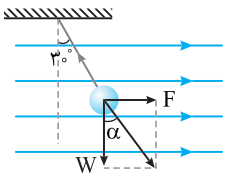
۱ نیروی وزن $(W=mg)$

۲ نیروی الکتریکی توسط میدان $(F=qE)$

۳ نیرویی که ریسمان بر کره وارد می‌کند. (T)

برایند این سه نیرو باید صفر باشد تا کره در حالت تعادل قرار گیرد، یعنی برایند W و F باید در امتداد نیروی ریسمان و در خلاف جهت آن باشد.

نیروهای وارد بر کره را رسم می‌کنیم. با توجه به خطوط موازی و مورب زاویه α روی شکل برابر ۳۰° است. اکنون با نوشتن تانژانت زاویه α می‌توان مسئله را حل کرد.



در حالت اول: زاویه $\alpha=۳۰^\circ$ است.

$$\tan۳۰^\circ=\frac{F}{W}=\frac{qE}{W}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{qE}{W}\qquad(۱)$$

در حالت دوم: زاویه $\alpha=۶۰^\circ$ است.

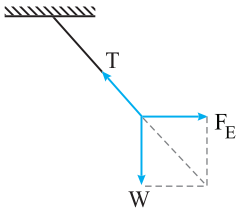
$$\tan۶۰^\circ=\frac{F'}{W}=\frac{qE'}{W}\Rightarrow\sqrt{۳}=\frac{qE'}{W}\qquad(۲)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}{\sqrt{۳}}=\frac{\frac{qE}{W}}{\frac{qE'}{W'}}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{E}{E'}\Rightarrow E'=۳E$$

B ۱۷۰۸ — ۲

مسألهٔ زیبایی است. نیروهای وارد بر ذره مطابق شکل سه نیروی وزن $W=mg$، نیروی الکتریکی $F_E=qE$ و نیروی کشش نخ است که برایند آن‌ها صفر است. هر گاه برایند سه بردار صفر شود، اندازهٔ هر یک از آن بردارها هم‌اندازهٔ بردار برایند دو بردار دیگر است:



$$\vec{F}_E+\vec{W}+\vec{T}=۰\Rightarrow|\vec{W}+\vec{T}|=|\vec{F}_E|$$

بلافاصله پس از حذف میدان و حذف F_E، دو نیروی T و W باقی می‌مانند که برایند آن‌ها هم‌اندازهٔ نیروی F_E بوده است، از این‌رو:

$$F_T=ma\Rightarrow|\vec{T}+\vec{W}|=ma\Rightarrow F_E=ma\Rightarrow qE=ma$$

$$\Rightarrow۴\times۱۰^{-۶}\times E=۲\times۱۰^{-۲}\times۲\Rightarrow E=۱۰^۴\,N/C$$

C ۱۷۰۹ — ۱

در سؤال میدان بار $+q$ در نقطه O را E نامیده است و میدان برایند در نقطهٔ O را برحسب E از ما خواسته است، بنابراین باید میدان بار q_A، q_C و q_D را در نقطهٔ O برحسب E به دست آورید و برایند بگیرید.

۱ فاصلهٔ بار q_A و q_C از نقطهٔ O، ۸cm است. فاصلهٔ بارهای q_B و q_D را از نقطهٔ O به کمک رابطهٔ فیثاغورس حساب می‌کنیم.

$$AB^۲=OB^۲+OA^۲\Rightarrow۱۰^۲=OB^۲+۸^۲\Rightarrow OB=۶cm, OD=۶cm$$

۲ میدان بار $q_B=+q$ در O خواهد شد:

$$E_B=k\frac{q_B}{OB^۲}\Rightarrow E_B=k\frac{q}{۶^۲}=E$$

میدان بار $q_D=۲q$ در همان فاصله از O خواهد شد:

$$E_D=k\frac{۲q}{۶^۲}\Rightarrow E_D=۲\frac{kq}{۶^۲}\Rightarrow E_D=۲E$$

میدان بار $q_A=+۸q$ را حساب می‌کنیم.

$$E_A=k\frac{۸q}{۸^۲}\Rightarrow\frac{E_A}{E}=\frac{k\frac{۸q}{۸^۲}}{k\frac{q}{۶^۲}}\Rightarrow E_A=\frac{۹}{۲}E$$

بار $q_C=+۴q$ نصف بار $q_A=+۸q$ است، بنابراین میدان الکتریکی آن در نقطهٔ O نصف میدان الکتریکی E_A است.

$$E_C=\frac{۱}{۲}E_A=\frac{۱}{۲}\frac{۹E}{۲}\Rightarrow E_C=\frac{۹}{۴}E$$

میدان E_A و E_C در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها برابر است با:

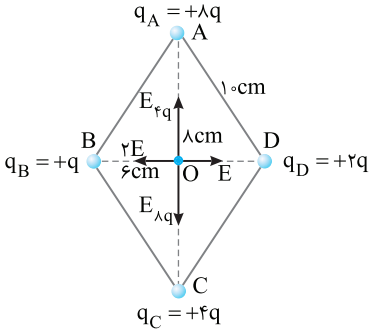
$$E_{AC}=E_A-E_C=\frac{۹}{۲}E-\frac{۹}{۴}E=\frac{۹}{۴}E$$

میدان E_B و E_D نیز در خلاف جهت هم هستند و برایند آن‌ها برابر است با:

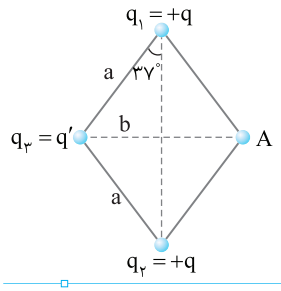
$$E_{BD}=۲E-E=E$$

میدان‌های E_{AC} و E_{BD} برهم عمودند و میدان خالص در نقطهٔ O خواهد شد:

$$E_O=\sqrt{(\frac{۹}{۴}E)^۲+(E)^۲}\Rightarrow E_O=\frac{\sqrt{۹۷}}{۴}E$$



بازی با سؤال در شکل روبه‌رو میدان الکتریکی ناشی از سه بار الکتریکی در رأس چهارم لوزی (نقطه A) صفر است. نسبت $\frac{q'}{q}$ کدام گزینه است؟



۱) $\frac{۲۱۶}{۱۲۵}$

۲) $-\frac{۲۱۶}{۱۲۵}$

۳) $\frac{۳۶}{۲۵}$

۴) $-\frac{۳۶}{۲۵}$

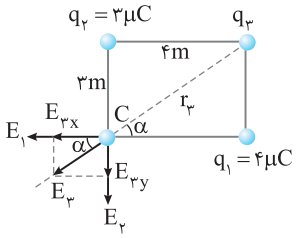
گزینه ۲

C ۱۷۱۰ ۲

خط فکری اندازه دو بار الکتریکی $q_1=۴\mu C$ و $q_2=۳\mu C$ و فاصلهٔ آن‌ها از نقطهٔ C به ما داده شده است. بنابراین می‌توانیم اندازه و جهت میدان بار $q_1=۴\mu C$ یعنی E_1 و $q_2=۳\mu C$ یعنی E_2 را مشخص کنیم. با داشتن میدان الکتریکی خالص که در مسئله بیان شده و داشتن E_1 و E_2 می‌توان میدان الکتریکی E_3 را به دست آورد و بار q_3 را معین کرد.

میدان E_1 را در نقطه C به‌دست می‌آوریم:

$$E_1=k\frac{q_1}{r^2}\Rightarrow E_1=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۱۶}=\frac{۹}{۴}\times۱۰^۳ N/C=۲/۲۵\times۱۰^{+۳} N/C$$



بار q_1 مثبت است و میدان آن به سمت خارج بار است یعنی میدان E_1 در خلاف جهت محور x ها است، از این رو: $\vec{E}_1=-۲/۲۵\times۱۰^{+۳}\vec{i}\ N/C$

به میدان خالص $\vec{E}=-(۴/۲۵\vec{i}+E_y\vec{j})\times۱۰^۳$ خوب دقت کنید. باید میدان‌های E_1 و E_2 و E_3 به گونه‌ای باشند که برایند آن‌ها روی محور xها برابر $۴/۲۵\times۱۰^۳ N/C$ در خلاف جهت محور x ها باشد. البته میدان حاصل از بار q_2 قطعاً در امتداد محور y هاست و تأثیری روی E_x میدان خالص ندارد. مقدار E_1 را، $۲/۲۵\times۱۰^۳ N/C$ در خلاف جهت محور x به دست آورده‌ایم، میدان خالص روی محور x ها $۴/۲۵\times۱۰^۳ N/C$ که از E_1 بیشتر است بنابراین میدان حاصل از بار q_3 باید به گونه‌ای باشد که مؤلفه افقی آن در جهت میدان E_1 باشد تا مؤلفه افقی میدان برایند $۴/۲۵\times۱۰^۳ N/C$ شود، در این‌صورت:

$$\vec{E}_{3x}+\vec{E}_1=-۴/۲۵\times۱۰^۳\vec{i}$$
$$\Rightarrow\vec{E}_{3x}-۴/۲۵\times۱۰^۳-(-۲/۲۵\times۱۰^۳)=-۲\times۱۰^۳(\vec{i})N/C$$

در این صورت بار q_3 باید مثبت باشد تا مؤلفه افقی آن به سوی چپ و در خلاف جهت محور x ها باشد. میدان الکتریکی هر بار در هر نقطه در امتداد خط واصل بین بار و آن نقطه است. بنابراین میدان بار q_3 در امتداد قطر مستطیل است. ابتدا فاصلهٔ بار q_3 تا نقطه C را به‌دست می‌آوریم.

$$r_3^2=۳^2+۴^2\Rightarrow r_3=۵m$$

با داشتن مؤلفه E_{3x} و نوشتن کسینوس زاویهٔ α، میدان E_3 قابل محاسبه است.

$$\cos\alpha=\frac{E_{3x}}{E_3}\xrightarrow[\cos\alpha=۰/۸]{\cos\alpha=\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}}۰/۸=\frac{۲\times۱۰^۳}{E_3}\Rightarrow E_3=۲/۵\times۱۰^{+۳} N/C$$

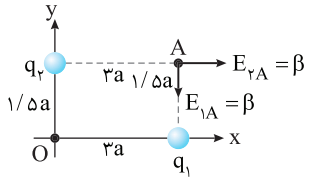
در نتیجه خواهیم داشت:

$$E_3=k\frac{q_3}{r^2}\Rightarrow۲/۵\times۱۰^۳=۹\times۱۰^۹\frac{q_3}{۲۵}\Rightarrow q_3=\frac{۶۲/۵\times۱۰^{-۶}}{۹}C=\frac{۱۲۵}{۱۸}\mu C$$

C ۱۷۱۱ ۳

خط فکری مسئله‌ای است که باید با حوصله آن را حل کنید. ابتدا باید با توجه به $\vec{E}_A=\beta\vec{i}-\beta\vec{j}$ مشخص کنید که میدان‌های $\beta\vec{i}$ و $\beta\vec{j}$ مربوط به کدام بار هستند و اندازهٔ میدان‌های الکتریکی بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ A به دست آورید و سپس به سراغ نقطه O بروید.

۱ مؤلفه‌های میدان E_A را روی شکل نشان می‌دهیم. بردار میدان الکتریکی بار q_1 برابر E_{Ay} و جهت میدان آن به سمت بار است یعنی بار الکتریکی q_1 منفی است، میدان ناشی از بار q_2 در نقطهٔ A در جهت مثبت محور xها و به سمت خارج بار الکتریکی q_2 است از این رو بار q_2 مثبت است. حال که نوع بار q_1 و q_2 مشخص شد، اندازهٔ میدان الکتریکی هر بار را در نقطهٔ A به‌دست می‌آوریم.



۲ میدان الکتریکی $E_{1A}=\beta$ را از رابطه میدان حساب می‌کنیم:

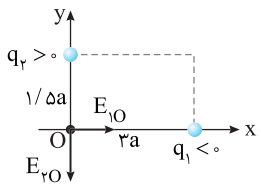
$$E_{1A}=k\frac{q_1}{۲/۲۵a^2}=\beta\Rightarrow k\frac{q_1}{a^2}=۲/۲۵\beta\qquad(۱)$$

میدان الکتریکی $E_{2A}=\beta$ را از رابطه میدان حساب می‌کنیم:

$$E_{2A}=k\frac{q_2}{۹a^2}=\beta\Rightarrow k\frac{q_2}{a^2}=۹\beta\qquad(۲)$$

حال اندازه و جهت میدان‌های حاصل از q_1 و q_2 را در نقطهٔ O به دست می‌آوریم و مقادیر به‌دست آمده در روابط (۱) و (۲) را در آن‌ها جای‌گذاری می‌کنیم.

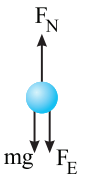
$$\begin{cases}E_{1O}=k\frac{q_1}{۹a^2}=\frac{۱}{۹}k\frac{q_1}{a^2}\xrightarrow{k\frac{q_1}{a^2}=۲/۲۵\beta}E_{1O}=\frac{۲/۲۵}{۹}\beta\Rightarrow E_{1O}=۰/۲۵\beta\\ E_{2O}=k\frac{q_2}{۲/۲۵a^2}=\frac{۱}{۲/۲۵}k\frac{q_2}{a^2}\xrightarrow{k\frac{q_2}{a^2}=۹\beta}E_{2O}=\frac{۹}{۲/۲۵}\beta=۴\beta\end{cases}$$



میدان E_{1O} در جهت مثبت محور xها و میدان E_{2O} در جهت منفی محور yها است از این رو میدان الکتریکی در نقطهٔ O خواهد شد. $\vec{E}_O=+۰/۲۵\beta\vec{i}-۴\beta\vec{j}$

از حوصلهٔ شما تشکر می‌کنیم بالاخره حل مسئله تمام شد.

C ۱۷۱۲ ۳



از طرف کرهٔ زمین نیروی وزن بر جسم رو به پایین وارد می‌شود:

$$W=mg\Rightarrow W=۰/۱\times۱۰=۱ N$$

از طرف میدان الکتریکی یکنواخت بالاسو نیروی $F=qE$ بر ذره با بار منفی رو به پایین وارد می‌شود که مقدار آن برابر است با:

$$F_E=qE\Rightarrow F_E=۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰۰۰=۲N$$

بنابراین جمعاً نیروی $W+F_E=۱+۲=۳N$ رو به پایین بر جسم وارد می‌شود و ترازو این نیروی سه نیوتونی را نشان می‌دهد. $(F_N=۳N)$

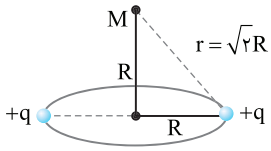
C ۲ ۱۷۱۳

خط فکری روش حل این مسئله به این‌گونه است که هر دو بار روی یک قطر را از کل شکل جدا می‌کنیم و میدان برایند این دو بار را به دست می‌آوریم. سپس میدان برایند دو بار دیگر را به دست می‌آوریم و در آخر کار به کمک این میدان‌های برایند، میدان خالص در نقطه M را حساب می‌کنیم.

ابتدا با توجه به شکل فاصله هر بار تا نقطه M را برحسب R به‌دست می‌آوریم:

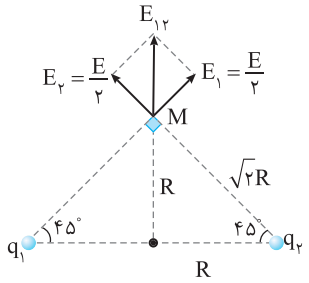
$$r=\sqrt{R^2+R^2}\Rightarrow r=\sqrt{2}R$$

میدان الکتریکی بار نقطه‌ای با مربع فاصله نسبت وارون دارد، بنابراین وقتی میدان بار $+q$ در فاصله R برابر E است میدان آن در فاصلهٔ $\sqrt{2}R$ برابر $\frac{E}{2}$ خواهد بود.



$$E_M=k\frac{q}{(\sqrt{2}R)^2}=\frac{1}{2}k\frac{q}{R^2}\xrightarrow{E=k\frac{q}{R^2}}E_M=\frac{E}{2}$$

میدان هر بار در نقطه M برابر $\frac{E}{2}$ است، بنابراین برایند میدان دو بار $+q$ در نقطه M خواهد شد.



$$E_{12}=\sqrt{\frac{E^2}{4}+\frac{E^2}{4}}=\sqrt{2}\frac{E}{2}$$

داستان میدان الکتریکی برایند دو بار q_3 و q_4 نیز به همین‌شکل است.

$$E_{34}=\sqrt{\frac{E^2}{4}+\frac{E^2}{4}}=\sqrt{2}\frac{E}{2}$$

اکنون دو میدان هم‌جهت رو به بالا E_{12} و E_{34} داریم که برایند آن‌ها خواهد شد:

$$E_T=E_{12}+E_{34}=\sqrt{2}E$$

بازی با سؤال **چهار بار الکتریکی یکسان $+q$ روی محیط دایره‌ای به شعاع R در فاصله‌های مساوی از هم قرار دارند. اگر بار q' را در مرکز دایره قرار دهیم، میدان خالص در نقطه‌ای روی محور دایره در فاصله R از مرکز صفر می‌شود. نسبت $\frac{q'}{q}$ برابر کدام گزینه می‌باشد؟**

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $-\sqrt{2}$

گزینه ۴

پنجره ۴

A ۲ ۱۷۱۴

یادآوری ۱ کار نیروی ثابت برابر است با: $W=Fd\cos\theta$

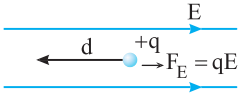
که در آن F نیرو، d جابه‌جایی و θ زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی است و اگر θ زاویهٔ حاده $(\theta<90^\circ)$ باشد، کار نیرو مثبت و اگر θ زاویهٔ باز (منفرجه $90<\theta<180$) باشد، کار نیرو منفی است و اگر $\theta=90^\circ$ باشد کار نیرو صفر است.

یادآوری ۲ هر گاه جسم ساکن تحت تأثیر نیروی ثابت به حرکت در آید، جسم در جهت نیرو حرکت خواهد کرد و کار نیرو مثبت است.

ذره در میدان الکتریکی، تحت تأثیر میدان از حال سکون شروع به حرکت کرده است. بنابراین، ذره در جهت نیروی الکتریکی شروع به حرکت کرده و چون نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت هستند. کار میدان الکتریکی مثبت است.

A ۳ ۱۷۱۵

خط فکری به شکل زیر نگاه کنید. بار $+q$ در خلاف جهت خطهای میدان جابه‌جا شده و در این جابه‌جایی نیرویی که از طرف میدان الکتریکی بر بار الکتریکی وارد می‌شود در خلاف جهت جابه‌جایی است. یعنی کار نیروی میدان منفی $(W=F.d\cos\theta\xrightarrow{\theta=180^\circ}W<0)$ است، از طرفی کار میدان قرینهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی است. یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد و تنها باید مقدار آن را حساب کنیم.



تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta U=-W_E\Rightarrow\Delta U=-(F_E d\cos\theta)\xrightarrow[\cos\theta=-1]{\theta=180^\circ}\Delta U=Eqd$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ $\Delta U=Eqd$ افزایش می‌یابد.

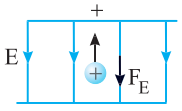
میانبر اگر بار مثبت در خلاف جهت خطهای میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

هر گاه بار در راستای خطهای میدان یکنواخت حرکت کند اندازهٔ کار میدان و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار برابر است با: $|\Delta U|=|W_E|=qEd$

و اگر بار عمود بر خطوط میدان حرکت کند کار میدان صفر است $|\Delta U|=|W|=0$

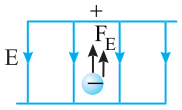
A ۲ ۱۷۱۶

در شکل (الف) نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت در جهت میدان و رو به پایین است. اما جابه‌جایی روبه بالاست $(\theta=180^\circ)$ و کار نیروی میدان الکتریکی در این جابه‌جایی منفی است. $W_E=Fd\cos\theta=-F_E d<0$



شکل (الف)

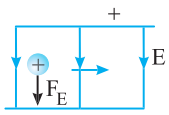
در شکل (ب) نیروی الکتریکی بر بار منفی در خلاف جهت میدان یعنی رو به بالا وارد می‌شود و جابه‌جایی نیز رو به بالاست یعنی نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت هستند $(\theta=0)$ و کار نیروی میدان الکتریکی مثبت است.



شکل (ب)

$$W_E=Fd\cos\theta\xrightarrow{\cos\theta=1}W_E=F_E d>0$$

در شکل (پ) بار عمود بر خطهای میدان حرکت می‌کند، مطابق شکل نیروی وارد بر بار بر جابه‌جایی عمود است $(\theta=90^\circ)$ و کار میدان صفر است.



شکل (پ)

$$W_E=Fd\cos\theta\xrightarrow{\cos\theta=0}W_E=0$$

B ۲ ۱۷۱۷

خط فکری در سؤال گفته شده بار منفی به سمت بالا در حال حرکت بوده و میدان الکتریکی به سمت پایین است. هر گاه بار الکتریکی منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. بنابراین $\Delta U<0$ است. با توجه به این که تغییر انرژی پتانسیل قرینه کار نیروی میدان است، مسئله قابل حل است. تغییر انرژی پتانسیل خواهد شد:

$$\Delta U_E=-W_E\xrightarrow{W_E=F_E d\cos\theta}\Delta U_E=-F_E d\cos\theta$$

$$\xrightarrow[\cos\theta=1]{\theta=0}\Delta U_E=-F_E d$$

اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار برابر $F_E=|q|E$ است. از این‌رو می توان نوشت:

$$\Delta U_E=-|q|Ed\xrightarrow[d=200m]{q=1/6\times10^{-19}C,E=150N/C}$$

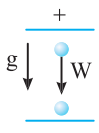
$$\Delta U_E=-(1/6\times10^{-19})\times(150)\times200\Rightarrow\Delta U_E=-4/8\times10^{-15}J$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون به اندازهٔ $4/8\times10^{-15}J$ کاهش می‌یابد.

B ۱ ۱۷۱۸

یادآوری ۱ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی برابر است با:

$$\Delta U_g=mg\Delta h$$



یادآوری ۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با:

$$|\Delta U_E|=qEd$$

۳ بـر بـار الکتریکی $+۴mC$ در جهت میـدان الکتریکی نیرو وارد می‌شـود و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با:

$$|\Delta U_E|=qEd\Rightarrow|\Delta U_E|=۴\times۱۰^{-۳}\times۵۰\times۰/۲\Rightarrow|\Delta U_E|=۴\times۱۰^{-۲}J$$

۴ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی را حساب می‌کنیم.

$$\Delta U_g=mg\Delta h\xrightarrow[\Delta h=۰/۲]{m=۵\times۱۰^{-۶}kg}$$

$$\Delta U_g=۵\times۱۰^{-۶}\times۱۰\times۰/۲\Rightarrow\Delta U_g=۱۰^{-۵}J$$

۵ نسبت $\frac{\Delta U_E}{\Delta U_g}$ خواهد شد:

$$\frac{|\Delta U_E|}{|\Delta U_g|}=\frac{۴\times۱۰^{-۲}}{۱۰^{-۵}}=۴\times۱۰^{۳}$$

B ۱۷۱۹ ۳

خط فکری هر گاه بار مثبت در جهت خط‌های میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد. بنابراین وقتی که در صورت مسئله بیان شده که انرژی پتانسیل الکتریکی بار ۲۰٪ تغییر کرده یعنی انرژی آن ۲۰٪ کاهش یافته است. از طرفی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار قرینه کار نیروی میدان است. با این اطلاعات شما باید با یافتن کار نیروی میدان شروع به حل مسئله کند.

۱ کار میدان الکتریکی برابر است با:

$$W_E=|q|Ed\cos\theta\Rightarrow W_E=۲\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۴}\times۰/۱\Rightarrow W_E=۲\times۱۰^{-۳}J$$

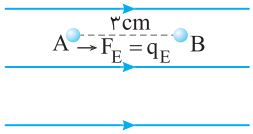
۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی خواهد شد:

$$\Delta U=U_۲-U_۱\xrightarrow[\Delta U_E=-W_E]{\Delta U=-۰/۲U_۱}-۰/۲U_۱=-۲\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow U_۱=۱۰^{-۲}J=۱۰mJ$$

B ۱۷۲۰ ۱

هـر گاه بـار مثبـت در جهـت خطـوط میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد و کار نیروی میدان الکتریکی مثبت است. زیرا نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت هسـتند. کار میدان الکتریکی برابر است با:



$$W_E=|q|Ed\xrightarrow[E=۳\times۱۰^{۵}N/C]{q=۶\times۱۰^{-۶}C,d=۳cm}$$

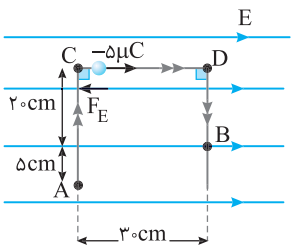
$$W_E=۶\times۱۰^{-۶}\times۳\times۱۰^{۵}\times۳\times۱۰^{-۲}\Rightarrow W_E=+۵۴mJ$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی خواهد شد: $\Delta U_E=-W_E\Rightarrow\Delta U_E=-۵۴mJ$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی ذره $۵۴mJ$ کاهش و کار میدان $+۵۴mJ$ است.

B ۱۷۲۱ ۱

خط فکری تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار میدان الکتریکی است $(\Delta U=-W_E)$. کار نیروی میدان در جابه‌جایی در امتداد عمود بر میدان صفر اسـت. یعنی در مسـیر AC و DB کار میدان صفر اسـت و تنها باید در مسـیر CD کار میدان را محاسبه کرد.



کار نیروی الکتریکی وارد بر بار را حسـاب می‌کنیم. در مسیر CD زاویه بین نیرو و جابه‌جایی ۱۸۰° است.

$$W_{AB}=\cancel{W_{AC}}+W_{CD}+\cancel{W_{DB}}\Rightarrow W_{CD}=Fd\cos۱۸۰^\circ$$

$$\xrightarrow{F=|q|E}W_{CD}=-|q|Ed$$

$$\Rightarrow W_{CD}=-۵\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۵}\times۰/۳\Rightarrow W_{CD}=-۰/۱۵J$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با:

$$\Delta U_E=-W_E\Rightarrow\Delta U_E=-(-۰/۱۵)=۰/۱۵J$$

میانبر بـار $-۵\mu C$ (منفی) به اندازهٔ $۳۰cm$ در جهت خطوط جابه‌جا شـده است، پس انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد:

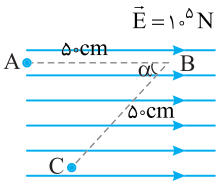
$$\Delta U=Ed|q|\Rightarrow\Delta U=۱۰^{۵}\times\frac{۳۰}{۱۰۰}\times۵\times۱۰^{-۶}=+۰/۱۵J$$

B ۱۷۲۲ ۱

یادآوری تغییر انرژی پتانسـیل الکتریکی یـک بار در میـدان الکتریکی برابـر قرینهٔ کار نیروی میدان وارد بر بار است.

$$\Delta U_E=-W_E\Rightarrow\Delta U_E=-F_E d\cos\alpha$$

$$\xrightarrow{F_E=qE}\Delta U_E=-qEd\cos\alpha$$



۱ تغییر انرژی پتانسیل از A تا B را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U_{E_{AB}}=-(-۵\times۱۰^{-۶})\times۱۰^{۵}\times۰/۵\Rightarrow\Delta U_{E_{AB}}=۰/۲۵J$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل از B تا C را به‌دست می‌آوریم:

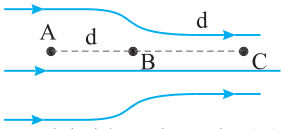
$$\Delta U_{E_{BC}}=-(-۵\times۱۰^{-۶})\times۱۰^{۵}\times۰/۵\times(-۰/۶)\Rightarrow\Delta U_{E_{BC}}=-۰/۱۵J$$

۳ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی در کل مسیر ABC خواهد شد:

$$\Delta U_{E_{ABC}}=+۰/۲۵-۰/۱۵=+۰/۱J$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار $۰/۱J$ افزایش می‌یابد.

C ۱۷۲۳ ۳



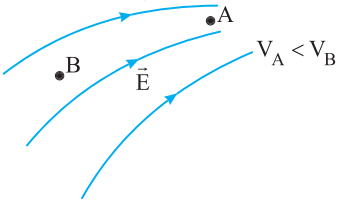
تغییـر انرژی پتانسـیل الکتریکـی برابر است با: $\Delta U=|q|Ed$

در مسـیر BC میـدان الکتریکـی قوی‌تر از میدان الکتریکی در مسـیر AB اسـت، زیرا تراکم خطوط میدان بیشتر است. بنابراین اندازهٔ تغییر انرژی پتانسـیل در مسـیر BC با توجه به رابطهٔ بیان شـده از تغییر انرژی پتانسیل در مسیر AB بیشتر است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

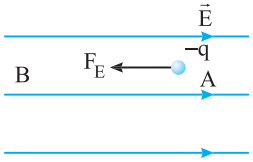
A ۱۷۲۴ ۴

یادآوری ۱ هر گاه در جهت خط‌های میدان جابه‌جا شـویم، پتانسـیل الکتریکی نقاط فضا کاهش می‌یابد و اگر در خلاف جهت خط‌های میدان جابه‌جا شـویم پتانسـیل الکتریکی نقاط فضا افزایش می‌یابد.

یادآوری ۲ بـار الکتریکی مثبت همواره از پتانسـیل بیشـتر به طـور خودبه‌خودی به پتانسـیل کمتـر شـارش می‌کنـد و بـار الکتریکـی منفی همواره از پتانسـیل کمتر به‌طور خودبه‌خودی به پتانسیل بیشتر جابه‌جا می‌شود.

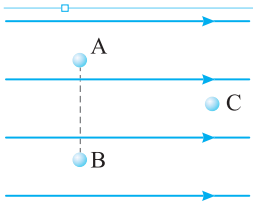


ذره‌ای با بـار منفی را در میدان الکتریکی رها کرده‌ایم. ذره تحت تأثیر میدان در جهـت خـلاف میـدان جابه‌جا می‌شـود. بنابرایـن از مکان‌هـای بـا پتانسـیل کمتر به سـوی مکان‌های با پتانسـیل بیشتر می‌رود و چـون در خلاف جهـت میدان جابه‌جا شـده انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.



دقـت کنیـد وقتی بار منفی را در میدان رها می‌کنید. شـروع به حرکـت می‌کند، تندی و انرژی جنبشـی آن زیاد می‌شـود. بنابراین انرژی پتانسـیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد و انرژی پتانسیل الکتریکی بار به انرژی جنبشی آن تبدیل می‌شود.

A ۱۷۲۵ ۲



هر گاه در جهت عمود بر خط‌های میدان حرکت کنیـم، پتانسـیل الکتریکـی نقـاط فضـا تغییـر نمی‌کند، بنابراین پتانسـیل الکتریکی نقاط A و B باهم برابر هستند. $(V_A=V_B)$

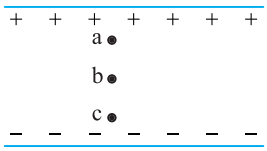
هر گاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیـم، پتانسـیل الکتریکـی نقـاط فضـا کاهش می‌یابد. بنابراین $V_A=V_B>V_C$

هر گاه بار الکتریکی در جهت عمود بر میدان جابه‌جا شـود انرژی پتانسـیل الکتریکی آن تغییر نمی‌کند. $(\Delta U=q\Delta V\xrightarrow{\Delta V=۰}\Delta U=۰)$

هـر گاه بـار الکتریکـی مثبـت در جهت خط‌هـای میدان جابه‌جا شـود، انرژی پتانسـیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. $U_A=U_B>U_C$

بازی با سؤال در شکل زیر سه نقطه در میدان الکتریکی یکنواختی مشخص شده است. کدام گزینه در مورد مقایسه پتانسیل نقطه‌های a، b و c درست است؟

کنکور دهه‌های گذشته



۱) $V_a = V_b = V_c$

۲) $V_a > V_b > V_c$

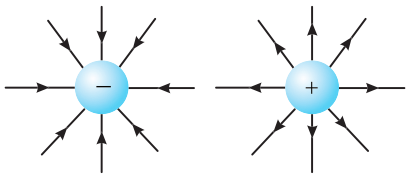
۳) $V_a < V_b < V_c$

۴) $V_b = V_a + V_c$

گزینهٔ ۲

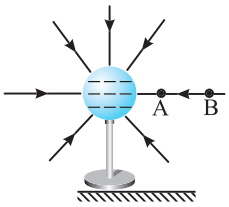
B ۱ ۱۷۲۶

نکته ۱ خطوط میدان به بار منفی وارد و از بار مثبت خارج می‌شود:



نکته ۲ با جابه‌جایی بار در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و بالعکس.

۱ خطوط میدان اطراف کرهٔ فلزی دارای بار منفی را رسم می‌کنیم:

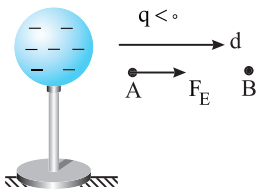


ذره از A تا B خلاف جهت خطوط میدان در حال حرکت بوده و پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد: $V_B > V_A$

۲ بار منفی از گوی منفی در حال دور شدن است، نیروی الکتریکی وارد بر ذره و جهت جابه‌جایی ذره در یک جهت است پس کار میدان الکتریکی مثبت است، اما تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار میدان الکتریکی بوده و منفی است.

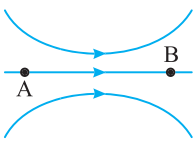
البته می‌توانستیم بگوییم که ذره با بار منفی از گوی منفی دور شده که یک حرکت خودبه‌خودی بوده پس انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد و ΔU منفی است.

$$\Delta U_{BA} < 0 \Rightarrow U_B - U_A < 0 \Rightarrow U_B < U_A$$



A ۳ ۱۷۲۷

هر گاه از A به B برویم، در جهت خط‌های میدان حرکت کرده‌ایم و هر گاه در جهت خط‌های میدان حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط واقع در میدان کاهش می‌یابد، $(V_A > V_B)$. هر گاه بار منفی در جهت خطوط میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد. در جابه‌جایی از A تا B بار منفی در جهت خط‌های میدان جابه‌جا می‌شود. بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

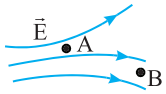


A ۱ ۱۷۲۸

خط فکری ۱ برای مقایسه میدان الکتریکی در دو نقطه باید به تراکم خطوط میدان در آن دو نقطه نگاه کنیم. هرجا تراکم بیشتر باشد، میدان قوی‌تر است بنابراین با داشتن یک خط میدان نمی‌توان در مورد مقایسهٔ میدان اظهارنظر کرد و گزاره‌های (الف) و (ب) ممکن است درست باشد اما لزوماً درست نیست.

۳ هرگاه در جهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی نقاط فضا کمتر می‌شود، بنابراین $V_N < V_M$ است. بنابراین تنها گزارهٔ (ت) درست است.

بازی با سؤال شکل روبه‌رو خطوط میدان الکتریکی را در قسمتی از فضا نشان می‌دهد. پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A نسبت به پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B ..... و در انتقال بار مثبت q از B تا A، انرژی پتانسیل آن ..... می‌یابد.



۱) بزرگ‌تر - افزایش

۲) بزرگ‌تر - کاهش

۳) کوچک‌تر - کاهش

۴) کوچک‌تر - افزایش

گزینهٔ ۱

B ۱ ۱۷۲۹

یادآوری در جابه‌جایی در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

با توجه به سؤال از B تا A در خلاف جهت خطوط میدان ذره جابه‌جا شده و $V_A > V_B$ است پس $V_A - V_B$ مثبت است.

یادآوری اختلاف پتانسیل الکتریکی از رابطهٔ $\Delta V = Ed\cos\theta$ به‌دست می‌آید.

یادآوری هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی بیشتر، اندازهٔ میدان الکتریکی بیشتر بوده و میدان قوی‌تر است. با توجه به شکل تراکم خطوط از A تا B در شکل (۳) بزرگتر از شکل (۲) و در شکل (۲) بزرگتر از شکل (۱) است. بنابراین:

$$\Delta V_3 = E_3 d\cos\theta, \Delta V_2 = E_2 d\cos\theta, \Delta V_1 = E_1 d\cos\theta$$

$$\xrightarrow{E_3 > E_2 > E_1} \Delta V_3 > \Delta V_2 > \Delta V_1$$

B ۴ ۱۷۳۰

هر گاه یک بار الکتریکی را در ناحیه‌ای از فضا قرار دهید، مثلاً کرهٔ باردار در شکل روبه‌رو را در فضا قرار دهید، در اطراف این کره، میدان الکتریکی و هم‌چنین پتانسیل الکتریکی ایجاد می‌شود. بنابراین در اطراف کره باردار، نقاط دارای پتانسیل الکتریکی هستند و بین دو نقطه اختلاف پتانسیل وجود دارد اما در محل آن دو نقطه بار الکتریکی وجود ندارد.

B ● A ●
$V_A - V_B = 5V$

A ۱ ۱۷۳۱

خط فکری وقتی گفته می‌شود که یک باتری ۱۲V است، یعنی اختلاف پتانسیل دو سر آن وقتی به جایی وصل نیست ۱۲V است. از طرفی پتانسیل الکتریکی پایانهٔ مثبت باتری از پتانسیل الکتریکی پایانه منفی باتری بیشتر است.

اگر پایانه مثبت، مرجع پتانسیل (صفر) در اختیار شود، پتانسیل الکتریکی پایانه منفی $-12V$ خواهد بود به گونه‌ای که همواره $V_+ - V_- = 12V$ است.

در صورت مسئله پایانهٔ منفی باتری $-5V$ اختیار شده و با توجه به اینکه باید همواره اختلاف پتانسیل بین پایانهٔ مثبت و منفی باتری برابر ۱۲V شود $(V_+ - V_- = 12V)$، خواهیم داشت.

$$V_+ - (-5) = 12 \Rightarrow V_+ = 7V$$

A ۳ ۱۷۳۲

اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های باتری و مقدار بار الکتریکی جابه‌جا شده داده شده است پس با استفاده از تعریف اختلاف پتانسیل می‌توان تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار را حساب کرد.

نکته در رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ علامت بار باید در نظر گرفته شود، یعنی بار مثبت با علامت مثبت و بار منفی با علامت منفی قرار گیرد.

$$\Delta U_E = q\Delta V \xrightarrow[\Delta V = 12V]{q = -40C} \Delta U_E = (-40)\times(12) = -480J$$

A ۴ ۱۷۳۳

با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل خواهیم داشت:

$$V_2 - V_1 = \frac{U_{E_2} - U_{E_1}}{q} \xrightarrow[q = -2\mu C]{V_1 = -40V, V_2 = -10V} -10 - (-40) = \frac{\Delta U_E}{-2\times10^{-6}}$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -6\times10^{-5} J$$

علامت منفی ΔU_E نشان‌دهنده این است که انرژی پتانسیل، 6×10^{-5} کاهش می‌یابد، البته یادمان هست که هر گاه بار منفی از پتانسیل کمتر به پتانسیل بیشتر برود، انرژی پتانسیل آن، کاهش می‌یابد.

یادآوری در رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ علامت بار باید در نظر گرفته شود.

B ۱۷۳۴ ۴

به کمک رابطهٔ $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$ اختلاف پتانسیل خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow \Delta V=\frac{۲\times ۱۰^{-۳}}{-۲۰\times ۱۰^{-۹}}=-۱۰^{۵}V$$

پتانسیل الکتریکی کاهش یافته پس جابه‌جایی در جهت خطوط میدان الکتریکی است.

A ۱۷۳۵ ۱

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی منفی کار نیروی میدان الکتریکی است. بنابراین خواهیم داشت: $\Delta U_E=-W_E\Rightarrow \Delta U_E=-۵\times ۱۰^{-۵}J$

اکنون با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی اختلاف پتانسیل بین A و B را به‌دست می‌آوریم.

$$V_B-V_A=\frac{\Delta U_E}{q}\xrightarrow{q=+۲\mu C} V_B-V_A=\frac{-۵\times ۱۰^{-۵}}{۲\times ۱۰^{-۶}}$$
$$\Rightarrow V_B-V_A=-۲۵V$$

بازی با سؤال **ذره‌ای با بار $+۱۲\mu C$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ A به نقطهٔ B رفته است. اگر $V_A=۲/۳\times ۱۰^{۳}V$ و $V_B=۱/۷\times ۱۰^{۳}V$ باشد، کار میدان الکتریکی در این جابه‌جایی چند میلی‌ژول است؟**

۱) $-۷/۲$ ۲) $+۷/۲$

۳) $-۳/۶$ ۴) $+۳/۶$

گزینهٔ ۲

B ۱۷۳۶ ۲

کار نیروی میدان الکتریکی قرینهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی است: $W_E=-\Delta U_E$

بنا به تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه خواهیم داشت:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow V_B-V_A=-\frac{W_E}{q}\Rightarrow W_E=-q(V_B-V_A)$$

در رابطهٔ بالا باید علامت بار را قرار بدهیم $(q=-۵\mu C$ و $W_E=۲۰\mu J$ و $V_A=۶V)$

$$۲۰=-(-۵)(V_B-۶)\Rightarrow ۴=V_B-۶\Rightarrow V_B=۱۰V$$

A ۱۷۳۷ ۲

خط فکری انرژی پتانسیل بار q در دو نقطهٔ A و B و همچنین پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A داده شده است. بنابراین مسئله را با تعریف اختلاف پتانسیل باید حل کنید.

البته در رابطهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی علامت بار باید در نظر گرفته شود.

$$V_B-V_A=\frac{U_{EB}-U_{EA}}{q}\xrightarrow[V_A=۲۰V,q=-۲\mu C]{U_{EA}=۰/۴\times ۱۰^{-۳}J,U_{EB}=۰/۶\times ۱۰^{-۳}J}$$
$$V_B-۲۰=\frac{۰/۶\times ۱۰^{-۳}-۰/۴\times ۱۰^{-۳}}{-۲\times ۱۰^{-۶}}\Rightarrow V_B-۲۰=\frac{۲\times ۱۰^{-۴}}{-۲\times ۱۰^{-۶}}$$
$$\Rightarrow V_B-۲۰=-۱۰۰\Rightarrow V_B=-۸۰V$$

بازی با سؤال **ذره‌ای با بار $+۶\mu C$ از نقطهٔ A با پتانسیل الکتریکی $V_A=۲۰V$ به نقطهٔ B با پتانسیل الکتریکی $V_B=-۶۰V$ جابه‌جا شده است. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در نقطهٔ B برابر $۰/۴mJ$ باشد، انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در نقطهٔ A چند میلی‌ژول است؟**

گزینهٔ ۳

۱) $۰/۸$ ۲) $-۰/۸$

۳) $+۰/۸۸$ ۴) $-۰/۸۸$

A ۱۷۳۸ ۳

خط فکری در این مسئله حداقل کاری که ما باید انجام بدهیم یا انرژی که باید صرف کرد تا بار جابه‌جا شود خواسته شده است.

منظور از حداقل، یعنی انرژی مصرفی برای تغییر انرژی پتانسیل بارها. بنابراین کافی است به کمک تعریف اختلاف پتانسیل، تغییر انرژی پتانسیل بارها را بیابید.

۱ ابتدا مقدار بار جابه‌جا شده را حساب می‌کنیم.

$$q=-ne\xrightarrow{n=۱۰^{۱۲}} q=-۱۰^{۱۲}\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}\Rightarrow q=-۱/۶\times ۱۰^{-۷}C$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را به‌دست می‌آوریم. بار را از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر برده‌ایم، یعنی $V_۲-V_۱=-۵V$ است.

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}\Rightarrow \Delta U_E=q\Delta V\xrightarrow{\Delta V=-۵V}\Delta U_E=(-۱/۶\times ۱۰^{-۷})(-۵)$$
$$\Rightarrow \Delta U_E=۸\times ۱۰^{-۷}J=۰/۸\mu J$$

۳ حداقل انرژی که باید صرف کرد برابر $۰/۸\mu J$ است.

بازی با سؤال **اختلاف پتانسیل بین دو نقطه -۵۰ ولت است. با صرف چند ژول انرژی، ۵×۱۰^{۱۲} الکترون بین این دو نقطه جاری می‌شود؟ $(e=۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}C)$**

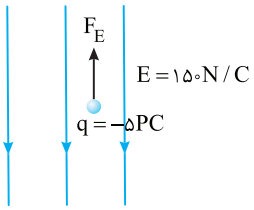
کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۴×۱۰^{-۳} ۲) ۸×۱۰^{-۳} ۳) ۴×۱۰^{-۵} ۴) ۸×۱۰^{-۴}

گزینهٔ ۳

B ۱۷۳۹ ۱

۱ میدان الکتریکی رو به پایین است، بنابراین بر بار منفی نیروی رو به بالا وارد می‌کند و زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی $(\theta=۰)$ است.



کار میدان الکتریکی را به‌دست می‌آوریم:

$$W_E=F_E d\cos\theta\xrightarrow[F_E=|q|E]{\cos\theta=۱}$$
$$W_E=|q|Ed\xrightarrow[d=۵۰۰m]{|q|=۵\times ۱۰^{-۱۲}C}$$
$$W_E=۵\times ۱۰^{-۱۲}\times ۱۵۰\times ۵۰۰$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار قرینه کار میدان است.

$$\Delta U_E=-W_E\Rightarrow \Delta U_E=-۵\times ۱۰^{-۱۲}\times ۱۵۰\times ۵۰۰$$

۳ با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل خواهیم داشت:

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}\Rightarrow \Delta V=\frac{-۵\times ۱۰^{-۱۲}\times ۱۵۰\times ۵۰۰}{-۵\times ۱۰^{-۱۲}}=+۷۵\times ۱۰^{۳}V=+۷۵kV$$

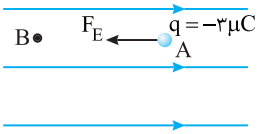
دقت کنید اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از فضا به بار جابه‌جا شده بین آن دو نقطه بستگی ندارد و اختلاف پتانسیل از ویژگی‌های فضا است.

میانبر می‌توانید از رابطهٔ $|\Delta V|=Ed$ استفاده کنید.

$$|\Delta V|=۱۵۰\times ۵۰۰=۷۵kV$$

در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کرده‌ایم بنابراین پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد از این‌رو: $\Delta V=+۷۵kV$

A ۱۷۴۰ ۱



ذره رها شده است، بنابراین ذره با بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت خواهد کرد. (مطابق شکل). کار نیروی میدان برابر خواهد شد با:

$$W_E=F_E d\cos\theta=-|q|Ed\cos۰$$
$$\Rightarrow W_E=۳\times ۱۰^{-۶}\times ۵\times ۱۰^{۳}\times ۰/۴\Rightarrow W_E=۶\times ۱۰^{-۳}J$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با: $\Delta U_E=-W_E\Rightarrow \Delta U_E=-۶\times ۱۰^{-۳}J$

اختلاف پتانسیل V_B-V_A برابر خواهد شد با:

$$V_B-V_A=\frac{\Delta U_E}{q}\Rightarrow V_B-V_A=-\frac{۶\times ۱۰^{-۳}}{-۳\times ۱۰^{-۶}}\Rightarrow V_B-V_A=۲۰۰۰V$$

میانبر می‌توانید از رابطهٔ کتاب درسی $|\Delta V|=Ed$ استفاده کنید.

$$|\Delta V|=۵\times ۱۰^{۳}\times ۰/۴\Rightarrow \Delta V=۲۰۰۰V$$

در خلاف جهت میدان حرکت کرده‌ایم، بنابراین پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد $\Delta V=+۲۰۰۰V$

نکته اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه به بار جابه‌جا شده بین دو نقطه بستگی ندارد.

A ۱۷۴۱ ۴

بار منفی از A تا B خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شده است و تغییر انرژی پتانسیل آن منفی است $(\Delta U=-5mJ)$. با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل خواهیم داشت.

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow\Delta V=\frac{-5\times10^{-3}}{-50\times10^{-6}}\Rightarrow\Delta V=100V$$

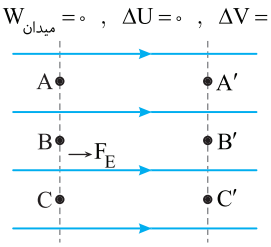
اختلاف پتانسیل الکتریکی یعنی تفاضل پتانسیل مکان نهایی و پتانسیل مکان اولیه:

$$\Delta V=100V\Rightarrow V_B-V_A=100\Rightarrow V_B-120=100\Rightarrow V_B=220V$$

B ۱۷۴۲ ۱

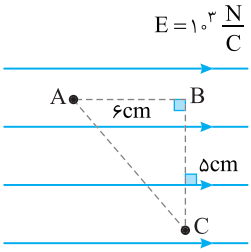
خط فکری اگر بار مطابق شکل در جهت عمود بر میدان الکتریکی جابه‌جا شود، نیروی میدان الکتریکی بر مسیر حرکت عمود است $(\theta=90^\circ\Rightarrow\cos\theta=0)$ و کار میدان الکتریکی در این جابه‌جایی صفر است. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار قرینه کار میدان است، بنابراین ΔU_E نیز صفر می‌شود. بنا بر تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه $\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}$ چون ΔU_E صفر شده است، ΔV نیز صفر می‌شود. یعنی پتانسیل تمام نقاط واقع بر خط عمود بر خطوط میدان باهم برابر است. اما اگر در جهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

به نقاطی که روی یک خط عمود بر خطوط میدان الکتریکی قرار دارند نقاط هم‌پتانسیل گویند.



$$V_A=V_B=V_C, V_{A'}=V_{B'}=V_{C'}, V_A>V_{A'}, V_B>V_{B'}, V_C>V_{C'}$$

با توجه به آنچه در خط فکری بیان شد. پتانسیل الکتریکی نقاط B و C که روی خط عمود بر خطوط میدان قرار دارند باهم برابر است $(V_B=V_C)$ و به جای به‌دست آوردن V_A-V_C می‌توان V_A-V_B را به‌دست آورد.



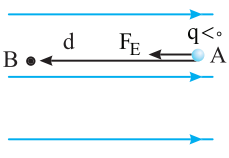
$$|V_A-V_C|=|V_A-V_B|=Ed_{(AB)}=10^3\times6\times10^{-2}\Rightarrow|V_A-V_C|=60V$$

و چون با حرکت در جهت خطوط میدان پتانسیل کاهش می‌یابد پس:

$$V_A>V_C\Rightarrow V_A-V_C=60V$$

A ۱۷۴۳ ۲

نیروی وارد بر بار منفی در میدان الکتریکی در خلاف جهت میدان است. بار از نقطهٔ A تا B جابه‌جا شده و نیروی الکتریکی وارد بر آن در جهت جابه‌جایی است، بنابراین الزاماً کار نیروی میدان الکتریکی مثبت است و گزینهٔ (۲) درست است.

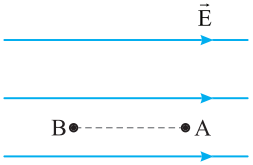


اما دربارهٔ گزینهٔ (۴) که در آن بیان شده «انرژی جنبشی ذره افزایش می‌یابد» باید دقت کنید که ممکن است که ذره با سرعت ثابت از A تا B برود. در این صورت انرژی جنبشی ثابت می‌ماند و لزوماً گزینهٔ (۴) درست نیست.

B ۱۷۴۴ ۲

خط فکری از صورت مسئله کاملاً مشخص است که انرژی پتانسیل الکتریکی بار هنگام جابه‌جایی از A تا B به انرژی جنبشی آن تبدیل شده است. $|\Delta K|=|\Delta U|$ از طرفی اختلاف پتانسیل الکتریکی دو نقطه برابر $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$ است. بنابراین به کمک تغییر انرژی جنبشی بار می‌توان ΔV را حساب کرد.

با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی



می‌توان نوشت: $V_B-V_A=\frac{U_B-U_A}{q}$

کاهش انرژی پتانسیل برابر افزایش انرژی جنبشی جسم است. بنابراین

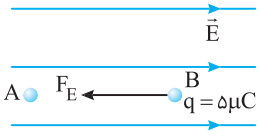
$$V_B-V_A=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{\Delta U=-\Delta K,\ \Delta K=+8mJ}V_B-V_A=\frac{-8\times10^{-3}}{-4\times10^{-6}}=2000V$$

$$V_B-V_A=2kV$$

دقت کنید در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کرده‌ایم بنابراین $V_B>V_A$ است.

B ۱۷۴۵ ۱

خط فکری بار الکتریکی پس از رها شدن در اثر نیروی الکتریکی وارد بر آن جابه‌جا شده و دارای انرژی جنبشی شده است. بنابراین باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی برویم و با به‌دست آوردن کار میدان، انرژی جنبشی بار را حساب کنیم.



نیروی وارد بر بار الکتریکی از B تا A در جهت جابه‌جایی است یعنی زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی $\theta=0$ است و کار نیرو میدان خواهد شد:

$$W_E=F_E d\cos\theta\xrightarrow{\cos\theta=1}W_E=F_E d$$

نیروی وارد بر بار q در میدان الکتریکی برابر است با $(F_E=|q|E)$ بنابراین:

$$W_E=|q|Ed\xrightarrow[d=0/2m]{|q|=5\times10^{-6}C,\ E=10^5N/C}$$

$$W_E=5\times10^{-6}\times10^5\times0/2\Rightarrow W_E=0/1J$$

بنا بر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، تغییر انرژی جنبشی خواهد شد.

$$\Delta K=W_E\Rightarrow K_2-K_1=W_E\Rightarrow K_2-0=0/1\Rightarrow K_2=0/1J$$

بازی با سؤال **ذره‌ای با جرم ناچیز و بار $+17\mu C$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از حال سکون رها می‌شود. اگر پس از جابه‌جایی $10cm$ انرژی جنبشی ذره ۳۴ میلی‌ژول شود، بزرگی میدان الکتریکی چند V/m است؟**

۱) 2×10^3 ۲) 2×10^2 ۳) 2×10^5 ۴) 2×10^4

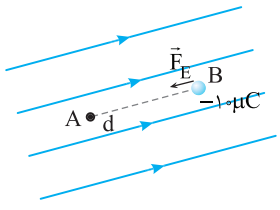
گزینهٔ ٤

B ۱۷۴۶ ۲

وقتی بار الکتریکی منفی در جهت خطوط میدان الکتریکی از A به B می‌رود انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد. بنابراین:

$$V_B-V_A=(\frac{U_B-U_A}{q}),\ V_B-V_A=\frac{100\times10^{-3}}{-5\times10^{-3}}=-20V$$

B ۱۷۴۷ ۱



تنها نیروی وارد بر بار در جابه‌جایی از B تا A نیروی الکتریکی است. از طرفی انرژی پتانسیل بار منفی وقتی در خلاف جهت میدان حرکت می‌کند کاهش می‌یابد و به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. بنابراین تغییر انرژی جنبشی بار مثبت است. $(\Delta K=0/1J)$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار میدان الکتریکی خواهد شد:

$$W_E=\Delta K\Rightarrow W_E=0/1J$$

نیرو و جابه‌جایی از B تا A هم‌جهت هستند و زاویهٔ بین آن‌ها صفر است. بنابراین:

$$W_E=F_E d\cos\theta\xrightarrow[F_E=|q|E]{\cos\theta=1}W_E=|q|Ed\xrightarrow[E=5\times10^4N/C]{|q|=10\times10^{-6}C}$$

$$0/1=10\times10^{-6}\times5\times10^4 d\Rightarrow d=\frac{1}{5}m=0/2m\Rightarrow d=20cm$$

B ۱۷۴۸ ۳

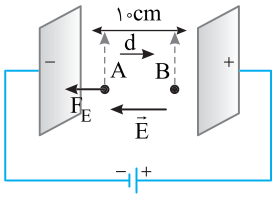
به صورت مسئله دقت کنید. با حرکت بار الکتریکی از پتانسیل $V_1=30V$ به پتانسیل $V_2=80V$، انرژی جنبشی ذرهٔ باردار $2mJ$ افزایش یافته است. یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی آن $2mJ$ کاهش یافته است که این انرژی به انرژی جنبشی ذره تبدیل شده است. با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه خواهیم داشت:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{\Delta U=-2\times10^{-3}J}80-30=\frac{-2\times10^{-3}}{q}$$

$$q=\frac{-2\times10^{-3}}{50}\Rightarrow q=-0/04\times10^{-3}\Rightarrow q=-40\mu C$$

B ۱۷۴۹ ۱

خط فکری تندی در نقطهٔ B صفر شده است و تندی در نقطهٔ A خواسته شده است. بنابراین باید به سراغ انرژی جنبشی برویم و کار میدان الکتریکی در جابه‌جایی از A تا B را برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار دهیم تا به کمک آن بتوانیم تندی در نقطهٔ A را به‌دست آوریم.



بـا توجـه به قضیـه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_E=\Delta K\Rightarrow|q|Ed\cos\theta=(0-\frac{1}{2}mv_A^2)\quad(I)$$

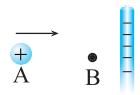
بـا توجه به این‌که نیروی وارد بر بار از طرف میدان در خلاف جهت حرکت بار است، از ایـن‌رو زاویهٔ بین این نیرو و جابه‌جایی $\theta=180^\circ$ اسـت. بنابراین با قـرار دادن داده‌های مسئله در معادلهٔ (I)، v_A را می‌توان حساب کرد.

$$(q=8\times10^{-12}C, E=2\times10^4N/C, m=2\mu g=2\times10^{-9}kg)$$

$$8\times10^{-12}\times2\times10^4\times10^{-1}\times\cos180^\circ=-\frac{1}{2}\times2\times10^{-9}\times v_A^2$$

$$\Rightarrow v_A^2=16\Rightarrow v_A=4m/s$$

بازی با سؤال مطابـق شـکل، بـار الکتریکـی $q=+400\mu C$ با جرم $10g$ در نقطهٔ A از حال سـکون رها می‌شـود تا تحت تأثیـر میدان الکتریکـی، به طرف صفحـهٔ منفی حرکت کنـد. اگر تندی ذرهٔ بـاردار هنگام عبـور از نقطهٔ B برابر $4m/s$ باشـد، اختـلاف انـرژی پتانسـیل ذرهٔ بـاردار بیـن دو نقطـهٔ A و B (U_B-U_A) و اختلاف پتانسـیل میان نقاط A و B (V_B-V_A) به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟



۱) $-0/04$ و -100 ۲) $0/04$ و 100

۳) $-0/08$ و -200 ۴) $0/08$ و 200

گزینهٔ ۳

B ۱۷۵۰ ۱

خط فکری ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشـی $(W_E=\Delta K)$، کار نیروی میـدان الکتریکـی وارد بر ذرهٔ باردار را حسـاب کنید. کار نیروی میـدان الکتریکی قرینهٔ تغییـر انـرژی پتانسـیل الکتریکـی ذره اسـت. $(W_E=-\Delta U_E)$ بنابراین بـا توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی $(\Delta V=\frac{\Delta U}{q})$ مسئله را حل کنید.

۱ تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی میدان الکتریکی است و کار این نیرو، خواهد شد:

$$W_E=\Delta K\Rightarrow W_E=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\xrightarrow[v_1=10m/s,\ v_2=20m/s]{m=4\times10^{-9}kg}$$

$$W_E=\frac{1}{2}\times4\times10^{-9}(400-100)\Rightarrow W_E=6\times10^{-7}J$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره برابر است با:

$$W_E=-\Delta U_E\Rightarrow\Delta U_E=-6\times10^{-7}J$$

۳ اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را حساب می‌کنیم.

$$V_B-V_A=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{q=5\times10^{-9}C}V_B-V_A=\frac{-6\times10^{-7}}{5\times10^{-9}}$$

$$\Rightarrow V_B-V_A=-120V$$

B ۱۷۵۱ ۳

نیـروی مؤثـر وارد بر بـار الکتریکی فقـط نیروی الکتریکی اسـت. بنابر پایسـتگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E_1=E_2\xrightarrow{E=U+K}U_1+K_1=U_2+K_2$$

$$\Rightarrow U_1-U_2=K_2-K_1\Rightarrow\Delta U=-\Delta K\quad(1)$$

از طرفی بنا بر تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی داریم:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow\Delta U=q\Delta V\quad(2)$$

با توجه به رابطهٔ (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$q\Delta V=-\Delta K\Rightarrow q(V_2-V_1)=-(K_2-0)\xrightarrow[m=10^{-4}kg,\ v=10m/s]{K=\frac{1}{2}mv^2}$$

$$q(-100-100)=-(\frac{1}{2})(10^{-4})(10)^2\Rightarrow q=\frac{10^{-4}}{4}\Rightarrow q=25\mu C$$

B ۱۷۵۲ ۳

تنهای نیروی مؤثر وارد بر بار در مسیر A تا B نیروی الکتریکی اسـت و بنا بر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار این نیرو برابر تغییر انرژی جنبشی ذره است. $(W_E=\Delta K)$

از طرفـی علامت کار نیروی میـدان الکتریکی، قرینهٔ تغییرات انرژی پتانسـیل الکتریکی است: $(W_E=-\Delta U_E)$

با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل می‌توان نوشت:

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}\xrightarrow{\Delta U_E=-W_E}\Delta V=\frac{-W_E}{q}\xrightarrow{W_E=\Delta K}$$

$$\Delta K=-q\Delta V\xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2}\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=-q(V_B-V_A)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times3\times10^{-3}(v_B^2-3^2)=-400\times10^{-6}(-40-20)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times3\times10^{-3}\times(v_B^2-9)=+24\times10^{-3}\Rightarrow v_B^2=25\Rightarrow v_B=5m/s$$

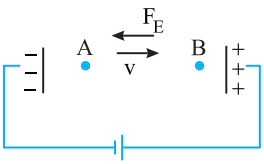
بازی با سؤال **در یک میدان الکتریکی یکنواخت ذره‌ای به جرم $5mg$ و بار الکتریکی $-8\mu C$ از نقطهٔ A با تندی $8\sqrt{5}m/s$ به سوی نقطهٔ B می‌رود، اگر پتانسیل الکتریکی نقاط A و B به ترتیب $-40V$ و $+60V$ باشد، هنگام رسیدن ذره به نقطهٔ B سرعت ذره چند m/s است؟ (از اثر گرانش صرف‌نظر شود.)**

۱) ۸ ۲) $8\sqrt{10}$ ۳) ۱۶ ۴) $16\sqrt{10}$

گزینهٔ ۲

B ۱۷۵۳ ۱

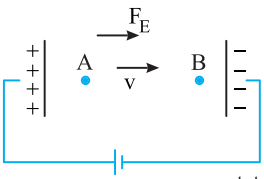
بـا توجه بـه قضیـه کار و انرژی جنبشـی، تغییر انرژی جنبشـی برابـر کار کل وارد بر جسم است. در این حرکت تنها نیروی وارد بر پروتون نیروی الکتریکی است.



حالت اول: پرتاب از نقطهٔ A به سوی B:

$$W=\Delta K\Rightarrow W_E=0-\frac{1}{2}mv_A^2\Rightarrow W_E=-\frac{1}{2}\times m_P\times(2\times10^4)^2$$

$$W_E=-2m_P\times10^8\quad(I)$$



حالـت دوم: پرتـاب پروتـون از نقطهٔ A به سـوی نقطـهٔ B در مسـیر از A به B و در جهـت میدان الکتریکـی. بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر پروتـون مانند حالت اول اسـت اما نیرو در جهت جابه‌جایی اسـت و مقدار کار برابر مقدار مثبت در رابطهٔ (I) است. بنابراین:

$$W=\Delta K\Rightarrow W_E=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2\xrightarrow{\text{از رابطهٔ (I)}}$$

$$2m_P\times10^8=\frac{1}{2}m_Pv_B^2-\frac{1}{2}m_P(2\times10^4)^2$$

$$\Rightarrow4\times10^8=v_B^2-4\times10^8\Rightarrow v_B=2\sqrt{2}\times10^4m/s$$

۴ ۱۷۵۴ C

خط فکری هسته دارای بار مثبت است، بنابراین هسته هلیوم $_{2}^{4}He^{++}$ دارای بار مثبت است و ذرهٔ آلفا یک ذره با بار مثبت است. از طرفی با رها کردن ذرهٔ با بار مثبت، ذره در جهت خطوط میدان جابه‌جا می‌شود و وقتی در جهت خط‌های میدان جابه‌جا شویم، پتانسیل الکتریکی نقاط فضا کاهش می‌یابد، یعنی $V_B < V_A$ است. با توجه به این مطلب قطعاً $V_B = -۱۰V$ است، زیرا اگر $V_B = +۱۰V$ باشد، V_B بزرگ‌تر از V_A می‌شود که چنین نیست. اما V_A می‌تواند $+۸V$ و $-۸V$ باشد، یعنی مسئله دارای دو حالت است که در هر حالت به کمک تعریف اختلاف پتانسیل $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ و پایستگی انرژی باید مسئله را حل کرد.

بار یک ذره آلفا را حساب می‌کنیم:

$$q = ne \Rightarrow q = ۲ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow q = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۹} C$$

حالت اول: $V_A = -۸V$ و $V_B = -۱۰V$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذرهٔ α را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta U = q\Delta V \Rightarrow \Delta U = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۹} \times [-۱۰ - (-۸)] = ۶/۴ \times ۱۰^{-۱۹} J$$

بنا بر پایستگی انرژی، این کاهش انرژی پتانسیل بار به انرژی جنبشی بار تبدیل شده است و انرژی جنبشی بار به $۶/۴ \times ۱۰^{-۱۹}$ می‌رسد.

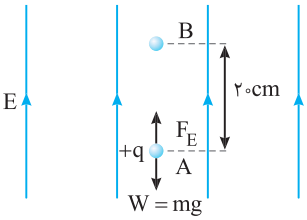
حالت دوم: $V_A = ۸V$ و $V_B = -۱۰V$

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow \Delta U = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۹}(-۱۰ - ۸) \Rightarrow \Delta U = ۵/۷۶ \times ۱۰^{-۱۸} J$$

این انرژی به انرژی جنبشی بار تبدیل شده است. بنابراین $K = ۵/۷۶ \times ۱۰^{-۱۸} J$ خواهد شد و گزینهٔ (۴) پاسخ است.

۲ ۱۷۵۵ B

خط فکری بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل نیروهای وارد بر جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است. در این مسئله در جابه‌جایی از A تا B مطابق شکل دو نیرو یکی وزن و دیگری نیروی الکتریکی وارد می‌شود، بنابراین شما باید کار هر یک از این نیروها را حساب کنید و جمع کارها را مساوی ΔK قرار دهید.



۱ جابه‌جایی رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین است و کار نیروی وزن خواهد شد:

$$W_W = mgh\cos\theta \xrightarrow[\cos\theta=-۱]{\theta=۱۸۰^\circ} W_W = -mgh \xrightarrow[h=AB=۰/۲m]{m=۲\times۱۰^{-۳}kg}$$

$$W_W = -۲ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ \times ۰/۲ \Rightarrow W_W = -۴ \times ۱۰^{-۳} J = -۴mJ$$

۲ نیروی الکتریکی و جابه‌جایی هم‌جهت هستند و زاویهٔ بین آن‌ها $\theta = ۰^\circ$ است. بنابراین کار نیروی الکتریکی خواهد شد:

$$W_E = F_E d \xrightarrow{F_E = |q|E} W_E = |q|Ed$$

$$\xrightarrow[q=۴\times۱۰^{-۶}C, E=۳\times۱۰^{۴}N/C]{} W_E = ۴ \times ۱۰^{-۶} \times ۳ \times ۱۰^{۴} \times ۰/۲$$

$$\Rightarrow W_E = ۲/۴ \times ۱۰^{-۲} J \Rightarrow W_E = ۲۴mJ$$

۳ بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_E + W_W = K_۲ - K_۱ \Rightarrow ۲۴ + (-۴) = K_۲ - ۰ \Rightarrow K_۲ = ۲۰mJ$$

۲ ۱۷۵۶ B

۱ نیروی وارد بر الکترون را به‌دست می‌آوریم.

$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow F = qE \xrightarrow{E=۱۲۵N/C, q=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C}$$

$$F = ۱۲۵ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow F = ۲ \times ۱۰^{-۱۷} N$$

۲ شتاب حرکت الکترون را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F_E = ma \xrightarrow{m=۱۰^{-۳۰}kg} ۲ \times ۱۰^{-۱۷} = ۱۰^{-۳۰} a \Rightarrow a = ۲ \times ۱۰^{۱۳} m/s^۲$$

۳ زمان جابه‌جایی ۱۰cm را با شتاب $۲\times۱۰^{۱۳} m/s^۲$ به کمک معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ \Rightarrow ۰/۱ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۰^{+۱۳} t^۲ \Rightarrow t^۲ = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow t = ۱۰^{-۷} s$$

$$t = ۱۰^{-۷} \times ۱۰^{۹} \Rightarrow t = ۱۰۰ns$$

↓ برای تبدیل به نانوثانیه

یادآوری تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار نیروی میدان است $\Delta U_E = -W_E$.

۴ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی خواهد شد:

$$\Delta U_E = -(F_E d) \Rightarrow \Delta U_E = -۲ \times ۱۰^{-۱۷} \times ۰/۱$$

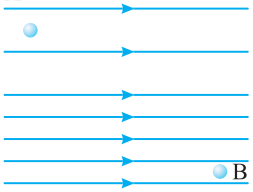
$$\Rightarrow \Delta U_E = -۲ \times ۱۰^{-۱۸} J \Rightarrow \Delta U_E = -۲ \times ۱۰^{-۱۸} J \times \frac{۱ eV}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} J}$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -۱۲/۵ eV$$

ضریب تبدیل ژول به eV

۴ ۱۷۵۷ B

خط فکری میدان در ناحیه‌ای که خطوط میدان به هم نزدیک‌تر هستند، قوی‌تر است. اندازه بار الکتریکی الکترون با بار الکتریکی پروتون برابر است.



۱ میدان الکتریکی در نقطهٔ B از میدان الکتریکی در نقطهٔ A قوی‌تر است. زیرا خطوط میدان در نقطهٔ B به هم نزدیک‌تر هستند پس بنابر فرض مسئله:

$$E_A = E, E_B = ۲E$$

۲ الکترون در ناحیه‌ای رها شده که میدان الکتریکی آن $۲E$ است، بنابراین اندازه کار نیروی وارد بر الکترون در میدان الکتریکی خواهد شد:

$$W_{E_e} = |q|E_B d = e(۲E)d$$

۳ اندازه کار نیروی وارد بر پروتون که از نقطهٔ A در میدان $E_A = E$ رها می‌شود برابر است با:

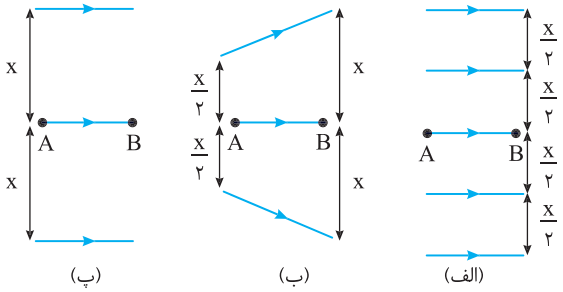
$$W_{E_P} = |q|E_A d' = e(E)d'$$

۴ طبق فرض مسئله کار میدان در جابه‌جایی الکترون و پروتون برابر است. از این‌رو:

$$W_{E_e} = W_{E_p} \Rightarrow e(۲E)d = eEd' \Rightarrow \frac{d}{d'} = \frac{۱}{۲}$$

۲ ۱۷۵۸ B

خط فکری ابتدا شما باید با توجه به آرایش خطوط میدان در شکل‌های (الف)، (ب) و (پ) دربارهٔ میدان الکتریکی در این سه شکل اظهار نظر کنید، زیرا کار میدان الکتریکی برابر $W_E = qEd$ است که هر چه میدان قوی‌تر باشد، در جابه‌جایی d، کار میدان بیشتر است.



در شکل (ب) میدان از A تا B در حال کاهش است. الکترون از نقطهٔ A پرتاب شده و در نقطهٔ B سرعتش صفر شده است. بنابراین در شکل (الف) که خطوط میدان در کل مسیر از A تا B به هم نزدیک‌تر هستند و میدان قوی‌تر است، نیروی الکتریکی وارد بر الکترون بیشتر از شکل (ب) است و الکترون قبل از رسیدن به B متوقف می‌شود.

در واقع تغییر انرژی جنبشی از لحظهٔ پرتاب تا توقف (ΔK) مقدار ثابتی است. بنابراین هرچا E بیشتر باشد، قطعاً d کمتر خواهد شد و الکترون قبل از رسیدن به B متوقف می‌شود.

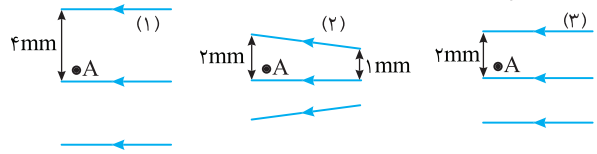
$$W_E = \Delta K \xrightarrow{\Delta K = \text{ثابت}} |q|Ed = \text{ثابت} \xrightarrow{E\uparrow} d\downarrow$$

در شکل (پ) خطوط میدان در کل مسیر از هم دورترند و تراکم خطوط کم‌تر و میدان ضعیف‌تر است و با توجه به اینکه در اینجا نیز ΔK ثابت است خواهیم داشت:

$$W_E=\Delta K \xrightarrow{\Delta K=\text{ثابت}} |q|E\downarrow d\uparrow=\text{ثابت} \Rightarrow d\uparrow$$

یعنی در شکل (پ) الکترون در نقطهٔ B متوقف نمی‌شود و همچنان دارای سرعت است. خلاصهٔ آنچه گفته شده این است که در آرایش شکل (الف) تراکم خطوط از شکل (ب) بیشتر و میدان قوی‌تر است. بنابراین نیروی وارد بر الکترون بیشتر بوده و قبل از رسیدن الکترون به نقطهٔ B الکترون متوقف شده و بر می‌گردد. در شکل (پ) میدان در کل مسیر از شکل (ب) ضعیف‌تر است و نیروی وارد بر الکترون کمتر بوده بنابراین الکترون بعد از نقطه B متوقف می‌شود.

بازی با سؤال **شکل‌های زیر سه آرایش خطوط میدان الکتریکی را نشان می‌دهند. اگر در هر سه میدان، یک پروتون با تندی v از نقطهٔ A به سمت راست پرتاب کنیم پروتون در کدام حالت سریع‌تر متوقف خواهد شد؟** آزمون مدارس برتر



۱) در میدان شماره ۱

۲) در میدان شماره ۲

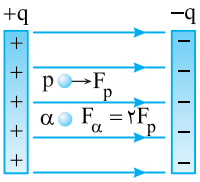
۳) در میدان شماره ۳

۴) در سه حالت پس از مدت زمانی برابر پروتون متوقف می‌شود.

گزینهٔ ۲

۴ ۱۷۵۹ B

میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانا با بار $+q$ و $-q$ یکنواخت است. بار پروتون $+e$ و بار ذره آلفا $(^4_2He^{2+})$ برابر $+2e$ است. نیرویی که از طرف میدان به ذره آلفا وارد می‌شود $(F=qE)$ دو برابر نیروی وارد بر پروتون است.



در این صورت کار میدان الکتریکی $(W=Fd\cos\theta)$ روی ذره آلفا دو برابر کار میدان الکتریکی روی پروتون است و بنابراین گزینه (۴) درست است.

از آن‌جا که کار میدان الکتریکی منفی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی ذره آلفا دو برابر تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی پروتون است و گزینه (۲) نادرست است. چون $|\Delta U_\alpha|=2|\Delta U_p|$ است تغییرات انرژی جنبشی برابر تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار $(|\Delta K|=|\Delta U|)$ است. بنابراین تغییرات انرژی جنبشی ذره آلفا دو برابر تغییرات جنبشی پروتون بوده و گزینه (۱) نادرست است.

اما در مورد شتاب مسأله کمی پیچیده است. پروتون دارای بار $+e$ و آلفا دارای بار $+2e$ است، بنابراین نیروی وارد بر ذره آلفا دو برابر نیروی وارد بر پروتون است. از طرفی جرم ذره آلفا که دارای دو پروتون و دو نوترون است، چهار برابر جرم پروتون است. بنابراین:

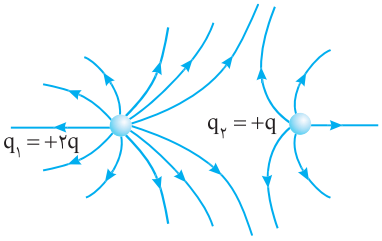
$$F_\alpha=2F_p \Rightarrow m_\alpha a_\alpha=2m_p\alpha_p \xrightarrow{m_\alpha=4m_p} 4a_\alpha=2a_p \Rightarrow a_p=2a_\alpha$$

بنابراین گزینه (۳) نیز نادرست است.

۴ ۱۷۶۰ B

خط فکری باید خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار q_1 و q_2 را رسم کنیم تا بتوانیم مسئله را بررسی کنیم

با حرکت از نزدیکی q_1 ابتدا تراکم خطوط میدان کاهش می‌یابد، یعنی ابتدا میدان کم می‌شود و سپس با نزدیک شدن به q_2 دوباره تراکم زیاد شده یعنی میدان افزایش می‌یابد. پس میدان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. همچنین هر گاه در جهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و اگر در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد از این‌رو با حرکت از نزدیکی q_1 ابتدا در جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم یعنی پتانسیل ابتدا کاهش می‌یابد و سپس در خلاف جهت خطوط میدان حاصل از q_2 به آن نزدیک می‌شویم، یعنی پتانسیل افزایش می‌یابد. پس پتانسیل ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

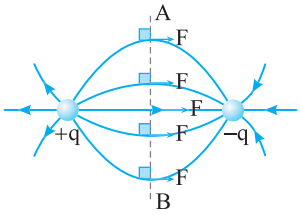


۱ ۱۷۶۱ B

با حرکت بار آزمون از q_1 به سوی q_2 پتانسیل الکتریکی کاهش یافته یعنی بار را در جهت خطوط میدان جابه‌جا کرده‌ایم. بنابراین باید q_1 مثبت و q_2 منفی باشد. از طرفی نیروی وارد شده به بار آزمون اطراف q_2 بیشتر است. بنابراین باید تراکم خطوط میدان اطراف q_2 بیشتر باشد و خط شکست خطوط میدان به بار q_1 نزدیک‌تر باشد، پس شکل خطوط میدان مانند شکل گزینه (۱) می‌شود.

۲ ۱۷۶۲ B

یادآوری هر گاه بار در امتداد عمود بر خطوط میدان بار جابه‌جا شود، چون نیروی الکتریکی وارد بر بار و جابه‌جایی بر هم عمودند، کار نیروی میدان الکتریکی صفر می‌شود.



خطوط میدان الکتریکی این دو بار را رسم می‌کنیم به دلیل تقارن خطوط میدان در نقاط واقع بر عمودمنصف خط وصل‌کننده دو بار بر هم عمودند. به همین دلیل در جابه‌جایی بار از A تا B کار نیروی میدان صفر است.

۲ ۱۷۶۳ A

یادآوری اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی، مستقل از نوع و اندازهٔ بار جابه‌جا شده بین آن دو نقطه است. برای اختلاف پتانسیل (ΔV) دو نقطه به فاصلهٔ d از یکدیگر، که خط واصل آن‌ها هم‌راستا با میدان الکتریکی $\vec{E}$ است رابطهٔ زیر برقرار است.

$$|\Delta V|=Ed$$

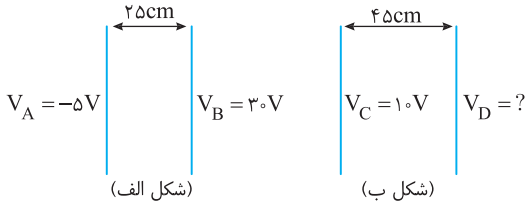
با توجه به رابطهٔ فوق میدان الکتریکی بین صفحات را حساب می‌کنیم.

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}\Rightarrow E=\frac{2/4\times10^4}{1/2\times10^{-2}}=2\times10^6\,V/m$$

$$\Rightarrow 2\times10^6\frac{V}{m}\times\frac{1m}{10^2cm}\times\frac{1kV}{10^3V}=20kV/cm$$

۲ ۱۷۶۴ B

خط فکری میدان الکتریکی شکل (الف) را حساب کنید، نصف آن را به‌دست آورید تا میدان الکتریکی شکل (ب) به‌دست آید. آنگاه پتانسیل نقطهٔ D قابل محاسبه می‌شود.



۱ میدان الکتریکی بین صفحات در شکل (الف) برابر است با:

$$|\Delta V|=Ed\Rightarrow|30-(-5)|=E(\frac{25}{100})\Rightarrow E=140\,V/m$$

۲ میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ D و C نصف میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ A و B است.

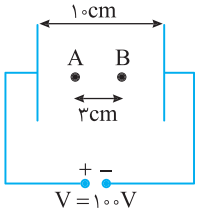
$$E'=\frac{E}{2}\Rightarrow E'=\frac{140}{2}\Rightarrow E'=70\,V/m$$

۳ پتانسیل الکتریکی نقطهٔ D خواهد شد (با توجه به فرض مسئله $V_D<V_C$ است)

$$V_C-V_D=E'd\Rightarrow10-V_D=70\times\frac{45}{100}\Rightarrow V_D=-21/5V$$

B ۲ ۱۷۶۵

خط فکری ابتدا میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه را حساب کنید $(E=\frac{\Delta V}{d})$ و سپس به کمک آن اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را بیابید و سرانجام با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$، تغییرات انرژی پتانسیل را به‌دست بیاورید.



۱ میدان الکتریکی بین صفحات برابر است با:

$$|\Delta V|=Ed\Rightarrow E=\frac{۱۰۰}{۰/۱}\Rightarrow E=۱۰^{۳}\,V/m$$

۲ اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B خواهد شد:

$$|\Delta V_{AB}|=E(d_{AB})\Rightarrow|\Delta V_{AB}|=۱۰^{۳}\times\frac{۳}{۱۰۰}=۳۰V$$

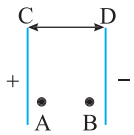
چون از A تا B در جهت خط‌های میدان جابه‌جا شده‌ایم پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد، یعنی $V_A>V_B$ است و $V_B-V_A=-۳۰V$ خواهد بود.

۳ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را حساب می‌کنیم

$$V_B-V_A=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{q=۶\times۱۰^{-۶}C}-۳۰=\frac{\Delta U}{۶\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow\Delta U=-۱۸۰\times۱۰^{-۶}J$$

$$=-۱۸۰\times۱۰^{-۳}mJ\Rightarrow\Delta U=-۰/۱۸mJ$$

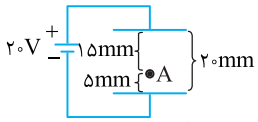
میانبر برای یافتن $|\Delta U|$ می‌توان نوشت:



$$\frac{|\Delta V_{AB}|}{|\Delta V_{CD}|}=\frac{d_{AB}}{d_{CD}}$$

B ۳ ۱۷۶۶

میدان بین دو صفحه یکنواخت است و در میدان الکتریکی یکنواخت اختلاف پتانسیل بین دو نقطه خواهد شد:



$$\Delta V=Ed\Rightarrow\frac{\Delta V_A}{\Delta V_{کل}}=\frac{d_A}{d_{کل}}\Rightarrow\frac{\Delta V_A}{۲۰}=\frac{۱۵}{۲۰}\Rightarrow\Delta V_A=۱۵V$$

بار الکتریکی $q=-۵mC$ از A به سوی صفحهٔ مثبت می‌رود از این رو

$$\Delta U=q\Delta V\Rightarrow\Delta U=-۵\times۱۰^{-۳}\times۱۵\Rightarrow\Delta U=-۷۵\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow\Delta U=-۷۵\,mJ$$

(وقتی از نقطهٔ A به سمت صفحه مثبت می‌رویم در خلاف جهت میدان حرکت کرده‌ایم و $\Delta V>۰$ است.) انرژی پتانسیل الکتریکی بار q، ۷۵ میلی‌ژول کاهش می‌یابد.

B ۲ ۱۷۶۷

به شکل دقت کنید. اختلاف پتانسیل بین پایانه مثبت و پایانه منفی برابر ۸۰V است. پایانه مثبت به عنوان مرجع پتانسیل فرض شده است $(V_E=۰)$، بنابراین پتانسیل پایانهٔ منفی باتری یعنی صفحهٔ C برابر $V_C=-۸۰V$ خواهد بود.

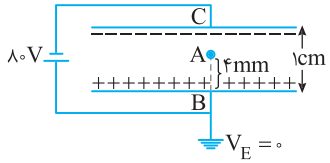
میدان الکتریکی بین دو صفحه برابر است با:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}\Rightarrow E=\frac{۸۰}{۱۰^{-۲}}\Rightarrow E=۸۰۰۰V/m$$

پتانسیل نقطهٔ A خواهد شد:

$$|V_A-V_E|=Ed_A\Rightarrow|V_A-۰|=۸۰۰۰\times\frac{۴}{۱۰۰۰}=۳۲V$$

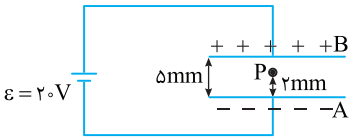
از صفحهٔ مثبت اگر به سوی نقطهٔ A برویم یعنی در جهت خط‌های میدان حرکت کرده‌ایم و پتانسیل کاهش می‌یابد از این‌رو $V_A=-۳۲V$ خواهد شد.



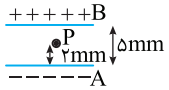
B ۲ ۱۷۶۸

یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت برابر $\Delta V=Ed$ است که در آن d فاصلهٔ دو نقطه در امتداد خطوط میدان است.

دو صفحهٔ خازن به باتری متصل است و اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت و برابر ۲۰V است. اختلاف پتانسیل بین نقطهٔ P و صفحهٔ منفی A برابر $V_P-V_A=Ed_{AP}$ است. که E میدان الکتریکی بین صفحات است. با دور شدن صفحهٔ B فاصلهٔ P و A از هم تغییر نکرده و ۲mm می‌ماند اما میدان الکتریکی تغییر می‌کند:

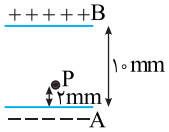


۱ در هر حالت میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.



حالت اول: $E_۱=\frac{V}{d_۱}\xrightarrow{d_۱=۵mm}$

$$E_۱=\frac{۲۰}{۵\times۱۰^{-۳}}=۴۰۰۰\frac{V}{m}$$



حالت دوم: $E_۲=\frac{V}{d_۲}\xrightarrow{d_۲=۱۰mm}$

$$E_۱=\frac{۲۰}{۱۰\times۱۰^{-۳}}=۲۰۰۰\frac{V}{m}$$

۲ اختلاف پتانسیل بین P و A در هر حالت خواهد شد:

حالت اول: $\Delta V_{AP}=V_P-V_A\Rightarrow۴۰۰۰\times۲\times۱۰^{-۳}=V_P-V_A\Rightarrow V_P=۸-V_A$

حالت دوم: $\Delta V'_{AP}=V'_P-V_A\Rightarrow۲۰۰۰\times۲\times۱۰^{-۳}=V'_P-V_A\Rightarrow V'_P=۴+V_A$

بنابراین پتانسیل نقطهٔ P، ۴V کاهش یافته است.

A ۲ ۱۷۶۹

سه ذره باردار مهم:

نام ذره	بار ذره	جرم ذره	توضیحات
الکترون e	یک بار منفی	m_e	
پروتون p	یک بار مثبت	$m_p\approx۲۰۰m_e$	
آلفا α	دو بار مثبت	$m_\alpha=۴m_p$	در واقع هستهٔ عنصر هلیوم است. $_{۲}^{۴}H^{۲+}$
مقایسه	$\lvert q_e\rvert=q_p=\frac{q_\alpha}{۲}$	$m_\alpha>m_p>m_e$	

میدان الکتریکی بین صفحات موازی باردار برابر است با:

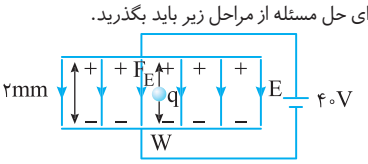
$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow E=\frac{۵۰۰}{۰/۰۲}\Rightarrow E=۲/۵\times۱۰^{۴}\,V/m$$

نیروی وارد بر ذره آلفا که بار آن $۲e=۳/۲\times۱۰^{-۱۹}C$ است، خواهد شد:

$$F=Eq\Rightarrow F=۲/۵\times۱۰^{۴}\times(۳/۲\times۱۰^{-۱۹})=۸\times۱۰^{-۱۵}N$$

B ۱ ۱۷۷۰

خط فکری ذره در تعادل است، بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است. نیروهای وارد بر ذره را شناسایی کرده و برآیند آن‌ها را مساوی صفر قرار می‌دهیم تا مسئله حل شود. اما برای حل مسئله از مراحل زیر باید بگذرید.



دو نیرو بر ذره وارد می‌شود. یکی نیروی وزن W رو به پایین و دیگری نیرویی که میدان الکتریکی بر بار رو به بالا وارد می‌کند. بنابراین باید میدان الکتریکی را حساب کرد.

۱ میدان الکتریکی بین دو صفحه برابر است با:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}\Rightarrow E=\frac{۴۰}{۲\times۱۰^{-۳}}\Rightarrow E=۲\times۱۰^{۴}\,V/m$$

۲ نیروی وزن و نیروی الکتریکی را برابر قرار می‌دهیم.

$$W=F_E\Rightarrow mg=|q|E\xrightarrow{m=5\times10^{-3}kg}5\times10^{-3}\times10=|q|\times2\times10^{+4}$$

$$\Rightarrow|q|=25\times10^{-7}=2/5\times10^{-6}C=2/5\mu C$$

۳ چون نیرو وارد بر بار q رو به بالا و در خلاف جهت میدان است، بنابراین باید بار q منفی باشد یعنی $q=-2/5\mu C$ است.

B ۱۷۷۱ ۱

۱ ابتدا میدان الکتریکی بین صفحه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}=\frac{|9\times10^{3}-(-9\times10^{3})|}{2\times10^{-2}}=9\times10^{5}V/m$$

۲ نیروی وارد بر الکترون خواهد شد:

$$F=qE=1/6\times10^{-19}\times9\times10^{5}\Rightarrow F=1/6\times9\times10^{-14}N$$

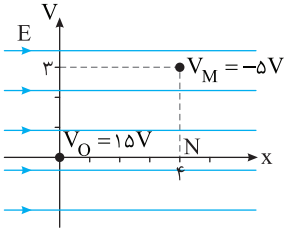
۳ بنابراین شتاب الکترون بنا بر قانون دوم نیوتون برابر است با:

$$F=ma\Rightarrow1/6\times9\times10^{-14}=9\times10^{-31}a\Rightarrow a=1/6\times10^{17}m/s^2$$

B ۱۷۷۲ ۳

یادآوری هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شویم پتانسیل نقاط فضا کاهش می‌یابد.

در حرکت از مبدأ تا نقطهٔ $M(4,3)$، پتانسیل الکتریکی از ۱۵V به −5V کاهش یافته بنابراین باید جهت میدان الکتریکی در جهت مثبت محور xها باشد.



نکته نقاط واقع بر خط عمود بر میدان الکتریکی هم‌پتانسیل هستند.

فقط M و N روی خط MN عمود بر خطوط میدان قرار دارند و پتانسیل آن‌ها یکی است، بنابراین: $V_N-V_O=V_M-V_O=-5-(+15)=-20V$

یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی برابر $|\Delta V|=Ed$ است.

بزرگی میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.

$$20=E(d_{NO})\Rightarrow20=E(0/04)\Rightarrow E=\frac{2000}{4}=500N/C$$

B ۱۷۷۳ ۴

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، تغییر انرژی جنبشی بار q در میدان الکتریکی که تحت تأثیر نیروی خارجی قرار دارد چنین خواهد شد: $\Delta K=W_{\text{خارجی}}+W_E$ (I)

بار مثبت در جهت خطوط میدان جابه‌جا شده، یعنی کار میدان الکتریکی روی بار برابر است با:

$$W_E=F_E d\cos\theta\xrightarrow[F_E=qE]{\theta=0\Rightarrow\cos\theta=1}W_E=qEd\xrightarrow[d=5\times10^{-2}m]{q=2/5\times10^{-6}C,E=4\times10^{4}V/m}$$

$$W_E=2/5\times10^{-6}\times4\times10^{4}\times5\times10^{-2}\Rightarrow W_E=5\times10^{-3}=5mJ$$

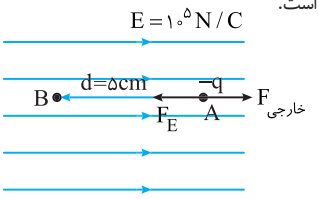
با توجه به فرض مسئله $\Delta K=+20mJ$ است بنابراین کار نیروی خارجی برابر است با:

$$(I)\Rightarrow20=W_{\text{خارجی}}+5\Rightarrow W_{\text{خارجی}}=15mJ$$

B ۱۷۷۴ ۲

سرعت حرکت ذره ثابت است بنابراین شتاب حرکت ذره صفر است و بنابر قانون دوم نیوتون $(F_{net}=ma)$ نیروی خالص وارد بر ذره، صفر بوده در نتیجه کار نیروی برایند وارد بر ذره صفر است پس گزاره (الف) درست است.

با ثابت بودن سرعت ذره، انرژی جنبشی ذره ثابت می‌ماند و $\Delta K=0$ است، بنابراین گزاره (ب) نادرست است.



ذره دارای بار منفی است و نیرویی که بر بار منفی در میدان الکتریکی وارد می‌شود، در خلاف جهت میدان است. با توجه به ثابت بودن سرعت بار و قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$\Delta K=W_{\text{خارجی}}+W_E\xrightarrow{\Delta K=0}W_{\text{خارجی}}=-W_E$$

$$\xrightarrow{W_E=|q|Ed}W_{\text{خارجی}}=-|q|Ed$$

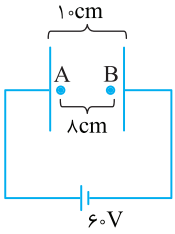
$$\xrightarrow{q=-1\mu C}W_{\text{خارجی}}=-10^{-6}\times10^{5}\times\frac{5}{100}=-5\times10^{-3}J=-5mJ$$

بنابراین گزاره (پ) نادرست است.

A ۱۷۷۵ ۱

خط فکری کلمات کلیدی این مسئله کدام است؟ «تندی ثابت». این عبارت یعنی تغییر انرژی جنبشی بار در این جابه‌جایی صفر است و مجموع کار نیروی الکتریکی و کار نیروی خارجی صفر است شما باید ابتدا میدان الکتریکی بین دو صفحه را حساب کنید، سپس کار نیروی میدان را بر حسب q نوشته و به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی مسئله را حل کنید.

۱ میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ را حساب می‌کنیم.



$$E=V/d\Rightarrow E=\frac{60}{0/1}\Rightarrow E=600N/C$$

۲ کار میدان الکتریکی از A تا B برابر است با:

$$W_E=F_E d\cos\theta\Rightarrow W_E=qEd\quad(I)$$

۳ قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$\Delta K=W_{\text{خارجی}}+W_E\xrightarrow{\Delta K=0}$$

$$W_{\text{خارجی}}+W_E=0\Rightarrow W_{\text{خارجی}}=-W_E\ (II)$$

اندازهٔ کار نیروی خارجی $60\mu J$ است. به شکل نگاه کنید، بار مثبت در جهت میدان جابه‌جا شده و کار میدان روی بار مثبت است، بنابراین کار نیروی خارجی روی میدان منفی است و خواهیم داشت:

$$-60\times10^{-6}=-q\times(600)\times(0/08)\Rightarrow q=1/25\times10^{-6}\Rightarrow q=1/25\mu C$$

B ۱۷۷۶ ۳

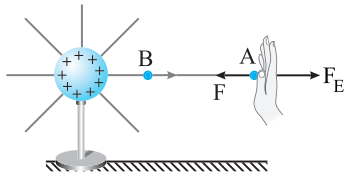
۱ بار در اثر نیروی F (نیروی شخص) از A تا B رفته است و کار نیروی شخص مثبت است. $W_F=Fd\cos\theta\xrightarrow{\theta=0\Rightarrow\cos\theta=1}W=Fd>0$

۲ در جابه‌جایی از A تا B، نیروی میدان الکتریکی در خلاف جهت حرکت بار بوده و کار نیروی میدان منفی است. $W'<0$

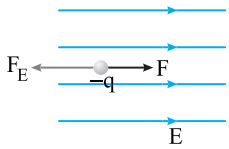
یادآوری هر گاه در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط افزایش می‌یابد.

۳ از A تا B در خلاف جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم بنابراین:

$$V_B>V_A\Rightarrow V_B-V_A>0\Rightarrow\Delta V=V_B-V_A>0$$



B ۱۷۷۷ ۱



۱ برای جابه‌جایی بار، انرژی صرف کرده‌ایم، یعنی به زور بار را جابه‌جا کرده‌ایم بنابراین بار در خلاف جهت نیروی الکتریکی جابه‌جا شده است.

۲ نیروی میدان بر بار منفی در خلاف جهت میدان وارد می‌شود، یعنی برای جابه‌جایی بار منفی در خلاف جهت خطوط میدان نیاز به صرف انرژی نیست و بار خودبه‌خود جابه‌جا می‌شود، بنابراین، این ذرهٔ باردار در جهت خطوط میدان به کمک یک نیروی خارجی جابه‌جا شده است.

۳ سرعت ثابت است یعنی تغییر انرژی جنبشی صفر است و بنابر قضیهٔ کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت: $\Delta K=W_{\text{خارجی}}+W_E\xrightarrow{\Delta K=0}W_{\text{خارجی}}=-W_E$

$$W_{\text{خارجی}}=-(F_E d\cos\theta)\xrightarrow[F_E=|q|E]{\theta=\pi,\cos\theta=-1}W_{\text{خارجی}}=-(-|q|Ed)$$

$$\xrightarrow[W_{\text{خارجی}}=6\times10^{-3}J]{|q|=3\times10^{-5}C,d=2m}6\times10^{-3}=3\times10^{-5}\times E\times2\Rightarrow E=100N/C$$

A ۴ ۱۷۷۸

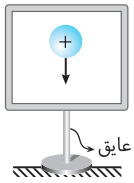
هر گاه به یک جسم رسانا بار داده شود، بار اضافی داده شده روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود و بار خالص درون رسانا صفر است و اگر به جسم نارسانا بار داده شود بار در محل دریافت بار باقی می‌ماند.

با پاره شدن نخ گوی رسانا به پایین می‌افتد و در تماس با ظرف قرار می‌گیرد. دو حالت ممکن است. اگر ظرف رسانا باشد تمام بار گوی از طریق ظرف رسانا تخلیه شده و بار روی سطح خارجی ظرف توزیع می‌شود و گزینهٔ (۱) درست است و در حالت دیگر اگر ظرف نارسانا باشد، در محل تماس گوی رسانا با ظرف مقداری بار جابه‌جا می‌شود اما گوی هم‌چنان باردار خواهد بود و گزینهٔ (۲) درست است. بنابراین پاسخ گزینهٔ (۴) است.

در هر دو حالت بار الکتریکی در سطح داخلی توزیع نمی‌شود و گزینهٔ (۳) نادرست است.

بازی با سؤال **مطابق شکل جعبهٔ نارسانای بدون باری در اختیار داریم. اگر گلوله‌ای فلزی که دارای بار الکتریکی مثبت است، روی جداره داخل جعبه قرار داده شود. بار مثبت، .....**

۱) در سطح داخلی جعبه پخش می‌شود.
۲) در سطح خارجی جعبه پخش می‌شود.
۳) در همان محل تماس باقی می‌ماند.
۴) در حجم جعبه پخش می‌شود.



گزینهٔ ۳

B ۳ ۱۷۷۹

بار داده شده به یک رسانا (فلز) در سطح خارجی آن پخش می شود. میدان الکتریکی درون رسانا صفر و پتانسیل الکتریکی تمام نقاط آن یکسان است.

A ۳ ۱۷۸۰

یادآوری در رسانا بار اضافی داده شده در سطح خارجی آن توزیع می‌شود، اما بار اضافی داده شده به یک جسم نارسانا در محل دریافت بار باقی می‌ماند.

دو کره فلزی و مشابه هستند. بنابراین اگر به آن‌ها بار داده شود بار روی سطح خارجی توزیع می‌شود و توخالی و توپر بودن تأثیری بر توزیع بار روی سطح خارجی دو کره ندارد و چون کره‌ها مشابه‌اند و بار الکتریکی داده شده یکسان است، تراکم بار الکتریکی نیز در دو کره یکسان خواهد بود.

A ۳ ۱۷۸۱

وقتی به جسم رسانا بار داده شود، بار در سطح خارجی رسانا به گونه‌ای توزیع می‌شود که میدان الکتریکی درون رسانا صفر شود و وقتی یک رسانای خنثی مانند قفس فاراده را در یک میدان الکتریکی خارجی قرار دهیم، بار طوری روی سطح خارجی توزیع می‌شود (القا می‌شود) که میدان الکتریکی ناشی از آن اثر میدان خارجی را درون رسانا خنثی کند و بدین ترتیب میدان الکتریکی خالص درون رسانا صفر می‌شود. و این صفر بودن میدان سبب می‌گردد که شخص درون قفس فاراده آسیب نبیند. بنابراین آزمایش قفس فاراده دلیلی بر صفر بودن میدان الکتریکی درون رساناست.

A ۳ ۱۷۸۲

در رسانای باردار، بار روی سطح رسانا توزیع می‌شود به گونه‌ای که میدان خالص درون رسانا صفر می‌شود. در این حالت پتانسیل الکتریکی تمام نقاط رسانای باردار باهم برابر است. در این صورت خواهیم داشت:

$$q_C \neq 0 \ , \ q_A = q_B = 0 \ , \ V_A = V_B = V_C$$
$$E_A = E_B = 0, \ E_C \neq 0$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.

دقت کنید که اگر پتانسیل الکتریکی نقاط درون سطح رسانا باهم برابر نباشد، در اثر اختلاف پتانسیل بین نقاط باید درون کره رسانا جریان برق ایجاد شود که چنین چیزی رخ نمی‌دهد. بنابراین اختلاف پتانسیل بین نقاط صفر است و پتانسیل نقاط یکسان است.

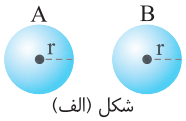
B ۲ ۱۷۸۳

با فرض آن‌که همهٔ بار در مرکز کره مولد وان‌دوگراف قرار دارد می‌توان میدان را از رابطهٔ میدان بار نقطه‌ای $E = k\frac{|q|}{r^2}$ به‌دست آورد که این رابطه یک رابطهٔ خطی بین میدان و فاصله نیست یعنی نمودار نمی‌تواند خط راست باشد بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست‌اند.

از طرفی میدان درون رسانا صفر است. بنابراین میدان در فاصلهٔ مرکز تا سطح کره صفر است و گزینهٔ (۱) نادرست است. در نزدیکی سطح مولد وان‌دوگراف میدان بسیار بزرگ و با دور شدن از سطح مولد میدان کاهش می‌یابد بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

B ۳ ۱۷۸۴

حالت اول: در تماس دو کرهٔ رسانای مشابه بار روی سطح دو کره به‌طور یکسان توزیع می‌شود و دو کره دارای بار یکسان می‌شود و بار کره‌های A و B برابر $\frac{-2}{2} = -1\mu C$ می‌شود.



شکل (الف)

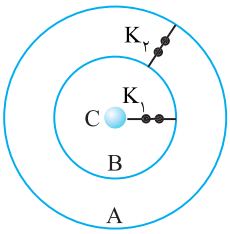
البته توپر و توخالی بودن کره‌ها نقشی در این پدیده ندارد زیرا بار در سطح خارجی رسانا توزیع می‌شود.

حالت دوم: گوی رسانا درون کره توخالی A قرار گرفته است. بنابراین تمام بار گوی رسانای C به سطح خارجی کرهٔ توخالی A منتقل می‌شود و کرهٔ A دارای بار الکتریکی $-2\mu C$ خواهد شد.

شکل (ب)

A ۳ ۱۷۸۵

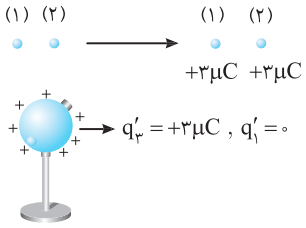
بار همواره در بیرونی‌ترین سطح رسانا توزیع می‌شود. وقتی کلیدهای K_1 و K_2 بسته می‌شوند، بار تمام کره‌ها به بیرونی‌ترین سطح، یعنی سطح خارجی کره A منتقل می‌شود. کرهٔ فلزی C و پوستهٔ فلزی B بار خود را از دست می‌دهند و تمام بار سهم کرهٔ A می‌شود.



$$q_A = -q + 3q + 2q = +4q$$

A ۳ ۱۷۸۶

هنگامی که دو گوی رسانای (۱) و (۲) را باهم تماس می‌دهیم. بار آن‌ها با هم یکسان و برابر می‌شود:



$$\text{بار نهایی گوی‌های (۱) و (۲)} = \frac{q_1 + q_2}{2}$$
$$= \frac{+8 - 2}{2} = +3\mu C$$

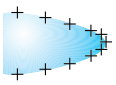
حال گوی (۱) را که بار آن برابر $+3\mu C$ است، درون رسانای بدون بار (۳) می‌اندازیم. می‌دانیم که بار در رسانا روی سطح خارجی آن قرار می‌گیرد. بنابراین $q'_1 = 0$ و $q'_2 = +3\mu C$ می‌شود.

A ۳ ۱۷۸۷

یادآوری در یک رسانای باردار میدان درون و روی سطوح رسانا صفر است و پتانسیل تمام نقاط درون و روی سطح رسانا باهم برابر است.

وقتی که بار الکتریکی را از نقطهٔ A تا B جابه‌جا می‌کنیم، چون $\Delta V_{AB} = 0$ است، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار نیز صفر خواهد بود.

B ۳ ۱۷۸۸

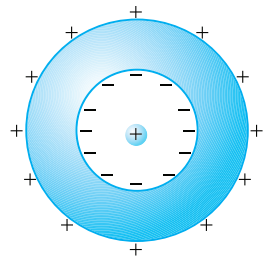


در یک جسم رسانای باردار، تراکم بار در نقاط نوک‌تیزتر سطح از بقیه نقاط بیشتر است. بنابراین وقتی یک آونگ را به قسمت نوک‌تیز نزدیک می‌کنیم در آونگ القای شدیدتری رخ می‌دهد. بنابراین رباییش مخروط بر آونگ در نقاط نوک‌تیز بیشتر بوده و آونگ بیشتر منحرف می‌شود.

B ۳ ۱۷۸۹

در ابتدا دوک فلزی بدون بار و میدان الکتریکی درون آن صفر است. با نزدیک کردن میله باردار با بار منفی به دوک، بار مثبت و منفی روی سطح دوک القا می‌شود اما این بارها به گونه‌ای القا می‌شود که میدان الکتریکی درون رسانا صفر می‌ماند، به همین دلیل گوی‌های درون دوک تحت تأثیر میلهٔ باردار قرار نمی‌گیرند و گوی‌ها به همان صورت باقی می‌مانند.

B ۳ ۱۷۹۰



کره فلزی است، بنابراین تحت تأثیر بار مثبتی که در مرکز آن قرار دارد کره دارای بار القایی مثبت در سطح خارجی و بار القایی منفی در سطح درونی می‌شود. در القا بار القایی مثبت و منفی القا شده بنا بر پایستگی بار الکتریکی یکسان است. بنابراین اندازه بار روی سطح داخلی و خارجی کره برابر است اما مساحت سطح داخلی کوچکتر است در نتیجه تراکم بار در سطح داخلی بیشتر است.

B ۱۷۹۱ ۳

ابتـدا با نزدیـک کردن میله باردار به کره‌ها القا صورت می‌گیـرد، کره A دارای بار منفی (ناهمنام با بار میله)، کره B خنثی و کره C دارای بار مثبت (همنام با بار میله) و هم‌اندازه با بار منفی کره A می‌شود. $|q_A|=|q_C|\ ,\ q_B=0$

در حضور میله با دور کردن کره C بار کره C همچنان مثبت می‌ماند و با دور کردن میله، بار کره A بین کره‌های A و B به‌طور مساوی تقسیم می‌شود و بار کره‌های A و B برابر خواهد شد با:

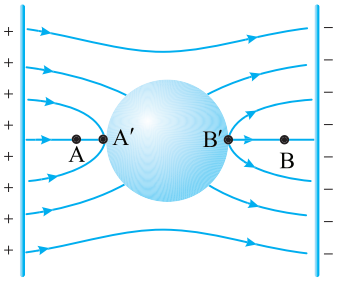
$$q'_A=q'_B=\frac{q_A}{2}$$

دقت کنید کرهٔ C از دو کرهٔ دیگر کوچک‌تر اسـت. بنابراین مسـاحت سطح آن از دو کرهٔ دیگر کمتر اسـت، اما بار الکتریکی روی کره C از دو کره A و B بیشـتر اسـت. بنابراین قطعاً تراکم بار روی کرهٔ C از دو کرهٔ دیگر بیشتر است.

A ۱۷۹۲ ۱

وقتی رسـانای خنثی را در یک میدان الکتریکی خارجی قرار می‌دهیم، بار طوری روی سـطح خارجی رسانا توزیع می‌شود (القا می‌شود) که میدان الکتریکی ناشی از آن اثر میدان خارجی را درون رسانا خنثی می‌کند. در این شکل درون کره در اثر میدان خارجی، یک میدان الکتریکی در اثر بارهای القایی ایجاد شـده بنابراین این کره رساناسـت و در اجسـام رسانا پتانسیل در نقاط مختلف یکسان است و با حرکت روی رسانا و درون آن پتانسیل ثابت می‌ماند.

بازی با سؤال **جسـم رسـانایی را در میـدان الکتریکـی یکنواختی قرار می‌دهیم. پس از تعادل الکتروسـتاتیکی کدام گزینه در مورد مقایسـهٔ پتانسیل و میدان در نقاط مختلف درست است؟**



۱) $E_A=E_B=E_{B'}=E_{A'}\ ,V_A>V_{A'}>V_{B'}>V_B$

۲) $E_A>E_{A'}>E_{B'}>E_B\ ,V_A>V_{A'}=V_{B'}>V_B$

۳) $E_A>E_B\ ,E_{A'}=E_{B'}\ ,V_A>V_{A'}=V_{B'}>V_B$

۴) $E_A>E_B\ ,E_{A'}=E_{B'}\ ,V_A>V_{A'}>V_{B'}>V_B$

گزینهٔ ۳

A ۱۷۹۳ ۱

با توجه به تعریف چگالی سطحی بار الکتریکی، می‌توان بار الکتریکی موجود در سطح این کره را به‌دست آورد. البته باید ابتدا سطح کره را حساب کنیم.

$$A=4\pi r^2 \xrightarrow{D=1m\Rightarrow r=\frac{1}{2}m} A=4\pi\left(\frac{1}{2}\right)^2\Rightarrow A=\pi m^2$$

$$\sigma=\frac{Q}{A}\xrightarrow{\sigma=5\mu C/m^2} 5=\frac{Q}{\pi}\Rightarrow Q=5\pi\mu C$$

بازی با سؤال **ماهـواره‌ای در اثر عبور از یکـی از لایه‌های جو دارای بار الکتریکـی $24\times10^{-10}C$ می‌شـود. این ماهواره، مکعبی به ضلع $40cm$ اسـت. چگالی سطحی بار الکتریکی روی سطح این ماهواره چند $\frac{\mu C}{cm^2}$ است؟ (از تجمع بار روی لبه‌ها چشم‌پوشی شود.)**

از کتاب درسی

۱) $2/5\times10^{-7}$ ۲) 5×10^{-7} ۳) $2/5\times10^{-6}$ ۴) 5×10^{-6}

گزینهٔ ۱

B ۱۷۹۴ ۴

۱ چگالی سطحی بار الکتریکی در سطح کل کره را به‌دست می‌آوریم:

$$\sigma=\frac{Q}{A}\Rightarrow\sigma=\frac{Q}{4\pi r^2}\xrightarrow[Q=157nC]{r=5cm}\sigma=\frac{157\times10^{-9}}{4\pi(5\times10^{-2})^2}$$

۲ اکنون بار موجود در یک سانتی‌متر مربع این کره را حساب می‌کنیم:

$1m^2$	$Q=\frac{157\times10^{-9}}{4\pi\times(25\times10^{-4})}$
$1cm^2=10^{-4}m^2$	$Q'=?$

$$\Rightarrow Q'=\frac{157\times10^{-9}\times10^{-4}}{4\times3/14\times25\times10^{-4}}\Rightarrow Q'=0/5nC$$

هر پیکو کولن 10^{-12} و هر نانو کولن 10^{-9} کولن است بنابراین

$$Q_2=0/5\times10^3pC=500pC$$

میانبر چگالی سـطحی در همهٔ سـطح کره یکسـان اسـت بنابراین می‌توانید از رابطهٔ $\frac{Q}{A}=\frac{Q'}{A'}$ استفاده کنید.

A ۱۷۹۵ ۲

۱ بـا توجـه بـه تعریف چگالی سـطحی بار ابتـدا بار ذخیره شـده روی سـطح کره را به‌دست می‌آوریم:

$$\sigma=\frac{Q}{A}\Rightarrow16\times10^{-6}=\frac{Q}{4\times3\times(0/1)^2}\Rightarrow Q=1/6\times12\times10^{-6}$$

۲ بار الکتریکی همواره مضرب درستی از بار پایه (e) است، بنابراین:

$$Q=ne\Rightarrow1/6\times12\times10^{-6}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=1/2\times10^{14}$$

A ۱۷۹۶ ۱

۱ ابتدا بار الکتریکی ایجاد شـده روی سـطح این کره رسانا را با توجه به رابطهٔ چگالی سـطحی حسـاب می‌کنیم. توجه کنید که با دادن الکترون بار الکتریکی و چگالی سطحی بار این کره مقداری منفی خواهد بود.

$$\sigma=\frac{Q}{A}=\frac{Q}{4\pi r^2}\xrightarrow{r=15cm,\sigma=-32\frac{\mu C}{m^2}}-32=\frac{Q}{4\times3\times(15\times10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow Q=-32\times12\times225\times10^{-4}=-8/64\mu C$$

۲ چـون می‌خواهیـم بـا دادن الکتـرون ایـن بار را ایجـاد کنیم، بـا اسـتفاده از رابطه $q=\pm ne$ تعداد الکترون داده شده به کره را حساب می‌کنیم.

$$q=\pm ne\Rightarrow-8/64\times10^{-6}=-n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=\frac{-8/64\times10^{-6}}{-1/6\times10^{-19}}=5/4\times10^{13}$$

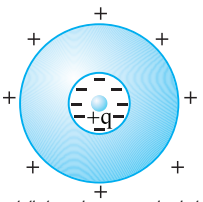
بازی با سؤال **در هر میلی‌متر مربع از یک صفحهٔ رسـانای فلزی بسـیار بزرگ با بار منفی، تعداد 5×10^5 الکترون بیشـتر از زمانی که صفحه خنثی است وجـود دارد. چگالی سـطحی بـار الکتریکی این صفحه چند $\mu C/m^2$ اسـت؟ $(e=1/6\times10^{-19}C)$**

۱) $0/08$ ۲) 8×10^{-8} ۳) 4×10^{-6} ۴) $0/04$

گزینهٔ ۱

B ۱۷۹۷ ۲

خط فکری در حضـور بـار $+q$ در مرکـز روی سطح خارجی پوستهٔ بار مثبت و روی سطح داخلی پوسته بـار منفـی به همان انـدازهٔ بـار مثبت القا می‌شـود. در صورت مسئله شعاع داخلی و خارجی به شما داده شده پس شما می‌توانید سطح داخلی و خارجی کره را حساب کنید. از طرفی چگالی سطحی کره روی سطح داخلی را به شما داده است، می‌توانید بار القای شدهٔ منفی روی این سطح را به کمک تعریف چگالی سطحی بار بیابید. در این صورت مقدار بار مثبت روی سـطح خارجی را نیز در اختیار دارید. با اتصال کره به زمین مقدار بار مثبت که از سـطح خارجی پوسـته به زمین منتقل می‌شـود را می‌توانید حسـاب کنید و سـرانجام تعداد الکترون‌های منتقل شده قابل محاسبه است.



بار القایی ایجاد شده در سطح داخلی و خارجی کره با هم برابر است، پس به کمک چگالی سطحی روی سطح داخلی کره مقدار بار را حساب می‌کنیم.

$$\sigma=\frac{Q}{A}\Rightarrow\frac{Q}{4\pi r^2}=80\times10^{-6}\Rightarrow\frac{Q}{4\times3\times9\times10^{-4}}=80\times10^{-6}\Rightarrow Q=8/64\times10^{-7}C$$

بنابرایـن بار روی سـطح خارجی پوسـته نیز $۸/۶۴\times۱۰^{-۷}C$ اسـت که با اتصـال به زمین، الکترون‌ها از زمین به سطح خارجی منتقل شده تا این سطح خنثی شود. بنابراین تعداد الکترون‌ها خواهد شد: $Q=-ne\Rightarrow -۸/۶۴\times۱۰^{-۷}=-n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow n=۵/۴\times۱۰^{۱۲}$

یادآوری هر گاه به یک رسـانا، بار الکتریکی q نزدیک کنیم، در رسـانا، بار الکتریکی القایـی بـه وجود می‌آید. در ناحیهٔ نزدیک با q، بار ناهمنام و در دورترین فاصله بار همنام با بار q القا می‌شود.

A ۱۷۹۸ ۳

ابتدا بار کره اول را به کمک تعریف چگالی سطحی بار به‌دست می‌آوریم.

$$\sigma=\frac{Q}{A}=\frac{Q}{۴\pi R^۲}\Rightarrow ۳۲۰=\frac{Q}{۴\times۳\times(۰/۵)^۲}\Rightarrow Q=۹۶۰\mu C$$

یادآوری هـر گاه دو کرهٔ رسـانا و مشـابه دارای بارهـای $Q_۱$ و $Q_۲$ را با هم تماس دهیم پس از برقراری تعادل، بار هر دو کره یکسان می‌شود و برابر خواهد شد با:

$$Q'_۱=Q'_۲=\frac{Q_۱+Q_۲}{۲}$$

هنگامی که دو کره مشابه را توسط سیم فلزی به یکدیگر وصل می‌کنیم نیمی از بار کره فلزی اول به کره فلزی دوم منتقل می‌شود تا بار کره‌ها برابر شود. $\Delta Q=\frac{Q}{۲}\Rightarrow \Delta Q=۴۸۰\mu C$

تعداد الکترون‌های منتقل شده توسط سیم خواهد شد:

$$\Delta Q=ne\Rightarrow ۴۸۰\times۱۰^{-۶}=n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow n=\frac{۴۸۰\times۱۰^{-۶}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}\Rightarrow n=۳\times۱۰^{۱۵}$$

B ۱۷۹۹ ۳

۱ چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ A را در حالت اول حساب می‌کنیم:

$$\sigma_{A_۱}=\frac{q_{A_۱}}{A}=\frac{۲۰}{۴\times۳\times(۵\times۱۰^{-۲})^۲}\Rightarrow \sigma_{A_۱}=\frac{۲۰}{۱۲\times۲۵\times۱۰^{-۴}}=\frac{۲۰۰۰}{۳}\mu C/m^۳$$

۲ بعد از تماس دو کره فلزی بار هر کره خواهد شد:

$$q_{A_۲}=q_{B_۲}=\frac{q_A+q_B}{۲}=\frac{۲۰+(-۴)}{۲}=۸\mu C$$

۳ چگالی سطحی بار کرهٔ A را در حالت دوم حساب می‌کنیم:

$$\sigma_{A_۲}=\frac{q_{A_۲}}{A}=\frac{۸}{۴\times۳(۵\times۱۰^{-۲})^۲}=\frac{۸}{۱۲\times۲۵\times۱۰^{-۴}}=\frac{۸\times۱۰^۴}{۳۰۰}=\frac{۸۰۰}{۳}\mu C/m^۳$$

۴ کاهش مقدار چگالی سطحی بار کره A خواهد شد:

$$\sigma_{A_۱}-\sigma_{A_۲}=\frac{۲۰۰۰}{۳}-\frac{۸۰۰}{۳}=\frac{۱۲۰۰}{۳}=۴۰۰\mu C/m^۳$$

یادآوری مساحت کره به شعاع r برابر است با $۴\pi r^۲$.

B ۱۸۰۰ ۲

۱ بـا توجـه به فرض مسـئله $\sigma_B=۲\sigma_A$ و $r_B=۲r_A$ نسـبت بـار Q_B به بار Q_A را حساب می‌کنیم.

$$\sigma_B=۲\sigma_A\Rightarrow \frac{Q_B}{۴\pi r_B^۲}=۲\frac{Q_A}{۴\pi r_A^۲}\xrightarrow{r_B=۲r_A}\frac{Q_B}{۴\pi\times۴r_A^۲}=\frac{۲Q_A}{۴\pi r_A^۲}\Rightarrow Q_B=۸Q_A$$

۲ می‌خواهیـم بـار از کرهٔ بزرگ‌تر یعنی کرهٔ B به کـره کوچک‌تر یعنی کره A منتقل شود. در این صورت اگر مقدار بار منتقل شده را x بنامیم خواهیم داشت:

$$Q'_B=Q_B-x\ ,\ Q'_A=Q_A+x$$

۳ بنابر فرض قرار است نسبت بارهای دو کره برابر نسبت شعاع دو کره شود یعنی:

$$\frac{Q'_B}{Q'_A}=\frac{r_B}{r_A}=۲\Rightarrow\frac{۸Q_A-x}{Q_A+x}=۲\Rightarrow ۸Q_A-x=۲Q_A+۲x$$

$$\Rightarrow ۶Q_A=۳x\Rightarrow ۲Q_A=x$$

۴ درصد بار جابه‌جا شده از کرهٔ B به کره A برابر است با:

$$\frac{x}{Q_B}=\frac{۲Q_A}{۸Q_A}=\frac{۱}{۴}=\frac{۲۵}{۱۰۰}$$

A ۱۸۰۱ ۴

یادآوری چگالی سطحی بار الکتریکی بنا به تعریف برابر است با:

$$\sigma=\frac{Q}{A}\begin{matrix}\rightarrow \text{بار الکتریکی}\\ \rightarrow \text{مساحت سطح}\end{matrix}$$

۱ شعاع کره A دو برابر شعاع کره B است، از این‌رو:

$$\frac{A_B}{A_A}=\frac{۴\pi(r_B)^۲}{۴\pi(r_A)^۲}\Rightarrow\frac{A_B}{A_A}=(\frac{r_B}{۲r_B})^۲=\frac{۱}{۴}$$

۲ با توجه به فرض مسئله: $Q_B=\frac{۵۰}{۱۰۰}Q_A\Rightarrow\frac{Q_A}{Q_B}=۲$

۳ نسبت چگالی سطحی بار دو کره را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B}=\frac{\frac{Q_A}{A_A}}{\frac{Q_B}{A_B}}=\frac{Q_A}{Q_B}\times\frac{A_B}{A_A}\Rightarrow\frac{\sigma_A}{\sigma_B}=۲\times\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{\sigma_A}{\sigma_B}=\frac{۱}{۲}$$

B ۱۸۰۲ ۱

دقـت کنید کره دارای بار منفی اسـت و اگر بـه آن الکترون بدهیم، مقدار بار آن بیشـتر می‌شود و چگالی سطحی آن افزایش می‌یابد. $\sigma_۲=\sigma_۱+۰/۲\sigma_۱=۱/۲\sigma_۱$ (I)

مقدار بار $۱۰^{۱۳}$ الکترون داده شده به کره را حساب می‌کنیم:

$$\Delta Q=-ne\Rightarrow\Delta Q=-۱۰^{۱۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow\Delta Q=-۱/۶\times۱۰^{-۶}C$$

بنابراین بار کره خواهد شد: $|Q_۲|=|Q_۱|+(۱/۶\times۱۰^{-۶})$

در رابطه (I) از تعریف چگالی سطحی بار خواهیم داشت:

$$\sigma_۲=۱/۲\sigma_۱\Rightarrow\frac{|Q_۲|}{A}=۱/۲\frac{|Q_۱|}{A}\Rightarrow|Q_۱|+۱/۶\times۱۰^{-۶}=۱/۲|Q_۱|$$

$$۰/۲|Q_۱|=۱/۶\times۱۰^{-۶}\Rightarrow|Q_۱|=۸\times۱۰^{-۶}C\xrightarrow[\text{بوده است.}]{\text{بار کره در ابتدا منفی}}Q_۱=-۸\mu C$$

بازی با سؤال **کره‌ای رسـانا دارای بار الکتریکی مثبت است. اگر $۱۰^{۱۳}$ الکترون به این کره بدهیم، بدون تغییر علامت بار، چگالی سطحی آن ٪۲۰ تغییر می‌کند. بار اولیهٔ این کره چند میکروکولن است؟**

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۴ ۴) ۱۲

گزینهٔ ۱

B ۱۸۰۳ ۱

نکته هر قطره رسـانای کروی دارای حجم $V_۱$ اسـت پس اگر ۲۷ قطره به هم بچسـبد و قطـره بزرگ‌تری ایجاد شـود حجم ایـن قطره بزرگ ۲۷ برابـر حجم قطره اول $(V_۲=۲۷V_۱)$ و بار این قطره نیز ۲۷ برابر با هر قطره کوچک است. $Q_۲=۲۷Q_۱$

۱ ابتدا مشخص می‌کنیم که شعاع قطره بزرگ چند برابر شعاع هر یک از قطره‌های کوچک است.

$$V_۲=۲۷V_۱\xrightarrow{V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳}\frac{۴}{۳}\pi R_۲^۳=۲۷(\frac{۴}{۳}\pi R_۱^۳)\Rightarrow R_۲=۳R_۱$$

۲ اکنون چگالی سطحی را در دو حالت می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\sigma_۲}{\sigma_۱}=\frac{\frac{Q_۲}{A_۲}}{\frac{Q_۱}{A_۱}}=\frac{Q_۲}{Q_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\xrightarrow{A=۴\pi R^۲}\frac{\sigma_۲}{\sigma_۱}=\frac{Q_۲}{Q_۱}\times(\frac{R_۱}{R_۲})^۲$$

۳ داده‌های مسئله و آنچه را به‌دست آورده‌ایم جایگذاری می‌کنیم

$$\frac{\sigma_۲}{۳\times۱۰^{-۴}}=\frac{۲۷Q_۱}{Q_۱}\times(\frac{R_۱}{۳R_۱})^۲\Rightarrow\frac{\sigma_۲}{۳\times۱۰^{-۴}}=۳\Rightarrow\sigma_۲=۹\times۱۰^{-۴}C/m^۲$$

B ۱۸۰۴ ۳

خط فکری چگالی سطحی کره و مساحت سطح داده شده است پس شما می‌توانید بار الکتریکی خالص موجود در سـطح کره را حسـاب کنید سـپس به کمک رابطهٔ میدان الکتریکی بار نقطه‌ای میدان کره را در فاصله بیان شده به‌دست آورید.

۱ با توجه به تعریف چگالی سطحی، بار روی کره را حساب می‌کنیم.

$$\sigma=\frac{Q}{A}\xrightarrow{\sigma=۰/۰۲C/m^۲,A=۳\times۱۰^{-۴}m^۲}۰/۰۲=\frac{Q}{۳\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow Q=۶\times۱۰^{-۶}C$$

۲ میدان الکتریکی خواهد شد:

$$E=k\frac{|Q|}{r^۲}\Rightarrow E=۹\times۱۰^۹\times\frac{۶\times۱۰^{-۶}}{۳^۲}\Rightarrow E=۶\times۱۰^۳N/C$$

C ۱۸۰۵ ۲

۱ چگالی سطحی کرهٔ رسانای A و کرهٔ رسانای B را بر حسب $\left(\frac{\mu C}{cm^۲}\right)$ به‌دست می‌آوریم.

$$\sigma=\frac{Q}{A}\Rightarrow\begin{cases}\frac{Q_A=۱۶\mu C}{r_A=۴cm}\rightarrow\sigma_A=\frac{۱۶}{۴\pi\times(۴)^۲}\Rightarrow\sigma_A=\frac{۱}{۴\pi}\mu C/cm^۲\\ \frac{Q_B=۲۷\mu C}{r_B=۳cm}\rightarrow\sigma_B=\frac{۲۷}{۴\pi(۳)^۲}\Rightarrow\sigma_B=\frac{۳}{۴\pi}\mu C/cm^۲\end{cases}$$

۲ بار موجود در $۱cm^۲$ از کرهٔ A برابر است با:

$$Q'_A=\sigma A'_A\xrightarrow{A'_A=۱cm^۲}Q'_A=\frac{۱}{۴\pi}\times۱=\frac{۱}{۴\pi}$$

۳ بار موجود در $۱/۵cm^۲$ از کرهٔ B برابر است با:

$$Q'_B=\sigma A'_B\Rightarrow Q'_B=\frac{۳}{۴\pi}\times۱/۵=\frac{۹}{۸\pi}$$

۴ نسبت Q'_A/Q'_B خواهد شد:

$$\frac{Q'_A}{Q'_B}=\frac{\frac{۱}{۴\pi}}{\frac{۹}{۸\pi}}\Rightarrow\frac{Q'_A}{Q'_B}=\frac{۸}{۹\times۴}=\frac{۲}{۹}$$

میانبر می‌توانستید بار موجود در سطح A' از هر کره را از رابطهٔ $\frac{Q}{A}=\frac{Q'}{A'}$ به‌دست بیاورید.

C ۱۸۰۶ ۳

۱ دو کره رسانا و مشابه هستند. بنابر فرض مسئله چگالی سطحی کرهٔ A، سه برابر چگالی سطحی کرهٔ B است، بنابراین:

$$\sigma_A=۳\sigma_B\xrightarrow{\sigma=\frac{Q}{A}}\frac{Q_A}{A_A}=۳\frac{Q_B}{A_B}\xrightarrow{A_A=A_B}Q_A=۳Q_B$$

۲ چگالی سطحی کره A قبل از تماس و بعد از تماس برابر است از این‌رو:

$$Q'_A=Q'_B=\frac{Q_A+Q_B}{۲}=\frac{۳Q_B+Q_B}{۲}\Rightarrow Q'_A=Q'_B=۲Q_B$$

۳ چگالی سطحی کره A قبل از تماس $\sigma_A=\frac{Q_A}{A}=\frac{۳Q_B}{A}$ و بعد از تماس برابر $\sigma'_A=\frac{Q'_A}{A}=\frac{۲Q_B}{A}$ است از این‌رو:

$$\frac{\sigma'_A}{\sigma_A}=\frac{\frac{۲Q_B}{A}}{\frac{۳Q_B}{A}}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\sigma'_A=\frac{۲}{۳}\sigma_A$$

چگالی سطحی کره $\frac{۱}{۳}\sigma_A$ کاهش می‌یابد.

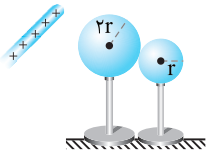
۴ اکنون چگالی سطحی کره B را قبل و بعد از تماس مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\sigma'_B}{\sigma_B}=\frac{\frac{Q'_B}{A}}{\frac{Q_B}{A}}=\frac{۲Q_B}{Q_B}=۲$$

چگالی سطحی کره B، ۱۰۰٪ افزایش می‌یابد. $\frac{\Delta\sigma_B}{\sigma_B}\times۱۰۰=\frac{۲\sigma_B-\sigma_B}{\sigma_B}\times۱۰۰=۱۰۰٪$

B ۱۸۰۷ ۲

خط فکری مسئلهٔ ساده‌ای است زیرا با نزدیک کردن میله، بار القایی مثبت و منفی القا شده در دو کره برابر است و پس از جدایی دو کره سپس دور کردن میله، با دو کره با اندازهٔ بار الکتریکی یکسان سروکار دارید و می‌توانید به آسانی نسبت چگالی سطحی دو کره را بیابید.



نسبت چگالی سطحی آن‌ها خواهد شد:

$$\frac{\sigma_{\text{کره کوچک‌تر}}}{\sigma_{\text{کره بزرگ‌تر}}}=\frac{\frac{Q}{A_{\text{کوچک‌تر}}}}{\frac{Q}{A_{\text{بزرگ‌تر}}}}=\frac{A_{\text{بزرگ‌تر}}}{A_{\text{کوچک‌تر}}}=\frac{۴\pi(۲r)^۲}{۴\pi r^۲}=۴$$

B ۱۸۰۸ ۱

یادآوری هر گاه به یک جسم رسانا بار داده شود، بار در سطح خارجی رسانا پخش می‌شود.

۱ در حالت اول چگالی سطحی کرهٔ رسانا برابر است با:

$$\sigma=\frac{Q}{A}=\frac{Q}{۴\pi r^۲}$$

۲ وقتی کره با بدنهٔ داخلی پوسته تماس داده می‌شود تمام بار کره به سطح خارجی پوسته منتقل می‌شود و چگالی سطحی بار الکتریکی پوسته برابر خواهد شد با:

$$\delta'=\frac{Q}{A'}=\frac{Q}{۴\pi(۳r)^۲}\Rightarrow\sigma'=\frac{Q}{۹(۴\pi r^۲)}$$

۳ اکنون نسبت $\sigma'=\sigma$ حساب می‌کنیم.

$$\frac{\sigma'}{\sigma}=\frac{\frac{Q}{۹(۴\pi r^۲)}}{\frac{Q}{۴\pi r^۲}}=\frac{۱}{۹}$$

B ۱۸۰۹ ۲

خط فکری دو کره هم‌جنس هستند، یعنی دارای چگالی یکسانی هستند، برای بررسی چگالی سطحی آن‌ها شما باید نسبت شعاع دو کره (R_B/R_A) را حساب کنید، اما چگونه؟ شما باید با توجه به رابطهٔ جرم دو کره، نسبت حجم و سپس شعاع آن‌ها و سپس به کمک تعریف چگالی سطحی، نسبت q_A/q_B را به‌دست آورید.

۱ دو کره هم‌جنس هستند بنابراین با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$m_A=۰/۵۱۲m_B\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}\rho_AV_A=۰/۵۱۲\rho_BV_B\xrightarrow{\rho_A=\rho_B,V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳}$$

$$\frac{۴}{۳}\pi R_A^۳=۰/۵۱۲\times\frac{۴}{۳}\pi R_B^۳\Rightarrow R_A^۳=۰/۵۱۲R_B^۳\Rightarrow R_A=۰/۸R_B$$

۲ در صورت مسئله بیان شده، چگالی سطحی دو کره یکسان است از این‌رو:

$$\rho_A=\rho_B\Rightarrow\frac{q_A}{A_A}=\frac{q_B}{A_B}\xrightarrow{A=۴\pi R^۲}\frac{q_A}{q_B}=\frac{۴\pi R_A^۲}{۴\pi R_B^۲}=(۰/۸)^۲\Rightarrow\frac{q_A}{q_B}=۰/۶۴$$

C ۱۸۱۰ ۱

۱ دو کره فلزی مشابه هستند بنابراین پس از تماس، بار الکتریکی آن‌ها و همچنین چگالی سطحی آن‌ها با هم برابر می‌شود.

$$q'_۱=q'_۲=\frac{q_۱+q_۲}{۲}\xrightarrow[\text{سطح کره (A) تقسیم می‌کنیم}]{\text{طرفین تساوی را به}}\frac{q'_۱}{A}=\frac{q'_۲}{A}=\frac{q_۱+q_۲}{۲A}$$

$$\xrightarrow{\sigma=\frac{q}{A}}\sigma'_۱=\sigma'_۲=\frac{\sigma_۱+\sigma_۲}{۲}\quad(I)$$

۲ با توجه به فرض مسئله چگالی سطحی یکی از کره‌ها بعد از تماس دو برابر شده است یعنی اگر چگالی سطحی آن $\sigma_۱$ بوده است پس از تماس چگالی سطحی آن $۲\sigma_۱$ شده است.

$$\sigma'_۱=۲\sigma_۱\quad(II)$$

۳ اکنون از رابطهٔ (I) و (II) رابطهٔ بین $\sigma_۱$ و $\sigma_۲$ را حساب می‌کنیم

$$I,II\Rightarrow۲\sigma_۱=\frac{\sigma_۱+\sigma_۲}{۲}\Rightarrow۴\sigma_۱=\sigma_۱+\sigma_۲\Rightarrow\sigma_۲=۳\sigma_۱\Rightarrow\sigma_۱=\frac{۱}{۳}\sigma_۲$$

اکنون می‌توان از رابطهٔ I، مشخص کرد که $\sigma'_۲$ چند برابر $\sigma_۲$ می‌شود.

$$\sigma'_۲=\frac{\sigma_۲+\sigma_۲}{۲}=\frac{\frac{۴\sigma_۲}{۳}}{۲}\Rightarrow\sigma'_۲=\frac{۲}{۳}\sigma_۲$$

بنابراین چگالی سطحی کره دیگر $n=\frac{۲}{۳}$ برابر شده است.

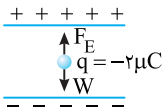
پنجره دوجداره (سطح دوم)

۱۸۱۱ C

خط فکری با یک مسئله ترکیبی از الکتریسیتهٔ ساکن و قانون دوم نیوتون روبه‌رو هستید. نیروهای وارد بر بار را رسم کنید، برایند نیروهای وارد بر ذره را به‌دست آورید و مساوی ma قرار دهید. دو نیرو بر ذره وارد می‌شود.

۱ نیروی وزن

۲ نیروی الکتریکی



حالت اول: شتاب $۲m/s^۲$ رو به پایین است، بنابراین جهت برایند نیروها باید رو به پایین باشد، یعنی mg بزرگ‌تر از F_E است. از این‌رو

$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-F_E=ma\Rightarrow F_E=m(g-a)$$
$$\Rightarrow F_E=m(۱۰-۲)\Rightarrow F_E=۸m \quad (۱)$$

حالت دوم: شتاب $۲m/s^۲$ رو به بالا باشد، بنابراین باید $F_E>mg$ باشد از این‌رو:

$$F_{net}=ma\Rightarrow F'_E-mg=ma'\Rightarrow F'_E=m(g+a')=m(۱۰+۲)$$
$$\Rightarrow F_E=۱۲m \quad (۲)$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{F'_E}{F_E}=\frac{۱۲m}{۸m}\Rightarrow\frac{F'_E}{F_E}=\frac{۳}{۲}$$

نیروی الکتریکی وارد بر بار در میدان برابر $F_E=|q|E$ است. از این‌رو:

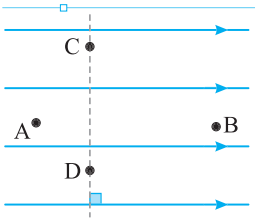
$$\frac{|q|E'}{|q|E}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{E'}{E}=\frac{۳}{۲}$$

اکنون از رابطهٔ $\Delta V=Ed$ استفاده می‌کنیم. (d یکسان است.)

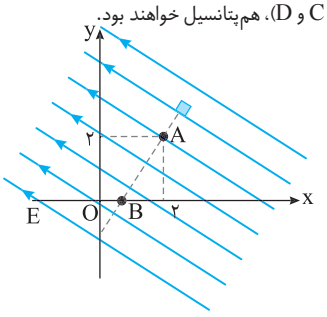
$$\frac{\Delta V'}{\Delta V}=\frac{E'}{E}\Rightarrow\frac{\Delta V'}{\Delta V}=\frac{۳}{۲}$$

۱۸۱۲ C

خط فکری به شکل زیر دقت کنید. اگر نقطه‌های A و B در امتداد خط‌های میدان باشند، پتانسیل الکتریکی نقاط A و B یکسان نخواهد بود و این دو نقطه دارای اختلاف پتانسیل هستند، اما اگر این دو نقطه بر خط عمود بر خطوط میدان الکتریکی قرار داشته باشند (مانند نقاط C و D)، هم‌پتانسیل خواهند بود.



باید دو نقطه $A(۲,۲)$ و $B(۱,۰)$ در صفحه xoy روی خطی عمود بر میدان قرار داشته باشند. معادله خط گذرنده از دو نقطه A و B را به کمک ریاضی به‌دست آوریم:



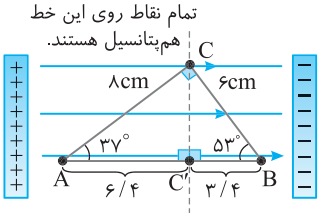
$$\frac{y-y_A}{y_B-y_A}=\frac{x-x_A}{x_B-x_A}\Rightarrow\frac{y-۲}{۰-۲}=\frac{x-۲}{۱-۲}\Rightarrow y-۲=۲x-۴\Rightarrow y=۲x-۲$$

بنابراین تمام نقاط واقع بر خط $y=۲x-۲$، هم پتانسیل‌اند و نقطه‌ای روی این خط قرار دارد که مختصات آن در این معادله صدق کند، مختصات تمام نقاط داده شده در گزینه‌ها را در معادله قرار بدهید. خواهید دید که تنها مختصات نقطه $(۳,۴)$ یعنی گزینهٔ (۴) در آن صدق می‌کند.

۱۸۱۳ C

۱ از نقطهٔ C، عمودی بر AB (بر خط‌های میدان) رسم می‌کنیم. تمام نقاط روی این خط دارای پتانسیل یکسان هستند $(V_C=V_{C'})$. بنابراین به جای به‌دست آوردن پتانسیل نقطه C، پتانسیل نقطهٔ C' را حساب می‌کنیم.

تمام نقاط روی این خط هم‌پتانسیل هستند.



۲ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه در یک میدان الکتریکی یکنواخت برابر $|\Delta V|=Ed$ است و چون میدان الکتریکی یکنواخت است این رابطه را برای فواصل AC' و $C'B$ نیز می‌توانیم بنویسیم.

$$\begin{cases}|\Delta V_{AC'}|=E(AC')\\|\Delta V_{C'B}|=E(C'B)\end{cases}\Rightarrow\frac{|\Delta V_{AC'}|}{|\Delta V_{C'B}|}=\frac{AC'}{C'B} \quad (I)$$

۳ باید مقدارهای AC' و $C'B$ را به کمک مثلثات حساب کنیم.

در مثلث ACC': $\cos ۳۷^\circ=\frac{AC'}{AC}\Rightarrow ۰/۸=\frac{AC'}{۸}\Rightarrow AC'=۶/۴cm$

در مثلث $BC'C'$: $\cos ۵۳^\circ=\frac{C'B}{BC}\Rightarrow ۰/۶=\frac{C'B}{۶}\Rightarrow C'B=۳/۶cm$

۴ از طرفی باید دقت کنید که از A به سوی B چون در جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط در حال کاهش است بنابراین:

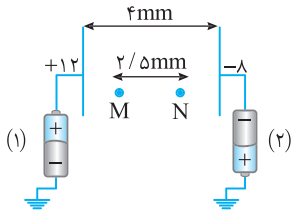
$$|\Delta V_{AC'}|=V_A-V_{C'},\ |\Delta V_{C'B}|=V_{C'}-V_B$$

اکنون تمام آنچه را به‌دست آورده‌ایم در رابطهٔ (I) قرار می‌دهیم:

$$\frac{V_A-V_{C'}}{۶/۴}=\frac{V_{C'}-V_B}{۳/۶}\xrightarrow{V_A=۸۰V,\ V_B=۲۰V}\frac{۸۰-V_{C'}}{۶/۴}=\frac{V_{C'}-۲۰}{۳/۶}$$
$$\frac{۸۰-V_{C'}}{۱۶}=\frac{V_{C'}-۲۰}{۹}\Rightarrow ۷۲۰-۹V_{C'}=۱۶V_{C'}-۳۲۰\Rightarrow ۲۵V_{C'}=۱۰۴۰$$
$$\Rightarrow V_{C'}=۴۱/۶V$$

بنابراین پتانسیل نقطهٔ C نیز برابر ۴۱/۶V است.

۱۸۱۴ B



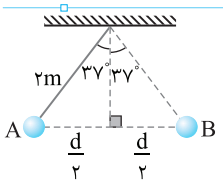
یک سر باتری (۱) به زمین و سر مثبت آن به یکی از صفحه‌ها وصل است. باتری (۱) ۱۲ ولتی می‌باشد، یعنی $V_+-V_-=۱۲$ و چون سر منفی آن به زمین وصل است پس $V_-=۰$ بوده و $V_+=۱۲V$ می‌شود و همچنین برای باتری (۲) نیز پتانسیل سر منفی برابر ۸− می‌باشد. میدان الکتریکی بین دو صفحه را حساب می‌کنیم:

$$E=\frac{\Delta V}{d}=\frac{۱۲-(-۸)}{۴\times۱۰^{-۳}}=۵\times۱۰^۳V/m$$

میدان در تمام نقاط بین دو صفحه یکسان است. بنابراین میدان بین MN هم برابر با $۵\times۱۰^۳V/m$ است، بنابراین:

$$\Delta V_{MN}=V_M-V_N=Ed\Rightarrow V_M-V_N=۵\times۱۰^۳\times۲/۵\times۱۰^{-۳}=۱۲/۵V$$

۱۸۱۵ C



نقاط A و B دارای یک ارتفاع یکسان هستند بنابراین کار نیروی وزن صفر است $(W_g=۰)$. جسم در نقطهٔ B به‌طور لحظه‌ای ساکن و انرژی جنبشی آن صفر شده است.

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$\sin ۳۷^\circ=\frac{\frac{d}{۲}}{۲}\Rightarrow ۰/۶=\frac{d}{۴}\Rightarrow d=۲/۴m$$

$$W_t=\Delta K\xrightarrow[W_g=۰]{W_t=W_E+W_g}W_t=K_B-K_A$$
$$\Rightarrow -qEd=K_B-K_A\xrightarrow{K_B=۰}-qEd=-K_A$$

$$۶\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^{۵}\times۲/۴=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۱۰^{-۳}\times v^{۲}$$

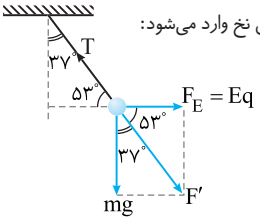
$$\Rightarrow v^{۲}=\frac{۵\times۲/۴\times۶\times۱۰^{-۱}}{\frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۲}}=۱۴/۴\times۱۰^{۲}=۱۴۴۰\Rightarrow v=۱۲\sqrt{۱۰}\ m/s$$

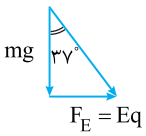
دقت کنید که در این مسئله، نیروی میدان الکتریکی وارد بر بار مثبت در خلاف جهت حرکت ذره است از این‌رو، کار نیروی میدان الکتریکی برابر $W_E=-|q|Ed$ شده است.

۴ ۱۸۱۶ C

خط فکری ابتدا با توجه به تعادل گلولهٔ باردار درون میدان الکتریکی باید اندازهٔ میدان مغناطیسی را حساب کرد و در گام بعد با توجه به فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متری داده شده و میدان الکتریکی به‌دست آمده، اختلاف پتانسیل الکتریکی $(V=Ed)$ را حساب کرد.

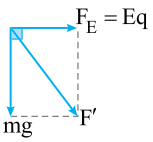
۱ به گلوله سه نیروی الکتریکی، وزن و کشش نخ وارد می‌شود:





$$\tan ۳۷^\circ=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{Eq}{mg}$$

$$\frac{۳}{۴}=\frac{Eq}{mg}\Rightarrow mg=\frac{۴}{۳}Eq$$



دو نیروی F_E و mg بر هم عمودند بنابراین F' که برایند این دو نیرو است را حساب می‌کنیم:

$$F'=\sqrt{(Eq)^{۲}+(mg)^{۲}}\xrightarrow{mg=\frac{۴}{۳}Eq}F'=\sqrt{(Eq)^{۲}+\frac{۱۶}{۹}(Eq)^{۲}}$$

$$F'=\sqrt{\frac{۲۵}{۹}(Eq)^{۲}}\Rightarrow F'=\frac{۵}{۳}Eq$$

برای اینکه گلوله در تعادل باشد باید نیروهای خلاف جهت F' و T (کشش نخ) با هم برابر باشند:

$$T'=F'\xrightarrow{F'=\frac{۵}{۳}qE}۰/۱=\frac{۵}{۳}\times E\times۴۰\times۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow E=\frac{۰/۳}{۲۰۰\times۱۰^{-۶}}=\frac{۳۰۰۰}{۲}=۱۵۰۰\frac{N}{C}$$

۲ حال اختلاف پتانسیل الکتریکی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V=Ed\Rightarrow\Delta V=۱۵۰۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}=۱۵۰V$$

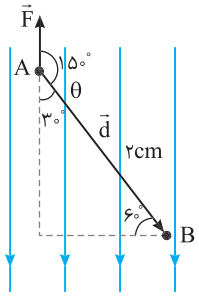
۳ ۱۸۱۷ B

به شکل نگاه کنید. باید زاویهٔ θ را به‌دست بیاوریم تا بتوانیم کار را حساب کنیم. نیرو رو به بالا و جابه‌جایی از A به B است و زاویهٔ θ برابر است با:

$$\theta=۱۸۰-۳۰\Rightarrow\cos\theta=\cos(۱۸۰^\circ-۳۰^\circ)=-\cos۳۰^\circ$$

از طرفی نیروی الکتریکی برابر $F_E=|q|E$ است

بنابراین:



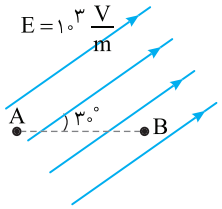
$$\Delta U_E=-|q|Ed(-\cos۳۰^\circ)$$

$$\xrightarrow[E=۱۰^{۳}N/C,\ d=۲\times۱۰^{-۲}]{q=-۲\times۱۰^{-۶}C}$$

$$\Delta U=-۴\times۱۰^{-۵}(-\cos۳۰^\circ)$$

$$\Rightarrow\Delta U=۲۰\sqrt{۳}\times۱۰^{-۶}J=۲۰\sqrt{۳}\mu J$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B $(AB=۴۰cm)$ در میدان الکتریکی یکنواخت E چند ولت است؟



۱) $۲\sqrt{۳}\times۱۰^{۲}$

۲) ۴×۱۰^{۲}

۳) ۲×۱۰^{۲}

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۱۰^{۲}$

گزینهٔ ۱

۲ ۱۸۱۸ C

۱ کرهٔ A دارای بار منفی و کرهٔ B دارای بار مثبت است. $q_B=|q_A|+۴۸\quad (I)$

۲ شعاع کره B دو برابر شعاع کره A و چگالی سطحی کرهٔ B نصف چگالی سطحی کرهٔ A است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\sigma_B=\frac{۱}{۲}\sigma_A\xrightarrow{\sigma=\frac{q}{A}}\frac{q_B}{A=۴\pi r^{۲}}=\frac{۱}{۲}\frac{|q_A|}{۴\pi r_B^{۲}}\xrightarrow{r_B=۲r_A}\frac{q_B}{۴r_A^{۲}}=\frac{۱}{۲}\frac{|q_A|}{r_A^{۲}}$$

$$\Rightarrow q_B=۲|q_A|\qquad (II)$$

۳ به کمک رابطهٔ (I) و (II) مقدار q_A و q_B را حساب می‌کنیم.

$$۲|q_A|=|q_A|+۴۸\Rightarrow|q_A|=۴۸\mu C\ ,\quad q_B=۲\times۴۸=۹۶\mu C$$

به هر دو کره به تعداد مساوی الکترون می‌دهیم. بار کره A منفی است و با دریافت الکترون اندازهٔ بار آن به اندازهٔ (ne) افزایش می‌یابد. بار کره B مثبت بوده و با دریافت الکترون اندازهٔ بار آن به اندازهٔ (ne) کاهش می‌یابد.

$$|q'_A|=|q_A|+ne\Rightarrow|q_A|=۴۸+ne\ ,\ q'_B=q_B-ne\Rightarrow q'_B=۹۶-ne$$

با توجه به فرض مسئله با دادن الکترون به دو کره چگالی سطحی کره‌ها خواهد شد:

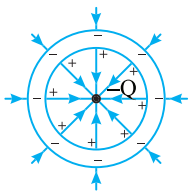
$$\sigma'_A=۸\sigma'_B\Rightarrow\frac{۴۸+ne}{۴\pi r_A^{۲}}=۸\frac{۹۶-ne}{۴\pi(۲r_A)^{۲}}$$

$$۴۸+ne=۲(۹۶-ne)\Rightarrow۳ne=۳\times۴۸\Rightarrow ne=۴۸\mu C$$

اکنون تعداد الکترون‌ها را به‌دست می‌آوریم.

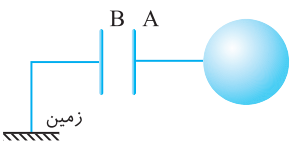
$$n\times(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})=۴۸\times۱۰^{-۶}\Rightarrow n=۳\times۱۰^{۱۴}$$

۱ ۱۸۱۹ B



هنگامی که یک بار منفی را در مرکز کرهٔ رسانای توخالی قرار می‌دهیم، در پوسته بار القایی ایجاد می‌شود اما درون فلز پوسته میدان الکتریکی صفر می‌شود و خطوط میدان به شکل روبه‌رو خواهد بود (شبیه سکان کشتی!).

بازی با سؤال مطابق شکل، کره و صفحهٔ رسانای A با سیم به هم متصل شده و هر دو دارای بار مثبت هستند. اگر انگشت خود را بدون ایجاد تماس به کره نزدیک کنیم، بار صفحهٔ رسانای B چگونه تغییر می‌کند؟



۱) تغییر نمی‌کند.

۲) افزایش می‌یابد.

۳) کاهش می‌یابد.

۴) افزایش می‌یابد یا بدون تغییر می‌ماند.

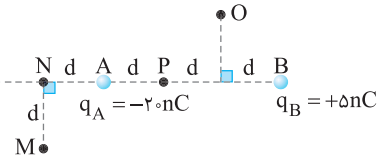
گزینهٔ ۳

۲ ۱۸۲۰ C

بار الکترون و پروتون یکسان است $(q_e=-e\ و\ q_p=+e)$ و نیرویی که میدان الکتریکی به الکترون و پروتون وارد می‌کند هم‌اندازه است $(F_p=F_e=eE)$ اما جرم پروتون بسیار بیشتر از جرم الکترون است و با توجه به قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ چون جرم پروتون بیشتر است شتاب حرکت آن کمتر بوده و تندی آن نیز کوچک‌تر از الکترون است، از این‌رو، وقتی الکترون و پروتون از کنار هم می‌گذرند، الکترون جابه‌جایی بیشتری انجام داده است. یعنی محل ملاقات در سمت چپ A است.

۴ ۱۸۲۱ C

خط فکری با نزدیک شدن به بار مثبت پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد و با نزدیک شدن به بار منفی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. بنابراین شما باید فاصلهٔ نقاط M و N، P و O تا دوبار A و B را بررسی کنید.

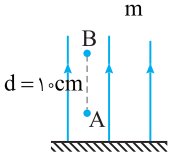


فاصلهٔ AM روی شکل از فاصلهٔ AN بزرگ‌تر است یعنی نقطهٔ N به بار منفی نزدیک‌تر است و پتانسیل N از پتانسیل M کمتر است $(V_M>V_N)$

فاصلهٔ OB از فاصلهٔ PB کمتر است یعنی نقطه O به بار مثبت نزدیک‌تر بوده و پتانسیل الکتریکی آن بیشتر است. $V_P<V_O$

۱ ۱۸۲۲ C

خط فکری بار مثبت است و بر بار مثبت در جهت میدان نیروی $F_E=qE$ روبه بالا وارد می‌شود.



از طرفی نیروی وزن روبه پایین بر بار وارد می‌شود. تندی ذره ثابت است و تغییر انرژی جنبشی صفر بوده، مجموع کار نیروهای وارد بر بار صفر است. شما کار نیروی وزن و کار میدان الکتریکی را حساب کنید تا بتوانید به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیروی خارجی را به‌دست آورید.

۱ کار نیروی وزن در این جابه‌جایی منفی و برابر است با:

$$W_{وزن}=-mg(AB)\Rightarrow W_{وزن}=-۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰\times۰/۱$$

$$\Rightarrow W_{وزن}=-۴\times۱۰^{-۳}J=-۴mJ$$

۲ کار نیروی میدان الکتریکی در این جابه‌جایی مثبت و برابر است با:

$$W_E=F_Ed\Rightarrow W_E=qE(AB)\Rightarrow W_E=۲\times۱۰^{-۶}\times۱۰^۵\times۰/۱$$

$$\Rightarrow W_E=۲\times۱۰^{-۲}J\Rightarrow W_E=۲۰mJ$$

۳ با توجه به فرض مسئله و قضیه کار - انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$\Delta K=W_{وزن}+W_{خارجی}+W_E\xrightarrow{\Delta K=۰}$$

$$۰=-۴+W_{خارجی}+۲۰\Rightarrow W_{خارجی}=-۱۶mJ$$

۳ ۱۸۲۳ B

به خط cc' دقت کنید. این خط بر خطوط میدان بین دو نقطه عمود است. پتانسیل الکتریکی تمام نقاط واقع بر خط عمود بر خطوط میدان با هم برابر است. بنابراین پتانسیل الکتریکی نقطهٔ c و c' با هم برابر است $V_c=V_{c'}$ از طرفی پتانسیل نقطهٔ a همان اختلاف پتانسیل بین نقطهٔ a و اتصال به زمین است.

در صورت مسئله $V_c-V_b=۵V$ بیان شده است به کمک رابطهٔ اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ در میدان الکتریکی یکنواخت خواهیم داشت:

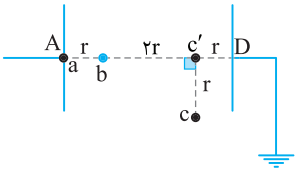
$$\Delta V=Ed\xrightarrow{\Delta V=۵V}۵=E(۲r)\Rightarrow E=\frac{۵}{۲r}$$

در تمام نقاط این میدان یکنواخت و ثابت است بنابراین اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ فلزی خواهد شد.

$$|\Delta V_{AD}|=Ed\xrightarrow{d=۴r}|\Delta V_{AD}|=\frac{۵}{۲r}\times۴r=۱۰V$$

در صورت سؤال $V_c-V_b=۵V$ شده است پس پتانسیل نقطهٔ c بیشتر از پتانسیل نقطهٔ b است بنابراین باید پتانسیل صفحهٔ D نیز از پتانسیل صفحهٔ A بیشتر باشد، پس:

$$V_D-V_A=۱۰\xrightarrow[\text{اتصال به زمین}]{V_D=۰}V_a=-۱۰V$$



پنجره ۵

۲ ۱۸۲۴ A

یادآوری ظرفیت یک خازن بنا به تعریف برابر نسبت بار الکتریکی صفحات خازن به اختلاف پتانسیل دو سر خازن $C=\frac{Q}{V}$ است که ظرفیت خازن به Q و V بستگی ندارد، بلکه ظرفیت خازن از ویژگی‌های ساختمانی خازن است و برای خازن تخت $C=\kappa\varepsilon_۰A/d$ است که در آن A مساحت صفحات خازن، d فاصلهٔ صفحات و κ ثابت دی‌الکتریک بین صفحات خازن است.

ظرفیت خازن همان‌گونه که بیان شد به بار روی صفحات و ولتاژ بین دو صفحهٔ خازن بستگی ندارد اما به فاصلهٔ دو صفحه و مساحت سطح هر صفحه بستگی دارد.

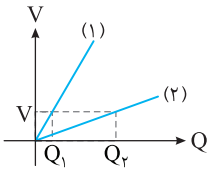
۱ ۱۸۲۵ A

خط فکری بار روی صفحات خازن $+۴\mu C$ و $-۴\mu C$ است و در رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$ منظور از Q اندازهٔ بار روی یکی از صفحات خازن است. از طرفی اختلاف پتانسیل دو سر خازن با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است و برای به‌دست آوردن اختلاف پتانسیل دو سر باتری باید پتانسیل دو پایانهٔ آن را از هم کم کنید.

Q بار هر صفحه خازن $(۴\mu C)$ و V اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن یعنی $C=\frac{Q}{V}=\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۱۶}=\frac{۱}{۴}\times۱۰^{-۶}F=۰/۲۵\mu F$ است. $(V_+-V_-=۸-(-۸)=۱۶V)$

۳ ۱۸۲۶ B

در یک ولتاژ دلخواه مانند V که روی شکل است، کاملاً مشخص است که بار $Q_۱$ از بار $Q_۲$ کمتر است. بنابراین:



$$\left.\begin{matrix}C_۱=\frac{Q_۱}{V}\\ C_۲=\frac{Q_۲}{V}\end{matrix}\right\}\xrightarrow{Q_۱<Q_۲}C_۱<C_۲$$

میانبر شیب نمودار ولتاژ دو سر خازن برحسب بار الکتریکی صفحات آن برابر وارون ظرفیت خازن است و هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، ظرفیت خازن کوچک‌تر است.

۱ ۱۸۲۷ B

خط فکری در رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$، Q بار هر صفحه و V اختلاف پتانسیل بین دو صفحه است و با تغییر Q و یا V ظرفیت خازن تغییر نمی‌کند.

با دو برابر شدن بار یکی از صفحات در رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$، Q دو برابر شده و چون ظرفیت خازن ثابت می‌ماند، داریم:

$$C_۱=C_۲\Rightarrow\frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{Q_۲}{V_۲}\xrightarrow[V_۲=nV_۱]{Q_۲=۲Q_۱}\frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{۲Q_۱}{nV_۱}\Rightarrow n=۲$$

۲ ۱۸۲۸ A

خط فکری ظرفیت خازن به اختلاف پتانسیل دو سر آن بستگی ندارد و با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن، بار الکتریکی ذخیره شده روی صفحات آن تغییر می‌کند تا ظرفیت خازن ثابت بماند. بنابراین ظرفیت خازن را در دو حالت برابر قرار دهید و مسئله را حل کنید.

ظرفیت خازن از رابطهٔ $C=Q/V$ به‌دست می‌آید. ظرفیت خازن در دو حالت یکی است از این رو:

$$C=C'\Rightarrow\frac{Q}{V}=\frac{Q'}{V'}\quad(۱)$$

با توجه به فرض مسئله بار الکتریکی ۵۰٪ افزایش یافته است.

$$Q'=Q+\frac{۵۰}{۱۰۰}Q\Rightarrow Q'=\frac{۳}{۲}Q\quad(۲)$$

از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\frac{Q}{V}=\frac{\frac{۳}{۲}Q}{V'}\Rightarrow\frac{V'}{V}=\frac{۳}{۲}=۱/۵$$

B ۱۸۲۹ ۳

نکته ۱ ظرفیت خازن به اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه و بار ذخیره شده روی صفحات بستگی ندارد و در واقع اگر شکل خازن تغییر نکند، نسبت بار ذخیره شده روی صفحات و اختلاف پتانسیل دو صفحه ثابت است.

نکته ۲ اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازن افزایش یابد، بار ذخیره شده روی صفحات نیز افزایش می‌یابد.

با توجه به نکته بالا ظرفیت خازن با تغییر اختلاف پتانسیل و بار صفحات ثابت می‌ماند:

$$C_1=C_2 \xrightarrow{C=\frac{Q}{V}} \frac{Q_1}{V_1}=\frac{Q_2}{V_2} \xrightarrow[V_2=V_1+4]{Q_2=Q_1+2\times10^{-6}} \frac{Q_1}{V_1}=\frac{Q_1+2\times10^{-6}}{V_1+4}$$

$$Q_1V_1+4Q_1=Q_1V_1+2\times10^{-6}V_1 \Rightarrow 4Q_1=2\times10^{-6}V_1 \Rightarrow \frac{Q_1}{V_1}=\frac{2\times10^{-6}}{4}$$

ظرفیت خازن برابر است با:

$$C=\frac{Q_1}{V_1} \xrightarrow{\frac{Q_1}{V_1}=\frac{2\times10^{-6}}{4}} C=\frac{2\times10^{-6}}{4}F=0/5\times10^{-6}F=0/5\mu F$$

B ۱۸۳۰ ۳

۱ با توجه به تعریف ظرفیت خازن:

$$C=\frac{q}{V}\Rightarrow q=CV\begin{cases}\Rightarrow q_1=CV_1\\ \Rightarrow q_2=CV_2\end{cases}\Rightarrow \Delta q=C\Delta V$$

با توجه به فرض مسئله $\Delta V=17$ و $C=8\mu F$ است بنابراین: $\Delta q=8\times1=8\mu C$

۲ تغییر تعداد الکترون‌های هر صفحه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q=ne \xrightarrow{e=1/6\times10^{-19}} 8\times10^{-6}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=5\times10^{13}$$

A ۱۸۳۱ ۴

خط فکری در فرمول ظرفیت خازن تخت $(C=\varepsilon_0 A/d)$ و همچنین قانون کولن $F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$ که در آن $k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ است، ε_0 وجود دارد که از این روابط باید یکای ضریب گذردهی خلأ را برحسب یکاهای دیگر به‌دست آورید.

با توجه به تعریف ظرفیت خازن:

$$C=\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow \text{فاراد}\equiv\varepsilon_0\frac{\text{متر مربع}}{\text{متر}}\quad \varepsilon_0\equiv\left(\frac{F}{m}\right)$$

و با توجه به قانون کولن:

$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow k\equiv\left(\frac{N.m^2}{C^2}\right)\xrightarrow{k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}\varepsilon_0\equiv\left(\frac{C^2}{N.m^2}\right)$$

A ۱۸۳۲ ۲

تنها یک فرمول‌نویسی ساده و یک جای‌گذاری داده‌های مسئله شما را به جواب می‌رساند.

ظرفیت خازن تخت برابر است با:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow[\kappa=5,\ d=10^{-4}m]{C=1/8\times10^{-9}F} 1/8\times10^{-9}=5\times9\times10^{-12}\times\frac{A}{10^{-4}}$$

$$\Rightarrow A=4\times10^{-3}m^2\Rightarrow A=40cm^2$$

A ۱۸۳۳ ۱

۱ ابتدا به کمک ولتاژ دو سر خازن و بار الکتریکی صفحات آن، ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم.

$$C=\frac{Q}{V}\xrightarrow[V=10V]{Q=20\times10^{-12}C} C=\frac{20\times10^{-12}}{10}\Rightarrow C=2\times10^{-12}F$$

۲ اکنون می‌توانیم با نوشتن رابطهٔ ساختمانی ظرفیت خازن، فاصلهٔ صفحات خازن را به‌دست آوریم:

$$\begin{cases}A=2cm^2\\ \varepsilon_0=9\times10^{-12}\frac{C^2}{N.m^2}\\ \kappa=5\\ C=2\times10^{-12}F\end{cases}\Rightarrow C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow 2\times10^{-12}=5\times9\times10^{-12}\times\frac{2\times10^{-4}}{d}$$

$$\Rightarrow d=4/5\times10^{-3}m=4/5mm$$

A ۱۸۳۴ ۳

خط فکری تعداد یون‌های یک‌بار یونیده خواسته شده است. منظور از یون یک‌بار یونیده یعنی اتمی که یک الکترون خود را از دست داده و حال دارای بار $+e$ است. بنابراین شما باید ابتدا ظرفیت خازن را حساب کنید، سپس بار الکتریکی صفحات را به‌دست بیاورید تا بتوانید تعداد یون‌ها را از رابطهٔ $q=ne$ حساب کنید.

ابتدا ظرفیت خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow C=3\times9\times10^{-12}\times\frac{10^{-4}\times10^{-6}}{10^{-2}\times10^{-6}}\Rightarrow C=0/27pF$$

با توجه به ظرفیت خازن بار الکتریکی Q را حساب می‌کنیم.

$$Q=CV\Rightarrow Q=0/27\times10^{-12}\times80\times10^{-3}=21/6\times10^{-15}C$$

هر یون یک‌بار یونیده دارای بار $e=1/6\times10^{-19}C$ است. از این رو تعداد یون‌ها خواهد شد:

$$q=ne\Rightarrow 21/6\times10^{-15}=n(1/6\times10^{-19})\Rightarrow n=13/5\times10^4\Rightarrow n=1/35\times10^5$$

A ۱۸۳۵ ۳

ظرفیت خازن به اختلاف پتانسیل دو سر آن (V) و بار الکتریکی صفحات آن بستگی ندارد و گزینهٔ (۱) و (۲) نادرست است.

ظرفیت یک خازن تخت برابر $C=\kappa\varepsilon_0 A/d$ است که نشان می‌دهد ظرفیت خازن با d نسبت وارون دارد. یعنی نمودار $C-d$ نمی‌تواند یک خط راست باشد. زیرا خط راست مربوط به تابع درجهٔ اول است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست و گزینهٔ (۴) نادرست است.

B ۱۸۳۶ ۲

خط فکری ظرفیت خازن برابر $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$ است بنابراین ظرفیت خازن با ثابت دی‌الکتریک (κ) رابطهٔ مستقیم و فاصلهٔ دو صفحه از هم (d) رابطهٔ عکس دارد.

در حالت اول بین صفحات خازن هوا قرار دارد و $\kappa_1=1$ است، در این صورت نسبت ظرفیت خازن در دو حالت برابر است با:

$$\frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2\varepsilon_0\frac{A_2}{d_2}}{\kappa_1\varepsilon_0\frac{A_1}{d_1}} \xrightarrow{A_2=A_1} \frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2}{\kappa_1}\times\frac{d_1}{d_2}$$

$$\xrightarrow[\kappa_2=3/6]{d_2=\frac{d_1}{2}} \frac{C_2}{C_1}=\frac{3/6}{1}\times\frac{d_1}{\frac{d_1}{2}}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=7/2$$

B ۱۸۳۷ ۱

ظرفیت خازن از رابطهٔ $C=\kappa\frac{\varepsilon_0 A}{d}$ به‌دست می‌آید، بنابراین:

$$C_{\text{میکا}}=\frac{7}{0/3\times10^{-3}}\varepsilon_0A=\frac{7\times10^4}{3}\varepsilon_0A$$

$$C_{\text{شیشه}}=\frac{5}{0/2\times10^{-2}}\varepsilon_0A=\frac{5\times10^3}{2}\varepsilon_0A$$

$$C_{\text{پارافین}}=\frac{2}{0/1\times10^{-2}}\varepsilon_0A=2\times10^3\varepsilon_0A$$

$$C_{\text{پلاستیک}}=\frac{3}{0/2\times10^{-3}}\varepsilon_0A=\frac{3}{2}\times10^4\varepsilon_0A$$

بنابراین بیشترین ظرفیت خازن برای میکا است.

میانبر البته چون مساحت صفحات و ε_0 در همه یکسان است کافی بود که شما نسبت $\frac{\kappa}{d}$ را به‌دست بیاورید و در هرکدام که این نسبت بزرگ‌تر بود، ظرفیت بیشتر است. البته حتماً یکای d در همهٔ موارد باید یکسان باشد.

A ۱۸۳۸ ۲

۱ با داشتن فاصلهٔ صفحات خازن در حالت اول $(d_1=1\,mm)$ و در حالت دوم $(d_2=1/2mm)$ می‌توان نسبت ظرفیت C_1 و C_2 را حساب کرد. بنابراین:

$$C_1=\varepsilon_0\frac{A}{d_1},C_2=\varepsilon_0\frac{A}{d_2}\Rightarrow\frac{C_1}{C_2}=\frac{d_2}{d_1}=\frac{1/2}{1}=1/2\Rightarrow C_1=1/2C_2$$

۲ با افزایش فاصلهٔ دو صفحهٔ خازن، ظرفیت خازن کاهش می‌یابد یعنی $C_1>C_2$ است و بنابر فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$C_1-6=C_2\xrightarrow{C_1=1/2C_2}1/2\,C_2-6=C_2\Rightarrow C_2=30\mu F$$

۳ ظرفیت اولیهٔ خازن خواهد شد:

$$C_1=1/2\,C_2\Rightarrow C_1=1/2\times30\Rightarrow C_1=36\mu F$$

B ۱۸۳۹ ۳

۱ ظرفیت اولیهٔ خازن و همچنین فاصلهٔ صفحات در حالت اول $d_1=5mm$ و در حالت دوم $d_2=2mm$ داده شده است. بنابراین ظرفیت خازن را در حالت اول و دوم می‌نویسیم و با تقسیم آن‌ها بر هم، ظرفیت خازن در حالت جدید را به‌دست می‌آوریم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_2}}{\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_1}}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow\frac{C_2}{60}=\frac{5}{2}\Rightarrow C_2=150pF$$

۲ بار الکتریکی در حالت اول برابر است با: $Q_1=C_1V\Rightarrow Q_1=60\times8=480pC$

بار الکتریکی در حالت دوم برابر است با: $Q_2=C_2V\Rightarrow Q_2=150\times8=1200pC$

۳ بنابراین بار مبادله شده بین خازن و مدار کامپیوتر خواهد شد:

$$\Delta Q=Q_2-Q_1=1200-480=720pC$$

A ۱۸۴۰ ۱

خط فکری ظرفیت خازن به شکل هندسی خازن بستگی داشته و با توجه به رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$ (مساحت سطح صفحه‌ها، ثابت خازن، فاصلهٔ صفحه‌ها) با تغییر فاصلهٔ دو صفحه (d) ظرفیت خازن تغییر می‌کند.

هر فاراد برابر 10^{12} پیکوفاراد است.

۱ ظرفیت خازن را در حالت اول به‌دست می‌آوریم:

$$C_1=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_1}\Rightarrow C_1=4\times8/85\times10^{-12}\times\frac{2\times10^{-4}}{5\times10^{-3}}=14/16\times10^{-13}F$$

$$\xrightarrow{1F=10^{12}pF}C_1=14/16\times10^{-1}pF=1/416pF$$

۲ فاصلهٔ بین صفحات 3mm کاهش یافته: $d_2=d_1-3\Rightarrow d_2=2mm$

ظرفیت خازن را در حالت دوم به‌دست می‌آوریم:

$$C_2=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_2}\Rightarrow C_2=4\times8/85\times10^{-12}\times\frac{2\times10^{-4}}{2\times10^{-3}}=35/4\times10^{-13}F$$

$$\xrightarrow{1F=10^{12}pF}C_2=35/4\times10^{-1}pF=3/54pF$$

۳ حال اختلاف ظرفیت خازن را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta C=C_2-C_1\Rightarrow\Delta C=3/54-1/416=2/124pF$$

A ۱۸۴۱ ۳

خط فکری طبق معمول هرگاه یک مسئله برای یک رابطه در دو حالت بیان می‌شود باید رابطه را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم کرد تا چگونگی تغییر کمیت مورد نظر به‌دست آید.

ظرفیت خازن برابر C است، بنابراین:

$$C_1=\varepsilon_0\frac{A_1}{d_1},C_2=\varepsilon_0\frac{A_2}{d_2}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\frac{A_2}{A_1}\times\frac{d_1}{d_2}\xrightarrow[A_2=\frac{1}{2}A_1]{d_2=\frac{1}{2}d_1}\frac{C_2}{C_1}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{1}{2}}=1$$

بازی با سؤال مساحت صفحات خازن تختی را که دی‌الکتریک آن هواست، نصف و فاصلهٔ بین دو صفحه آن را ۳ برابر می‌کنیم، اگر فضای بین دو صفحه را با دی‌الکتریک به ثابت ۴/۵ پُر کنیم، ظرفیت خازن چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

گزینهٔ ۴

A ۱۸۴۲ ۴

میدان الکتریکی بین صفحات خازن خواهد شد: $E=\frac{V}{d}=\frac{6}{2\times10^{-3}}=3\times10^3\,V/m$

A ۱۸۴۳ ۲

یادآوری میدان الکتریکی بین صفحات خازن یکنواخت است و اندازهٔ آن از رابطهٔ $E=V/d$ به‌دست می‌آید که d فاصلهٔ صفحات خازن و V ولتاژ دو سر خازن است.

با توجه به رابطهٔ $E=V/d$ با کاهش اختلاف پتانسیل دو سر خازن از ۱۰V به ۸V میدان الکتریکی خازن کاهش می‌یابد. بنابراین $E_2<E_1$ است و با توجه به صورت مسئله خواهیم داشت:

$$E_1-E_2=500\xrightarrow{E=V/d}\frac{V_1}{d}-\frac{V_2}{d}=500\Rightarrow\frac{10-8}{d}=500$$

$$\Rightarrow d=\frac{2}{500}m\Rightarrow d=4mm$$

بازی با سؤال اختلاف پتانسیل دو سر خازنی 6V است. برای آن‌که میدان الکتریکی بین صفحات آن ۱۵٪ افزایش یابد، اختلاف پتانسیل دو سر آن باید چند ولت شود؟

۱) ۷/۵ ۲) ۶/۹ ۳) ۴/۵ ۴) ۵/۱

گزینهٔ ۲

A ۱۸۴۴ ۴

خازن‌ها معمولاً با مقدار ظرفیت و ولتاژ بیشینهٔ قابل تحمل آن‌ها مشخص می‌شوند. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست و گزارهٔ (ب) درست است.

حضور دی‌الکتریک در خازن، سبب افزایش بیشینه ولتاژ قابل تحمل خازن می‌شود. البته اگر ولتاژ بین دو صفحه خازن از حدی فراتر رود تعدادی از الکترون‌های اتم‌های مادهٔ دی‌الکتریک، توسط میدان الکتریکی ایجاد شده بین دو صفحه کنده می‌شوند و مسیرهایی رسانا درون دی‌الکتریک ایجاد می‌شود که سبب تخلیهٔ خازن می‌گردد که به آن فروریزش الکتریکی گویند. بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست و گزارهٔ (ت) درست است.

نکته فروریزش الکتریکی در عایق بین دو صفحهٔ خازن معمولاً با ایجاد جرقه همراه است و در بیشتر مواقع **(نه در همهٔ موارد)** خازن را می‌سوزاند.

A ۱۸۴۵ ۳

یادآوری هرچه تعداد خط‌های میدان بیشتر و فاصلهٔ آن‌ها از هم کمتر باشد یعنی تراکم خطوط میدان بیشتر باشد، میدان قوی‌تر است.

در شکل‌های داده شده در شکل گزینهٔ (۳) تراکم خطوط بیشتر است بنابراین میدان الکتریکی بین صفحات خازن در این حالت از بقیه بیشتر است. برای یک خازن، میدان الکتریکی بین صفحات آن از رابطهٔ $E=V/d$ پیروی می‌کند بنابراین با ثابت بودن d، وقتی میدان بزرگ‌تر است که ولتاژ دو سر خازن بیشتر باشد. در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر خازن در گزینهٔ (۳) از بقیهٔ گزینه‌ها بیشتر و به بیشینه ولتاژ قابل تحمل خازن نزدیک‌تر است.

A ۱۸۴۶ ۲

میدان یکنواخت بین دو صفحه با رابطهٔ $E=\frac{V}{d}$ به‌دست می‌آید که V همان اختلاف پتانسیل بین دو صفحه (ΔV) است که به اختصار آن را V می‌نویسیم، پس خازن‌هایی که نسبت $\frac{V}{d}$ برابری داشته باشند دارای میدان الکتریکی یکنواخت برابری هستند.

بنابراین نسبت $\Delta V/d$ را برای هر چهار شکل به‌دست می‌آوریم.

$$E_{الف}=\frac{\Delta V_{الف}}{d_{الف}}=\frac{45-(-15)}{1/5\times10^{-2}}=40\times10^2\,V/m$$

$$E_{ب}=\frac{\Delta V_{ب}}{d_{ب}}=\frac{30-0}{1/5\times10^{-2}}=20\times10^2\,V/m$$

$$E_{پ}=\frac{\Delta V_{پ}}{d_{پ}}=\frac{۱۸-(-۱۸)}{۰/۹\times۱۰^{-۲}}=۴۰\times۱۰^{۲}\,V/m$$

$$E_{ت}=\frac{\Delta V_{ت}}{d_{ت}}=\frac{۴۷-۲۰}{۰/۹\times۱۰^{-۲}}=۳۰\times۱۰^{۲}\,V/m$$

بنابراین میدان الکتریکی خازن‌های (الف) و (پ) برابر است.

۳ ۱۸۴۷ B

ظرفیت خازن بنابه تعریف $C=Q/V$ و میدان الکتریکی بین صفحات خازن $E=V/d$ است. بنابراین:

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow V=\frac{Q}{C}\xrightarrow{E=V/d\Rightarrow V=Ed}Ed=\frac{Q}{C}\Rightarrow E=\frac{Q}{Cd}\quad(۱)$$

ظرفیت خازن تخت را که برابر $C=\kappa\varepsilon_{۰}A/d$ است، در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$E=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_{۰}\frac{A}{d}\times d}\Rightarrow E=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_{۰}A}$$

بار خازن $۹\times۱۰^{-۹}C$، ثابت دی‌الکتریک آن $\kappa=۱$ و مساحت صفحات آن $A=۱۰\times۱۰^{-۴}m^{۲}$ است. بنابراین میدان خواهد شد:

$$E=\frac{۹\times۱۰^{-۹}}{۱\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times۱۰\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow E=۱۰^{۷}\,\frac{V}{m}$$

میانبر میدان درون صفحات خازن بدون دی‌الکتریک از رابطهٔ $E=\frac{Q}{\varepsilon_{۰}A}$ به‌دست می‌آید.

۲ ۱۸۴۸ A

وقتی میدان الکتریکی بین صفحات خازن بیشینه می‌شود که اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن بیشینه شود. با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی خازن خواهیم داشت:

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow E_{max}=\frac{V_{max}}{d}\Rightarrow V_{max}=E_{max}\times d\Rightarrow V_{max}=۳۰\times۲=۶۰kV$$

۲ ۱۸۴۹ B

میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن برابر است با:

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow E=\frac{۱۰۰}{۲\times۱۰^{-۲}}\Rightarrow E=۵۰۰۰\,V/m$$

نیرویی که این میدان بر بار وارد می‌کند برابر است با:

$$F=Eq\Rightarrow F=۵۰۰۰\times۵\times۱۰^{-۶}=۲/۵\times۱۰^{-۲}\,N$$

۳ ۱۸۵۰ B

خط فکری با یک مسئلهٔ ترکیبی از فصل کار و انرژی پایهٔ دهم و فصل الکتریسیتهٔ ساکن پایهٔ یازدهم روبه‌رو هستیم. الکترونی تحت تأثیر نیرویی که میدان الکتریکی صفحات خازن $(F=qE)$ بر آن وارد می‌کنند از صفحهٔ منفی به صفحهٔ مثبت می‌رود و بنابر قضیهٔ کار و انرژی، کار نیروی الکتریکی برابر تغییر انرژی جنبشی الکترون می‌شود. با دانستن این مطالب مسئله را حل می‌کنیم.

۱ نیروی الکتریکی وارد بر الکترون و جابه‌جایی آن هم‌جهت است. بنابراین زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی صفر است. از این رو کار نیروی الکتریکی وارد بر الکترون برابر است با:

$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow[F=qE]{\theta=۰\Rightarrow\cos\theta=۱}W_{E}=qEd\quad(۱)$$

۲ تغییر انرژی جنبشی الکترون خواهد شد:

$$\Delta K=K_{۲}-K_{۱}\xrightarrow{K_{۱}=۰,\,K_{۲}=\frac{۱}{۲}mv^{۲}}\Delta K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}\quad(۲)$$

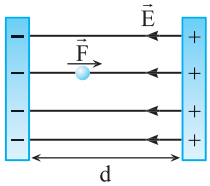
۳ بنابه قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار نیروی الکتریکی برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_{E}=\Delta K\xrightarrow{(۱),(۲)}qEd=\frac{۱}{۲}mv^{۲}$$

داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱۰۰۰\times d=\frac{۱}{۲}\times۹/۱\times۱۰^{-۳۱}\times۱۰^{۱۴}$$

$$\Rightarrow d\simeq۰/۲۸۴m\Rightarrow d=۲۸/۴cm$$



۳ ۱۸۵۱ B

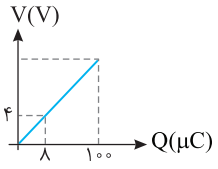
ظرفیت خازن با دی‌الکتریک برابر است با:

$$C=\kappa\varepsilon_{۰}\frac{A}{d}=۴\times۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\times\left(\frac{۲\times۱۰^{-۲}}{۰/۲\times۱۰^{-۳}}\right)=۳۵/۴\times۱۰^{-۱۰}F=۳/۵۴nF$$

حال با داشتن E_{max} و فاصله بین دو صفحه از هم می‌توان V_{max} را محاسبه کرد:

$$E_{max}=\frac{V_{max}}{d}\Rightarrow V_{max}=۲۴\times۱۰^{۳}\left(\frac{kV}{m}\right)\times۰/۲\times۱۰^{-۳}(m)=۴/۸kV$$

۴ ۱۸۵۲ B



$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow C=\frac{۸\times۱۰^{-۶}}{۴}=۲\times۱۰^{-۶}F=۲\mu F$$

همچنین بیشینه بار زمانی روی خازن ذخیره می‌شود که خازن به بیشینهٔ ولتاژ قابل تحمل خود وصل شود و در این حالت میدان درون خازن برابر بیشینه میدان قابل تحمل خازن است. چون شرایط فیزیکی خازن تغییر نمی‌کند بنابراین ظرفیت آن همان $۲\mu F$ باقی می‌ماند.

بیشینه ولتاژ قابل تحمل خازن را حساب می‌کنیم:

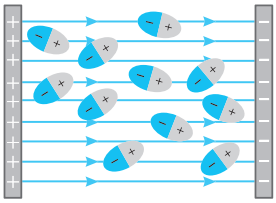
$$C=\frac{Q_{max}}{V_{max}}=\frac{۱۰۰\times۱۰^{-۶}}{V_{max}}\xrightarrow{C=۲\mu F}V_{max}=۵۰V$$

در این صورت بیشینه میدان الکتریکی قابل تحمل بین صفحات خازن خواهد شد:

$$E_{max}=\frac{V_{max}}{d}=\frac{۵۰}{۲}=۲۵V/mm$$

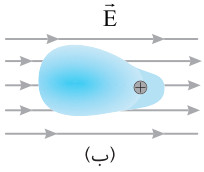
۲ ۱۸۵۳ A

دی‌الکتریک‌ها بر دو نوع‌اند: قطبی و غیرقطبی.



(الف)

وقتی دی الکتریک قطبی (مانند آب، $NH_{۳}$ و HCl) در میدان الکتریکی قرار می‌گیرد، سر منفی مولکول‌های دو قطبی به طرف صفحهٔ مثبت و سر مثبت آن‌ها به طرف صفحهٔ منفی کشیده می‌شود و مولکول‌های آن‌ها می‌کوشند در جهت میدان بین صفحات خازن (شبیه شکل الف) ردیف می‌شوند. پس شکل (الف) مربوط به قرار گرفتن یک دی‌الکتریک قطبی درون خازن است.



(ب)

اگر دی‌الکتریک غیرقطبی (مانند متان، بنزین و ...) در میدان قرار گیرد بر اثر القا قطبیده می‌شود و ابر الکترونی مولکول‌های دی‌الکتریک در خلاف جهت میدان جابه‌جا می‌شود و مرکز بارهای مثبت و منفی مولکول‌ها از هم جدا شده و مولکول‌ها **قطبیده** می‌شود و شکل (ب) مربوط به قرار گرفتن یک دی‌الکتریک غیرقطبی در میدان است.

۱ ۱۸۵۴ B

خط فکری به گزینه‌ها نگاه کنید، می‌خواهیم میدان الکتریکی بین صفحات خازن $(E=V/d)$ را بر حسب چگالی سطحی بار یا مقدار بار روی صفحات داشته باشیم. بنابراین شما باید اختلاف پتانسیل دو سر خازن V را بر حسب Q و C بنویسید، سپس به‌جای ظرفیت خازن C، رابطهٔ ساختمانی آن را قرار دهید.

با توجه به رابطه میدان الکتریکی بین صفحات خازن، تعریف چگالی سطحی بار و ظرفیت خازن تخت خواهیم داشت:

$$E=\frac{V}{d}\xrightarrow{V=\frac{Q}{C}}E=\frac{Q}{C\times d}\xrightarrow{C=\varepsilon_{۰}\frac{A}{d}}E=\frac{Q}{\varepsilon_{۰}\frac{A}{d}\times d}$$

$$\Rightarrow E=\frac{Q}{\varepsilon_{۰}A}\xrightarrow{\sigma=\frac{Q}{A}}E=\frac{\sigma}{\varepsilon_{۰}}$$

A ۱۸۵۵ ۲

خط فکری با توجه به صورت سؤال ظرفیت خازن C و اختلاف پتانسیل آن V داده شده است. پس انرژی ذخیره شده در خازن از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ به‌دست می‌آید:

$$U=\frac{1}{2}\times 5\times 10^{-6}\times (10)^2 \Rightarrow U=250\times 10^{-6}J=250\mu J$$

بازی با سؤال **خازنی به منبع برق ۲۰۰ ولت وصل است. اگر انرژی ذخیره شده در آن ۱/۸J باشد، ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟** خارج تجربی - ۹۳

۱) ۲۷ ۲) ۳۶ ۳) ۹۰ ۴) ۱۸۰

گزینهٔ ۳

B ۱۸۵۶ ۲

خط فکری توان متوسط خروجی در خازن: به مقدار انرژی تخلیه شده از خازن در واحد زمان توان متوسط خروجی گویند. بنابراین برای یافتن توان خروجی خازن ابتدا باید انرژی خازن را بیابید سپس توان خروجی آن را به کمک رابطهٔ $P=U/t$ به‌دست بیاورید.

انرژی ذخیره شده در صفحات خازن یک فلاش عکاسی برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\times 600\times 10^{-6}\times 9\times 10^4=27J$$

توان خروجی متوسط فلاش خواهد شد: $P=\frac{U}{t}=\frac{27}{10^{-3}}=27\times 10^3 W=27kW$

B ۱۸۵۷ ۲

۱ ابتدا بار ذخیره شده روی هر صفحهٔ خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=ne \xrightarrow[e=1/6\times 10^{-19}C]{n=5\times 10^{15}} Q=(1/6\times 10^{-19})(5\times 10^{15})$$

$$\Rightarrow Q=8\times 10^{-4}C$$

۲ صفحات خازن به پتانسیل ۵۰V و زمین با پتانسیل صفر وصل است:

$$V=20-0=20V$$

۳ انرژی ذخیره شده توسط خازن برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}QV \Rightarrow U=\frac{1}{2}\times(8\times 10^{-4})\times(20)\Rightarrow U=8\times 10^{-3}J=8mJ$$

A ۱۸۵۸ ۴

خط فکری در گام نخست با توجه به اطلاعات داده شده، ظرفیت خازن $(C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d})$ را به‌دست می‌آوریم. در گام بعدی با توجه به رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ انرژی ذخیره شده در خازن را حساب می‌کنیم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow C=5\times(9\times 10^{-12})\times\frac{1}{0/5\times 10^{-3}}=9\times 10^{-8}F$$

$$U=\frac{1}{2}CV^2\Rightarrow U=\frac{1}{2}\times 9\times 10^{-8}\times(200)^2\Rightarrow U=\frac{1}{2}\times 9\times 10^{-8}\times 4\times 10^4$$

$$=18\times 10^{-4}J=18\times 10^{-1}mJ=1/8mJ$$

B ۱۸۵۹ ۲

خط فکری ولتاژ دو سر خازن با عایق و انرژی ذخیره شده در خازن در این حالت داده شده است بنابراین با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ ظرفیت خازن با عایق را به‌دست آورده سپس ثابت دی‌الکتریک را حساب می‌کنیم.

۱ ظرفیت خازن با دی‌الکتریک خواهد شد:

$$U=\frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow[V=20V]{U=2\times 10^{-3}J} 2\times 10^{-3}=\frac{1}{2}\times C\times 400$$

$$\Rightarrow C=10\times 10^{-6}F\Rightarrow C=10\mu F$$

۲ به کمک رابطهٔ ساختمانی ظرفیت خازن، κ را حساب می‌کنیم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}, C_0=\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C}{C_0}=\kappa\Rightarrow\kappa=\frac{10}{5}=2$$

A ۱۸۶۰ ۴

انرژی ذخیره شده در خازن از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ به‌دست می‌آید:

$$7/2\times 10^{-3}=\frac{1}{2}\times C\times 36\times 10^6\Rightarrow C=0/4\times 10^{-9}F=4\times 10^{-10}F=400pF$$

B ۱۸۶۱ ۳

خط فکری نمودار انرژی خازن برحسب بار آن داده شده است، بنابراین از رابطهٔ انرژی $U=\frac{Q^2}{2C}$ باید استفاده کرد و داده‌های مسئله را در حالت اول و دوم در رابطه قرار داده و آن دو رابطه را از هم کم کرد.

۱ انرژی ذخیره شده وقتی بار خازن $Q_1=3\times 10^{-6}C$ است برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C}\Rightarrow U_1=\frac{1}{2}\frac{(3)^2}{C}$$

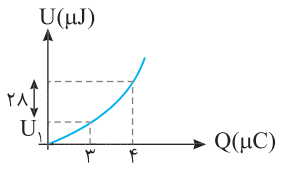
۲ انرژی ذخیره شده وقتی بار خازن $Q_2=4\times 10^{-6}C$ است خواهد شد:

$$U_2=\frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{C}\Rightarrow U_2=\frac{1}{2}\frac{(4)^2}{C}$$

۳ با توجه به نمودار دو انرژی را از هم کم کرده و برابر $28\mu J$ قرار می‌دهیم:

$$U_2-U_1=\frac{1}{2}\frac{(4^2-3^2)}{C}\Rightarrow 28=\frac{1}{2}\frac{(16-9)}{C}\Rightarrow C=\frac{1}{8}\mu F$$

۴ انرژی U_1 را حساب می‌کنیم: $U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\Rightarrow U_1=\frac{3^2}{2\times\frac{1}{8}}\Rightarrow U_1=36\mu J$



میانبر می‌توانید از رابطهٔ مقابل استفاده کنید. $\frac{\Delta U}{U_1}=\frac{Q_2^2-Q_1^2}{Q_1^2}$

A ۱۸۶۲ ۳

خط فکری در مسئله از تغییر انرژی در اثر تغییر ولتاژ خازن صحبت شده است بنابراین فرمول $U=\frac{1}{2}CV^2$ را باید به‌کار برد.

در دو حالت فرمول را نوشته، به هم تقسیم می‌کنیم تا یک رابطه بین U و V به‌دست بیاوریم.

$$\begin{cases}U_2=\frac{1}{2}CV_2^2\\U_1=\frac{1}{2}CV_1^2\end{cases}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{V_2^2}{V_1^2}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=(\frac{15}{20})^2\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{9}{16}$$

B ۱۸۶۳ ۲

با توجه به فرض مسئله: $Q_2=\frac{5}{4}Q_1 \quad (1)$

تغییر انرژی خازن در اثر تغییر بار برابر $4/5\mu J$ شده است بنابراین می‌توان نوشت:

$$U_2=\frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{C},\quad U_1=\frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C}\Rightarrow U_2-U_1=\frac{1}{2}\frac{(Q_2^2-Q_1^2)}{C}\quad (2)$$

از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$4/5=\frac{1}{2\times 25}(\frac{25}{16}q_1^2-q_1^2)\Rightarrow 5\times 45=\frac{9q_1^2}{16}\Rightarrow q_1=20\mu C, q_2=25\mu C$$

اکنون تغییر ولتاژ را به‌دست می‌آوریم: $C=\frac{\Delta Q}{\Delta V}\Rightarrow 25=\frac{25-20}{\Delta V}\Rightarrow\Delta V=0/2V$

B ۱۸۶۴ ۳

با تغییر بار الکتریکی ظرفیت خازن ثابت می‌ماند: $\Delta V_2=\frac{3}{4}\Delta V_1$

انرژی ذخیره شده در خازن از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ به‌دست می‌آید: $U_1=\frac{1}{2}CV_1^2$

$$U_2=\frac{1}{2}CV_2^2=\frac{1}{2}C(\frac{3}{4}V_1)^2=\frac{9}{16}(\frac{1}{2}CV_1^2)=\frac{9}{16}U_1$$

کاهش انرژی خواسته شده: $\Delta U=U_2-U_1=\frac{9}{16}U_1-U_1=\frac{-7}{16}U_1$

B ۱۸۶۵ ۱

در صورت مسئله بیان شده که بار الکتریکی خازن را $\frac{۳}{۲}$ برابر کرده‌ایم. $q_۲=\frac{۳}{۲}q_۱$

در نتیجه انرژی ذخیره شده $۲۵\mu J$ افزایش یافته است، بنابراین:

$$\Delta U=U_۲-U_۱\Rightarrow ۲۵=\frac{q_۲^۲}{۲C}-\frac{q_۱^۲}{۲C}\xrightarrow{C=۴۰\mu F}۲۵=\frac{\frac{۹}{۴}q_۱^۲-q_۱^۲}{۲\times ۴۰}$$

$$۲۰۰۰=\frac{۵}{۴}q_۱^۲\Rightarrow q_۱^۲=۴۰۰\times ۴\Rightarrow q_۱=۴۰\mu C$$

A ۱۸۶۶ ۴

با تخلیه بار الکتریکی ظرفیت خازن ثابت می‌ماند، حال با استفاده از رابطه $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$ به حل مسأله می‌پردازیم:

ولتاژ دو سر خازن ٪۸۰ کاهش یافته، بنابراین: $V_۲=V_۱-\frac{۸۰}{۱۰۰}V_۱\Rightarrow V_۲=\frac{۲}{۱۰}V_۱$

رابطهٔ انرژی را در دو حالت می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}CV_۲^۲}{\frac{۱}{۲}CV_۱^۲}\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{(\frac{۲}{۱۰}V_۱)^۲}{V_۱^۲}=\frac{۴}{۱۰۰}\Rightarrow U_۲=\frac{۴}{۱۰۰}U_۱$$

تغییر انرژی خازن برابر است با:

$$\Delta U=U_۲-U_۱\Rightarrow\Delta U=\frac{۴}{۱۰۰}U_۱-U_۱=-\frac{۹۶}{۱۰۰}U_۱$$

بنابراین درصد تغییرات انرژی خازن خواهد شد: $\frac{\Delta U}{U_۱}\times ۱۰۰=\frac{-\frac{۹۶}{۱۰۰}U_۱}{U_۱}\times ۱۰۰=-۹۶٪$

بنابراین انرژی خازن ٪۹۶ کاهش می‌یابد.

بازی با سؤال **چند درصد انرژی خازنی را تخلیه کنیم تا اختلاف پتانسیل بین صفحات آن نصف شود؟**

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۷۵ ۴) ۵۰

گزینهٔ ۳

B ۱۸۶۷ ۴

نکته در یک خازن با تغییر ولتاژ یا بار ذخیره شده در صفحات خازن، ظرفیت خازن تغییر نکرده و ثابت می‌ماند.

۱ ولتاژ (اختلاف پتانسیل) خازن ۱۰ درصد کاهش یافته است:

$$V_۲=V_۱-\frac{۱۰}{۱۰۰}V_۱\Rightarrow V_۲=۰/۹V_۱$$

۲ ظرفیت خازن ثابت است، بنابراین با توجه به تعریف ظرفیت خازن می‌توانیم بنویسیم.

$$\begin{cases}C_۲=\frac{Q_۲}{V_۲}\\ C_۱=\frac{Q_۱}{V_۱}\end{cases}\xrightarrow[V_۲=۰/۹V_۱]{C_۱=C_۲}\frac{Q_۲}{۰/۹V_۱}=\frac{Q_۱}{V_۱}\Rightarrow Q_۲=۰/۹Q_۱$$

بنابراین بار الکتریکی نیز مانند ولتاژ ۰/۹ مقدار اولیه شده یعنی ٪۱۰ کاهش یافته است.

نکته درصد تغییرات برابر است با: $\frac{\Delta Q}{Q_۱}\times ۱۰۰$

$$\frac{\Delta Q}{Q_۱}\times ۱۰۰=\frac{Q_۲-Q_۱}{U_۱}\times ۱۰۰\xrightarrow{Q_۲=۰/۹Q_۱}$$

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{-۰/۹Q_۱}{Q_۱}\times ۱۰۰=-۱۰٪$$

کاهش

میانبر اگر تنها ولتاژ یا بار تغییر کند و ظرفیت خازن ثابت باشد، درصد تغییرات ولتاژ و بار یکسان خواهد بود.

برای به‌دست آوردن تغییرات انرژی ذخیره شده از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}QV$ استفاده می‌کنیم، بنابراین:

$$U_۱=\frac{۱}{۲}Q_۱V_۱$$

$$U_۲=\frac{۱}{۲}Q_۲V_۲=\frac{۱}{۲}(۰/۹Q_۱)(۰/۹V_۱)=۰/۸۱(\frac{۱}{۲}Q_۱V_۱)=۰/۸۱U_۱$$

درصد تغییرات انرژی برابر است با: $\frac{\Delta U}{U_۱}\times ۱۰۰=\frac{۰/۸۱U_۱-U_۱}{U_۱}\times ۱۰۰$

$$\text{درصد تغییرات}=-۰/۱۹\times ۱۰۰=-۱۹٪$$

B ۱۸۶۸ ۱

خط فکری ظرفیت خازن معلوم است. بار خازن افزایش یافته و انرژی ذخیره شده در خازن افزایش یافته است. باید رابطهٔ $U=\frac{Q^۲}{۲C}$ را در حالت اولیه و ثانویه بنویسید، بار اولیه را حساب کنید سپس به سراغ ولتاژ اولیه بروید.

۱ بار خازن ٪۲۵ افزایش یافته یعنی: $Q_۲=Q_۱+۰/۲۵Q_۱=\frac{۵}{۴}Q_۱$

۲ انرژی خازن در حالت اول و دوم را نوشته از هم کم می‌کنیم و مساوی $۹۰\mu J$ قرار می‌دهیم.

$$U_۱=\frac{Q_۱^۲}{۲C},U_۲=\frac{Q_۲^۲}{۲C}\Rightarrow U_۲-U_۱=\frac{Q_۲^۲-Q_۱^۲}{۲C}\Rightarrow ۹۰=\frac{(\frac{۵}{۴}Q_۱)^۲-Q_۱^۲}{۲\times ۵}$$

$$\Rightarrow ۹۰۰=\frac{۲۵}{۱۶}Q_۱^۲-Q_۱^۲\Rightarrow ۹۰۰=\frac{۲۵Q_۱^۲-۱۶Q_۱^۲}{۱۶}\Rightarrow ۹۰۰=\frac{۹Q_۱^۲}{۱۶}\Rightarrow Q_۱=۴۰\mu C$$

۳ اکنون ولتاژ اولیه قابل محاسبه است. $C=\frac{Q_۱}{V_۱}\Rightarrow V_۱=\frac{Q_۱}{C}=\frac{۴۰}{۵}=۸V$

بازی با سؤال **ظرفیت خازنی $۲۲\mu F$ است. اگر بار الکتریکی آن ۲۰ درصد افزایش یابد، انرژی آن ۱۶ میکروژول افزایش می‌یابد. بار اولیهٔ آن چند میکروکولن است؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۲×۱۰^{-۲} ۴) ۴×۱۰^{-۲}

گزینهٔ ۲

B ۱۸۶۹ ۱

ظرفیت خازن با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن و بار صفحه‌های خازن تغییر نمی‌کند.

ظرفیت را در دو حالت مساوی قرار می‌دهیم: $C_۱=C_۲\xrightarrow{C=\frac{Q}{V}}\frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{Q_۲}{V_۲}$

با توجه به فرض مسئله $V_۲=۱/۵V_۱$ و $Q_۲=Q_۱+۲۰$ از این رو می‌توان نوشت:

$$\frac{Q_۱}{V_۱}=\frac{Q_۱+۲۰}{۱/۵V_۱}\Rightarrow ۱/۵Q_۱=Q_۱+۲۰\Rightarrow ۰/۵Q_۱=۲۰\Rightarrow Q_۱=۴۰\mu C$$

$$Q_۲=Q_۱+۲۰=۶۰\mu C$$

انرژی ذخیره شده در خازن را از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$ برای حالت اول و دوم حساب می‌کنیم:

انرژی در حالت اول:

$$U_۱=\frac{۱}{۲}\frac{Q_۱^۲}{C}\Rightarrow U_۱=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۶۰۰\times ۱۰^{-۱۲}}{C}=\frac{۸۰۰\times ۱۰^{-۱۲}}{C}$$

انرژی در حالت دوم:

$$U_۲=\frac{۱}{۲}\frac{Q_۲^۲}{C}\Rightarrow U_۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳۶۰۰\times ۱۰^{-۱۲}}{C}=\frac{۱۸۰۰\times ۱۰^{-۱۲}}{C}$$

انرژی ذخیره شده در حالت دوم $۲۰۰\mu J$ بیشتر از انرژی ذخیره شده در حالت اول است:

$$U_۲-U_۱=۲۰۰\times ۱۰^{-۶}\Rightarrow\frac{۱۸۰۰\times ۱۰^{-۱۲}}{C}-\frac{۸۰۰\times ۱۰^{-۱۲}}{C}=۲۰۰\times ۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow\frac{۱۰۰۰\times ۱۰^{-۱۲}}{C}=۲۰۰\times ۱۰^{-۶}\Rightarrow C=۵\times ۱۰^{-۶}F=۵\mu F$$

B ۱۸۷۰ ۳

ولتاژ دو سر خازن‌ها را داریم. بنابراین برای بررسی انرژی خازن‌ها از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ استفاده می‌کنیم.

انرژی ذخیره شده در خازن C_1: $U_1=\frac{1}{2}C_1V_1^2$

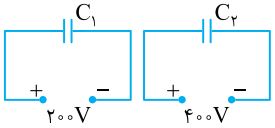
انرژی ذخیره شده در خازن C_2: $U_2=\frac{1}{2}C_2V_2^2$

دو انرژی را بر هم تقسیم می‌کنیم. $\frac{U_1}{U_2}=\frac{C_1}{C_2}\times(\frac{V_1}{V_2})^2$ (۱)

انرژی خازن C_1، ۲۰ درصد $(\frac{20}{100})$ انرژی خازن C_2 است یعنی: $\frac{U_1}{U_2}=0/2$ (۲)

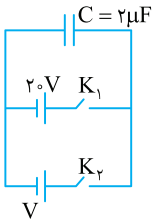
بنابراین می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{(1),(2)} 0/2=\frac{C_1}{C_2}\times(\frac{200}{400})^2\Rightarrow 0/2=\frac{C_1}{C_2}\times\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{C_1}{C_2}=0/8\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\frac{5}{4}$$



B ۱۸۷۱ ۱

حالت اول: فقط کلید K_1 بسته و خازن به اختلاف پتانسیل ۲۰V وصل شده و انرژی ذخیره شده در خازن برابر است با: $U_1=\frac{1}{2}CV_1^2=\frac{1}{2}\times 2(20)^2\Rightarrow U_1=400\mu J$



حالت دوم: کلید K_1 باز و K_2 را بسته‌ایم و ولتاژ دو سر خازن برابر $V_2=V$ شده است و انرژی خازن به اندازهٔ $U_2-U_1=500\mu J$ افزایش یافته است. بنابراین می‌توان نوشت: $U_2=U_1+500\Rightarrow U_2=400+500=900\mu J$

اکنون می‌توان ولتاژ V را حساب کرد. $U_2=\frac{1}{2}CV_2^2\Rightarrow 900=\frac{1}{2}\times 2V^2\Rightarrow V=30V$

B ۱۸۷۲ ۲

با توجه به رابطه انرژی ذخیره شده در خازن، ظرفیت خازن را به‌دست می‌آوریم. البته ابتدا واحد انرژی را از کیلووات ساعت به ژول تبدیل می‌کنیم. کیلووات ساعت یکی از واحدهای اندازه‌گیری انرژی است[۱] که در آن کیلووات یکای توان و ساعت یکای زمان است یعنی اگر در رابطهٔ توان ($P=\frac{W}{t}$ یا $P=\frac{U}{t}$) توان را برحسب kW و زمان را برحسب ساعت قرار دهیم، انرژی برحسب کیلووات ساعت به‌دست می‌آید. در واقع کیلووات ساعت یکای انرژی مصرفی برق است که در قبض برق خانه‌ها نوشته می‌شود. اکنون ببینیم هر کیلووات ساعت چند ژول است.

$$U=P.t\xrightarrow{kW=1000W,\ 1h=3600s} U=1000W\times 3600s\Rightarrow 1kWh=3/6\times10^6J$$

ابتدا انرژی ذخیره شده در خازن را به ژول تبدیل می‌کنیم:

$$U=10^{-6}kWh\Rightarrow U=10^{-6}\times 3/6\times10^6\Rightarrow U=3/6J$$

ظرفیت خازن را با استفاده از رابطهٔ انرژی خازن به‌دست می‌آوریم.

$$U=\frac{1}{2}CV^2\Rightarrow 3/6=\frac{1}{2}\times C\times(10^3)^2\Rightarrow C=7/2\times10^{-6}F\Rightarrow C=7/2\mu F$$

B ۱۸۷۳ ۱

خط فکری وقتی از صفحهٔ منفی خازن بار مثبت جدا کرده و به صفحهٔ مثبت منتقل می‌کنیم، بار صفحهٔ منفی، منفی‌تر و بار صفحهٔ مثبت، مثبت‌تر می‌شود و بار ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد. انرژی خازن را در حالت اول که بار آن Q_1 است و در حالت دوم که بار آن $Q_2=Q_1+3$ میکروکولن است نوشته و انرژی‌ها را از هم کم می‌کنیم و برابر ۹۰۰mJ قرار می‌دهیم. البته ظرفیت خازن را به جای ۱۵μF برحسب mF قرار می‌دهیم تا محاسبات ساده شود.

انرژی خازن در حالت اول برابر است با: $U_1=\frac{Q_1^2}{2C}=\frac{Q_1^2}{2\times15\times10^{-3}}$

انرژی خازن در حالت دوم برابر است با: $U_2=\frac{Q_2^2}{2C}\Rightarrow U_2=\frac{(Q_1+3)^2}{2\times15\times10^{-3}}$

اکنون U_2-U_1 را برابر ۹۰۰mJ قرار می‌دهیم.

$$\frac{(Q_1+3)^2}{2\times15\times10^{-3}}-\frac{Q_1^2}{2\times15\times10^{-3}}=900\Rightarrow Q_1^2+6Q_1+9-Q_1^2=27$$
$$\Rightarrow 6Q_1=18\Rightarrow Q_1=3mC$$

اکنون انرژی اولیهٔ خازن را حساب می‌کنیم.

$$U_1=\frac{Q_1^2}{2C}=\frac{(3)^2}{2\times15\times10^{-3}}\Rightarrow U_1=\frac{9}{30\times10^{-3}}=3\times10^{+2}=300mJ$$

بازی با سؤال **ظرفیت خازنی ۷ میکروفاراد و بار الکتریکی آن ۲۷μC است. اگر بار الکتریکی $+q$ را از صفحه منفی جدا کرده و به صفحه مثبت منتقل کنیم، انرژی ذخیره شده در خازن به اندازه ۸J زیاد می‌شود. q چند میکروکولن است؟** ریاضی - ۹۹

۱) ۲ ۲) ۵۶

۳) ۵۸ ۴) گزینه (۱) و (۲) درست است.

گزینهٔ ۱

B ۱۸۷۴ ۲

خط فکری به طور کلی جدا کردن بار $+q$ از صفحه منفی خازن و انتقال آن به صفحه مثبت موجب افزایش بار خازن به اندازه q می‌شود. بنابراین با جدا کردن ۳mC بار مثبت از صفحهٔ منفی، بار آن صفحه منفی‌تر و بار صفحه مثبت خازن، مثبت‌تر شده، یعنی بار روی صفحات خازن خواهد شد: $q'=q+3$

نکته در رابطهٔ $U=\frac{q^2}{2C}$ اگر یکای q بر حسب میلی‌کولن باشد و یکای ظرفیت خازن میکروفاراد، انرژی بر حسب ژول به‌دست می‌آید، به طور مثال اگر بار ۲mC و ظرفیت خازن ۱μF باشد، خواهیم داشت:

با تبدیل یکا: $U=\frac{q^2}{2C}=\frac{(2\times10^{-3})^2}{2\times10^{-6}}=\frac{4\times10^{-6}}{2\times10^{-6}}=2J$

بدون تبدیل یکا: $U=\frac{q^2}{2C}=\frac{(2)^2}{2\times1}=2J$

با توجه به نکته بالا پس در این سؤال نیازی به تبدیل یکا نیست. در سؤال گفته شده انرژی ۴/۵J افزایش یافته است:

نکته با تغییر بار خازن ظرفیت خازن ثابت می‌ماند:

$$U'=U+4/5\xrightarrow[U'=\frac{q'^2}{2C}]{U=\frac{q^2}{2C}}\frac{q'^2}{2C}=\frac{q^2}{2C}+4/5\Rightarrow\frac{(q+3)^2}{2\times5}=\frac{(q)^2}{2\times5}+4/5$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف را در ۱۰ ضرب می‌کنیم}}(q+3)^2=q^2+45\Rightarrow q^2+6q+9=q^2+45$$
$$\Rightarrow 6q=36\Rightarrow q=6mC$$

B ۱۸۷۵ ۱

خط فکری سؤال زیبایی است. از صفحهٔ منفی به اندازهٔ $-6\mu C$ بار منفی جدا کرده بنابراین بار صفحهٔ منفی به‌اندازهٔ $6\mu C$ کاهش می‌یابد از طرفی این بار به صفحهٔ مثبت منتقل شده است، بنابراین $6\mu C$ از بارهای مثبت صفحه مثبت خنثی شده و بار این صفحه نیز به‌اندازهٔ $6\mu C$ کم می‌شود. در این صورت اگر بار اولیهٔ خازن در ابتدا Q_1 بوده اکنون بار خازن $Q_2=Q_1-6$ است. با کاهش بار خازن، بنابه رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$ (ثابت) ↓ انرژی خازن کاهش می‌یابد. با توجه به فرض مسئله انرژی را در دو حالت بنویسید و تفاضل آن‌ها را برابر ۲۸/۵μJ قرار دهید.

۱- با این واحد در فصل ۲ فیزیک ۲ پایه یازدهم آشنا می‌شوید.

نکته هرگاه در روابط انرژی، ظرفیت خازن را برحسب μF و بار را برحسب μC قرار دهید، انرژی برحسب μJ به‌دست می‌آید. بنابراین نیازی به تبدیل واحد نیست.

اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

$$U_1-U_2=28/5\Rightarrow\frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{12}-\frac{1}{2}\frac{(Q_1-6)^2}{12}=28/5$$

$$\Rightarrow Q_1^2-Q_1^2+12Q_1-36=24\times28/5\Rightarrow Q_1-3=57\Rightarrow Q_1=60\mu C$$

در این صورت V_1 خواهد شد: $V_1=\frac{Q_1}{C}=\frac{60}{12}=5V$

۲ ۱۸۷۶ A

نکته هرگاه یک خازن پس از باردار شدن از باتری جدا شده، بار الکتریکی روی صفحه‌های آن ثابت است و هرگونه تغییر در ظرفیت خازن در مقدار بار روی صفحات خازن تأثیری ندارد.

۱ خازن به باتری متصل نیست. بنابراین بار روی صفحه‌های آن ثابت است.

۲ با قرار دادن صفحهٔ دی‌الکتریک بین صفحات خازن، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

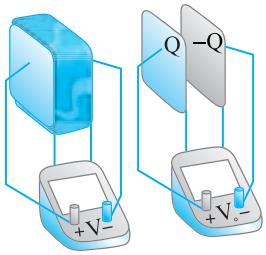
$$\left.\begin{array}{l}C_1=\varepsilon_0\frac{A}{d}\text{ با دی‌الکتریک هوا}\\ C_2=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\text{ با دی‌الکتریک }\kappa\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\kappa\Rightarrow C_2=\kappa C_1$$

ظرفیت افزایش یافته است.

۳ با افزایش ظرفیت و ثابت ماندن بار روی صفحات خازن خواهیم داشت:

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow\downarrow V=\frac{Q\ \text{ثابت}}{C\uparrow}$$

بنابراین ولتاژ کاهش می‌یابد.



۱ ۱۸۷۷ A

نکته هرگاه خازن به باتری متصل باشد، ولتاژ دو سر آن همواره با ولتاژ دو سر باتری برابر است و تغییر ظرفیت خازن در ولتاژ دو سر آن تأثیری ندارد.

۱ خازن به باتری وصل است. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است $(V_2=V_1)$

۲ با کاهش فاصلهٔ بین صفحات خازن، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. $(\uparrow C=\varepsilon_0\frac{A}{d\downarrow})$

۳ با ثابت بودن ولتاژ دو سر خازن و افزایش ظرفیت خازن با توجه به رابطهٔ $(\uparrow U=\frac{1}{2}\uparrow CV^2)$ انرژی ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد.

۱ ۱۸۷۸ B

۱ خازن از باتری جدا شده است. بنابراین صفحات خازن به جایی وصل نبوده و نمی‌تواند بار دریافت یا از دست بدهد. بنابراین بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند.

۲ با افزایش فاصلهٔ بین صفحات خازن، ظرفیت آن کاهش می‌یابد $(\downarrow C=\varepsilon_0\frac{A}{d\uparrow})$.

۳ با کاهش ظرفیت خازن و ثابت ماندن بار روی صفحات خازن، اختلاف پتانسیل دو سر آن افزایش می‌یابد.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow\uparrow V=\frac{Q\ \text{ثابت}}{C\downarrow}$$

۴ اگر به‌طور مثال فاصلهٔ صفحات را دو برابر کرده باشیم، ظرفیت خازن نصف شده و ولتاژ آن دو برابر می‌شود و با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی خازن $(E=V/d)$ میدان الکتریکی بین صفحات خازن ثابت می‌ماند. $E'=2V/2d=V/d\Rightarrow E'=E$

۴ ۱۸۷۹ A

۱ خازن از باتری جدا شده است بنابراین بار روی صفحات خازن ثابت می‌ماند. $Q_1=Q_2$

۲ بین صفحات خازن یک دی‌الکتریک قرار داده‌ایم، با قرار دادن دی‌الکتریک، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. $C_1=\varepsilon_0A/d\,,\,C_2=\kappa\varepsilon_0A/d\Rightarrow C_2=\kappa C_1\Rightarrow C_2>C_1$

۳ با ثابت بودن بار روی صفحات خازن و افزایش ظرفیت، ولتاژ دو سر خازن کاهش می‌یابد.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow V\ \text{کاهش می‌یابد}\Rightarrow V_2<V_1$$

(Q: ثابت، C: افزایش)

۴ میدان الکتریکی بین صفحات خازن با ثابت ماندن فاصلهٔ صفحات و کاهش ولتاژ بین صفحات کاهش می‌یابد.

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow E\ \text{کاهش می‌یابد}\Rightarrow E_2<E_1$$

(V: کاهش، d: ثابت)

۱ ۱۸۸۰ B

در حل این مسائل ابتدا شما باید دقت کنید که خازن پس از شارژ از باتری جدا شده یا نه؟ اگر جدا شده باشد بار روی صفحات خازن ثابت است $(q=\text{ثابت})$ و اگر همچنان به باتری متصل باشد ولتاژ دو سر خازن ثابت است $(V=\text{ثابت})$

۱ با خروج عایق از بین صفحات خازن، ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\,,\,C'=\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C}{C'}=\kappa\xrightarrow{\kappa=2}C'=\frac{1}{2}C$$

۲ با توجه به تعریف ظرفیت خازن خواهیم داشت:

$$V=\frac{Q}{C}\Rightarrow\frac{V'}{V}=\frac{C}{C'}\xrightarrow{C'=\frac{1}{2}C}\frac{V'}{V}=\frac{C}{\frac{1}{2}C}\Rightarrow V'=2V$$

۳ از رابطهٔ انرژی خازن $U=\frac{Q^2}{2C}$ استفاده می‌کنیم.

$$U=\frac{Q^2}{2C}\,,\,U'=\frac{Q^2}{2C'}\Rightarrow\frac{U'}{U}=\frac{C}{C'}\Rightarrow\frac{U'}{U}=\frac{C}{\frac{1}{2}C}=2$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۱ ۱۸۸۱ B

۱ اگر درون یک خازن، دی‌الکتریک قرار دهیم، ظرفیت آن افزایش می‌یابد.

$$\uparrow C=\uparrow\kappa\varepsilon_0A/d\Rightarrow C_2>C_1$$

۲ زمانی که خازن به باتری وصل است ولتاژ تغییر نمی‌کند $V_2=V_1$

۳ با ثابت بودن ولتاژ بین صفحات و فاصلهٔ بین صفحات خازن میدان الکتریکی ثابت می‌ماند.

$$E=\frac{V}{d}\xrightarrow[d_1=d_2]{V_1=V_2}E_1=E_2$$

۴ با افزایش ظرفیت خازن و ثابت بودن ولتاژ دو سر آن، بار الکتریکی صفحات خازن افزایش می‌یابد.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow Q\ \text{افزایش می‌یابد}\Rightarrow Q_2>Q_1$$

(C: افزایش، V: ثابت)

۲ ۱۸۸۲ B

از آخر شروع می‌کنیم.

۱ فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن دو برابر شده است، بنابراین ظرفیت خازن نصف می‌شود.

$$C=\kappa\varepsilon_0A/d\xrightarrow{d'=2d}C'=\frac{1}{2}C$$

بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست است.

۲ خازن همچنان به باتری متصل است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند و برابر ولتاژ دو سر باتری است. $V_2=V_1$

بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.

۳ با کاهش ظرفیت و ثابت ماندن ولتاژ، بار روی صفحه‌ها کاهش می‌یابد.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow Q=CV\xrightarrow[V=\text{ثابت}]{C_2=\frac{1}{2}C_1}Q_2=\frac{1}{2}Q_1$$

گزارهٔ (ت) درست است.

۴ میدان الکتریکی بین صفحات خازن با توجه به ثابت ماندن ولتاژ و افزایش d کاهش می‌یابد.

$$E=\frac{V}{d}\xrightarrow[d\text{ دو برابر شده}]{V\text{ ثابت}}E_2=\frac{E_1}{2}$$

گزارهٔ (الف) درست است.

B ۱۸۸۳ ۲

خط فکری کاملاً مشخص است که مسئله دو حالت دارد زیرا در صورت مسئله بیان نشده که خازن پس از شارژ شدن همچنان به باتری متصل و یا از آن جدا شده است. اگر به باتری وصل باشد، ولتاژ آن ثابت و اگر از باتری جدا شده باشد، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند. با توجه به این مطلب مسئله را بررسی می‌کنیم.

اگر خازن را به مولد وصل کنیم و پس از باردار شدن از مولد جدا کنیم، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند. در این حالت اگر یک دی‌الکتریک بین صفحات آن قرار دهیم، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد و ولتاژ دو سر خازن کاهش می‌یابد $(V\downarrow=\frac{Q_{\text{ثابت}}}{C\uparrow})$ بنابراین میدان بین صفحه‌های خازن نیز کاهش می‌یابد $(E\downarrow=\frac{V\downarrow}{d_{\text{ثابت}}})$. اگر خازن به مولد وصل باشد و در این حالت بین صفحات آن دی‌الکتریک قرار دهیم. اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند. در نتیجه میدان الکتریکی بین صفحات آن نیز ثابت می‌ماند. در این صورت جملات (الف) و (ب) نادرست است.

در مورد جمله‌های (پ) و (ت) می‌توان گفت که هر دو درست هستند. زیرا اگر خازن از مولد جدا شود، بار ثابت می‌ماند و اگر خازن به مولد وصل باشد، میدان ثابت می‌ماند.

B ۱۸۸۴ ۱

۱ با دو برابر شدن فاصلهٔ بین صفحات خازن، ظرفیت خازن نصف می‌شود:

$$C=\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}\xrightarrow{d'=2d}C'=\frac{1}{2}C$$

۲ بار روی صفحات خازن تغییر نکرده است. از این رو انرژی خازن خواهد شد:

$$U=\frac{Q^2}{2C}\xrightarrow[C'=\frac{1}{2}C]{Q\text{ ثابت}}U'=2U$$

۳ انرژی ذخیره شده پس از دو برابر کردن فاصله، دو برابر شده است. در این صورت هنگام جرقه زدن انرژی بیشتری تخلیه شده و جرقهٔ بزرگ‌تری زده می‌شود.

شاید سؤال کنید این انرژی اضافی از کجا آمده است؟ وقتی صفحات خازن باردار هستند یکدیگر را می‌ربایند و برای جدا کردن آن‌ها از هم و دور کردن فاصلهٔ صفحات باید روی خازن کار انجام داده و این کار به صورت انرژی در خازن ذخیره می‌شود و انرژی خازن افزایش می‌یابد.

B ۱۸۸۵ ۲

۱ خازن به مولد متصل است بنابراین اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ آن ثابت است. $(V_2=V_1)\Rightarrow C=1$

۲ فاصلهٔ صفحات دو برابر شده و دی‌الکتریکی با ثابت $\kappa=3$ بین صفحات خازن قرار داده‌ایم. از این رو باید بنویسیم:

$$\left.\begin{array}{l}C_1=\varepsilon_{\circ}\frac{A_1}{d_1}\\ C_2=\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A_2}{d_2}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\kappa\times\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\Rightarrow C_2=1/5C_1\Rightarrow A=1/5$$

۳ بار روی صفحات خازن خواهد شد:

$$C=\frac{Q}{V}\xrightarrow[V_2=V_1]{C_2=1/5C_1}Q_2=1/5Q_1\Rightarrow B=1/5$$

۴ میدان بین صفحات خازن خواهد شد:

$$E=\frac{V}{d}\xrightarrow[V_2=V_1]{d_2=2d_1}E_2=0/5E_1\Rightarrow D=0/5$$

B ۱۸۸۶ ۲

وقتی خازن از باتری جدا می‌شود، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند و با دو برابر شدن فاصلهٔ صفحات خازن، ظرفیت خازن نصف می‌شود.

$$U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C},U'=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{\frac{C}{2}}=\frac{Q^2}{C},U'-U=\frac{Q^2}{C}-\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$=\frac{1}{2}\frac{(45)^2\times10^{-18}}{5\times10^{-9}}=2025\times10^{-9}J=2/025\times10^2nJ$$

B ۱۸۸۷ ۱

خط فکری ابتدا باید بررسی کنید وقتی دی‌الکتریک بین صفحات قرار می‌دهید و ظرفیت خازن افزایش می‌یابد، در چه صورتی انرژی خازن زیاد می‌شود.

۱ اگر خازن به باتری متصل باشد، ولتاژ دو سر آن ثابت است و با افزایش ظرفیت خازن بنا به رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$، انرژی خازن افزایش می‌یابد.

۲ اگر خازن بعد از باردار شدن از باتری جدا شده باشد، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند $(Q_2=Q_1)$ و بنا به رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C\uparrow}\downarrow$، با افزایش ظرفیت خازن انرژی خازن کاهش می‌یابد.

با توجه به خط فکری قطعاً خازن به باتری متصل است. با قرار دادن دی‌الکتریک انرژی خازن ۵۰٪ افزایش یافته است. بنابراین: $U_2=U_1+\frac{50}{100}U_1\Rightarrow U_2=1/5U_1$

برای به‌دست آوردن انرژی از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ استفاده می‌کنیم و به جای U_1 و U_2 قرار می‌دهیم:

$$\frac{1}{2}C_2V^2=1/5(\frac{1}{2}C_1V^2)\Rightarrow C_2=1/5\,C_1$$

ظرفیت خازن در حالت اول $C_1=\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}$ و با دی‌الکتریک $C_2=\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}$ بوده است.

بنابراین:

$$C_2=1/5\,C_1\Rightarrow\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}=1/5\,\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}\Rightarrow\kappa=1/5$$

B ۱۸۸۸ ۴

خازن به باتری متصل است بنابراین اختلاف پتانسیل بین صفحات آن ثابت است. می‌خواهیم انرژی خازن ۸ درصد افزایش یابد:

$$\frac{U_2-U_1}{U_1}=\frac{8}{100}\Rightarrow\frac{\frac{1}{2}C_2V^2-\frac{1}{2}C_1V^2}{\frac{1}{2}C_1V^2}=\frac{8}{100}\Rightarrow\frac{C_2-C_1}{C_1}=\frac{8}{100}\Rightarrow\frac{\frac{1}{d_2}-\frac{1}{d_1}}{\frac{1}{d_1}}=\frac{8}{100}$$

$$\Rightarrow\frac{d_1}{d_2}-1=\frac{8}{100}\Rightarrow\frac{d_1}{d_2}=\frac{108}{100}\Rightarrow d_2=\frac{100d_1}{108}=\frac{270}{108}\times10^{-3}=2/5mm$$

بنابراین باید فاصله بین صفحات ۰/۲ میلی‌لیتر $(2/7-2/5)$ کاهش یابد.

B ۱۸۸۹ ۱

وقتی خازن از باتری جدا می‌شود، بار روی صفحات آن ثابت می‌ماند. $Q_1=Q_2=200\mu C$

فاصلهٔ صفحات ۵۰٪ افزایش یافته بنابراین:

$$C_1=\varepsilon_1\frac{A}{d},C_2=\varepsilon_{\circ}\frac{A}{1/5d}\Rightarrow\frac{C_1}{C_2}=1/5\xrightarrow{C_1=5}C_2=\frac{5}{1/5}$$

انرژی ذخیره شده در حالت اول برابر است با:

$$U=\frac{Q^2}{2C}\Rightarrow U_1=\frac{(200)^2}{2\times5}\Rightarrow U_1=4000\mu J$$

انرژی ذخیره شده در حالت دوم خواهد شد:

$$U_2=\frac{Q^2}{2C}=\frac{(200)^2}{2\times\frac{5}{1/5}}\Rightarrow U_2=1/5\times4000\mu J$$

تغییر انرژی خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta U=U_2-U_1=1/5\times4000-4000\Rightarrow\Delta U=2000\mu J\Rightarrow\Delta U=2mJ$$

B ۱۸۹۰ ۲

وقتی فاصلهٔ بین صفحات را ۷۵٪ کاهش می‌دهیم، فاصلهٔ بین صفحات $\frac{1}{4}$ حالت اولیه می‌شود.

$$C=\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}\xrightarrow{d'=\frac{1}{4}d}C'=4C$$

خازن به باتری متصل است و اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است، بنابراین:

$$Q'=C'V,Q=CV\Rightarrow\frac{Q'}{Q}=\frac{C'}{C}=4\Rightarrow Q'=4Q$$

B ۱۸۹۱ ۲

۱ خازن از باتری جدا شده و بار روی صفحات آن ثابت است. $(Q_۲=Q_۱)$

۲ فاصلهٔ بین صفحات خازن ٪۲۰ کاهش یافته یعنی:

$$d_۲=d_۱-\frac{۲۰}{۱۰۰}d_۱\Rightarrow d_۲=۰/۸d_۱$$

۳ ظرفیت خازن در حالت دوم را برحسب ظرفیت آن در حالت اول به‌دست می‌آوریم. البته مساحت صفحات ثابت است.

$$\left.\begin{array}{l}C_۱=\varepsilon_۰\frac{A_۱}{d_۱}\\ C_۲=\kappa\varepsilon_۰\frac{A_۲}{d_۲}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=\kappa\times\frac{d_۱}{d_۲}\Rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=۱/۵\times\frac{d_۱}{۰/۸d_۱}\Rightarrow C_۲=\frac{۱۵}{۸}C_۱$$

برای بررسی درصد تغییرات انرژی با ثابت بودن بار باید از رابطهٔ $U=\frac{Q^۲}{۲C}$ استفاده کنیم.

$$\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{\frac{Q^۲}{۲C_۲}}{\frac{Q^۲}{۲C_۱}}\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{C_۱}{C_۲}\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{۸}{۱۵}$$

درصد تغییرات انرژی خواهد شد:

$$\text{درصد تغییرات انرژی}=\frac{\Delta U}{U_۱}\times۱۰۰\Rightarrow\frac{\frac{۸}{۱۵}U_۱-U_۱}{U_۱}\times۱۰۰=-\frac{۷}{۱۵}U_۱\approx-۴۷٪U_۱$$

بنابراین انرژی تقریباً ٪۴۷ کاهش می‌یابد.

C ۱۸۹۲ ۴

حالت اول: خازن به باتری متصل است و ولتاژ بین صفحات ثابت است.

با m برابر کردن فاصلهٔ بین صفحات خازن ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

$$\downarrow C=\varepsilon_۰\frac{A}{d\uparrow}\xrightarrow{d'=md}C'=\frac{۱}{m}C$$

در این حالت با ثابت بودن V و کاهش ظرفیت خازن انرژی ذخیره شده در خازن کاهش می‌یابد.

$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲\xrightarrow[\text{ثابت }V]{C'=\frac{۱}{m}C}U'=\frac{۱}{m}U\qquad(۱)$$

حالت دوم: خازن از باتری جدا شده و بار روی صفحات خازن ثابت می‌ماند. $Q''=Q'$

فاصلهٔ صفحات $\frac{۱}{m}$ شده است. بنابراین:

$$d''=\frac{۱}{m}d'\xrightarrow{C=\varepsilon_۰\frac{A}{d}}\frac{C''}{C'}=\frac{d'}{d''}\Rightarrow\frac{C''}{C'}=\frac{d'}{\frac{۱}{m}d'}\Rightarrow C''=mC'$$

برای بررسی انرژی ذخیره شده در خازن در این صورت از رابطهٔ $U=\frac{Q^۲}{۲C}$ استفاده می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l}U''=\frac{Q^۲}{۲C''}\\ U'=\frac{Q^۲}{۲C'}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{U''}{U'}=\frac{C'}{C''}\Rightarrow\frac{U''}{U'}=\frac{C'}{mC'}\Rightarrow U''=\frac{۱}{m}U'\qquad(۲)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}U''=\frac{۱}{m}(\frac{۱}{m}U)\Rightarrow U''=\frac{۱}{m^۲}U$$

B ۱۸۹۳ ۴

حالت اول:

۱ خازن به باتری متصل است بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند.

$$V_۲=V_۱$$

۲ با n برابر کردن فاصلهٔ صفحات ظرفیت خازن خواهد شد:

$$C=\varepsilon_۰\frac{A}{d}\xrightarrow{d'=nd}C'=\frac{C}{n}$$

۳ در این صورت با ثابت بودن ولتاژ و $\frac{۱}{n}$ برابر شدن ظرفیت انرژی ذخیره شده برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲\xrightarrow[V'=V]{C'=\frac{C}{n}}U'=\frac{U}{n}\qquad(۱)$$

حالت دوم: خازن را از مولد جدا کرده‌ایم بنابراین بار الکتریکی روی صفحات خازن ثابت می‌ماند $Q_۲=Q_۱$.

فاصلهٔ صفحات را n برابر کرده‌ایم بنابراین ظرفیت خازن مجدداً برابر است با: $C''=\frac{۱}{n}C$

برای بررسی انرژی خازن در این حالت از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$ استفاده می‌کنیم.

$$\frac{U''}{U}=\frac{\frac{Q^۲}{۲C''}}{\frac{Q^۲}{۲C}}=\frac{C}{C''}\Rightarrow\frac{U''}{U}=\frac{C}{\frac{C}{n}}\Rightarrow U''=nU\qquad(۲)$$

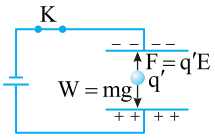
در این صورت نسبت $\frac{U''}{U'}$ خواهد شد:

$$\frac{U''}{U'}=\frac{nU}{\frac{U}{n}}\Rightarrow\frac{U''}{U'}=n^۲$$

B ۱۸۹۴ ۲

خط فکری ابتدا فکر کنید که چرا ذرهٔ q' بین دو صفحهٔ خازن معلق و در تعادل است. بله، قطعاً چون دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد بر q' با هم برابر هستند، اکنون باید مشخص کنید اگر کلید باز شود با افزایش فاصلهٔ بین دو صفحه، نیروی الکتریکی چه تغییری می‌کند؟ در واقع میدان الکتریکی بین صفحات چه تغییری می‌کند؟ پس به سراغ پاسخ این سؤال‌ها بروید.

۱ به بار الکتریکی q' بین دو صفحهٔ خازن نیروی وزن $W=mg$ رو به پایین و نیروی الکتریکی از طرف میدان الکتریکی خازن $(F=qE)$ رو به بالا وارد می‌شود و با هم برابر هستند $(F=W)$ و ذره در تعادل است.



۲ با باز کردن کلید و جدا کردن خازن از باتری، بار روی صفحات خازن ثابت می‌ماند. $Q_۱=Q_۲$

۳ با دو برابر کردن فاصلهٔ صفحات خازن، ظرفیت خازن نصف می‌شود.

$$C=\varepsilon_۰\frac{A}{d}\xrightarrow{d_۲=۲d_۱}C_۲=\frac{۱}{۲}C_۱$$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر خازن دو برابر می‌شود زیرا:

$$V=\frac{Q}{C}\xrightarrow[Q\text{ ثابت}]{C_۲=\frac{۱}{۲}C_۱}V_۲=۲V_۱$$

۵ در این صورت میدان الکتریکی بین صفحات خازن ثابت می‌ماند زیرا:

$$E=\frac{V}{d}\xrightarrow[d_۲=۲d_۱]{V_۲=۲V_۱}E'=\frac{۲V_۱}{۲d_۱}\Rightarrow E'=E$$

۶ به دلیل آنکه میدان الکتریکی تغییر نکرده است، نیروی الکتریکی تغییر نمی‌کند و ذره در همان وضعیت باقی می‌ماند.

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۱۸۹۵ ۲

با افزایش فاصلهٔ صفحات خازن، انرژی ذخیره شده و بار روی صفحات، هر کدام چهار برابر شده است و بنابر رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}qV$ ، باید ولتاژ بین صفحات خازن ثابت مانده باشد. یعنی خازن به باتری متصل باشد. با افزایش فاصلهٔ صفحات، میدان الکتریکی خازن کاهش می‌یابد.

$$E=\frac{V}{d},E'=\frac{V}{۴d}\Rightarrow\frac{E'}{E}=\frac{\frac{V}{۴d}}{\frac{V}{d}}\Rightarrow E'=\frac{۱}{۴}E$$

C ۴ ۱۸۹۶

خط فکری ابتدا باید بار هر خازن را از رابطهٔ $Q=CV$ به‌دست بیاورید. سپس ۲۵٪ بار یک خازن را به دیگری منتقل کنید و انرژی دو خازن را در حالت جدید برابر قرار دهید تا نسبت $\frac{V_2}{V_1}$ را به‌دست آورید.

۱ بار خازن‌ها را حساب می‌کنیم.

$$Q=CV\Rightarrow\begin{cases}C_1=4\mu F\Rightarrow Q_1=4V_1\\ C_2=1\mu F\Rightarrow Q_2=V_2\end{cases}$$

۲ ۲۵٪ بار خازن C_1 $(Q_1=4V_1)$ را به خازن C_2 منتقل کرده‌ایم، از این رو خواهیم داشت:

$$Q'_1=Q_1-0/25Q_1\Rightarrow Q'_1=0/75Q_1\Rightarrow Q'_1=\frac{3}{4}(4V_1)\Rightarrow Q'_1=3V_1 \quad (I)$$

$$Q'_2=Q_2+0/25Q_1\Rightarrow Q'_2=V_2+\frac{1}{4}(4V_1)\Rightarrow Q'_2=V_2+V_1 \quad (II)$$

۳ انرژی دو خازن را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$U'_1=U'_2\Rightarrow\frac{Q'^2_1}{2C_1}=\frac{Q'^2_2}{2C_2}\xrightarrow{(I),(II)}\frac{(3V_1)^2}{4}=\frac{(V_2+V_1)^2}{1}$$

$$\Rightarrow V_2+V_1=\frac{3V_1}{2}\Rightarrow V_1=\frac{1}{2}V_2$$

B ۴ ۱۸۹۷

خط فکری بار الکتریکی همواره در اثر اختلاف پتانسیل جابه‌جا می‌شود و از پتانسیل بالاتر به پتانسیل پایین‌تر شارش می‌کند. بنابراین شما باید اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها را با هم مقایسه کنید.

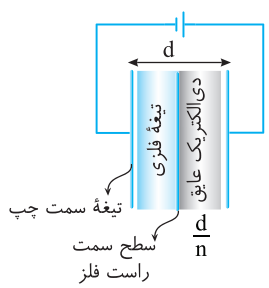
در مدار (۱) ولتاژ دو سر خازن C_1 $(V_1=\frac{2q}{2C}=\frac{q}{C})$ با ولتاژ دو سر خازن C_2 $(V_2=\frac{q}{C})$ برابر است و با بستن کلید باری جابه‌جا نمی‌شود. در مدار (۲) نیز ولتاژ خازن C_4 برابر $V_4=\frac{q}{C}$ و ولتاژ خازن C_3 برابر $V_3=\frac{q}{2C}$ است، بنابراین $V_4>V_3$ است و بار از خازن C_4 به خازن C_3 شارش می‌یابد و بار خازن C_4 کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۴) درست است.

C ۲ ۱۸۹۸

خط فکری فلز دارای بار آزاد است. اگر شخصی یک میخ فلزی را درون سوراخ پریز برق فرو کند قطعاً با حادثهٔ بدی روبه‌رو می‌شود زیرا بار الکتریکی از سیم درون پریز به میخ منتقل می‌شوند و میخ آن‌ها را به دست شخص منتقل می‌کند. اکنون با دانستن این مطلب می‌توانید درک کنید که وقتی تیغهٔ فلزی را به صفحهٔ سمت چپ می‌چسبانیم با اتصال خازن به باتری، بارها روی سطح سمت راست فلز تجمع می‌کنند، مانند این است که دو صفحهٔ خازن به هم نزدیک شده‌اند و ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

با توجه به صورت سؤال شکل خازن به صورت زیر می‌شود. با قرار دادن تیغهٔ فلزی دیگر بار الکتریکی روی صفحهٔ سمت چپ خازن ذخیره نمی‌شود و روی تیغهٔ فلزی شروع به حرکت کرده و روی سطح سمت راست تیغهٔ فلزی تجمع می‌کند. پس در واقع فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن از d به $\frac{d}{n}$ کاهش می‌یابد و از طرفی ثابت دی‌الکتریک عایق آن n است، بنابراین خواهیم داشت:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow[\kappa=n]{d_2=\frac{d}{n}}C_2=n\varepsilon_0\frac{A}{\frac{d}{n}}\Rightarrow C_2=n^2(\varepsilon_0\frac{A}{d})\Rightarrow C_2=n^2C_1$$



A ۳ ۱۸۹۹

خط فکری وقتی کلید K_1 بسته است خازن به باتری متصل است، در نتیجه خازن باردار می‌شود و در آن مقداری انرژی ذخیره می‌شود. وقتی کلید K_1 را باز و کلید K_2 را می‌بندیم، انرژی ذخیره شده در خازن در لامپ مصرف می‌شود. پس شما باید انرژی ذخیره شده در خازن را بیابید.

انرژی ذخیره شده در خازن برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}CV^2\Rightarrow U=\frac{1}{2}\times3\times10^{-3}\times10^2\Rightarrow U=0/15J$$

این مقدار انرژی در لامپ مصرف خواهد شد.

B ۱ ۱۹۰۰

یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه برابر $\Delta V=Ed'$ بوده که در این رابطه d' فاصلهٔ دو نقطه در راستای خطوط میدان الکتریکی است.

۱ ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow[A=0/1m^2]{\kappa=1}C=1\times9\times10^{-12}\times\frac{0/1}{d}\Rightarrow C=\frac{9\times10^{-13}}{d}$$

۲ با توجه به بار الکتریکی و رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$، اختلاف پتانسیل بین دو صفحه را حساب می‌کنیم.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow V=\frac{Q}{C}\Rightarrow V=\frac{90\times10^{-9}}{\frac{9\times10^{-13}}{d}}=10^5d$$

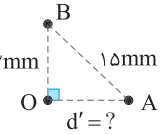
۳ میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم:

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow E=\frac{10^5d}{d}=10^5\frac{V}{m}$$

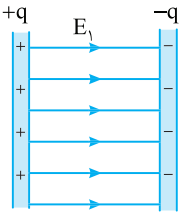
۴ حال فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B در راستای خطوط میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم:

$$15=\sqrt{12^2+d^2}\Rightarrow225=144+d^2\Rightarrow d=9mm$$

$$\Delta V=Ed'\Rightarrow\Delta V=10^5\times9\times10^{-3}=9\times10^2V$$



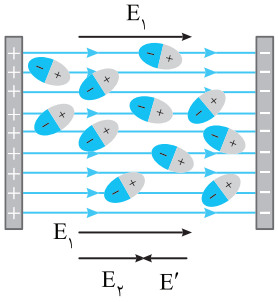
A ۱ ۱۹۰۱



دقت کنید که خازن پس از باردار شدن از منبع جدا شده و بار روی صفحات خازن تغییر نمی‌کند پس میدان الکتریکی بین صفحات خازن حاصل از بارهای $+q$ و $-q$ روی صفحات خازن است که مقدار آن (E_1) ثابت می‌ماند.

با قرار دادن دی‌الکتریک بین صفحات خازن و قطبیده شده دی‌الکتریک، یک میدان الکتریکی حاصل از قطبیدگی (E') در خلاف جهت میدان اصلی (E_1) ایجاد می‌شود و میدان درون خازن، برایند میدان E_1 و E' خواهد شد.

$$\vec{E}_2=\vec{E}_1-\vec{E}'$$

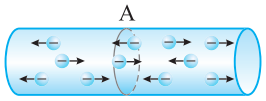


فصل هفتم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

پنجره ۱

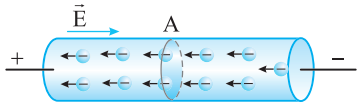
A ۱۹۰۲ ۴

مطابق شکل زیر وقتی کلید باز است، بار الکتریکی از هر سطح مقطع مدار عبور می‌کند، اما در نبود اختلاف پتانسیل، شارش بار خالص از مقطع معین A سیم نداریم، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.



شکل (الف) در نبود اختلاف پتانسیل

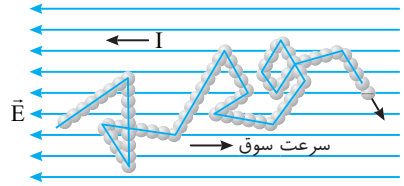
اگر کلید بسته شود، تحت تأثیر اختلاف پتانسیل دو سر سیم، درون فلز میدان الکتریکی ایجاد می‌شود که سبب حرکت کاتوره‌ای الکترون‌ها می‌شود و از هر مقطع مدار شارش خالص بار رخ می‌دهد، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست و گزینهٔ (۴) درست است.



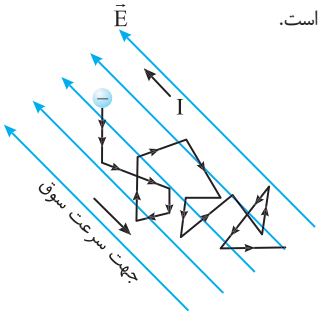
شکل (ب) در حضور اختلاف پتانسیل

A ۱۹۰۳ ۳

وقتی میدان الکتریکی درون فلز ایجاد می‌شود، الکترون‌ها حرکت کاتوره‌ای خود را کمی تغییر می‌دهند و با سرعتی متوسط موسوم به سرعت سوق مطابق شکل در خلاف جهت میدان به‌طور بسیار آهسته حرکت می‌کنند. از طرفی جهت قرار دادی جریان در جهت میدان الکتریکی است.



اکنون با توجه به شکل مسئله، جهت جریان ↖، جهت میدان ↗ و جهت سرعت سوق ↘ مشخص است.



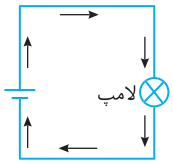
بازی با سؤال **اگر یک سیم رسانای حامل جریان را در امتدادهای جغرافیایی فرض کنیم، کدام گزینه می‌تواند جهت سرعت سوق و میدان درون رسانا باشد؟**

۱) شمال شرقی، جنوب شرقی ۲) جنوب غربی، شمال غربی
۳) جنوب غربی، جنوب شرقی ۴) جنوب غربی، شمال شرقی

گزینهٔ ۴

A ۱۹۰۴ ۳

الکترون‌های آزاد در طول سیم رسانا با تندی‌هایی از مرتبهٔ $10^{6}\,m/s$ در حرکت‌اند، درحالی که سرعت سوق در یک رسانای فلزی بسیار کم و مثلاً در سیم‌های مسی از مرتبهٔ بزرگی $10^{-5}\,m/s$ یا $10^{-4}\,m/s$ است، بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.



جهت قراردادی جریان الکتریکی در مدار از پایانهٔ مثبت باتری به سوی پایانهٔ منفی آن است، بنابراین شارش جریان مدار ساعتگرد است و گزارهٔ (ب) نادرست است.

باتری در مدار جریان مستقیم می‌فرستد یعنی جریانی که جهت آن با زمان تغییر نمی‌کند و مقدار آن ثابت می‌ماند، بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

A ۱۹۰۵ ۲

خط فکری هر گاه تعداد بار شارش‌شده مدنظر باشد، باید مقدار بار شارش‌شده (q) را به‌دست آورده و با توجه به رابطهٔ $q=ne$ تعداد بار شارش شده را به‌دست آوریم.

با توجه به تعریف جریان $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ و همچنین رابطهٔ $q=ne$ می‌توان نوشت:

$$I=\frac{ne}{t}\Rightarrow 1=\frac{n\times 1/6\times 10^{-19}}{1\times 10^{-9}}\Rightarrow n=\frac{1}{1/6}\times 10^{10}=\frac{10}{16}\times 10^{10}=\frac{5}{8}\times 10^{10}$$

بازی با سؤال **با توجه به اینکه اندازهٔ بار الکتریکی هر الکترون برابر $1/6\times 10^{-19}C$ است، وقتی جریانی به شدت یک آمپر از مداری می‌گذرد در هر ثانیه به‌طور خالص، چند الکترون از یک مقطع این مدار خواهد گشت؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) $6/25\times 10^{23}$ ۲) $1/6\times 10^{19}$ ۳) $6/25\times 10^{18}$ ۴) $1/6\times 10^{20}$

گزینهٔ ۳

B ۱۹۰۶ ۲

الف) با توجه به تعریف جریان خواهیم داشت: $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow \Delta q=I\Delta t$

$$\Delta q=0/16\times 10^{-3}\times 3600\Rightarrow \Delta q=0/576C$$

بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.

ب) انرژی‌ای که باتری به مدار می‌دهد برابر است با:

$$\Delta V=\frac{W}{q}\Rightarrow W=q\Delta V\Rightarrow W=0/576\times 3\Rightarrow W=1/728J$$

بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.

پ) تعداد الکترون‌های شارش‌شده در هر ثانیه برابر خواهد شد با:

$$\Delta q=I\Delta t=ne\Rightarrow 0/16\times 10^{-3}\times 1=n\times 1/6\times 10^{-19}\Rightarrow n=10^{15}$$

بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

B ۱۹۰۷ ۳

خط فکری در این مسئله باید از تعریف اختلاف پتانسیل در فصل الکتریسیته ساکن $\Delta V=\Delta U/q$ استفاده شود و بار شارش‌شده به‌دست آید تا به کمک آن بتوان جریان را حساب کرد.

بار الکتریکی شارش شده خواهد شد: $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow 5\times 10^{7}=\frac{10^{9}}{q}\Rightarrow q=20C$

جریان متوسط برابر است با: $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t=0/2s} I=\frac{20}{0/2}=100A$

A ۱۹۰۸ ۲

در رابطهٔ $\Delta q=I\Delta t$ اگر I برحسب آمپر و Δt برحسب ساعت باشد، یکای Δq (بار الکتریکی) آمپر - ساعت (Ah) می‌شود.

A ۱۹۰۹ ۴

با توجه به فرمول $\Delta q=I\Delta t$ و اینکه در سؤال به ما مقدار $\Delta q=1000mA.h$ و $I=100\mu A=100\times 10^{-3}mA$ داده شده داریم:

$$\Delta q=I\Delta t\Rightarrow 1000mA.h=100\times 10^{-3}mA\times\Delta t\Rightarrow\Delta t=10^{4}h$$

دقت کنید آمپر - ساعت واحد بار الکتریکی است.

A ۱۹۱۰ ۲

خط فکری جریان متوسط یعنی آهنگ شارش بار الکتریکی $I=\Delta q/\Delta t$، از طرفی دو ثانیه سوم یعنی بازهٔ زمانی بین $t_1=4s$ تا $t_2=6s$، بنابراین در این لحظه‌ها بار الکتریکی گذرنده را حساب کرده و جریان متوسط را حساب می‌کنیم.

بار الکتریکی در لحظهٔ $t_1=۴s$ و $t_2=۶s$ برابر است با:

$$q=۴\cos(\frac{\pi}{۴}t)\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t_1=۴s} q_1=۴\cos\frac{\pi}{۴}\times۴=۴\cos\pi\Rightarrow q_1=-۴C\\ \xrightarrow{t_2=۶s} q_2=۴\cos\frac{\pi}{۴}\times۶=۴\cos\frac{۳\pi}{۲}\Rightarrow q_2=۰\end{cases}$$

بنابراین جریان متوسط خواهد شد:

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{۰-(-۴)}{۶-۴}=+۲A$$

بازی با سؤال **بار شارش‌شده در هر مقطع از یک سیم حامل جریان برحسب زمان در SI به صورت $q=at+۱۰$ است. اگر جریان متوسط عبوری از سیم در یک بازهٔ زمانی دلخواه Δt برابر $۵A$ باشد، a کدام است؟**

۱) ۲/۵ ۲) ۵
۳) ۷/۵ ۴) مقدار بازهٔ زمانی Δt باید مشخص باشد.

گزینهٔ ۲

۳ ۱۹۱۱ A

با بسته شدن کلید، الکترون‌ها از زمین به سمت کره که دارای بار مثبت است، حرکت می‌کنند تا بار کره را خنثی کند. بنابراین جهت حرکت الکترون‌ها از زمین به سمت کره می‌باشد و جهت جریان خلاف جهت حرکت الکترون است و از کره به سمت زمین می‌باشد، بنابراین گزارهٔ (الف) درست و گزارهٔ (ب) نادرست می‌باشد.

اندازهٔ جریان متوسط برابر است با: $\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{q_2-q_1}{\Delta t}=\frac{۰-۰/۴}{۰/۰۴}=-۱۰A\Rightarrow|\bar{I}|=۱۰A$

پس گزارهٔ (پ) نیز درست بوده، بنابراین دو گزاره درست است.

بازی با سؤال **دو کرهٔ فلزی مشابه A و B به ترتیب دارای بارهای الکتریکی $-۲nC$ و $+۶nC$ هستند. اگر این دو کره را با یک سیم رسانا به هم متصل کنیم، در مدت یک میکروثانیه، دو کره به تعادل الکتریکی می‌رسند. جریان الکتریکی متوسط گذرنده از این سیم رسانا چند میلی‌آمپر است؟**

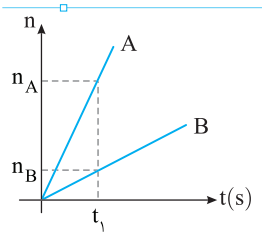
۱) ۰/۰۰۴ ۲) ۴ ۳) ۰/۰۰۲ ۴) ۲

گزینهٔ ۲

۲ ۱۹۱۲ A

خط فکری هر چه تعداد الکترون شارش شده در یک بازهٔ زمانی مشخص (مثلاً t_1) بیشتر باشد، بار الکتریکی شارش شده بیشتر است، بنابراین جریان بزرگ‌تر است.

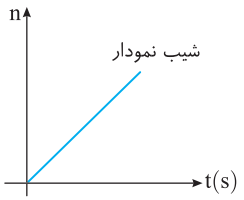
جریان متوسط عبوری از رسانا برابر با $\bar{I}=\frac{q}{t}=\frac{ne}{t}$ است، با توجه به نمودار در لحظه مشخص مثل t_1 داریم:



$$\begin{cases}I_A=\frac{n_Ae}{t_1}\\ I_B=\frac{n_Be}{t_1}\end{cases}\xrightarrow{n_A>n_B} I_A>I_B$$

با توجه به خطی بودن نمودارها شیب آن‌ها ثابت است

$$\text{شیب نمودار}=\frac{\text{تغییرات محور قائم}}{\text{تغییرات محور افقی}}=\text{ثابت}=\frac{\Delta n}{\Delta t}$$

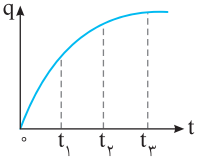


رابطهٔ جریان متوسط برابر است با:

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\Delta ne}{\Delta t}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\Delta n}{\Delta t}e$$

مقدار بار بنیادی e ثابت و برابر $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$ و مقدار $\frac{\Delta n}{\Delta t}$ نیز ثابت است، بنابراین مقدار جریان ثابت است و جریان‌ها مستقیم است.

بازی با سؤال **در نمودار q−t زیر در کدام بازه زمانی جریان متوسط بیشتر است؟**



۱) t_2 تا ۰ ۲) t_2 تا t_1
۳) t_3 تا t_2 ۴) t_1 تا ۰

گزینهٔ ۴

۴ ۱۹۱۳ B

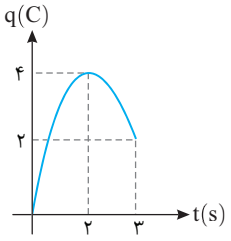
خط فکری برای به‌دست آوردن جریان متوسط باید بار شارش شده در واحد زمان را به‌دست آوریم. برای به‌دست آوردن بار شارش شده نمودار q−t به ما داده شده است.

نمودار q−t سهمی و معادلهٔ q برحسب t معادله درجه دوم است.

از طرفی مختصات هر نقطه از نمودار باید در معادلهٔ سهمی صدق کند، بنابراین ابتدا با قرار دادن مختصات نقاط روی نمودار در معادله، معادلهٔ بار الکتریکی برحسب زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$q=at^۲+bt+c\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow[q=۴C]{t=۲s} ۴=۴a+۲b+c\\ \xrightarrow[q=۲C]{t=۳s} ۲=۹a+۳b+c\\ \xrightarrow[t=۲s]{\text{رأس سهمی}} ۲=\frac{-b}{۲a}\Rightarrow b=-۴a\end{cases}$$

۱ حال با توجه به سه معادله بالا سه مجهول a ، b و c را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases}۴=۴a+۲(-۴a)+c\Rightarrow۴=-۴a+c\\ ۲=۹a+۳(-۴a)+c\Rightarrow۲=-۳a+c\end{cases}$$

$$\Rightarrow a=-۲,c=-۴,\frac{-b}{۲a}=۲$$

$$\Rightarrow b=-۴a=۸\Rightarrow q=-۲t^۲+۸t-۴$$

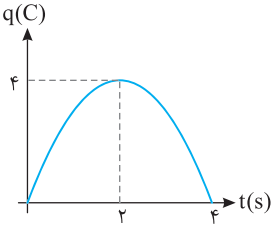
۲ در لحظهٔ $t=۰$ و $t=۳s$ ، q برابر است با:

$$q=-۲t^۲+۸t-۴\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t=۰} q_1=-۴C\\ \xrightarrow{t=۳s} q_2=(-۲\times۹)+(۸\times۳)-۴=۲C\end{cases}$$

۳ جریان متوسط برابر خواهد شد با:

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{۲-(-۴)}{۳-۰}=۲A$$

بازی با سؤال **نمودار بار الکتریکی گذرنده از هر مقطع یک مدار بر حسب زمان، مطابق سهمی شکل زیر است. در بازهٔ زمانی $t=۱s$ تا $t=۳s$ جریان الکتریکی متوسط عبوری از مدار چند آمپر است؟**



۱) صفر ۲) ۲
۳) ۴ ۴) ۶

گزینهٔ ۱

۲ ۱۹۱۴ A

الف) نادرست، میدان الکتریکی خارجی باعث می‌شود که الکترون‌ها حرکت کاتوره‌ای خود را کمی تغییر دهند.

ب) درست، دیود نورگسیل (LED) از قانون اُهم پیروی نمی‌کند و نمودار جریان بر حسب اختلاف پتانسیل آن خطی نیست بلکه یک نمودار خمیده است.

پ) نادرست، اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانای اُهمی سه برابر شود، جریان الکتریکی عبوری نیز سه برابر می‌شود و مقاومت آن ثابت می‌ماند، مقاومت الکتریکی وابسته به مشخصات ساختمانی رسانا است.

ت) درست، «آمپر - ساعت» یکای بار الکتریکی است و مشخص کنندهٔ حداکثر باری است که باتری می‌تواند به‌طور ایمن از مدار عبور دهد تا تخلیه شود.

۳ ۱۹۱۵ A

۱ در رسانای اهمی، قانون اهم $R=\frac{V}{I}$ برقرار است، برای رسانای A می‌توان نوشت:

$$R_A=\frac{V_A}{I_A}\Rightarrow R_A=\frac{۳/۶}{۰/۶}=۶\Omega$$

۲ برای رسانای B نیز خواهیم داشت: $R_B=\frac{V_B}{I_B}\Rightarrow۸=\frac{V_B}{۰/۸}\Rightarrow V_B=۶/۴V$

بنابراین جای خالی (۱) با ۶Ω و جای خالی (۲) با $۶/۴V$ پر می‌شود.

رسانا	R(Ω)	I(A)	V(V)
A	۶	۰/۶	۳/۶
B	۸	۰/۸	۶/۴

A ۱۹۱۶ ۱

با استفاده از قانون اهم، جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{V}{R}\xrightarrow{V=۴V,R=۵\Omega}I=\frac{۴}{۵}=۰/۸A$$

اکنون با توجه به تعریف جریان می‌توان بار الکتریکی گذرنده از لامپ را به‌دست آورد.

$$q=It\xrightarrow{t=۵min=۳۰۰s}q=۰/۸\times۳۰۰=۲۴۰C$$

تعداد الکترون‌های گذرنده از لامپ خواهد شد:

$$q=ne\Rightarrow۲۴۰=n\times(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})\Rightarrow n=۱۵۰\times۱۰^{+۱۹}\Rightarrow n=۱/۵\times۱۰^{۲۱}$$

بازی با سؤال **یک مقاومت ۱۰Ω را که رسانای اهمی است به یک باتری وصل می‌کنیم. اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $۵V$ باشد، در مدت $۳۲s$ چه تعداد الکترون از مقاومت عبور می‌کند؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$**

۱) $۱۰^{۱۹}$ ۲) $۱۰^{۱۷}$ ۳) $۱۰^{۲۰}$ ۴) $۱۰^{۱۸}$

گزینهٔ ۳

A ۱۹۱۷ ۲

خط فکری در یک رسانا، مقدار مقاومت با تغییر جریان یا ولتاژ ثابت می‌ماند و در واقع تغییرات جریان و ولتاژ به گونه‌ای است که نسبت $\frac{V}{I}$ ثابت بماند.

۱ ابتدا به کمک قانون اهم، مقاومت لامپ را حساب می‌کنیم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{۱/۵}{۰/۳}\Rightarrow R=۵\Omega$$

۲ با ولتاژ $۱/۲V$ باتری، جریان عبوری از لامپ ۵ اهمی خواهد شد:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I'=\frac{۱/۲}{۵}\Rightarrow I'=۰/۲۴A$$

۳ بنابراین جریان $۰/۲۴-۰/۳=-۰/۰۶A$ کاهش می‌یابد.

روش دیگر: مقاومت ثابت است و در هر دو حالت نسبت $\frac{V}{I}$ یکسان است:

$$R_۱=R_۲\Rightarrow\frac{V_۱}{I_۱}=\frac{V_۲}{I_۲}\Rightarrow\frac{۱/۵}{۰/۳}=\frac{۱/۲}{I_۲}\Rightarrow I_۲=۰/۲۴A$$

جریان از $۰/۳A$ به $۰/۲۴A$ رسیده و به اندازهٔ $۰/۰۶$ کاهش یافته است.

A ۱۹۱۸ ۴

یادآوری با تغییر جریان و ولتاژ، نسبت آن‌ها یعنی $\frac{V}{I}$ ثابت می‌ماند و مقاومت تغییر نمی‌کند.

با توجه به صورت مسئله جریان $۵A$ افزایش یافته $(I_۲=I_۱+۵)$ و اختلاف پتانسیل دو سر آن ٪۵۰ افزایش یافته $(V_۲=۱/۵V_۱)$، بنابراین با توجه به قانون اهم می‌توان نوشت:

$$V_۲=۱/۵V_۱\xrightarrow{V=IR}I_۲R=۱/۵I_۱R\Rightarrow I_۲=۱/۵I_۱$$

$$\xrightarrow{I_۲=I_۱+۵}I_۱+۵=۱/۵I_۱\Rightarrow۵=۰/۵I_۱\Rightarrow I_۱=۱۰A$$

بازی با سؤال **اختلاف پتانسیل بین دو سر یک سیم در دمای ثابت از ۲۸ ولت به ۴۰ ولت افزایش می‌یابد. اگر با این کار جریان عبوری از مقاومت ۱/۵ آمپر افزایش یابد، مقاومت سیم چند اهم است؟**

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

گزینهٔ ۱

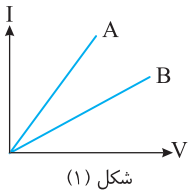
A ۱۹۱۹ ۴

خط فکری یک رسانا هم می‌تواند اهمی و هم غیراهمی باشد. اگر وسیله اهمی باشد، با تغییر ولتاژ و جریان مقدار مقاومت تغییر نمی‌کند و از قانون اهم $(I=\frac{۱}{R}V)\ R=\frac{V}{I}$ پیروی می‌کند، بنابراین جریان برحسب ولتاژ خطی است و اگر رسانا غیراهمی باشد، از قانون اهم پیروی نمی‌کند و نمودار آن خطی نیست.

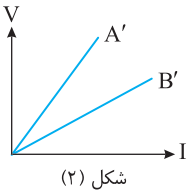
اگر رسانا اهمی باشد نمودار ولتاژ برحسب جریان آن خط موربی است که از مبدأ می‌گذرد مانند گزینه (۱) و اگر رسانا غیراهمی باشد مانند دیود نورگسیل، نمودار آن خطی نیست و مشابه نمودار گزینه (۳) است، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۹۲۰ ۳

خط فکری در نمودارهای خطی شیب نمودار برابر نسبت تغییرات محور قائم به تغییرات محور افقی است. مثلاً در نمودار (۱) شیب خط برابر $\frac{I}{V}$ و در نمودار (۲) شیب خط برابر $\frac{V}{I}$ است. با توجه به قانون اهم $R=\frac{V}{I}$ $(V=IR)$ شیب خط نمودار ولتاژ برحسب جریان $(V-I)$ برابر **مقاومت** (R) و شیب خط نمودار جریان برحسب ولتاژ $(I-V)$ برابر **وارون مقاومت** $(\frac{۱}{R})$ است.



شکل (۱)



شکل (۲)

۱ در نمودار شکل (۱) شیب نمودار A از شیب نمودار B بیشتر است و می‌دانیم شیب نمودار $I-V$ وارون مقاومت است، بنابراین مقاومت A از مقاومت B کمتر است:

$$\text{شیب A}>\text{شیب B}\Rightarrow\frac{۱}{R_A}>\frac{۱}{R_B}\Rightarrow R_B>R_A$$

۲ در نمودار شکل (۲) شیب نمودار A' از شیب نمودار B' بیشتر است و مقاومت A' از مقاومت B' بیشتر است:

$$\text{شیب A'}>\text{شیب B'}\Rightarrow R_{A'}>R_{B'}$$

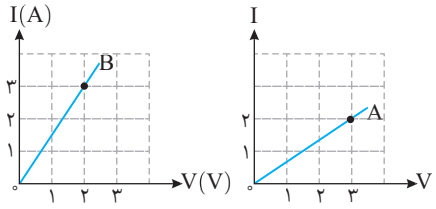
A ۱۹۲۱ ۱

خط فکری به کمک نمودار جریان برحسب ولتاژ $(I-V)$ می‌توان مقاومت رسانا را به‌دست آورد. به کمک داده‌های روی نمودار مقاومت‌های A و B را به سادگی به‌دست می‌آوریم:

با توجه به نمودار برای مقاومت A داریم: $R_A=\frac{V}{I}\Rightarrow R_A=\frac{۳}{۲}\Omega$ (۱)

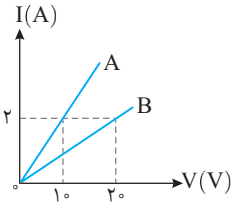
برای مقاومت B نیز داریم: $R_B=\frac{V}{I}\Rightarrow R_B=\frac{۲}{۳}\Omega$ (۲)

بنابراین نسبت دو مقاومت A و B برابر است با: $(۱),(۲)\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۳}{۲}}=\frac{۴}{۹}$



بازی با سؤال **نمودار شدت جریان عبوری از دو مقاومت A و B برحسب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های A و B مطابق شکل است. مقاومت B چند برابر مقاومت A است؟**

کنکور دهه‌های گذشته

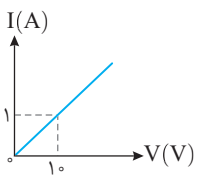


۱) ۲
۲) ۵
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۵}$

گزینهٔ ۱

A ۱۹۲۲ ۳

خط فکری مسیر ساده‌ای در پیش دارید، محاسبهٔ مقاومت از روی نمودار، سپس به‌دست آوردن جریان به کمک ولتاژ داده شده و سرانجام محاسبه آمپر - ساعت باتری.



یادآوری آمپر - ساعت یکای بار الکتریکی است.

۱ مقاومت این رسانا برابر است با: $R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=۱۰V,\ I=۱A}R=\frac{۱۰}{۱}=۱۰\Omega$

۲ جریان عبوری از مقاومت وقتی اختلاف پتانسیل دو سر آن $۲۰V$ است، برابر خواهد شد با: $I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۲۰}{۱۰}\Rightarrow I=۲A$

۳ این باتری پس از ۱/۵ ساعت تخلیه شده است بنابراین:

$$Q=It\xrightarrow[t=۱/۵h]{I=۲A}Q=۲\times۱/۵=۳Ah$$

۲ ۱۹۲۳ B

با توجه به نمودار در مدت $۱s$ جریان عبوری از رسانا از $۲A$ به $۳/۲A$ می‌رسد، یعنی جریان عبوری از رسانا در مدت $۱s$ به اندازهٔ $۱/۲A$ تغییر می‌کند. چون نمودار It به صورت خط راست است، تغییر جریان در مدت $۵s$ را می‌توان با یک نسبت ساده به‌دست آورد:

$$\begin{array}{c|c}۱s & ۱/۲A\\ ۵s & \Delta I=?\end{array}\Rightarrow\Delta I=۶A$$

جریان اولیه برابر $۲A$ است و در مدت $۵s$ به اندازهٔ $۶A$ افزایش یافته و به $I_۲=I_۱+\Delta I=۲+۶=۸A$ می‌رسد. با توجه به مقدار مقاومت و جریان در لحظهٔ $t=۵s$، اختلاف پتانسیل را به‌دست می‌آوریم: $R=\frac{V}{I}\Rightarrow۴=\frac{V}{۸}\Rightarrow V=۳۲V$

بازی با سؤال **معادلهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک رسانای اهمی به مقاومت ۳Ω برحسب زمان در SI به‌صورت $V=۳t^۲-۱۲$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، جریان عبوری از رسانا برابر با ۵ آمپر می‌شود؟ (دما ثابت فرض شود.)**

۱) ۹ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴ گزینهٔ ۳

۳ ۱۹۲۴ B

باید در رابطهٔ ساختمانی مقاومت، داده‌های مسئله را قرار دهیم.

$$R=P\frac{L}{A}\Rightarrow R=۳\times۱۰^{-۵}\times\frac{۱۷\times۱۰^{۳}}{۵۱\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow R=۱۰۰\Omega$$

۱ ۱۹۲۵ A

۱ مساحت سطح مقطع سیم برابر است با: (قطر سیم)

$$A=\pi\times r^۲=\pi(\frac{D}{۲})^۲\xrightarrow{D=۴mm}A=\pi(\frac{۴}{۲}\times۱۰^{-۳})^۲=۳\times۴\times۱۰^{-۶}m^۲=۱۲\times۱۰^{-۶}m^۲$$

۲ به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت، مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{\rho=۱/۷\times۱۰^{-۸}\Omega.m}R=۱/۷\times۱۰^{-۸}\times\frac{۹۰}{۱۲\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow R=۱۲/۷۵\times۱۰^{-۲}\Omega$$

۱ ۱۹۲۶ A

۱ با استفاده از اطلاعات داده شده مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}=۲/۵\times۱۰^{-۸}\times\frac{۰/۲}{۰/۰۲۵\times۱۰^{-۶}}=\frac{۵\times۱۰^{-۹}}{۲۵\times۱۰^{-۹}}=۰/۲\Omega$$

۲ حال از قانون اهم استفاده کرده و جریان را حساب می‌کنیم $I=\frac{V}{R}=\frac{۱/۵}{۰/۲}=۷/۵A$

۴ ۱۹۲۷ A

خط فکری رابطهٔ ساختمانی را در دو حالت نوشته برهم تقسیم کرده و در رابطهٔ به‌دست آمده، داده‌های مسئله را قرار می‌دهیم. هر دو سیم مسی هستند و مقاومت ویژهٔ آن‌ها یکسان است.

$$\begin{cases}R_A=\rho\frac{L_A}{A_A}\\ R_B=\rho\frac{L_B}{A_B}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow[\text{قطر سیم}:D]{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{D_B^۲}{D_A^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{\frac{۱}{۴}L_B}{L_B}\times\frac{D_B^۲}{(۲D_B)^۲}\xrightarrow{R_A=۵\Omega}\frac{۵}{R_B}=\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow R_B=۸۰\Omega$$

میانبر نسبت مقاومت در دو حالت برابر است با: $\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}\times(\frac{D_B}{D_A})^۲$

بازی با سؤال **مقاومت ویژهٔ سیم A، ۳ برابر مقاومت ویژهٔ سیم B است. اگر طول و مقاومت الکتریکی این سیم‌ها باهم برابر باشند، قطر مقطع سیم A چند برابر قطر مقطع سیم B است؟** خارج ریاضی - ۹۳

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) ۹

گزینهٔ ۱

۴ ۱۹۲۸ B

در ماشین چمن‌زنی A که طول سیم آن ۲۰ متر است، از سیم به قطر $D_A=۰/۰۸cm$ استفاده شده است و در ماشین چمن‌زنی B که طول آن $۶۵m$ است، از سیم به قطر $D_B=۰/۱۳cm$ استفاده می‌شود. با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت می‌توان نوشت:

۱ مقاومت سیم چمن‌زنی A را با توجه به قطر سیم می‌نویسیم:

$$R_A=\rho_A\frac{L_A}{A_A}\xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}R_A=\rho_A\frac{۲۰}{\frac{\pi D_A^۲}{۴}}\Rightarrow R_A=\rho_A\frac{۸۰}{\pi\times(۰/۰۸\times۱۰^{-۲})^۲}$$

۲ مقاومت سیم چمن‌زنی B را با توجه به قطر سیم می‌نویسیم:

$$R_B=\rho_B\frac{L_B}{A_B}\xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}R_B=\rho_B\frac{۶۵}{\frac{\pi D_B^۲}{۴}}\Rightarrow R_B=\rho_B\frac{۲۶۰}{\pi(۰/۱۳\times۱۰^{-۲})^۲}$$

نسبت مقاومت دو سیم را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید دو سیم هم‌جنس بوده و $\rho_A=\rho_B$ است و در هر دو رابطه π و $۱۰^{-۴}$ وجود دارد که با تقسیم آن‌ها برهم، ساده می‌شوند:

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\frac{۸۰}{(۰/۰۸)^۲}}{\frac{۲۶۰}{(۰/۱۳)^۲}}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{۸۰\times(۰/۱۳)^۲}{۲۶۰\times(۰/۰۸)^۲}=\frac{۸۰\times۱۳\times۱۳}{۲۶۰\times۸\times۸}=۰/۸۱۲۵$$

بازی با سؤال **طول سیم مسی A، دو برابر طول سیم مسی B است و قطر مقطع سیم A، نصف قطر مقطع سیم B است. مقاومت الکتریکی سیم A، چند برابر مقاومت الکتریکی سیم B است؟** تجربی - ۹۱

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

گزینهٔ ۴

۴ ۱۹۲۹ B

خط فکری در رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ منظور از A مساحت مقطع توپر سیم رسانا است. سطح مقطع سیم توپر برابر $A_B=\pi r'^۲$ و سطح مقطع سیم توخالی برابر $A_A=\pi(r_{\text{خارجی}}^۲-r_{\text{داخلی}}^۲)$ است. با دانستن این مطلب کافی است به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ مسئله را حل کرد.

۱ مقاومت سیم رسانای توخالی A خواهد شد:

$$R_A=\rho\frac{L_A}{A_A}=\rho\times\frac{۲L}{۴\pi r^۲-\pi r^۲}=\rho\times\frac{۲L}{۳\pi r^۲}=\frac{۲}{۳}\rho\frac{L}{\pi r^۲}$$

۲ مقاومت سیم رسانای توپر B برابر است با: $R_B=\rho\frac{L_B}{A_B}=\rho\frac{L}{\pi r'^۲}$

۳ مقاومت دو سیم باهم برابر است:

$$R_A=R_B\Rightarrow\frac{۲}{۳}\rho\frac{L}{\pi r^۲}=\rho\frac{L}{\pi r'^۲}\Rightarrow\frac{۲}{۳}\frac{۱}{r^۲}=\frac{۱}{r'^۲}$$

$$\frac{r^۲}{r'^۲}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{r}{r'}=\sqrt{\frac{۲}{۳}}\xrightarrow{\text{عبارت را گویا می‌کنیم}}\frac{r}{r'}=\frac{\sqrt{۲}\times\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}\times\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

A ۱۹۳۰ ۳

مقاومت اولیه و ثانویهٔ سیم را حساب می‌کنیم:

$$R_۱=\rho_۱\frac{L}{A}\Rightarrow R_۱=۶\times۱۰^{-۵}\times\frac{۱}{۳\times۱۰^{-۶}}=۲۰\Omega$$

$$R_۲=\rho_۲\frac{L}{A}\Rightarrow R_۲=۷/۵\times۱۰^{-۵}\times\frac{۱}{۳\times۱۰^{-۶}}=۲۵\Omega$$

بنابراین مقاومت سیم ۵Ω افزایش می‌یابد.

B ۱۹۳۱ ۱

خط فکری کافی است رابطهٔ ساختمانی را برای هر مقاومت نوشته شود و نسبت مقاومت‌ها حساب گردد.

$$\begin{cases}R_۱=\rho_۱\frac{L_۱}{A_۱}\\ R_۲=\rho_۲\frac{L_۲}{A_۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{\rho_۱}{\rho_۲}\times\frac{L_۱}{L_۲}\times\frac{A_۲}{A_۱}$$

البته در این مسئله قطر سیم‌ها برابر است، بنابراین سطح مقطع سیم‌ها برابر است. از این‌رو:

$$\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{\rho_۱}{\rho_۲}\times\frac{L_۱}{L_۲}$$

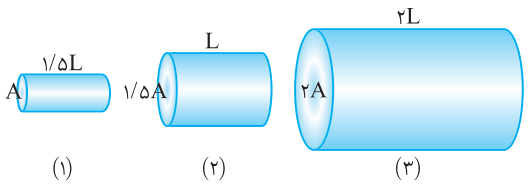
اکنون با آنچه در اختیار داریم می‌توان نسبت مقاومت‌ها را حساب کرد.

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}=\frac{۱/۵\rho}{۰/۵\rho}\times\frac{۲L}{L}=۶\Rightarrow R_A=۶R_B$$

$$\frac{R_A}{R_C}=\frac{\rho_A}{\rho_C}\times\frac{L_A}{L_C}=\frac{۱/۵\rho}{\rho}\times\frac{۲L}{L}=۳\Rightarrow R_A=۳R_C$$

$$\frac{R_B}{R_C}=\frac{\rho_B}{\rho_C}\times\frac{L_B}{L_C}=\frac{۰/۵\rho}{\rho}\times\frac{L}{L}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow R_C=۲R_B$$

بازی با سؤال **در شکل زیر سه سیم هم‌جنس هستند. اگر هر یک از آن‌ها را به اختلاف پتانسیل معینی وصل کنیم، کدام گزینه در مورد تعداد الکترون عبوری از سیم‌ها در یک بازهٔ زمانی یکسان درست است؟**



۱) $n_۱=۲/۲۵n_۲=۱/۵n_۳$

۲) $n_۱=\frac{۴}{۹}n_۲=\frac{۲}{۳}n_۳$

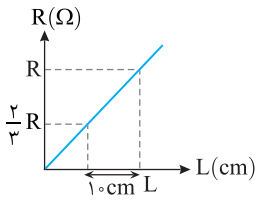
۳) $n_۲=۲/۲۵n_۱=۱/۵n_۳$

۴) $n_۲=\frac{۴}{۹}n_۱=\frac{۲}{۳}n_۳$

گزینهٔ ۲

B ۱۹۳۲ ۲

خط فکری با نگاه به نمودار مشخص است که وقتی طول رسانا $۱۰cm$ افزایش یافته است، مقاومت آن از $\frac{۲}{۳}R$ به R افزایش می‌یابد، بنابراین با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت، مسئله قابل حل است.



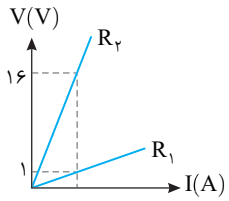
با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ با ثابت بودن جنس رسانا و سطح مقطع آن می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}R_۱=\rho\frac{L_۱}{A}\\ R_۲=\rho\frac{L_۲}{A}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{L_۲}{L_۱}\xrightarrow[L_۱=L-۱۰]{L_۲=L}$$

$$\frac{R}{\frac{۲}{۳}R}=\frac{L}{L-۱۰}\Rightarrow\frac{۳}{۲}=\frac{L}{L-۱۰}\Rightarrow ۳L-۳۰=۲L\Rightarrow L=۳۰cm$$

B ۱۹۳۳ ۲

۱ با توجه به نمودار $V-I$، نسبت مقاومت $R_۱$ به $R_۲$ را به دست می‌آوریم.



$$\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{\frac{V_۱}{I}}{\frac{V_۲}{I}}=\frac{\frac{۱}{I}}{\frac{۱۶}{I}}=\frac{۱}{۱۶}$$

۲ حال با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ می‌توان نسبت $\frac{D_۱}{D_۲}$ را به‌دست آورد.

$$\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{\rho_۱\frac{L_۱}{A_۱}}{\rho_۲\frac{L_۲}{A_۲}}\xrightarrow[\text{دو سیم هم‌طول } L_۱=L_۲]{\text{دو سیم هم‌جنس } \rho_۱=\rho_۲}\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{A_۲}{A_۱}$$

$$\xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}\frac{۱}{۱۶}=\frac{\pi\frac{D_۲^۲}{۴}}{\pi\frac{D_۱^۲}{۴}}\Rightarrow\frac{D_۲^۲}{D_۱^۲}=\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow\frac{D_۲}{D_۱}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{D_۱}{D_۲}=۴$$

میانبر رابطهٔ بین مقاومت و سطح مقطع به صورت زیر است:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R\propto\frac{۱}{A}$$

بنابراین چون مقاومت $R_۲$، ۱۶ برابر مقاومت $R_۱$ است، پس سطح مقطع مقاومت $R_۱$، ۱۶ برابر سطح مقطع مقاومت $R_۲$ است و با توجه به رابطهٔ $A=\frac{\pi D^۲}{۴}$، مساحت مقطع با قطر سیم رابطهٔ مستقیم و مجذوری دارد. بنابراین قطر سیم $R_۱$، ۴ برابر قطر سیم $R_۲$ است.

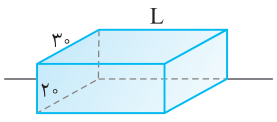
B ۱۹۳۴ ۳

خط فکری ۱ با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، وقتی این قطعه را به گونه‌ای در مدار قرار دهیم که بیشترین طول (L_{max}) و کمترین سطح مقطع (A_{min}) در مدار قرار گیرد، مقاومت آن بیشینه و وقتی که کوتاه‌ترین ضلع و بیشترین سطح مقطع در مدار قرار گیرد مقاومت آن کمینه است.

۲ همچنین با توجه به قانون اهم $R=\frac{V}{I}$ اگر ولتاژ دو سر رسانایی ثابت باشد، مقاومت و جریان باهم رابطهٔ عکس دارند.

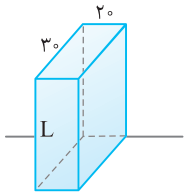
تذکر با توجه به گزینه‌ها طول L بزرگ‌ترین ضلع مکعب مستطیل فرض شده است زیرا در همهٔ گزینه‌ها L از $۳۰cm$ بیشتر است.

۱ بیشینه مقاومت این قطعه خواهد شد:



$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R_{max}=\rho\frac{L}{۲۰\times۳۰}$$

۲ کمینه مقاومت این قطعه برابر است با:



$$R_{min}=\frac{۲۰}{۳۰\times L}$$

در دو حالت اختلاف پتانسیل یکسان است.

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V\text{ ثابت}}\begin{cases}R_{max}=\frac{V}{I_{min}}\\ R_{min}=\frac{V}{I_{max}}\end{cases}\Rightarrow\frac{I_{max}}{I_{min}}=\frac{R_{max}}{R_{min}}$$

$$\xrightarrow{\frac{I_{max}}{I_{min}}=\frac{۸۱}{۱۶}}\frac{۸۱}{۱۶}=\frac{\rho\frac{L}{۲۰\times۳۰}}{\rho\frac{۲۰}{۳۰L}}\Rightarrow\frac{۸۱}{۱۶}=\frac{L^۲}{۲۰\times۲۰}$$

$$\xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}}\frac{۹}{۴}=\frac{L}{۲۰}\Rightarrow L=۴۵cm$$

B ۱۹۳۵ ۲

خط فکری حجم یک لوله از رابطهٔ $V=AL$ (L: ارتفاع، A: سطح مقطع) به‌دست می‌آید و اگر حجم ثابت باشد A و L به نسبت عکس هم تغییر می‌کند.

هنگامی که تمام جیوه را در لولهٔ دیگری می‌ریزیم، حجم جیوه در دو حالت یکسان است. اما سطح مقطع ظرف دوم $\frac{1}{5}$ سطح مقطع ظرف اول است $(A_2=\frac{1}{5}A_1)$، پس ارتفاع جیوه در ظرف دوم ۵ برابر ارتفاع جیوه در ظرف اول است $(L_2=5L_1)$. حال مستقیماً از رابطهٔ نسبتی ساختمان مقاومت مسئله را حل می‌کنیم.

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2\frac{L_2}{A_2}}{\rho_1\frac{L_1}{A_1}}\Rightarrow\frac{R_2}{R}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}\Rightarrow\frac{R_2}{R}=1\times5\times5\Rightarrow R_2=25R$$

میانبر اگر حجم ثابت باشد در دو حالت می‌توان ثابت کرد نسبت مقاومت‌ها از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\frac{R_2}{R_1}=\left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \text{ یا } \frac{R_2}{R_1}=\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

A ۱۹۳۶ ۲

جرم سیم ثابت است، جنس سیم نیز تغییر نکرده و چگالی سیم در دو حالت یکسان است:

$$m_1=m_2\xrightarrow{\rho \text{ چگالی}}\rho V_1=\rho V_2\Rightarrow V_1=V_2$$

خط فکری مقاومت الکتریکی سیم پس از عبور از ابزار افزایش یافته است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، قطعاً طول آن زیاد شده و چون حجم سیم ثابت است، سطح مقطع آن کاهش یافته است.

اگر طول n برابر شده باشد آن‌گاه:

$$\text{حجم ثانویه}=\text{حجم اولیه}\Rightarrow A_1L_1=A_2L_2\xrightarrow{L_2=nL_1}A_2=\frac{1}{n}A_1$$

با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت:

$$\begin{cases}R_2=\rho\frac{L_2}{A_2}\\ R_1=\rho\frac{L_1}{A_1}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}\xrightarrow{\frac{R_2}{R_1}=16}16=\frac{nL_1}{L_1}\times\frac{A_1}{\frac{A_1}{n}}\Rightarrow n^2=16\Rightarrow n=4$$

بنابراین طول آن برابر است با: $L_2=nL_1\Rightarrow L_2=4\times10=40\text{cm}$

میانبر هر گاه یک سیم از دستگاهی بگذرد و بدون تغییر جرم طول آن n برابر شود آن‌گاه: $R_2=n^2R_1$

و اگر قطر سطح مقطع آن $\frac{1}{n}$ شود آن‌گاه: $R_2=n^4R_1$

B ۱۹۳۷ ۳

خط فکری جرم سیم تغییر نکرده است بنابراین حجم آن ثابت است و با کاهش سطح مقطع سیم (نازک شدن آن) طول آن افزایش می‌یابد.

۱ جرم سیم تغییر نکرده است بنابراین:

$$m_1=m_2\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}\rho V_1=\rho V_2\Rightarrow V_1=V_2$$

$$\Rightarrow A_1L_1=A_2L_2\Rightarrow\frac{A_1}{A_2}=\frac{L_2}{L_1}\quad (I)$$

۲ حال مقاومت سیم در دو حالت را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho\frac{L_2}{A_2}}{\rho\frac{L_1}{A_1}}=\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}\xrightarrow[\frac{A_1}{A_2}=\frac{L_2}{L_1}]{\text{رابطه (I)}}\frac{R_2}{R_1}=\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

۳ سطح مقطع ٪۴۰ کاهش یافته یعنی خواهیم داشت: $A_2=A_1-\frac{40}{100}A_1=0/6A_1$

۴ اکنون نسبت مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{R_2}{R_1}=\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2=\left(\frac{A_1}{0/6A_1}\right)^2=\frac{100}{36}=\frac{25}{9}$$

B ۱۹۳۸ ۴

دقت کنید $\frac{3}{4}$ سیم بریده شده و کنار گذاشته شده است، بنابراین $\frac{1}{4}$ از سیم باقی‌مانده و این قسمت مقاومتش $\frac{1}{4}$ مقاومت اولیه سیم (6Ω) است.

$$R_1'=\frac{1}{4}R_1\Rightarrow R_1'=\frac{1}{4}\times6=1/5\Omega$$

اکنون یک مقاومت $1/5\Omega$ داریم که آن را از دستگاه گذرانده‌ایم تا طولش ۴ برابر شود (یعنی به حالت اول برگردد) اما با چهار برابر شدن طول، به دلیل ثابت بودن حجم، سطح مقطع $\frac{1}{4}$ می‌شود.

$$V_2=V_1'\Rightarrow A_2'L_2'=A_1'L_1'\xrightarrow{L_2'=4L_1'}A_2'=\frac{1}{4}A_1'$$

بنابراین مقاومت آن خواهد شد:

$$\frac{R_2'}{R_1'}=\frac{L_2'}{L_1'}\times\frac{A_1'}{A_2'}\Rightarrow\frac{R_2'}{1/5}=4\times4\Rightarrow R_2'=24\Omega$$

میانبر دقت کنید طول مقاومت جدید و مقاومت اولیه یکسان است. اما جرم آن $\frac{1}{4}$ جرم اولیه و حجم آن $\frac{1}{4}$ حجم اولیه است بنابراین سطح مقطع آن $\frac{1}{4}$ سطح مقطع اولیه است، بنابراین:

$$\frac{R_2'}{R_1}=\frac{A_1}{A_2}\Rightarrow\frac{R_2'}{6}=\frac{1}{\frac{1}{4}}\Rightarrow R_2'=6\times4=24\Omega$$

بازی با سؤال **سیمی به طول L را به نسبت ۱ به ۳ می‌بریم. سیم بزرگ‌تر را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا بدون تغییر جرم طول آن برابر طول اولیه (L) شود، در این حالت مقاومت سیم R_1 می‌شود. سیم کوچک‌تر را از دستگاه عبور می‌دهیم تا بدون تغییر جرم، طول آن به طول اولیه (L) برسد، در این حالت مقاومت سیم R_2 می‌شود. $\frac{R_2}{R_1}$ کدام است؟**

۱) ۳ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{3}$

گزینهٔ ۱

A ۱۹۳۹ ۲

جرم سیم تغییر نکرده است، پس

$$m_1=m_2\xrightarrow[\text{چگالی }\rho_1=\rho_2]{\rho_1V_1=\rho_2V_2}V_1=V_2$$

$$\xrightarrow{V=AL}A_1L_1=A_2L_2\Rightarrow\frac{L_2}{L_1}=\frac{A_1}{A_2}$$

نسبت مقاومت‌ها را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho\frac{L_2}{A_2}}{\rho\frac{L_1}{A_1}}\xrightarrow{\rho \text{ مقاومت ویژه}}\frac{R_2}{R_1}=\left(\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}\right)$$

$$\xrightarrow{\frac{A_1}{A_2}=\frac{L_2}{L_1}}\frac{R_2}{R_1}=\left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2\xrightarrow{L_2=1/3L_1}\frac{R_2}{R_1}=1/69$$

منبع اختلاف پتانسیل ثابت است

$$V_1=V_2\Rightarrow R_1I_1=R_2I_2\Rightarrow\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}\Rightarrow\frac{I_1}{I_2}=1/69$$

$$\xrightarrow[q=ne]{q=It}\frac{\frac{n_1e}{t}}{\frac{n_2e}{t}}=\frac{n_1}{n_2}=1/69\Rightarrow\frac{n_2}{n_1}=\frac{1}{1/69}\Rightarrow\frac{n_2}{n_1}=\frac{100}{169}$$

B ۱۹۴۰ ۲

در حالت اول سیمی به طول L و سطح مقطع A داریم پس از آنکه سیم را به ۴ قطعهٔ مساوی تقسیم می‌کنیم یک سیم به طول $\frac{L}{4}$ و سطح مقطع $4A$ داریم از این‌رو، مقاومت الکتریکی سیم نسبت به حالت اولیه خواهد شد:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{1}{16}$$

A ۱۹۴۱ ۲

خط فکری این مسئله از مسائلی است که صورت آن ما را به سمت حل مسئله می‌برد. ولتاژ ۳V و جریان ۱/۲A داده شده است، بنابراین در گام اول مقاومت آن را می‌توان به‌دست آورد $(R=V/I)$، مقاومت ویژهٔ سیم را داریم یعنی در گام دوم به سراغ رابطهٔ ساختمانی مقاومت بروید و سطح مقطع سیم را حساب کنید. با کمک آن و طول سیم، حجم سیم را حساب کنید و در گام آخر با استفاده از چگالی سیم، جرم آن را به‌دست بیاورید.

۱ مقاومت سیم را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{۳}{۱/۲}\Rightarrow R=۲/۵\,\Omega$$

۲ از رابطهٔ ساختمانی مقاومت سطح مقطع خواهد شد.

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{L=۲۵m,\ \rho=۱/۸\times۱۰^{-۸}\Omega.m}۲/۵=۱/۸\times۱۰^{-۸}\times\frac{۲۵}{A}$$

$$\Rightarrow A=۱/۸\times۱۰^{-۷}m^۲$$

۳ حجم سیم را حساب می‌کنیم:

$$V=AL\Rightarrow V=۱/۸\times۱۰^{-۷}\times۲۵\Rightarrow V=۴۵\times۱۰^{-۷}m^۳$$

۴ اکنون جرم سیم قابل محاسبه است.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=۸g/cm^۳,\ \rho=۸۰۰۰kg/m^۳}m=۸۰۰۰\times۴۵\times۱۰^{-۷}$$

$$\Rightarrow m=۰/۰۳۶kg\Rightarrow m=۳۶g$$

B ۱۹۴۲ ۳

جنس دو استوانه یکسان است. $(\rho_A=\rho_B)$

با توجه به فرض مسئله: $\ell_A=۲\ell_B$

$$m_A=\frac{۱}{۲}m_B\Rightarrow\rho V_A=\frac{۱}{۲}\rho V_B\Rightarrow V_A=\frac{۱}{۲}V_B$$

$$A_A\ell_A=\frac{۱}{۲}(A_B\ell_B)\Rightarrow A_A\times۲=\frac{۱}{۲}A_B\Rightarrow A_B=۴A_A$$

در نتیجه می‌توان نوشت: $R=\rho\frac{\ell}{A}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{\ell_A}{\ell_B}\times\frac{A_B}{A_A}=۲\times۴\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=۸$

B ۱۹۴۳ ۲

مساحت سطح مقطع سیم را حساب می‌کنیم:

$$A=\pi r^۲=۳/۱۴\times(۰/۵\times۱۰^{-۳})^۲=\frac{۳/۱۴}{۴}\times۱۰^{-۶}m^۲$$

به کمک چگالی، حجم را به‌دست آورده طول سیم را مشخص می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{V=AL}۱۰\times۱۰^۳=\frac{۳۱۴\times۱۰^{-۳}}{\frac{۳/۱۴}{۴}\times۱۰^{-۶}L}\Rightarrow L=۴۰m$$

به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت، مقاومت سیم خواهد شد:

$$R=\rho\frac{L}{A}=۳/۱۴\times۱۰^{-۸}\times\frac{۴۰}{\frac{۳/۱۴}{۴}\times۱۰^{-۶}}=۱۶۰\times۱۰^{-۲}\Rightarrow R=۱/۶\Omega$$

B ۱۹۴۴ ۴

رابطهٔ ساختمانی مقاومت را می‌نویسیم:

$$R=\rho_۰\frac{L}{A},\ V=AL\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\frac{m}{\rho}=AL\Rightarrow A=\frac{m}{\rho L}$$

$$R=\rho_۰\frac{L^۲\rho}{m}\Rightarrow۱=\frac{\rho_{۰B}}{\rho_{۰A}}\times\frac{\rho_B}{\rho_A}\times\frac{m_A}{m_B}\Rightarrow۱=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}\times\frac{m_A}{m_B}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=۶$$

B ۱۹۴۵ ۴

خط فکری هر گاه در مسئله چگالی باشد باید به سراغ رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ بروید. در گام اول با توجه به اینکه نسبت جرم‌ها و نسبت چگالی‌ها داده شده است می‌توان نسبت حجم‌ها را به‌دست آورد. طول دو سیم A و B برابر است بنابراین در گام بعدی با داشتن نسبت حجم‌ها و رابطهٔ $V=AL$، می‌توان نسبت سطح مقطع دو سیم را حساب کرد و در گام آخر به سراغ رابطهٔ ساختمانی مقاومت رفت. پس مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

۱ نسبت حجم A به حجم B را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho_B=\frac{۱}{۳}\rho_A\Rightarrow\frac{m_B}{V_B}=\frac{۱}{۳}\times\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow\frac{\frac{۲}{۳}m_A}{V_B}=\frac{۱}{۳}\times\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow V_A=\frac{۱}{۲}V_B$$

۲ طول دو مقاومت برابر است، در این صورت سطح مقطع خواهد شد:

$$V_A=\frac{۱}{۲}V_B\Rightarrow A_AL_A=\frac{۱}{۲}A_BL_B\xrightarrow{L_A=L_B}A_A=\frac{۱}{۲}A_B$$

۳ مقاومت دو سیم یکسان است و به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت می‌توان نوشت:

$$R_A=R_B\Rightarrow\rho_A\frac{L_A}{A_A}=\rho_B\frac{L_B}{A_B}\Rightarrow\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{A_B}{A_A}=۲$$

بازی با سوال **جرم دو سیم مسی A و B با هم برابر است ولی قطر مقطع سیم A، $\sqrt{۲}$ برابر قطر مقطع سیم B است. اگر مقاومت الکتریکی سیم B برابر ۱۰Ω باشد، مقاومت الکتریکی سیم A چند اهم است؟** ریاضی - ۹۰

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۲۰

گزینهٔ ۱

B ۱۹۴۶ ۱

۱ مقاومت الکتریکی دو سیم با هم برابر است از این‌رو:

$$R_{Al}=R_{Cu}\Rightarrow\rho_{Al}\frac{L_{Al}}{A_{Al}}=\rho_{Cu}\frac{L_{Cu}}{A_{Cu}}\xrightarrow[L_{Al}=L_{Cu}]{\rho_{Cu}=\frac{۱}{۲}\rho_{Al}}$$

$$\frac{\rho_{Al}}{A_{Al}}=\frac{۱}{۲}\rho_{Al}\times\frac{۱}{A_{Cu}}\Rightarrow A_{Al}=۲A_{Cu}$$

۲ هر دو سیم هم طول‌اند. با توجه به نسبت مساحت سطح مقطع‌ها می‌توان نسبت حجم‌ها را به‌دست آورد:

$$V=AL\Rightarrow\frac{V_{Al}}{V_{Cu}}=\frac{A_{Al}L_{Al}}{A_{Cu}L_{Cu}}\xrightarrow[A_{Al}=۲A_{Cu}]{L_{Al}=L_{Cu}}\frac{V_{Al}}{V_{Cu}}=۲\Rightarrow V_{Al}=۲V_{Cu}$$

۳ اکنون نسبت جرم‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow\frac{m_{Al}}{m_{Cu}}=\frac{\rho_{Al}V_{Al}}{\rho_{Cu}V_{Cu}}\Rightarrow\frac{m_{Al}}{m_{Cu}}=\frac{۲/۷\times۲V_{Cu}}{۹V_{Cu}}=\frac{۶}{۱۰}=\frac{۳}{۵}$$

بازی با سوال **دو سیم هم‌طول A و B در یک دمای معین دارای مقاومت الکتریکی یکسانی هستند. اگر چگالی A و B به‌ترتیب $۱۸g/cm^۳$ و $۵/۴g/cm^۳$ و مقاومت ویژهٔ A، $\frac{۱}{۳}$ برابر مقاومت ویژهٔ B باشد، جرم سیم A چند برابر جرم سیم B است؟**

۱) $\frac{۱۰}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۹}{۱۰}$ ۴) $\frac{۹}{۵}$

گزینهٔ ۱

B ۱۹۴۷ ۲

خط فکری برای به‌دست آوردن طول سیم مسی باید تعداد حلقه‌های پیچه را در محیط هر حلقه ضرب کرد و با داشتن طول سیم و قطر سطح مقطع آن می‌توان به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت، مقاومت را حساب کرد.

۱ طول سیم را به‌دست می‌آوریم.

$$L=\text{تعداد حلقه‌ها}\times\text{محیط هر حلقه}\Rightarrow L=N(۲\pi r)$$

$$\xrightarrow[r=۰/۱۰m]{N=۱۰۰}L=۱۰۰\times(۲\pi\times۰/۱)\Rightarrow L=۲۰\pi\ m$$

۲ مقاومت را حساب می‌کنیم.

مقاومت سیم مسی: $R=\rho\frac{L}{A}$

$$\Rightarrow R=۱/۷\times۱۰^{-۸}\times\frac{۲۰\pi}{\pi(۱\times۱۰^{-۳})^۲}\Rightarrow R=۰/۳۴\Omega$$

بازی با سوال **سیم رسانایی به قطر مقطع ۲mm را به دور استوانه‌ای به شعاع ۱۰cm می‌پیچیم. تعداد دورهای سیم به دور استوانه چه تعداد باشد تا مقاومت سیم ۲Ω شود؟** $(\rho=۲\times۱۰^{-۷}\Omega.m)$ آزمون مدارس برتر

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۲۵۰ ۴) ۵۰۰

گزینهٔ ۱

A ۱۹۴۸ ۴

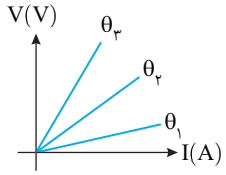
هر رشتهٔ فلزی بنا به رابطهٔ ساختمانی مقاومت دارای مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ است و فرقی نمی‌کند که این مقاومت در مدار است یا نه. اما با افزایش دما در رساناهای فلزی، مقاومت الکتریکی آن‌ها افزایش می‌یابد. وقتی لامپ را روشن می‌کنیم در اثر عبور جریان از آن، دمای آن به نحوی بالا می‌رود که این رشتهٔ ملتهب از خود نور گسیل می‌کند و با افزایش دمای رشتهٔ تنگستن، مقاومت الکتریکی آن افزایش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۹۴۹ ۴

یادآوری در نمودار $V-I$ شیب خط برابر مقاومت است. در واقع در این نمودار مقاومت در دمای θ_3 بیشترین مقاومت و مقاومت در دمای θ_1 کمترین مقاومت را دارد.

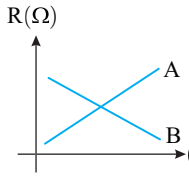
۱ در یک مقاومت رسانای اهمی با افزایش دما مقاومت افزایش می‌یابد، پس اگر مقاومت، رسانای اهمی باشد، $\theta_1<\theta_2<\theta_3$ است.

۲ در نیم‌رساناها با افزایش دما مقاومت کاهش می‌یابد، بنابراین اگر مقاومت، نیم‌رسانای اهمی باشد، $\theta_3<\theta_2<\theta_1$ است. چون در صورت سؤال رسانا یا نیم‌رسانا بودن مشخص نیست پس گزینهٔ (۴) درست می‌باشد.



بازی با سؤال **نمودار تغییر مقاومت دو سیم A و B بر حسب دما در یک محدوده دمایی مطابق شکل زیر است. جنس A و B مطابق کدام گزینه زیر است؟**

۱) نیم‌رسانا، نیم‌رسانا
۲) رسانا، نیم‌رسانا
۳) نیم‌رسانا، رسانا
۴) رسانا، رسانا



گزینهٔ ۲

A ۱۹۵۰ ۳

با توجه به رابطه دمایی مقاومت می‌توان نوشت:

$$R_2=R_1(1+\alpha\Delta\theta)\xrightarrow{(R_1=50\Omega,\ \theta_1=20^\circ C,\ \theta_2=100^\circ C,\ \alpha=4\times10^{-4}K^{-1})}$$

$$R_2=50[1+4\times10^{-4}\times(100-20)]\Rightarrow R_2=50(1+4\times10^{-4}\times80)$$

$$\Rightarrow R_2=50(1/032)\Rightarrow R_2=51/60\Omega$$

بازی با سؤال **مقاومت یک سیم فلزی در دمای $20^\circ C$ برابر 40Ω است. از سیم جریان الکتریکی عبور می‌کند و در اثر افزایش دما، مقاومت الکتریکی آن به $46/8\Omega$ می‌رسد. دمای سیم در این حالت، چند درجهٔ سلسیوس شده است؟** $(\alpha_{مس}=0/0068K^{-1})$

۱) ۲۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۳۷/۵ ۴) ۴۵

گزینهٔ ۴

A ۱۹۵۱ ۲

با افزایش دما مقاومت رسانا افزایش می‌یابد و با توجه به رابطه $R=R_0(1+\alpha\Delta\theta)$ داریم:

$$R=R_0(1+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow\Delta R=R_0\alpha\Delta\theta\xrightarrow{\Delta R=8\Omega,\ \Delta\theta=40^\circ C,\ \alpha=0/002K^{-1}}$$

$$8=R_0(0/002)(40)\Rightarrow R_0=10\Omega$$

A ۱۹۵۲ ۳

با توجه به رابطهٔ $R=R_0[1+\alpha(\Delta T)]$ می‌توان مقاومت را به دما ارتباط داد:

$$R=R_0(1+\alpha\Delta T)\xrightarrow[\alpha=4\times10^{-3}K^{-1}]{R_0=160\Omega,R=185/6\Omega}185/6=160[1+4\times10^{-3}(\Delta T)]$$

$$\Rightarrow185/6=160+0/64\Delta T\Rightarrow25/6=0/64\Delta T\Rightarrow\Delta T=40K$$

افزایش دما برابر $40K$ است پس دمای ثانویه خواهد شد:

$$T_2-T_1=40K\xrightarrow{T_1=273+20}T_2-(293)=40\Rightarrow T_2=333K$$

A ۱۹۵۳ ۳

مقاومت ویژه ρ را از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=\rho_0[1+\alpha(\theta-\theta_0)]\Rightarrow\rho=6\times10^{-5}[1+2\times10^{-3}\times(420-320)]$$

$$\Rightarrow\rho=6\times10^{-5}\times(1/2)\Rightarrow\rho=7/2\times10^{-5}\Omega.m$$

از رابطهٔ ساختمانی مقاومت مقدار مقاومت را حساب می‌کنیم.

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{L=1m,\ A=3\times10^{-6}m^2}R=7/2\times10^{-5}\frac{1}{3\times10^{-6}}\Rightarrow R=24\Omega$$

B ۱۹۵۴ ۴

خط فکری در صورت مسئله بیان نشده که در اثر تغییر دما، مقاومت ویژه کاهش یا افزایش یافته است بنابراین شما باید مسئله را برای دو حالت مختلف حل کنید.

۱ اگر دمای رسانا افزایش یابد مقاومت ویژهٔ آن نیز افزایش می‌یابد پس:

$$\rho=\rho_0(1+\alpha\Delta\theta)\xrightarrow{\rho=\rho_0+0/36\rho_0}1/36\rho_0=\rho_0(1+\alpha\Delta\theta)$$

$$\Rightarrow\alpha\Delta\theta=0/36\xrightarrow{\alpha=0/01K^{-1}}\Delta\theta=36^\circ C$$

$$\theta_2-\theta_1=36^\circ C\xrightarrow{\theta_1=20^\circ C}\theta_2=36+20=56^\circ C$$

۲ اگر دمای رسانا کاهش یابد مقاومت ویژهٔ آن نیز کاهش می‌یابد پس:

$$\rho=\rho_0(1+\alpha\Delta\theta)\xrightarrow{\rho=\rho_0-0/36\rho_0}$$

$$0/64\rho_0=\rho_0+\rho_0\times\alpha\Delta\theta\Rightarrow-0/36\rho_0=\rho_0\alpha\Delta\theta$$

$$-0/36=\alpha\Delta\theta\xrightarrow{\alpha=0/01}\Delta\theta=-36^\circ C\Rightarrow\theta_2-\theta_1=-36$$

$$\xrightarrow{\theta_1=20^\circ C}\theta_2-20=-36\Rightarrow\theta_2=-16^\circ C$$

بازی با سؤال **دمای یک سیم رسانا را $60^\circ C$ افزایش می‌دهیم، مقاومت الکتریکی آن ۱۸ درصد افزایش می‌یابد. ضریب دمایی مقاومت در SI کدام است؟**

۱) $1/5\times10^{-3}$ ۲) 2×10^{-3} ۳) $2/5\times10^{-3}$ ۴) 3×10^{-3}

گزینهٔ ۴

B ۱۹۵۵ ۱

یادآوری در نیم‌رساناها، با افزایش دما، مقاومت الکتریکی کاهش و با کاهش دما، مقاومت الکتریکی افزایش می‌یابد.

در این مسئله با تغییر دمای نیم‌رسانا، مقاومت الکتریکی آن ۲۵٪ افزایش یافته بنابراین دمای مقاومت کاهش یافته است. با توجه به رابطهٔ دمایی مقاومت خواهیم داشت:

$$R=R_0(1+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow\Delta R=R_0\alpha\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\frac{25}{100}R_0=R_0(-2/5\times10^{-3})\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=-100^\circ C$$

B ۱۹۵۶ ۲

مقاومت ویژه در جدول‌ها در دمای $20^\circ C$ بیان می‌شود به همین دلیل می‌توان نوشت:

$$\rho=\rho_0(1+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow\begin{cases}900=\rho_0[1+\alpha(1020-20)]\Rightarrow900=\rho_0(1+1000\alpha)\\1500=\rho_0[1+\alpha(2020-20)]\Rightarrow1500=\rho_0(1+2000\alpha)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم دو رابطه برهم}}\frac{900}{1500}=\frac{1+1000\alpha}{1+2000\alpha}\Rightarrow\frac{3}{5}=\frac{1+1000\alpha}{1+2000\alpha}$$

$$\Rightarrow3+6000\alpha=5+5000\alpha\Rightarrow1000\alpha=2\Rightarrow\alpha=\frac{1}{500}K^{-1}$$

A ۱۹۵۷ ۴

نکته در پدیدهٔ ابررسانایی مقاومت ویژه در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر همچنان صفر می‌ماند.

چون این پدیده به صورت ناگهانی رخ می‌دهد عبارت «شیب ثابت» در این گزینه یعنی تغییر تدریجی مقاومت بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

در این پدیده مقاومت ویژه ناگهان افت می‌کند و نه افزایش و گزینهٔ (۲) نادرست است.

با کم شدن دما پس از پدیدهٔ ابررسانایی همچنان مقاومت صفر است و دوباره افزایش نمی‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

با توجه به نکتهٔ بیان شده گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۹۵۸ ۲

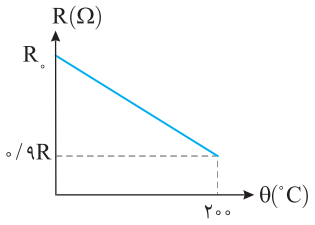
بـه نمـودار دقت کنید با افزایـش دما، مقاومت الکتریکی کاهـش یافته در نتیجه ضریب دمایی مقاومت این جسـم منفی اسـت و این جسم نیم‌رسانا اسـت اکنون به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت، α را حساب می‌کنیم.

در رابطه مقاومت با دما داریم:

$$R=R_{\circ}(1+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow R=R_{\circ}+R_{\circ}\alpha\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\Delta R=R_{\circ}\alpha\Delta\theta\Rightarrow -0/1R_{\circ}=+R_{\circ}\alpha\Delta\theta\Rightarrow\alpha\Delta\theta=-0/1$$

$$\xrightarrow{\Delta\theta=200^{\circ}C}\alpha=\frac{-0/1}{200}=-\frac{1}{2}\times10^{-3}\Rightarrow\alpha=-5\times10^{-4}K^{-1}$$



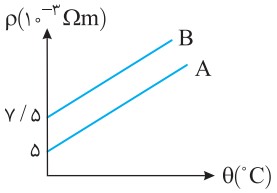
A ۱۹۵۹ ۱

خط فکری با توجه به رابطهٔ دمایی مقاومت خواهیم داشت:

$$\rho=\rho_{\circ}(1+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow\rho=\rho_{\circ}\alpha\Delta\theta+\rho_{\circ}$$

بنابراین در نمودار $\rho-\theta$ شیب خط $\rho_{\circ}\alpha$ و عرض از مبدأ نمودار $\rho_{\circ}$ خواهد بود.

با توجه به شکل، نمودار دو رسانای A و B باهم موازی‌اند پس شیب نمودارهای A و B باید باهم برابر باشد:



$$\rho_{\circ A}\alpha_A=\rho_{\circ B}\alpha_B$$

$$\Rightarrow5\times10^{-3}\alpha_A=7/5\times10^{-3}\alpha_B$$

$$\Rightarrow\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{7/5}{5}=\frac{3}{2}$$

B ۱۹۶۰ ۴

خط فکری قرار اسـت که با تغییر دما، اختلاف مقاومت ویژهٔ دو رسانا تغییر نکند، خوب این به چه معناسـت؟ یعنی تغییر مقاومت ویژه هر دو رسـانا با تغییر دمای یکسان باید باهم برابر باشـد. پیش شـما با برابر قرار دادن تغییرات ρ برای رسـاناهای A و B می‌توانید مسئله را حل کنید. با توجه به رابطهٔ دمایی مقاومت می‌توان نوشت:

$$\Delta\rho_A=\Delta\rho_B\xrightarrow{\Delta\rho=\rho_{\circ}\alpha\Delta\theta}\rho_{\circ A}\alpha_A\Delta\theta=\rho_{\circ B}\alpha_B\Delta\theta$$

$$\Rightarrow0/5\times10^{-8}(7/7\times10^{-3})=\rho_B\times3/5\times10^{-3}\Rightarrow\rho_B=1/1\times10^{-8}\Omega.m$$

B ۱۹۶۱ ۲

چون مقاومت رسـانا اسـت، با افزایش دما مقاومت آن افزایش می‌یابد و با توجه به قانون اهم $R=\frac{V}{I}$، با افزایش R و ثابت ماندن ولتاژ V باید جریان I کاهش یابد. با توجه به فرض مسئله، جریان مدار ۲۰٪ کاهش می‌یابد بنابراین می‌توان نوشت:

$$I_2=\frac{80}{100}I_1\xrightarrow{I=\frac{V}{R}}\frac{I_2}{I_1}=\frac{R_1}{R_2}=0/8\Rightarrow R_2=\frac{10}{8}R_1\Rightarrow R_2=\frac{5}{4}R_1$$

در رابطه دمایی داریم:

$$R_2=R_1(1+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow\frac{5}{4}R_1=R_1(1+\alpha(100))\Rightarrow\frac{5}{4}=1+100\alpha$$

$$\Rightarrow100\alpha=\frac{1}{4}\Rightarrow\alpha=0/25\times10^{-2}\Rightarrow\alpha=2/5\times10^{-3}K^{-1}$$

B ۱۹۶۲ ۳

۱ با توجه به رابطهٔ سـاختمانی مقاومت $R=\rho L/A$، مقاومت با طول سـیم رابطهٔ مسـتقیم دارد و بـا یک تناسـب سـاده، مقاومـت الکتریکی ۸۰cm از سـیم را در دمای $20^{\circ}C$ به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{4m\ |\ 20\Omega}{0/8m\ |\ R}\Rightarrow R=4\Omega$$

۲ به کمک رابطهٔ دمایی مقاومت، مقاومت را در دمای $120^{\circ}C$ حساب می‌کنیم.

$$R=R_{\circ}(1+\alpha\Delta\theta)\xrightarrow[\alpha=5\times10^{-3}K^{-1}]{R_{\circ}=4\Omega}R=4[1+5\times10^{-3}(120-20)]\Rightarrow R=6\Omega$$

۳ جریان سـیم 5A اسـت و این جریان از هر مقطع سیم می‌گذرد بنابراین ولتاژ دو نقطه از سیم به فاصلهٔ 80cm که دارای مقاومت 6Ω است خواهد شد:

$$V=IR\Rightarrow V=5\times6=30V$$

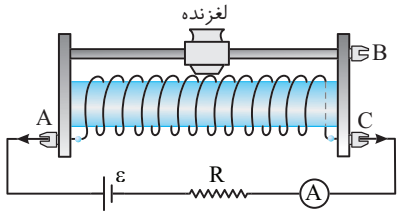
بازی با سؤال مقاومت ۲ متر از سیم مسی در دمای $120^{\circ}C$ برابر 42Ω است. مقاومت ۴m از همان سیم در دمای $20^{\circ}C$ چند اهم است؟ $(\alpha=4\times10^{-3})$

۱) ۶۰ ۲) ۷۰ ۳) ۳۰ ۴) ۵۶

گزینهٔ ۱

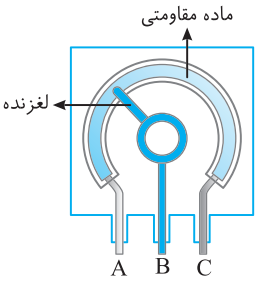
A ۱۹۶۳ ۱

چون جریان ورودی به رئوستا از C خارج می‌شود (نه از B)، بنابراین مکان لغزنده تأثیری در طـول سـیمی که جریـان از آن عبور می‌کند، نـدارد یعنی مقاومت رئوسـتا و در نتیجه مقاومت معادل مدار با حرکت لغزنده ثابت می‌ماند، بنابراین جریان نیز ثابت می‌ماند.

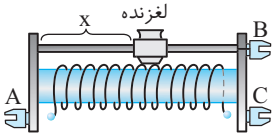


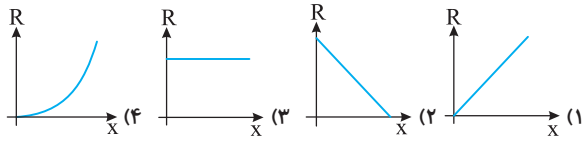
B ۱۹۶۴ ۳

ساختمان پتانسیومتر مطابق شکل زیر است و با توجه به سؤال جریان از ورودی سیم A وارد می‌شود و برای آنکه از خروجی C خارج شود باید تمام طول مقاومت را طی کند و چرخاندن لغزنده در مقدار مقاومت تغییری ایجاد نمی‌کند، بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.



بازی با سؤال در رئوستای زیر، اگر ورودی سیم A و خروجی سیم C باشد، کدام نمودار مقاومت بر حسـب فاصله لغزنده از ورودی می‌باشد؟





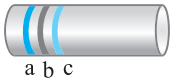
گزینهٔ ۳

A ۱۹۶۵ ۴

یادآوری در مقاومت‌هـای ترکیبی با کدهای رنگی a، b و n مقدار مقاومت به صورت $R=\overline{ab}\times10^{n}$ روبه‌رو است:

رنگ نوارهای دور مقاومت مشخص نیست:

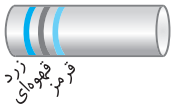
$$R=\overline{ab}\times10^{c}$$



مقدار مقاومت ۴۱۰۰ داده شده که دو صفر آخر عدد حاصل از 10^c است پس کد نوار c باید ۲ باشد و نوار c قرمز رنگ است:

$$41=\overline{ab}\Rightarrow\begin{cases}a:4\\b:1\end{cases}$$

کد نوار a، ۴ و این نوار زرد رنگ بوده و کد نوار b، نیز ۱ و رنگ این نوار قهوه‌ای است:



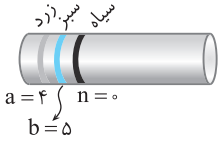
B ۴ ۱۹۶۶

خط فکری در مقاومت‌های ترکیبی با کدهای رنگی نوار چهارم تلرانس نام دارد و مقدار مجاز انحراف از مقدار دقیق مقاومت را برحسب درصد مشخص می‌کند.

بی‌رنگ	نقره‌ای	طلایی	رنگ حلقه چهارم
٪۲۰	٪۱۰	٪۵	تلرانس

$$R-R_{(\text{تلرانس})}\le R_{\text{مقاومت}}\le R+R_{(\text{تلرانس})}$$

۱ مقدار مقاومت را حساب می‌کنیم:



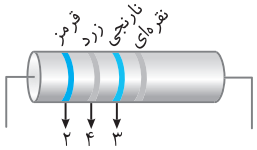
$$R=\overline{ab}\times10^n\Rightarrow R=45\times10^0$$
$$\Rightarrow R=45\Omega$$

۲ نوار چهارم طلایی بوده و مقدار مقاومت می‌تواند ٪۵ بیشتر یا کمتر از مقدار $R=45\Omega$ باشد از این‌رو تلرانس این مقاومت $\frac{5}{100}\times45=2/25\Omega$ است.

$$R-\frac{5}{100}R\le R_{\text{واقعی}}\le R+\frac{5}{100}R\Rightarrow 0/95R\le R_{\text{واقعی}}\le 1/05R$$
$$\xrightarrow{R=45\Omega} 42/75\le R_{\text{واقعی}}\le 47/25$$

۳ تنها گزینه‌ای که مقدار مقاومت آن بین $42/75\Omega$ تا $47/25\Omega$ و تلرانس آن $2/25\Omega$ است، گزینهٔ (۴) است.

بازی با سؤال با توجه به شکل روبه‌رو اختلاف بیشینه و کمینه مقدار مقاومت چند اهم می‌تواند باشد؟ (کد رنگ‌های قرمز، زرد و نارنجی به ترتیب ۲، ۴ و ۳ می‌باشد.)



۱) $2/4\times10^3$ ۲) $4/8\times10^3$
۳) $2/4\times10^2$ ۴) $4/8\times10^2$

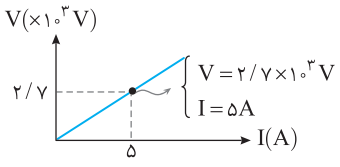
گزینهٔ ۲

B ۳ ۱۹۶۷

یادآوری با توجه به قانون اهم، مقدار مقاومت برابر $R=\frac{V}{I}$ است.

با توجه به نمودار $V-I$، مقاومت را حساب می‌کنیم:

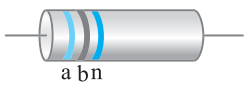
$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{2/7\times10^3}{5}=200\times2/7=540\Omega$$

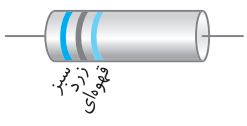


یادآوری در مقاومت‌های ترکیبی با کد رنگی مقدار مقاومت برابر است با:

$$R=\overline{ab}\times10^n$$

بنابراین:





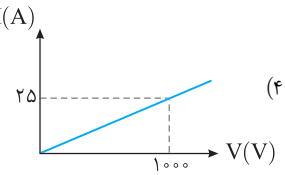
قهوه‌ای $10^n=10^1\Rightarrow n=1$

$$R=\overline{ab}\times10^n=540\Rightarrow R=540\Omega$$

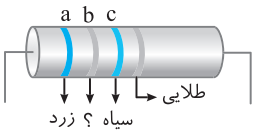
زرد $b=4$ سبز $a=5$

بازی با سؤال نمودار $I-V$ مربوط به مقاومت داده شده به صورت روبه‌رو است. نوار b چه رنگی دارد؟

(سیاه=۰، قهوه‌ای=۱، نارنجی=۳، زرد=۴)



۱) سیاه
۲) قرمز
۳) قهوه‌ای
۴) زرد



گزینهٔ ۱

B ۴ ۱۹۶۸

یادآوری در مقاومت‌های کربنی با کدهای رنگی مقدار مقاومت می‌تواند از مقدار دقیق مقاومت کمتر یا بیشتر باشد. مقدار مجاز انحراف از مقدار دقیق را تلرانس گویند که با توجه به حلقهٔ چهارم مقدار آن مشخص می‌شود:

٪۲۰: نوار بی‌رنگ، ٪۱۰: نوار نقره‌ای، ٪۵: نوار طلایی

۱ ابتدا با توجه به سه حلقهٔ سمت چپ مقاومت، مقدار آن را حساب می‌کنیم:

$$R=\overline{ab}\times10^n\xrightarrow{a_{\text{قرمز}}=2,\ b_{\text{زرد}}=4,\ n_{\text{قهوه‌ای}}=1} R=24\times10^1\Rightarrow R=240\Omega$$

۲ حلقهٔ چهارم بی‌رنگ بوده پس مقدار مقاومت کربنی می‌تواند ۲۰ درصد بیشتر از 240Ω یا ۲۰ درصد کمتر از ۲۴۰ اهم باشد، بنابراین:

$$R_{max}=R+\frac{20}{100}R\Rightarrow R_{max}=1/2R\Rightarrow R_{max}=288\Omega$$

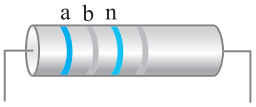
$$R_{min}=R-\frac{20}{100}R\Rightarrow R_{max}=0/8R\Rightarrow R_{min}=192\Omega$$

۳ بیشینه مقدار مقاومت به اندازهٔ $288-192=96\Omega$ از کمینه مقدار مقاومت بیشتر است. اکنون تعیین می‌کنیم این مقدار چه درصدی از مقاومت کمینه است.

$$\frac{\Delta R}{R_{min}}\times100=\frac{96}{192}\times100=50\%$$

B ۴ ۱۹۶۹

در یک مقاومت کربنی مشابه شکل روبه‌رو، مقاومت به صورت $\overline{ab}\times10^n$ حساب می‌شود و چون در این مسأله حلقه‌های رنگ‌ها یکسان هستند، پس:



$$R=\overline{aa}\times10^a$$

مقاومت (الف) برابر است با:

$$110\Omega=11\times10^1=\overline{aa}\times10^a\Rightarrow a=1$$

پس تمام رنگ‌های این مقاومت یکسان است و می‌تواند جواب مسأله باشد.

مقاومت (ب) برابر است با:

$$2/2k\Omega=2/2\times10^3=2200\Omega=22\times10^2=\overline{aa}\times10^a\Rightarrow a=2$$

پس تمام رنگ‌های این مقاومت یکسان است و می‌تواند جواب مسأله باشد.

مقاومت (پ) برابر است با:

$$440k\Omega=440\times10^3=44\times10^4\Omega=\overline{aa}\times10^a\Rightarrow a=4$$

پس تمام رنگ‌های این مقاومت یکسان است و می‌تواند جواب مسأله باشد.

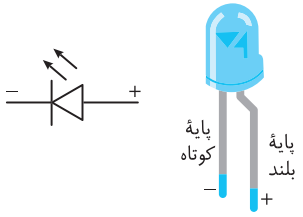
مقاومت (ث) برابر است با:

$$66M\Omega=66\times10^6\Omega=\overline{aa}\times10^a\Rightarrow a=6$$

پس تمام رنگ‌های این مقاومت یکسان است و می‌تواند جواب مسأله باشد.

A ۴ ۱۹۷۰

گزینهٔ (۱): نوعی از دیود که نور گسیل می‌کند دیودهای نوری یا LED هستند که مانند دیود، جریان در آن‌ها تنها از یک‌سو می‌تواند عبور کند. مطابق شکل زیر برای روشن شدن LED باید جریان از سمت راست، پایه بلندتر وارد LED شود و در جهت پیکان از LED عبور کند، بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.



گزینهٔ (۲): ترمیستور نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما متفاوت از بستگی مقاومت‌های معمولی به دما است و گزینهٔ (۲) نادرست است.
گزینهٔ (۳): نوعی از این مقاومت‌ها از جنس نیم‌رسانای خالص، مانند سیلیسیم هستند که با افزایش شدت نور تابیده شده بر تعداد حامل‌های بار الکتریکی آن‌ها افزوده شده و در نتیجه از مقاومت آن‌ها کاسته می‌شود و گزینهٔ (۳) نادرست است.
گزینهٔ (۴): از دیود در مدارهای یکسوکننده برای تبدیل جریان‌های متناوب به جریان مستقیم استفاده می‌شود و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۹۷۱ ۲

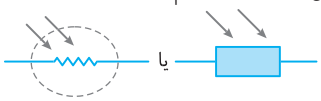
مقاومت نوری LDR نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد، به‌طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود و گزینهٔ (۲) درست است.

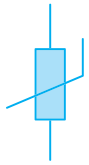
A ۱۹۷۲ ۴

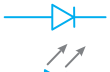
ترمیستور نوعی مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما با مقاومت‌های الکتریکی معمولی متفاوت است.

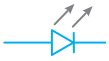
A ۱۹۷۳ ۲

۱ باید نماد مقاومت‌های خاص درمدار را بلد باشیم:

نماد مقاومت نوری(LDR):  یا

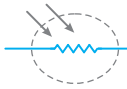
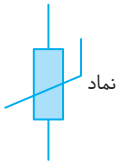
نماد ترمیستور: 

نماد دیود: 

نماد دیود نوری LED: 

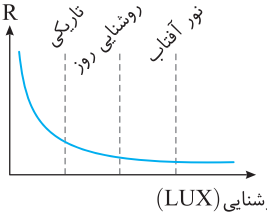
مقاومت متغیر (رئوستا):

۲ از ترمیستور به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و نیز در دماسنج‌ها استفاده می‌شود. از مقاومت‌های نوری (LDR) در تجهیزات گوناگونی از جمله چشم‌های الکترونیکی، دزدگیرها، کنترل‌کننده‌های خودکار و چراغ‌های روشنایی خیابان‌ها استفاده می‌شود.
از دیودهای نوری (LED) در چراغ خودروها، روشنایی منازل، تابلوهای تبلیغاتی، نمایشگرهای LED و ... استفاده می‌شود.

۳ در دزدگیرها از LDR با نماد  و در دماپاها از ترمیستور با نماد  استفاده می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

A ۱۹۷۴ ۲

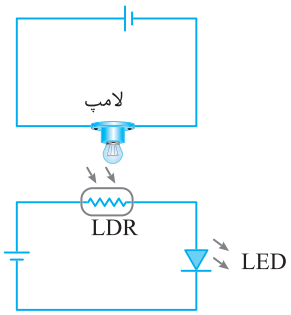
مقاومت LDR یا مقاومت نوری، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به مقاومت بستگی دارد به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود. A حالتی را نشان می‌دهد که کمترین مقاومت را داریم، پس A نشان‌دهنده مقاومت LDR در نور آفتاب می‌باشد و C نشان‌دهنده بیشترین مقاومت است و زمانی را نشان می‌دهد که مقاومت در تاریکی قرار دارد پس گزینهٔ (۲) پاسخ می‌باشد.



B ۱۹۷۵ ۲

۱ در ابتدا اتاق تاریک بوده و مقاومت الکتریکی LDR خیلی زیاد است و از مدار شامل LDR و LED جریانی عبور نمی‌کند.

۲ لامپ بالای مقاومت LDR با بسته شدن کلید روشن می‌شود. این روشنایی باعث می‌شود مقاومت الکتریکی LDR که در ابتدا در تاریکی، بسیار زیاد بوده کاهش یابد و جریان از آن عبور کند.

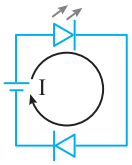


۳ جهت جریان مدار در جهت پیکان LED است پس از LED نیز جریان می‌تواند بگذرد.

۴ با کاهش مقاومت LDR جریان از LED عبور کرده و دیود نوری روشن می‌شود.

B ۱۹۷۶ ۱

خط فکری در مدارهای تک‌حلقه که دارای LED و دیود است. هنگامی جریان برقرار می‌شود که LED و دیود در جهت جریان بسته شده باشند یعنی جریان مدار در جهت پیکان LED و دیود باشد. پس با توجه به جهت جریان که ساعتگرد است باید دیود و LED به صورت روبه‌رو بسته شوند.



در گزینهٔ (۱) با تغییر جهت دیود، مدار مشابه شکل بالا می‌شود و LED روشن می‌شود و گزینهٔ (۱) درست است.
گزینهٔ (۲) در حالت اول LED روشن است اما با تغییر جهت دیود، جریانی دیگر از مدار عبور نمی‌کند و چراغ خاموش می‌شود.
در گزینهٔ (۳) و (۴) جهت قرارگیری خود LED به‌گونه‌ای است که از آن جریان عبور نمی‌کند و در هر حالتی LED خاموش است.

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۱۹۷۷ ۴

در لحظهٔ $t=1s$ و $t=3s$ بار گذرنده از مدار خواهد شد:

$$q_1=0/4\sin at \Rightarrow \begin{cases} t_1=1s \longrightarrow q_1=0/4\sin a \\ t_2=3s \longrightarrow q_2=0/4\sin 3a \end{cases}$$

با توجه به تعریف جریان متوسط خواهیم داشت:

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \bar{I}=\frac{0/4\sin(3a)-0/4\sin a}{3-1} \xrightarrow{\bar{I}=0}$$

$$0/4(\sin 3a-\sin a)=0 \Rightarrow \sin 3a=\sin a \Rightarrow \begin{cases} 3a=a \Rightarrow 3=1 \text{ غیرقابل قبول} \\ 3a+a=\pi \Rightarrow a=\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

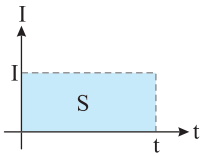
بازی با سوال **بار الکتریکی گذرنده از یک مدار بر حسب زمان در SI به صورت $q=2t^2+at+4$ می‌باشد، اگر در بازهٔ $t=2s$ تا $t=3s$ جریان متوسط صفر شود، a برابر کدام گزینه است؟**

۱) ۵ ۲) -5 ۳) ۱۰ ۴) -10

گزینهٔ ٤

B ۱۹۷۸ ۴

خط فکری به نمودار زیر دقت کنید جریان در مدت t ثابت است و بار گذرنده از مدار خواهد شد: $(q=It)$

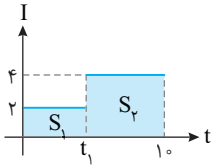


به حاصل‌ضرب It روی شکل دقت کنید. این حاصل‌ضرب برابر سطح زیر نمودار $(I-t)$ است. $(S=\Delta q)$

با توجه به تعریف جریان متوسط $\bar{I}=\Delta q/\Delta t$ ابتدا Δq را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q=\bar{I}\Delta t \xrightarrow[\Delta t=10s]{\bar{I}=3/2A} \Delta q=3/2\times 10=32\,C$$

شکل زیر نمودار $I-t$ شامل دو مستطیل است که برابر Δq است.



$$\Delta q=S\Rightarrow ۳۲=S_۱+S_۲$$
$$\Rightarrow ۳۲=۲t_۱+۴(۱۰-t_۱)$$
$$۳۲=۲t_۱+۴۰-۴t_۱$$
$$\Rightarrow ۲t_۱=۸\Rightarrow t_۱=۴s$$

C | ۱۹۷۹ | ۲

جرم جسم وقتی آن را در دمای ثابت می‌کشیم تغییر نکرده است بنابراین حجم سیم ثابت است و با افزایش طول سیم در اثر کشیدگی، سطح مقطع آن کاهش می‌یابد.

$$V_۱=V_۲\Rightarrow A_۱L_۱=A_۲L_۲\Rightarrow\frac{L_۲}{L_۱}=\frac{A_۱}{A_۲}$$

با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت می‌توان نوشت:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}=\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{L_۲^۲}{L_۱^۲}$$

دقت کنید اگر طول در اثر کشیدگی ۲ برابر شود مقاومت الکتریکی دو برابر نمی‌شود بلکه مقاومت الکتریکی چهار برابر می‌شود و گزینهٔ (۲) درست است.

C | ۱۹۸۰ | ۲

یادآوری با افزایش دما، طول ثانویه سیم برابر $L_۲=L_۱(۱+\alpha\Delta\theta)$ است و مساحت مقطع سیم در دمای ثانویه از رابطهٔ $A_۲=A(۱+۲\alpha\Delta\theta)$ به‌دست می‌آید.

$$L_۲=L_۱(۱+۱۰۰\alpha)\ ,\quad A_۲=A_۱(۱+۲۰۰\alpha)$$

مقاومت ویژهٔ ثانویه ٪۲۰ بیشتر از مقاومت ویژهٔ اولیه است:

$$\rho_۲=\rho_۱+\frac{۲۰}{۱۰۰}\rho_۱\Rightarrow\rho_۲=۱/۲\rho_۱$$

حال نسبت دو مقاومت را می‌نویسیم:

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲\frac{L_۲}{A_۲}}{\rho_۱\frac{L_۱}{A_۱}}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}$$

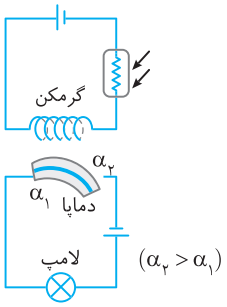
نسبت‌های به‌دست آمده را در رابطهٔ بالا جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{۱/۲\rho_۱}{\rho_۱}\times\frac{L_۱(۱+۱۰۰\alpha)}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۱(۱+۲۰۰\alpha)}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=۱/۲\frac{(۱+۱۰۰\alpha)}{(۱+۲۰۰\alpha)}$$

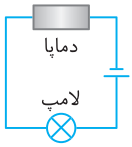
B | ۱۹۸۱ | ۲

در روز که نور به LDR تابیده می‌شود مقاومت LDR کاهش یافته و باعث می‌شود $(I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r})$ جریان مدار بالایی افزایش یافته و با توجه به توان مصرفی در گرمکن $P=RI^۲$، گرمای بیشتری به دماپا می‌رسد.

چون $\alpha_۱<\alpha_۲$ است با افزایش دما طول میلهٔ (۲) بیشتر افزایش می‌یابد و این باعث می‌شود که دماپا رو به پایین خم شود و اتصال مدار پایینی قطع می‌شود بنابراین لامپ خاموش است.



در شب مقاومت LDR که در تاریکی قرار می‌گیرد افزایش یافته و مقاومت آن زیاد شده و جریان عبوری از گرمکن به شدت کاهش یافته و دماپا گرمای کمی دریافت کند در این حالت دماپا به حالت عادی بر می‌گردد که سبب اتصال مدار و برقراری جریان شده و لامپ روشن می‌شود.



B | ۱۹۸۲ | ۱

خط فکری در ساخت هر دو سیم از یک فلز (چگالی یکسان) با مقدار جرم یکسانی استفاده شده است، بنابراین حجم فلز به‌کار برده شده برابر است. در گام اول باید سطح مقطع هر سیم را به‌دست بیاوریم و در گام بعدی به کمک برابری حجم آن‌ها، نسبت طول دو سیم را حساب می‌کنیم و در گام آخر با استفاده از رابطهٔ ساختمانی مقاومت $(R=\rho\frac{L}{A})$ می‌توان مقاومت سیم B را حساب کرد. پس برویم سراغ حل مسئله:

۱ سطح مقطع سیم A یک مربع به ابعاد $۱cm\times۱cm$ است بنابراین مساحت آن خواهد شد:

$$A_A=۱\times۱=۱cm^۲$$

۲ سطح مقطع سیم B یک مربع بزرگ با ابعاد $۱cm\times۱cm$ است که درون آن سوراخی مربع‌شکل به ابعاد $۰/۵cm\times۰/۵cm$ وجود دارد، بنابراین مساحت سطح مقطع B برابر است با:

$$A_B=\text{مساحت مربع بزرگ}-\text{مساحت مربع توخالی}=۱\times۱-(۰/۵\times۰/۵)=۰/۷۵cm^۲$$
$$\Rightarrow A_B=\frac{۳}{۴}cm^۲$$

۳ جرم دو سیم برابر است از این رو:

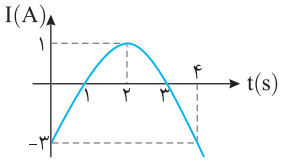
$$m_A=m_B\xrightarrow{m=\rho V}\rho V_A=\rho V_B$$
$$\Rightarrow V_A=V_B\Rightarrow A_AL_A=A_BL_B\Rightarrow ۱\times L_A=۰/۷۵L_B\Rightarrow L_A=\frac{۳}{۴}L_B$$

۴ با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت می‌توان نوشت:

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow{R_A=۱۵۰\Omega}\frac{۱۵۰}{R_B}=\frac{۳}{۴}\times\frac{\frac{۳}{۴}}{۱}\Rightarrow R_B=\frac{۸۰۰}{۳}\Omega$$

C | ۱۹۸۳ | ۳

با تغییر جریان، اختلاف پتانسیل نیز به گونه‌ای تغییر می‌کند تا نسبت $\frac{V}{I}$ که برابر R است ثابت بماند، بنابراین هنگامی که اختلاف پتانسیل دو سر رسانا (V) بیشینه می‌شود، جریان عبوری از دو سر رسانا نیز بیشینه خواهد شد. معادلهٔ جریان بر حسب زمان درجهٔ دوم بوده و با توجه به نمودار $I-t$ رسم شده، بیشینه جریان را حساب می‌کنیم.



$$I=-t^۲+۴t-۳\Rightarrow I=-(t-۳)(t-۱)$$

با توجه به نمودار بیشینه مقدار جریان در بازهٔ $t=۰$ تا $t=۴s$ برابر ۳ آمپر است:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow ۱۰=\frac{V}{۳}\Rightarrow V=۳۰V$$

بازی با سؤال **معادلهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک رسانا به مقاومت R بر حسب زمان در SI به صورت $V=t^۲-bt+c$ است. اگر در لحظه‌های $t=۳s$ و $t=۷s$ جریان عبوری از مدار یکسان باشد، b برابر کدام گزینه است؟ (دما ثابت فرض شود.)**

۱) ۵ ۲) ۱۰

۳) ۸ ۴) اطلاعات سؤال کافی نیست.

گزینهٔ ۲

پنجره ۲

A | ۱۹۸۴ | ۳

نیروی محرکهٔ الکتریکی برابر کار نیروی وارد بر واحد بار الکتریکی **مثبت** برای شارش بار در مدار از پایانه با پتانسیل **کمتر** به پایانه با پتانسیل **بیشتر** است. یکای نیروی محرکهٔ الکتریکی **ولت** است، بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

A ۱۹۸۵ ۱

خط فکری نیروی محرکهٔ الکتریکی برابر کاری است که منبع برای جابه‌جایی $+1C$ الکتریسیته انجام می‌دهد تا در مدار شارش کند. بنابراین در گام نخست مقدار بار شارش شده را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی به کمک $\Delta U=q\Delta V$ ، کار را حساب می‌کنیم.

۱ بار شارش شده را حساب می‌کنیم.

$$q=ne\Rightarrow q=3/5\times10^{16}\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow q=5/6\times10^{-3}C$$

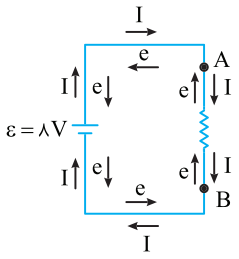
۲ مقدار کاری که منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی (باتری) انجام می‌دهد برابر است با:

$$\Delta U=q\Delta V\Rightarrow \Delta U=5/6\times10^{-3}\times8$$

$$\Rightarrow \Delta U=44/8\times10^{-3}J\Rightarrow \Delta U=44/8mJ$$

A ۱۹۸۶ ۴

خط فکری بار منفی درون باتری از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر می‌رود اما در مدار خارجی، بار منفی خلاف جهت جریان از پتانسیل کمتر به سوی پتانسیل بیشتر شارش می‌کند.

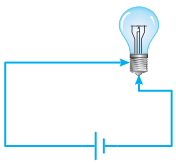


بار منفی در مدار از پایانهٔ منفی به سوی پایانهٔ مثبت می‌رود (یعنی برخلاف جهت قراردادی جریان است) بنابراین بار $-0/5C$ از B به A می‌رود و کار انجام شده روی آن برابر است با:

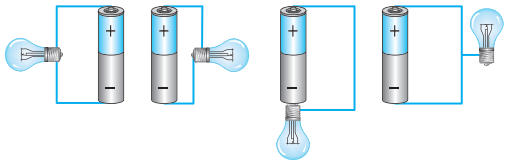
$$\varepsilon=\frac{|\Delta W|}{|\Delta q|}\Rightarrow|\Delta W|=|\Delta q|\varepsilon\Rightarrow|\Delta W|=0/5\times8\Rightarrow|\Delta W|=4J$$

A ۱۹۸۷ ۲

در یک مدار کامل دو سر مصرف‌کننده (به‌طور مثال لامپ) باید به دو پایانهٔ باتری وصل شود.



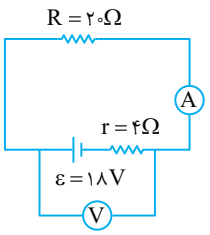
در یک لامپ با سرپیچ، یک اتصال آن در ته لامپ و اتصال دیگر آن قسمت، در بدنهٔ فلزی سرپیچ است (مطابق شکل روبه‌رو)، بنابراین در شکل‌های (الف) و (ت) که دو سر باتری به بدنهٔ سرپیچ وصل است، مدار کامل نیست و در این دو حالت لامپ خاموش است و در شکل‌های (ب) و (پ) که یک پایانه به ته لامپ و پایانهٔ دیگر به بدنه لامپ وصل است، لامپ روشن است.



(الف) (ب) (پ) (ت)

A ۱۹۸۸ ۱

خط فکری ۱ آمپرسنج آرمانی جریان خروجی از باتری را نشان می‌دهد که از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ به‌دست می‌آید.



۲ ولت‌سنج آرمانی به دو سر باتری متصل است و اختلاف پتانسیل باتری یعنی $V=\varepsilon-rI$ را نشان خواهد داد.

ابتدا عددی را که آمپرسنج نشان می‌دهد حساب می‌کنیم:

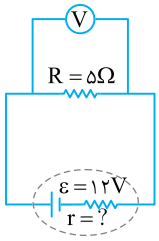
$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{18}{20+4}=\frac{3}{4}=0/75A$$

عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر است با:

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow{I=0/75A}V=18-4\times0/75=15V$$

B ۱۹۸۹ ۳

خط فکری وقتی یک باتری غیرآرمانی با مقاومت درونی r به یک مقاومت متصل است و از آن جریان می‌گذرد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری با نیروی محرکهٔ آن برابر نیست، بلکه به اندازهٔ Ir از آن کاسته می‌شود. $(V=\varepsilon-Ir)$.



۱ ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را نشان می‌دهد، بنابراین می‌توان جریان مقاومت یعنی جریان مدار را حساب کرد.

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow[R=5\Omega]{V=9V}5=\frac{9}{I}\Rightarrow I=\frac{9}{5}A$$

نکته در یک مدار ساده شامل یک مقاومت خارجی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت و باتری با هم برابر است.

۲ با توجه به نکتهٔ گفته شده در بالا، اختلاف پتانسیل دو سر باتری نیز 9V است، اکنون مقاومت r قابل محاسبه است.

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow9=12-\frac{9}{5}\times r\Rightarrow\frac{9}{5}r=3\Rightarrow r=\frac{5}{3}\Omega$$

میانبر می‌توان به کمک رابطهٔ زیر مسئله را سریع‌تر حل کرد.

$$V_{\text{دو سر باتری}}=\frac{\varepsilon}{R+r}R$$

A ۱۹۹۰ ۱

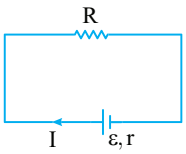
یادآوری منبع نیروی محرکه (مولد)، هنگام عبور بار Δq از منبع کاری به اندازهٔ ΔW روی آن انجام می‌دهد تا آن را در مدار الکتریکی به حرکت درآورد. کاری که منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی روی واحد بار الکتریکی مثبت انجام می‌دهد تا آن را از پایانهٔ با پتانسیل کمتر به پایانهٔ با پتانسیل بیشتر ببرد، اصطلاحاً نیروی محرکهٔ الکتریکی نامیده می‌شود. بنابه تعریف نیروی محرکه خواهیم داشت:

$$\varepsilon=\frac{\Delta W}{\Delta q}=\frac{9\times10^{-6}}{200\times10^{-9}}=45\frac{J}{C}=45V$$

$$\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{45}{28/5+1/5}=\frac{45}{30}=1/5A$$

B ۱۹۹۱ ۳

خط فکری منظور از افت پتانسیل در مقاومت خارجی، اختلاف پتانسیل دو سر آن یعنی $V_R=IR$ و منظور از افت پتانسیل در مقاومت درونی باتری، Ir است. اکنون با توجه به فرض مسئله می‌توان آن را حل کرد.



۱ با توجه به سؤال، افت پتانسیل در مقاومت داخلی، $\frac{1}{9}$ افت پتانسیل در مقاومت خارجی است:

$$Ir=\frac{1}{9}IR\Rightarrow r=\frac{1}{9}R$$

۲ به کمک رابطهٔ جریان و قرار دادن داده‌های مسئله در آن، مقاومت R را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow[r=\frac{1}{9}R,\varepsilon=6V]{I=0/2A}0/2=\frac{6}{R+\frac{1}{9}R}\Rightarrow\frac{10}{9}R=30\Rightarrow R=27\Omega$$

بازی با سؤال **دو قطب یک باتری به مقاومت درونی r را به دو سر سیمی به مقاومت $\frac{r}{2}$ می‌بندیم. اختلاف پتانسیل باتری در این حالت چند برابر نیروی محرکهٔ آن است؟**

کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

گزینهٔ ۱

A ۱۹۹۲ ۱

خط فکری نیروی محرکهٔ باتری یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری وقتی از آن جریانی گرفته نشود (مدار آن باز باشد)، مثلاً یک باتری قلمی دارای نیروی محرکهٔ 1/5V است و این مقدار ثابت است و به مقاومتی که به باتری وصل می‌شود بستگی ندارد.

۱ با توجه به خط فکری ارائه شده با تغییر مقاومت، تغییر جریان و اختلاف پتانسیل دو سر باتری، نیروی محرکهٔ آن ثابت است و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

۲ با افزایش مقاومت R، با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$، جریان مدار کاهش می‌یابد و برای اختلاف پتانسیل دو سر باتری داریم: $V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI$

بنابراین با کاهش جریان، $V_{\text{باتری}}$ زیاد می‌شود $(V''>V')$ و گزینهٔ (۱) پاسخ است.

جمع‌بندی با تغییر مقاومت خارجی مدار مقدار نیروی محرکه و مقاومت داخلی باتری ثابت می‌ماند.

A ۱۹۹۳ ۱

خط فکری در این مسئله، دو حالت برای جریان مدار بیان شده است. بنابراین باید در هر حالت رابطهٔ جریان $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ را نوشته سپس دو معادله و دو مجهول به‌دست آمده را حل کرد.

۱ جریان در یک مدار ساده برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\begin{cases}\xrightarrow{R=10\Omega,I=2A} 2=\frac{\varepsilon}{10+r}\\ \xrightarrow{R=6\Omega,I=3A} 3=\frac{\varepsilon}{6+r}\end{cases}\xrightarrow[\text{بر هم تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را}}\frac{2}{3}=\frac{6+r}{10+r}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 20+2r=18+3r\Rightarrow r=2\,\Omega$$

۲ نیروی محرکهٔ باتری برابر است با: $2=\frac{\varepsilon}{10+r}\Rightarrow 2=\frac{\varepsilon}{10+2}\Rightarrow\varepsilon=24V$

A ۱۹۹۴ ۲

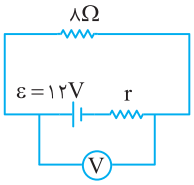
خط فکری اگر باتری به مدار وصل نباشد، از آن جریانی عبور نمی‌کند و ولت‌سنج، نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد. $V=\varepsilon-Ir\xrightarrow{I=0}V=\varepsilon$

نیروی محرکهٔ باتری مشخصهٔ باتری است و همواره مقداری ثابت دارد.

۱ باتری به مداری وصل نیست و ولت‌سنج متصل آن $12V$ را نشان داده است، بنابراین نیروی محرکهٔ آن $\varepsilon=12V$ است. این باتری را به مقاومت خارجی 8Ω وصل کرده‌ایم و اختلاف پتانسیل دو سر آن $9/6V$ شده است، بنابراین:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow 9/6=12-Ir\Rightarrow Ir=2/4V$$

۲ جریان مدار برابر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{12}{8+r}$ است،



بنابراین:

$$\frac{12}{8+r}\times r=2/4\Rightarrow\frac{r}{8+r}=0/2$$
$$\Rightarrow r=1/6+0/2r\Rightarrow 0/8r=1/6\Rightarrow r=2\Omega$$

میانبر استفاده از رابطهٔ $V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$.

پس از اتصال باتری به مقاومت 8Ω ولتاژ دو سر آن $9/6V$ شده است. بنابراین:

$$9/6=\frac{8}{8+r}\times 12\Rightarrow 8+r=10\Rightarrow r=2\Omega$$

بهتر است رابطهٔ $V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$ را به خاطر بسپارید.

B ۱۹۹۵ ۴

خط فکری افت پتانسیل در باتری برابر Ir است، از طرفی جریان مدار $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است، بنابراین خواهیم داشت: $V'=\frac{\varepsilon}{R+r}r$ افت پتانسیل در باتری

با رابطه‌ای که به‌دست آورده‌ایم مسئله را حل می‌کنیم.

$$V'=\frac{\varepsilon}{R+r}r\begin{cases}\xrightarrow{R=2r} V'_1=\frac{\varepsilon}{2r+r}r=\frac{\varepsilon}{3}\\ \xrightarrow{R=r} V'_2=\frac{\varepsilon}{r+r}=\frac{\varepsilon}{2}\end{cases}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.

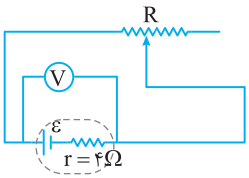
$$\frac{V'_2}{V'_1}=\frac{\frac{\varepsilon}{2}}{\frac{\varepsilon}{3}}=\frac{3}{2}$$

روش دیگر: افت پتانسیل در باتری برابر rI است و با تغییر مقاومت خارجی، جریان تغییر می‌کند اما مقاومت داخلی باتری تغییر نمی‌کند:

$$\begin{matrix}\text{حالت اول: } V_1=I_1r\\ \text{حالت دوم: } V_2=I_2r\end{matrix}\xrightarrow{\div}\frac{V_2}{V_1}=\frac{I_2}{I_1}\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}$$

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{\frac{\varepsilon}{R_2+r}}{\frac{\varepsilon}{R_1+r}}\xrightarrow{\substack{R_2=r\\R_1=2r}}\frac{V_2}{V_1}=\frac{\frac{\varepsilon}{2r}}{\frac{\varepsilon}{3r}}=\frac{3}{2}$$

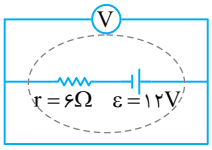
بازی با سوال در مدار شکل مقابل اگر مقاومت خارجی R را از R تا $1\,\Omega$ کاهش دهیم، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود. R چند اهم است؟



۱) ۸ ۲) ۵ ۳) ۱۶ ۴) ۶

گزینهٔ ۳

B ۱۹۹۶ ۱



جریان از سیم بدون مقاومت می‌گذرد و مقدار آن برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{12}{0+6}=I=2A$$

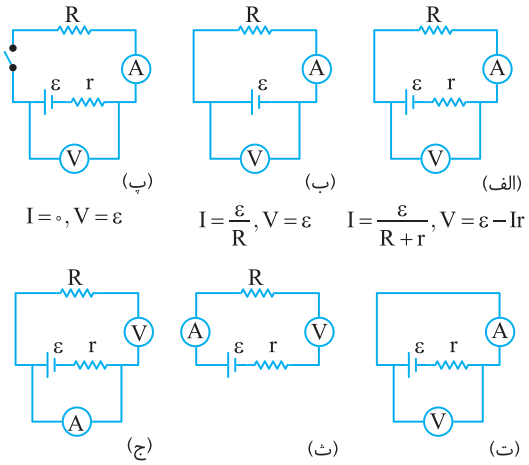
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. از این‌رو:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=12-2\times 6\Rightarrow V=0$$

بنابراین ولت‌سنج عدد صفر را نمایش می‌دهد.

جمع‌بندی همان‌طور که در علوم نیز خواندید، آمپرسنج آرمانی جریان را نشان می‌دهد و مقاومت آن ناچیز است. ولت‌سنج آرمانی نیز اختلاف پتانسیل را نشان می‌دهد و مقاومت آن بسیار زیاد است. در پایین حالت‌های مختلف بسته شدن آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی در مدار ساده را آورده‌ایم. البته در پنجرهٔ سوم یک بخش کامل راجع به آمپرسنج و ولت‌سنج صحبت می‌کنیم.

I و V به‌ترتیب اعدادی هستند که آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند.



(الف) $I=\frac{\varepsilon}{R+r}, V=\varepsilon-Ir$

(ب) $I=\frac{\varepsilon}{R}, V=\varepsilon$

(پ) $I=0, V=\varepsilon$

(ت) $I=\frac{\varepsilon}{r}, V=0$

(ث) $I=0, V=\varepsilon$

(ج) $I=\frac{\varepsilon}{r}, V=0$

در شکل‌های (الف) تا (ت) ولت‌سنج و آمپرسنج در مدار به درستی قرار گرفته‌اند، اما نحوهٔ قرار گرفتن آن‌ها در مدارهای (ث) و (ج) نادرست است.

A ۱۹۹۷ ۱

اگر کلید K باز باشد، ولت‌سنج، نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد. $\varepsilon=20V$

اگر کلید K بسته شود، ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد.

$$V=\varepsilon-rI\Rightarrow 12=20-rI\Rightarrow rI=8$$

از طرفی ولت‌سنج اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت را نیز نشان می‌دهد.

بنابراین داریم: $V=RI\Rightarrow 12=6I\Rightarrow I=2A$

$$rI=8\Rightarrow r(2)=8\Rightarrow r=4\Omega$$

میانبر می‌توان از رابطهٔ $V_{\text{باتری}}=\frac{\varepsilon}{R+r}R$ استفاده کرد:

$$۱۲=\frac{۲۰}{۶+r}\times۶\Rightarrow۱۰=۶+r\Rightarrow r=۴\Omega$$

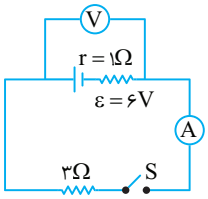
B ۱۹۹۸ **۳**

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری (V) را نشان می‌دهد. وقتی کلید را قطع می‌کنیم، ولت‌سنج نیروی محرکهٔ باتری (ε) را نشان خواهد داد. اکنون با دانستن این مطلب مسئله را به آسانی حل می‌کنیم. اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:

$$V=\varepsilon-Ir\xrightarrow{I=۰/۸A}V=\varepsilon-۰/۸\times۲$$

$$V=\varepsilon-۱/۶\xrightarrow[\varepsilon]{V=۰/۸}۰/۸\varepsilon=\varepsilon-۱/۶\Rightarrow\varepsilon=\frac{۱/۶}{۰/۲}=۸V$$

بازی با سؤال **در شکل زیر با بستن کلید S عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد چند ولت کاهش می‌یابد؟** از کتاب درسی

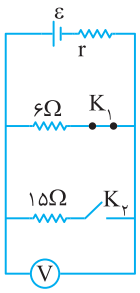


۱) ۴/۵
۲) ۳
۳) ۱/۵
۴) ۲

گزینهٔ ۳

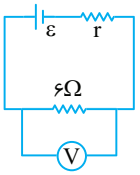
B ۱۹۹۹ **۱**

خط فکری کلید $K_۱$ بسته و کلید $K_۲$ باز است، یعنی در مدار مقاومت ۶Ω قرار دارد و مقاومت ۱۵Ω در مدار قرار ندارد. وقتی کلید $K_۱$ را باز می‌کنیم، مقاومت ۶Ω از باتری جدا می‌شود و با بستن کلید $K_۲$ مقاومت ۱۵Ω وارد مدار می‌شود. در این مدار ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری یا مقاومت در مدار را نشان می‌دهد. با این دانسته‌ها می‌توانید مسئله را حل کنید.



رابطهٔ ولتاژ دو سر باتری برحسب مقاومت مدار را نوشته و در دو حالت داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم:

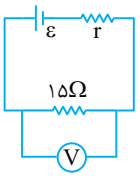
۱ **حالت اول:** مقاومت ۶Ω در مدار قرار دارد:



$$V=RI\xrightarrow[I=\frac{\varepsilon}{R+r}]{R=۶\Omega}V=۶\times\frac{\varepsilon}{۶+r}\xrightarrow{V=۱۲V}$$

$$۱۲=۶\times\frac{\varepsilon}{۶+r}\Rightarrow۲=\frac{\varepsilon}{۶+r}\Rightarrow۱۲+۲r=\varepsilon$$

۲ **حالت دوم:** مقاومت ۱۵Ω در مدار قرار دارد:



$$V'=R'I'\xrightarrow{R'=۱۵\Omega}$$

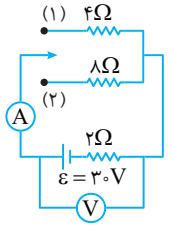
$$V'=۱۵\times\frac{\varepsilon}{۱۵+r}\xrightarrow{V'=۱۵V}$$

$$۱۵=۱۵\times\frac{\varepsilon}{۱۵+r}\Rightarrow۱=\frac{\varepsilon}{۱۵+r}\Rightarrow۱۵+r=\varepsilon$$

۳ با توجه به دو معادلهٔ بالا نیروی محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\varepsilon=۱۲+۲r\\ \varepsilon=۱۵+r\xrightarrow{\times-۲}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\varepsilon=۱۲+۲r\\ -۲\varepsilon=-۳۰-۲r\end{cases}\Rightarrow-\varepsilon=-۱۸\Rightarrow\varepsilon=۱۸V$$

بازی با سؤال **در شکل زیر اگر کلید را از وضعیت (۱) به وضعیت (۲) تغییر دهیم، عددی که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند به‌ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟**



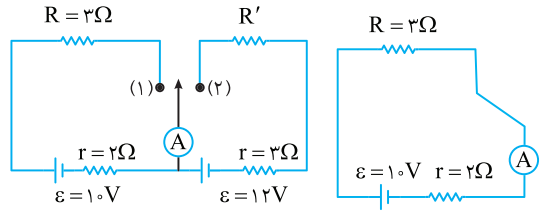
۱) ۱/۸ ، ۰/۳
۲) ۱/۲ ، ۰/۶
۳) ۱/۸ ، ۰/۶
۴) ۱/۲ ، ۰/۳

گزینهٔ ۲

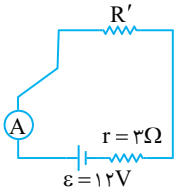
A ۲۰۰۰ **۳**

۱ وقتی که کلید در وضعیت (۱) قرار دارد، در مدار سمت چپ مقاومت ۳Ω به باتری با نیروی محرکهٔ $\varepsilon=۱۰V$ متصل است و جریان مدار یعنی عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۱۰}{۳+۲}\Rightarrow I=۲A$$



۲ وقتی کلید در وضعیت (۲) قرار می‌گیرد، آمپرسنج جریان مدار سمت راست را نشان می دهد که بنا بر فرض مسئله همان $۲A$ است. بنابراین:



$$I'=\frac{\varepsilon}{R'+r}\Rightarrow۲=\frac{۱۲}{R'+۳}\Rightarrow۶=R'+۳\Rightarrow R'=۳\Omega$$

B ۲۰۰۱ **۲**

۱ ولت‌سنج به دو سر باتری وصل است و اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد:

$$V=\varepsilon-rI$$

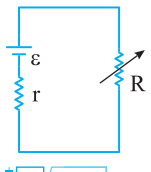
۲ با توجه به صورت سؤال، اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۷۵ درصد نیروی محرکه است:

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow[\varepsilon]{V=\frac{۷۵}{۱۰۰}\varepsilon\Rightarrow V=\frac{۳}{۴}\varepsilon}\frac{۳}{۴}\varepsilon=\varepsilon-rI\Rightarrow rI=\varepsilon-\frac{۳}{۴}\varepsilon\Rightarrow rI=\frac{\varepsilon}{۴}$$

۳ جریان مدار برابر $I=\frac{\varepsilon}{r+R}$ است، بنابراین:

$$r\times\frac{\varepsilon}{r+R}=\frac{\varepsilon}{۴}\Rightarrow\frac{r}{r+R}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow۴r=r+R\Rightarrow۳r=R\Rightarrow\frac{R}{r}=۳$$

بازی با سؤال **در مدار شکل زیر اگر مقاومت متغیر R از $۲/۵\Omega$ به $۷/۵\Omega$ تغییر کند، جریان عبوری از آن ۵۰ درصد تغییر خواهد کرد. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟**

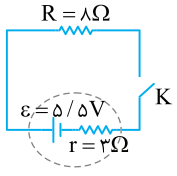


۱) ۱/۲۵
۲) ۱/۵
۳) ۲/۵
۴) ۲

گزینهٔ ۳

B ۲۰۰۲ **۲**

یادآوری آمپر - ساعت یکای بار است و در واقع در سؤال گفته شده باری که باتری می‌تواند در مدار شارش دهد، برابر $۱۰۰۰mAh$ است.



۱ جریان مدار را پس از بستن کلید حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۵/۵}{۸+۳}\Rightarrow I=۰/۵A$$

۲ اکنون با توجه به $۱۰۰۰mAh$ بودن باتری مدت زمانی که این باتری می‌تواند به مدار جریان بدهد را می‌توان به‌دست آورد.

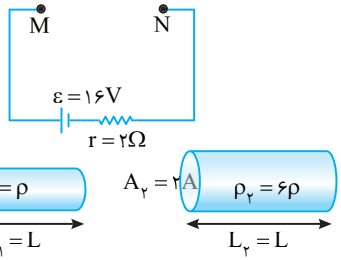
$$q=It\Rightarrow۱۰۰۰\times۱۰^{-۳}=۰/۵t\Rightarrow t=۲h=۱۲۰min$$

B ۲۰۰۳ **۴**

۱ نسبت مقاومت دو سیم را به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases}R_۱=\rho_۱\frac{L_۱}{A_۱}\\ R_۲=\rho_۲\frac{L_۲}{A_۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\xrightarrow[L_۲=L_۱]{\rho_۲=۶\rho_۱,A_۲=۲A_۱}$$

$$\frac{R_۲}{R_۱}=۶\times۱\times\frac{۱}{۲}=۳\Rightarrow R_۲=۳R_۱$$



۲ در حالت دوم مقاومت بزرگ‌تر بوده و با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ جریان مدار در حالت دوم کمتر است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$I_۱-I_۲=۲A \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} \frac{\varepsilon}{R_۱+r}-\frac{\varepsilon}{R_۲+r}=۲$$

$$\xrightarrow[r=۲\Omega]{R_۲=۳R_۱} \frac{۱۶}{R_۱+۲}-\frac{۱۶}{۳R_۱+۲}=۲ \Rightarrow \frac{۸}{R_۱+۲}-\frac{۸}{۳R_۱+۲}=۱$$

$$\frac{۲۴R_۱+۱۶-۸R_۱-۱۶}{(R_۱+۲)(۳R_۱+۲)}=۱ \Rightarrow ۱۶R_۱=۳R_۱^۲+۸R_۱+۴ \Rightarrow ۳R_۱^۲-۸R_۱+۴=۰$$

به کمک حل معادلهٔ درجهٔ ۲ می‌توان نوشت:

$$R_۱=\frac{۴\pm\sqrt{۱۶-۱۲}}{۳}=\frac{۴\pm۲}{۳} \Rightarrow \begin{cases} R_۱=۲\Omega & : \text{گزینه (۴)} \\ R_۱=\frac{۲}{۳}\Omega & : \text{در گزینه‌ها نیست} \end{cases}$$

B ۴ ۲۰۰۴

یادآوری در رساناها با افزایش دما، مقاومت افزایش یافته و جریان مدار کاهش می‌یابد.

۱ ابتدا مقاومت $R_۱$ را به کمک جریان مدار به‌دست می‌آوریم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_۱+r} \Rightarrow ۰/۶=\frac{۱۵}{R_۱+۲} \Rightarrow R_۱=۲۳\Omega$$

۲ با افزایش دما مقاومت $R_۱$ افزایش یافته و جریان کاهش می‌یابد.

$$I'=۶۰۰-۱۰۰=۵۰۰mA=۰/۵A$$

۳ در جریان جدید مقاومت جدید $R_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

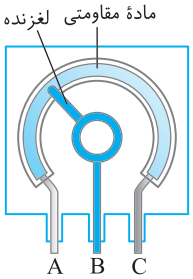
$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_۱+r} \Rightarrow ۰/۵=\frac{۱۵}{R'_۱+۲} \Rightarrow R'=۲۸\Omega$$

۴ اکنون ضریب دمایی مقاومت را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta R=R_۱\alpha\Delta\theta \Rightarrow (۲۸-۲۳)=۲۳\times\alpha\times۱۰۰۰ \Rightarrow \alpha=\frac{۱}{۴۶۰۰}K^{-۱}$$

B ۳ ۲۰۰۵

خط فکری پتانسیومتر نیز مانند رئوستا است.



اگر خروجی B و ورودی A باشد با حرکت ساعتگرد لغزنده مقاومت افزایش می‌یابد ولی اگر خروجی C باشد لغزنده از مسیر خارج می‌شود و مقاومت پتانسیومتر ثابت و بیشینه مقدار است.

در مدار گزینه اول نیروی محرکه آرمانی بوده و در تمام شرایط ولت‌سنج $V=\varepsilon$ را نشان می‌دهد.

در مدار گزینه دوم با توجه به ورودی و خروجی سیم عبوری از پتانسیومتر عدد مقاومت تغییری نمی‌کند و ولت‌سنج چون $V=\varepsilon-Ir$ را نشان می‌دهد بدون تغییر می‌ماند.

در مدار گزینهٔ (۳) با چرخش لغزنده مقدار مقاومت خارجی افزایش یافته پس:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r} \xrightarrow{R\uparrow} I\downarrow$$

ولتاژ نشان داده شده افزایش می‌یابد $V=\varepsilon-\downarrow Ir \Rightarrow$

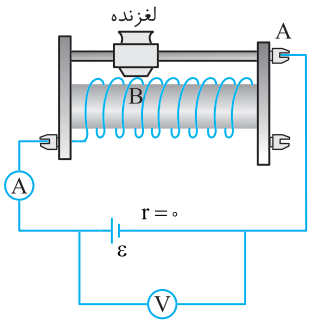
اما در مدار گزینهٔ (۴) با چرخش در جهت نشان داده شده مقاومت خارجی کاهش می‌یابد پس:

$$I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r} \Rightarrow I\uparrow$$

ولتاژ کاهش می‌یابد $V=\varepsilon-\uparrow Ir \Rightarrow$

بازی با سؤال در مدار شکل زیر اگر لغزندهٔ رئوستا، به سمت راست حرکت کند، عددی که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهد به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

۱) کاهش - کاهش ۲) کاهش - ثابت ۳) افزایش - کاهش ۴) افزایش - ثابت



گزینهٔ ۲

B ۱ ۲۰۰۶

خط فکری با کهنه شدن باتری، مقاومت درونی آن افزایش می‌یابد، بنابراین باتری جریان کمتری در مدار می‌فرستد، هرچند نیروی محرکهٔ آن ثابت می‌ماند.

با افزایش مقاومت درونی باتری، جریان مدار کاهش می‌یابد و آمپرسنج عدد کمتری نشان می‌دهد. $\downarrow I=\frac{\varepsilon}{R+r\uparrow}$

با کاهش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R که همان اختلاف پتانسیل دو سر باتری است کاهش می‌یابد. $(\downarrow V=I\downarrow \overset{\text{ثابت}}{R})$

بنابراین آمپرسنج و ولت‌سنج هر دو عددی کمتر را نشان می‌دهند.

B ۲ ۲۰۰۷

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. وقتی کلید باز است، اختلاف پتانسیل دو سر باتری با نیروی محرکهٔ باتری برابر است $(V=\varepsilon)$ و اگر کلید بسته شود و از باتری جریان بگذرد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V=\varepsilon-Ir$ است که Ir افت پتانسیل در مقاومت درونی باتری است. اگر با باز کردن و بستن کلید در عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، تغییر قابل ملاحظه‌ای حاصل نشود، یعنی افت پتانسیل تقریباً صفر است در این صورت دو حالت زیر ممکن است اتفاق افتاده باشد.

$V=\varepsilon \Rightarrow Ir=۰$ ← مقاومت خارجی بسیار بزرگ است $I=۰$

← مقاومت درونی ناچیز است $r=۰$

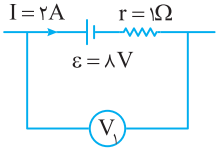
یعنی یا مقاومت درونی صفر است و یا مقاومت خارجی متصل به باتری بسیار بزرگ است.

B ۱ ۲۰۰۸

خط فکری اگر جریان از قطب مثبت باتری خارج شود، باتری مولد بوده به مدار جریان می‌دهد در این حالت ولتاژ دو سر باتری خواهد شد: $V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI$

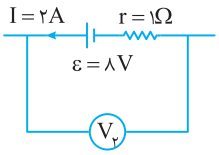
اگر جریان به قطب مثبت باتری وارد شود، باتری مصرف‌کننده بوده و جریان وارد آن می‌شود در این حالت ولتاژ دو سر باتری خواهد شد. $V_{\text{باتری}}=\varepsilon+rI$

شکل (الف): در شکل (الف) جریان به قطب مثبت باتری وارد می‌شود، بنابراین:



$$V_۱=\varepsilon+rI \Rightarrow V_۱=۸+۱\times۲ \Rightarrow V_۱=۱۰V$$

شکل (ب): در شکل (ب) جریان از قطب مثبت باتری خارج می‌شود، بنابراین:

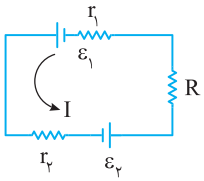


$$V_۲=\varepsilon-rI \Rightarrow V_۲=۸-۱\times۲ \Rightarrow V_۲=۶V$$

B ۱ ۲۰۰۹

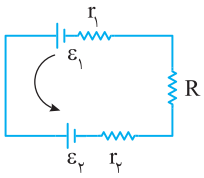
خط فکری در مدار چند باتری، باتری یا باتری‌هایی که جریان همسو داشته باشند و نیرو محرکهٔ آن‌ها بزرگ‌تر باشد، جهت جریان مدار را مشخص می‌کنند و

الف) اگر جریان خروجی از باتری‌ها همسو باشند:



$$I=\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{R+r_1+r_2}$$

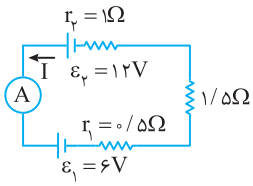
ب) اگر جریان خروجی از باتری‌ها ناهمسو باشند:



$$\varepsilon_1>\varepsilon_2$$

$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{R+r_1+r_2}$$

با توجه به مدار، $\varepsilon_1<\varepsilon_2$ است، جریان مدار پادساعتگرد شده و برابر است با:

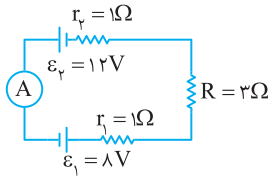


$$I=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{r_1+r_2+R}$$

$$\Rightarrow I=\frac{۱۲-۶}{۰/۵+۱+۱/۵}=\frac{۶}{۳}=۲A$$

آمپرسنج جریان مدار یعنی ۲A را نشان می‌دهد.

بازی با سؤال **در مدار شکل روبه‌رو اگر جای پایانه باتری (۱) را جابه‌جا کنیم عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، چند برابر می‌شود؟**



۱) ۵ ۲) $\frac{۱}{۵}$

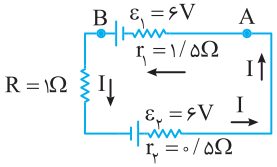
۳) ۴ ۴) $\frac{۱}{۴}$

گزینهٔ ۲

B ۱ ۲۰۱۰

۱ جریان خروجی از باتری‌ها همسو هستند پس جریان مدار پادساعتگرد می‌شود.

۲ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

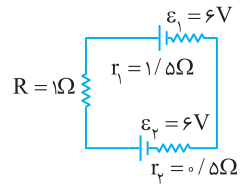


$$I=\frac{\varepsilon_T}{R_T+r_T}=\frac{۲\times۶}{۱+۱/۵+۰/۵}\Rightarrow I=۴A$$

۳ اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۱) برابر اختلاف پتانسیل دو نقطهٔ A و B است اگر از نقطهٔ A به سمت چپ تا نقطه B قدم بزنیم، اختلاف پتانسیل دو سر این باتری به‌دست می‌آید.

$$V_A+\varepsilon_1-r_1I=V_B\Rightarrow V_A+۶-۴\times۱/۵=V_B\Rightarrow V_A-V_B=۰$$

بازی با سؤال **در مدار روبه‌رو اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری (۱) چند ولت است؟**



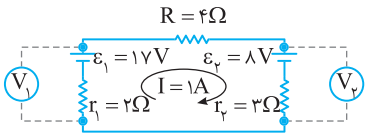
۱) صفر ۲) ۳

۳) ۶ ۴) ۱۲

گزینهٔ ۳

B ۳ ۲۰۱۱

خط فکری به مدار نگاه کنید، جریان باتری ε_1، ساعتگرد و جریان باتری ε_2 پادساعتگرد است اما چون $\varepsilon_1>\varepsilon_2$ است جهت جریان مدار ساعتگرد می‌شود. در این حالت باتری ε_1، مولد و باتری ε_2 مصرف‌کننده است بنابراین ولتاژ دو سر باتری ε_1 برابر $V_1=\varepsilon_1-Ir_1$ و ولتاژ دو سر باتری ε_2 برابر $V_2=\varepsilon_2+Ir_2$ است از این‌رو شما باید ابتدا جریان مدار را حساب کنید سپس ولتاژ دو سر ε_1 و ε_2 را به‌دست بیاورید تا مشخص شود که ولت‌سنج‌های V_1 و V_2 چه عددی را نشان می‌دهند.



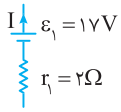
نکته ولت‌سنج (۱) به دو سر باتری (۱) وصل شده و اختلاف پتانسیل باتری (۱) را نشان می‌دهد و ولت‌سنج (۲) به دو سر باتری (۲) وصل شده و اختلاف پتانسیل باتری (۲) را نشان می‌دهد.

۱ با توجه به اینکه $\varepsilon_1>\varepsilon_2$ بوده جریان ساعتگرد بوده و جریان برابر است با:

یادآوری جریان مدار در جهت جریان خروجی از باتری (۱) و ناهمسو با جریان خروجی از باتری (۲) است بنابراین:

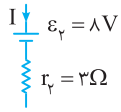
$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{r_1+r_2+R}\Rightarrow I=\frac{۱۷-۸}{۴+۲+۳}=\frac{۹}{۹}=۱A$$

۲ جریان از باتری (۱) خارج می‌شود بنابراین



$$V_1=\varepsilon_1-r_1I\Rightarrow V_1=۱۷-۲=۱۵V$$

۳ جریان به باتری (۲) وارد می‌شود بنابراین:

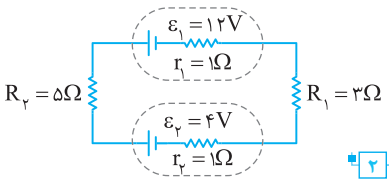


$$V_2=\varepsilon_2+r_2I\Rightarrow V_2=۸+۳=۱۱V$$

۴ نسبت $\frac{V_1}{V_2}$ خواسته شده:

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{۱۵}{۱۱}$$

بازی با سؤال **در شکل زیر اختلاف پتانسیل دو سر باتری‌های ε_1 و ε_2 به ترتیب از راست به چپ چند ولت است؟** از کتاب درسی



۱) ۳/۲ ،۱۱/۲

۲) ۴/۸ ،۱۱/۲

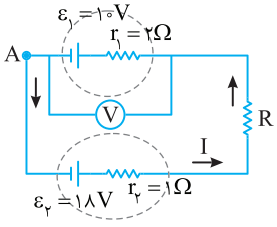
۳) ۳/۲ ،۱۲/۸

۴) ۴/۸ ،۱۲/۸

گزینهٔ ۲

B ۳ ۲۰۱۲

خط فکری به مدار نگاه کنید. نیروی محرکهٔ باتری ε_2 از نیروی محرکهٔ باتری ε_1 بیشتر است و جریان دو باتری ناهمسو هستند نتیجه می‌گیریم باتری ε_2، مولد و باتری ε_1 مصرف کننده است. وقتی باتری مصرف کننده است، ولتاژ دو سر آن $V_1=\varepsilon_1+Ir_1$ خواهد شد بنابراین ابتدا جریان مدار را به کمک ولتاژ دو سر باتری ε_1 به‌دست می‌آوریم سپس اختلاف پتانسیل دو سر آن را حساب می‌کنیم.



۱ ولتاژ دو سر باتری ε_1، ۱۴V است بنابراین:

$$V_1=\varepsilon_1+Ir_1\Rightarrow ۱۴=۱۰+I\times۲\Rightarrow I=۲A$$

۲ از نقطهٔ A در جهت جریان قدم می‌زنیم:

$$V_A+\varepsilon_2-Ir_2-V_R-۱۴=V_A\Rightarrow ۱۸-۲-V_R-۱۴=۰\Rightarrow V_R=۲V$$

B ۲۰۱۳ ۲

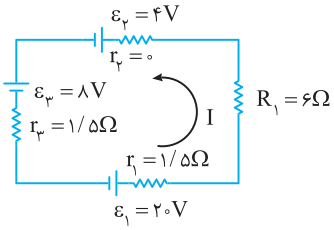
خط فکری در مدارهایی مانند این سؤال که مقدار تمام نیرو محرکه‌ها و مقاومت‌ها داده شده ابتدا باید جهت جریان را مشخص کنیم. باتری یا باتری‌هایی که نیرو محرکهٔ بیشتری داشته باشند،جهت جریان مدار همسو با جریان این باتری‌ها خواهد بود. در گام بعدی با توجه به جهت جریان که همسو یا ناهمسو با کدام باتری‌ها است، مقدار جریان را مشخص کرده و در گام آخر با توجه به قاعدهٔ حلقه و دور زدن در مدار اختلاف پتانسیل نقاط خواسته شده را حساب می‌کنیم.

نکته ۱ اگر در جهت جریان از مقاومتی بگذریم پتانسیل به اندازهٔ RI کاهش می‌یابد و بالعکس.

نکته ۲ اگر هنگام قدم‌زدن در مدار از قطب مثبت باتری خارج شویم پتانسیل مدار به اندازهٔ ε افزایش می‌یابد و بالعکس.

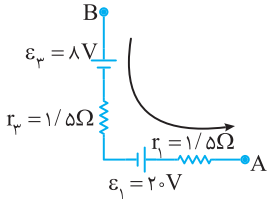
۱ جریان خروجی از باتری (۱) پادساعتگرد و جریان خروجی از باتری‌های (۲) و (۳) ساعتگرد است $\underbrace{\varepsilon_1}_{\text{جریان پادساعتگرد}} < \underbrace{\varepsilon_2+\varepsilon_3}_{\text{جریان ساعتگرد}}$ پس جریان مدار در جهت جریان باتری ε_1 بوده و جریان پادساعتگرد می‌شود و برای حساب کردن جریان، نیروی محرکه ε_3 و ε_2 را جمع کرده از ε_1 کم می‌کنیم.

۲ مقدار جریان مدار را حساب می‌کنیم



$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2-\varepsilon_3}{R_1+r_1+r_2+r_3}=\frac{20-8-4}{9}=\frac{8}{9}A$$

۳ حال در جهت جریان از نقطهٔ B به نقطهٔ A قدم می‌زنیم.



از قطب منفی باتری خارج شدیم

$$V_B-\varepsilon_3-r_3I+\varepsilon_1-r_1I=V_A$$

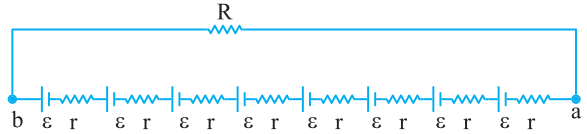
از قطب مثبت باتری خارج شدیم — در جهت جریان از باتری عبور کردیم

$$V_B-8-(\frac{8}{9}\times1/5)+20-(\frac{8}{9}\times1/5)=V_A$$

$$V_B-8+20-\frac{8}{3}=V_A\Rightarrow V_B-V_A=\frac{-28}{3}V$$

B ۲۰۱۴ ۲

نکته مقاومت داخلی باتری خودرو نسبت به مقاومت داخلی باتری قلمی ناچیز است و باتری قلمی دارای مقاومت داخلی است و اگر تمام آن‌ها را همسو باهم ببندیم نیروی محرکهٔ $1/5V$ هر باتری به اندازهٔ Ir افت پتانسیل پیدا می‌کند:



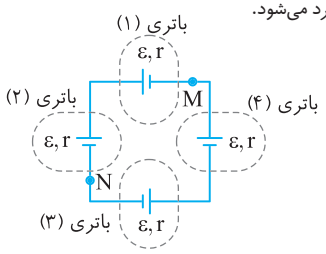
$$V_a+\underbrace{\varepsilon-rI+\cdots+\varepsilon-rI}_{\text{۸ تا}}=V_b\Rightarrow V_b-V_a=8\varepsilon-8rI\Rightarrow V_b-V_a=12-8rI$$

بنابراین اختلاف پتانسیل مجموعه از $12V$ به اندازهٔ $-8rI$ کمتر است.

B ۲۰۱۵ ۱

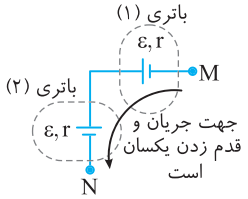
۱ جریان خروجی از باتری‌های (۱)، (۳) و (۴) همسو با یکدیگر و پادساعتگرد است پس جهت جریان جریان مدار پادساعتگرد می‌شود.

۲ تنها جهت جریان باتری (۲) خلاف جهت باتری‌های (۱)، (۳) و (۴) است بنابراین مقدار جریان برحسب r برابر است با:



$$I=\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_3+\varepsilon_4-\varepsilon_2}{r+r+r+r}\xrightarrow{\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_3=\varepsilon_4=4V}I=\frac{8}{4r}=\frac{2}{r}$$

۳ حال در جهت جریان از نقطهٔ M تا نقطهٔ N قدم می‌زنیم.

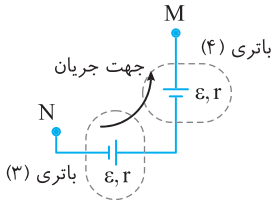


$$V_M\underbrace{-rI+\varepsilon}_{\text{باتری (۲)}}\underbrace{-rI-\varepsilon}_{\text{باتری (۱)}}=V_N$$

$$\Rightarrow V_M-2rI=V_N\Rightarrow V_M-V_N=2rI$$

$$\xrightarrow{I=\frac{2}{r}}V_M-V_N=2r\times\frac{2}{r}=4V$$

البته اگر خلاف جهت جریان نیز قدم می‌زدیم تا از M به N برسیم باز همین جواب به‌دست می‌آمد:



$$V_M\underbrace{-\varepsilon+rI}_{\text{باتری (۴)}}\underbrace{-\varepsilon+rI}_{\text{باتری (۳)}}=V_N$$

$$\Rightarrow V_M-2\varepsilon+2rI=V_N$$

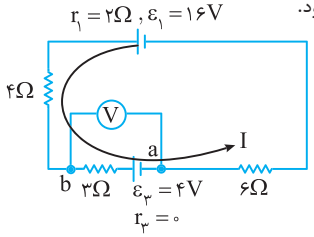
$$\xrightarrow[\varepsilon=4V]{I=\frac{2}{r}}V_M-8+4=V_N$$

$$\Rightarrow V_M-V_N=4V$$

نکته در به‌دست آوردن اختلاف پتانسیل دو نقطه در مدار جهت قدم زدن اهمیت ندارد و جواب آخر را تغییر نمی‌دهد.

B ۲۰۱۶ ۴

شاخهٔ شامل باتری (۲) باز بوده و جریانی در این شاخه برقرار نیست بنابراین این شاخه از مدار حذف می‌شود.



جریان خروجی از باتری (۱) و (۳) خلاف جهت هم‌اند و چون $\varepsilon_1>\varepsilon_3$ جهت جریان پادساعتگرد می‌شود. ابتدا جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_3}{\text{مجموع }R+\text{مجموع }r}\Rightarrow I=\frac{16-4}{13+2}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}=0/8A$$

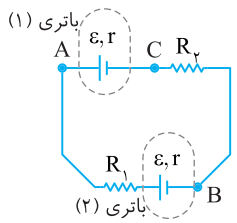
برای به‌دست آوردن اختلاف پتانسیل دو سر ولت‌سنج خلاف جهت جریان از نقطهٔ a تا نقطهٔ b قدم می‌زنیم:

$$V_a+\varepsilon_3+IR=V_b\Rightarrow V_b-V_a=\varepsilon_3+IR$$

$$\Rightarrow V_{ab}=4+0/8\times3=4+2/4=6/4V$$

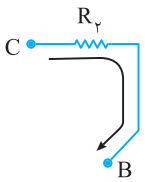
B ۲۰۱۷ ۳

۱ دو باتری مشابه بوده و جریان خروجی از آن‌ها خلاف جهت یکدیگر است بنابراین جریان مدار خواهد شد



$$I=\frac{\varepsilon-\varepsilon}{R_2+R_1+r+r}=\frac{0}{R_2+R_1+2r}=0$$

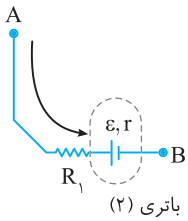
۲ از نقطهٔ C تا نقطهٔ B در جهت نشان داده شده قدم می‌زنیم:



$$V_C - R_2 I = V_B \xrightarrow{I=0} V_C = V_B$$

بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

۳ از نقطهٔ A تا نقطهٔ B در جهت نشان داده شده قدم می‌زنیم:

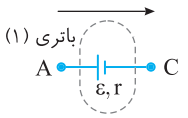


$$V_A - R_1 I - \varepsilon - rI = V_B$$
$$\xrightarrow{I=0} V_A - \varepsilon = V_B$$

پتانسیل الکتریکی B به اندازهٔ ε کمتر از پتانسیل الکتریکی A است پس: $V_A > V_B$

بنابراین گزینهٔ (۲) و (۴) نادرست است.

۴ از نقطهٔ A تا نقطهٔ C در جهت نشان داده شده قدم می‌زنیم:



$$V_A - \varepsilon - rI = V_C \xrightarrow{I=0} V_A - \varepsilon = V_C$$

پتانسیل الکتریکی C به اندازهٔ ε کمتر از پتانسیل الکتریکی A است پس: $V_A > V_C$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

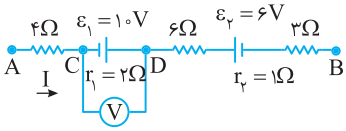
میانبر به شکل مدار نگاه کنید، چون جریان صفر است پس مقاومت‌ها اختلاف پتانسیل ایجاد نمی‌کنند و $RI = rI = 0$. همچنین نقطه A سمت قطب مثبت باتری‌ها و B و C سمت قطب منفی باتری‌ها قرار دارد پس

$$V_A > V_B \quad , \quad V_A > V_C$$

۴ B ۲۰۱۸

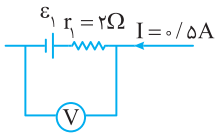
خط فکری این مدار کامل نیست و جهت جریان آن قابل تشخیص نیست پس به‌طور دلخواه جریان I را به سمت راست می‌گیریم اگر قاعدهٔ حلقه را نوشته و با قدم زدن در مدار، جریان مثبت به‌دست آمد یعنی جهت جریان درست بوده و به سمت راست است اما اگر جریان منفی به‌دست آمد، جهت جریان را اشتباه فرض کردیم و جریان به سمت چپ است.

جهت جریان را به سمت راست و اندازهٔ آن را I می‌گیریم. از نقطهٔ A تا نقطهٔ B در جهت جریان قدم می‌زنیم.



$$V_A - 4I + 10 - 2I - 6I - I - 6 - 3I = V_B \Rightarrow V_A - 16I + 4 = V_B$$
$$\Rightarrow V_A - V_B = +16I - 4 \Rightarrow -12 = +16I - 4 \Rightarrow I = -0/5A$$

منفی در آوردن جریان یعنی جهت جریان را اشتباه گرفتیم و جریان مدار به سمت چپ است و در واقع جریان به باتری (۱) وارد می‌شود. ولت‌سنج به دو سو باتری (۱) بسته شده بنابراین اختلاف پتانسیل باتری (۱) که به آن جریان وارد می‌شود را نشان می‌دهد.



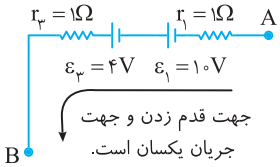
$$V = \varepsilon_1 + r_1 I \Rightarrow V = 10 + 2(0/5) = 11V$$

میانبر جریان همواره از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر شارش پیدا می‌کند با توجه به سؤال $V_A - V_B = -12V$ بوده یعنی V_B از V_A، ۱۲V بیشتر است پس $V_B = V_A + 12V$ به سمت پتانسیل کمتر V_A شارش یابد و جهت جریان به سمت چپ است.

۲ B ۲۰۱۹

خط فکری اگر در مدار مقاومتی مجهول بود، جهت قدم زدن بین دو نقطه را اول از جهتی شروع می‌کنیم که مقدار تمام مقاومت‌ها و نیرو محرکه‌ها در آن مسیر مشخص باشند.

اختلاف پتانسیل A و B داده شده است، در جهت نشان داده شده از A به B قدم می‌زنیم چون تمام اطلاعات مدار را داریم پس می‌توانیم I را به‌دست بیاوریم.



از قطب مثبت باتری خارج می‌شویم — از قطب مثبت باتری خارج می‌شویم

$$V_A - r_1 I + \varepsilon_1 + \varepsilon_3 - r_3 I = V_B$$

در جهت جریان از مقاومت عبور کردیم — در جهت جریان از مقاومت عبور کردیم

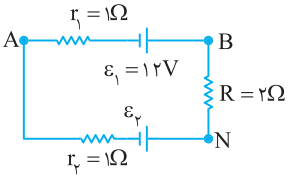
$$V_A - I + 10 + 4 - I = V_B \Rightarrow 14 - 2I = V_B - V_A$$
$$\xrightarrow{V_B - V_A = 10V} 14 - 2I = 10 \Rightarrow 2I = 4 \Rightarrow I = 2A$$

با توجه به اینکه جهت جریان خروجی از هر سه باتری در یکسو است، پس جهت جریان پادساعتگرد است.

جریان مدار در مدار چند باتری از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$I = \frac{\overbrace{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}^{\text{جریان خروجی از باتری‌ها همسوی یکدیگرند}}}{r_1 + r_2 + r_3 + R} \Rightarrow 2 = \frac{10+10+4}{1+1+1+R} \Rightarrow 3 + R = 12 \Rightarrow R = 9\Omega$$

بازی با سؤال **در مدار زیر اگر پتانسیل نقطه B، ۱۰ ولت از پتانسیل نقطه A بیشتر باشد، اختلاف پتانسیل نقاط A و N $(V_A - V_N)$ چند ولت است؟**



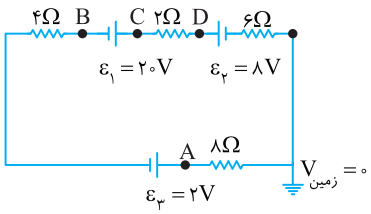
۱) −۶
۲) ۸
۳) ۱۲
۴) −۱۲

گزینهٔ ۱

۳ B ۲۰۲۰

به مدار نگاه کنید. نیروی محرکهٔ $\varepsilon_1 = 20V$ از مجموع نیروهای محرکهٔ دو باتری ε_2 و ε_3 $(\varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 8 + 2 = 10V)$ بزرگ‌تر بوده و جهت جریان ساعتگرد و اندازهٔ جریان الکتریکی مدار خواهد شد:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{20-10}{4+2+6+8} \Rightarrow I = \frac{10}{20} = 0/5A$$



یادآوری پتانسیل الکتریکی هر نقطه از مدار یعنی اختلاف پتانسیل بین آن نقطه و اتصال به زمین.

به ترتیب پتانسیل الکتریکی نقاط A، B، C و D را حساب می‌کنیم.

پتانسیل نقطهٔ A: از A تا اتصال زمین در خلاف جهت جریان قدم می‌زنیم.

$$V_A + 8 \times 0/5 = 0 \Rightarrow V_A = -4V$$

پتانسیل نقطهٔ B: از B در جهت جریان قدم می‌زنیم.

$$V_B + 20 - 0/5 \times 2 - 8 - 0/5 \times 6 = 0 \Rightarrow V_B = -8V$$

پتانسیل نقطهٔ C: $V_C-۰/۵\times۲-۸-۰/۵\times۶=۰\Rightarrow V_C=۱۲V$

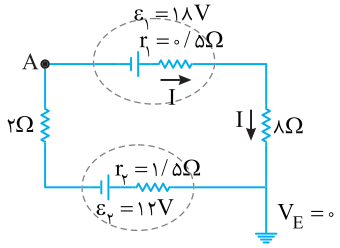
پتانسیل نقطهٔ D: $V_D-۸-۰/۵\times۶=۰\Rightarrow V_D=۱۱V$

بنابراین پتانسیل نقطهٔ C از بقیهٔ نقاط بیشتر است.

میانبر باتری $\varepsilon_۱$ مولد بوده و نقطهٔ C از قطب مثبت آن کمترین فاصله را دارد بنابراین پتانسیل آن نسبت به نقاط دیگر بیشتر است.

B ۲۰۲۱ ۲

از مقایسهٔ $\varepsilon_۱$ و $\varepsilon_۲$ مشخص می‌شود که $\varepsilon_۱>\varepsilon_۲$ بوده و جریان مدار ساعتگرد است. در این حالت $\varepsilon_۱$ مولد و $\varepsilon_۲$ مصرف‌کننده است و جریان مدار خواهد شد:



$$I=\frac{\varepsilon_۱-\varepsilon_۲}{R_{eq}+r_۱+r_۲}\Rightarrow I=\frac{۱۸-۱۲}{۱۰+۲}\Rightarrow I=۰/۵A$$

از A در جهت جریان تا نقطهٔ اتصال به زمین قدم می‌زنیم:

$$V_A+\varepsilon_۱-Ir_۱-۸I=۰\Rightarrow V_A+۱۸-۰/۵\times۰/۵-۸\times۰/۵=۰$$
$$\Rightarrow V_A=-۱۳/۷۵V$$

B ۲۰۲۲ ۳

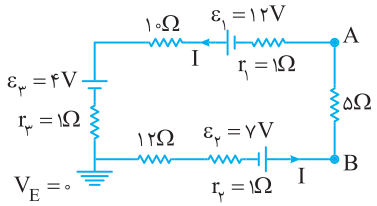
نکته ۱ پتانسیل هر نقطه از مدار یعنی اختلاف پتانسیل بین آن نقطه و اتصال به زمین.

نکته ۲ پتانسیل الکتریکی زمین و هر نقطه از مدار که به زمین وصل می‌شود صفر است. برای به‌دست آوردن پتانسیل هر نقطه از مدار از آن نقطه تا محل اتصال به زمین در مدار قدیم می‌زنیم.

۱ جریان‌های خروجی از باتری (۱) و (۲) پادساعتگرد بوده و جریان خروجی از باتری (۳) ساعتگرد و خلاف جهت جریان $\varepsilon_۱$ و $\varepsilon_۲$ است.

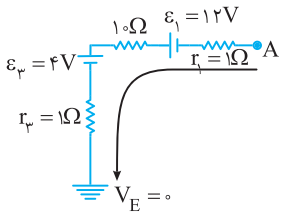
$$\underbrace{\varepsilon_۱+\varepsilon_۲}_{\text{جریان‌های پادساعتگرد}} > \underbrace{\varepsilon_۳}_{\text{جریان ساعتگرد}}\Rightarrow \text{جریان پادساعتگرد است.}$$

۲ مقدار جریان مدار را به‌دست می‌آوریم، دقت کنید که جریان باتری (۳) خلاف جهت جریان خروجی از باتری‌های (۱) و (۲) است، بنابراین:



$$I=\frac{\varepsilon_۱+\varepsilon_۲-\varepsilon_۳}{\text{مجموع } R+\text{مجموع } r}=\frac{۷+۱۲-۴}{\underbrace{(۱۰+۱۲+۵)}_{\text{مجموع } R}+\underbrace{(۱+۱+۱)}_{\text{مجموع } r}}=\frac{۱۵}{۳۰}=۰/۵A$$

۳ حال در جهت جریان از نقطهٔ A تا نقطهٔ اتصال به زمین $(V_E=۰)$ قدم می‌زنیم:



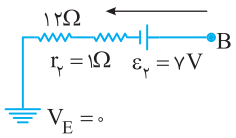
از قطب منفی باتری خارج شدیم — از قطب مثبت باتری خارج شدیم

$$V_A-r_۱I+\varepsilon_۱-۱۰I-\varepsilon_۳-۱\times I=V_E$$

در جهت جریان از مقاومت عبور کردیم — در جهت جریان از مقاومت عبور کردیم

$$\xrightarrow{I=۰/۵A} V_A-۰/۵+۱۲-۵-۴-۰/۵=۰\Rightarrow V_A=-۲V$$

۴ خلاف جهت جریان از نقطهٔ B تا نقطهٔ اتصال به زمین $(V_E=۰)$ قدم می‌زنیم:



خلاف جهت جریان از مقاومت عبور کردیم

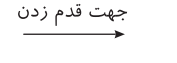
$$V_B-\varepsilon_۲+r_۲I+۱۲I=V_E\xrightarrow{I=۰/۵A}V_B-۷+۰/۵+۶=۰\Rightarrow V_B=۰/۵V$$

از قطب منفی خارج می‌شویم

۵ نسبت V_A به V_B برابر است با $\frac{V_A}{V_B}=\frac{-۲}{۰/۵}=-۴V$

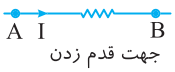
جمع‌بندی

جهت قدم زدن



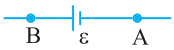
$$V_A-RI=V_B$$

جهت قدم زدن



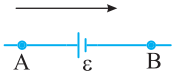
$$V_B+RI=V_A$$

جهت قدم زدن



$$V_A+\varepsilon=V_B$$

جهت قدم زدن



$$V_A-\varepsilon=V_B$$

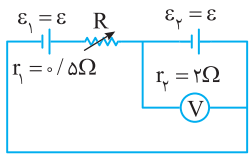
B ۲۰۲۳ ۲

۱ جریان دو باتری همسو یکدیگر است پس از هر دو باتری جریان خارج می‌شود و نیروی محرکهٔ آن‌ها باهم جمع می‌شود.

۲ وقتی ولت‌سنج عدد صفر را نشان می‌دهد یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) صفر است آن‌گاه:

$$V=\varepsilon_۲-Ir_۲\Rightarrow ۰=\varepsilon-۲I\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۲}$$

۳ جریان این مدار برابر است با:



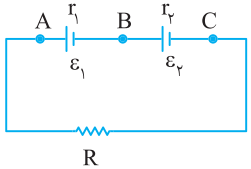
$$I=\frac{\varepsilon_T}{R_{eq}+r_T}\Rightarrow\frac{\varepsilon}{۲}=\frac{\varepsilon+\varepsilon}{R+۲/۵}$$
$$\Rightarrow\frac{\varepsilon}{۲}=\frac{۲\varepsilon}{R+۲/۵}\Rightarrow R+۲/۵=۴$$
$$\Rightarrow R=۱/۵\Omega$$

میانبر **نیرو محرکه‌های دو باتری یکسان است برای اینکه ولت‌سنج عدد صفر را نشان دهد باید مقاومت داخلی $r_۲$ با مجموع مقاومت R و $r_۱$ برابر باشد:**

$$r_۱+R=r_۲\Rightarrow ۰/۵+R=۲\Rightarrow R=۱/۵\Omega$$

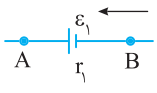
B ۲۰۲۴ ۳

جریان باتری‌های (۱) و (۲) همسو است پس جریان مدار پادساعتگرد بوده و برابر است با:



$$I=\frac{\varepsilon_۱+\varepsilon_۲}{r_۱+r_۲+R}\xrightarrow{\varepsilon_۱=\varepsilon_۲=\varepsilon}$$
$$I=\frac{۲\varepsilon}{r_۱+r_۲+r_۲-r_۱}\Rightarrow I=\frac{۲\varepsilon}{۲r_۲}=\frac{\varepsilon}{r_۲}$$

از نقطهٔ B تا نقطهٔ A قدمی می‌زنیم:



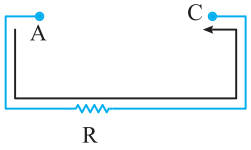
از قطب مثبت باتری خارج می‌شویم

$$V_B+\varepsilon_۱-r_۱I=V_A\xrightarrow[\varepsilon_۱=\varepsilon]{I=\frac{\varepsilon}{r_۲}}V_B+\varepsilon-r_۱\frac{\varepsilon}{r_۲}=V_A\Rightarrow V_A-V_B=\varepsilon-\frac{r_۱\varepsilon}{r_۲}$$

در جهت جریان قدم زدیم

که نشان می‌دهد V_A و V_B باهم برابر نبوده و اختلاف آن‌ها صفر نمی‌شود.

از نقطهٔ A تا C قدم می‌زنیم:

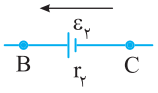


در جهت جریان عبور می‌کنیم

$$V_A - RI = V_C \xrightarrow[I=\frac{\varepsilon}{r_2}]{R=r_2-r_1} V_A - (r_2-r_1)(\frac{\varepsilon}{r_2}) = V_C$$

پتانسیل نقاط A و C باهم برابر نبوده و اختلاف پتانسیل آن‌ها صفر نمی‌شود.

از نقطهٔ C تا B قدم می‌زنیم:



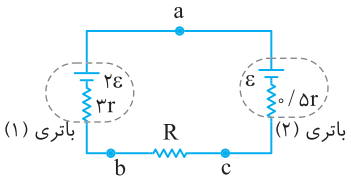
$$V_C + \varepsilon_2 - r_2 I = V_B \Rightarrow V_C + \varepsilon - r_2 \frac{\varepsilon}{r_2} = V_B$$
$$\Rightarrow V_C = V_B$$

بنابراین اختلاف پتانسیل بین B و C صفر می‌شود.

B ۲۰۲۵ ۱

جریان خروجی از باتری‌ها ناهمسو بوده و نیرو محرکهٔ باتری (۱) بیشتر از نیرو محرکهٔ باتری (۲) است از این‌رو جریان مدار در جهت جریان باتری (۱) یعنی ساعتگرد می‌شود.

مقدار جریان مدار با توجه به ناهمسو بودن جریان خروجی باتری‌ها برابر است با:



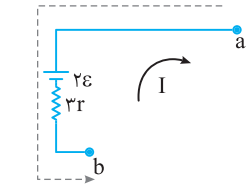
$$I = \frac{2\varepsilon - \varepsilon}{3r + 0/5r + R} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{3/5r + R} \quad (1)$$

یادآوری هنگام عبور از مقاومت خلاف جهت جریان، پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ RI افزایش می‌یابد و بالعکس.

یادآوری اگر از قطب مثبت باتری خارج شویم پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ ε افزایش می‌یابد و بالعکس.

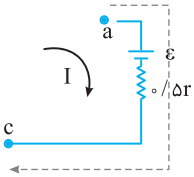
از نقطهٔ a تا نقطهٔ b خلاف جهت جریان قدم می‌زنیم از این‌رو می‌توان نوشت:

جهت قدم زدن



$$V_a - 2\varepsilon + 3rI = V_b$$
$$\Rightarrow V_a - V_b = 2\varepsilon - 3rI$$

از نقطهٔ a تا نقطهٔ c در جهت جریان قدم می‌زنیم:



$$V_a - \varepsilon - 0/5rI = V_c$$
$$\Rightarrow V_a - V_c = \varepsilon + 0/5rI$$

با توجه به سؤال $V_a - V_c$ با $V_a - V_b$ برابر است:

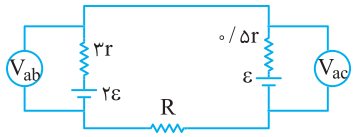
$$2\varepsilon - 3rI = \varepsilon + 0/5rI \Rightarrow \varepsilon = 3/5rI \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{3/5r}$$

با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{3/5r + R} \\ I = \frac{\varepsilon}{3/5r} \end{cases} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{3/5r + R} = \frac{\varepsilon}{3/5r} \Rightarrow 3/5r \times \varepsilon = (3/5r + R)\varepsilon$$

ε را از دو طرف ساده می‌کنیم $\xrightarrow{}$ $3/5r = 3/5r + R \Rightarrow R = 0$

میانبر اگر دقت کنید a و c اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) را نشان می‌دهد و a و b اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۱) را نشان می‌دهد و برای اینکه اختلاف پتانسیل دو سر دو باتری در مدار باهم برابر باشد، باید مقاومت خارجی مدار صفر باشد:

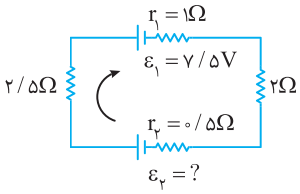


$$V_{ac} = V_{ab} \Rightarrow R = 0$$

B ۲۰۲۶ ۱

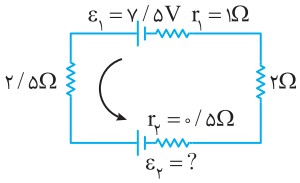
خط فکری جریان خروجی از باتری‌ها خلاف جهت هم‌اند اما با توجه به اینکه مقدار ε_2 مجهول است نمی‌دانیم که $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ بوده یا $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است تا جهت جریان مدار را مشخص کنیم پس باید هر دو حالت را بررسی کنیم. اگر $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ باشد جریان مدار در جهت جریان خروجی از باتری (۲) یعنی ساعتگرد می‌شود و اگر $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ باشد جریان مدار در جهت جریان خروجی از باتری (۱) یعنی پادساعتگرد می‌شود.

حالت (۱) اگر $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ باشد، جهت جریان ساعتگرد و در جهت جریان خروجی از باتری (۲) می‌شود و این جریان خلاف جهت جریانی است که می‌تواند از باتری (۱) گرفت:



$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\text{مجموع } R + \text{مجموع } r} \Rightarrow 1 = \frac{\varepsilon_2 - 7/5}{4/5 + 1/5} \Rightarrow 6 = \varepsilon_2 - 7/5 \Rightarrow \varepsilon_2 = 13/5V$$

حالت دوم اگر $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ باشد، جهت جریان پاد ساعتگرد و در جهت جریان خروجی از باتری (۱) می‌شود و این جریان خلاف جهت جریانی است که می‌توان از باتری (۲) گرفت.



$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\text{مجموع } R + \text{مجموع } r} \Rightarrow 1 = \frac{7/5 - \varepsilon_2}{4/5 + 1/5} \Rightarrow 7/5 - \varepsilon_2 = 6 \Rightarrow \varepsilon_2 = 1/5V$$

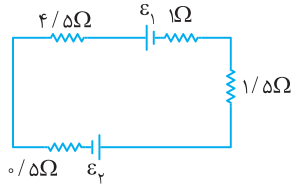
بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

B ۲۰۲۷ ۴

جریان خروجی از دو باتری همسو است پس جریان مدار در جهت جریان خروجی از دو باتری یعنی پادساعتگرد خواهد بود. جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_{eq} + r_T} \Rightarrow 2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{4/5 + 1/5 + 1 + 0/5} \Rightarrow \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 15V \quad (I)$$

حالت اول: اگر $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ باشد: $|\varepsilon_2 - \varepsilon_1| = 9V \xrightarrow{\varepsilon_2 > \varepsilon_1} \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 9V$



با توجه به معادلهٔ (I)، ε_1 و ε_2 را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 15V \\ \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 9V \end{cases} \xrightarrow{+} 2\varepsilon_2 = 24V \Rightarrow \varepsilon_2 = 12V$$

حالت دوم: اگر $\varepsilon_۱>\varepsilon_۲$ باشد: $|\varepsilon_۲-\varepsilon_۱|=۹V \xrightarrow{\varepsilon_۱>\varepsilon_۲} \varepsilon_۱-\varepsilon_۲=۹V$

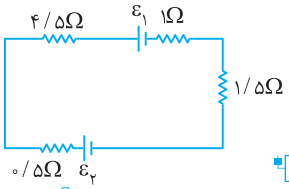
با توجه به معادلهٔ (I)، $\varepsilon_۱$ و $\varepsilon_۲$ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases}\varepsilon_۱+\varepsilon_۲=۱۵V\\ \varepsilon_۱-\varepsilon_۲=۹V\end{cases}\xrightarrow{+}۲\varepsilon_۱=۲۴V\Rightarrow\varepsilon_۱=۱۲V$$

$$۱۲+\varepsilon_۲=۱۵\Rightarrow\varepsilon_۲=۳V$$

بازی با سؤال **جریان در مدار نشان داده شده ۲A است. اگر $\varepsilon_۱+\varepsilon_۲=۲۳V$ باشد، $\varepsilon_۲$ چند ولت است؟**

۱) ۱۹
۲) ۴
۳) ۱۵
۴) گزینهٔ (۱) و (۲) دست است.



گزینهٔ ۴

B ۲۰۲۸ ۲

جریان خروجی از باتری‌های ناهمسو هستند و با توجه به اینکه $V_۱=۱۴V$ و $V_۲=۴V$ یعنی $V_۲<V_۱$ بوده پس جریان در جهت جریان خروجی از باتری (۱) به‌صورت پادساعتگرد خواهد بود.

جریان از باتری (۱) خارج و به باتری (۲) وارد می‌شود در واقع باتری (۱) مولد و باتری (۲) و مقاومت R مصرف کننده هستند و اختلاف پتانسیل باتری (۱) برابر مجموع ولتاژ دو سر باتری $V_۲$ و مقاومت R (V_R) است از این‌رو:

$$V_۱=V_۲+V_R\Rightarrow۱۴=۴+V_R\Rightarrow V_R=۱۰V$$

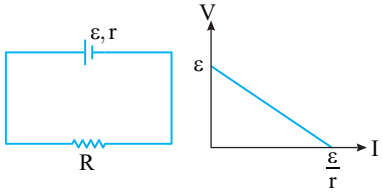
آمپرسنج جریان مدار یعنی جریان مقاومت R را ۴A نشان می‌دهد و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R، ۱۰V است، با توجه به قانون اهم داریم:

$$R=\frac{V}{I}=\frac{V=۱۰V}{I=۴A}\rightarrow R=\frac{۱۰}{۴}=۲/۵\Omega$$

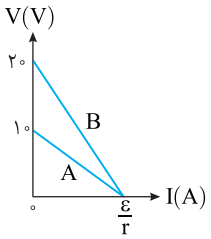
B ۲۰۲۹ ۲

خط فکری در یک باتری که در مداری مطابق شکل زیر بسته شده است، ولتاژ دو سر باتری برابر خواهد شد با: $V=\varepsilon-Ir$

در این صورت نمودار $V-I$ آن خط راستی است که عرض از مبدأ آن ε و شیب آن $-r$ است.

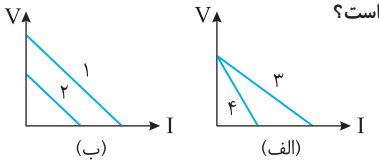


با توجه به نمودار مسئله $\varepsilon_A=۱۰V$ و $\varepsilon_B=۲۰V$ است. از طرفی مقدار $\frac{\varepsilon}{r}$ در هر دو نمودار برابر است از این‌رو:



$$\frac{\varepsilon_B}{r_B}=\frac{\varepsilon_A}{r_A}\Rightarrow\frac{r_B}{r_A}=\frac{\varepsilon_B}{\varepsilon_A}\Rightarrow\frac{r_B}{r_A}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲$$

بازی با سؤال **در نمودارهای زیر، اختلاف پتانسیل دو سر چهار مولد بر حسب جریان رسم شده است. کدام گزینه در رابطه با نمودارهای «الف» و «ب» صحیح است؟**

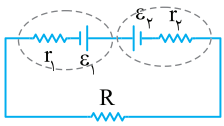


۱) $\varepsilon_۳>\varepsilon_۴$ ، $r_۱>r_۲$
۲) $\varepsilon_۳=\varepsilon_۴$ ، $r_۱=r_۲$
۳) $\varepsilon_۳<\varepsilon_۴$ ، $r_۱<r_۲$
۴) $\varepsilon_۱<\varepsilon_۲$ ، $r_۳=r_۴$

گزینهٔ ۲

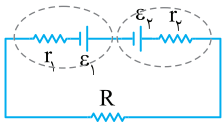
B ۲۰۳۰ ۴

حالت اول: مطابق شکل روبه‌رو جهت جریان خروجی دو باتری خلاف جهت هم است



بنابراین: $I_۱=\frac{\varepsilon_۲-\varepsilon_۱}{R+r_۱+r_۲}$

حالت دوم: مطابق شکل روبه‌رو جهت جریان خروجی دو باتری هم‌جهت است بنابراین:



$$I_۲=\frac{\varepsilon_۲+\varepsilon_۱}{R+r_۱+r_۲}$$

با توجه به صورت سؤال $I_۲=۲I_۱$ بنابراین:

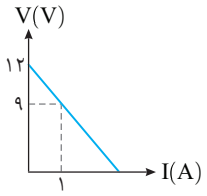
$$I_۲=۲I_۱\Rightarrow\frac{\varepsilon_۲+\varepsilon_۱}{R+r_۱+r_۲}=\frac{۲(\varepsilon_۲-\varepsilon_۱)}{R+r_۱+r_۲}\Rightarrow\varepsilon_۲=۳\varepsilon_۱$$

مقاومت داخلی دو باتری یکسان است بنابراین در حالت اول، باتری $\varepsilon_۲$ مولد و ولتاژ دو سر آن $V_۲=\varepsilon_۲-Ir$ و باتری $\varepsilon_۱$ مصرف‌کننده و ولتاژ دو سر آن $V_۱=\varepsilon_۱+Ir$ است. اکنون با توجه به نمودارهای داده شده، جریان در نقطهٔ تلاقی دو نمودار یعنی وقتی $V_۱=V_۲$ است را حساب می‌کنیم.

$$V_۱=V_۲\Rightarrow\varepsilon_۱+Ir=\varepsilon_۲-Ir\xrightarrow{\varepsilon_۲=۳\varepsilon_۱}\varepsilon_۱+Ir=۳\varepsilon_۱-Ir\Rightarrow I=\frac{\varepsilon_۱}{r}$$

B ۲۰۳۱ ۱

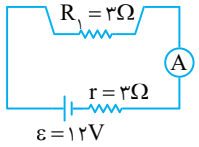
۱ در ابتدا با توجه به شیب نمودار $V-I$ مقاومت داخلی و با توجه به عرض از مبدأ نمودار نیروی محرکهٔ مدار را به‌دست می‌آوریم:



$$-r=\text{شیب نمودار}\Rightarrow r=-\frac{۱۲-۹}{۰-۱}=۳\Omega$$

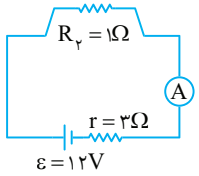
$$\varepsilon=\text{عرض از مبدأ}\Rightarrow\varepsilon=۱۲V$$

۲ هنگامی که کلید در مدار در وضعیت (۱) قرار دارد، مقاومت ۳Ω در مدار قرار گرفته است:



$$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_۱+r}\Rightarrow I_۱=\frac{۱۲}{۳+۳}=۲A$$

۳ هنگامی که کلید در مدار در وضعیت (۲) قرار دارد، مقاومت ۱Ω در مدار قرار گرفته:

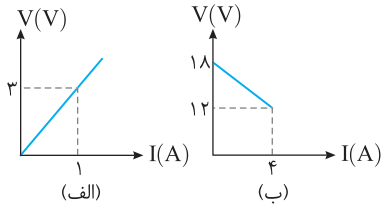


$$I_۲=\frac{\varepsilon}{R_۲+r}\Rightarrow I_۲=\frac{۱۲}{۳+۱}=۳A$$

۴ بنابرین جریان از ۲A به ۳A افزایش یافته، درصد تغییرات برابر است با:

$$\text{افزایش }\%=\frac{\Delta I}{I_۱}\times۱۰۰=\frac{۳-۲}{۲}\times۱۰۰=۵۰\%$$

بازی با سؤال **نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برحسب جریان عبوری از آن به‌صورت شکل (الف) و نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری برحسب جریان خروجی از آن به‌صورت شکل (ب) است. اگر دو سر این باتری را به دو سر مقاومت R وصل کنیم، جریان عبوری از مقاومت چند آمپر خواهد بود؟**

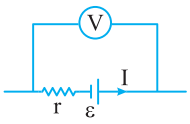


۱) ۳
۲) ۴/۵
۳) ۴
۴) ۱/۵

گزینهٔ ۳

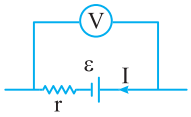
B ۲۰۳۲ ۲

یادآوری اگر جریان از باتری خارج شود:



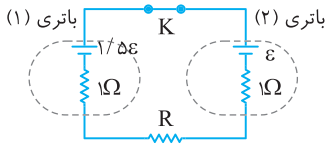
$V=\varepsilon-rI$

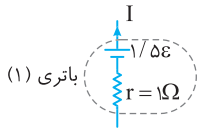
یادآوری اگر جریان به باتری وارد شود:

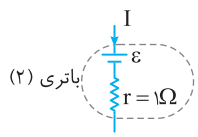


$V=\varepsilon+rI$

نیروی محرکهٔ (۱) بزرگ‌تر از نیروی محرکهٔ باتری (۲) است، بنابراین جریان مدار در جهت جریان خروجی از باتری (۱) است یعنی ساعتگرد است، بنابراین جریان از باتری (۱) خارج می‌شود و به باتری (۲) وارد می‌شود:







$V_1=1/5\varepsilon-rI \Rightarrow V_1=1/5\varepsilon-I$ $\qquad V_2'=\varepsilon+rI \Rightarrow V'=\varepsilon+I$

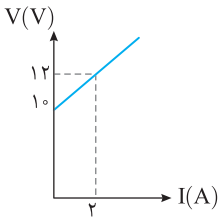
با وصل کلید ولتاژ دو سر باتری $1/5\varepsilon$ کاهش (V_1) و ولتاژ دو سر باتری $\varepsilon(V_2)$ افزایش می‌یابد از طرفی هنگامی که کلید باز است جریان $I=0$ است و با توجه به معادله‌های بالا اختلاف پتانسیل باتری‌ها برابر نیروی محرکه باتری می‌شود.

در صورت سؤال بیان شده که ولت‌سنج هنگام باز بودن کلید $10V$ و پس از بسته شدن کلید $12V$ را نشان می‌دهد بنابراین ولت‌سنج به باتری ε وصل است و ابتدا نیروی محرکهٔ باتری را $\varepsilon=10V$ و پس از بسته شدن کلید K ولت‌سنج $V_2=12V$ را نشان می دهد. جریان را حساب می‌کنیم.

$$V_2=\varepsilon+I \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow[V=10V]{I=0} \varepsilon=10V \\ \xrightarrow[V=12V]{I\neq 0} 12=10+I \Rightarrow I=2A \end{cases}$$

نمودار $V-I$ باتری (۲) با توجه به معادلهٔ $V=\varepsilon+rI$ کشیده می‌شود:

$$\begin{cases} \varepsilon=10V \\ r=1\Omega \end{cases} \Rightarrow V=I+10$$



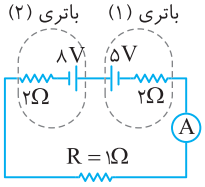
B ۲۰۳۳ ۳

یادآوری معادلهٔ اختلاف پتانسیل یک باتری برحسب جریان خروجی از آن به صورت $V=-Ir+\varepsilon$ است که در آن ε نیروی محرکهٔ باتری و ضریب I برابر قرینهٔ مقاومت داخلی باتری است.

با توجه به معادله‌های داده شده، نیروی محرکهٔ هر باتری و مقاومت درونی آن را مشخص می‌کنیم.

$$V_1=-2I+5 \Rightarrow \varepsilon_1=5V, r_1=2\Omega \quad , \quad V_2=-2I+8 \Rightarrow \varepsilon_2=8V, r_2=2\Omega$$

با توجه به مدار، جریان مدار خواهد شد:



$$I=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{R+r_1+r_2} \Rightarrow I=\frac{8-5}{1+2+2} \Rightarrow I=0/6A$$

A ۲۰۳۴ ۱

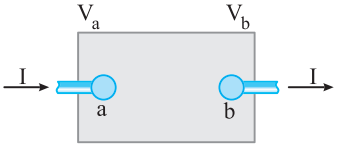
با توجه به اینکه در سؤال گفته شده انرژی در جعبه مصرف می‌شود، پس جعبه بخشی از مدار است که انرژی از مدار می‌گیرد یعنی جعبه می‌تواند یک مقاومت باشد که در آن جریان از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است بنابراین: $V_a>V_b$

توان هر جزء مدار برابر $P=I\Delta V$ است: $P=I\Delta V \Rightarrow 10=2\times\Delta V \Rightarrow \Delta V=5V$

چون پتانسیل پایانهٔ a بزرگ‌تر است:

$$V_a-V_b=5V \xrightarrow{V_a=3V} 3-V_b=5 \Rightarrow V_b=-2V$$

بازی با سؤال **در شکل داده شده انرژی مصرفی جعبهٔ رسم شده که بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد، در هر دقیقه برابر $4/8kJ$ است و در این مدت ۲۴۰ کولن بار از این بخش مدار شارش شده است. اگر پتانسیل نقطهٔ a برابر $10V$ باشد، پتانسیل نقطهٔ b چند ولت است؟**



B ۲۰۳۵ ۱

ابتدا توان مصرفی در مقاومت R را به‌دست می‌آوریم: $P=RI^2=5\times4=20W$

توان مصرفی در این بخش مدار $40W$ است که $20W$ آن در مقاومت مصرف شده است، بنابراین $20W$ آن در باتری مصرف می‌شود. یعنی باتری مصرف‌کننده است و مولد نیست. با توجه به اینکه جهت جریان به سمت راست می‌باشد باید اتصال باتری به صورت $\xrightarrow{I}$ ⊣⊢ در مدار قرار گیرد تا جریان به قطب مثبت باتری وارد شود و در واقع باتری در حال شارژ باشد و باتری مصرف کننده باشد.

$$P=VI \xrightarrow[r=0 \Rightarrow V=\varepsilon]{\text{باتری آرمانی}} P=\varepsilon I \Rightarrow 20=\varepsilon\times2 \Rightarrow \varepsilon=10V$$

A ۲۰۳۶ ۲

توان دستگاه برابر است با: $P=VI \Rightarrow P=25\times12 \Rightarrow P=300W$

انرژی منتقل شده به بدن بیمار خواهد شد:

$$U=P.t \xrightarrow{t=3\times10^{-3}s} U=300\times3\times10^{-3} \Rightarrow U=0/9J$$

A ۲۰۳۷ ۴

خط فکری گرمای تولید شده (انرژی مصرفی) و بار شارش شده را داریم، پس می‌توان از رابطهٔ $U=qV$ اختلاف پتانسیل را به‌دست آورد. همچنین هرگاه با q و زمان سروکار داریم می‌توانیم از رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ استفاده کنیم.

۱ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر است با:

$U=Vq \Rightarrow 4000=V\times200 \Rightarrow V=20V$

۲ جریان مقاومت را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{V}{R} \Rightarrow I=\frac{20}{5}=4A$

۳ جریان یعنی آهنگ شارش بار از این‌رو: $I=\frac{q}{t} \Rightarrow 4=\frac{200}{t} \Rightarrow t=50s$

A ۲۰۳۸ ۱

خط فکری اختلاف پتانسیل داده شده است، با توجه به داده‌ها و رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$، مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم و در گام نهایی خواستهٔ سؤال یعنی توان را از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ حساب می‌کنیم.

یادآوری آهنگ مصرف انرژی همان توان مصرفی در مقاومت است.

۱ مساحت سطح مقطع سیم برابر است با:

$A=\pi r^2 \Rightarrow A=3\times(10^{-3})^2=3\times10^{-6}m^2$

۲ مقاومت الکتریکی سیم را به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت به‌دست می‌آوریم.

$$R=\rho\frac{L}{A} \xrightarrow{\rho=1/7\times10^{-8}\,\Omega.m, L=30m} R=1/7\times10^{-8}\times\frac{30}{3\times10^{-6}} \Rightarrow R=1/7\times10^{-1}\,\Omega$$

۳ آهنگ تولید انرژی گرمایی یعنی توان تولید انرژی گرمایی که با توجه به داده‌های مسئله از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید. $P=\frac{V^2}{R} \xrightarrow{V=17V} P=\frac{17\times17}{1/7\times10^{-1}} \Rightarrow P=1700W$

B ۲۰۳۹ ۳

۱ مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{\rho=10^{-6}\Omega.m,L=2m,A=0/2\times10^{-6}m^2}$$

$$R=10^{-6}\times\frac{2}{0/2\times10^{-6}}\Rightarrow R=10\Omega$$

۲ با توجه به اینکه مقاومت و جریان عبوری را داریم، از رابطهٔ $P=RI^2$ توان مصرفی را به‌دست می‌آوریم:

$$P=RI^2\xrightarrow[I=20A]{R=10\Omega}P=10\times(20)^2\Rightarrow P=4000W=4kW$$

نکته توان مصرفی سیم برابر آهنگ مصرف انرژی آن است یعنی $P=\frac{U}{t}$

بنابراین انرژی مصرفی سیم برابر $U=Pt$ بوده و اگر در این رابطه، توان را برحسب کیلووات و زمان را برحسب ساعت قرار دهیم، یکای انرژی برحسب kWh به‌دست می‌آید:

$$U=Pt\xrightarrow[t=20min]{P=4kW}U=4\times\frac{1}{3}=\frac{4}{3}kWh$$

B ۲۰۴۰ ۲

۱ ابتدا انرژی صرفه‌جویی شده برای هر لامپ را در مدت ۵ ساعت برحسب kWh به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{U}{t}\Rightarrow U=Pt\xrightarrow{P=100W}U=\frac{100}{1000}kW\times5h=0/5kWh$$

۲ انرژی صرفه‌جویی شده برای یک لامپ در هر شبانه‌روز $0/5kWh$ است، بنابراین در مدت یک ماه پاییزی انرژی‌ای که صرفه‌جویی می‌شود برابر است با:

$$U=0/5\times30=15kWh$$

۳ برای دو میلیون خانه صرفه‌جویی برابر است با:

$$U_t=2\times10^6\times15kWh=3\times10^7kWh$$

۴ بهای هر kWh برابر ۱۰۰ ریال است، بنابراین بهای برق صرفه‌جویی شده خواهد شد:

۱kWh	۱۰۰ ریال
3×10^7	?

$$\Rightarrow ?=3\times10^9 \text{ ریال}=3 \text{ میلیارد ریال}$$

بازی با سؤال **وقتی یک بخاری برقی را به اختلاف پتانسیل ۲۲۰V وصل کنیم، از آن جریان ۱۰A می‌گذرد. اگر این بخاری به مدت ۳h در روز کار کند و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۵۰ تومان باشد، از ابتدا تا انتهای فصل پاییز هزینهٔ مصرف این بخاری چند تومان می‌شود؟** از کتاب درسی

۱) ۲۹۵۲۰ ۲) ۲۹۷۰۰ ۳) ۳۹۵۲۰ ۴) ۳۹۷۲۰

گزینه ۲

B ۲۰۴۱ ۱

توان مصرفی این بخاری برابر است با: $P=VI\Rightarrow P=220\times10\Rightarrow P=2200W$

انرژی مصرفی در مدت $30\times5=150h$ را حساب می‌کنیم

$$E=Pt\Rightarrow E=\frac{2200}{1000}kW\times150h\Rightarrow E=330kWh$$

بهای برق مصرفی را به‌دست می‌آوریم:

۱kWh	۵۰ تومان
۳۳۰kWh	?

$$\Rightarrow ?=16500 \text{ تومان}$$

A ۲۰۴۲ ۲

یادآوری آمپر - ساعت یکای بار الکتریکی است.

خط فکری با داشتن حداکثر بار الکتریکی که باتری می‌تواند از دست بدهد، تا به‌طور ایمن تخلیه شود، (با داشتن آمپر - ساعت باتری) و مدت زمان کار باتری، می‌توان جریان گرفته شده از باتری $(I=\frac{q}{t})$ را به‌دست آورد و با داشتن ولتاژ دو سر لامپ، توان لامپ را حساب کرد.

۱ جریان مدار برابر است با: $q=It\xrightarrow{q=10Ah}10=I\times20\Rightarrow I=0/5A$

۲ به کمک رابطهٔ توان الکتریکی، توان را حساب می‌کنیم.

$$P=VI\xrightarrow{V=220V}P=220\times0/5=110W$$

A ۲۰۴۳ ۱

خط فکری مسئله بسیار ساده‌ای است. با توجه به سؤال اگر اختلاف پتانسیل دو سر لامپ $220V$ باشد، توان مصرفی لامپ $200W$ است. این لامپ به ولتاژ $220V$ وصل شده پس توان مصرفی لامپ $200W$ است.

انرژی مصرفی برحسب کیلووات ساعت خواسته شده و در رابطهٔ $U=Pt$ باید توان برحسب کیلووات و زمان برحسب ساعت قرار گیرد:

$$U=Pt\xrightarrow[P=200W=\frac{2}{10}kW]{t=90min=\frac{90}{60}h}U=\frac{2}{10}\times\frac{90}{60}\Rightarrow U=0/3kWh$$

A ۲۰۴۴ ۱

خط فکری لامپ دارای مشخصات $12V$ و $36W$ است، یعنی اگر ولتاژ دو سر لامپ $12V$ باشد، توان مصرفی آن $36W$ است. با تغییر ولتاژ، مقاومت لامپ تغییر نمی‌کند و ثابت است، پس رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ را برای دو ولتاژ $12V$ و $8V$ نوشته و سؤال را به کمک آن حل می‌کنیم. از این رو می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}P_1=\frac{V_1^2}{R}\\P_2=\frac{V_2^2}{R}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{V_2^2}{V_1^2}\xrightarrow[P_1=36W]{V_1=12V,V_2=8V}\frac{P_2}{36}=(\frac{8}{12})^2=(\frac{2}{3})^2$$

$$\Rightarrow\frac{P_2}{36}=(\frac{4}{9})\Rightarrow P_2=36\times\frac{4}{9}=16W$$

A ۲۰۴۵ ۲

خط فکری در فرض مسئله صراحتاً بیان شده که مقاومت ثابت است و چون ولتاژ تغییر می‌کند باید از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ برای بررسی توان استفاده کرد.

رابطهٔ توان را برای ولتاژ $220V$ و ولتاژ $200V$ نوشته و برهم تقسیم می‌کنیم تا توان برای ولتاژ $200V$ به‌دست آید.

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{V_2^2}{R}}{\frac{V_1^2}{R}}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=(\frac{V_2}{V_1})^2\Rightarrow\frac{P_2}{100}=(\frac{200}{220})^2=(\frac{10}{11})^2\Rightarrow\frac{P_2}{100}=\frac{100}{121}\Rightarrow P_2=\frac{10^4}{121}W$$

انرژی مصرف شده برابر $U=Pt$ است. برای آنکه یکای انرژی را بر حسب کیلووات ساعت به‌دست آوریم، باید در رابطهٔ انرژی، توان را برحسب کیلووات و زمان را برحسب ساعت قرار دهیم:

$$U=Pt\xrightarrow[t=1h]{P=\frac{10^4}{121}W=\frac{10}{121}kW}U=\frac{10}{121}\times11=\frac{10}{11}kWh$$

B ۲۰۴۶ ۳

خط فکری در حل این مسائل فرض اصلی این است که مقاومت لامپ ثابت است. همچنین ولتاژ دو سر لامپ داده شده، در این صورت رابطهٔ توان به‌صورت $P=\frac{V^2}{R}$ قابل استفاده است.

بنابر فرض مسئله توان مصرفی لامپ ٪۱۹ کاهش یافته یعنی $P_2=P_1-\frac{19}{100}P_1=\frac{81}{100}P_1$ بوده و توان ثانویه لامپ با ولتاژ جدید، ٪۸۱ توان آن با ولتاژ $200V$ است بنابراین:

$$P_2=0/81P_1\xrightarrow{P=\frac{V^2}{R}}\frac{V_2^2}{R}=\frac{81}{100}\frac{V_1^2}{R}\xrightarrow{V_1=200V}$$

$$V_2^2=\frac{81}{100}\times200^2\Rightarrow V_2=\frac{9}{10}\times200\Rightarrow V_2=180V$$

در نتیجه ولتاژ از $200V$ به $180V$ رسیده و $200-180=20V$ افت داشته است.

B ۲۰۴۷ ۴

یادآوری در دمای ثابت، با تغییر جریان یا اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا، مقدار مقاومت رسانا تغییر نمی‌کند.

خط فکری این بار با یک مقاومت سر و کار داریم که جریان آن را افزایش داده‌ایم و چون مقاومت ثابت فرض شده است باید از رابطهٔ توان به‌صورت $P=RI^2$ استفاده کرد.

۱ با توجه به فرض مسئله با افزایش جریان، توان مصرفی ۲/۲۵ برابر شده است بنابراین:

$$P_2=2/25P_1 \xrightarrow{P=RI^2} RI_2^2=2/25RI_1^2$$

$$\Rightarrow I_2^2=2/25I_1^2 \Rightarrow I_2=1/5I_1 \qquad (1)$$

۲ در سؤال گفته جریان ۳A افزایش یافته یعنی $I_2=I_1+3$. با توجه به معادلهٔ (۱) داریم:

$$I_2=I_1+3 \xrightarrow{I_2=1/5I_1} 1/5I_1=I_1+3\Rightarrow 0/5I_1=3\Rightarrow I_1=6A$$

۲ ۲۰۴۸ A

خط فکری توان و ولتاژها داده شده است و نسبت جریان‌ها خواسته شده است، یعنی باید از رابطهٔ $P=VI$ برای حل سؤال استفاده کرد.

توان را در دو حالت نوشته و برهم تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{cases} P_{\text{اتو}}=V_{\text{اتو}}I_{\text{اتو}} \\ P_{\text{کتری}}=V_{\text{کتری}}I_{\text{کتری}} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_{\text{اتو}}}{P_{\text{کتری}}}=\frac{V_{\text{اتو}}I_{\text{اتو}}}{V_{\text{کتری}}I_{\text{کتری}}} \xrightarrow[V_{\text{اتو}}=V_{\text{کتری}}=220V]{P_{\text{اتو}}=850W,\ P_{\text{کتری}}=2400W}$$

$$\frac{850}{2400}=\frac{I_{\text{اتو}}}{I_{\text{کتری}}}\Rightarrow\frac{I_{\text{اتو}}}{I_{\text{کتری}}}=\frac{17}{48}$$

۲ ۲۰۴۹ B

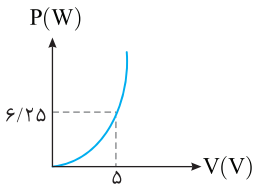
گرمای تولید شده در دو حالت برابر است، از طرفی ولتاژ در دو حالت یکی است از این‌رو:

$$U_1=U_2 \xrightarrow{U=\frac{V^2}{R}t} \frac{V^2}{R_1}t_1=\frac{V^2}{R_2}t_2\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{t_2}{t_1}$$

$$\xrightarrow[\text{سطح مقطع دو سیم و جنس‌ها یکسان است}]{R=\rho\frac{L}{A}} \frac{L_2}{L_1}=\frac{t_2}{t_1}\Rightarrow\frac{L_2}{12}=\frac{15}{25}\Rightarrow L_2=7/2m$$

۳ ۲۰۵۰ B

با تغییر ولتاژ یا جریان، مقاومت رسانا تغییر نمی‌کند. با توجه به اینکه نمودار $P-V$ داده شده و مقدار مقاومت ثابت است، برای محاسبهٔ توان از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ استفاده می‌کنیم:



$$\begin{cases} P_1=\frac{V_1^2}{R} \\ P_2=\frac{V_2^2}{R} \end{cases} \xrightarrow{\text{دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم}} \frac{P_1}{P_2}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\Rightarrow\frac{6/25}{16}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{2/5}{4}\Rightarrow V_2=\frac{4}{2/5}V_1=\frac{40}{25}V_1=\frac{8}{5}V_1$$

با توجه به نمودار V_1 برابر ۵V است:

$$V_2=\frac{8}{5}\times5\Rightarrow V_2=8V$$

حال با توجه به رابطهٔ $P=VI$ جریان را حساب می‌کنیم:

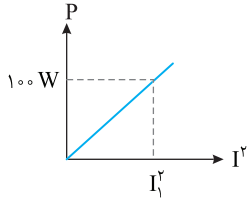
$$P_2=V_2I_2 \xrightarrow[V=8V]{P=16W} 16=8\times I_2\Rightarrow I_2=2A$$

روش دوم: با تغییر ولتاژ، مقاومت ثابت می‌ماند، بنابراین

$$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow 6/25=\frac{25}{R}\Rightarrow R=4\Omega \ , \ P=RI^2\Rightarrow 16=4I^2\Rightarrow I=2A$$

بازی با سؤال نمودار توان مصرفی یک مقاومت ۲۵Ω بر حسب مربع جریان به صورت مقابل است. جریان I_1 چند آمپر است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴



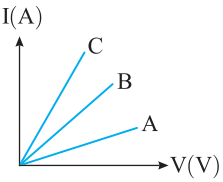
گزینهٔ ۲

۲ ۲۰۵۱ A

با توجه به رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ ، چون دو رشته لامپ، هم‌جنس و هم‌طول هستند، لامپ L_1 که رشته‌اش ضخیم‌تر است دارای مقاومت کمتری است و بنا بر رابطهٔ $U=\frac{V^2}{R}t$ هر چه مقاومت کمتر باشد، توان مصرفی لامپ و نور آن بیشتر است. پس لامپ L_1 که دارای مقاومت کمتری است، توان مصرفی‌اش بیشتر بوده و نور آن بیشتر است.

میانبر در تمام وسایل التهابی برق شهر که با ولتاژ یکسان کار می‌کنند وسیله‌ای که مقاومتش کمتر است، توان مصرفی‌اش بیشتر است.

بازی با سؤال شخصی برای ساختن یک گرمکن برقی که قرار است به پریز یک اتاق وصل شود، می‌تواند از سه سیم A ، B و C استفاده کند. اگر نمودار I−V این سیم‌ها به‌صورت روبه‌رو باشد، کدام‌یک به‌عنوان سیم گرماده مناسب‌تر است؟



۱) A ۲) B ۳) C ۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۳

۲ ۲۰۵۲ B

خط فکری یک مسئله ترکیبی از فصل چهارم فیزیک (۱) پایه دهم و فصل دوم فیزیک (۲) پایه یازدهم. در گام اول به کمک روابط انرژی الکتریکی مصرفی $U=RI^2t$ انرژی الکتریکی را حساب کنید و در گام بعدی به کمک $Q=mc\Delta\theta$ ، افزایش دمای آب را به دست آورید.

۱ انرژی الکتریکی که سماور در مدت یک دقیقه و ۲۴ ثانیه (۸۴s) با جریان ۱۰A و مقاومت ۲Ω به انرژی گرمایی تبدیل می‌کند، برابر است با:

$$U=RI^2t\Rightarrow U=2\times10^2\times84\Rightarrow U=2\times8400$$

۲ دمای ۲kg آب با این گرما به اندازهٔ مقدار زیر افزایش می‌یابد.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow2\times8400=2\times4200\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=2^\circ C$$

بنابراین دمای آب از $10^\circ C$ به $12^\circ C$ می‌رسد.

۳ ۲۰۵۳ C

یادآوری با توجه به چگالی آب، جرم ۱L آب برابر ۱kg است، بنابراین جرم ۱/۵L آب برابر ۱/۵kg است.

۱ گرمایی که آب می‌گیرد تا از دمای $20^\circ C$ به نقطهٔ جوش $100^\circ C$ برسد برابر است با:

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=100-20=80^\circ C]{c=4200J/kg^\circ C} Q=1/5\times4200\times80\Rightarrow Q=504\times10^3J$$

یادآوری بازده وسیله برابر است با:

$$\text{(برحسب درصد) } Ra=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}\times100\Rightarrow Ra=\frac{Q}{E_{\text{الکتریکی}}}\times100$$

۲ بازده کتری ٪۹۰ است. به کمک بازده، انرژی الکتریکی مصرفی کتری را به‌دست می‌آوریم.

$$Ra=\frac{Q}{U_{\text{کتری برقی}}}\times100\Rightarrow90=\frac{504\times10^3}{U_{\text{کتری برقی}}}\times100\Rightarrow U_{\text{کتری برقی}}=\frac{504\times10^3}{0/9}$$

$$\Rightarrow U_{\text{کتری برقی}}=560\times10^3J$$

۳ با توجه به داشتن ولتاژ دو سر کتری و مقدار انرژی الکتریکی مصرفی، برای به‌دست آوردن مقاومت کتری، رابطهٔ $U=\frac{V^2}{R}t$ را انتخاب می‌کنیم:

$$U=\frac{V^2}{R}\times t\Rightarrow560\times10^3=\frac{210\times210}{R}\times20\times60\Rightarrow R=94/5\Omega$$

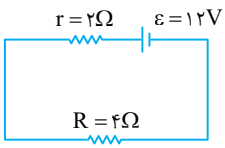
بازی با سؤال **از یک گرمکن الکتریکی جریان ۱۰A می‌گذرد. اگر این گرمکن را درون ۴kg آب ۲۰°C قرار دهیم، پس از ۵۶ دقیقه آب را به نقطهٔ جوش می‌رساند. اگر فرض کنیم ۲۰ درصد انرژی گرمکن تلف می‌شود، مقاومت الکتریکی گرمکن چند اهم است؟** $(c_{آب}=۴۲۰۰ J/kg\,°C)$

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۵ ۴) ۲۵

گزینهٔ ۳

A ۲۰۵۴ ۱

خط فکری در گام نخست با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ جریان مدار را به دست می‌آوریم و در گام بعدی با استفاده از رابطهٔ $P=\varepsilon I-rI^2$ توان خروجی را حساب می‌کنیم:



۱ جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۴+۲}=۲A$$

۲ با استفاده از رابطهٔ $P=\varepsilon I-rI^2$ توان خروجی را حساب می‌کنیم:

$$P=\varepsilon I-rI^2\Rightarrow P=۱۲\times۲-۲\times(۲)^2\Rightarrow P=۲۴-۸\Rightarrow P=۱۶W$$

روش دیگر: در مدار ساده با یک مقاومت خارجی، توان خروجی از باتری با توان مصرفی در مقاومت خارجی برابر است:

$$P=RI^2\Rightarrow P=۴\times(۲)^2\Rightarrow P=۱۶W$$

B ۲۰۵۵ ۱

مقاومت مدار را حساب می‌کنیم.

$$R_۱=\frac{V}{I}\Rightarrow R_۱=\frac{۸}{۰/۵}\Rightarrow R_۱=۱۶\Omega$$

ولتاژ دو سر مقاومت ثابت و برابر ۸V است. با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ برای افزایش توان باید مقاومت کاهش پیدا کند. در نتیجه

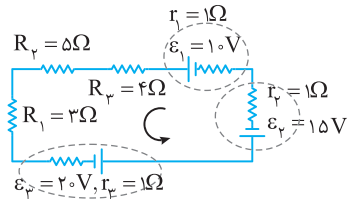
$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{P_۱+۰/۶P_۱}{P_۱}=\frac{۱۶}{R_۲}\Rightarrow ۱/۶=\frac{۱۶}{R_۲}\Rightarrow R_۲=۱۰\Omega$$

بنابراین مقاومت را باید $۱۶-۱۰=۶\Omega$ کاهش دهیم.

B ۲۰۵۶ ۳

نکته باتری‌هایی در مدار که جریان از قطب مثبت آن‌ها خارج می‌شود دارای اختلاف پتانسیل $V=\varepsilon-rI$ بوده‌اند و توان این باتری‌ها توان خروجی است و برابر است با: $P=VI\xrightarrow{V=\varepsilon-rI}P=(\varepsilon-rI)I\Rightarrow P=\varepsilon I-rI^2$

قرارگیری باتری‌ها در مدار به‌گونه‌ای است که جریان خروجی از باتری‌های (۱) و (۳) همسو و با جهت جریان خروجی از باتری (۲) ناهمسو‌اند. در نتیجه $\varepsilon_۱+\varepsilon_۳>\varepsilon_۲$ است، پس جهت جریان در مدار پادساعتگرد می‌شود و باتری‌های $\varepsilon_۱$ و $\varepsilon_۳$ که در جهت جریان‌اند دارای توان خروجی $(P=\varepsilon I-rI^2)$ و $\varepsilon_۲$ که خلاف جهت جریان قرار گرفته دارای توان ورودی $(P=\varepsilon I+rI^2)$ است. جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:



$$I=\frac{\varepsilon_۱+\varepsilon_۳-\varepsilon_۲}{R_۱+R_۲+R_۳+r_۱+r_۲+r_۳}=\frac{۲۰+۱۰-۱۵}{۵+۴+۳+۱+۱+۱}=۱A$$

اکنون توان‌های خروجی باتری‌های $\varepsilon_۱$ و $\varepsilon_۳$ را به‌دست آورده باهم جمع می‌کنیم:

$$\begin{cases}P_۱=\varepsilon_۱I-r_۱I^2=۱۰-۱=۹W\\P_۳=\varepsilon_۳I-r_۳I^2=۲۰-۱=۱۹W\end{cases}\Rightarrow P_{خروجی}=P_۱+P_۳=۹+۱۹=۲۸W$$

A ۲۰۵۷ ۳

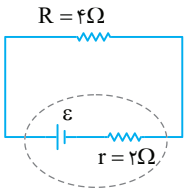
نیروی محرکهٔ باتری را از رابطهٔ جریان به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow[R=۱۴\Omega]{I=۰/۵A,r=۱\Omega}۰/۵=\frac{\varepsilon}{۱۴+۱}\Rightarrow\varepsilon=۷/۵V$$

توان تلف شده در مقاومت درونی باتری یعنی rI^2، بنابراین:

$$\text{توان تلف شده در باتری}=۱\times(۰/۵)^2=۰/۲۵W$$

بازی با سؤال **در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی در مقاومت R برابر با ۳۶W باشد، نیروی محرکهٔ باتری و افت پتانسیل در باتری در SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟**



۱) ۱۲ ،۲۴ ۲) ۶ ،۲۴
۳) ۶ ،۱۸ ۴) ۱۲ ،۱۸

گزینهٔ ۳

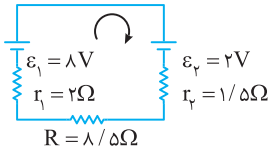
B ۲۰۵۸ ۱

خط فکری در باتری که جریان از قطب مثبت آن خارج می‌شود باتری به مدار توان (انرژی) می‌دهد یعنی توان باتری، خروجی است.

توان تولیدی
$P=\varepsilon I-rI^2$
توان خروجی — توان اتلافی در مقاومت داخلی

بنابراین شما ابتدا باید مشخص کنید که از باتری $\varepsilon_۱$ و باتری $\varepsilon_۲$ کدام مولد است و دارای توان خروجی است. البته دقت کنید مسئله توان تولیدی یعنی εI را از شما می‌خواهد.

۱ جریان خروجی باتری‌های $\varepsilon_۱$ و $\varepsilon_۲$ ناهمسو هستند و چون $\varepsilon_۱>\varepsilon_۲$ بوده بنابراین باتری $\varepsilon_۱$ مولد بوده و دارای توان خروجی است و جریان مدار نیز در جهت جریان $\varepsilon_۱$ یعنی ساعتگرد است.



۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon_۱-\varepsilon_۲}{R+r_۱+r_۲}\Rightarrow I=\frac{۸-۲}{۸/۵+۲+۱/۵}=\frac{۶}{۱۲}=۰/۵A$$

۳ توان تولیدی باتری (۱) برابر $\varepsilon_۱I$ است:

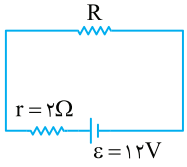
$$P_{\text{تولیدی}}=\varepsilon_۱I\Rightarrow P_{\text{تولیدی}}=۸\times۰/۵=۴W$$

A ۲۰۵۹ ۲

۱ توان تلف شده در باتری ۸ وات است، بنابراین می‌توان جریان مدار را حساب کرد:

$$\text{توان تلف شده در باتری}=rI^2=۸$$

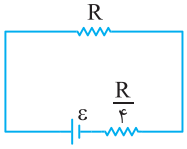
$$\Rightarrow ۲I^2=۸\Rightarrow I=۲A$$



۲ با استفاده از رابطهٔ جریان، R را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow ۲=\frac{۱۲}{R+۲}\Rightarrow R=۴\ \Omega$$

بازی با سؤال **در مدار شکل روبه‌رو اگر توان مصرفی مقاومت R برابر ۱۶W باشد، توان تولیدی باتری چند وات است؟** تجربی - ۹۳



۱) ۱۸ ۲) ۱۶
۳) ۲۰ ۴) ۲۴

گزینهٔ ۳

A ۲۰۶۰ ۲

نکته هنگام عبور جریان از درون باتری، بخشی از توان باتری در مقاومت داخلی آن به صورت rI^2 تلف می‌شود.

نسبت توان اتلافی در مقاومت داخلی باتری‌های $r_۱$ و $r_۲$ خواسته شده است از طرفی جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها و باتری‌های مدار یکسان است از این‌رو:

$$\frac{P_{\text{اتلافی}_۱}}{P_{\text{اتلافی}_۲}}=\frac{r_۱I^2}{r_۲I^2}=\frac{r_۱}{r_۲}=\frac{۰/۵}{۱}=\frac{۱}{۲}$$

B ۲۰۶۱ ۲

خط فکری توان خروجی یعنی $P=\varepsilon I-rI^2$ برای دو جریان مختلف داده شده است، بنابراین توان (P) و جریان (I) داده شده را در رابطه قرار می‌دهیم و با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول نیروی محرکه و مقاومت درونی را به‌دست می‌آوریم:

۱ داده‌های مسئله در دو حالت را در رابطهٔ توان خروجی باتری قرار می‌دهیم.

$$P=\varepsilon I-rI^2 \begin{cases} \xrightarrow{I_1=3A,P_1=36W} 36=3\varepsilon-9r\Rightarrow 12=\varepsilon-3r \\ \xrightarrow{I_2=5A,P_2=50W} 50=5\varepsilon-25r\Rightarrow 10=\varepsilon-5r \end{cases}$$

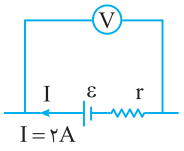
$$\overline{2=2r\Rightarrow r=1\Omega}$$

۲ نیروی محرکهٔ باتری برابر خواهد شد با: $12=\varepsilon-3r\Rightarrow 12=\varepsilon-3\Rightarrow \varepsilon=15V$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

B ۲۰۶۲ ۳

اگر جریان از قطب مثبت باتری خارج شود، باتری مولد بوده و به مدار توان (انرژی) می‌دهد و توان خروجی مدار خواهد شد:

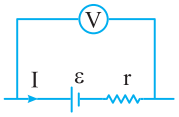


$$\begin{cases} P=VI \\ V=\varepsilon-rI \end{cases}\Rightarrow P=(\varepsilon-rI)I\Rightarrow P=\varepsilon I-rI^2$$

توان خروجی

$$P_{(الف)}=\varepsilon I-rI^2\Rightarrow P_{(الف)}=4\times 1-2(1)^2\Rightarrow P_{(الف)}=2W$$

اگر جریان به قطب مثبت باتری وارد شود، باتری مصرف‌کننده است (شبیه یک باتری در حال شارژ). توان مصرفی باتری یا توان ورودی به باتری شکل (ب) خواهد شد:



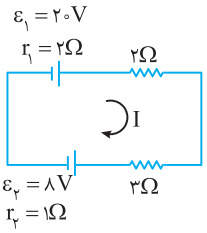
$$\begin{cases} P=VI \\ V=\varepsilon+rI \end{cases}\Rightarrow P=(\varepsilon+rI)I\Rightarrow P=\varepsilon I+rI^2$$

توان ورودی

$$P_{(ب)}=\varepsilon I+rI^2\Rightarrow P_{(ب)}=4\times 1+2(1)^2\Rightarrow P_{(ب)}=6W$$

A ۲۰۶۳ ۲

جریان خروجی دو باتری ناهمسو بوده و $\varepsilon_2>\varepsilon_1$ پس جریان مدار در جهت جریان خروجی از باتری (۱) ساعتگرد است. مقدار جریان را حساب می‌کنیم



جریان باتری‌ها ناهمسو با یکدیگر

$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\text{مجموع } R+\text{مجموع } r}$$

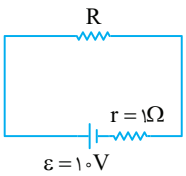
$$\Rightarrow I=\frac{20-8}{2+3+1+2}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}A$$

توان الکتریکی مقاومت ۲ اهمی برابر خواهد شد با:

$$P=RI^2\Rightarrow P=2\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\Rightarrow P=\frac{9}{2}=4/5W$$

B ۲۰۶۴ ۴

۱ به کمک توان خروجی باتری، جریان مدار را حساب می‌کنیم.



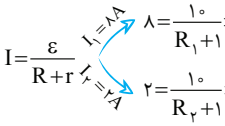
$$P=\varepsilon I-rI^2 \xrightarrow{P=16W}$$

$$16=10I-I^2\Rightarrow I^2-10I+16=0$$

۲ به کمک حل معادلهٔ درجهٔ ۲، جریان مدار خواهد شد:

$$I=5\pm\sqrt{25-16}=5\pm\sqrt{9}=5\pm 3 \begin{cases} I_1=8A \\ I_2=2A \end{cases}$$

۳ مقاومت R را به‌دست می‌آوریم:



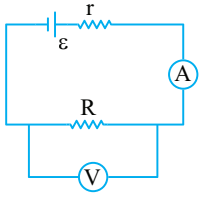
$$8=\frac{10}{R_1+1}\Rightarrow 8R_1+8=10\Rightarrow R_1=\frac{1}{4}\Omega$$

$$2=\frac{10}{R_2+1}\Rightarrow 2R_2+2=10\Rightarrow R_2=4\Omega$$

B ۲۰۶۵ ۱

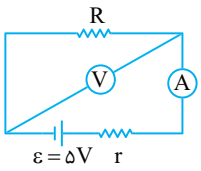
خط فکری در مدار ساده با یک مقاومت خارجی، توان خروجی باتری با توان مصرفی در مقاومت خارجی R برابر است.

ولت‌سنج، ولتاژ دو سر مقاومت و آمپرسنج جریان عبوری از آن را نشان می‌دهد. با توجه به رابطهٔ $P=VI$، توان خروجی از باتری که برابر توان مصرفی در مقاومت خارجی است را حساب می‌کنیم:



$$P=VI \xrightarrow{V=4V,I=2A} P=4\times 2=8W$$

بازی با سؤال **در شکل زیر، آمپرسنج ۱A و ولت‌سنج ۴V را نشان می‌دهد. اگر وسایل اندازه‌گیری آرمانی باشند، توان کل باتری چند وات از توان خروجی باتری بیشتر است؟**

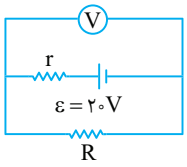


۱) ۴
۲) ۲
۳) ۱
۴) ۵

گزینهٔ ۳

B ۲۰۶۶ ۴

خط فکری ولت‌سنج ولتاژ دو سر مقاومت R و ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد، از این رو می‌توان افت پتانسیل را حساب کرد، سپس با رابطهٔ $P=VI$، توان مصرفی در مقاومت R را با توان مصرفی در مقاومت درونی r مقایسه کرد.



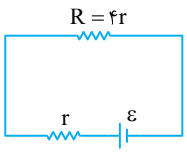
افت پتانسیل باتری (اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت درونی) برابر است با:

$$V=\varepsilon-rI \xrightarrow{rI=V_r} V_r=\varepsilon-V\Rightarrow V_r=20-18=2V$$

نسبت توان خروجی باتری به توان مصرفی در r برابر است با:

$$\frac{P_R}{P_r}=\frac{V_RI}{V_rI} \xrightarrow[V_r=2V]{V_R=18V} \frac{P_R}{P_r}=\frac{18}{2}=9$$

بازی با سؤال **در مدار زیر توان مصرفی در مقاومت خارجی چند برابر توان مصرفی در مقاومت داخلی است؟**

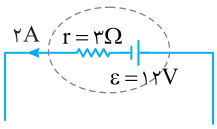


۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۶

گزینهٔ ۲

A ۲۰۶۷ ۴

توان ورودی به باتری از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



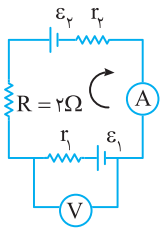
$$P=\varepsilon I+rI^2\Rightarrow P=12\times 2+3(2)^2$$

$$\Rightarrow P=24+12\Rightarrow P=36W$$

C ۲۰۶۸ ۲

۱ با توجه به اینکه $\varepsilon_1>\varepsilon_2$ بوده پس جهت جریان در جهت جریان خروجی از باتری (۱) یعنی ساعتگرد می‌شود.

۲ ولت‌سنج به دو سر باتری ε_1 بسته شده و ولتاژ دو سر باتری ε_1 را نشان می‌دهد و آمپرسنج جریان مدار را نشان می‌دهد. بنابراین جریان مدار $2A$ و ولتاژ دو سر باتری ε_1 برابر $25V$ است.



۳ جریان از باتری (۱) خارج می‌شود بنابراین، باتری (۱) مولد بوده و به مدار جریان می‌دهد و توان خروجی آن برابر:

$$P_1=V_1I_1 \xrightarrow[V_1=25V,I_1=2A]{\text{ولت‌سنج دو سر باتری (۱) بسته شده}} P_1=25\times2\Rightarrow P_1=50W$$

۴ بخشی از این توان در مقاومت $R=2\Omega$ مصرف می‌شود. جریان عبوری از مقاومت $R=2\Omega$ نیز برابر $2A$ است و توان مصرفی در این مقاومت خواهد شد:

$$P_R=RI^2\Rightarrow P_R=2\times(2)^2=8W$$

جریان به باتری (۲) وارد شده و این باتری مصرف‌کننده (شبیه باتری در حال شارژ) است. در واقع توان از باتری (۱) خارج شده و بخشی از این توان در مقاومت R و بخشی دیگر در باتری (۲) مصرف می‌شود. بنابراین:

$$P_1=P_R+P_2\Rightarrow 50=8+P_2\Rightarrow P_2=42W$$

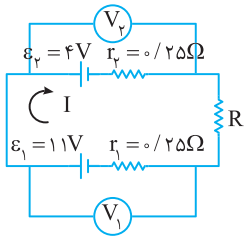
بازی با سؤال **در این تست اگر $\varepsilon_2>\varepsilon_1$ باشد، توان خروجی باتری (۲) چند وات می‌شود؟**

۱) ۵۰ ۲) ۴۲ ۳) ۵۸ ۴) ۴۸

گزینهٔ ۳

B ۲۰۶۹ ۳

به مدار نگاه کنید. جریان‌های خروجی از باتری‌ها ناهمسو هستند از طرفی $\varepsilon_2>\varepsilon_1$ بوده بنابراین باتری ε_1 به مدار جریان می‌دهد و سوی جریان مدار همسو با جریان باتری ε_1 یعنی ساعتگرد است بنابراین جریان مدار خواهد شد.



$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{R+r_1+r_2}\Rightarrow I=\frac{7}{0/5+R}$$

۱ جریان از باتری (۱) خارج می‌شود. بنابراین ولتاژ دو سر باتری ε_1 برابر است با:

$$V_1=\varepsilon_1-r_1I\Rightarrow V_1=11-0/25I \quad (I)$$

۲ جریان به باتری (۲) وارد می‌شود در نتیجه برای ولتاژ دو سر باتری ε_2 می‌توان نوشت:

$$V_2=\varepsilon_2+r_2I\Rightarrow V_2=4+0/25I \quad (II)$$

۳ طبق گفته صورت سؤال $V_1=2V_2$ است، از این‌رو با توجه به روابط (I) و (II) خواهیم داشت:

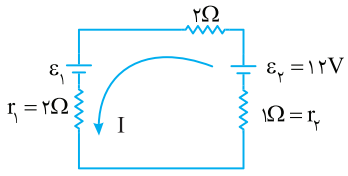
$$V_1=2V_2\xrightarrow{(I),(II)}11-0/25I=2(4+0/25I)$$
$$\Rightarrow 11-0/25I=8+0/5I\Rightarrow 3=0/75I\Rightarrow I=4A$$

۴ جریان به باتری (۲) وارد می‌شود بنابراین، باتری (۲) مصرف‌کننده بوده و توان ورودی به آن به صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$P_2=V_2I\xrightarrow{V_2=\varepsilon_2+r_2I}P_2=(\varepsilon_2+r_2I)I$$
$$\Rightarrow P_2=(4+0/25\times4)\times4\Rightarrow P_2=20W$$

B ۲۰۷۰ ۴

ولت‌سنج به دو سر باتری (۱) بسته شده و اختلاف پتانسیل دو سر این باتری را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه در سؤال گفته شده که باتری (۱) توان ورودی دارد پس باید $\varepsilon_2>\varepsilon_1$ باشد:



$$I=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{R_{eq}+r_{eq}}=\frac{12-\varepsilon_1}{5}$$

(۱) ولتاژ دو سر باتری: $V_1=\varepsilon_1+r_1I\Rightarrow 8/4=\varepsilon_1+\frac{24-2\varepsilon_1}{5}\Rightarrow 8/4=\frac{3\varepsilon_1+24}{5}$

$$3\varepsilon_1=18\Rightarrow\varepsilon_1=6V$$

حال توان خروجی باتری (۲) و توان ورودی باتری (۱) را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{R_{eq}+r_{eq}}=\frac{12-6}{5}=\frac{6}{5}$$

باتری (۲) توان خروجی دارد:

$$P_2=\varepsilon_2I-r_2I^2\Rightarrow P_2=12\times\frac{6}{5}-1\times\frac{36}{25}=\frac{72}{5}-\frac{36}{25}=\frac{324}{25}W$$

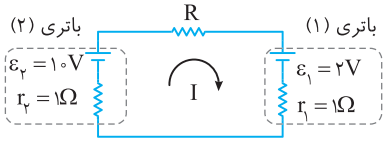
باتری (۱) توان ورودی دارد:

$$P_1=\varepsilon_1I+r_1I^2\Rightarrow P_1=6\times\frac{6}{5}+2\times\frac{36}{25}=\frac{36}{5}+\frac{72}{25}=\frac{252}{25}W$$

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{324}{25}}{\frac{252}{25}}=\frac{324}{252}\xrightarrow[\text{بر ۱۸ تقسیم می‌کنیم}]{\text{صورت و مخرج را}}\frac{P_2}{P_1}=\frac{18}{14}=\frac{9}{7}$$

B ۲۰۷۱ ۴

نیروی محرکهٔ باتری (۲) (ε_2) بزرگ‌تر از نیروی محرکهٔ باتری (۱) (ε_1) است، بنابراین جهت جریان در مدار در جهت جریان خروجی از باتری (۲) می‌باشد و اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) برابر $V_2=\varepsilon_2-Ir_2$ می‌شود و جریان مدار خلاف جهت جریان خروجی از باتری (۱) بوده و در واقع جریان به باتری (۱) وارد می‌شود و اختلاف پتانسیل دو سر این باتری برابر $V_1=\varepsilon_1+Ir_1$ است.



$$\begin{cases}V_2=10-I\xrightarrow{P=VI}P_2=(10-I)I\\ V_1=2+I\xrightarrow{P=VI}P_1=(2+I)I\end{cases}$$
$$\Rightarrow P_2-P_1=8\Rightarrow I(10-I)-I(2+I)=8$$
$$I(10-I-2-I)=8\Rightarrow 2I^2-8I+8=0$$
$$\Rightarrow I^2-4I+4=0\Rightarrow(I-2)^2=0\Rightarrow I=2A$$

جریان از باتری (۲) خارج و به باتری (۱) وارد می‌شود، بنابراین

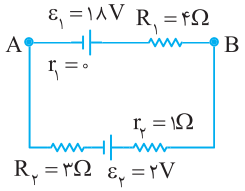
$$I=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{R+r_1+r_2}\Rightarrow 2=\frac{10-2}{R+2}\Rightarrow R+2=4\Rightarrow R=2\Omega$$

B ۲۰۷۲ ۴

یادآوری تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q وقتی از نقطه‌ای به نقطهٔ دیگر با اختلاف پتانسیل ΔV می‌رود برابر $\Delta U=q\Delta V$ است.

خط فکری شما برای آنکه بتوانید مقدار تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار $q=-2\mu C$ را در جابه‌جایی از A تا B به‌دست بیاورید. ابتدا باید جریان مدار و سپس به کمک قاعده ولتاژها (حلقه) اختلاف پتانسیل بین A و B را به‌دست بیاورید تا بتوانید ΔU را حساب کنید.

۱ جریان‌های دو باتری ناهمسو بوده بنابراین جریان مدار خواهد شد:



$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{R_{eq}+r_1+r_2}$$
$$\Rightarrow I=\frac{18-2}{4+3+1}\Rightarrow I=2A$$

۲ $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است و جریان مدار در جهت جریان ε_1 یعنی ساعتگرد است.

۳ از A تا B در جهت جریان مدار قدم می‌زنیم:

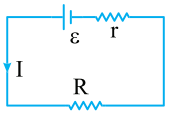
$$V_A + \varepsilon_1 - IR_1 = V_B \Rightarrow V_A + ۱۸ - ۲\times ۴ = V_B \Rightarrow V_B - V_A = ۱۰V$$

۴ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار $q = -۲\mu C$ خواهد شد:

$$U_B - U_A = q(V_B - V_A) \Rightarrow \Delta U = -۲\times(۱۰) = -۲۰\mu J$$

B ۲۰۷۳ ۲

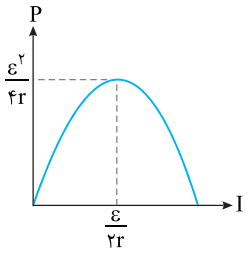
خط فکری معادلهٔ توان خروجی به‌صورت $P = -rI^2 + \varepsilon I$ است و یک تابع درجه ۲ است که مختصات رأس آن خواهد شد:



$$I_{\text{رأس}} = \frac{-b}{۲a} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{۲r} \quad (I)$$

و توان بیشینه برابر است با:

$$P = -r\left(\frac{\varepsilon}{۲r}\right)^2 + \varepsilon\left(\frac{\varepsilon}{۲r}\right) \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^2}{۴r}$$



رابطه جریان مدار به صورت $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ را با رابطهٔ (I) مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{\varepsilon}{۲r} \Rightarrow R = r \Rightarrow \frac{R}{r} = ۱$$

یادآوری توان تولیدی برابر مجموع توان مصرفی در مقاومت خارجی و مقاومت داخلی است. توان خروجی از باتری نیز برابر توان مصرفی در مقاومت خارجی است.

در این حالت نسبت توان خروجی به کل توان خواهد شد:

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{کل}}} = \frac{RI^2}{(R+r)I^2} \xrightarrow{R=r} \frac{R}{R+R} \Rightarrow \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{کل}}} = \frac{۱}{۲}$$

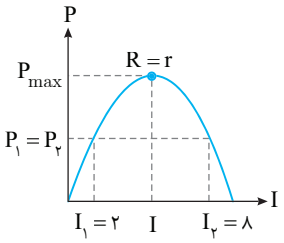
نتیجه هرگاه در یک مدار ساده، مقاومت درونی باتری و مقاومت خارجی مدار با هم برابر باشند $(R=r)$، در این حالت توان خروجی بیشینه و نسبت توان خروجی به توان کل باتری $\frac{۱}{۲}$ است، یعنی توان خروجی ٪۵۰ توان کل باتری است.

پیشنهاد می‌شود این نتیجه به خاطر سپرده شود.

تمام حل این مسئله در خط فکری بیان شد. خسته نباشید.

B ۲۰۷۴ ۲

خط فکری باید به سراغ سهمی $P = -rI^2 + \varepsilon I$ بروید و یادتان باشد در سهمی هرگاه برای دو مقدار متغیر (در اینجا جریان) مقدار تابع (در اینجا توان) برابر شود، در نقطهٔ رأس سهمی، اندازهٔ متغیر سهمی برابر مقدار میانگین آن دو متغیر است. در اینجا یعنی: $I = \frac{I_1 + I_2}{۲}$



با توجه به خط فکری، جریان را برای حالت بیشینه توان به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{۲+۸}{۲} \Rightarrow I = ۵A$$

در حالتی که R برابر با r باشد، توان خروجی بیشینه است، یعنی $I = ۵A$ و $P_{max} = RI^2 = ۲\times ۵^2 = ۵۰W$ خواهد شد: $R = r = ۲\Omega$ است، بنابراین P_{max}

C ۲۰۷۵ ۱

توان خروجی مولد یعنی توان مصرفی در مقاومت R که برابر است با:

$$P = RI^2 \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} P = R\frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2}$$

در دو حالت توان‌ها یکسان است، از این رو:

$$P_1 = P_2$$

$$\Rightarrow R_1\frac{\varepsilon^2}{(R_1+r)^2} = R_2\frac{\varepsilon^2}{(R_2+r)^2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_1^2+۲R_1r+r^2} = \frac{R_2}{R_2^2+۲R_2r+r^2}$$

$$\Rightarrow R_1R_2^2 + ۲R_1R_2r + R_1r^2 = R_2R_1^2 + ۲R_1R_2r + R_2r^2$$

$$\Rightarrow R_1R_2^2 - R_2R_1^2 = R_2r^2 - R_1r^2 \Rightarrow R_1R_2(R_2-R_1) = r^2(R_2-R_1)$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{R_1R_2}$$

جمع‌بندی ۱ هرگاه به‌ازای دو جریان I_1 و I_2 توان خروجی از باتری یکسان باشد:

$$I_{\text{رأس}} = \frac{I_1+I_2}{۲} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{۲r} = \frac{I_1+I_2}{۲}$$

۲ هرگاه به ازای دو مقدار مقاومت R_1 و R_2 توان خروجی از باتری یکسان باشد:

$$r = \sqrt{R_1R_2}$$

B ۲۰۷۶ ۲

توان مفید (توان خروجی باتری) برابر است با: $P = RI^2 \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} P = R\frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2}$

برای مقاومت ۸Ω و مقاومت R_2 توان برابر است از این رو:

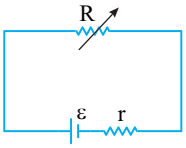
$$P_1 = P_2 \Rightarrow R_1\frac{\varepsilon^2}{(R_1+r)^2} = R_2\frac{\varepsilon^2}{(R_2+r)^2} \Rightarrow \frac{۸}{(۸+۴)^2} = \frac{R_2}{(R_2+۴)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{۸}{۱۴۴} = \frac{R_2}{R_2^2+۸R_2+۱۶} \Rightarrow \frac{۱}{۱۸} = \frac{R_2}{R_2^2+۸R_2+۱۶} \Rightarrow ۱۸R_2 = R_2^2 + ۸R_2 + ۱۶$$

$$\Rightarrow R_2^2 - ۱۰R_2 + ۱۶ = ۰ \Rightarrow R_2 = ۵ \pm \sqrt{۲۵-۱۶} \Rightarrow R_2 = ۵\pm ۳ \Rightarrow \begin{cases} R_1 = ۸\Omega \\ R_2 = ۲\Omega \end{cases}$$

بنابراین مقاومت را از ۸Ω باید به ۲Ω برسانیم تا $P_1 = P_2$ شود.

میانبر اگر در یک مدار در دو مقاومت R_1 و R_2 توان خروجی یکسان داشته باشیم، داریم:

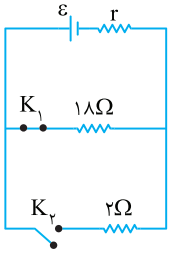


$$r = \sqrt{R_1R_2}$$

کافی است در این رابطه مقدار r و R_1 را قرار بدهید و R_2 را حساب کنید.

بازی با سؤال در شکل زیر اگر کلید K_1 را باز و کلید K_2 را ببندیم، توان خروجی باتری تغییر نمی‌کند. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟

آزمون مدارس برتر

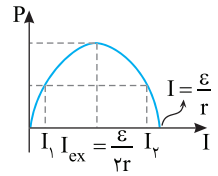


۱) ۲/۵
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۸

گزینهٔ ۳

B ۲۰۷۷ ۴

نکته نمودار توان خروجی برحسب جریان $P = \varepsilon I - rI^2$ سهمی شکل بوده و در نمودار سهمی نسبت به محور قائم گذرنده از رأس متقارن است از این‌رو:



$$I_{ex} = \frac{I_1+I_2}{۲}$$

در صورت سؤال بیان شده که در جریان‌های ۳A و ۵A، توان خروجی یکسان است:

$$I_{ex} = \frac{۳+۵}{۲} = ۴A$$

نکته بیشینه توان خروجی زمانی است که مقاومت داخلی و خارجی با هم برابر باشند، بنابراین:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{R=r}I_{ex}=\frac{\varepsilon}{2r}$$

با توجه به جریان I_{ex} و نکته بالا، مقاومت داخلی را حساب می‌کنیم:

$$I_{ex}=\frac{\varepsilon}{2r}\Rightarrow 4=\frac{\varepsilon}{2r}\Rightarrow\varepsilon=8r$$

هنگامی که ولت سنج عدد صفر را نشان دهد یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر شده است:

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow{V=0}I=\frac{\varepsilon}{r}\xrightarrow{\varepsilon=8r}I=8A$$

آمپرسنج $I=8A$ را نشان می‌دهد.

میانبر همواره به ازای جریان $I=\frac{\varepsilon}{r}$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر می‌شود. جریان $I_{ex}=4A$ بوده و دو برابر این جریان یعنی $8A$ جریانی است که اختلاف پتانسیل صفر می‌شود.

B ۲۰۷۸ ۲

یادآوری هرگاه در یک مدار توان خروجی باتری برای R_1 و R_2 یکسان باشد، بین مقاومت درونی باتری (r) و مقاومت‌های R_1 و R_2 رابطه زیر برقرار است: $r=\sqrt{R_1R_2}$

وقتی کلید باز است مقاومت کل مدار $R_1=R+1$ است.

وقتی کلید وصل است مقاومت R اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود در این حالت مقاومت کل مدار برابر $R_2=1\Omega$ است.

توان خروجی در دو حالت R_1 و R_2 (قطع و وصل کلید) برابر است از این رو:

$$r=\sqrt{R_1R_2}\Rightarrow 2=\sqrt{(R+1)\times 1}\Rightarrow 4=R+1\Rightarrow R=3\Omega$$

B ۲۰۷۹ ۱

خط فکری برای آنکه توان تلف شده در باتری بیشینه شود، باید توان کل باتری (توان تولیدی) در مقاومت درونی باتری مصرف شود. برای این منظور باید مقاومت خارجی مدار صفر شود.

با توجه به خط فکری باید مقاومت خارجی از 2Ω به صفر کاهش یابد.

C ۲۰۸۰ ۲

با توجه به اینکه $\varepsilon_1>\varepsilon_2$ بوده پس جریان به صورت ساعتگرد است و باتری (۱) دارای توان خروجی است.

$$P_1=\varepsilon_1I-r_1I^2$$

معادلهٔ $P-I$ درجه دوم است و نمودار $P-I$ باتری (۱) به صورت سهمی است:

$$P_1=\varepsilon_1I-r_1I^2$$

$$I_{\text{رأس}}=\frac{-b}{2a}\Rightarrow I_{\text{رأس}}=\frac{-\varepsilon_1}{-2r_1}$$

$$\Rightarrow I_{\text{رأس}}=\frac{\varepsilon}{2r_1}=\frac{20}{2r_1}$$

برای آنکه توان خروجی باتری (۱) بیشینه باشد باید جریان مدار $\frac{20}{2r_1}$ باشد.

از طرفی جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{1+1+r_1}\Rightarrow I=\frac{20-4}{2+r_1}\Rightarrow I=\frac{16}{2+r_1}$$

بنابراین:

$$I=\frac{16}{2+r_1}\xrightarrow{I_{\text{رأس}}=\frac{20}{2r_1}}\frac{20}{2r_1}=\frac{16}{2+r_1}\Rightarrow\frac{5}{2r_1}=\frac{4}{2+r_1}$$

$$10+5r_1=8r_1\Rightarrow 3r_1=10\Rightarrow r_1=\frac{10}{3}\Omega$$

A ۲۰۸۱ ۴

خط فکری می‌خواهیم نمودار ولتاژ دو سر باتری (یا مقاومت متغیر R) را برحسب جریان رسم کنیم. بنابراین باید معادلهٔ $V=\varepsilon-Ir$ را کامل کنیم، یعنی نیروی محرکهٔ باتری و مقاومت درونی آن را به کمک توان خروجی باتری $P=\varepsilon I-rI^2$ به‌دست آوریم.

توان مصرفی در مقاومت خارجی همان توان خروجی باتری است از این رو:

$$P=\varepsilon I-rI^2\begin{cases}\xrightarrow{P_1=64W,I_1=4A}64=4\varepsilon-16r\Rightarrow 16=\varepsilon-4r\\ \xrightarrow{P_2=75W,I_2=5A}75=5\varepsilon-25r\Rightarrow 15=\varepsilon-5r\end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

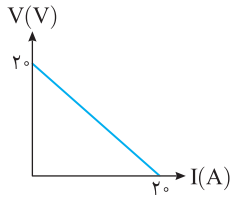
$$16-15=r\Rightarrow r=1\Omega$$

نیروی محرکهٔ باتری برابر است با:

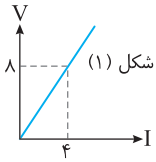
$$16=\varepsilon-4\times 1\Rightarrow\varepsilon=20V$$

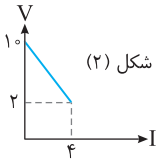
معادلهٔ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برحسب جریان به صورت زیر خواهد بود و نمودار آن خواهد شد:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=20-I$$



بازی با سوال یک مقاومت را که نمودار $V-I$ آن مطابق شکل (۱) است، به دو سر یک باتری وصل می‌کنیم. اگر نمودار $V-I$ باتری به‌صورت شکل (۲) باشد، توان تولیدی باتری چند وات خواهد شد؟





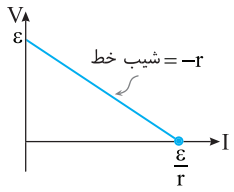
۱) ۶/۲۵
۲) ۱۲/۵
۳) ۲۵
۴) ۸

گزینهٔ ۳

B ۲۰۸۲ ۳

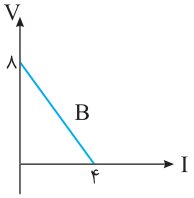
یادآوری نمودار ولتاژ دو سر باتری برحسب جریان آن به صورت زیر است.

$$V=\varepsilon-rI$$



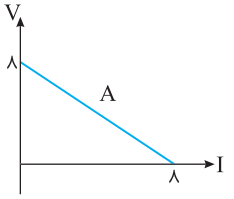
خط فکری ابتدا به کمک نمودار $V-I$ باید نیروی محرکه و مقاومت داخلی هر باتری را مشخص کنید. سپس با توجه به نمودار، جریان مدار را حساب کرده و توان خروجی هر باتری را به‌دست بیاورید.

۱ با توجه به نمودار داده شده نیرو محرکه و مقاومت درونی باتری‌ها را به‌دست می‌آوریم:



$$\varepsilon_B=8V$$

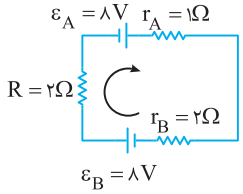
$$\frac{\varepsilon_B}{r_B}=4\xrightarrow{\varepsilon_B=8}\frac{8}{r_B}=4\Rightarrow r_B=2\Omega$$



$$\varepsilon_A=8V$$

$$\frac{\varepsilon_A}{r_A}=8\xrightarrow{\varepsilon_A=8V}\frac{8}{r_A}=8\Rightarrow r_A=1\Omega$$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم



همسو یا یکدیگر

$$I=\frac{\varepsilon_A+\varepsilon_B}{R+r_A+r_B}\Rightarrow I=\frac{8+8}{2+2+1}$$

$$\Rightarrow I=\frac{16}{5}=3/2A$$

۳ توان خروجی باتری‌ها خواهد شد:

$$P_A=\varepsilon_AI-r_AI^2\Rightarrow P_A=8(3/2)-1(3/2)^2=25/6-10/24=15/36W$$

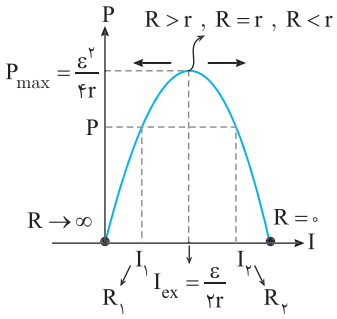
$$P_B=\varepsilon_BI-r_BI^2\Rightarrow P_B=8(3/2)-2(3/2)^2=25/6-20/48=5/12W$$

۱ ۲۰۸۳ B

خط فکری باید به سراغ نمودار سهمی برویم و ویژگی‌های آن را به یاد بیاوریم:

$$I_{ex}=\frac{I_1+I_2}{2}\ ,\quad r=\sqrt{R_1R_2}$$

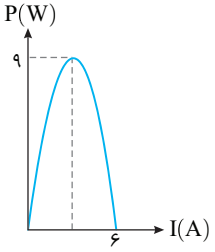
اختلاف پتانسیل در بیشینهٔ توان $V=\varepsilon-Ir \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{2r}} V=\frac{\varepsilon}{2}$



تـوان خروجـی باتری $P=\varepsilon I-rI^2$ یک تابع درجه ۲ و نمودار آن سـهمی اسـت. مقدار بیشینه P (رأس سهمی) خواهد شد.

$$I_{max}=\frac{-b}{2a}\Rightarrow I_{max}=\frac{\varepsilon}{2r}\ ,\quad P_{max}=\varepsilon(\frac{\varepsilon}{2r})-r(\frac{\varepsilon}{2r})^2\Rightarrow P_{max}=\frac{\varepsilon^2}{4r}$$

با مقایسـهٔ نمودار مسـئله بـا نمودار خـط فکری مشـخص اسـت که مقدار $\frac{\varepsilon}{r}$ برابر ۶A و توان بیشـینه $P_{max}=\frac{\varepsilon^2}{2r}$ برابـر ۹W اسـت و با داشتن یک دستگاه دو معادله و دو مجهول می‌توان نیروی محرکه و مقاومت درونی را حساب کرد.



$$\begin{cases}P_{max}=9W\Rightarrow\frac{\varepsilon^2}{4r}=9\\ I=6A\Rightarrow\frac{\varepsilon}{r}=6\end{cases}\Rightarrow\frac{\varepsilon}{4}\times6=9\Rightarrow\begin{cases}\varepsilon=6V\\ r=1\Omega\end{cases}$$

اگر ولتاژ دو سر مولد ۲V باشد، جریان عبوری از مدار خواهد شد:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow2=6-I\Rightarrow I=4A$$

اکنون توان خروجی قابل محاسبه است.

$$P=\varepsilon I-rI^2\Rightarrow P=6\times4-1\times(4)^2\Rightarrow P=8W$$

۳ ۲۰۸۴ A

خط فکری به سراغ نمودار سهمی توان خروجی برحسب جریان $(P=-rI^2+\varepsilon I)$ برو ید و یادتان باشـد هرگاه برای دو جریان I_1 و I_2 توان برابر باشـد، جریان برای توان بیشینه خواهد شد:

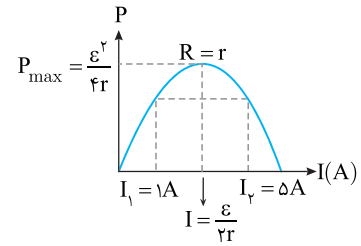
$$I=\frac{I_1+I_2}{2}\Rightarrow I=\frac{1+5}{2}=3A$$

از طرفی در توان بیشینه مقاومت درونی باتری با مقاومت خارجی آن برابر است. بنابراین

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{2r}\Rightarrow3=\frac{6}{2\times r}\Rightarrow r=1\Omega$$

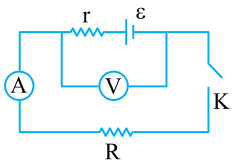
توان بیشینه خواهد شد:

$$P=\frac{\varepsilon^2}{4r}\Rightarrow P=\frac{6^2}{4\times1}\Rightarrow P=\frac{36}{4}=9W$$



پنجره دوجداره (سطح دوم)

۲ ۲۰۸۵ B



وقتی کلید باز اسـت، جریان مدار صفر است، آمپرسنج عدد صفر و ولت‌سنج نیروی محرکهٔ باتری (ε) را نمایش می‌دهد. با بستن کلید، جریـان مدار ۴A افزایـش یافته یعنی جریان مدار $I=4A$ شـده اسـت. عدد ولت‌سـنج ۲V کاهش یافته، در واقع افت پتانسیل درون مقاومت درونی باتری ۲V است، بنابراین:

$$Ir=2\Rightarrow4\times r=2\Rightarrow r=0/5\,\Omega$$

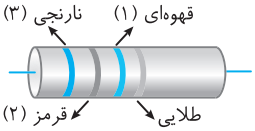
۲ ۲۰۸۶ B

یادآوری افت پتانسیل در باتری برابر Ir است: $Ir=0/2\xrightarrow{r=2\Omega}I=0/1A$

جریان در مدار سـاده تک باتری از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ به‌دسـت می‌آید. حال با توجه به جریان به‌دست آمده مقدار R که همان مقدار مقاومت خارجی است را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow0/1=\frac{20}{2+R}\Rightarrow R+2=200\Rightarrow R=198\Omega$$

محـدوده مقاومت در هر گزینه را به‌دسـت می‌آوریـم. اگر عدد ۱۹۸Ω در آن محدوده باشـد، گزینه مورد نظر را یافته‌ایم. حال با توجه به اینکه رنگ نوار تلرانس طلایی اسـت یعنی مقدار واقعی مقاومت می‌تواند ۵ درصد کمتر یا بیشـتر از عددی باشد که با استفاده از رابطهٔ $\overline{ab}\times10^n$ حساب کرده‌ایم:



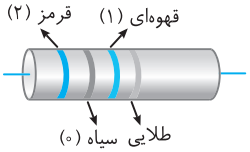
گزینهٔ (۱)

$$R=\overline{ab}\times10^n\Rightarrow R'=32\times10^1=320\Omega$$

$$\Rightarrow320-(\frac{5}{100}\times320)\le R'_{\text{واقعی}}\le320+(\frac{5}{100}\times320)\Rightarrow304\le R'_{\text{واقعی}}\le336$$

مقاومت مدار ۱۹۸Ω است که در محدودهٔ به‌دست آمده قرار ندارد و گزینهٔ (۱) جواب مسئله نیست.

گزینهٔ (۲)



$$R'=20\times10^1\Omega\Rightarrow200-(\frac{5}{100}\times200)\le R'_{\text{واقعی}}\le200+(\frac{5}{100}\times200)$$

$$\Rightarrow190\le R'_{\text{واقعی}}\le210$$

مقاومت مدار $R=198\Omega$ در این محدوده قرار دارد و جواب گزینهٔ (۲) است.

گزینهٔ (۳): $R'=20\times10^2=2000\Omega$

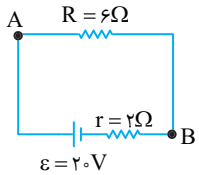
گزینهٔ (۴): $R'=50\times10^2=5000\Omega$

مقاومت‌های گزینهٔ (۳) و (۴) خیلی بالا بوده و $R_{\text{واقعی}}$ در محدوده این دو مقاومت نمی‌باشد.

۳ ۲۰۸۷ B

خط فکری قـرار اسـت یک خـازن را به اختـلاف پتانسـیل A و B وصـل کنیم. بنابراین ابتدا باید جریان مدار و سـپس ولتاژ دو سـر مقاومت $R=6\,\Omega$ را پیدا کنیم و سرانجام بار ذخیره شده روی صفحات خازن را از رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$ به‌دست بیاوریم.

۱ جریان مدار برابر است با:



$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{20}{6+2}\Rightarrow I=2/5A$$

۲ اختلاف پتانسیل بین A و B خواهد شد:

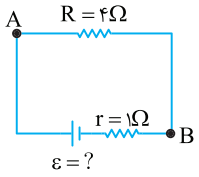
$$V_{BA}=IR=2/5\times6\Rightarrow V_{AB}=15V$$

۳ بـار روی صفحـات خـازن را به‌دسـت می‌آوریم.

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow Q=CV\xrightarrow{C=4\mu F}Q=4\times15=60\mu C$$

بازی با سؤال خازنی به ظرفیت $5\mu F$ را به ولتاژی برابر اختلاف پتانسیل بین A و B متصل می‌کنیم، انرژی ذخیره شده در خازن برابر $250\mu J$ می‌شود، نیروی محرکهٔ باتری چند ولت است؟

۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲/۵ ۴) ۲۰



گزینهٔ ۱

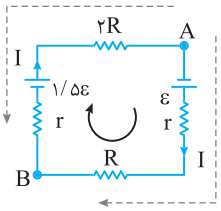
C ۲۰۸۸ ۳

جریان خروجی هر دو باتری همسوست بنابراین جریان در مدار ساعتگرد خواهد بود:

خلاف جهت جریان از A تا B می‌رویم:

$$V_A+2IR-1/5\varepsilon+Ir=V_B \xrightarrow{V_A=V_B}$$
$$2IR-1/5\varepsilon+Ir=0 \quad (1)$$

حال در جهت جریان از A تا B می‌رویم:



جهت قدم زدن (۲)

$$V_A+\varepsilon-Ir-IR=V_B \xrightarrow{V_A=V_B}$$
$$\varepsilon-Ir-IR=0\Rightarrow Ir=\varepsilon-IR$$

حال با توجه به معادله‌های (۱) و (۲)، در معادلهٔ (۱) به جای Ir، $\varepsilon-IR$ قرار می‌دهیم:

$$2IR-1/5\varepsilon+\varepsilon-IR=0\Rightarrow IR=0/5\varepsilon$$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{1/5\varepsilon+\varepsilon}{3R+2r}\Rightarrow I=\frac{2/5\varepsilon}{3R+2r}$$

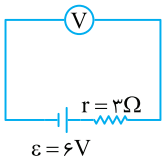
در معادله‌ای که $IR=0/5\varepsilon$ به‌دست آمد، به جای جریان $I=\frac{2/5\varepsilon}{3R+2r}$ قرار می‌دهیم

در این صورت:

$$IR=0/5\varepsilon \xrightarrow{I=\frac{2/5\varepsilon}{3R+2r}} \frac{2/5\varepsilon}{3R+2r}\times R=0/5\varepsilon$$
$$\Rightarrow \frac{5R}{3R+2r}=1\Rightarrow 5R=3R+2r\Rightarrow 2R=2r\Rightarrow R=r$$

B ۲۰۸۹ ۱

خط فکری برای به‌دست آوردن مرتبهٔ بزرگی یک کمیت باید پس از محاسبهٔ مقدار کمیت، عدد به دست آمده را به‌صورت نماد علمی $(a\times10^b)$ بنویسیم، در این صورت 10^b معرف مرتبهٔ بزرگی کمیت است.



جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{6}{60\times10^3+3}$$
$$=\frac{6}{6003}\approx\frac{6}{60000}=10^{-4}A$$

تعداد الکترون‌های عبوری از ولت‌سنج در مدت $1min$ $(60s)$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}q=It\\q=ne\end{cases}\Rightarrow It=ne\Rightarrow 10^{-4}\times60=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=3/75\times10^{16}$$

بنابراین مرتبهٔ بزرگی تعداد الکترون‌ها 10^{16} است.

B ۲۰۹۰ ۳

معادلهٔ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برحسب جریان گذرنده از آن به‌صورت $V=\varepsilon-Ir$ است. معادلهٔ $V+I=6$ را به‌صورت $V=6-I$ می نویسیم، اکنون با مقایسه معادلهٔ به‌دست آمده با $V=\varepsilon-Ir$ نتیجه می‌شود که: $\varepsilon=6V, r=1\Omega$

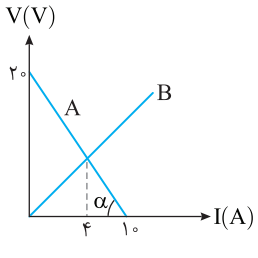
اکنون مقاومت مدار را در حالتی که ولتاژ دو سر باتری $5V$ است، به‌دست می‌آوریم.

$$V=IR \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} V=\frac{\varepsilon}{R+r}\times R\Rightarrow 5=\frac{6R}{R+1}\Rightarrow 5R+5=6R\Rightarrow R=5\Omega$$

B ۲۰۹۱ ۳

خط فکری معادله ولتاژ دو سر باتری بر حسب جریان به صورت $V=\varepsilon-Ir$ است که شیب آن برابر قرینه مقاومت درونی و عرض از مبدأ آن نیروی محرکهٔ باتری است. از طرفی نمودار ولتاژ بر حسب جریان یک مقاومت اهمی به صورت یک خط راست است که شیب آن برابر مقاومت است. $(V=RI)$

با توجه به اینکه شیب نمودار A منفی است، نمودار A مربوط به باتری و نمودار B مربوط به مقاومت اهمی است. با توجه به نمودار A نیروی محرکهٔ باتری ۲۰V و مقاومت درونی آن برابر است با:



$$\tan\alpha=-r\Rightarrow -r=\frac{20-0}{0-10}\Rightarrow r=2\Omega$$

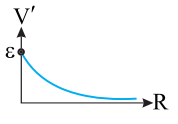
وقتی که جریان مدار ۴A است، مقدار مقاومت R را حساب می‌کنیم.

$$V_A=V_B\Rightarrow\varepsilon-Ir=RI\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow 4=\frac{20}{R+2}\Rightarrow R+2=5\Rightarrow R=3\Omega$$

B ۲۰۹۲ ۲

افت پتانسیل برابر Ir و $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است، از این‌رو:

$$V'=rI=\frac{r\varepsilon}{r+R}$$

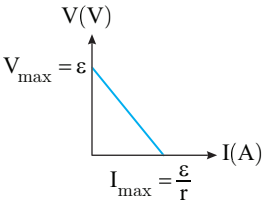


در این رابطه R به عنوان متغیر و V' (افت پتانسیل) به عنوان تابع در نظر گرفته می‌شود. اگر R حداقل مقدار یعنی برابر صفر قرار داده شود، $V'=\varepsilon$ می‌شود و اگر R بسیار بزرگ شود مخرج کسر بسیار بزرگ شده و حاصل کسر به صفر نزدیک می‌شود. پس گزینهٔ (۲) درست است.

B ۲۰۹۳ ۴

معادلهٔ ولتاژ دو سر باتری برحسب جریان به‌صورت $V=\varepsilon-Ir$ است که نمودار آن یک خط راست مایل با شیب منفی است:

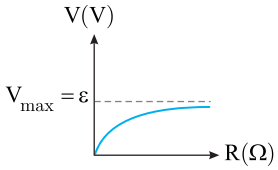
$$\begin{cases}V=0\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{r}\\I=0\Rightarrow V=\varepsilon\end{cases}$$



پس نمودار (الف) درست است.

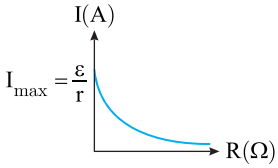
ولتاژ دو سر مولد یا دو سر مدار برحسب R است با: $V=IR \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$

وقتی $R=0$ است، $V=0$ بوده و وقتی $R\to\infty$، $V=\varepsilon$ است و نمودار $V-R$ به‌صورت روبه‌رو است:



پس نمودار (ب) نیز درست است.

جریان برحسب مقاومت نیز برابر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است که وقتی $R=0$ است، $I=\frac{\varepsilon}{r}$ بوده و وقتی $R\to\infty$، $I=0$ است و شکل نمودار به‌صورت مقابل می‌باشد.



پس نمودار (پ) نیز درست است.

B ۲۰۹۴ ۲

خط فکری آنچه مسلم است وقتی مقاومت رئوستا صفر $(R=0)$ است در آن توانی مصرف نمی‌شود و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. باید معادلهٔ توان برحسب مقاومت خارجی را به‌دست بیاوریم. توان مصرفی در مقاومت برابر است با:

$$P=RI^2 \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} P=R\frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2}\Rightarrow P=R\frac{100}{(R+1)^2}$$

این تابع قطعاً تابع درجه ۲ نیست و نمودار آن نمی‌تواند سهمی باشد و گزینهٔ (۴) نادرست است. اعداد داده شده روی نمودار گزینهٔ (۲) را در معادله به‌دست آمده قرار می‌دهیم.

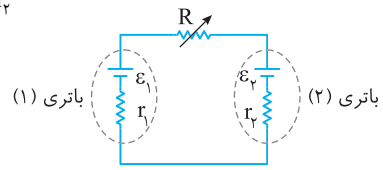
$$P=R\frac{100}{(R+1)^2} \xrightarrow{R=1\Omega} P=1\times\frac{100}{(1+1)^2}\Rightarrow P=25W$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

B ۱ ۲۰۹۵

نکته اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V=\varepsilon \pm Ir$ است و در نمودار $V-I$، شیب خط برابر ضریب I است.

با توجه به نمودار $I-V$ شیب خط باتری (۲) منفی بوده بنابراین $V_2=\varepsilon_2-r_2I$ و شیب خط باتری (۱) مثبت است و $V_1=\varepsilon_1+r_1I$ بوده و با توجه به نمودار می‌دانیم که $\varepsilon_2>\varepsilon_1$ است. جریان دو باتری ناهمسو است، بنابراین جریان مدار با توجه به $\varepsilon_1<\varepsilon_2$ در جهت جریان خروجی از باتری (۲) پادساعتگرد بوده و مقدار آن برابر است با: (۱) $I=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{R+r_1+r_2}$



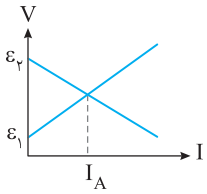
با توجه به نمودار در جریان I_A اختلاف پتانسیل دو سر هر دو باتری باهم برابر است.

از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} V_2=\varepsilon_2-I_Ar_2 \\ V_1=\varepsilon_1+I_Ar_1 \end{cases} \xrightarrow{V_1=V_2}$$

$$\varepsilon_2-I_Ar_2=\varepsilon_1+I_Ar_1$$

$$\Rightarrow \varepsilon_2-\varepsilon_1=I_A(r_2+r_1)\Rightarrow I_A=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{r_1+r_2} \quad (2)$$



از رابطه (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$R+r_1+r_2=r_1+r_2$$

بنابراین باید R برابر صفر باشد.

میانبر در جریان یکسان I_A با توجه به نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری‌ها باهم برابر است، در این صورت مانند این است که دو سر باتری‌ها را به یکدیگر وصل کرده باشیم تا اختلاف پتانسیل آن‌ها باهم برابر باشد، از این‌رو R باید صفر باشد.

B ۲ ۲۰۹۶

همان‌گونه که در صورت مسأله بیان شده است، بازده مولد، نسبت توان خروجی مولد به توان تولیدی مولد است. توان تولیدی مولد برابر است با: $P_{\text{تولیدی}}=\varepsilon I=RI^2+rI^2$

توان خروجی مولد (توان مصرفی در مقاومت‌های خارجی مدار) برابر است با:

$$P_{\text{مفید}}=VI=RI^2$$

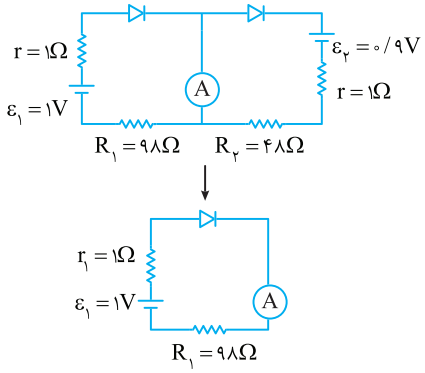
در این صورت بازده مولد برابر است با: $Ra=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{تولیدی}}}=\frac{RI^2}{RI^2+rI^2}\Rightarrow Ra=\frac{R}{R+r}$

حال می‌توانیم نسبت بازده در حالت دوم به بازده در حالت اول را محاسبه کنیم:

$$\frac{(Ra)_2}{(Ra)_1}=\frac{\frac{2r}{2r+r}}{\frac{r}{r+r}}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=2$$

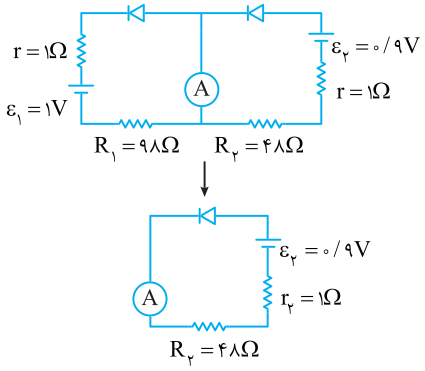
B ۴ ۲۰۹۷

در حالت اول با توجه به جهت دیود در قسمت راست مدار جریانی برقرار نمی‌شود و جریان عبوری از آمپرسنج حاصل از جریان قسمت چپ مدار می‌باشد.



$$I=\frac{\varepsilon_1}{r_1+R_{\text{دیود}}+R_1}=\frac{1}{100}\Rightarrow I=0/01A$$

با عوض کردن جهت دیودها از قسمت چپ مدار جریان عبور نمی‌کند و جریان عبوری از آمپرسنج حاصل از جریان قسمت راست مدار می‌باشد.



$$I'=\frac{\varepsilon_2}{R_2+R_3+r_2+R_{\text{دیود}}}=\frac{0/9}{48+1+1}=\frac{0/9}{50}=\frac{9}{500}=0/018A$$

$$\Delta I=I'-I=0/018-0/01=0/008A=8mA$$

پنجره ۳

A ۲ ۲۰۹۸

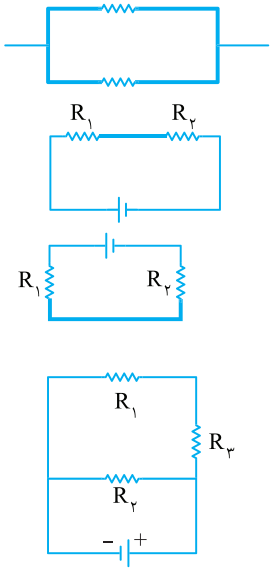
خط فکری در مقاومت‌های موازی دو سر مقاومت‌ها به هم وصل است یعنی دو دست هر مقاومت بدون واسطه در دو دست مقاومت دیگر قرار دارد.

در مقاومت‌های متوالی مقاومت‌ها پشت سرهم بوده و از بین آن‌ها انشعابی خارج نمی‌شود.

در شکل (الف) دو مقاومت R_1 و R_2 پشت سر هم بسته شده و متوالی هستند.

در شکل (ب) دو مقاومت R_3 و R_1 پشت سر هم بسته شده و مجموعهٔ آن‌ها با R_2 موازی است، در واقع دو مقاومت R_1 و R_2 به طور مستقل از دو طرف به هم وصل نیستند.

در شکل (پ) و (ت) دو دست مقاومت R_1 و R_2 در دست هم است و هر دو بین دو نقطهٔ A و B باهم دست داده‌اند پس موازی‌اند.

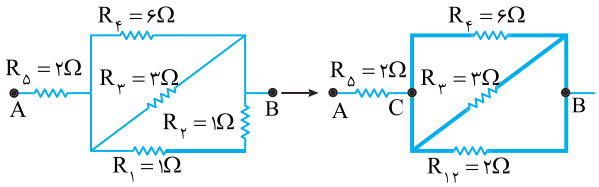


A ۳ ۲۰۹۹

برای مقاومت معادل‌گیری از کجا شروع کنیم؟

این پرسش همیشگی عزیزان است، اما پاسخ، از جایی که می‌توانید اولین تشخیص را انجام دهید.

در شکل دو مقاومت 1Ω پشت سرهم بوده و بین آن انشعاب‌ها نیست پس متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها $R_{12}=1+1=2\Omega$ می‌شود. یعنی مدار در ذهن شما باید به صورت زیر در آید.



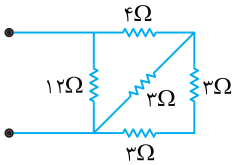
اکنون مجدداً به مدار نگاه کنید. سه مقاومت R_3 و R_4 و R_{12} دو دستشان در دست هم است و بین دو نقطهٔ C و B بسته شده‌اند و باهم موازی‌اند.

$$\frac{1}{R_{CB}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=\frac{2+1+3}{6}\Rightarrow R_{CB}=1\,\Omega \qquad R_5=2\Omega \quad R_{CB}=1\Omega$$

اکنون این مقاومت با مقاومت R_5 متوالی است.

$$R_{eq}=2+1=3\,\Omega$$

بازی با سؤال مقاومت معادل مدار زیر چند اهم است؟



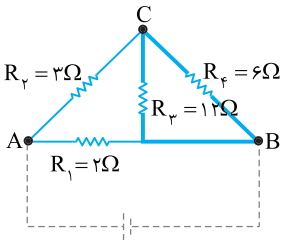
۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

گزینهٔ ۲

B ۲۱۰۰ ۱

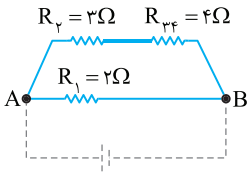
خط فکری مقاومت معادل بین دو نقطه یعنی مدار از آن دو نقطه به باتری متصل باشد.

۱ به مقاومت ۶Ω و ۱۲Ω نگاه کنید، دو دستشان مستقیماً در نقاط B و C به هم رسیده و این دو مقاومت موازی هستند.



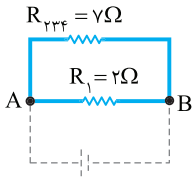
$$R_{34}=\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}=\frac{12\times6}{12+6}=4\,\Omega$$

۲ در این حالت R_{34} و R_2 باهم متوالی هستند.



$$R_{234}=3+4=7\,\Omega$$

۳ مقاومت R_{234} با R_1 موازی است.

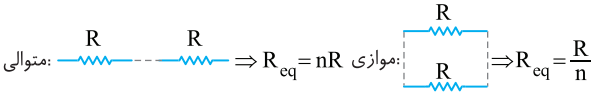


$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_{234}}\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{14}{9}\,\Omega$$

A ۲۱۰۱ ۴

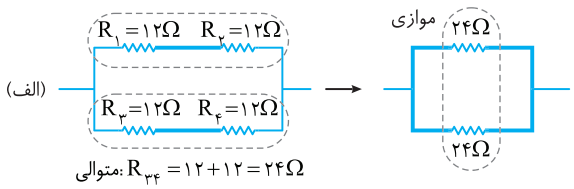
خط فکری اگر n تا مقاومت مشابه داشته باشیم:



متوالی: $R_{eq}=nR$ — موازی: $R_{eq}=\frac{R}{n}$

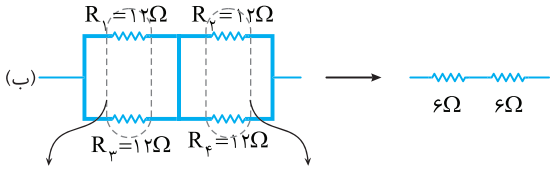
شکل‌های (الف) و (ب) شکل‌های ساده‌ای هستند و مقاومت معادل هر شکل خواهد شد:

متوالی: $R_{12}=12+12=24\Omega$



متوالی: $R_{34}=12+12=24\Omega$

$$\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{24}+\frac{1}{24}\Rightarrow R_{eq}=12\Omega$$

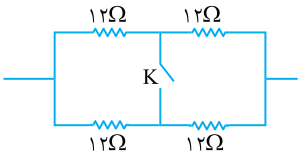


متوالی: $R_{13}=\frac{12}{2}=6\Omega$ — موازی: $R_{24}=\frac{12}{2}=6\Omega$

$$\Rightarrow R'_{eq}=6+6=12\Omega$$

بنابراین $\frac{R'}{R}=1$ خواهد شد.

بازی با سؤال در مدار شکل زیر اگر کلید K بسته شود، مقاومت مدار چند برابر می‌شود؟



۱) ۲ ۲) ۴/۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۱

گزینهٔ ۴

B ۲۱۰۲ ۳

۱ R_1 ، R_2 پشت سرهم و بدون انشعاب‌اند پس متوالی هستند.

$$R_{12}=R_1+R_2=2R+2R=4R$$

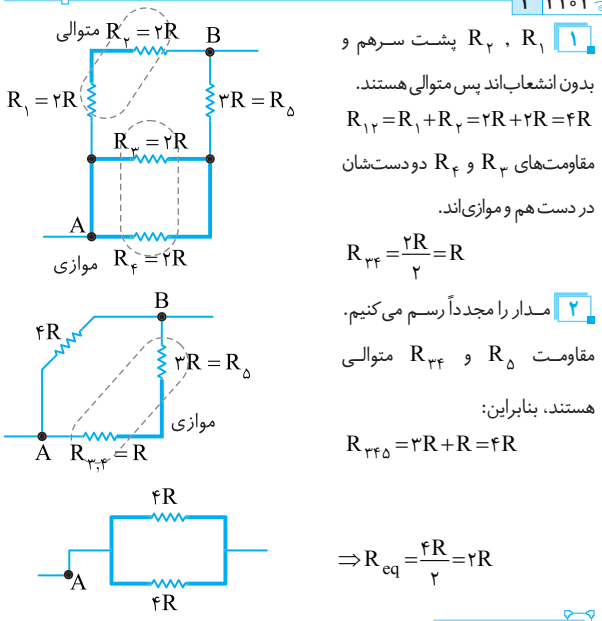
مقاومت‌های R_3 و R_4 دودستشان در دست هم و موازی‌اند.

$$R_{34}=\frac{2R}{2}=R$$

۲ مدار را مجدداً رسم می‌کنیم.

مقاومت R_5 و R_{34} متوالی هستند، بنابراین:

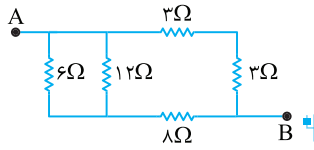
$$R_{345}=3R+R=4R$$



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{4R}{2}=2R$$

بازی با سؤال در شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟

سراسری ریاضی - ۸۷

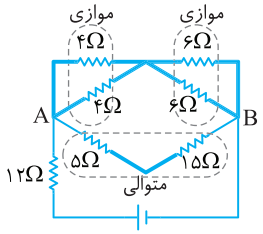


۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

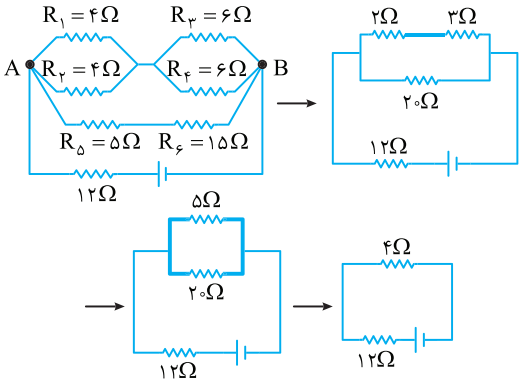
گزینهٔ ۲

B ۲۱۰۳ ۲

خط فکری به دو مقاومت ۴Ω دقت کنید، دست در دست هم‌اند پس موازی‌اند، همچنین دو مقاومت ۶Ω نیز موازی‌اند اما دو مقاومت ۵Ω و ۱۵Ω به دنبال هم هستند و بین آن‌ها انشعابی نیست بنابراین باهم متوالی هستند. اما مقاومت ۱۲Ω در کنار باتری با مقاومت معادل دیگر مقاومت‌ها به‌طور متوالی بسته شده است.



با توجه به خط فکری مدار را به صورت سادهٔ زیر در می‌آوریم.



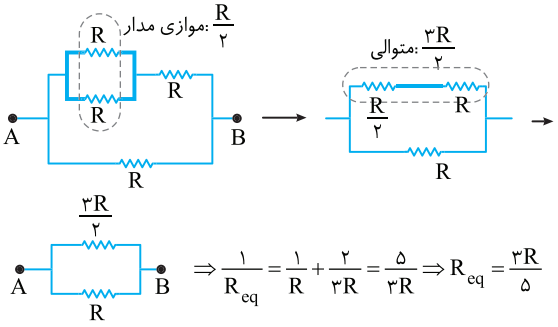
موازی: $R_{۳۴}=\frac{۶}{۲}=۳\,\Omega$ ، موازی: $R_{۱۲}=\frac{۴}{۲}=۲\,\Omega$

متوالی: $R_{۱۲۳۴}=۲+۳=۵\,\Omega$ ، متوالی: $R_{۵۶}=۵+۱۵=۲۰\,\Omega$

در این صورت مقاومت معادل خواهد شد: $R_{eq}=۴+۱۲=۱۶\,\Omega$

B ۲۱۰۴ ۲

مطابق شکل زیر، مقاومت معادل را به راحتی به‌دست می‌آوریم:

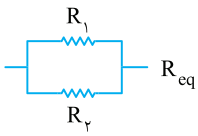


$$\Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R}+\frac{۲}{۳R}=\frac{۵}{۳R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۳R}{۵}$$

با توجه به فرض مسئله مقاومت معادل مدار برابر ۳Ω است از این‌رو:

$$R_{eq}=\frac{۳R}{۵}=۳\Rightarrow R=۵\Omega$$

میانبر در مقاومت معادل دو مقاومت موازی می‌توان نوشت:

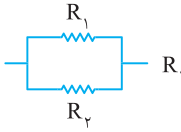


$$R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

B ۲۱۰۵ ۲

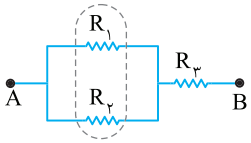
خط فکری ۱ باید مقاومت معادل را به‌دست آوریم و آن را برابر مقاومت $R_۱$ قرار دهیم.

۲ اگر دو مقاومت موازی باشند، مقاومت معادل برابر است با:



$$R_{۱۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

۱ دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند و مقدار معادل آن‌ها با $R_۳$ متوالی است، بنابراین مقاومت بین AB خواهد شد:



موازی: $R_{۱۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$

$$R_{AB}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}+R_۳$$

۲ که این مقاومت با مقاومت $R_۱$ برابر است:

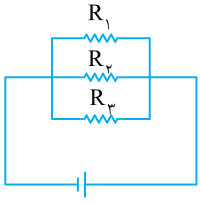
$$\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}+R_۳=R_۱\Rightarrow R_۳=R_۱-\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

$$\Rightarrow R_۳=\frac{R_۱^۲+R_۱R_۲-R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}\Rightarrow R_۳=\frac{R_۱^۲}{R_۱+R_۲}$$

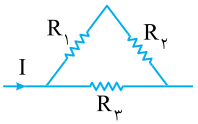
B ۲۱۰۶ ۳

خط فکری در مقاومت‌های موازی، مقاومت معادل از کوچک‌ترین مقاومت موازی مدار، کوچک‌تر است و برای آنکه با حذف یکی از مقاومت‌های موازی بیشترین افزایش مقاومت معادل را داشته باشیم، باید کوچک‌ترین مقاومت را حذف کنیم.

در شکل روبه‌رو سه مقاومت موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها از کوچک‌ترین مقاومت مدار یعنی $R_۳$ کوچک‌تر است $(R_۱>R_۲>R_۳>R_{eq})$ و برای آنکه مقاومت معادل بیشینه شود باید مقاومت $R_۳$ را حذف کرد.



بازی با سوال در مدار زیر مطابق شکل می‌توان سه مقاومت $۲\,\Omega$، $۳\,\Omega$، $۶\,\Omega$ قرار داد. کمترین مقاومت معادل مدار چند اهم می‌تواند باشد؟



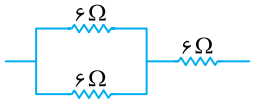
۱) $\frac{۱۸}{۱۱}$ ۲) $\frac{۳۰}{۱۱}$ ۳) $\frac{۲۴}{۱۱}$ ۴) ۲

گزینهٔ ۱

A ۲۱۰۷ ۱

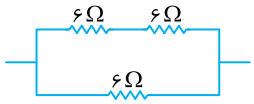
اگر سه مقاومت متوالی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها $۶+۶+۶=۱۸\,\Omega$ می‌شود و گزینهٔ (۴) می‌تواند مقاومت معادل آن باشد. اگر سه مقاومت موازی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها $\frac{R}{n}=\frac{۶}{۳}=۲\,\Omega$ می‌شود.

اگر سه مقاومت به‌صورت روبه‌رو بسته شود، مقاومت معادل خواهد شد:



$$R_{eq}=\frac{۶}{۲}+۶=۹\,\Omega$$

اگر سه مقاومت به‌صورت مقابل بسته شوند، مقاومت معادل خواهد شد:



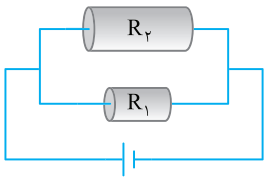
$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۶+۶}+\frac{۱}{۶}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\,\Omega$$

بنابراین گزینهٔ (۱) نمی‌تواند مقاومت معادل باشد.

B ۲۱۰۸ ۲

خط فکری با توجه به اطلاعات مسئله در مورد قطر، جنس و ... مقاومت‌ها، در این مسئله باید به سراغ رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\frac{\rho L}{A}$ برویم و یک رابطه بین مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ که باهم موازی‌اند پیدا کنیم.

۱ دو مقاومت هم‌جنس هستند و چگالی آن‌ها یکسان است و بنابر فرض مسئله جرم مقاومت $R_۲$، ۸ برابر جرم مقاومت $R_۱$ است.



$$m_۲=۸m_۱\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V}\rho V_۲=۸\rho V_۱\Rightarrow V_۲=۸V_۱\qquad (I)$$

۲ حجم سیم برابر است با $V=AL=\pi r^۲L$ که در آن r شعاع سطح مقطع سیم و L طول آن است بنابراین در رابطهٔ (I) خواهیم داشت:

$$\pi r_۲^۲L_۲=۸\pi r_۱^۲L_۱\xrightarrow{D_۲=۲D_۱\Rightarrow r_۲=۲r_۱}۴r_۱^۲L_۲=۸r_۱^۲L_۱\Rightarrow L_۲=۲L_۱$$

۳ اکنون نسبت مقاومت‌های R_1 و R_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho}{\rho}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=2\left(\frac{1}{2}\right)^2\Rightarrow R_2=\frac{1}{2}R_1$$

۴ R_1 و R_2 موازی‌اند بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:

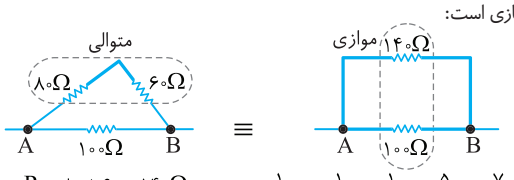
$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{R_1\times\frac{1}{2}R_1}{R_1+\frac{1}{2}R_1}=\frac{R_1}{3}\Rightarrow\frac{R_{eq}}{R_1}=\frac{1}{3}$$

B ۲۱۰۹ ۱

با توجه به قضیهٔ فیثاغورس طول وتر مثلث (سیم AB) برابر است با:

$$L=\sqrt{3^2+4^2}=5m$$

مقاومت هر متر از این سیم 20Ω است، از این‌رو سیمی به طول $3m$، مقاومت $60\Omega(3\times20)$، سیمی به طول $4m$، مقاومت $80\Omega(4\times20)$ و سیمی به طول $5m$، مقاومت $100\Omega(5\times20)$ خواهند داشت، پس شکل مدار به‌صورت زیر قابل مدل‌سازی است:



$$R=80+60=140\Omega$$

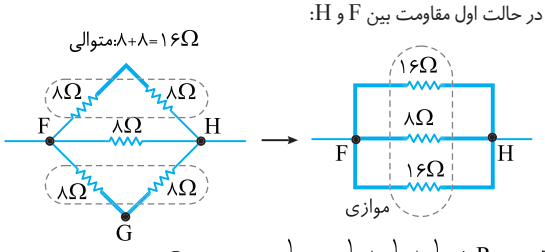
$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{140}+\frac{1}{100}=\frac{5}{700}+\frac{7}{700}$$

$$\equiv\ A\ \overset{R_{eq}=\frac{700}{12}\Omega}{\text{---}}\ B\Rightarrow R_{eq}=\frac{175}{3}\Omega$$

B ۲۱۱۰ ۲

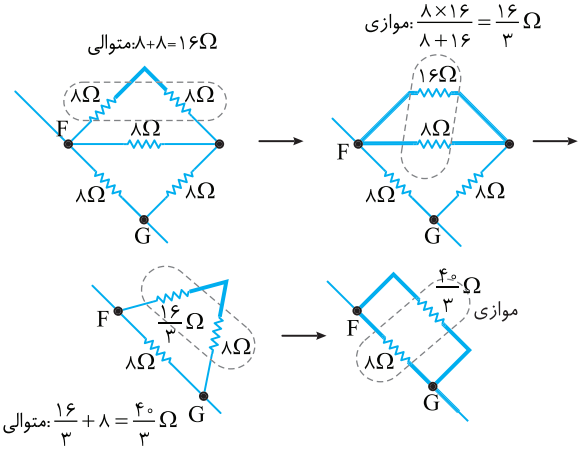
خط فکری مقاومت معادل بین دو نقطه یعنی آن دو نقطه از مدار محل اتصال به باتری باشند.

۱ در حالت اول مقاومت بین F و H:



$$\frac{1}{R_{FH}}=\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{8}\Rightarrow R_{FH}=4\Omega$$

۲ در حالت دوم مقاومت بین F و G:

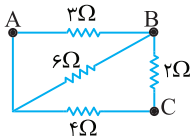


$$\frac{1}{R_{FG}}=\frac{1}{8}+\frac{3}{40}=\frac{5+3}{40}\Rightarrow R_{FG}=5\Omega$$

بنابراین نسبت مقاومت‌های معادل برابر است با:

$$\frac{R_{FH}}{R_{FG}}=\frac{4}{5}$$

بازی با سؤال در شکل مقابل مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B چند برابر مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و C است؟

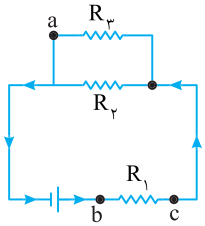


۱) ۱ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{5}{6}$

گزینهٔ ۲

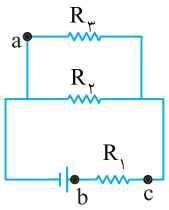
B ۲۱۱۱ ۲

خط فکری جهت جریان از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است و با حرکت از پایانهٔ مثبت، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد از این رو: $V_b>V_c>V_a$



بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

بازی با سؤال در شکل مقابل اگر بار شارش شده در بازه‌های زمانی یکسان از مقاطع a، b و c به ترتیب q_a، q_b و q_c باشد. کدام گزینه درست است؟ آزمون مدارس برتر



۱) $q_b=q_c>q_a$

۲) $q_a=q_b=q_c$

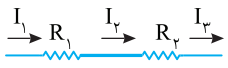
۳) $q_b=q_c<q_a$

۴) $q_b>q_a>q_c$

گزینهٔ ۱

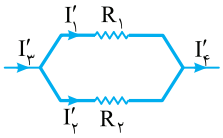
B ۲۱۱۲ ۱

در شکل (الف)، دو مقاومت R_1 و R_2 پشت سر هم قرار دارند و متوالی هستند. در مقاومت‌های متوالی، جریان الکتریکی هر مقاومت با جریان الکتریکی کل مدار برابر است. $I_1=I_2=I_3$



راستی با عبور جریان از مقاومت، جریان کم نمی‌شه و جریان ورودی به مقاومت با جریان خروجی از مقاومت برابره.

در مقاومت‌های موازی جریان عبوری از هر مقاومت با مقاومت نسبت وارون دارد.



$$V_1'=V_2'\Rightarrow R_1I_1'=R_2I_2'\Rightarrow\frac{I_1'}{I_2'}=\frac{R_2}{R_1}$$

$$\xrightarrow{R_2>R_1}I_1'>I_2'$$

جریان کل ورودی به شاخه‌های موازی با جریان کل خروجی از شاخه‌های موازی برابر است، از این‌رو:

$$\begin{cases}I_3'=I_1'+I_2'\\I_4'=I_1'+I_2'\end{cases}\Rightarrow I_3'=I_4'$$

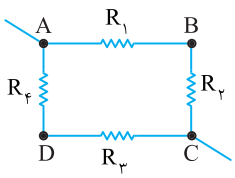
بنابراین در شکل (ب) داریم:

$$I_2'<I_1'<I_3'=I_4'$$

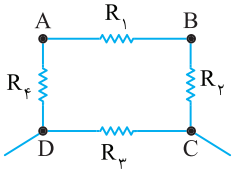
B ۲۱۱۳ ۲

خط فکری برای آنکه جریان دو مقاومت برابر شود باید دو مقاومت به‌طور متوالی بسته شده باشند، بنابراین باید دقت کنیم در چه حالتی دو مقاومت R_1 و R_4، متوالی‌اند.

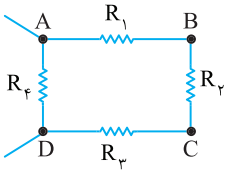
گزینهٔ (۱): با توجه شکل روبه‌رو دو مقاومت R_1 و R_2 و همچنین دو مقاومت R_3 و R_4 متوالی‌اند و این گزینه نادرست است.



گزینهٔ (۲): در این حالت سه مقاومت R_1 و R_2 و R_4 متوالی هستند، بنابراین این گزینه درست است.

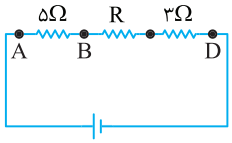


گزینهٔ (۳): در این حالت، سه مقاومت R_1، R_2 و R_3 متوالی و با مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت R_4 موازی است، یعنی R_1 و R_4 نه متوالی و نه موازی هستند و گزینهٔ (۳) نادرست است.



B ۲۱۱۴ ۴

منظور از اختلاف پتانسیل $V_A - V_B$، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω است. بنابراین جریان مقاومت 5Ω که همان جریان کل مدار است برابر خواهد شد با:



$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V_A-V_B=10V}5=\frac{10}{I}\Rightarrow I=2A$$

با توجه به فرض مسئله $V_A-V_D=20V$ است که یعنی اختلاف پتانسیل دو سر کل مقاومت‌ها $20V$ بوده و از طرفی جریان مدار نیز $2A$ است. بنابراین:

$$V_{AD}=R_{AD}I\xrightarrow{R_{AD}=5+R+3=8+R}20=2(8+R)\Rightarrow R=2\Omega$$

A ۲۱۱۵ ۳

جریان عبوری از مدار (الف) را به‌دست می‌آوریم:

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_1}\Rightarrow I_1=\frac{20}{10}=2A$$

مقاومت معادل مدار (ب) برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{10000}{10010}=\frac{10000}{1001}\Omega$$

$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{20\times1001}{10000}=2/002A$$

بنابراین جریان ۲ میلی‌آمپر تغییر کرده است.

A ۲۱۱۶ ۲

آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{7}{13+1}=0/5A$$

A ۲۱۱۷ ۱

ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم، دو مقاومت R_1 و R_2 موازی هستند، بنابراین:

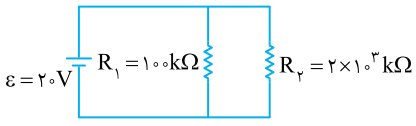
$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$

$$\xrightarrow{R_1=100k\Omega\,,\,R_2=2M\Omega=2000k\Omega}\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{100}+\frac{1}{2000}=\frac{21}{2000}$$

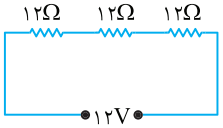
$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{2000}{21}k\Omega=\frac{2\times10^6}{21}\Omega$$

حال با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ جریان را به‌دست می‌آوریم.

$$I=\frac{20}{\frac{2\times10^6}{21}}=21\times10^{-5}A=21\times10^{-2}mA=0/21mA$$



A ۲۱۱۸ ۲



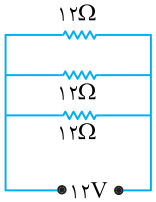
در حالت اول سه مقاومت متوالی هستند و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=12+12+12=36\,\Omega$$

جریان کل مدار که با جریان تک‌تک مقاومت‌ها برابر است را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}A$$

در حالتی که سه مقاومت موازی‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر تمام مقاومت‌ها با اختلاف پتانسیل دو سر مدار یکسان و برابر $12V$ است، بنابراین جریان هر مقاومت خواهد شد:



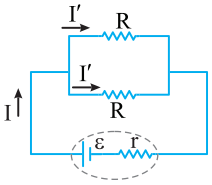
$$I'=\frac{V}{R}=\frac{12}{12}=1A$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$\frac{I}{I'}=\frac{\frac{1}{3}}{1}=\frac{1}{3}$$

B ۲۱۱۹ ۲

۱ ابتدا حالت موازی را بررسی می‌کنیم،



مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{R}{2}$$

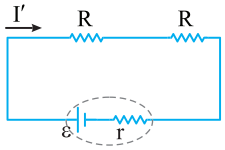
جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{\frac{R}{2}+r}\Rightarrow I=\frac{2\varepsilon}{R+2r}$$

جریان کل مدار به‌طور مساوی بین دو مقاومت یکسان موازی تقسیم می‌شود و جریان هر مقاومت در این حالت خواهد شد:

$$I_1=\frac{I}{2}\Rightarrow I_1=\frac{1}{2}\frac{2\varepsilon}{R+2r}\Rightarrow I_1=\frac{\varepsilon}{R+2r}$$

۲ حالت متوالی را بررسی می‌کنیم. مقاومت معادل برابر است با:



$$R'_{eq}=R+R=2R$$

در این حالت جریان کل مدار با جریان هر مقاومت برابر است از این‌رو:

$$I'=\frac{\varepsilon}{2R+r}$$

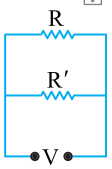
با توجه به فرض مسئله که جریان هر یک از مقاومت‌ها در دو حالت برابر است، خواهیم داشت:

$$I'=I_1\Rightarrow\frac{\varepsilon}{2R+r}=\frac{\varepsilon}{R+2r}\Rightarrow R+2r=2R+r\Rightarrow r=R$$

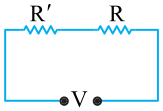
بازی با سوال

در شکل زیر دو مقاومت را به دو صورت به اختلاف پتانسیل V وصل می‌کنیم. اگر جریان عبوری از مقاومت R' در شکل (۱)، ۱/۵ برابر جریان عبوری از مقاومت R' در شکل (۲) باشد، $\frac{R}{R'}$ کدام است؟

ریاضی - ۸۸



شکل (۱)



شکل (۲)

۱) $\frac{1}{2}$

۲) ۲

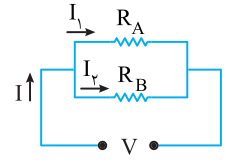
۳) $\frac{1}{3}$

۴) ۳

گزینهٔ ۱

B ۲۱۲۰ ۲

خط فکری در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل‌ها برابر است بنابراین جریان با مقاومت نسبت وارون دارد.



$$V_A=V_B\Rightarrow R_AI_A=R_BI_B$$

$$\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{R_B}{R_A}\qquad(I)$$

ابتدا به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت، نسبت $\frac{R_B}{R_A}$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{\rho_B\frac{L_B}{A_B}}{\rho_A\frac{L_A}{A_A}}=\frac{\rho_B}{\rho_A}\times\frac{L_B}{L_A}\times\frac{A_A}{A_B}\xrightarrow[\rho_A=1/6\times10^{-8}\Omega.m,\ \rho_B=5/6\times10^{-8}\Omega.m]{L_A=L_B,\ A_A=A_B}$$

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{5/6\times10^{-8}}{1/6\times10^{-8}}\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{7}{2}\xrightarrow{(I)}\frac{I_A}{I_B}=\frac{7}{2}\Rightarrow I_B=\frac{2}{7}I_A\qquad(II)$$

در مقاومت موازی مجموع جریان‌ها برابر جریان کل مدار است.

$$I=I_A+I_B\xrightarrow[I=4/5A]{(II)}4/5=I_A+\frac{2}{7}I_A\Rightarrow4/5=\frac{9}{7}I_A\Rightarrow I_A=3/5A$$

بازی با سؤال **قطر مقطع دو سیم مسی A و B به ترتیب ۰/۲mm و ۰/۳mm و طول این دو سیم باهم برابر است. این دو سیم به‌طور موازی به اختلاف پتانسیل ثابتی بسته شده‌اند و از مجموعه جریان ۲/۶ آمپر می‌گذرد. جریان عبوری از سیم A چند آمپر است؟**

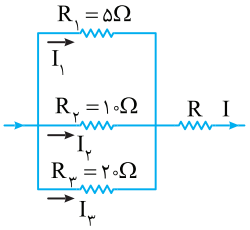
خارج تجربی - ۸۸

۱) ۰/۸ ۲) ۱/۱۴ ۳) ۱/۵۶ ۴) ۱/۸

گزینهٔ ۱

A ۲۱۲۱ ۴

خط فکری مقاومت‌های R_1 و R_2 و R_3 باهم موازی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر شاخه‌های موازی باهم برابر است. وقتی بیان می‌شود اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵Ω، ۱۰V است یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های ۱۰Ω و ۲۰Ω نیز ۱۰V است.



۱ جریان هر مقاومت را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم:

$$I_1=\frac{V}{R_1}\Rightarrow I_1=\frac{10}{5}=2A\ ,\ I_2=\frac{V}{R_2}\Rightarrow I_2=\frac{10}{10}=1A$$

$$I_3=\frac{V}{R_3}\Rightarrow I_3=\frac{10}{20}=0/5A$$

۲ جریان کل برابر مجموع جریان سه مقاومت است.

$$I=I_1+I_2+I_3=2+1+0/5=3/5A$$

روش دوم:

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

با توجه به اختلاف پتانسیل مقاومت ۵Ω، جریان این مقاومت را به‌دست می‌آوریم:

$$V_1=R_1I_1\Rightarrow10=5\times I_1\Rightarrow I_1=2A$$

مقاومت‌های R_1 و R_2 و R_3 موازی با یکدیگرند بنابراین جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت بین آن‌ها تقسیم می‌شود.

مقاومت R_2 دو برابر مقاومت R_1 است پس $I_2=\frac{I_1}{2}=1A$ و مقاومت R_3 چهار برابر مقاومت R_1 است پس $I_3=\frac{I_1}{4}=0/5A$. بنابراین جریان I برابر است با:

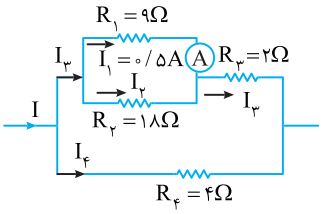
$$I=I_1+I_2+I_3=3/5A$$

B ۲۱۲۲ ۴

خط فکری در حل این نوع مسائل مرحله به مرحله باید ولتاژ، جریان و مقاومت هر شاخه را حساب کرد و پیش رفت.

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

۱ مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند و جریان عبوری از مقاومت ۹Ω، ۰/۵ آمپر است. طبق نکته بالا چون مقاومت R_2 دو برابر مقاومت R_1 است پس جریان I_2 نصف جریان I_1 و برابر ۰/۲۵ آمپر است.



۲ جریان کل شاخهٔ بالایی یعنی جریان I_3 برابر است با:

$$I_3=I_1+I_2=0/5+0/25=0/75A$$

۳ مقاومت معادل شاخه بالایی را حساب می‌کنیم.

R_1 و R_2 موازی: $\frac{1}{R_{12}}=\frac{1}{9}+\frac{1}{18}\Rightarrow\frac{1}{R_{12}}=\frac{3}{18}\Rightarrow R_{12}=6\Omega$

مقاومت R_3 با مقاومت R_{12} متوالی است و مقاومت شاخه بالایی خواهد شد:

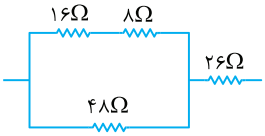
$$R_{\text{بالایی}}=R_{12}+R_3=6+2=8\,\Omega$$

۴ مقاومت شاخه پایینی ۴Ω و نصف مقاومت شاخهٔ بالایی است بنابراین جریان شاخه پایینی دو برابر جریان شاخه بالایی است.

$$V_{\text{بالایی}}=V_{\text{پایینی}}\Rightarrow I_3R_{\text{بالایی}}=I_4R_{\text{پایینی}}\Rightarrow0/75\times8=I_4\times4\Rightarrow I_4=1/5A$$

۵ بنابراین جریان کل I خواهد شد: $I=I_3+I_4=0/75+1/5=2/25$

بازی با سؤال **در شکل زیر که بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد، جریان عبوری از مقاومت ۸Ω چند برابر جریان عبوری از مقاومت ۴۸Ω است؟**

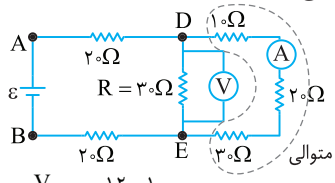


۱) ۲ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۶ ۴) $\frac{1}{6}$

گزینهٔ ۱

B ۲۱۲۳ ۱

به شکل نگاه کنید. مقاومت‌های ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω متوالی هستند و معادل این سه مقاومت با مقاومت R = ۳۰Ω موازی است و در شاخه‌های موازی اختلاف پتانسیل‌ها برابر است یعنی اختلاف پتانسیل شاخهٔ سمت راست شامل ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω با اختلاف پتانسیل R = ۳۰Ω برابر است. ولتسنج عدد ۱۲V را نشان می‌دهد. بنابراین اختلاف پتانسیل شاخه سمت راست با مقاومت ۳۰+۲۰+۱۰=۶۰Ω نیز ۱۲V است و جریان عبوری از این شاخه برابر است با:



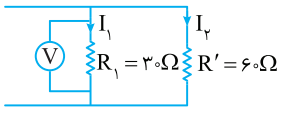
$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{12}{60}=\frac{1}{5}\Rightarrow I=0/2A$$

مقاومت‌های ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω با هم متوالی‌اند و جریان عبوری از آن‌ها یکسان و برابر جریان شاخهٔ سمت راست یعنی ۰/۲A می‌شود.

دقت کنید که آمپرسنج نیز در این شاخه و متوالی با این سه مقاومت بسته شده پس آمپرسنج جریان ۰/۲A را نشان می‌دهد.

آمپرسنج روی شاخهٔ سمت راست قرار دارد و جریان عبوری از این شاخه را نشان می‌دهد.

روش دوم: با توجه به توضیحات بالا مقاومت معادل سه مقاومت ۱۰Ω، ۲۰Ω و ۳۰Ω با مقاومت ۳۰Ω موازی است. با توجه به اختلاف پتانسیل، جریان مقاومت ۳۰Ω را به‌دست می‌آوریم و در ادامه با توجه به اینکه در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود جریان شاخهٔ سمت راست را حساب می‌کنیم:



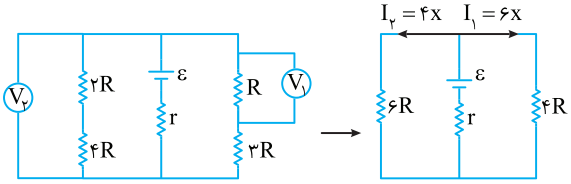
$$V=RI_1\Rightarrow12=30\times I_1=0/4A\ ,\ R'=2R_1\Rightarrow I_2=\frac{I_1}{2}=0/2A$$

B ۲۱۲۴ ۱

ولت‌سنج V_1 ولتاژ دو سر مقاومت R و ولت‌سنج V_2 ولتاژ دو سر مقاومت مجموعه $2R$ و $4R$ (شاخهٔ سمت چپ) را نشان می‌دهد.

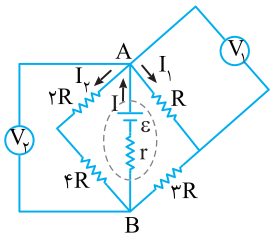
شاخهٔ سمت راست که شامل مقاومت‌های متوالی R و $3R$ است با شاخهٔ سمت چپ که شامل مقاومت‌های $2R$ و $4R$ است موازی است و جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت‌ها است.

مقاومت معادل شاخه سمت چپ $2R+4R=6R$ و مقاومت معادل شاخه سمت راست $R+3R=4R$ است:



$$\begin{cases} V_1=RI_1 \xrightarrow{I_1=6x} V_1=6Rx \\ V_2=6RI_2 \xrightarrow{I_2=4x} V_2=24Rx \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2}=\frac{6Rx}{24Rx}=\frac{1}{4}$$

میانبر این میانبر فرمول نیست بلکه درک فیزیکی است، اصولاً نیازی به محاسبه نسبت جریان نیست زیرا ولت‌سنج V_1 اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R و ولت‌سنج V_2 اختلاف پتانسیل بین A و B یعنی ولتاژ دو سر R و $3R$ را نمایش می‌دهد از این‌رو:



$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{I_1R}{I_1(R+3R)}=\frac{1}{4}$$

B ۲۱۲۵ ۱

خط فکری دو سیم موازی هستند و ولتاژ آن‌ها یکی است، بنابراین جریان آن‌ها با مقدار مقاومت‌هایشان نسبت وارون دارد و می‌توان ابتدا نسبت مقاومت R_A و R_B را به‌دست آورد، سپس به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت نسبت سطح مقطع $\frac{A_A}{A_B}$ را حساب کرد.

دو سیم باهم موازی هستند و ولتاژ دو سر سیم‌ها باهم برابر است:

$$V_A=V_B \Rightarrow R_A\times\frac{I}{3}=R_B\times\frac{2I}{3}\Rightarrow R_A=2R_B$$

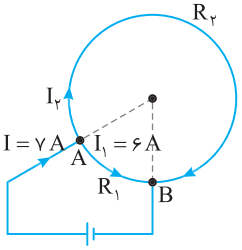
اکنون می توان نسبت $\frac{A_A}{A_B}$ را به‌دست آورد.

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{R_A=2R_B}\rho_A\frac{L_A}{A_A}=2\rho_B\frac{L_B}{A_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_A=3\rho_B]{L_A=L_B} 3\rho_B\frac{1}{A_A}=2\rho_B\frac{1}{A_B}\Rightarrow\frac{A_A}{A_B}=\frac{3}{2}$$

B ۲۱۲۶ ۳

فرض کنید سیم‌ها از دو نقطهٔ A و B به باتری وصل شده‌اند، پس از جریان ۷A، ۶A از شاخهٔ پایینی آن و ۱A از شاخهٔ بالایی عبور می‌کند و چون در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقاومت تقسیم می‌شود، از این‌رو خواهیم داشت:

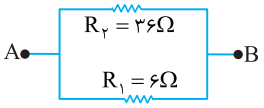


$$I_1=6I_2\Rightarrow R_2=6R_1 \quad (I)$$

دقت کنید مجموع مقاومت‌های سیم برابر 42Ω شده است.

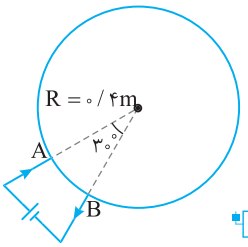
$$R_1+R_2=42\Omega \xrightarrow{(I)} 7R_1=42\Rightarrow R_1=6\Omega, R_2=36\Omega$$

با توجه به شکل مقاومت‌های R_1 و R_2 هر دو به دو نقطهٔ A و B وصل شده‌اند و با هم موازی هستند یعنی دو مقاومت به شکل زیر داریم و مقاومت معادل خواهد شد:



$$\frac{1}{R_{1,2}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow\frac{1}{R_{1,2}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{36}=\frac{7}{36}\Rightarrow R_{1,2}=\frac{36}{7}\Omega$$

بازی با سوال **مقاومت هر متر از طول یک سیم رسانا 50Ω است. آن را مطابق شکل به‌صورت یک حلقه درمی‌آوریم و در مدار قرار می‌دهیم، مقاومت معادل مدار چند اهم می‌شود؟ $(\pi=3)$**



۱) $\frac{55}{6}$ ۲) $\frac{35}{6}$ ۳) $\frac{25}{6}$ ۴) $\frac{15}{6}$

گزینهٔ ۱

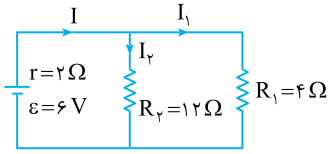
B ۲۱۲۷ ۳

خط فکری در سوالاتی که مقدار تمام مقاومت‌های خارجی مدار، مقاومت داخلی مدار و نیروی محرکهٔ باتری داده شده، بهتر است در گام اول مقاومت معادل مدار و در گام دوم جریان مدار را به‌دست آوریم.

۱ مقاومت‌های 4Ω و 12Ω باهم موازی‌اند و مدار را می‌توان به شکل مقابل رسم کرد.

مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{12\times4}{12+4}=3\Omega$$



۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{6}{3+2}\Rightarrow I=1/2A$$

یادآوری در مقاومت‌های موازی، جریان شاخه‌ها با مقدار مقاومت‌ها رابطه عکس دارند:

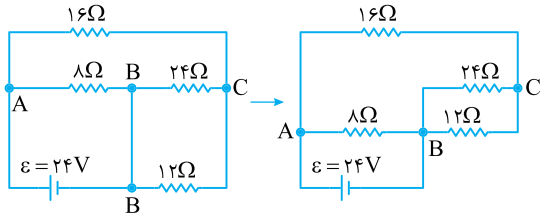
$$R_2=3R_1\ ,\ I_2=\frac{I_1}{3}$$

۳ بنابراین می‌توان نوشت:

$$I=I_1+I_2\Rightarrow 1/2=I_1+\frac{I_1}{3}\Rightarrow\frac{4I_1}{3}=1/2\Rightarrow I_1=0/9A$$

C ۲۱۲۸ ۳

مدار را مطابق شکل ساده می‌کنیم:

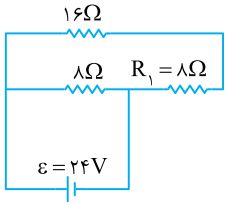


مقاومت‌های ۲۴ و ۱۲ اهمی موازی هستند:

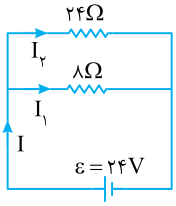
$$R_1=\frac{12\times24}{12+24}=8\Omega$$

مقاومت R_1 و مقاومت ۱۶ اهمی متوالی هستند.

$$R_2=8+16=24\Omega$$



مقاومت $R_۲$ و مقاومت ۸ اهمی موازی هستند:



$$R_{eq}=\frac{۸\times۲۴}{۸+۲۴}=۶\Omega$$

جریان کل برابر است با:

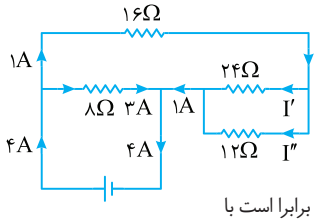
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{۲۴}{۶}=۴A$$

$$I=I_۱+I_۲$$

$$I_۱\times۸=I_۲\times۲۴\Rightarrow I_۱=۳I_۲\Rightarrow I=۴I_۲\Rightarrow I_۲=۱, I_۱=۳A$$

جریان $I_۲$، همان جریانی است که از مقاومت‌های متوالی ۱۶Ω و $R_۱$ عبور می‌کند.

پس جریان عبوری از $R_۱$، $۱A$ است.



$$I'+I''=۱A(I)$$

$$۲۴I'=۱۲I''\Rightarrow ۲I'=I''$$

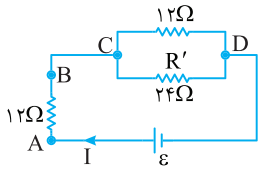
$$\Rightarrow ۳I'=۱A\Rightarrow I'=\frac{۱}{۳}A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۲۴Ω برابرا است با

$$V=RI\Rightarrow V=۲۴I'=۲۴\times\frac{۱}{۳}=۸V$$

۲ ۲۱۲۹ B

مقاومت معادل بین نقاط C و D را حساب می‌کنیم.



$$R_{CD}=\frac{۲۴\times۶}{۲۴+۶}\Rightarrow R_{CD}=\frac{۲۴\times۶}{۳۰}$$

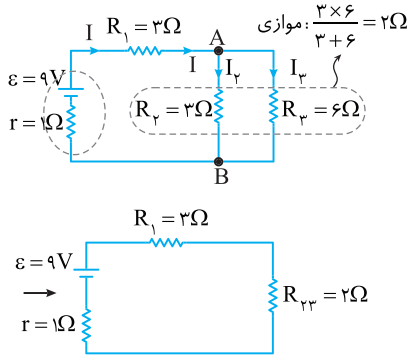
$$R_{CD}=۴/۸\Omega$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\frac{V_{AB}}{V_{CD}}=\frac{R_{AB}I}{R_{CD}I}\Rightarrow\frac{V_{AB}}{V_{CD}}=\frac{۱۲}{۴/۸}\Rightarrow\frac{V_{AB}}{V_{CD}}=\frac{۵}{۲}$$

۲ ۲۱۳۰ B

خط فکری مسیر مشخص است، ابتدا مقاومت معادل، سپس جریان کل مدار و سرانجام یافتن ولتاژ $R_۱$ و $R_۳$ و کم کردن ولتاژها از هم.



موازی: $\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$

۱ مقاومت معادل مدار برابر است:

$$R_{eq}=R_۱+R_{۲۳}\Rightarrow R_{eq}=۳+۲=۵\Omega$$

۲ جریان مدار برابر خواهد شد با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۹}{۵+۱}=۱/۵A$$

۳ ولتاژ دو سر $R_۱$ را حساب می‌کنیم.

$$V_۱=IR_۱=۱/۵\times۳=۴/۵V$$

۴ اما برای یافتن ولتاژ دو سر مقاومت $R_۲$ نیازی به تقسیم جریان بین دو مقاومت و از این داستان‌ها نیست چون مقاومت $R_۲$ و $R_۳$ موازی هستند و ولتاژ دو سر مقاومت معادل آن‌ها با ولتاژ دو سر تک‌تک آن‌ها برابر است. $V_۲=V_۳=V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow V_۳=۱/۵\times۲=۳V$

بنابراین:

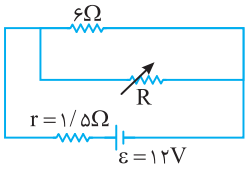
$$V_۱-V_۳=۴/۵-۳=۱/۵V$$

البته می‌توانستیم جریان $۱/۵A$ را بین دو شاخهٔ ۳Ω و ۶Ω تقسیم کنیم. با توجه به اینکه جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌های موازی تقسیم می‌شود بنابراین:

$$I_۲=۲I_۳\Rightarrow I_۲=۱A\ ,V_۲=R_۲I_۲=۳V$$

۴ ۲۱۳۱ B

حالت اول: وقتی مقاومت متغیر صفر است. سبب اتصال کوتاه باتری شده و اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر می‌شود:



$$I=\frac{\varepsilon}{r+۰}=\frac{\varepsilon}{r}\Rightarrow V=\varepsilon-rI=۰$$

حالت دوم: وقتی مقاومت متغیر ۱۸Ω می‌شود، این مقاومت با مقاومت ۶Ω موازی بوده و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{۶\times۱۸}{۶+۱۸}\Rightarrow R_{eq}=۴/۵\Omega$$

جریان مدار خواهد شد:

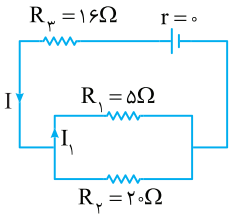
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۴/۵+۱/۵}\Rightarrow I=۲A$$

ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱۲-۲\times۱/۵\Rightarrow V=۹V$$

۲ ۲۱۳۲ B

مدار را ساده‌تر رسم می‌کنیم تا راحت‌تر متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها را تشخیص دهیم. مقاومت‌های ۲۰Ω و ۵Ω موازی بوده و معادل آن با مقاومت ۱۶Ω متوالی است. مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم:



$$R_{۱۲}=\frac{R_۱\times R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۵\times۲۰}{۵+۲۰}=۴\Omega$$

$$R_{eq}=R_{۱۲}+R_۳=۴+۱۶=۲۰\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۴۰}{۲۰+۰}\Rightarrow I=۲A$$

در شاخه‌های موازی ولتاژها برابر است:

$$V_۱=V_۲\Rightarrow ۵I_۱=۲۰I_۲\Rightarrow I_۲=\frac{۱}{۴}I_۱\xrightarrow{I=I_۱+I_۲}۲=I_۱+\frac{I_۱}{۴}\Rightarrow I_۱=\frac{۸}{۵}=۱/۶A$$

روش دیگر برای جریان‌ها: در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود به همین دلیل برای تقسیم جریان در شاخه‌های موازی معمولاً جریان مقاومت بزرگ‌تر $(R_۲=۲۰\Omega)$ را x نمایش می‌دهند و جریان مقاومت کوچک‌تر $(R_۱=۵\Omega)$ برابر $۴x$ می‌شود، بنابراین جریان کل مدار برابر می‌شود با:

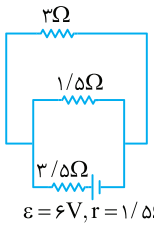
$$I=x+۴x=۵x\xrightarrow{I=۲A}۲=۵x\Rightarrow x=۰/۴A\ ,I_۲=۰/۴A$$

و جریان $I_۱$ برابر است با:

$$I_۱=۴x=۴\times۰/۴=۱/۶A$$

که این همان روش بالایی است.

بازی با سوال در مدار زیر جریانی که از مقاومت $۱/۵\Omega$ می‌گذرد، چند آمپر است؟ ریاضی - ۸۷



$\varepsilon=۶V, r=۱/۵\Omega$

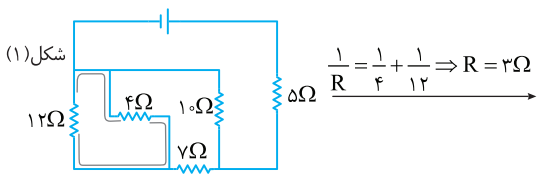
۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

گزینه ۲

۲ ۲۱۳۳ B

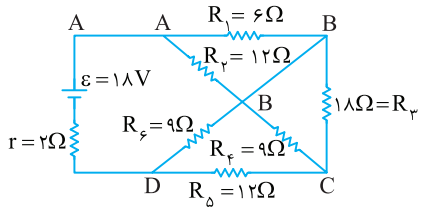
خط فکری در سؤالاتی که مقدار تمام مقاومت‌ها، مقاومت درونی و نیرو محرکه داده شده، ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده در گام بعدی جریان مدار را حساب می‌کنیم $(I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r})$ و در گام آخر با تقسیم جریان، جریان شاخهٔ خواسته شده را به‌دست می‌آوریم.

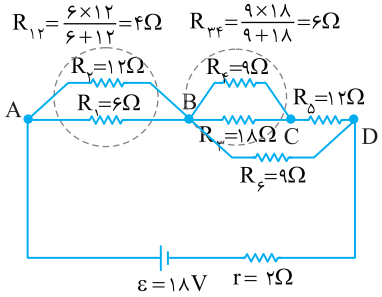
۱ دو سر مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω به هم بسته شده و این دو مقاومت باهم موازی‌اند:



شکل (۱)

$$\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow R=۳\Omega$$





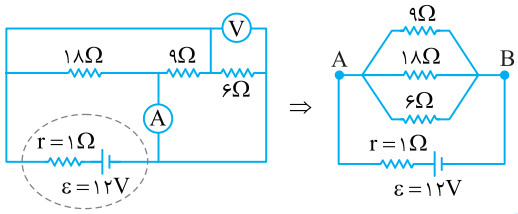
مقاومت معادل خواهد شد: $R_{eq}=۴+۶=۱۰\Omega$

جریان مدار را حساب می‌کنیم. $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۸}{۱۰+۲}\Rightarrow I'=۱/۵A$

ولتاژ دو سر باتری را به‌دست می‌آوریم. $V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱۸-۱/۵\times۲\Rightarrow V=۱۵V$

۲۱۳۶ B ۱

یادآوری از ولت‌سنج آرمانی جریان نمی‌گذرد و می‌توان آن را از مدار حذف کرد و آمپرسنج آرمانی شبیه یک سیم بدون مقاومت است و می‌توان دو سر آن را در نام‌گذاری با یک حرف نشان داد.



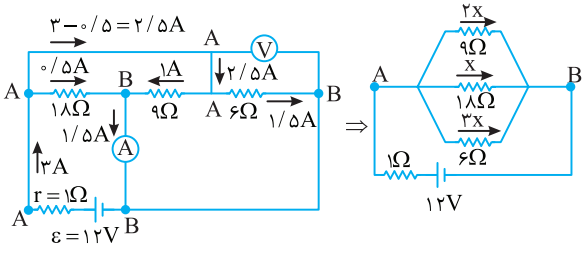
۱ با نام‌گذاری مشخص می‌شود که هر سه مقاومت موازی هستند. بین دو نقطهٔ A و B قرار دارند و مقاومت معادل خواهد شد: $\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{۶}=\frac{۲+۱+۳}{۱۸}\Rightarrow R_{eq}=۳\Omega$

۲ جریان کل مدار را حساب می‌کنیم. $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۳+۱}\Rightarrow I=۳A$

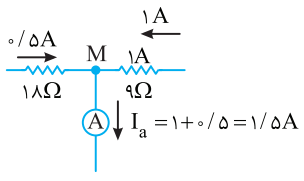
۳ جریان به نسبت وارون مقاومت‌های موازی تقسیم می‌شود.

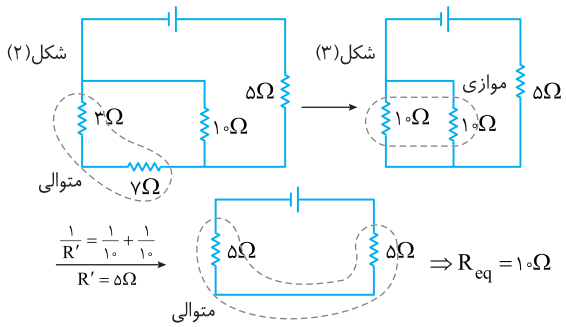
$I=x+۲x+۳x\Rightarrow ۳=۶x\Rightarrow x=۰/۵A$

بنابراین $I_{۹\Omega}=۱A,\quad I_{۶\Omega}=۱/۵A$



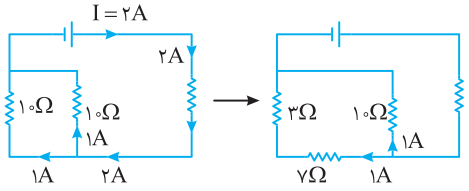
۴ به شکل اول باز می‌گردیم و جریان‌های هر شاخه را می‌نویسیم. در نقطهٔ M جریان ۰/۵A از مقاومت ۱۸Ω و جریان ۱A از مقاومت ۹Ω با هم جمع شده و وارد آمپرسنج می‌شوند.





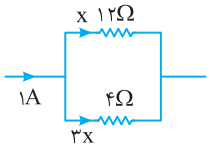
۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow[r=۰,\varepsilon=۲۰V]{R_{eq}=۱۰\Omega}I=\frac{۲۰}{۱۰+۰}=۲A$

۳ دوباره به سراغ چگونگی به هم بستن مقاومت‌ها می‌رویم. مقاومت ۴Ω و ۱۲Ω باهم موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت ۷Ω متوالی است و معادل هر سه مقاومت ۱۲Ω، ۴Ω و ۷Ω با مقاومت ۱۰Ω موازی است. تقسیم جریان را از شکل (۳) آغاز می‌کنیم:



پس به مقاومت ۳Ω که معادل دو مقاومت موازی ۱۲Ω و ۴Ω است جریان ۱A می‌رسد.

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.



$x+۳x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۴}A$

جریان عبوری از مقاومت ۴Ω خواهد شد: $I_{۴\Omega}=۳x\Rightarrow I_{۴\Omega}=۳\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}A$

۲۱۳۴ B ۳

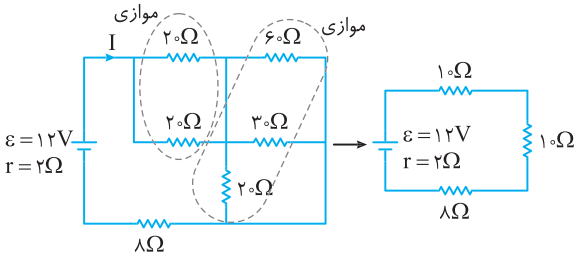
مقاومت‌های ۲۰Ω، ۳۰Ω و ۶۰Ω دو دستشان در دست هم است و موازی‌اند:

$\frac{۱}{R'}=\frac{۱}{۶۰}+\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۲۰}\Rightarrow R'=۱۰\Omega$

مقاومت‌های ۲۰Ω و ۲۰Ω نیز باهم موازی‌اند: $R''=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\Omega$

مقاومت R' و R'' و مقاومت ۸Ω پشت سر هم و متوالی هستند و مقاومت معادل مدار برابر است با: $R_{eq}=۱۰+۱۰+۸=۲۸\Omega$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۲۸+۲}\Rightarrow I=۰/۴A$

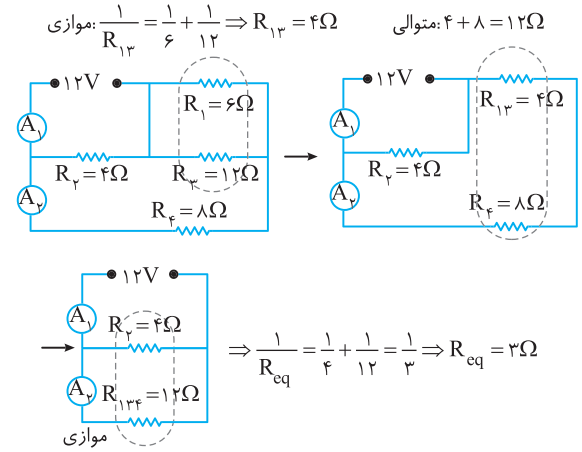


۲۱۳۵ B ۳

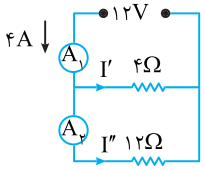
ابتدا با نام‌گذاری مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم تا بتوانیم مقاومت معادل را حساب کنیم. مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ بین A و B وصل هستند. مقاومت $R_۵$ بین C و D و مقاومت $R_۶$ بین B و D وصل هستند.

B ۲۱۳۷ ۳

آمپرسنج A_1 جریان خروجی از باتری را نشان می‌دهد، ابتدا مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم.



مقاومت معادل مدار $R_{eq}=3\,\Omega$ و اختلاف پتانسیل مدار ۱۲V است، بنابراین جریان کل مدار که توسط آمپرسنج A_1 نشان داده می‌شود برابر است با:



$$I=\frac{V}{R_{eq}}\Rightarrow I=\frac{12}{3}=4A$$

اما آمپرسنج A_2 مطابق شکل جریان شاخهٔ پایینی که مقاومت معادل آن ۱۲Ω است را نشان می‌دهد. ولتاژ دو سر این مقاومت ۱۲Ω برابر ۱۲V است، بنابراین جریان آن برابر است با:

$$I''=\frac{V}{R}=\frac{12}{12}=1A$$

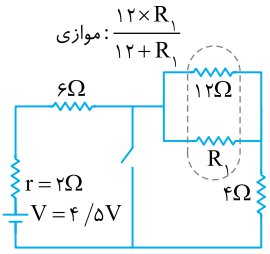
بنابراین A_2، جریان ۱A را نشان می‌دهد.

B ۲۱۳۸ ۳

در صورت مسئله بیان شده که با بستن کلید K، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۶Ω دو برابر شده است، یعنی با توجه به قانون اهم $(V=IR)$ باید جریان مدار دو برابر شده باشد. $(I'=2I)$ بنابراین جریان مدار در دو حالت را باید حساب کنیم. البته ابتدا مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.

حالت اول: کلید باز:

مقاومت ۱۲Ω و R_1 موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت ۶Ω و ۴Ω متوالی است.



$$R_{eq}=6+\frac{12\times R_1}{12+R_1}+4$$

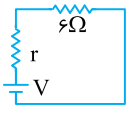
$$R_{eq}=10+\frac{12R_1}{12+R_1}=\frac{120+10R_1+12R_1}{12+R_1}\Rightarrow R_{eq}=\frac{120+22R_1}{12+R_1}$$

جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{4/5}{\frac{120+22R_1}{12+R_1}+2}$$

حالت دوم: کلید بسته:

با اتصال کلید K تمام مقاومت‌های شاخهٔ سمت راست اتصال کوتاه شده و تنها مقاومت مدار همان مقاومت ۶Ω خواهد بود.



$R'_{eq}=6\Omega$

جریان مدار خواهد شد:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{4/5}{6+2}\Rightarrow I'=\frac{4/5}{8}A$$

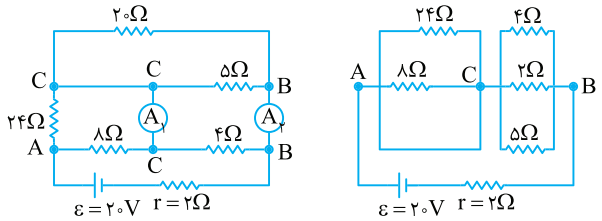
با توجه به فرض مسئله $I'=2I$ خواهیم داشت:

$$\frac{4/5}{8}=2\times\frac{4/5}{\frac{120+22R_1}{12+R_1}+2}\Rightarrow 8=\frac{1}{2}\times\left(\frac{120+22R_1}{12+R_1}+2\right)\Rightarrow 8=\frac{60+11R_1}{12+R_1}+1$$

$$7=\frac{60+11R_1}{12+R_1}\Rightarrow 84+7R_1=60+11R_1\Rightarrow 24=4R_1\Rightarrow R_1=6\Omega$$

B ۲۱۳۹ ۳

مدار را مطابق شکل ساده می‌کنیم:



مقاومت معادل AC را به‌دست می‌آوریم:

$$R_{AC}=\frac{24\times 8}{24+8}=\frac{24}{4}=6\,\Omega$$

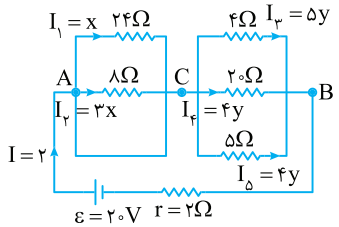
مقاومت معادل CB را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{R_{CB}}=\frac{1}{4}+\frac{1}{20}+\frac{1}{5}\Rightarrow\frac{1}{R_{CB}}=\frac{5+1+4}{20}=\frac{10}{20}\Rightarrow R_{CB}=2\Omega$$

$$R_{eq}=R_{AC}+R_{BC}+r=6+2+2=10\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{20}{10}=2A$$

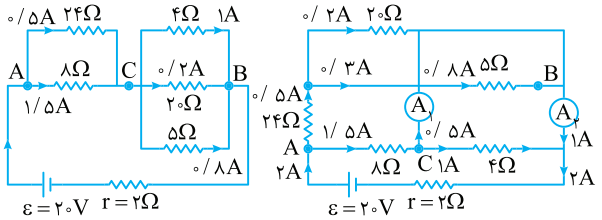
با توجه به مدار مقابل داریم:



$$\begin{cases}x+3x=2\\ 4x=2\Rightarrow x=\frac{1}{2}A\end{cases}$$

$$\begin{cases}5y+y+4y=2\\ 10y=2\Rightarrow y=0/2A\end{cases}$$

حال به شکل زیر دقت کنید:

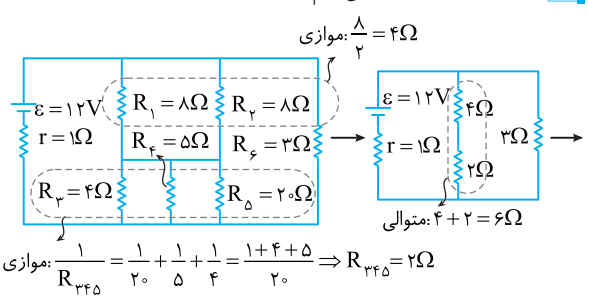


بنابراین عددی که آمپرسنج (۱) نشان می‌دهد، ۰/۵A و عددی که آمپرسنج (۲) نشان می‌دهد، ۱A است.

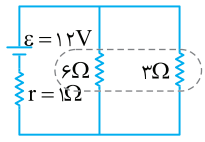
B ۲۱۴۰ ۲

خط فکری صورت سؤال شما را گول نزند، مسئله مانند تمام مدارها حل می‌شود. باید مقاومت معادل را حساب کنید و جریان مدار را به‌دست بیاورید تا بتوانید مدت زمان کارکرد این باتری را از رابطهٔ $Q=It$ حساب کنید.

۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.



موازی: $\frac{1}{R_{345}}=\frac{1}{20}+\frac{1}{5}+\frac{1}{4}=\frac{1+4+5}{20}\Rightarrow R_{345}=2\Omega$



موازی: $R_{eq}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}\Rightarrow R_{eq}=۲\Omega$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۲+۱}=۴A$$

یادآوری آمپر ساعت یکای بار الکتریکی است.

۳ مدت زمان کارکرد باتری خواهد شد:

$$Q=It\Rightarrow ۵۰=۴t\Rightarrow t=۱۲/۵h$$

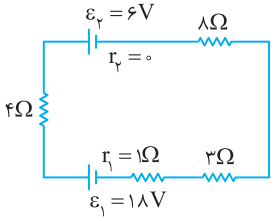
B ۲۱۴۱ ۳

۱ مقاومت‌های ۴۰Ω و ۱۰Ω موازی با یکدیگرند، ابتدا مقاومت معادل ۴۰Ω و ۱۰Ω را حساب می‌کنیم.

$$R=\frac{۱۰\times۴۰}{۱۰+۴۰}=۸\Omega$$

۲ شکل مدار به‌صورت روبه‌رو می‌شود و مقاومت معادل مدار خواهد شد.

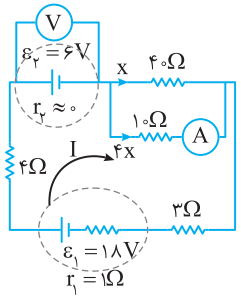
$$R_{eq}=۸+۳+۴=۱۵\Omega$$



جریان خروجی از دو باتری خلاف جهت هم‌اند چون $\varepsilon_۲<\varepsilon_۱$ بوده پس جریان ساعتگرد می‌شود:

$$I=\frac{\varepsilon_۱-\varepsilon_۲}{R_{eq}+r_۱+r_۲}\Rightarrow I=\frac{۱۸-۶}{۱۵+۱+۰}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۱۶}=\frac{۳}{۴}A$$

۳ جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود و اگر جریان مقاومت ۴۰Ω را x بنامیم جریان مقاومت ۱۰Ω، $۴x$ می‌شود. بنابراین:

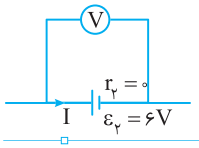


$$I=x+۴x\Rightarrow ۵x=\frac{۳}{۴}A$$

$$\Rightarrow x=\frac{۳}{۲۰}A$$

۴ آمپرسنج به مقاومت ۱۰Ω وصل شده و جریان عبوری از آن یعنی $۴x=۴\times\frac{۳}{۲۰}=\frac{۳}{۵}=۰/۶$ آمپر را نشان می‌دهد.

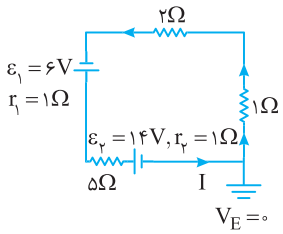
۵ جریان به باتری (۲) وارد می‌شود و ولت‌سنج به دو سر آن وصل است:



$$V=\varepsilon_۲+r_۲I\xrightarrow{r_۲=۰}V=۶V$$

A ۲۱۴۲ ۱

ابتدا جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:



$$I=\frac{\varepsilon_۲+\varepsilon_۱}{R_{eq}+r_{eq}}$$

$$I=\frac{۱۴+۶}{\frac{۳\times۱/۵}{۳+۱/۵}+۲+۵+۱+۱}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲A$$

اکنون با توجه به مدار ساده شدهٔ شکل روبه‌رو پتانسیل نقطهٔ A یعنی اختلاف پتانسیل بین A و زمین را حساب می‌کنیم:

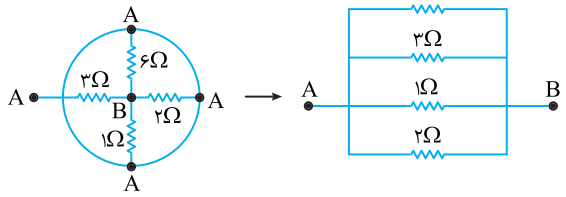
$$V_A+۲\times۲+۱\times۲=۰\Rightarrow V_A=-۶V$$

B ۲۱۴۳ ۲

خط فکری در حل این نوع مسائل، بهتر است تمام نقاطی که با سیم بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند را با یک حرف نام‌گذاری کرد، چرا؟ برای آنکه تمام این نقاط از نظر فیزیکی هم پتانسیل و در حکم یک نقطه از مدار هستند.

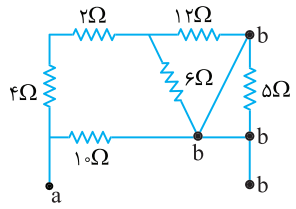
مدار را با نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل مجدداً رسم می‌کنیم. با یک نگاه به شکل می‌توان دریافت که مقاومت‌ها بین دو نقطه A و B بسته شده و موازی هستند.

$$\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱}=\frac{۳+۲+۱+۶}{۶}=\frac{۱۲}{۶}\Rightarrow R=۰/۵\Omega$$



B ۲۱۴۴ ۱

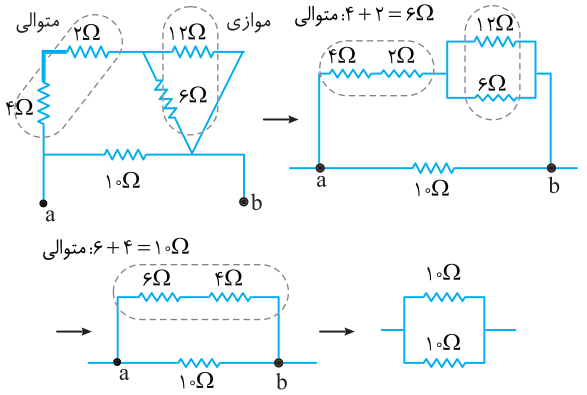
۱ به شکل نگاه کنید. نام نقاط دو سر مقاومت ۵Ω یکی است یعنی مقاومت ۵Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. مجدداً مدار را رسم می‌کنیم اما به صورت ساده‌تر:



موازی: $\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$

متوالی: $۲+۴=۶\Omega$

متوالی: $۶+۴=۱۰\Omega$

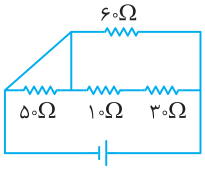


۲ مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Omega$$

نکته هر گاه تعداد n مقاومت یکسان R باهم موازی باشند، مقاومت معادل آن‌ها برابر با $R_{eq}=\frac{R}{n}$ است یعنی یکی از آن‌ها را به تعدادشان تقسیم می‌کنیم.

بازی با سؤال در مدار شکل زیر مقاومت معادل چند اهم است؟

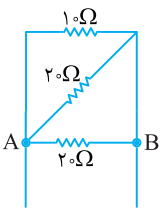


۱) ۷۴
۲) ۲۴
۳) ۱۸
۴) ۵۲

گزینهٔ ۲

A ۲۱۴۵ ۲

با توجه به مدار، دو مقاومت ۵Ω در شاخهٔ سمت راست اتصال کوتاه شده از مدار حذف می‌شوند. با توجه به این مسئله مقاومت معادل خواهد شد:

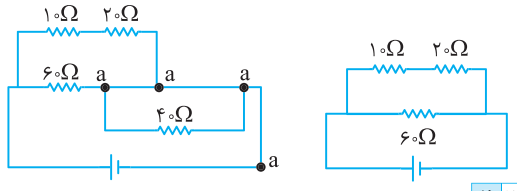


$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۲۰}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow R_{eq}=۵\Omega$$

B ۲۱۴۶ ۲

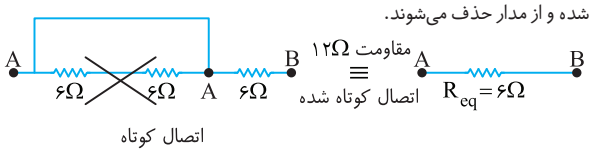
یادآوری قرارمان این بود که تمام نقاطی که با سیم‌های بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند را با یک حرف نام‌گذاری کنیم و اگر دو سر یک مقاومت دارای حروف یکسان باشد آن مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف گردد.

به شکل نگاه کنید. مقاومت ۴۰Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مدار به شکل سادهٔ زیر در می‌آید که در آن مقاومت ۲۰Ω و ۱۰Ω متوالی و معادل آن‌ها $(۱۰+۲۰=۳۰\Omega)$ با مقاومت ۶۰Ω موازی است بنابراین: $R_{eq}=\frac{۶۰\times۳۰}{۶۰+۳۰}=۲۰\Omega$



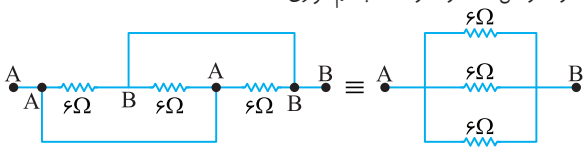
۲ ۲۱۴۷ A

در مدار شکل (الف) دو مقاومت ۶Ω که بین سیم بدون مقاومت قرار دارند اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شوند.



اتصال کوتاه

در مدار شکل (ب) دو سر هر یک از سیم‌های بدون مقاومت را نام‌گذاری می‌کنیم و مدار را مجدداً رسم می‌کنیم. با اندکی دقت مشخص است که دو سر هر سه مقاومت به نقاط A و B وصل است و مقاومت‌ها با هم موازی‌اند.



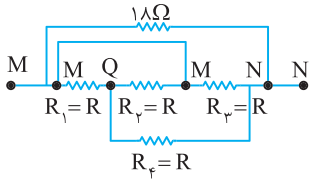
$$R'_{eq}=\frac{۶}{۳}=۲\Omega \quad , \quad \frac{R_{eq}}{R'_{eq}}=\frac{۶}{۲}=۳$$

راستی فهمیدین که لزومی نداره سیم بدون مقاومت در مدار باعث حذف جزئی از مدار بشه.

۳ ۲۱۴۸ A

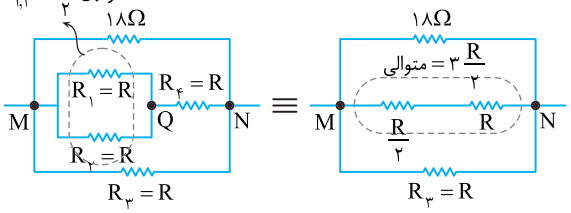
خط فکری ۱ ابتدا باید مقاومت معادل را برحسب R و مقاومت ۱۸Ω به‌دست آوریم.

۲ شکل مدار، پیچیده به نظر می‌رسد، بنابراین با نام‌گذاری، شکل مدار را ساده می‌کنیم. دو سر سیم بدون مقاومت را با یک حرف نام‌گذاری می‌کنیم.



۱ مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ بین دو نقطهٔ M و Q قرار دارند، مقاومت $R_۳$ بین M و N و مقاومت $R_۴$ بین Q و N قرار دارد و مدار به شکل زیر است:

$R_{۱,۲}=\frac{R}{۲}$ موازی

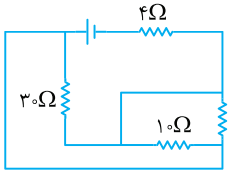


۲ سه مقاومت موازی بوده و با توجه به صورت مسئله مقاومت معادل آن‌ها $\frac{R}{۲}$ است.

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{\frac{۳R}{۲}}+\frac{۱}{R} \xrightarrow{R_{eq}=\frac{R}{۲}} \frac{۱}{\frac{R}{۲}}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۲}{۳R}+\frac{۱}{R} \Rightarrow \frac{۲}{R}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۲}{۳R}+\frac{۱}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{R}-\frac{۲}{۳R}-\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۱۸} \Rightarrow \frac{۶-۲-۳}{۳R}=\frac{۱}{۱۸} \Rightarrow \frac{۱}{۳R}=\frac{۱}{۱۸} \Rightarrow R=۶\Omega$$

بازی با سؤال مقاومت معادل در شکل روبه‌رو چند اهم است؟



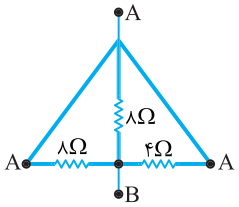
۱) ۴
۲) صفر
۳) ۷
۴) ۱۲

گزینهٔ ۳

۳ ۲۱۴۹ C

خط فکری هر گاه سیم‌های مدار به صورت قرار گیرند یعنی سیم‌ها با یکدیگر تقاطع دارند و اگر سیم‌ها به صورت قرار گرفته باشند یعنی سیم‌ها از روی یکدیگر عبور کرده‌اند.

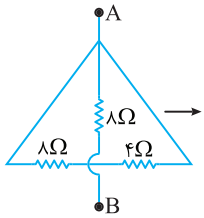
شکل (الف) هر سه مقاومت دو به دو پشت سر هم قرار گرفته‌اند و با یکدیگر موازی‌اند:

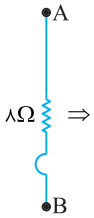


$$\frac{۱}{R_{eq(الف)}}=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۴}=\frac{۱+۱+۲}{۸}=\frac{۴}{۸}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{R_{eq(الف)}}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow R_{eq(الف)}=۲\Omega$$

شکل (ب) تنها مقاومت ۸Ω به دو سر A و B وصل است. دقت کنید که دو مقاومت دیگر تنها به سر A وصل هستند و در واقع بین دو نقطهٔ A و B قرار نگرفته‌اند.





بنابراین $R_{eq_{(ب)}}=۸\Omega$

$$\frac{R_{eq(الف)}}{R_{eq(ب)}}=\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}$$

۲ ۲۱۵۰ B

خط فکری این بار یک خط فکری کلی را به شما ارائه می‌دهیم.

روش نقاط هم‌پتانسیل برای ساده کرد مدارها (نام‌گذاری مدار):

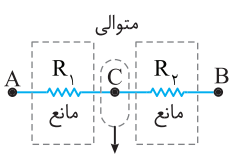
۱ نقاطی از مدار که تنها با سیم به هم وصل باشند، دارای پتانسیل یکسان‌اند و این نقاط را با یک نام مثلاً A مشخص می‌کنیم.

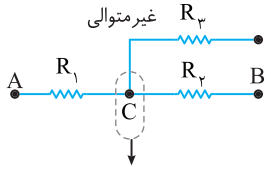
۲ یک طرف باتری (مثلاً سمت راست باتری) را نقطه A و سمت دیگر (سمت چپ) را B می‌نامیم.

۳ حال تمام نقاطی که تنها با سیم به A (B) وصل شده‌اند را A (B) می‌نامیم (دقت کنید شکل را شلوغ نکنید. شما تنها کافی است بفهمید دو سر مقاومت چه نامی می‌گیرد سپس سر هر مقاومت که تنها با سیم به A (B) وصل شده است را A (B) می‌نامیم.)

۴ اگر به یک مانع برخوردیم (یعنی دیگر تنها سیم نبود و بین یک نقطه تا نقطه دیگر مقاومت، ولت‌سنج و باتری قرار داشت) نام نقطه باید عوض شود.

۵ بین دو مقاومت اگر یک نقطه مشترک و منحصر به فرد (یعنی فقط برای این دو مقاومت باشد) قرار داشت این دو مقاومت متوالی‌اند.

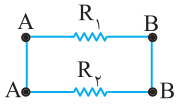




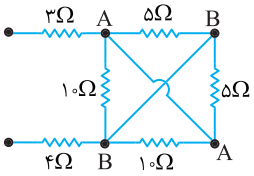
نقطهٔ مشترک اما بین $R_۱$ و $R_۲$ نقطهٔ مشترک و منحصربه فرد بین A و B منحصربه فرد نیست.

اگر نامی که دو سر مقاومت‌ها قرار می‌گیرند یکسان باشند، مقاومت‌ها باهم موازی‌اند.

۶ در شکل روبه‌رو دو سر هر دو مقاومت نام‌های یکسان A و B قرار دارد پس مقاومت‌ها باهم موازی هستند.



دقت کنید مقاومت‌های ۵ اهمی و ۱۰ اهمی تماماً بین دو نقطه B و A بسته شده‌اند پس موازی‌اند:



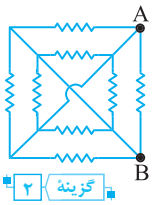
$$\frac{1}{R_{AB}}=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\Rightarrow R_{AB}=\frac{5}{3}\Omega$$

$$R_{eq}=3+4+\frac{5}{3}\Rightarrow R_{eq}=\frac{26}{3}\Omega$$

بازی با سوال در مدار مقابل تمام مقاومت‌ها مشابه و ۱۲Ω هستند. مقاومت معادل بین A و B چند اهم است؟ (هر مقاومت ۱۲Ω)

۱) ۲ ۲) ۱/۵

۳) ۶ ۴) ۴

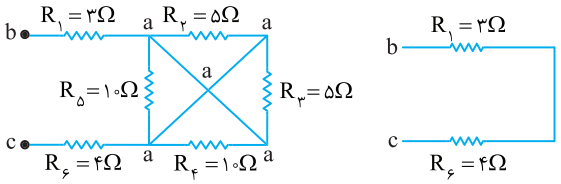


گزینهٔ ۲

B ۲۱۵۱ ۲

نقاطی که با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند را با یک حرف نام‌گذاری می‌کنیم. به شکل نگاه کنید دو سر مقاومت‌های R_2، R_3، R_4 و R_5 حرف یکسان قرار دارد، بنابراین چهار مقاومت R_2، R_3، R_4 و R_5 اتصال کوتاه هستند و از مدار حذف می‌شوند. آن‌ها را از مدار حذف کرده و به جای آن‌ها یک سیم قرار می‌دهیم. در این صورت مدار به شکل زیر است و دو مقاومت R_1 و R_6 باهم متوالی می‌شوند در نتیجه:

$$R_{eq}=R_{bc}=R_1+R_6=3+4\Rightarrow R_{bc}=7\,\Omega$$



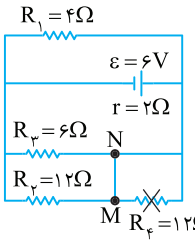
B ۲۱۵۲ ۱

خط فکری همهٔ اطلاعات مدار داده شده است، پس ابتدا مقاومت معادل را به‌دست آورده و به کمک آن جریان مدار را به‌دست می‌آوریم.

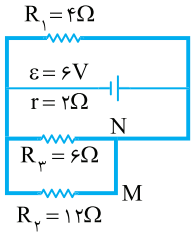
پتانسیل دو سر سیم M و N یکسان است و با توجه به شکل مقاومت R_4 اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌گردد.

۱ با توجه به شکل، دو سر هر سه مقاومت به هم وصل است و هر سه مقاومت باهم موازی‌اند بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{4}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}\Rightarrow R_{eq}=2\Omega$$

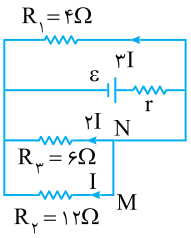


۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{6}{2+2}=\frac{6}{4}=1/5A$$

۳ در مقاومت‌های موازی، جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، برای حل سؤال جریان عبوری از مقاومت R_2 را I می‌گیریم، پس جریان عبوری از مقاومت $R_3=6\,\Omega$ (که مقدار مقاومت آن نصف R_2 است) 2I و جریان عبوری از مقاومت $R_1=4\,\Omega$ (که مقدار مقاومت آن یک سوم R_2 است) 3I خواهد بود و مجموع جریان شاخه‌های موازی برابر جریان کل مدار است از این‌رو:



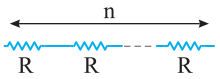
$$1/5=3I+2I+I\Rightarrow 1/5=6I\Rightarrow I=0/25A$$

جریان عبوری از سیم MN برابر $I=0/25A$ است.

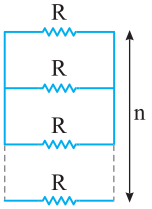
B ۲۱۵۳ ۲

یادآوری مقاومت معادل n مقاومت یکسان:

۱ متوالی: $R_{eq}=nR$

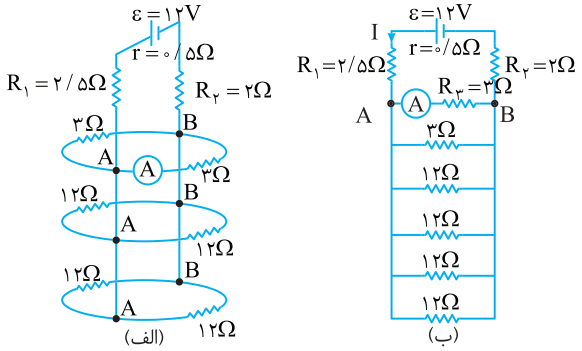


۲ موازی: $R_{eq}=\frac{R}{n}$



به مدار دقت کنید تمام مقاومت‌ها به‌جز دو مقاومت R_1 و R_2 باهم موازی هستند و همهٔ آن‌ها بین دو نقطهٔ B و A بسته شده‌اند و ساده شدهٔ مدار به صورت شکل (ب) است، بنابراین مقاومت معادل این مقاومت‌های موازی برابر است با:

$$\frac{1}{R_{AB}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{4+4+1+1+1+1}{12}\Rightarrow R_{AB}=1\Omega$$



مقاومت‌های R_1، R_{AB} و R_2 باهم متوالی هستند بنابراین مقاومت معادل کل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=2/5+2+1=5/5\,\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{5/5+0/5}\Rightarrow I=2A$$

با توجه به اینکه در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها برابر است، جریان مقاومت R_1، R_2 و R_{AB} برابر جریان مدار یعنی 2A است از این‌رو اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B بنا به قانون اهم برابر است با:

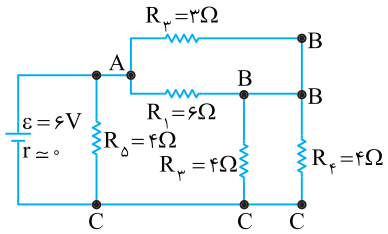
$$V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow V_{AB}=2\times 1=2V$$

آمپرسنج جریان I_3 که از مقاومت $R_3=3\,\Omega$ می‌گذرد را نشان می‌دهد که اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر 2V است.

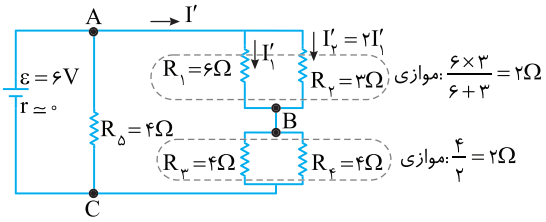
$$V_{3\Omega}=V_{AB}=2V\ ,\ I_3=\frac{V_{AB}}{R_3}=\frac{2}{3}A$$

B ۲۱۵۴ ۱

خط فکری مهم‌ترین نکته در حل این تست این است که باتری آرمانی بوده و مقاومت درونی ندارد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت و برابر 6V است.



مدار را با نام‌گذاری ساده می‌کنیم. در شاخهٔ سمت راست چهار مقاومت R_1، R_2، R_3 و R_4 وجود دارد که مقاومت معادل آن خواهد شد:



$R = ۲+۲ = ۴\ \Omega$

اما با توجه به اینکه باتری مقاومت درونی ندارد و معادل این چهار مقاومت به‌طور موازی به باتری بسته شده، ولتاژ دو سر آن‌ها برابر نیروی محرکهٔ باتری یعنی $۶V$ است و

جریان این شاخه I' خواهد شد: $I' = \frac{V}{R} \Rightarrow I' = \frac{۶}{۴} = ۱/۵A$

این جریان بین مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

بنابراین: $I' = I'_۱ + I'_۲ \xrightarrow{I'_۲ = ۲I'_۱} I' = ۳I'_۱ \Rightarrow ۱/۵ = ۳I'_۱ \Rightarrow I'_۱ = ۰/۵A$

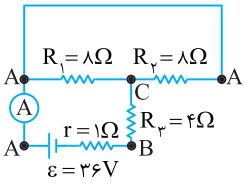
جریان گذرنده از مقاومت ۶Ω، $۰/۵A$ است.

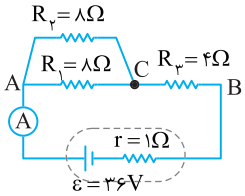
دقت کردید در حل این مسئله مقاومت $R_۱ = ۴\Omega$ نقشی نداشت و نیازی به محاسبهٔ مقاومت معادل کل مدار نبود.

۲ ۲۱۵۵ B

خط فکری ابتدا باید با نام‌گذاری مدار را ساده کنید، سپس مقاومت معادل را حساب کنید. آمپرسنج با باتری متوالی بسته شده و جریان کل مدار را نشان می‌دهد بنابراین بعد از محاسبه R_{eq}، جریان را به‌دست آورید.

۱ با توجه به نام‌گذاری روی شکل، دو سر باتری به نقاط A و B متصل است. مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ هر کدام بین دو نقطهٔ A و C بسته شده‌اند و مقاومت $R_۳$ بین نقاط B و C است بنابراین مدار به صورت شکل روبه‌رو است.





۲ مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند.

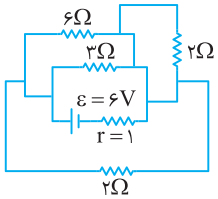
$R_{۱۲} = \frac{۸}{۲} = ۴\Omega$

۳ مقاومت معادل $R_{۱۲}$ با مقاومت $R_۳$ متوالی است و مقاومت معادل برابر است با:

$R_{eq} = R_{۱۲} + R_۳ = ۴+۴ = ۸\Omega$

۴ جریان مدار خواهد شد: $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{۳۶}{۸+۱} = ۴A$

بازی با سؤال در مدار زیر، افت پتانسیل درونی باتری چند ولت است؟

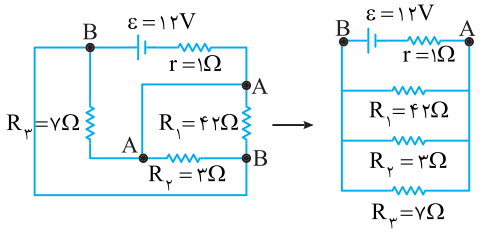


۱) ۲
۲) ۳
۳) ۱
۴) ۴

گزینهٔ ۲

۳ ۲۱۵۶ B

۱ به شکل مدار دقت کنید، باتری به دو نقطهٔ A و B متصل است همچنین هر سه مقاومت بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و باهم موازی هستند.



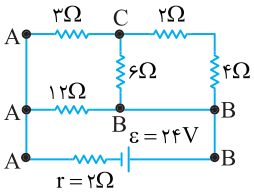
۲ مقاومت معادل مدار خواهد شد: $\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{۴۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۷} = \frac{۱+۱۴+۶}{۴۲} \Rightarrow R_{eq} = ۲\Omega$

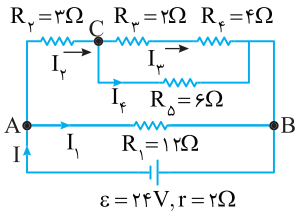
۳ جریان کل برابر است با: $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I = \frac{۱۲}{۲+۱} = ۴A$

۴ اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری بنابراین خواهیم داشت: $V = \varepsilon - Ir \Rightarrow V = ۱۲ - ۴\times۱ \Rightarrow V = ۸V$

۲ ۲۱۵۷ B

ابتدا با نام‌گذاری مدار را ساده‌تر رسم می‌کنیم.

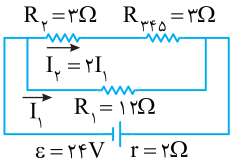




مقاومت ۲Ω و ۴Ω باهم متوالی هستند: $R_{۳۴} = ۲+۴ = ۶\Omega$

و معادل ۲Ω و ۴Ω با ۶Ω موازی است: $R_{۳۴۵} = \frac{۶}{۲} = ۳\Omega$

مقاومت $R_{۳۴۵}$ با $R_۲$ متوالی است: $R_{۲۳۴۵} = ۳+۳ = ۶\Omega$



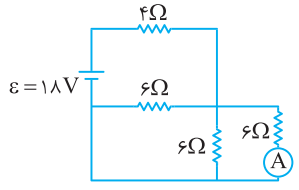
مقاومت شاخه بالایی موازی مقاومت $R_۱$ است و مقاومت کل برابر خواهد شد: $R_{eq} = \frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲} = ۴\Omega$

جریان مدار برابر است با: $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I = \frac{۲۴}{۴+۲} \Rightarrow I = ۴A$

مقاومت شاخهٔ بالایی نصف مقاومت شاخه پایینی است از این‌رو جریان گذرنده از شاخه بالایی دو برابر جریان شاخه پایینی است: $\begin{cases} I = I_۱ + I_۲ \\ I_۲ = ۲I_۱ \end{cases} \Rightarrow I_۱ = \frac{۴}{۳}A \ , \ I_۲ = \frac{۸}{۳}A$

جریان $I_۲ = \frac{۸}{۳}A$ به دو جریان $I_۳$ و $I_۴$ تقسیم می‌شود. البته مقاومت $R_۵ = ۶\Omega$ با مقاومت معادل $R_{۲۳} = ۲+۴ = ۶\Omega$ برابر است و جریان به‌طور یکسان بین آن‌ها تقسیم می‌شود و جریان $I_۴$ خواهد شد: $I_۴ = \frac{\frac{۸}{۳}}{۲} = \frac{۴}{۳}A$

بازی با سؤال در مدار روبه‌رو، آمپرسنج A چند آمپر را نشان خواهد داد؟

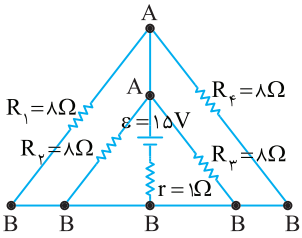


۱) ۱
۲) ۱/۵
۳) ۳
۴) ۲

گزینهٔ ۱

B ۲ ۲۱۵۸

با نام‌گذاری مشخص می‌شود که تمام مقاومت‌ها بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و باهم موازی هستند و مقاومت معادل آن خواهد شد:



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۸}=\frac{۱}{۲}$$
$$\Rightarrow R_{eq}=۲\Omega$$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۱۵}{۲+۱}=۵A$$

اندازه مقاومت‌ها باهم برابر است پس جریان عبوری از مقاومت‌ها باهم برابر می‌باشد:

$$I_۱=I_۲=I_۳=I_۴$$

مجموع جریان مقاومت‌ها برابر جریان کل مدار است از این‌رو:

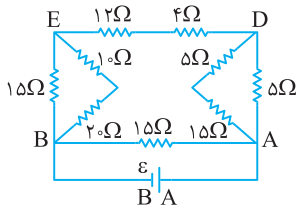
$$I_۱+I_۲+I_۳+I_۴=۵A\Rightarrow I_۱=I_۲=I_۳=I_۴=\frac{۵}{۴}=۱/۲۵A$$

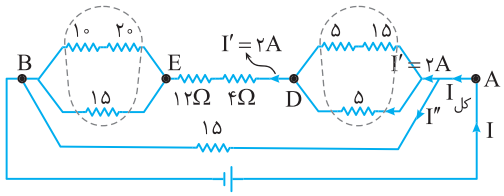
B ۴ ۲۱۵۹

جریانی که از مولد می‌گذرد جریان کل است. قرار است از روی جریان یک مقاومت (۴Ω) به جریان کل برسیم.

مدار را نام‌گذاری می‌کنیم تا ساده‌تر شود. این مدار از دو شاخه موازی تشکیل شده است.

ابتدا مقاومت معادل شاخهٔ بالایی را حساب می‌کنیم.





مقاومت‌های ۱۰Ω و ۲۰Ω متوالی هستند: $۱۰+۲۰=۳۰\Omega$

مقاومت ۳۰Ω با مقاومت ۱۵Ω موازی است و مقاومت معادل بین B و E خواهد شد:

$$R_{BE}=\frac{۱۵\times۳۰}{۱۵+۳۰}=۱۰\Omega$$

مقاومت‌های ۵Ω و ۱۵Ω باهم متوالی هستند: $۱۵+۵=۲۰\Omega$

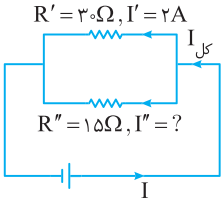
مقاومت ۲۰Ω با مقاومت ۵Ω موازی است و مقاومت معادل بین D و A خواهد شد:

$$R_{AD}=\frac{۲۰\times۵}{۲۰+۵}=۴\Omega$$

سرانجام مقاومت معادل شاخهٔ بالایی برابر است با: $R_{\text{بالایی}}=۱۰+۱۲+۴+۴=۳۰\Omega$

مقاومت شاخهٔ پایینی (۱۵Ω) است که نصف مقاومت شاخهٔ بالایی (۳۰Ω) است و جریان شاخهٔ پایینی دو برابر جریان شاخهٔ بالایی است.

به شکل نگاه کنید، جریان مقاومت ۴Ω که برابر $۲A$ است، جریان کل شاخهٔ بالایی است.



بنابراین جریان شاخهٔ پایینی $I_{\text{پایینی}}=۲\times۲=۴A$

است و جریان کل مدار خواهد شد:

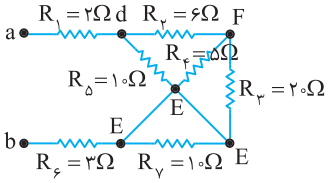
$$I_{\text{باتری}}=I_{\text{بالایی}}+I_{\text{پایینی}}=۲+۴=۶A$$

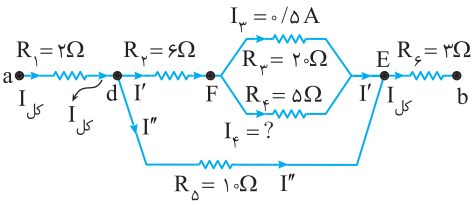
B ۴ ۲۱۶۰

خط فکری مدار تا حدودی پیچیده است و باید با نام‌گذاری آن را ساده‌تر کنیم تا متوالی و موازی‌بودن مقاومت‌ها به راحتی تشخیص داده شود. از طرفی اگر در نام‌گذاری، مقاومتی وجود داشته باشد که حرف دو طرف آن یکسان باشد، آن مقاومت از مدار حذف می‌شود.

۱ ابتدا با نام‌گذاری مدار را ساده می‌کنیم. در نام‌گذاری دو سر مقاومت $R_۷=۱۰\Omega$ دارای حرف یکسان E است، بنابراین این مقاومت از مدار حذف می‌شود.

با توجه به شکل قرار است از $I_۳$ به $I_{\text{کل}}$ برسیم (جزء به کل).





۲ مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ موازی هستند و مقاومت $R_۴$، $\frac{۱}{۴}$ مقاومت $R_۳$ و جریان آن ۴ برابر $I_۳$ یعنی $I_۴=۴\times۰/۵=۲A$ است. بنابراین جریان شاخهٔ بالایی I' خواهد شد:

$$I'=I_۳+I_۴=۰/۵+۲=۲/۵A$$

۳ به سراغ مقاومت معادل شاخهٔ بالایی می‌رویم. مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{۳۴}=\frac{R_۳R_۴}{R_۳+R_۴}=\frac{۵\times۲۰}{۵+۲۰}=۴\Omega$$

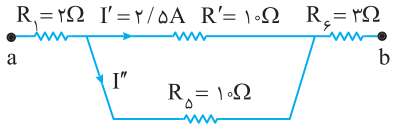
این مقاومت با مقاومت $R_۲=۶\Omega$ متوالی است. از این‌رو:

$$\text{مقاومت شاخه بالایی}=R_{۳۴}+R_۲=۴+۶=۱۰\Omega$$

۴ مقاومت شاخهٔ بالایی و مقاومت شاخهٔ پایینی باهم برابر شد، از این‌رو جریان آن‌ها نیز یکسان و برابر $I''=I'=۲/۵A$ است.

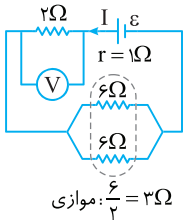
۵ جریان مقاومت $R_۱=۲\Omega$ که جریان کل است خواهد شد:

$$I=I'+I''=۲/۵+۲/۵=۵A$$



B ۴ ۲۱۶۱

خط فکری هرگاه مقدار ε یا r مجهول باشد، باید با توجه به اطلاعات مدار جریان خروجی از باتری و یا اختلاف پتانسیل دو سر باتری را به‌دست آورده و سپس با استفاده از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ یا $V=\varepsilon-rI$، مقدار نیروی محرکه یا مقاومت داخلی را به‌دست آوریم.



ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۲Ω را ۴ ولت نشان داده است، بنابراین جریان این مقاومت که برابر جریان کل مدار است خواهد شد:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۴}{۲}=۲A$$

مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم. مقاومت‌های ۶Ω باهم موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با $\frac{۶}{۲}=۳\Omega$ و این مقاومت ۳ اهمی با مقاومت ۲ اهمی متوالی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

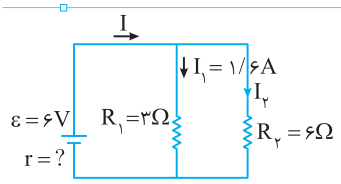
$$R_{eq}=۳+۲=۵\Omega$$

به کمک جریان مدار، نیروی محرکهٔ باتری را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۲=\frac{\varepsilon}{۵+۱}\Rightarrow \varepsilon=۱۲V$$

B ۲ ۲۱۶۲

۱ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود. مقدار مقاومت ۶Ω، دو برابر مقاومت ۳Ω بوده، پس جریان عبوری از آن نصف جریان عبوری از مقاومت ۳Ω است، یعنی $I_۲=۰/۸A$ است.



۲ جریان کل مدار برابر است با: $I=I_۱+I_۲=۱/۶+۰/۸=۲/۴A$

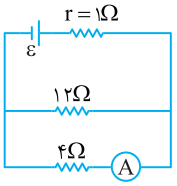
۳ مقاومت معادل خواهد شد: $R_{eq}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$

۴ با نوشتن رابطه جریان، مقاومت درونی به‌دست می‌آید:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۲/۴=\frac{۶}{۲+r}\Rightarrow r=۰/۵\Omega$$

بازی با سؤال در شکل زیر، آمپرسنج ۳A را نشان می‌دهد. در این صورت نیروی محرکه مولد (ε) چند ولت است؟ کنکور دهه‌های گذشته

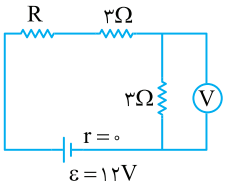
۱) ۱۲
۲) ۱۶
۳) ۲۰
۴) ۲۴



گزینهٔ ۲

B ۲ ۲۱۶۳

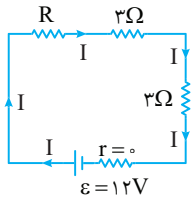
خط فکری باید به کمک عدد ولت‌سنج، جریان مدار را حساب کنید و در گام بعدی به کمک جریان مدار، مقاومت معادل مدار و در گام آخر مقاومت R را به‌دست بیاورید.



۱ ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۳ اهمی را نشان می‌دهد که مقدار آن ۴/۵V است. بنابراین می‌توان جریان مقاومت ۳ اهمی را به‌دست آورد:

$$I=\frac{V}{R}=I=\frac{۴/۵}{۳}=۱/۵A$$

۲ با توجه به اینکه تمام مقاومت‌های مدار به طور متوالی به باتری بسته شده‌اند، جریان کل مدار نیز ۱/۵A است. به کمک رابطهٔ جریان مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.



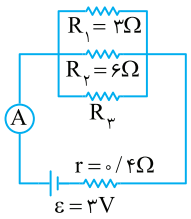
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۱/۵=\frac{۱۲}{R_{eq}+۰}\Rightarrow R_{eq}=۸\Omega$$

۳ هر سه مقاومت متوالی هستند، بنابراین:

$$R_{eq}=R_۱+R_۲+R_۳\Rightarrow ۸=R+۳+۳\Rightarrow R=۲\Omega$$

B ۳ ۲۱۶۴

خط فکری در گام نخست با توجه به موازی بودن مقاومت‌ها، مقاومت معادل را حساب می‌کنیم و در گام بعدی این مقاومت معادل را برابر ۲۰٪ مقاومت $R_۳$ قرار می‌دهیم تا $R_۳$ به‌دست آید و در گام نهایی با استفاده از رابطهٔ جریان، عدد آمپرسنج را حساب می‌کنیم.



مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ با هم موازی هستند و مقاومت معادل خواهد شد:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}\Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{R_۳}\Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{R_۳} \quad (I)$$

بنابر فرض مسئله مقاومت معادل ۲۰٪ مقاومت $R_۳$ است، یعنی $R_{eq}=۰/۲R_۳$ است، بنابراین در رابطهٔ (I) به جای مقاومت معادل R_{eq} مقدار $۰/۲R_۳$ را قرار می‌دهیم و $R_۳$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{۰/۲R_۳}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{R_۳}\Rightarrow \frac{۱۰}{۲R_۳}-\frac{۱}{R_۳}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \frac{۴}{R_۳}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow R_۳=۸\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل برابر است با:

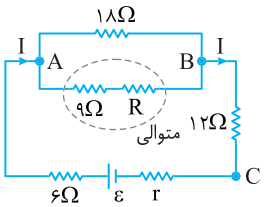
$$R_{eq}=۰/۲R_۳=۰/۲\times۸\Rightarrow R_{eq}=۱/۶\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳}{۱/۶+۰/۴}\Rightarrow I=۱/۵A$$

B ۲ ۲۱۶۵

خط فکری به فرض مسئله دقت کنید اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $۱۸\Omega(V_{AB})$ با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۲Ω (V_{BC}) برابر است. بنابراین باید مقاومت R_{AB} با مقاومت R_{BC} برابر باشد. با توجه به این مطلب مسئله را حل می‌کنیم.



در گام اول مقاومت معادل بین دو نقطهٔ AB را حساب می‌کنیم. مقاومت R و ۹Ω متوالی و معادل آن‌ها با مقاومت ۱۸Ω موازی است. بنابراین:

$$\frac{۱}{R_{AB}}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{R+۹}\Rightarrow R_{AB}=\frac{(۱۸)\times(R+۹)}{۲۷+R}$$

در گام دوم برای آن که $V_{AB}=V_{BC}$ باشد باید مقاومت R_{AB} با مقاومت R_{BC} برابر باشد از این‌رو:

$$V_{AB}=V_{BC}\Rightarrow IR_{AB}=IR_{BC}\Rightarrow$$

$$R_{AB}=R_{BC}=\frac{۱۸(R+۹)}{۲۷+R}=۱۲\Rightarrow \frac{۳(R+۹)}{۲۷+R}=۲$$

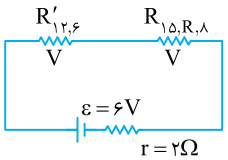
$$\Rightarrow ۳R+۲۷=۵۴+۲R\Rightarrow R=۲۷\Omega$$

B ۲ ۲۱۶۶

دو مقاومت ۱۲Ω و ۶Ω با هم موازی و سه مقاومت ۸Ω و R و ۱۵Ω نیز با هم موازی‌اند. ولتاژ دو سر مقاومت ۶Ω با ولتاژ معادل مقاومت‌های ۱۲Ω و ۶Ω برابر است چون با هم موازی‌اند.

ولتاژ دو سر مقاومت ۸Ω با ولتاژ معادل مقاومت‌های R، ۸Ω و ۱۵Ω برابر است چون با هم موازی‌اند.

طبق سؤال ولتاژ مقاومت ۶Ω با مقاومت ۸Ω برابر است.



$$R_{۱۵,R,۸}=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$$

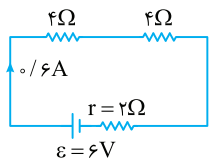
ولتاژ مقاومت‌های روبه‌رو برابر است.

بنابراین مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=۸\Omega$$

جریان کل:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۶}{۸+۲}=۰/۶A$$

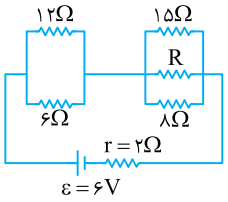


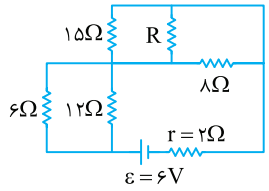
اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های ۴Ω برابر است:

$$V=RI=۴\times۰/۶=۲/۴V$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۸Ω نیز $۲/۴V$ است:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow ۸=\frac{۲/۴}{I}\Rightarrow I=۰/۳A$$





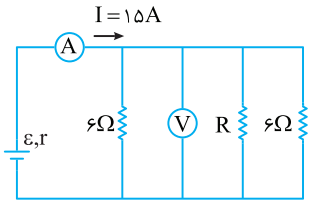
B ۲۱۶۷ ۳

خط فکری باید به کمک جریان و ولتاژ داده شده به سراغ مقاومت معادل برویم. آمپرسنج با باتری متوالی بسته شده و جریان کل مدار را نشان می‌دهد و ولت‌سنج به دو سر باتری بسته شده است و ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد.

۱ با توجه به خط فکری بیان شده، جریان مدار ۱۵A و اختلاف پتانسیل دو سر مدار (باتری) ۳۰ ولت است، بنابراین:

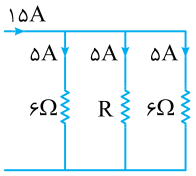
$$R_{eq}=\frac{V}{I_{کل}}=\frac{۳۰}{۱۵}\Rightarrow R_{eq}=۲\Omega$$

۲ از طرفی مقاومت‌های ۶Ω ، R و ۶Ω با هم موازی هستند. پس:

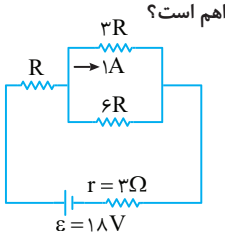


$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۶}$$
$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۶}\Rightarrow R=۶\Omega$$

روش دیگر: اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های ۶Ω برابر ۳۰V است، پس جریان عبوری از هر یک از آن‌ها برابر $R=\frac{V}{I}\Rightarrow I=۵A$ است و مطابق مدار مقابل ۱۵A = ۵+۵+۱۰A از مقاومت‌های ۶Ω می‌رسد و جریان ۵A از مقاومت R می‌گذرد، بنابراین مقاومت R نیز ۶Ω است.



بازی با سؤال در مدار شکل زیر R چند اهم است؟



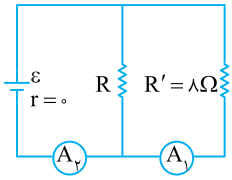
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

گزینهٔ ۲

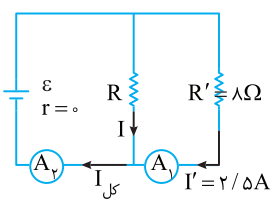
B ۲۱۶۸ ۳

ابتدا مقاومت معادل مقاومت‌های ۱۰Ω و ۴۰Ω را که با هم موازی‌اند را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{R'}=\frac{۱}{۴۰}+\frac{۱}{۱۰}$$
$$\Rightarrow\frac{۱}{R'}=\frac{۵}{۴۰}\Rightarrow R'=۸\Omega$$



آمپرسنج A_1 با مقاومت $R'=۸\Omega$ متوالی است و جریان آن را نشان می‌دهد و آمپرسنج A_2 با باتری متوالی است و جریان مدار را نشان می‌دهد.



$$I_{کل}=I+I'\Rightarrow ۳=I+۲/۵\Rightarrow I=۰/۵A$$

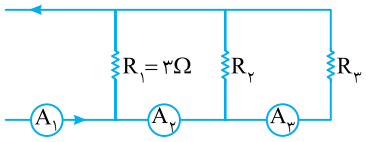
در مقاومت‌های موازی مقدار مقاومت با جریان عبوری از آن رابطهٔ عکس دارد، با توجه به اینکه I (جریان عبوری از مقاومت R)، $\frac{۱}{۵}$ جریان I' است. $(I=۰/۵A$ و $I'=۲/۵A)$، پس باید مقاومت R، ۵ برابر مقاومت R' باشد:

$$I=\frac{I'}{۵}\Rightarrow R=۵R'\Rightarrow R=۵\times۸=۴۰\Omega$$

حال مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R'}+\frac{۱}{R}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۴۰}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۶}{۴۰}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۴۰}{۶}=\frac{۲۰}{۳}$$

بازی با سؤال شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. آمپرسنج‌های ایده‌آل A_1 ، A_2 و A_3 به‌ترتیب ۵ ، ۳ و ۲/۵ آمپر را نشان می‌دهند. اگر $R_1=۳\Omega$ باشد، مقاومت‌های R_2 و R_3 به‌ترتیب از راست به چپ چند اُهم هستند؟



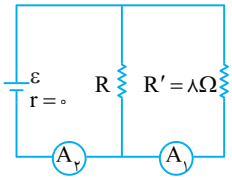
۱) ۲ و ۶
۲) ۲ و ۳
۳) ۱۲ و ۲/۴
۴) ۶ و ۳

گزینهٔ ۲

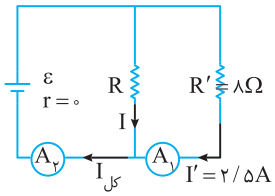
B ۲۱۶۹ ۳

ابتدا مقاومت معادل مقاومت‌های ۱۰Ω و ۴۰Ω را که با هم موازی‌اند را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{R'}=\frac{۱}{۴۰}+\frac{۱}{۱۰}$$
$$\Rightarrow\frac{۱}{R'}=\frac{۵}{۴۰}\Rightarrow R'=۸\Omega$$



آمپرسنج A_1 با مقاومت $R'=۸\Omega$ متوالی است و جریان آن را نشان می‌دهد و آمپرسنج A_2 با باتری متوالی است و جریان مدار را نشان می‌دهد.



$$I_{کل}=I+I'\Rightarrow ۳=I+۲/۵\Rightarrow I=۰/۵A$$

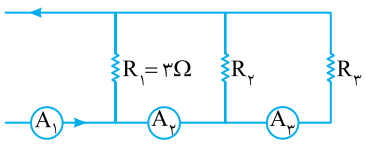
در مقاومت‌های موازی مقدار مقاومت با جریان عبوری از آن رابطهٔ عکس دارد، با توجه به اینکه I (جریان عبوری از مقاومت R)، $\frac{۱}{۵}$ جریان I' است. $(I=۰/۵A$ و $I'=۲/۵A)$، پس باید مقاومت R، ۵ برابر مقاومت R' باشد:

$$I=\frac{I'}{۵}\Rightarrow R=۵R'\Rightarrow R=۵\times۸=۴۰\Omega$$

حال مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R'}+\frac{۱}{R}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۴۰}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۶}{۴۰}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۴۰}{۶}=\frac{۲۰}{۳}$$

بازی با سؤال شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. آمپرسنج‌های ایده‌آل A_1 ، A_2 و A_3 به‌ترتیب ۵ ، ۳ و ۲/۵ آمپر را نشان می‌دهند. اگر $R_1=۳\Omega$ باشد، مقاومت‌های R_2 و R_3 به‌ترتیب از راست به چپ چند اُهم هستند؟



۱) ۲ و ۶
۲) ۲ و ۳
۳) ۱۲ و ۲/۴
۴) ۶ و ۳

گزینهٔ ۳

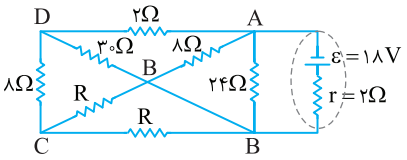
B ۲۱۷۰ ۲

در ابتدای حل مسئله بگوییم، راه‌حل طولانی است. بنابراین نگران نباشید اگر نتوانسته‌اید به پاسخ برسید. ابتدا جریان مدار را حساب می‌کنیم

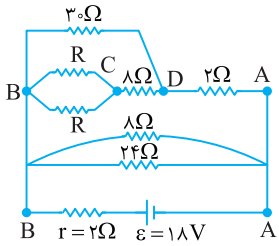
$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow ۱۲=۱۸-I\times۲\Rightarrow I=۳A$$

مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۳=\frac{۱۸}{R_{eq}+۲}\Rightarrow R_{eq}=۴\Omega$$



با نامگذاری مدار را ساده‌سازی کرده و مقاومت معادل را بر حسب R به‌دست می‌آوریم.



مقاومت معادل بین دو نقطهٔ B و D را با حرف x نمایش می‌دهیم، در این حالت مقاومت x با مقاومت ۲Ω متوالی است و مقاومت معادل x و ۲Ω با مقاومت‌های ۸Ω و ۲۴Ω موازی هستند، بنابراین:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{1}{8}+\frac{1}{24}+\frac{1}{x+2}$$

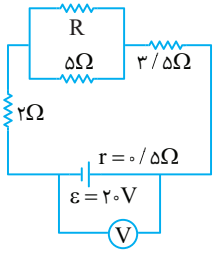
$$\frac{1}{4}-\frac{1}{8}-\frac{1}{24}=\frac{1}{x+2}\Rightarrow\frac{6-3-1}{24}=\frac{1}{x+2}\Rightarrow\frac{1}{12}=\frac{1}{x+2}$$

$$x=10\Omega\Rightarrow R_{BD}=10\Omega$$

$$\frac{1}{R_{BD}}=\frac{1}{30}+\frac{1}{\frac{R}{2}+8}\Rightarrow\frac{1}{10}-\frac{1}{30}=\frac{2}{R+16}=\frac{1}{15}=\frac{2}{R+16}\Rightarrow R=14\Omega$$

۴ ۲۱۷۱ B

خط فکری ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد. به کمک آن، جریان مدار را به‌دست بیاورید $(V=\varepsilon-Ir)$. با داشتن جریان مدار، مقاومت کل مدار قابل محاسبه است و با $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ داشتن مقاومت معادل مدار می‌توانید مقدار مقاومت R را حساب کنید.



۱ ولت‌سنج ۱۹V را نشان می‌دهد که اختلاف پتانسیل دو سر باتری است.

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow19=20-I\times0/5\Rightarrow I=2A$$

۲ مقاومت معادل مدار را به کمک جریان حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow2=\frac{20}{R_{eq}+0/5}\Rightarrow R_{eq}+0/5=10\Rightarrow R_{eq}=9/5\Omega$$

۳ مقاومت‌های ۲Ω و ۳/۵Ω با مقاومت معادل R و ۵Ω، متوالی هستند. از طرفی مقاومت معادل ۹/۵Ω است، بنابراین:

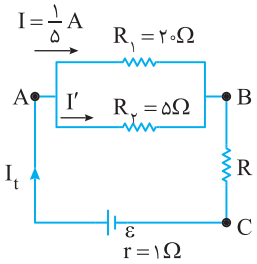
مقاومت معادل R و ۵Ω = ۹/۵ − (۲+۳/۵) = ۴Ω

۴ مقاومت‌های R و ۵Ω موازی هستند و معادل آن‌ها ۴Ω است، بنابراین:

$$\frac{R\times5}{R+5}=4\Rightarrow5R=4R+20\Rightarrow R=20\Omega$$

۴ ۲۱۷۲ A

به شکل نگاه کنید.



۱ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۲۰Ω همان اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B است از این رو:

$$V_{AB}=IR_1\Rightarrow V_{AB}=\frac{1}{5}\times20=4V$$

۲ ولتاژ دو سر مقاومت ۵Ω نیز ۴V بوده و جریان آن خواهد شد:

$$V=I'R_2\Rightarrow4=I'\times5\Rightarrow I'=\frac{4}{5}A$$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I_t=I+I'=\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\Rightarrow I=1A$$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری خواهد شد:

$$V=V_{AB}+V_{BC}\Rightarrow V=4+3=7V$$

۵ اکنون می‌توان نیروی محرکه باتری را به دست آورد.

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow7=\varepsilon-1\times1\Rightarrow\varepsilon=8V$$

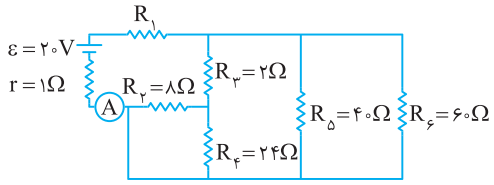
۱ ۲۱۷۳ B

خط فکری آمپرسنج به باتری وصل است و در واقع جریان کل را نشان می‌دهد. در گام نخست با توجه به جریان آمپرسنج و رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به مقاومت معادل و مدار، مقاومت R را حساب می‌کنیم:

۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow2=\frac{20}{R_{eq}+1}\Rightarrow\frac{10}{R_{eq}+1}=1\Rightarrow R_{eq}=9\Omega$$

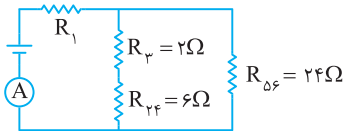
۲ دو سر مقاومت‌های R_5 و R_6 به هم وصل است و با هم موازی‌اند. دو سر مقاومت‌های R_4 و R_2 نیز به هم وصل است و با هم موازی‌اند:



$$R_{24}=\frac{8\times24}{8+24}=6\Omega\ ,\ R_{56}=\frac{60\times40}{60+40}=24\Omega$$

مقاومت‌های R_3 و R_{24} با هم متوالی‌اند:

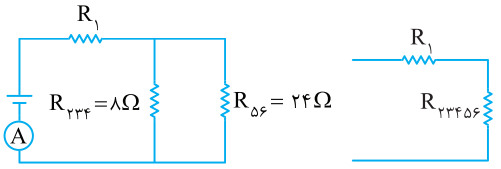
$$R_{234}=R_3+R_{24}=8\Omega$$



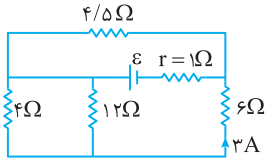
مقاومت‌های R_{56} و R_{234} با هم موازی‌اند و معادل آن‌ها با R_1 متوالی است:

$$\frac{1}{R_{23456}}=\frac{1}{24}+\frac{1}{8}=\frac{1}{6}\Rightarrow R_{23456}=6\Omega$$

$$R_{eq}=R_1+R_{23456}\Rightarrow9=R_1+6\Rightarrow R_1=3\Omega$$



بازی با سؤال **در مدار شکل روبه‌رو جریان عبوری از مقاومت ۶Ω برابر ۳A است. نیروی محرکهٔ باتری چند ولت است؟**

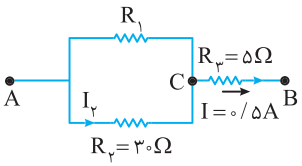


۱) ۱۸
۲) ۲۴
۳) ۳۶
۴) ۴۸

گزینهٔ ۳

C ۲۱۷۴ ۱

خط فکری اختلاف پتانسیل بین A و B برابر مجموع اختلاف پتانسیل بین A و C و اختلاف پتانسیل بین C و B است.



$V_{AB}=V_{AC}+V_{CB}$

ابتدا اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ C و B یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۳$ را به‌دست می‌آوریم.

$V_{CB}=V_۳=IR_۳=۰/۵\times۵\Rightarrow V_{CB}=۲/۵V$

اکنون اختلاف پتانسیل بین A و C برابر است با:

$V_{AC}=۸/۵-۲/۵=۶V$

یادآوری در مقاومت‌های موازی $R_۱$ و $R_۲$ ولتاژ دو سر $R_۱$ و $R_۲$ با ولتاژ دو سر مقاومت معادل آن‌ها برابر است، یعنی:

$V_{۱۲}=V_۱=V_۲$

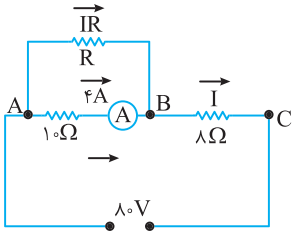
با توجه به یادآوری بیان شده ولتاژ بین A و C برابر ولتاژ دو سر مقاومت $R_۲$ است.

$V_{AC}=I_۲R_۲ \xrightarrow{V_{AC}=۶V} ۶=I_۲\times۳۰\Rightarrow I_۲=۰/۲A$

B ۲۱۷۵ ۴

یادآوری در مقاومت‌های موازی، ولتاژ دو سر هر مقاومت و ولتاژ دو سر مقاومت معادل آن‌ها برابر است. از طرفی در مقاومت‌های متوالی، ولتاژها با هم جمع می‌شود.

۱ آمپرسنج جریان ۴A را نشان می‌دهد، پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۰Ω و مقاومت R برابر است با:



$V_{AB}=IR=۱۰\times۴=۴۰V$

۲ حاصل‌جمع ولتاژ بین A و B و ولتاژ بین B و C برابر ولتاژ دو سر باتری است در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۸Ω خواهد شد:

$V_{AB}+V_{BC}=V\Rightarrow۴۰+V_{BC}=۸۰\Rightarrow V_{BC}=۴۰V$

جریان مقاومت BC برابر است با:

$I=\frac{V_{BC}}{R}=\frac{۴۰}{۸}=۵A$

مجموع جریان مقاومت R و جریان مقاومت ۱۰Ω، برابر ۵A است.

$I_R+۴=۵\Rightarrow I_R=۱A$

در مقاومت‌های موازی جریان هر شاخه با مقدار مقاومت رابطهٔ عکس دارد. جریان عبوری از مقاومت ۱۰Ω، (۴A) چهار برابر جریان عبوری از مقاومت R (۱A) است بنابراین، مقاومت R باید چهار برابر مقاومت ۱۰Ω باشد:

$R=۴۰\Omega$

B ۲۱۷۶ ۲

۱ آمپرسنج جریان اصلی مدار را ۰/۸A نشان داده است از این‌رو جریان گذرنده از سه مقاومت متوالی ۹Ω، R و ۴Ω برابر $I=۰/۸A$ است.

۲ ولت‌سنج به دو سر مقاومت R بسته شده و ولتاژ دو سر آن را ۱۲V نشان می‌دهیم: مقاومت R را حساب می‌کنیم:

$\begin{cases}V=۱۲V\\I=۰/۸A\end{cases}\Rightarrow R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{۱۲}{۰/۸}\Rightarrow R=\frac{۱۲۰}{۸}=۱۵\Omega$

۳ مقاومت معادل خواهد شد:

$R_{eq}=۴+۱۵+۹\Rightarrow R_{eq}=۲۸\Omega$

۴ به کمک جریان مدار نیروی محرکهٔ باتری را به‌دست می‌آوریم.

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow۰/۸=\frac{\varepsilon}{۲۸+۲}\Rightarrow\varepsilon=۲۴V$

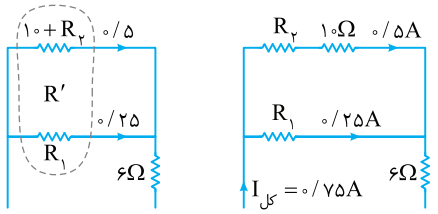
B ۲۱۷۷ ۴

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۰Ω را نشان می‌دهد:

$V=RI\Rightarrow۵=۱۰I\Rightarrow I=۰/۵A$

جریان شاخهٔ بالا دو برابر جریان شاخهٔ پایین است. در مقاومت‌های موازی جریان و مقدار مقاومت با هم رابطهٔ عکس دارند:

$\frac{۱۰+R_۲}{R_۱}=\frac{۰/۲۵}{۰/۵}\Rightarrow۲۰+۲R_۲=R_۱\Rightarrow R_۱-۲R_۲=۲۰\Rightarrow R_۱=۲R_۲+۲۰$



جریان کل از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ به‌دست می‌آید:

$۰/۷۵=\frac{۱۲}{۲+R_{eq}}\Rightarrow۱/۵+۰/۷۵R_{eq}=۱۲\Rightarrow R_{eq}=۱۴\Omega$

$R_{eq}=۶\Omega+R'\Rightarrow۱۴=۶+R'\Rightarrow R'=۸\Omega$

$\frac{۱}{۱۰+R_۲}+\frac{۱}{R_۱}=\frac{۱}{۸}\Rightarrow\frac{۱}{۱۰+R_۲}+\frac{۱}{۲۰+۲R_۲}=\frac{۱}{۸}\Rightarrow\frac{۳}{۲۰+۲R_۲}=\frac{۱}{۸}$

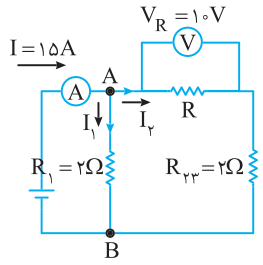
$\Rightarrow۲۴=۲۰+۲R_۲\Rightarrow R_۲=۲\Omega\Rightarrow R_۱=۴+۲۰=۲۴\Omega$

C ۲۱۷۸ ۲

برای جریان‌ها داریم:

۱ مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$



۲ مجموع جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ با جریان کل مدار که آمپرسنج نشان می‌دهد برابر است.

$I_{کل}=I_۱+I_۲\Rightarrow I_۱+I_۲=۱۵A\ (۱)$

مقاومت $R_۱$ بین دو نقطهٔ A و B بسته شده است، شاخه سمت راست که شامل مقاومت R و $R_{۲۳}$ است نیز بین این دو نقطه بسته شده است بنابراین مقاومت $R_۱$ با مقاومت معادل $R_{۲۳}$ و R موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است.

$V_{AB}:V_۱=V_R+V_{۲۳}\Rightarrow I_۱R_۱=۱۰+I_۲R_{۲۳}$

$\Rightarrow۲I_۱=۱۰+۲I_۲\Rightarrow I_۱=I_۲+۵\qquad(۲)$

از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

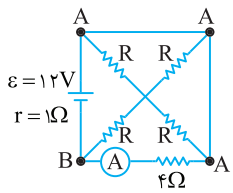
$\begin{cases}I_۱+I_۲=۱۵A\\I_۱-I_۲=۵A\end{cases}\Rightarrow I_۱=۱۰A\ ,\ I_۲=۵A$

اکنون با استفاده از قانون اهم داریم:

$R=\frac{V}{I_۲}=\frac{۱۰}{۵}=۲\Omega$

B ۲۱۷۹ ۱

به مدار خوب نگاه کنید. با نام‌گذاری کاملاً مشخص است که مقاومت ۴Ω مانند باتری بین دو نقطهٔ A و B بسته شده، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است.



$V_{۴\Omega}=V_{باتری}=\varepsilon-Ir \xrightarrow{Ir=۴V\ ,\ \varepsilon=۱۲V}$

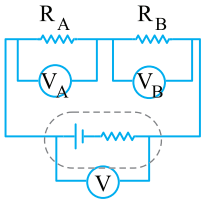
$V_{۴\Omega}=۱۲-۴=۸V$

آمپرسنج جریان مقاومت ۴Ω را نشان می‌دهد که برابر است با:

$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{۸}{۴}=۲A$

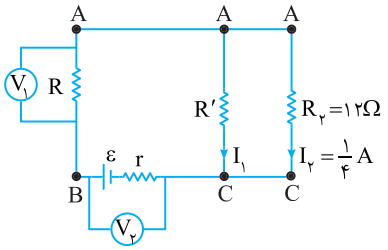
B ۲۱۸۰ ۳

خط فکری مهم‌ترین مسئله در حل این تست این است که بدانیم مجموع اختلاف پتانسیل تمام اجزاء مدار با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است، پس به سراغ اختلاف پتانسیل هر قسمت از مدار می‌رویم تا ولتاژ دو سر باتری را به‌دست آوریم.



$V_{\text{بازی}} = V \Rightarrow V = V_A + V_B$

۱ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را ولت‌سنج $V_1 = 12V$ نشان می‌دهد. بنابراین $V_{AB} = 12V$ است.



۲ مقاومت‌های R_2 و R' موازی هستند و ولتاژ دو سر آن‌ها با ولتاژ دو سر مقاومت معادل آن‌ها برابر است.

$$V_{AC} = V_{R_2} = R_2 I_2 \Rightarrow V_{AC} = 12 \times \frac{1}{4} = 3V$$

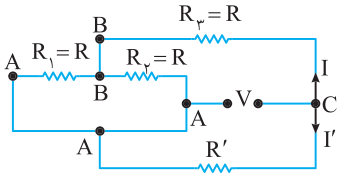
۳ ولت‌سنج V_2 ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد بنابراین:

$$V_{BC} = V_{AB} + V_{AC} \Rightarrow V_2 = 12 + 3 = 15V$$

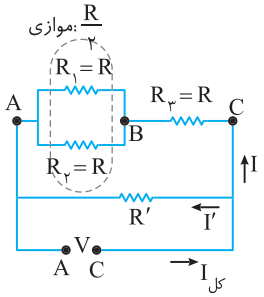
B ۲۱۸۱ ۱

خط فکری در حل این مسئله باید ابتدا با نام‌گذاری مدار را به ساده‌ترین حالت رسم کنید تا متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها مشخص شود و تقسیم جریان قابل بررسی شود.

۱ مدار را نام‌گذاری می‌کنیم. دو سر منبع نیروی محرکه را با حروف A و C مشخص کرده‌ایم:



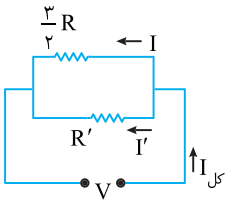
R' بین A و C وصل شده است. R_1 و R_2 بین A و B و R_3 نیز بین B و C بسته شده و مدار به شکل روبه‌رو است.



۲ مقاومت معادل شاخهٔ بالایی که شامل ۳ مقاومت R است برابر است با:

$$R_{\text{بالایی}} = \frac{R}{2} + R = \frac{3R}{2}$$

۳ شاخهٔ بالایی و شاخه پایینی باهم موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر شاخهٔ بالایی و پایینی برابر است. از طرفی در فرض مسئله بیان شده که I و I' برابر است. بنابراین:



$$V_{\text{بالایی}} = V_{\text{پایینی}} \Rightarrow \frac{3}{2} RI = R'I' \xrightarrow{I=I'} R' = \frac{3}{2} R$$

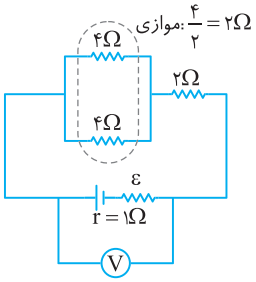
B ۲۱۸۲ ۳

یادآوری اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر اختلاف پتانسیل مدار خارجی است.

$V_{\text{باتری}} = V_{R_{eq}} = IR_{eq}$

جریان مدار $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ و اختلاف پتانسیل دو سر مدار $V = IR_{eq}$ است بنابراین با جایگذاری جریان می‌توان نوشت:

$$V = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} R_{eq} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{V} = \frac{R_{eq} + r}{R_{eq}}$$



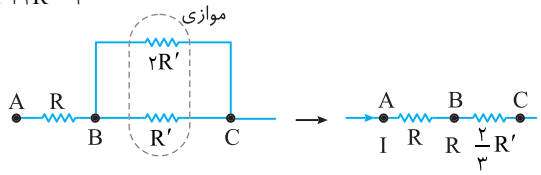
با توجه به مدار مقاومت معادل برابر است با: $R_{eq} = 2 + 2 = 4\Omega$

در نتیجه: $\frac{\varepsilon}{V} = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4}$

B ۲۱۸۳ ۴

خط فکری در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها یکسان است و در این مدار مقاومت معادل R' و $2R'$ با مقاومت R متوالی است. از طرفی ولتاژ دو سر تمام مقاومت‌ها برابر است بنابراین ولتاژ دو قسمت مدار یعنی AB و BC را باید برابر قرار دهیم.

۱ مقاومت معادل R' و $2R'$ برابر است با: $\frac{R' \times 2R'}{R' + 2R'} = \frac{2}{3} R'$



۲ با توجه به فرض مسئله اختلاف پتانسیل دو سر تمام مقاومت‌ها یکسان است یعنی:

$$V_{AB} = V_{BC} \Rightarrow IR = I\left(\frac{2}{3} R'\right) \Rightarrow \frac{R}{R'} = \frac{2}{3}$$

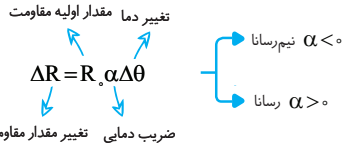
B ۲۱۸۴ ۴

خط فکری دسته‌ای از مواد مانند ژرمانیم و سیلیسیم وجود دارند که مقاومت ویژه آن‌ها بین مقاومت ویژه رساناها و نارساناهاست یعنی مقاومت ویژه نیم‌رساناها به‌صورت $\rho_{\text{رسانا}} < \rho_{\text{نیم‌رسانا}} < \rho_{\text{نارسانا}}$ است. در نیم‌رساناها برخلاف رساناها با افزایش دما مقاومت الکتریکی کاهش می‌یابد.

میله (۱) رسانا می‌باشد و با افزایش دما مقاومت آن زیاد می‌شود. در مدار ولت‌سنج به دو سر باتری متصل بوده و اختلاف دو سر باتری $(V = \varepsilon - Ir)$ را اندازه می‌گیرد و برای ثابت ماندن عدد ولت‌سنج باید جریان مدار برابر است با: $I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + r}$ ثابت بماند. جریان مدار (I) ثابت بماند.

بنابراین برای ثابت ماندن I باید $R_1 + R_2$ ثابت بماند که برای این کار باید تغییرات R_1 و R_2، هم‌اندازه و قرینه یکدیگر باشند پس اگر مقاومت میله (۱) با افزایش دما زیاد شود، مقاومت میله (۲) باید با افزایش دما کاهش یابد، پس میله (۲) نیم‌رسانا است.

یادآوری تغییرات مقاومت یک رسانا یا نیم‌رسانا با تغیر دما از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



تغییر دما یکسان تغییر دما یکسان

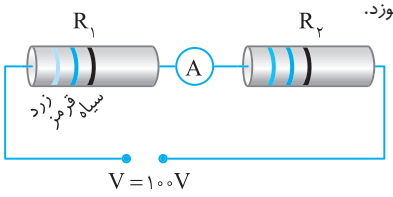
$$\left.\begin{array}{l} \Delta R_1 = \Delta R_2 \Rightarrow R_{\circ 1}\alpha_1 \Delta\theta = |R_{\circ 2}\alpha_2 \Delta\theta| \\ R_{\circ 1} = \rho_1 \frac{L}{A} \\ R_{\circ 2} = \rho_2 \frac{L}{A} \end{array}\right\} \Rightarrow R_{\circ 1} > R_{\circ 2}$$

$$\Rightarrow R_{\circ 1}\alpha_1 = R_{\circ 2}\alpha_2 \xrightarrow{R_{\circ 1} > R_{\circ 2}} |\alpha_2| > \alpha_1$$

C ۲۱۸۵ **۳**

خط فکری دو مقاومت باهم متوالی‌اند بنابراین جریان عبوری از آن‌ها باهم یکسان و برابر جریان مدار است.

باید جریان $R_۲$ از ۰/۱A بیشتر باشد تا آمپرسنج بتواند عددی را ثبت کرده و نمایش دهد، همچنین جریان عبوری از $R_۲$ که برابر جریان مدار است باید از ۱A کمتر باشد تا آمپرسنج نسوزد.



۱ مقاومت $R_۱$ را با توجه به رنگ‌های آن مشخص می‌کنیم.

$$R_۱=\overline{ab}\times ۱۰^{n} \Rightarrow R_۱=۴۲\times ۱۰^{۰} \Rightarrow R_۱=۴۲\Omega$$

۲ اکنون به بررسی جریان می‌پردازیم: $I_{کل}=\frac{V}{R_{eq}} \Rightarrow I_{کل}=\frac{۱۰۰}{R_۱+R_۲}=\frac{۱۰۰}{۴۲+R_۲}$

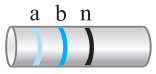
۳ جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد برابر جریان مقاومت‌ها و برابر جریان کل می‌باشد. حال $I_{کل}$ باید بیشتر از ۰/۱ آمپر باشد تا آمپرسنج بتواند عددی را نشان دهد.

$$I_{کل}>\frac{۱}{۱۰} \Rightarrow \frac{۱۰۰}{۴۲+R_۲}>\frac{۱}{۱۰} \Rightarrow ۱۰۰۰>۴۲+R_۲ \Rightarrow R_۲<۹۵۸\Omega$$

۴ همچنین برای اینکه به آمپرسنج آسیب نرسد باید جریان گذرا از آن از ۱A کمتر باشد بنابراین:

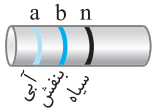
$$I_{کل}<۱A \Rightarrow \frac{۱۰۰}{۴۲+R_۲}<۱ \Rightarrow R_۲>۵۸\Omega$$

یادآوری برای مقاومت‌های کربنی با کدهای رنگی a و b و n داریم: $R=\overline{ab}\times ۱۰^{n}$



پس اندازهٔ مقاومت $R_۲$ باید به صورت مقابل باشد: $۵۸\Omega<R_۲<۹۵۸\Omega$

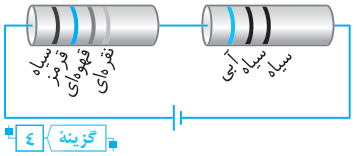
که تنها گزینه (۳) مقاومتی است که اندازه آن در این محدوده است.



$$\Rightarrow R_۲=\overline{ab}\times ۱۰^{n}=۶۷\times ۱۰^{۰}=۶۷\Omega$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو مقاومت معادل کدام گزینه می‌تواند باشد؟ (سیاه = صفر، قهوه‌ای = ۱، قرمز = ۲، آبی = ۶ و نقره‌ای ٪۱۰)

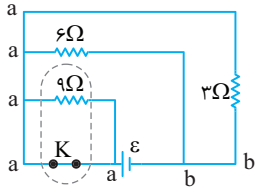
۱) ۵۵
۲) ۶۳
۳) ۹۵
۴) ۹۰

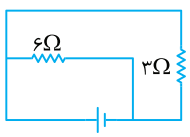


گزینهٔ ۴

B ۲۱۸۶ **۳**

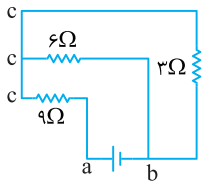
۱ هنگامی که کلید K بسته است، مقاومت ۹Ω که دو سرش با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل شده است اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این حالت مطابق شکل دو مقاومت ۳Ω و ۶Ω در نقاط a و b دو دستشان در دست هم است و موازی‌اند و مقاومت معادل برابر است با:





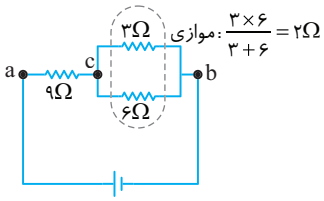
$$R_{eq}=\frac{۳\times ۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

۲ هنگامی که کلید K باز است، مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω همچنان موازی‌اند و مقاومت ۹Ω وارد مدار می‌شود که با معادل آن‌ها متوالی است.



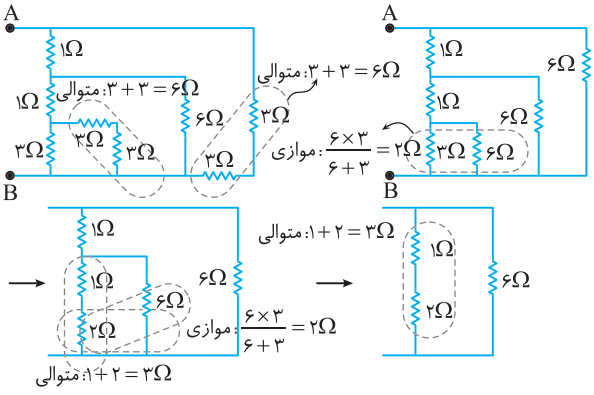
شکل ساده مدار را رسم می‌کنیم، بنابراین مقاومت معادل خواهد شد: $R'_{eq}=۹+۲=۱۱\Omega$

در نتیجه: $\frac{R'_{eq}}{R_{eq}}=\frac{۱۱}{۲}$



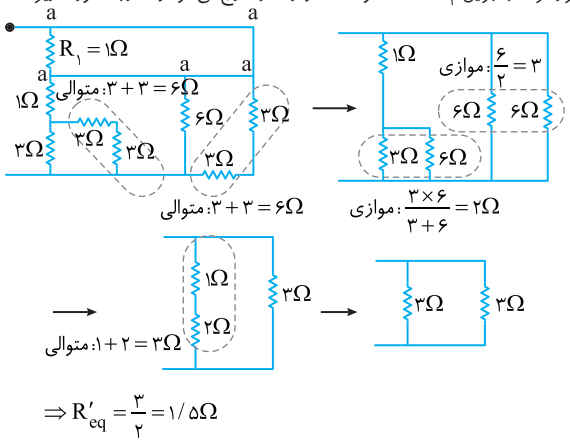
B ۲۱۸۷ **۲**

۱ کلید K باز است: مدار به صورت زیر بوده و با توجه به نوع اتصال مقاومت‌ها مدار را مرحله به مرحله ساده‌تر می‌کنیم:



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۳\times ۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

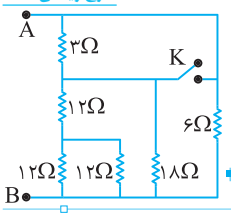
۲ کلید K بسته است: به شکل نگاه کنید، دو سر مقاومت $R_۱=۱\Omega$ حروف یکسانی قرار گرفته بنابراین $R_۱$ اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شود و مدار به صورت زیر است:



$$\Rightarrow R'_{eq}=\frac{۳}{۲}=۱/۵\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل مدار از ۲Ω به ۱/۵Ω می‌رسد و ۰/۵Ω کاهش می‌یابد.

بازی با سؤال در مدار زیر ابتدا کلید باز است. اگر کلید بسته شود، مقاومت معادل بین A و B چند اهم تغییر می‌کند؟ خارج ریاضی - ۹۲

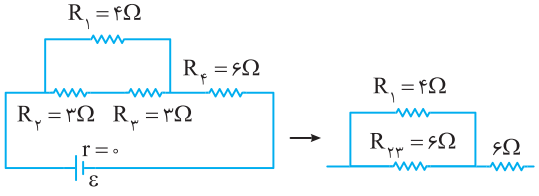


۱) ۰/۴
۲) ۲
۳) ۲/۶
۴) ۴

گزینهٔ ۱

B ۲۱۸۸ **۱**

وقتی کلید K باز باشد، مدار به شکل زیر است و مقاومت کل برابر است با:



$R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند:

$$R_۲+R_۳=۳+۳=۶\Omega$$

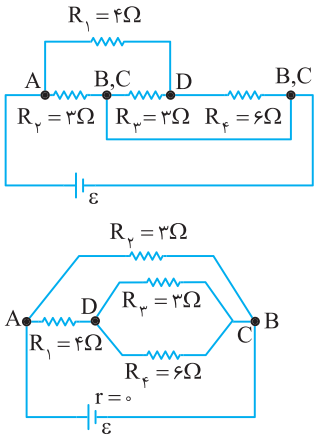
معادل $R_۲$ و $R_۳$ با $R_۱$ موازی هستند:

$$R_{۱۲۳}=\frac{۴\times۶}{۴+۶}=۲/۴\Omega$$

مقاومت معادل خواهد شد:

$$R=۶+۲/۴=۸/۴\Omega$$

با بستن کلید K، نقاط B و C در مدار هم‌پتانسیل می‌شوند و در حکم یک نقطه از مدار هستند. در این حالت مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ بین دو نقطه D و C قرار دارند، مقاومت $R_۱$ بین D و A و مقاومت $R_۲$ بین C و A قرار دارد از همه مهم‌تر اینکه نقطه C به پایانه منفی باتری و نقطهٔ A به پایانه مثبت باتری وصل است و مدار مطابق شکل روبه‌رو خواهد شد.



$R_۳$ و $R_۴$ موازی‌اند.

$$R_{۳۴}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega$$

معادل $R_۳$ و $R_۴$ با $R_۱$ متوالی است.

$$R_{۱۳۴}=۴+۲=۶\Omega$$

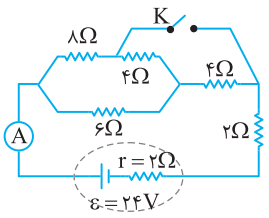
$R_{۱۳۴}$ با $R_۲$ موازی است و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R'=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

در نتیجه:

$$\frac{R}{R'}=\frac{۸/۴}{۲}=۴/۲$$

بازی با سؤال در مدار شکل روبه‌رو، اگر کلید K بسته شود، عددی که آمپرسنج ایده‌آل (آرمانی) نشان می‌دهد چند برابر می‌شود؟



۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$

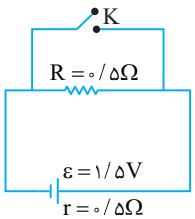
۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

گزینهٔ ۱

B ۲۱۸۹ ۳

خط فکری به تحلیل مدارهای شامل کلید رسیده‌ایم، اما مگر این مسائل با بقیه مسائل مدار متفاوت است؟ خیر، تنها شما باید وقتی کلید باز یا کلید بسته است بررسی کنید که کدام اجزا در مدار قرار دارند و یا از مدار خارج می‌شوند. یعنی حل این مسائل معمولاً دو حالت دارد و هر حالت را باید جداگانه بررسی و سپس آن‌ها را مقایسه کنید.

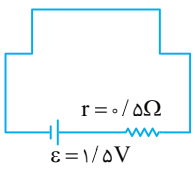
کلید باز: مقاومت ۰/۵Ω به باتری بسته شده است و اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:



$$V=\varepsilon-Ir \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} V=\frac{R}{R+r}\varepsilon$$

$$\Rightarrow V=\frac{۰/۵}{۰/۵+۰/۵}\times۱/۵\Rightarrow V=۰/۷۵V$$

کلید بسته: مقاومت ۰/۵Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود:

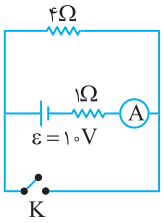


$$I=\frac{\varepsilon}{r}=\frac{۱/۵}{۰/۵}=۳A$$

$$V=\varepsilon-rI\Rightarrow V=۱/۵-(۰/۵)(۳)=۰$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری از ۰/۷۵V به صفر رسیده و ۰/۷۵V کاهش یافته است.

بازی با سؤال در مدار شکل روبه‌رو با بسته شدن کلید جریان عبوری از آمپرسنج چند برابر می‌شود؟ (فرض این است که آمپرسنج آرمانی است و آسیب نمی‌بیند.)



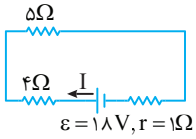
۱) ۱۰ ۲) ۲

۳) ۵ ۴) ۵/۲

گزینهٔ ۳

A ۲۱۹۰ ۳

۱ وقتی کلید باز است: یک سر مقاومت ۲۰Ω در مدار حضور ندارد و از مدار حذف می‌شود و مقاومت‌های ۴Ω و ۵Ω متوالی به باتری بسته شده‌اند و مقاومت معادل خواهد شد:



$$R_{eq}=۵+۴=۹\Omega$$

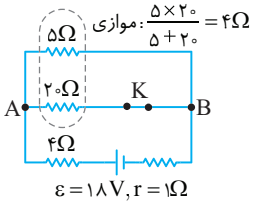
جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۸}{۹+۱}=۱/۸A$$

ولتاژ دو سر مقاومت ۵Ω را حساب می‌کنیم.

$$V=IR=۱/۸\times۵=۹V$$

۲ وقتی کلید بسته است: مقاومت ۲۰Ω در مدار حضور داشته و با مقاومت ۵Ω موازی است و معادل آن‌ها با مقاومت ۴Ω متوالی است، بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:



$$R'_{eq}=۴+۴=۸\Omega$$

جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۱۸}{۸+۱}\Rightarrow I'=۲A$$

مقاومت ۵Ω با مقاومت ۲۰Ω موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر و مساوی اختلاف پتانسیل مقاومت معادل آن‌هاست.

$$V_{۵\Omega}=V_{۲۰\Omega}=V_{AB}=I'R_{AB}\Rightarrow V_{۵\Omega}=V_{AB}=۲\times۴=۸V$$

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت ۵Ω، از ۹V به ۸V رسیده و یک ولت کاهش می‌یابد.

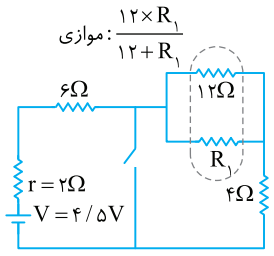
$$۸-۹=-۱V$$

B ۲۱۹۱ ۳

در صورت مسئله بیان شده که با بستن کلید K، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۶Ω دو برابر شده است، یعنی با توجه به قانون اهم $(V=IR)$ باید جریان مدار دو برابر شده باشد. $(I'=۲I)$ بنابراین جریان مدار در دو حالت را باید حساب کنیم. البته ابتدا مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.

کلید باز:

مقاومت $R_۱$ و ۱۲Ω موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت ۶Ω و ۴Ω متوالی است.



$$R_{eq}=۶+\frac{۱۲\times R_۱}{۱۲+R_۱}+۴$$

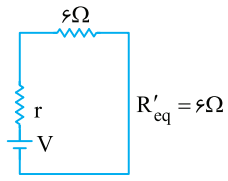
$$R_{eq}=۱۰+\frac{۱۲R_۱}{۱۲+R_۱}=\frac{۱۲۰+۱۰R_۱+۱۲R_۱}{۱۲+R_۱}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}$$

جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۴/۵}{\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}+۲}$$

کلید بسته:

با اتصال کلید K تمام مقاومت‌های شاخهٔ سمت راست اتصال کوتاه شده و تنها مقاومت مدار همان مقاومت ۶Ω خواهد بود.



جریان مدار خواهد شد:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۴/۵}{۶+۲}\Rightarrow I'=\frac{۴/۵}{۸}A$$

با توجه به فرض مسئله $I'=۲I$ خواهیم داشت:

$$\frac{۴/۵}{۸}=۲\times\frac{۴/۵}{\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}+۲}\Rightarrow ۸=\frac{۱}{۲}\times\left(\frac{۱۲۰+۲۲R_۱}{۱۲+R_۱}+۲\right)\Rightarrow ۸=\frac{۶۰+۱۱R_۱}{۱۲+R_۱}+۱$$

$$۷=\frac{۶۰+۱۱R_۱}{۱۲+R_۱}\Rightarrow ۸۴+۷R_۱=۶۰+۱۱R_۱\Rightarrow ۲۴=۴R_۱\Rightarrow R_۱=۶\Omega$$

B ۲۱۹۲ ۱

اگر مقاومت هر لامپ را R فرض کنیم وقتی کلید باز است تنها یک لامپ درمدار قرار دارد و مقاومت مدار $R_{eq_۱}=R$ است. وقتی کلید بسته می‌شود، دو لامپ متوالی بالایی وارد مدار می‌شوند و با لامپ اولی موازی خواهند بود بنابراین

$$R_{eq_۲}=\frac{۲R\times R}{۲R+R}=\frac{۲}{۳}R$$

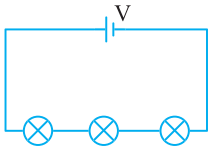
آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد در نتیجه

$$I_۲=\frac{\varepsilon}{R_۲},I_۱=\frac{\varepsilon}{R_۱}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{R}{\frac{۲}{۳}R}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۳}{۲}=۱/۵$$

B ۲۱۹۳ ۲

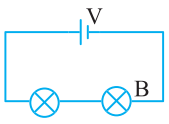
یادآوری وقتی دو سر یک مقاومت را با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل کنیم، مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

۱ وقتی کلید باز است سه مقاومت یکسان (لامپ یکسان) R در مدار قرار دارد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری به سه قسمت مساوی تقسیم می‌شود.



$$V_A=V_B=V_C=\frac{V}{۳}$$

۲ وقتی کلید بسته می‌شود لامپ C اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد و اختلاف پتانسیل دو سر C صفر می‌شود و در مدار دو مقاومت یکسان و متوالی A و B وجود دارد.



$$V'_A=V'_B=\frac{V}{۲}$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت A و B از $\frac{V}{۳}$ به $\frac{V}{۲}$ افزایش یافته بنابراین گزاره (الف) نادرست است.

به دلیل اتصال کوتاه مقاومت C، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ C صفر شده بنابراین گزاره (ب) نادرست و گزاره (ت) درست است.

اختلاف پتانسیل دو سر لامپ A و B از $\frac{V}{۳}$ به $\frac{V}{۲}$ رسیده یعنی به اندازهٔ $\frac{V}{۲}-\frac{V}{۳}=\frac{V}{۶}$ افزایش یافته است.

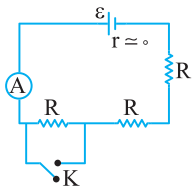
بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

$$\frac{\Delta V}{V_۱}\times۱۰۰=\frac{\frac{V}{۶}}{\frac{V}{۳}}\times۱۰۰=۵۰٪$$

بازی با سؤال در مدار شکل زیر با بستن کلید K جریان عبوری از آمپرسنج چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

کنکور دهه‌های گذشته

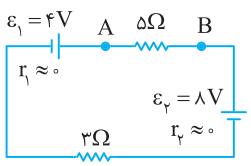
۱) ۵۰، افزایش
۲) ۱۰۰، افزایش
۳) ۵۰، کاهش
۴) ۲۵، کاهش



گزینه ۱

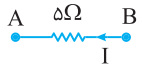
C ۲۱۹۴ ۲

کلید باز: جریان خروجی از دو باتری خلاف جهت هم‌اند، هنگامی که کلید باز است مدار به صورت زیر است و هر دو باتری در مدار قرار دارند و چون $\varepsilon_۱<\varepsilon_۲$ است پس جریان پادساعتگرد خواهد شد و مقدار جریان برابر است با:



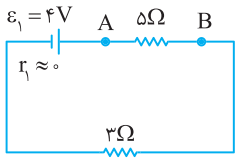
$$I=\frac{\varepsilon_۲-\varepsilon_۱}{R_{eq}+r_۱+r_۲}=\frac{۸-۴}{۸}=۰/۵A$$

از نقطهٔ B تا نقطهٔ A در جهت جریان قدم می‌زنیم:



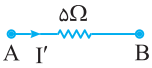
$$V_B-۵I=V_A\Rightarrow V_B-V_A=۵I$$
$$\Rightarrow V_B-V_A=۲/۵V$$

کلید S بسته: باتری $\varepsilon_۲$ به دلیل اتصال کوتاه از مدار خارج می‌شود و تنها باتری $\varepsilon_۱$ که جریان آن ساعتگرد است در مدار باقی می‌ماند و جریان از A به B شارش می‌کند بنابراین جریان مدار خواهد شد



$$I'=\frac{\varepsilon_۱}{R_{eq}+r}=\frac{۴}{۸}=۰/۵A$$

در جهت جریان از A تا B قدم می‌زنیم:



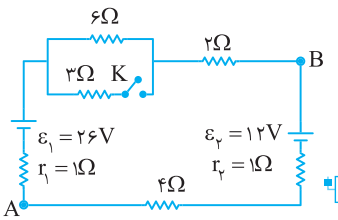
$$V'_A-۵I'=V'_B\Rightarrow V'_B-V'_A=-۵I$$
$$\Rightarrow V'_B-V'_A=-۲/۵V$$

بنابراین:

$$(V'_B-V'_A)-(V_B-V_A)=-۲/۵-۲/۵=-۵V$$

بازی با سؤال در مدار شکل روبه‌رو با بستن کلید K جریان مدار چند آمپر تغییر می‌کند؟

۱) ۰/۴، افزایش
۲) ۰/۴، کاهش
۳) ۰/۲، افزایش
۴) ۰/۲، کاهش

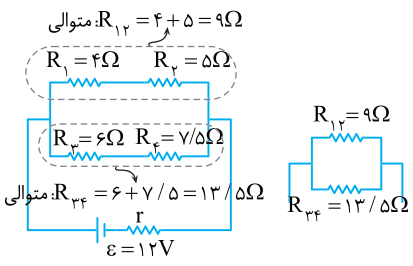


گزینه ۱

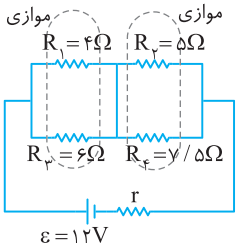
B ۲۱۹۵ ۲

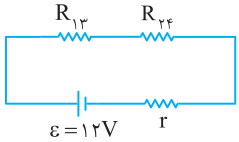
حالت اول) کلید S باز باشد: در این حالت مدار به شکل زیر است و مقاومت‌های $R_۱=۴\Omega$ و $R_۲=۵\Omega$ و همچنین مقاومت‌های $R_۳=۶\Omega$ و $R_۴=۷/۵\Omega$ با هم متوالی هستند و شاخهٔ بالایی و پایینی موازی‌اند مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.

حالت باز: $\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_{۱۲}}+\frac{۱}{R_{۳۴}}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۱۳/۵}=\frac{۳+۲}{۲۷}\Rightarrow R_{eq}=۵/۴\Omega$



حالت دوم) کلید S بسته است: مدار به شکل روبه‌رو است. این بار دو سر مقاومت R_1 و R_3 به هم بسته شده و موازی‌اند، هم‌چنین دو سر مقاومت R_4 و R_2 به هم بسته شده و آن‌ها نیز با هم موازی‌اند و معادل آن‌ها با هم متوالی‌اند، بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:

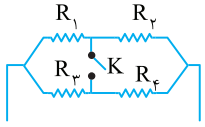




حالت بسته: $\begin{cases} 6\Omega,4\Omega \text{ موازی} \Rightarrow R_{13}=\frac{4\times6}{4+6}=2/4\Omega \\ 7/5\Omega,5\Omega \text{ موازی} \Rightarrow R_{24}=\frac{5\times7/5}{5+7/5}=3\Omega \end{cases} \Rightarrow R'_{eq}=2/4+3=5/4\Omega$

مقاومت معادل مدار تغییر نکرده از این‌رو جریان مدار نیز تغییر نمی‌کند.

میانبر در مدارهای شکل روبه‌رو اگر $R_1R_4=R_2R_3$ باشد، مقاومت معادل با بسته شدن کلید تغییر نمی‌کند.

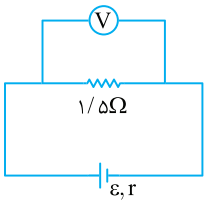


B ۲۱۹۶ ۱

یادآوری هر گاه یک باتری با نیروی محرکهٔ ε و مقاومت درونی r به یک مدار با مقاومت خارجی R وصل شود، ولتاژ دو سر مقاومت $V=IR$ خواهد شد که در آن I برابر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ است. از این‌رو ولتاژ دو سر مدار خارجی (یا ولتاژ دو سر باتری) از رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید:

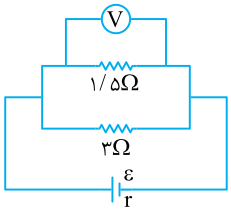
$$V=IR \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} V=\frac{\varepsilon}{R+r}R$$

حالت اول کلید باز است و مقاومت 3Ω به مدار وصل نیست، بنابراین در مدار تنها مقاومت $1/5\Omega$ وجود دارد.



$$V_1=\frac{\varepsilon}{1/5+r}\times1/5$$

حالت دوم) کلید بسته است: در این حالت مقاومت 3Ω با مقاومت $1/5\Omega$ موازی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:



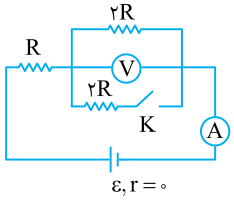
$$R=\frac{1/5\times3}{1/5+3}=1\Omega$$

ولتاژ دو سر مقاومت $1/5\Omega$ با ولتاژ کل مدار برابر است و V_2 خواهد شد: $V_2=\frac{\varepsilon}{1+r}\times1$

با توجه به فرض مسئله:

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{8}{9}\Rightarrow\frac{\frac{\varepsilon}{1+r}\times1}{\frac{\varepsilon}{1/5+r}\times(1/5)}=\frac{8}{9}\Rightarrow\frac{1/5+r}{(1+r)1/5}=\frac{8}{9}\Rightarrow r=0/5\Omega$$

بازی با سؤال در مدار شکل زیر در ابتدا کلید K باز است. اگر کلید را ببندیم، اعدادی که ولت‌سنج و آمپرسنج نشان می‌دهند به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟ کنکور دهه‌های گذشته



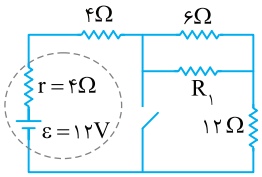
۱) صفر، ۲ ۲) $\frac{3}{2}$ ، $\frac{4}{3}$

۳) $\frac{3}{4}$ ، $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$ ، $\frac{3}{4}$

گزینه ۴

B ۲۱۹۷ ۳

خط فکری اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با $V=\varepsilon-Ir$ با بستن کلید ولتاژ دو سر باتری ۴۰٪ کاهش می‌یابد یعنی $V_2=0/6V_1$ است. از طرفی با بستن کلید سه مقاومت 6Ω و R_1 و 12Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و تنها مقاومت 4Ω در مدار باقی می‌ماند. اکنون با توجه به این نکات شما می‌توانید در چند مرحله مسئله را حل کنید.



۱ جریان مدار در حالت اول و دوم را به ترتیب I_1 و I_2 می‌نامیم بنابراین:

$$V_2=0/6V_1 \xrightarrow{V=\varepsilon-Ir} \varepsilon-I_2r=0/6(\varepsilon-I_1r)$$

$$12-4I_2=0/6(12-4I_1)\Rightarrow12-4I_2=7/2-2/4I_1$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف را به ۴ تقسیم می‌کنیم}} 3-I_2=1/8-0/6I_1$$

$$\Rightarrow I_2-0/6I_1=1/2 \quad (I)$$

۲ در حالتی که کلید را می‌بندیم جریان مدار را حساب می‌کنیم. در این حالت در اثر اتصال کوتاه، تنها مقاومت مدار 4Ω است.

$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_2=\frac{12}{4+4}\Rightarrow I_2=1/5A$$

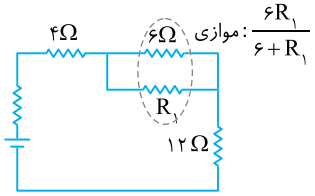
۳ I_2 را در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم تا I_1 را به‌دست بیاوریم.

$$1/5-0/6I_1=1/2\Rightarrow0/3=0/6I_1\Rightarrow I_1=0/5A$$

۴ مقاومت معادل مدار در حالت اول را به کمک جریان به‌دست می‌آوریم:

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_{eq_1}+r}\Rightarrow0/5=\frac{12}{R_{eq_1}+4}\Rightarrow R_{eq_1}=20\Omega$$

۵ با توجه به شکل زیر مقاومت معادل خواهد شد:



$$R_{eq_1}=4+\frac{6R_1}{6+R_1}+12 \xrightarrow{R_{eq_1}=20\Omega} 20=16+\frac{6R_1}{6+R_1}\Rightarrow4=\frac{6R_1}{6+R_1}$$

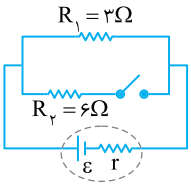
$$1=\frac{1/5R_1}{6+R_1}\Rightarrow6+R_1=1/5R_1\Rightarrow0/5R_1=6\Rightarrow R_1=12\Omega$$

خوب خسته نباشید. این تست جز تست‌هایی است که باید آخر کار به سراغ آن بروید.

B ۲۱۹۸ ۳

وقتی کلید باز است: مقاومت مدار، تنها مقاومت $R_1=3\Omega$ است.

وقتی کلید بسته است: مقاومت 6Ω با مقاومت 3Ω موازی شده و مقاومت مدار خواهد شد:



$$R_{2,1}=\frac{3\times6}{3+6}\Rightarrow R_2=2\Omega$$

یادآوری: اختلاف پتانسیل دو سر باتری از رابطهٔ $v=\varepsilon-rI$ به‌دست می‌آید که اگر $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ را جایگزین کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر می‌شود با:

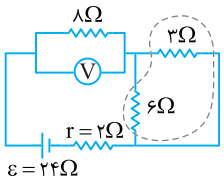
اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۲۰ درصد کاهش یافته است.

$$v_2=\frac{80}{100}v_1\Rightarrow\frac{\varepsilon}{R_2+r}R_{2,1}=\frac{80}{100}\frac{\varepsilon}{R_1+r}\times R_1$$

$$\frac{2}{2+r}=\frac{4}{5}\times\frac{3}{3+r}\Rightarrow30+10r=24+12r\Rightarrow6=2r\Rightarrow r=3\Omega$$

B ۲۱۹۹ ۳

کلید باز: مقاومت ۲۴Ω در مدار قرار ندارد.



$$R=\frac{۳\times۶}{۳+۶}\Rightarrow R=۲\Omega$$

مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=۸+۲=۱۰\Omega$$

جریان مدار خواهد شد:

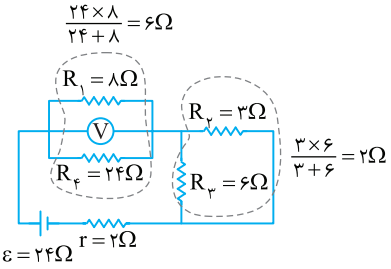
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۱۰+۲}\Rightarrow I=۲A$$

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۸Ω را نشان می‌دهد.

$$V=IR\Rightarrow V=۲\times۸\Rightarrow V=۱۶V$$

بستن کلید: مقاومت ۲۴Ω با مقاومت ۸Ω موازی می‌شود و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R'_{eq}=۲+۶=۸\Omega$$



جریان مدار خواهد شد:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{۲۴}{۸+۲}\Rightarrow I'=۲/۴A$$

ولت‌سنج ولتاژ دو سر مقاومت‌های ۸Ω و ۲۴Ω را نشان می‌دهد.

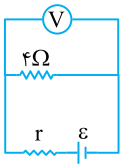
$$V'=IR_{۱۴}\Rightarrow V'=۲/۴\times۶\Rightarrow V'=۱۴/۴V$$

تغییر مقدار ولت‌سنج خواهد شد:

$$\Delta V=۱۶-۱۴/۴\Rightarrow \Delta V=۱/۶V$$

A ۲۲۰۰ ۳

حالت اول: وقتی کلید $K_۱$ بسته است مقاومت مدار ۴Ω است.



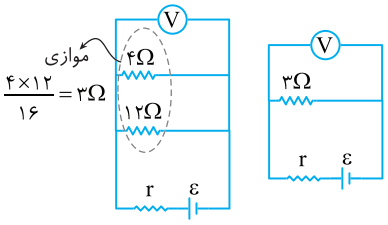
$$V=IR\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}V=\frac{\varepsilon}{R+r}R$$

$$\Rightarrow ۳۲=\frac{\varepsilon}{۴+r}\times۴\Rightarrow \varepsilon=۳۲+۸r \qquad (I)$$

حالت دوم: وقتی کلید $K_۲$ نیز بسته می‌شود، دو مقاومت ۴Ω و ۱۲Ω موازی می‌شوند و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد و سبب افزایش جریان می‌شود. با افزایش جریان، ولتاژ دو سر باتری $۲V$ کاهش یافته و $۳۰V$ می‌شود.

$$(R_{eq}\downarrow\Rightarrow\uparrow I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow\downarrow V=\varepsilon-\uparrow Ir)$$

$$V'=R'I'\Rightarrow ۳۰=\frac{۳\varepsilon}{۳+r}\Rightarrow ۱۰=\frac{\varepsilon}{۳+r}\Rightarrow \varepsilon=۳۰+۱۰r \qquad (II)$$



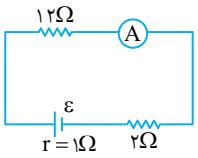
دو معادلهٔ (I) و (II) را برابر قرار می‌دهیم.

$$۳۲+۸r=۳۰+۱۰r\Rightarrow r=۱\Omega$$

B ۲۲۰۱ ۱

خط فکری در این مدار مقدار نیروی محرکه (ε) داده نشده، ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده برای حالتی که کلید باز است، نیروی محرکه را به‌دست می‌آوریم و سپس در گام بعدی با داشتن نیروی محرکه و در حالتی که کلید بسته است خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم.

حالت اول در حالتی که کلید باز است مقاومت ۶Ω در مدار حضور ندارد و دو مقاومت ۲Ω و ۱۲Ω در مدار بوده که با هم متوالی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:



$$R_{eq}=۱۲+۲=۱۴\Omega$$

با توجه به رابطهٔ جریان مدار، نیروی محرکه را به‌دست می‌آوریم:

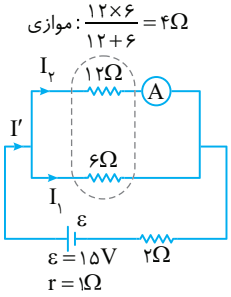
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۱=\frac{\varepsilon}{۱۴+۱}\Rightarrow \varepsilon=۱۵V$$

حالت دوم وقتی کلید K را می‌بندیم، دو مقاومت ۱۲Ω و ۶Ω دست در دست هم می‌دهند و موازی می‌شوند و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R'_{eq}=۴+۲\Rightarrow R'_{eq}=۶\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۱۵}{۶+۱}=\frac{۱۵}{۷}A$$

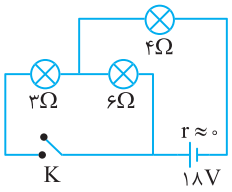


در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود بنابراین $I_۱=۲I_۲$ است:

$$I_۱+I_۲=\frac{۱۵}{۷}A\Rightarrow ۳I_۲=\frac{۱۵}{۷}A\Rightarrow I_۲=\frac{۵}{۷}A$$

آمپرسنج $\frac{۵}{۷}$ آمپر را نشان می‌دهد.

بازی با سؤال **در شکل مقابل با بستن کلید K جریان عبوری از لامپ ۴ اهمی چند آمپر تغییر می‌کند؟** از کتاب درسی

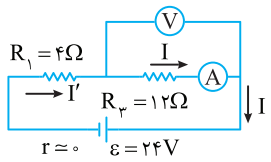


۱) ۲، افزایش
۲) ۱/۲، افزایش
۳) ۲، کاهش
۴) ۱/۲، کاهش

گزینهٔ ۲

B ۲۲۰۲ ۲

حالت اول: کلید K باز: وقتی کلید K باز باشد، مقاومت $R_۲=۶\Omega$ در مدار حضور ندارد و مدار به شکل روبه‌رو است و آمپرسنج A جریان کل مدار را نشان می‌دهد.



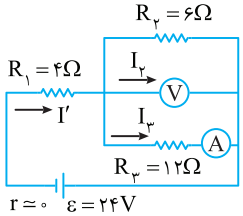
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۴+۱۲}\Rightarrow I_{کل}=۱/۵A$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۲Ω را نشان می‌دهد.

$$V=IR_۳=۱/۵\times۱۲=۱۸V$$

حالت دوم: کلید K بسته: با بستن کلید K مقاومت ۶Ω وارد مدار شده و با مقاومت ۱۲Ω موازی می‌شود.

$$R_{۲۳}=\frac{R_۲\times R_۳}{R_۲+R_۳}\Rightarrow R_{۲۳}=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}=۴\Omega$$



جریان کل مدار خواهد شد:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۲۴}{۴+۴}=I'=۳A$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ را نشان خواهد داد.

$$V=V_{۲۳}=I'R_{۲۳}\Rightarrow V=۳\times۴=۱۲V$$

آمپرسنج جریان عبوری از مقاومت $R_۳$ را نشان می‌دهد که ولتاژ دو سر آن $۱۲V$ است بنابراین:

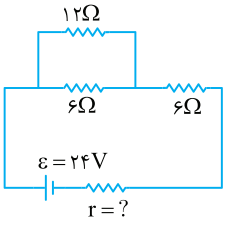
$$I_۳=\frac{V_۳}{R_۳}\Rightarrow I_۳=\frac{۱۲}{۱۲}=۱A$$

در نتیجه، جریان آمپرسنج از ۱/۵A به ۱A رسیده و عدد آمپرسنج ۱/۵−۱=۰/۵A تغییر کرده است.

عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد از ۱۸V به ۱۲V رسیده و ۶V تغییر کرده است.

B ۲۲۰۳ ۲

کلید باز: مقاومت ۳Ω در مدار قرار ندارد.

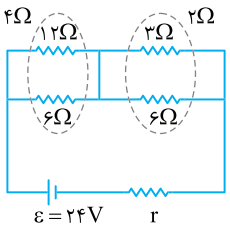


موازی: $\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$

$R_{eq}=۴+۶=۱۰\Omega$

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۱۰+r}$ (۱)

کلید بسته: مقاومت ۳Ω با مقاومت ۶Ω موازی می‌شود.



$R'_{eq}=۴+۲=۶V$

$I'=I+۱=\frac{۲۴}{۶+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۶+r}-۱$ (۲)

روابط (۱) و (۲) را با هم برابر قرار می‌دهیم

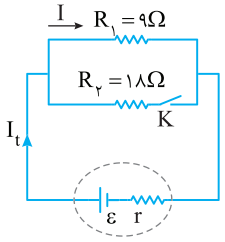
$\frac{۲۴}{۱۰+r}=\frac{۲۴-۶-r}{۶+r}\Rightarrow\frac{۲۴}{۱۰+r}=\frac{۱۸-r}{۶+r}$

$۱۴۴+۲۴r=۱۸۰-۱۰r+۱۸r-r^۲\Rightarrow r^۲+۱۶r-۳۶=۰$

$\Rightarrow(r-۲)(r+۱۸)=۰\Rightarrow r=۲\Omega$

B ۲۲۰۴ ۴

۱ کلید K بسته: در این حالت مقاومت‌های $R_۱=۹\Omega$ و $R_۲=۱۸\Omega$ با هم موازی هستند و در مقاومت‌های موازی، جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود بنابراین وقتی جریان مقاومت ۹Ω، $I=۲A$ است جریان مقاومت ۱۸Ω نصف I یعنی ۱A بوده و جریان کل مدار برابر خواهد شد با: $I_t=۲+۱=۳A$

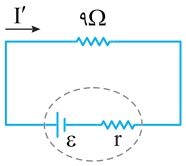


۲ مقاومت معادل مدار در این حالت خواهد شد:

$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}=\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۲+۱}{۱۸}\Rightarrow R_{eq}=۶\Omega$

۳ جریان مدار در این حالت برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۳=\frac{\varepsilon}{۶+r}$ (I)

۴ کلید K باز: تنها مقاومت $R_۱=۹\Omega$ که بنا به فرض مسئله جریان آن ۰/۲۵A افزایش می‌یابد و برابر $I'=۲/۲۵A=۲+۰/۲۵$ می‌شود.



از این رو می‌توان نوشت:

$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}\Rightarrow ۲/۲۵=\frac{\varepsilon}{۹+r}$ (II)

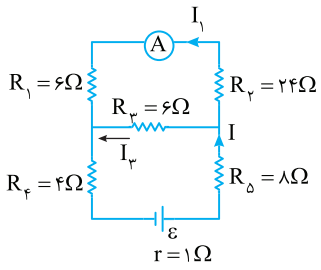
۵ رابطهٔ (I) را بر رابطهٔ (II) تقسیم می‌کنیم.

$\frac{۳}{۲/۲۵}=\frac{\frac{\varepsilon}{۶+r}}{\frac{\varepsilon}{۹+r}}\Rightarrow\frac{۴}{۳}=\frac{۹+r}{۶+r}\Rightarrow ۲۴+۴r=۲۷+۳r\Rightarrow r=۳\Omega$

C ۲۲۰۵ ۱

خط فکری با مسئله‌ای طولانی سروکار دارید. ابتدا در حالت کلید باز باید مقاومت مواد را بررسی کنید و جریان گذرنده از آمپرسنج را برحسب جریان کل مدار را به دست بیاورید. سپس در حالت کلید بسته، همین مسیر را طی کنید و مسئله را حل کنید. دقت کنید ε (نیروی محرکه باتری) پارامتری است که در محاسبات حذف خواهد شد.

یادآوری آمپرسنج آرمانی شبیه یک سیم بدون مقاومت فرض می‌شود.



۱ کلید باز: در این حالت مدار به شکل روبه‌رو درمی‌آید. که در آن مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ متوالی و با مقاومت $R_۳$ موازی هستند.

$R_{۱,۲}=R_۱+R_۲=۶+۲۴\Rightarrow R_{۱,۲}=۳۰\Omega$

$\frac{۱}{R_{۱,۲,۳}}=\frac{۱}{R_{۱,۲}}+\frac{۱}{R_۳}\Rightarrow\frac{۱}{R_{۱,۲,۳}}=\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۶}=\frac{۱+۵}{۳۰}\Rightarrow R_{۱,۲,۳}=۵\Omega$

۲ مقاومت معادل $R_{۱,۲,۳}$ با مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$ متوالی بوده مقاومت کل مدار خواهد شد.

$R_{eq}=R_{۱,۲,۳}+R_۴+R_۵\Rightarrow R_{eq}=۵+۴+۸\Rightarrow R_{eq}=۱۷\Omega$

۳ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۱۷+۱}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۱۸}$

۴ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

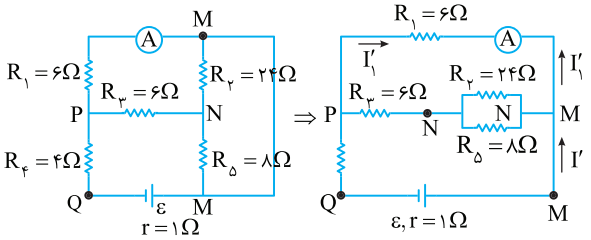
$\frac{I_۱}{I_۳}=\frac{R_۳}{R_{۱,۲}}\Rightarrow\frac{I_۱}{I_۳}=\frac{۶}{۳۰}\Rightarrow I_۳=۵I_۱\xrightarrow{I=I_۱+I_۳}\frac{\varepsilon}{۱۸}=I_۱+۵I_۱$

$\Rightarrow I_۱=\frac{۱}{۶}(\frac{\varepsilon}{۱۸})$

نگران نباشید تازه در ابتدای مسیر حل مسئله هستیم.

کلید K بسته:

۵ در این حالت با نام‌گذاری نقاط مدار را باید مجدداً رسم کنیم تا بتوانیم موازی و متوالی بودن مقاومت‌ها را تشخیص بدهیم.



۶ باید مقاومت معادل را حساب کنیم.

$R_۲$ و $R_۵$ موازی هستند. $R_{۲,۵}=\frac{۲۴\times۸}{۲۴+۸}\Rightarrow R_{۲,۵}=۶\Omega$

مقاومت $R_۳$ با $R_{۲,۵}$ متوالی: $R_{۲,۳,۵}=۶+۶\Rightarrow R_{۲,۳,۵}=۱۲\Omega$

مقاومت $R_۱$ با $R_{۲,۳,۵}$ موازی: $R_{۱,۲,۳,۵}=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}\Rightarrow R_{۱,۲,۳,۵}=۴\Omega$

مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R'_{eq}=R_{۱,۲,۳,۵}+R_۴=۴+۴\Rightarrow R'_{eq}=۸\Omega$

۷ جریان مدار در این حالت برابر است با: $I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}\Rightarrow I'=\frac{\varepsilon}{۸+۱}\Rightarrow I'=\frac{\varepsilon}{۹}$

۸ جریان کل مدار به نسبت ۲ به این شاخهٔ آمپرسنج و شاخهٔ موازی با آن تقسیم می‌شود یعنی جریان I به سه قسمت تقسیم شده و دو قسمت آن از آمپرسنج می‌گذرد.

$I'_۱=۲\times\frac{I}{۳}\Rightarrow I'_۱=\frac{۲}{۳}\frac{\varepsilon}{۹}$

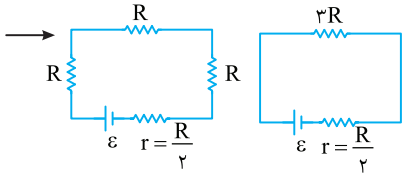
۹ اکنون نسبت $\frac{I'_۱}{I_۱}$ را به دست می‌آوریم.

$\frac{I'_۱}{I_۱}=\frac{\frac{۲}{۳}\frac{\varepsilon}{۹}}{\frac{۱}{۶}\frac{\varepsilon}{۱۸}}\Rightarrow\frac{I'_۱}{I_۱}=۸$

B ۲۲۰۶ **۳**

با بسته شدن کلید مقاومت R در بالای مدار اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود:

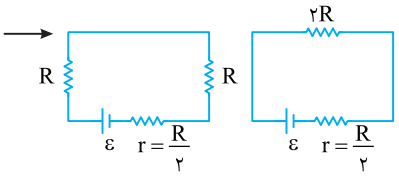
حالت اول:



$$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۳/۵R}$$

$$V_۱=\varepsilon-rI\Rightarrow V_۱=\varepsilon-\frac{R}{۲}\times\frac{\varepsilon}{۳/۵R}\Rightarrow V_۱=\frac{۶}{۷}\varepsilon$$

حالت دوم:



$$I_۲=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{۲/۵R}$$

$$V_۲=\varepsilon-rI\Rightarrow V_۲=\varepsilon-\frac{R}{۲}\times\frac{\varepsilon}{۲/۵R}\Rightarrow V_۲=\frac{۴}{۵}\varepsilon$$

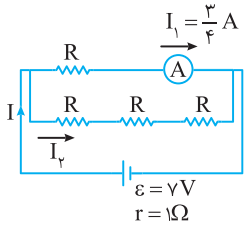
نسبت $\frac{V_۲}{V_۱}$ خواسته شده است:

$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{\frac{۴}{۵}\varepsilon}{\frac{۶}{۷}\varepsilon}=\frac{۴\times۷}{۶\times۵}=\frac{۱۴}{۱۵}$$

C ۲۲۰۷ **۴**

خط فکری در این سؤال مقدار R مجهول است بنابراین ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده در هنگامی که کلید $K_۱$ بسته و $K_۲$ باز است مقدار مقاومت R را حساب می‌کنیم و در گام بعدی و با داشتن مقاومت R، خواستهٔ سؤال در هنگامی که هر دو کلید بسته است را حساب می‌کنیم.

حالت اول: وقتی کلید $K_۱$ بسته و $K_۲$ باز است. مدار مطابق شکل روبه‌رو است و جریان شاخه پایینی که مقاومت آن $R+R+R=۳R$ است، $\frac{۱}{۳}$ جریان شاخهٔ بالایی است، زیرا در شاخه‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.



$$I_۲=\frac{۱}{۳}I_۱\Rightarrow I_۲=\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۴}\Rightarrow I_۲=\frac{۱}{۴}A$$

و جریان مدار برابر است با:

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow I=\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۴}=۱A$$

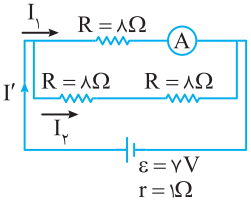
مقاومت معادل مدار را با استفاده از جریان به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۱=\frac{۷}{R_{eq}+۱}\Rightarrow R_{eq}+۱=۷\Rightarrow R_{eq}=۶\Omega$$

از طرفی با توجه به شکل، مقاومت ۳R و R موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۳R}\Rightarrow\frac{۱}{۶}=\frac{۳+۱}{۳R}\Rightarrow R=۸\Omega$$

وقتی هر دو کلید را می‌بندیم، مقاومت R بین دو کلید حذف می‌شود (اتصال کوتاه می‌شود) و مدار به شکل روبه‌رو درمی‌آید:



$$\frac{۱}{R'_{eq}}=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow R'_{eq}=\frac{۱۶}{۳}\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۷}{\frac{۱۶}{۳}+۱}\Rightarrow I'=\frac{۲۱}{۱۹}A$$

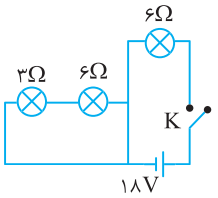
جریان به نسبت ۲ به ۱ بین دو شاخه تقسیم می‌شود. از شاخه بالایی که مقاومت کمتری دارد،

جریان بیشتری می‌گذرد:

$$\begin{cases}I_۱=۲I_۲\\ I_۱+I_۲=\frac{۲۱}{۱۹}\end{cases}\Rightarrow I_۱+\frac{I_۱}{۲}=\frac{۲۱}{۱۹}\Rightarrow\frac{۳I_۱}{۲}=\frac{۲۱}{۱۹}\Rightarrow I_۱=\frac{۱۴}{۱۹}A$$

آمپرسنج $\frac{۱۴}{۱۹}A$ را نشان می‌دهد.

بازی با سؤال در شکل زیر اگر کلید K وصل شود، چه جریانی از لامپ ۳Ω می‌گذرد؟



۱) ۱A

۲) ۲A

۳) ۳A

۴) صفر

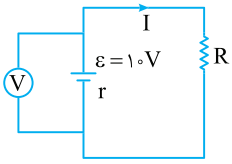
گزینهٔ ۴

B ۲۲۰۸ **۳**

۱ اگر تنها یکی از کلیدها بسته باشد، فقط یکی از مقاومت‌های R در مدار قرار می‌گیرد و مدار به شکل زیر است. در این حالت ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری را ۶V نشان می‌دهد و جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۱۰}{R+r}$$

۲ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V=\varepsilon-rI$ است:

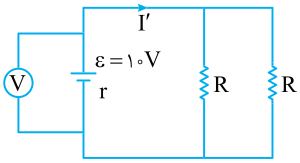


$$v=\varepsilon-rI\xrightarrow{r=۶V}۶=۱۰-\frac{۱۰r}{R+r}$$

$$\Rightarrow\frac{۱۰r}{R+r}=t\Rightarrow۱۰r=۴R+۴r$$

$$\Rightarrow۶r=۴R\Rightarrow R=۱/۵r$$

۳ اگر دو کلید بسته شود هر دو مقاومت R در مدار قرار می‌گیرند و با هم موازی‌اند:



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R}+\frac{۱}{R}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۲}{R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{R}{۲}$$

$$I'_{مدار}=\frac{\varepsilon}{r+R_{eq}}\Rightarrow I'_{مدار}=\frac{۱۰}{r+\frac{R}{۲}}\xrightarrow{R=۱/۵r}I'_{مدار}=\frac{۱۰}{r+۰/۷۵r}$$

$$\rightarrow I'_{مدار}=\frac{۱۰}{۱/۷۵r}$$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V'=\varepsilon-rI'_{مدار}$ است:

$$V'=\varepsilon-r'_{مدار}\Rightarrow V'=۱۰-r\frac{۱۰}{۱/۷۵r}\Rightarrow V'=۱۰-\frac{۱۰}{۱/۷۵}$$

$$\Rightarrow V'=\frac{۱۷/۵-۱۰}{۱/۷۵}=\frac{۷/۵}{۱/۷۵}\Rightarrow V'=\frac{۷۵۰}{۱۷۵}=\frac{۳۰}{۷}V$$

میانبر اختلاف پتانسیل دو سر باتری بر حسب مقاومت خارجی مدار (R_{eq}) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

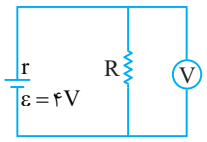
$$V=\frac{R_{eq}}{R_{eq}+r}\varepsilon$$

با استفاده از این رابطه نیازی به محاسبهٔ جریان نیست.

C ۲۲۰۹ **۱**

در ابتدا به نظر می‌آید سؤال خیلی مجهول دارد پس ما باید هم سؤال را حل می‌کنیم و هم پله‌پله مقدار این مجهول‌ها را به‌دست بیاوریم:

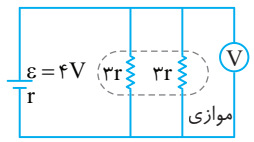
هنگامی که یکی از کلیدها بسته باشد، تنها یکی از مقاومت‌های R در مدار است. نیروی محرکهٔ باتری اختلاف پتانسیل ۴V دارد امّا ولت‌سنج که به دو سر باتری و مقاومت بسته شده ۳V را نشان می‌دهد. دقت کنید که ولت‌سنج به دو سر مقاومت R نیز بسته شده است:



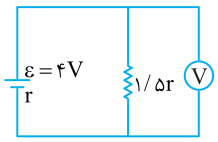
$$V_{\text{باتری}} = V \Rightarrow \varepsilon - rI = ۳ \xrightarrow{\varepsilon = ۴V} rI = ۱V \xrightarrow{\div} \frac{r}{R} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow R = ۳r$$

$$V_{\text{مقاومت}} = V \Rightarrow RI = ۳V$$

هنگامی که هر دو کلید بسته باشد، هر دو مقاومت $R = ۳r$ در مدار قرار داشته و با هم موازی‌اند. ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل این دو را نشان می‌دهد:



$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{۳r} + \frac{۱}{۳r} \Rightarrow R_{eq} = ۱/۵r$$



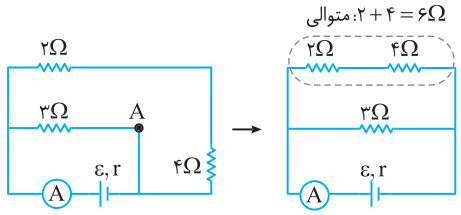
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{۴}{۱/۵r + r} = \frac{۴}{۲/۵r} = \frac{۸}{۵r}$$

$$V = R_{eq} I \Rightarrow V = ۱/۵r \times \frac{۸}{۵r} = ۲/۴V$$

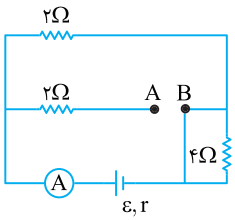
۱ ۲۲۱۰ C

وقتی کلید به A وصل باشد، مدار به صورت شکل زیر خواهد بود و مقاومت معادل مدار برابر است با:

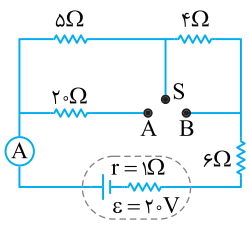
$$R_{eq} = \frac{۶ \times ۳}{۶ + ۳} = ۲\Omega$$



وقتی کلید به B وصل است، مقاومت ۴Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت ۲Ω نیز اتصالش با مدار قطع می‌گردد، پس تنها مقاومت ۲Ω در مدار باقی می‌ماند و مقاومت مدار نسبت به حالت قبل $(R_{eq} = ۲\Omega)$ تغییری نخواهد کرد، بنابراین جریان مدار نیز تغییر نمی‌کند و $\frac{I_A}{I_B} = ۱$ می‌شود.



بازی با سؤال **در شکل زیر ابتدا کلید S به نقطهٔ A وصل است. اگر کلید S به نقطهٔ B وصل شود، عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد چند آمپر تغییر می‌کند؟**



۱) $\frac{۱}{۲}$ A، افزایش

۲) $\frac{۱}{۳}$ A، کاهش

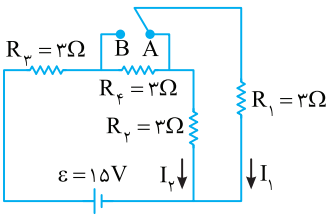
۳) $\frac{۱}{۳}$ A، افزایش

۴) تغییر نمی‌کند

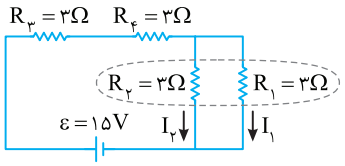
گزینهٔ ۳

۴ ۲۲۱۱ B

با یک راه‌حل محاسباتی و نسبتاً طولانی سروکار داریم:



در حالت اول مقاومت $R_۲$ و $R_۱$ موازی و معادل آن‌ها با مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ متوالی هستند.



$$R_{۱۲} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵\Omega$$

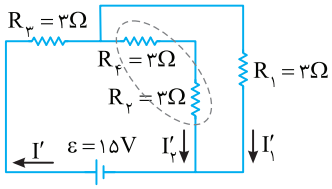
$$R_{eq} = R_۳ + R_۴ + R_{۱۲} = ۳ + ۳ + ۱/۵ \Rightarrow R_{eq} = ۷/۵\Omega$$

جریان کل مدار خواهد شد:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{۱۵}{۷/۵} = ۲A$$

از مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ جریان‌های یکسانی می‌گذرند یعنی: $I_۱ = I_۲ = \frac{۲}{۱} = ۱A$

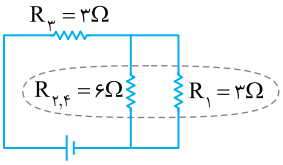
وقتی کلید به نقطهٔ B وصل می‌شود مدار به شکل روبه‌رو خواهد شد:



مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۴$ متوالی هستند.

$$R_{۲۴} = ۳ + ۳ = ۶\Omega$$

این مقاومت با $R_۱$ موازی است:



$$R_{۱۲۴} = \frac{۶ \times ۳}{۶ + ۳} = ۲\Omega$$

مقاومت کل خواهد شد:

$$R'_{eq} = R_۳ + R_{۱۲۴} = ۳ + ۲ \Rightarrow R'_{eq} = ۵\Omega$$

جریان کل مدار را حساب می‌کنیم:

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}} = \frac{۱۵}{۵} \Rightarrow I' = ۳A$$

جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها یعنی ۳ به ۶ (۱ به ۲) تقسیم می‌شود. از مقاومت $R_۱$ جریان بیشتری دو برابر مقاومت $R_۲$ می‌گذرد بنابراین

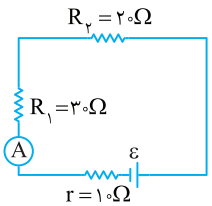
$$I' = I'_۱ + I'_۲ \Rightarrow ۳ = I'_۲ + ۲I'_۲ \Rightarrow I'_۲ = ۱A, I'_۱ = ۲A$$

نسبت جریان را حساب می‌کنیم:

$$\frac{I'_۱}{I_۱} = \frac{۲}{۱} = ۲ \qquad \frac{I'_۲}{I_۲} = \frac{۱}{۱} = ۱$$

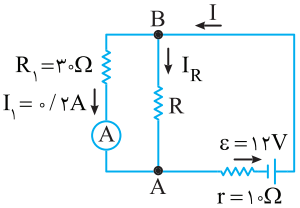
۳ ۲۲۱۲ C

حالت اول: هر گاه هر دو کلید باز باشند، مدار به شکل مقابل است و R در مدار قرار ندارد و مقاومت معادل مدار $R_{eq} = ۲۰ + ۳۰ = ۵۰\Omega$ می‌شود و خواهیم داشت:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow ۰/۲ = \frac{\varepsilon}{۵۰ + ۱۰} \Rightarrow \varepsilon = ۱۲V$$

حالت دوم: هر گاه هر دو کلید بسته شوند، مقاومت $R_۲ = ۲۰\Omega$ اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شود و دو مقاومت R و $R_۱ = ۳۰\Omega$ با هم موازی شده و مدار به شکل مدار مقابل است.



به دقت به مدار نگاه کنید. مقاومت $R_۱$ و R هر دو موازی و اختلاف پتانسیل دو سر آن با هم برابر است یعنی $V_{AB} = V_{R_۱} = V_R$ بنابراین اختلاف پتانسیل AB خواهد شد:

$$V_{AB} = I_۱ R_۱ = ۳۰ \times ۰/۲ = ۶V$$

مجدداً به مدار نگاه کنید، باتری نیز دو سرش به نقاط A و B وصل است بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۶V است. از این رو می‌توان نوشت:

$$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-Ir \xrightarrow{V_{\text{باتری}}=V_{AB}=6V} 6=12-I\times 10 \Rightarrow I=0/6A$$

جریان کل مدار (I) برابر مجموع جریان I_R و I_1 است از این‌رو:

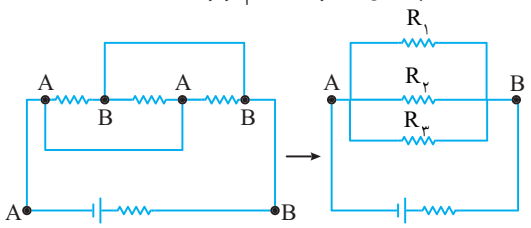
$$I=I_1+I_R \Rightarrow 0/6=0/2+I_R \Rightarrow I_R=0/4A$$

ولتاژ دو سر مقاومت R را ۶V و جریان آن را ۰/۴A به‌دست آورده‌ایم، در نتیجه خواهیم داشت:

$$R=\frac{V}{I} \Rightarrow R=\frac{6}{0/4} \Rightarrow R=15\Omega$$

۴ ۲۲۱۳ A

با نام‌گذاری مشخص می‌شود که هر سه مقاومت بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و با هم موازی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است.

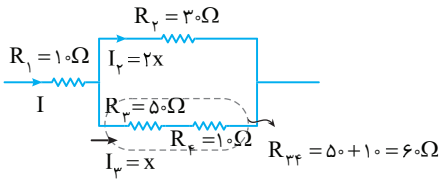


۲ ۲۲۱۴ B

خط فکری باید جریان هر مقاومت را حساب کنید تا اختلاف پتانسیل دو سر هر مقاومت را به‌دست بیاورید و بیشینه اختلاف پتانسیل را مشخص کنید.

یادآوری در مقاومت‌های متوالی جریان برابر اما در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

مقاومت معادل شاخهٔ پایینی $R_{34}=50+10=60\Omega$ است و اگر جریان آن را با x نمایش دهیم، جریان شاخهٔ بالایی که مقاومت آن 30Ω است برابر 2x می‌شود، از طرفی مجموع I_2 و I_3 برابر جریان کل مدار است بنابراین: $I=I_2+I_3 \Rightarrow I=2x+x \Rightarrow I=3x$



اکنون اختلاف پتانسیل تک‌تک مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم.

$$V_{R_1}=IR_1 \xrightarrow{I=3x} V_{R_1}=3x\times 10=30x$$

$$V_{R_2}=I_2R_2 \Rightarrow V_{R_2}=2x\times 30=60x$$

$$V_{R_3}=I_3R_3 \Rightarrow V_{R_3}=x\times 50=50x$$

$$V_{R_4}=I_3R_4 \Rightarrow V_{R_4}=x\times 10=10x$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر R_2 از بقیه بیشتر است.

۳ ۲۲۱۵ C

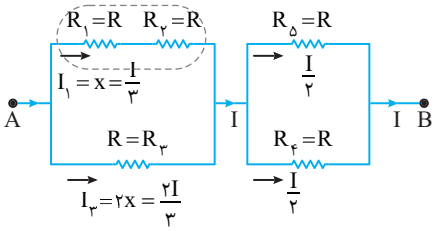
خط فکری باید بررسی کنید که کدام‌یک از مقاومت‌ها دارای بیشینه جریان خواهد بود و جریان بیشینه 1/2A را برای آن مقاومت در نظر بگیرید، سپس جریان مقاومت‌های دیگر را بر اساس آن به‌دست آورده و سرانجام اختلاف پتانسیل مقاومت‌ها را حساب کرد.

۱ به مدار زیر نگاه کنید، مقاومت‌های R_4 و R_5 موازی و یکسان هستند بنابراین اگر جریان مدار I باشد، جریان هر یک از مقاومت‌های R_4 و R_5 برابر $\frac{I}{2}$ است.

۲ مقاومت‌های R_1 و R_2 متوالی و مقاومت معادل آن‌ها 2R است. اگر جریان آن را x فرض کنیم، جریان مقاومت R_3 که با آن‌ها موازی است، 2x می‌شود زیرا در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. از طرفی خواهیم داشت:

$$I=I_1+I_3=x+2x \Rightarrow x=\frac{I}{3} \Rightarrow \begin{cases} I_1=\frac{I}{3} \\ I_3=2\frac{I}{3} \end{cases}$$

متوالی: $R+R=2R$



۳ جریان مقاومت R_3 از همه مقاومت‌ها بیشتر است و جریان این مقاومت می‌تواند 1/2A باشد در این صورت جریان مقاومت‌های دیگر از 1/2A کمتر شده و هیچ یک از مقاومت‌ها آسیب نمی‌بینند.

۴ جریان عبوری از مقاومت R_3 یعنی $\frac{2I}{3}$ برابر 1/2A می‌شود، بنابراین:

$$\frac{2}{3}I=1/2 \Rightarrow I=1/8A$$

۵ اکنون کافی است مقاومت معادل را حساب کنیم.

مقاومت R_1 و R_2 متوالی هستند: $R_{12}=30+30=60\Omega$

مقاومت R_{12} با مقاومت R_3 موازی است: $R_{123}=\frac{60\times 30}{60+30}=20\Omega$

مقاومت‌های R_4 و R_5 موازی هستند: $R_{45}=\frac{30}{2}=15\Omega$

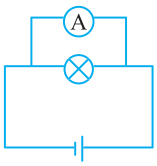
مقاومت‌های R_{123} و R_{45} متوالی بوده و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq}=15+20=35\Omega$$

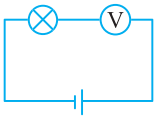
۶ بنابراین ولتاژ بین A و B می‌شود:

$$V_{AB}=I_{\text{کل}}R_{AB}=1/8\times 35=63V$$

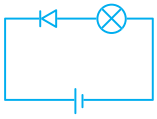
۴ ۲۲۱۶ B



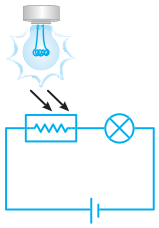
آمپرسنج آرمانی دارای مقاومت ناچیز می‌باشد و لامپ در مدار (۱) اتصال کوتاه می‌شود و خاموش می‌باشد.



ولتسنج آرمانی دارای مقاومت بسیار زیاد است و جریانی در مدار (۲) برقرار نخواهد شد و لامپ خاموش می‌ماند.



دیود یکسوکننده بوده و جریان تنها از جهت پیکان آن عبور می‌کند، با توجه به جهت قراگیری باتری و دیود در گزینهٔ (۳) جریان در مدار برقرار نمی‌شود و لامپ مدار خاموش می‌ماند.

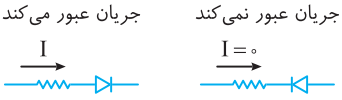


در LDRها اگر روشنایی محیط مناسب باشد، مقاومت LDR کم خواهد بود. با توجه به شکل گزینهٔ (۴) لامپ بالای LDR روشن بوده و سبب می‌گردد مقاومت LDR کم شده، بنابراین جریان از LDR و لامپ می‌گذرد لامپ این مدار روشن خواهد بود.

۴ ۲۲۱۷ C

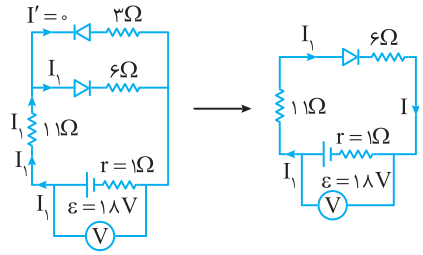
یادآوری ولتسنج به دو سر باتری بسته شده و $V=\varepsilon-rI$ را نشان می‌دهد.

یادآوری دیود یکسو کننده بوده و جریان تنها از یک طرف دیود می‌تواند عبور کند:



حالت اول: جریان مدار ساعتگرد است و جریان از دیودی که به مقاومت 3Ω وصل است نمی‌تواند عبور کند، بنابراین مدار به صورت زیر خواهد شد.

$$R_{eq}=\underbrace{6\Omega+11\Omega}_{\text{باهم متوالی‌اند}}=17\Omega$$



جریان I_1 را حساب می‌کنیم:

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_1=\frac{۱۸}{۱۷+۱}=۱A$$

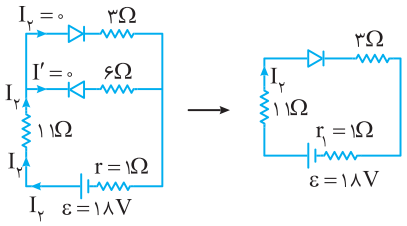
اختلاف پتانسیل دو سر باتری را به‌دست می‌آوریم:

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow[r=۱\Omega]{I=۱A}V=۱۸-۱=۱۷V$$

بنابراین ولت‌سنج در این حالت ۱۷V را نشان می‌دهد.

حالت دوم: اگر جهت دیودها را تغییر دهیم، این‌بار جریان از شاخهٔ مقاومت ۳Ω عبور کرده اما از شاخهٔ مقاومت ۶Ω عبور نمی‌کند و مقاومت ۶Ω حذف می‌شود و مدار به صورت زیر خواهد بود.

$$R_{eq}=\underbrace{۳+۱۱}_{\text{باهم متوالی‌اند}}=۱۴\Omega$$



جریان I_2 را حساب می‌کنیم:

$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_2=\frac{۱۸}{۱۴+۱}=\frac{۱۸}{۱۵}=\frac{۶}{۵}A$$

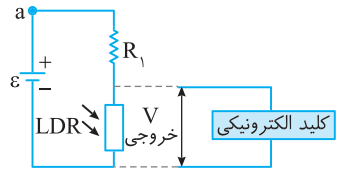
حال اختلاف پتانسیل دو سر باتری را در این حالت را حساب می‌کنیم:

$$V'=\varepsilon-rI\Rightarrow V'=۱۸-۱\times\frac{۶}{۵}\Rightarrow V'=۱۸-۱/۲=۱۶/۸V$$

بنابراین عدد ولت‌سنج از ۱۷V به ۱۶/۸V کاهش یافته یعنی ۰/۲V کاهش می‌یابد.

۴ ۲۲۱۸ B

خط فکری در بسیاری از مدارهای الکتریکی از تغییر مقاومت برای تقسیم ولتاژ استفاده می‌کنند. از این ویژگی در برخی از تجهیزات الکتریکی به عنوان کلید الکترونیکی بهره‌برداری می‌شود. آژیر خطر، کلید خودکار روشن شدن چراغ‌ها و ... مثال‌هایی از این دست هستند. شکل روبه‌رو چنین مداری را که در چراغ روشنایی خودروها به کار می‌رود، نشان می‌دهد. در این مدار از دو مقاومت R_1 و مقاومت متغیر LDR استفاده شده است که به طور متوالی به هم وصل‌اند. همان‌طور که می‌دانیم وقتی تابش نور به LDR قطع می‌شود، مقاومت آن افزایش می‌یابد. در نتیجه ولتاژ خروجی $(V_{\text{خروجی}})$ زیاد می‌شود. این افزایش ولتاژ سبب فعال شدن کلید الکترونیکی می‌شود که به چراغ وصل است و بدین ترتیب چراغ روشن می‌شود. بنابراین تا زمانی که نور به اندازه کافی بتابد، کلید فعال نمی‌شود.



۱ برای فعال شدن کلید باید ولتاژ دو سر آن ۵ ولت شود بنابراین ولتاژ دو سر LDR، باید ۵ ولت باشد. در این صورت ولتاژ دو سر مقاومت R_1 خواهد شد.

$$V_{R_1}=۱۲-۵=۷V$$

۲ با توجه به قانون اهم جریان عبوری از مقاومت R_1 را به‌دست می‌آوریم چون مقاومت R_1 به‌صورت متوالی به باتری بسته شده جریان عبوری از آن برابر جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{V_{R_1}}{R_1}=\frac{۷}{۲۸۰\times۱۰^{+۳}}=\frac{۱۰^{-۳}}{۴۰}A$$

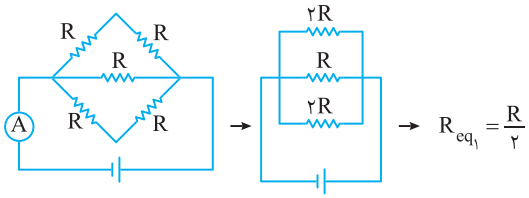
۳ پس از LDR نیز جریان $\frac{۱۰^{-۳}}{۴۰}A$ عبور می‌کند و اختلاف پتانسیل دو سر آن ۵V است، حال با توجه به قانون اهم، مقاومت LDR را حساب می‌کنیم:

$$R_{LDR}=\frac{V_{LDR}}{I}=\frac{۵}{\frac{۱۰^{-۳}}{۴۰}}=۲۰۰k\Omega$$

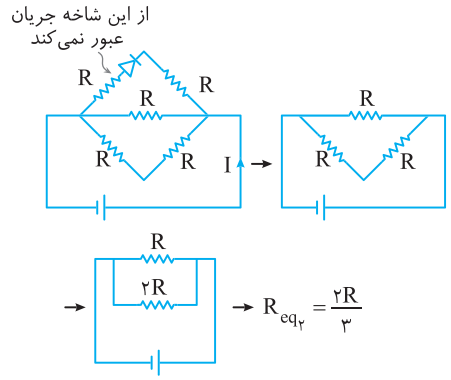
۳ ۲۲۱۹ B

خط فکری در هر سه گزینه آمپرسنج به باتری وصل است و جریان خروجی از باتری $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ را نشان می‌دهد. چون ε و r در همه مدارها یکسان است، ابتدا R_{eq} در سه مدار را مشخص می‌کنیم:

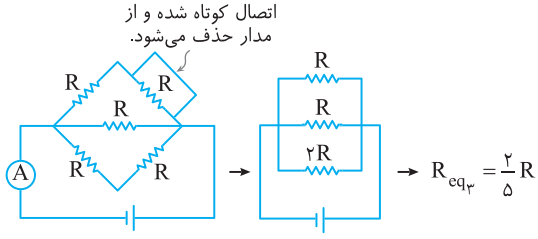
گزینه (۱): لامپ بالای LDR روشن است پس مقاومت LDR ناچیز است، بنابراین مدار به صورت زیر خواهد بود و مقاومت معادل آن خواهد شد:



در گزینهٔ (۲): دیود خلاف جهت جریان باتری بسته شده است. پس از شاخه‌ای که دیود در آن قرار دارد جریانی عبور نمی‌کند:



گزینهٔ (۳): مقاومت R در شاخه بالایی اتصال کوتاه شده است

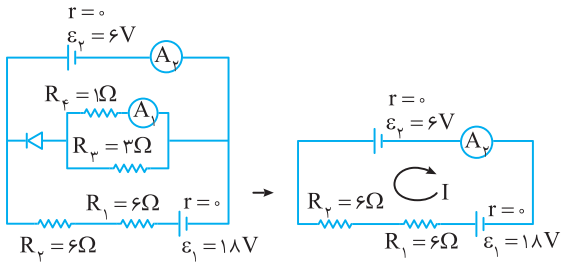


با توجه به رابطه $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$، هر مداری که R_{eq} کمتری داشته باشد، جریان بیشتری از باتری آن خارج می‌شود و چون آمپرسنج‌ها جریان کل مدار را نشان می‌دهند، آمپرسنج عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد بنابراین:

$$R_{eq_3}<R_{eq_1}<R_{eq_2}\Rightarrow I_3>I_1>I_2$$

B ۲ ۲۲۲۰

دیود در شـاخه وسط به گونه‌ای بسته شده که از این شاخه جریانی نمی‌گذرد و آمپرسنج A_1 که در این شاخه قرار دارد صفر را نشان می‌دهد و مدار به صورت زیر است.



نیرو محرکهٔ باتری (۱) بزرگ‌تر از نیرو محرکهٔ باتری (۲) است پس جریان ساعتگرد بوده و مقدار آن برابر است با:

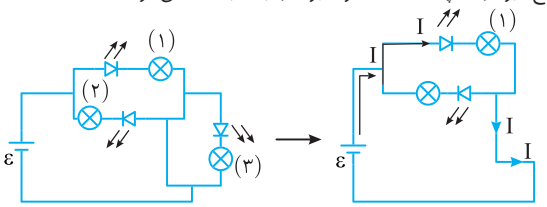
$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{R_1+R_2}=\frac{۱۲}{۱۲}=۱A$$

آمپرسنج مطابق شکل جریان عبوری از مدار را نشان می‌دهد بنابراین این آمپرسنج جریان ۱A نشان می‌دهد.

B ۱ ۲۲۲۱

یادآوری دیود یکسوکننده بوده و جریان تنها از یک جهت آن عبور می‌کند:

در مدار شکل دو سر دیود و لامپ (۳) با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شده و در واقع دیود و لامپ (۳) اتصال کوتاه بوده و از مدار حذف می‌شود:



با توجه به جهت قراگیری باتری و اینکه جریان از قطب مثبت خارج می‌شود، جریان از شاخهٔ بالایی یعنی دیود و لامپ (۱) عبور می‌کند و جریان نمی‌تواند از دیود (۲) عبور کند و لامپ (۲) خاموش خواهد بود.

A ۳ ۲۲۲۲

خط فکری اختلاف پتانسیل منبع و جریان مدار را در اختیار داریم، بنابراین ابتدا باید مقاومت معادل را به‌دست بیاوریم و سپس بررسی کنیم با چه تعداد مقاومت ۴۰ اهمی می‌توان این مقاومت معادل را ساخت.

مقاومت کل مدار برابر است با: $R_{eq}=\frac{V}{I}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۲۰}{۱۵}\Rightarrow R_{eq}=۸\Omega$

مقاومت معادل ۸Ω است که از مقاومت ۴۰Ω کمتر است بنابراین باید مقاومت‌ها را با هم موازی ببندیم.

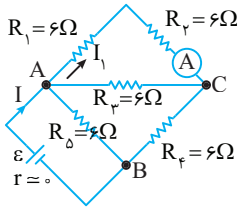
یادآوری اگر n تا مقاومت مشابه R را با یکدیگر موازی ببندیم، مقاومت معادل مدار برابر $\frac{R}{n}$ می‌شود.

$$R_{eq}=\frac{R}{n}\Rightarrow ۸=\frac{۴۰}{n}\Rightarrow n=۵$$

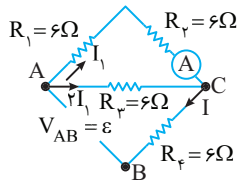
C ۲ ۲۲۲۳

خُب این از اون تستهاییه که سر جلسه آزمون باید رهاش کرد و رفت سراغ تست بعد چون طراحش هم سر جلسهٔ آزمون نمی‌تونه زیر ۴ دقیقه حلش کنه.

نکتهٔ مهم حل این تست این است که باتری آرمانی است و مقاومت درونی ندارد و هر شاخه‌ای که با باتری موازی است ولتاژ دو سرش با نیروی محرکه باتری برابر است. بنابراین در شکل روبه‌رو می‌توان مدار را به صورت شکل زیر ساده‌تر فرض کرد.



در این حالت اگر جریان آمپرسنج I_1 باشد جریان شاخه R_3 که مقاومت آن نصف شاخهٔ بالایی است $2I_1$ و جریان مقاومت R_4 برابر مجموع این دو جریان است.



$$I=I_1+۲I_1=۳I_1\Rightarrow I=۳I_1\quad(۱)$$

مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم:

R_1, R_2 متوالی $\Rightarrow R_{12}=۶+۶=۱۲\Omega$

R_{12} با R_3 موازی $\Rightarrow R_{123}=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$

R_{123} با R_4 متوالی $\Rightarrow R=۴+۶=۱۰\Omega$

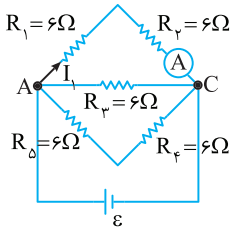
جریان این قسمت از مدار با قانون اهم خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{\varepsilon}{۱۰}\quad(۲)$$

از رابطه (۱) در رابطه (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$۳I_1=\frac{\varepsilon}{۱۰}\Rightarrow I_1=\frac{\varepsilon}{۳۰}$$

وقتی باتری آرمانی بین A و C بسته شود مدار به شکل روبه‌رو خواهد شد. در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر هر شاخه با نیروی محرکهٔ باتری برابر است. از این‌رو جریان شاخهٔ شامل آمپرسنج که مقاومت آن $۶+۶=۱۲\Omega$ است، خواهد شد:

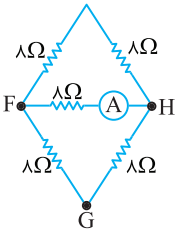


$$I'_1=\frac{\varepsilon}{R}\Rightarrow I'_1=\frac{\varepsilon}{۱۲}$$

نسبت جریانی که آمپرسنج در حالت دوم نشان می‌دهد به حالت اول برابر است با:

$$\frac{I'_1}{I_1}=\frac{\frac{\varepsilon}{۱۲}}{\frac{\varepsilon}{۳۰}}=\frac{۳۰}{۱۲}=\frac{۵}{۲}$$

بازی با سوال **در شکل زیر هنگامی که نقاط H و F به یک باتری آرمانی وصل باشند، آمپرسنج عدد A_1 را نشان می‌دهد و هنگامی که نقاط F و G را به همان باتری وصل کنیم، آمپرسنج عدد A_2 را نشان می‌دهد، $\frac{A_1}{A_2}$ برابر کدام گزینه است؟**



۱) ۱

۲) ۱/۵

۳) ۲

۴) ۲/۵

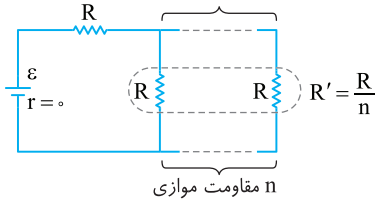
گزینهٔ ٤

C ۳ ۲۲۲۴

یادآوری برای به‌دست آوردن مقاومت معادل در مقاومت‌های موازی یکسان، یک مقاومت را به تعداد آن‌ها تقسیم می‌کنیم.

با توجه به شکل مقاومت معادل مقاومت‌های موازی $\frac{R}{n}$ است که این مقاومت با مقاومت R متوالی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=R+\frac{R}{n}\Rightarrow R_{eq}=\frac{n+۱}{n}R$$



جریان عبوری از باتری خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{\frac{n+۱}{n}R}=\frac{n}{n+۱}\times\frac{\varepsilon}{R}$$

اگر تعداد مقاومت‌های موازی $n+1$ شود، مقاومت معادل آن خواهد شد:

$$R'_{eq}=R+\frac{R}{n+1}=\frac{n+2}{n+1}R$$

و جریان باتری خواهد شد:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}=\frac{\varepsilon}{\frac{n+2}{n+1}R}=\frac{n+1}{n+2}\times\frac{\varepsilon}{R}$$

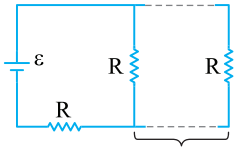
با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$I'=\frac{16}{15}I\Rightarrow\left(\frac{n+1}{n+2}\right)\frac{\varepsilon}{R}=\frac{16}{15}\left(\frac{n}{n+1}\right)\frac{\varepsilon}{R}\Rightarrow 16n^2+32n=15(n+1)^2$$

$$\Rightarrow 16n^2+32n=15n^2+30n+15$$

$$\Rightarrow n^2+2n-15=0\Rightarrow(n-3)(n+5)=0\Rightarrow\begin{cases}n=3\\ n=-5\ \text{غ.ق.ق}\end{cases}$$

بازی با سؤال **در شکل مقابل، n مقاومت موازی و یک مقاومت متوالی به یک باتری آرمانی بسته شده است. اگر مقاومت R دیگری را به طور موازی به مدار اضافه کنیم، جریان خروجی از باتری به اندازهٔ ۱/۲۵ درصد تغییر می‌کند، n کدام است؟**



۱) ۱ ۲) ۳۲ ۳) ۸ ۴) ۴

گزینه ۳

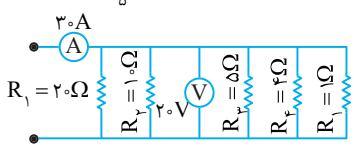
۲ ۲۲۲۵ B

خط فکری قرار است که آمپرسنج جریان ورودی به مدار را ۳۰A نشان دهد، از طرفی تمام مقاومت‌ها با هم موازی‌اند و اختلاف پتانسیل یکسان دارند و می‌خواهیم ولت‌سنج ولتاژ دو سر همهٔ این مقاومت‌های موازی را ۲۰V نشان دهد، بنابراین باید به کمک این ولتاژ، جریان هر مقاومت را حساب کنیم تا معلوم شود کدام مقاومت را باید حذف کنیم.

جریان تک‌تک شاخه‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$I_1=\frac{V}{R_1}=\frac{20}{20}=1A\ ,\ I_2=\frac{V}{R_2}=\frac{20}{10}=2A\ ,\ I_3=\frac{V}{R_3}=\frac{20}{5}=4A$$

$$I_4=\frac{V}{R_4}=\frac{20}{4}=5A\ ,\ I_5=\frac{V}{R_5}=\frac{20}{1}=20A$$



بنابراین مجموع جریان‌ها برابر با $I_T=1+2+4+5+20=32A$ است. در حالی که آمپرسنج ۳۰A نشان می‌دهد بنابراین باید ۲A از جریان کل کم شود و شاخه‌ای که جریان آن ۲A است (I_2) مربوط به شاخه $R_2=10\Omega$ است بنابراین باید حذف شود.

۴ ۲۲۲۶ B

باتری یک شبانه‌روز لامپ‌ها را روشن نگاه داشته بنابراین جریانی که باتری در این مدت به مدار می‌دهد خواهد شد:

$$Q_{کل}=48Ah\Rightarrow\frac{Q}{t}=I_{کل}\Rightarrow I_{کل}=\frac{48}{24}=2A$$

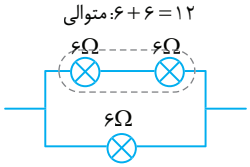
نیروی محرکهٔ باتری آرمانی ۱۸V می‌باشد بنابراین مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$V_{باتری}=R_{eq}I_{کل}\Rightarrow 18=R_{eq}\times 2\Rightarrow R_{eq}=9\Omega$$

مقاومت معادل باید 9Ω باشد یعنی این سه لامپ 6Ω را باید به گونه‌ای به هم متصل کنیم که مقاومت معادل آن‌ها 9Ω شود. اگر سه مقاومت 6Ω متوالی بودند مقاومت معادل $3\times 6=18\Omega$ می‌شد و گزینهٔ (۱) نادرست است و اگر موازی بودند مقاومت معادل $\frac{6}{3}=2\Omega$ می‌شد و گزینهٔ (۲) نادرست است.

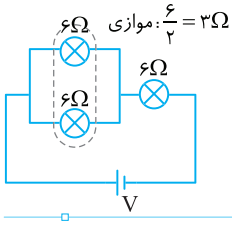
در حالتی که دو لامپ متوالی و با لامپ سوم موازی باشند، مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{12\times 6}{12+6}=4\Omega$$



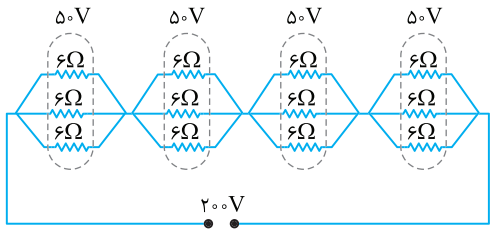
بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

اما در مدار شکل مقابل دو لامپ موازی و معادل آن‌ها با لامپ سوم متوالی بوده و مقاومت معادل 9Ω است و گزینهٔ (۴) درست است.



۲ ۲۲۲۷ B

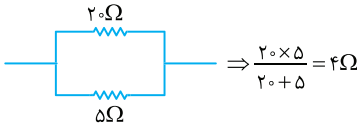
ولتاژ ۲۰۰ ولت باید به دو سر مدار اعمال شود پس این مدار باید شامل ۴ قسمت متوالی باشد که ولتاژ دو سر هر قسمت $50V$ است و هر قسمت باید مقاومت 2Ω داشته باشد تا مقاومت معادل 8Ω شود از این‌رو ۱۲ مقاومت به شکل زیر باید داشته باشیم.



۱ ۲۲۲۸ C

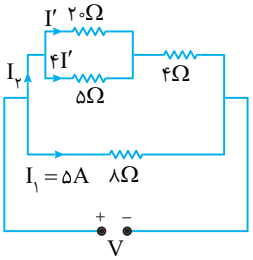
خط فکری در حل این مسائل باید یادمان باشد که در مقاومت‌های موازی مقاومت معادل از تک‌تک مقاومت‌ها کوچک‌تر است و نمی‌تواند با هیچ یک از مقاومت‌ها برابر باشد. از طرفی باید مقداری پیشگویی در چگونگی مدار به خرج داد و برای این چهار مقاومت نحوه‌های مختلف را بررسی کرد تا به جواب رسید.

مقاومت معادل 4Ω است و مقاومت‌ها به ترتیب 4Ω، 5Ω، 8Ω و 20Ω است، بنابراین مقاومت‌ها با هم موازی نیستند. از طرفی این چهار مقاومت با هم متوالی نیستند زیرا در این صورت مقاومت معادل $4+5+8+20=37\Omega$ می‌شود که از 4Ω بزرگ‌تر است. بنابراین باید مدار دارای شاخه‌های موازی باشد. به سراغ موازی کردن مقاومت‌ها می‌رویم. مقاومت معادل دو مقاومت موازی 4Ω و 5Ω، $\frac{20}{9}\Omega$ $(\frac{5\times 4}{5+4})$ همچنین مقاومت معادل دو مقاومت موازی 5Ω و 8Ω، $\frac{40}{13}\Omega$ $(\frac{8\times 5}{8+5})$ است که چون عدد کسری هستند احتمال این نحوه بستن آن‌ها کم است. اما به سراغ دو مقاومت 5Ω و 20Ω می‌رویم، در ذهن خود آن‌ها را موازی می‌بندیم، مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:



$$\Rightarrow\frac{20\times 5}{20+5}=4\Omega$$

اکنون مدار مقابل را پیشنهاد می‌دهیم. مقاومت شاخهٔ بالایی $4+4=8\Omega$ و مقاومت شاخهٔ پایینی نیز 8Ω است و مقاومت معادل 4Ω می‌شود که برابر مقدار مقاومت معادلی است که در صورت سؤال داده شده است. اکنون جریان‌ها را حساب می‌کنیم. جریان مقاومت پایینی $5A$ است و چون دو شاخه دارای مقاومت 8Ω هستند، جریان شاخهٔ بالایی نیز $5A$ است بنابراین جریان $5A$ بین دو مقاومت موازی 5Ω و 20Ω به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. اگر از مقاومت 20Ω جریان I' بگذرد از مقاومت 5Ω جریان $4I'$ می‌گذرد و جمع I' و $4I'$ باید برابر $5A$ شود بنابراین $5I'=5\Rightarrow I'=1A$



۴ ۲۲۲۹ A

آمپرسنج برای اندازه‌گیری جریان مدار به کار می‌رود و در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها برابر است از این رو آمپرسنج را به طور متوالی در مدار قرار می‌دهند و برای آنکه در جریان مدار اختلال ایجاد نکند باید مقاومت آن **ناچیز** باشد.

ولت‌سنج برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل به کار می‌رود و به طور موازی در مدار قرار می‌گیرد و برای آنکه جریانی که از آن می‌گذرد بسیار ناچیز باشد مقاومت ولت‌سنج **بسیار بزرگ** باشد.

B ۲ ۲۲۳۰

خط فکری در همهٔ شکل‌ها ولت‌سنج به دو سر باتری وصل بوده، و اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد، همچنین آمپرسنج متوالی با باتری وصل شده و جریان باتری (جریان مدار) را نشان می‌دهد. نیروی محرکه و مقاومت درونی باتری‌ها یکسان است و با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ در مداری که مقاومت معادل بیشینه است، جریان کمینه است و در مداری که مقاومت معادل کمینه است، جریان بیشینه است بنابراین باید مشخص کرد کدام مدار دارای بیشینه مقاومت و کدام مدار دارای کمینه مقاومت معادل است.

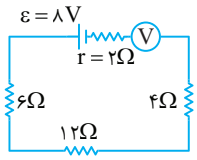
در مدار (پ) سه مقاومت موازی هستند بنابراین مقاومت معادل آن‌ها از مدارهای دیگر کمتر است $(R_{eq}=\frac{R}{3})$، بنابراین جریان این مدار بیشینه است و آمپرسنج بیشینه جریان را نشان می‌دهند. اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V=\varepsilon-Ir$ است پس برای آنکه اختلاف پتانسیل دو سر باتری بیشینه باشد باید افت پتانسیل (Ir) کمینه بوده و جریان مدار نیز کمینه باشد.

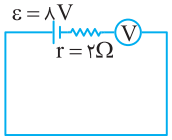
مدار (ب) که هر سه مقاومت متوالی بوده و مقاومت معادل بیشینه است:

$$I_{min} \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} R_{max}$$

A ۱ ۲۲۳۱

مقاومت ولت‌سنج‌ها بسیار بزرگ است، بنابراین اگر ولت‌سنجی به طور اشتباه به صورت متوالی در مدار بسته شود، از شاخهٔ شامل ولت‌سنج جریان نمی‌گذرد $(I=0)$ و در این مسئله اختلاف پتانسیل دو سر تمام مقاومت‌ها $(V=IR)$ صفر می‌شود. در واقع می‌توان فرض کرد که مقاومت‌ها در مدار قرار ندارند.





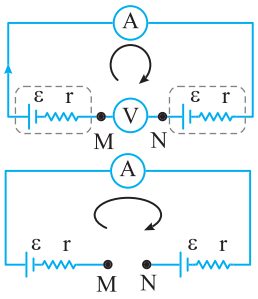
در این صورت ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که چون جریان صفر است:

$$V=\varepsilon-rI \xrightarrow{I=0} V=\varepsilon \Rightarrow V=8V$$

B ۲ ۲۲۳۲

۱ ولت‌سنج آرمانی دارای مقاومت بسیار زیادی است و اگر به‌صورت متوالی در مدار قرار گیرد جریان عبوری از مدار صفر می‌شود پس آمپرسنج عدد صفر را نشان می‌دهد.

۲ عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر اختلاف پتانسیل دو نقطهٔ M و N است. از نقطهٔ M در جهت نشان داده شده تا نقطهٔ N قدم می‌زنیم:



از قطب مثبت خارج شدیم

$$V_M-rI+\varepsilon-rI+\varepsilon=V_N$$

از قطب مثبت خارج شدیم

۳ همان‌گونه که گفتیم جریان مدار صفر است از این‌رو:

$$V_M+2\varepsilon=V_N \Rightarrow V_N-N_M=2\varepsilon \Rightarrow$$ عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد $=2\varepsilon$

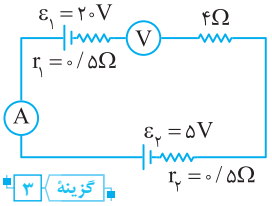
بازی با سوال **در شکل روبه‌رو وسایل اندازه‌گیری آرمانی هستند. به‌ترتیب از راست به چپ ولت‌سنج چند ولت و آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟**

۱) ۱۵، ۳

۲) ۲۵، ۵

۳) ۱۵، صفر

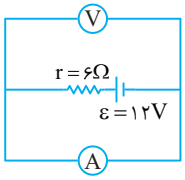
۴) ۲۵، صفر



گزینهٔ ۳

B ۲ ۲۲۳۳

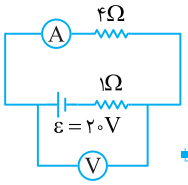
خط فکری رفتار آمپرسنج آرمانی در مدار شبیه یک سیم بدون مقاومت است و همواره اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج آرمانی صفر است. بنابراین اگر آمپرسنج را به شکل موازی به مدار ببندید، تمام جریان از آمپرسنج می‌گذرد و از شاخهٔ موازی آن جریانی نمی‌گذرد و اختلاف پتانسیل دو سر آن شاخه صفر است. با دانستن این مطالب مسئله را حل می‌کنیم.



جریان برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow I=\frac{12}{6}=2A$

اختلاف پتانسیل دو سر مدار برابر اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج است یعنی ولت‌سنج عدد صفر را نمایش می‌دهد.

بازی با سوال **در مدار شکل زیر با جابه‌جا کردن جای آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی، به ترتیب از راست به چپ اعدادی که نشان می‌دهند چقدر تغییر می‌کند؟ (با فرض آسیب نرسیدن به آمپرسنج)**



۱) ۴ و ۱۶

۲) ۱۶ و ۴

۳) ۱۶ و ۱۶

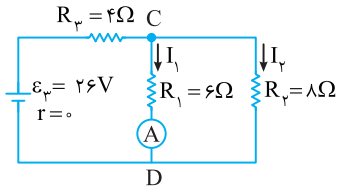
۴) ۴ و ۴

گزینهٔ ۳

B ۲ ۲۲۳۴

حالت اول: مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.

مقاومت‌های ۶Ω و ۸Ω موازی هستند. $R_{12}=\frac{8\times6}{8+6}=\frac{24}{7}\Omega$



مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم.

$$R_{eq}=R_3+R_{12} \Rightarrow R_{eq}=4+\frac{24}{7} \Rightarrow R_{eq}=\frac{52}{7}\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I=\frac{26}{\frac{52}{7}} \Rightarrow I=\frac{7\times26}{52}A \Rightarrow I=3/5A$$

اختلاف پتانسیل بین C و D خواهد شد:

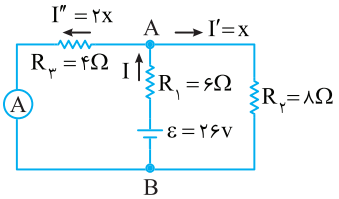
$$V_{CD}=IR_{CD} \Rightarrow V_{CD}=3/5\times\frac{24}{7} \Rightarrow V_{CD}=12N$$

ولتاژ دو سر مقاومت R_2 همان V_{CD} است، بنابراین:

$$V_{CD}=I_2R_2 \Rightarrow I_2=\frac{V_{CD}}{R_2}=\frac{12}{8} \Rightarrow I_2=1/5A$$

حالت دوم:

مقاومت $R_2=8\Omega$ و $R_3=4\Omega$ بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و با هم موازی هستند.



$$R_{23}=\frac{4\times8}{4+8}=\frac{32}{12} \Rightarrow R_{23}=\frac{8}{3}\Omega$$

مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم. $R'_{eq}=R_1+R_{23}=6+\frac{8}{3} \Rightarrow R'_{eq}=\frac{26}{3}\Omega$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}} \Rightarrow I=\frac{26}{\frac{26}{3}}=3A$

جریان در نقطهٔ A به دو شاخه تقسیم می‌شود. تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی با مقاومت نسبت وارون دارد.

$x+۲x=۳\Rightarrow x=۱A\Rightarrow I'=۱A$

تغییر جریان برابر $۱/۵-۱=۰/۵A$ است.

A ۲۲۳۵ ۳

در حالت اول مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ با هم موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت $R_۱$ متوالی است.

$$\frac{۱}{R_{۲,۳}}=\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}\Rightarrow R_{۲,۳}=۲\Omega$$

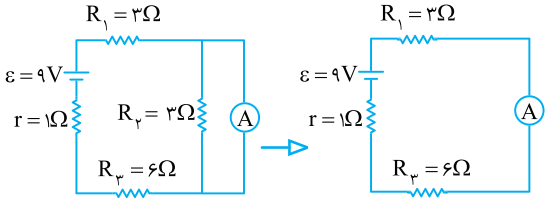
$$R_{eq}=۲+۳=۵\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۹}{۵+۱}=۱/۵A$$

در حالت دوم آمپرسنج با مقاومت $R_۲$ موازی می‌شود و چون آمپرسنج آرمانی مقاومت ناچیز دارد، $R_۲$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۳$ متوالی می‌شوند.

$$R'_{eq}=۳+۶=۹\Omega$$

$$I'=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۹}{۹+۱}=۰/۹A$$

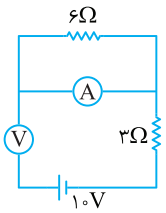


بنابراین جریان عبوری از آمپرسنج $۱/۵-۰/۹=۰/۶A$ کاهش می‌یابد.

B ۲۲۳۶ ۲

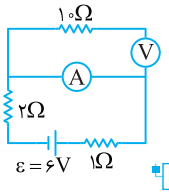
یادآوری هر گاه آمپرسنج با یک شاخه از مدار موازی بسته شود آن شاخه اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. از طرفی وقتی که ولت‌سنج با باتری متوالی بسته می‌شود، جریان به مدار صفر می‌شود.

به مدار نگاه کنید. ولت‌سنج متوالی بسته شده و جریان مدار صفر است و آمپرسنج عدد صفر را نشان می‌دهد، اما ولت‌سنج در این حالت نیروی محرکهٔ باتری یعنی ۱۰V را نشان خواهد داد.



بازی با سؤال **در مدار زیر اگر آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی باشند، به ترتیب از راست به چپ چه عددی را نشان می‌دهند؟**

آزمون مدارس برتر



۱) ۲، صفر
۲) ۲، ۴
۳) صفر، صفر
۴) صفر، ۴

گزینهٔ ۱

B ۲۲۳۷ ۱

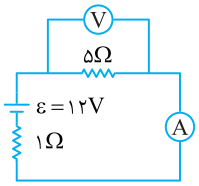
حالت اول: جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۵+۱}=۲A$$

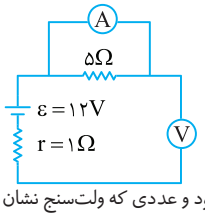
آمپرسنج جریان ۲A را نشان می‌دهد.

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵Ω را نشان می‌دهد.

$V=IR\Rightarrow V=۲\times۵\Rightarrow V=۱۰V$



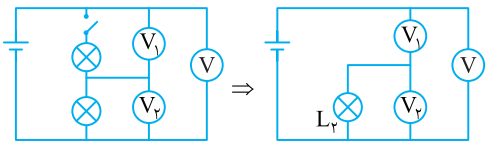
حالت دوم: با عوض کردن جای آمپرسنج و ولت‌سنج، ولت‌سنج در مدار به طور متوالی قرار می‌گیرد و به دلیل مقاومت بسیار بالای آن اجازه عبور جریان را نمی‌دهد. در این حالت آمپرسنج صفر و ولت‌سنج نیروی محرکه باتری یعنی ۱۲V را نشان می‌دهد.



نتیجه: عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد ۲A کم می‌شود و عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد $۱۲-۱۰=۲V$ افزایش می‌یابد.

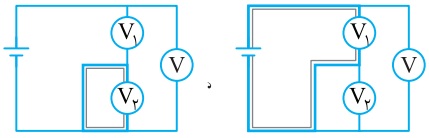
B ۲۲۳۸ ۲

هنگامی که کلید $K_۱$ باز می‌شود، شاخهٔ دارای کلید $K_۱$ حذف شده و شکل مدار به صورت زیر خواهد شد:



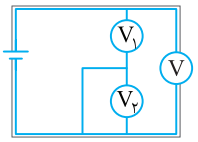
با توجه به شکل لامپ $L_۲$ با ولت‌سنج $V_۱$ متوالی شده و جریانی از آن عبور نمی‌کند و در واقع این لامپ نیز روشن نبوده و اختلاف پتانسیلی ایجاد نمی‌کند و مانند سیم عمل خواهد کرد.

دو سر ولت‌سنج $V_۲$ به هم وصل شده و صفر را نشان می‌دهند، اما ولت‌سنج‌های $V_۱$ و V به دو سر باتری وصل بوده و نیرومحرکه را نشان می‌دهند. شکل اتصال این سه ولت‌سنج را در زیر کشیده‌ایم:



دوسر ولت‌سنج $V_۱$ به باتری وصل بوده و چون مدار جریانی ندارد. $V_۱=\varepsilon$

دوسر ولت‌سنج $V_۲$ با سیم به‌هم وصل بوده و $V_۲=۰$ است.

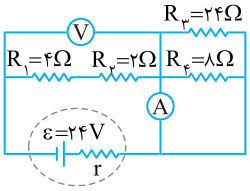


دوسر ولت سنج V به باتری وصل بوده و $V=\varepsilon$ را نشان می‌دهد.

B ۲۲۳۹ ۳

مقاومت آمپرسنج آرمانی ناچیز است و سبب اتصال کوتاه مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ می‌شود.

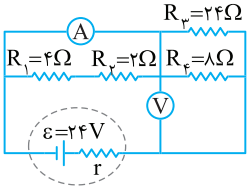
بنابراین آمپرسنج جریان کل مدار و ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری یا ولتاژ دو سر $R_۱$ و $R_۲$ را نشان می‌دهد.



عدد آمپرسنج $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۶+r}$

عدد ولت‌سنج $V=IR\Rightarrow V=۶I$

بعد از تعویض جای ولت‌سنج و آمپرسنج، مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ حذف شده و $R_۳$ و $R_۴$ موازی می‌شوند.



$R'_{eq}=\frac{۸\times۲۴}{۸+۲۴}\Rightarrow R'_{eq}=۶\Omega$

جریان مدار $I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{\varepsilon}{۶+r}=I$

$V'=I'R'=I\times۶\Rightarrow V'=V$

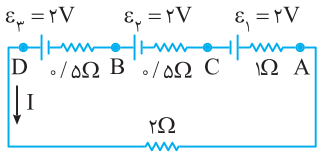
بنابراین عددهای که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهند، هیچ تغییری نمی‌کند.

C ۲۲۴۰ ۱

جریان باتری‌های (۲) و (۳) همسو و هر دو پادساعتگرد است اما جریان باتری (۱) خلاف جهت آن‌ها است و با توجه به اینکه $\varepsilon_۳+\varepsilon_۲>\varepsilon_۱$ است جریان مدار پادساعتگرد است و مقدار آن برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon_۲+\varepsilon_۳-\varepsilon_۱}{۱+۰/۵+۰/۵+۲}\Rightarrow I=\frac{۲}{۴}=۰/۵A$$

نکته ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سری از مدار را نشان می‌دهد که به آن دو نقطه بسته شده است بنابراین ولت‌سنج $V_۱$ اختلاف پتانسیل A و B را نشان می‌دهد و ولت‌سنج $V_۲$ اختلاف پتانسیل C و D را نشان می‌دهد.



ولت‌سنج V_1، اختلاف پتانسیل نقاط A و B را نشان می‌دهد پس در جهت جریان از نقطهٔ A تا نقطه B حرکت می‌کنیم.

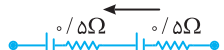
از قطب مثبت خارج شده‌ایم — در جهت جریان از مقاومت عبور کردیم

$$V_A - \varepsilon_1 - 1\times I - 0/5\times I + \varepsilon_2 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 1/5I$$

از قطب منفی باتری خارج شده‌ایم

$$= 1/5\times 0/5 = 0/75V \Rightarrow V_1 = 0/75V$$

ولت‌سنج V_2 اختلاف پتانسیل نقاط C و D را نشان می‌دهد، پس در جهت جریان از نقطه C تا نقطه D قدم می‌زنیم.



$$V_C - 0/5I + 2 - 0/5I + 2 = V_D \Rightarrow V_D - V_C = 4 - I$$
$$= 4 - 0/5 = 3/5V \Rightarrow V_2 = +3/5V$$

نسبت V_1 به V_2 خواسته شده است از این‌رو:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{0/75}{3/5} \times \frac{4}{4} = \frac{3}{14}$$

A ۱ ۲۲۴۱

مقاومت ولت‌سنج آرمانی بی‌نهایت است و جریان عبوری از شاخهٔ شامل ولت‌سنج صفر است و تمام جریان از شاخهٔ شامل آمپرسنج می‌گذرد.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow \frac{11}{9+1} = 1/1A$$

با توجه به شکل در می‌یابیم ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد.

$$V = \varepsilon - rI = 11 - 1(1/1) = 9/9V$$

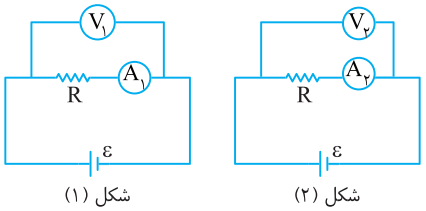
B ۳ ۲۲۴۲

با حذف ولت‌سنج یک مقاومت موازی از مدار حذف و مقاومت مدار افزایش و در نتیجه جریان مدار کاهش می‌یابد و آمپرسنج عدد کوچک‌تری را نشان می‌دهد بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

ولت‌سنج و آمپرسنج آرمانی نیستند و به همین دلیل در دو سر آمپرسنج نیز اختلاف پتانسیل ($V_A = R_A I$) داریم و مجموع اختلاف پتانسیل دو سر ولت‌سنج و اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج برابر نیروی محرکهٔ باتری است ($\varepsilon = V_A + V_V$). با حذف آمپرسنج، ولت‌سنج مستقیماً به باتری وصل می‌شود و ولت‌سنج نیروی محرکهٔ باتری (ε) را نمایش می‌دهد یعنی عدد ولت‌سنج با حذف آمپرسنج افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۲) نادرست و گزینهٔ (۳) درست است.

اگر جای ولت‌سنج و آمپرسنج را عوض کنیم، مقاومت ولت‌سنج که زیاد است در مدار به‌طور متوالی قرار گرفته و مقاومت مدار بسیار زیاد و در نتیجه جریان مدار بسیار کم می‌شود و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد، بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

بازی با سؤال — در مدارهای شکل زیر ولت‌سنج V_1 و آمپرسنج A_1 آرمانی هستند و به ترتیب اختلاف پتانسیل V_1 و جریان I_1 را نشان می‌دهند. ولت‌سنج V_2 و آمپرسنج A_2 آرمانی نیستند و به ترتیب اختلاف پتانسیل V_2 و جریان I_2 را نشان می‌دهند. کدام گزینه درست است؟



شکل (۱) شکل (۲)

۱) $V_2 > V_1$ ، $I_2 < I_1$
۲) $V_2 < V_1$ ، $I_2 < I_1$
۳) $V_2 = V_1$ ، $I_2 < I_1$
۴) $V_2 = V_1$ ، $I_2 > I_1$

گزینهٔ ۳

A ۲ ۲۲۴۳

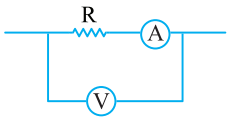
مقاومت‌های R و R_A به طور متوالی بسته شده و ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها را نشان می‌دهد (۲۴V). با توجه به اینکه آمپرسنج جریان ۰/۲A را نشان می‌دهد و به طور متوالی به مقاومت R بسته شده است، جریان عبوری از مقاومت‌های R_A و R برابر ۰/۲A است. مقاومت معادل بین نقاط a و c را به کمک قانون اهم به‌دست می‌آوریم.

$$R_{ac} = \frac{V_{ac}}{I_{ac}} \Rightarrow R_{ac} = \frac{24}{0/2} \Rightarrow R_{ac} = 120\Omega$$

با توجه به اینکه مقاومت‌های R و R_A متوالی هستند، خواهیم داشت:

$$R_{ac} = R + R_A \xrightarrow{R_A = 1\Omega} 120 = R + 1 \Rightarrow R = 119\Omega$$

بازی با سؤال — در مدار شکل زیر ولت‌سنج آرمانی ۲۰V و آمپرسنج ۲A را نشان می‌دهند. اگر مقاومت آمپرسنج ۱Ω باشد، مقاومت R چند اهم است؟



۱) ۴ ۲) ۴/۵
۳) ۸ ۴) ۹

گزینهٔ ۴

B ۳ ۲۲۴۴

مدار (الف): از رابطهٔ $V = IR$ داریم:

$$V_{\text{ولت‌سنج}} = I_{\text{آمپرسنج}}(R_1 + R_{\text{آمپرسنج}}) \Rightarrow 72 = 1/6(R_1 + 5) \Rightarrow R_1 = 40\Omega$$

مدار (ب):

$$V_{\text{ولت‌سنج}} = I_{\text{ولت‌سنج}} R_{\text{ولت‌سنج}} \Rightarrow 73/8 = 180 I_{\text{ولت‌سنج}} \Rightarrow I_{\text{ولت‌سنج}} = 0/41$$

در مدار (ب): جریان عبوری از مقاومت R_2 برابر است با: $I_2 = 0/82 - 0/41 = 0/41$

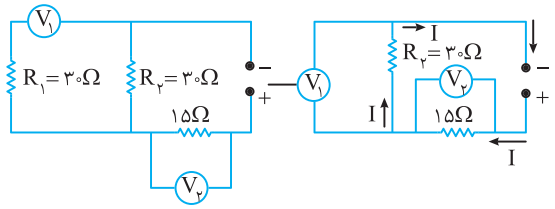
جریان به یک اندازه در دو شاخه شامل R_2 و ولت‌سنج پخش شده است، پس مقاومت R_2 برابر با مقاومت‌ولت‌سنج یعنی ۱۸۰ اهم است.

B ۲ ۲۲۴۵

وقتی ولت‌سنج به جای آمپرسنج به‌طور متوالی در مدار قرار می‌گیرد به دلیل مقاومت بسیار زیاد ولت‌سنج، مقاومت مدار به شدت افزایش یافته و جریان مدار دچار افت شدید می‌شود. در این حالت وقتی که آمپرسنج با مقاومت $R = 60\Omega$ به‌طور موازی بسته می‌شود، مقاومت آمپرسنج ناچیز است و در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس تقسیم شده و از مقاومت کمتر جریان بیشتری می‌گذرد از این‌رو جریان گذرنده از آمپرسنج از جریان گذرنده از مقاومت R بیشتر است.

B ۱ ۲۲۴۶

ولت‌سنج (۱) با مقاومت $R_1 = 30\Omega$ متوالی بسته شده، پس از این مقاومت جریانی نمی‌گذرد و آن را از مدار حذف می‌کنیم و مدار را به صورت جدید رسم می‌کنیم.



با توجه به مدار، ولت‌سنج V_1 اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_2 = 30\Omega$ را 4V نشان می‌دهد، بنابراین جریان مقاومت R_2 خواهد شد:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}A$$

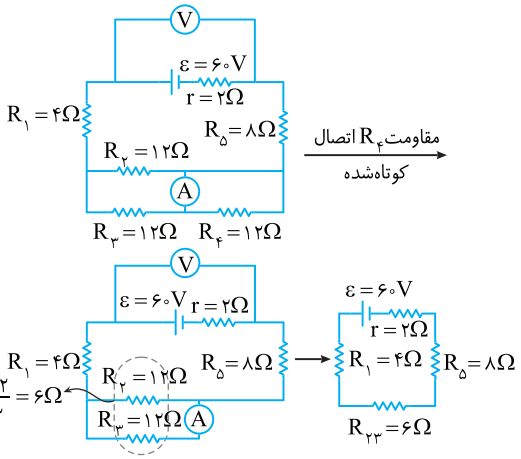
مقاومت‌های 15Ω و 30Ω با هم متوالی‌اند و جریان آن‌ها با هم برابر است. در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 15Ω که ولت‌سنج V_2 آن را نمایش می‌دهد برابر است با:

$$V_2 = IR \Rightarrow V_2 = \frac{2}{15}\times 15 = 2V$$

میانبر در مقاومت‌های متوالی، ولتاژ با مقاومت نسبت مستقیم دارد، بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت 15Ω نصف ولتاژ دو سر مقاومت 30Ω است.

B ۲۲۴۷ **۱**

آمپرسنج آرمانی، مقاومت ناچیزی دارد. بنابراین مقاومت R_4 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. اکنون مقاومت معادل را مرحله به مرحله به‌دست می‌آوریم:



مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=4+8+6=18\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم:

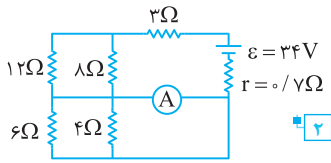
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{60}{18+2}=\frac{60}{20}\Rightarrow I=3A$$

آمپرسنج با مقاومت R_3 متوالی بسته شده و جریان عبوری از آن را نشان می‌دهد. جریان ۳A بین دو شاخهٔ موازی با مقاومت‌های یکسان ۱۲Ω نصف شده، پس جریان عبوری از مقاومت R_3 برابر $\frac{3}{2}=1/5A$ است و آمپرسنج ۱/۵A را نشان می‌دهد. ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که برابر است با:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=60-(3)(2)=54V$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو آمپرسنج ایده‌آل چند آمپر را نشان می‌دهد؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸



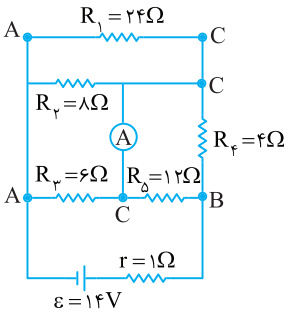
گزینهٔ ۲

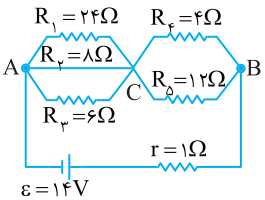
B ۲۲۴۸ **۲**

آمپرسنج آرمانی شبیه سیم بدون مقاومت است. ابتدا با نام‌گذاری مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم تا مشخص شود که کدام مقاومت‌ها با هم موازی و کدام‌ها متوالی بوده و مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.

مقاومت‌های ۲۴Ω و ۸Ω و ۶Ω بین نقاط C و A متصل هستند، بنابراین با هم موازیند.

همچنین مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω بین C و B متصل بوده و آن‌ها نیز با هم موازیند.





$$\frac{1}{R_{123}}=\frac{1}{24}+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}=\frac{1+3+4}{24}\Rightarrow R_{123}=3\Omega$$

$$\frac{1}{R_{45}}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{3+1}{12}\Rightarrow R_{45}=3\Omega$$

$$R_{eq}=3+3=6\Omega$$

جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{14}{6+1}\Rightarrow I=2A$$

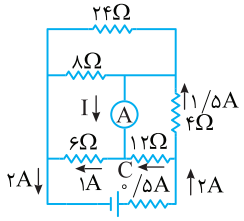
در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. اگر از مقاومت $R_1=24\Omega$ جریان x بگذرد از مقاومت‌های R_2 و R_3 به‌ترتیب 3x و 4x جریان می‌گذرد بنابراین:

$$x+3x+4x=2\Rightarrow x=0/25$$

$$\Rightarrow I_1=x=0/25,\ I_2=0/75A,\ I_3=4x=1A$$

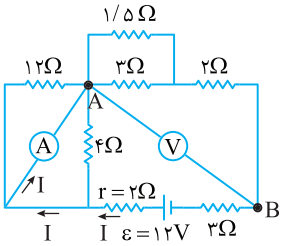
از مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω نیز با همین روش جریان‌های ۱/۵A و ۰/۵A می‌گذرد. به نقطهٔ C پایین آمپرسنج دقت کنید.

$$I+0/5=1\Rightarrow I=0/5A$$

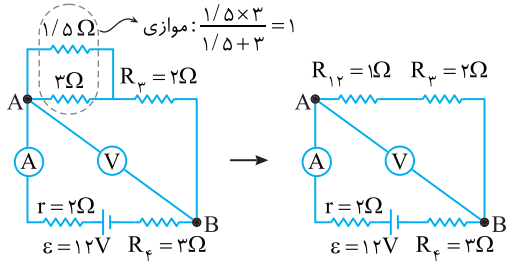


B ۲۲۴۹ **۳**

خط فکری آمپرسنج آرمانی دارای مقاومت ناچیز است و ولت‌سنج آرمانی دارای مقاومت بسیار بزرگی است. ابتدا باید شما به نحوهٔ بسته شدن آمپرسنج و ولت‌سنج در مدار دقت کنید. سپس مقاومت معادل و جریان مدار را حساب کنید.



۱ آمپرسنج با مقاومت‌های ۱۲Ω و ۴Ω موازی بسته شده و باعث اتصال کوتاه این دو مقاومت می‌شود و این دو مقاومت از مدار حذف شده و مدار به شکل ساده زیر در می‌آید. در این حالت آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد.



۲ مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=1+2+3=6\Omega$$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{6+2}\Rightarrow I=1/5A$$

بنابراین آمپرسنج ۱/۵A را نشان می‌دهد.

۴ ولت‌سنج بین دو نقطهٔ AB بسته شده و اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد، بنابراین ابتدا مقاومت معادل بین B و A را حساب می‌کنیم:

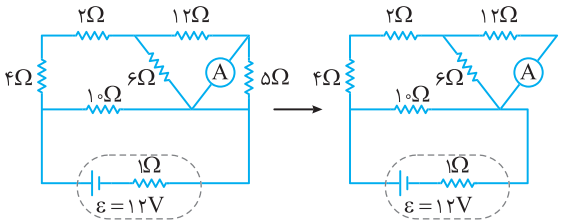
$$R_{AB}=R_{12}+R_3=1+2=3\Omega$$

عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد خواهد شد:

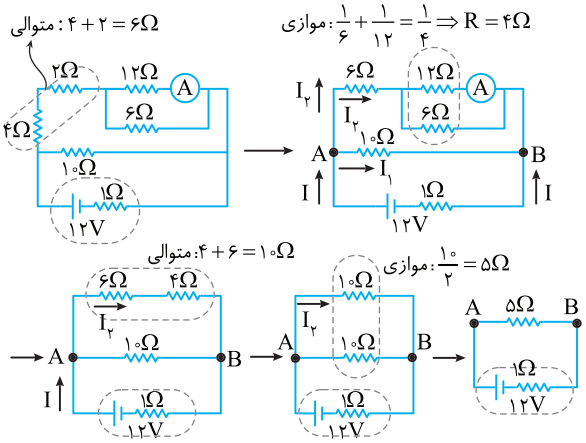
$$V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow V_{AB}=1/5\times3=4/5V$$

C ۲۲۵۰ **۲**

خط فکری مقاومت آمپرسنج ناچیز بوده و آمپرسنج شبیه یک سیم بدون مقاومت عمل کرده و در این مدار نقش اتصال کوتاه را برای مقاومت ۵Ω ایفا می‌کند. با توجه به مدار زیر پس از حذف مقاومت ۵Ω، آمپرسنج و مقاومت ۱۲Ω با هم متوالی هستند، بنابراین آمپرسنج جریان عبوری از مقاومت ۱۲Ω را نشان می‌دهد.



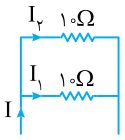
۱ تحلیل مدار را شروع می‌کنیم تا جریان مقاومت 12Ω را به‌دست آوریم. ابتدا مدار را ساده می‌کنیم و مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم.



۲ مقاومت معادل مدار $R_{eq}=5\Omega$ است و جریان کل مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{5+1}\Rightarrow I=2A$$

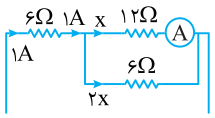
۳ با توجه به مدار شمارهٔ (۴) رسم شده، جریان به دو مقاومت 10Ω موازی می‌رسد:



$$I=I_1+I_2 \xrightarrow{R_1=R_2} I_1=I_2=1A$$

۴ جریان شاخهٔ بالا برابر $1A$ است. این جریان بین دو شاخهٔ موازی 12Ω و 6Ω (در مدار ۲) تقسیم می‌شود.

یادآوری در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود، پس اگر از مقاومت 12Ω جریان x بگذرد از مقاومت 6Ω جریان $2x$ می‌گذرد.

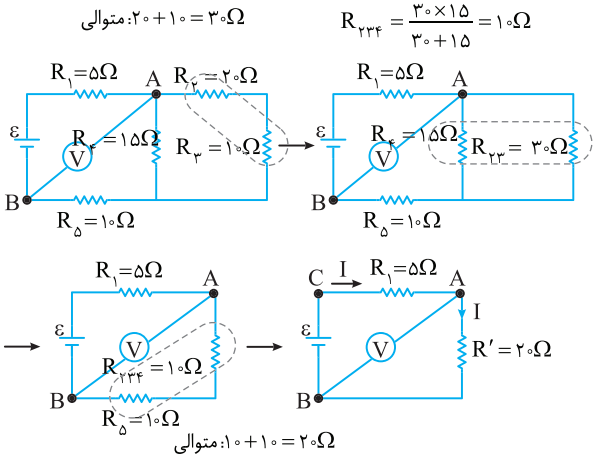


$$x+2x=1\Rightarrow x=\frac{1}{3}A$$

بنابراین آمپرسنج جریان $\frac{1}{3}$ آمپر را نشان می‌دهد.

۴ ۲۲۵۱ B

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد، یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل R_2، R_3، R_4 و R_5 را نشان می‌دهد. ابتدا مقاومت معادل این قسمت را حساب می‌کنیم.



از این جا به بعد کمی خوش فکری لازم است. در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها یکسان است، یعنی مقاومت $R_1=5\Omega$ و مقاومت معادل $R'=20\Omega$ دارای جریان برابر هستند. ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 20Ω را ۶ ولت نشان داده است. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_1=5\Omega$ خواهد شد:

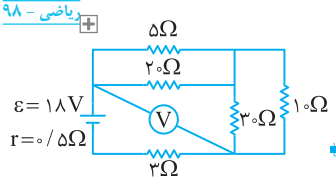
$$\begin{cases} V_{AC}=IR_1 \\ V_{AB}=IR' \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{V_{AC}}{6}=\frac{5}{20}\Rightarrow V_{AC}=1/5V$$

در نتیجه ولتاژ دو سر مولد یعنی V_{BC} خواهد شد:

$$V_{BC}=V_{CA}+V_{AB}=1/5+6=7/5V$$

بازی با سؤال در شکل زیر ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟

ریاضی - ۹۸



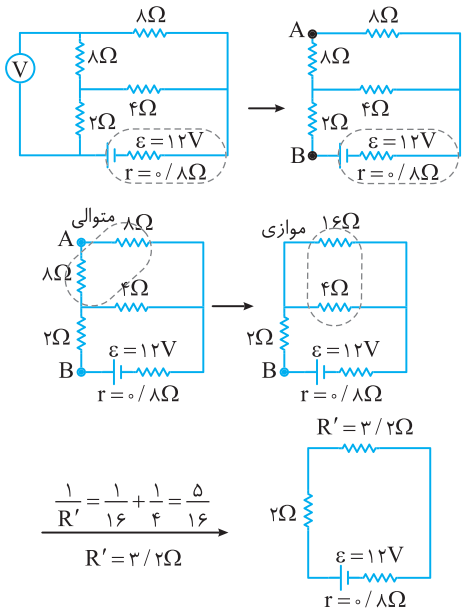
۱) ۱۵
۲) ۱/۲
۳) ۱۲/۴
۴) ۱۳/۸

گزینهٔ ٤

۲ ۲۲۵۲ C

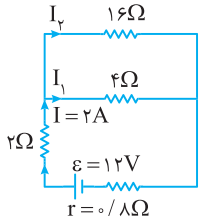
در شکل زیر ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین A و B را نشان می‌دهد.

در گام اول: مقاومت معادل را به‌دست آورده و جریان مدار را به‌دست می‌آوریم



$$R_{eq}=2+3/2\Rightarrow R_{eq}=5/2\Omega \quad , \quad I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{5/2+0/8}=\frac{12}{6}=2A$$

در گام دوم: جریان عبوری از هر مقاومت را حساب می‌کنیم:



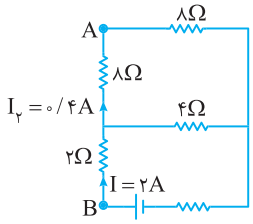
یادآوری در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود:

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{16}{4}\Rightarrow I_1=4I_2$$

$$I_1+I_2=I\Rightarrow 5I_2=2\Rightarrow I_2=0/4A$$

$$\Rightarrow I_1=1/6A$$

در گام سوم: از نقطهٔ A تا B قدم می‌زنیم:



خلاف جهت جریان از مقاومت عبور کردیم خلاف جهت جریان از مقاومت عبور کردیم

$$V_A+8I_2+2I=V_B\Rightarrow V_A+3/2+4=V_B$$

$$V_B-V_A=7/2V$$

بنابراین ولت‌سنج $7/2V$ را نشان می‌دهد.

۴ ۲۲۵۳ B

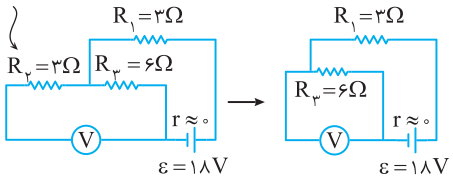
به دلیل مقاومت بزرگ ولت‌سنج از شاخه‌ای که در آن ولت‌سنج قرار می‌گیرد جریانی عبور نمی‌کند و هر مقاومتی هم که با ولت‌سنج متوالی شود از آن جریان عبور نمی‌کند و از مدار حذف می‌شود و بنابراین با توجه به شکل مقاومت $R_۲=۳\Omega$ از مدار حذف می‌شود و مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω متوالی شده و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد: $R_{eq}=۳+۶=۹\Omega$

جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۱۸}{۹+۰}=۲A$

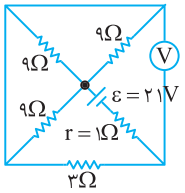
ولت‌سنج به دو سر مقاومت $R_۳=۶\Omega$ بسته شده و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۶Ω را نشان می‌دهد، از این رو ولتاژ دو سر مقاومت ۶Ω برابر است با:

$V_{۶\Omega}=R_{۶\Omega}I=۶\times۲=۱۲V$

از مقاومت جریان عبور نکرده و از مدار حذف می‌شود.



بازی با سؤال در مدار زیر ولت‌سنج آرمانی چه عددی را نشان می‌دهد؟

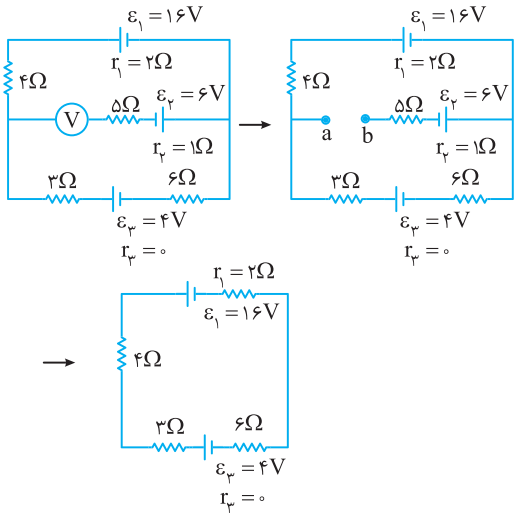


۱) ۱۸
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۶

گزینهٔ ۲

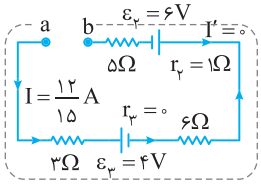
۳ ۲۲۵۴ C

یادآوری ولت‌سنج دارای مقاومت بسیار زیادی است و از شاخهٔ شامل ولت‌سنج جریانی عبور نمی‌کند و شاخهٔ شامل ولت‌سنج مانند شکل زیر مثل سیم دو سر باز است و در واقع ولت‌سنج سبب می‌گردد که باتری $\varepsilon_۲$ در مدار حضور نداشته باشد و مدار به صورت زیر خواهد شد.



نیرو محرکه باتری (۱) از نیروی محرکهٔ باتری (۳) بزرگ‌تر است پس جهت جریان مدار در جهت جریان خروجی از باتری (۱) یعنی پادساعتگرد است جریان مدار را حساب می‌کنیم. $I=\frac{\varepsilon_۱-\varepsilon_۳}{\text{مجموع }R+\text{مجموع }r}\Rightarrow I=\frac{۱۶-۴}{۱۳+۲}=\frac{۱۲}{۱۵}A$

برای به‌دست آوردن عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد باید از a تا b در مدار قدم بزنیم:



از قطب منفی خارج شدیم

$V_a-۳I-\varepsilon_۳-r_۳I-۶I-\varepsilon_۲-r_۲I'-۵I'=V_b \xrightarrow[r_۳=۰]{I'=۰}$

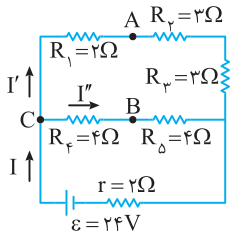
در جهت جریان — از قطب منفی خارج شدیم

$V_a-\frac{۱۲}{۵}-۴-۰-\frac{۲۴}{۵}-۶-۵(۰)=V_b\Rightarrow V_a-V_b=۲/۴+۴+۴/۸+۶$

$V_a-V_b=۱۷/۲V\Rightarrow$ عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد $=۱۷/۲V$

۱ ۲۲۵۵ C

خط فکری ابتدا مقاومت معادل، سپس جریان مدار و جریان هر شاخه را حساب کنید. اما در مورد اختلاف پتانسیل بین A و B نمی‌توانید مستقیماً عمل کنید، ابتدا باید نقطه‌ای مشترک بین دو مقاومت ۲Ω و ۴Ω مانند نقطه C را مشخص کنید. اختلاف پتانسیل مقاومت $R_۱$ که بین A و C است برابر V_C-V_A است و اختلاف پتانسیل $R_۴$ که بین B و C است برابر V_C-V_B است.



۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند:

$R_{۱۲۳}=R_۱+R_۲+R_۳=۲+۳+۳$

$\Rightarrow R_{۱۲۳}=۸\Omega$

مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$ متوالی هستند.

$R_{۴۵}=R_۴+R_۵\Rightarrow R_{۴۵}=۴+۴=۸\Omega$

مقاومت‌های $R_{۱۲۳}$ و $R_{۴۵}$ با هم موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

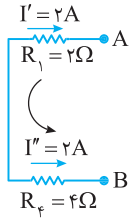
$R_{eq}=\frac{۸}{۲}=۴\Omega$

۲ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۴}{۴+۲}\Rightarrow I=۴A$

۳ دو شاخهٔ بالایی و پایینی موازی و دارای مقاومت یکسان ۸Ω هستند، بنابراین جریان کل مدار (۴A) به دو جریان مساوی $I'=I''=\frac{۴}{۲}=۲A$ تقسیم می‌شود.

۴ در جهت نشان داده شده (پادساعتگرد) از A تا B بنا به قاعدهٔ حلقه قدم می‌زنیم.



$V_A+I'R_۱-I''R_۴=V_B$

$\Rightarrow V_A+۲\times۲-۲\times۴=V_B$

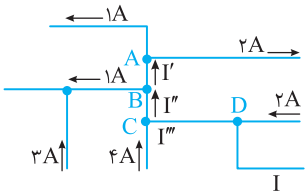
$\Rightarrow V_A-V_B=۴V$

۱ ۲۲۵۶ B

یادآوری قاعدهٔ انشعاب: مجموع جریان‌هایی که به هر نقطهٔ انشعاب وارد می‌شود برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطهٔ انشعاب خارج می‌شود.

خط فکری محل اتصال انشعاب‌ها (گره‌ها) را نام‌گذاری می‌کنیم و قانون انشعاب جریان‌ها را برای این گره‌ها می‌نویسیم تا مقدار و سوی جریان I مشخص شود.

جریان‌های ۱A و ۲A از انشعاب A خارج می‌شوند، بنابراین جریان $I'=1+2=3A$ به این انشعاب وارد می‌شود.

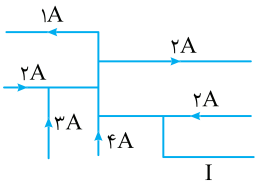


جریان‌های $I'=3A$ و ۱A از انشعاب B خارج می‌شوند بنابراین جریان $I''=3+1=4A$ به این انشعاب وارد می‌شود.

برای انشعاب C مشخص است که جریان $I'''=4-4=0$ بوده از این رو برای انشعاب D خواهیم داشت: $I=2A$

و I در سوی (۲) است.

بازی با سوال در شکل روبه‌رو جریان I چند آمپر است؟

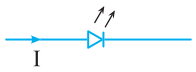


۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۰

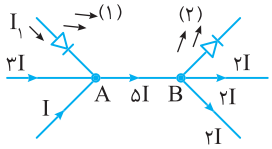
گزینهٔ ۳

B ۲۲۵۷ ۴

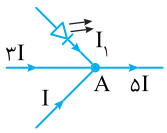
یادآوری دیود یکسوکننده بوده و جریان تنها از طرف پیکان آن عبور می‌کند. دیود نوری نیز به همین صورت است و تنها در حالتی روشن می‌شود که مطابق شکل جریان از طرف پیکان به آن وارد شود:



مطابق شکل برای مدار دو انشعاب A و B داریم:

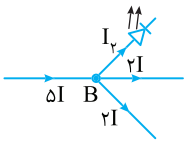


برای انشعاب در گرهٔ A جریان‌های I و ۳I به انشعاب وارد و جریان ۵I از آن خارج شده پس باید جریان I_1 از دیود نوری بگذرد و به انشعاب وارد شود که این جریان برابر I و در جهت پیکان دیود نوری بوده و از دیود می‌گذرد و LED روشن می‌شود:

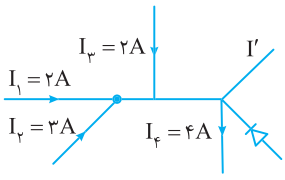


$I+3I+I_1=5I\Rightarrow I_1=I$

برای انشعاب B نیز جریان ۵I وارد شده و جریان‌های ۲I و I از این انشعاب خارج شده با توجه به قانون انشعاب که مجموع جریان‌های ورودی و خروجی انشعاب باید باهم برابر باشد بنابراین جریان $I_2=5I-4I=I$ در جهت پیکان دیود نوری (۲) می‌گذرد و این دیود نیز روشن است.



بازی با سوال در شکل مقابل جریان I' چند آمپر است؟



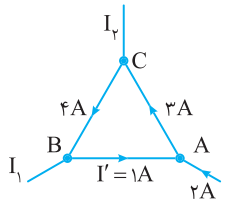
۱) ۳
۲) ۵
۳) ۷
۴) اطلاعات مدار کافی نیست.

گزینهٔ ۱

B ۲۲۵۸ ۱

خط فکری ابتدا محل انشعاب‌های مدار (گره‌ها) یعنی جاهایی که سیم‌ها باهم تقاطع دارند را مشخص می‌کنیم و آن‌ها را نامگذاری می‌کنیم. با توجه به قانون انشعاب اگر به انشعابی n سیم حامل جریان برسد با داشتن جریان $n-1$ سیم می‌توان جریان سیم nام را پیدا کرد.

با توجه به شکل ابتدا برای نقطهٔ A قاعدهٔ انشعاب را می‌نویسیم:



$I'+2=3\Rightarrow I'=1A$

حال برای نقطه B این کار را تکرار می‌کنیم:

$4=I'+I_1 \xrightarrow{I'=1A} I_1=3A$

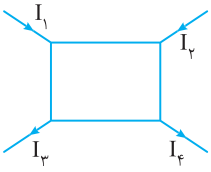
و در نهایت برای نقطه C:

$3+I_2=4\Rightarrow I_2=1A$

بنابراین:

$\frac{I_1}{I_2}=3$

میانبر اگر چند سیم حامل جریان به یک مدار بسته وارد شوند خواهیم داشت:

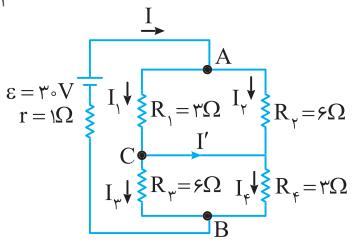


$\underbrace{I_1+I_2}_{\text{جریان‌های ورودی به مدار}} = \underbrace{I_3+I_4}_{\text{جریان‌های خروجی از مدار}}$

B ۲۲۵۹ ۱

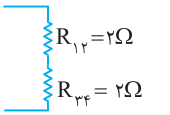
خط فکری در حل این مسئله باید ابتدا جریان کل مدار را به کمک مقاومت معادل به‌دست بیاوریم، سپس باید جریان تک‌تک مقاومت‌ها را حساب کرد و در آخر با توجه به قاعده انشعاب به سراغ جریان عبوری از سیم بدون مقاومت یعنی جریان I' برویم.

۱ مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی هستند: $R_{12}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{3\times6}{3+6}=2\Omega$



مقاومت‌های R_3 و R_4 موازی هستند: $R_{34}=\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}=\frac{6\times3}{6+3}=2\Omega$

مقاومت‌های R_{12} و R_{34} متوالی هستند و مقاومت معادل مدار خواهد شد:



$R_{eq}=R_{12}+R_{34}=2+2=4\Omega$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{30}{4+1}\Rightarrow I=6A$

۳ مقاومت $R_2=6\Omega$ دو برابر مقاومت $R_1=3\Omega$ است، از طرفی در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریان مقاومت $R_2=6\Omega$ برابر I_2 باشد، جریان مقاومت $R_1=3\Omega$ دو برابر آن خواهد بود و $I_1=2I_2$ است از این رو با توجه به قاعده انشعاب برای گره A می‌توان نوشت:

$A: I=I_1+I_2\Rightarrow 6=2I_2+I_2\Rightarrow I_2=2A, I_1=4A$

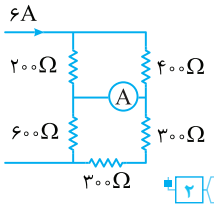
همین مطلب در مورد مقاومت‌های R_3 و R_4 نیز درست است و جریان $I_4=4A$ و جریان $I_3=2A$ می‌شود.

۴ برای نقطهٔ C روی شکل قاعدهٔ انشعاب را می‌نویسیم:

$I_1=I_3+I'\Rightarrow 4=2+I'\Rightarrow I'=2A$

بازی با سوال در مدار زیر، جریان عبوری از آمپرسنج چند آمپر است؟

ریاضی - ۹۰

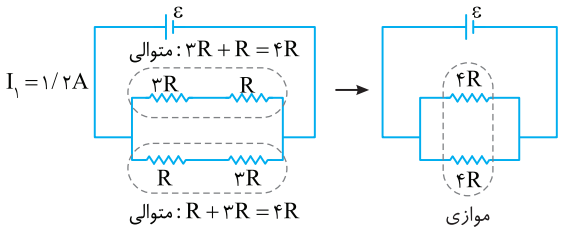


۱) صفر
۲) ۱
۳) ۳
۴) ۴

گزینهٔ ۲

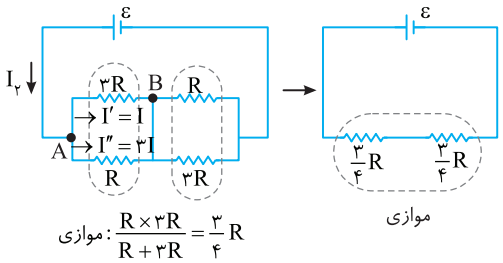
B ۴ ۲۲۶۰

آمپرسنج، جریان کل مدار را نشان می‌دهد و ولتاژ دو سر کل مدار ثابت و برابر ε است، به سراغ قانون اهم $I=\frac{V}{R}=\frac{\varepsilon}{R}$ می‌رویم. جریان مدار با مقاومت مدار رابطه وارون دارد یعنی $\frac{I_2}{I_1}=\frac{R_{1eq}}{R_{2eq}}$ بنابراین باید مقاومت معادل در دو حالت را به‌دست بیاوریم. **حالت اول:** کلید باز:



$$R_{1eq}=\frac{4R}{2}=2R$$

حالت دوم: کلید بسته:



$$R_{2eq}=\frac{3}{4}R+\frac{3}{4}R=\frac{3}{2}R$$

اکنون می‌توان I_2 را حساب کرد.

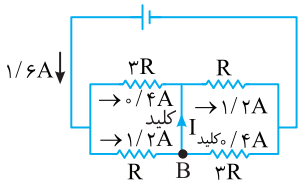
$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{2R}{\frac{3}{2}R}\xrightarrow{I_1=1/2A}\frac{I_2}{1/2}=\frac{4}{3}\Rightarrow I_2=1/6A$$

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریان مقاومت ۳R برابر I باشد، جریان مقاومت R، ۳I است. بنابراین در انشعاب A خواهیم داشت:

$$I'+I''=I_2\Rightarrow 3I+I=I_2\Rightarrow 4I=1/6$$

$$I=0/4A\ ,\ I'=0/4A\ ,\ I''=1/2A$$

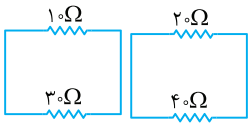
اکنون با نوشتن قاعدهٔ انشعاب برای نقطهٔ B مسیر کلید I را حساب می‌کنیم.



$$1/2=I_{کلید}+0/4\Rightarrow I_{کلید}=0/8A$$

B ۳ ۲۲۶۱

ابتدا مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.



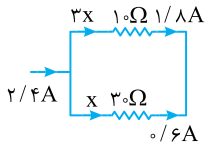
$$R_{eq}=\frac{15}{2}+\frac{40}{3}=\frac{125}{6}\Omega$$

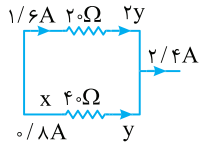
$$\frac{20\times 40}{20+40}=\frac{800}{60}=\frac{40}{3}\quad\frac{10\times 30}{10+30}=\frac{300}{40}=\frac{15}{2}\Omega$$

حال جریان کل را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{50}{\frac{125}{6}}=\frac{300}{125}=\frac{12}{5}=2/4A$$

در نهایت جریان عبوری از مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود:



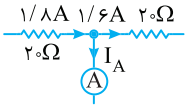


$$3x+x=2/4A$$

$$x=0/6A$$

$$2y+y=2/4\Rightarrow y=0/8A$$

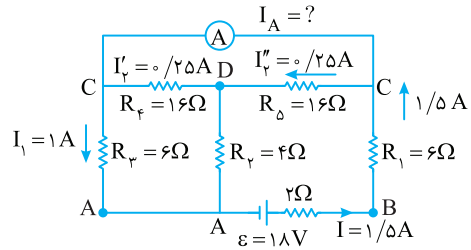
جریان عبوری از آمپرسنج برابر است با:



$$1/8=1/6+I_A=0/2A=200mA$$

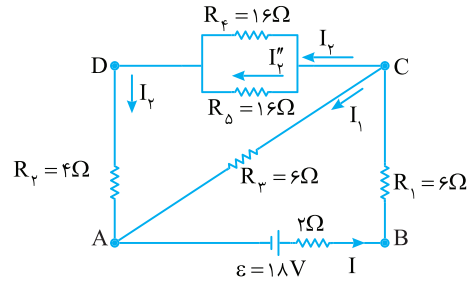
B ۲ ۲۲۶۲

خط فکری در گام اول باید شکل مدار را با نامگذاری ساده کنید سپس مقاومت معادل، بعد از آن جریان کل را به‌دست آورده و جریان تک‌تک شاخه‌ها را مشخص کنید.



۱) دقت کنید مقاومت R_4 و R_5 بین نقاط D و C قرار داشته با هم موازیند.

$$R_{45}=R_{CD}=\frac{16}{2}=8\Omega$$



مقاومت $R_2=4\Omega$ بین A و D قرار دارد و با مقاومت R_{CD} متوالی است بنابراین:

$$R_{245}=4+8=12\Omega$$

مقاومت $R_3=6\Omega$ بین AC بسته شده و با R_{245} موازی است.

$$R_{AC}=\frac{6\times 12}{6+12}=4\Omega$$

مقاومت R_{AC} با مقاومت $R_1=6\Omega$ متوالی بوده و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq}=R_1+R_{AC}=6+4=10\Omega$$

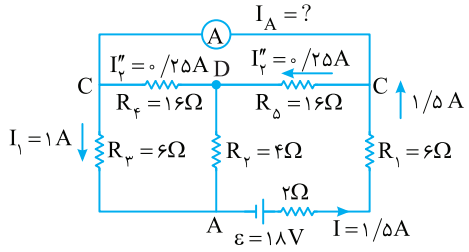
۲) جریان کل مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{18}{10+2}\Rightarrow I=1/5A$$

۳) در نقطهٔ C جریان کل به دو شاخه I_1 و I_2 تقسیم می‌شود. جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. بنابراین جریان باید به نسبت ۱۲ به ۶ یعنی ۲ به ۱ تقسیم شود و جریان $I_1=1A$ و جریان $I_2=0/5A$ می‌شود.

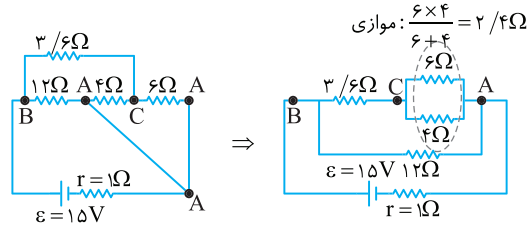
جریان $I_2=0/5A$ به دو شاخه یکسان $0/25A$ تقسیم شده و از مقاومت‌های $R_4=R_5=16\Omega$ می‌گذرد. جریان عبوری از مقاومت $R_2=4\Omega$ همان $0/5A$ است. مجدداً شکل را با آمپرسنج درون آن و جریان‌های هر مقاومت بررسی می‌کنیم. جریان هر مقاومت را روی شکل می‌نویسیم در نقطهٔ C، $1/5A$ به دو شاخه یکی $0/25A$ و دیگری I_A تقسیم می‌شود بنابراین

$$I_A=1/5-0/25=1/25=\frac{5}{4}A$$

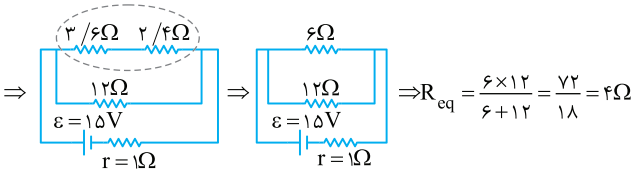


B ۲۲۶۳ **۲**

ابتدا با نامگذاری مدار را ساده‌تر کرده و مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.



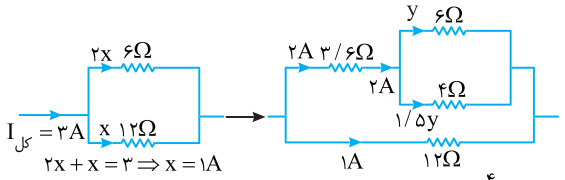
متوالی: $۳/۶+۲/۴=۶\Omega$



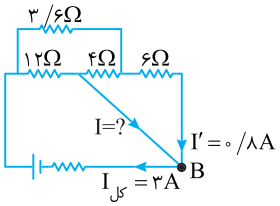
جریان کل مدار را حساب می‌کنیم:

$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_{کل}=\frac{۱۵}{۴+۱}=۳A$$

جریان تک‌تک مقاومت‌ها را به‌دست می‌آوریم:



حال با توجه قاعدهٔ انشعاب برای نقطهٔ انشعاب B می‌توان نوشت:



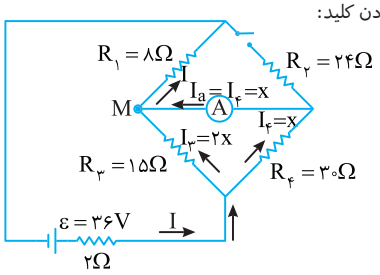
$$I+I'=I_{کل}\Rightarrow I+۰/۸=۳$$
$$\Rightarrow I=۲/۲A$$

C ۲۲۶۴ **۴**

ابتدا بیان کنیم با یک مسئله با راه حل طولانی سروکار دارید. بنابراین باید با صبر و حوصله به پیش بروید.

یادآوری آمپرسنج آرمانی در یک مدار شبیه یک سیم بدون مقاومت عمل می‌کند.

حالت اول باز بودن کلید:



مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ موازی و معادل آن‌ها با مقاومت $R_۱$ متوالی است.

$$R_{۳۴}=\frac{R_۳R_۴}{R_۳+R_۴}=\frac{۱۵\times۳۰}{۱۵+۳۰}=۱۰\Omega$$
$$R_{eq}=R_۱+R_{۳۴}=۸+۱۰=۱۸\Omega$$

جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳۶}{۱۸+۲}\Rightarrow I=۱/۸A$$

جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت تقسیم می‌شود یعنی اگر جریان مقاومت ۳۰Ω، $I_۴=x$ باشد جریان مقاومت ۱۵Ω دو برابر آن است $(I_۳=۲x)$.

$$I_۳=۲I_۴\ ,\quad I_۳+I_۴=۱/۸A\Rightarrow ۳I_۴=۱/۸\Rightarrow I_۴=۰/۶A\ ,\quad I_۳=۱/۲A$$

در این حالت، آمپرسنج با مقاومت ۳۰Ω متوالی بوده و جریان این مقاومت را نشان می‌دهد. $I_a=۰/۶A$

حالت دوم کلید بسته:

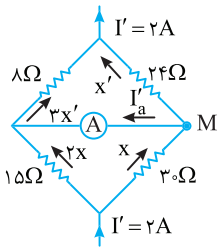
در این حالت $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند و معادل آن‌ها با معادل $R_۳$ و $R_۴$ متوالی است.

$$R_{۱۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۸\times۲۴}{۸+۲۴}=۶\Omega$$
$$R'_{eq}=R_{۱۲}+R_{۳۴}=۶+۱۰\Rightarrow R'_{eq}=۱۶\Omega$$

جریان کل مدار در این حالت خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{۳۶}{۱۶+۲}\Rightarrow I'=۲A$$

با توجه به شکل:



$$x+۲x=۲A\Rightarrow x=\frac{۲}{۳}A$$
$$x'+۳x'=۲A\Rightarrow x'=\frac{۱}{۲}A$$

برای نقطهٔ M می‌توان نوشت:

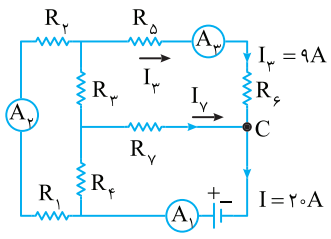
$$x=x'+I'_a$$
$$\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۲}+I'_a\Rightarrow I'_a=\frac{۱}{۶}A$$

اکنون تغییر عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta I_a=I_a-I'_a=۰/۶-\frac{۱}{۶}\Rightarrow\Delta I=\frac{۱۳}{۳۰}A$$

C ۲۲۶۵ **۴**

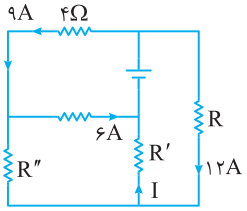
پیچیدگی مدار و آمپرسنج‌های مختلف شما را گول نزند. آمپرسنج $A_۱$ که به باتری به‌طور متوالی وصل است، جریان کل مدار را نشان می‌دهد $(۲۰A)$ و آمپرسنج $A_۳$ نیز



جریان مقاومت‌های $R_۵$ و $R_۶$ را نشان می‌دهد $(۹A)$. اکنون به نقطهٔ C دقت کنید، دو جریان $I_۳=۹A$ و $I_۷$ وارد C می‌شوند و جریان $I=۲۰A$ از آن خارج می‌شود و به قانون انشعاب:

$$I_۷+I_۳=I\Rightarrow I_۷+۹=۲۰\Rightarrow I_۷=۱۱A$$

بازی با سؤال در مدار شکل زیر جریان I چند آمپر است؟



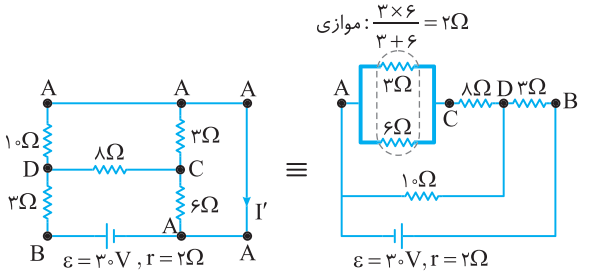
ریاضی - ۹۷

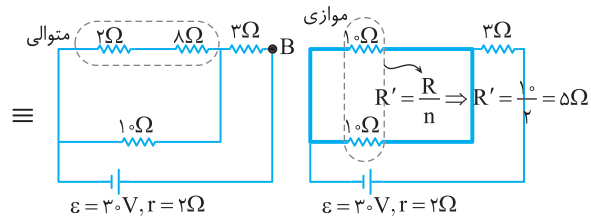
۱) ۱۵
۲) ۹
۳) ۱۸
۴) ۱۴

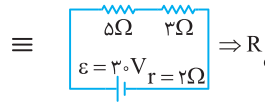
گزینهٔ ۱

B ۲۲۶۶ ۳

۱ با توجه به نقطه‌گذاری، شکل ساده‌تر مدار را رسم می‌کنیم:



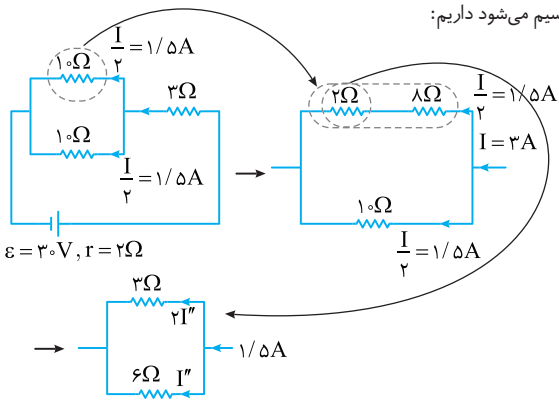




۲ جریان مدار برابر است با:

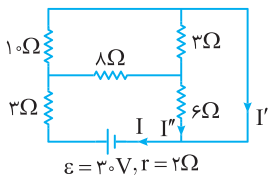
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳۰}{۸+۲}=۳A$$

۳ حال با توجه به اینکه جریان در شاخه‌های موازی به نسبت وارون مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود داریم:



۴ در نمودار اولیه مطابق شکل داریم:

$$I''+۲I''=۱/۵A\Rightarrow I''=۰/۵A$$



۵ مطابق شکل جریان I جمع دو جریان I' و I'' است.

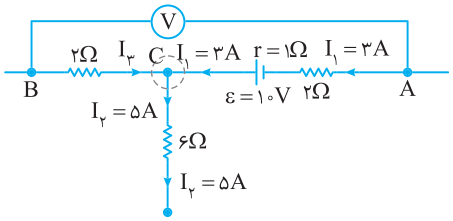
$$I=I''+I'\Rightarrow ۳=۰/۵+I'$$

$$I'=۲/۵A$$

B ۲۲۶۷ ۲

۱ با توجه به شکل زیر با نوشتن قانون انشعاب در گره C جریان $I_۳$ برابر ۲A و به سمت راست به‌دست می‌آید:

$$\underbrace{I_۳+I_۱}_{\text{جریان‌های ورودی به انشعاب}}=\underbrace{I_۲}_{\text{جریان‌های خروجی از انشعاب}}\xrightarrow{I_۱=۳A,\ I_۲=۵A}I_۳+۳=۵\Rightarrow I_۳=۲A$$



یادآوری اگر در جهت جریان از مقاومت عبور کنیم پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ IR کاهش می‌یابد و اگر خلاف جهت جریان از مقاومت عبور کنیم، پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ IR افزایش می‌یابد.

یادآوری اگر در جهت قدم‌زدن از قطب مثبت باتری خارج شویم، پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ ε افزایش می‌یابد و اگر از قطب منفی باتری خارج شویم پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ ε کاهش می‌یابد.

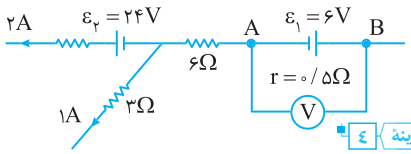
۲ با قدم زدن از نقطه A به طرف نقطه B با توجه به قاعدهٔ حلقه داریم:

$$V_A-۲I_۱+\varepsilon-۱\times I_۱+۲I_۳=V_B$$

$$\Rightarrow V_A-۲\times۳+۱۰-۱\times۳+۲\times۲=V_B\Rightarrow V_B-V_A=۵V$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B چند ولت است؟

خارج تجربی - ۸۵



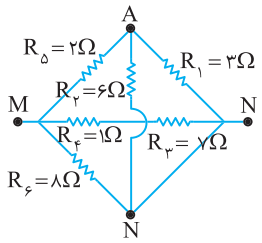
۱) ۱/۵
۲) ۴/۵
۳) ۶
۴) ۷/۵

گزینهٔ ۴

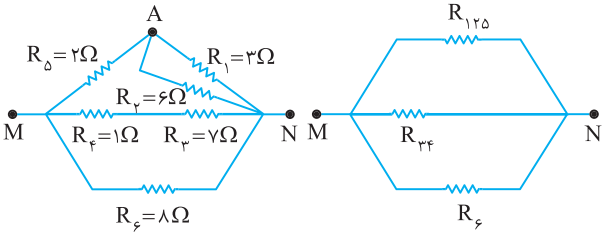
پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۲۲۶۸ ۲

مدار را نام‌گذاری می‌کنیم. نقاطی که با سیم بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند، با یک حرف نام‌گذاری می‌شوند.



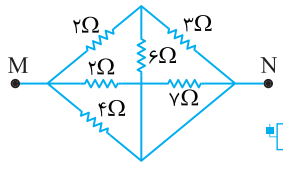
مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ بین A و N بسته شده و با هم موازی‌اند. مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ متوالی بوده و موازی با مقاومت $R_۶$ است بین M و N بسته شده‌اند و مقاومت $R_۵$ بین A و M است. از این‌رو مدار به صورت زیر است:



$$R_{۱۲}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega\ ,\ R_{۱۲۵}=۲+۲=۴\Omega\ ,\ R_{۳۴}=۱+۷=۸\Omega$$

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_{۱۲۵}}+\frac{۱}{R_{۳۴}}+\frac{۱}{R_۶}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۸}\Rightarrow R_{eq}=۲\Omega$$

بازی با سؤال در شکل زیر مقاومت معادل بین M و N چند اهم است؟

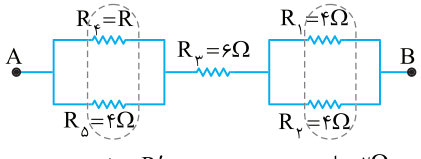


۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

گزینهٔ ۱

B ۲۲۶۹ ۲

یادآوری مقاومت معادل چند مقاومت موازی از تک‌تک آن مقاومت‌ها کوچک‌تر است.



موازی: ۲Ω $\qquad$ موازی: $R'<۴$

ابتدا از مقاومت‌هایی که داریم شروع کنیم، مقاومت‌های R_2 و R_1 موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{12}=\frac{4}{2}=2\Omega$$

این مقاومت با مقاومت $R_3=6\Omega$ متوالی است، بنابراین:

$$R_{123}=6+2=8\Omega$$

در نتیجه مقاومت معادل هر چه هست از 8Ω بزرگ‌تر است و گزینه (۱) نادرست است. اما به سراغ مقاومت‌های $R_5=4\Omega$ و $R_4=R$ می‌رویم که با هم موازی‌اند. با توجه به یادآوری، مقاومت معادل آن‌ها قطعاً از 4Ω کمتر است $(R_{45}<4\Omega)$

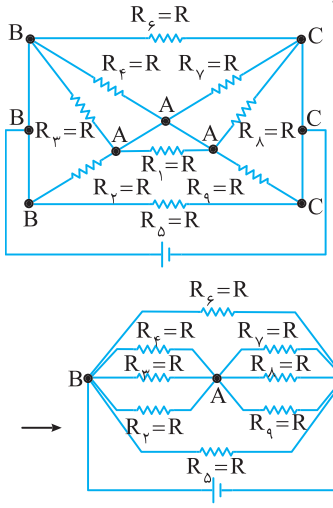
مقاومت R_{45} با مقاومت R_{123} متوالی است و مقاومت معادل خواهد شد:

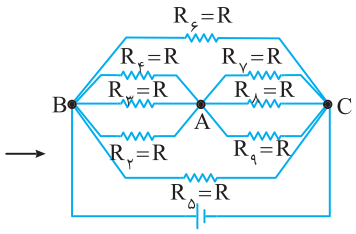
$$R_{eq}=R_{45}+R_{123}\Rightarrow R_{eq}=R_{45}+8\xrightarrow{R_{45}<4}R_{eq}<12\Omega$$

و تنها گزینهٔ کمتر از 12Ω گزینهٔ (۲) است.

B ۲۲۷۰ ۲

با نام‌گذاری مدار را ساده‌تر می‌کنیم و دو سر مقاومت R_1 دارای نام یکسان است، بنابراین مقاومت R_1 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. مقاومت‌های R_2، R_3 و R_4 بین دو نقطهٔ A و B بوده و با هم موازی‌اند. مقاومت‌های R_7، R_8 و R_9 بین A و C بوده و با هم موازی‌اند و مقاومت R_6 و R_5 بین C و B است و مدار به شکل زیر درمی‌آید.





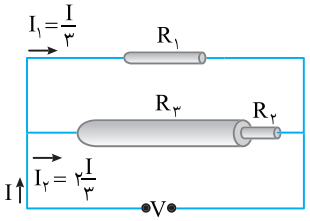
$$R_{AB}=\frac{R}{3}\ ,\ R_{AC}=\frac{R}{3}$$

$$R'=\frac{R}{3}+\frac{R}{3}=\frac{2R}{3}\ ,\ \frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R}+\frac{3}{2R}+\frac{1}{R}\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{2+3+2}{2R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{2}{7}R$$

C ۲۲۷۱ ۴

با توجه به فرض مسئله جریان گذرنده از R_1، $\frac{1}{3}$ برابر جریان کل مدار است، بنابراین $\frac{2}{3}$ جریان کل مدار از شاخهٔ شامل مقاومت‌های R_2 و R_3 می‌گذرد. یعنی جریان شاخهٔ پایینی دو برابر جریان شاخهٔ R_1 است $(I_2=2I_1)$، در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد، بنابراین مقاومت شاخهٔ پایینی نصف مقاومت شاخهٔ بالایی است.

$$R_2+R_3=\frac{1}{2}R_1$$



اکنون به سراغ رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ می‌رویم و داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم. سه سیم هم‌جنس هستند و مقاومت ویژهٔ آن‌ها برابر است.

$$\rho\frac{L_2}{A_2}+\rho\frac{L_3}{A_3}=\frac{1}{2}\rho\frac{L_1}{A_1}\xrightarrow{\substack{A_1=A_2\\L_3=2L_1}}\frac{L_2}{A_2}+\frac{2L_1}{A_3}=\frac{1}{2}\frac{L_1}{A_2}$$

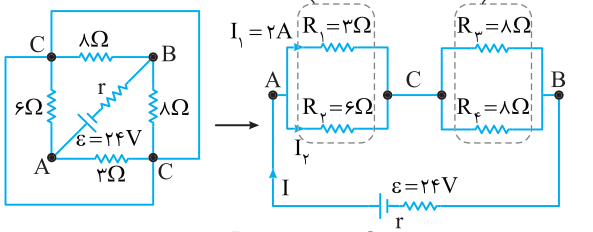
$$\xrightarrow{L_2=\frac{1}{3}L_1}\frac{\frac{1}{3}L_1}{A_2}+\frac{2L_1}{A_3}=\frac{1}{2}\frac{L_1}{A_2}\Rightarrow\frac{1}{3A_2}+\frac{2}{A_3}=\frac{1}{2A_2}$$

$$\frac{2}{A_3}=\frac{1}{2A_2}-\frac{1}{3A_2}\Rightarrow\frac{2}{A_3}=\frac{3-2}{6A_2}\Rightarrow A_3=12A_2$$

B ۲۲۷۲ ۴

با نام‌گذاری نقاط مشخص می‌شود که دو مقاومت 8Ω بین نقاط B و C قرار دارند و موازی‌اند و دو مقاومت 3Ω و 6Ω بین نقاط A و C وصل شده و آن‌ها نیز با هم موازی‌اند. اکنون شکل ساده‌تر مدار را رسم می‌کنیم:

موازی: $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}\Rightarrow R_{12}=2\Omega$ موازی: $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}\Rightarrow R_{34}=4\Omega$



$$\longrightarrow R_{eq}=4+2=6\Omega$$

جریان عبوری از مقاومت R_1 برابر $2A$ است. مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی‌اند پس اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است، بنابراین:

$$V_1=V_2\Rightarrow R_1I_1=R_2I_2\Rightarrow 2\times3=6\times I_2\Rightarrow I_2=1A$$

جریان مدار (I) خواهد شد:

$$I=I_1+I_2\Rightarrow I=2+1=3A$$

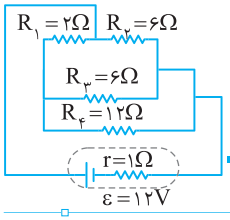
اکنون می‌توان مقاومت درونی باتری را حساب کرد.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow 3=\frac{24}{6+r}\Rightarrow r=2\Omega$$

افت پتانسیل در باتری خواهد شد:

$$Ir=3\times2=6V$$

بازی با سؤال در مدار زیر جریان عبوری از مقاومت R_1 برابر $1A$ است.



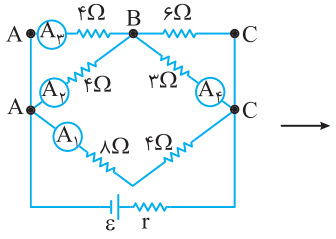
ولتاژ دو سر باتری برابر چند ولت می‌شود؟

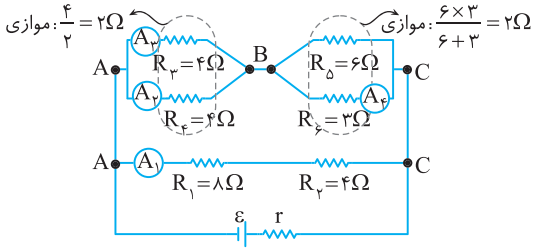
۱) ۹
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۱۰

گزینهٔ ۱

B ۲۲۷۳ ۴

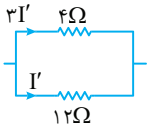
خط فکری آمپرسنج با هر مقاومتی متوالی بسته شده باشد، جریان آن مقاومت را نشان می‌دهد. در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها باهم برابرند اما در مقاومت‌های موازی جریان‌ها با مقاومت نسبت وارون دارند، بنابراین ابتدا باید متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها را مشخص کنید. مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم تا متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها بهتر مشخص شود.





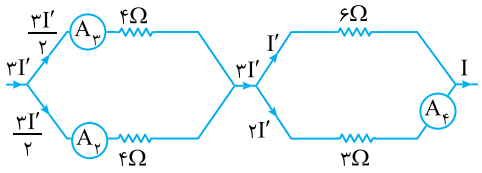
مقاومت معادل شاخهٔ بالایی خواهد شد: $R_{\text{بالایی}}=۲+۲=۴\Omega$

مقاومت معادل شاخهٔ پایینی برابر است با: $R_{\text{پایینی}}=۸+۴=۱۲\Omega$



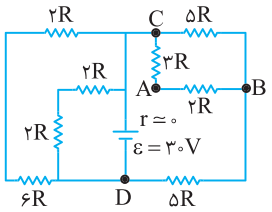
در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت تقسیم می‌شود، پس اگر به مقاومت ۱۲Ω جریان I' برسد، از مقاومت ۴Ω جریان $۳I'$ عبور می‌کند.

آمپرسنج $A_۱$ جریان شاخهٔ پایینی یعنی I' را نشان می‌دهد. در شاخهٔ بالایی دو مقاومت ۴Ω با هم موازی هستند و اگر جریان در شاخهٔ بالایی $۳I'$ باشد، از هر یک از مقاومت‌های ۴Ω جریان $۳\frac{I'}{۲}$ می‌گذرد. اما در مقاومت‌های ۶Ω و ۳Ω، جریان مقاومت ۳Ω دو برابر جریان مقاومت ۶Ω است، یعنی از جریان $۳I'$، I' از مقاومت ۶Ω و $۲I'$ از مقاومت ۳Ω می‌گذرد. بنابراین آمپرسنج‌های $A_۲$ و $A_۳$ که به مقاومت ۴Ω متصل بوده جریان $۱/۵I'$ را نشان می‌دهند و آمپرسنج $A_۴$ که به مقاومت ۳Ω وصل است بیشترین جریان یعنی $۲I'$ را نشان می‌دهد.

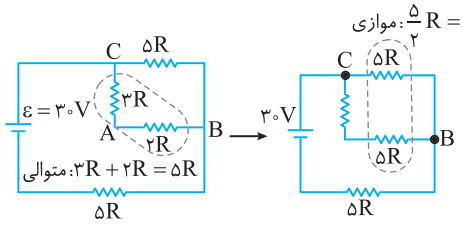


B ۲ ۲۲۷۴

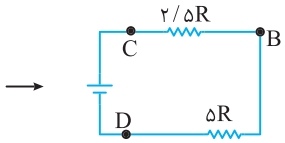
خط فکری به اولین چیزی که باید دقت کنید این است که باتری آرمانی است و مقاومت درونی ندارد بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن همواره $V=\varepsilon=۳۰V$ است. به این باتری دو شاخه متصل است یکی در سمت راست آن و دیگری در سمت چپ آن که هر دو با باتری موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر هر دو شاخه $۳۰V$ است و در جریان شاخهٔ سمت راست، شاخهٔ سمت چپ نقشی نخواهد داشت، مدار را تنها در شاخهٔ سمت راست بررسی کنید.



مدار شاخهٔ سمت راست را رسم می‌کنیم و مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.



شکل(۱) شکل(۲)



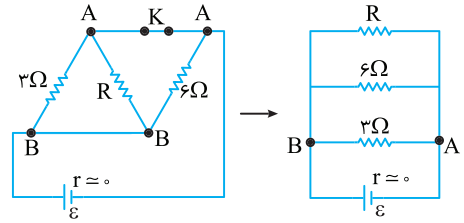
شکل(۳)

مقاومت‌های $۲/۵R$ و $۵R$ متوالی هستند و در مقاومت‌های متوالی، اختلاف پتانسیل با مقاومت نسبت مستقیم دارد. بنابراین $۳۰V$ به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌شود، یعنی ولتاژ دو سر $۵R$ دو برابر ولتاژ دو سر $۲/۵R$ است، بنابراین $V_{CB}=۱۰V$ و $V_{BD}=۲۰V$ است.

اکنون به شکل (۱) نگاه کنید. ولتاژ دو سر BC، $۱۰V$ شده است که به نسبت ۲ به ۳ تقسیم می‌شود. یعنی ولتاژ AB برابر است با: $V_{AB}=\frac{۱۰}{۳+۲}\times۲=۴V$

B ۱ ۲۲۷۵

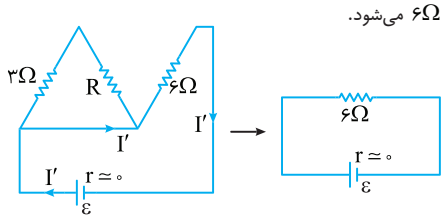
حالت اول: هنگامی که کلید بسته است هر سه مقاومت با هم موازی می‌باشند.



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{R}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲R}{۲+R}$$

جریان مدار خواهد شد: $I=\frac{\varepsilon}{\frac{۲R}{۲+R}}\Rightarrow I=\frac{۲+R}{۲R}\varepsilon$

حالت دوم: با باز شدن کلید مقاومت‌های ۳Ω و R اتصال کوتاه می‌شوند و مقاومت مدار برابر ۶Ω می‌شود.



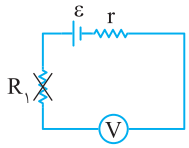
جریان مدار خواهد شد: $I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}=\frac{\varepsilon}{۶}$

با توجه به فرض مسئله $I'=\frac{۱}{۴}I$ بنابراین: $\frac{\varepsilon}{۶}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۲+R}{۲R}\varepsilon$

$$۸R=۱۲+۶R\Rightarrow۲R=۱۲\Rightarrow R=۶\Omega$$

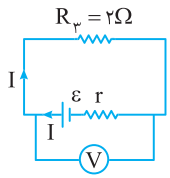
B ۱ ۲۲۷۶

حالت اول: هنگامی که دو کلید باز هستند مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ در مدار حضور ندارند. از طرفی مقاومت $R_۱$ با ولتسنج متوالی است و به دلیل مقاومت زیاد ولتسنج جریانی از $R_۱$ نمی‌گذرد و $R_۱$ از مدار حذف می‌شود و ولتسنج نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد بنابراین: $\varepsilon=۱۵V$



حالت اول

حالت دوم: هنگامی که کلید $K_۱$ بسته می‌شود، مقاومت $R_۳$ وارد مدار شده و در واقع ولتسنج ولتاژ دو سر مقاومت $R_۳$ را نشان می‌دهد $(۱۲V)$.



حالت دوم

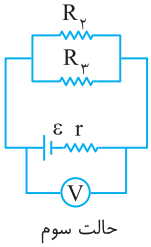
$$V=R_۳I\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R_۳+r}}$$

$$۱۲=R_۳\left(\frac{\varepsilon}{R_۳+r}\right)$$

$$\Rightarrow۱۲=۲\times\frac{۱۵}{۲+r}\Rightarrow\frac{۲}{۵}=\frac{۱}{۲+r}$$

$$\Rightarrow۴+۲r=۵\Rightarrow r=۰/۵$$

حالت سوم: هنگامی که هر دو کلید بسته می‌شوند مقاومت $R_۲$ نیز وارد مدار می‌شود و مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ موازی هستند. در این حالت ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها را $۱۰V$ نمایش می‌دهد، از این‌رو:



حالت سوم

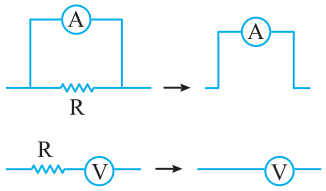
$$V=R_{eq}I\Rightarrow۱۰=R_{eq}\times\frac{۱۵}{R_{eq}+۰/۵}$$

$$R_{eq}=۱\Omega$$

اکنون با داشتن مقاومت معادل، مقاومت $R_۲$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}\Rightarrow\frac{۱}{۱}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow R_۲=۲\Omega$$

جمع‌بندی مقاومت ولت‌سنج آرمانی خیلی زیاد است و از شاخهٔ شامل ولت‌سنج آرمانی، جریانی عبور نمی‌کند، پس اگر مقاومتی با ولت‌سنج متوالی بسته شود از این مقاومت جریانی عبور نمی‌کند و از مدار حذف می‌شود. مقاومت آمپرسنج آرمانی ناچیز است و اگر آمپرسنج با مقاومتی موازی بسته شود، مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

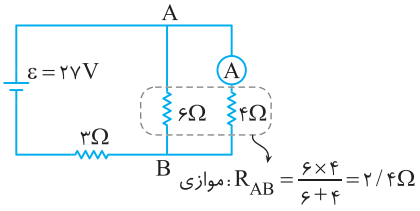


B ۲۲۷۷ | ۱

خط فکری در هر حالت باید مقاومت معادل، جریان مدار و تقسیم جریان بین مقاومت‌ها را بررسی کنید.

حالت اول: مقاومت‌های ۴Ω و ۶Ω با هم موازی و معادل آن‌ها با مقاومت ۳Ω متوالی است، بنابراین:

$$R_{AB}=\frac{۶\times۴}{۶+۴}=۲/۴\Omega$$

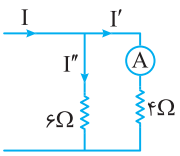


مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=۳+۲/۴=۵/۴\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{۲۷}{۵/۴}\Rightarrow I=۵A$$

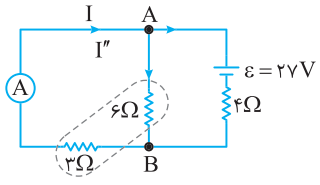


جریان ۵A باید بین دو مقاومت موازی ۴Ω و ۶Ω تقسیم شود. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. مقاومت ۶Ω، ۱/۵ برابر مقاومت ۴Ω است، پس با توجه به شکل $I'=۱/۵I''$ است:

$$I=I'+I''\Rightarrow۵=۲/۵I''\Rightarrow I''=۲A\ ,\ I'=۱/۵I''=۳A$$

آمپرسنج جریان I' یعنی ۳A را نشان می‌دهد.

حالت دوم: جای آمپرسنج و باتری را عوض می‌کنیم. این بار مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۴Ω متوالی است.



بنابراین مقاومت معادل خواهد شد:

$$R'_{eq}=۲+۴=۶\Omega$$

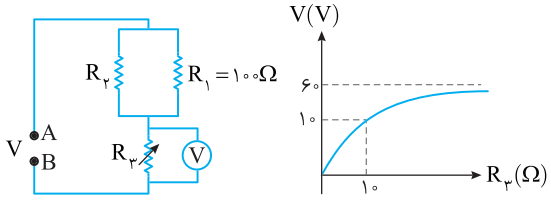
جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}=\frac{۲۷}{۶}=۴/۵A$$

این جریان در دو مقاومت موازی ۶Ω و ۳Ω به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌شود و از مقاومت ۶Ω جریان ۱/۵A و از مقاومت ۳Ω جریان ۳A می‌گذرد و آمپرسنج عدد ۳A را نشان می‌دهد. بنابراین عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد یک برابر می‌شود.

C ۲۲۷۸ | ۲

مقاومت $R_۳$ با منبع نیروی محرکه متوالی است و هر چه مقاومت $R_۳$ بزرگ‌تر شود جریان مدار کمتر می‌شود $(I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r})$ و وقتی $R_۳$ خیلی بزرگ شود از مدار جریانی ناچیز می‌گذرد و ولتاژ دو سر مقاومت‌های موازی $R_۱$ و $R_۲$ عملاً صفر می‌شود. در این حالت عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد به نیروی محرکه باتری نزدیک می‌شود. بنابراین با توجه به نمودار نیروی محرکه ۶۰V است. $(V_{AB}=۶۰V)$



به نمودار نگاه کنید. در لحظه‌ای که مقاومت $R_۳=۱۰\Omega$ است، ولت‌سنج عدد ۱۰V را نشان می‌دهد. در این حالت جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{V}{R_۳}\Rightarrow I=\frac{۱۰}{۱۰}=۱A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی $R_۱$ و $R_۲$ در این حالت برابر است با:

$$V_{AB}=V_{۱۲}+V_۳\xrightarrow[V_{AB}=۶۰V]{V_۳=۱۰V}V_{۱۲}=۶۰-۱۰=۵۰V$$

مقاومت معادل $R_{۱۲}$ را حساب می‌کنیم.

$$V_{۱۲}=IR_{۱۲}\Rightarrow۵۰=۱\times R_{۱۲}\Rightarrow R_{۱۲}=۵۰\Omega$$

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند و معادل آن‌ها ۵۰Ω شده است بنابراین:

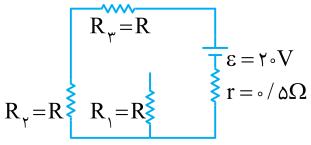
$$\frac{۱}{R_{۱۲}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{۱}{۵۰}=\frac{۱}{۱۰۰}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow R_۲=۱۰۰\Omega$$

C ۲۲۷۹ | ۱

خط فکری بیشینه جریان خروجی از باتری در حالتی است که مقاومت مدار کمینه باشد و کمینه جریان خروجی از باتری در حالتی است که مقاومت مدار بیشینه باشد. بنابراین باید به سراغ یافتن بیشینه مقاومت مدار و کمینه مقاومت مدار برویم. برای این کار حالت‌های مختلف باز و بسته بودن کلیدها را بررسی می‌کنیم.

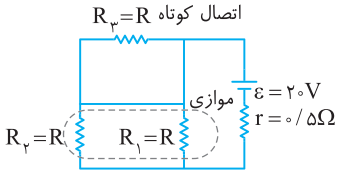
حالت اول: هر دو کلید باز باشد. در این صورت با توجه به شکل مقاومت $R_۱$ در مدار حضور ندارد، زیرا یک سر آن به جایی وصل نیست. در این حالت مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq_۱}=R_۲+R_۳\Rightarrow R_{eq}=۲R$$

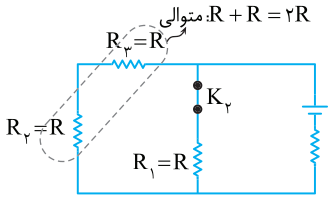


حالت دوم: هر دو کلید بسته باشد. در این حالت دو سر مقاومت $R_۳$ با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل شده و $R_۳$ اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌شود و در مدار دو مقاومت موازی $R_۱$ و $R_۲$ باقی می‌ماند و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{R}{n}\xrightarrow{n=۲}R_{eq_۲}=\frac{R}{۲}$$

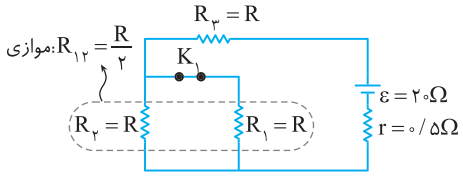


حالت سوم: کلید K_1 باز و کلید K_2 بسته باشد. مقاومت‌های R_2 و R_3 متوالی و معادل آن‌ها با R_1 موازی است و مقاومت معادل خواهد شد: $R_{eq_3}=\frac{2R\times R}{2R+R}=\frac{2}{3}R$



حالت چهارم: کلید K_1 بسته و کلید K_2 باز است.

در این حالت مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند و معادل آن‌ها با R_3 متوالی است و مقاومت معادل خواهد شد: $R_{eq_4}=R+\frac{R}{2}=3\frac{R}{2}$



به مقاومت‌های معادل به‌دست آمده نگاه کنید. مقاومت $R_{eq_1}=2R$ و مقاومت $R_{eq_2}=\frac{R}{2}$ به ترتیب بیشینه و کمینه مقاومت هستند. بنابراین:

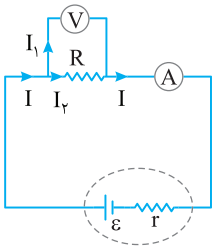
$$I_{min}=\frac{\varepsilon}{2R+r}=\frac{20}{2R+0/5}\ ,\ I_{max}=\frac{\varepsilon}{\frac{R}{2}+r}=\frac{20}{\frac{R+2\times 0/5}{2}}=\frac{40}{R+1}$$

نسبت $\frac{I_{max}}{I_{min}}$ بنا به فرض مسئله ۲/۵ است، از این‌رو:

$$\frac{40}{R+1}=2/5\times\frac{20}{2R+0/5}\Rightarrow 2/5R+2/5=4R+1\Rightarrow 1/5=1/5R\Rightarrow R=1\Omega$$

۱ ۲۲۸۰ C

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را نشان می‌دهد که این اختلاف پتانسیل برابر $V=I_2R$ است. از طرفی جریان I_2 از جریان اصلی مدار (I) کمتر است. یعنی از عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، کمتر است. در نتیجه:

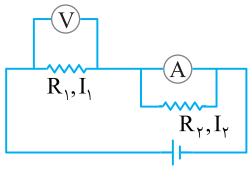


$$I_2<I\Rightarrow I_2R<IR\Rightarrow V<IR\Rightarrow\frac{V}{I}<R$$

۱ ۲۲۸۱ B

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 را نشان می‌دهد. جریان مقاومت R_1 برابر I_1 است. در این صورت:

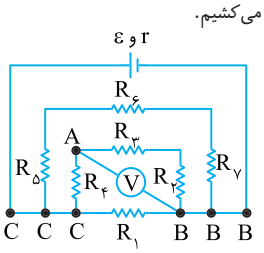
$$V=I_1R_1\Rightarrow R_1=\frac{V}{I_1}$$



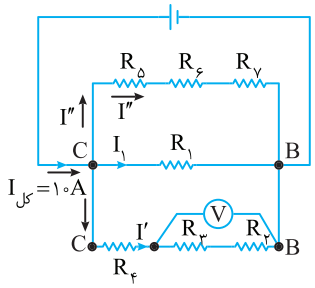
۱ ۲۲۸۲ C

با توجه به نام‌گذاری شکل عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد V_A-V_B می‌باشد.

حال شکل مدار را ساده‌تر می‌کشیم.

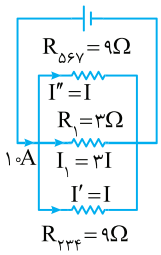


همان‌طور که از مدار مشخص است R_5 و R_6 و R_7 با هم متوالی‌اند و هم‌چنین R_2، R_3 و R_4 نیز با هم متوالی‌اند و مقاومت‌های R_{567} و R_{234} و R_1 (که بین دو نقطه C و B است)، با هم موازی‌اند.



$$\begin{cases}R_{567}=R_5+R_6+R_7=3+3+3=9\Omega\\ R_{234}=R_2+R_3+R_4=3+3+3=9\Omega\end{cases}$$

سه شاخه موازی داریم. اگر جریان شاخهٔ بالایی و پایینی که دارای مقاومت‌های یکسان 9Ω هستند را I بنامیم، جریان شاخهٔ وسط که مقاومتش $\frac{1}{3}$ شاخه‌های دیگر است، برابر $3I$ خواهد شد: $I_1=3I$ بنابراین می‌توان نوشت: $I_{کل}=I+3I+I\Rightarrow 10=5I\Rightarrow I=2A$

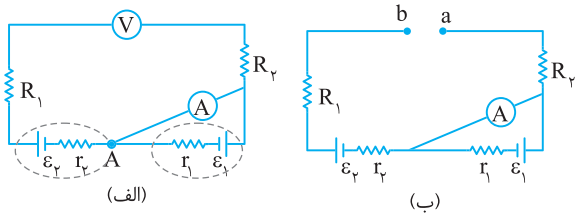


ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های متوالی R_2 و R_3 را نشان می‌دهد. ازاین‌رو: $V_{AB}=I(R_2+R_3)=2(3+3)=12V$

۴ ۲۲۸۳ C

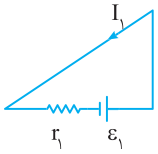
یادآوری ولت‌سنج مقاومت بسیار بالایی دارد و جریانی از شاخهٔ شامل ولت‌سنج عبور نمی‌کند.

جریان از ولت‌سنج عبور نمی‌کند پس مطابق شکل زیر وجود ولت‌سنج مثل این می‌ماند که آن قسمت از مدار باز است و از ε_2 جریانی خارج نمی‌شود.



یادآوری مقاومت آمپرسنج آرمانی ناچیز می‌باشد، بنابراین در شکل (الف) تمام جریانی که به نقطه A می‌رسد از شاخه آمپرسنج می‌گذرد.

در واقع دو سر نیرو محرکه ε_1 با مقاومت درونی r_1 با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شده است:

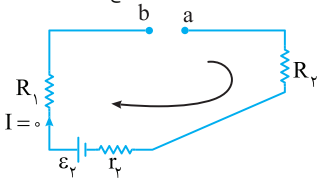


$$I_1=\frac{\varepsilon_1}{r_1+R}\xrightarrow{R=0}I_1=\frac{\varepsilon_1}{r_1}\Rightarrow I_{آمپرسنج}=\frac{\varepsilon_1}{r_1}$$

در مدار شکل (ب) از نقطهٔ a تا نقطهٔ b قدم می‌زنیم تا اختلاف پتانسیل a و b که همان اختلاف پتانسیل دو سر ولت‌سنج است را حساب کنیم:

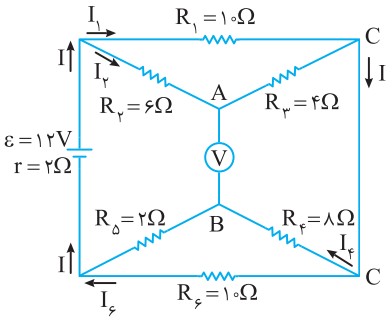
$$V_a-R_2I-r_2I+\varepsilon_2-R_1I=V_b$$

$$\xrightarrow{I=0}V_b-V_a=\varepsilon_2\Rightarrow V_{ولت‌سنج}=\varepsilon_2$$

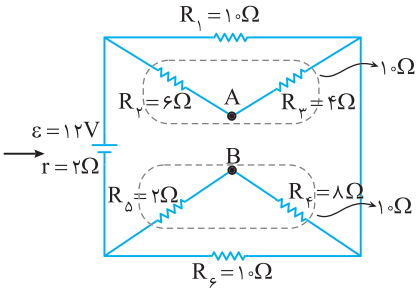


B ۲۲۸۴ **۳**

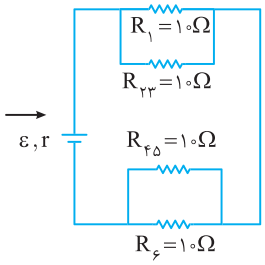
خط فکری از ولت‌سنج آرمانی جریانی نمی‌گذرد، بنابراین در ذهن خود ولت‌سنج را از مدار بردارید. در واقع ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین A و B را نشان می‌دهد. تمام مشخصات مدار داده شده است، بنابراین باید مقاومت معادل را حساب کنید. جریان مدار و جریان هر شاخه را به‌دست بیاورید تا بتوانید ولتاژ دو سر ولت‌سنج (V_{AB}) را حساب کنید.



(۱)



(۲)



(۳)

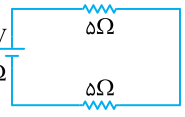
$R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند. $R_{۲۳}=R_۲+R_۳=۶+۴=۱۰\Omega$

$R_{۲۳}$ و $R_۱$ موازی هستند: $R_{۱۲۳}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Omega$

$R_۴$ و $R_۵$ متوالی هستند: $R_{۴۵}=۲+۸=۱۰\Omega$

$R_{۴۵}$ با $R_۶$ موازی هستند: $R_{۴۵۶}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Omega$

در نهایت مدار به صورت روبه‌رو است و مقاومت معادل برابر است با:



(۴)

$R_{eq}=۵+۵=۱۰\Omega$

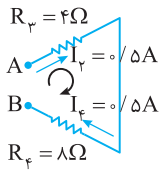
جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۱۰+۲}=۱A$$

مقاومت $R_{۲۳}$ با مقاومت $R_۱$ موازی و برابرند، بنابراین جریان ۱A به دو قسمت مساوی تقسیم شده از هر شاخهٔ ۰/۵A می‌گذرد. هم‌چنین مقاومت $R_{۴۵}$ با مقاومت $R_۶$ موازی و برابرند و از هر شاخه جریان ۰/۵A می‌گذرد یعنی:

(شکل (۱)): $I_۱=I_۲=I_۴=I_۶=۰/۵A$

در جهت نشان داده شده از A تا B قدم می‌زنیم:

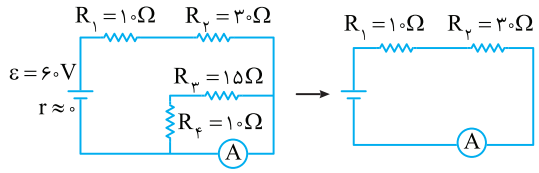


$$V_A-I_۲R_۳-I_۴R_۴=V_B$$
$$\Rightarrow V_A-۰/۵\times۴-۰/۵\times۸=V_B$$
$$\Rightarrow V_A-V_B=۶V$$

C ۲۲۸۵ **۱**

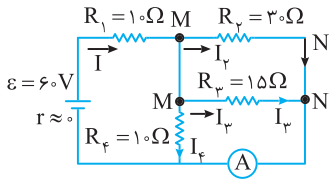
حالت اول: زمانی که کلید باز است مدار به صورت زیر است. در واقع مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ توسط آمپرسنج آرمانی اتصال کوتاه می‌شوند و در مدار نقش ایفا نمی‌کنند و از مدار حذف می‌شوند و در مدار دو مقاومت متوالی ۱۰Ω و ۳۰Ω داریم که آمپرسنج نیز با آن‌ها متوالی است. در این حالت آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد. از این‌رو:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۶۰}{۳۰+۱۰}=۱/۵A$$



اتصال کوتاه

حالت دوم: اگر کلید K را ببندیم، دو سر مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ به هم وصل شده و این دو با هم موازی می‌شوند. از طرفی مقاومت $R_۴$ نیز با آن‌ها موازی است زیرا مقاومت $R_۴$ نیز بین نقاط M و N است و مدار به صورت زیر است:



مقاومت معادل بین دو نقطه MN برابر است با:

$$\frac{۱}{R_{MN}}=\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}+\frac{۱}{R_۴}$$
$$\Rightarrow\frac{۱}{R_{MN}}=\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۱۵}+\frac{۱}{۱۰}=\frac{۱+۲+۳}{۳۰}\Rightarrow R_{MN}=۵\Omega$$

مقاومت R_{MN} با مقاومت $R_۱$ متوالی است و مقاومت مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=R_۱+R_{MN}=۱۰+۵=۱۵\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۶۰}{۱۵}=۴A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی $R_۲$ و $R_۳$ و $R_۴$ با اختلاف پتانسیل بین نقاط M و N برابر است. اختلاف پتانسیل بین N و M را حساب می‌کنیم

$$V_{MN}=IR_{MN}\Rightarrow V_{MN}=۴\times۵=۲۰V$$

با توجه به شکل مدار، آمپرسنج مجموع جریان‌های $I_۲$ و $I_۳$ را نشان می‌دهد.

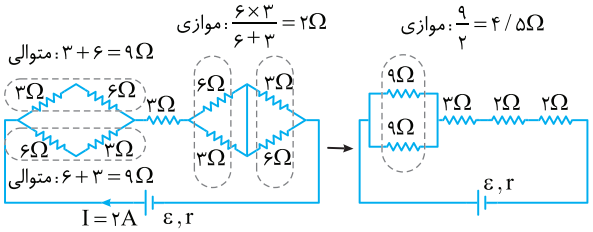
$$V_{MN}=۲۰V\Rightarrow\begin{cases}V_{MN}=R_۲I_۲\Rightarrow I_۲=\frac{۲}{۳}A\\ V_{MN}=R_۳I_۳\Rightarrow I_۲=\frac{۴}{۳}A\end{cases}$$

آمپرسنج جریان $\frac{۲}{۳}+\frac{۴}{۳}=\frac{۶}{۳}=۲A$ را نشان می‌دهد و جریان عبوری از آمپرسنج به اندازهٔ ۲−۱/۵=۰/۵ آمپر تغییر کرده است.

B ۴ ۲۲۸۶

خط فکری آمپرسنج در مدار شبیه یک سیم بدون مقاومت رفتار می‌کند و می‌توان آمپرسنج را برداشت و به جای آن یک سیم قرار داد. تمام مشخصات مدار داده شده است، بنابراین باید ابتدا مقاومت معادل را به‌دست بیاورید، سپس جریان مدار را حساب کنید و با تقسیم جریان بین مقاومت‌ها می‌توانید جریان آمپرسنج را مشخص کنید.

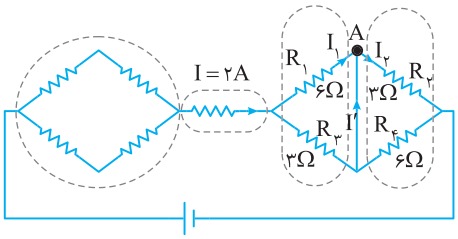
۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:



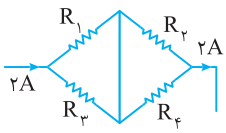
$$R_{eq}=4/5+3+2+2=11/5\Omega$$

۲ جریان گذرنده از مدار را به‌دست می‌آوریم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{25}{11/5+1}=2A$$



با توجه به شکل روبه‌رو جریان $2A$ بین دو مقاومت R_1 و R_3 تقسیم می‌شود، همچنین جریان خروجی از این مقاومت‌ها نیز $2A$ است که مجدد بین R_2 و R_4 تقسیم شود:



جریان ۲ آمپر بین مقاومت‌های موازی 3Ω و 6Ω به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌شود یعنی از مقاومت‌های 6Ω جریان $\frac{2}{3}$ آمپر و از مقاومت‌های 3Ω جریان $\frac{4}{3}A$ می‌گذرد. $(I_2=\frac{4}{3}A, I_1=\frac{2}{3}A)$

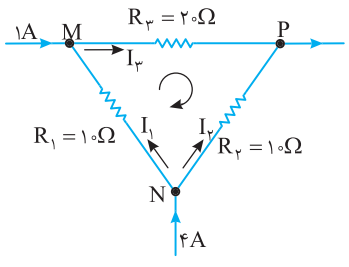
حال قاعدهٔ انشعاب را برای گره A می‌نویسیم: $I_1+I'=I_2\Rightarrow\frac{2}{3}+I'=\frac{4}{3}\Rightarrow I'=\frac{2}{3}A$

C ۴ ۲۲۸۷

سه جریان I_1 و I_2 و I_3 را در مدار اختیار می‌کنیم. برای گره M و گره N قاعده انشعاب را می‌نویسیم:

$$N: I_1+I_2=4\Rightarrow I_2=4-I_1 \quad (1)$$

$$M: I_3=1+I_1 \quad (2)$$



قاعده حلقه را به صورت ساعتگرد در حلقهٔ MPNM می‌نویسیم:

$$-20I_3+10I_2-10I_1=0\Rightarrow -2I_3+I_2-I_1=0 \quad (3)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) در رابطهٔ (۳) جای‌گذاری می‌کنیم:

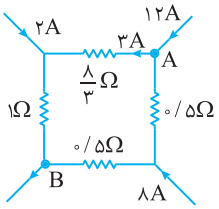
$$-2(1+I_1)+4-I_1-I_1=0\Rightarrow -2-2I_1+4-2I_1=0\Rightarrow 4I_1=2\Rightarrow I_1=0/5A$$

$$(1)\Rightarrow I_2=4-0/5=3/5A \quad , \quad (2)\Rightarrow I_3=1+0/5=1/5A$$

اکنون نسبت $\frac{V_{NP}}{V_{MN}}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{V_{NP}}{V_{MN}}=\frac{R_2I_2}{R_1I_1}=\frac{10\times3/5}{10\times0/5}=7$$

بازی با سؤال شکل روبه‌رو بخشی از یک مدار می‌باشد. V_A-V_B چند ولت است؟



۱) ۸
۲) ۱۳
۳) ۹
۴) ۱۴

گزینهٔ ۲

پنجره ۴

A ۱ ۲۲۸۸

خط فکری برای توان مصرفی سه رابطهٔ $P=VI$ ، $P=RI^2$ و $P=\frac{V^2}{R}$ را می‌توان نوشت که با توجه به داده‌های مسئله از یکی از آن‌ها استفاده می‌کنیم.

۱ برای یافتن توان مصرفی R از رابطهٔ $P=VI$ استفاده می‌کنیم، زیرا ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر R $(V=10V)$ و آمپرسنج جریان آن را $(2A)$ نشان می‌دهد.

$$P=VI\Rightarrow P=10\times2=20W$$

۲ برای یافتن توان مصرفی مقاومت $R'=4\Omega$ از رابطهٔ $P=R'I'^2$ استفاده می‌کنیم، زیرا آمپرسنج جریان R و R' را نشان می‌دهد.

$$P'=R'I'^2\Rightarrow P'=4\times(2)^2=16W$$

A ۴ ۲۲۸۹

خط فکری در مقاومت‌های متوالی که جریان‌ها برابر است. با توجه به رابطهٔ $P=RI^2$ توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{R_2}{R_1}$$

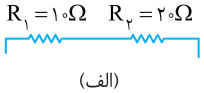
و در مقاومت‌های موازی که اختلاف پتانسیل‌ها با هم برابر است، با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ ، توان با مقاومت نسبت وارون دارد:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{R_1}{R_2}$$

اگر $n=2$ باشد، $P_2=2P_1$ است پس، ممکن است که R_1 و $R_2=2R_1$ با هم متوالی باشند، زیرا در مقاومت‌های متوالی، توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد و گزارهٔ (الف) درست است. اگر دو مقاومت موازی باشند، چون $R_2=2R_1$ است، با توجه به خط فکری $(P\propto\frac{1}{R})$ توان $P_2=\frac{1}{2}P_1$ می‌شود، بنابراین $n=\frac{1}{2}$ برای حالت موازی می‌تواند درست باشد و گزارهٔ (ب) درست است. اما اگر $n=4$ باشد یعنی $P_2=4P_1$ است و در این حالت این مقاومت‌ها نه موازی هستند و نه متوالی، زیرا اگر موازی بودند باید $R_2=\frac{1}{4}R_1$ می‌بود و اگر متوالی بودند باید $R_2=4R_1$ می‌بود که چنین نیست و گزاره (پ) نیز درست است.

A ۲ ۲۲۹۰

۱ در شکل (الف) دو مقاومت متوالی هستند، پس جریان آن‌ها برابر است $(I_1=I_2)$ و بنا بر رابطهٔ $P=RI^2$ خواهیم داشت:

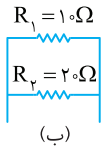


(الف)

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{R_2I^2}{R_1I^2}\xrightarrow{P_1=40W}\frac{P_2}{40}=\frac{20}{10}\Rightarrow P_2=80W$$

۲ در شکل (ب) دو مقاومت موازی هستند و اختلاف پتانسیل دوسر آن‌ها برابر است $(V_۲=V_۱)$

و بنا بر رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ خواهیم داشت:



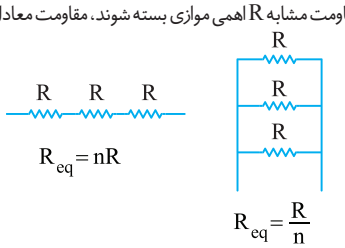
(ب)

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{V_۲^۲/R_۲}{V_۱^۲/R_۱}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{P_۲}{۴۰}=\frac{۱۰}{۲۰}\Rightarrow P_۲=۲۰W$$

A ۲۲۹۱ ۴

خط فکری در هر دو حالت، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌ها برابر است، بنابراین برای مقایسهٔ توان مجموعهٔ مقاومت‌ها بهتر است از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ استفاده شود. البته ابتدا باید مقاومت معادل را در هر حالت به دست آورد.

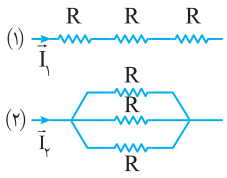
یادآوری اگر n مقاومت مشابه R اهمی متوالی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها nR می‌شود و اگر n مقاومت مشابه R اهمی موازی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها $\frac{R}{n}$ می‌شود.



در اتصال متوالی، مقاومت معادل $R_{eq}=۳R$ و در اتصال موازی مقاومت معادل $R'_{eq}=\frac{R}{۳}$ است. توان را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{P'}{P}=\frac{\frac{V^۲}{R'_{eq}}}{\frac{V^۲}{R_{eq}}}\Rightarrow\frac{P'}{۹۰}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}\Rightarrow\frac{P'}{۹۰}=\frac{۳R}{\frac{R}{۳}}\Rightarrow P'=۸۱۰W$$

بازی با سؤال در شکل‌های زیر، اگر $I_۱=I_۲$ باشد توان گرمایی شکل (۱) چند برابر توان گرمایی شکل (۲) است؟ کنکور دهه‌های گذشته



۱) ۹
۲) ۳
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۹}$

گزینهٔ ۱

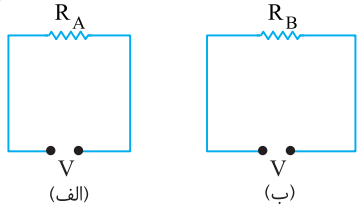
B ۲۲۹۲ ۱

از حالت ابتدایی نسبت مقاومت‌های A و B را به‌دست می‌آوریم:

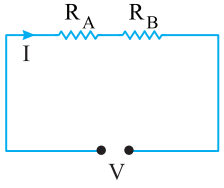
الف) $P_A=\frac{V^۲}{R_A}$

ب) $P_B=\frac{V^۲}{R_B}$

$$\xrightarrow{\div}\frac{P_A}{P_B}=\frac{\frac{V^۲}{R_A}}{\frac{V^۲}{R_B}}\Rightarrow ۲=\frac{R_B}{R_A}\Rightarrow R_B=۲R_A$$



اگر دو مقاومت متوالی بسته شده باشند جریان عبوری از آن‌ها برابر است و برای مقایسهٔ توان مصرفی بهتر است از رابطهٔ $P=RI^۲$ استفاده کرد:



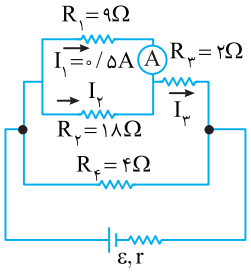
$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{R_AI^۲}{R_BI^۲}=\frac{۱}{۲}$$

B ۲۲۹۳ ۱

خط فکری مسیر شما مشخص است، از جریان $R_۱=۹\Omega$ باید شروع کنید و در نهایت به جریان و ولتاژ $R_۴$ برسید و توان آن را حساب کنید.

یادآوری در مقاومت‌های موازی جریان هر مقاومت با مقدار مقاومت رابطهٔ عکس دارند.

خط فکری مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند. در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد، یعنی مقاومت $R_۲=۱۸\Omega$ که دو برابر مقاومت $R_۱=۹\Omega$ است، جریانش نصف جریان مقاومت $R_۱=۹\Omega$ است.



$$I_۲=\frac{۱}{۲}I_۱\Rightarrow I_۲=\frac{۰/۵}{۲}\Rightarrow I_۲=۰/۲۵A$$

جریان مقاومت $R_۳$ مجموع جریان دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ است.

$$I_۳=I_۱+I_۲\Rightarrow I_۳=۰/۵+۰/۲۵$$
$$\Rightarrow I_۳=۰/۷۵A$$

روش اول: یافتن مقاومت معادل شاخهٔ بالایی و مقایسهٔ آن با مقاومت $R_۴$. مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{۱۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}\Rightarrow R_{۱۲}=\frac{۹\times۱۸}{۹+۱۸}\Rightarrow R_{۱۲}=۶\Omega$$

مقاومت شاخهٔ بالایی خواهد شد: $R_{\text{بالایی}}=R_{۱۲}+R_۳=۶+۲=۸\Omega$

مقاومت $R_۴=۴\Omega$ نصف مقاومت شاخهٔ بالایی (۸Ω) است و جریان عبوری از ۴Ω دو برابر جریان شاخهٔ بالایی است، بنابراین: $I_۴=۲\times۰/۷۵=۱/۵A$

توان مقاومت $R_۴=۴\Omega$ را به دست می‌آوریم: $P_۴=RI^۲\Rightarrow P_۴=۴\times(۱/۵)^۲=۹W$

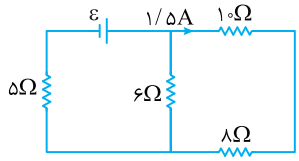
روش دوم: اختلاف پتانسیل دو سر شاخهٔ بالایی را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{بالایی}}=V_۱+V_۳=۹\times۰/۵+۰/۷۵\times۲\Rightarrow V_{\text{بالایی}}=۴/۵+۱/۵=۶V$$

اختلاف پتانسیل دو سر شاخهٔ پایینی $(R_۴)$ که با شاخهٔ بالایی موازی است نیز برابر $۶V$ است، در نتیجه:

$$P_۴=\frac{V^۲}{R_۴}=\frac{(۶)^۲}{۴}\Rightarrow P_۴=\frac{۳۶}{۴}=۹W$$

بازی با سؤال در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت ۵ اهمی چند وات است؟ خارج تجربی - ۸۶



۱) ۲۰
۲) ۶۰
۳) ۱۲۰
۴) ۱۸۰

گزینهٔ ۴

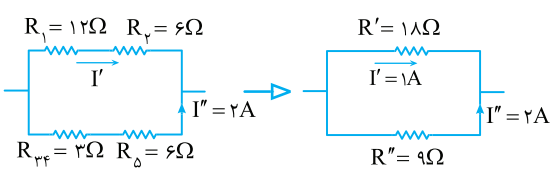
A ۲۲۹۴ ۳

در شاخه‌های موازی، اختلاف پتانسیل دو سر شاخه‌ها با هم برابر است:

$$V'=V''\Rightarrow ۱۸\times I'=۹\times I''\Rightarrow ۱۸I'=۱۸\Rightarrow I'=۱A$$

$$I_t=I'+I''=۱+۲=۳A$$

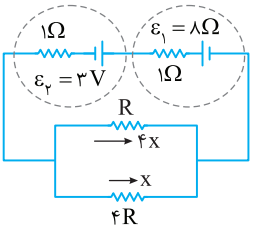
$$R_{eq}=\frac{۱۸\times۹}{۲۷}=۶\Omega\Rightarrow\frac{P_۲}{P_t}=\frac{I'^۲R_۲}{I_t^۲R_{eq}}=\frac{۱\times۶}{۹\times۶}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_t}=\frac{۱}{۹}$$



B ۲۲۹۵ ۱

خط فکری با توجه به بزرگ‌تر بودن ε_1 از ε_2 و خلاف جهت یکدیگر بودن آن‌ها، جهت جریان در جهت جریان خروجی از (۱) بوده و پادساعتگرد است. جریان به قطب مثبت باتری (۲) وارد شده و این باتری در حال شارژ بوده و اختلاف پتانسیل آن از رابطهٔ $v=\varepsilon+rI$ به‌دست می‌آید.

۱ اختلاف پتانسیل دو سر باتری ε_2 برابر است با:



$$V_2=\varepsilon_2+Ir \xrightarrow{V=۳/۵V}$$
$$۳/۵=۳+I\times۱\Rightarrow I=۰/۵A$$

۲ مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{R\times۴R}{R+۴R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۴}{۵}R$$

۳ با داشتن جریان مدار مقدار R را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{R_{eq}+r_1+r_2}\Rightarrow ۰/۵=\frac{۸-۳}{\frac{۴}{۵}R+۲}\Rightarrow \frac{۴}{۵}R+۲=۱۰\Rightarrow \frac{۴}{۵}R=۸\Rightarrow R=۱۰\Omega$$

۴ در شاخه‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

یعنی اگر جریان مقاومت $۴R$ برابر x باشد، جریان مقاومت R برابر $۴x$ است، از این‌رو خواهیم داشت:

$$I=x+۴x\Rightarrow ۰/۵=x+۴x\Rightarrow x=۰/۱A$$

بنابراین جریان مقاومت R برابر $۴\times۰/۱=۰/۴A$ بوده و توان مصرفی آن خواهد شد:

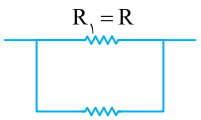
$$P=RI^2\Rightarrow P=۱۰\times(۰/۴)^2=۱/۶W$$

راه دوم: توان خروجی باتری (۱) و توان ورودی به باتری (۲) را حساب می‌کنیم:

جریان را با توجه به روش قبل، ۰/۵ آمپر به‌دست می‌آوریم.

$$P_1=\varepsilon_1 I-r_1I^2\Rightarrow P_1=۸\times۰/۵-۱\times(۰/۵)^2=۳/۷۵W$$
$$P_2=\varepsilon_2 I+r_2I^2\Rightarrow P_2=۳\times۰/۵+۱\times(۰/۵)^2=۱/۷۵W$$

از ۳/۷۵ وات توان خروجی باتری (۱)، ۱/۷۵ W را باتری (۲) مصرف می‌کند، بنابراین دو مقاومت خارجی توان ۲W را مصرف خواهند کرد:

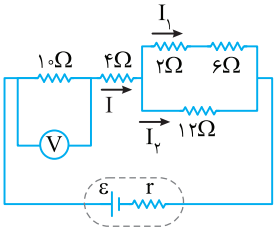


$$\begin{cases}P_1=\frac{V^2}{R}\\ P_2=\frac{V^2}{۴R}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_1}{P_2}=۴\Rightarrow P_1=۴P_2$$
$$P_1+P_2=۲\Rightarrow ۵P_2=۲\Rightarrow$$
$$P_2=۰/۴W\ ,\ P_1=۱/۶W$$

B ۲۲۹۶ ۳

خط فکری اطلاعات بخشی از مدار به شما داده شده است (توان مقاومت ۲Ω)، بنابراین به کمک آن باید جریان تک تک شاخه‌ها و جریان کل مدار را حساب کنید تا بتوانید عدد ولت‌سنج را به دست آورید.

۱ با داشتن توان مقاومت ۲Ω جریان شاخهٔ شامل دو مقاومت متوالی ۲Ω و ۶Ω را به دست می‌آوریم:

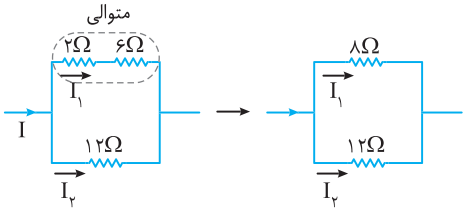


$$P=RI^2 \xrightarrow{P=۱۸W}$$
$$۱۸=۲\times I_1^2\Rightarrow I_1=۳A$$

۲ مقاومت ۱۲Ω با مقاومت معادل ۲Ω و ۶Ω موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است. $V_1=V_2\Rightarrow ۸I_1=۱۲I_2\Rightarrow ۲۴=۱۲I_2\Rightarrow I_2=۲A$

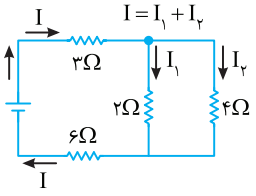
۳ جریان گذرنده از مقاومت ۱۰Ω (I) برابر است با: $I=I_1+I_2=۳+۲=۵A$

۴ بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت ۱۰Ω خواهد شد: $V=RI\Rightarrow V=۵\times۱۰=۵۰V$



B ۲۲۹۷ ۱

خط فکری جریان مدار را I بنامید و این جریان را بین دو مقاومت ۲Ω و ۴Ω تقسیم کرده سپس به کمک رابطه $P=RI^2$ توان دو مقاومت را با هم مقایسه کنید.



۱) در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها یعنی به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌شود.

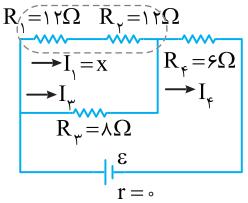
$$I_2=\frac{I}{۳},\ I_1=\frac{۲I}{۳}$$

۲) نسبت توان‌ها را حساب می‌کنیم.

$$\frac{P_{۶\Omega}}{P_{۴\Omega}}=\frac{۶I^2}{۴(\frac{I}{۳})^2}=\frac{۳}{۲}\times۹=\frac{۲۷}{۲}\Rightarrow\frac{P_{۶\Omega}}{P_{۴\Omega}}=۱۳/۵$$

B ۲۲۹۸ ۴

۱ مقاومت‌های R_1 و R_2 متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت R_3 موازی است و در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد. اگر جریان مقاومت $R_{12}=۲۴\Omega$ را x در نظر بگیریم، چون مقاومت $R_3=۸\Omega$، $\frac{۱}{۳}$ مقاومت R_{12} است، بنابراین جریان R_3 سه برابر جریان مقاومت R_{12} است، یعنی $I_3=۳x$ است.



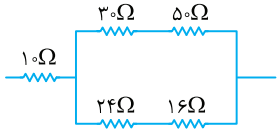
۲ مجموع جریان‌های I_1 و I_3 برابر I_4 است، از این رو:

$$I_4=I_1+I_3\Rightarrow I_4=x+۳x\Rightarrow I_4=۴x$$

۳ اکنون نسبت توان مصرفی R_4 و توان مصرفی R_1 به کمک رابطهٔ $P=RI^2$ قابل محاسبه است.

$$\frac{P_4}{P_1}=\frac{R_4I_4^2}{R_1I_1^2}\Rightarrow\frac{P_4}{P_1}=\frac{۶\times(۴x)^2}{۱۲\times(x)^2}=\frac{۱۶}{۲}=۸$$

بازی با سوال **در شکل مقابل توان مصرفی در مقاومت ۱۶ اهمی چند برابر توان مصرفی در مقاومت ۱۰ اهمی است؟**

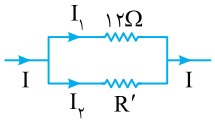


۱) $\frac{۱۶}{۹}$ ۲) $\frac{۹}{۱۶}$ ۳) $\frac{۳۲}{۴۵}$ ۴) $\frac{۴۵}{۳۲}$

گزینهٔ ۳

B ۲۲۹۹ ۳

خط فکری برای مقایسهٔ توان مصرفی‌ها از رابطهٔ $P=RI^2$ کمک می‌گیریم. به این منظور اگر جریان مدار را I بگیریم جریان عبوری از R' برابر خواهد شد با:



$$\begin{cases}I_1+I_2=I\\ \text{چون دو مقاومت موازی‌اند } ۱۲I_1=R'I_2\Rightarrow I_1=\frac{R'}{۱۲}I_2\end{cases}$$
$$I_1+I_2=I\Rightarrow\frac{R'}{۱۲}I_2+I_2=I\Rightarrow\frac{R'+۱۲}{۱۲}I_2=I\Rightarrow I_2=\frac{۱۲}{R'+۱۲}I$$

حال با توجه به نسبت توان‌های مقاومت $۴/۵\Omega$ و R' داریم:

$$۲P_{R'}=P_{۴/۵}\Rightarrow ۲R'I'^{۲}=۴/۵\times I^{۲}\Rightarrow ۲R'(\frac{۱۲I}{R'+۱۲})^{۲}=\frac{۹}{۲}I^{۲}$$

از دو طرف معادله $I^{۲}$ را ساده می‌کنیم:

$$۲R'(\frac{۱۴۴}{R'^{۲}+۱۴۴+۲۴R'})=\frac{۹}{۲}\Rightarrow\frac{۶۴R'}{R'^{۲}+۱۴۴+۲۴R'}=۱$$

$$\Rightarrow R'^{۲}+۲۴R'+۱۴۴=۶۴R'$$

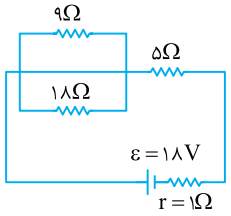
$$\Rightarrow R'^{۲}-۴۰R'+۱۴۴=۰\Rightarrow(R'-۴)(R'-۳۶)=۰$$

$$\Rightarrow R'=۴\Omega \text{ یا } ۳۶\Omega$$

کمترین مقدار R' خواسته شده یعنی $R'=۴\Omega$ است.

A ۲۳۰۰ ۱

دو سر مقاومت‌های ۹Ω و ۱۸Ω با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شده و این مقاومت‌ها اتصال کوتاه شده‌اند و از آن‌ها جریانی نمی‌گذرد و توان مصرفی (آهنگ مصرف انرژی) در آن‌ها صفر است.



A ۲۳۰۱ ۱

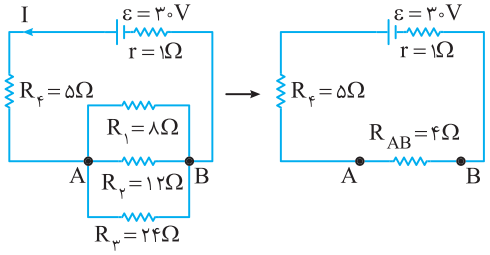
خط فکری با توجه به اینکه تمام مشخصات مدار داده شده است، می‌توانیم مقاومت معادل، سپس جریان مدار و سرانجام ولتاژ یا جریان دو سر مقاومت $R_۴$ را به دست بیاوریم و به وسیلهٔ آن گرمای تولید شده در $R_۳$ را حساب کنیم.

۱ ابتدا مقاومت معادل بین نقاط A و B را به دست می‌آوریم. $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ موازی هستند:

$$\frac{۱}{R_{AB}}=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۲۴}=\frac{۳+۲+۱}{۲۴}\Rightarrow R_{AB}=۴\Omega$$

مقاومت R_{AB} و مقاومت $R_۴$ متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{eq}=۴+۵=۹\Omega$$



۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳۰}{۹+۱}\Rightarrow I=۳A$$

اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را به دست می‌آوریم:

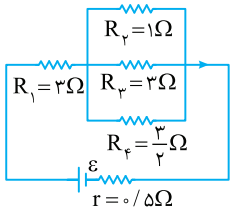
$$V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow V_{AB}=۳\times۴=۱۲V$$

چون هر سه مقاومت بین نقاط A و B با هم موازی‌اند، پس اختلاف پتانسیل آن‌ها یکسان و برابر V_{AB} است اکنون گرمای تولید شده در مقاومت $R_۳$ در مدت ۱۰۰s را حساب می‌کنیم:

$$U=\frac{V^{۲}}{R_۳}t\Rightarrow U=\frac{۱۲\times۱۲}{۲۴}\times۱۰۰\Rightarrow U=۶۰۰J$$

بازی با سؤال در شکل زیر که قسمتی از یک مدار الکتریکی است، توان مصرفی مقاومت $R_۱$ چند برابر توان مصرفی مقاومت $R_۲$ است؟

خارج ریاضی - ۹۷

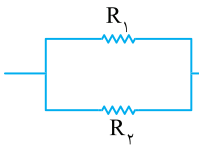


۱) ۱
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۳۶

گزینهٔ ۴

B ۲۳۰۲ ۴

یادآوری مقاومت معادل دو مقاومت موازی $R_۱$ و $R_۲$ را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:



$$R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

۱ مقاومت معادل را به دست می‌آوریم.

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۳$ موازی هستند:

$$R_{۱۳}=\frac{R_۱R_۳}{R_۱+R_۳}=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}=۴\Omega$$

مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۴$ موازی هستند.

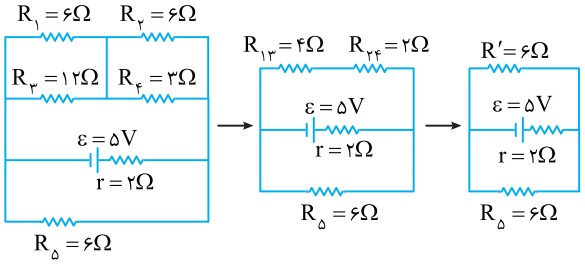
$$R_{۲۴}=\frac{R_۲R_۴}{R_۲+R_۴}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega$$

مقاومت‌های $R_{۲۴}$ و $R_{۱۳}$ متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها را که با R' نمایش می‌دهیم خواهد شد:

$$R'=R_{۱۳}+R_{۲۴}=۴+۲=۶\Omega$$

مقاومت‌های $R'=۶\Omega$ و $R_۵=۶\Omega$، دست در دست هم دارند و موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل مدار خواهد شد.

$$R_{eq}=\frac{R}{n}\Rightarrow R_{eq}=۳\Omega$$

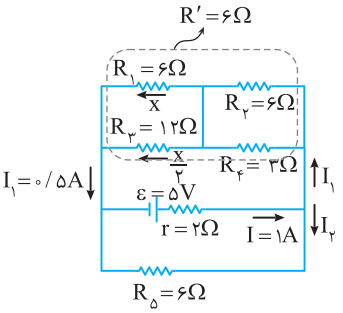


۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۵}{۳+۲}=۱A$$

۳ به سراغ تقسیم جریان در مقاومت‌ها می‌رویم:

مقاومت شاخهٔ R' با مقاومت شاخهٔ $R_۵$ مساوی و موازی‌اند و جریان بین این دو شاخه به‌طور مساوی تقسیم می‌شود و جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ برابر است با: $I_۱=I_۲=\frac{I}{۲}=۰/۵A$.



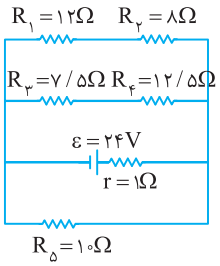
جریان $I_۱=۰/۵A$ بین مقاومت‌های ۶Ω و ۱۲Ω به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریان مقاومت ۶Ω را x فرض کنید، جریان مقاومت ۱۲Ω، $\frac{x}{۲}$ خواهد بود که جمع آن‌ها برابر $I_۱$ یعنی $۰/۵A$ است.

$$I_۱=\frac{x}{۲}+x\Rightarrow ۰/۵=\frac{۳x}{۲}\Rightarrow x=\frac{۱}{۳}A$$

۴ بنابراین جریان مقاومت $R_۱=۶\Omega$ برابر $\frac{۱}{۳}A$ است و توان مصرفی در آن خواهد شد.

$$P_۱=R_۱I_x^{۲}\Rightarrow P_۱=۶\times(\frac{۱}{۳})^{۲}=\frac{۲}{۳}W$$

بازی با سؤال در مدار زیر توان مصرفی مقاومت $R_۱$ چند وات است؟

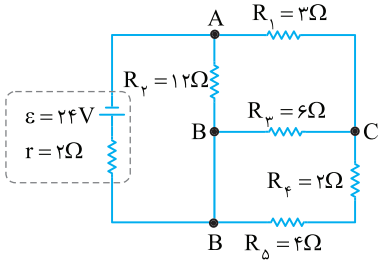


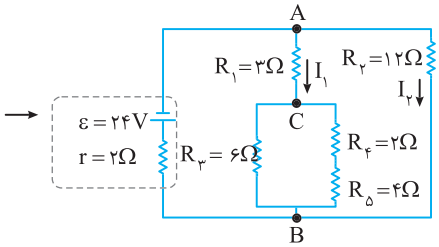
۱) ۱۲
۲) ۶
۳) ۱۸
۴) ۲۴

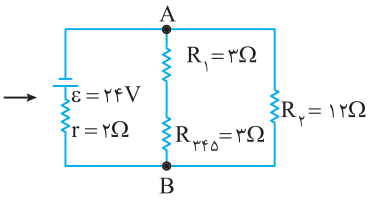
گزینهٔ ۱

B ۲۳۰۳ ۳

ابتدا با نام‌گذاری شکل ساده‌ای از مدار را رسم می‌کنیم. مقاومت R_1 بین دو نقطهٔ A و C، مقاومت R_2 بین دو نقطهٔ A و B، مقاومت R_3 بین دو نقطهٔ B و C بسته شده‌اند و مقاومت‌های R_4 و R_5 که با هم متوالی هستند بین دو نقطهٔ B و C بسته شده‌اند و معادل آن‌ها با R_3 موازی است، بنابراین شکل مدار خواهد شد:







مقاومت‌های R_4 و R_5 متوالی‌اند و با مقاومت R_3 موازی هستند و مقاومت معادل بین دو نقطهٔ C و B خواهد شد:

$$R_4+R_5=2+4=6\Omega$$

$$R_3 \text{ و } R_{45} \text{ موازی‌اند} \Rightarrow R_{345}=\frac{R}{n}=\frac{6}{2}=3\Omega$$

R_{345} و R_1 متوالی‌اند:

$$R_{1345}=3+3=6\Omega$$

مقاومت R_{1345} و مقاومت R_2 موازی‌اند. بنابراین مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{6\times12}{6+12}=4\Omega$$

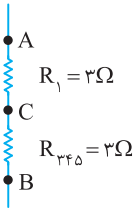
جریان مدار را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{24}{4+2}\Rightarrow I=4A$$

حال اختلاف پتانسیل دو سر باتری را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI\Rightarrow V_{\text{باتری}}=24-2\times4=16V$$

دو سر A و B به باتری وصل است و اختلاف پتانسیل این دو نقطه نیز برابر ۱۶V است. دقت کنید بین دو نقطهٔ A و B دو مقاومت R_1 و R_{345} قرار دارد که چون مقدار این مقاومت‌ها با هم برابر است، پس اختلاف پتانسیل دو سر هر کدام از آن‌ها برابر ۸V می‌شود:



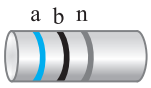
$$V_{AB}=V_{AC}+V_{CB}\xrightarrow{V_{AC}=V_{CB}}V_{CB}=8V$$

مقاومت R_3 بین دو نقطهٔ B و C قرار دارد، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر ۸V است:

$$U_{R_3}=\frac{V_{CB}^2}{R_3}t\Rightarrow U_{R_3}=\frac{64}{6}\times60=640J$$

B ۲۳۰۴ ۴

یادآوری برای مقاومت‌های کربنی با کدهای رنگی a، b و n مقدار مقاومت برابر است با:



$$R=\overline{ab}\times10^n$$

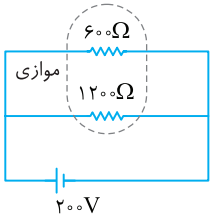
بنابراین:

$$R_{\text{بالا}}=\overline{ab}\times10^n\Rightarrow R_{\text{بالا}}=60\times10^1=600\Omega$$

(سیاه = ۰، آبی = ۶، قهوه‌ای = ۱)

$$R_{\text{پایین}}=\overline{ab}\times10^n\Rightarrow R_{\text{پایین}}=12\times10^2=1200\Omega$$

(قرمز = ۲، قهوه‌ای = ۱، قرمز = ۲)



$$\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_{\text{بالا}}}+\frac{1}{R_{\text{پایین}}}\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{600}+\frac{1}{1200}\Rightarrow R_{eq}=\frac{1200}{3}=400\Omega$$

توان مصرفی مجموع مقاومت‌ها برابر است با:

$$P=\frac{V^2}{R_{eq}}=\frac{(200)^2}{400}\Rightarrow P=100W=\frac{100}{1000}kW$$

انرژی مصرفی برحسب kWh خواهد شد:

$$U=Pt\Rightarrow U=\frac{100}{1000}\times\frac{90}{60}\Rightarrow U=0/15kWh$$

(kW، kW، h، h)

B ۲۳۰۵ ۱

ابتدا باید به سراغ تغییر مقاومت سیم برویم.

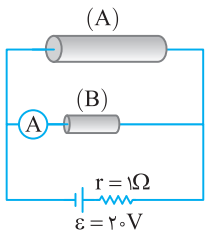
$$R=\rho\frac{\ell}{A}\xrightarrow[\rho'=\rho,\ell'=\ell]{A=\pi\frac{D^2}{4}}\frac{R}{R'}=\left(\frac{D'}{D}\right)^2\Rightarrow\frac{R}{R'}=\left(\frac{99}{100}\right)^2$$

با توجه به رابطهٔ توان با ولتاژ و مقاومت می‌توان نوشت

$$\frac{P'}{P}=\frac{\frac{V^2}{R'}}{\frac{V^2}{R}}\Rightarrow\frac{P'}{P}=\frac{R}{R'}=\left(\frac{99}{100}\right)^2\qquad\frac{P'}{P}\sim0/98\Rightarrow\Delta P=0/02P$$

B ۲۳۰۶ ۳

خط فکری داستان کاملاً معلوم است، باید ابتدا به کمک رابطهٔ ساختمانی مقاومت $R=\rho\frac{L}{A}$ نسبت مقاومت A به مقاومت B را مشخص کنید تا بتوانید جریان سیم A و سپس جریان کل مدار را به دست آورید و سرانجام به سراغ توان خروجی باتری بروید.



۱ نسبت مقاومت A به مقاومت B خواهد شد: (دو سیم هم‌جنس هستند و مقاومت ویژهٔ آن‌ها یکی است)

$$\begin{cases}R_A=\rho\frac{L_A}{A_A}\\R_B=\rho\frac{L_B}{A_B}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow{A=\pi r^2}\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{\pi r_B^2}{\pi r_A^2}\Rightarrow$$

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2\xrightarrow[r_A=2r_B]{L_A=2L_B}\frac{R_A}{R_B}=2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$$

۲ در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد، آمپرسنج جریان مقاومت B را ۳A نشان می‌دهد، بنابراین جریان مقاومت R_A، دو برابر جریان مقاومت R_B یعنی ۶A خواهد بود.

$$R_A=\frac{1}{2}R_B\Rightarrow I_A=2I_B=2\times3=6A$$

۳ جریان مدار مجموع جریان I_A و I_B است، از این رو:

$$I=I_A+I_B=۶+۳=۹A$$

۴ توان خروجی باتری خواهد شد:

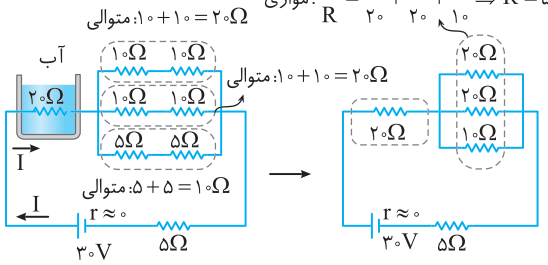
$$P=\varepsilon I-rI^۲\Rightarrow P=۲۰\times۹-۱\times(۹)^۲\Rightarrow P=۱۸۰-۸۱\Rightarrow P=۹۹W$$

B ۲۳۰۷ ۳

خط فکری با یک مسئلهٔ ساده و استاندارد روبه‌رو هستید، برای آن که مدت زمان بالا رفتن دمای آب را بیابید باید انرژی گرمایی تولید شده در مقاومت ۲۰Ω را حساب کنید $(V=RI^۲t)$، پس باید جریان مقاومت درون آب را به دست بیاورید. برای این منظور باید جریان کل مدار را حساب کنید. البته قطعاً باید در اولین مرحله مقاومت معادل این مدار ساده را به دست بیاورید.

۱ مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم.

موازی: $\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۱۰}\Rightarrow R=۵\Omega$



مقاومت معادل مدار جمع ۳ مقاومت متوالی ۲۰Ω و ۵Ω و ۵Ω است.

$$R_{eq}=۵+۵+۲۰=۳۰\Omega$$

۲ جریان مدار برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳۰}{۳۰}=۱A$

۳ مقاومت ۲۰Ω با باتری متوالی است و جریان عبوری از آن $۱A$ است.

انرژی گرمایی تولید شده در مقاومت درون آب را حساب می‌کنیم.

$$U=RI^۲t\Rightarrow U=۲۰\times(۱)^۲\times t\Rightarrow U=۲۰t$$

یادآوری گرمای لازم برای بالا بردن دمای آب برابر است با: $Q=mc\Delta\theta$

این مقدار گرما باید دمای $۱۰۰g$ آب را به اندازهٔ $\Delta\theta=۵۸-۸=۵۰^\circ C$ بالا ببرد بنابراین:

$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow{Q=۲۰t}۲۰t=۰/۱\times۴۲۰۰\times۵۰\Rightarrow t=۲۱\times۵۰\Rightarrow t=۱۰۵۰s$$

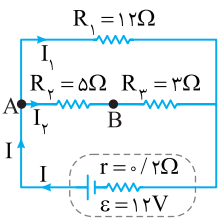
B ۲۳۰۸ ۳

خط فکری مسئله مقدار بار شارش شده را می‌خواهد، بنابراین با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ باید به سراغ یافتن جریان مدار بروید، بنابراین در ابتدا باید مقاومت معادل را حساب کنید تا بتوانید جریان مدار و سپس جریان مقاومت $R_۲=۵\Omega$ یعنی جریان گذرنده از نقطهٔ B را به دست بیاورید. البته برای بررسی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار در انتقال از A به B به اختلاف پتانسیل بین A و B نیز نیاز دارید.

۱ مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند: $R_{۲۳}=R_۲+R_۳=۵+۳=۸\Omega$

مقاومت $R_{۲۳}$ با مقاومت $R_۱$ موازی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد.



$$R_{eq}=\frac{۱۲\times۸}{۱۲+۸}=\frac{۱۲\times۴\times۲}{۴\times۵}\Rightarrow R_{eq}=۴/۸\Omega$$

۲ جریان مدار برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۴/۸+۰/۲}\Rightarrow I=۲/۴A$

۳ مقاومت $R_{۲۳}$ و مقاومت $R_۱$ موازی هستند و جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت بین آن‌ها تقسیم می‌شود:

$$\frac{R_{۲۳}}{R_۱}=\frac{۸}{۱۲}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow I_۲=\frac{۳}{۲}I_۱$$

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow ۲/۴=I_۱+\frac{۳}{۲}I_۱\Rightarrow\frac{۲۴}{۱۰}=\frac{۵}{۲}I_۱$$

$$\Rightarrow I_۱=\frac{۴۸}{۵۰}=۰/۹۶A\,,\,I_۲=\frac{۳}{۲}I_۱=\frac{۳}{۲}\times\frac{۹۶}{۱۰۰}=۱/۴۴A$$

۴ بار شارش شده از نقطهٔ B برابر است با: $q=\bar{I}t\Rightarrow q=۱/۴۴\times۵\Rightarrow q=۷/۲C$

۵ تغییر انرژی پتانسیل بار شارش یافته در مدت $۵s$ از A تا B:

$$|\Delta U|=q|\Delta V|\xrightarrow{V_{AB}=R_۲I_۲}\Delta U=۷/۲\times(۵\times۱/۴۴)=۵۱/۸۴J$$

در جهت جریان از A به B می‌رویم. جریان از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر شارش می‌کند بنابراین $V_B<V_A$ بوده و انرژی پتانسیل بار از A تا B کاهش می‌یابد.

B ۲۳۰۹ ۲

۱ با داشتن توان مصرفی مقاومت $R_۱=۱\Omega$ که برابر $۴W$ است، می‌توانیم جریان شاخهٔ بالا را به دست بیاوریم: $P_۱=I_۱^۲R_۱\Rightarrow ۴=I_۱^۲\times۱\Rightarrow I_۱=۲A$

۲ جریان شاخهٔ پایینی نیز که موازی شاخهٔ بالایی است و مقاومت آن برابر مقاومت شاخهٔ بالایی است، برابر $۲A$ است $(I_۳=۲A)$ و جریان کل مدار $I=۲+۲=۴A$ خواهد بود.

۳ به سراغ مقاومت معادل مدار می‌رویم، مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ متوالی هستند:

$$R_{۱۲}=R_۱+R_۲=۱+۳=۴\Omega$$

مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت $R_۳$ موازی است و چون هم‌اندازه هستند، برای به دست آوردن مقاومت معادل آن‌ها، مقاومت یکی از آن‌ها را بر ۲ تقسیم می‌کنیم: $R_{eq}=\frac{۴}{۲}=۲\Omega$

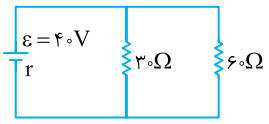
۴ اکنون نیروی محرکهٔ باتری را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow ۴=\frac{\varepsilon}{۲+۱}\Rightarrow\varepsilon=۱۲V$$

۵ ولتاژ دو سر باتری برابر است با: $V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱۲-۴\times۱=۸V$

B ۲۳۱۰ ۱

۱ در مدار خارجی دو مقاومت موازی ۳۰Ω و ۶۰Ω وجود دارد که مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:



$$R_{eq}=\frac{۶۰\times۳۰}{۶۰+۳۰}=۲۰\Omega$$

۲ توان مصرفی در مقاومت خارجی یعنی $(R_{eq}I^۲)$ سه برابر توان مصرفی در باتری $(rI^۲)$ است. از این رو می‌توان نوشت:

$$R_{eq}I^۲=۳rI^۲\Rightarrow R_{eq}=۳r\Rightarrow ۲۰=۳r\Rightarrow r=\frac{۲۰}{۳}\Omega$$

۳ جریان مدار را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۴۰}{۲۰+\frac{۲۰}{۳}}\Rightarrow I=\frac{۴۰}{\frac{۶۰+۲۰}{۳}}\Rightarrow I=\frac{۱۲۰}{۸۰}=\frac{۳}{۲}A$$

۴ در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد یعنی اگر جریان مقاومت ۶۰Ω را x بنامیم، جریان مقاومت ۳۰Ω، برابر $۲x$ می‌شود. از طرفی جریان مدار برابر مجموع جریان‌های x و $۲x$ است، بنابراین: $I=x+۲x\Rightarrow\frac{۳}{۲}=x+۲x\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}A$

۵ جریان گذرنده از مقاومت ۳۰Ω برابر است با: $I_{۳۰\Omega}=۲x=۲\times\frac{۱}{۲}=۱A$

توان مصرفی در مقاومت ۳۰Ω خواهد شد: $P=RI^۲=۳۰\times(۱)^۲=۳۰W$

روش دیگر: به جای یافتن جریان مقاومت ۳۰Ω، می‌توانستیم ولتاژ دو سر آن را حساب کنیم. مقاومت معادل ۳۰Ω و ۶۰Ω، برابر ۲۰Ω شده و جریان مدار $\frac{۳}{۲}A$ است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۳۰Ω و ۶۰Ω و کل مدار خواهد شد:

$$V=IR\Rightarrow V=\frac{۳}{۲}\times ۲۰=۳۰V$$

اکنون توان مصرفی در مقاومت ۳۰Ω را به کمک ولتاژ حساب می‌کنیم:

$$P=\frac{V^۲}{R}=\frac{(۳۰)^۲}{۳۰}\Rightarrow P=۳۰W$$

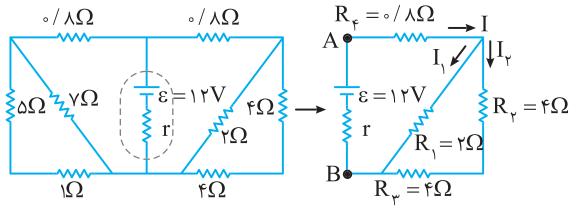
۴ ۲۳۱۱ B

خط فکری چرا بعضی از شما دانش‌آموزان عزیز با دیدن مدار سریعاً به سراغ به دست آوردن مقاومت معادل می‌روید؟ در این مسئله می‌توان مدار متشکل از دو قسمت در نظر گرفت، یکی قسمت سمت راست باتری و دیگری قسمت سمت چپ باتری که هر دو قسمت با باتری موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر این قسمت‌ها با هم برابر و برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری است. بنابراین شما در حل این مسئله کافی است اختلاف پتانسیل قسمت سمت راست که مقاومت ۲ اهمی در آن است و توان آن را داریم را حساب کنید و نیازی به محاسبهٔ مقاومت معادل کل مدار وجود ندارد.

مدار را بدون قسمت سمت چپ رسم می‌کنیم.

توان مقاومت $R_۱=۲\Omega$ را داریم، از این رو می‌توان جریان $I_۱$ را حساب کرد:

$$P=R_۱I_۱^۲\Rightarrow ۸=۲I_۱^۲\Rightarrow I_۱=۲A$$



در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. مقاومت معادل شاخهٔ $R_۲$ و $R_۳$ برابر ۸Ω است، یعنی ۴ برابر مقاومت $R_۱=۲\Omega$ است، پس جریان $I_۲$، $\frac{۱}{۴}$ جریان $I_۱$ است.

$$I_۲=\frac{۱}{۴}I_۱=\frac{۱}{۴}\times ۲=۰/۵A$$

بنابراین جریان I خواهد شد:

$$I=I_۱+I_۲=۲/۵A$$

مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$، $R_۳$ و $R_۴$ را به دست می‌آوریم.

مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند:

$$R_{۲۳}=R_۲+R_۳=۸\Omega$$

مقاومت معادل $R_{۲۳}$ با مقاومت $R_۱$ موازی است.

$$R_{۱۲۳}=\frac{۸\times ۲}{۸+۲}=۱/۶\Omega$$

مقاومت $R_{۱۲۳}$ با مقاومت $R_۴$ متوالی است و مقاومت معادل قسمت سمت راست برابر است با:

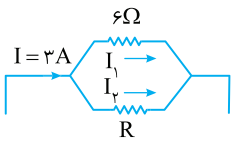
$$R_{eq}=R_۴+R_{۱۲۳}\Rightarrow R_{eq}=۰/۸+۱/۶\Rightarrow R_{eq}=۲/۴\Omega$$

اکنون اختلاف پتانسیل دو سر مدار خواهد شد:

$$V=V_{AB}=R_{eq}I=۲/۴\times ۲/۵=۲/۴\times\frac{۱۰}{۴}\Rightarrow V=۶V$$

۴ ۲۳۱۲ A

۱ ابتدا جریان عبوری از مقاومت ۶ اهمی را به دست می‌آوریم:



$$U=RI^۲t$$

$$۲۴=۶\times I_۱^۲\times ۱\Rightarrow I_۱^۲=۴\Rightarrow I_۱=۲A$$

۲ با توجه به مدار:

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow I_۲=۳-۲=۱A$$

۳ مقاومت‌های ۶Ω و R موازی هستند.

$$V_{۶\Omega}=V_R\Rightarrow ۲\times ۶=۱\times R\Rightarrow R=۱۲\Omega$$

۴ در نهایت گرمای تولید شده در مقاومت ۱۲ اهمی در مدت ۳s را محاسبه می‌کنیم:

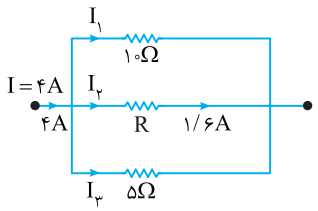
$$U=RI^۲t\Rightarrow U=۱۲\times(۱)^۲\times ۳=۳۶J$$

۳ ۲۳۱۳ B

جریان $I=۴A$ بین سه شاخهٔ موازی تقسیم می‌شود:

$$I_۱+I_۲+I_۳=۴A\Rightarrow I_۱+I_۳=۴-۱/۶=۲/۴A$$

جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. پس اگر به مقاومت ۱۰Ω جریان $I_۱=x$ برسد به مقاومت ۵Ω جریان $I_۳=۲x$ می‌رسد، بنابراین:



$$I_۳+I_۱=۲/۴\xrightarrow{I_۳=۲I_۱}I_۱=\frac{۲/۴}{۳}=۰/۸A\Rightarrow I_۳=۲\times ۰/۸=۱/۶A$$

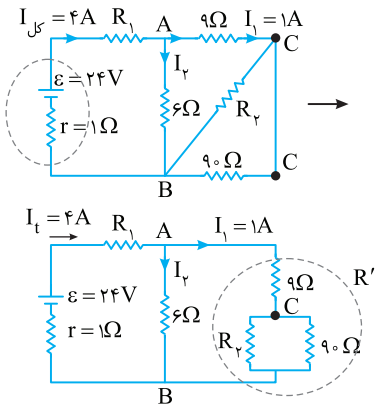
مقاومت R و مقاومت ۵Ω با هم موازی هستند و جریان هر دو برابر $۱/۶A$ است. بنابراین مقاومت R نیز ۵Ω است. انرژی مصرف شده در مقاومت R خواهد شد:

$$U_R=P_Rt=RI^۲t\Rightarrow U_R=۵\times(۱/۶)^۲\times ۲۵\times ۶۰$$

$$\Rightarrow U_R=۱۹۲۰۰J=۱۹/۲kJ$$

۲ ۲۳۱۴ B

خط فکری شکل مدار را ساده‌تر رسم کنید تا بتوانید تقسیم جریان در هر شاخه را راحت‌تر درک کنید. مقاومت $R_۲$ و ۹۰Ω موازی و با مقاومت ۹Ω متوالی هستند و مجموعهٔ آن‌ها با مقاومت ۶Ω موازی است.



۱ جریان کل مدار ۴A وقتی به نقطهٔ A می‌رسد، به دو شاخه $I_۱=۱A$ و $I_۲$ تقسیم می‌شود بنابراین جریان $I_۲$ خواهد شد:

$$I_t=I_۱+I_۲\Rightarrow ۴=۱+I_۲\Rightarrow I_۲=۳A$$

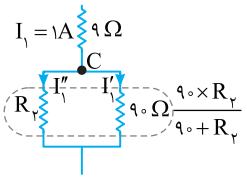
۲ مقاومت ۶Ω با مقاومت R' موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر V_{AB} است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$I_۲\times ۶=I_۱\times R'\Rightarrow ۳\times ۶=۱\times R'\Rightarrow R'=۱۸\Omega$$

به مقاومت R' نگاه کنید. در آن یک مقاومت ۹Ω با مقاومت معادل ۹۰Ω و $R_۲$ متوالی است:

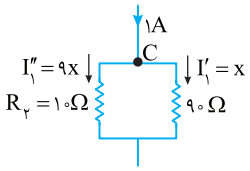
$$R'=۹+\frac{۹۰\times R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۱۸=۹+\frac{۹۰\times R_۲}{۹۰+R_۲}$$

$$۹=\frac{۹۰\times R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۱=\frac{۱۰R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۹۰+R_۲=۱۰R_۲\Rightarrow R_۲=۱۰\Omega$$



جریان $I_۱$ در نقطهٔ C به دو جریان $I'_۱$ و $I''_۱$ تقسیم می‌شود. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

یعنی اگر جریان مقاومت ۹۰Ω را با حرف x نمایش دهیم جریان مقاومت ۱۰Ω برابر $۹x$ می‌شود در این صورت:



$۱A=x+۹x\Rightarrow I'_۱=x=۰/۱A$

$I''_۱=۱-۰/۱=۰/۹A$

یادآوری توان مصرفی در یک مقاومت از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

$$P=VI=\frac{V^۲}{R}=RI^۲$$

از رابطهٔ $P=RI^۲$ توان مصرفی را حساب می‌کنیم:

$$P_۲=R_۲I''^{۲}_۱\Rightarrow P_۲=۱۰\times(۰/۹)^۲\Rightarrow P_۲=۸/۱W$$

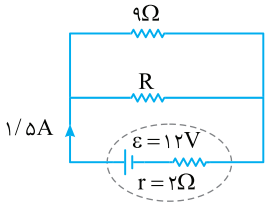
B ۲۳۱۵ ۱

خط فکری با توجه به اعداد روی مدار، جریان مدار $۱/۵A$ است به کمک جریان ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب کنید. سپس به کمک مقاومت معادل به سراغ یافتن مقدار مقاومت R بروید با داشتن مقاومت R می‌توانید جریان R (و یا ولتاژ دو سر R) را حساب کرده و توان مصرفی آن را بیابید. البته ما جریان R را به‌دست آورده‌ایم.

۱ جریان مدار $۱/۵A$ است. با توجه به مدار $I_{\text{مدار}}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$، مقدار R_{eq} را به‌دست می‌آوریم:

$$۱/۵=\frac{۱۲}{R_{eq}+۲}\Rightarrow ۱/۵R_{eq}+۳=۱۲\Rightarrow ۱/۵R_{eq}=۹\Rightarrow R_{eq}=۶\Omega$$

۲ مقاومت R و ۹Ω موازی‌اند:



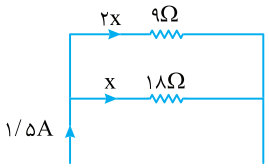
$$\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۹}=\frac{۱}{۶}\Rightarrow\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۶}-\frac{۱}{۹}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{R}=\frac{۳}{۱۸}-\frac{۲}{۱۸}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۱۸}\rightarrow R=۱۸\Omega$$

یادآوری جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقدار مقاومت تقسیم می‌شود.

۳ جریان عبوری از مقاومت ۱۸Ω را x بگیرید. جریان مقاومت ۹Ω برابر $۲x$ می‌شود:



$$x+۲x=۱/۵A\Rightarrow ۳x=۱/۵$$

$$\Rightarrow x=۰/۵A$$

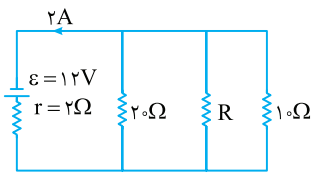
۴ توان مصرفی مقاومت ۱۸Ω برابر است با:

$$P=RI^۲\Rightarrow P=۱۸\times(۰/۵)^۲\Rightarrow P=۱۸\times\frac{۱}{۴}=۴/۵W$$

B ۲۳۱۶ ۴

خط فکری ابتدا باید به کمک جریان داده شده به سراغ مقاومت معادل بروید تا بتوانید مقاومت R را حساب کنید و در آخر با به‌دست آوردن ولتاژ دو سر باتری که با ولتاژ دو سر تک تک مقاومت‌های موازی با آن برابر است، انرژی مصرفی در مقاومت R را به دست بیاورید.

ابتدا مقاومت معادل مدار را به کمک جریان آن حساب می‌کنیم:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۲=\frac{۱۲}{R_{eq}+۲}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=۴\Omega$$

سه مقاومت مدار با هم موازی‌اند و مقاومت معادل خواهد شد:

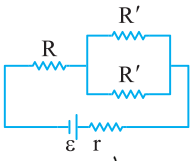
$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۱۰}\Rightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{R+۲۰+۲R}{۲۰R}\Rightarrow ۵R=۳R+۲۰\Rightarrow R=۱۰\Omega$$

اختلاف پتانسیل دو سر R با ولتاژ دو سر باتری برابر است زیرا با هم موازی‌اند. اختلاف پتانسیل دو سر باتری را حساب می‌کنیم: $V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱۲-۲\times۲\Rightarrow V=۸V$

انرژی مصرفی در مقاومت R در مدت ۱ دقیقه برابر است با:

$$P=\frac{V^۲}{R}t\xrightarrow{t=۶۰s}P=\frac{۶۴}{۱۰}\times۶۰\Rightarrow P=۳۸۴J$$

بازی با سوال در مدار روبه‌رو اگر توان خروجی باتری سه برابر توان مصرفی R باشد، نسبت $\frac{R}{R'}$ برابر چند است؟



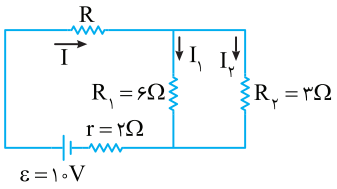
۱) ۴ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۲}$

گزینهٔ ۲

B ۲۳۱۷ ۲

۱ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. یعنی جریان مقاومت $R_۱=۶\Omega$، اگر $I_۱$ باشد، جریان مقاومت $R_۲=۳\Omega$، برابر $I_۲=۲I_۱$ است. از طرفی جریان مدار برابر مجموع جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ است.

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow I=\frac{I_۲}{۲}+I_۲\Rightarrow I_۲=\frac{۲}{۳}I$$



۲ توان مصرفی در مقاومت $R_۲=۳\Omega$، $\frac{۴}{۳}$ برابر توان مصرفی در مقاومت R است. بنابراین:

$$P_۲=\frac{۴}{۳}P_R\Rightarrow R_۲I_۲^۲=\frac{۴}{۳}RI^۲\Rightarrow ۳\times(\frac{۲I}{۳})^۲=\frac{۴}{۳}RI^۲\Rightarrow ۳\times\frac{۴}{۹}=\frac{۴}{۳}R\Rightarrow R=۱\Omega$$

۳ مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند.

$$R_{۱۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega$$

مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت R متوالی است و مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=R+R_{۱۲}\Rightarrow R_{eq}=۱+۲\Rightarrow R_{eq}=۳\Omega$$

جریان مدار برابر خواهد شد با:

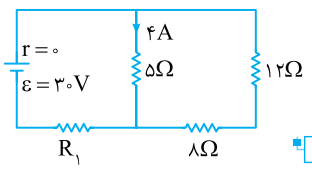
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۰}{۳+۲}\Rightarrow I=\frac{۱۰}{۵}A=۲A$$

۴ ولتاژ دو سر باتری را حساب می‌کنیم.

$$V=\varepsilon-Ir=۱۰-۲\times۲=۶V$$

بازی با سوال در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت $R_۱$ چند وات است؟

خارج تجربی - ۸۷



۱) ۲۵
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۶۰

گزینهٔ ۳

B ۲۳۱۸ ۳

خط فکری مسئله را باید با دو نکته زیر حل کنیم:

۱ در مقاومت‌های موازی، توان با مقاومت نسبت وارون دارد. $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}$

۲ در مقاومت‌های متوالی، توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد. $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۲}{R_۱}$

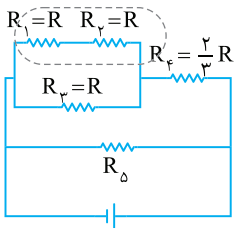
باید از مقاومت $R_۳=R$ شروع کنیم و توان این مقاومت را P فرض کنیم و براساس آن توان تک‌تک شاخه‌ها را بررسی کنیم.

مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم.

۱ توان مقاومت $R_۳$ ، P است مقاومت $R_{۱۲}=۲R$ با $R_۳$ موازی بنابراین توان مصرفی در شاخه $R_۱$ و $R_۲$ نصف P $(\frac{P}{۲})$ است.

۲ مجموع توان مصرفی در کل مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ برابر است با:

متوالی : $R+R=۲R$

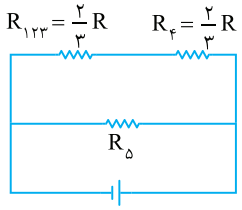


$$P+\frac{P}{۲}=۳\frac{P}{۲}$$

۳ مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ را حساب می‌کنیم

$$\frac{۱}{R_{۱۲۳}}=\frac{۱}{۲R}+\frac{۱}{R}\Rightarrow R_{۱۲۳}=\frac{۲R}{۳}$$

۴ مقاومت $R_{۱۲۳}$ با مقاومت $R_۴$ متوالی است و دو مقاومت برابرند بنابراین توان $R_۴$ نیز $\frac{۳P}{۲}$ است.



۵ کل توان $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ و $R_۴$ برابر است با:

$$\frac{۳P}{۲}+\frac{۳P}{۲}=۳P$$

۶ جالب شد با توجه به فرض مسئله توان مقاومت $R_۳$ ، $\frac{۱}{۳}$ توان مقاومت $R_۵$ است یعنی

$$P_۳=\frac{۱}{۳}P_۵\Rightarrow P_۵=۳P_۳\xrightarrow{P_۳=P}P_۵=۳P$$

کل توان شاخه شامل $R_{۱۲۳۴}$ با توان شاخه شامل $R_۵$ که با آن موازی است برابر شده است یعنی مقاومت $R_۵$ برابر مقاومت معادل $R_{۱۲۳۴}$ است.

$$R_{۱۲۳۴}=\frac{۲}{۳}R+\frac{۲}{۳}R\Rightarrow R_۵=\frac{۴}{۳}R$$

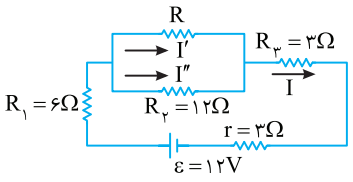
دو مقاومت $R_۵$ و $R_{۱۲۳۴}$ موازی‌اند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۳}{۴R}+\frac{۳}{۴R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲}{۳}R$$

B ۲۳۱۹ ۲

با توجه به فرض مسئله:

$$P_۲=P_۳\Rightarrow R_۲I''^۲=R_۳I^۲\qquad ۱۲I''^۲=۳I^۲\Rightarrow I''=\frac{I}{۲}$$



بنابراین باید I' برابر باشد با:

$$I'=I-I''\Rightarrow I'=I-\frac{I}{۲}\Rightarrow I'=\frac{I}{۲}$$

جریان مقاومت‌های R و $R_۲=۱۲\Omega$ که با هم موازیند، یکی شده است بنابراین دو مقاومت با هم برابرند.

$$R=R_۲=۱۲\Omega$$

مقاومت معادل R و $R_۳$ خواهد شد:

$$\frac{۱۲}{۲}=۶\Omega$$

مقاومت معادل کل مدار را به‌دست می‌آوریم.

$$R_{eq}=۶+۶+۳\Rightarrow R_{eq}=۱۵\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۱۵+۳}\Rightarrow I=\frac{۲}{۳}A$$

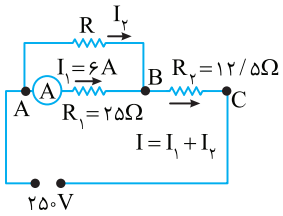
اختلاف پتانسیل دوسر باتری خواهد شد:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱۲-\frac{۲}{۳}\times۳\Rightarrow V=۱۰V$$

B ۲۳۲۰ ۱

خط فکری باید از مقاومتی که جریان آن داده شده است، شروع کنید و به کمک آن جریان و ولتاژ شاخه‌های دیگر را به دست آورید.

۱ آمپرسنج جریان مقاومت $R_۱$ را



۶A نشان می‌دهد، بنابراین ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱=۲۵\Omega$ را به دست می‌آوریم:

$$V_{AB}=I_۱R_۱=۶\times۲۵$$

$$\Rightarrow V_{AB}=۱۵۰V$$

۲ مجموع V_{AB} و V_{BC} برابر اختلاف پتانسیل دو سر منبع نیروی محرکه است. از این رو:

$$V_{AB}+V_{BC}=۲۵۰\Rightarrow ۱۵۰+V_{BC}=۲۵۰\Rightarrow V_{BC}=۱۰۰V$$

۳ جریان مقاومت $R_۲$ که با منبع متوالی است برابر جریان کل مدار است. جریان I را می‌توان به دست آورد:

$$I=\frac{V_{BC}}{R_۲}\Rightarrow I=\frac{۱۰۰}{۱۲/۵}\Rightarrow I=۸A$$

۴ جریان کل مدار برابر مجموع جریان $I_۱$ و $I_۲$ است. جریان مقاومت R برابر خواهد شد با:

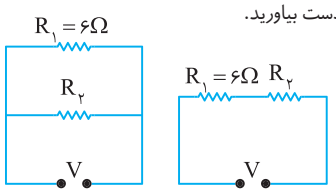
$$I_۱+I_۲=I\Rightarrow I_۲=I-I_۱\Rightarrow I_۲=۸-۶\Rightarrow I_۲=۲A$$

۵ ولتاژ دو سر R برابر V_{AB} و ۱۵۰V و جریان آن ۲A است، بنابراین انرژی مصرفی آن در مدت ۳۰ دقیقه برابر خواهد شد با:

$$U=Pt\Rightarrow U=VIt\Rightarrow U=۱۵۰\times۲\times\frac{۳۰}{۶۰}=۱۵۰Wh\Rightarrow U=۰/۱۵kWh$$

B ۲۳۲۱ ۴

خط فکری ولتاژ دو سر مقاومت‌ها در شکل‌های (۱) و (۲) ثابت و برابر V است. بنابراین باید از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ توان‌ها را مقایسه کرد. برای این کار باید مقاومت معادل را در دو حالت به دست بیاورید.



شکل (۲) شکل (۱)

۱ مقاومت معادل در شکل (۱): $R_۱$ و $R_۲$ متوالی $\Rightarrow R_{(۱)}=R_۱+R_۲=۶+R_۲$

مقاومت معادل در شکل (۲): $R_۱$ و $R_۲$ موازی $\Rightarrow R_{(۲)}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۶R_۲}{۶+R_۲}$

۲ توان مصرفی شکل (۲)، ۴/۵ برابر توان مصرفی شکل (۱) است، از این رو می‌توان نوشت:

$$P_{(۲)}=۴/۵P_{(۱)}\Rightarrow\frac{V^۲}{R_{(۲)}}=۴/۵\frac{V^۲}{R_{(۱)}}\Rightarrow\frac{۱}{\frac{۶R_۲}{۶+R_۲}}=\frac{۴/۵}{۶+R_۲}\Rightarrow$$

$$\frac{۶+R_۲}{۶R_۲}=\frac{۴/۵}{۶+R_۲}\Rightarrow ۳۶+R_۲^۲+۱۲R_۲=۲۷R_۲\Rightarrow R^۲-۱۵R_۲+۳۶=۰$$

$$(R_۲-۱۲)(R_۲-۳)=۰\Rightarrow\begin{cases}R_۲=۱۲\Omega\\R_۲=۳\Omega\end{cases}$$

B ۲۳۲۲ ۳

جریان کل در حالت اول را به‌دست می‌آوریم

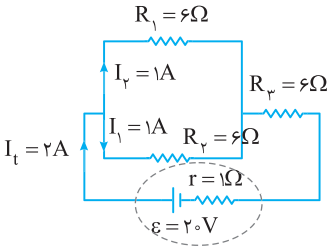
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۲۰}{۹+۱}=۲A$$

مقاومت معادل $R_{eq}=۹\Omega$ است، $R_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$R_{eq}=۹\Omega$$

$$R_{eq}=R_{۱,۲}+R_۳\Rightarrow ۹=R_{۱,۲}+۶\Rightarrow R_{۱,۲}=۳\Omega$$

$$R_{۱,۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}\Rightarrow ۳=\frac{۶\times R_۲}{۶+R_۲}\Rightarrow R_۲=۶\Omega$$



با دانستن $R_۲$ و با توجه به شکل جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ به‌دست می‌آیند:

$$I_۱=I_۲\ ,\ I_۱+I_۲=۲A\Rightarrow I_۱=I_۲=۱A$$

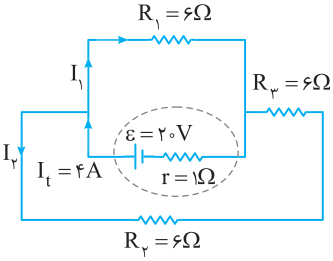
توان مصرفی مقاومت $R_۲$ در حالت اول برابر است با: $P_۱=I_۱^۲R_۲=۱\times۶=۶$

با توجه به شکل مقاومت معادل در حالت دوم را به‌دست می‌آوریم. در این حالت، مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند و معادل آن‌ها با مقاومت $R_۱$ موازی است.

$$R_{۲۳}=R_۲+R_۳=۱۲\Omega$$

$$R_{eq}=\frac{R_۱R_{۲,۳}}{R_۱+R_{۲,۳}}=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}=\frac{۱۲}{۳}=۴\Omega$$

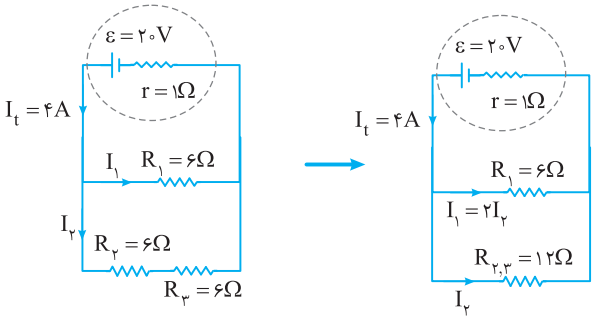
در حالت دوم مطابق مدار زیر جریان کل برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۲۰}{۴+۱}=۴A$



جریان عبوری از $R_۲$ را با توجه به شکل به‌دست می‌آوریم:

$$I=I_۱+I_۲, I_۱=۲I_۲\Rightarrow ۴=۳I_۲\Rightarrow I_۲=\frac{۴}{۳}, I_۱=\frac{۸}{۳}$$

جریان عبوری از $R_۲$، $\frac{۴}{۳}A$ است.



توان مصرفی $R_۲$ در حالت دوم برابر است با:

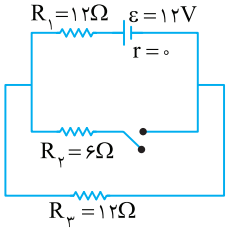
$$P_۲=I_۲^۲R_۲=(\frac{۴}{۳})^۲\times۶=\frac{۳۲}{۳}$$

$$\Delta P=P_۲-P_۱=\frac{۳۲}{۳}-۶=\frac{۳۲}{۳}-\frac{۱۸}{۳}=\frac{۱۴}{۳}W$$

B ۲۳۲۳ ۳

خط فکری وقتی مدار دارای کلید است، باید مسئله را در دو حالت بررسی کنید و در هر حالت مقاومت معادل مدار را حساب کنید و از رابطهٔ $P_{کل}=\frac{V_{کل}^۲}{R_{eq}}$ توان را در دو حالت به دست آورده با هم مقایسه کنید.

حالت اول کلید باز: وقتی کلید باز است مقاومت $R_۲=۶\Omega$ به مدار وصل نیست و مدار شامل دو مقاومت متوالی ۱۲ اهمی است و مقاومت معادل مدار برابر است با:

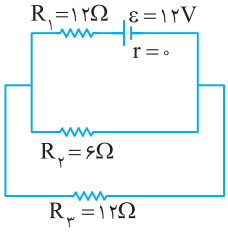


$$R_{eq}=R_۱+R_۳=۱۲+۱۲=۲۴\Omega$$

توان مصرفی مدار خواهد شد:

$$P_{کل}=\frac{V^۲}{R_{eq}}\Rightarrow P=\frac{\varepsilon^۲}{۲۴}\Rightarrow P=\frac{۱۲\times۱۲}{۲۴}\Rightarrow P=۶W$$

حالت دوم کلید بسته: هر سه مقاومت در مدار قرار دارند.



مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند:

$$R_{۱۲}=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}=۴\Omega$$

مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت $R_۳$ متوالی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

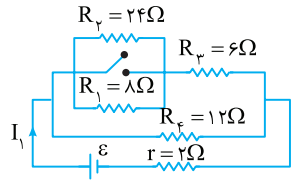
$$R'_{eq}=R_۳+R_{۱۲}=۱۲+۴=۱۶\Omega$$

توان مصرفی مدار برابر است با: $P=\frac{V^۲}{R}\Rightarrow P'=\frac{\varepsilon^۲}{R'_{eq}}\Rightarrow P'=\frac{۱۲^۲}{۱۶}\Rightarrow P'=۹W$

بنابراین توان $۹-۶=۳W$ افزایش می‌یابد.

B ۲۳۲۴ ۲

قبل از بستن کلید، تمام مقاومت‌ها در مدار هستند.



$$R_{۱۲}=\frac{۲۴\times۸}{۲۴+۸}=\frac{۲۴}{۴}=۶$$

$R_{۱۲}$ با $R_۳$ متوالی است:

$$R_{۱۲۳}=R_{۱۲}+R_۳=۶+۶=۱۲\Omega$$

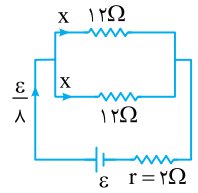
$R_{۱۲۳}$ و $R_۴$ موازی هستند:

$$R_{eq}=\frac{۱۲\times۱۲}{۱۲+۱۲}=۶\Omega$$

جریان مدار در حالتی که کلید باز است برابر است با: $I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{۶+۲}\Rightarrow I_۱=\frac{\varepsilon}{۸}$

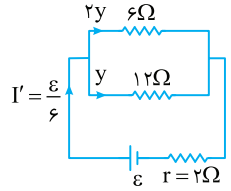
جریان مقاومت ۱۲ اهمی در این حالت را برابر x می‌گیریم: $۲x=\frac{۴}{۸}\Rightarrow x=\frac{۴}{۱۶}$

وقتی کلید را می‌بندیم مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ اتصال کوتاه شده، از مدار حذف می‌شوند:



$$R'_{eq}=R_{۳۴}=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=\frac{۱۲}{۳}=۴\Omega$$

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{۴+۲}=\frac{\varepsilon}{۶}$$



$$۲y+۳y=I'\Rightarrow ۳y=\frac{\varepsilon}{۶}\Rightarrow y=\frac{\varepsilon}{۱۸}$$

جریان عبوری از مقاومت ۱۲Ω در حالت بستن کلید برابر است با: $\frac{\varepsilon}{۱۸}$

اختلاف توان مصرفی در مقاومت ۱۲ اهمی برابر است با:

$$P'-P=R(I'^۲-I^۲)\Rightarrow P'-P=۱۲\times(\frac{\varepsilon}{(۱۸)^۲}-\frac{\varepsilon^۲}{(۱۶)^۲})$$

جریان عبوری از مقاومت ۱۲Ω، کاهش یافته بنابراین توان مصرفی آن کاهش می‌یابد.

$$P-P'=-\frac{۱۷}{۳}$$

$$\Rightarrow 12\left(\left(\frac{4}{18}\right)^2-\left(\frac{4}{16}\right)^2\right)=-\frac{17}{3}\Rightarrow 12\left(\frac{4}{18}-\frac{4}{16}\right)\left(\frac{4}{18}+\frac{4}{16}\right)=-\frac{17}{3}$$

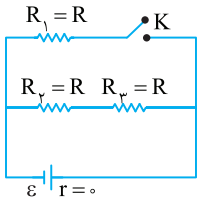
$$12\left(\frac{44-4/5\varepsilon}{72}\right)\left(\frac{44+4/5\varepsilon}{72}\right)=-\frac{17}{3}$$

$$12\left(\frac{-0/5\times 8/5\varepsilon^2}{(72)^2}\right)=-\frac{17}{3}\Rightarrow \frac{12}{72^2}\times\frac{17}{4}\times\varepsilon^2=\frac{17}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{34^2}{(72)^2}=\frac{1}{3}\Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{(72)^2}=\frac{1}{9}\Rightarrow \frac{\varepsilon}{72}=\frac{1}{3}\Rightarrow \varepsilon=24V$$

۴ ۲۳۲۵ B

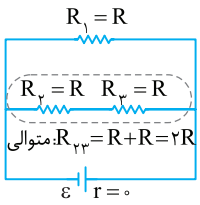
در حالت اول که کلید باز است دو مقاومت R_2 و R_3 متوالی بوده و توان مصرفی مدار برابر است با:



حالت اول

$$P=\frac{V^2}{R_{eq}}\Rightarrow P=\frac{\varepsilon^2}{R+R}=\frac{\varepsilon^2}{2R}$$

حالت دوم با بستن کلید K مقاومت $R_1=R$ به طور موازی به مقاومت‌های متوالی R_2 و R_3 اضافه می‌شود و مقاومت معادل خواهد شد:



حالت دوم

$$R'_{eq}=\frac{R_1\times R_{23}}{R_1+R_{23}}=\frac{R\times 2R}{R+2R}=\frac{2}{3}R$$

توان مصرفی مدار در حالت دوم برابر است با: $P'=\frac{V^2}{R'_{eq}}\Rightarrow P'=\frac{\varepsilon^2}{\frac{2}{3}R}\Rightarrow P'=\frac{3}{2}\frac{\varepsilon^2}{R}$

بنابراین نسبت توان حالت دوم به توان حالت اول خواهد شد: $\frac{P'}{P}=\frac{\frac{3}{2}\frac{\varepsilon^2}{R}}{\frac{\varepsilon^2}{2R}}=3$

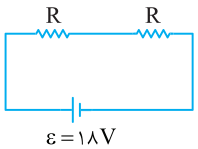
میانبر هرگاه باتری آرمانی باشد $(r=0)$ با هر تغییری در مقاومت خارجی، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر نیروی محرکهٔ آن است، از این‌رو: $\frac{P'}{P}=\frac{I'}{I}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}$

۱ توان خروجی باتری (توان مصرفی در مقاومت خارجی) با مقاومت معادل نسبت وارون دارد.

۲ جریان کل مدار (جریان خروجی از باتری) با مقاومت معادل نسبت وارون دارد.

۴ ۲۳۲۶ B

وقتی کلید باز است در مدار دو مقاومت وجود دارد و توان مصرفی مدار خواهد شد:



$$P_1=\frac{\varepsilon^2}{2R}\Rightarrow P_1=\frac{(18)^2}{2R}=\frac{9\times 18}{R}$$

وقتی کلید بسته می‌شود مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=R+\frac{R}{2}=\frac{3R}{2}$$

توان در این حالت را به‌دست می‌آوریم:

$$P_2=\frac{\varepsilon^2}{\frac{3R}{2}}\Rightarrow P_2=\frac{2\varepsilon^2}{3R}\Rightarrow P_2=\frac{2\times 18\times 18}{3R}\Rightarrow P_2=\frac{12\times 18}{R}$$

بنا به فرض مسئله اختلاف توان‌ها برابر $9W$ است از این‌رو خواهیم داشت:

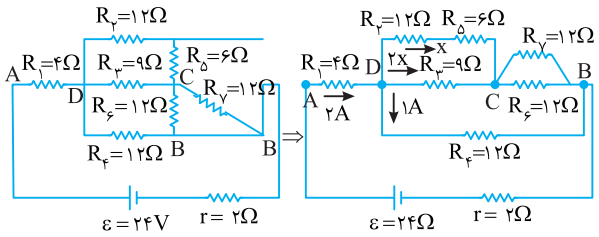
$$P_2-P_1=9\Rightarrow \frac{12\times 18}{R}-\frac{9\times 18}{R}=9$$

$$\Rightarrow \frac{12-9}{R}\times 18=9\Rightarrow (12-9)\times 2=R\Rightarrow R=6\Omega$$

۲ ۲۳۲۷ B

باید مقاومت معادل مدار و جریان مدار را به‌دست آورده و جریان را بین شاخه‌ها تقسیم کنید تا جریان عبوری از مقاومت 6Ω را به‌دست آورده و توان مصرفی آن را به‌دست بیاورید. این کار را در دو حالت زیر باید انجام دهید.

حالت اول: ابتدا در شکل‌های زیر به جهت جریان‌ها دقت کنید.



$R_{25}=12+6=18\Omega$ مقاومت‌های R_2 و R_5 متوالی هستند.

$R_{235}=\frac{18\times 9}{18+9}=6\Omega$ مقاومت R_{25} با مقاومت R_3 موازی است.

$R_{67}=\frac{12}{2}=6\Omega$ مقاومت‌های R_6 و R_7 موازی هستند.

$R_{23567}=6+6=12\Omega$ مقاومت‌های R_{67} و R_{235} متوالی هستند.

$R_{BD}=\frac{12}{2}=6\Omega$ مقاومت بین B و D خواهد شد:

$R_{eq}=R_1+R_{BD}=4+6=10\Omega$ مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم.

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{24}{10+2}\Rightarrow I=2A$ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

اکنون جریان را مطابق شکل بالا تقسیم می‌کنیم.

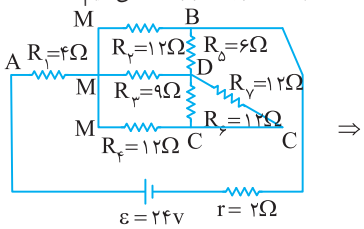
دوباره به شکل نگاه کنید. مقاومت شاخه بالایی BD و شاخهٔ پایینی آن یکسان و برابر 12Ω است. بنابراین جریان به دو شاخه یکسان $1A$ تقسیم می‌شود. جریان $1A$ شاخه بالایی به دو قسمت x و $2x$ تقسیم می‌شود. از این‌رو: $x+2x=1\Rightarrow x=\frac{1}{3}A$

جریان گذرنده از مقاومت 6Ω برابر $\frac{1}{3}A$ و توان آن برابر است با:

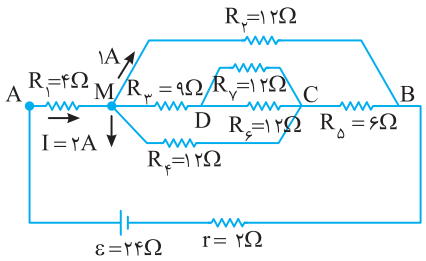
$$P=RI^2\Rightarrow P=6\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\Rightarrow P_1=\frac{2}{3}W$$

خوب خسته نباشید. اکنون به سراغ حالت دوم و بسته شدن کلید به وضعیت ۲ برویم.

کلید در وضعیت (۲): با نامگذاری مدار را ساده می‌کنیم.



⇒



$R_{67}=\frac{12}{2}=6\Omega$ مقاومت R_6 و R_7 موازی هستند:

$R_{467}=12+6=18\Omega$ مقاومت R_{67} با مقاومت R_4 متوالی:

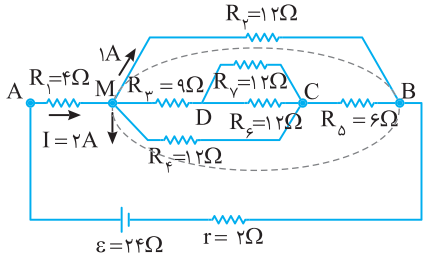
مقاومت $R_{۴۶۷}$ با مقاومت $R_۳$ موازی: $R_{۳۴۶۷}=\frac{۹\times۱۸}{۹+۱۸}=۶\Omega$

مقاومت شاخهٔ پایین بین M و B: $R_{MB}=۶+۶=۱۲\Omega$

این مقاومت با مقاومت $R_۲=۱۲\Omega$ موازی است بنابراین: $R_{eq_{MB}}=\frac{۱۲}{۲}=۶\Omega$

مقاومت معادل کل مدار خواهد شد: $R'_{eq}=R_۱+R_{eq}\Rightarrow R'_{eq}=۴+۶\Rightarrow R'_{eq}=۱۰\Omega$

مقاومت معادل در هر دو حالت ۱۰Ω شده است بنابراین جریان کل مدار در این حالت $I'=۲A$ است که در نقطهٔ M به دو شاخه $۱A$ تقسیم می‌شود و جریان گذرنده از مقاومت ۶Ω برابر $۱A$ می‌شود.

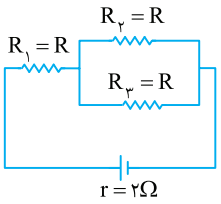


$P_۲=RI_۲^۲\Rightarrow P_۲=۶\times۱=۶W$

نسبت $\frac{P_۲}{P_۱}$ خواهد شد: $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۶}{\frac{۲}{۳}}=۹$

۴ ۲۳۲۸ B

مقاومت معادل حالت اول را به‌دست می‌آوریم:

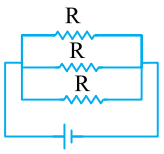


$R_{۲۳}=\frac{R^۲}{۲R}=\frac{R}{۲}$

$R_{eq}=R_۱+R_{۲۳}=R_{۱۲۳}$

$=\frac{R}{۲}+R=\frac{۳R}{۲}$

مقاومت معادل در حالت دوم را به‌دست می‌آوریم:



$R'_{eq}=\frac{R}{۳}$

جریان مدار در حالت اول و دوم را به‌دست می‌آوریم.

$I=\frac{\varepsilon}{\frac{۳R}{۲}}\Rightarrow I=\frac{۲\varepsilon}{۳R}, I'=\frac{\varepsilon}{\frac{R}{۳}}=\frac{۳\varepsilon}{R}$

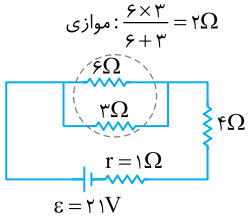
باتری مقاومت داخلی ندارد و توان خروجی برابر است با:

$P=\varepsilon I, P'=\varepsilon I'\Rightarrow\frac{P'}{P}=\frac{\varepsilon I'}{\varepsilon I}\Rightarrow\frac{P'}{۴}=\frac{\frac{۳\varepsilon}{R}}{\frac{۲\varepsilon}{۳R}}=\frac{۹}{۲}\Rightarrow P'=۱۸W$

۲ ۲۳۲۹ A

مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم:

مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω موازی و مقاومت معادل آن‌ها با ۴Ω متوالی است بنابراین: $R_{eq}=۲+۴=۶\Omega$



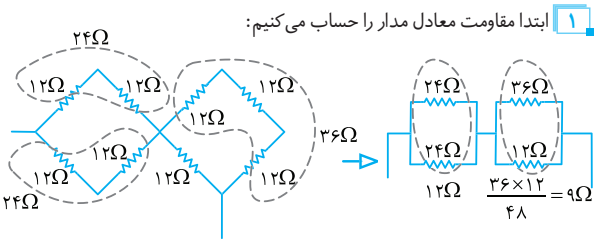
جریان مدار را حساب می‌کنیم:

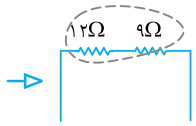
$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۲۱}{۶+۱}=۳A$

توان خروجی خواهد شد: $P=\varepsilon I-rI^۲\Rightarrow P=۲۱\times۳-۱\times۹\Rightarrow P=۶۳-۹=۵۴W$

۳ ۲۳۳۰ A

۱ ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم:





۲ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۴۴}{۲۱+۱}=۲A$

۳ توان خروجی باتری را به‌دست می‌آوریم:

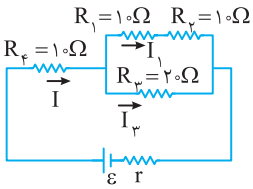
$P=\varepsilon I-rI^۲\Rightarrow P=۴۴\times۲-۱\times۴\Rightarrow P=۸۸-۴=۸۴W$

روش دیگر: $P_{\text{خروجی باتری}}=R_{eq}I^۲=۲۱\times(۲)^۲=۸۴W$

۲ ۲۳۳۱ B

یادآوری توان مصرفی در مقاومت‌های خارجی برابر توان خروجی از باتری است.

به کمک توان مقاومت $R_۱$، جریان $R_۱$ را حساب می‌کنیم:



$P=I_۱^۲R_۱\Rightarrow ۱۰=I_۱^۲\times۱۰$

$\Rightarrow I_۱=۱A$

مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ که متوالی هستند، برابر $۱۰+۱۰=۲۰\Omega$ است.

مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت $R_۳$ موازی و هم‌اندازه‌اند، بنابراین جریان $R_۳$ نیز برابر $I_۳=۱A$ می‌شود و جریان کل مدار خواهد شد: $I=I_۱+I_۳=۱+۱=۲A$

مقاومت‌ها معادل را به دست می‌آوریم: $R_۲:R_{۱۲}=۱۰+۱۰=۲۰\Omega$ با $R_۱$ متوالی

$R_{۱۲}:R_{۱۲۳}=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\Omega$ با $R_۳$ متوالی

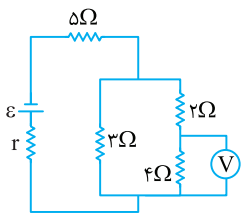
$R_{۱۲۳}$ با $R_۴$ متوالی است، بنابراین: $R_{eq}=۱۰+۱۰=۲۰\Omega$

توان خروجی باتری برابر است با: $P=R_{eq}I^۲=۲۰\times(۲)^۲=۸۰W$

میانبر در اینجا منظور از میانبر استفاده از درک شماست. در مقاومت‌های متوالی، توان‌ها با مقاومت‌ها نسبت مستقیم و در مقاومت‌های موازی توان‌ها با مقاومت‌ها نسبت وارون دارند.

توان $R_۱$، $۱۰W$ است، بنابراین توان $R_۲$ که با آن متوالی است نیز $۱۰W$ است و جمع توان در شاخه شامل $R_۱$ و $R_۲$، $۲۰W$ است، مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت شاخهٔ $R_۳$ برابر است، بنابراین توان $R_۳$ نیز $۲۰W$ است، یعنی توان مصرفی مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ برابر $۲۰+۲۰=۴۰W$ است. مقاومت معادل $R_{۱۲۳}=۱۰\Omega$ است که با مقاومت $R_۴$ برابر و با آن متوالی است، بنابراین توان مصرفی $R_۴$ نیز $۴۰W$ است و توان کل خروجی مدار برابر $۴۰+۴۰=۸۰W$ است.

بازی با سوال **در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی $۴V$ را نشان می‌دهد. توان خروجی باتری چند وات است؟**



۱) ۱۴

۲) ۲۸

۳) ۲۱

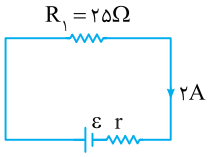
۴) ۶۳

گزینهٔ ۴

B ۲۳۳۲ **۳**

یادآوری توان خروجی از باتری برابر توان مصرفی در مدار خارجی است. $(P=R_{eq}I^2)$

در حالت اول: یک مقاومت 25Ω در مدار وجود دارد و جریان مدار $2A$ است. بنابراین:

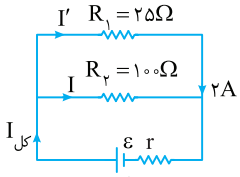


$$P_{\text{خروجی}}=RI^2=25\times4=100W$$

در حالت دوم: جریان مقاومت 25Ω برابر $1/92A$ است. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شوند. بنابراین از مقاومت 100Ω که ۴ برابر مقاومت 25Ω است، جریانی برابر $\frac{1}{4}\times1/92=0/48A$ می‌گذرد و جریان کل مدار خواهد شد:

$$I_{\text{کل}}=1/92+0/48\Rightarrow I_{\text{کل}}=2/4A$$

دو مقاومت موازی هستند و مقاومت معادل خواهد شد:



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{100\times25}{100+25}=\frac{100}{5}=20\Omega$$

توان خروجی برابر است با:

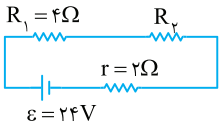
$$P'_{\text{خروجی}}=R_{eq}I^2_{\text{کل}}\Rightarrow P'_{\text{خروجی}}=20\times(2/4)^2=115/2W$$

بنابراین توان خروجی باتری به اندازهٔ $115/2-100=15/2W$ افزایش یافته است.

B ۲۳۳۳ **۳**

خط فکری ابتدا در حالت‌های متوالی و موازی مقاومت معادل را بر حسب R_2 حساب کنید. سپس به سراغ به‌دست آوردن جریان مدار و سرانجام به سراغ توان خروجی باتری بروید. اما یادتان باشد به یک معادلهٔ ریاضی می‌رسید که بهترین راه حل آن امتحان کردن گزینه‌هاست.

حالت اول: مقاومت‌های متوالی



$$R_{eq}=R_1+R_2\Rightarrow R_{eq}=4+R_2$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_1=\frac{24}{(4+R_2)+2}\Rightarrow I_1=\frac{24}{6+R_2}$$

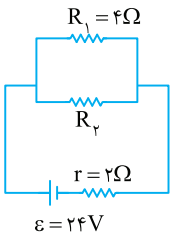
توان خروجی همان توان مصرفی در مقاومت خارجی است:

$$P=R_{eq}I^2\Rightarrow P_1=R_{eq}I_1^2\Rightarrow P_1=(4+R_2)(\frac{24}{6+R_2})^2$$

حالت دوم: مقاومت‌های موازی:

$$R_{eq_2}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow R_{eq_2}=\frac{4R_2}{4+R_2}$$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم.



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_2=\frac{24}{\frac{4R_2}{4+R_2}+2}$$

$$I_2=\frac{24}{\frac{4R_2+8+2R_2}{4+R_2}}\Rightarrow I_2=\frac{24(4+R_2)}{6R_2+8}$$

توان خروجی خواهد شد:

$$P_2=R_{eq_2}\times I_2^2=\frac{4R_2}{4+R_2}\times(\frac{24(4+R_2)}{6R_2+8})^2\Rightarrow P_2=4R_2\times\frac{24^2(4+R_2)}{(6R_2+8)^2}$$

بنا به فرض مسئله:

$$P_1=P_2-0/36P_2\Rightarrow P_1=0/64P_2$$

$$(4+R_2)\frac{24^2}{(6+R_2)^2}=0/64(4R_2)\frac{24^2(4+R_2)}{(6R_2+8)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}}\frac{1}{6+R_2}=\frac{0/8\times2\sqrt{R_2}}{6R_2+8}$$

اکنون باید گزینه‌ها را در این معادله امتحان کرد که گزینه ۳ در این معادله صدق می‌کند

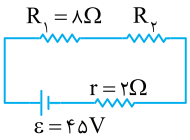
یعنی $R_2=4\Omega$

$$\frac{1}{6+4}=\frac{0/8\times2\times\sqrt{4}}{6\times4+8}\Rightarrow\frac{1}{10}=\frac{0/8\times4}{32}\Rightarrow\frac{1}{10}=\frac{1}{10}$$

C ۲۳۳۴ **۲**

در حالت اول:

۱ مقاومت معادل:



$$R_{eq}=8+R_2$$

۲ جریان مدار:

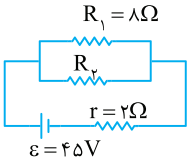
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{45}{8+R_2+2}\Rightarrow I=\frac{45}{10+R_2}$$

۳ توان خروجی باطری یا همان توان مصرفی در مدار خارجی:

$$P_1=R_{eq}I^2\Rightarrow P_1=(8+R_2)(\frac{45}{10+R_2})^2$$

در حالت دوم: دو مقاومت موازی

۴ مقاومت معادل:



$$R'_{eq}=\frac{8R_2}{8+R_2}$$

۵ جریان مدار:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{45}{\frac{8R_2}{8+R_2}+2}$$

$$I'=\frac{45(8+R_2)}{8R_2+16+2R_2}\Rightarrow I'=\frac{45(8+R_2)}{10R_2+16}$$

۶ توان خروجی:

$$P_2=R'_{eq}I'^2=(\frac{8R_2}{8+R_2})(\frac{45(8+R_2)}{10R_2+16})^2$$

با توجه به فرض مسئله:

$$P_2=\frac{9}{4}P_1\Rightarrow\frac{8R_2}{8+R_2}(\frac{45(8+R_2)}{10R_2+16})^2=\frac{9}{4}(8+R_2)(\frac{45}{10+R_2})^2$$

$$\frac{8R_2}{(10R_2+16)^2}=\frac{9}{4}(\frac{1}{(10+R_2)^2})\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}}\frac{\sqrt{8R_2}}{10R_2+16}=\frac{3}{2}(\frac{1}{10+R_2})$$

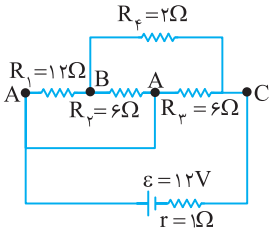
تنها راه حل این است معادله جای‌گذاری گزینه‌هاست. اگر گزینه (۲) $R_2=8\Omega$ را در این معادله قرار دهید. مشخص می‌شود که پاسخ صحیح این گزینه است.

عدد ۸ را جای‌گزین می‌کنیم. $\frac{8}{10\times8+16}=\frac{3}{2}(\frac{1}{10+8})\Rightarrow\frac{8}{96}=\frac{3}{2}(\frac{1}{18})\Rightarrow\frac{1}{12}=\frac{1}{12}$

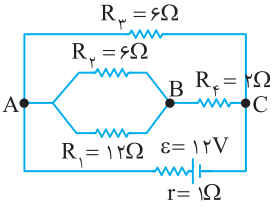
حتماً متوجه شده‌اید این از اون تست‌هایی است که باید سرآزمون بی‌خیالش شد.

B ۲۳۳۵ **۱**

ابتدا مدار را به شکل زیر ساده کرده، سپس جریان مدار را محاسبه می‌کنیم. نقاطی که با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل می‌شوند در حکم یک نقطه از مدار هستند و با یک حرف نامگذاری می‌شوند.



مقاومت‌های $R_1=12\Omega$ و $R_2=6\Omega$ بین دو نقطهٔ A و B وصل شده‌اند و با هم موازی‌اند. مقاومت $R_3=6\Omega$ بین دو نقطهٔ A و C و مقاومت $R_4=2\Omega$ بین دو نقطهٔ B و C قرار دارد و مدار به شکل مقابل در می‌آید.



۱ مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم.

مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با: $R_{12}=\frac{6\times12}{6+12}=4\Omega$

مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ با مقاومت $R_۴$ متوالی است: $R_{۱۲۴}=۴+۲=۶\Omega$

مقاومت $R_{۱۲۴}$ با مقاومت $R_۳$ موازی است و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{۶}{۲}=۳\Omega$$

۲ جریان مدار را به دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۳+۱}\Rightarrow I=۳A$

۳ توان تلف شده در باتری برابر است با: $rI^۲=۱\times(۳)^۲=۹W$

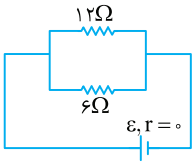
۴ B ۲۳۳۶

خط فکری توان خروجی از باتری با توان مصرفی کل مدار برابر است و با توجه به اینکه باتری مقاومت درونی ندارد پس توان مصرفی کل برابر است با:

$$P_{کل}=\frac{V_{کل}^۲}{R_{eq}}\xrightarrow[V_{کل}=\varepsilon]{r=۰}P_{کل}=\frac{\varepsilon^۲}{R_{eq}}$$

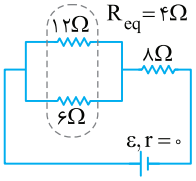
حال مقاومت معادل را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

حالت اول: اگر کلید در وضعیت (۱) قرار گیرد، تنها مقاومت‌های ۱۲Ω و ۶Ω که با هم موازی هستند در مدار قرار دارند و مقاومت معادل برابر است با:



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۳}{۱۲}\Rightarrow R_{eq}=۴\Omega$$

حالت دوم: اگر کلید در وضعیت (۲) قرار گیرد، مقاومت ۸Ω به طور متوالی با مقاومت‌های موازی ۶Ω و ۱۲Ω قرار می‌گیرد و مقاومت معادل مدار خواهد شد:



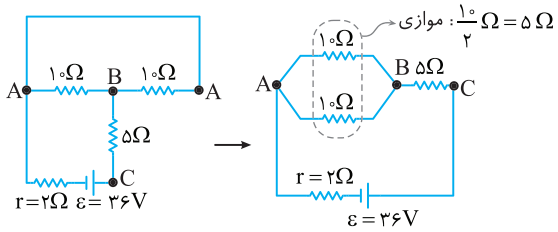
$$R'_{eq}=R_{eq}+۸\Rightarrow R'_{eq}=۴+۸=۱۲\Omega$$

اکنون نسبت توان‌های خروجی را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{\varepsilon^۲}{R'_{eq}}}{\frac{\varepsilon^۲}{R_{eq}}}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۴}{۱۲}=\frac{۱}{۳}$$

۴ B ۲۳۳۷

حالت اول کلید باز: مدار را با نامگذاری ساده می‌کنیم:



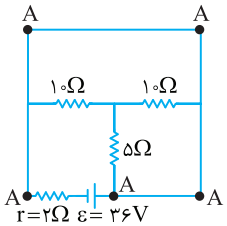
دو مقاومت ۱۰Ω بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و با هم موازی‌اند، مقاومت ۵Ω بین BC بسته شده و با معادل دو مقاومت ۱۰Ω، متوالی است و مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=۵+۵=۱۰\Omega$$

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۳۶}{۱۰+۲}=۳A$

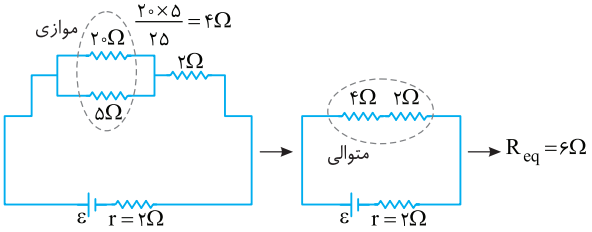
توان خروجی باتری خواهد شد: $P=R_{eq}I^۲\Rightarrow P=۱۰\times۳^۲=۹۰W$

حالت دوم کلید بسته: در این حالت نام دو سر باتری یکسان بوده و در واقع اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر است و توان خروجی از باتری $(P=VI)$ صفر می‌شود. بنابراین توان خروجی از $۹۰W$ به صفر رسیده و ۹۰ وات کاهش می‌یابد.



۳ B ۲۳۳۸

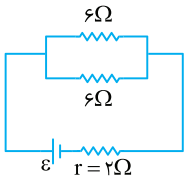
اگر کلید باز باشد مقاومت ۶Ω در مدار قرار ندارد:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۸}$$

$$P_{خروجی}=\varepsilon I-rI^۲=\frac{\varepsilon^۲}{۸}-۲\times\frac{\varepsilon^۲}{۶۴}=\frac{\varepsilon^۲}{۸}-\frac{\varepsilon^۲}{۳۲}\Rightarrow P_{خروجی}=\frac{۳}{۳۲}\varepsilon^۲$$

حال کلید را می‌بندیم و مقاومت ۶Ω در مدار قرار می‌گیرد، در مدار بالا دیدید که مقاومت معادل مقاومت‌های ۲۰Ω و ۵Ω و ۲Ω برابر ۶Ω است:



$$R'_{eq}=\frac{۶\times۶}{۶+۶}=۳\Omega,\quad I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{۵}$$

$$P'_{خروجی}=\varepsilon I'-rI'^۲\Rightarrow P'_{خروجی}=\frac{\varepsilon^۲}{۵}-۲\times\frac{\varepsilon^۲}{۲۵}=۳\frac{\varepsilon^۲}{۲۵}$$

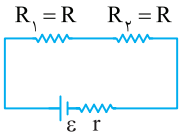
حال درصد تغییرات توان خروجی را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P'}{P}=\frac{\frac{۳}{۲۵}\varepsilon^۲}{\frac{۳}{۳۲}\varepsilon^۲}=\frac{۳۲}{۲۵}=۱/۲۸\Rightarrow P'=۱/۲۸P\qquad \text{افزایش٪}\ \frac{\Delta P}{P}\times۱۰۰=\frac{۰/۲۸P}{P}\times۱۰۰=۲۸$$

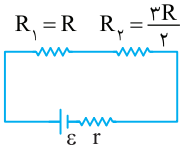
۴ B ۲۳۳۹

یادآوری هرگاه برای دو مقاومت خارجی $R_{eq_۱}$ و $R_{eq_۲}$ مختلف توان خروجی باتری برابر باشد، آنگاه مقاومت درونی باتری واسطه هندسی دو مقاومت است. $r=\sqrt{R_{eq_۱}R_{eq_۲}}$

حالت اول: مقدار مقاومت‌های مدار به صورت $R_۱=R$ $R_۲=R$ است، بنابراین: $R_{eq_۱}=۲R$



حالت دوم: مقدار مقاومت‌های مدار به صورت $R_۱=R$ و $R_۲=\frac{۳R}{۲}$ است:

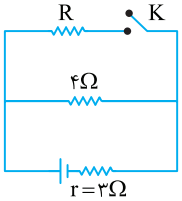


$$R_{eq_۲}=R+\frac{۳R}{۲}=\frac{۵R}{۲}$$

با توجه به یادآوری گفته شده داریم:

$$r=\sqrt{R_{eq_۱}R_{eq_۲}}\Rightarrow r=\sqrt{۲R\times\frac{۵R}{۲}}\Rightarrow r=\sqrt{۵R^۲}\Rightarrow r=\sqrt{۵}R$$

بازی با سوال در شکل روبه‌رو با بسته شدن کلید K توان خروجی باتری تغییر نمی‌کند، R چند اهم است؟



۱) ۱۲

۲) $\frac{۳۶}{۷}$

۳) ۶

۴) $\frac{۲۵}{۳}$

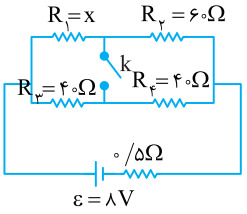
گزینهٔ ۲

۳ B ۲۳۴۰

مقاومت معادل، مقاومت‌های موازی R و ۱۸۰Ω را با حرف x نمایش می‌دهیم.

متاسفانه برای حل سریع این مسئله باید از یک قاعدهٔ قدیمی که از کتاب حذف شده به نام پل وتسون استفاده کرد.

با توجه به کوچک بودن مقاومت درونی، برای آنکه تـوان خروجی تغییر نکنـد باید مقاومت خارجـی مـدار ثابـت بمانـد. در مدارهایی به صـورت روبه‌رو برای یکسـان ماندن مقاومت باید تساوی زیر برقرار باشد:



$$R_1R_4=R_2R_3\Rightarrow 40\times x=40\times 60$$

$$x=60\Omega$$

بنابراین

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{R}+\frac{1}{180}\Rightarrow\frac{1}{60}=\frac{1}{R}+\frac{1}{180}\Rightarrow\frac{1}{R}=\frac{1}{60}-\frac{1}{180}\Rightarrow\frac{1}{R}=\frac{3-1}{180}\Rightarrow R=90\Omega$$

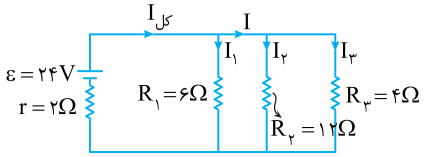
البته شما می‌توانید گزینه‌ها را به جای R قرار دهید و به جواب برسید.

B ۲۳۴۱ **۳**

یادآوری تـوان خروجـی یک باتری با نیروی محرکهٔ ε و مقاومت درونی r وقتی بیشـینه است که مقاومت خارجی مدار و مقاومت درونی باتری برابر باشد. $r=R_{eq}\Rightarrow P=P_{max}$

مقاومت خارجی مدار از سـه مقاومت موازی R ، ۱۲Ω و ۶Ω تشـکیل شـده است و مقاومت معادل آن خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{R}\xrightarrow{R_{eq}=r=2\Omega}\frac{1}{2}=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{R}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{1}{R}\Rightarrow R=4\Omega$$



حال جریان کل خروجی را به‌دست می‌آوریم:

$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{24}{2+2}=6A$$

اختلاف پتانسیل دو سـر باتری $V=\varepsilon-Ir=24-12=12V$ است، بنابراین اختلاف پتانسـیل دو سـر تمام مقاومت‌های موازی با باتری برابر ۱۲V اسـت و می‌توان جریان تک‌تک مقاومت‌ها را به کمک قانون اهم به‌دست آورد:

$$V_1=V_2=V_3=V_{کل}=12V\quad,\quad R_1=\frac{V_1}{I_1}\Rightarrow I_1=\frac{V_1}{R_1}=\frac{12}{6}=2A$$

$$R_2=\frac{V_2}{I_2}\Rightarrow I_2=\frac{V_2}{R_2}=\frac{12}{12}=1A\quad,\quad R_3=\frac{V_3}{I_3}\Rightarrow I_3=\frac{V_3}{R_3}=\frac{12}{4}=3A$$

جریان I برابر مجموع I_2 و I_3 است:

$$I=I_2+I_3\Rightarrow I=1+3=4A$$

A ۲۳۴۲ **۴**

وقتـی کلیـد باز اسـت مقاومت معادل $R_{eq}=2\Omega$ و وقتی کلید بسـته اسـت مقاومت معادل $R'_{eq}=\frac{6\times 2}{6+2}=1/5\Omega$ می‌شود. جریان را در دو حالت می‌نویسیم:

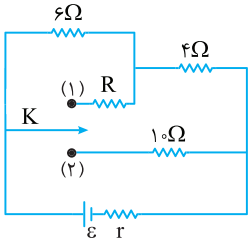
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow\begin{cases}I=\dfrac{\varepsilon}{2+1/5}\\ I'=\dfrac{\varepsilon}{1/5+1/5}\end{cases}\Rightarrow\frac{I'}{I}=\frac{3/5}{3}$$

توان خروجی باتری همان توان مصرفی در مقاومت خارجی مدار است.

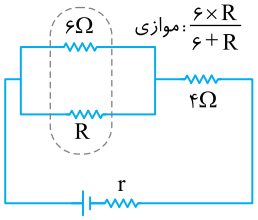
$$\frac{P'}{P}=\frac{R'_{eq}I'^2}{R_{eq}I^2}=\frac{1/5}{2}\times\left(\frac{3/5}{3}\right)^2\Rightarrow\frac{P'}{P}=\frac{49}{48}$$

C ۲۳۴۳ **۱**

خط فکری توان تولیدی باتری یعنی $P=\varepsilon I$. هنگامی که تـوان تولیدی باتری در دو حالـت برابر اسـت یعنی $\varepsilon I=\varepsilon I'$ ، بنابراین باید در دو حالت جریان برابر باشد $(I=I')$ و شـما باید ابتدا مقاومت معادل را به‌دست بیاورید، سپس جریان را حساب کرده و با هم مساوی قرار دهید.



حالت اول: کلید در وضعیت (۱) است و مقاومت ۱۰Ω به مدار وصل نیست و مدار به شکل روبه‌رو است.



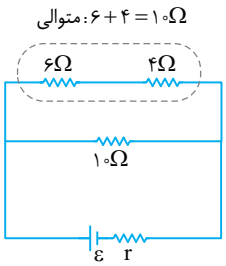
مقاومت ۴Ω با مقاومت معادل R و ۶Ω متوالـی اسـت و مقاومـت کل مـدار خواهد شـد

$$R_{eq}=\frac{6\times R}{6+R}+4$$

جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

حالـت دوم: کلیـد در وضعیت (۲) اسـت و مقاومـت R در مدار قرار نـدارد. در این حالت مقاومت‌هـای ۴Ω و ۶Ω متوالـی و معادل آن‌ها با مقاومت ۱۰Ω موازی اسـت و مدار به صورت روبه‌رو است.



مقاومت معادل در این حالت برابر است با:

$$R'_{eq}=\frac{10}{2}=5\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{\varepsilon}{5+r}$$

جریان‌ها را مساوی قرار می‌دهیم.

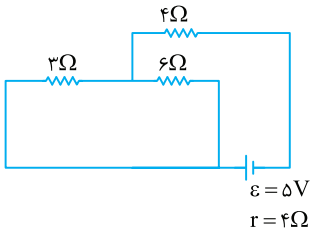
$$I=I'\Rightarrow\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{5+r}\Rightarrow R_{eq}+r=5+r\Rightarrow R_{eq}=5\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل در حالت اول ۵Ω است. با توجه به اینکه مقاومت معادل در حالت اول را $R_{eq}=\frac{6R}{6+R}+4$ در آوریم.

$$\frac{6R}{6+R}+4=5\Rightarrow\frac{6R}{6+R}=1\Rightarrow 6R=6+R\Rightarrow R=1/2\Omega$$

B ۲۳۴۴ **۱**

خط فکری برای یافتن توان تولیدی باتری $(P=\varepsilon I)$ ابتدا باید مقاومت معادل را در هر حالت حساب کنید سپس جریان مدار را به‌دست بیاورید تا بتوانید مقدار P در آن حالت را معین کنید.



حالت اول: دو دسـت مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω در دسـت هم بـوده و این دو مقاومت موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{36}=\frac{3\times 6}{3+6}=2\Omega$$

مقاومت ۴Ω با مقاومت معادل ۳ و ۶ اهمی متوالی است، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=2+4=6\Omega$$

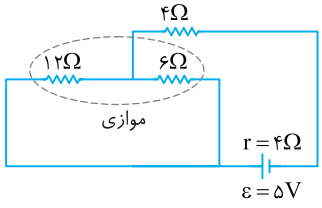
جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{5}{6+4}\Rightarrow I=0/5A$$

توان تولیدی باتری خواهد شد:

$$P=\varepsilon I_1\Rightarrow P=5\times 0/5=2/5\,W$$

حالت دوم: با قـرار دادن مقاومت ۱۲Ω بـه جـای ۳Ω مقاومـت معادل خواهد شد:



$$R'_{eq}=\frac{12\times 6}{12+6}+4$$

$$\Rightarrow R'_{eq}=4+4=8\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{۵}{۸+۴}\Rightarrow I'=\frac{۵}{۱۲}A$$

توان تولیدی باتری را به‌دست می‌آوریم.

$$P'=\varepsilon I'\Rightarrow P'=۵\times\frac{۵}{۱۲}\Rightarrow P'=\frac{۲۵}{۱۲}W$$

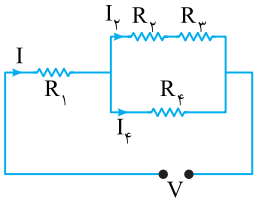
تغییر توان تولیدی باتری را حساب می‌کنیم.

$$P-P'=\frac{۵}{۲}-\frac{۲۵}{۱۲}\Rightarrow\Delta P=\frac{۳۰-۲۵}{۱۲}\Rightarrow\Delta P=\frac{۵}{۱۲}W$$

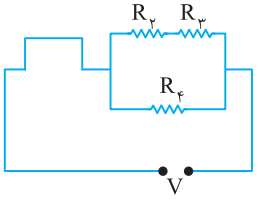
B ۲۳۴۵ ۲

خط فکری در مدارهایی که تمام مقاومت‌ها مشابه‌اند برای پیدا کردن مقاومتی که بیشینه توان را مصرف می‌کند باید ببینیم در مدار آیا مقاومتی وجود دارد که با باتری متوالی بسته شده باشد، زیرا تمام جریان باتری از آن می‌گذرد و با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ توان مصرفی آن مقاومت بیشینه می‌شود. اگر مقاومتی با باتری متوالی نبود، حال باید ببینیم آیا مقاومتی در مدار وجود دارد که با باتری موازی باشد، چون در این صورت، اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت بیشینه بوده با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ توان مصرفی در آن بیشینه می‌شود:

کلید باز باشد: مقاومت $R_۱$ با باتری متوالی بسته شده و جریان عبوری از آن بیشینه بوده و با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ چون مقدار تمام مقاومت‌ها یکسان است در این حالت توان مصرفی مقاومت $R_۱$ بیشینه است.



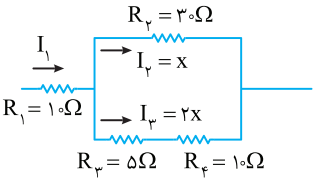
کلید بسته باشد: مقاومت $R_۱$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت $R_۴$ به طور موازی به دو سر باتری متصل شده و با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ چون اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۴$ برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری بوده و بیشینه است پس توان مصرفی آن در این حالت بیشینه می‌شود.



B ۲۳۴۶ ۱

خط فکری در سؤالاتی که مقدار مقاومت‌ها متفاوت است ابتدا به کمک مقاومت‌ها باید جریان هر شاخه و مقاومت را به دست بیاورید تا در گام بعدی با استفاده از $P=RI^۲$ بتوانید در مورد توان آن‌ها اظهارنظر کنید.

جریان $I_۱$ به دو قسمت $I_۲$ و $I_۳$ تقسیم می‌شود که جریان گذرنده از مقاومت ۳۰Ω را با x نمایش دهیم و جریان $I_۳$ که از مقاومت $R_{۳۴}=۵+۱۰=۱۵\Omega$ می‌گذرد برابر $۲x$ خواهد شد یعنی جریان $I_۳$ دو برابر جریان $I_۲$ است $(I_۳=۲I_۲)$.



$$I_۱=I_۲+I_۳\Rightarrow I_۱=۳I_۲$$
$$\Rightarrow I_۲=\frac{I_۱}{۳},I_۳=I_۴=\frac{۲I_۱}{۳}$$

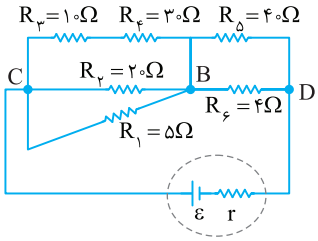
اکنون به سراغ توان‌ها می‌رویم:

$$\begin{cases}R_۱:P_۱=RI_۱^۲\Rightarrow P_۱=۱۰I_۱^۲\\ R_۲:P_۲=RI_۲^۲\Rightarrow P_۲=۳۰(\frac{I_۱}{۳})^۲=\frac{۱۰}{۳}I_۱^۲\\ R_۳:P_۳=RI_۳^۲\Rightarrow P_۳=۵\times(\frac{۲I_۱}{۳})^۲=\frac{۲۰}{۹}I_۱^۲\\ R_۴:P_۴=RI_۴^۲\Rightarrow P_۴=۱۰\times(\frac{۲}{۳}I_۱)^۲\end{cases}\Rightarrow$$

توان $R_۱$ از بقیه بیشتر است.

B ۲۳۴۷ ۴

در یک نگاه دقیق به شکل مسئله مشخص است که جریان کل مدار در انشعاب C به سرشاخه و در انشعاب D به دو شاخه تقسیم می‌شود و سهم مقاومت $R_۶=۴\Omega$ از جریان کل مدار از بقیهٔ مقاومت‌ها بیشتر بوده و با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ توان این مقاومت از بقیه بیشتر است.



۱ ابتدا مقاومت معادل هر قسمت را حساب می‌کنیم.

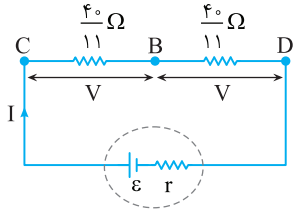
مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ متوالی هستند. $R_{۳۴}=۱۰+۳۰=۴۰\Omega$

مقاومت‌های $R_{۳۴}$ و $R_۲$ و $R_۱$ موازی هستند.

$$\frac{۱}{R_{CB}}=\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۴۰}=\frac{۸+۲+۱}{۴۰}\Rightarrow R_{CB}=\frac{۴۰}{۱۱}\Omega$$

مقاومت معادل بین B و D خواهد شد: $\frac{۱}{BD}=\frac{۱}{۴۰}+\frac{۱}{۴}=\frac{۱+۱۰}{۴۰}\Rightarrow R_{DB}=\frac{۴۰}{۱۱}\Omega$

۲ بنابراین شکل مدار به صورت زیر است. مقاومت‌های R_{DB} و R_{CB} با هم برابر بوده از این رو ولتاژ دو سر هر دو مقاومت یکسان است. $V_{CB}=V_{BD}=V$

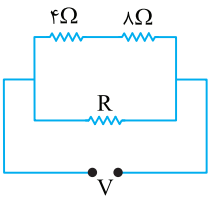


وقتی ولتاژ دو سر مقاومت‌ها برابر است با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$، مقاومت کوچک‌تر دارای توان مصرفی بیشتری است، بنابراین توان مصرفی مقاومت $R_۶=۴\Omega$ از بقیه بیشتر است.

B ۲۳۴۸ ۴

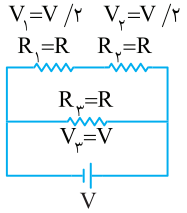
خط فکری در مقاومت‌های موازی ولتاژها یکسان است و بنا به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ مقاومت کوچک‌تر دارای توان مصرفی بیشتری است.

در شکل روبه‌رو دو مقاومت ۴Ω و ۸Ω متوالی بوده و مقاومت معادل آن $۴+۸=۱۲\Omega$ است و برای آنکه توان مصرفی R بیشتر از توان مصرفی مقاومت شاخهٔ بالایی باشد باید R از ۱۲Ω کمتر باشد که هر سه گزینه درست است.



B ۲۳۴۹ ۱

مقاومت‌ها برابر است. ولتاژ دو سر $R_۳$ برابر V و ولتاژ دو سر هر یک از مقاومت‌های متوالی $R_۱$ و $R_۲$ برابر $\frac{V}{۲}$ است. با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$.

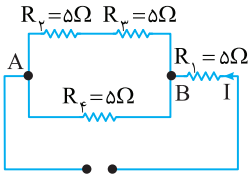


$$P_۳=\frac{P^۲}{R},P_۱=P_۲=\frac{(\frac{V}{۲})^۲}{R}=\frac{V^۲}{۴}\Rightarrow P_۳>P_۲=P_۱$$

B ۳ ۲۳۵۰

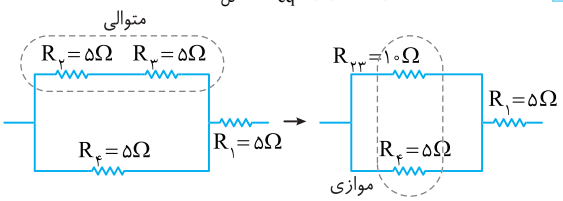
در گام نخست مقاومتی که بیشینه توان را مصرف می‌کند پیدا کرده و توان آن را مساوی ۲۰W قرار می‌دهیم و چون مقدار مقاومت مشخص است، می‌توان جریان یا اختلاف پتانسیل مقاومتی که بیشینه توان را مصرف می‌کند به‌دست آورد.

۱ تمام مقاومت‌ها مشابه‌اند اما مقاومت $R_۱$ با باتری متوالی بسته شده و بیشینه جریان به آن می‌رسد و با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ چون جریان عبوری از آن بیشینه است، پس توان مصرفی این مقاومت بیشینه می‌شود:



$$P_{max}=R_۱I^۲ \xrightarrow[P_{max}=۲۰W]{R_۱=۵\Omega} ۲۰=۵\times I^۲ \Rightarrow I=۲A$$

۲ اختلاف پتانسیل دو سر مدار برابر $V_{کل}=R_{eq}I$ است:

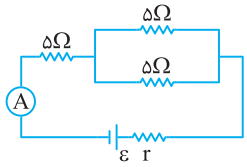


$$R_{۲۳۴}=\frac{۵\times ۱۰}{۵+۱۰}=\frac{۱۰}{۳}\Omega \qquad R_{۲۳۴}=\frac{۱۰}{۳}\Omega \quad R_۱=۵\Omega \Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۰}{۳}+۵=\frac{۲۵}{۳}\Omega$$

$$V_{کل}=\frac{۲۵}{۳}\times ۲=\frac{۵۰}{۳}V$$

بازی با سؤال **در مدار زیر بیشینه توان قابل تحمل هر مقاومت ۱۸۰W است. برای آنکه بیشینه توان در مدار مصرف شود و هیچ یک از مقاومت‌ها آسیب نبیند، بیشترین عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد چند آمپر است؟ (با فرض آسیب ندیدن آمپرسنج)**

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۸

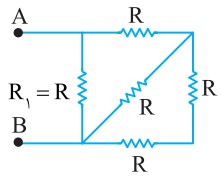


گزینهٔ ۳

B ۴ ۲۳۵۱

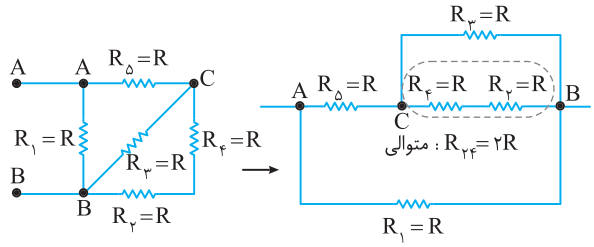
خط فکری در سؤالاتی که گفته می‌شود بیشینه توان مصرفی هر مقاومت می‌تواند P باشد، ابتدا مقاومتی که بیشینهٔ توان را در مدار مصرف می‌کند پیدا می‌کنیم و توان مصرفی آن را برابر P قرار می‌دهیم، در این صورت بقیهٔ مقاومت‌ها حتماً کمتر از توان P مصرف خواهند کرد.

۱ تمام مقاومت‌ها مشابه‌اند اما مقاومت $R_۱$ به صورت موازی به دو سر A و B وصل شده است و اختلاف پتانسیل دو سر آن بیشینه است و با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ توان مصرفی این مقاومت بیشینه می‌شود:



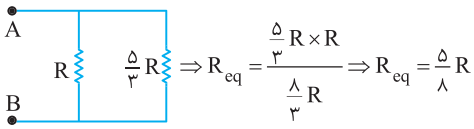
$$P_{max}=\frac{V_{AB}^۲}{R_۱} \xrightarrow[P_{max}=۲۰W]{R_۱=R} ۲۰=\frac{V_{AB}^۲}{R}$$

۲ توان مصرفی در مدار برابر $P_{کل}=\frac{V_{AB}^۲}{R_{eq}}$ است، حال مقاومت معادل را برحسب R به‌دست می‌آوریم. برای این کار از نقطه‌گذاری استفاده کرده و شکل مدار را ساده‌تر رسم کردیم (البته شما می‌توانید با توجه به شکل مدار نیز مقاومت معادل را به‌دست آورید.)



$$R_{۲۳۴}=\frac{۲R\times R}{۳R}=\frac{۲}{۳}R \text{ : موازی } R_۳ \text{ و } R_{۲۴}$$

$$R_{۲۳۴۵}=R+\frac{۲}{۳}R=\frac{۵}{۳}R \text{ : متوالی } R_۵ \text{ و } R_{۲۳۴}$$



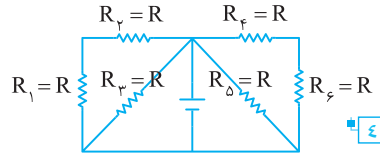
$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{\frac{۵}{۳}R\times R}{\frac{۸}{۳}R} \Rightarrow R_{eq}=\frac{۵}{۸}R$$

۳ توان مصرفی در مدار را حساب می‌کنیم:

$$P_{کل}=\frac{V_{AB}^۲}{R_{eq}} \Rightarrow P_{کل}=\frac{V_{AB}^۲}{\frac{۵}{۸}R} \Rightarrow P_{کل}=\frac{۸}{۵}\frac{V_{AB}^۲}{R} \xrightarrow{\frac{V_{AB}^۲}{R}=۲۰W} P_{کل}=\frac{۸}{۵}\times ۲۰=۳۲W$$

بازی با سؤال **در مدار شکل زیر، اگر بیشینه توان قابل تحمل برای هر یک از مقاومت‌ها ۴۰W باشد، بیشترین توانی که مجموعه می‌تواند تحمل کند به شرطی که هیچ کدام از مقاومت‌ها آسیب نبینند، چند وات است؟**

۱) ۴۰
۲) ۶۰
۳) ۸۰
۴) ۱۲۰



گزینهٔ ۴

C ۲ ۲۳۵۲

خط فکری با داشتن توان خارجی مدار می‌توانید جریان مدار را به‌دست بیاورید البته ابتدا باید مقاومت معادل مدار را حساب کنید تا به کمک آن جریان کل و سپس جریان تک‌تک مقاومت‌ها از جمله مقاومت $R_۱$ را به‌دست بیاورید.

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند:

$$R_{AB}=R_{۱۲}=\frac{۶\times ۳}{۶+۳}=۲\Omega$$

مقاومت $R_{۱۲}$ با مقاومت $R_۳$ متوالی است.

$$R_{۱۲۳}=۲+۲=۴\Omega$$

شاخهٔ بالایی که شامل $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ است با مقاومت $R_۴$ موازی است و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

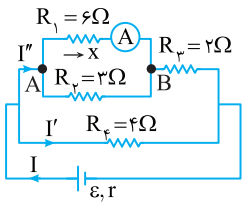
$$R_{eq}=\frac{۴}{۲}=۲\Omega$$

اکنون به کمک توان مصرفی در مقاومت خارجی مدار، جریان کل مدار را به‌دست می‌آوریم.

$$P=R_{eq}I^۲ \Rightarrow ۷۲=۲I^۲ \Rightarrow I=۶A$$

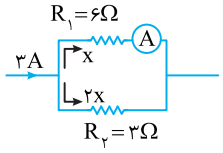
مقاومت شاخهٔ بالایی $R_{۱۲۳}=۴\Omega$ و مقاومت شاخهٔ پایینی $R_۴=۴\Omega$ است بنابراین جریان مدار بین شاخه‌های بالایی و پایینی به‌طور یکسان تقسیم می‌شود و جریان هر شاخه خواهد شد.

$$I'=I''=\frac{I}{۲} \Rightarrow I'=I''=\frac{۶}{۲}=۳A$$



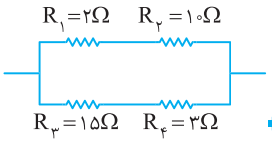
یادآوری در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

برای یافتن عدد آمپرسنج یعنی جریان مقاومت $R_۱$ باید جریان ۳A را بین دو مقاومت موازی $R_۱$ و $R_۲$ تقسیم کرد. اگر از مقاومت ۶Ω جریان x بگذرد، از مقاومت ۳Ω جریان ۲x می‌گذرد که جمع این دو جریان برابر ۳A است.



$$I''=I_۱+I_۲=x+۲x \Rightarrow ۳=۳x \Rightarrow x=۱A \Rightarrow I_۱=۱A$$

بازی با سؤال **در مدار شکل زیر بیشینه توان قابل تحمل هر مقاومت ۲۰ وات است. بیشینه توان مصرفی این مدار چند وات باشد تا هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبیند؟**



۱) ۸۰ ۲) ۴۰ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

گزینهٔ ۲

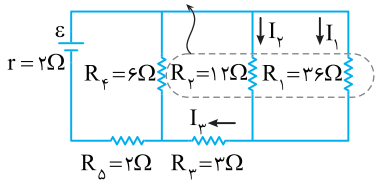
C ۲۳۵۳ ۴

بـه چه فکر می‌کنید؟ راهی نیسـت مگـر اینکه ابتدا مقاومتی که بیشـینهٔ توان را مصرف می‌کند، پیدا کنید.

۱ جریان بزرگ‌ترین مقاومت موازی مدار یعنی $R_۱=۳۶\Omega$ را برابر $I_۱$ فرض می‌کنیم. جریان مقاومت $R_۲=۱۲\Omega$، سـه برابر جریان $R_۱$ یعنـی $I_۲=۳I_۱$ خواهد بود. جریان مقاومت $R_۳$ جمع $I_۱$ و $I_۲$ است.

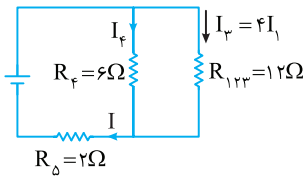
$$I_۳=I_۱+I_۲=I_۱+۳I_۱=۴I_۱\Rightarrow I_۳=۴I_۱$$

موازی: $\frac{۱}{R_{۱۲}}=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۳۶}=\frac{۳+۱}{۳۶}\Rightarrow R_{۱۲}=۹\Omega$



مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ با مقاومت $R_۳$ متوالی است. $R_{۱۲۳}=۳+۹=۱۲\Omega$

جریان مقاومت ۱۲Ω، $۴I_۱$ است و جریـان مقاومـت $R_۴=۶\Omega$ مـوازی بـا آن برابـر $I_۴=۸I_۱$ می‌شـود (فرامـوش نکنیـد در مقاومت‌هـای مـوازی جریـان بـه نسـبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شـود). جریان کل مدار با مقاومت $R_۵=۲\Omega$ برابر است با:



$$I=I_۳+I_۴=۴I_۱+۸I_۱\Rightarrow I=۱۲I_۱$$

۲ اکنون توان تک‌تک مقاومت‌ها را با اسـتفاده از رابطهٔ $P=RI^۲$ به‌دست می‌آوریم و با هم مقایسه می‌کنیم.

$$P_۱=R_۱I_۱^۲\xrightarrow{R_۱=۳۶\Omega}P_۱=۳۶I_۱^۲$$

$$P_۲=R_۲I_۲^۲\xrightarrow[I_۲=۳I_۱]{R_۲=۱۲\Omega}P_۲=۱۲\times(۳I_۱)^۲\Rightarrow P_۲=۱۰۸I_۱^۲$$

$$P_۳=R_۳I_۳^۲\xrightarrow[I_۳=۴I_۱]{R_۳=۳\Omega}P_۳=۳\times(۴I_۱)^۲\Rightarrow P_۳=۴۸I_۱^۲$$

$$P_۴=R_۴I_۴^۲\xrightarrow[I_۴=۸I_۱]{R_۴=۶\Omega}P_۴=۶\times(۸I_۱)^۲\Rightarrow P_۴=۳۸۴I_۱^۲$$

$$P_۵=R_۵I_۵^۲\xrightarrow[I_۵=۱۲I_۱]{R_۵=۲\Omega}P_۵=۲\times(۱۲I_۱)^۲\Rightarrow P_۵=۲۸۸I_۱^۲$$

مقاومت $R_۴=۶\Omega$ بیشـترین توان را مصرف می‌کند، پس اختلاف پتانسـیل دو سـر $R_۴$، ۱۲V و جریان آن $۸I_۱$ اسـت. $I_۱$ را به‌دست می‌آوریم.

$$V_۴=I_۴R_۴\Rightarrow ۱۲=۸I_۱\times۶\Rightarrow I_۱=۰/۲۵A$$

جریان کل مدار یا جریان مقاومت $R_۵$ خواهد شد: $I_{کل}=I_۵=۱۲I_۱=۱۲\times۰/۲۵=۳A$

ولتاژ دو سر مقاومت $R_۵=۲\Omega$ برابر است با:

$$V_۵=I_۵R_۵\xrightarrow[R_۵=۲\Omega]{I_۵=۳A}V_۵=۳\times۲\Rightarrow V_۵=۶V$$

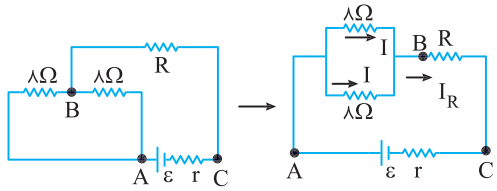
ولتاژ دو سر باتری برابر است با: $V=V_۴+V_۵=۱۲+۶=۱۸V$

نیروی محرکهٔ باتری خواهد شد: $V=\varepsilon-Ir\Rightarrow ۱۸=\varepsilon-۳\times۲\Rightarrow\varepsilon=۲۴V$

خوب خسته نباشید. تست کنکور تجربی ۹۸. به نظر می‌رسد باید این تست در سطح دوم یا سطح سوم قرار می‌گرفت نه به دلیل سختی آن بلکه به دلیل راه‌حل طولانی حوصله سربر آن.

B ۲۳۵۴ ۱

با نام‌گذاری مدار را سـاده می‌کنیم تا متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها و تقسـیم جریان بین آن‌ها را راحت‌تر تشـخیص دهیم. دو مقاومت ۸Ω بین A و B بسـته شـده و موازی‌اند و مقاومت R بین B و C بسته شده و با باتری متوالی است. اگر جریان هر یک از مقاومت‌های ۸Ω را I فرض کنیم جریان مقاومت R برابر $۲I$ می‌شود $(I_R=I+I=۲I)$.

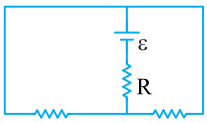


با توجه به فرض مسئله توان همهٔ مقاومت‌ها یکسان است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$P_{۸\Omega}=P_R\Rightarrow ۸\times I^۲=R(۲I)^۲\Rightarrow R=۲\Omega$$

بازی با سؤال **اگر در مدار زیر توان هر سـه مقاومت با هم برابر باشند، R چند اهم است؟**

کنکور دهه‌های گذشته



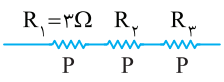
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۱۶

گزینهٔ ۲

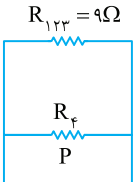
B ۲۳۵۵ ۱

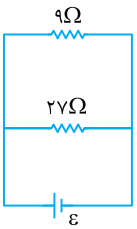
توان مصرفی هر مقاومت را P در نظر می‌گیریم.

۱ ابتدا مقاومت‌های $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ را بررسـی می‌کنیم. این سـه مقاومت با هم متوالی‌اند و جریان عبوری از آن‌ها با هم برابر است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ بـرای اینکه توان مصرفی آن‌ها با هم برابر باشـد باید مقاومت‌های $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ با هم برابر باشند: $R_۱=R_۲=R_۳=۳\Omega$



۲ سـه مقاومـت $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ متوالی‌انـد بنابرایـن مقاومت معادل آن‌ها برابر $R_{۱۲۳}=۳+۳+۳=۹\Omega$ است و چـون هر کدام از آن‌ها توان P مصرف کرده پس $R_{۱۲۳}$ توان $۳P$ را مصـرف می‌کنـد. مقاومـت $R_۴$ و $R_{۱۲۳}$ بـا هـم موازی‌اند و دارای اختلاف پتانسیل یکسانی هستند.





$$\begin{cases}P_{R_۴}=P\\P_{R_{۱۲۳}}=۳P\end{cases}\xrightarrow{P=\frac{V^۲}{R}}\begin{cases}\frac{V^۲}{R_۴}=P\\\frac{V^۲}{۹}=۳P\end{cases}$$

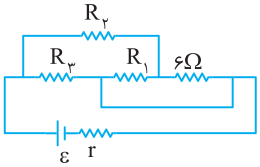
$$\xrightarrow{\div}\frac{۹}{R_۴}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow R_۴=۲۷\Omega$$

۳ حال مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۲۷}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۴}{۲۷}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲۷}{۴}$$

بازی با سؤال **در مدار شکل زیر اگر توان مصرفی همهٔ مقاومت‌ها با هم برابر باشد $R_۳$ چند اهم است؟**

ریاضی خارج - ۹۹

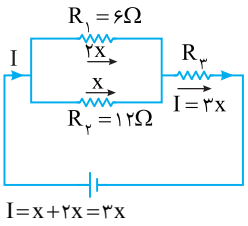


۱) ۴/۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۱۳/۵ ۴) ۷/۵

گزینهٔ ۳

B ۲۳۵۶ ۳

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. اگر جریان مقاومت $R_۲=۱۲\Omega$ را x در نظر بگیریم، جریان مقاومت $R_۱=۶\Omega$ برابر $۲x$ می‌شود و جریان مدار خواهد شد:



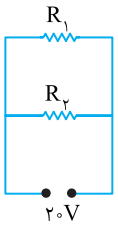
$$I=x+۲x=۳x$$

با توجه به فرض مسئله توان مصرفی در مقاومت $R_۳$، ۶ برابر توان مصرفی در مقاومت $R_۲$ است، بنابراین:

$$P_۳=۶P_۲ \xrightarrow{P=RI^۲} R_۳(۳x)^۲=۶\times۱۲(x)^۲\Rightarrow ۹R_۳=۶\times۱۲\Rightarrow R_۳=۸\Omega$$

A ۲۳۵۷ ۳

با داشتن توان مصرفی مقاومت $R_۲$ ولتاژ دو سر مقاومت $R_۲$ را به‌دست می‌آوریم:



$$P_۲=\frac{V_۲^۲}{R_۲}\Rightarrow ۸۰=\frac{V_۲^۲}{۵}\Rightarrow V_۲^۲=۴۰۰$$
$$\Rightarrow V_۲=۲۰V$$

ولتاژ دو سر مقاومت $R_۲$ برابر $۲۰V$ شده که این ولتاژ با ولتاژ دو سر منبع $۲۰V$ برابر است. در این صورت باید مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ به طور موازی به هم متصل باشند و $V_۱$ نیز $۲۰V$ است.

A ۲۳۵۸ ۱

خط فکری اگر دو مقاومت موازی بسته شوند مقاومت معادل آن‌ها از تک‌تک مقاومت‌ها کوچک‌تر می‌شود و اگر دو مقاومت متوالی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها از تک‌تک مقاومت‌ها بزرگ‌تر است.

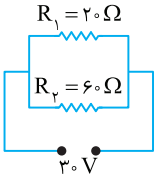
مقاومت معادل را به کمک توان مصرفی مدار حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{V^۲}{R_{eq}}\Rightarrow ۶۰=\frac{۹۰۰}{R_{eq}}\Rightarrow R_{eq}=۱۵\Omega$$

مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ از $R_۱=۲۰\Omega$ کوچک‌تر است، نتیجه می‌گیریم $R_۱$ و $R_۲$ به طور موازی به هم وصل شده‌اند:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow \frac{۱}{۱۵}=\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow R_۲=۶۰\Omega$$

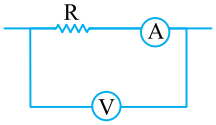
اکنون شکل مدار را رسم می‌کنیم، ولتاژ در دو سر مقاومت $R_۲=۶۰\Omega$ برابر $۳۰V$ است، بنابراین جریان آن خواهد شد:



$$I_۲=\frac{V}{R_۲}=\frac{۳۰}{۶۰}=\frac{۱}{۲}A$$

B ۲۳۵۹ ۱

مقاومت آمپرسنج ۵Ω و جریان آن $۰/۱A$ است بنابراین ولتاژ دو سر آمپرسنج خواهد شد:



$$V_A=IR_A=۰/۱\times۵=۰/۵V$$

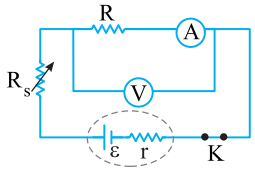
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ آمپرسنج و مقاومت R را $۱۲V$ نشان می‌دهد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برابر است با:

$$V_V=V_R+V_A\Rightarrow ۱۲=V_R+۰/۵\Rightarrow V_R=۱۱/۵V$$

اکنون توان مصرفی در مقاومت R را به‌دست می‌آوریم.

$$P_R=V_RI_R \xrightarrow[I_R=I_A=۰/۱A]{V_R=۱۱/۵V} P_R=۱۱/۵\times۰/۱$$
$$\Rightarrow P_R=۱/۱۵W$$

بازی با سؤال **در شکل زیر، ولت‌سنج ایده‌آل عدد $۲۴V$ و آمپرسنج $۰/۲A$ را نشان می‌دهند. اگر مقاومت آمپرسنج $R_A=۱\Omega$ باشد، توان مصرفی مقاومت R چند برابر توان مصرفی آمپرسنج خواهد بود؟**

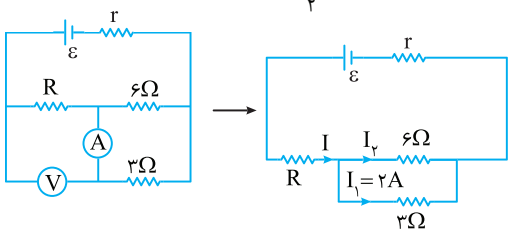


۱) ۱۱۹
۲) ۱۲۰
۳) ۲۴
۴) ۴۶

گزینهٔ ۱

B ۲۳۶۰ ۳

از شاخهٔ شامل ولت‌سنج آرمانی جریان نمی‌گذرد و از طرفی آمپرسنج آرمانی در مدار شبیه یک سیم عمل می‌کند، بنابراین مدار به صورت شکل زیر است که در آن ولتاژ دو سر مقاومت R برابر $۸V$ و جریان عبوری از مقاومت ۳Ω برابر $۲A$ است. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. مقاومت ۶Ω با مقاومت ۳Ω موازی و مقدار آن دو برابر مقاومت ۳Ω است بنابراین جریان آن نصف جریان مقاومت ۳Ω یعنی $\frac{۲}{۲}=۱A$ است.



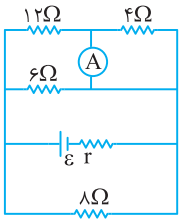
جریان مقاومت R مجموع جریان دو مقاومت ۳Ω و ۶Ω می‌باشد.

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow I=۲+۱\Rightarrow I_R=۳A$$

با داشتن ولتاژ و جریان مقاومت R توان مصرفی آن را به‌دست می‌آوریم.

$$P=VI\Rightarrow P=۸\times۳=۲۴W$$

بازی با سؤال **در مدار روبه‌رو اگر آمپرسنج آرمانی $۲A$ را نشان دهد، توان خروجی از باتری چند وات است؟**



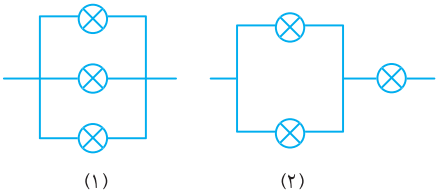
ریاضی - ۹۹

۱) ۲۷
۲) ۵۴
۳) ۱۰۸
۴) ۲۱۶

گزینهٔ ۴

A ۲۳۶۱ ۳

برای مقایسه توان‌های دو حالت چون اختلاف پتانسیل دو سر مدار در دو حالت برابر است از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ استفاده می‌کنیم بنابراین ابتدا مقاومت معادل را در دو حالت به‌دست می‌آوریم.



(۱) (۲)

در شکل (۱) سه مقاومت موازی هستند و اگر مقاومت هر لامپ را R بنامیم، مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq_1}=\frac{R}{3}$$

در شکل (۲) دو مقاومت موازی و مقاومت معادل آن برابر $\frac{R}{2}$ است که با مقاومت R دیگر متوالی است و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq_2}=\frac{R}{2}+R=\frac{3R}{2}$$

اکنون نسبت توان‌ها را به‌دست می‌آوریم.

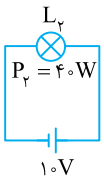
$$\begin{cases}P_1=\frac{V^2}{R_{eq_1}}\\ P_2=\frac{V^2}{R_{eq_2}}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_1}{P_2}=\frac{R_{eq_2}}{R_{eq_1}}=\frac{\frac{3R}{2}}{\frac{R}{3}}=\frac{9}{2}$$

B ۲۳۶۲ ۳

خط فکری از شکل (الف) و (ب) می‌توانید مقاومت هر لامپ را حساب کنید، سپس در شکل (پ) ابتدا مقاومت معادل مدار، سپس جریان و در آخر توان لامپ L_1 را با داشتن جریان و مقاومتش حساب کنید.

شکل (الف): مقاومت L_1 خواهد شد:

$$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow 10=\frac{100}{R_1}\Rightarrow R_1=10\Omega$$

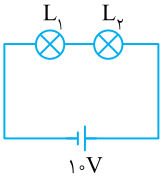


شکل (ب): مقاومت L_2 برابر است با:

$$P_2=\frac{V^2}{R_2}\Rightarrow 40=\frac{100}{R_2}\Rightarrow R_2=2/5\Omega$$

شکل (پ): مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم:

$$R_{eq}=R_1+R_2=10+2/5=R_{eq}=12/5\Omega$$



جریان مدار را در این حالت به‌دست می‌آوریم.

$$I=\frac{V}{R_{eq}}\Rightarrow I=\frac{10}{12/5}\Rightarrow I=\frac{4}{5}A$$

توان مصرفی لامپ (۱) خواهد شد:

$$P'_1=R_1I^2\Rightarrow P'_1=10\times(\frac{4}{5})^2=\frac{32}{5}=\frac{64}{10}=6/4W$$

B ۲۳۶۳ ۳

خط فکری ۱ لامپ با مشخصات ۱۲W و ۲۴V، یعنی وقتی لامپ به ولتاژ ۲۴V وصل شود، توان مصرفی‌اش ۱۲W است.

۲ مقاومت رشتهٔ لامپ به نوع اتصال لامپ بستگی ندارد و مقدار آن از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow R=\frac{V^2}{P}$ به‌دست می‌آید.

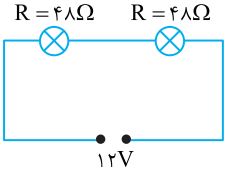
مقاومت لامپ‌ها را به‌دست آورید و در هر حالت مقاومت معادل را حساب کنید تا بتوانید جریان را در هر حالت به‌دست آورید.

۱ مقاومت هر لامپ برابر است با:

$$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow 12=\frac{24\times24}{R}\Rightarrow R=48\Omega$$

۲ وقتی هر دو لامپ متوالی بسته می‌شوند، مقاومت معادل برابر است با:

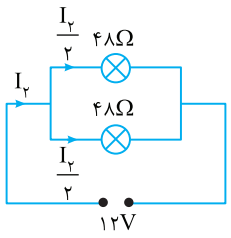
$$R_{eq_1}=48+48=96\Omega$$



جریان در این حالت خواهد شد:

$$I_1=\frac{V}{R_{eq_1}}\Rightarrow I_1=\frac{12}{96}\Rightarrow I_1=\frac{1}{8}A=0/125A$$

۳ وقتی هر دو لامپ، به‌صورت موازی به اختلاف پتانسیل ۱۲V بسته می‌شوند:



$$R_{eq_2}=\frac{48}{2}=24\Omega$$

جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$I_2=\frac{V}{R_{eq_2}}=\frac{12}{24}=0/5A$$

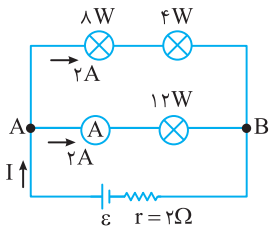
در حالت دوم جریان I_2 باید بین دو مقاومت موازی ۴۸Ω تقسیم شود، پس به هر لامپ جریان $\frac{I_2}{2}=0/25A$ می‌رسد:

$$\frac{I_2}{2}-I_1=0/25-0/125=0/125A=125mA$$

پس جریان در حالت دوم ۱۲۵mA بیشتر از جریان در حالت اول است.

B ۲۳۶۴ ۳

نکتهٔ مهمی که در حل این مسئله باید به آن دقت کنید این است که توان شاخهٔ پایینی ۱۲W است هم‌چنین مجموع توان‌های شاخهٔ بالایی ۸+۴=۱۲W است یعنی توان مصرفی این دو شاخهٔ موازی با هم یکسان است و چون ولتاژ آن‌ها برابر است، بنابراین جریان دو شاخه برابر است و جریان هر شاخه ۲A و جریان کل مدار I=۲+۲=۴A است.



ولتاژ دو سر لامپ ۱۲W خواهد شد:

$$P=VI\Rightarrow V=\frac{P}{I}\Rightarrow V=\frac{12}{2}=6V$$

این لامپ با باتری موازی بسته شده و ولتاژ دو سر باتری نیز ۶V می‌شود بنابراین می‌توان نوشت:

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow 6=\varepsilon-4\times2\Rightarrow\varepsilon=14V$$

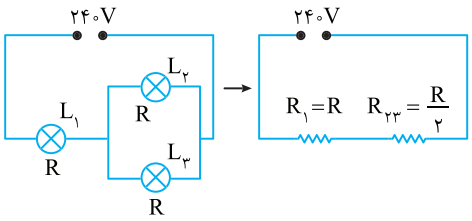
B ۲۳۶۵ ۴

یادآوری در مقاومت‌های متوالی، ولتاژ دو سر هر مقاومت با مقدار مقاومت رابطهٔ مستقیم دارد:

$$\begin{cases}V_1=R_1I\\ V_2=R_2I\end{cases}\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{R_1}{R_2}$$

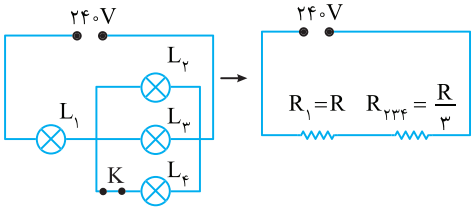
در این سؤال همهٔ لامپ‌ها مشابه‌اند و مقاومت آن‌ها را R فرض می‌کنیم:

حالت اول: اگر کلید K باز باشد لامپ L_4 در مدار قرار ندارد و حذف می‌شود.



$$\xrightarrow[R_1=2R_{23}]{V_1=2V_{23}}\begin{cases}V_{کل}=V_1+V_{23}\\ 240=V_1+V_{23}\Rightarrow 240=V_1+\frac{V_1}{2}\Rightarrow V_1=160V\end{cases}$$

حالت دوم: اگر کلید K بسته شود لامپ L_4 در مدار قرار می‌گیرد و شکل مدار به صورت زیر می‌شود:



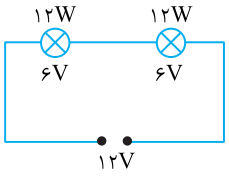
$$\xrightarrow[R_1=3R_{234}]{V'_1=3V'_{234}} \begin{cases} V_{کل}=V'_1+V'_{234} \\ 240=V'_1+\frac{V'_1}{3}\Rightarrow 240=\frac{4V'_1}{3}\Rightarrow V'_1=180V \end{cases}$$

توان لامپ L_1 برابر $P_1=\frac{V_1^2}{R}$ است:

$$\begin{cases} \text{حالت اول: } P_1=\frac{V_1^2}{R}\Rightarrow P_1=\frac{(160)^2}{R} \\ \text{حالت دوم: } P_2=\frac{V_1'^2}{R}\Rightarrow P_2=\frac{(180)^2}{R} \end{cases} \xrightarrow{\frac{P_2}{P_1}=?} \frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{(180)^2}{R}}{\frac{(160)^2}{R}}=(\frac{180}{160})^2=\frac{81}{64}$$

B ۲۳۶۶ ۳

هر لامپ دارای مشخصات ۶V و ۱۲W است یعنی وقتی به اختلاف پتانسیل ۶V متصل شود، توان آن ۱۲W است. دو لامپ مطابق شکل به طور متوالی به ولتاژ ۱۲V متصل شده‌اند بنابراین ولتاژ هر لامپ ۶V در نتیجه توان مصرفی هر لامپ ۱۲W می‌شود. اکنون به کمک توان و ولتاژ، جریان مدار را حساب می‌کنیم.



$$P=VI\Rightarrow 12=6I\Rightarrow I=2A$$

باری که باتری به مدار می‌دهد تا به طور ایمن تخلیه شود ۴۸Ah است از این رو می‌توان نوشت:

$$Q=It\Rightarrow 48=2t\Rightarrow t=24h$$

بازی با سؤال **چند لامپ ۱۰V و ۲W را به طور موازی به هم ببندیم و آن‌ها را به یک باتری با نیروی محرکهٔ ۱۲V و مقاومت درونی ۱Ω وصل کنیم تا با نور عادی روشن شوند؟**

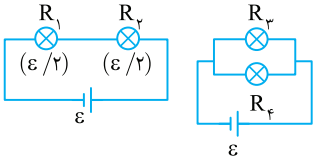
۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۸ ۴) ۵

گزینهٔ ۲

B ۲۳۶۷ ۳

لامپ‌ها یکسان هستند و مطابق شکل ولتاژ دو سر مقاومت‌های R_3 و R_4 برابر ε اما ولتاژ دو سر مقاومت R_1 و R_2، $\frac{\varepsilon}{2}$ است. از این‌رو توان مصرفی لامپ‌های R_3 و R_4 برابر است با:

$$P_3=P_4 \xrightarrow{P=\frac{V^2}{R}} \frac{\varepsilon^2}{R}$$



و توان مصرفی لامپ‌های R_1 و R_2 برابر خواهد شد با:

$$P_1=P_2=\frac{(\frac{\varepsilon}{2})^2}{R}\Rightarrow P_1=P_2=\frac{\varepsilon^2}{4R}$$

بنابراین توان مصرفی هر یک از لامپ‌های R_3 و R_4 از توان مصرفی هر یک از لامپ‌های R_1 و R_2 بیشتر است.

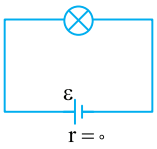
بازی با سؤال **لامپ‌های (۱) و (۲) را به‌طور موازی به یکدیگر وصل می‌کنیم و مجموعه را به اختلاف پتانسیل V وصل می‌کنیم، در این حالت لامپ (۱) پرنورتر است. اگر دو لامپ را به‌طور متوالی به هم وصل کنیم و به همان اختلاف پتانسیل متصل کنیم، کدام گزینه در این حالت درست است؟**

۱) لامپ (۱) پرنورتر است. ۲) لامپ (۲) پرنورتر است.

۳) روشنایی لامپ‌ها یکسان است. ۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

گزینهٔ ۲

B ۲۳۶۸ ۴



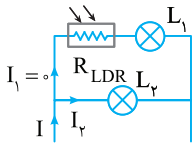
نکتهٔ بسیار مهم این مسئله این است که مقاومت درونی باتری صفر است و اختلاف پتانسیل دو سر باتری همواره برابر نیروی محرکهٔ آن است. یعنی ولتاژ دو سر لامپ برابر ε است و در هر مداری که ولتاژ دو سر لامپ‌ها برابر ε باشد، شدت نور لامپ‌ها با شدت نور همین لامپ برابر است. در گزینهٔ (۴) دو لامپ به‌طور موازی به باتری متصل شده و اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از آن‌ها برابر ε است و نور لامپ آن‌ها با نور لامپ مدار اولیه برابر است.

در گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) که لامپ‌ها دارای اتصال متوالی هستند، اختلاف پتانسیل هیچ‌یک از لامپ‌ها به ε نمی‌رسد و از آن کمتر است بنابراین نور لامپ‌ها کمتر از حالت اولیه است.

B ۲۳۶۹ ۴

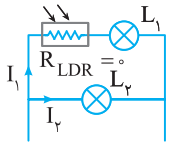
یادآوری اگر روشنایی محیط زیاد باشد مقاومت LDR ناچیز است و در محیط تاریک مقاومت LDR بسیار زیاد است.

در شب مقاومت LDR بسیار زیاد بوده و از شاخهٔ شامل LDR جریانی عبور نمی‌کند و تنها از شاخهٔ لامپ L_2 جریان عبور می‌کند و تنها این لامپ روشن است.



در شب R_{LDR} بسیار زیاد است.

در روز مقاومت LDR ناچیز است و از شاخهٔ آن جریان عبور می‌کند بنابراین در روز جریان بین دو شاخهٔ لامپ L_1 و L_2 تقسیم می‌شود و هر دو لامپ روشن خواهند بود.



در روز

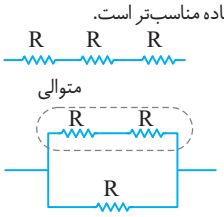
باتری بدون مقاومت داخلی است و اختلاف پتانسیل دو سر لامپ L_2 همواره ثابت و برابر نیروی محرکهٔ باتری (ε) بوده و روشنایی این لامپ در روز و شب تفاوتی ندارد. بنابراین هر سه گزینه درست است.

B ۲۳۷۰ ۳

اجاق برقی به برق منزل به‌طور موازی بسته می‌شود یعنی در چهار گزینه اختلاف پتانسیل دو سر اجاق یکسان و برابر ولتاژ برق منزل است، بنابراین در همهٔ حالت‌ها اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ گرماده یکسان است و بنا به رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$، مجموعه‌ای که مقاومت کمتری دارد، توان مصرفی‌اش بیشتر و برای قسمت گرماده مناسب‌تر است.

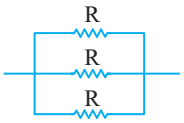
اگر هر مقاومت را با R نمایش دهیم، خواهیم داشت:

گزینهٔ (۱): سه مقاومت متوالی: $R_{eq}=3R$

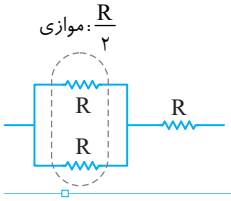


گزینهٔ (۲): $R+R=2R$ و $R_{eq}=\frac{2R}{3}$

گزینهٔ (۳): سه مقاومت موازی: $R_{eq}=\frac{R}{3}$



گزینهٔ (۴): $R_{eq}=\frac{R}{2}+R=\frac{3R}{2}$



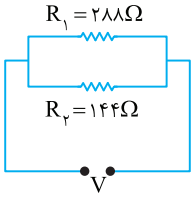
بنابراین گزینهٔ (۳) مناسب‌تر است.

B ۲۳۷۱ ۳

خط فکری ۱ در مقاومت‌های موازی مقاومت معادل از تک‌تک مقاومت‌های مدار کوچک‌تر است.

۲ با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ اگر مقدار اختلاف پتانسیل دو سر مدار ثابت باشد، هرچه R کوچک‌تر باشد، توان مصرفی مدار بزرگ‌تر خواهد شد.

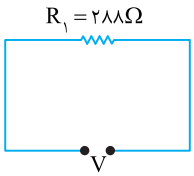
بیشینهٔ توان مصرفی برای اختلاف پتانسیل دو سر مدار نشان داده شده، هنگامی است که هر دو کلید بسته باشند و هر دو مقاومت موازی در مدار قرار گیرند تا مقاومت مدار کمترین مقدار شود.



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۳}{۲۸۸}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=۹۶\Omega\xrightarrow{P=\frac{V^۲}{R}}P_{max}=\frac{V^۲}{R_{eq}}=\frac{V^۲}{۹۶}$$

برای آنکه توان مصرفی کمترین مقدار باشد باید مقاومت $R_۱$ که بیشترین مقاومت است در مدار قرار گیرد، یعنی کلید شاخهٔ $R_۱$ بسته و کلید شاخهٔ $R_۲$ باز باشد.

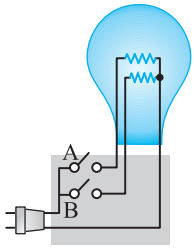


$$P_{min}=\frac{V^۲}{R_۱}=\frac{V^۲}{۲۸۸}$$

بنابراین

$$\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{\frac{V^۲}{۹۶}}{\frac{V^۲}{۲۸۸}}=\frac{۲۸۸}{۹۶}=۳$$

بازی با سؤال **یک لامپ سه راهه $۲۰۰V$ در اختیار داریم. اگر مقاومت کوچک‌تر رشته‌های لامپ، ۱۲Ω باشد و نسبت کمترین و بیشترین توان این لامپ در حالتی که آن را به ولتاژ $۲۰۰V$ وصل می‌کنیم $\frac{۱}{۳}$ باشد، مقاومت رشتهٔ دیگر لامپ چند اهم است؟**



۱) ۱۲ ۲) ۲۴
۳) ۱۴ ۴) ۱۸

گزینهٔ ۲

۳ ۲۳۷۲ A

اگر تنها کلید A بسته باشد، فقط مقاومت $R_۱$ در مدار قرار دارد.

فیوز نمی‌پرد. $I_۱=\frac{V}{R_۱}\Rightarrow I_۱=\frac{۲۰۰}{۱۰۰۰}=۰/۲A<۰/۵A$

اگر تنها کلید B بسته باشد، فقط مقاومت $R_۲$ در مدار قرار دارد.

فیوز نمی‌پرد. $I_۲=\frac{V}{R_۲}\Rightarrow I_۲=\frac{۲۰۰}{۵۰۰}=۰/۴A<۰/۵A$

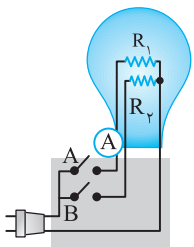
اگر هر دو کلید بسته شوند، هر دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ در مدار قرار داشته و با هم موازی می‌شوند. $\frac{۱}{R_۲}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{۱}{R_{۱,۲}}=\frac{۱}{۱۰۰۰}+\frac{۱}{۵۰۰}\Rightarrow R_{۱,۲}=\frac{۱۰۰۰}{۳}\Omega$

فیوز می‌پرد. $I_{۱,۲}=\frac{V}{R_{۱,۲}}\Rightarrow I_{۱,۲}=\frac{۲۰۰}{\frac{۱۰۰۰}{۳}}=۰/۶A>۰/۵A$

تنها در حالتی که هر دو کلید بسته است، جریان از $۰/۵A$ بیشتر است و فیوز می‌پرد.

۴ ۲۳۷۳ B

در هر حالتی از کلیدهای A و B، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ مقدار ثابت $۲۴۰V$ است. کمترین انرژی وقتی مصرف می‌شود که مقاومت مدار بیشترین مقدار باشد $(\downarrow P=\frac{V^۲}{R\uparrow})$ و بیشترین مقدار مقاومت وقتی است که مقاومت $R_۱$ به تنهایی در مدار است.



دقت کنید که $R_۱>R_۲$ است، بنابراین وقتی که مقاومت $R_۱$ در مدار است انرژی گرمایی تولید شده $۳۸۴J$ است و می‌توان جریان $R_۱$ یعنی جریان آمپرسنج را به‌دست آورد. $U=VIt\Rightarrow ۳۸۴=۲۴۰\times I\times ۲\Rightarrow I=۰/۸A$

بیشترین انرژی مصرفی (گرمای تولیدی) زمانی اتفاق می‌افتد که مقاومت لامپ کمترین مقدار باشد و وقتی که دو مقاومت با هم موازی باشند، مقاومت معادل کمترین مقدار است. اما نکتهٔ مهم این است که وقتی دو مقاومت با هم موازی هستند، اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از آن‌ها همان $۲۴۰V$ است یعنی در این حالت نیز اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$، $۲۴۰V$ و جریان عبوری از آمپرسنج همان $۰/۸A$ است.

میانبر می‌توان گفت که وقتی هر دو مقاومت در مدارند انرژی مصرفی $۱۱۵۲J$ و اگر مقاومت $R_۱$ در مدار باشد، انرژی مصرفی $۳۸۴J$ است بنابراین اگر تنها مقاومت $R_۲$ در مدار قرار گیرد، توان مصرفی $۱۱۵۲-۳۸۴=۷۶۸J$ انرژی مصرف می‌کند.

۲ ۲۳۷۴ B

خط فکری

۱ فیوز وسیله‌ای است که جریان در مدار را کنترل می‌کند، مثلاً اگر فیوزی $۱۵A$ باشد و به مدار جریان بیشتر از $۱۵A$ وارد شود فیوز می‌پرد. فیوز را به صورت ⌇ در مدار نشان می‌دهند.

۲ اگر وسیلهٔ برقی را با ولتاژ و توان آن معرفی کردند ابتدا مقاومت وسیله را از روی این دو عدد به‌دست آورید و سپس سؤال را حل کنید.

۱ جریان هر وسیله را حساب می‌کنیم. $P=VI\Rightarrow ۱۱۰=۲۲۰I\Rightarrow I=۰/۵A$

۲ جریان قابل تحمل فیوز $۶A$ است. بنابراین تعداد وسیله‌ها خواهد شد:

$$n=\frac{۶}{۰/۵}=۱۲$$

بازی با سؤال **اختلاف پتانسیل دو سر مداری $۲۲۰V$ است. اگر در این مدار یک فیوز $۰/۱A$ قرار داده باشیم، حداکثر چند وسیلهٔ برقی یکسان با مشخصات $(۲۲۰V,۱۱۰W)$ را می‌توان به‌صورت متوالی در مدار قرار داد تا فیوز نپرد؟**

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

گزینهٔ ۳

۴ ۲۳۷۵ A

جریانی که به بخاری برقی و دستگاه پخش صوت می‌رسد را محاسبه می‌کنیم:

بخاری برقی: $P=VI\Rightarrow ۲۰۰۰=۲۰۰I_{\text{بخاری برقی}}\Rightarrow I_{\text{بخاری برقی}}=۱۰A$

دستگاه پخش صوت: $P=VI\Rightarrow ۲۰۰=۲۰۰I_{\text{پخش صوت}}\Rightarrow I_{\text{پخش صوت}}=۱A$

چون دستگاه پخش صوت و بخاری برقی و لامپ با هم موازی هستند:

$$I_{\text{کل}}=I_{\text{پخش صوت}}+I_{\text{بخاری برقی}}+I_{\text{لامپ}}\Rightarrow ۱۵=۱+۱۰+I_{\text{لامپ}}\Rightarrow I_{\text{لامپ}}=۴A$$

حال توان مصرفی لامپ را به‌دست می‌آوریم: $P_{\text{لامپ}}=VI=۲۰۰\times ۴=۸۰۰W$

بازی با سؤال **در سیم‌کشی منازل، همهٔ مصرف‌کننده‌ها به طور موازی متصل می‌شوند. اگر در یک خانه یک اتوی $۱۲۰۰W$، یک نان برشته‌کن (توستر) $۱۸۰۰W$ و شش لامپ رشته‌ای $۱۰۰W$ به پریزهای ۲۲۰ ولت وصل شوند، حداقل فیوز چند آمپر را باید در مدار ورودی این خانه قرار داد که با کار کردن همهٔ وسیله‌ها فیوز نپرد؟**

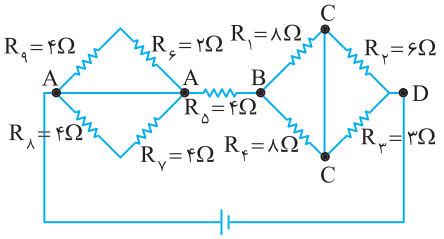
۱) ۱۶/۳۶ ۲) ۳/۳ ۳) ۵/۲۱ ۴) ۵/۵۲

گزینهٔ ۱

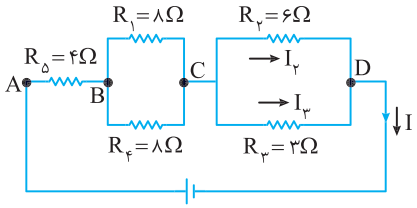
پنجره دوجداره (سطح دوم)

۱ ۲۳۷۶ B

دو سر مجموعهٔ مقاومت‌های $R_۸$، $R_۷$، $R_۶$ و $R_۹$ با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شده و مجموعه اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود، بنابراین مقاومت $R_۶$ در مدار حضور ندارد و توان آن برابر صفر می‌شود.



مدار را با نام‌گذاری دوباره رسم می‌کنیم:



با توجه به فرض توان مصرفی در مقاومت $R_۲=۶\Omega$ برابر $۲۴W$ است، بنابراین جریان این مقاومت را حساب می‌کنیم.

$$P_۲=R_۲I_۲^۲\Rightarrow ۲۴=R_۲I_۲^۲\Rightarrow ۶I_۲^۲=۲۴\Rightarrow I_۲=۲A$$

با توجه به اینکه مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ موازی‌اند و ولتاژ دو سر آن‌ها با هم برابر است خواهیم داشت:

$$V_{R_۳}=V_{R_۲}\Rightarrow ۶\times ۲=۳\times I_۳\Rightarrow I_۳=۴A$$

مجموع جریان عبوری از $R_۲$ و $R_۳$ برابر جریان کل مدار است:

$$I=I_۲+I_۳=۴+۲=۶A$$

با توجه به اینکه مقاومت $R_۵$ با مقاومت معادل مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ متوالی است، جریان آن نیز $I_۵=۶A$ می‌شود.

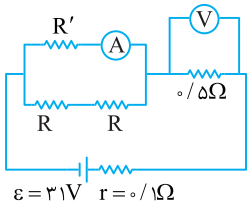
در این صورت انرژی گرمایی تولید شده در $R_۵$ در مدت $۲۰s$ خواهد شد:

$$Q=R_۵I_۵^۲t=۴\times ۳۶\times ۲۰=۲۸۸۰J$$

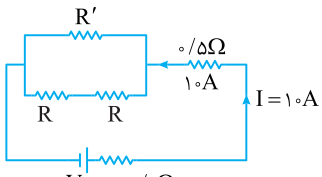
B ۲ ۲۳۷۷

با توجه به اختلاف پتانسیل مقاومت $۰/۵\Omega$، جریان عبوری از آن را حساب می‌کنیم:

$$V=RI\Rightarrow ۵=۰/۵\times I\Rightarrow I=۱۰A$$



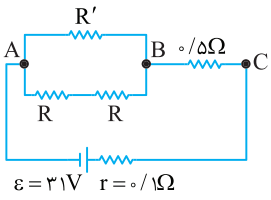
این همان جریانی است که از باتری خارج می‌شود و در واقع جریان مدار $۱۰A$ است. حال اختلاف پتانسیل دو سر باتری را به‌دست می‌آوریم:



$$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI\Rightarrow V_{\text{باتری}}=۳۱-(۰/۱\times ۱۰)=۳۰V$$

با توجه به مدار اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B برابر است با:

$$V_{\text{باتری}}=V_{AB}+V_{BC}$$
$$۳۰=V_{AB}+۵\Rightarrow V_{AB}=۲۵V$$



دو مقاومت مشابه R بین A و B قرار دارد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو مقاومت مساوی و برابر $\frac{۲۵}{۲}V$ است، همچنین جریان مدار $۱۰A$ است که ۸ آمپر آن از مقاومت R' عبور کرده، پس جریان عبوری از شاخهٔ مقاومت‌های R برابر $۲A$ است.

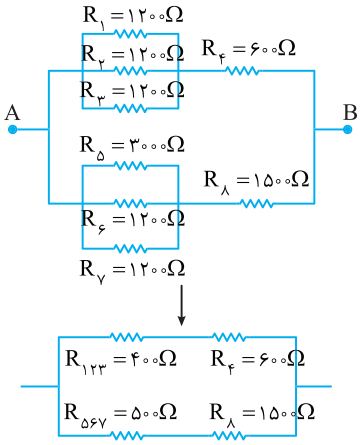
$$P_R=V_RI_R\Rightarrow P_R=\frac{۲۵}{۲}\times ۲=۲۵W$$

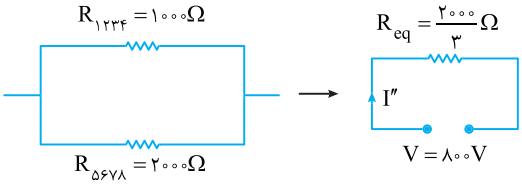
C ۲ ۲۳۷۸

عدد مقاومت‌های کربنی به‌صورت $\overline{ab}\times ۱۰^n$ می‌باشد که a کد رنگ اول مقاومت و b کد رنگ دوم مقاومت و n برابر کد رنگ عدد سوم می‌باشد.

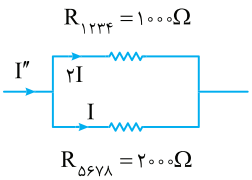
$$R_۱=R_۲=R_۳=R_۶=R_۷=\overline{ab}\times ۱۰^n=۱۲\times ۱۰^۲=۱۲۰۰\Omega$$
$$R_۵=\overline{ab}\times ۱۰^n=۳۰\times ۱۰^۲=۳۰۰۰\Omega$$
$$R_۴=۶\times ۱۰^۲=۶۰۰\Omega\ ,\ R_۸=۱۵\times ۱۰^۲=۱۵۰۰\Omega$$

به جای مقاومت‌های کربنی، مقاومت‌های عادی می‌گذاریم تا درک مدار ساده‌تر شود.





$$I''=\frac{V}{R_{eq}}=\frac{۸۰۰}{\frac{۲۰۰۰}{۳}}\Rightarrow I''=۱/۲A$$

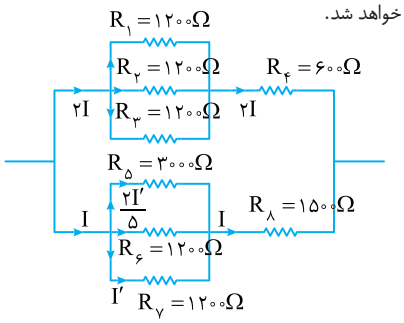


دو مقاومت $R_{۱۲۳۴}$ و $R_{۵۶۷۸}$ باهم موازی‌اند. می‌دانیم در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود پس اگر به مقاومت $R_{۵۶۷۸}$ جریان I برسد، به مقاومت $R_{۱۲۳۴}$ جریان $۲I$ خواهد رسید.

$$I''=I+۲I\xrightarrow{I''=۱/۲A}۳I=۱/۲\Rightarrow I=۰/۴A$$

در شاخهٔ بالا جریان $۲I$ بین سه مقاومت مشابه $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ نیز تقسیم می‌شود و به هر مقاومت جریان $\frac{۲I}{۳}$ خواهد رسید.

در شاخهٔ پایین نیز جریان I باید بین $R_۵$ و $R_۶$ و $R_۷$ تقسیم شود که چون $R_۶$ و $R_۷$ باهم برابرند به آن‌ها جریان یکسان I' خواهد رسید، همچنین چون مقدار مقاومت $R_۵$، $\frac{۳۰۰۰}{۱۲۰۰}=۲/۵$ برابر مقاومت $R_۶$ و $R_۷$ است پس جریان عبوری از $R_۵$، $\frac{I'}{۲/۵}=\frac{۲I'}{۵}$ خواهد شد.



$$\frac{۲}{۵}I'+I'+I'=I\Rightarrow\frac{۱۲}{۵}I'=I\Rightarrow I'=\frac{۵}{۱۲}I$$

جریان تمام مقاومت‌ها را برحسب I به‌دست آورده‌ایم. با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$، توان مصرفی مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$P_۱=P_۲=P_۳=R_۱(\frac{۲I}{۳})^۲=۱۲۰۰\times\frac{۴I^۲}{۹}=\frac{۱۶۰۰}{۳}I^۲\ W$$

$$P_۴=R_۴(۲I)^۲=۶۰۰\times۴I^۲=۲۴۰۰I^۲\ W$$

$$P_۶=P_۷=R_۶(I')^۲\xrightarrow{I'=\frac{۵I}{۱۲}}P_۶=P_۷=۱۲۰۰(\frac{۲۵I}{۱۴۴})=\frac{۳۰۰۰۰I^۲}{۱۴۴}W\simeq۲۰۸I^۲\ W$$

$$P_۵=R_۵(\frac{۲I'}{۵})^۲\xrightarrow{I'=\frac{۵I}{۱۲}}P_۵=۳۰۰۰(\frac{۱}{۶}I)^۲=\frac{۳۰۰۰I^۲}{۳۶}W\simeq۸۳I^۲\ W$$

$$P_۸=R_۸I^۲\Rightarrow P_۸=۱۵۰۰I^۲$$

بیشینه توان در مقاومت $R_۴$ مصرف می‌شود و:

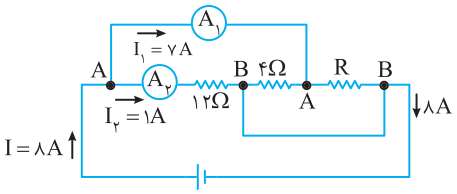
$$P_۴=۲۴۰۰I^۲\xrightarrow{I=۰/۴A}P_۴=۲۴۰۰\times(۰/۴)^۲=۳۸۴W$$

۱ ۲۳۷۹ C

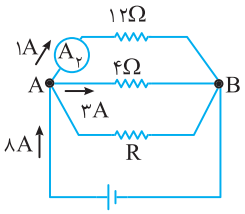
جریان $I_۱$، ۷ آمپر و جریان $I_۲$، ۱A است و جریان کل برابر مجموع این دو جریان است.

$$I_{کل}=I_۱+I_۲\Rightarrow I_{کل}=۷+۱=۸A$$

باید به سراغ نام‌گذاری و ساده کردن مدار برویم. البته یادمان هست که آمپرسنج آرمانی شبیه یک سیم بدون مقاومت عمل می‌کند. بنابراین می‌توان در دو طرف آن حرف یکسان قرار داد.



سه مقاومت بین دو نقطهٔ A و B بسته شده و با هم موازی‌اند. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود یعنی وقتی آمپرسنج $A_۲$ جریان مقاومت ۱۲Ω را ۱A نشان می‌دهد، قطعاً جریان مقاومت ۴Ω، سه برابر آن یعنی ۳A است.



با توجه به اینکه جریان کل مدار ۸A است، جریانی که از R می‌گذرد برابر است با:

$$I_R=۸-(۳+۱)=۴A$$

ولتاژ دو سر مقاومت R با ولتاژ دو سر مقاومت‌های ۱۲Ω و ۴Ω برابر است از این‌رو:

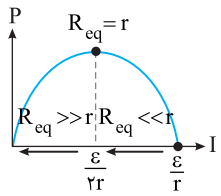
$$V_R=V_{۱۲\Omega}=I_{۱۲\Omega}R_{۱۲\Omega}=۱\times۱۲=۱۲V$$

توان مصرفی R خواهد شد:

$$P=VI=۱۲\times۴=۴۸W$$

۳ ۲۳۸۰ C

یادآوری مقاومت درونی مولد ۱Ω است و توان خروجی باتری هنگامی بیشینه است که $R_{eq}=r$ باشد و هر چه قدر مقدار مقاومت معادل کمتر یا بیشتر از $R_{eq}=r$ شود توان کمتر می‌شود.

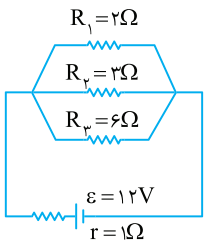


حالت اول، بیشینه توان خروجی:

هر سه مقاومت موازی باشند.

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}\Rightarrow R_{eq}=۱\Omega$$

مقاومت معادل ۱Ω شده و $R_{eq}=r$ شده پس توان خروجی در این حالت بیشینه است.



جریان مدار برابر خواهد شد با:

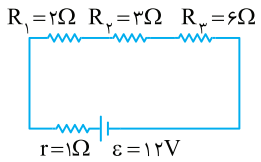
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۱+۱}=۶A$$

بیشینه توان خروجی خواهد شد:

$$P_{max}=R_{eq}I^۲\Rightarrow P_{max}=۱\times(۶)^۲=۳۶W$$

حالت دوم، کمینه توان خروجی:

کمینه توان خروجی در حالتی اتفاق می‌افتد که هر سه مقاومت متوالی باشند زیرا مقاومت معادل بیشترین حالت خواهد شد و مقدار آن از $r=۱\Omega$ خیلی بیشتر می‌شود، پس با توجه به نمودار توان خروجی از باتری کمینه می‌شود.



$$R'_{eq}=۲+۳+۶=۱۱\Omega$$

جریان مدار برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{۱۲}{۱۱+۱}\Rightarrow I'=۱A$$

کمینه توان خروجی را حساب می‌کنیم:

$$P_{min}=R'_{eq}(I'^۲)=۱۱\times۱=۱۱W$$

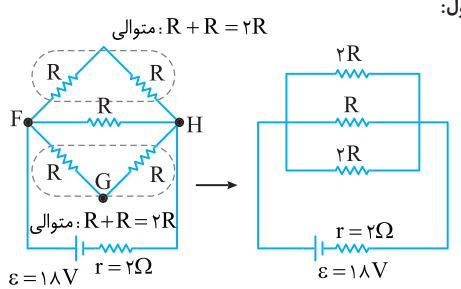
نسبت توان‌ها برابر است با:

$$\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{۳۶}{۱۱}$$

۳ ۲۳۸۱ C

خط فکری توان خروجی باتری وقتی بیشینه است که مقاومت درونی باتری با مقاومت خارجی مدار برابر باشد. بنابراین باید مقاومت معادل بین دو نقطه F و H را بر حسب R به‌دست بیاورید، و آن را با مقاومت درونی ۲Ω برابر قرار دهید تا R به‌دست آید. سپس مقاومت معادل بین H و G را حساب کرده و با به‌دست آوردن جریان مدار توان خروجی باتری را در این حالت حساب کنید.

حالت اول:



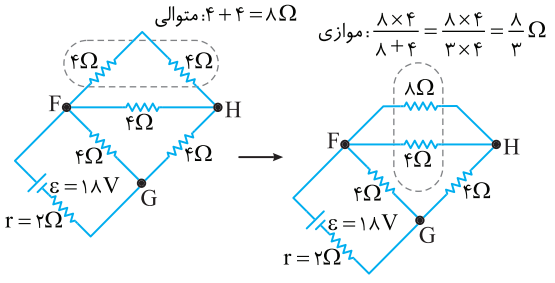
مقاومت معادل خواهد شد:

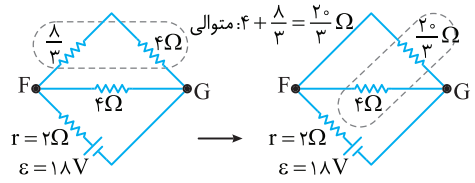
$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲R}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۲R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{R}{۲}$$

مسئله گفته توان خروجی باتری بیشینه است. بنابراین:

$$R_{eq}=r\Rightarrow\frac{R}{۲}=۲\Rightarrow R=۴\Omega$$

حالت دوم: حالتی که مجموعه بین نقاط F و G بسته شده را رسم می‌کنیم:





مقاومت معادل خواهد شد:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۲۰}=\frac{۸}{۲۰}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۱۰}{۴}=۲/۵\Omega$$

جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۸}{۲/۵+۲}=\frac{۱۸}{\frac{۹}{۲}}\Rightarrow I=۴A$$

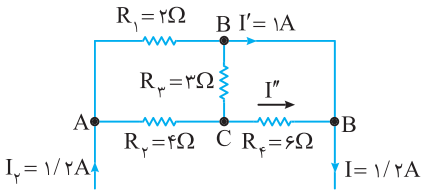
توان خروجی باتری (توان مصرفی در مقاومت خارجی) برابر است با:

$$P=R_{eq}I^۲\Rightarrow P=۲/۵\times(۴)^۲=۴۰W$$

C ۲۳۸۲ **۴**

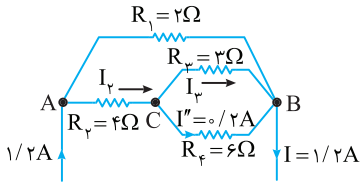
۱ به نقطهٔ B نگاه کنید، جریان $I'=۱A$ وارد این نقطه شده و جریان کل $۱/۲A$ یا همان جریان I از آن خارج می‌شود، بنابراین جریان مقاومت ۶Ω را می‌توان حساب کرد.

$$I=I'+I''\Rightarrow ۱/۲=۱+I''\Rightarrow I''=۰/۲A$$



۲ مدار را با نام‌گذاری مجدداً رسم می‌کنیم تا بتوانیم متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها و چگونگی تقسیم جریان‌ها را تشخیص دهیم.

مقاومت‌های $R_۳=۳\Omega$ و $R_۴=۶\Omega$ بین دو نقطهٔ C و B بسته شده با هم موازی‌اند. مقاومت $R_۲=۴\Omega$ بین A و C و مقاومت $R_۱=۲\Omega$ بین دو سر کل مجموعه یعنی A و B بسته شده است و مدار به صورت زیر خواهد شد:



۳ مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω موازی هستند و در مقاومت‌های موازی جریان با مقاومت نسبت وارون دارد، یعنی وقتی از مقاومت ۶Ω جریان $۰/۲A$ می‌گذرد از مقاومت $R_۳=۳\Omega$ جریانی دو برابر آن یعنی $I_۳=۲\times۰/۲=۰/۴A$ می‌گذرد.

جریان $R_۲=۴\Omega$ برابر مجموع جریان عبوری از $R_۳=۳\Omega$ و $R_۴=۶\Omega$ است.

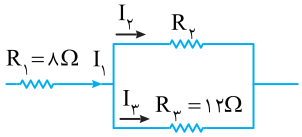
$$I_۲=I_۳+I''\Rightarrow I_۲=۰/۴+۰/۲=۰/۶A$$

اکنون توان مصرفی مقاومت ۴Ω قابل محاسبه است.

$$P=RI^۲\Rightarrow P=۴\times(۰/۶)^۲\Rightarrow P=۱/۴۴W$$

C ۲۳۸۳ **۴**

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، (زیرا اختلاف پتانسیل دو سر شاخه‌های موازی برابر است.)



$$V_۲=V_۳\Rightarrow I_۲R_۲=I_۳R_۳\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۳}=\frac{R_۳}{R_۲}\Rightarrow I_۳=\frac{R_۲}{R_۳}I_۲\qquad(۱)$$

جریان $I_۱$ برابر مجموع جریان $I_۲$ و $I_۳$ است. از رابطهٔ (۱) جریان $I_۳$ را جای‌گذاری می‌کنیم.

$$I_۱=I_۲+I_۳\Rightarrow I_۱=I_۲+\frac{R_۲}{R_۳}I_۲\Rightarrow I_۱=\frac{I_۲(R_۳+R_۲)}{R_۳}$$

$$\Rightarrow I_۲=\frac{I_۱}{R_۲+R_۳}\times R_۳\qquad(۲)$$

داده‌های مسئله را بررسی می‌کنیم. توان مقاومت $R_۱$ سه برابر توان مقاومت $R_۲$ است، بنابراین:

$$P_۱=۳P_۲\Rightarrow R_۱I_۱^۲=۳R_۲(I_۲)^۲$$

به جای $I_۲$ مقدار به‌دست آمده از رابطهٔ (۲) را قرار می‌دهیم:

$$R_۱I_۱^۲=۳R_۲\left(\frac{I_۱}{R_۲+R_۳}\right)^۲R_۳^۲\Rightarrow ۸I_۱^۲=۳R_۲\left(\frac{I_۱}{R_۲+۱۲}\right)^۲(۱۲)^۲$$

$$\Rightarrow R_۲^۲+۲۴R_۲+۱۴۴=۵۴R_۲\Rightarrow R_۲^۲-۳۰R_۲+۱۴۴=۰$$

$$\Rightarrow(R_۲-۲۴)(R_۲-۶)=۰\Rightarrow\begin{cases}R_۲=۶\Omega\\R_۲=۲۴\Omega\end{cases}$$

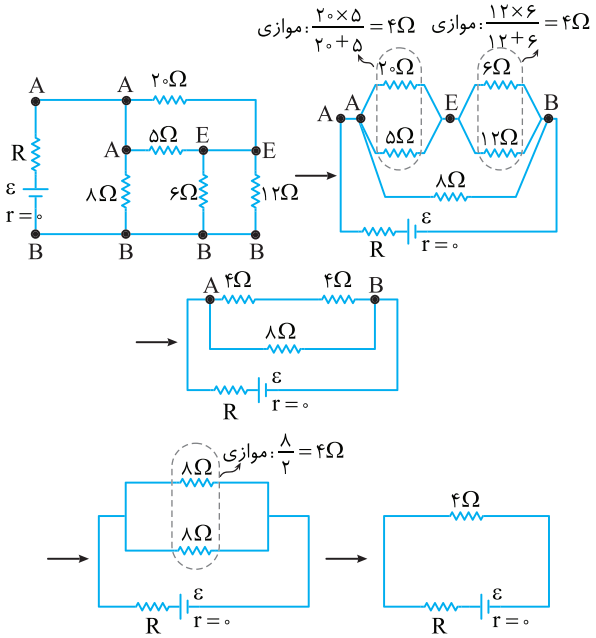
که در گزینه‌ها ۲۴Ω وجود دارد.

میانبر برای تقسیم جریان I در دو مقاومت موازی $R_۱$ و $R_۲$ می‌توانید روابط زیر را که در حل مسئله به آن رسیدیم استفاده کنید.

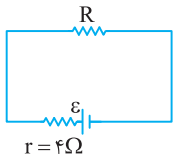
$$I_۱=\frac{R_۲}{R_۱+R_۲}I\ ,\ I_۲=\frac{R_۱}{R_۱+R_۲}I$$

B ۲۳۸۴ **۳**

مسئله زیبایی است و راه حل آن زیباتر. در مرحلهٔ اول مقاومت معادل تمام مقاومت‌های روی شکل به جز R را حساب می‌کنیم. با نام‌گذاری مدار را ساده می‌کنیم. باتری و مقاومت R بین A و B بسته شده‌اند و مقاومت‌های ۵Ω و ۲۰Ω بین دو نقطهٔ A و E و دو مقاومت ۶Ω و ۱۲Ω بین دو نقطهٔ B و E بسته شده‌اند و مقاومت ۸Ω بین دو نقطهٔ A و B بسته شده است، مدار به صورت زیر در می‌آید.



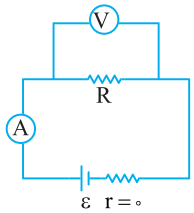
اگر مقاومت ۴Ω را مقاومت درونی باتری فرض کنیم، برای آنکه توان در مدار خارجی یعنی مقاومت R بیشینه شود، باید مقاومت خارجی R با مقاومت درونی باتری یعنی ۴Ω برابر باشد.



پنجره ۵

A ۲۳۸۵ **۱**

مقاومت R و باتری باهم موازی‌اند، بنابراین ولت‌سنج ولتاژ دو سر مقاومت و همچنین ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد. مقاومت درونی باتری صفر است، پس ولتاژ دو سر باتری همواره با نیروی محرکهٔ باتری برابر است یعنی ولت‌سنج در این مدار همواره نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد و عدد ولت‌سنج ثابت است.



اگر به جای R، مقاومت ۲R قرار گیرد، جریان مدار کاهش می‌یابد $\left(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{R\uparrow}\right)$ بنابراین آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.

B ۲۳۸۶ ۲

خط فکری اثر تغییر مقاومت مدار بر جریان و ولتاژ:

گام اول: بررسی تغییر مقاومت کل مدار در اثر تغییر مقاومت قسمتی از مدار

با اضافه شدن مقاومت موازی به مدار، مقاومت معادل کل کاهش می‌یابد و بالعکس.

با افزایش مقاومت رئوستا در هر شرایطی مقاومت معادل افزایش می‌یابد و بالعکس.

گام دوم: بررسی تغییر جریان کل مدار:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ (ε: ثابت، r: ثابت، R_{eq}: تغییرات را در گام اول بررسی کردیم.)

گام سوم: بررسی تغییر اختلاف پتانسیل دو سر باتری در اثر تغییر جریان

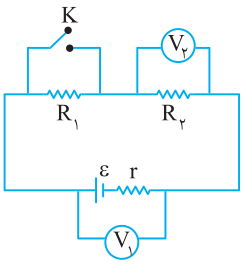
$V=\varepsilon-Ir$ (ε: ثابت، r: ثابت، I: تغییرات را در گام دوم بررسی کردیم.)

گام چهارم: بررسی تغییر ولتاژ دو سر قسمتی از مدار که در آن تغییر مقاومتی رخ نداده است.

گام پنجم: بررسی تغییر ولتاژ دو سر قسمتی از مدار که در آن تغییر مقاومتی رخ داده است.

گام ششم: بررسی تغییر جریان هر شاخه از مدار

در ابتدا مقاومت معادل مدار برابر R_1+R_2 است. با بسته شدن کلید K، مقاومت R_1 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این صورت مقاومت معادل مدار R_2 می‌شود یعنی مقاومت مدار کاهش می‌یابد و با کاهش مقاومت مدار، جریان کل مدار افزایش می‌یابد ($I\uparrow=\frac{\varepsilon}{R_{eq}\downarrow+r}$).



ولت‌سنج V_1 اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد. $V_1\downarrow=\varepsilon-Ir\uparrow$

بنابراین ولت‌سنج V_1 عدد کمتری را نشان می‌دهد.

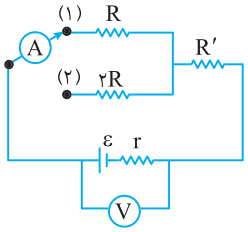
ولت‌سنج V_2 اختلاف پتانسیل دو سر R_2 را نشان می‌دهد. $V_2\uparrow=IR_2\uparrow$

بنابراین ولت سنج V_2 عدد بزرگ‌تری نشان می‌دهد.

B ۲۳۸۷ ۴

در وضعیت (۱) دو مقاومت R و R' در مدار به‌طور متوالی قرار دارند و مقاومت معادل برابر $R_{eq_1}=R+R'$ است.

در وضعیت (۲) دو مقاومت $2R$ و R' در مدار به‌طور متوالی قرار دارند و مقاومت معادل برابر $R_{eq_2}=2R+R'$ است. یعنی در وضعیت (۲) مقاومت مدار بزرگ‌تر است.



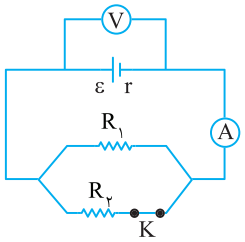
آمپرسنج عدد کمتری نشان می‌دهد. $R_{eq_2}>R_{eq_1}\xrightarrow{I\downarrow=\frac{\varepsilon}{R_{eq}\uparrow+r}}I_2<I_1$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد و با کاهش جریان ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد. $V\uparrow=\varepsilon-Ir\downarrow$

بنابراین ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نمایش می‌دهد.

B ۲۳۸۸ ۴

۱ **بررسی مقاومت معادل:** ابتدا در مدار دو مقاومت موازی R_1 و R_2 وجود دارد که مقاومت معادل آن‌ها از هر یک از مقاومت‌ها کوچک‌تر است ($R_{eq_1}<R_1$). با باز کردن کلید مقاومت R_2 از مدار جدا می‌شود و مقاومت معادل برابر R_1 شده یعنی مقاومت معادل افزایش می‌یابد.



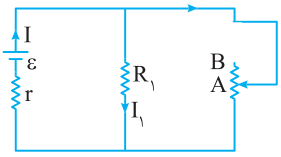
$R_{eq_2}=R_1\Rightarrow R_{eq_2}>R_{eq_1}$

۲ **بررسی جریان مدار:** با افزایش مقاومت کل مدار، جریان مدار کاهش می‌یابد $I\downarrow=\frac{\varepsilon}{R_{eq}\uparrow+r}$ و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.

۳ ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد از این‌رو $V\uparrow=\varepsilon-Ir\downarrow$، بنابراین ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نمایش خواهد داد.

B ۲۳۸۹ ۳

۱ با حرکت لغزنده از A به B مطابق شکل مقدار بیشتری از مقاومت در مدار قرار می‌گیرد و مقاومت متغیر افزایش یافته، بنابراین R_{eq} زیاد می‌شود.



۲ طبق رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ با افزایش R_{eq} جریان I کاهش می‌یابد.

۳ با کاهش جریان I اختلاف پتانسیل دو سر باتری افزایش می‌یابد.

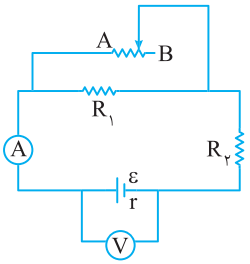
$V_{\text{باتری}}\uparrow=\varepsilon-I\downarrow r$

۴ مقاومت R_1 موازی باتری است بنابراین ولتاژ دو سر R_1 نیز افزایش می‌یابد و با ثابت بودن R_1 جریان آن $I_1=\frac{V_1}{R_1}$ افزایش می‌یابد.

B ۲۳۹۰ ۲

خط فکری هر گاه یکی از مقاومت‌های درون مدار چه موازی، چه متوالی افزایش یابد، مقاومت معادل افزایش می‌یابد و اگر کاهش یابد، مقاومت معادل کاهش می‌یابد. بنابراین باید بررسی کنید که حرکت لغزنده، مقاومت رئوستا را که موازی مقاومت R_1 است افزایش می‌دهد یا کاهش، سپس می‌توانید در مورد ولتاژ و جریانی که ولت‌سنج و آمپرسنج نشان می‌دهند اظهار نظر کنید.

۱ با حرکت لغزنده از A تا B مقاومت رئوستا زیاد می‌شود که سبب افزایش مقاومت کل مدار می‌شود. $(R_{eq}\uparrow)$

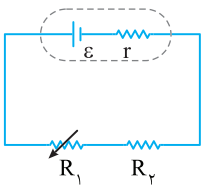


۲ با افزایش مقاومت کل مدار جریان کل کاهش می‌یابد $(I\downarrow=\frac{\varepsilon}{R_{eq}\uparrow+r})$ بنابراین $I'<I$ است.

۳ ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که با کاهش جریان مدار، ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد. $V\uparrow=\varepsilon-Ir\downarrow$ و $V'>V$ می‌شود.

B ۲۳۹۱ ۲

۱ با افزایش مقاومت R_1 که با مقاومت R_2 متوالی است، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد. $R_{eq}\uparrow=R_1\uparrow+R_2$



۲ با افزایش مقاومت معادل مدار، جریان کل مدار کاهش می‌یابد. $I\downarrow=\frac{\varepsilon}{R_{eq}\uparrow+r}$

۳ با کاهش جریان مدار، افت پتانسیل در باتری کاهش می‌یابد. $V'\downarrow=Ir\downarrow$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 با کاهش جریان کاهش می‌یابد. $V_2\downarrow=IR_2\downarrow$

۵ اختلاف پتانسیل دو سر باتری با کاهش جریان افزایش می‌یابد. $V\uparrow=\varepsilon-Ir\downarrow$

۶ با توجه به اینکه ولتاژ دو سر باتری برابر مجموع ولتاژ دو سر مقاومت‌هاست، داریم:

$V=V_1+V_2\xrightarrow{V\uparrow,V_2\downarrow}V_1\uparrow$

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت R_1 افزایش می‌یابد.

میانبر در مدارهای دارای مقاومت متغیر هرگاه مقاومت متغیر در حال تغییر باشد.

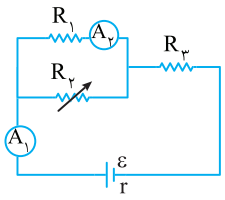
۱ ولتاژ و جریان مقاومت متغیر مخالف هم تغییر می‌کنند و همیشه تغییرات مقاومت متغیر و ولتاژ آن مشابه است.

۲ ولتاژ و جریان مقاومت ثابت در مدار مشابه یکدیگر تغییر می‌کند.

R_1 افزایش یافته پس ولتاژ آن افزایش می‌یابد و جریان آنکه همان جریان مدار است کاهش می‌یابد و با کاهش جریان، مقاومت r که ثابت است ولتاژ دو سرش $V'=Ir$ کاهش می‌یابد.

B ۲۳۹۲ **۳**

۱ همان‌گونه که می‌دانیم هر گاه یک مقاومت مدار افزایش یابد، مقاومت معادل افزایش می‌یابد. $R_2\uparrow\Rightarrow R_{eq}\uparrow$



۲ جریان کل مدار که توسط آمپرسنج A_1 نمایش داده می‌شود کاهش می‌یابد $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$ و آمپرسنج A_1 عدد کمتری نشان می‌دهد.

۳ ولتاژ دو سر باتری را بررسی می‌کنیم. با کاهش جریان مدار، ولتاژ دو سر باتری زیاد می‌شود. $(\uparrow V=\varepsilon-I\downarrow r)$

۴ ولتاژ دو سر مقاومت R_3 به دلیل کاهش جریان مدار کاهش می‌یابد.

$$\downarrow V_3=I\downarrow R_3$$

۵ ولتاژ دو سر مقاومت‌های موازی R_1 و R_2 برابر است با:

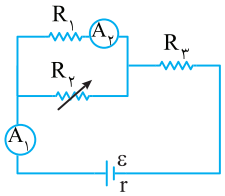
$$V_{12}=V_{\text{باتری}}-V_3\Rightarrow V_{12}\uparrow$$

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت R_1 و R_2 افزایش می‌یابد و جریان گذرنده از R_1 زیاد می‌شود $(\uparrow V_1=R_1I_1\uparrow)$ و آمپرسنج A_2 عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

میانبر ۱ هر گاه یکی از مقاومت‌های مدار افزایش یابد (چه متوالی و چه موازی) مقاومت معادل افزایش و جریان کل کاهش می‌یابد.

میانبر ۲ وقتی مقاومت متغیر افزایش یابد، ولتاژ دو سر آن افزایش و جریان آن کاهش می‌یابد. و وقتی مقاومت متغیر کاهش می‌یابد، ولتاژ دو سر آن کاهش و جریان آن افزایش می‌یابد. در این مسئله R_2 زیاد شده بنابراین ولتاژ دو سرش زیاد می‌شود یعنی ولتاژ دو سر R_1 که با آن موازی است زیاد می‌شود و جریان I_1 افزایش می‌یابد.

بازی با سؤال **در شکل زیر با کاهش مقاومت R_2 عددی که آمپرسنج‌های A_1 و A_2 نمایش می‌دهند به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟**

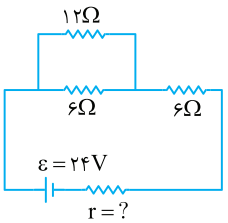


۱) کاهش - کاهش
۲) افزایش - کاهش
۳) کاهش - افزایش
۴) افزایش - افزایش

گزینهٔ ۲

B ۲۳۹۳ **۲**

کلید باز: مقاومت 3Ω در مدار قرار ندارد.

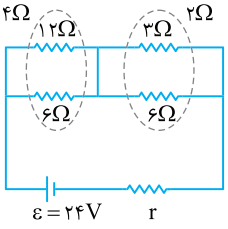


$$\text{موازی:}\ \frac{12\times6}{12+6}=4\Omega$$

$$R_{eq}=4+6=10\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{24}{10+r}\quad(1)$$

کلید بسته: مقاومت 3Ω با مقاومت 6Ω موازی می‌شود.



$$R'_{eq}=4+2=6V$$

$$I'=I+1=\frac{24}{6+r}\Rightarrow I=\frac{24}{6+r}-1\quad(2)$$

روابط (۱) و (۲) را با هم برابر قرار می‌دهیم

$$\frac{24}{10+r}=\frac{24-6-r}{6+r}\Rightarrow\frac{24}{10+r}=\frac{18-r}{6+r}$$

$$144+24r=180-10r+18r-r^2\Rightarrow r^2+16r-36=0$$

$$\Rightarrow(r-2)(r+18)=0\Rightarrow r=2\Omega$$

B ۲۳۹۴ **۱**

یادآوری هر گاه به مدار یک مقاومت موازی اضافه شود، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

۱ با بستن کلید K مقاومت R_2 با مقاومت R_1 موازی شده و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

۲ با کاهش مقاومت معادل، جریان کل مدار افزایش می‌یابد $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r})$ و آمپرسنج A عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

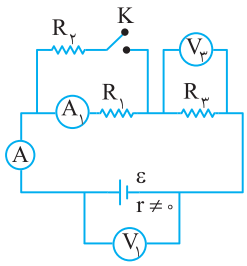
۳ ولتاژ دو سر باتری نیز کاهش می‌یابد $(\downarrow V_1=\varepsilon-\uparrow Ir)$ و ولتسنج V_1 عدد کمتری را نشان می‌دهد.

۴ ولتاژ دو سر مقاومت V_3 با افزایش جریان افزایش می‌یابد $(\uparrow V_3=R_3I\uparrow)$ و ولت‌سنج V_3 ولتاژ بیشتری نشان می‌دهد.

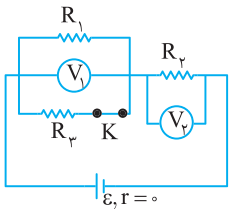
۵ ولتاژ دو سر مقاومت R_1 و R_2 کاهش می‌یابد.

$$V_1=V_2=\downarrow V_{R_{12}}=\downarrow V_1-V_3\uparrow$$

۶ با کاهش ولتاژ دو سر R_1، جریان R_1 نیز کاهش می‌یابد $(\downarrow I_1=\frac{V_1\downarrow}{\text{ثابت}R_1})$ و آمپرسنج A_1 عدد کمتری را نشان می‌دهد.



بازی با سؤال **در مدار شکل روبه‌رو با باز کردن کلید K، ولتاژی که ولت‌سنج‌های V_1 و V_2 نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟**

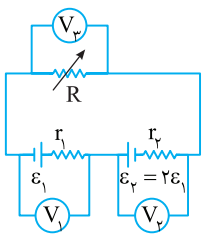


۱) افزایش، کاهش
۲) افزایش، افزایش
۳) کاهش، کاهش
۴) کاهش، افزایش

گزینهٔ ۱

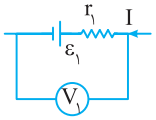
C ۲۳۹۵ **۴**

۱ با افزایش مقاومت R، مقاومت خارجی مدار افزایش می‌یابد. $(R\uparrow\Rightarrow R_{eq}\uparrow)$



۲ جریان خروجی باتری‌ها ناهمسو‌اند اما چون $\varepsilon_۲ > \varepsilon_۱$ است پس جهت جریان مدار در جهت جریان خروجی باتری (۲) یعنی ساعتگرد می‌شود و با افزایش مقاومت خواهیم داشت: جریان مدار کاهش می‌یابد $I=\frac{\varepsilon_۲-\varepsilon_۱}{R+r_۱+r_۲} \xrightarrow{\text{افزایش } R}$

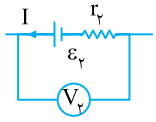
۳ $V_۱$: جریان به باتری (۱) وارد می‌شود و در واقع این باتری مصرف‌کننده (مانند باتری در حال شارژ) است و ولتاژ دو سر آن خواهد شد:



$V_۱=\varepsilon_۱+\downarrow Ir_۱ \xrightarrow[\text{عدد کوچک‌تری با } \varepsilon_۱ \text{ مجموع می‌شود}]{\text{I کاهش یافته}}$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۱) کاهش می‌یابد.

۴ $V_۲$: جریان از باتری (۲) خارج می‌شود بنابراین باتری مولد است و به مدار جریان می‌دهد پس:



$V_۲=\varepsilon_۲-\downarrow Ir_۲ \xrightarrow[\text{عدد کوچک‌تری از } \varepsilon_۲ \text{ کم می‌شود}]{\text{I کاهش یافته}}$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) افزایش می‌یابد.

۵ $V_۳$: جریان از باتری (۲) خارج و به باتری (۱) وارد می‌شود پس مجموع ولتاژ دو سر مقاومت R و باتری $\varepsilon_۱$ برابر ولتاژ دو سر باتری $\varepsilon_۲$ است.

$V_۲=V_۱+V_۳ \Rightarrow \uparrow V_۲=\downarrow V_۱+V_۳ \Rightarrow$ (برای مقاومت ↑)

اختلاف پتانسیل دو سر باتری $V_۳$ افزایش می‌یابد

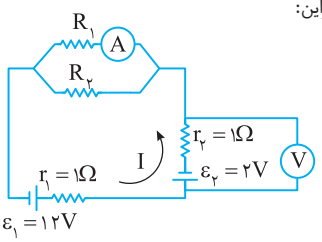
C ۲۳۹۶ ۱

جریان خروجی از باتری‌ها خلاف جهت هم است و $\varepsilon_۱ > \varepsilon_۲$ است بنابراین جریان مدار از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon_۱-\varepsilon_۲}{R_{eq}+r_۱+r_۲}$ به‌دست می‌آید.

یادآوری با اضافه شدن مقاومت موازی به مدار، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

افزایش می‌یابد: $I=\frac{\varepsilon_۱-\varepsilon_۲}{R_{eq}+r_۱+r_۲} \xrightarrow{R_{eq} \text{ در مخرج بوده و کاهش یافته}} I$

جریان به باتری (۲) وارد می‌شود، بنابراین:



افزایش می‌یابد: $V_۲=\varepsilon_۲+r_۲I \xrightarrow{I \text{ افزایش‌یافته}} V_۲$

جریان از باتری (۱) خارج می‌شود، بنابراین:

کاهش می‌یابد: $V_۱=\varepsilon_۱-r_۱I \xrightarrow{I \text{ افزایش یافته}} V_۱$

دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ موازی بوده و داریم: $V_{R_۱}=V_{R_۲}=V_{R_{۱,۲}}$

نکته باتری (۱) مولد است و بنابر قاعدهٔ حلقه اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر مجموع اختلاف پتانسیل‌های تمام مصرف‌کننده‌های مدار است:

کاهش می‌یابد: $V_۱=V_۲+V_{R_{۱,۲}} \xrightarrow[\text{افزایش یافته}:V_۲]{\text{کاهش یافته}:V_۱} V_{R_{۱,۲}}$

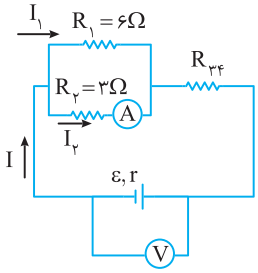
اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ کاهش یافته. بنابر قانون اهم داریم:

کاهش می‌یابد: $R_۱=\frac{V_{R_۱}}{I_{R_۱}} \xrightarrow[\text{کاهش } V_{R_۱}]{\text{ثابت } R_۱} I_{R_۱}$

آمپرسنج جریان مقاومت $R_۱$ را نشان می‌دهد که در حال کاهش است.

B ۲۳۹۷ ۲

ابتدا مقاومت معادل $R_۳$ و $R_۴$ را به‌صورت یک مقاومت فرض کنید. البته محاسبهٔ مقدار آن مهم نیست. حال حل را شروع می‌کنیم.



۱ با افزایش مقاومت $R_۲=۳\Omega$ به ۶Ω، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد.

۲ با افزایش مقاومت معادل، جریان کل مدار کاهش می‌یابد. $\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}$

۳ با کاهش جریان ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد و ولت‌سنج عدد بیشتری را نشان می‌دهد. $\uparrow V=\varepsilon-\downarrow Ir$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $(R_{۳۴})$ با کاهش جریان کاهش می‌یابد:

$\downarrow V_{۳۴}=R_{۳۴}I\downarrow$

۵ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل $R_{۱۲}$ افزایش می‌یابد زیرا:

$\uparrow V_{\text{باتری}}=V_{۱۲}+\downarrow V_{۳۴} \Rightarrow V_{۱۲}\uparrow$

۶ با افزایش ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ و $R_۲$، جریان گذرنده از $R_۱$ افزایش می‌یابد.

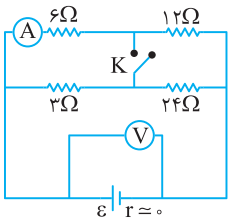
$\uparrow V_۱=I_۱R_۱ \Rightarrow I_۱\uparrow$ (ثابت)

$I_۲=\downarrow I-I_۱\uparrow \Rightarrow I_۲\downarrow$

جریان کل مدار $I=I_۱+I_۲$ است از این‌رو:

و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.

بازی با سؤال **در مدار زیر اگر کلید K بسته شود اعدادی که آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند، به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟** تجربی - ۹۸



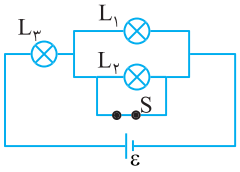
۱) کاهش - ثابت
۲) ثابت - افزایش
۳) کاهش - کاهش
۴) کاهش - افزایش

گزینهٔ ۱

B ۲۳۹۸ ۲

خط فکری دقت کنید اگر لامپ یا مقاومتی توسط سیم بدون مقاومت اتصال کوتاه شود، تمام لامپ‌ها یا مقاومت‌های دیگر هم که با آن موازی باشند، اتصال کوتاه می‌شوند.

نکتهٔ دیگر آنکه لامپ زمانی پرنورتر می‌شود که توان مصرفی آن افزایش یابد ($\frac{V^۲}{R}$ یا $RI^۲$) در واقع اگر جریان عبوری از لامپ یا اختلاف پتانسیل دو سر آن افزایش یابد، لامپ پرنورتر می‌شود.

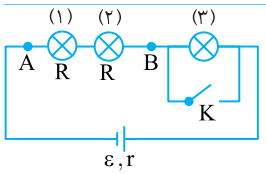


با بستن کلید S، لامپ‌های $L_۱$ و $L_۲$ از مدار حذف می‌شوند (لامپ‌های $L_۱$ و $L_۲$ موازی هستند)، بنابراین لامپ‌های $L_۱$ و $L_۲$ خاموش می‌شوند. حذف $L_۱$ و $L_۲$ از مدار باعث **کاهش مقاومت** معادل شده و جریان مدار زیاد می‌شود و لامپ $L_۳$ پرنور می‌شود.

B ۱ ۲۳۹۹

۱) با بستن کلید K لامپ شماره ۳ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت مدار کاهش می‌یابد $R_{eq}\downarrow$.

۲) با کاهش مقاومت کل، جریان مدار افزایش می‌یابد.



$$\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r}$$

۳) با افزایش جریان مدار، اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می‌یابد.

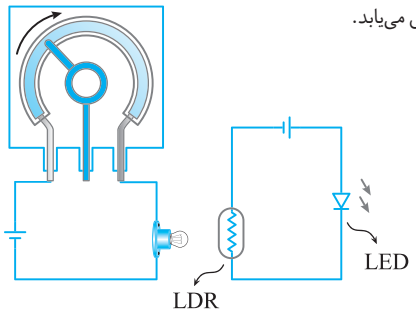
$$\downarrow V=\varepsilon-\uparrow Ir$$

۴) با افزایش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ‌های (۱) و (۲) $(\uparrow V=\uparrow IR)$ افزایش می‌یابد.

B ۴ ۲۴۰۰

با توجه به ورودی و خروجی پتانسیومتر، کل مقاومت پتانسیومتر در مدار قرار دارد و با حرکت لغزنده مقاومت آن تغییر نمی‌کند بنابراین جریان مدار ثابت می‌ماند. لامپ با پتانسیومتر متوالی بسته شده و جریان لامپ نیز تغییر نمی‌کند بنابراین روشنایی آن ثابت می‌ماند.

یادآوری اگر روشنایی محیطی که LDR در آن قرار دارد افزایش یابد، مقاومت LDR کاهش می‌یابد.



چون روشنایی لامپ ثابت است پس مقاومت LDR ثابت مانده و جریان مدار دارای LED نیز ثابت خواهد ماند و روشنایی LED نیز ثابت خواهد ماند.

B ۲ ۲۴۰۱

یادآوری در نیم‌رساناها با افزایش دما، مقاومت نیم‌رسانا کاهش می‌یابد.

۱ با گذشت زمان دمای ترمیستور بالا رفته و از آنجایی که ترمیستور از جنس نیم‌رسانا است، مقاومت آن با افزایش دما کاهش می‌یابد.

۲ با کاهش مقاومت معادل مدار جریان افزایش می‌یابد.

$$I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r}\Rightarrow$$ جریان افزایش می‌یابد

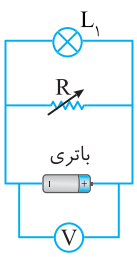
۳ ولتاژ دو سر باتری با افزایش جریان، کاهش می‌یابد.

$V=\varepsilon-\uparrow Ir\Rightarrow$ ولتاژ دو سر باتری کاهش می‌یابد

۴ لامپ با باتری به‌طور موازی بسته شده و ولتاژ دو سر لامپ برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری است و با کاهش ولتاژ دو سر باتری، ولتاژ دو سر لامپ نیز کاهش یافته و روشنایی لامپ کاهش می‌یابد.

B ۳ ۲۴۰۲

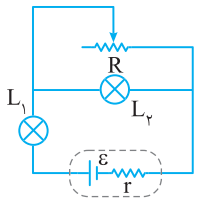
خط فکری هر گاه ولتسنج به دو سر باتری متصل باشد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد و اگر باتری آرمانی باشد یعنی مقاومت درونی نداشته باشد، اختلاف پتانسیل دو سر آن با تغییرات مدار تغییر نمی‌کند و همواره برابر نیروی محرکهٔ باتری (ε) است که در حل این تست باید این مطلب را به خاطر داشته باشید.



با تغییر مقاومت R، عدد ولتسنج تغییر نکرده است یعنی باتری آرمانی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت و برابر نیروی محرکهٔ باتری ε است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر لامپ L_1 که به سر باتری متصل است نیز ثابت و برابر نیروی محرکه باتری است $(V_{L_1}=\varepsilon)$، از این‌رو نور لامپ تغییر نمی‌کند.

B ۲ ۲۴۰۳

۱ با حرکت لغزنده به سمت راست، قسمت کمتری از مقاومت R در مدار قرار می‌گیرد و مقاومت متغیر (R) کاهش می‌یابد. می‌دانیم کاهش هر مقاومت مدار باعث کاهش مقاومت معادل مدار می‌شود، بنابراین مقاومت معادل کاهش می‌یابد.



۲ جریان مدار به دلیل کاهش مقاومت معادل افزایش می‌یابد. $\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r}$

۳ لامپ L_1 با باتری متوالی است و با افزایش جریان مدار، جریان لامپ L_1 افزایش می‌یابد و نور آن زیاد می‌شود. $(\uparrow V_1=R_{L_1}I\uparrow)$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می‌یابد. $(\downarrow V=\varepsilon-\uparrow Ir)$

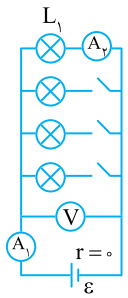
۵ اختلاف پتانسیل دو سر L_2 و مقاومت R کاهش می‌یابد.

$(\downarrow V=\uparrow V_{L_1}+V_{L_2}\downarrow)$

۶ با کاهش ولتاژ دو سر L_2 نور لامپ L_2 کاهش می‌یابد.

C ۳ ۲۴۰۴

اولین نکته‌ای که باید به آن توجه کرد این است که در این مسئله باتری مقاومت درونی ندارد و هر تغییری در مدار رخ دهد، ولتاژ دو سر باتری برابر ε بوده و تغییر نمی‌کند یعنی عدد ولتسنج همواره ε را نشان می‌دهد. با بستن هر کلید یک مقاومت موازی به مدار اضافه می‌شود و مقاومت معادل کاهش می‌یابد، در نتیجه جریان مدار افزایش می‌یابد و آمپرسنج A_1 عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

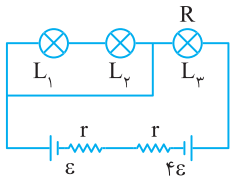


$$\downarrow R_{eq}\Rightarrow\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r}$$

اما ولتاژ دو سر لامپ L_1 که با باتری موازی بسته شده همچنان با نیروی محرکهٔ باتری ε برابر است و عدد آمپرسنج A_2 تغییر نمی‌کند.

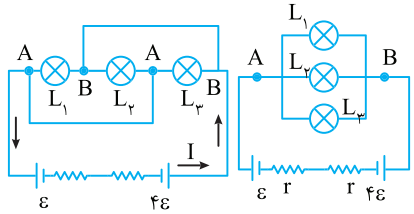
C ۳ ۲۴۰۵

حالت اول کلید K باز: لامپ‌های L_1 و L_2 اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شوند و تنها مقاومت مدار L_3 است.



$$R_{eq}=R_{L_3}=R$$

حالت دوم کلید K بسته: شکل قرارگیری لامپ‌ها در مدار با توجه به نام‌گذاری به‌صورت زیر می‌شود:



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{R}{n}=\frac{R}{۳}$$

یادآوری با اضافه شدن مقاومت موازی به مدار مقاومت معادل کاهش می‌یابد.

مدار دارای دو باتری است که جریان خروجی آن‌ها ناهمسو بوده و چون $\varepsilon<۴\varepsilon$ است پس جریان در مدار پادساعتگرد است.

$$I=\frac{۴\varepsilon-\varepsilon}{R_{eq}+۲r}=\frac{۳\varepsilon}{R_{eq}+۲r}$$

بنابراین با بسته شدن کلید R_{eq} کاهش می‌یابد و جریان مدار افزایش می‌یابد، $I=\frac{\varepsilon_t}{R_{eq}+r}\uparrow$ ولتسنج به باتری ε که مصرف‌کننده است متصل بوده از این‌رو:

$V=\varepsilon+rI\uparrow$: جریان به قطب مثبت باتری وارد می‌شود

اختلاف پتانسیل دو سر باتری افزایش می‌یابد $\xrightarrow{I \text{ افزایش یافته}}$

اکنون به سراغ چگونگی تغییر نور لامپ L_3 برویم:

کلید باز: تنها لامپ L_3 در مدار قرار دارد و جریان عبوری از لامپ L_1 مطابق شکل زیر برابر است با:

$R_{eq}=R \quad , \quad I=\frac{3\varepsilon}{R+2r}$

کلید بسته: سه لامپ L_1، L_2 و L_3 با مقاومت‌های یکسان باهم موازی‌اند و جریان مدار مساوی بین این سه لامپ تقسیم می‌شود:

$R_{eq}=\frac{R}{n}=\frac{R}{3}$

$I'=\frac{3\varepsilon}{\frac{R}{3}+2r} \xrightarrow{\text{جریان عبوری از هر لامپ}} \frac{I'}{3}$

$\frac{\frac{I'}{3}}{3}=\frac{\frac{3\varepsilon}{\frac{R}{3}+2r}}{3} \Rightarrow \frac{I'}{3}=\frac{3\varepsilon}{R+6r}$

بنابراین جریان عبوری از لامپ L_3 در حالت اول $\frac{3\varepsilon}{R+2r}$ و در حالت دوم $\frac{3\varepsilon}{R+6r}$ است پس جریان عبوری از لامپ L_3 کاهش یافته و روشنایی آن کاهش می‌یابد.

۴ ۲۴۰۶ B

یادآوری هر گاه یک مقاومت موازی را از مدار حذف کنید، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد.

۱ با سوختن لامپ D در واقع یک مقاومت موازی از مدار حذف می‌شود و مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد $(R_{eq}\uparrow)$.

۲ جریان کل مدار که از لامپ A نیز می‌گذرد کاهش می‌یابد $(I\downarrow=\frac{\varepsilon}{R_{eq}\uparrow+r})$ و نور لامپ A کمتر می‌شود.

۳ ولتاژ دو سر لامپ A به دلیل کاهش جریانش کم می‌شود. $V_A=R_A I\downarrow$

۴ ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد. $V=\varepsilon-Ir\uparrow$

۵ ولتاژ دو سر لامپ‌های موازی B و C افزایش می‌یابد.

$V_{BC}=V_{\text{باتری}}\uparrow-V_A\downarrow$

۶ با افزایش ولتاژ دو سر لامپ B و C نور لامپ آن‌ها افزایش می‌یابد.

بازی با سؤال در شکل زیر با سوختن لامپ L_2 روشنایی لامپ L_4 چگونه تغییر می‌کند؟

۱) افزایش می‌یابد.

۲) کاهش می‌یابد.

۳) تغییر نمی‌کند.

۴) هر سه حالت ممکن است.

گزینه ۱

۲ ۲۴۰۷ B

خط فکری باید هر دو حالت مسئله را جداگانه بررسی و سپس مقایسه کنید و در هر حالت مقاومت معادل، جریان مدار و چگونگی تقسیم جریان در لامپ‌ها را مشخص کنید تا بتوانید در مورد روشنایی لامپ L_1 اظهار نظر کنید.

حالت دوم (کلید K_2 باز و کلید K_1 بسته)

حالت اول (کلید K_1 بسته و کلید K_2 باز)

لامپ‌ها مشابه هستند و مقاومت هر یک از آن‌ها را R فرض می‌کنیم، به مدارها دقت کنید. در حالت اول مقاومت لامپ L_4 با باتری متوالی است و قطعاً مقاومت معادل کل مدار از R بیشتر است اما در حالت دوم سه مقاومت متوالی L_2، L_3 و L_4 با مقاومت L_1 موازی و مقاومت معادل مدار قطعاً از R کمتر است بنابراین در حالت دوم جریان مدار بیشتر از حالت اول است و آمپرسنج عدد بیشتری نمایش می‌دهد. از طرفی در حالت دوم، لامپ L_1 به‌طور مستقیم به دو سر باتری متصل می‌شود و اختلاف پتانسیل دو سر آن از حالت اول بیشتر و روشنایی لامپ L_1 بیشتر می‌شود.

۴ ۲۴۰۸ B

مقاومت درونی مولد ناچیز است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با $V=\varepsilon-rI \xrightarrow{r=0} V=\varepsilon$ و با تغییر مقاومت R نیروی محرکه ثابت مانده و V تغییر نمی‌کند، اما توان خروجی مولد (مصرف شده در R) با افزایش R کاهش می‌یابد. زیرا اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر نیروی محرکهٔ مولد بوده و ثابت است و طبق رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ با افزایش R، توان کاهش می‌یابد و یا طبق رابطهٔ $P=\varepsilon I-rI^2$ چون $r=0$ بوده پس $P=\varepsilon I$ است و با افزایش R چون جریان کاهش می‌یابد $(I=\frac{\varepsilon}{R+r}\downarrow)$ توان خروجی کاهش خواهد یافت.

۳ ۲۴۰۹ C

اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با:

$V=\varepsilon-rI \xrightarrow[\text{با افزایش R جریان کاهش می‌یابد}]{I=\frac{\varepsilon}{r+R}} V=\varepsilon-(Ir)\downarrow$

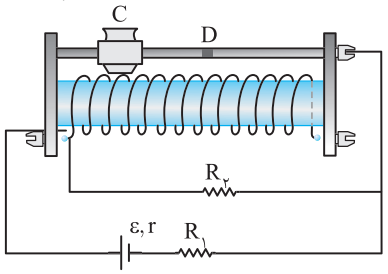
$\Rightarrow$ V افزایش یافته است

توان خروجی مولد برابر $P=\varepsilon I-rI^2$ است و می‌دانیم که نمودار $P-I$ به‌صورت مقابل است. اگر در ابتدا $R<r$ (نقطهٔ (۱)) باشد، با افزایش مقاومت مطابق شکل توان افزایش می‌یابد اما اگر $R>r$ (نقطهٔ (۲)) باشد، با افزایش مقاومت مطابق شکل توان کاهش می‌یابد.

از این‌رو چون در صورت سؤال دربارهٔ R اطلاعاتی داده نشده است نمی‌توان در مورد افزایش یا کاهش توان خروجی مولد اظهارنظر کرد و ممکن است توان افزایش یا کاهش یابد.

B ۱ ۲۴۱۰

خط فکری مقاومت R_1 با باتری متوالی است و جریان آن با جریان کل مدار برابر است و برای بررسی توان گرمایی آن باید چگونگی تغییر جریان مدار در اثر تغییر مقاومت معادل را به‌دست آورد و به کمک رابطهٔ $P=RI^2$ در مورد توان گرمایی R_1 اظهار نظر کرد.



با حرکت لغزنده از C به D طول سیم مقاومت متغیر رئوستا افزایش یافته و مقاومت آن زیاد می‌شود. با افزایش مقاومت متغیر، مقاومت کل مدار افزایش یافته بنابراین:

$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_{کل}$ کاهش می‌یابد

$\Rightarrow P_1=R_1I_1^2\downarrow=$ توان گرمایی مقاومت R_1 کاهش می‌یابد

ولتاژ دو سر باتری افزایش و ولتاژ دو سر R_1 کاهش می‌یابد در این صورت V_2 که برابر ولتاژ دو سر مقاومت متغیر و مقاومت R_2 است افزایش می‌یابد.

$$\left.\begin{array}{l}V=\varepsilon-\downarrow Ir\Rightarrow V\text{ افزایش می‌یابد}\\ V_1=R_1I\downarrow\Rightarrow V_1\text{ کاهش می‌یابد}\end{array}\right\}\Rightarrow\uparrow V=\downarrow V_1+V_2$$

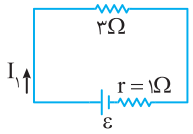
$\Rightarrow$ توان گرمایی مقاومت R_2 افزایش می‌یابد $\Rightarrow P_2=\frac{V_2^2\uparrow}{R_2}\Rightarrow V_2$ افزایش می‌یابد

میانبر هر گاه یک مقاومت در مدار افزایش یابد، اختلاف پتانسیل دو سر آن افزایش و جریان آن کاهش می‌یابد و جریان مقاومت موازی با آن زیاد می‌شود.

با افزایش مقاومت رئوستا ولتاژ دو سر آن افزایش می‌یابد و ولتاژ دو سر R_2 که با رئوستا موازی است زیاد شده، توان گرمایی آن $(\uparrow P_2=\frac{\uparrow V^2}{R_2})$ زیاد می‌شود در مورد توان گرمایی R_1 همان استدلال بالا را به کار می‌بریم.

C ۲ ۲۴۱۱

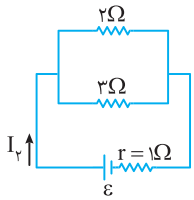
حالت اول (کلید باز): مقاومت مدار تنها مقاومت 3Ω است و جریان مدار برابر است با:



$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_1=\frac{\varepsilon}{3+1}\Rightarrow I_1=\frac{\varepsilon}{4}$$

توان مصرفی در مقاومت خارجی را به‌دست می‌آوریم: $P=RI^2\Rightarrow P_1=3\times(\frac{\varepsilon}{4})^2$

حالت دوم (کلید بسته): دو مقاومت 2Ω و 3Ω باهم موازی‌اند و مقاومت معادل مدار برابر است با:



$$R_{eq}=\frac{2\times3}{2+3}=1/2\,\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I_2=\frac{\varepsilon}{1/2+1}\Rightarrow I_2=\frac{\varepsilon}{2/2}A$$

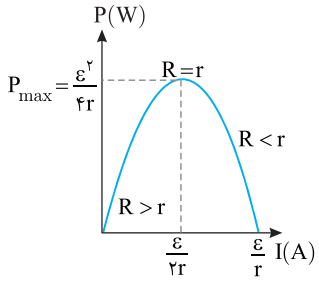
توان مصرفی در مقاومت خارجی خواهد شد. $P_2=R_{eq}I^2\Rightarrow P_2=1/2\times(\frac{\varepsilon}{2/2})^2$

بنابراین:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{1/2(\frac{\varepsilon}{2/2})^2}{3(\frac{\varepsilon}{4})^2}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=0/4(\frac{4}{2/2})^2\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{1/6}{1/21}>1$$

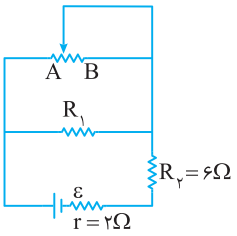
توان مصرفی افزایش می‌یابد.

میانبر توان مصرفی در مدار خارجی یا توان خروجی باتری $P=\varepsilon I-rI^2$ تابع درجه ۲ از جریان بوده و نمودار آن مطابق شکل زیر سهمی است و در نقطهٔ $R=r$ بیشینه است. با توجه به نمودار و اعداد روی مدار ابتدا مقاومت $R=3\,\Omega>r$ بوده سپس $R=1/2\,\Omega>r$ است یعنی به سمت بیشینه نمودار می‌رویم و توان در حال افزایش است. یعنی در این مسائل کافی است مقاومت خارجی را حساب کنید اگر مقاومت خارجی به سمت مقاومت درونی باتری برود توان در مدار خارجی در حال افزایش و اگر در حال دور شدن از مقاومت درونی باتری باشد توان در حال کاهش است.



C ۳ ۲۴۱۲

۱ با حرکت لغزنده از A به B، مقاومت متغیر زیاد می‌شود و با افزایش هر مقاومت در مدار، مقاومت معادل افزایش می‌یابد. $(R_{eq}\uparrow)$



۲ با افزایش مقاومت معادل مدار، جریان کل کاهش می‌یابد. $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$

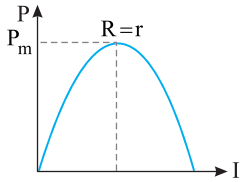
۳ با کاهش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 کاهش می‌یابد. $(\downarrow V_2=R_2I\downarrow)$

۴ ولتاژ دو سر باتری با کاهش جریان افزایش می‌یابد. $(\uparrow V_{باتری}=\varepsilon-I\downarrow r)$

۵ ولتاژ دو سر مقاومت متغیر و مقاومت R_1 که باهم موازی هستند افزایش می‌یابد. $(V_{R_1}=\uparrow V_{باتری}-V_2\downarrow)$

بنابراین توان مصرفی در مقاومت R_1 افزایش می‌یابد. $(\uparrow P_1=\frac{\uparrow V_1^2}{R_1})$

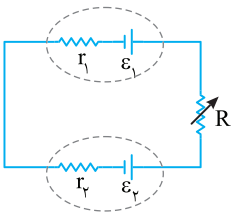
توان خروجی مولد برحسب جریان مدار یک تابع درجه دو $P=-rI^2+\varepsilon I$ است که نمودار آن سهمی است و وقتی توان بیشینه است که مقاومت خارجی با مقاومت درونی برابر باشد $(R=r)$، در این صورت اگر مقاومت خارجی مدار هنگام افزایش در حال دور شدن از مقاومت درونی باشد، توان در حال کاهش است. به مدار نگاه کنید. مقاومت $6\,\Omega$ $(R_2>r)$ با باتری متوالی است و قطعاً مقاومت مدار از $6\,\Omega$ بزرگ‌تر است و با افزایش مقاومت متغیر، مقاومت معادل افزایش می‌یابد و از r دورتر می‌شود بنابراین توان خروجی کاهش می‌یابد.



B ۱ ۲۴۱۳

در حل این مسائل مرحله به مرحله جلو می‌رویم.

۱ با کاهش مقاومت R، جریان کلی مدار افزایش می‌یابد. $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r})$



۲ با توجه به نحوهٔ اتصال دو باتری در مدار و فرض مسئله $(\varepsilon_2<\varepsilon_1)$، باتری ε_1، مولد جریان و باتری ε_2 مصرف‌کننده است.

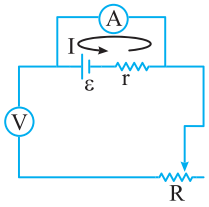
۳ ولتاژ دو سر باتری (۱)، با افزایش جریان I، کاهش می‌یابد $(\downarrow V_1=\varepsilon_1-\uparrow Ir_1)$

۴ توان ورودی باتری (۲) یعنی $P=\varepsilon I+rI^2$ با افزایش I افزایش می‌یابد.

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B ۲۴۱۴ ۱

ولت‌سنج به صورت متوالی با مقاومت R در مدار قرار گرفته است. مقاومت ولت‌سنج بسیار زیاد است بنابراین از مدار خارجی جریانی عبور نمی‌کند و مسیر شارش جریان از حلقه آمپرسنج است که مقاومت آن ناچیز می‌باشد. بنابراین:



$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{R=0}I=\frac{\varepsilon}{r}$$

که I همان جریانی است که آمپرسنج نشان می‌دهد و مستقل از مقاومت خارجی است، پس با حرکت لغزنده عدد آمپرسنج تغییری نمی‌کند.

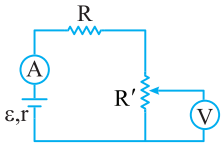
از مقاومت خارجی (R) جریانی عبور نمی‌کند، در واقع از مدار حذف می‌شود در این حالت ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که برابر است با:

$$V=\varepsilon-Ir=\varepsilon-\frac{\varepsilon}{r}\times r=0$$

بنابراین ولت‌سنج عدد صفر را نشان می‌دهد و با حرکت لغزنده تغییری در عدد ولت‌سنج ایجاد نمی‌شود.

B ۲۴۱۵ ۲

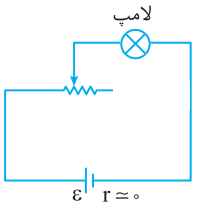
از ولت‌سنج آرمانی به دلیل مقاومت بسیار زیاد آن جریانی نمی‌گذرد و در مدار دو مقاومت ثابت و متوالی R و R' وجود دارد. با حرکت لغزنده در مقاومت معادل مدار تغییر حاصل نمی‌شود $(R_{eq}=\text{ثابت})$. با ثابت ماندن مقاومت



معادل، جریان مدار نیز ثابت می‌ماند $(I_{\text{ثابت}}=\frac{\varepsilon_{\text{ثابت}}}{R_{eq_{\text{ثابت}}}+r_{\text{ثابت}}})$ و در عدد آمپرسنج تغییری حاصل نمی‌شود. اما به شکل نگاه کنید با حرکت لغزنده به سمت بالا ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت بزرگ‌تری را اندازه‌گیری می‌کند و با ثابت بودن جریان، ولتاژی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، بیشتر می‌شود $(\uparrow V=I_{\text{ثابت}}R\uparrow)$

A ۲۴۱۶ ۲

اگر لغزنده به سمت راست برود مقاومت مدار افزایش می‌یابد و جریان مدار کاهش می‌یابد $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$ و نور لامپ کم می‌شود.

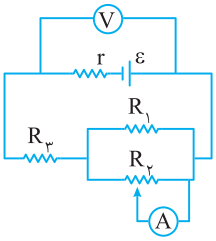


بنابراین گزینهٔ (۱)، (۳) و (۴) نادرست است. با حرکت لغزنده به سمت چپ مقاومت متغیر کاهش می‌یابد یعنی مقاومت معادل مدار کم می‌شود و جریان مدار افزایش می‌یابد $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r})$ و نور لامپ بیشتر می‌شود و گزینهٔ (۲) درست است.

C ۲۴۱۷ ۳

یادآوری مقاومت آمپرسنج آرمانی ناچیز است و اگر آمپرسنج با یک شاخه از مدار موازی بسته شود سبب اتصال کوتاه آن شاخه می‌شود و جریانی از شاخهٔ موازی با آمپرسنج نمی‌گذرد.

۱ با حرکت لغزنده به سمت راست مقاومت کمتری با آمپرسنج موازی شده و از مدار حذف می‌شود، در واقع با حرکت لغزنده به سمت راست مقاومت R_2 افزایش یافته و مقاومت معادل نیز افزایش می‌یابد.



۲ با افزایش مقاومت معادل طبق رابطهٔ $\downarrow I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$، جریان کل مدار کاهش می‌یابد.

۳ ولتاژ دو سر باتری یعنی عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد افزایش می‌یابد:

$$V=\varepsilon-\downarrow Ir\Rightarrow V\uparrow$$

۴ طبق رابطهٔ $\downarrow V_3=R_3\downarrow I$، با کاهش I ولتاژ دو سر مقاومت R_3، کاهش می‌یابد.

۵ بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_1 و R_2 افزایش می‌یابد.

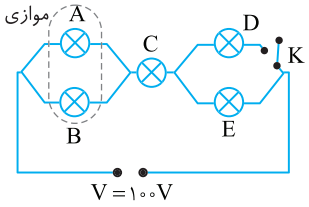
$$\uparrow V_{12}=\uparrow V-V_3\downarrow$$

۶ حال با توجه به اینکه $I_1=\frac{V_1\uparrow}{R_1}$، پس جریان عبوری از مقاومت R_1 افزایش یافته و چون جریان کل کاهش یافته است با توجه به رابطهٔ $\downarrow I=\uparrow I_1+I_2$، بنابراین I_2 یا همان جریان عبوری از آمپرسنج کاهش می‌یابد.

C ۲۴۱۸ ۳

لامپ‌ها مشابه هستند. با توجه به مشخصات نوشته شده روی هر لامپ، مقاومت آن لامپ را حساب می‌کنیم.

$$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow R=\frac{100\times100}{200}\Rightarrow R=50\,\Omega$$



۱ با بستن کلید K، لامپ D به‌طور موازی با لامپ E قرار می‌گیرد و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

۲ در نتیجه جریان مدار افزایش می‌یابد. $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r})$

۳ با افزایش جریان مدار، ولتاژ دو سر مجموعهٔ لامپ‌های A، B و C افزایش می‌یابد. $(\uparrow V=I\uparrow R)$

۴ از این‌رو ولتاژ دو سر لامپ E کاهش می‌یابد $(\downarrow V_{ED}=V_{\text{ثابت}}-\uparrow(V_{AB}+V_C))$ و روشنایی لامپ E، کاهش می‌یابد.

اکنون به سراغ تحلیل توان مصرفی لامپ A می‌رویم.

وقتی کلید باز است، مقاومت کل مدار برابر است با: $R_{eq}=\frac{50}{2}+50+50=R_{eq}=125\,\Omega$

جریان مدار در این حالت خواهد شد: $I_T=\frac{V}{R_{eq}}=\frac{100}{125}\Rightarrow I_T=\frac{4}{5}=0/8A$

جریان گذرنده از A برابر $0/4A$ می‌شود.

اما وقتی کلید بسته می‌شود لامپ‌ها E و D موازی، لامپ‌های A و B موازی و معادل آن‌ها با لامپ C متوالی است، از این‌رو مقاومت کل مدار برابر است با: $R'_{eq}=\frac{50}{2}+50+\frac{50}{2}=100\,\Omega$

جریان مدار برابر است با: $I'_T=\frac{V}{R'}=\frac{100}{100}=1A$

جریان مدار به‌طور مساوی بین دو لامپ موازی A و B تقسیم می‌شود و جریان گذرنده از لامپ A برابر $0/5A$ خواهد بود. توان لامپ A را در حالت اول و دوم حساب می‌کنیم:

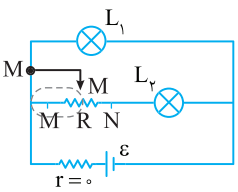
$$P_A=RI_A^2=50\times(0/4)^2\Rightarrow P_A=50\times0/16=8W$$

$$P'_A=RI'^2_A=50\times(0/5)^2\Rightarrow P'_A=50\times0/25=12/5W$$

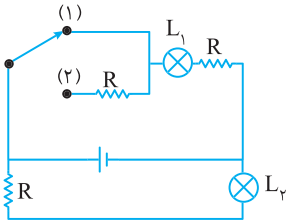
$$\text{افزایش } P'_A-P_A=12/5-8=4/5W$$

B ۲۴۱۹ ۴

به قسمتی که روی شکل مشخص شده است نگاه کنید. دو سر سیم بدون مقاومت باعث اتصال کوتاه می‌شود یعنی هر چه لغزنده از M به N برود مقاومت بزرگ‌تری اتصال کوتاه می‌شود و مقاومت R کاهش می‌یابد و مقاومت شاخه شامل مقاومت R و لامپ L_2 (شاخهٔ وسطی) کاهش می‌یابد. باتری بدون مقاومت درونی است، از این‌رو ولتاژ دو سر شاخه‌ها برابر نیروی محرکه باتری بوده و تغییر نمی‌کند در نتیجه جریان L_1 و نور آن ثابت می‌ماند اما جریان L_2 و نور آن افزایش می‌یابد.



بازی با سؤال **در مدار شکل زیر اگر باتری آرمانی باشد و کلید را از وضعیت (۱) به وضعیت (۲) تغییر دهیم، نور لامپ L_1 و L_2 به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟**

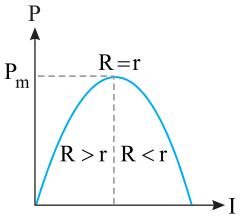


۱) کاهش می‌یابد - تغییر نمی‌کند.
۲) افزایش می‌یابد - تغییر نمی‌کند.
۳) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد.
۴) کاهش می‌یابد - کاهش می‌یابد.

گزینهٔ ۱

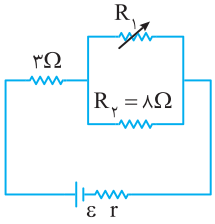
C ۲۴۲۰ ۴

یادآوری توان خروجی باتری (توان مصرفی در مقاومت‌ها) یک تابع درجه از جریان است $(P=-rI^2+\varepsilon I)$ که نمودار آن سهمی است و توان وقتی بیشینه است که مقاومت خارجی مدار با مقاومت درونی باتری برابر شود $(R=r)$ و هر گاه مقاومت خارجی به مقاومت درونی باتری نزدیک شود، توان افزایش و هر گاه از مقاومت درونی باتری دور شود توان کاهش می‌یابد.



مقاومت R_1 و R_2 متوالی هستند و با کاهش مقاومت R_1 از 10Ω به 2Ω، مقاومت معادل $(R_{eq}=R_1+R_2)$ از 12Ω به 4Ω تغییر می‌کند. با توجه به صورت سؤال توان ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است یعنی مقاومت معادل ابتدا به مقاومت درونی نزدیک و سرانجام با آن برابر شده و پس از آن مقاومت معادل از مقاومت درونی کمتر شده بنابراین مقاومت درونی باید از 4Ω بیشتر و از 12Ω کمتر باشد که در گزینهٔ (۴) مقدار مقاومت $r=4\Omega$ بوده که در بازه به‌دست آمده قرار ندارد.

بازی با سؤال **در مدار روبه‌رو مقاومت رئوستا (R_1) را به تدریج از 12Ω به 8Ω کاهش می‌دهیم. اگر توان مصرفی ابتدا افزایش و سپس کاهش یابد، مقاومت r کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟**



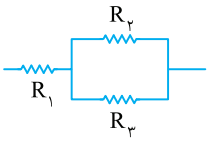
۱) ۲ ۲) ۴/۵
۳) ۷/۵ ۴) ۹

گزینهٔ ۳

C ۲۴۲۱ ۳

خط فکری باتری دارای مقاومت درونی است بنابراین با تغییر مقاومت مدار و تغییر جریان باتری به نظر می‌رسد که توان خروجی باتری باید تغییر کند اما چرا چنین نشده است؟

قطعاً در این حالت مطابق نمودار P−I، یک‌بار مقاومت خارجی از r بزرگ‌تر و بار دیگر کوچک‌تر شده است. با باز کردن کلید K، مقاومت R_3 از مدار خارج می‌شود و با خروج یک مقاومت موازی از مدار مقاومت معادل افزایش و جریان مدار کاهش می‌یابد و برای آنکه توان خروجی تغییر نکند باید ابتدا مقاومت معادل مدار خارجی از مقاومت درونی باتری r کوچک‌تر و سپس بزرگ‌تر باشد.



در نتیجه در حالت اول که دو مقاومت R_2 و R_3 موازی و با مقاومت R_1 متوالی هستند خواهیم داشت:

$$R_{eq}<r \Rightarrow R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}<r \Rightarrow R_1<r \Rightarrow \frac{R_1}{r}<1$$

B ۲۴۲۲ ۲

۱ با افزایش مقاومت R_1، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد. $(R_{eq}\uparrow)$

۲ با افزایش مقاومت معادل، جریان مدار کاهش می‌یابد. $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r})$

۳ با کاهش جریان مدار، ولتاژ دو سر مقاومت R_2 که با باتری متوالی است و از آن جریان کل مدار می‌گذرد، کاهش می‌یابد $(\downarrow V_2=\downarrow IR_2)$ و ولتسنج V_2 عدد کمتری نشان می‌دهد.

نکته می‌توان اثبات کرد که هر گاه در یک مدار، مقدار مقاومتی افزایش یابد، ولتاژ دو سر آن افزایش و جریان آن کاهش می‌یابد.

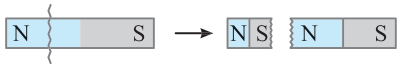
با افزایش R_1، ولتاژ دو سر آن زیاد می‌شود و ولتسنج V_1 عدد بزرگ‌تری را نمایش می‌دهد.

فصل هشتم: مغناطیس

پنجره ۱

A ۲۴۲۳ ۳

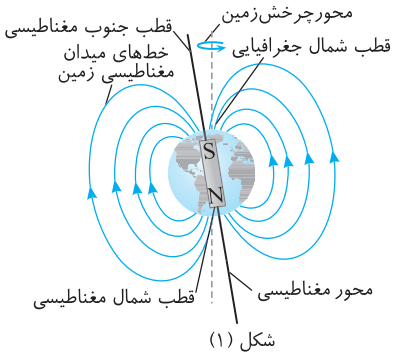
از آنجا که در طبیعت تک‌قطبی مغناطیسی وجود ندارد از هر کجا که این آهنربا را برش دهیم، قسمت‌های حاصل، آهنربای کامل خواهند بود و دو قطب N و S خواهند داشت.



A ۲۴۲۴ ۳

وقتی یک سوزن مغناطیسی‌شده یا یک عقربهٔ مغناطیسی را از وسط آن آویزان کنیم در **بیشتر** نقاط زمین، به‌طور افقی قرار نمی‌گیرد و امتداد آن با سطح افقی زمین زاویه می‌سازد، به این زاویه **شیب مغناطیسی** می‌گویند. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

نکته در نیمکرهٔ شمالی قطب N عقربه به سمت سطح زمین قرار می‌گیرد. روی خط استوا عقربه مغناطیسی موازی سطح زمین و در نیمکرهٔ جنوبی عقربه مغناطیسی به نحوی قرار می‌گیرد که قطب S آن رو به پایین و قطب N آن رو به بالا خواهد بود.



شکل (۱)

A ۲۴۲۵ ۱

یک آهنربا همواره دارای دو قطب N و S است و خطوط میدان بیرون آهنربا از N به S و درون آن از S به N بوده و خطوط بسته هستند. اگر آهنربا را از وسط نیز نصف کنیم مجدداً دو آهنربای کامل به‌دست می‌آید که باز خطوط آن‌ها بسته هستند. بنابراین عبارت «خطوط میدان مغناطیسی خطوط بسته‌ای هستند» و عبارت «تک‌قطبی مغناطیسی وجود ندارد» معادل هم هستند. در واقع آهنربایی با یک قطب وجود ندارد.

A ۲۴۲۶ ۳

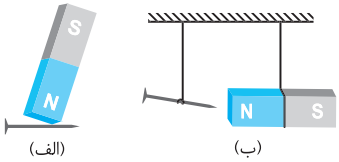
اگر میلهٔ A آهنربا و میلهٔ B آهن معمولی بود، با حرکت A، نیروی مغناطیسی که A به B وارد می‌کرد تغییری نمی‌کرد. بنابراین میلهٔ A آهن و میلهٔ B آهنرباست و هرچه از نقطهٔ (۱) که قطب آهنربای B است به وسط این آهنربای میله‌ای می‌رویم، خاصیت مغناطیسی کاهش می‌یابد، اما قطب‌های N و S آهنربای B قابل تشخیص نیست، زیرا اگر نقطهٔ (۱)، قطب N و یا قطب S باشد، این پدیده تفاوتی نمی‌کند. بنابراین گزینه (۳) درست است.

A ۲۴۲۷ ۴

القای مغناطیسی در اجسام **آهنی ایجاد** می‌شود و همواره سبب **ربایش آهن** است. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۲۴۲۸ ۳

با حرکت آهنربا مطابق شکل (الف) روی سوزن، نوک سوزن قطب S و ته گرد سوزن قطب N می‌شود و وقتی دو آهنربا را مطابق شکل (ب) کنار هم قرار می‌دهیم، قطب‌های ناهمنام در کنار هم قرار می‌گیرند و یکدیگر را می‌ربایند. پس نیروی مغناطیسی وارد بر آهنربا به سمت چپ و نیروی مغناطیسی وارد بر سوزن به سمت راست وارد می‌شود.

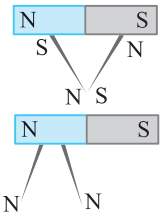


(الف) (ب)

A ۲۴۲۹ ۲

خط فکری هرگاه یک سوزن به آهنربا نزدیک شود، در اثر القای مغناطیسی، سوزن به‌گونه‌ای آهنربا می‌شود که سمت نزدیک‌تر آن به هر قطب آهنربا با آن قطب ناهمنام شده، سوزن و آهنربا یکدیگر را جذب می‌کنند و سر دیگر سوزن قطب همنام با آن قطب آهنربا می‌شود.

در شکل گزینه (۱) نوک سوزن سمت راست قطب N و نوک سوزن سمت چپ قطب S است و باید این دو قطب ناهمنام یکدیگر را جذب کنند اما در شکل (۱) نوک سوزن‌ها یکدیگر را دفع کرده‌اند و گزینهٔ (۱) نادرست است.

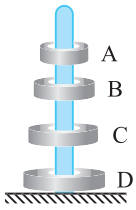


در شکل گزینه (۲) نوک سوزن سمت راست قطب N و نوک سوزن سمت چپ قطب S می‌شود و یکدیگر را جذب می‌کنند، بنابراین گزینه (۲) درست است.

در شکل گزینه (۳) نوک سوزن سمت راست قطب N و نوک سوزن سمت چپ قطب S می‌شود، اما ربایشی نشان داده نشده و این گزینه نادرست است.

در شکل گزینهٔ (۴) دو سوزن به قطب N آهنربا متصل هستند بنابراین نوک سوزن‌ها در اثر القای مغناطیسی قطب N می‌شود و باید یکدیگر را دفع کنند، بنابراین گزینه (۴) نیز نادرست است.

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو مطابق شکل یک میلهٔ پلاستیکی با اصطکاک ناچیز از درون چهار آهنربای حلقه‌ای می‌گذرد و این آهنرباها در حال تعادل قرار دارند. اگر قطب N آهنربای A قسمت بالایی آن آهنربا باشد، قسمت بالایی آهنرباهای C و D به‌ترتیب از راست به چپ چگونه است؟**

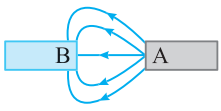


۱) N ،N ۲) S ،S ۳) S ،N ۴) N ،S

گزینهٔ ۳

A ۲۴۳۰ ۴

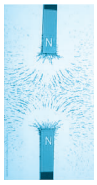
یادآوری خط‌های میدان از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.



خط‌های میدان از A خارج شده و به B وارد شده‌اند، بنابراین A قطب N و B قطب S است و گزینه (۱) قطعاً نادرست است.

اما ممکن است A و B هر دو آهنربا باشند، از طرفی ممکن است A آهنربا و B آهنی و یا بالعکس باشد، در نتیجه گزینهٔ (۴) درست است.

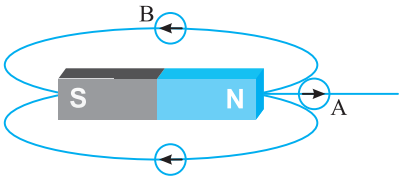
A ۲۴۳۱ ۴



وقتی براده‌های آهن را روی صفحه می‌پاشیم، چون قطب‌های همنام در کنار هم قرار دارند، براده‌های آهنی به‌گونه‌ای آرایش می‌گیرند که طرحی را نشان دهند که دافعهٔ دو قطب را نشان دهد که با توجه به شکل روبه‌رو گزینهٔ (۴) درست است.

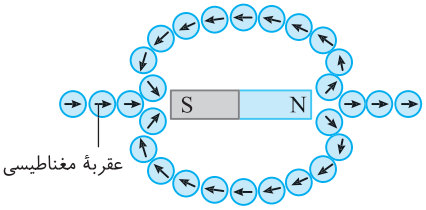
A ۲۴۳۲ ۴

در خارج آهنربای میله‌ای، جهت خطوط میدان از قطب N به قطب S است، با توجه به جهت عقربه مغناطیسی در شکل، قطب N در سمت راست و قطب S در سمت چپ است و جهت‌گیری عقربه‌های قطب‌نماهای A و B به صورت زیر می‌شود و جواب گزینه (۴) است.

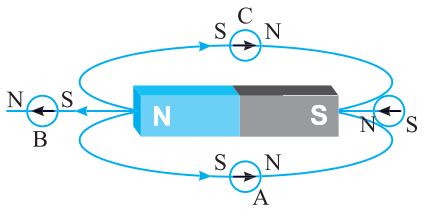


A ۲۴۳۳ ۱

خط فکری شکل زیر نحوهٔ قرار گرفتن عقربهٔ مغناطیسی در اطراف یک آهنربای میله‌ای را نشان می‌دهد و کاملاً مشخص است که نوک پیکان عقربه که بیانگر قطب N است توسط قطب S آهنربا جذب و توسط قطب N آهنربا دفع می‌شود. هم‌چنین انتهای عقربه مغناطیسی که قطب S است توسط قطب N جذب و توسط قطب S آهنربا دفع می‌شود.



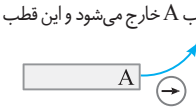
با توجه به جهت عقربه مغناطیسی که در کنار Y است و قطب N عقربه به سوی آن قرار دارد باید Y، قطب S آهنربا و در این صورت X، قطب N باشد و عقربه‌های مغناطیسی به‌صورت شکل زیر قرار می‌گیرند. بنابراین گزینهٔ (۱) درست می‌باشد.



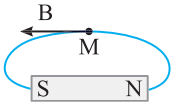
A ۲۴۳۴ ۴

نکته عقربهٔ مغناطیسی جهت میدان در یک نقطه را نشان می‌دهد.

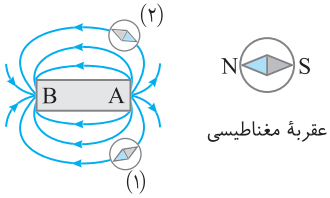
۱ با توجه به شکل جهت میدان مغناطیسی اطراف A با توجه به عقربهٔ مغناطیسی به گونه‌ای است که خط میدان از قطب A خارج می‌شود و این قطب همان N است.



۲ میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط میدان مماس است، جهت میدان در خارج آهنربا از N به S است، بنابراین جهت میدان در نقطهٔ M، به سمت چپ است.



بازی با سؤال در شکل زیر قطب‌های A و B به‌ترتیب از راست به چپ کدام‌اند و کدام عقربه مغناطیسی درست قرار گرفته است؟ خارج ریاضی - ۸۸

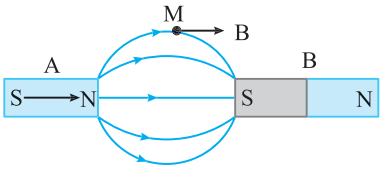


۱) N,S (۱) ۲) S,N (۱) ۳) S,N (۲) ۴) N,S (۲)

گزینهٔ ۲

A ۲۴۳۵ ۳

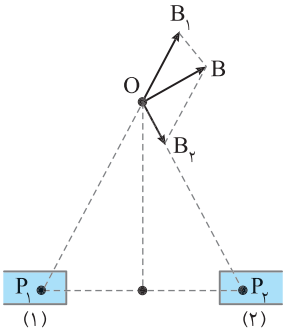
درون آهنربا میدان مغناطیسی از قطب S به‌سوی قطب N است، بنابراین سمت راست آهنربای A قطب N و سمت چپ آن قطب S است. خط‌های میدان مغناطیسی بین دو آهنربا را رسم می‌کنیم و یک خط را از نقطهٔ M می‌گذرانیم، سپس در نقطهٔ M مماسی در سوی خط‌های میدان رسم می‌کنیم تا جهت میدان مغناطیسی در نقطهٔ M مشخص شود.



که با توجه به شکل، میدان مغناطیسی در نقطهٔ M به‌سمت راست است.

B ۲۴۳۶ ۱

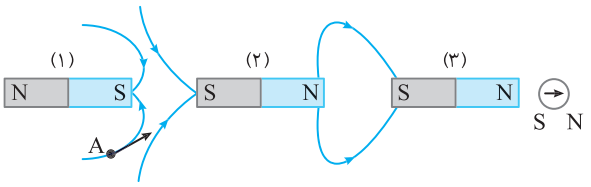
خط فکری عقربه مغناطیسی در هر نقطه از میدان در جهت بردار میدان مغناطیسی است. به‌جای عقربهٔ مغناطیسی در نقطهٔ O میدان مغناطیسی B را رسم کنید، سپس این میدان را روی امتداد خطوط OP_1 و OP_2 تجزیه کنید. با توجه به جهت این مؤلفه‌ها می‌توان دربارهٔ نوع قطب‌ها در نقاط P_1 و P_2 و همچنین قدرت آهنرباها اظهار نظر کرد.



میدان مغناطیسی B حاصل از دو آهنربا در نقطهٔ O را رسم می‌کنیم (مطابق شکل) با تجزیه میدان روی امتداد OP_1 و OP_2 کاملاً مشخص است که میدان B_1 از میدان B_2 بزرگ‌تر است یعنی آهنربای (۱) از آهنربای (۲) قوی‌تر است. از طرفی میدان مغناطیسی در سوی خطوط میدان است و چون خط‌های میدان از قطب N خارج می‌شوند و B_1 مانند این است که از P_1 خارج شده است بنابراین P_1 قطب N است.

B ۲۴۳۷ ۱

۱ به عقربه مغناطیسی در شکل نگاه کنید، نوک پیکان آن قطب N به سمت راست است، بنابراین سمت راست آهنربای (۳) قطب N و سمت چپ آن قطب S است.



۲ خطوط به قطب S آهنربای (۳) وارد شده‌اند بنابراین سمت راست آهنربای (۲) قطب N است و چون در سمت راست آهنربای (۲)، میدان آهنربای (۳) خطوط انحنای کمتری دارد آهنربای (۳) از آهنربای (۲) قوی‌تر است.

۳ به سراغ آهنربای (۱) برویم. آهنربای (۲) که سمت چپش قطب S است، آهنربای (۱) را دفع می‌کند، بنابراین سمت راست آهنربای (۱) قطب S و سمت چپ آن قطب N است و با توجه به اینکه خطوط میدان (۱) به عقب رانده شده‌اند و انحنای خطوط در کنار آهنربای (۲) از (۱) کمتر است، آهنربای (۲) از آهنربای (۱) قوی‌تر است. بنابراین قوی‌ترین آهنربا، آهنربای (۳) و ضعیف‌ترین آهنربا، آهنربای (۱) است.

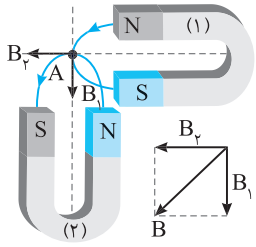
۴ سمت راست آهنربای (۱) قطب S است و خطوط میدان به قطب (S) وارد می‌شوند و سوی خطوط به سمت قطب S است.

۵ بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط‌های میدان مماس است و جهت آن در سوی خطوط میدان است، بنابراین اگر یک مماس در نقطهٔ A رسم کنید جهت آن به‌صورت بردار نشان داده شده در شکل است.

در نتیجه گزینه (۱) درست است.

A ۲۴۳۸ ۲

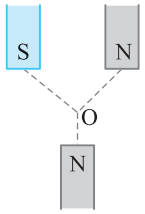
خط فکری بردار میدان بر خطوط میدان مماس است. خط‌های میدان را رسم کرده و میدان را در نقطهٔ مورد نظر مماس بر خط میدان و در سوی خطوط میدان رسم می‌کنیم.



بردار میدان مغناطیسی حاصل از آهنربای (۱) و آهنربای (۲) را در نقطهٔ A با توجه به آنچه گفته‌ایم، رسم می‌کنیم و میدان‌های B_1 و B_2 به ترتیب مربوط به آهنربای (۱) و (۲) هستند، از این‌رو، میدان خالص در نقطهٔ A بین B_1 و B_2 قرار می‌گیرد.

بازی با سؤال **سه آهنربای مشابه مطابق شکل قرار گرفته و نقطهٔ O از هر سه قطب به یک فاصله است. جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O کدام است؟**

(۱) (۲) (۳) (۴)



گزینهٔ ۱

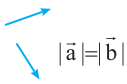
A ۲۴۳۹ ۴

یادآوری ۱ میدان مغناطیسی در هر نقطه مماس بر خط میدان در آن نقطه و در جهت خط میدان در آن نقطه می‌باشد.

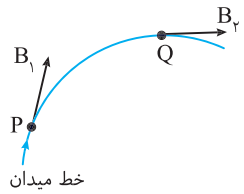
یادآوری ۲ هر نقطه‌ای که خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آن فشرده‌تر باشد، بزرگی میدان در آن ناحیه بیشتر است. بر اساس ویژگی‌های (۱) و (۲) تنها در شکل (پ) بردارهای میدان به درستی نمایش داده شده است.

B ۲۴۴۰ ۲

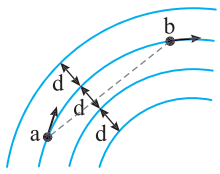
خط فکری در ریاضی می‌خوانیم که اگر دو بردار اندازهٔ برابر داشته باشند، اما هم‌جهت نباشند آن دو بردار مساوی نیستند. $(\vec{a}\neq\vec{b})$



میدان مغناطیسی یک کمیت برداری است و در هر نقطه بر خطوط میدان مماس است. اگر در شکل روبه‌رو اندازهٔ B_1 و B_2 برابر باشد، بردار میدان مغناطیسی در نقاط P و Q برابر نیست و میدان در حال تغییر است.



خط‌های میدان موازی و با فواصل مساوی هستند، بنابراین اندازهٔ میدان مغناطیسی در این ناحیه از فضا از جمله نقاط a و b هم‌اندازه است. اما چون جهت بردار میدان مغناطیسی در نقاط فضا از جمله a و b یکسان نیست، میدان مغناطیسی در این ناحیه متغیر است.

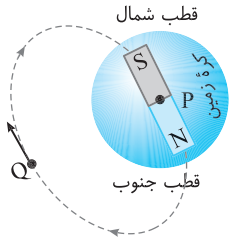


هنر هرگاه خطوط میدان مغناطیسی خمیده باشند، میدان مغناطیسی یکنواخت نیست.

A ۲۴۴۱ ۳

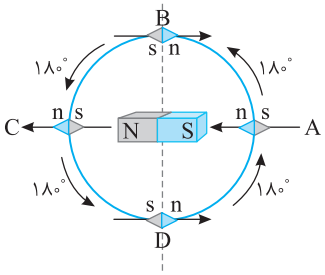
یادآوری کرهٔ زمین یک آهنربای بزرگ است که قطب S آن در شمال و قطب N در جنوب زمین قرار دارد.

به شکل نگاه کنید. درون زمین یعنی درون آهنربا میدان از S به N یعنی از شمال زمین به جنوب زمین و در خارج کره زمین (خارج آهنربا) میدان مغناطیسی از قطب N به S یعنی از جنوب زمین به شمال زمین است.



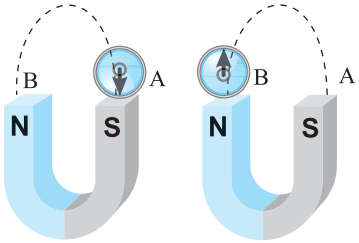
A ۲۴۴۲ ۴

با توجه به شکل از حالت A تا B عقربه ۱۸۰° و از B تا C نیز ۱۸۰° و از C تا D مجدداً ۱۸۰° و سرانجام از D تا A نیز ۱۸۰° می‌چرخد. بنابراین عقربه ۴×۱۸۰=۷۲۰° خواهد چرخید.



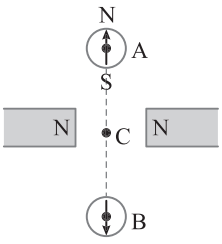
A ۲۴۴۳ ۲

مطابق شکل در این جابه‌جایی عقربه ۱۸۰° می‌چرخد:



B ۲۴۴۴ ۴

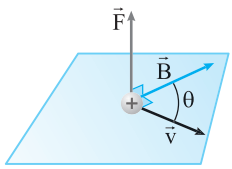
در نقطهٔ A قطعاً عقربه مغناطیسی به‌گونه‌ای قرار می‌گیرد که قطب N آن رو به بالا و قطب S آن رو به پایین خواهد بود و در حرکت آن از A تا C تغییری در این وضعیت به‌وجود نمی‌آید اما با گذشتن از نقطهٔ C عقربه مغناطیسی می‌چرخد تا قطب N آن از دو قطب همنام N آهنربا دور شود یعنی ۱۸۰° می‌چرخد و جهتش وارون می‌شود.



پنجره ۲

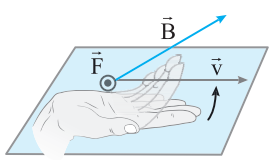
A ۲۴۴۵ ۳

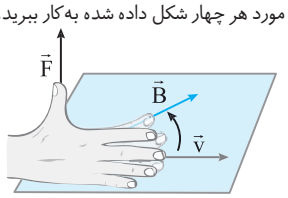
هرگاه یک بار الکتریکی با سرعت $\vec{v}$ وارد میدان مغناطیسی $\vec{B}$ شود به‌گونه‌ای که سرعت بار در جهت راستای خطوط میدان مغناطیسی نباشد، از طرف میدان به آن نیرویی وارد می‌شود که این نیرو همواره بر دو بردار سرعت $\vec{v}$ و میدان $\vec{B}$ عمود است. بنابراین گزینه (۳) درست است.



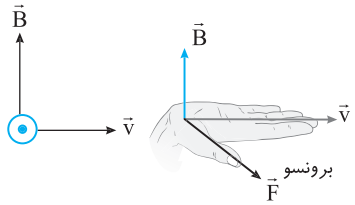
A ۲۴۴۶ ۴

خط فکری باید از قاعدهٔ دست راست استفاده کنیم که در آن دست راست خود را طوری نگه می‌داریم که انگشتان باز شدهٔ ما در جهت $\vec{v}$ باشد به‌گونه‌ای که وقتی آن‌ها را روی زاویهٔ کوچک‌تری که $\vec{v}$ با $\vec{B}$ می‌سازد و در جهت چرخش طبیعی انگشتان است، خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرند، در این صورت انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار مثبت خواهد بود. بنابراین شما باید قاعدهٔ دست راست را در مورد هر چهار شکل داده شده به‌کار ببرید.

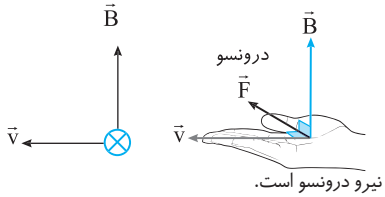




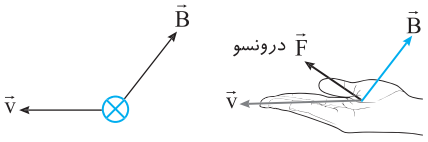
با توجه به قاعدهٔ دست راست مطابق شکل نیروی وارد بر بار مثبت در شکل (الف) برونسو است.



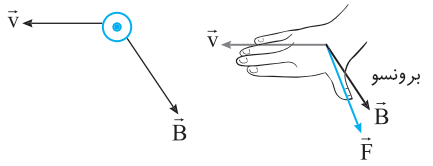
در شکل (ب) نیروی F درونسو است.



در شکل (پ) نیرو درونسو است.

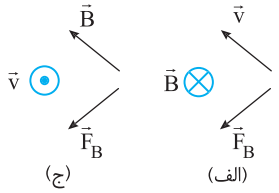


در شکل (ت) نیرو برونسو است.



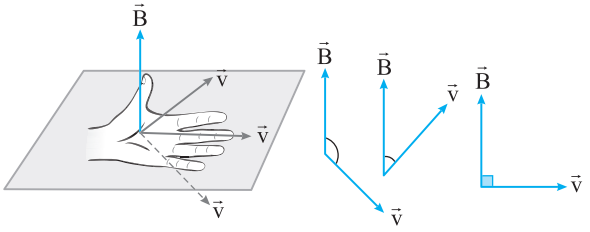
B ۲۴۴۷ ۲

طبق قاعدهٔ دست راست برای نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار در میدان مغناطیسی $\vec{B}$، فقط شکل (ب) از نظر فیزیکی قابل قبول است. حالت صحیح شکل‌های (الف) و (ج) را رسم کرده‌ایم:



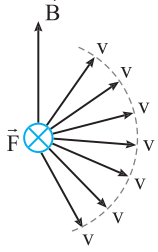
B ۲۴۴۸ ۴

خط فکری برای سه شکل زیر جهت نیروی وارد بر بار متحرک $+q$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ را تعیین کنید تا به سراغ حل مسئله برویم.



چهار انگشت باز در جهت $\vec{v}$، جهت چرخش چهار انگشت روی $\vec{B}$ است، بنابراین در هر سه مورد نیروی F برونسو است. اشتباهی که بعضی از دانش‌آموزان دارند این است که فکر می‌کنند همواره $\vec{v}$ و $\vec{B}$ برهم عمودند، در حالی که زاویهٔ بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$ می‌تواند از صفر تا 180° تغییر کند. (یک ذره با هر زاویه‌ای می‌تواند وارد میدان مغناطیسی شود!) البته اگر بار منفی بود نیروی وارد بر آن درونسو می‌شد.

دقت کنید که نیروی F وارد بر بار الکتریکی بر راستای بردار سرعت و میدان مغناطیسی هر دو عمود است، از این‌رو با توجه به قاعده دست راست و این که بار منفی است تمام بردارهای سرعت که در نیم‌صفحه سمت راست B هستند می‌توانند بردار سرعت الکترون باشند.



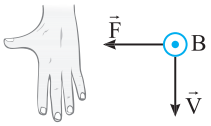
بازی با سؤال الکترونی با سرعت $\vec{v}$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت، عمود بر میدان در حرکت است. اگر شکل مقابل نشان‌دهندهٔ جهت میدان $(\vec{B})$ و جهت نیروی وارد بر الکترون $(\vec{F})$ باشد، جهت $\vec{v}$ کدام است؟ ریاضی - ۹۸

۱) ⊙ ۲) ⊗ ۳) → ۴) ←

گزینهٔ ۳

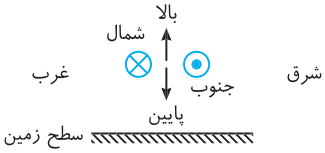
A ۲۴۴۹ ۳

با توجه به قاعدهٔ دست راست، چهار انگشت باز دست راست را در جهت V رو به پایین گرفته به صورتی که انگشت باز شست دست جهت نیرو به سمت چپ را نشان دهد در این صورت کف دست شما رو به بیرون صفحهٔ کاغذ بوده و جهت میدان را نشان می‌دهد یعنی میدان مغناطیسی برونسو است اما بار ذره منفی بوده (بار الکترون) پس جهت به‌دست آمده با قاعدهٔ دست راست را وارون کرده و جهت میدان مغناطیسی درونسو می‌شود.



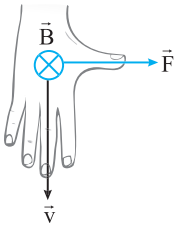
A ۲۴۵۰ ۲

نکته اگر در مسئله‌ای جهت بردارهای سرعت $(\vec{v})$ و میدان $(\vec{B})$ را در راستای جهت‌های جغرافیایی بیان کنند، برای سادگی جهت شمال جغرافیایی را درونسو (به سوی درون صفحه)، سمت راست را مشرق و سمت چپ را مغرب و جهت برونسو را جنوب جغرافیایی در نظر می‌گیریم. سمت بالای کاغذ، را جهت روبه بالا (بالا سو) و سمت پایین کاغذ را جهت رو به زمین (پایین سو) در نظر می‌گیریم.



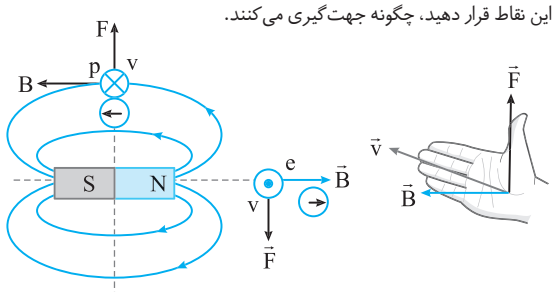
یادآوری سوی خطوط میدان مغناطیسی کره زمین از جنوب به شمال است.

میدان مغناطیسی زمین که رو به شمال است را به‌صورت درونسو در نظر می‌گیریم. چهار انگشت باز دست راست خود را به سمت زمین بگیرید و کف دست خود را رو به شمال قرار دهید در این حالت انگشت باز شست دست شما به سمت راست یعنی شرق خواهد بود.

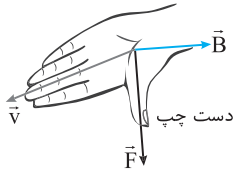


B ۲۴۵۱ ۲

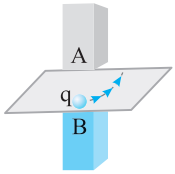
خط فکری ابتدا باید جهت میدان مغناطیسی را در محل پروتون و محل الکترون مشخص کنید. برای این منظور در ذهن خود فرض کنید که اگر یک عقربهٔ مغناطیسی در این نقاط قرار دهید، چگونه جهت‌گیری می‌کنند.



در محل پروتون میدان مغناطیسی به سمت چپ (در سوی خط‌های میدان) است. چهار انگشت باز دست راست خود را به سمت داخل کاغذ نشانه بروید به‌طوری که کف دست شما به سمت چپ (میدان مغناطیسی) باشد، انگشت باز شست شما در این حالت قطعاً رو به بالا خواهد بود، در محل الکترون میدان به سمت راست است چون الکترون بار منفی دارد از دست چپ استفاده کنید. چهار انگشت دست چپ خود را رو به بیرون صفحهٔ کاغذ بگیرید به‌گونه‌ای که کف دست چپ به سمت راست و در جهت میدان مغناطیسی باشد، در این صورت انگشت باز دست چپ شما رو به پایین صفحه کاغذ بوده و نیروی مغناطیسی پایین‌سو است.



بازی با سؤال جهت حرکت ذره‌ای با بار مثبت q در بین دو قطب A و B آهنرباهایی به‌صورت مقابل است. قطب‌های A و B به‌ترتیب از راست به چپ کدام گزینه می‌توانند باشند؟



۱) S ،N　　۲) S ،S
۳) N ،S　　۴) N ،N

گزینهٔ ۱

B ۴ ۲۴۵۲

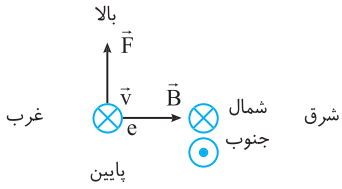
با توجه به رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک می‌توان نوشت:

$$F=qvB\sin\theta\Rightarrow B=\frac{F}{qv\sin\theta}\Rightarrow T=\frac{N}{C.m/s}=\frac{kgm/s^2}{C.m/s}=\frac{kg}{C.s}$$

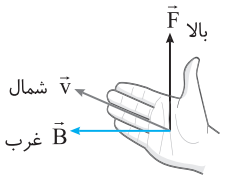
(دقت کنید $\sin\theta$ یکا ندارد و به کمک قانون دوم نیوتون یکای نیرو، نیوتون بر حسب یکاهای اصلی خواهد شد. $F=ma\Rightarrow N=kgm/s^2$)

B ۲ ۲۴۵۳

برای سادگی رسم بردارهای سرعت، میدان مغناطیسی و نیرو، جهت شمال را درونسو فرض می‌کنیم.



الکترون در جهت شمال در حرکت است (یعنی سرعت درونسو است). نیروی وارد بر الکترون به سمت بالاست بنابراین انگشت باز شست دست راست خود را رو به بالای صفحه بگیرید و چهار انگشت را در جهت سرعت (درونسو) قرار دهید در این حالت کف دست راست شما به سمت چپ است که چون بار الکتریکی منفی است، جهت را باید وارون کنید یعنی میدان مغناطیسی به سمت راست است. (یعنی B در جهت شرق است.) نیرو بیشینه است، یعنی بردار سرعت و میدان برهم عمودند و $\theta=90^\circ$ و $\sin\theta=1$ است، بنابراین:



$$F=qvB\sin\theta\Rightarrow F=qvB\Rightarrow F=4/8\times10^{-14}=1/6\times10^{-19}\times2/4\times10^5B$$
$$\Rightarrow B=1/25T$$

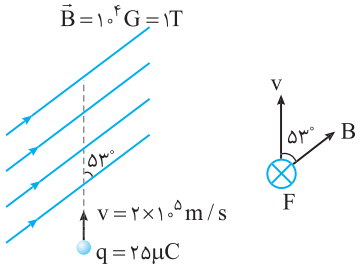
بازی با سؤال یک ذرهٔ آلفا (هستهٔ هلیم) با تندی $10^4\,m/s$ وارد یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $5T$ می‌شود. بیشینه نیروی وارد بر این ذره چند نیوتون است؟ $(e=1/6\times10^{-19}C)$

۱) $1/6\times10^{-12}$　　۲) $1/6\times10^{-13}$　　۳) $1/6\times10^{-15}$　　۴) $1/6\times10^{-14}$

گزینهٔ ۴

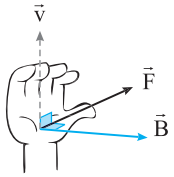
A ۴ ۲۴۵۴

با توجه به شکل زاویهٔ بین جهت $\vec{v}$ و جهت $\vec{B}$، 53° است و نیروی وارد بر بار خواهد شد:



$$F=|q|vB\sin\theta\Rightarrow F=25\times10^{-6}\times2\times10^5\times1\times\sin53^\circ$$
$$\Rightarrow F=50\times10^{-1}\times0/8\Rightarrow F=4N$$

قاعده دست راست: چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت v قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما رو به سمت راست باشد، چهار انگشت خود را خم کنید تا روی میدان B قرار گیرد در این حالت قطعاً انگشت باز شست دست راست شما به سوی درون صفحه کاغذ است، یعنی نیروی مغناطیسی F درونسو است.



بازی با سؤال ذرهٔ بارداری با بار $2\mu C$ با تندی $3\times10^4\,m/s$ وارد میدان مغناطیسی $B=0/2T$ می‌شود به‌گونه‌ای که هنگام ورود جهت بار با خطوط میدان زاویهٔ 37° می‌سازد. نیروی وارد بر بار چند نیوتون است؟ $(\cos37^\circ=0/8)$

۱) $3/6\times10^{-3}$　　۲) $5/4\times10^{-3}$　　۳) $7/2\times10^{-3}$　　۴) $7/6\times10^{-3}$

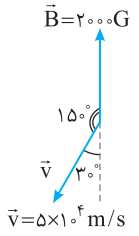
گزینهٔ ۳

B ۴ ۲۴۵۵

یادآوری یک گاوس برابر 10^{-4} تسلا است.

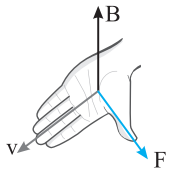
۱ رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسی به صورت زیر است:

$$F=|q|vB\sin\theta$$
$$F=1/6\times10^{-19}\times5\times10^4\times2000\times10^{-4}\times\sin(150^\circ)$$
$$\xrightarrow{\sin150^\circ=\sin30^\circ=\frac{1}{2}}F=8\times10^{-16}N$$



۲ برای یافتن جهت نیروی وارد بر الکترون از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. چهار انگشت دست راست خود را در امتداد v قرار دهید به گونه‌ای که چرخش چهارانگشت روی B قرار گیرد. در این حالت انگشت شست دست راست شما رو به درون صفحهٔ کاغذ است یعنی نیرو درونسوست، اما بار الکترون منفی است بنابراین باید جهت را قرینه کنید یعنی نیرو برونسو است.

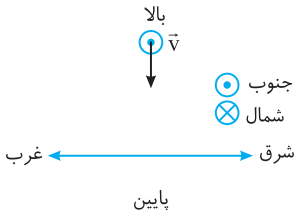
البته مطابق شکل می‌توانید که از دست چپ استفاده کنید.



B ۱ ۲۴۵۶

اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر بار خواهد شد:

$$F=qvB\sin\theta\xrightarrow[\sin\theta=1]{F=4\times10^{-14}N,v=5\times10^5m/s}$$
$$4\times10^{-14}=1/6\times10^{-19}\times5\times10^5\times B\times1\Rightarrow B=0/5T$$



با استفاده از قاعدهٔ دست راست ابتدا جهت نیرو را عوض می‌کنیم چون الکترون دارای بار منفی است بنابراین انگشت شست را رو به بالا می‌گیریم به گونه‌ای که چهار انگشت باز دست راست رو به جنوب باشد. در این صورت کف دست رو به شرق است یعنی میدان مغناطیسی به سمت شرق است البته شما می‌توانید از دست چپ استفاده کنید.

A ۱ ۲۴۵۷

اندازهٔ نیروی مغناطیسی برابر است با:

$$F=qvB\sin\theta\Rightarrow F=4\times10^{-9}\times20\times120\times10^{-4}\times\sin60^\circ$$
$$=48\sqrt{3}\times10^{-11}N=4/8\sqrt{3}\times10^{-10}N$$

با توجه به قاعدهٔ دست راست، نیرو در جهت محور z است.

A ۳ ۲۴۵۸

خط فکری با توجه به رابطهٔ نیروی مغناطیسی $(F=|q|vB\sin\theta)$ هرگاه زاویهٔ بین بردار سرعت و بردار میدان مغناطیسی (θ) از صفر تا 90° افزایش یابد $\sin\theta$ افزایش یافته و F بزرگ می‌شود و اگر زاویه از 90° تا 180° تغییر کند، با افزایش θ، $\sin\theta$ کاهش می‌یابد و F کوچک می‌شود، البته وقتی $\theta=0$ یا $\theta=180^\circ$ است، F برابر صفر است و در $\theta=90^\circ$، نیرو بیشینه است.

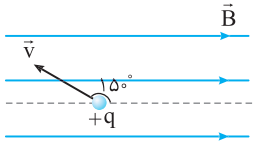
نیروی وارد بر هر بار را به‌دست می‌آوریم:

$$A_{\text{ذره}}: F_A=|q|vB \quad , \quad B_{\text{ذره}}: F_B=|q|vB\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}|q|vB$$

$$C_{\text{ذره}}: F_C=|q|vB\sin 120^\circ \xrightarrow{\sin 120^\circ=\sin 60^\circ} F_C=\frac{\sqrt{3}}{2}|q|vB$$

$$\Rightarrow F_A>F_B=F_C$$

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو اگر جهت v در صفحهٔ شامل v و B، 90° پادساعتگرد تغییر کند، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره، F_1 می‌شود و اگر 90° ساعتگرد تغییر کند، نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار، $\vec{F}_2$ می‌شود. کدام گزینه درست است؟**



۱) $\vec{F}_1=\vec{F}_2$ ۲) $\vec{F}_1=-\vec{F}_2$ ۳) $\vec{F}_1=\sqrt{3}\vec{F}_2$ ۴) $\vec{F}_1=-\sqrt{3}\vec{F}_2$

گزینه ۲

A ۴ ۲۴۵۹

خط فکری مسئله در دو حالت $\theta=45^\circ$ و $\theta=60^\circ$ بیان شده است، بنابراین شما کافی است به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک، نیرو را در دو حالت به‌دست بیاورید و برهم تقسیم کنید.

حالت اول: $F=|q|vB\sin\theta \Rightarrow F=|q|vB\sin 45^\circ \Rightarrow F=\frac{\sqrt{2}}{2}|q|vB$

حالت دوم: $F'=|q|vB\sin 60^\circ \Rightarrow F'=\frac{\sqrt{3}}{2}|q|vB$

بنابراین نسبت $\frac{F'}{F}$ خواهد شد:

$$\frac{F'}{F}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}|q|vB}{\frac{\sqrt{2}}{2}|q|vB}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

A ۳ ۲۴۶۰

۱ ابتدا تغییر بار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q=-ne\Rightarrow\Delta q=-3\times10^{15}\times1/6\times10^{-19}=-4/8\times10^{-4}\,C$$

۲ تغییر نیروی مغناطیسی را حساب می‌کنیم، توجه کنید که راستای حرکت ذره عمود بر خطوط میدان بوده و $\theta=90^\circ$ است. همچنین بزرگی میدان تغییر نمی‌کند:

$$\Delta F_B=F_2-F_1 \xrightarrow{F_B=|q|vB\sin\theta,\ \sin 90^\circ=1} \Delta F_B=|q_2|vB\sin 90^\circ-|q_1|vB\sin 90^\circ$$

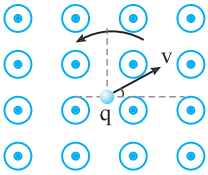
$$\Delta F_B=(|q_2|-|q_1|)vB \xrightarrow[|\Delta q|=4/8\times10^{-4}]{|q_2|-|q_1|=|\Delta q|}$$

$$\Delta F_B=4/8\times10^{-4}\times(500\times10^{-4})(2\times10^4)=4/8\times10^{-1}\,N=0/48\,N$$

تبدیل گاوس به تسلا

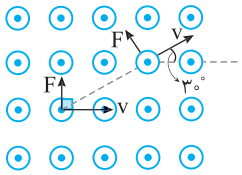
A ۳ ۲۴۶۱

دقت کنید در رابطه $F=|q|vB\sin\theta$، θ زاویهٔ بین بردار سرعت و بردار میدان مغناطیسی است که در شکل بردار سرعت و بردار میدان مغناطیسی برهم عمودند و زاویه $\theta=90^\circ$ است و با تغییر زاویهٔ α، θ هم‌چنان 90° باقی می‌ماند، بنابراین نیرو تغییر نمی‌کند.



A ۳ ۲۴۶۲

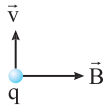
با توجه به قاعدهٔ دست راست برای بار منفی و بیشینه بودن نیرو، میدان مغناطیسی برونسو و عمود بر v است، با چرخش v با زاویهٔ 30° نسبت به امتداد افقی، جهت حرکت ذره همچنان بر راستای میدان عمود است. اندازهٔ نیرو همان $F=qvB$ می‌ماند. از طرفی نیرو همواره بر جهت حرکت عمود است، پس اگر جهت حرکت 30° بچرخد نیرو نیز در همان جهت (یعنی پادساعتگرد) 30° می‌چرخد.



C ۴ ۲۴۶۳

خط فکری در صورت مسئله سوی تغییر میدان مغناطیسی مشخص نیست، به همین دلیل حالت‌های مختلفی ممکن است رخ دهد. در ابتدا بردار $\vec{v}$ بر بردار $\vec{B}$ عمود است و نیروی مغناطیسی وارد بر بار q برابر $F=|q|vB$ خواهد شد و شما باید حالت‌های مختلف را بررسی کنید.

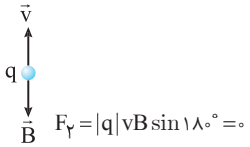
حالت اول: مطابق شکل اگر میدان مغناطیسی به سمت راست یا چپ و سرعت به سمت بالا باشد، اندازهٔ نیرو برابر است با:



$$F_1=|q|vB\sin 90^\circ=|q|vB$$

حالت دوم:

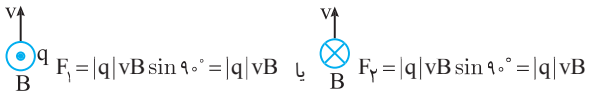
الف) اگر میدان مغناطیسی مطابق شکل $\frac{\pi}{2}$ رادیان بچرخد داریم:



یا

ممکن است $\frac{\pi}{2}$ به سمت بالا یا $\frac{\pi}{2}$ به سمت پایین بچرخد و در هر دو حالت بردار سرعت در راستای بردار میدان قرار می‌گیرد و نیروی مغناطیسی صفر می‌شود، بنابراین نیرو به اندازهٔ $|q|vB$ تغییر می‌کند.

ب) اگر میدان $\frac{\pi}{2}$ رادیان به سمت خارج یا داخل صفحه بچرخد، در این حالت میدان برونسو یا درونسو شده و همچنان میدان بر v عمود است.



یا

اندازه نیرو در این حالت مانند حالت اول برابر $|q|vB$ خواهد شد و تغییر نمی‌کند، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۳ ۲۴۶۴

یادآوری ۱ هرگاه نیروی وارد بر جسم متحرک بر مسیر حرکت عمود باشد، بنا بر تعریف کار $(W=Fd\cos\theta)$، کار نیرو صفر می‌شود.

یادآوری ۲ نیروی میدان مغناطیسی همواره بر سرعت ذره عمود است.

یادآوری ۳ بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

با توجه به آن‌چه شما باید به یاد داشته باشید مشخص است که نیروی میدان مغناطیسی وارد بر بار متحرک، همواره بر سرعت ذره عمود است و کار آن برابر صفر است. بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی، داریم:

$$W=\Delta K \xrightarrow{W=0} \Delta K=0\Rightarrow K'=K\Rightarrow v'=v$$

بنابراین $\frac{v'}{v}=1$ است.

نتیجه کار نیروی میدان مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان صفر است و تندی ذره و انرژی جنبشی آن تغییر نمی‌کند، اما جهت بردار سرعت آن تغییر می‌کند.

A **۲۴۶۵** **۱**

خط فکری صحبت شتاب شده، بنابراین شما باید نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را حساب کنید، سپس به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب را به‌دست می‌آوریم.

نیروی وارد بر ذره خواهد شد:

$$F=|q|vB\sin\theta \xrightarrow[B=۴\times۱۰^{-۳}T,\theta=۹۰^\circ]{|q|=۵\times۱۰^{-۶}C,v=۱۰^{۳}m/s}$$

$$F=۵\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۳}\times۴\times۱۰^{-۳}\Rightarrow F=۲\times۱۰^{-۴}N$$

شتاب ذره در اثر نیروی مغناطیسی برابر است با:

$$F=ma \xrightarrow{m=۵۰۰mg=۵\times۱۰^{-۴}kg} ۲\times۱۰^{-۴}=a\times۵\times۱۰^{-۴}\Rightarrow a=۰/۴m/s^{۲}$$

بازی با سؤال **ذره‌ای با بار الکتریکی $+۲\mu C$ و جرم ۰/۰۱ گرم با سرعت $۲\times۱۰^{۴}m/s$ وارد میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۰/۰۲ تسلا می‌شود. در صورتی که در لحظه ورود، راستای حرکت ذره با خطهای میدان مغناطیسی زاویه ۳۰ درجه بسازد، بزرگی شتاب حاصل از نیروی الکترومغناطیسی وارد بر ذره در لحظه ورود آن به میدان، چند متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟**

۱) ۴۰ ۲) ۰/۰۴

۳) ۸۰ ۴) ۰/۰۸

گزینهٔ ۱

B **۲۴۶۶** **۱**

خط فکری آلفا ذره‌ای با دو پروتون و دو نوترون بوده یعنی دارای بار مثبت $۲e$ است. با داشتن جرم ذرهٔ آلفا و شتاب آن، نیروی مغناطیسی وارد بر آن را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم. $F=ma\Rightarrow F=۶/۶۸\times۱۰^{-۲۷}\times۴\times۱۰^{۵}N$

اکنون به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسی، بزرگی میدان را به‌دست می‌آوریم:

$$F=|q|vB\sin\theta \xrightarrow[\theta=۹۰]{|q|=۲e=۳/۲\times۱۰^{-۱۹}C}$$

$$۶/۶۸\times۴\times۱۰^{-۲۲}=۳/۲\times۱۰^{-۱۹}\times۵۰\times B\Rightarrow B=۰/۱۶۷\times۱۰^{-۳}T\Rightarrow B=۱/۶۷G$$

A **۲۴۶۷** **۳**

نیروی مغناطیسی بر سرعت عمود است. بنابراین بزرگی سرعت ذره را تغییر نمی‌دهد و تنها جهت سرعت را تغییر می‌دهد، پس تندی ذره هنگام خارج شدن از میدان نیز برابر $۸\times۱۰^{۳}m/s$ است:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}\Rightarrow K=\frac{۱}{۲}\times۵\times۱۰^{-۶}\times۶۴\times۱۰^{۶}=۱۶۰J$$

B **۲۴۶۸** **۳**

خط فکری ابتدا به شما بگوییم که الکترون - ولت یکی از یکاهای اندازه‌گیری است و مقدار آن همان‌گونه که در صورت مسئله مشخص است $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J$ است و شما با این یکا در پایهٔ دوازدهم آشنا می‌شوید. فراموش نکنید کتابی که روبه‌روی شماست برای دانش‌آموز پایهٔ دوازدهم نوشته شده و باید در آن تست‌های ترکیبی پایه‌های مختلف حضور داشته باشد. بنابراین کافی است به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار، تندی پروتون را بیابید، سپس انرژی جنبشی پروتون را برحسب ژول حساب کنید و در آخر یکای انرژی را از ژول به الکترون - ولت تغییر دهید.

۱ تندی پروتون را حساب می‌کنیم.

$$F=|q|vB\sin\theta \xrightarrow[F=۱/۲۸\times۱۰^{-۱۶}N,\theta=۹۰^\circ]{|q|=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C,B=۲\times۱۰^{-۳}T}$$

$$۱/۲۸\times۱۰^{-۱۶}=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times v\times۲\times۱۰^{-۳}\times۱\Rightarrow v=\frac{۱/۲۸}{۱/۶\times۲\times۱۰^{-۶}}=۴\times۱۰^{۴}m/s$$

۲ انرژی جنبشی پروتون را به‌دست می‌آوریم.

$$K=\frac{۱}{۲}mv^{۲} \xrightarrow{m=۱/۷\times۱۰^{-۲۷}kg} K=\frac{۱}{۲}\times۱/۷\times۱۰^{-۲۷}\times(۴\times۱۰^{۴})^{۲}$$

$$K=\frac{۱/۷}{۲}\times۱۶\times۱۰^{-۱۹}J=\frac{۱۷}{۲}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=۸/۵\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J$$

۳ یکای ژول را به الکترون - ولت تبدیل می‌کنیم.

$$K=۸/۵\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J\times\frac{۱eV}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J}\Rightarrow K=۸/۵eV$$

ضریب تبدیل ژول به eV

B **۲۴۶۹** **۱**

خط فکری به کمک نیروی مغناطیسی وارد بر بار $(F=qvB\sin\alpha)$ نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون را حساب کنید سپس به کمک قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ شتاب پروتون را به‌دست بیاورید.

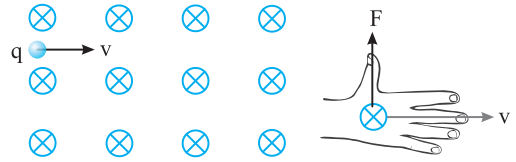
۱ اندازهٔ نیرو و جهت آن را با توجه به قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آوریم:

$$F=qvB\sin\alpha \xrightarrow[\text{خطوط میدان }\alpha=۹۰^\circ]{\text{زاویه بین راستای حرکت و}} F=qvB$$

$$\xrightarrow[q=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C]{B=۱۷۰G=۱۷۰\times۱۰^{-۴}T} F=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱۰^{۴}\times۱۷۰\times۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow F=۱/۶\times۱۷۰\times۱۰^{-۱۹}N$$

نکته برای به‌دست آوردن جهت نیرو، چهار انگشت باز دست راست را در جهت حرکت ذره قرار می‌دهیم به‌طوری که با خم شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی مشخص شود، در این شرایط انگشت باز شست دست، جهت نیرو را مشخص می‌کند.



بنابراین بردار نیرو به سمت بالا و در جهت محور yها است.

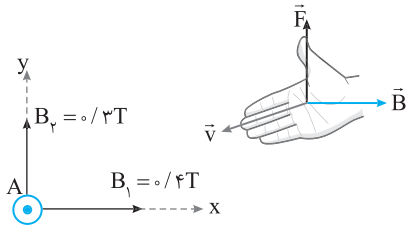
$$\vec{F}=(۱/۶\times۱۷۰\times۱۰^{-۱۹})\vec{j}$$

۲ حال با توجه به رابطهٔ $\vec{F}=m\vec{a}$، بردار شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$۱/۶\times۱۷۰\times۱۰^{-۱۹}\vec{j}=۱/۷\times۱۰^{-۲۷}\vec{a}\Rightarrow\vec{a}=۱/۶\times۱۰^{۱۰}\vec{j}$$

B **۲۴۷۰** **۳**

خط فکری شما باید اندازهٔ نیروی مغناطیسی که هر میدان بر بار وارد می‌کند را بیابید، سپس جهت هر بردار نیرو را به کمک قاعدهٔ دست راست معین کنید تا بتوانید بردار نیروی مغناطیسی را بنویسید.



۱ نیرویی که میدان مغناطیسی $B_۱$ بر ذره باردار وارد می‌کند برابر است با:

$$F=|q|vB\sin\theta \xrightarrow[v=۴\times۱۰^{۳}m/s,\theta=۹۰]{q=۵\times۱۰^{-۶}C} F_۱=۵\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{۳}\times۰/۴$$

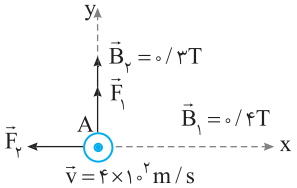
$$\Rightarrow F_۱=۸\times۱۰^{-۲}N$$

چهار انگشت دست راست خود را به سمت بیرون صفحه کاغذ (برونسو) قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما به سمت میدان $\vec{B}$ باشد. در این صورت انگشت شست دست راست شما قطعاً در جهت مثبت محور yها خواهد بود و نیروی $F_۱$ خواهد شد:

$$\vec{F}_۱=۸\times۱۰^{-۲}\vec{j}=۰/۰۸\vec{j}$$

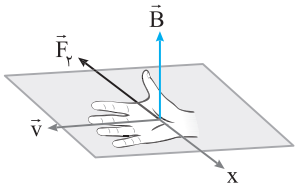
۲ نیرویی که میدان مغناطیسی $B_۲$ بر ذره باردار وارد می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$F=|q|vB\sin\theta\Rightarrow F_۲=۵\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{۳}\times۰/۳\times۱\Rightarrow F_۲=۰/۰۶N$$



با قاعدهٔ دست راست کاملا مشخص است که نیروی $F_۲$ در جهت خلاف محور xها است، از این‌رو $F_۲$ خواهد شد:

$$\vec{F}_۲ = -۰/۰۶\vec{i}$$



بنابراین نیروی خالص وارد بر ذره برحسب بردارهای یکه به‌صورت زیر است:

$$\vec{F}_{net} = -۰/۰۶\vec{i} + ۰/۰۸\vec{j}$$

بازی با سؤال ذره‌ای با بار $۱۰۰\mu C$ و تندی $۲\times۱۰^۳ m/s$ به صورت درونسو مطابق شکل (عمود بر صفحهٔ کاغذ به طرف داخل) از نقطهٔ A که در آن دو میدان مغناطیسی یکنواخت هم‌اندازه $\vec{B}_۱ = \sqrt{۴/۵}\vec{i}(T)$ و $\vec{B}_۲ = \sqrt{۴/۵}\vec{j}(T)$ وجود دارد، عبور می‌کند. در این لحظه اندازهٔ نیروی مغناطیسی چند نیوتون و جهت آن به کدام سمت است؟ (یکاها در SI)

۱) ۰/۹ ↘ ۲) ۰/۹ ↙ ۳) ۰/۶ ↘ ۴) ۰/۶ ↗

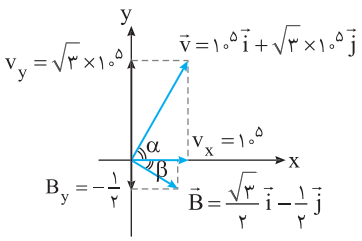
گزینهٔ ۳

C ۲۴۷۱ ۳

خط فکری باید هریک از بردارها را در صفحه $x-y$ رسم کنید. سپس زاویه‌ای که این بردارها با محور xها می‌سازند را حساب کنید تا بتوانید زاویهٔ بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$ را به‌دست آورده و با حساب کردن اندازه هریک از بردارهای $\vec{v}$ و $\vec{B}$، نیروی مغناطیسی را به‌دست بیاورید.

۱ به شکل زیر نگاه کنید. بردار $\vec{v}$ را رسم کرده‌ایم. زاویهٔ بین بردار $\vec{v}$ و محور xها خواهد شد:

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{\sqrt{۳}\times۱۰^۵}{۱۰^۵} = \sqrt{۳} \Rightarrow \alpha = ۶۰^\circ$$



۲ زاویه بین بردار $\vec{B}$ و محور x را حساب می‌کنیم.

$$\tan\beta = \frac{|B_y|}{B_x} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \beta = ۳۰^\circ$$

۳ بنابراین زاویهٔ بین دو بردار $\vec{v}$ و $\vec{B}$ خواهد شد:

$$\theta = \alpha + \beta = ۶۰ + ۳۰ \Rightarrow \theta = ۹۰ \Rightarrow \sin\theta = ۱$$

۴ اندازه بردار $\vec{v}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^۲ + v_y^۲} \Rightarrow v = \sqrt{(۱۰^۵)^۲ + (\sqrt{۳}\times۱۰^۵)^۲} \Rightarrow v = ۲\times۱۰^۵ m/s$$

۵ اندازه بردار $\vec{B}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$B = \sqrt{B_x^۲ + B_y^۲} \Rightarrow B = \sqrt{(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ + (\frac{-۱}{۲})^۲} = ۱T$$

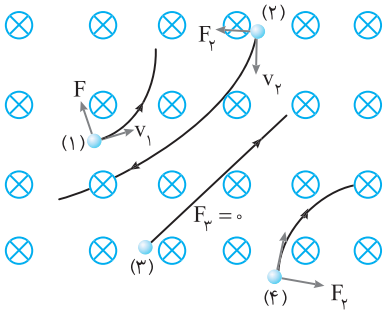
۶ نیروی مغناطیسی وارد بر بار می‌توان حساب کرد.

$$F = |q|vB\sin\theta \xrightarrow{q = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C} F = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۲\times۱۰^۵$$

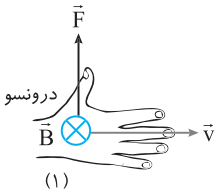
$$\Rightarrow F = ۳/۲\times۱۰^{-۱۴} N$$

A ۲۴۷۲ ۳

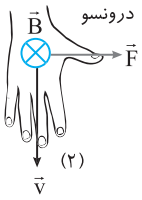
نکته هرگاه یک ذرهٔ باردار وارد یک میدان مغناطیسی شود، در هر سویی که منحرف شود، آن‌سو، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره است، یعنی شما باید انگشت شست خود را در آن جهت قرار دهید.



ذره (۱): اگر دست خود را در مسیر حرکت ذرهٔ (۱) قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما رو به صفحهٔ کاغذ (در جهت میدان درونسوی B) باشد، شست باز دست راست شما دقیقاً انحراف ذرهٔ (۱) را نشان می‌دهد. یعنی انحراف ذرهٔ (۱) با قاعدهٔ دست راست هماهنگ بوده و ذره دارای بار مثبت است.



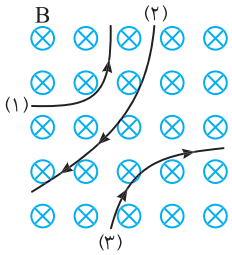
ذره (۲): اگر شما چهار انگشت دست راست خود را در سوی مسیر حرکت ذره (۲) قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما رو به صفحه کاغذ (در جهت میدان مغناطیسی درونسو) باشد انگشت باز شست شما دقیقاً در خلاف جهت انحراف ذرهٔ (۲) قرار می‌گیرد یعنی بار ذرهٔ (۲) منفی است.



ذره (۳): این ذره منحرف نشده بنابراین خنثی است.

ذره (۴): این ذره نیز مانند ذره (۲) دارای بار منفی است، خودتان بررسی کنید.

A ۲۴۷۳ ۴



تندی ذره‌ها و مقدار بار آن‌ها یکی است. به همین دلیل نیرویی که میدان مغناطیسی به آن‌ها وارد می‌کند، بری وارد بر ذره ۱ در قاعدهٔ دست راست صدق می‌کند و بار $q_۱$ مثبت است و گزارهٔ (الف) نادرست است.

ب: هنگام گذر ذره (۲) از میدان مغناطیسی، مقدار انحراف آن کمتر است؛ یعنی، شتاب آن کوچک‌تر است و بنا به قانون دوم نیوتون $(F_{ثابت} = \uparrow ma \downarrow)$ باید جرم ۲ از بقیه بیشتر باشد و این گزاره درست است.

پ) با توجه به جهت انحراف ذره (۱) که در الف بررسی شد، این گزاره نادرست است.

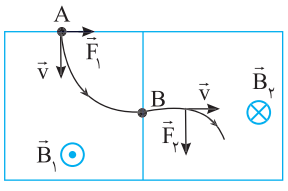
ت) جهت انحراف ذره‌های ۲ و ۳ با ابر است $(F = qvB)$

الف: جهت نیروقاعدهٔ دست چپ مطابقت دارد و این یعنی این دو بار منفی هستند.

A ۲۴۷۴ ۴

از آنجایی که نیروی F در هر لحظه بر مسیر حرکت و در نتیجه بر $\vec{v}$ (سرعت) عمود است، طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی این نیرو نمی‌تواند اندازهٔ سرعت ذره را تغییر دهد و فقط جهت آن را تغییر می‌دهد، در نتیجه: $v_B = v_A = ۵\times۱۰^۴ m/s$

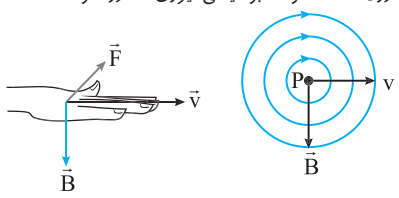
همچنین مطابق قاعدهٔ دست راست و با توجه به مسیر انحراف ذره در ناحیهٔ (۱) علامت بار ذره منفی می‌باشد، پس برای آنکه انحراف ذره طبق شکل پیش برود، میدان مغناطیسی در ناحیهٔ (۲) باید درونسو باشد.



ناحیهٔ (۲) ناحیهٔ (۱)

A **۲۴۷۵** **۱**

در هر نقطه میدان مغناطیسی بر خطوط میدان مماس است، پس در مسیر پروتون جهت میدان مغناطیسی رو به پایین بوده و با توجه به قاعده دست راست، اگر شما چهار انگشت دست راست خود را به سمت راست صفحه کاغذ (در جهت $\vec{v}$) بگیرید به گونه‌ای کف دست شما به سمت پایین صفحه باشد (در جهت $\vec{B}$) انگشت باز شست شما به سمت درون صفحه خواهد بود یعنی نیروی F درونسو است.



A **۲۴۷۶** **۲**

همانطور که در شکل دیده می‌شود به دلیل نیروی مغناطیسی ذره حرکت دایره‌ای انجام می‌دهد پس نیروی مغناطیسی، نیروی مرکزگرای حرکت است. $F_B = F_C$

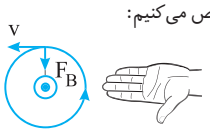
جهت حرکت ذره(v) و میدان مغناطیسی(B) بر هم عمود است. $qvB = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow q = \frac{mv}{rB}$

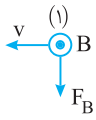
هر دو ذره در یک میدان قرار دارند و میدان مغناطیسی یکنواخت بوده و B برای هر دو ذره یکسان است. جرم و تندی ذره‌ها یکسان‌اند.

$$\frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{\frac{mv}{r_1 B}}{\frac{mv}{r_2 B}} = \frac{r_2}{r_1} \xrightarrow{r_2 > r_1} \frac{|q_1|}{|q_2|} > 1 \Rightarrow |q_1| > |q_2|$$

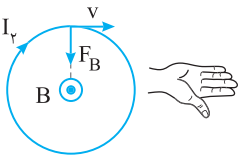
حال با توجه به قاعده دست راست علامت بارها را مشخص می کنیم:

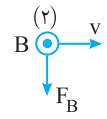
جهت‌ها برای بار (۱) از دست چپ به‌دست می‌آید: $q_1 < 0$





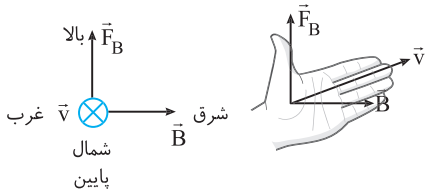
جهت‌ها برای بار (۲) از دست راست به‌دست می‌آید: $q_2 > 0$





B **۲۴۷۷** **۴**

خط فکری نیروی وزن همواره به سمت پایین و برابر mg است. برای آنکه نیروی مغناطیسی آن را خنثی کند باید نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به سمت بالا و برابر mg باشد (دقت کنید ذره دارای بار منفی است و باید از دست چپ برای تعیین جهت استفاده کنیم.)



جهت میدان مغناطیسی به کمک قاعدهٔ دست چپ مطابق شکل مقابل خواهد بود.

$$F_B = mg \Rightarrow |q|vB = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{|q|v} \Rightarrow B = \frac{۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۵\times۱۰^{-۵}\times۲/۵\times۱۰^{۳}}$$

$$\Rightarrow B = \frac{۱}{۲/۵} = \frac{۱۰}{۲۵} = ۰/۴\,T$$

بازی با سؤال ذره‌ای به جرم ۰/۵g دارای بار $-۰/۰۵\mu C$ با سرعت $۲/۵\times۱۰^{۵}\,m/s$ در سطح افقی به طرف غرب، در حرکت است. کمترین بزرگی میدان مغناطیسی چند تسلا و در کدام جهت باشد تا مسیر حرکت ذره به‌همان صورت اولیه (در جهت غرب) بماند و منحرف نشود؟ $(g=۱۰\,N/kg)$ کنکور دهه‌های گذشته

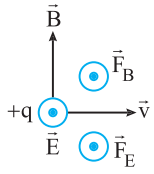
۱) $\frac{۲}{۵}$، به سمت جنوب ۲) $\frac{۲}{۵}$، به سمت شمال

۳) $\frac{۵}{۲}$، به سمت جنوب ۴) $\frac{۵}{۲}$، به سمت شمال

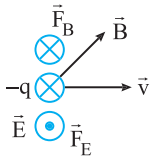
گزینهٔ ۲

B **۲۴۷۸** **۲**

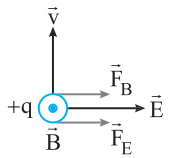
در گزینه (۱) بر بار مثبت از سوی میدان الکتریکی در جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود. بنابراین F_E برونسو است. با توجه به قاعده دست راست نیرویی که میدان مغناطیسی بر بار $+q$ وارد می کند، نیز برونسو است و هر دو نیرو با هم جمع می‌شوند و سبب انحراف بار می‌شوند و گزینه (۱) پاسخ مسئله نیست.



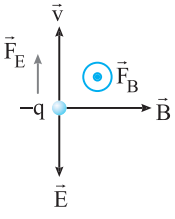
در گزینه (۲) میدان الکتریکی درونسو است و بر بار منفی نیروی برونسو وارد می کند. میدان مغناطیسی نیز با توجه به قاعده دست راست نیرویی درونسو بر بار $-q$ وارد می کند، پس $\vec{F}_E$ و $\vec{F}_B$ در خلاف جهت هم هستند و چون ممکن است این نیروها با هم هم‌اندازه باشند، پس ممکن است که بار بتواند بدون انحراف بگذرد و گزینه (۲) می‌تواند پاسخ مسئله باشد.

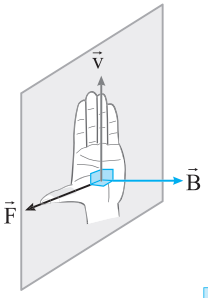


در گزینه (۳) میدان الکتریکی E به سمت راست است و بر بار $+q$ نیرویی به سمت راست وارد می کند و با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی میدان مغناطیسی نیز به سمت راست است و برایند این نیروها نمی‌تواند صفر باشد و ذره قطعاً منحرف می‌شود، پس گزینه (۳) پاسخ مسئله نیست.



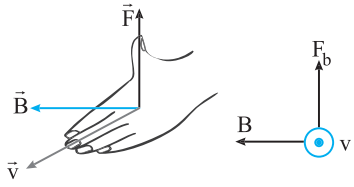
در گزینه (۴) بار منفی است و میدان الکتریکی E رو به پایین بر بار نیروی F_E رو به بالا وارد می کند. جهت میدان مغناطیسی به سمت راست است و تندی رو به بالاست و با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی مغناطیسی وارد بر بار $-q$ برونسو خواهد بود. F_E و F_B برهم عمودند و برایند آن‌ها صفر نیست و گزینه (۴) نیز پاسخ مسئله نیست.





B **۲۴۷۹** **۴**

خط فکری هرگاه در مسئله بیان شود که ذره بدون انحراف به حرکت خود ادامه می‌دهد، یعنی نیروی خالص وارد بر ذره که می‌تواند سبب انحراف شود باید صفر باشد. در این مسئله نیز باید برایند نیروهای الکتریکی و مغناطیسی وارد بر الکترون صفر شود. ابتدا با توجه به منفی بودن بار و قاعدهٔ دست راست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را به‌دست می‌آوریم. چهار انگشت دست راست را در جهت سرعت (برونسو) قرار می‌دهیم به‌طوری که خم کردن انگشت‌ها جهت میدان را نشان دهد، چون بار منفی است خلاف جهت شست دست راست جهت نیرو را نشان می‌دهد.



برای آنکه نیروی مغناطیسی با نیروی الکتریکی خنثی شود تا جهت حرکت ذره منحرف نشود باید نیروی الکتریکی به سمت پایین و هم‌اندازه با نیروی مغناطیسی باشد:

$$F_E = F_b \Rightarrow qE = qvB \Rightarrow E = vB \xrightarrow{B=۴\circ G=۴\times۱\circ^{-۳}T} E=(۲\times۱\circ^{۵})\times(۴\times۱\circ^{-۳}) \Rightarrow E=۸\circ\circ\frac{N}{C}$$

بر بار منفی در یک میدان الکتریکی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود. چون نیروی وارد بر الکترون از طرف میدان رو به پایین است قطعاً بردار میدان الکتریکی به سمت بالاست و در جهت محور yهاست، از این‌رو: $\vec{E}=+۸\circ\circ\vec{j}$

$E = ۸\circ\circ N/C$

بازی با سؤال **در ناحیه‌ای از فضا میدان الکتریکی E عمود بر میدان مغناطیسی B است. ذره بارداری با جرم ناچیز و تندی v وارد این ناحیه می‌شود و در حالی که نیروی میدان مغناطیسی بیشینه است، بدون انحراف از این فضا خارج می‌شود. کدام رابطه بین v، E و B برقرار است؟**

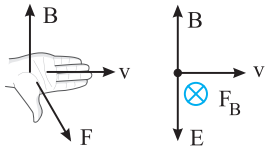
۱) $E=\frac{v}{B}$ ۲) $B=\frac{E}{v}$ ۳) $B=vE$ ۴) به مقدار بار ذره بستگی دارد.

گزینهٔ ۲

B ۲۴۸۰ ۴

برای ثابت ماندن جهت و اندازهٔ سرعت باید نیروهای الکتریکی و مغناطیسی هم اندازه و خلاف جهت باشند. با توجه به نیروی میدان مغناطیسی $F=qvB\sin\alpha$، نمی‌تواند B و v موازی باشند یعنی $\alpha=\circ$ یا $۱۸\circ^\circ$ نمی‌تواند باشد و گزینهٔ (۱) نادرست است.

گزینهٔ (۲) نیز نادرست است چون با توجه به قاعدهٔ دست راست در مثال زیر F_B عمود بر صفحه است در حالی که نیروی الکتریکی در راستای میدان الکتریکی قرار دارد (جهت F را برای الکترون، وارونه می‌کنیم) و F_B و F_E هم‌راستا نخواهند شد.



دقت کنید که F_B باید بر راستای حرکت عمود باشد پس جهت نیروی مغناطیسی در راستای عمود بر حرکت است. پس باید F_E نیز عمود بر راستای حرکت باشد تا بشود F_E و F_B اثر هم را خنثی کنند پس گزینهٔ (۴) درست است.

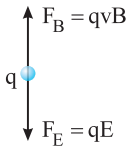
B ۲۴۸۱ ۱

ابتدا دانسته‌های خود را مرور کنیم.

۱ ذرهٔ آلفا دارای بار مثبت است $\alpha={}^{۴}_{۲}He^{++}$

۲ بار مثبت در جهت میدان الکتریکی نیروی $F_E=qE$ وارد می‌شود، بنابراین نیروی F_E رو به پایین است.

۳ برای آنکه ذرهٔ آلفا بدون انحراف از دو میدان بگذرد، باید نیروهایی که از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسی بر آن وارد می‌شود، متوازن باشند. یعنی اندازهٔ آن‌ها یکسان و جهت آن‌ها در خلاف جهت هم باشد، بنابراین نیروی میدان مغناطیسی باید بالاسو باشد. اکنون مسئله قابل حل است.

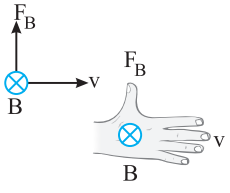


دو نیروی الکتریکی و مغناطیسی را برابر قرار می‌دهیم.

$$F_E=F_B \xrightarrow{F_E=qE\ ,\ F_B=qvB} qE=qvB\Rightarrow E=vB$$

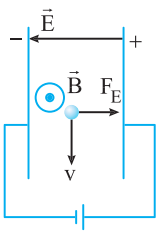
$$\xrightarrow{E=۱۰۰۰N/C,B=۱\circ^{۳}\times۱\circ^{-۴}=\circ/۱T} ۱۰۰۰=\circ/۱v\Rightarrow v=۱\circ^{۴}\,m/s$$

نیروی F_B بالا سو و میدان مغناطیسی درونسو بوده و بنا به قاعدهٔ دست راست اگر شما انگشت شست دست راست خود را رو به بالای صفحه به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به داخل صفحه کاغذ باشد، در این صورت چهار انگشت شما به سمت راست صفحه و در جهت محور xهاست، یعنی سرعت در جهت مثبت محور xها باید باشد.



B ۲۴۸۲ ۲

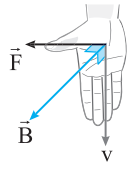
۱ نیروی الکتریکی وارد بر بار



بر بار منفی در میدان الکتریکی، نیرویی در خلاف جهت میدان وارد می‌شود. با توجه به نحوهٔ بسته شدن خازن به باتری، صفحهٔ سمت راست دارای بار مثبت و صفحهٔ سمت چپ دارای بار منفی و جهت میدان الکتریکی از راست به چپ است، بنابراین بر بار منفی نیرویی به سمت راست وارد می‌شود و مقدار آن برابر است با:

$$F_E=qE=۱\circ\times۱\circ^{-۶}\times۱\circ^{۴}=\circ/۱N$$

۲ نیروی مغناطیسی وارد بر بار



چهار انگشت باز دست راست خود را رو به پایین صفحهٔ کاغذ و در جهت سرعت به‌گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به بیرون صفحه (درجهت میدان مغناطیسی برونسو) قرار گیرد. انگشت شست دست راست شما قطعاً سمت چپ را نشان می‌دهد اما چون بار منفی است جهت نیرو عوض می‌شود یعنی F_B همانند F_E به سمت راست است و مقدار آن خواهد شد.

$$F_B=qvB\sin\theta=۱\circ\times۱\circ^{-۶}\times۲\times۱\circ^{۵}\times\circ/۲=\circ/۴N$$

بنابراین برایند دو نیرو برابر است با:

$$F_T=\circ/۴+\circ/۱=\circ/۵N$$

B ۲۴۸۳ ۳

خط فکری با توجه به سؤال جرم ذره ناچیز بوده و در واقع از نیروی وزن وارد بر جسم صرف‌نظر شده است. ابتدا اندازه و جهت نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی که از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسی به ذره وارد می‌شود را به‌دست می‌آوریم و اگر این دو نیرو هم‌جهت باشند نیروی خالص مجموع آن‌ها و اگر این نیرو خلاف جهت هم باشند نیروی خالص تفاضل آن‌ها و اگر برهم عمودند، نیروی خالص از فیثاغورس به‌دست می‌آید.

یادآوری اندازهٔ نیروی مغناطیسی و نیروی الکتریکی از طرف میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

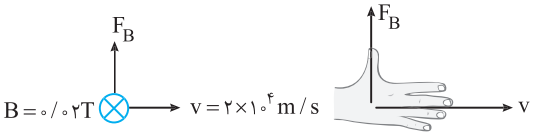
نیروی مغناطیسی	نیروی الکتریکی
$F=\lvert q\rvert vB\sin\alpha$ (زاویهٔ بین میدان مغناطیسی و جهت حرکت ذره)	$F_E=E\lvert q\rvert$

۱ نیروی مغناطیسی: ذره عمود بر خطوط میدان مغناطیسی در حال حرکت است بنابراین $\alpha=۹\circ^\circ$ است:

$$F_B=qvB\Rightarrow F_B=۲\times۱\circ^{-۶}\times۲\times۱\circ^{۴}\times۲\times۱\circ^{-۲}$$

$$\Rightarrow F_B=۸\times۱\circ^{-۴}N=\circ/۸\times۱\circ^{-۳}N$$

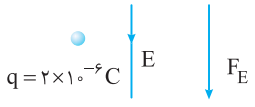
جهت نیروی مغناطیسی با توجه به قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود. چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت ذره به سمت راست گرفته به‌طوری که خم شدن انگشت‌ها جهت میدان مغناطیسی (درونسو) را نشان دهد. حال جهت شست (رو به‌بالا) جهت نیروی مغناطیسی می‌شود:



۲ نیروی الکتریکی:

$$F_E=Eq\Rightarrow F_E=۵\circ\circ\times۲\times۱\circ^{-۶}=۱\circ^{-۳}N$$

ذره دارای بار مثبت است پس نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی هم‌جهت‌اند.

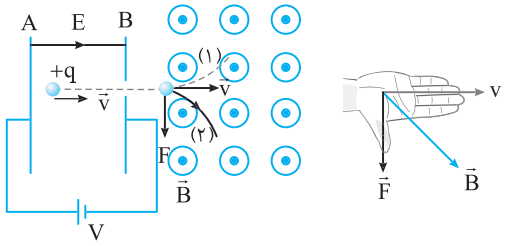


دو نیرو خلاف جهت هم‌اند، بنابراین نیروی خالص وارد بر ذره برابر است با:

$$F_T=F_E-F_B\Rightarrow F_T=۱\circ^{-۳}-\circ/۸\times۱\circ^{-۳}=\circ/۲\times۱\circ^{-۳}=۲\times۱\circ^{-۴}N$$

B ۲۴۸۴ ۲

۱ با توجه به قاعدهٔ دست راست، اگر چهار انگشت دست راست خود را به سمت راست صفحهٔ کاغذ (در جهت سرعت v) به‌گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به بیرون صفحه (و در جهت میدان $\vec{B}$) باشد، انگشت باز شست شما به سمت پایین صفحه بوده و بار $+q$ در سوی مسیر (۲) منحرف می‌شود.



۲ با افزایش اختلاف پتانسیل بین دو صفحه، میدان الکتریکی بین صفحات خازن $(\uparrow E=\frac{\uparrow V}{d})$ افزایش یافته، نیروی الکتریکی وارد بر بار $+q$ $(F=qE)$ بزرگ‌تر شده، تندی ذره در مسیر A تا B افزایش می‌یابد و وقتی ذره وارد میدان مغناطیسی B می‌شود نیروی مغناطیسی وارد بر آن افزایش می‌یابد. $\uparrow F=|q|v B\sin\theta$

A ۲۴۸۵ ۱

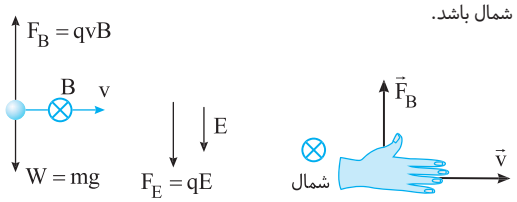
با توجه به جهت میدان E نیروی F_E رو به پایین است، همچنین نیروی وزن رو به پایین است. برای آن که جهت سرعت تغییر نکند باید نیروهای وارد بر ذره متوازن باشند، پس باید نیروی میدان مغناطیسی رو به بالا باشد.

$$F_{net}=0\Rightarrow F_B=F_E+W\Rightarrow |q|vB=qE+mg$$

$$1\times10^{-6}\times v\times0/18=1\times10^{-6}\times450+9\times10^{-6}\times10$$

$$0/18v=540\Rightarrow v=3000\ m/s$$

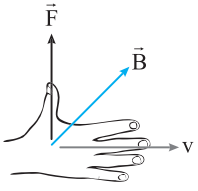
نیروی میدان مغناطیسی وارد بر بار، رو به بالا است، بنابراین میدان مغناطیسی باید در جهت شمال باشد.



B ۲۴۸۶ ۲

۱ جهت **شمال** را برای رسم شکل، درونسو اختیار می‌کنیم. سمت چپ، **غرب**، سمت راست **شرق** و **جنوب** برونسو خواهد بود.

۲ بار منفی در جهت **شرق** در حرکت است و وارد یک میدان مغناطیسی رو به **شمال** شده است، بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست اگر چهار انگشت باز دست راست را رو به راست صفحه کاغذ به‌گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به سمت درون صفحه نشانه رود، انگشت باز شست شما رو به **بالا** خواهد بود و چون بار منفی است، جهت نیروی F_B رو به **پایین** است.

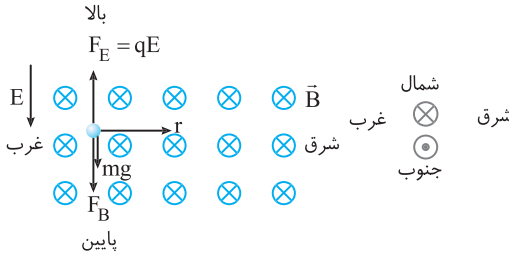


۳ نیروی F_B و وزن هر دو رو به **پایین** هستند و با هم جمع می‌شوند برای آنکه ذره منحرف نشود باید نیروی الکتریکی رو به **بالا** باشند و اندازهٔ آن برابر F_B+W باشد.

$$F_E=F_B+W\Rightarrow qE=qvB+mg$$

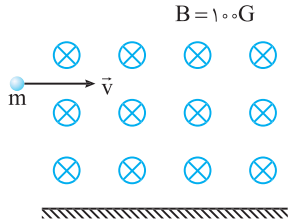
$$\Rightarrow 200\times10^{-6}E=200\times10^{-6}\times4\times10^{4}\times10^{-4}+4\times10^{-3}\times10^{-3}\times10$$

$$\Rightarrow 200E=800+40\Rightarrow E=\frac{840}{200}\Rightarrow E=4/2N/C$$



چون ذره دارای بار منفی است پس F_E و E خلاف جهت هم‌اند و میدان الکتریکی رو به پایین است.

بازی با سوال **در شکل زیر گلوله‌ای به جرم ۱۰g با بار الکتریکی $+4\mu C$ و با سرعت افقی $2\times10^{6}\ m/s$ عمود بر راستای میدان مغناطیسی درونسوی یکنواختی با بزرگی ۱۰۰G درون میدان شلیک می‌شود. جهت و بزرگی میدان الکتریکی که سبب ثابت ماندن بردار سرعت می‌شود کدام است؟** $(g=10N/kg)$



۱) $2\times10^{4}\ N/C$، بالاسو

۲) $2\times10^{4}\ N/C$، پایین‌سو

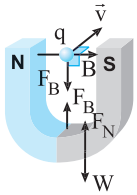
۳) $5\times10^{3}\ N/C$، پایین‌سو

۴) $5\times10^{3}\ N/C$، بالاسو

گزینهٔ ۴

B ۲۴۸۷ ۲

یادآوری در دینامیک در دورهٔ اول متوسطه خوانده‌اید که بنا بر قانون سوم نیوتون اگر جسم A بر جسم B نیروی F وارد کند جسم B نیز بر جسم A نیرویی هم‌اندازهٔ F و در خلاف جهت آن وارد می‌کند.



خط فکری دربارهٔ این مسئله چگونه باید فکر کنیم؟

باید نیروهای وارد بر آهنربا و سطح زیر آن را مشخص کنید و جهت آن‌ها را نیز تعیین کنید. در حالت بعد که بار از بین قطبین آهنربا می‌گذرد مجدداً باید نیروها را بررسی کنید تا بتوانید در مورد F و F' اظهار نظر کنید.

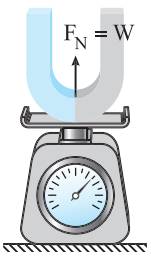
در حالت اول: نیروهای وارد بر آهنربا، یکی نیروی وزن است که از طرف کرهٔ زمین بر آهنربا وارد می‌شود و دیگری نیروی عمودی سطح است که توسط سطح بر آهنربا وارد می‌شود و این دو نیرو هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند $(F_N=W)$

سطح بر آهنربا نیرویی هم‌اندازهٔ W وارد می‌کند بنا به قانون سوم نیوتون آهنربا بر سطح نیروی F را رو به پایین وارد می‌کند که هم‌اندازهٔ W است. $(F=W)$

در حالت دوم: ابتدا جهت نیرویی که توسط آهنربا بر بار وارد می‌شود را به کمک قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم. این نیرو رو به پایین است و بنا به قانون سوم نیوتون، بار نیز نیرویی برابر F_B رو به بالا، بر آهنربا وارد می‌کند در واقع F_B به کمک F_N می‌آید که این امر سبب می‌گردد نیرویی که آهنربا بر سطح وارد می‌کند، کاهش یابد. $F'<F$

C ۲۴۸۸ ۱

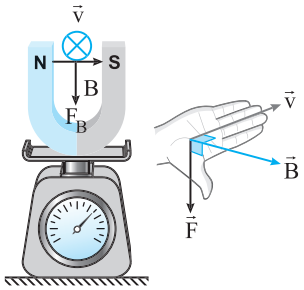
۱ وقتی که آهنربا روی ترازو است و هنوز بار از بین قطب‌های آن رد نشده، ترازو نیروی وزن آهنربا را نشان می‌دهد.



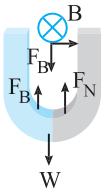
۲ ذرهٔ باردار با بار $400\mu C$ و تندی $2\times10^{5}\ m/s$ از بین قطب‌های آهنربا که میدان مغناطیسی آن ۱۰G است می‌گذرد، اندازه نیرویی که آهنربا بر این ذره وارد می‌کند. برابر است با:

$$F=|q|vB\sin\theta\Rightarrow F_B=400\times10^{-6}\times2\times10^{5}\times10\times10^{-4}\times1\Rightarrow F_B=0/8N$$

۳ جهت نیروی مغناطیسی را به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌کنیم. میدان مغناطیسی از N به S یعنی به سمت راست است. چهار انگشت باز دست راست خود را به طرف داخل صفحه کاغذ بگیرید به‌گونه‌ای که کف دست به سمت راست باشد، انگشت باز شست دست راست شما رو به پایین است یعنی آهنربا نیروی $F_B = ۰/۰۸N$ را رو به پایین وارد می‌کند.



۴ به قسمت مهیج مسئله رسیده‌ایم. بنا به قانون سوم نیوتون وقتی آهنربا به بار رو به پایین نیرو وارد می‌کند ذرهٔ باردار بر آهنربا نیرویی برابر $۰/۰۸N$ رو به بالا وارد می‌کند و سبب می‌گردد که ترازو عدد کمتری را نشان دهد مانند این است که نیروی $F_B = ۰/۰۸N$، آهنربا را سبک‌تر کرده و ترازو ٪۲۰ کاهش را نشان می‌دهد یعنی نیروی F_B برابر $\frac{۲۰}{۱۰۰}$ وزن آهنرباست.



$$F_B = \frac{۲۰}{۱۰۰}W \Rightarrow ۰/۰۸ = \frac{۲۰}{۱۰۰}W \Rightarrow W = ۰/۴N$$

۵ اما هنوز داستان ادامه دارد زیرا مسئله جرم را می‌خواهد آن هم برحسب گرم:

$$W = mg \Rightarrow ۰/۴ = m \times ۱۰ \Rightarrow m = ۰/۰۴kg \Rightarrow m = ۴۰g$$

A ۲۴۸۹ ۲

هر گاه یک سیم حامل جریان در یک میدان مغناطیسی قرار گیرد بر آن نیروهای زیر وارد می‌شود.

$$F = IlB\sin\theta$$

(طول سیم بر حسب متر، زاویهٔ بین سوی جریان سیم و جهت میدان مغناطیسی، میدان مغناطیسی که سیم در آن قرار دارد بر حسب تسلا، جریان سیم بر حسب آمپر)

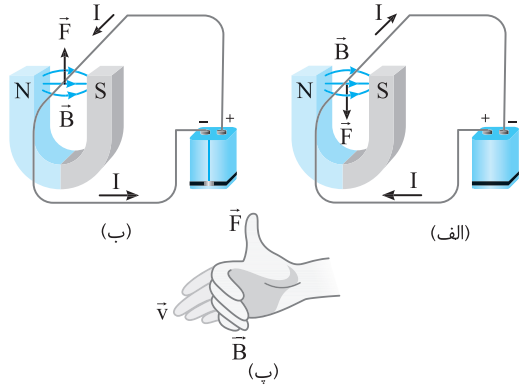
بنابراین اگر B را بر حسب دیگر کمیت‌ها مرتب کنیم، یکای میدان مغناطیسی مشخص می‌شود.

$$B = \frac{F}{Il\sin\theta} \Rightarrow T = \frac{N}{Am}$$

(نیوتون، تسلا، آمپر، متر)

B ۲۴۹۰ ۲

خط فکری بنابر قاعدهٔ دست راست برای سیم حامل جریان باید چهار انگشت باز دست راست خود را در امتداد سیم در سوی جریان به گونه‌ای قرار دهید که خم کردن آن‌ها (در سویی که انگشتان به طور طبیعی خم می‌شوند.) جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. در این حالت انگشت باز شست جهت نیروی وارد بر سیم را نشان می‌دهد. بنابراین باید به سراغ دست راست خود بروید.



الف) نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی

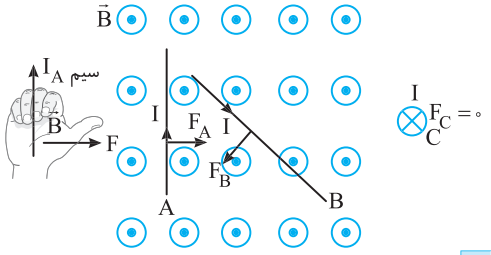
ب) نیروی مغناطیسی وارد بر سیم در حالی که جریان وارونه شده است.

پ) قاعدهٔ دست راست برای تعیین نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی شکل (ب)

سیم A: چهار انگشت باز دست راست خود را رو به بالای کاغذ بگیرید به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را خم می‌کنید رو به بیرون کاغذ را نشان دهند در این حالت انگشت باز شست شما، به سمت راست بوده یعنی نیروی وارد بر سیم A، (F_A) به سمت راست است.

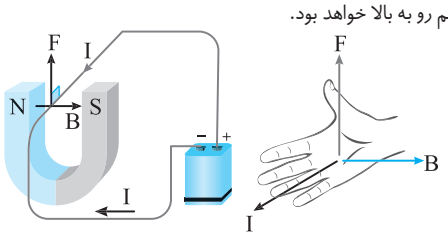
سیم B: مطابق شکل با همین روش جهت نیروی F_B مشخص می‌شود.

سیم C: راستای سیم C در امتداد میدان B است و هرگاه سیم حامل جریان در راستای میدان قرار گیرد نیروی وارد بر آن صفر است.

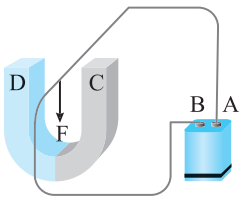


A ۲۴۹۱ ۱

یادآوری جریان در مدار از پایانه مثبت باتری به سوی پایانه منفی باتری است. جهت میدان B از قطب N به قطب S است و با توجه به قاعدهٔ دست راست، نیروی وارد بر سیم رو به بالا خواهد بود.



بازی با سؤال گزاره‌های زیر برای شکل مقابل نوشته شده است. کدام گزینه گزاره‌های درست را بیان می‌کند؟



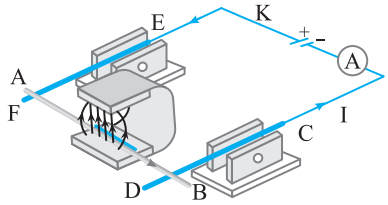
الف) اگر A قطب مثبت باشد، C باید قطب N باشد. / **ب)** اگر A قطب مثبت باشد، D باید قطب N باشد. / **پ)** اگر B قطب مثبت باشد، C باید قطب N باشد. / **ت)** اگر B قطب مثبت باشد، D باید قطب N باشد.

۱) (الف)، (پ) **۲)** (الف)، (ت) **۳)** (ب)، (پ) **۴)** (ب)، (ت)

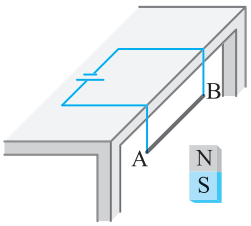
گزینهٔ ۲

A ۲۴۹۲ ۱

جریان در سیم AB با توجه به مولد از A به B است. بنابر قاعدهٔ دست راست جهت نیروی وارد بر سیم AB توسط میدان مغناطیسی آهنربا به سمت بیرون آهنربا بوده و میله به سمت بیرون آهنربا می‌لغزد.



بازی با سؤال در شکل مقابل نیروی وارد بر سیم AB به کدام سمت است؟



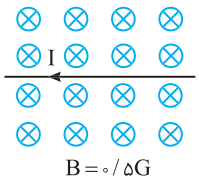
۱) چپ **۲)** راست

۳) بالا **۴)** پایین

گزینهٔ ۲

۴ ۲۴۹۳ B

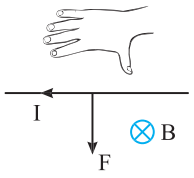
۱ اندازهٔ نیروی مغناطیسی از رابطهٔ $F=I\ell B\sin\alpha$ به‌دست می‌آید. α زاویهٔ بین B و I است.



یادآوری هر گاوس برابر 10^{-4} تسلا است.

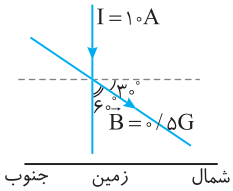
$$F=I\ell B\sin\alpha \xrightarrow[I=2/5A]{\alpha=90^\circ,\ \ell=2/4m} F=2/5\times2/4\times(0/5\times10^{-4})\Rightarrow F=3\times10^{-4}N$$

۲ برای به‌دست آوردن جهت، چهار انگشت دست راست را در جهت جریان می‌گیریم به طوری که کف دست در جهت میدان مغناطیسی درونسو باشد، در این حالت شست دست راست جهت نیرو را مشخص می‌کند، بنابراین نیرو به سمت پایین است.



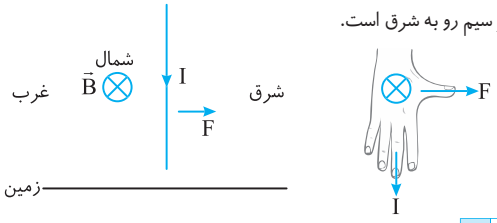
۱ ۲۴۹۴ B

مطابق شکل سیم در راستای قائم است از طرفی خطوط میدان با سطح افقی زاویهٔ ۳۰° ساخته است بنابراین خطوط میدان با راستای قائم، زاویهٔ ۶۰° می‌سازد بنابراین اندازهٔ نیروی وارد بر سیم خواهد شد:



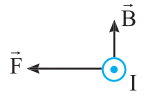
$$F=IlB\sin\theta\Rightarrow F=10\times2\times0/5\times10^{-4}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow F=5\sqrt{3}\times10^{-4}N$$

برای سادگی به‌دست آوردن جهت نیروی وارد بر سیم، میدان مغناطیسی را که در امتداد شمال است درونسو در نظر می‌گیریم، با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی مغناطیسی وارد بر سیم رو به شرق است.



۱ ۲۴۹۵ A

اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم که به طور عمود بر میدان مغناطیسی $(\theta=90^\circ)$ قرار دارد برابر است با: $F=IlB\sin\theta$



$$\Rightarrow F=(0/5)\times(80\times10^{-2})\times(200\times10^{-4})\times(\sin90^\circ)=8\times10^{-3}N=8mN$$

چون نیرو رو به داخل آهنربا به سیم وارد شده است، با داشتن جهت جریان و به کمک قاعدهٔ دست راست قطب‌های آهنربا به دست می‌آیند، A قطب S و B قطب N آهنربا می‌باشد.

۱ ۲۴۹۶ A

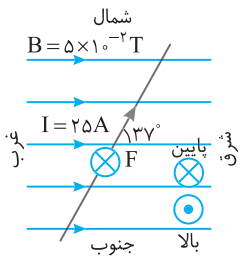
نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی برابر است با:

$$F=IlB\sin\theta\Rightarrow F=4000\times100\times0/5\times10^{-4}\times\sin60$$

$$F=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}N$$

۲ ۲۴۹۷ B

خط فکری دقت کنید در مسئله شمال، جنوب، شرق و غرب شبیه نقشه‌های جغرافیایی در نظر گرفته شده است بنابراین جهت رو به بالا (رو به آسمان) برونسو جهت رو به پایین (رو به زمین) در این شکل، درونسو است.

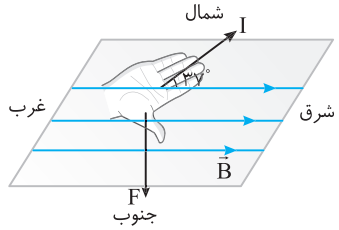


چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان سیم قرار دهید به گونه‌ای که کف دست شما به سمت راست (شرق) باشد در این حالت قطعاً انگشت باز شست دست راست شما رو به صفحه کاغذ (درونسو) خواهد بود یعنی نیروی F وارد بر سیم رو به پایین است.

اندازهٔ این نیرو را به‌دست می‌آوریم:

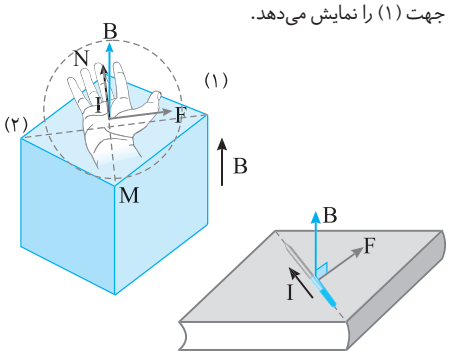
$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow{l=0/8m} F=25\times0/8\times5\times10^{-2}\times\sin37^\circ$$

$$\xrightarrow{\sin37^\circ=0/6} F=0/6N$$



۴ ۲۴۹۸ B

شکل سه بعدی است. برای درک بهتر یک کتاب روی میز قرار دهید، یک خودکار در امتداد قطر کتاب روی کتاب بگذارید، چهار انگشت باز دست راست خود را در امتداد خودکار قرار دهید، به‌گونه‌ای که کف دست شما رو به بالا باشد در این حالت انگشت باز دست شما جهت (۱) را نمایش می‌دهد.



طول سیم MN را حساب می‌کنیم $l=\sqrt{20^2+20^2}=20\sqrt{2}cm$

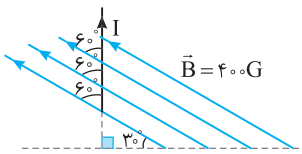
اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم خواهد شد:

$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow{I=2A,\ B=4\times10^{-2}T}$$

$$F=2\times20\sqrt{2}\times10^{-2}\times4\times10^{-2}\times1\Rightarrow F=1/6\sqrt{2}\times10^{-2}N$$

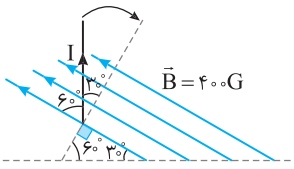
۳ ۲۴۹۹ B

به شکل دقت کنید خطوط میدان با سطح افقی زاویهٔ ۳۰° می‌سازد بنابراین زاویهٔ بین سیم که بر سطح افقی عمود است با خطوط میدان ۹۰−۳۰=۶۰° خواهد شد. نیرویی که توسط میدان مغناطیسی بر سیم وارد می‌شود را حساب می‌کنیم.



$$F=IlB\sin60^\circ=5\times0/6\times400\times10^{-4}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=0/6\sqrt{3}N$$

وقتی نیروی وارد بر سیم حامل جریان بیشینه است که سیم بر خطوط میدان عمود باشد $(\theta=90^\circ)$ بنابراین مطابق شکل روبه‌رو سیم باید ۳۰° ساعتگرد بچرخد تا عمود بر خط‌های میدان قرار گیرد.



۱ ۲۵۰۰ A

مسئلهٔ ساده‌ای است. نیروی وارد بر سیم را در دو حالت می‌نویسیم. یک‌بار برای وقتی که $\theta=30^\circ$ است و بار دیگر برای $\theta=60^\circ$

$$F=IlB\sin\theta\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\frac{IlB\sin60^\circ}{IlB\sin30^\circ}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\sqrt{3}$$

B ۲ ۲۵۰۱

در حالت اول جریان را I و نیروی وارد بر سیم را F فرض می‌کنیم. وقتی که جریان ۵A افزایش یافته یعنی جریان برابر $I'=I+5$ شده است و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم ۲۰٪ افزایش یافته یعنی نیروی مغناطیسی برابر $F'=F+\frac{۲}{۱۰}F$ شده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$F'=۱/۲F \xrightarrow{F=IlB\sin\theta} I'lB\sin\theta=۱/۲IlB\sin\theta \xrightarrow{\sin\theta,B,l \text{ تغییر نکرده است}} I'=۱/۲I \xrightarrow{I'=I+5} I+5=۱/۲I\Rightarrow 5=۰/۲I\Rightarrow I=۲۵A$$

A ۳ ۲۵۰۲

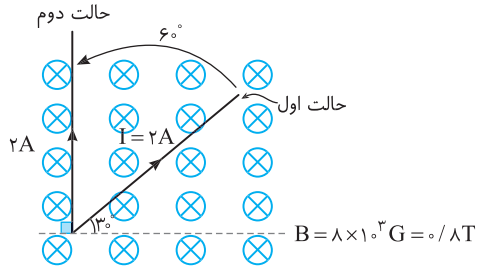
نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان از رابطهٔ $F=IlB\sin\theta$ به‌دست می‌آید که θ زاویهٔ بین سوی جریان سیم با میدان مغناطیسی است و هر گاه زاویهٔ θ از صفر تا ۹۰° تغییر کند، $\sin\theta$ افزایش می‌یابد و F زیاد می‌شود بنابراین:

$$\gamma>\beta>\alpha\Rightarrow\sin\gamma>\sin\beta>\sin\alpha\Rightarrow F_۱>F_۲>F_۳$$

B ۳ ۲۵۰۳

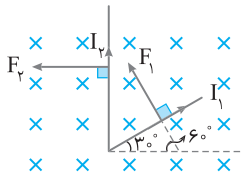
۱ به شکل دقت کنید در حالت اول و حالت دوم سیم در صفحهٔ کاغذ قرار دارد و میدان عمود بر صفحهٔ کاغذ است (درونسوست) یعنی زاویهٔ بین میدان و سیم حامل جریان ۹۰° است و تغییری در نیروی وارد بر سیم ایجاد نمی‌شود $(\Delta B=۰)$ و در دو حالت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم یکسان و برابر است با:

$$F=IlB\sin\theta\Rightarrow F=۲\times۱\times۰/۸\times۱\Rightarrow F=۱/۶N$$



۲ نیروی مغناطیسی را در دو حالت با توجه به قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم.

نکته نیروی مغناطیسی همواره بر سیم و میدان مغناطیسی عمود است.



نیروی $F_۲$ موازی افق است و با توجه به شکل نیروی $F_۱$ با افق زاویهٔ ۶۰° می‌سازد پس نیروی $F_۱$، ۶۰° پادساعتگرد باید بچرخد تا موازی افق شود.

B ۱ ۲۵۰۴

خط فکری هر گاه صحبت از شتاب شود باید به سراغ قانون دوم نیوتون $F=ma$ برویم البته در اینجا باید ابتدا نیروی وارد بر سیم را حساب کنید و نکته دیگری که باید به آن دقت کنید این است که طول سیم و جرم آن به شما داده نشده اما جرم هر متر از سیم در صورت مسئله بیان شده است بنابراین دقت کنید که چگونه در حل مسئله از این مطلب استفاده می‌کنیم.

۱ اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را به‌دست می‌آوریم.

$$F=IlB\sin\theta\Rightarrow F=۱۰\times l\times۰/۵\times۱\Rightarrow F=۵l$$

۲ دقت کنید که در صورت سؤال جرم هر متر سیم ۸g بیان شده است، بنابراین جرم کل سیم خواهد شد:

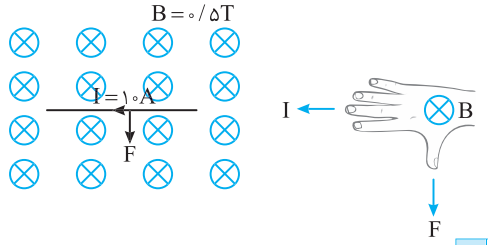
۱ متر	۸g
l متر	m=?

$$\Rightarrow m=۸\times۱۰^{-۳}lkg$$

۳ بنابر قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F=ma \xrightarrow[m=۸\times۱۰^{-۳}l]{F=۵l} ۵l=۸\times۱۰^{-۳}l(a)\Rightarrow a=\frac{۵}{۸}\times۱۰^{+۳}m/s^۲$$

۴ با توجه به قاعده دست راست اگر چهار انگشت باز دست راست خود را به سمت چپ (در جهت جریان) به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به صفحهٔ کاغذ (در جهت میدان درونسو) قرار گیرد قطعاً انگشت باز شست دست راست شما رو به پایین خواهد بود یعنی نیروی وارد بر سیم رو به پایین است بنابراین شتاب حاصل از آن نیز رو به پایین است.



B ۲ ۲۵۰۵

یادآوری مقاومت سیم رسانایی به‌طول l و سطح مقطع A با مقاومت ویژهٔ ρ برابر است با: $R=\rho\frac{l}{A}$

جریان سیم MN را به‌کمک قانون اهم حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{V}{\rho\frac{l}{A}}\Rightarrow I=\frac{VA}{\rho l} \quad (۱)$$

سیم MN بر خطوط میدان عمود است $(\theta=۹۰^\circ)$ و نیروی مغناطیسی وارد بر آن خواهد شد:

$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow{\sin\theta=۱} F=IlB$$

جریان را از رابطه (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$F=\frac{VA}{\rho l}\times lB\Rightarrow F=\frac{VAB}{\rho}$$

B ۱ ۲۵۰۶

۱ ابتدا مقاومت معادل مدار را بعد از بستن کلید حساب می‌کنیم:

$$R_{eq}=\frac{۵\times۲۰}{۵+۲۰}\Rightarrow R_{eq}=۴\Omega$$

۲ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_{کل}=\frac{۱۲}{۴+۱}\Rightarrow I_{کل}=۲/۴A$$

۳ جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت تقسیم می‌شود. اگر جریان سیم CD که مقاومت آن ۵Ω یعنی $\frac{۱}{۴}$ مقاومت R است $R=۲۰\Omega$ را x بگیریم $I_{کل}=x+۴x\Rightarrow ۲/۴=۵x\Rightarrow x=۰/۴۸A$:۴x می‌شود بنابراین خواهیم داشت:

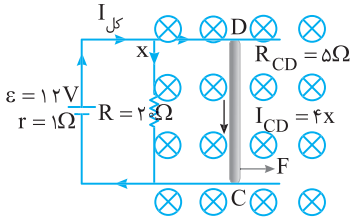
و جریان سیم CD برابر است با: $I_{CD}=۴\times۰/۴۸\Rightarrow I=۱/۹۲A$

۴ نیروی وارد بر میله CD برابر است با:

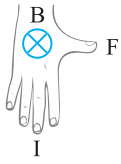
$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow[\sin\theta=۱]{\theta=۹۰^\circ} F=IlB\Rightarrow F=۱/۹۲\times۱\times۰/۲\Rightarrow F=۰/۳۸۴N$$

۵ شتاب حرکت میله را به‌دست می‌آوریم:

$$F=ma\Rightarrow ۰/۳۸۴=۲a\Rightarrow a=۰/۱۹۲m/s^۲$$

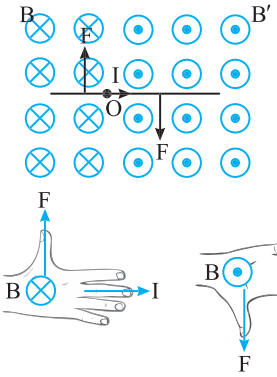


۶ جریان از D به C است و بنا به قاعدهٔ دست راست نیروی وارد بر سیم به سمت راست بوده و شتاب حاصل از این نیرو نیز به سمت راست است.



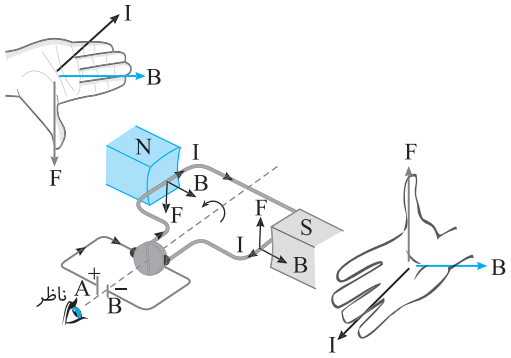
B ۲ ۲۵۰۷

با توجه به قاعده دست راست مطابق شکل زیر بر نیمهٔ اول سیم که در میدان مغناطیسی درونسوست نیرویی رو به بالا و بر نیمهٔ دوم سیم که در میدان مغناطیسی برونسوست نیرویی رو به پایین وارد می‌شود و سیم حول نقطه O ساعتگرد می‌چرخد.

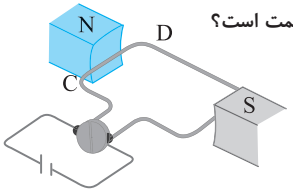


B ۲ ۲۵۰۸

اگر A قطب مثبت باشد جریان درون حلقه الکتروموتور به شکل زیر است، جهت میدان مغناطیسی آهنربا از قطب N به قطب S است، با توجه به قاعدهٔ دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم در قسمت سمت راست حلقه، رو به بالا و در قسمت سمت چپ حلقه رو به پایین است و از دید ناظر حلقه پادساعتگرد می‌چرخد. بنابراین گزینه (۱) و (۳) نادرست و گزینه (۲) درست است.



بازی با سؤال در شکل زیر که طرحی ساده از یک موتور الکتریکی است در مدت ۱s، قاب موتور ۳۶۰° می‌چرخد. پس از ۳s از لحظهٔ نشان داده شده نیروی وارد بر سیم CD به کدام سمت است؟



۱) بالا
۲) پایین
۳) چپ
۴) صفر

گزینهٔ ۲

B ۲ ۲۵۰۹

خط فکری میدان برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ داده شده پس شما باید اندازهٔ میدان را $(B=\sqrt{B_x^2+B_y^2})$ به‌دست بیاورید. بیشینه نیرو هم یعنی سیم بر میدان عمود باشد $\theta=90^\circ$ و نیروی وارد بر هر متر از سیم یعنی $l=1m$. پس اکنون می‌توانید مسئله را حل کنید.

۱ اندازهٔ میدان مغناطیسی را حساب می‌کنیم.

$$\vec{B}=0/18\vec{i}+0/24\vec{j}\Rightarrow B=\sqrt{(0/18)^2+(0/24)^2}$$

$$\Rightarrow B=\sqrt{(0/06)^2(3^2+4^2)}\Rightarrow B=0/3T$$

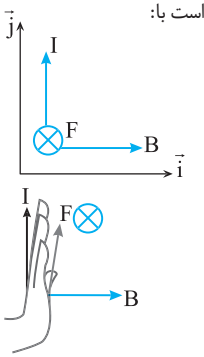
۲ نیروی مغناطیسی وارد بر هر متر از سیم برابر خواهد شد با:

$$F=IlB\sin\theta \xrightarrow[\sin\theta=1]{I=20A} F=20\times1\times0/3\times1\Rightarrow F=6N$$

B ۲ ۲۵۱۰

خط فکری بردار میدان مغناطیسی برحسب بردارهای یکه بیان شده از طرفی سیم حامل جریان در امتداد محور yهاست. هرگاه سیم در امتداد میدان مغناطیسی باشد بر سیم حامل جریان نیرویی وارد نمی‌شود. بنابراین مؤلفهٔ y میدان (B_y) برسیم نیرو وارد نمی‌کند و شما باید نیرویی که مؤلفهٔ x میدان (B_x) برسیم وارد می‌کند را به‌دست بیاورید.

برای اندازهٔ نیروی میدان مغناطیسی و هم‌چنین جهت این نیرو به‌طور کامل B_y را نادیده می‌گیریم. از این‌رو اندازه نیروی وارد بر سیم برابر است با:



$$F=IlB_x\sin\theta \xrightarrow[I=5A,\theta=90^\circ,l=0/2m]{B_x=0/6T\text{ بر محور y عمود است}}$$

$$F=5\times0/2\times0/6\Rightarrow F=6N$$

با توجه به قاعده دست راست چهار انگشت دست راست خود را در امتداد محور yها قرار دهید (در سوی جریان) به‌گونه‌ای که کف دست شما به سمت راست و در جهت محور x باشد در این حالت انگشت باز شست شما به سوی درون صفحه کاغذ خواهد بود یعنی F درونسوست.

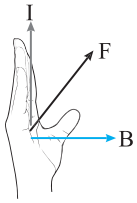
B ۱ ۲۵۱۱

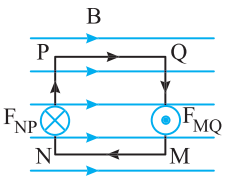
مسئله‌ای است که می‌توانید نتیجهٔ آن را به‌خاطر بسپرید.

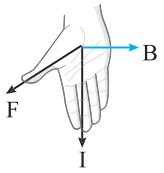
۱ بر سیم‌های PQ و MN که در امتداد میدان مغناطیسی قرار دارند. نیروی مغناطیسی وارد نمی‌شود. $F_{MN}=F_{PQ}=0$

۲ اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم NP و سیم MQ برابر است زیرا طول هر دو سیم یکسان $(20cm)$ جریان عبوری از هر دو سیم مساوی $(2A)$ و هر دو بر خطوط میدان عمود هستند $(\theta=90^\circ)$ بنابراین $F_{MQ}=F_{NP}$.

با توجه به قاعده دست راست اگر شما چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان سیم NP رو به بالا (بالاسو) بگیرید به‌گونه‌ای که خم کردن چهار انگشت (کف دست) باز شما به‌سوی راست یعنی در جهت میدان B باشد، انگشت باز شست شما به درون صفحه کاغذ نشان می‌رود یعنی F_{NP} درونسو است و قطعاً چون جهت جریان MQ خلاف NP است، نیروی F_{MQ} برونسو خواهد بود.







۳ برایند نیروهای هم‌اندازه و در خلاف جهت هم صفر است.

بازی با سؤال چنانچه این قاب قابلیت چرخش داشته باشد، برای قاب چه اتفاقی می‌افتد؟

۱) به سمت چپ می‌رود.
۲) ثابت می‌ماند.
۳) می‌چرخد.
۴) مشخص نیست.

گزینهٔ ۳

B ۱ ۲۵۱۲

خط فکری در رابطهٔ $F=IlB\sin\theta$ ما به $\sin\theta$ نیاز داریم. برای این منظور باید به کمک تعریف سینوس و رابطهٔ مثلثاتی آن در حل مسئله $\sin\theta$ را حساب کنیم.

ابتدا باید اندازهٔ وتر مثلث را به‌دست آوریم.

$$DE^2=CD^2+CE^2\Rightarrow DE^2=120^2+50^2\Rightarrow DE=130cm$$

محاسبهٔ نیروی وارد بر سیم DC:

$$\begin{cases}F=IlB\sin(\pi-\alpha)=IlB\sin\alpha\\ \text{با توجه به مثلث:}\ \sin\alpha=\dfrac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}=\dfrac{50}{130}\end{cases}$$

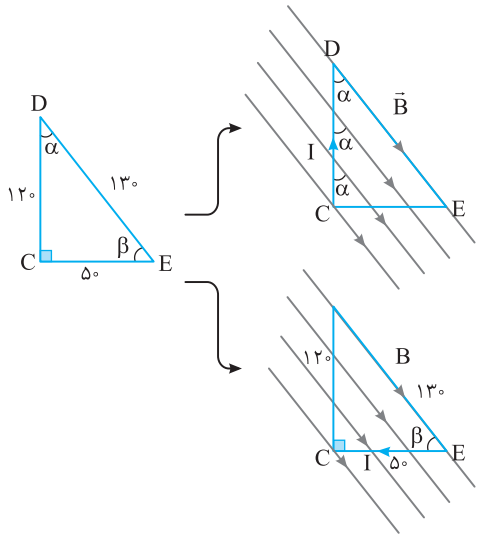
$$\Rightarrow F=BI\times1/2\times\frac{50}{130}\Rightarrow F=BI\frac{6}{13}$$

محاسبهٔ نیروی وارد بر سیم EC:

$$\begin{cases} F' = IlB\sin(\pi-\beta) = IlB\sin\beta \\ \text{با توجه به مثلث: } \sin\beta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{۱۲۰}{۱۳۰} \end{cases}$$

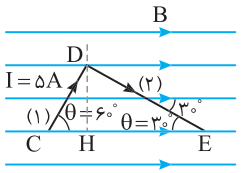
$$\Rightarrow F' = BI\times ۰/۵\times\frac{۱۲۰}{۱۳۰} \Rightarrow F' = BI\frac{۶}{۱۳}$$

بنابراین $\frac{F'}{F} = ۱$ است.



B ۲۵۱۳ ۲

خط فکری طول سیم‌های CD و DE در صورت مسئله داده نشده است. اما شما به حل مسئله دقت کنید تا متوجه شوید در این مسئله به دانستن طول سیم‌های CD و DE نیازی نداریم.



۱ نیروی وارد بر سیم CD را با توجه به داده‌های روی شکل حساب می‌کنیم.

$$F_{CD} = Il_{CD}B\sin\theta \Rightarrow F_{CD} = IBl_{CD}\sin\theta$$

اما به شکل دقت کنید $l_{CD}\sin\theta$ برابر DH است. پس:

$$F_{CD} = IB(DH) \qquad (۱)$$

۲ به سراغ نیروی وارد بر سیم DE می‌رویم.

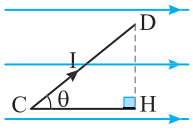
$$F_{DE} = Il_{DE}B\sin\theta' \Rightarrow F_{DE} = IBl_{DE}\sin\theta'$$

جالب شد چرا؟ چون $l_{DE}\sin\theta'$ نیز مطابق شکل برابر DH است یعنی نیروی وارد بر سیم DE برابر است با:

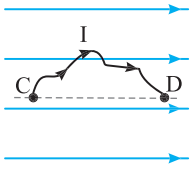
$$F_{DE} = IB(DH) \qquad (۲)$$

۳ حتماً از رابطهٔ (۱) و (۲) متوجه شدید که اندازهٔ نیروی وارد بر سیم DE (سیم ۲) برابر اندازهٔ نیروی وارد بر سیم CD (سیم ۱) است بنابراین $F_{DE} = ۲۰N$.

نتیجه ۱ به جای نیروی وارد بر سیم CD می‌توان نیروی وارد بر سیم DH که بر خطوط میدان عمود است را حساب کرد. دقت کنید باید یک مثلث قائم‌الزاویه درست کنید که DH ضلع روبه‌رو به زاویهٔ θ باشد.



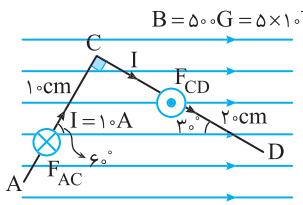
نتیجه ۲ اگر یک سیم خمیدهٔ حامل جریان مطابق شکل در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار گیرد به‌گونه‌ای که ابتدا و انتهای سیم بر یک خط موازی میدان واقع شود نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم صفر است.



B ۲۵۱۴ ۳

۱ نیروی وارد بر سیم AC را به‌دست می‌آوریم.

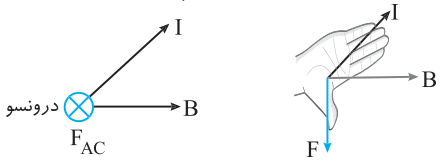
$$B = ۵۰۰G = ۵\times۱۰^{-۲}T$$



$$F_{AC} = Il_{AC}B\sin\theta_{AC} \Rightarrow F_{AC} = ۱۰\times۰/۱\times۵\times۱۰^{-۲}\times\sin۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow F_{AC} = ۵\times۱۰^{-۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow F_{AC} = \frac{\sqrt{۳}}{۴۰}N$$

با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی وارد بر سیم AC درونسو است.



۲ نیروی وارد بر سیم CD را حساب می‌کنیم.

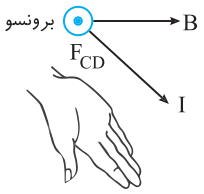
$$F_{CD} = Il_{CD}B\sin\theta_{CD} \Rightarrow F_{CD} = ۱۰\times۰/۲\times۵\times۱۰^{-۲}\times\sin۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow F_{CD} = \frac{۱}{۲۰}N$$

با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی وارد بر سیم CD برونسوست.

۳ نیروهای F_{CD} و F_{AC} در خلاف جهت هم هستند و نیروی برایند از تفاضل دو بردار به‌دست می‌آید.

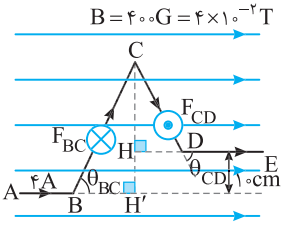
$$F_{net} = F_{CD} - F_{AC} = \frac{۱}{۲۰} - \frac{\sqrt{۳}}{۴۰} \Rightarrow F_{net} = \frac{۲-\sqrt{۳}}{۴۰}N$$



B ۲۵۱۵ ۴

خط فکری با آرامش نیروی وارد بر سیم‌های AB، BC، CD و DE را تک تک به‌دست بیاورید، نگران نداشتن طول سیم‌های BC و CD نباشید.

$$B = ۴۰۰G = ۴\times۱۰^{-۲}T$$



۱ هرگاه سیم حامل جریان در امتداد خط‌های میدان قرار گیرد نیروی مغناطیسی وارد بر آن صفر است. سیم‌های AB و DE در امتداد خط‌های میدان قرار دارند بنابراین نیروی وارد بر AB و DE صفر است. $\theta = ۰ \Rightarrow F_{AB} = F_{DE} = ۰$

۲ نیروی وارد بر سیم BC را حساب می‌کنیم.

$$F_{BC} = Il_{BC}B\sin\theta_{BC} = IBl_{BC}\sin\theta_{BC}$$

با توجه به شکل در مثلث BH′C، مقدار $l_{BC}\sin\theta_{BC}$ برابر CH′ است از این‌رو:

$$F_{BC} = IB(CH') \qquad (I)$$

۳ با توجه به قاعدهٔ دست راست نیروی وارد بر سیم BC درونسوست.

۴ نیروی وارد بر سیم CD را حساب می‌کنیم.

$$F_{CD} = Il_{CD}B\sin\theta_{CD} = IBl_{CD}\sin\theta_{CD}$$

با توجه به شکل در مثلث CHD، $l_{CD}\sin\theta_{CD} = CH$ بنابراین:

$$F_{CD} = IB(CH) \qquad (II)$$

۵ با توجه به قاعده دست راست نیروی وارد بر سیم CD برونسوست.

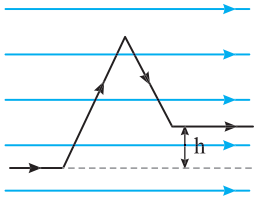
۶ برایند نیروی F_{BC} و F_{CD} که در خلاف جهت هم هستند از تفاضل آن‌ها به‌دست می‌آید.

$$F_{net}=F_{BC}-F_{CD}\xrightarrow{(I),(II)}F_{net}=IB(CH')-IB(CH)$$
$$\Rightarrow F_{net}=IB\underbrace{(CH'-CH)}_{HH'}\xrightarrow{HH'=10cm}$$
$$F_{net}=4\times4\times10^{-2}\times0/1\Rightarrow F_{net}=1/6\times10^{-2}N$$

عجب نتیجهٔ زیبایی، یعنی ما باید در رابطهٔ $F=IlB$ به‌جای l اختلاف فاصلهٔ عمودی نقطهٔ ابتدایی و انتهایی دو سیم را قرار می‌دادیم بنابراین میانبر بنویسیم.

میانبر در شکل زیر نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم برابر است با:

$$F_{net}=IBh$$

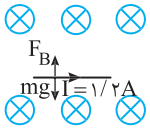


B ۲۵۱۶ ۱

خط فکری سیم معلق و در تعادل است بنابراین نیروی مغناطیسی وارد بر سیم با نیروی وزن آن برابر است یعنی شما نیروی مغناطیسی را باید با نیروی وزن برابر قرار دهید و نگران نداشتن طول سیم نباشید زیرا قطعاً به‌دلیل داشتن جرم واحد طول آن حل مسئله به‌جایی ختم می‌شود که به طول سیم نیازی ندارید البته وقتی گفته می‌شود جرم واحد طول $3g/cm$ است یعنی هر سانتی‌متر از طول این سیم $3g$ جرم دارد.

نیروهای وارد بر سیم را رسم می‌کنیم.

۱ جرم سیم خواهد شد:



$$\begin{array}{c|c}10^{-2}m & 3\times10^{-3}kg\\ \hline l & m\end{array}\Rightarrow m=3\times10^{-1}l$$

۲ نیروی وزن را به‌دست می‌آوریم. $W=mg\Rightarrow W=3\times10^{-1}l\times10\Rightarrow W=3l$

۳ نیروها را برابر قرار می‌دهیم. $F_B=W\Rightarrow IlB\sin\theta=3l \quad (I)$

همان‌گونه که پیش‌بینی کردیم l از دو طرف رابطه حذف می‌شد از طرفی سیم بر خط‌های میدان عمود و $\sin\theta=1$ است بنابراین خواهیم داشت:

$$(I)\Rightarrow IB=3\xrightarrow{I=1/2A}1/2B=3\Rightarrow B=2/5T$$

B ۲۵۱۷ ۴

خط فکری سیم در تعادل است یعنی نیروی خالص وارد بر سیم صفر است بنابراین باید تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید (نیروی وزن، نیروی مغناطیسی و نیروی کشش هر نخ).

۱ نیروی وزن از طرف زمین بر جسم رو به پایین وارد می‌شود و اندازهٔ آن برابر است

$$W=mg\xrightarrow{m=0/05kg}W=0/05\times10\Rightarrow0/5N$$

۲ دو نیروی کشش هر کدام از آن‌ها $0/15N$ است و برایند این دو نیرو $0/15+0/15=0/3N$ رو به بالاست و نیروی وزن $0/5N$ رو به پایین است، پس چگونه سیم در تعادل است؟ حتماً توسط میدان مغناطیسی نیرویی برابر $F_B=0/5-0/3=0/2N$ رو به بالا به سیم وارد می‌شود.

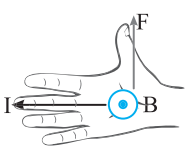
۳ اکنون با داشتن نیروی F_B و جریان سیم $(I=4A)$ می‌توانیم اندازهٔ میدان را به‌دست بیاوریم، اما مشکل نداشتن طول میله است پس باید ابتدا طول میله را حساب کنیم. با توجه به فرض مسئله جرم هر متر از این میله $10g$ است پس وقتی جرم میله $50g$ است، طول آن خواهد شد:

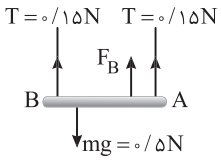
$$\begin{array}{c|c}10g & 1m\\ \hline 50g & l\end{array}\Rightarrow l=5m$$

میدان مغناطیسی بر صفحه عمود است $(\theta=90^\circ)$ بنابراین می‌توان نوشت:

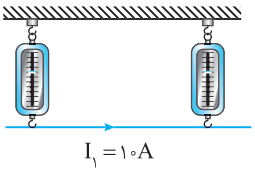
$$F=IlB\sin\theta\xrightarrow[I=4A]{F=0/2N}0/2N=4\times5\times B\times1\Rightarrow B=0/01T$$

و با توجه به قاعدهٔ دست راست، چهار انگشت باز دست خود را از A به سمت B (جهت جریان) و انگشت باز شست خود را رو به بالا صفحهٔ کاغذ بگیرید در این حالت کف دست شما رو به بیرون صفحهٔ کاغذ بوده یعنی میدان B برونسوست.





بازی با سوال مطابق شکل سیمی به طول ۵۰cm حامل جریان ۱۰A به جرم ۲۰۰g به وسیله دو نیروسنج آویزان است. اگر با برقراری یک میدان مغناطیسی هرکدام از نیروسنج‌ها ۱/۱N را نشان دهند، کمینه اندازه میدان و جهت آن را مشخص کنید؟ $(g=10N/kg)$



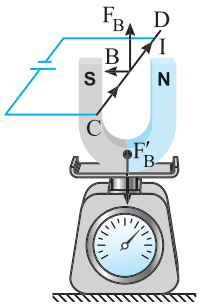
۱) ۰/۰۴، برونسو ۲) ۰/۰۲، برونسو ۳) ۰/۰۴، درونسو ۴) ۰/۰۲، درونسو

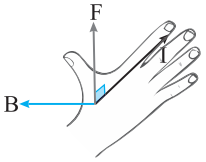
گزینهٔ ۱

B ۲۵۱۸ ۲

خط فکری توسط آهنربا بر سیم حامل جریان نیروی مغناطیسی وارد می‌شود، بنابراین شما باید ابتدا با توجه به پایانه‌های باتری جهت جریان را که از پایانه مثبت به پایانه منفی باتری است مشخص کنید سپس با قاعده دست راست نیروی وارد بر سیم حامل جریان را تعیین کنید اما مهم نیرویی است که سیم بر آهنربا وارد می‌کند پس شما باید به کمک قانون سوم نیوتون جهت نیرویی که سیم بر آهنربا وارد می‌کند را مشخص کنید اگر این نیرو رو به بالا باشد، ترازو عدد کمتری نشان می‌دهد و اگر نیروی وارد بر آهنربا رو به پایین باشد، ترازو عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.

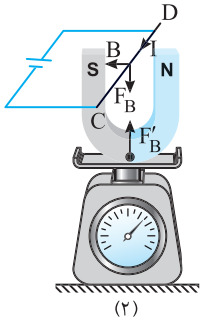
در شکل (۱) جریان از C به D و جهت نیروی وارد بر سیم توسط آهنربا بنا به قاعده دست راست رو به بالا است. با توجه به قانون سوم نیوتون نیرویی که سیم بر آهنربا وارد می‌کند رو به پایین خواهد بود و ترازو عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.

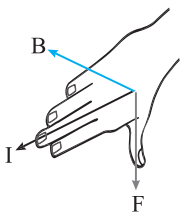




(۱)
$W+F'_B$

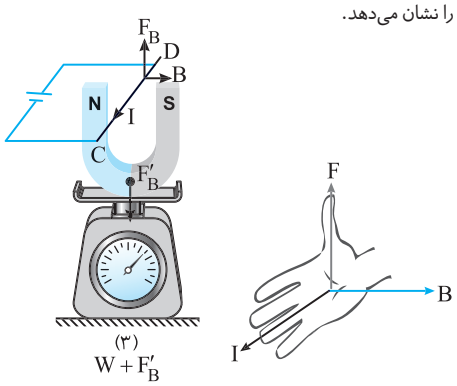
در شکل (۲) جریان از D به C و نیروی وارد بر سیم CD رو به پایین است و بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که سیم بر آهنربا وارد می‌کند رو به بالا است و ترازو عدد کمتری را نشان می‌دهد.





(۲)
$W-F'_B$

در شکل (۳) میدان مغناطیسی برخلاف دو شکل دیگر از چپ به راست است و از طرفی جریان از D به C بوده و نیرویی که آهنربا بر سیم وارد می‌کند رو به بالا است و بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که سیم به آهنربا وارد می‌کند رو به پایین بوده و ترازو عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.



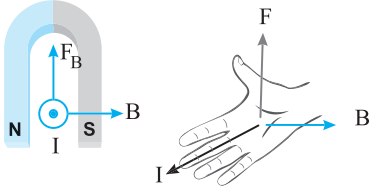
B ۲۵۱۹ ۲

۱ قبل از برقراری جریان نیرویی که فنر برای نگه داشتن آهنربا بر آن وارد می‌کند با وزن آهنربا برابر است: $F_1=mg\Rightarrow F_1=2N$

۲ پس از برقراری جریان نیرویی که فنر باید تحمل کند تا آهنربا را نگه دارد $2/2N$ شده است.

افزایش نیروی فنر بیانگر این است که سیم بر آهنربا نیروی $F_B=2/2-2=0/2N$ رو به پایین وارد می‌کند. بنا به قانون سوم نیوتون آهنربا بر سیم نیروی $0/2N$ رو به بالا وارد می‌کند. در این صورت: $F_B=IlB\sin\theta\Rightarrow 0/2=I\times 0/2\times 0/1\times 1\Rightarrow I=10A$

۳ جهت میدان مغناطیسی از N به S یعنی به سمت راست است از طرفی نیروی F_B همان‌گونه که استدلال کردیم رو به بالای صفحهٔ کاغذ (بالاسو) است بنابراین انگشت باز شست دست راست خود را رو به بالای صفحه به‌گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به سمت راست (در جهت B) باشد در این حالت چهار انگشت دست شما به سمت بیرون کاغذ (برونسو) را نشان خواهد داد یعنی جریان برونسوست.

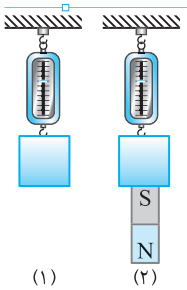


پنجره دو جداره (سطح دوم)

B ۲۵۲۰ ۴

خط فکری نیروسنج، وزن کل اجسام متصل به آن را نشان می‌دهد. بنابراین در حالت اول عددی که نیروسنج نشان می‌دهد وزن جسم و در حالت دوم مجموع وزن جسم و آهنربا را نشان می‌دهد.

۱ نیروسنج وزن جسم آهنی را $1/2N$ و وزن مجموع جسم و آهنربا را $1/8N$ نشان می‌دهد بنابراین نیروی وزن آهنربا خواهد شد:



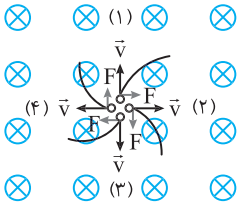
$$W_{\text{آهنربا}}=1/8-1/2\Rightarrow W_{\text{آهنربا}}=0/6N\xrightarrow{W=mg}0/6=m\times 10\Rightarrow m=0/06kg$$

۲ آهنربا ساکن است بنابراین نیروی وزن آن $(0/6N)$ با نیروی مغناطیسی بین جسم و آهنربا خنثی شده است یعنی نیروی مغناطیسی بین جسم و آهنربا برابر است با:

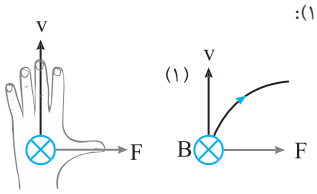
$$F_B=W_{\text{آهنربا}}=0/6N$$

B ۲۵۲۱ ۱

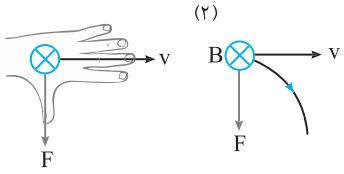
بار منفی است بنابراین می‌توانید از دست چپ برای تعیین جهت نیروی وارد بر ذره استفاده کنید. جهت نیرو و سوی مسیر حرکت ذره را مشخص کنید.



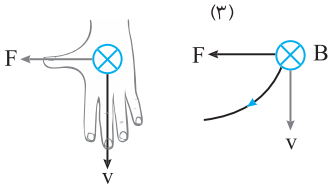
نیروی وارد بر ذرهٔ (۱):



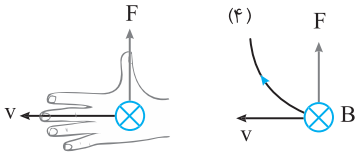
نیروی وارد بر ذرهٔ (۲):



نیروی وارد بر ذرهٔ (۳):



نیروی وارد بر ذرهٔ (۴):



A ۲۵۲۲ ۲

نیروی مغناطیسی وارد بر دو بار با هم برابر است از این رو می‌توان نوشت:

$$F_1=F_2\xrightarrow{F=|q|vB\sin\theta}|q_1|v_1B\sin\alpha=|q_2|v_2B\sin\beta$$
$$\xrightarrow{|q_1|=|q_2|}v_1\sin\alpha=v_2\sin\beta\quad(I)$$

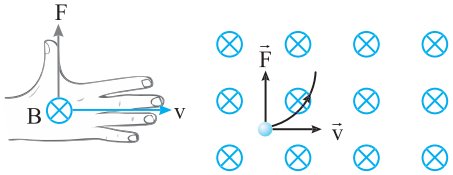
وقتی دو زاویه متمم یکدیگر باشند سینوس یکی از آن‌ها برابر کسینوس دیگری است.

$$\alpha+\beta=90^\circ\Rightarrow\sin\beta=\cos\alpha$$

بنابراین خواهیم داشت: $v_1\sin\alpha=v_2\cos\alpha\Rightarrow\frac{v_1}{v_2}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\cot\alpha$

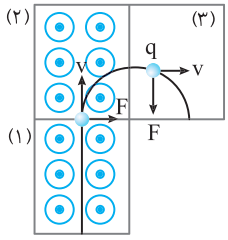
B ۲۵۲۳ ۲

با توجه به قاعده دست راست نیروی وارد بر بار مثبت q رو به بالا است و بارها باید رو به بالا منحرف شوند. بار هر دو ذره یکسان است و نیروی مغناطیسی وارد بر آن‌ها یکسان است. اما چون جرم A بزرگ‌تر از جرم B است، انحراف A از انحراف B در اثر نیروی مغناطیسی کمتر است. بنابراین گزینه (۲) درست است.



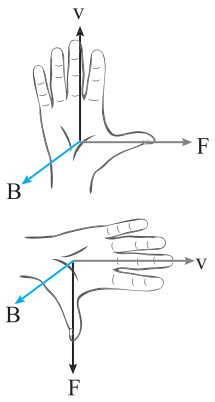
B ۲۵۲۴ ۱

ناحیه (۱) به ما دربارهٔ نوع بار اطلاعاتی نمی‌دهد و باید سراغ ناحیه (۲) برویم. در ورود بار q به ناحیه (۲) بار به سمت راست منحرف شده است یعنی بر بار نیروی مغناطیسی به سمت راست وارد شده است.



با توجه به قاعدهٔ دست راست اگر بار مثبت باشد وقتی چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت v (رو به بالای صفحه کاغذ) قرار می‌دهیم به‌گونه‌ای که کف دست رو به بیرون صفحه در جهت میدان مغناطیسی برونسوی B باشد انگشت باز شست دست راست به سمت راست خواهد بود و ذره به سمت راست منحرف می‌شود بنابراین بار q مثبت است.

در ناحیهٔ (۳) نیز با توجه به قاعدهٔ دست راست باید میدان مغناطیسی برونسو باشد.

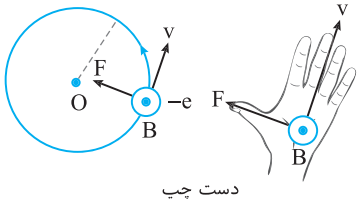


B ۲۵۲۵ ۲

نکته هرگاه نیروی وارد بر ذرهٔ متحرک همواره بر مسیر ذره عمود باشد آن ذره در مسیر دایره‌ای شکلی حرکت خواهد کرد.

خط فکری نیروی الکتریکی همواره در امتداد میدان الکتریکی بر ذرهٔ باردار وارد می‌شود و به نحوه حرکت و سرعت بار بستگی ندارد اما نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار همواره بر بردار سرعت (مسیر ذره) عمود است و سبب می‌گردد که ذره روی دایره بچرخد. در یک دایره شعاع بر مسیر دایره عمود است بنابراین نیروی مغناطیسی در امتداد شعاع و رو به مرکز است. بنابراین این الکترون در یک میدان مغناطیسی در حال چرخش است نه یک میدان الکتریکی.

در یک نقطه دلخواه از مسیر بردار سرعت v را مماس بر مسیر رسم می‌کنیم نیروی F به سوی مرکز این دایره است، بار منفی است پس چهار انگشت دست چپ خود را در جهت سرعت v قرار دهید به گونه‌ای که انگشت شست باز دست چپ شما در جهت F قرار گیرد در این حالت کف دست شما رو به بیرون صفحه بوده یعنی میدان B برونسوست.



دست چپ

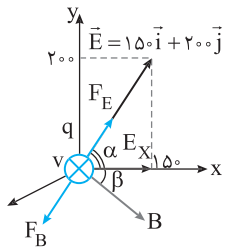
بازی با سؤال بار الکتریکی $q>0$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت در حال چرخش است. اگر مسیر حرکت بار q مطابق شکل باشد، جهت میدان مغناطیسی کدام است؟ ریاضی - ۹۱

۱) → ۲) ←
۳) ⊙ ۴) ⊗

گزینهٔ ۲

C ۲۵۲۶ ۳

خط فکری ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه داده است بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر ذره F_E و نیروی مغناطیسی وارد بر ذره F_B با هم برابر و در خلاف جهت هم هستند یعنی اگر مطابق شکل بردار میدان الکتریکی را رسم کنیم، نیروی الکتریکی که این میدان بر بار مثبت وارد می‌کند وارد می‌کند در جهت میدان الکتریکی است. بنابراین F_B در خلاف جهت F_E خواهد بود و با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی عمود بر F_B و همچنین عمود بر بردار $\vec{E}$ خواهد شد. (به شکل با دقت نگاه کنید)



۱ اندازهٔ بردار میدان الکتریکی و زاویهٔ این بردار با محور xها را حساب می‌کنیم.

$$E=\sqrt{E_x^۲+E_y^۲}\Rightarrow E=\sqrt{۱۵۰^۲+۲۰۰^۲}\Rightarrow E=۲۵۰N/C$$

$$\tan\alpha=\frac{E_y}{E_x}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{۲۰۰}{۱۵۰}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\alpha=۵۳^\circ$$

۲ کمینه میدان مغناطیسی یعنی زاویهٔ بین میدان مغناطیسی و سرعت بار $\theta=۹۰^\circ$ و $\sin\theta=۱$ باشد. نیروی میدان مغناطیسی را برابر نیروی الکتریکی قرار می‌دهیم تا اندازهٔ میدان B را به‌دست آوریم.

$$F_E=F_B\xrightarrow{F_E=qE\,,\,F_B=qvB}qE=qvB\Rightarrow B=\frac{E}{v}$$

$$\xrightarrow{v=۲\times۱۰^۴\,m/s}B=\frac{۲۵۰}{۲\times۱۰^۴}\Rightarrow B=۱۲۵\times۱۰^{-۴}T$$

۳ زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و محور xها را از روی شکل به‌دست می‌آوریم.

با توجه به شکل $\alpha+\beta=۹۰^\circ$ است. بنابراین: $۵۳+\beta=۹۰\Rightarrow\beta=۳۷^\circ$

۴ اکنون با داشتن زاویهٔ $\beta=۳۷^\circ$ مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی روی محور x و y را به‌دست می‌آوریم.

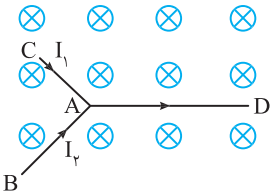
$$B_x=B\cos۳۷^\circ\Rightarrow B_x=۱۲۵\times۱۰^{-۴}\times۰/۸\Rightarrow B_x=۱۰۰\times۱۰^{-۴}T$$

$$B_y=B\sin۳۷^\circ\Rightarrow B_y=۱۲۵\times۱۰^{-۴}\times۰/۶\Rightarrow B_y=۷۵\times۱۰^{-۴}T$$

۵ بردار میدان مغناطیسی در ربع چهارم است بنابراین: $\vec{B}=(۱۰۰\vec{i}-۷۵\vec{j})\times۱۰^{-۴}$

B ۲۵۲۷ ۴

۱ با توجه به شکل هر سه سیم بر خطوط میدان عمود هستند $(\theta=۹۰^\circ)$. نیروی مغناطیسی وارد بر سیم AC و AB برابر است این دو نیرو را با هم برابر قرار می‌دهیم تا یک رابطهٔ ریاضی بین $I_۱$ و $I_۲$ به‌دست بیاوریم.



$$F=IlB\begin{cases}F_{AC}=(BIl)_{AC}=BI_۱l=F\\F_{AB}=(BIl)_{AB}=BI_۲\times\frac{۳}{۲}l=F\end{cases}\xrightarrow{F_{AC}=F_{AB}}BI_۱l=\frac{۳}{۲}BI_۲l\Rightarrow I_۱=\frac{۳}{۲}I_۲$$

۲ به سراغ درس الکتریسیته جاری می‌رویم. جریان سیم I_{AD} برابر مجموع جریان $I_۱$ و $I_۲$ است بنابراین:

$$I_{AD}=I_۱+I_۲=\frac{۳}{۲}I_۲+I_۲=\frac{۵}{۲}I_۲$$

۳ نیروی وارد بر سیم AC را حساب می‌کنیم.

$$F_{AD}=(BIl)_{AD}=B\times\frac{۵}{۲}I_۲\times۲l=۵BI_۲l$$

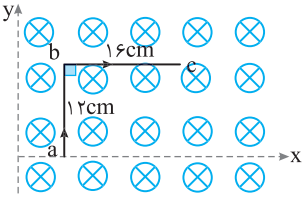
۴ صورت مسئله نیروی وارد بر سیم $I_۲$ را F نامیده است $(F_۲=I_۲l_۲B=I_۲\frac{۳}{۲}lB)$

بنابراین نیروی وارد بر سیم AD برحسب F خواهد شد:

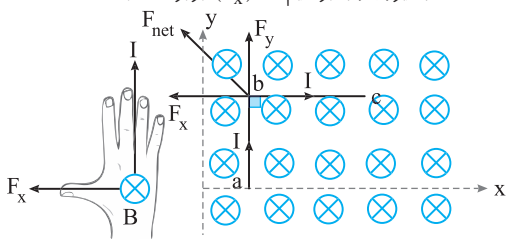
$$\frac{F_{AD}}{F_۲}=\frac{۵BI_۲l}{\frac{۳}{۲}BI_۲l}\Rightarrow\frac{F_{AD}}{F}=\frac{۱۰}{۳}\Rightarrow F_{AD}=\frac{۱۰}{۳}F$$

C ۲۵۲۸ ۳

مسئلهٔ خوبی است باید با هم فکر کنیم. عبارت «سمت‌گیری نیرو در ربع دوم صفحه $x-y$ است» آدم را به فکر می‌اندازد. اما مفهوم آن چیست؟ مفهوم آن این است که اگر F_{net} را تجزیه کنیم، مؤلفهٔ x نیرو (F_x) در جهت منفی محور xها و مؤلفهٔ y نیرو (F_y) در جهت مثبت محور yها است.



پس اگر این نیرو را به مؤلفه‌های F_x و F_y تجزیه کنید قطعاً F_y نیروی وارد بر سیم bc و F_x نیروی وارد بر سیم ab است. بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست، اگر انگشت شست خود را در امتداد F_x قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما به سمت درون کاغذ (در جهت میدان مغناطیسی درونسو) قرار گیرد چهار انگشت باز دست راست شما جهت جریان ab را بالاسو نشان می‌دهد بنابراین جریان در سیم bc به سمت راست است. اندازهٔ نیروی وارد بر سیم $(F_x)ab$ برابر است با:



$$F=Il_{ab}B\Rightarrow F_{ab}=F_x=I\times\frac{۱۲}{۱۰۰}\times۲۵۰\times۱۰^{-۳}\Rightarrow F_{ab}=\frac{۳}{۱۰۰}I$$

اندازه نیروی وارد بر سیم $(F_y)bc$ برابر است با:

$$F_y=Il_{bc}B\Rightarrow F_{bc}=F_y=I(\frac{۱۶}{۱۰۰})(۲۵۰\times۱۰^{-۳})\Rightarrow F_{bc}=\frac{۴}{۱۰۰}I$$

برایند این دو نیرو برابر $۰/۵N$ است:

$$F^۲=F_{ab}^۲+F_{bc}^۲\Rightarrow ۰/۵^۲=(\frac{۳}{۱۰۰}I)^۲+(\frac{۴}{۱۰۰}I)^۲\Rightarrow(۰/۵)^۲=(\frac{۵}{۱۰۰}I)^۲$$

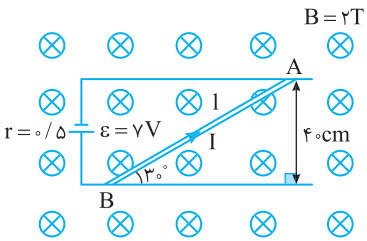
$$۰/۵=\frac{۵}{۱۰۰}I\Rightarrow I=۱۰A$$

۱ ۲۵۲۹ B

خط فکری مسئله توان مصرفی در میلهٔ AB را از ما خواسته است که این توان برابر توان خروجی باتری یعنی $(P=\varepsilon I-rI^۲)$ است در نتیجه باید اول جریان مدار را حساب کنیم. نیرویی که میدان مغناطیسی بر سیم AB وارد می‌کند را در اختیار داریم و به کمک آن می‌توانیم جریان مدار را حساب کنیم.

۱ ابتدا باید طول میلهٔ AB را حساب کنید.

درمثلث‌ضلع روبه‌روزاویه ۳۰°، نصف‌وتر است. ازاین‌رو طول سیم AB، $l=۲\times۰/۴=۰/۸m$ می‌شود.



۲ میله AB بر خطوط میدان عمود است $(\theta=۹۰^\circ)$ و نیرویی که به آن وارد می‌شود برابر $۳/۲N$ است از این‌رو می‌توان نوشت:

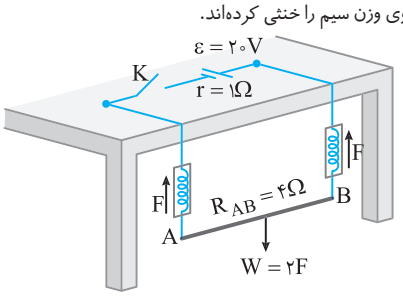
$$F=IlB\sin\theta\xrightarrow{B=۲T}۳/۲=I\times۰/۸\times۲\Rightarrow I=۲A$$

۳ توان مصرفی مقاومت R همان توان خروجی باتری است بنابراین:

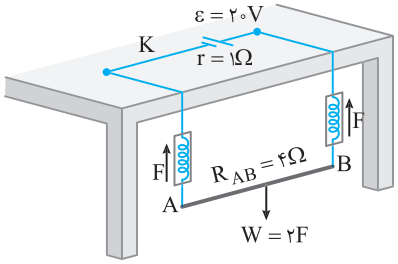
$$P=\varepsilon I-rI^۲\Rightarrow P=۷\times۲-۰/۵\times(۲)^۲\Rightarrow P=۱۲W$$

۱ ۲۵۳۰ C

۱ قبل از بستن کلید نیرویی که هر نیروسنج نشان می دهد را F می‌نامیم و دو نیروی F رو به بالا نیروی وزن سیم را خنثی کرده‌اند.



۲ بعد از بسته شدن کلید، بدون انحراف سیم نیرویی که هر نیروسنج نشان می‌دهد $۰/۰۵N$ افزایش یافته است، علت این افزایش نیروی مغناطیسی F_B است که توسط میدان مغناطیسی بر سیم وارد شده است که این نیرو برابر خواهد شد با: $F_B=۲\times۰/۰۵=۰/۱N$

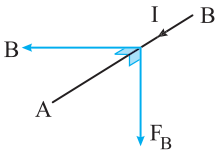


۳ جریان سیم را به‌دست می‌آوریم: $I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۲۰}{۴+۱}\Rightarrow I=۴A$

۴ در صورتی اندازه میدان مغناطیسی کمینه می‌شود که $\sin\theta$ بیشترین مقدار باشد و θ برابر $\frac{\pi}{۲}$ شود. به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی اندازهٔ میدان را به‌دست می‌آوریم.

$$F_B=IlB\Rightarrow ۰/۱=۴\times۰/۵\times B\Rightarrow B=۰/۰۵T$$

۵ اکنون می‌خواهیم جهت میدان مغناطیسی را مشخص کنیم. با توجه به جهت قطب‌های باتری جریان در سیم AB از B به سوی A است و نیروی F_B رو به پایین و در امتداد وزن است بنابر قاعدهٔ دست راست باید میدان مغناطیسی به سمت چپ باشد.



(چهار انگشت دست راست خود را روبه‌سوی خود در جهت جریان بگیرید به‌طوری که کف دست شما به سمت چپ باشد در این حالت شست شما رو به پایین خواهد بود.)

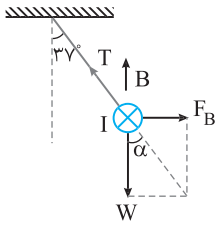
۱ ۲۵۳۱ B

بر سیم سه نیروی

۱ وزن

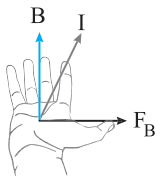
۲ نیروی مغناطیسی

۳ نیروی کشش ریسمان‌ها وارد می‌شود. سیم حامل جریان در تعادل است بنابراین برایند این سه نیرو صفر است یعنی برایند دو نیروی F_B و W باید در امتداد نیروی T باشد. در این صورت طبق خطوط موازی و مورب زاویهٔ α برابر ۳۷° می‌شود، اکنون تانژانت $\alpha=۳۷^\circ$ را می‌نویسیم.



$$\tan۳۷^\circ=\frac{F_B}{W}\Rightarrow\frac{F_B}{W}=\frac{۳}{۴}$$

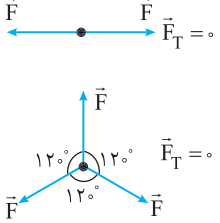
با توجه به قاعده دست راست اگر شما چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت جریان رو به درون کاغذ قرار دهید به‌گونه‌ای که انگشت باز دست راست شما به سمت راست و در جهت F_B باشد قطعاً کف دست شما رو به بالا خواهد بود یعنی میدان مغناطیسی رو به بالاست.



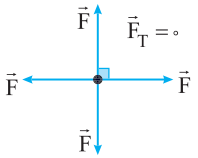
۴ ۲۵۳۲ C

یادآوری ریاضی برایند دو نیروی هم‌اندازه و در خلاف جهت هم که با هم زاویهٔ ۱۸۰° می‌سازند صفر است.

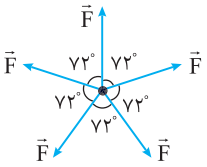
برایند سه نیروی هم‌اندازه که دوبه‌دو با هم در یک صفحه هستند و باهم زاویهٔ ۱۲۰° می‌سازند، صفر است.



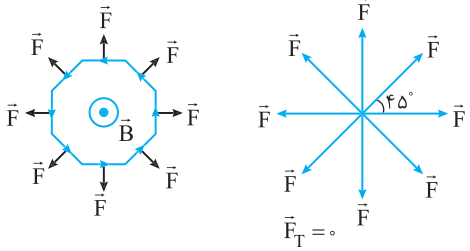
برایند چهار نیروی هم‌اندازه که دو به دو با هم در یک صفحه هستند و باهم زاویهٔ ۹۰° می‌سازند صفر است.



به‌همین ترتیب برایند n بردار هم‌اندازه که در یک صفحه قرار دارند و با هم زاویه $\frac{۳۶۰^\circ}{n}$ می‌سازند صفر است. به‌طور مثال برایند ۵ نیرو (بردار) هم‌اندازه در شکل روبه‌رو صفر است. $\frac{۳۶۰}{۵}=۷۲^\circ$, $\vec{F}_T=۰$

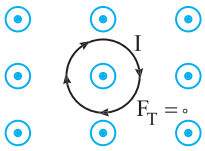


یک میدان مغناطیسی یکنواخت برونسو در نظر می‌گیریم و نیروهای وارد بر هر چندضلعی را رسم می‌کنیم.



بنابراین $\vec{F}_۳=\vec{F}_۲=\vec{F}_۱=۰$ است.

میانبر هرگاه در یک میدان مغناطیسی مثلاً برونسو یک مدار بسته قرار دهید، نیروی مغناطیسی وارد بر آن صفر است.

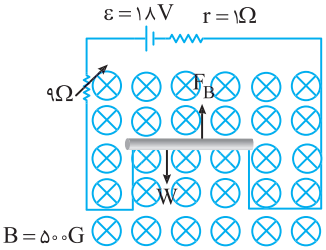


C ۲۵۳۳ | ۱

خط فکری وقتی مقاومت را کاهش می‌دهیم، جریان مدار افزایش می‌یابد و با افزایش جریان نیروی مغناطیسی وارد بر سیم A افزایش می‌یابد. با توجه به جهت جریان و درونسو بودن میدان مغناطیسی، جهت نیروی مغناطیسی رو به بالاست و اگر این نیرو کمتر یا مساوی نیروی وزن باشد، رسانای A هم‌چنان با تکیه‌گاه‌ها تماس الکتریکی دارد و جریان برقرار است، بنابراین شما با برابر قرار دادن نیروی وزن با نیروی مغناطیسی، بیشینه جریان مدار و در نتیجه کمینه مقدار مقاومت مدار و مقدار تغییر مقاومت را می‌توانید به‌دست بیاورید.

۱ به کمک نیروی مغناطیسی وارد بر سیم بیشینه جریان سیم را حساب می‌کنیم.

$$F_{B_{max}}=W\Rightarrow I_{max}lB=mg \xrightarrow[l=۰/۴m]{m=۴\times۱۰^{-۳}kg} I_m\times۰/۴\times۵\times۱۰^{-۲}=۰/۰۴\Rightarrow I_m=۲A$$



۲ به کمک جریان $I_m=۲A$ ، کمینه مقاومت کل مدار را به دست می‌آوریم.

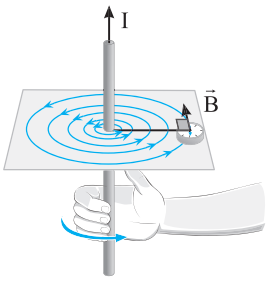
$$I_m=\frac{\varepsilon}{R_{min}+r}\Rightarrow ۲=\frac{۱۸}{R_{min}+۱}\Rightarrow R_{min}=۸\Omega$$

کمینه مقاومت معادل مدار برابر ۸Ω شده است، مقاومت میلهٔ رسانای A، ۴Ω است و با مقاومت متغیر متوالی است بنابراین مقاومت متغیر باید $۸-۴=۴\Omega$ شود، از این‌رو مقاومت متغیر حداکثر می‌تواند از ۹Ω به ۴Ω یعنی ۵Ω کاهش یابد.

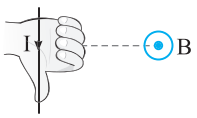
پنجره ۳

A ۲۵۳۴ | ۳

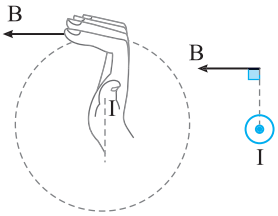
خط فکری برای تعیین جهت میدان مغناطیسی در اطراف سیم راست حامل جریان از قاعدهٔ دست راست استفاده کنید یعنی سیم را مطابق شکل در دست راست خود بگیرید به‌گونه‌ای که انگشت شست در جهت جریان الکتریکی باشد، جهت خم شدن چهار انگشت جهت خط‌های میدان مغناطیسی را در اطراف سیم نشان می‌دهد. اما مهم‌ترین مسئله این است که همواره بردار میدان مغناطیسی بر کوتاه‌ترین خطی که نقطهٔ مورد نظر را به سیم حامل جریان وصل می‌کند عمود است.



شکل (۱) با توجه به قاعده دست راست در سمت راست این سیم میدان برونسو بوده و این شکل درست است.



شکل (۲) در این حالت میدان در نقطهٔ موردنظر برونسو است و این شکل نادرست است.



در شکل (۳) جریان برونسو بوده و در نقطه موردنظر با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی به سمت چپ است و این شکل درست است.

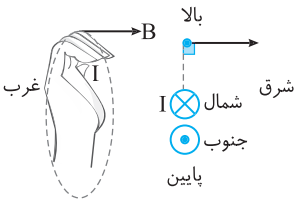
دقت کنید برای استفاده از دست راست انگشت شست خود را در جهت جریان سیم قرار دهید چهار انگشت باز دست را روی خط واصل نقطه و سیم بگذارید و چهار انگشت را خم کنید تا بر خط واصل عمود شود. در این حالت انگشتان شما جهت B را نشان می‌دهند.

A ۲۵۳۵ | ۳

با توجه به قاعدهٔ دست راست برای جریان برونسو، میدان پادساعتگرد بوده و هر چه از سیم دور می‌شویم، میدان مغناطیسی ضعیف‌تر شده و تراکم خطوط کمتر می‌شود.

A ۲۵۳۶ | ۱

خط فکری با یک سؤال سه‌بعدی سر و کار داریم و برای رسم آن در صفحهٔ کاغذ، جهت رو به شمال را درونسو در نظر بگیرید و مسئله را با قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی سیم حامل جریان حل کنید.



با توجه به شکل اگر انگشت شست دست راست خود را به سمت درون کاغذ (در جهت جریان درونسو به سوی شمال) قرار دهید چرخش طبیعی چهار انگشت دست شما در نقطهٔ بالای سیم به سمت راست بوده یعنی میدان مغناطیسی در جهت شرق است.

بازی با سؤال **از سیم راست و افقی M جریان I به‌سوی شرق می‌گذرد، سیم راست و افقی N از بالای سیم اول می‌گذرد و از آن نیز جریان I رو به جنوب می‌گذرد. در نقطه‌ای دقیقاً بین دو سیم جهت میدان مغناطیسی خالص در کدام جهت است؟**

۱) جنوب غربی ۲) جنوب شرقی ۳) شمال غربی ۴) شمال شرقی

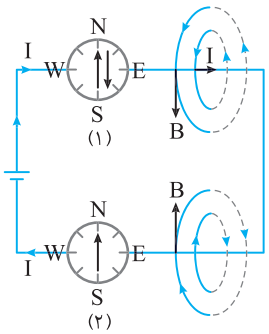
گزینهٔ ۲

A ۲۵۳۷ ۴

با دور شدن از سیم حامل جریان میدان مغناطیسی در اطراف آن کاهش می‌یابد یعنی میدان مغناطیسی با فاصله از سیم رابطهٔ وارون دارد. بنابراین نمودار آن نمی‌تواند شبیه نمودار تابع درجه اول، یعنی خط راست باشد یعنی گزینه (۱) و (۳) نادرست است. اما در شکل گزینهٔ (۲)، افزایش r، میدان مغناطیسی افزایش یافته بنابراین گزینه (۲) نیز نادرست است و گزینه (۴) می‌تواند درست باشد.

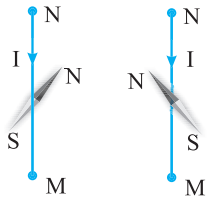
B ۲۵۳۸ ۲

با بسته شدن کلید ابتدا جهت جریان را مطابق شکل در مدار مشخص می‌کنیم. با قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی در بالای هر سیم را معین می‌کنیم. عقربه مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی همواره در جهت میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد یعنی عقربهٔ مغناطیسی (۱)، ۱۸۰° می‌چرخد اما عقربه مغناطیسی (۲) چرخش نخواهد داشت.



A ۲۵۳۹ ۴

جریان باتری در سیم NM از N به سوی M است. وقتی عقربه زیر سیم قرار می‌گیرد، میدان مغناطیسی سیم در محل عقربه به سمت راست است و عقربه ساعتگرد می‌چرخد و وقتی عقربه روی سیم قرار می‌گیرد میدان مغناطیسی در محل عقربه به سمت چپ است و عقربه پادساعتگرد می‌چرخد.



B ۲۵۴۰ ۴

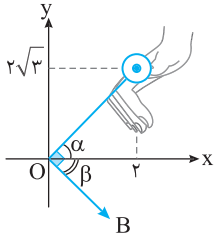
خط فکری ابتدا باید از مبدأ مختصات خطی به سیم حامل جریان وصل کنید و زاویهٔ بین این خط و محور xها را حساب کنید سپس به کمک قاعده دست راست، جهت بردار میدان مغناطیسی را در مبدأ مختصات مشخص کنید تا بتوانید زاویهٔ بین میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان با محور xها را به‌دست بیاورید.

۱ با توجه به شکل زاویهٔ α را حساب می‌کنیم.

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{۲\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\tan\alpha=\sqrt{۳}\Rightarrow\alpha=۶۰^\circ$$

۲ انگشت شست دست راست خود را به سمت بیرون کاغذ در سوی جریان (برونسو) بگیرید، خم کردن چهار انگشت شما جهت بردار B را نشان می‌دهد. در این صورت زاویهٔ بین میدان و محور xها خواهد شد:

$$\alpha+\beta=۹۰^\circ\xrightarrow{\alpha=۶۰^\circ}\beta=۳۰^\circ$$

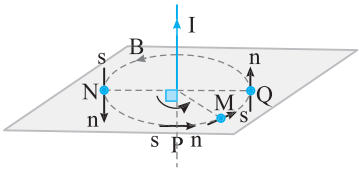


A ۲۵۴۱ ۳

بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خطوط میدان مغناطیسی مماس بوده و عقربه قطب‌نما همواره در جهت میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد.

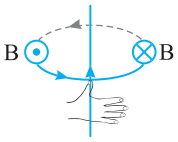
ابتدا به کمک قاعده دست راست سوی خطوط میدان مغناطیسی را مطابق شکل مشخص می‌کنیم تا بتوانیم جهت عقربه مغناطیسی را نشان دهیم.

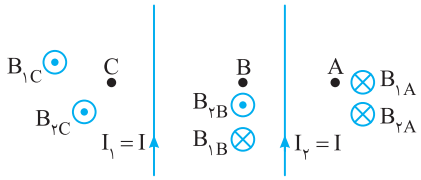
دقت کنید اگر قطب‌نما از نقطه N به نقطهٔ P برود یعنی قطب‌نما را ۹۰° جابه‌جا کنیم، عقربهٔ آن ۹۰° می‌چرخد و اگر قطب‌نما را از N به Q ببریم یعنی قطب‌نما را ۱۸۰° جابه‌جا کنیم، عقربهٔ آن ۱۸۰° می‌چرخد بنابراین وقتی قطب‌نما از N به M برده و آن را ۱۲۰° جابه‌جا می‌کنیم، عقربه آن نیز ۱۲۰° می‌چرخد.



B ۲۵۴۲ ۱

برای به‌دست آوردن میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان، شست دست راست را در جهت I قرار می‌دهیم به طوری که چهار انگشت دست راست در راستای کوتاه‌ترین خط واصل بین سیم و آن نقطه‌ای که میدان در آن خواسته شده قرار گیرد. حال اگر چهار انگشت را ۹۰° خم کنیم، جهت میدان مشخص می‌شود.





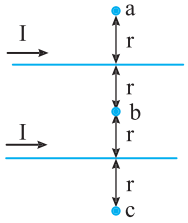
با توجه به قاعدهٔ دست راست برای جهت میدان مغناطیسی سیم راست، میدان مغناطیسی هر دو سیم در نقطهٔ A درونسو و در نقطهٔ C برونسو است. بنابراین، میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A و C به ترتیب درونسو و برونسو است. میدان مغناطیسی سیم $I_۱$ در نقطهٔ B درونسو و میدان مغناطیسی سیم $I_۲$ در نقطهٔ B برونسو است.

نکته: میدان مغناطیسی سیم راست با وارون فاصله از سیم، متناسب است. میدان درونسوی سیم $I_۱$ از میدان برونسوی سیم $I_۲$ کوچکتر است و میدان خالص در نقطهٔ B برونسو است.

بازی با سؤال **جهت میدان مغناطیسی برایند (خالص) ناشی از دو سیم موازی و بلند حامل جریان در هر یک از نقطه‌های a، b و c به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟**

از کتاب درسی

۱) برونسو، صفر، درونسو
۲) درونسو، صفر، برونسو
۳) برونسو، برونسو، درونسو
۴) درونسو، برونسو، برونسو

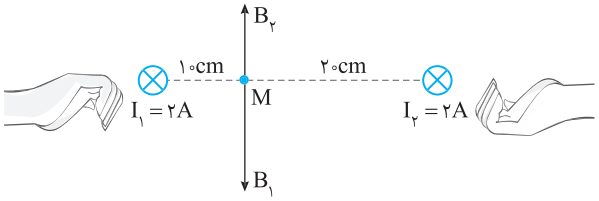


گزینهٔ ۱

A ۲۵۴۳ ۲

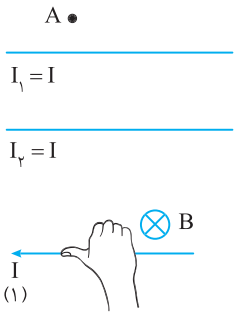
جریان دو سیم یکسان (۲A) است اما فاصلهٔ سیم $I_۲$ تا نقطهٔ M از فاصلهٔ سیم $I_۱$ تا نقطهٔ M بیشتر است و میدان $B_۲$ از میدان $B_۱$ ضعیف‌تر است.

با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی سیم $I_۱$ پایین‌سو و میدان مغناطیسی سیم $I_۲$ بالاسوست بنابراین میدان خالص پایین‌سو (↓) خواهد بود.



B ۲۵۴۴ ۱

جریان دو سیم یکسان است بنابراین قطعاً میدان مغناطیسی سیم (۲) که در فاصلهٔ دورتری از A قرار دارد از میدان مغناطیسی سیم (۱) در نقطهٔ A کوچک‌تر است به‌همین دلیل نقش تعیین‌کننده در جهت میدان مغناطیسی در نقطهٔ A را سیم (۱) بازی می‌کند.

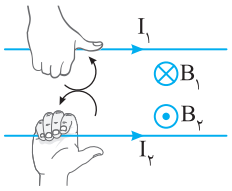


میدان مغناطیسی برایند در نقطهٔ A درونسو است از این رو میدان مغناطیسی سیم (۱) در نقطهٔ A که نقش اصلی را دارد باید درونسو باشد. پس با توجه به قاعدهٔ دست راست باید جریان سیم (۱) به سمت چپ باشد تا میدان آن در نقطهٔ A درونسو شود و گزینه (۱) درست است.

B ۲۵۴۵ ۴

یادآوری برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان، شست دست راست را در جهت جریان الکتریکی سیم قرار داده، جهت چرخش چهار انگشت دیگر، جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.

میدان مغناطیسی در نقطهٔ A صفر شده است. بنابراین میدان مغناطیسی دو سیم در نقطهٔ A در خلاف جهت هم هستند. اما چون نقطهٔ A به سیم I_2 نزدیک‌تر است قطعاً جریان سیم I_2 از جریان سیم I_1 کمتر است. $(I_2 < I_1)$

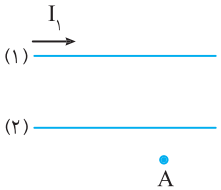


با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی سیم I_1 در نقطهٔ A درونسو است، بنابراین میدان مغناطیسی سیم I_2 باید برونسو باشد یعنی I_2 با I_1 هم‌جهت است.

جمع‌بندی اگر جریان دو سیم همسو باشد، میدان در نقطه‌ای بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.

اگر جریان دو سیم ناهمسو باشد، میدان در نقطه‌ای خارج دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.

بازی با سؤال **شکل روبه‌رو، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد. اگر میدان مغناطیسی برایند حاصل از این سیم‌ها در نقطهٔ A صفر باشد، کدام گزینه در مورد جهت جریان در سیم (۲) و مقایسه بزرگی جریان‌ها در سیم (۱) و (۲) درست است؟** از کتاب درسی

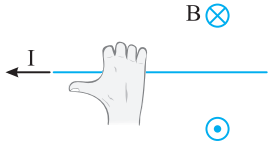


۱) $I_2 < I_1$ ، ← ۲) $I_2 > I_1$ ، ← ۳) $I_2 < I_1$ ، → ۴) $I_2 > I_1$ ، →

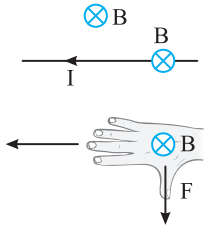
گزینهٔ ۱

B ۲۵۴۶ ۳

۱ جهت جریان سیم را مشخص می‌کنیم. چرخش چهار انگشت دست راست را مطابق شکل در سوی چرخش خطوط میدان مغناطیسی حاصل از سیم قرار دهید در این حالت انگشت باز شست شما به سمت چپ خواهد بود که نشان می‌دهد جریان سیم به سوی چپ است $(\xleftarrow{I})$.



۲ چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت جریان به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به صفحهٔ کاغذ (درونسو) باشد. در این حالت انگشت باز شست شما رو به پایین خواهد بود. یعنی نیروی وارد بر سیم رو به پایین است. $(F\downarrow)$

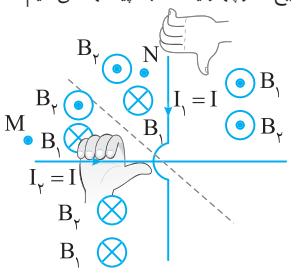


B ۲۵۴۷ ۱

خط فکری در هر ربع صفحه، جهت میدان‌های مغناطیسی ناشی از جریان دو سیم را رسم کنید، در هر ربع که میدان‌ها هم‌جهت‌اند مشکل حل است، اما در هر ربع که دو میدان در خلاف جهت هستند باید با توجه به فاصله هر نقطه از دو سیم، میدان قوی‌تر را شناسایی کنید تا بتوانید جهت میدان مغناطیسی خالص را تشخیص شد.

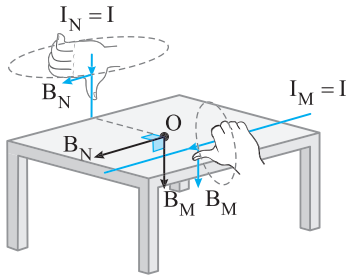
ربع اول: در ربع اول با توجه به قاعدهٔ دست راست هر دو میدان مغناطیسی برونسو بوده و میدان مغناطیسی برایند نیز برونسوست.

ربع دوم: در ربع دوم میدان سیم I_1 درونسو و میدان سیم I_2 برونسو است در نقاط بالای نیمساز مانند N فاصلهٔ نقاط به سیم I_1 نزدیک‌تر و میدان I_1 که درونسوست بزرگ‌تر بوده و میدان خالص، درونسو خواهد بود اما در نقاط زیر نیمساز مانند نقطهٔ M داستان برعکس است و میدان خالص برونسو می‌شود بنابراین گزینه‌های (۲) و (۴) که در آن‌ها میدان در ربع دوم در همه نقاط در یک جهت است نادرست است و با توجه به اینکه در ربع دوم میدان مغناطیسی خالص در بالای نیمساز درونسو و در زیر خط نیمساز برونسوست گزینه (۱) درست و گزینه (۳) نادرست است و نیازی به بررسی ربع سه و چهار نیست البته پیشنهاد می‌کنیم که شما آن‌ها را بررسی کنید.



B ۲۵۴۸ ۲

۱ میدان مغناطیسی سیم I_N در نقطهٔ O و میدان مغناطیسی سیم I_M در نقطهٔ O را به کمک قاعده دست راست مطابق شکل مشخص می‌کنیم.



۲ با توجه به شکل میدان‌های B_N و B_M برهم عمودند و میدان مغناطیسی برایند خواهد شد: $B_T = \sqrt{B_M^2 + B_N^2}$

۳ با توجه به صورت مسئله $B_T = \sqrt{5}B$ و $B_M = B$ است بنابراین:

$$\sqrt{5}B = \sqrt{B^2 + B_N^2} \Rightarrow 5B^2 = B^2 + B_N^2 \Rightarrow B_N = 2B$$

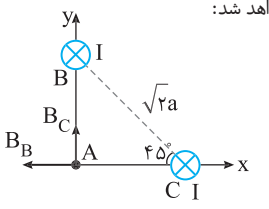
B ۲۵۴۹ ۳

۱ فاصلهٔ هر سیم از نقطهٔ A را حساب می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC وتر $\sqrt{2}a$ است و با توجه به زاویه ۴۵° این مثلث متساوی‌الساقین است و $AC = AB$ است بنابراین: $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow (\sqrt{2}a)^2 = 2(AB)^2 \Rightarrow AB = AC = a$

۲ فاصلهٔ هر سیم حامل جریان I از نقطه A برابر a است و بنا به فرض مسئله میدان مغناطیسی هر سیم در نقطهٔ A برابر B خواهد بود.

۳ انگشت شست دست راست خود را روی نقطهٔ B قرار دهید و چهار انگشت خود را بچرخانیم تا به نقطهٔ A برسید خواهید دید در این نقطه میدان B_B به سمت چپ است به همین ترتیب میدان سیم C در نقطهٔ A، بالاسو است.

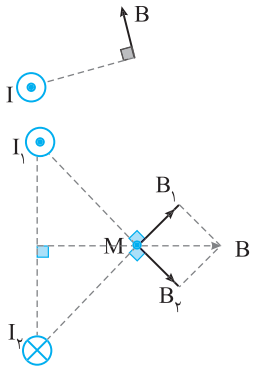
۴ بردار میدان خواهد شد: $\vec{B}_A = -B\vec{i} + B\vec{j}$



A ۱ ۲۵۵۰

یادآوری میدان مغناطیسی در یک نقطه در اطراف سیم راست حامل جریان بر کوتاه‌ترین خط وصل‌کننده آن نقطه به سیم عمود است.

خط عمود بر I_1M را رسم می‌کنیم و جهت میدان B_1 در امتداد این خط به کمک قاعدهٔ دست راست مطابق شکل خواهد بود. میدان B_2 را نیز به همین روش مطابق شکل رسم می‌کنیم، در این حالت میدان مغناطیسی خالص برایند B_1 و B_2 در جهت مثبت محور xها خواهد بود.

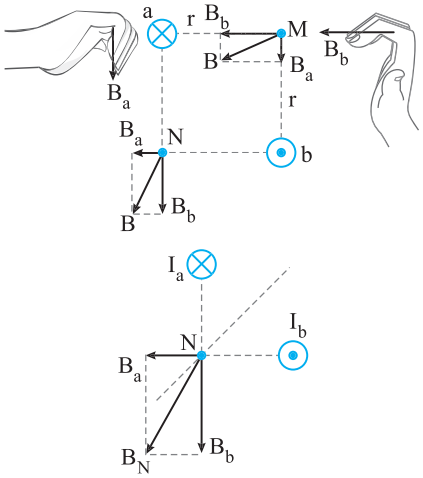


B ۱ ۲۵۵۱

با تجزیه B روی امتداد aM و bM مشخص است که میدان مغناطیسی سیم b در نقطهٔ M از میدان مغناطیسی سیم a در نقطهٔ M بزرگ‌تر است از طرفی میدان مغناطیسی سیم b در نقطهٔ N هم‌اندازهٔ میدان مغناطیسی سیم b در نقطهٔ M است و میدان مغناطیسی سیم a در نقطهٔ M و N برابر است.

فاصلهٔ دو سیم a و b تا نقطهٔ M یکسان است، اما میدان حاصل از سیم b بزرگ‌تر بوده بنابراین جریان سیم b بیشتر از جریان سیم a است.

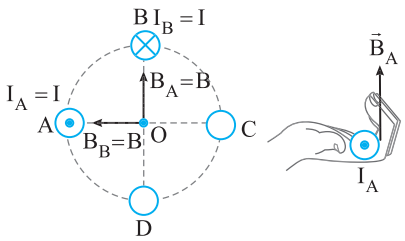
با قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود که میدان مغناطیسی سیم b در نقطهٔ N رو به پایین (پایین‌سو) و میدان مغناطیسی سیم a در نقطهٔ N به سمت چپ است بنابراین میدان مغناطیسی برایند مطابق شکل خواهد بود همچنین چون میدان سیم b قوی‌تر است (چون جریان بیشتری دارد) میدان خالص خواهد شد:



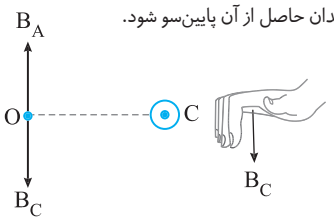
B ۱ ۲۵۵۲

۱ جریان و فاصله هر چهار سیم از نقطهٔ O یکسان است بنابراین میدان همهٔ آن‌ها در نقطهٔ O هم‌اندازه است.

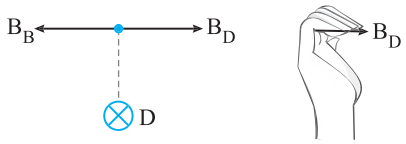
۲ استفاده از قاعده دست راست: انگشت شست دست راست را در جهت جریان A رو به بیرون کاغذ قرار دهید چهار انگشت باز خود را روی خط OA بگذارید و آن‌ها را خم کنید تا بر OA عمود شوند در این حالت چهار انگشت شما به سوی بالای صفحه خواهد بود یعنی میدان سیم A در نقطه O بالاسوست. با همین روش میدان مغناطیسی سیم B به سمت چپ است.



۳ برای آنکه میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O صفر شود باید میدان مغناطیسی سیم C در نقطه O رو به پایین باشد. با توجه به قاعدهٔ دست راست باید جریان سیم C برونسو باشد تا میدان حاصل از آن پایین‌سو شود.



۴ میدان مغناطیسی سیم D در نقطهٔ O باید به سمت راست باشد تا میدان مغناطیسی سیم B در نقطهٔ O را خنثی کند. بنابراین جریان D باید درونسو باشد.

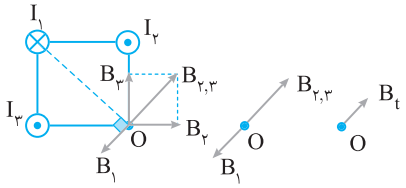


B ۲ ۲۵۵۳

طبق قانون دست راست، انگشت شست را در جهت جریان قرار می‌دهیم در این صورت، چرخش چهارانگشت بیانگر جهت میدان مغناطیسی است. دقت کنید که با افزایش فاصله میدان ضعیفتر می‌شود لذا میدان غالب مطابق گزینه (۲) خواهد بود.

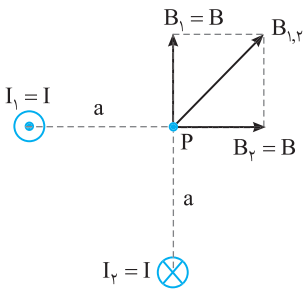
بنابراین میدان‌های B_2 و B_3 با هم برابرند و میدان B_1 از آنها ضعیف‌تر است.

جهت برایند میدان‌های B_2 و B_3 در راستای میدان B_1 و خلاف جهت آن است، بنابراین جهت میدان برایند مطابق شکل خواهد بود.

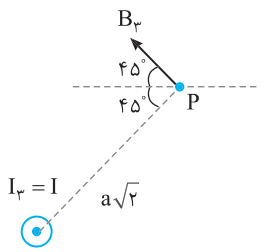


A ۱ ۲۵۵۴

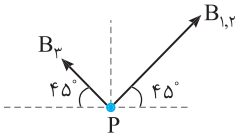
ابتدا با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های I_1 و I_2 را در نقطهٔ P به‌دست می‌آوریم:



و سپس جهت میدان حاصل از سیم I_3 را در نقطهٔ P رسم می‌کنیم:



فاصلهٔ سیم I_3 از نقطهٔ P بیشتر از فاصلهٔ سیم‌های I_1 و I_2 از نقطهٔ P است، بنابراین B_1 و B_2 میدان‌های بزرگ‌تری از B_3 هستند:

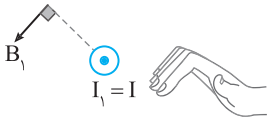


چون $B_3 < B_{1,2}$ $(B_{1,2} = \sqrt{2}B)$ است، پس B_T به بردار $B_{1,2}$ نزدیک‌تر بوده و گزینهٔ (۱) درست است.

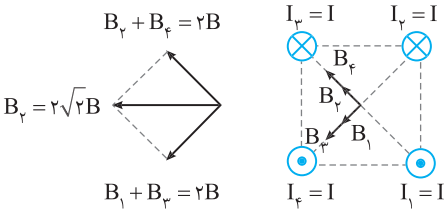
A ۲۵۵۵ ۱

جریان همه سیم‌ها و فاصلهٔ آن‌ها از مرکز مربع یکسان است بنابراین میدان مغناطیسی هر چهار سیم در مرکز مربع با هم برابر است. $B_۱=B_۲=B_۳=B_۴=B$

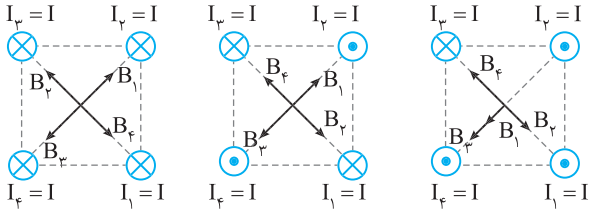
بررسی گزینهٔ (۱): انگشت باز شست دست راست خود را به سمت بیرون کاغذ (برونسو) و در جهت جریان $I_۱$ قرار دهید و چهار انگشت باز شست دست خود را روی خط واصل $I_۱$ و مرکز مربع بگذارید و آن‌ها را خم کنید تا بر خط واصل عمود شود در این حالت میدان مغناطیسی $B_۱$ روی قطر قرار می‌گیرد و جهت آن رو به پایین است.



اگر این کار را برای جریان‌های $I_۲$، $I_۳$ و $I_۴$ تکرار کنید شکل زیر به دست می‌آید:



سایر گزینه‌ها:

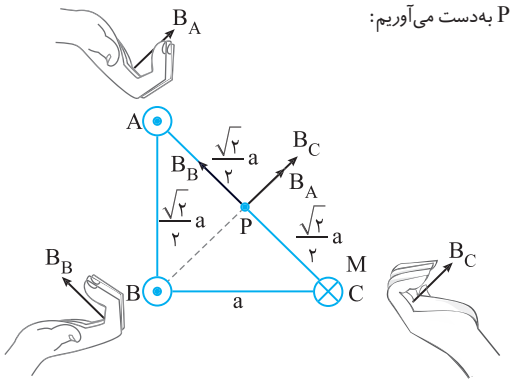


گزینهٔ (۲) گزینهٔ (۳) گزینهٔ (۴)

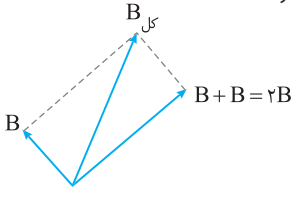
B ۲۵۵۶ ۱

با توجه به اینکه مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است فاصلهٔ سیم‌ها از نقطهٔ P یکسان است. از طرفی جریان گذرنده از سه سیم نیز برابر بوده، در نتیجه میدان هرکدام از سیم‌ها در نقطهٔ P برابر B می‌باشد.

حال با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر جریان را در نقطهٔ P به‌دست می‌آوریم:



میدان مغناطیسی حاصل از سیم A و سیم C روی امتداد BP قرار می‌گیرد و این دو میدان هم‌جهت‌اند و برایند آن‌ها برابر $B_{AC}=B+B=۲B$ می‌شود. این میدان برایند بر B_B عمود است بنابراین میدان خالص خواهد شد:

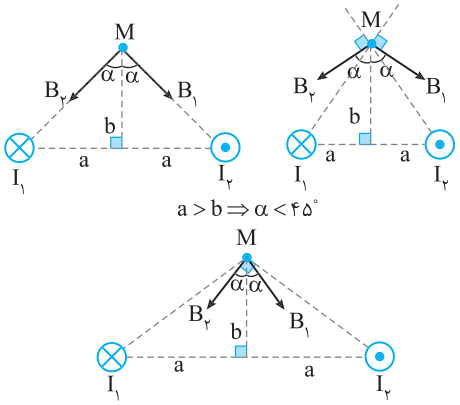


$$|\vec{B}_{کل}|=\sqrt{B^۲+(۲B)^۲}=\sqrt{۵}B$$

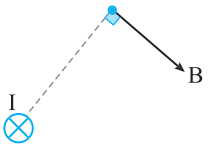
B ۲۵۵۷ ۱

یادآوری ۱ جهت میدان مغناطیسی دو سیم موازی حامل جریان در نقطه واقع بر عمود منصف دو سیم:

$a=b\Rightarrow\alpha=۴۵^\circ$ $\quad b>a\Rightarrow\alpha>۴۵^\circ$ $\quad a>b\Rightarrow\alpha<۴۵^\circ$



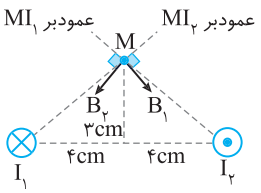
یادآوری ۲ میدان مغناطیسی یک سیم راست طویل حامل جریان بر خط واصل بین سیم و نقطهٔ مشاهده عمود است.



اکنون به حل مسئله می‌پردازیم:

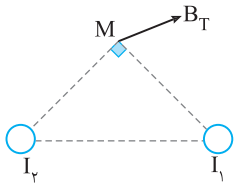
خط عمود بر خط واصل M با سیم $I_۱$ و خط عمود بر خط واصل M با سیم $I_۲$ را رسم می‌کنیم. در واقع میدان $B_۱$ ناشی از سیم $I_۱$ بر خط عمود بر $MI_۱$ منطبق و میدان $B_۲$ ناشی از سیم $I_۲$ بر خط عمود بر $MI_۲$ منطبق است و گزینه (۱) پاسخ درست است.

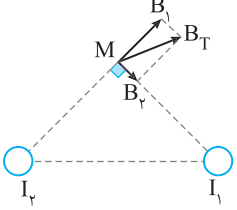
البته می‌توان با قاعده دست راست جهت $B_۱$ و $B_۲$ را نیز مشخص کرد که با توجه به گزینه‌ها لازم نیست.



B ۲۵۵۸ ۲

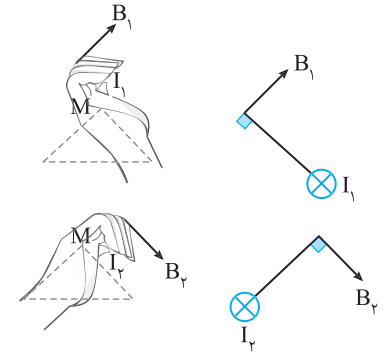
خط فکری میدان B_T برایند میدان مغناطیسی حاصل از دو سیم $I_۱$ و $I_۲$ است. میدان مغناطیسی هر سیم در نقطهٔ M بر خط واصل بین آن نقطه و سیم عمود است. بنابراین باید میدان حاصل از سیم $I_۱$ در امتداد $I_۲M$ و میدان حاصل از سیم $I_۲$ در امتداد $I_۱M$ باشد. مانند آنچه که در الکتریسیتهٔ ساکن برای میدان الکتریکی یاد گرفته‌اند میدان مغناطیسی B_T را بر دو امتداد $I_۱M$ و $I_۲M$ تجزیه کنید و به کمک مؤلفه‌های آن سوی جریان‌ها را مشخص کنید و بزرگی جریان‌ها را با هم مقایسه کنید.





تجزیه بردار (B_T)، به دو مؤلفهٔ $B_۱$ و $B_۲$ مطابق شکل است. بنابراین میدان مغناطیسی $B_۱$ بوده و چون فاصله دو سیم تا نقطهٔ M برابر است $I_۱>I_۲$.

به میدان مغناطیسی $B_۱$ نگاه کنید باید جریان $I_۱$ درونسو باشد تا میدان مغناطیسی $B_۱$ در جهت نشان داده شده باشد. جریان سیم $I_۲$ نیز با توجه به قاعده دست راست باید درونسو باشد.

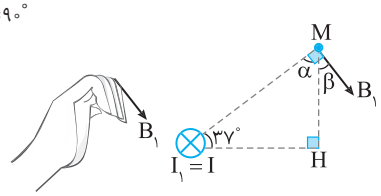


C ۲۵۵۹ | ۳

خط فکری باید جداگانه بردار میدان مغناطیسی هر سیم در نقطهٔ M را رسم کنید و زاویهٔ بین هر بردار مغناطیسی با ارتفاع MH را به‌دست آورید تا بتوانید زاویهٔ بین دو میدان را حساب کنید.

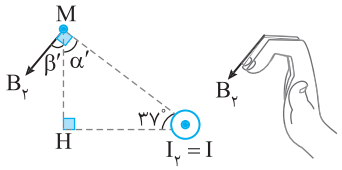
بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط واصل بین سیم حامل جریان و آن نقطه عمود است. با استفاده از قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم I_1 (B_1) را مشخص می‌کنیم. با توجه به شکل برای زوایای α و β می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\alpha+\beta=90^\circ\\ \alpha+37^\circ=90^\circ\end{cases}\Rightarrow\beta=37^\circ$$



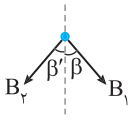
حال با استفاده از قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم I_2، (B_2) را مشخص می‌کنیم و با توجه به شکل خواهیم داشت.

$$\begin{cases}\alpha'+\beta'=90^\circ\\ 37^\circ+\alpha'=90^\circ\end{cases}\Rightarrow\beta'=37^\circ$$



در این‌صورت زاویه بین B_1 و B_2 مجموع دو زاویه β و β' خواهد بود:

$$\beta+\beta'=2\times37^\circ=74^\circ$$

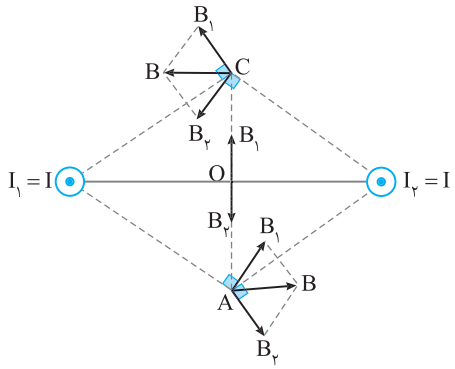


B ۲۵۶۰ | ۱

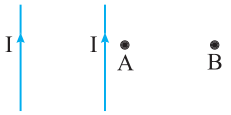
خط فکری شما با رسم بردار میدان مغناطیسی حاصل از دو سیم حامل جریان در نقطهٔ A، نقطه وسط دو سیم و نقطه C، جهت بردار میدان در این نقاط را بررسی کنید تا بتوانید چگونگی رفتار میدان را مشخص کنید.

اول از نقطهٔ وسط دو سیم بررسی را شروع می‌کنیم. در این نقطه با توجه به قاعدهٔ دست راست دو میدان B_1 و B_2 در خلاف جهت هم هستند و چون فاصلهٔ دو سیم از نقطه O یکسان است میدان B_1 و B_2 هم‌اندازه و میدان خالص در نقطهٔ O صفر است.

مجدداً انگشت شست دست راست خود را رو به بالای صفحه در سوی جریان (برونسو) قرار دهید و چهار انگشت خود را روی خط واصل بین نقطه و سیم بگذارید چهار انگشت خود را خم کنید تا عمود بر خط واصل شود و جهت میدان مغناطیسی را مشخص کنید. با این کار معلوم می‌شود که در نقطهٔ A میدان خالص به سمت راست بوده و از A تا O میدان در حال کاهش و رسیدن به صفر است و از O تا C میدان به سمت چپ و در حال افزایش است.



بازی با سؤال در شکل روبه‌رو با حرکت از نقطهٔ A تا نقطهٔ B میدان خالص حاصل از دو سیم راست حامل جریان چگونه تغییر می‌کند؟



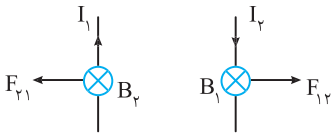
۱) کاهش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش
۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش

گزینهٔ ۱

A ۲۵۶۱ | ۲

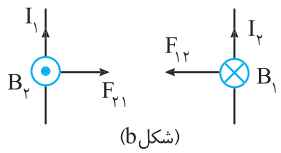
خط فکری هرگاه از دو سیم راست و موازی جریانی بگذرد، آن دو سیم بر هم نیرو وارد می‌کنند. به شکل‌های (a) و (b) که در زیر رسم شده‌اند دقت کنید. در این شکل‌ها نیرویی که از سوی میدان مغناطیسی هر سیم بر سیم دیگر وارد می‌شود، نشان داده شده است.

هرگاه جریان‌ها ناهمسو باشند نیروی مغناطیسی که دو سیم بر هم وارد می‌کنند، رانشی است.



(شکل a)

هرگاه جریان‌ها همسو باشند نیروی مغناطیسی که دو سیم بر هم وارد می‌کنند، ربایشی است.

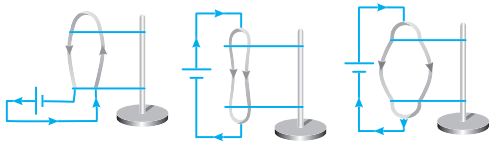


(شکل b)

بنابراین شما باید جهت جریان را در دو نوار فلزی معین کنید تا بتوانید مشخص کنید که جریان دو سیم همسو بوده و نیرو جاذبه است و یا ناهمسو بوده و نیرو دافعه است.

در شکل (الف): جریان دو سیم همسو بوده و نیروی بین آن‌ها جاذبه است و دو فلز به سوی هم کشیده می‌شوند، بنابراین شکل (الف) نادرست و شکل (ب) درست است.

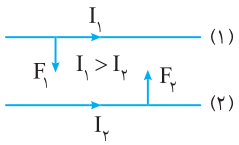
در شکل (پ): جریان‌ها ناهمسو بوده و نیروی بین آن‌ها دافعه بوده و دو فلز از هم دور می‌شوند و شکل (پ) درست است و شکل (ت) نادرست است. بنابراین گزینه (۲) درست است.



شکل (الف) شکل (ب) شکل (پ)

A ۲۵۶۲ | ۱

جریان دو سیم همسو بوده بنابراین نیروی بین آن‌ها ربایشی است و جهت نیروی وارد بر I_1 رو به پایین $(\downarrow)$ و جهت نیروی وارد بر I_2 رو به بالا $(\uparrow)$ است. بنا به قانون سوم نیوتون، نیرویی که سیم I_1 بر هر متر از سیم I_2 وارد می‌کند با نیرویی که سیم I_2 بر هر متر از سیم I_1 وارد می‌کند برابر است.



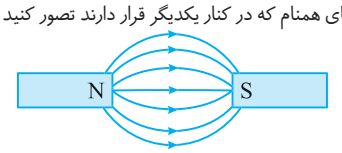
بازی با سؤال از دو سیم راست، موازی و طویل که به فاصله ۱ متر از هم قرار دارند به‌ترتیب جریان‌های $I_1=10A$ و $I_2=12A$ می‌گذرد. اگر نیرویی که سیم (۱) به سیم (۲) وارد می‌کند $\vec{F}$ باشد، بردار نیرویی که سیم (۲) بر سیم (۱) وارد خواهد کرد، کدام گزینه است؟

۱) $\vec{F}$ ۲) $-\vec{F}$ ۳) $1/2\vec{F}$ ۴) $-1/2\vec{F}$

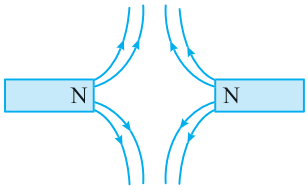
گزینهٔ ۲

A ۲۵۶۳ ۴

خط فکری هرگاه جریان‌های دو سیم همسو باشد دو سیم یکدیگر را جذب می‌کنند (می‌ربایند) و اگر جریان‌های دو سیم ناهمسو باشد یکدیگر را دفع می‌کنند (می‌رانند) و شما می‌توانید خطوط میدان مغناطیسی دو سیم که یکدیگر را جذب می‌کنند را شبیه خطوط میدان دو قطب ناهمنام آهنربا که در کنار یکدیگر قرار دارند و خط‌های میدان از یکی شروع و به دیگری ختم می‌شود و (شکل (۱)) تصور کنید و خط‌های میدان مغناطیسی دو سیم با جریان‌های ناهمسو که یکدیگر را می‌رانند شبیه خطوط میدان مغناطیسی قطب‌های همنام که در کنار یکدیگر قرار دارند تصور کنید (شکل (۲)).

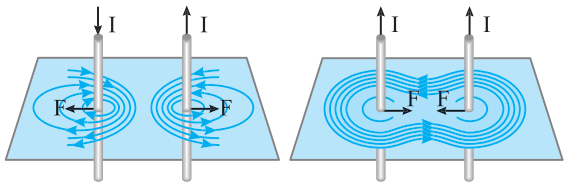


شکل (۱)



شکل (۲)

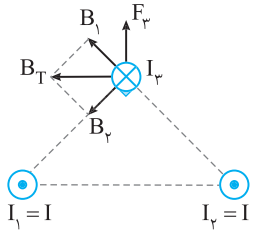
در این‌صورت با توجه به شبیه‌سازی که در خط‌فکری بیان شد. جریان شکل (الف) همسو و جریان‌های شکل (ب) ناهمسو است، بنابراین گزینه (۴) درست است.



(ب) (الف)

A ۲۵۶۴ ۴

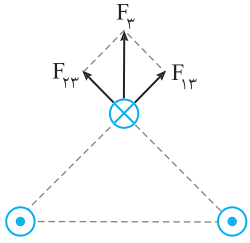
۱ به کمک قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی B_1 و B_2 ناشی از سیم‌های I_1 و I_2 را در محل سیم I_3 به‌دست می‌آوریم و بردار آن‌ها را رسم می‌کنیم. مطابق شکل میدان مغناطیسی برایند B_T به سمت چپ و در راستای افقی خواهد بود.



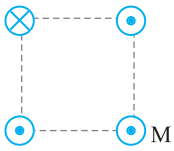
۲ اکنون به کمک قاعدهٔ دست راست برای نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی جهت نیروی وارد بر سیم I_3 رو به بالا به‌دست می‌آید.

روش دیگر:

سیم‌های موازی که جریان‌های ناهمسو دارند یکدیگر را دفع کرده و بر هم نیروی رانشی وارد می‌کنند که این نیرو در امتداد خط وصل کنندهٔ دو سیم است پس مطابق شکل نیروهای F_{13} و F_{23} در امتداد خط واصل سیم‌ها هستند و نیروی خالص F_3 رو به بالا خواهد بود.



بازی با سؤال در شکل روبه‌رو، ۴ سیم راست، دراز و موازی با جریان‌های یکسان از رئوس یک مربع می‌گذرند، نیروی وارد بر سیم M در کدام جهت است؟



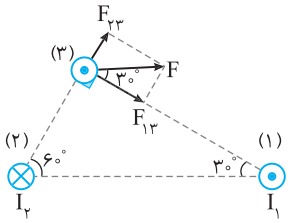
۱) ↗ ۲) ↘ ۳) ↖ ۴) ↙

گزینهٔ ۳

B ۲۵۶۵ ۴

خط فکری نیروی خالصی که از طرف دو سیم بر سیم I_3 وارد می‌شود مشخص شده است. بنابراین شما با تجزیهٔ این نیرو در امتداد خط‌های I_1I_3 و I_2I_3 می‌توانید جهت نیرویی که سیم I_1 بر I_3 و سیم I_2 بر I_3 وارد می‌کند را مشخص کنید و با توجه به بزرگی مؤلفه‌های نیرو می‌توانید بزرگی جریان‌های I_1 و I_2 را با هم مقایسه کنید.

با تجزیه بردار F جهت نیرویی که سیم‌های (۱) و (۲) بر سیم (۳) وارد می‌کنند را مشخص می‌کنیم. F_{13}، نیروی رباینی است، بنابراین جریان‌های دو سیم (۳) و (۱) همسو است، در نتیجه جریان سیم I_1 برونسو است، نیروی F_{23} رانشی است و جریان سیم‌های (۲) و (۳) ناهمسو است، پس جریان سیم (۲) درونسو است.



با توجه به شکل کاملاً مشخص است که نیرویی که سیم I_1 بر I_3 وارد می‌کند (F_{13}) از نیرویی که سیم I_2 بر I_3 وارد می‌کند (F_{23}) بزرگ‌تر است $|F_{13}|>|F_{23}|$ از طرفی فاصلهٔ سیم I_1 تا I_3 بیشتر از فاصلهٔ سیم I_2 تا I_3 است.

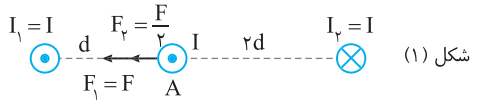
بنابراین جریان I_1 باید از جریان I_2 بیشتر باشد تا از فاصلهٔ دورتر نیروی بزرگ‌تری بر I_3 وارد کند.

B ۲۵۶۶ ۴

خط فکری در صورت مسئله نیروی بین دو سیم در فاصلهٔ d را F و در فاصلهٔ 2d را $\frac{F}{2}$ معرفی کرده بنابراین نیروی وارد بر سیم A توسط هر سیم را رسم کنید و سپس نیروی خالص را برحسب F به‌دست بیاورید. با توجه به همسو و ناهمسو بودن جریان‌ها، جاذبه و دافعه بودن نیروها را مشخص کنید.

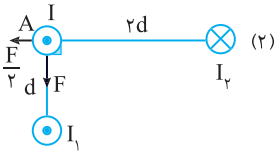
شکل (۱): جریان سیم I_1 با سیم I_A همسو و نیروی بین آن‌ها جاذبه است. جریان سیم I_2 با جریان سیم I_A ناهمسو بوده و بر سیم I_A نیروی دافعه به سمت چپ وارد می‌کند. هر دو نیروی وارد بر سیم A هم‌جهت بوده و با هم جمع می‌شوند و نیروی برایند وارد بر سیم A خواهد شد:

$$F_{A_1}=F_1+F_2=F+\frac{F}{2}\Rightarrow F_{A_1}=\frac{3}{2}F$$



شکل (۱)

شکل (۲): جریان سیم I_1 و I_A همسو بوده و نیروی بین آن‌ها جاذبه (ربایشی) بوده یعنی F رو به پایین است و نیروی I_2 بر سیم A برابر $\frac{F}{2}$ و رانشی (دافعه) است بنابراین نیروی برایند وارد بر سیم A در این حالت خواهد شد.



$$F_{A_2}=\sqrt{(F^2)+(\frac{F}{2})^2}\Rightarrow F'_A=\frac{\sqrt{5}}{2}F$$

اکنون نسبت نیروها را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{A_2}}{F_{A_1}}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}F}{\frac{3}{2}F}\Rightarrow\frac{F_{A_2}}{F_{A_1}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

B ۴ ۲۵۶۷

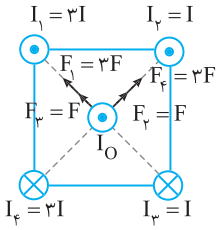
یادآوری نیروی مغناطیسی که دو سیم حامل جریان همسو بر هم وارد می‌کنند ربایشی (جاذبه) و نیروی مغناطیسی که دو سیم حامل جریان ناهمسو بر هم وارد می‌کنند رانشی (دافعه) است.

خط فکری نیروی مغناطیسی که سیم حامل جریان I بر سیم واقع در مرکز مربع وارد می‌کند را F می‌نامیم، بنابراین نیرویی که جریان ۳I بر سیم واقع در مرکز مربع وارد می‌کند ۳F خواهد شد، بنابراین شما جهت نیروها را مشخص کنید و با به‌دست آوردن جهت نیروی برایند مسئله حل خواهد شد.

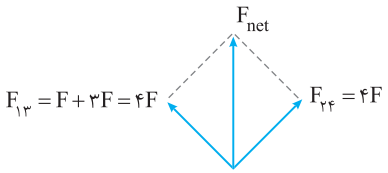
نیروی بین $I_1=3I$ و I_O که دارای جریان همسو هستند جاذبه (ربایشی) و برابر ۳F است.

نیروی بین I_2 و I_O که دارای جریان همسو هستند جاذبه (ربایشی) و برابر F است.

نیروی بین I_3 و I_O که دارای جریان ناهمسو هستند دافعه (رانشی) و برابر F است.

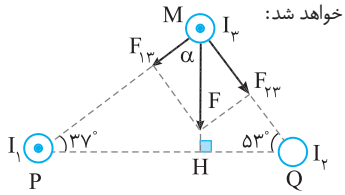


نیروی بین $I_4=3I$ و I_O که دارای جریان ناهمسو هستند دافعه (رانشی) و برابر $F_4=3F$ است اکنون برایند این چهار نیرو را حساب می‌کنیم. بنابراین F_{net} رو به بالاست.



B ۲ ۲۵۶۸

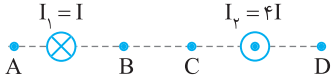
نیروی F را در امتداد PM و MQ تجزیه می‌کنیم. نیروی F_{13} نیروی مغناطیسی است که I_1 بر I_3 وارد می‌کند و مؤلفه F_{23} نیروی مغناطیسی است که I_2 بر I_3 وارد می‌کند. با توجه به شکل در مثلث MPH زاویهٔ α برابر $53^\circ=37-90^\circ$ است بنابراین $\tan\alpha$ خواهد شد:



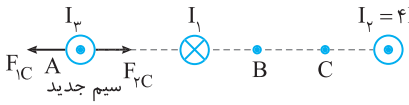
$$\tan\alpha=\frac{F_{23}}{F_{13}}\Rightarrow\tan 53^\circ=\frac{F_{23}}{F_{13}}\Rightarrow\frac{\sin 53^\circ}{\cos 53^\circ}=\frac{F_{23}}{F_{13}}\Rightarrow\frac{F_{23}}{F_{13}}=\frac{0/8}{0/6}=\frac{4}{3}$$

B ۱ ۲۵۶۹

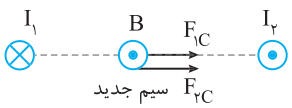
خط فکری برای آن‌که نیروی خالص وارد بر سیم جدید صفر شود این سیم باید به سیم $I_1=I$ که جریان کمتری دارد نزدیک‌تر باشد تا نیروی مغناطیسی سیم I_1 وارد بر سیم I_2 با نیروی مغناطیسی سیم I_2 بر سیم I_1 هم‌اندازه شود. بنابراین نقاط C و D که به سیم I_2 نزدیک‌تر هستند قطعاً پاسخ نخواهند بود و شما تنها باید نقاط A و B را بررسی کنید.



در نقطهٔ A دو نیرویی که سیم‌های I_1 و I_2 بر سیم I_3 وارد می‌کنند در خلاف جهت هم است و در این نقطه می‌تواند نیروی خالص وارد بر سیم جدید صفر شود و گزینه (۱) درست است.



اگر سیم جدید در نقطهٔ B قرار گیرد نیروهای وارد بر آن توسط I_1 و I_2 هم‌جهت بوده و نیروی خالص صفر نمی‌شود.



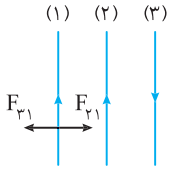
میانبر اگر دو سیم راست، موازی و طویل حامل جریان ناهمسو داشته باشیم، نیروی وارد بر سیم سوم خارج از خط واصل دو سیم و نزدیک سیم با جریان کمتر صفر می‌شود. اگر دو سیم دارای جریان همسو باشند، نیروی وارد بر سیم سوم بین دو سیم روی خط واصل دو سیم و نزدیک سیم با جریان کمتر صفر می‌شود.

C ۲ ۲۵۷۰

خط فکری باید نیروی وارد بر سه سیم صفر شود. به‌همین دلیل شما باید نیروهای وارد بر هر سیم را به نوبت بررسی کنید. سوی جریان سیم (۱) را داریم پس باید با بررسی نیروهایی که سیم‌های (۲) و (۳) بر سیم (۱) وارد می‌کنند، سوی جریان‌های (۲) و (۳) را مشخص کنید. سپس به سراغ سیم (۲) و بعد از آن به سراغ سیم (۳) بروید و سوی جریان‌ها را مشخص کنید و در نهایت سوی مشترک در بین شش حالت بررسی شده جواب مسئله است.

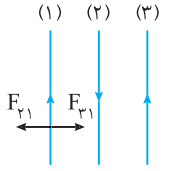
سیم اول:

نیروی خالص وارد بر سیم (۱) صفر است، از این‌رو باید نیرویی وارد از طرف سیم‌های (۲) و (۳) بر سیم (۱) در خلاف جهت هم و مساوی هم باشند. بنابراین اگر جریان سیم (۲) بالاسو باشد جریان سیم (۳) باید پایین‌سو شود بنابراین اگر سیم (۲) سیم (۱) را برباید جریان آن با سیم (۱) همسو است، یعنی جریان سیم (۲) بالاسو است. در این‌صورت جریان سیم (۳) باید پایین‌سو باشد تا سیم (۱) را براند.



حالت اول

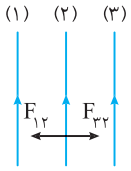
و اگر سیم (۲) سیم (۱) را براند، جریان سیم (۲) با جریان سیم (۱) ناهمسو و پایین‌سو است، در این صورت جریان سیم (۳) باید بالاسو باشد. یعنی هر دو حالت ممکن است.



حالت دوم

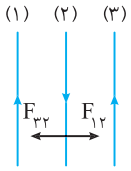
سیم دوم:

اکنون به بررسی نیروهای وارد بر سیم (۲) می‌پردازیم. اگر سیم (۱)، سیم (۲) را برباید جریان سیم (۲) با جریان سیم (۱) همسو و بالاسو است، در این صورت باید سیم (۳) نیز سیم (۲) را برباید تا نیروی خالص وارد بر سیم (۲) صفر شود، بنابراین جریان سیم (۳) نیز بالاسو است.



حالت سوم

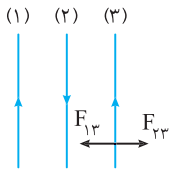
اگر سیم (۱)، سیم (۲) را براند جریان سیم (۲) باید با جریان سیم (۱) ناهمسو و پایین‌سو باشد. در این صورت جریان سیم (۳) نیز باید با سیم (۲) ناهمسو باشد تا سیم (۲) را براند و نیروی خالص وارد بر سیم (۲) صفر شود. یعنی جریان سیم (۳) باید بالاسو باشد. بنابراین در بررسی سیم اول و سیم دوم، بالاسو بودن جریان سیم (۳) مشترک است.



حالت چهارم

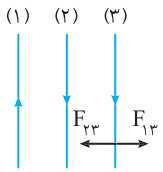
سیم سوم:

به بررسی نیروهای وارد بر سیم (۳) می‌پردازیم. اگر سیم (۳) توسط سیم (۱) جذب شود باید سیم (۳) جریان همسو با سیم (۱) داشته باشد و جریان سیم (۳) بالاسو باشد. در این حالت سیم (۲) باید سیم (۳) را براند تا برایند نیروی وارد بر سیم (۳) صفر شود. در این صورت سیم (۲) جریان پایین‌سو خواهد داشت.



حالت پنجم

اگر سیم (۳) توسط سیم (۱) دفع شود باید سیم (۳) جریان ناهمسو با سیم (۱) داشته باشد و جریان (۳) پایین‌سو باشد. در این صورت برای صفر شدن نیروی خالص وارد بر سیم (۳) باید سیم (۲)، سیم (۳) را برباید و جریان سیم (۲) همسو با جریان سیم (۳) و پایین‌سو باشد.

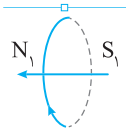


حالت ششم

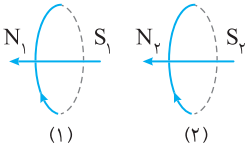
با توجه به حالت‌های دوم، چهارم و پنجم مشخص می‌شود که اگر جریان I_2 پایین‌سو و جریان I_3 بالاسو باشد، شرایطی وجود دارد که می‌تواند نیروی خالص وارد بر هر سیم صفر شود.

B ۲۵۷۱ ۲

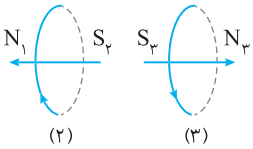
جهت میدان در حلقه (۱) به صورت روبه‌رو می‌باشد.



برای آنکه حلقه‌های (۱) و (۲) یکدیگر را جذب کنند باید میدان در حلقه (۲) به صورت مقابل باشد تا $N_۲$ ، $S_۱$ را برباید، بنابراین جریان حلقه‌های (۱) و (۲) هم‌جهت است.



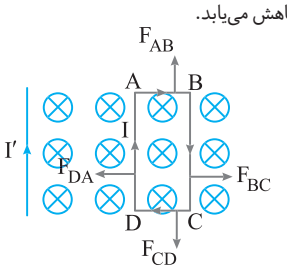
برای آنکه حلقه‌های (۲) و (۳) یکدیگر را دفع کنند باید میدان در حلقه (۳) به‌صورت مقابل باشد تا $S_۲$ و $S_۳$ یکدیگر را برانند پس جریان حلقه‌های (۲) و (۳) در خلاف جهت هم است و گزینه (۲) درست می‌باشد.



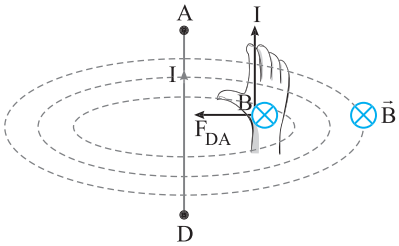
میانبر اگر جریان دو حلقه هم‌سو باشد یکدیگر را جذب و اگر ناهمسو باشد یکدیگر را دفع می‌کنند. حلقه (۱) و (۲) یکدیگر را جذب کرده پس جریان آن‌ها موافق هم است و حلقه (۳) و (۲) یکدیگر را دفع کرده پس سوی جریان آن‌ها مخالف هم است.

B ۲۵۷۲ ۲

خط فکری برایند نیروهای مغناطیسی وارد بر قاب حامل جریان I توسط سیم حامل جریان I' از شما خواسته شده بنابراین جهت میدان مغناطیسی سیم راست را در محل قاب مشخص کنید. هرچه از سیم دورتر می‌شویم، میدان سیم راست ضعیف‌تر شده نیرویی که به اضلاع قاب وارد می‌کند کاهش می‌یابد.

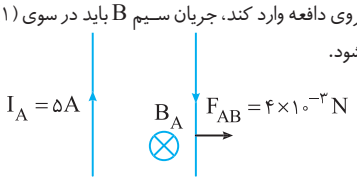


میدان مغناطیسی سیم راست در محل قاب درونسو است. به کمک قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر سیم‌های AB، BC، CD و DA را مشخص می‌کنیم. چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان هر سیم به‌گونه‌ای قرار دهید که خم کردن آن‌ها (کف دست) به سمت صفحهٔ کاغذ (درونسو) باشد، در این حالت انگشت باز دست شما جهت نیرو را نشان می‌دهد با این کار جهت نیروی وارد بر سیم AB، بالاسو، وارد بر سیم BC، به سمت راست، وارد بر سیم CD، پایین‌سو و وارد بر سیم DA به سمت چپ است. نیروهای F_{AB} و F_{CD} با هم برابر و در خلاف جهت هم هستند و همدیگر را خنثی می‌کنند. نیروهای وارد بر سیم CB و سیم AD در خلاف جهت هم هستند، اما به‌دلیل نزدیک‌تر بودن سیم DA به سیم راست، نیروی وارد بر آن بزرگ‌تر است و $(F_{DA} > F_{BC})$ بنابراین برایند نیروهای وارد بر حلقه رو به چپ است.



B ۲۵۷۳ ۲

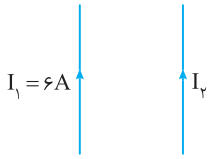
دو سیم با جریان‌های ناهمسو بر هم نیروی دافعه وارد می‌کنند بنابراین برای آن که سیم A بر سیم B نیروی دافعه وارد کند، جریان سیم B باید در سوی (۱) باشد و با جریان سیم A ناهمسو شود.



با توجه به نیروی وارد بر سیم B، جریان سیم B را حساب می‌کنیم.

$$F = I_B l B \sin\theta \Rightarrow ۴\times۱۰^{-۳} = I_B \times ۰/۵ \times ۴۰\times۱۰^{-۴} \times ۱ \Rightarrow I_B = \frac{۴\times۱۰^{-۳}}{۲۰\times۱۰^{-۴}} = ۲A$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو دو سیم حامل جریان $I_۱ = ۶A$ و $I_۲$ در کنار هم قرار دارند و بر هم نیروی ۵N وارد می‌کنند. اگر جریان سیم $I_۱$، ۲۵ درصد کاهش پیدا کند، نیرویی که سیم $I_۱$ به سیم $I_۲$ وارد می‌کند چند نیوتون خواهد شد؟



خارج تجربی - ۹۰

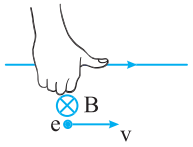
۱) ۲/۷۵ ۲) ۴

۳) ۳/۷۵ ۴) قابل محاسبه نیست.

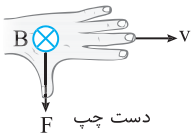
گزینهٔ ۳

B ۲۵۷۴ ۳

ابتدا میدان مغناطیسی سیم راست را در محل الکترون با قاعده دست راست مشخص می‌کنیم. مطابق شکل میدان مغناطیسی درونسو است.

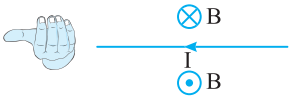


چون الکترون دارای بار منفی است برای یافتن جهت نیروی وارد بر آن می‌توانید ابتدا به کمک دست راست، جهت نیرو را مشخص کرده سپس جهت آن را وارون کنید اما ما با دست چپ جهت نیروی وارد بر الکترون را معین کرده‌ایم.

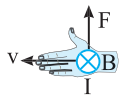


B ۲۵۷۵ ۲

با توجه به قاعدهٔ دست راست، جریان در سیم به سمت چپ است.



چهار انگشت دست چپ خود را به سوی چپ (در جهت سرعت الکترون) بگیرید به گونه‌ای که کف دست چپ شما رو به کاغذ باشد در این حالت انگشت باز شست شما رو به بالای صفحهٔ کاغذ است.



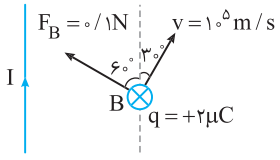
B ۲۵۷۶ ۴

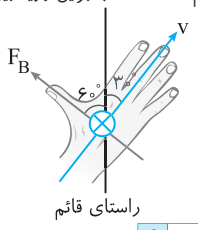
با توجه به قاعده دست راست مطابق شکل میدان مغناطیسی سیم حامل جریان در محل بار درونسو خواهد بود.

بار درون صفحه در حال حرکت است و میدان مغناطیسی درونسوست یعنی اندازهٔ زاویهٔ بین سرعت بار و میدان مغناطیسی $\theta = ۹۰^\circ$ است بنابراین اندازه نیروی وارد بر بار خواهد شد: $F = qvB\sin\theta \Rightarrow ۰/۱ = ۲\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۵}\times B\times\sin۹۰^\circ \Rightarrow B = ۰/۵T$

تعیین جهت نیرو:

نیروی مغناطیسی وارد بر ذره بر بردار سرعت و بردار میدان عمود است و جهت آن را به کمک قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آوریم. مطابق شکل زاویه بین سرعت و امتداد قائم ۳۰° است بنابراین زاویهٔ بین F_B و امتداد قائم ۶۰° خواهد شد:

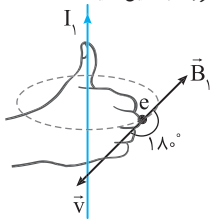




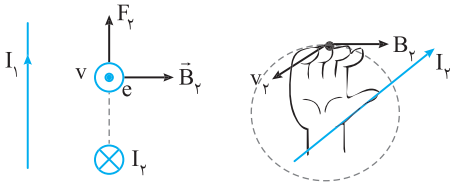
B ۲۵۷۷ ۴

خط فکری ابتدا می‌توانید جهت میدان مغناطیسی هر سیم را در محل حرکت الکترون مشخص کرده سپس جهت میدان خالص را به‌دست آورید. آنگاه به کمک قاعدهٔ دست راست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون را معین کنید.

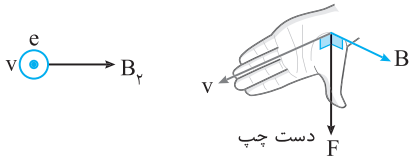
میدان مغناطیسی سیم $I_۱$ در محل الکترون درونسو است یعنی الکترون در امتداد میدان $B_۱$ در حرکت است و بر آن نیرویی توسط سیم $I_۱$ وارد نمی‌شود.



میدان مغناطیسی سیم $I_۲$ در محل الکترون با توجه به قاعدهٔ دست راست به سمت راست است و بر حرکت الکترون عمود است.

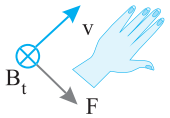


چهار انگشت دست راست را برونسو قرار دهید به‌گونه‌ای که کف دست شما (خم کردن چهار انگشت) در جهت میدان مغناطیسی به سمت راست صفحه کاغذ باشد در این صورت نیروی وارد بر بار رو به بالا است اما چون الکترون دارای بار منفی است جهت نیرو را وارون کرده و جهت نیرو رو به پایین خواهد بود البته می‌توانستید از دست چپ استفاده کنید.



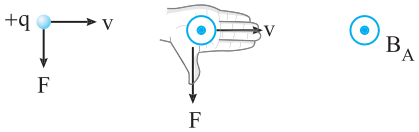
۴ ۲۵۷۸ A

با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی هر دو سیم در محل الکترون درونسو است. الکترون دارای بار منفی است، از این رو بنا به قاعدهٔ دست راست جهت نیرو مطابق شکل است:

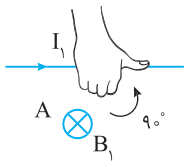


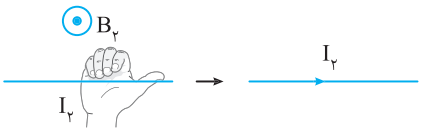
۱ ۲۵۷۹ B

جهت حرکت ذره به سمت پایین منحرف شده پس نیروی مغناطیسی به سمت پایین به ذره وارد می‌شود در حالی که سرعت ذره به سمت راست بوده، حال با توجه به قاعدهٔ دست راست برای نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار در میدان مغناطیسی، جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A برونسو خواهد بود.



جهت جریان $I_۱$ مشخص و به سمت راست است. پس میدان حاصل از این سیم در نقطهٔ A با توجه به قاعدهٔ دست راست درونسو می‌شود، بنابراین برای اینکه میدان خالص در نقطهٔ A برونسو باشد، باید میدان حاصل از جریان $I_۲$ در این نقطه برونسو باشد. در این صورت جریان $I_۲$ باید به سمت راست باشد. از طرفی جریان $I_۲$ باید از جریان $I_۱$ بزرگ‌تر باشد تا میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A برونسو شود. $B_۲ > B_۱ \Rightarrow I_۲ > I_۱$

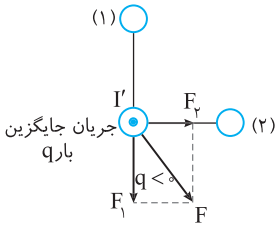




۲ ۲۵۸۰ C

خط فکری به مطلبی که می‌گوییم خوب دقت کنید بار منفی q به‌طور درونسو از مبدأ مختصات عبور می‌کند. در الکتریسیتهٔ جاری، جهت جریان در خلاف جهت الکترون‌ها (بار منفی) است. بنابراین ما، حرکت بار منفی q را با یک جریان برونسو جایگزین می‌کنیم و به‌جای حرکت بار q جریان برونسوی I' را در نظر می‌گیریم. نیروی F را روی امتداد x و y تجزیه می‌کنیم تا نیرویی که سیم (۱) و سیم (۲) بر بار منفی q (و یا جریان برونسوی I') وارد می‌کند مشخص شود و با توجه به مؤلفه‌های نیرو می‌توانید سوی جریان (۱) و (۲) را مشخص کنید و نوع نیروی بین دو سیم (۱) و (۲) را معلوم کنید و با توجه به مؤلفه‌های نیرو می‌توانید معین کنید $I_۱$ بزرگ‌تر است یا $I_۲$.

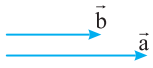
نیروی F را تجزیه می‌کنیم. مؤلفه x نیرو یعنی $F_۲$ نیرویی است که توسط سیم (۲) بر بار وارد می‌شود و چون سیم (۲) سیم (I') را می‌رباید (جذب می‌کند) سوی جریان $I_۲$ نیز باید برونسو باشد. سیم (۱) نیروی $F_۱$ را بر I' وارد می‌کند و آن را دفع می‌کند بنابراین سوی جریان آن باید با I' ناهمسو باشد یعنی $I_۱$ درونسو است. جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ ناهمسو هستند بنابراین نیروی بین آن‌ها دافعه است از طرفی چون فاصلهٔ دو سیم از مبدأ مختصات یکسان بوده اما بنابراین $F_۱ > F_۲$ خواهد بود.



پنجره دوجداره (سطح دوم)

۲ ۲۵۸۱ B

خط فکری هرگاه زاویهٔ بین دو بردار صفر باشد و دو بردار هم‌جهت باشند اندازه برایند دو بردار بیشینه و برابر مجموع اندازهٔ دو بردار است.

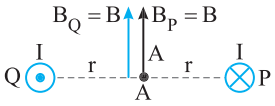


$$|\vec{a}+\vec{b}|=a+b$$

و هرچه زاویه بین دو بردار بیشتر شود، برایند دو بردار کوچک‌تر می‌شود.

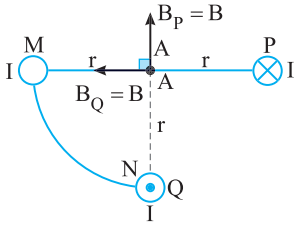
در حل مسئله باید جهت میدان مغناطیسی سیم P و Q را در محل نقطهٔ A مشخص کنید سپس با حرکت سیم Q از M تا N بررسی کنید که زاویهٔ بین دو بردار میدان در حال افزایش یا کاهش است تا بتوانید در مورد بیشینه و کمینه بودن اندازهٔ میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A اظهار نظر کنید.

با استفاده از قاعدهٔ دست راست جهت میدان‌ها را مشخص می‌کنیم انگشت باز شست دست راست خود را در سوی جریان درونسوی P قرار دهید و چهار انگشت باز دست خود را روی خط واصل AP قرار دهید. اکنون چهار انگشت خود را ۹۰° خم کنید در این حالت چهار انگشت شما به سمت بالای صفحه است یعنی میدان مغناطیسی سیم P در نقطهٔ A بالاسو است با استفاده از همین روش، میدان مغناطیسی سیم Q در نقطهٔ A نیز بالاسو خواهد بود و بیشینه مقدار میدان مغناطیس خالص در نقطهٔ A خواهد شد:



$$B_{max} = B+B = ۲B$$

حال اگر سیم Q در نقطهٔ N قرار گیرد با استفاده از قاعدهٔ دست راست جهت میدان سیم Q در نقطهٔ A به سمت چپ است و زاویهٔ بین بردار B_P و B_Q، ۹۰° است یعنی زاویه بین دو بردار میدان با حرکت سیم Q از نقطهٔ M تا N از صفر تا ۹۰° افزایش یافته بنابراین بردار برایند این دو میدان کاهش یافته است و کمینه مقدار آن از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید.



$$B_{min} = \sqrt{B^۲+B^۲} = \sqrt{۲}B$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{B_{max}}{B_{min}} = \frac{۲B}{\sqrt{۲}B} = \sqrt{۲}$$

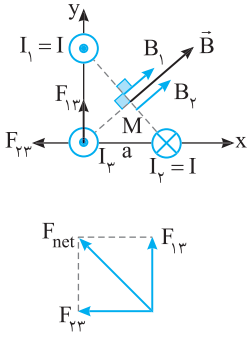
۳ ۲۵۸۲ B

یادآوری بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه بر کوتاه‌ترین خط واصل بین آن نقطه و سیم حامل جریان عمود است.

خط فکری جریان دو سیم برابر و فاصلهٔ آن‌ها از نقطهٔ M یکسان است در نتیجه میدان مغناطیسی دو سیم $I_۱$ و $I_۲$ در نقطهٔ M هم‌اندازه است و این میدان‌ها نمی‌توانند در خلاف جهت هم باشند زیرا میدان خالص صفر می‌شود بنابراین میدان این دو سیم هم‌جهت و در جهت بردار $\vec{B}$ است. با توجه به مطلب بیان شده، شما باید به کمک قاعدهٔ دست راست با داشتن جهت میدان‌ها، سوی جریان $I_۱$ و $I_۲$ را تعیین کنید و با دانستن اینکه سیم‌ها با جریان همسو یکدیگر را جذب و سیم‌ها با جریان‌های ناهمسو یکدیگر را دفع می‌کنند سوی نیروی وارد بر سیم $I_۳$ را تعیین کنید.

با توجه به جهت میدان‌های B_1 و B_2 و به کمک قاعده دست راست مشخص می‌شود که جریان I_1 باید برونسو و جریان I_2 باید درونسو باشد.

جریان سیم I_1 با جریان سیم I_3 همسوست و I_1 سیم I_3 را جذب می‌کند. جریان سیم I_2 و I_3 ناهمسو بوده و سیم I_2 سیم I_3 را دفع می‌کند. مطابق شکل جهت نیروی برایند وارد بر سیم خواهد شد:



B ۲۵۸۳ ۱

به بازی قاعده دست راست و جهت‌های میدان خوش آمدید.

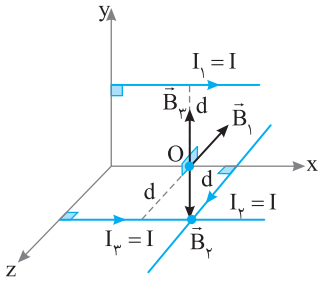
۱ میدان ناشی از جریان I_1 در نقطهٔ O در خلاف جهت محور z است.

۲ میدان ناشی از جریان I_2 در نقطهٔ O در خلاف جهت محور y است.

۳ میدان ناشی از جریان I_3 در نقطهٔ O در جهت محور y است.

۴ میدان‌های $\vec{B}_2$ و $\vec{B}_3$ یکدیگر را خنثی می‌کنند.

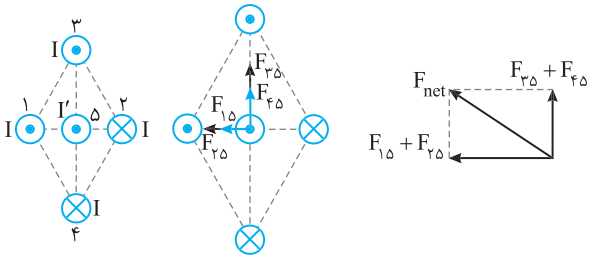
۵ تنها میدان مغناطیسی $\vec{B}_1$ باقی می‌ماند که اندازهٔ آن B است.



C ۲۵۸۴ ۳

ابتدا جهت نیرویی که هر سیم به سیم حامل جریان I' وارد می‌کند را مشخص می‌کنیم: دقت کنید که فاصلهٔ دو سیم (۱) و (۲) تا سیم (۵) یکسان و جریان گذرنده از آن‌ها مساوی است پس میدان حاصل از این دو سیم بر سیم (۵) باهم مساوی است در نتیجه اندازه نیرویی که بر سیم (۵) وارد می‌کنند، باهم برابر است. البته سیم I_1 و I'_5 دارای جریان‌های همسو بوده و نیروی بین آن‌ها (F_{15}) جاذبه است و سیم I_2 و I'_5 دارای جریان‌های ناهمسو بوده و نیروی بین آن‌ها (F_{25}) دافعه بوده و این نیروها مطابق شکل هم‌جهت هستند. به همین صورت میدان و نیروی حاصل از سیم‌های (۳) و (۴) بر سیم (۵) نیز با هم برابر بوده و جهت نیروهای F_{35} و F_{45} رو به بالاست.

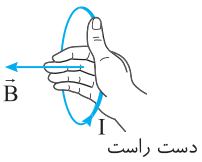
فاصلهٔ سیم (۱) تا سیم (۵) کمتر از فاصلهٔ سیم (۳) تا سیم (۵) بوده پس میدان و نیروی حاصل از سیم‌های (۱) و (۲) از میدان و نیروی حاصل از سیم‌های (۳) و (۴) قوی‌تر است. با توجه به جهت نیروها به این نتیجه می‌رسیم که $F_{35}+F_{45}<F_{25}+F_{15}$ است و بردار نیروی برایند، به محور افقی متمایل است. اگر نیروها با هم مساوی بودند نیروی برایند روی نیمساز و زاویهٔ 45° می‌افتد اما حال نیرو برایند به محور افقی متمایل خواهد بود در نتیجه زاویه بین بردار برایند و محور افقی کمتر از 45° است و گزینهٔ (۳) می‌تواند درست باشد.



پنجره ۴

A ۲۵۸۵ ۳

ابتدا به کمک قاعدهٔ دست راست مطابق شکل جهت میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه مشخص می‌کنیم. این میدان به سمت چپ است و اگر یک قطب‌نما در مرکز حلقه قرار گیرد عقربهٔ آن در جهت میدان جهت‌گیری می‌کند یعنی قطب N در سمت چپ قرار می‌گیرد و شکل گزینهٔ (۳) درست است.

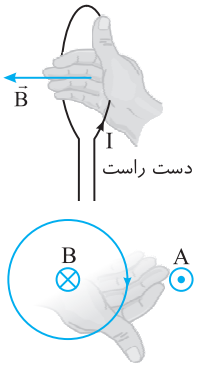


B ۲۵۸۶ ۲

یادآوری قاعدهٔ دست راست: انگشت شست دست راست را مطابق شکل در جهت جریان قرار می‌دهیم، خم کردن چهار انگشت جهت بردار میدان را نشان می‌دهد.

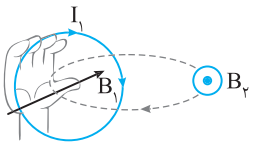
در نقطهٔ A میدان مغناطیسی برونسو بوده بنابراین جریان الکتریکی حلقه ساعتگرد و میدان مغناطیسی در مرکز حلقه درونسوست.

میانبر در نقطه‌ای مانند A در خارج حلقه جهت میدان خلاف جهت میدان در مرکز حلقه است.

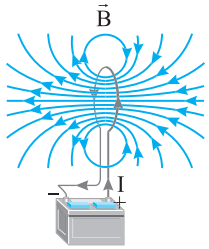


A ۲۵۸۷ ۲

با توجه به قاعده دست راست با توجه به اینکه میدان در مرکز حلقه درونسو است مطابق شکل باید جریان حلقه ساعتگرد باشد.

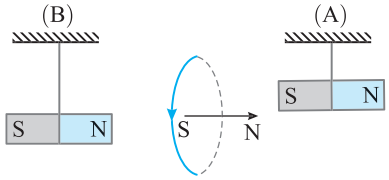


در یک حلقهٔ حامل جریان خط‌های میدان در ناحیهٔ داخل حلقه به یکدیگر نزدیک‌ترند یعنی میدان در این ناحیه قوی‌تر است و افزون بر این در نقطه‌های روی محور حلقه، میدان موازی محور حلقه است. بنابراین در نقاط درون حلقه به ویژه در مرکز آن میدان قوی‌تر از نقاط بیرون حلقه است و $B_1 > B_2$ است.



A ۲۵۸۸ ۲

آهنربای A به سمت چپ کشیده شده است بنابراین میدان مغناطیسی حلقه به گونه‌ای است که قطب N آن در سمت راست حلقه است و بنا به قاعدهٔ دست راست سوی جریان در سوی (۲) خواهد بود و چون سمت چپ حلقه قطب S است، قطب N آهنربای B را می‌رباید و آهنربای B به سمت راست منحرف می‌شود.



A ۲۵۸۹ ۲

خط فکری میدان مغناطیسی در مرکز حلقه یا پیچه از رابطهٔ $B=\mu_0\frac{NI}{2R}$ به‌دست می‌آید و در سؤالاتی که تنها مقدار میدان خواسته شده باید تعداد دور (N)، جریان حلقه یا پیچه (I) و شعاع (R) آن را به‌دست آوریم.

۱ با توجه به سؤال $B=3\times10^{-8}$ بر حسب G است:

$$B=3\times10^{-8}G\times\frac{1T}{10^4G}=3\times10^{-12}T$$

ضریب تبدیل گاوس به تسلا

۲ با توجه به رابطهٔ میدان مغناطیسی در مرکز حلقه جریان را حساب می‌کنیم:

$$B=\frac{\mu_{\circ}NI}{2R}\xrightarrow[2R=0/16m]{N=1}3\times10^{-12}=\frac{12\times10^{-7}\times1\times I}{16\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow I=\frac{3\times16}{12}\times10^{-7}\Rightarrow I=4\times10^{-7}A$$

$$I=4\times10^{-7}A\times\frac{10^{6}\mu A}{1A}=0/4\mu A$$

ضریب تبدیل آمپر به میکروآمپر

بازی با سؤال **از پیچهٔ مسطحی که از ۲۰ دور سیم نازک درست شده است، جریانی به بزرگی ۵A می‌گذرد. اگر میدان مغناطیسی حاصل از این جریان در مرکز پیچه ۴G باشد، قطر پیچه چند سانتی‌متر است؟** $(\mu_{\circ}=4\pi\times10^{-7}T.m/A)$

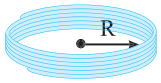
کنکور دهه‌های گذشته

۱) 10π ۲) $\frac{\pi}{10}$ ۳) $\frac{\pi}{5}$ ۴) 5π

گزینهٔ ۱

A ۲۵۹۰ ۲

خط فکری مساحت سطح حلقه مطابق شکل روبه‌رو برابر πR^{2} است. در گام اول با توجه به مساحت سطح حلقه، شعاع حلقه (R) را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با استفاده از رابطهٔ $B=\frac{\mu_{\circ}NI}{2R}$، اندازهٔ میدان مغناطیسی را حساب می‌کنیم.

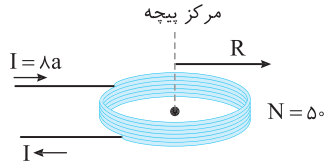


ابتدا باید شعاع حلقه‌ها (R) را به‌دست آوریم:

$$A=\pi R^{2}\xrightarrow{A=64\pi}64\pi cm^{2}=\pi R^{2}\Rightarrow R=8cm$$

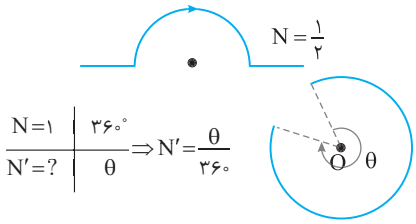
رابطهٔ میدان مغناطیسی حاصل از حلقهٔ حامل جریان برابر $B=\frac{\mu_{\circ}NI}{2R}$ است که با توجه به داده‌های سؤال N و I و $\mu_{\circ}$ داده شده است.

$$B=\frac{\mu_{\circ}NI}{2R}\Rightarrow B=\frac{4\pi\times10^{-7}\times50\times8}{2\times8\times10^{-2}}=10^{-3}\pi T$$



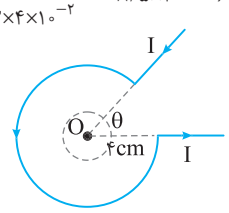
B ۲۵۹۱ ۴

خط فکری در رابطهٔ $B=\frac{\mu_{\circ}NI}{2R}$، N تعداد حلقه‌های پیچه است البته N می‌تواند بخشی از محیط حلقه باشد مثلاً برای شکل زیر که نصف حلقه است، $N=\frac{1}{2}$ است و برای هر قطاع دیگری می‌توان نوشت:



با توجه به رابطهٔ میدان در مرکز حلقه داریم:

$$B=\frac{\mu_{\circ}NI}{2R}\Rightarrow B=\frac{12\times10^{-7}\times N\times6}{2\times4\times10^{-2}}=8/5\times10^{-5}\Rightarrow N=\frac{17}{18}$$



دقت کنید که $N=\frac{\alpha}{360}$ بنابراین:

$$N=\frac{17}{18}=\frac{\alpha}{360}\Rightarrow\alpha=340,\theta=360-\alpha=360-340=20^{\circ}$$

B ۲۵۹۲ ۱

خط فکری هرگاه بخواهیم از یک سیم حلقه‌ای به شعاع R بسازیم، طول سیم مورد نیاز برابر محیط حلقه است $(2\pi R)$. حال اگر بخواهیم پیچه‌ای دارای N حلقه با شعاع R بسازیم، طول سیم مورد نیاز N برابر محیط یک حلقه $(2\pi R)$ است. از این‌رو:

$$L=N(2\pi R)\Rightarrow N=\frac{L}{2\pi R}$$

بنابراین شما باید ابتدا تعداد حلقه‌های پیچه را بر حسب شعاع حلقه حساب کنید، سپس به کمک رابطه میدان مغناطیسی در مرکز پیچه R را به‌دست آورید. با سیمی به طول ۱۰۰ متر می‌خواهیم N دایره به شعاع R درست کنیم. بنابراین:

$$N=\frac{L}{2\pi R}\Rightarrow N=\frac{100}{2\pi R}$$

میدان مغناطیسی در مرکز حلقه برابر $B=\frac{\mu_{\circ}NI}{2R}$ است، بنابراین:

$$B=N\frac{\mu_{\circ}I}{2R}=\frac{100}{2\pi R}\times\frac{4\pi\times10^{-7}\times10}{2\times R}=2/5\times10^{-3}\Rightarrow\frac{1}{R^{2}}=25$$

$$\Rightarrow R^{2}=\frac{1}{25}\Rightarrow R=\frac{1}{5}m=20cm$$

A ۲۵۹۳ ۲

یادآوری اگر با سیمی به طول L حلقه‌ای به شعاع r بسازیم، تعداد حلقه‌های پیچه برابر است با:

$$N=\frac{L}{2\pi r}$$

۱ شعاع پیچه برابر است با:

$$r=\frac{\frac{4}{n}}{2}=\frac{4}{2n}$$

۲ تعداد حلقه‌های پیچه خواهد شد:

$$N=\frac{L}{2\pi r}\Rightarrow N=\frac{4}{2\pi\times\frac{4}{2n}}=\frac{n}{\pi}$$

۳ با استفاده از رابطهٔ میدان مغناطیسی در مرکز پیچه می‌توانیم مقدار n را حساب کنیم.

$$B=\frac{\mu_{\circ}NI}{2R}\Rightarrow B=\frac{4\pi\times10^{-7}\times\frac{n}{\pi}\times2}{2\times\frac{4}{2n}}=n^{2}\times10^{-7}\times2\xrightarrow{B=40G=40\times10^{-4}T}$$

$$2n^{2}\times10^{-7}=4\times10^{-3}\Rightarrow n^{2}=2\times10^{4}\Rightarrow n=100\sqrt{2}$$

A ۲۵۹۴ ۱

خط فکری با توجه به رابطهٔ $B=\frac{\mu_{\circ}NI}{2R}$، میدان در مرکز پیچه با تعداد حلقه و جریان عبوری از آن رابطهٔ مستقیم و با شعاع پیچه نسبت وارون دارد. بنابراین در این سؤال باید ابتدا مشخص کنیم که تعداد حلقه‌ها، جریان و شعاع حلقه‌ها چند برابر شده و در گام بعدی نسبت $\frac{B_2}{B_1}$ را حساب کنیم.

۱ تعداد حلقه‌های پیچه دو برابر شده یعنی $N_2=2N_1$ و جریان عبوری از پیچه ۲۵ درصد کاهش یافته، بنابراین خواهیم داشت:

$$I_2=I_1-\frac{25}{100}I_1\Rightarrow I_2=\frac{75}{100}I_1\Rightarrow I_2=\frac{3}{4}I_1$$

۲ حال نسبت $\frac{B_2}{B_1}$ را با استفاده از رابطهٔ $B=\frac{\mu_{\circ}NI}{2R}$ حساب می‌کنیم تا بفهمیم میدان در مرکز حلقه چند برابر شده است:

$$\frac{B_2}{B_1}=\frac{\frac{\mu_{\circ}N_2I_2}{2R}}{\frac{\mu_{\circ}N_1I_1}{2R}}\Rightarrow\frac{B_2}{B_1}=\frac{N_2}{N_1}\times\frac{I_2}{I_1}\xrightarrow[I_2=\frac{3}{4}I_1]{N_2=2N_1}\frac{B_2}{B_1}=2\times\frac{3}{4}=\frac{3}{2}$$

میانبر برای نسبت $\frac{B_2}{B_1}$ در پیچه داریم:

$$\frac{B_2}{B_1}=\frac{N_2}{N_1}\times\frac{I_2}{I_1}\times\frac{R_1}{R_2}$$

B ۲۵۹۵ ۲

در حالت اول جریان عبوری از حلقه I است، میدان مغناطیسی را بر حسب I حساب می‌کنیم.

$$B_1=\frac{\mu_0 NI_1}{2R}\xrightarrow[N=1,R=20cm=0/2m]{\mu_0=12\times10^{-7}T.m/A}B_1=\frac{12\times10^{-7}\times1\times I_1}{0/4}=3\times10^{-6}I_1$$

در حالت دوم جریان عبوری ۳A تغییر کرده اما به ما گفته نشده که جریان افزایش می‌یابد یا کاهش:

$$I_2=I_1\pm3A$$

اکنون مجدداً میدان مغناطیسی را حساب می‌کنیم:

$$B_2=\frac{\mu_0 NI_2}{2R}\xrightarrow[N=1,R=20cm=0/2m]{\mu_0=12\times10^{-7}T.m/A}$$

$$B_2=\frac{12\times10^{-7}\times1\times(I_1\pm3)}{0/4}=3\times10^{-6}(I_1\pm3)$$

حال تغییرات میدان مغناطیسی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta B=B_2-B_1\Rightarrow\Delta B=3\times10^{-6}(I_1\pm3)-3\times10^{-6}I_1$$

$$\Rightarrow\Delta B=3\times10^{-6}I_1\pm9\times10^{-6}-3\times10^{-6}I_1$$

$$\Delta B=\pm9\times10^{-6}T\xrightarrow{\text{هر تسلا }10^4\text{ گاوس است}}\Delta B=\pm9\times10^{-2}G$$

بنابراین میدان مغناطیسی به اندازهٔ 9×10^{-2} گاوس تغییر خواهد کرد.

B ۲۵۹۶ ۴

یادآوری تعداد حلقه‌های (N) پیچه‌ای به شعاع R که با سیمی به طول L ساخته می‌شود، برابر است با:

$$N=\frac{L}{2\pi R}$$

۱ ابتدا با توجه به طول سیم که ۲m است، تعداد حلقه‌های هر دو پیچه را حساب می‌کنیم:

$$N_1=\frac{L}{2\pi R}\xrightarrow[R=R_1]{L=2m}N_1=\frac{2}{2\pi R_1}$$

$$N_2=\frac{L}{2\pi R}\xrightarrow[R_2=\frac{R_1}{2}]{L=2m}N_2=\frac{2}{2\pi\frac{R_1}{2}}=\frac{4}{2\pi R_1}$$

۲ نسبت تعداد حلقه‌ها در دو پیچه برابر است با:

$$\frac{N_2}{N_1}=\frac{\frac{4}{2\pi R_1}}{\frac{2}{2\pi R_1}}=2$$

۳ نسبت $\frac{B_2}{B_1}$ را به‌دست می‌آوریم تا بفهمیم در حالت دوم میدان مغناطیسی چند برابر حالت اول است:

$$\frac{B_2}{B_1}=\frac{\frac{\mu_0 N_2I_2}{2R_2}}{\frac{\mu_0 N_1I_1}{2R_1}}\xrightarrow{I_1=I_2}\frac{B_2}{B_1}=\frac{N_2}{N_1}\times\frac{R_1}{R_2}\xrightarrow[R_2=\frac{R_1}{2}]{N_2=2N_1}\frac{B_2}{B_1}=2\times\frac{1}{\frac{1}{2}}=4$$

میانبر اگر طول سیمی ثابت باشد و شعاع حلقه‌های پیچه را از R به $\frac{R}{n}$ برسانیم و جریان ثابت مانده باشد، در این صورت:

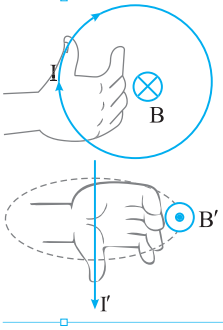
$$B_2=n^2B_1$$

بازی با سؤال **سیمی با طول مشخص را یک بار به صورت پیچه‌ای مسطح به شعاع R و بار دیگر به صورت پیچه‌ای مسطح به شعاع $\frac{R}{4}$ در می‌آوریم و در هر دو حالت جریان یکسانی از آن‌ها عبور می‌دهیم. بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه با شعاع R چند برابر بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه با شعاع $\frac{R}{4}$ است؟**

۱) $\frac{1}{16}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{1}{2}$

گزینهٔ ۱

A ۲۵۹۷ ۲

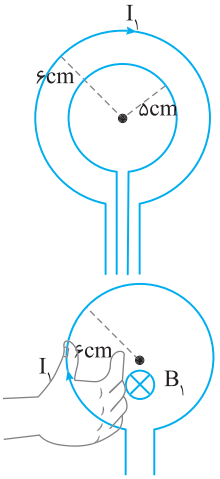


با توجه به قاعدهٔ دست راست اگر شست خود را در سوی جریان حلقه قرار دهید با خم کردن چهار انگشت مشخص می‌شود میدان مغناطیسی حلقه درون آن درونسوست و برای آنکه این میدان توسط میدان مغناطیسی سیم راست در سمت چپ حلقه صفر شود باید میدان مغناطیسی سیم راست برونسو باشد و با توجه به قاعدهٔ دست راست مطابق شکل، جریان I' سیم راست باید پایین‌سو باشد.

B ۲۵۹۸ ۳

خط فکری هر دو حلقه دارای جریان بوده و میدان مغناطیسی در مرکز مشترک دو حلقه توسط هر دو حلقه ایجاد می‌شود و برای اینکه میدان مغناطیسی در مرکز حلقه صفر شود باید میدان مغناطیسی حاصل از هر دو حلقه هم‌اندازه و خلاف جهت یکدیگر باشند.

$$\vec{B}_T=\vec{B}_1+\vec{B}_2\xrightarrow{\vec{B}_T=0}\vec{B}_1=-\vec{B}_2$$

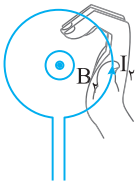


۱ مقدار و جهت میدان مغناطیسی حاصل از حلقهٔ بزرگ‌تر را حساب می‌کنیم:

$$B_1=\frac{\mu_0 NI_1}{2R_1}\Rightarrow B_1=\frac{\mu_0\times1\times10}{2\times6\times10^{-2}}$$

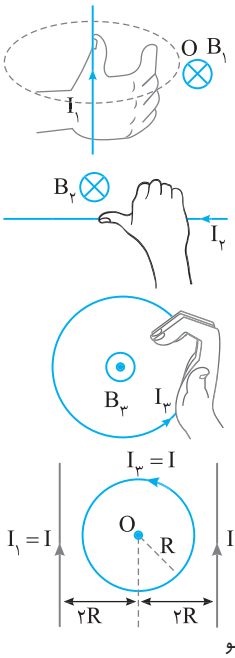
$$\Rightarrow B_1=\frac{\mu_0}{12}\times10^3$$

۲ با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی حاصل از جریان I_1 درونسو است و برای آنکه میدان مغناطیسی خالص صفر شود باید میدان مغناطیسی B_2 برونسو و جریان I_2 پادساعتگرد باشد و مقدار میدان مغناطیسی آن برابر مقدار $B_1=\frac{\mu_0}{12}\times10^3\,T$ باشد.



$$B_2=\frac{\mu_0 NI_2}{2R_2}\Rightarrow\frac{\mu_0}{12}\times10^3=\frac{\mu_0\times1\times I_2}{10\times10^{-2}}\Rightarrow I_2=\frac{25}{3}A$$

B ۲۵۹۹ ۴



میدان مغناطیسی سیم I_1 در نقطهٔ O درونسو و میدان مغناطیسی سیم I_2 در نقطهٔ O درونسو و میدان حلقه برونسوست. بنابراین میدان مغناطیسی B_1 و B_2 هم‌جهت هستند و با هم جمع می‌شوند اما میدان مغناطیسی حلقه برونسو است میدان مغناطیسی خالص برابر $B_t=|B_1+B_2+B_3|$ است.

اندازهٔ جریان‌ها مشخص نیست و در نتیجه اندازهٔ میدان‌های حاصل از آن‌ها نیز مشخص نبوده بنابراین نمی‌توان در مورد میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O اظهار نظر کرد.

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو یک حلقه به شعاع R و دو سیم بلند موازی حامل جریان I، هر سه در یک صفحه قرار دارند. میدان مغناطیس خالص در مرکز حلقه به کدام سو است؟**

خارج ریاضی - ۹۰

۱) درونسو
۲) برونسو
۳) به سمت پایین
۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

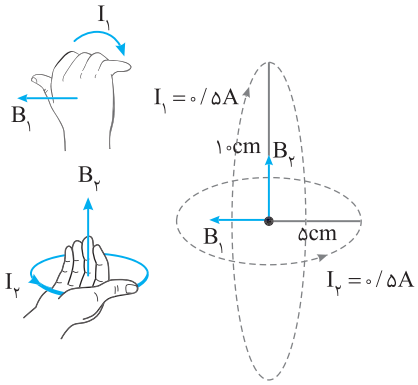
گزینهٔ ۲

B ۴ ۲۶۰۰

مطابق شکل اگر دو حلقه بر هم عمود باشند با توجه به قاعدهٔ دست راست، بردار میدان مغناطیسی آن‌ها نیز بر هم عمود است. بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از این دو حلقه را با توجه به رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{2R}$ حساب می‌کنیم:

$$B_1=\frac{\mu_0}{2}\frac{I_1}{R_1}=\frac{12\times10^{-7}}{2}\times\frac{0/5}{0/1}=3\times10^{-6}T$$

$$B_2=\frac{\mu_0}{2}\frac{I_2}{R_2}=\frac{12\times10^{-7}}{2}\times\frac{0/5}{0/05}=6\times10^{-6}T$$



چون دو بردار میدان بر هم عمودند، میدان خالص را از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:

$$B_T=\sqrt{B_1^2+B_2^2}=10^{-6}\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}\times10^{-6}T$$

B ۴ ۲۶۰۱

۱ ابتدا تعداد حلقه‌های پیچه را حساب می‌کنیم:

$$N=\frac{L}{2\pi R}\Rightarrow N=\frac{628m}{2\times3/14\times0/1}\Rightarrow N=1000$$

۲ ۲۰۰ حلقه از پیچه‌ها خلاف جهت ۸۰۰ حلقهٔ دیگر پیچیده شده‌اند. اگر میدان حاصل از آن ۲۰۰ حلقه را B_1 و میدان حاصل از ۸۰۰ حلقه را B_2 بگیریم چون جریان آن‌ها خلاف جهت هم است، میدان آن‌ها نیز خلاف جهت یکدیگر بوده و برای به‌دست آوردن میدان خالص در مرکز پیچه باید میدان B_1 و B_2 را حساب کرده از هم کم کنیم.

$$B_1=\frac{\mu_0 N_1 I}{2R}\xrightarrow{N_1=200}B_1=\frac{4\pi\times10^{-7}\times200\times0/5}{2\times0/1}=2\times10^{-4}\pi T$$

$$B_2=\frac{\mu_0 N_2 I}{2R}\xrightarrow{N_2=800}B_2=\frac{4\pi\times10^{-7}\times800\times0/5}{2\times0/1}=8\times10^{-4}\pi T$$

$$B_T=B_2-B_1\Rightarrow B_T=8\times10^{-4}\pi-2\times10^{-4}\pi=6\times10^{-4}\pi T$$

(میدان‌ها خلاف‌جهت هم)

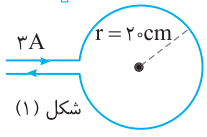
$$\xrightarrow{1T=10^4G}B_T=6\pi G$$

میانبر از ۱۰۰۰ حلقه، ۲۰۰ حلقه در یک جهت و ۸۰۰ حلقه در جهت دیگر است، پس می‌توان گفت که ۲۰۰ حلقه که جهت مخالف دارند، اثر ۲۰۰ حلقه از ۸۰۰ حلقهٔ دیگر را خنثی می‌کنند و در واقع انگار پیچه دارای ۶۰۰ حلقهٔ خالص است:

$$B=\frac{\mu_0 NI}{2R}\Rightarrow B=\frac{4\pi\times10^{-7}\times600\times0/5}{0/2}\Rightarrow B=6\times10^{-4}\pi T=6\pi G$$

B ۱ ۲۶۰۲

شکل (۱) حلقه‌ای به شعاع ۲۰cm را نشان می‌دهد که حامل جریان ۳A است بنابراین میدان مغناطیسی در مرکز آن برابر است با:



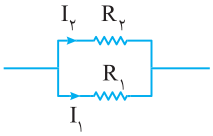
شکل (۱)

$$B=\frac{\mu_0 NI}{2R}\Rightarrow B=2\pi\times10^{-7}\times\frac{1\times3}{0/2}\Rightarrow B=3\pi\times10^{-6}T$$

شکل (۲): در شکل دو جریان به انشعاب M رسیده و جریان بین دو شاخهٔ بالا و پایین (I_2, I_1) تقسیم می‌شود.

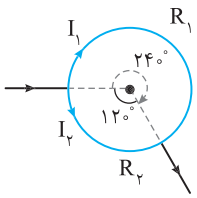
یادآوری ۱ مقاومت یک رسانا به مشخصات فیزیکی آن بستگی دارد و برابر است با: $R=\rho\frac{L}{A}$

یادآوری ۲ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود:



$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{I_1}{I_2}$$

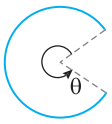
قسمت بالایی حلقه، ۲۴۰° از دایره را گرفته و قسمت پایینی آن ۱۲۰° از حلقه را تشکیل داده پس طول قسمت بالایی سیم دو برابر قسمت پایینی حلقه است از این‌رو خواهیم داشت:



$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{\frac{\rho L_1}{A_1}}{\frac{\rho L_2}{A_2}}\xrightarrow[A_1=A_2]{L_1=2L_2}\frac{R_1}{R_2}=2$$

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}\Rightarrow\frac{I_1}{I_2}=\frac{1}{2}\Rightarrow I_1=\frac{1}{2}I_2$$

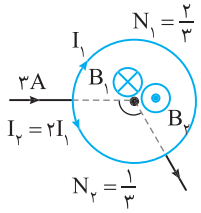
در رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{2R}$ باید N را برای قسمت بالایی پیچه و برای قسمت پایینی پیچه به‌دست بیاوریم.



$$N=\frac{\theta}{360}$$

$$N_1=\frac{\theta_1}{360}=\frac{240}{360}=\frac{2}{3}\quad,\quad N_2=\frac{\theta_2}{360}=\frac{120}{360}=\frac{1}{3}$$

حال مقدار و جهت میدان مغناطیسی قسمت بالایی و پایینی حلقه را مشخص می‌کنیم:



$$\begin{cases}\text{درونسو } B_1=\frac{\mu_0 N_1 I_1}{2r}\Rightarrow B_1=\frac{\mu_0}{2}\times\frac{\frac{2}{3}I_1}{r}\\ \text{برونسو } B_2=\frac{\mu_0 N_2 I_2}{2r}\Rightarrow B_2=\frac{\mu_0}{2}\frac{\frac{1}{3}(2I_1)}{r}\end{cases}$$

$$\Rightarrow B_1=B_2\Rightarrow B_{کل}=B'=B_1-B_2=0$$

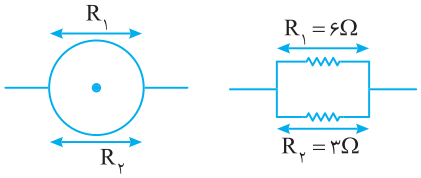
اکنون تفاضل دو میدان در مرکز حلقه‌ها خواهد شد:

$$B-B'=B=3\pi\times10^{-6}T$$

B ۳ ۲۶۰۳

۱ دو سیمی که به شکل نیم حلقه درآمده‌اند با هم موازی‌اند بنابراین مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

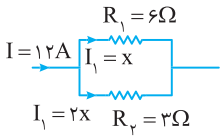
$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}\Rightarrow R_{eq}=2\Omega$$



۲ جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{48}{2+2}\Rightarrow I=12A$$

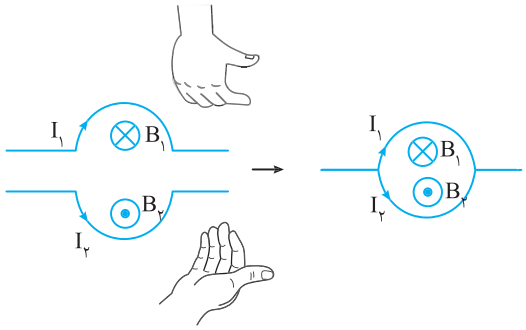
جریان 12A بین دو مقاومت R_1 و R_2 به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود و اگر جریان مقاومت 6Ω را x بنامیم جریان مقاومت 3Ω برابر 2x می‌شود و با توجه به قاعدهٔ انشعاب خواهیم داشت:



$$I=x+2x\Rightarrow12=3x\Rightarrow x=4A$$

در گام آخر، با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از این دو نیم حلقه در مرکز آن‌ها و با استفاده از رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{2R}$ مقدار میدان را حساب می‌کنیم.

۳ میدان نیم‌حلقه بالایی درونسو و میدان نیم‌حلقهٔ پایینی برونسو است.



۴ بزرگی میدان‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$B_1=\frac{\mu_0 N_1 I_1}{2R}\xrightarrow[I_1=x=4A]{N_1=\frac{1}{2}\text{ نیم‌حلقه}}B_1=\frac{12\times10^{-7}\times\frac{1}{2}\times4}{2R}$$

$$\Rightarrow B_1=\frac{24\times10^{-7}}{2R}=\frac{12\times10^{-7}}{R}\,T$$

$$B_2=\frac{\mu_0 N_2 I_2}{2R}\xrightarrow[I_2=2x=8A]{N_2=\frac{1}{2}\text{ نیم‌حلقه}}B_2=\frac{12\times10^{-7}\times\frac{1}{2}\times8}{2R}$$

$$\Rightarrow B_2=\frac{48\times10^{-7}}{2R}=\frac{24\times10^{-7}}{R}\,T$$

۵ این دو میدان خلاف جهت هم‌اند و اندازه میدان خالص از تفاضل اندازهٔ دو میدان به‌دست می‌آید:

$$B_T=B_2-B_1\xrightarrow{B_T=0/3G=0/3\times10^{-4}T}0/3\times10^{-4}=\frac{24\times10^{-7}}{R}-\frac{12\times10^{-7}}{R}$$

$$\Rightarrow 3\times10^{-5}=\frac{12\times10^{-7}}{R}\Rightarrow R=4\times10^{-2}m=4cm$$

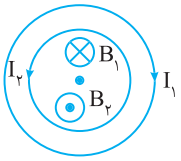
۴ ۲۶۰۴ B

با توجه به سوی جریان‌ها، میدان حلقهٔ I_1 درونسو و میدان حلقهٔ I_2 برونسو بوده و اندازهٔ میدان خالص در مرکز حلقه‌ها برابر تفاضل اندازهٔ B_1 و B_2 است. $B_T=|B_1-B_2|$

اگر جریان I_2 صفر شود، تنها میدان حلقهٔ I_1 باقی می‌ماند یعنی میدان خالص برابر میدان مغناطیسی جریان I_1 خواهد بود.

$$B'_1=B_1\xrightarrow{B'_T=2B_T}B_1=2B_T\Rightarrow\frac{\mu_0 I_1}{2\times0/1}=2B_T\Rightarrow B_T=\frac{\mu_0 I_1}{0/4}$$

اگر $B_1>B_2$ باشد، میدان خالص برابر $B_T=B_1-B_2$ خواهد شد:



$$B_1>B_2\Rightarrow B_T=B_1-B_2\Rightarrow B_T=2B_T-B_2\Rightarrow B_2=B_T$$

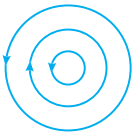
$$\Rightarrow\frac{\mu_0 I_2}{2\times0/05}=\frac{\mu_0\times2}{0/4}\Rightarrow I_2=0/5A$$

اگر $B_1<B_2$ باشد، میدان خالص برابر $B_T=B_2-B_1$ خواهد شد:

$$B_1<B_2\Rightarrow B_T=B_2-B_1\Rightarrow B_T=B_2-2B_T$$

$$\Rightarrow B_2=3B_T\Rightarrow\frac{\mu_0 I_2}{2\times0/05}=3\frac{\mu_0\times2}{0/4}\Rightarrow I_2=1/5A$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو هر سه حلقه هم‌مرکز بوده و دارای جریان‌های یکسانی‌اند. اگر جهت جریان حلقهٔ کوچک‌تر ساعتگرد شود، میدان مغناطیسی برایند این سه حلقه در مرکز آن‌ها چگونه تغییر می‌کند؟



۱) جهت آن وارون شده و کاهش می‌یابد.

۲) جهت آن تغییر نمی‌کند و افزایش می‌یابد.

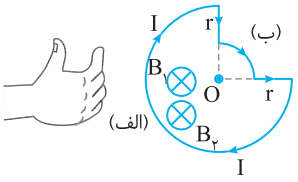
۳) جهت آن وارون شده و افزایش می‌یابد.

۴) جهت آن تغییر نمی‌کند و کاهش می‌یابد.

گزینهٔ ۳

۱ ۲۶۰۵ B

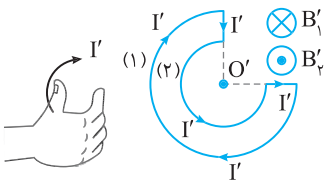
ابتدا میدان در حلقهٔ ناقص (۱) را حساب می‌کنیم. همانطور که از شکل مشخص است این شکل از دو حلقه (الف) و (ب) تشکیل شده که حلقهٔ (الف) $\frac{3}{4}$ دایره و حلقهٔ (ب) $\frac{1}{4}$ دایره است. با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان حاصل از دو حلقه در مرکز حلقه به صورت درونسو است:



شکل (۱)

$$\begin{cases}B_1=\frac{\mu_0 NI}{2R_1}=\frac{\mu_0\times\frac{3}{4}\times I}{2(2r)}=\frac{3}{16}\frac{\mu_0 I}{r}\\ B_2=\frac{\mu_0 N'I}{2R_2}=\frac{\mu_0\times\frac{1}{4}\times I}{2\times r}=\frac{1}{8}\frac{\mu_0 I}{r}\end{cases}\xrightarrow{\vec{B}_2,\vec{B}_1\text{ همسو}}B=B_1+B_2=\frac{5}{16}\frac{\mu_0 I}{r}$$

حال میدان در حلقهٔ ناقص (۲) را حساب می‌کنیم شکل از دو حلقه که هر کدام $\frac{3}{4}$ یک دایرهٔ کامل هستند تشکیل شده است، همچنین جهت جریان در این حلقه‌ها خلاف جهت یکدیگر است، بنابراین میدان خالص در مرکز مشترک آن‌ها خلاف جهت هم خواهد شد.



شکل (۲)

$$B'_1=\frac{\mu_0 NI'}{2R_1}=\frac{\mu_0\times\frac{3}{4}\times I'}{2(2r)}=\frac{3}{16}\frac{\mu_0 I'}{r}$$

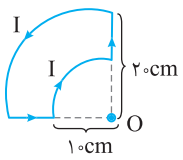
$$B'_2=\frac{\mu_0 NI'}{2R_2}=\frac{\mu_0\times\frac{3}{4}\times I'}{2r}=\frac{3}{8}\frac{\mu_0 I'}{r}$$

$$\xrightarrow{\vec{B}'_2,\vec{B}'_1\text{ ناهمسو}}B'=B'_2-B'_1=\frac{3}{16}\frac{\mu_0 I'}{r}$$

با توجه به فرض مسئله:

$$B'=B\Rightarrow\frac{5}{16}\frac{\mu_0 I}{r}=\frac{3}{16}\frac{\mu_0 I'}{r}\Rightarrow\frac{I'}{I}=\frac{5}{3}$$

بازی با سؤال مطابق شکل مقابل، یک سیم به صورت دو ربع حلقه درآمده و به مداری متصل است و از آن جریان ۱۰۰A عبور می‌کند. اندازهٔ میدان مغناطیسی در نقطهٔ O چند گاوس و در کدام جهت است؟



$(\mu_0=4\pi\times10^{-7}T.m/A)$

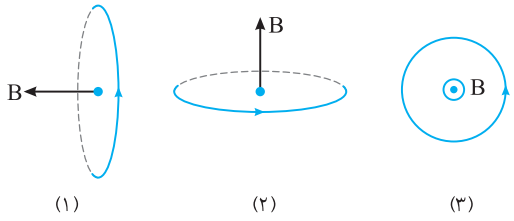
۱) π، برونسو ۲) π، درونسو ۳) $\frac{\pi}{4}$، برونسو ۴) $\frac{\pi}{4}$، درونسو

گزینهٔ ۴

B ۲۶۰۶ | ۱

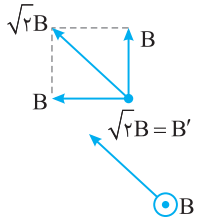
بزرگی میدان حلقه‌ها با هم برابر است: $B=\frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow = \frac{2\times10^{-7}\times1\times0/5}{2\times0/15}=2\times10^{-6}T$

میدان حلقه‌ها دوبه‌دو بر هم عمود است:



برایند B_1 و B_2 را حساب می‌کنیم و سپس با B_3 برایند می‌گیریم:

$B'=\sqrt{B^2+B^2}=\sqrt{2}B$

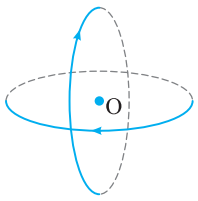


B' و B_3 بر هم عمودند:

$B_T=\sqrt{(\sqrt{2}B)^2+B^2}=\sqrt{3}B$

$\xrightarrow{B=2\times10^{-6}} B_T=2\sqrt{3}\times10^{-6}T$

بازی با سؤال **مطابق شکل، دو حلقه با جریان یکسان ۲A که شعاع هریک از آن‌ها ۲۰cm است، عمود بر هم و عمود بر این صفحه قرار دارند. بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه‌ها (نقطهٔ O) چند تسلا و در چه جهتی است؟**



$\mu_0=12\times10^{-7}T.m/A$

۱) $12\sqrt{2}\times10^{-6}$ و ↖

۲) $6\sqrt{2}\times10^{-6}$ و ↖

۳) $12\sqrt{2}\times10^{-6}$ و ↙

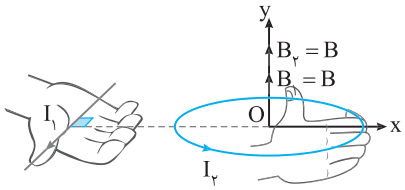
۴) $6\sqrt{2}\times10^{-6}$ و ↙

گزینهٔ ۴

B ۲۶۰۷ | ۱

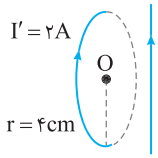
با توجه به قاعدهٔ دست راست:

میدان مغناطیسی ناشی از سیم راست حامل جریان در نقطهٔ O در جهت مثبت محور yها است.



میدان مغناطیسی ناشی از حلقهٔ حامل جریان در نقطهٔ O نیز در امتداد قائم و در جهت مثبت محور yها است، در این صورت هر دو میدان هم‌جهت و در امتداد محور yها بوده و میدان خالص با محور yها زاویهٔ صفر می‌سازد.

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو میدان حاصل از سیم راست در مرکز حلقه برابر ۰/۴G و میدان مغناطیسی حاصل از جریان حلقه در مرکز آن ۰/۳G است. میدان برایند حاصل از سیم راست و حلقه در نقطه O برابر چند گاوس است؟**

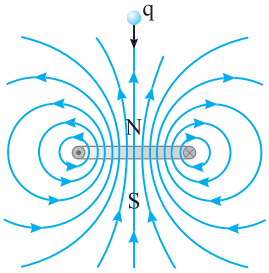


۱) ۰/۴۵ ۲) ۰/۷ ۳) ۰/۱ ۴) ۰/۵

گزینهٔ ۴

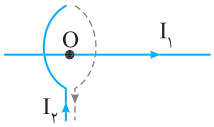
B ۲۶۰۸ | ۳

یادآوری هرگاه بار الکتریکی در امتداد خطوط میدان حرکت کند نیروی مغناطیسی وارد بر آن صفر است.



مطابق شکل خطوط میدان مغناطیسی حلقه حامل جریان به شکل روبه‌روست و خط میدان گذرنده از مرکز حلقه، روی محور حلقه بوده بنابراین بار q در امتداد خط میدان در حرکت است و بر آن نیروی وارد نشده و در امتداد قائم به حرکت خود ادامه می‌دهد.

بازی با سؤال **در شکل زیر سیم مستقیم حامل جریان I_1 به‌صورت عمود از مرکز حلقه می‌گذرد. حلقهٔ فلزی نیز مطابق شکل دارای جریان I_2 است. در مورد حلقه و سیم، کدام گزینه صدق می‌کند؟** کنکور دهه‌های گذشته



۱) یکدیگر را می‌رانند.

۲) یکدیگر را جذب می‌کنند.

۳) اگر $I_1=I_2$ باشد به هم نیرویی وارد نمی‌کند.

۴) با هر جریانی به یکدیگر نیرو وارد نمی‌کنند.

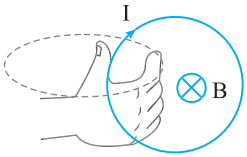
گزینهٔ ۴

B ۲۶۰۹ | ۳

جهت میدان مغناطیسی سیم راست در مرکز حلقه: انگشت شست دست راست خود را رو به صفحهٔ کاغذ (درونسو) در جهت جریان I_2 قرار دهید به گونه‌ای که چهار انگشت شما روی خط واصل مرکز حلقه با سیم I_2 قرار گیرد اکنون با خم کردن چهار انگشت خود به اندازهٔ ۹۰° جهت میدان مغناطیسی سیم I_2 در مرکز حلقه رو به پایین صفحه (پایین‌سو) خواهد بود، بنابراین نیرویی که $B_2=30G$ بر سیم حامل جریان $I_1=10A$ وارد می‌کند خواهد شد:

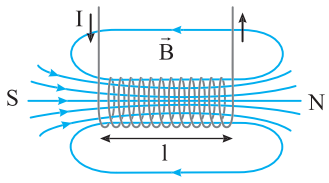
$F_2=I_1 l_1 B_2=10\times1\times30\times10^{-4} \Rightarrow F=0/03N$

جهت میدان مغناطیسی حلقه:



با توجه به اینکه جریان حلقه ساعتگرد است، میدان مغناطیسی حلقه در مرکز آن درونسو خواهد بود. در این صورت جریان I_1 در امتداد میدان مغناطیسی حلقه بوده و توسط میدان مغناطیسی حلقه بر آن نیرویی وارد نمی‌شود و نیروی خالص همان $F_1=0/03N$ است.

A ۲۶۱۰ | ۱

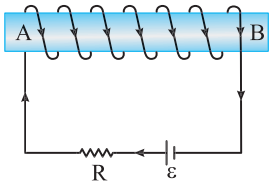


شکل روبه‌رو آرایش خطوط میدان مغناطیسی حاصل از یک سیملوله حامل جریان در بیرون و درون سیملوله را نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که در نقاط درون سیملوله مانند نقطهٔ M خطوط میدان به هم نزدیک بوده و میدان از نقاط بیرون سیملوله مانند نقطه P بزرگ‌تر است و گزاره (الف) درست است.

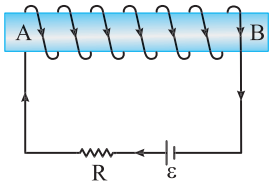
وقتی که قطر حلقه‌های سیملوله در مقایسه با طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن به هم خیلی نزدیک باشند، سیملوله را آرمانی گویند و همان‌گونه که در شکل معلوم است خطوط میدان درون سیملوله آرمانی به موازات و با فاصله یکسان از هم بوده و میدان درون سیملوله یکنواخت است بنابراین در نقاط M و N میدان برابر است و گزاره (ب) و (پ) درست است.

A ۲۶۱۱ ۲

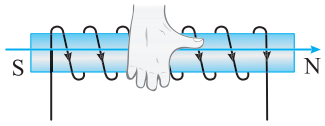
نکته سوی جریان در مدار خارجی یک باتری از پایانهٔ مثبت به سوی پایانهٔ منفی است.



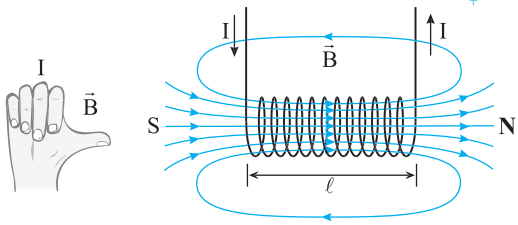
جهت جریان را مشخص می‌کنیم جریان ساعتگرد است.



با توجه قاعدهٔ دست راست جهت میدان درون سیملوله را مشخص می‌کنیم، چهار انگشت دست راست را در سوی جریان سیملوله می‌چرخانیم، در این حالت انگشت باز شست دست راست جهت راست را نشان می‌دهد که جهت میدان مغناطیسی است و قطب N نیز در همین سمت است.



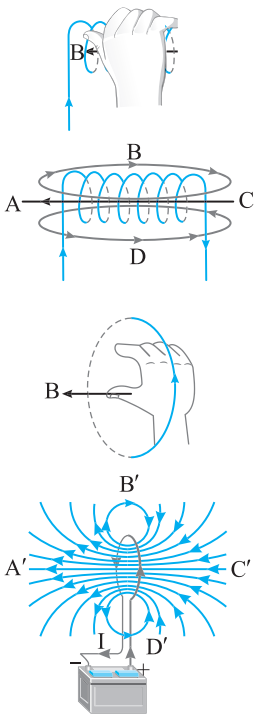
یادآوری قاعدهٔ دست راست برای جهت میدان مغناطیسی در سیملولهٔ حامل جریان.



B ۲۶۱۲ ۴

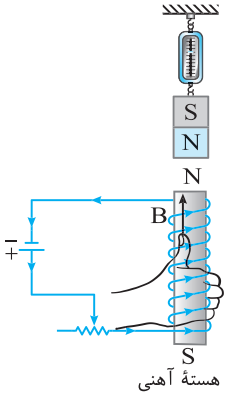
با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی سیملولهٔ حامل جریان، چهار انگشت خود را در جهت جریان سیملوله قرار دهید. در این حالت انگشت باز شست شما به سمت چپ بوده یعنی میدان درون سیملوله از راست به چپ و در نقاط B و D خارج سیملوله مطابق شکل به سمت راست است بنابراین با قرار دادن عقربهٔ مغناطیسی در نقاط B و D این عقربه به سمت راست جهت‌گیری می‌کند.

با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه، جهت میدان مغناطیسی درون حلقه به سمت چپ بوده و خطوط میدان این حلقه به صورت شکل روبه‌روست و در نقاط B′ و D′ جهت میدان مغناطیسی به سمت راست بوده و در این نقاط نیز عقربهٔ مغناطیسی به سمت راست جهت‌گیری می‌کند.



B ۲۶۱۳ ۱

خط فکری ابتدا باید جهت جریان در مدار را تعیین کنید و جهت میدان مغناطیسی سیملوله را مشخص کنید تا بتوانید تشخیص دهید که این سیملوله بر آهنربا نیروی دافعه وارد می‌کند یا نیروی جاذبه، سپس باید بررسی کنید که با حرکت لغزنده به سمت راست، جریان مدار چه تغییری می‌کند؟ و از آنجا به کمک تغییر جریان تشخیص دهید که میدان مغناطیسی سیملوله افزایش می‌یابد یا کاهش؟ تا سرانجام در مورد نیروی وارد بر آهنربا و عدد نیروسنج بتوانید اظهار نظر کنید.



۱ با توجه به شکل، جهت جریان از پایانهٔ مثبت باتری به‌سوی پایانهٔ منفی باتری است.

۲ به کمک قاعدهٔ دست راست مطابق شکل مشخص می‌شود که میدان مغناطیسی سیملوله رو به بالا است.

۳ درون سیملوله میدان از S به N است پس قسمت بالای سیملوله قطب N بوده و آهنربا را دفع می‌کند بنابراین نیروسنج کمتر از نیروی وزن را نشان می‌دهد. $F+F_B=W\Rightarrow F=W-F_B$

۴ با حرکت لغزنده به سمت راست، مقاومت متغیر کاهش می‌یابد. $R\downarrow$

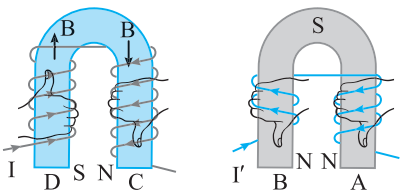
۵ با کاهش مقاومت، جریان مدار افزایش می‌یابد. $\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r}$

۶ با افزایش جریان، میدان مغناطیسی سیملوله افزایش یافته و نیروی دافعهٔ مغناطیسی که سیملوله به آهنربا وارد می‌کند، افزایش می‌یابد و نیروسنج عدد کوچک‌تری را نشان می‌دهد.

B ۲۶۱۴ ۴

یادآوری طبق قاعدهٔ دست راست چهار انگشت دست راست خود را در سوی چرخش جریان سیملوله قرار می‌دهیم در این حالت انگشت باز شست دست راست جهت میدان مغناطیسی سیملوله و قطب N آن را نشان می‌دهد.

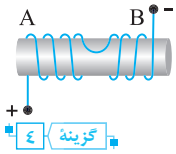
جهت جریان در سیملوله را مشخص کنید و به کمک قاعده دست راست برای میدان مغناطیسی سیملوله، جهت میدان را مشخص کنید، انگشت باز شست علاوه بر میدان مغناطیسی، قطب N سیملوله را نشان می‌دهد.



به شکل‌ها دقت کنید. A، B و C قطب N و D، قطب S است.

نگران اینکه A و B هر دو قطب N شده‌اند نباشید قسمت بالای این آهنربای U شکل قطب S است.

بازی با سؤال **از سیم‌پیچی که دارای هستهٔ آهنی است، مطابق شکل جریان I می‌گذرد. دو انتهای A و B به‌ترتیب از راست به چپ به کدام قطب تبدیل می‌شوند؟**



۱) S ،N

۲) N ،S

۳) N ،N

۴) S ،S

گزینهٔ ۴

B ۲۶۱۵ ۱

خط فکری برای آنکه تعداد گیره‌ها جذب شده توسط میخ افزایش یابد باید میدان مغناطیسی حاصل از جریان سیملوله افزایش یابد تا میخ به آهنربای قوی‌تری تبدیل شود البته هرچه تعداد دورهای سیم پیچیده شده به دور میخ افزایش یابد، سبب افزایش میدان مغناطیسی با همان جریان قبلی خواهد شد.

اگر لغزنده به سمت چپ برود، مقاومت کوچک‌تری در مدار قرار می‌گیرد $(R\downarrow)$ که سبب افزایش جریان مدار و قوی‌تر شدن میدان مغناطیسی سیملوله شده و میخ گیره‌های بیشتری را جذب می‌کند و گزاره (الف) درست است.

اگر نیروی محرکهٔ باتری افزایش یابد به شرط آنکه به مدار آسیب نزند، جریان مدار افزایش می‌یابد و سبب افزایش میدان مغناطیسی و جذب بیشتر گیره‌ها می‌شود و گزاره (ب) درست است.

هرچه تعداد حلقه‌هایی که به دور میخ پیچیده شده بیشتر باشد، میدان مغناطیسی سیملوله $(\uparrow B=\mu_0\frac{N\uparrow}{l}I)$ افزایش می‌یابد و تعداد گیره‌های جذب شده نیز افزایش می‌یابد و گزاره (پ) نیز درست است، بنابراین هر سه گزاره درست هستند.

A ۲۶۱۶ ۱

با توجه به میدان مغناطیسی سیملوله می‌توان نوشت: $B=\mu_0\frac{N}{l}I$

در این رابطه میدان مغناطیسی برحسب تسلا، طول سیملوله (l) برحسب متر جریان سیملوله (I) برحسب آمپر و N تعداد دورها بدون یکا است بنابراین:

$$\mu_0=\frac{\text{تسلا}\times\text{متر}}{\text{آمپر}}\Rightarrow\text{تسلا}=\mu_0\frac{\text{آمپر}}{\text{متر}}$$

A ۲۶۱۷ ۳

میدان مغناطیسی سیملوله از رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{\ell}$ به‌دست می‌آید:

$$B=\frac{\mu_0 NI}{\ell}\xrightarrow[\ell=0/2m,I=0/8A]{\mu_0=12\times10^{-7},N=500}$$

$$B=\frac{12\times10^{-7}\times500\times0/8}{0/2}=24\times10^{-4}T$$

هر تسلا برابر 10^4 گاوس است پس: $B=24G$

A ۲۶۱۸ ۳

با توجه به رابطهٔ میدان مغناطیسی درون سیملوله می‌توان نوشت:

$$B=\mu_0\frac{N}{\ell}I\Rightarrow157\times10^{-4}=4\times3/14\times10^{-7}\times\frac{N}{0/1}\times2/5\Rightarrow N=500$$

بازی با سؤال **می‌خواهیم سیملوله‌ای بدون هستهٔ آهنی بسازیم که وقتی جریان ۲A از آن می‌گذرد، میدان مغناطیسی ۰/۰۱۲T داخل آن برقرار شود. در هر سانتی‌متر از سیملوله چند دور سیم لازم است؟** گزینه ۲

ریاضی - ۸۷

$(\mu_0=12\times10^{-7}T.m/A)$

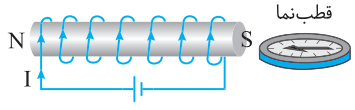
۱) ۲۰ ۲) ۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۵۰۰

A ۲۶۱۹ ۲

ابتدا بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله را می‌یابیم:

$$B=\mu_0\frac{N}{\ell}I=12\times10^{-7}\times\frac{200}{0/15}\times0/6=9/6\times10^{-4}T$$

طبق قاعدهٔ دست راست جهت میدان سیملوله را به دست می‌آوریم جهت قرارگیری عقربه‌های قطب‌نما به صورت زیر خواهد بود:



A ۲۶۲۰ ۴

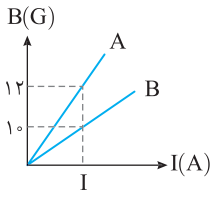
میدان درون سیملوله از رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{l}$ به‌دست می‌آید، در این صورت:

$$\left.\begin{aligned}B_B&=\mu_0\frac{N_B}{l_B}I_B\\B_A&=\mu_0\frac{N_A}{l_A}I_A\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{B_B}{B_A}=\frac{N_B}{N_A}\times\frac{I_B}{I_A}\times\frac{l_A}{l_B}$$

$$\xrightarrow[l_A=\frac{l_B}{2},N_A=4N_B]{B_A=B_B}1=\frac{1}{4}\times\frac{I_B}{I_A}\times\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{1}{8}$$

A ۲۶۲۱ ۴

به نمودار نگاه کنید در جریان یکسان I میدان مغناطیسی سیملوله A برابر ۱۲G و میدان مغناطیسی سیملوله B برابر ۱۰G است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{aligned}B_A&=\mu_0\frac{N_A}{l_A}I_A\\B_B&=\mu_0\frac{N_B}{l_B}I_B\end{aligned}\right.$$

$$\Rightarrow\frac{B_A}{B_B}=\frac{\frac{N_A}{l_A}}{\frac{N_B}{l_B}}\Rightarrow\frac{12}{10}=\frac{\frac{N_A}{l_A}}{\frac{N_B}{l_B}}$$

یادآوری در رابطهٔ میدان مغناطیسی سیملوله مفهوم نسبت تعداد دورهای سیملوله بر طول سیملوله تعداد دورهای سیملوله در واحد طول است $n=\frac{N}{l}$، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{n_A}{n_B}=\frac{6}{5}$$

A ۲۶۲۲ ۲

۱ میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله از رابطهٔ $B'=\mu_0\frac{N}{l}I$ به‌دست می‌آید.

$$B'=\mu_0\times\frac{300}{0/3}I=1000\mu_0 I$$

۲ میدان مغناطیسی حاصل از پیچه از رابطهٔ $B=\mu_0\frac{N}{2R}I$ به‌دست می‌آید.

$$B=\frac{\mu_0\times300\times I}{2\times0/3}=500\mu_0 I$$

۳ حال نسبت $\frac{B'}{B}$ که خواسته سؤال است را حساب می‌کنیم:

$$\frac{B'}{B}=\frac{1000\mu_0 I}{500\mu_0 I}=2$$

B ۲۶۲۳ ۴

جریان عبوری از سیملوله ۸ آمپر افزایش یافته $(I_2=I_1+8)$ در این صورت میدان مغناطیسی درون سیملوله ۲۵٪ افزایش می‌یابد $(B_2=B_1+\frac{25}{100}B_1=1/25B_1)$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$B_2=1/25B_1\xrightarrow{B=\mu_0\frac{N}{l}I_1}\mu_0\frac{N}{l}I_2=1/25\mu_0\frac{N}{l}I_1\Rightarrow I_2=1/25I_1$$

اکنون به کمک دو معادله دو مجهول مسئله قابل حل است.

$$\left\{\begin{aligned}I_2&=I_1+8\\I_2&=1/25I_1\end{aligned}\right.\Rightarrow1/25I_1=I_1+8\Rightarrow0/25I_1=8\Rightarrow I_1=32A$$

میانبر میدان مغناطیسی سیملوله با جریان رابطهٔ مستقیم دارد بنابراین $\frac{\Delta B}{B_1}=\frac{\Delta I}{I_1}$ است.

۴ ۲۶۲۴ A

با نصف کردن سیملوله، هم تعداد دور و هم طول سیملوله نصف خواهد شد. پس با توجه به رابطه $B=\mu_{\circ}\frac{NI}{l}$ صورت و مخرج کسر هر دو نصف می‌شود و بزرگی میدان مغناطیسی روی محور اصلی سیملوله‌های جدید با بزرگی میدان مغناطیسی روی محور اصلی سیملوله اولیه، یکسان خواهد بود.

$$\begin{cases} l_{۲}=\frac{۱}{۲}l_{۱} \\ N_{۲}=\frac{۱}{۲}N_{۱} \end{cases} \Rightarrow \frac{N_{۲}}{l_{۲}}=\frac{N_{۱}}{l_{۱}} \xrightarrow[I_{۲}=I_{۱}]{B=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I} B_{۲}=B_{۱}$$

بازی با سؤال **از دو سیملولهٔ کاملاً مشابه جریان یکسان I می‌گذرد، اگر میدان درون هر سیملوله برابر B باشد، چنانچه دو سیملوله را به هم متصل کرده تا یک سیملوله طویل‌تر بسازیم و از آن جریان I بگذرد، میدان مغناطیسی درون این سیملوله چند برابر B می‌شود؟**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

گزینهٔ ۱

۲ ۲۶۲۵ B

خط فکری ۱ با تقسیم کردن سیملوله مقدار $\frac{N}{l}$ تغییر نمی‌کند. زیرا تعداد حلقه‌ها در واحد طول است و همان اندازه که از طول سیملوله کم می‌شود همانقدر از تعداد حلقه‌ها نیز کاسته شده است. $\frac{N_{۲}}{l_{۲}}=\frac{N_{۱}}{l_{۱}}$

۲ سیملوله به ۶ قسمت تقسیم شده پس طول هر قسمت جدید $\frac{۱}{۶}$ حالت قبل است $(l'=\frac{l}{۶})$ و با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{l}{A}$، مقاومت هر قسمت جدید $\frac{۱}{۶}$ مقاومت سیملوله اولیه است.

$$R_{۲}=\frac{R_{۱}}{۶} \xrightarrow[I=\frac{V}{R}]{V_{۲}=V_{۱}} \frac{I_{۲}}{I_{۱}}=\frac{\frac{V_{۲}}{R_{۲}}}{\frac{V_{۱}}{R_{۱}}}=\frac{R_{۱}}{R_{۲}}\Rightarrow\frac{I_{۲}}{I_{۱}}=۶\Rightarrow I_{۲}=۶I_{۱}$$

$$\frac{B_{۲}}{B_{۱}}=\frac{\mu_{\circ}\frac{N_{۲}}{l_{۲}}I_{۲}}{\mu_{\circ}\frac{N_{۱}}{l_{۱}}I_{۱}} \xrightarrow[\frac{N_{۲}}{l_{۲}}=\frac{N_{۱}}{l_{۱}}]{B_{۱}=B} \frac{B_{۲}}{B}=\frac{I_{۲}}{I_{۱}}\Rightarrow\frac{B_{۲}}{B}=۶\Rightarrow B_{۲}=۶B$$

۲ ۲۶۲۶ B

خط فکری با داشتن شعاع حلقه‌های سیملوله، محیط هر حلقه را به‌دست می‌آوریم و با تقسیم طول سیم بر محیط هر حلقه تعداد حلقه‌های سیملوله را حساب می‌کنیم سپس با رابطهٔ میدان مغناطیسی سیملوله مسئله را حل می‌کنیم.

۱ تعداد حلقه‌های سیملوله برابر است با:

$$N=\frac{L}{۲\pi R} \xrightarrow{L=۱۰۰m} N=\frac{۱۰۰}{۲\pi R}$$

۲ رابطه میدان مغناطیسی را می‌نویسیم و داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم.

$$B=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I \xrightarrow[l=۰/۲m,\ I=۱۰A]{B=۲۵G=۲۵\times۱۰^{-۴}T}$$

$$۲۵\times۱۰^{-۴}=۴\pi\times۱۰^{-۷}\frac{\frac{۱۰۰}{۲\pi R}}{۰/۲}\times۱۰$$

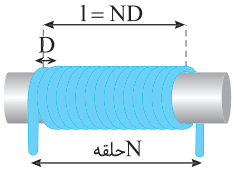
$$\Rightarrow ۲۵\times۱۰^{-۴}=۴\pi\times۱۰^{-۷}\frac{۱۰۰}{۲\pi R\times۰/۲}\times۱۰$$

$$\Rightarrow R=\frac{۱۰^{-۳}}{۲۵\times۱۰^{-۴}}=\frac{۱۰}{۲۵}=۰/۴m$$

$$\Rightarrow R=۴۰cm$$

۱ ۲۶۲۷ B

خط فکری چهار انگشت دست خود را کنار هم قرار داده و آن را شبیه یک سیملوله خم کنید. اگر قطر متوسط هر انگشت شما ۱/۲ سانتی‌متر باشد. برای یافتن طول سیملولهٔ شبیه دست شما باید عدد ۴ را در قطر هر انگشت ضرب کرد. $(l=۴\times۱/۲)$ حال اگر شما به‌جای ۴ انگشت N انگشت داشته باشید ...، بنابراین طول سیملوله برابر تعداد حلقه‌های به‌هم چسبیده ضرب در قطر سیم خواهد شد $(l=ND)$



با توجه به خط‌فکری بیان شده، میدان مغناطیسی درون سیملوله خواهد شد:

$$B=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I \xrightarrow{l=ND} B=\mu_{\circ}\frac{N}{ND}I\Rightarrow B=\mu_{\circ}\frac{۱}{D}I$$

$$\xrightarrow[\mu_{\circ}=۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A}]{I=۲A,\ D=۵\times۱۰^{-۳}m} B=۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۱}{۵\times۱۰^{-۳}}\times۲\Rightarrow B=۴/۸\times۱۰^{-۴}T=۴/۸G$$

۱ ۲۶۲۸ B

خط فکری وقتی که حلقه‌ها در یک ردیف و کنار هم قرار دارند. طول سیملوله برابر حاصل‌ضرب تعداد حلقه‌ها در قطر سیم است. $(l=ND)$

بنابراین میدان مغناطیسی سیملوله خواهد شد:

$$B=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I\Rightarrow B=\mu_{\circ}\frac{N}{ND}I\Rightarrow B=\mu_{\circ}\frac{۱}{D}I$$

در حالت اول و حالت دوم، قطر سیمی که سیملوله را از آن ساخته‌ایم برابر ۱mm است. از طرفی جریان عبوری از دو سیملوله برابر است از این‌رو میدان مغناطیسی درون سیملوله در دو حالت یکسان خواهد بود.

۱ ۲۶۲۹ A

خط فکری در این سؤالات باید با استفاده از مدار جریان عبوری از سیملوله را به‌دست بیاوریم. ابتدا جریان مقاومت $R_{۱}$ را به‌دست می‌آوریم، توان مصرفی مقاومت برابر $P=RI^{۲}$ است، بنابراین:

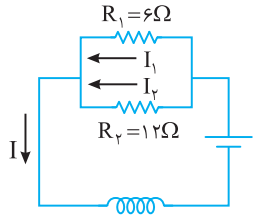
$$P_{۱}=I_{۱}^{۲}R_{۱}\Rightarrow ۲۴=I_{۱}^{۲}\times۶\Rightarrow I_{۱}=۲A$$

مقاومت‌های $R_{۱}$ و $R_{۲}$ موازی‌اند و در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

$$\frac{I_{۲}}{I_{۱}}=\frac{R_{۱}}{R_{۲}}\Rightarrow\frac{I_{۲}}{۲}=\frac{۶}{۱۲}\Rightarrow I_{۲}=۱A$$

بنابراین جریان مدار که از سیملوله نیز عبور می‌کند برابر است با:

$$I=I_{۱}+I_{۲}\Rightarrow I=۲+۱=۳A$$



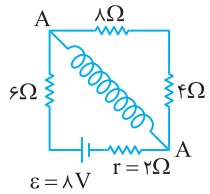
تعداد دور در هر متر $\frac{N}{l}=n=۱۰۰۰$ است، اکنون می‌توان میدان مغناطیسی درون سیملوله را به‌دست آورد:

$$B=\mu_{\circ}nI\Rightarrow B=۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۱۰۰۰\times۳\Rightarrow B=۱/۲\pi\times۱۰^{-۳}T$$

۴ ۲۶۳۰ B

یادآوری هرگاه دو نقطه از مدار با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شوند. پتانسیل الکتریکی آن دو نقطه برابر شده و آن دو نقطه در حکم یک نقطه از مدار هستند (اتصال کوتاه).

۱ به شکل مدار دقت کنید دو مقاومت ۴Ω و ۸Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و در مدار یک مقاومت ۶Ω باقی می‌ماند.



۲ جریان مدار که همان جریان عبوری از سیملوله است را حساب می‌کنیم.

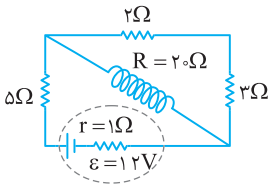
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۸}{۶+۲}\Rightarrow I=۱A$$

۳ میدان مغناطیسی سیملوله را به‌دست می‌آوریم.

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I \xrightarrow[\mu_0=12\times10^{-7}\frac{Tm}{A}]{l=5\times10^{-2}m,\ N=20} B=12\times10^{-7}\frac{20}{5\times10^{-2}}\times1$$

$$\Rightarrow B=48\times10^{-5}T \Rightarrow B=4/8G$$

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو مقاومت اهمی سیملوله ۲۰Ω است. اگر طول سیملوله ۴cm، تعداد حلقه‌های آن ۴۰ دور و قطر دهانهٔ آن ۵ میلی‌متر باشد، میدان مغناطیسی درون سیملوله چند گاوس است؟ $(\mu_0=12\times10^{-7}T.m/A)$



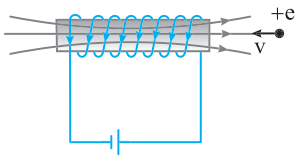
۱) ۱/۴۴ ۲) ۱۴/۴ ۳) ۲/۸۸ ۴) ۲۸/۸

گزینهٔ ۳

B ۲۶۳۱ ۴

یادآوری هرگاه ذرهٔ بارداری در امتداد خطوط میدان مغناطیسی حرکت کند. $(\theta=0\text{ یا }\pi)$ از طرف میدان بر ذره نیرویی وارد نمی‌شود. $(F=0)$

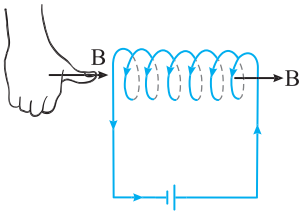
میدان مغناطیسی درون سیملوله آرمانی که قطر حلقه‌های آن نسبت به طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن خیلی به‌هم نزدیک است، یکنواخت است و خطوط میدان آن مطابق شکل موازی محور سیملوله است.



با توجه به شکل پروتون در امتداد خطوط میدان مغناطیسی سیملوله در حرکت است بنابراین از طرف میدان مغناطیسی بر آن نیرو وارد نمی‌شود و از مسیر خود منحرف نمی‌شود.

B ۲۶۳۲ ۴

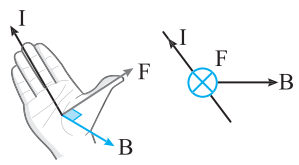
۱ جریان سیملوله از پایانه مثبت به سوی پایانه منفی است.



۲ با توجه به قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی سیملوله را مشخص می‌کنیم برای این منظور چهار انگشت دست راست خود را در سوی چرخش جریان سیملوله قرار دهید در این حالت انگشت باز شست دست راست شما به سمت راست خواهد بود و میدان مغناطیسی سیملوله به سمت راست است.

۳ به کمک قاعدهٔ دست راست جهت نیروی وارد بر سیم راست حامل جریان I را به‌دست می‌آوریم.

چهار انگشت باز دست راست خود را در امتداد سیم و سوی جریان I قرار دهید به‌گونه‌ای که خم کردن چهار انگشت در جهت میدان B قرار گیرد قطعاً انگشت باز شست دست شما به سوی درون کاغذ (درونسو) است یعنی F درونسو است.



B ۲۶۳۳ ۳

خط فکری مسئله به زبان بی‌زبانی به ما می‌گوید که مرا حل کن. همهٔ مشخصات سیملوله به شما داده شده است. بنابراین میدان مغناطیسی سیملوله را حساب می‌کنیم. سرعت الکترون و بار آن و نیروی وارد بر آن توسط میدان مغناطیسی سیملوله داده شده است بنابراین با رابطه نیروی وارد بر بار، زاویهٔ α را به‌دست می‌آوریم.

۱ میدان مغناطیسی درون سیملوله برابر است با:

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I \xrightarrow[l=16\times10^{-2}m]{N=800,\ I=4A} B=12\times10^{-7}\times\frac{800}{16\times10^{-2}}\times4$$

$$\Rightarrow B=24\times10^{-3}T$$

۲ رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک را می‌نویسیم و داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم و α را به‌دست می‌آوریم.

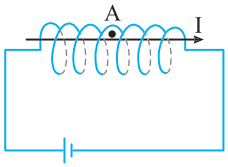
$$F=|q|vB\sin\theta \xrightarrow[|q|=1/6\times10^{-19}C]{F=1/92\times10^{-16}N,\ v=10^5m/s}$$

$$1/92\times10^{-16}=1/6\times10^{-19}\times10^5\times24\times10^{-3}\sin\alpha$$

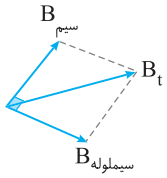
$$1/2=2/4\sin\alpha\Rightarrow\sin\alpha=\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha=30^\circ$$

B ۲۶۳۴ ۲

خط فکری سیم راست موازی محور سیملوله رسم شده است. میدان مغناطیسی سیملوله در امتداد محور سیملوله است و میدان مغناطیسی سیم راست حامل جریان I در نقطهٔ A به خط واصل بین A و سیم راست عمود است. یعنی میدان مغناطیسی سیم راست در نقطهٔ A بر میدان مغناطیسی سیملوله عمود است. بنابراین شما باید میدان مغناطیسی سیملوله را حساب کنید سپس به کمک رابطهٔ فیثاغورس، میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A را به‌دست بیاورید.



یادآوری نسبت $\frac{N}{l}$ برابر تعداد حلقه‌های سیملوله در واحد طول است.



۱ میدان مغناطیسی سیملوله در تمام نقاط درون آن برابر است با:

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I \xrightarrow[I=40A]{\frac{N}{l}=\frac{5}{0/01}=500} B=12\times10^{-7}\times500\times40$$

$$\Rightarrow B=24\times10^{-3}T=24mT$$

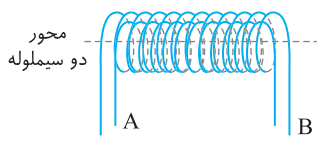
۲ میدان مغناطیسی برایند در نقطهٔ A خواهد شد:

$$B_T=\sqrt{B_{سیم}^2+B_{سیملوله}^2}=\sqrt{10^2+24^2}=\sqrt{2^2(5^2+12^2)}$$

$$=2\times13=26mT\Rightarrow B_T=26mT$$

B ۲۶۳۵ ۲

برای آنکه میدان‌های حاصل از دو سیملوله صفر شود، باید میدان مغناطیسی سیملوله‌های A و B خلاف جهت هم و باهم برابر باشند بنابراین می‌توان نوشت:



$$B_A=B_B\Rightarrow\frac{\mu_0N_AI_A}{l_A}=\frac{\mu_0N_BI_B}{l_B}$$

$$\Rightarrow\frac{N_A}{N_B}=\frac{I_B}{I_A}\Rightarrow\frac{2}{3}=\frac{2}{I_A}\Rightarrow I_A=3A$$

B ۲۶۳۶ ۳

۱ ابتدا میدان حاصل از سیملوله را حساب می‌کنیم:

$$B_{\text{سیملوله}}=\frac{\mu_0 NI}{l}\Rightarrow B_{\text{سیملوله}}=\frac{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۲۰۰\times۱}{۰/۲}\xrightarrow{\pi=۳}$$

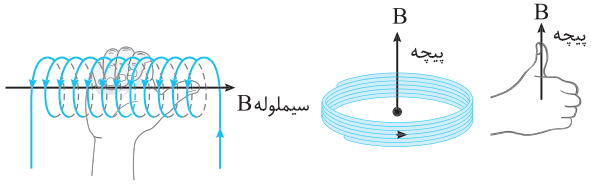
$$B_{\text{سیملوله}}=۱۲\times۱۰^{-۴}\,T=۱۲G$$

حال میدان حاصل از پیچه را حساب می‌کنیم:

$$B_{\text{پیچه}}=\frac{\mu_0 NI}{۲R}\xrightarrow{R=۵cm=۰/۰۵m}B_{\text{پیچه}}=\frac{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۲۰۰\times\frac{۲}{۳}}{۰/۱}\xrightarrow{\pi=۳}$$

$$B_{\text{پیچه}}=۱۶\times۱۰^{-۴}\,T=۱۶G$$

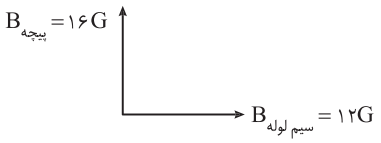
با توجه به قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از پیچه و سیملوله را به‌دست می‌آوریم:



میدان‌های حاصل از پیچه و سیملوله بر هم عمودند و از رابطهٔ فیثاغورس میدان خالص خواهد شد:

$$B_T=\sqrt{B^{۲}_{\text{پیچه}}+B^{۲}_{\text{سیملوله}}}$$

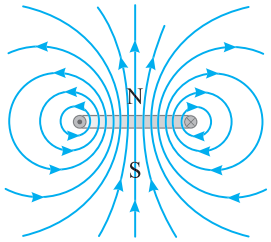
$$\Rightarrow B_T=\sqrt{۱۶^{۲}+۱۲^{۲}}=\sqrt{۲۵۶+۱۴۴}=\sqrt{۴۰۰}\Rightarrow B_T=۲۰G$$



پنجره دوجداره (سطح دوم)

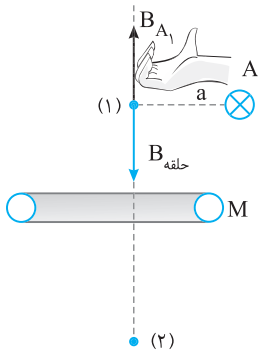
C ۲۶۳۷ ۴

خط فکری برای رسم یک حلقه روی صفحه در دو بعد، شکل حلقه به‌صورت زیر کشیده می‌شود که با توجه به جهت جریان در دو انتهای حلقه می‌توان خطوط میدان را رسم کرد:

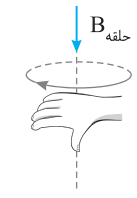


۱ جهت میدان مغناطیسی سیم راست در نقطه (۱) را به کمک قاعده دست راست مشخص می‌کنیم. انگشت باز شست خود را به‌طرف درون صفحهٔ کاغذ قرار می‌دهیم، چهار انگشت باز دست راست را روی خط واصل سیم A و نقطه (۱) می‌گذاریم و چهار انگشت را ۹۰° می‌چرخانیم در این حالت جهت میدان مغناطیسی سیم به سمت بالا خواهد بود.

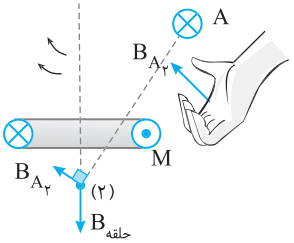
۲ میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ (۱) صفر است در نتیجه میدان مغناطیسی حلقه در نقطه (۱) باید هم‌اندازهٔ میدان مغناطیسی B_{A_1} و در خلاف جهت آن باشد یعنی میدان مغناطیسی حلقه در نقطهٔ (۱) به سمت پایین است.



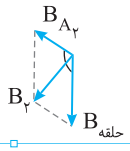
۳ میدان مغناطیسی حلقه روی محور آن به سمت پایین است و با توجه به قاعدهٔ دست راست سوی جریان در نقطهٔ M برونسو است.



۴ میدان مغناطیسی حلقه در نقطه (۲) هم‌اندازه و هم‌جهت میدان مغناطیسی حلقه در نقطه (۱) است. نقطه (۲) در فاصلهٔ دورتری از سیم A قرار دارد و میدان مغناطیسی آن از میدان حلقه در نقطهٔ (۲) کوچک‌تر است.

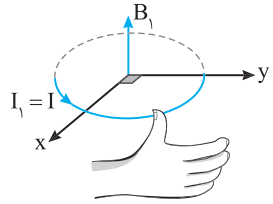


۵ جهت میدان در نقطه (۲) به‌صورت زیر است.

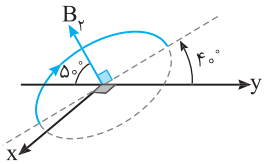


C ۲۶۳۸ ۴

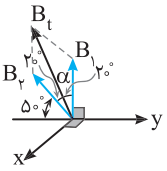
۱ ابتدا جهت میدان مغناطیسی حلقه I_1 را به کمک قاعده دست راست مشخص می‌کنیم.



۲ میدان مغناطیسی حلقهٔ (I_2) را به کمک قاعده دست راست معین می‌کنیم. این بردار بر سطح حلقه عمود است، حلقه با محور yها زاویهٔ ۴۰° می‌سازد پس B_2 با محور yها زاویهٔ ۵۰° می‌سازد.



۳ دو بردار B_1 و B_2 را مطابق شکل مجدداً رسم کرده‌ایم تا بتوانیم زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی خالص با صفحه xoy را حساب کنیم.



زاویهٔ بین دو بردار با توجه به شکل خواهد شد: $\alpha=۹۰-۵۰=۴۰^\circ$

۴ جریان دو حلقه یکسان است بنابراین میدان مغناطیسی دو حلقه هم‌اندازه است و هرگاه دو بردار هم‌اندازه باشند، برایند آن‌ها در امتداد نیمساز دو بردار است. بنابراین B_t با B_2 زاویهٔ ۲۰° و با صفحه xoy زاویه ۵۰+۲۰=۷۰° می‌سازد.

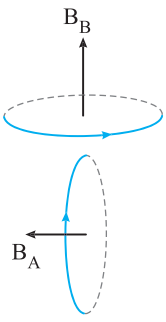
C ۲۶۳۹ ۳

۱ ابتدا میدان حلقه‌های A و B را به کمک قاعدهٔ دست راست رسم می‌کنیم جریان این دو حلقه و شعاع آن‌ها یکسان است بنابراین اندازهٔ این میدان‌ها با هم برابر است و مقدار آن خواهد شد:

$$B=\frac{\mu_0 NI}{۲R}\xrightarrow{I=۲A,R=۵cm}$$

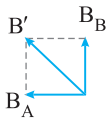
$$B_A=B_B=\frac{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۱\times۲}{۲\times۵\times۱۰^{-۲}}$$

$$\Rightarrow B_A=B_B=\frac{۴\pi}{۵}\times۱۰^{-۵}\,T$$

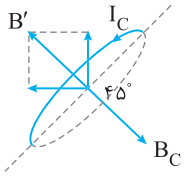


۲ میدان‌های A و B بر هم عمودند، برایند این دو میدان را به کمک رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آوریم.

$$B'=\sqrt{B^{۲}_A+B^{۲}_B}\Rightarrow B'=\frac{۴\sqrt{۲}\pi}{۵}\times۱۰^{-۵}\,T$$



اکنون باید جریان I_C به گونه‌ای باشد که میدان حاصل از آن خلاف جهت B' و هم‌اندازه با آن باشد.



$$B_C = B'$$

$$۴\pi\times۱۰^{-۷}\frac{I_C}{۲\times۵\times۱۰^{-۲}}=\frac{۴\sqrt{۲}\pi}{۵}\times۱۰^{-۵}$$

$$\Rightarrow I_C = ۲\sqrt{۲}A$$

B ۲۶۴۰ ۳

۱ مقاومت هر متر سیم $R_\circ$ است بنابراین مقاومت هر حلقه که محیط آن D است خواهد شد:

$$\begin{array}{c|c} ۱m & R_\circ \\ D & R_{حلقه} \end{array} \Rightarrow R_{حلقه} = DR_\circ$$

۲ مقاومت سیملوله که دارای N حلقه است را حساب می‌کنیم.

$$\begin{array}{c|c} ۱\text{ حلقه} & DR_\circ \\ N\text{ حلقه} & R_{کل} \end{array} \Rightarrow R_{کل} = NDR_\circ$$

۳ جریان سیملوله را به‌دست می‌آوریم.

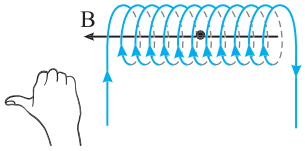
$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{V}{NDR_\circ}$$

۴ میدان مغناطیسی سیملوله خواهد شد:

$$B=\mu_\circ\frac{N}{l}I\Rightarrow B=\mu_\circ\frac{N}{l}\times\frac{V}{NDR_\circ}\Rightarrow B=\frac{\mu_\circ V}{lDR_\circ}$$

C ۲۶۴۱ ۳

۱ ابتدا جریان عبوری از سیملوله در حالت اول را به‌دست می‌آوریم:



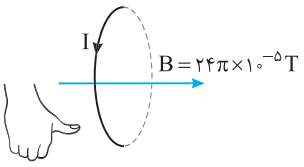
$$I=\frac{\varepsilon}{R+R_L+r}=\frac{۱۸}{۳+۲+۱}=۳A$$

۲ میدان درون سیملوله را با توجه به داده‌های سؤال به‌دست می‌آوریم:

$$N=۲۰\ ,\ l=۱۰cm=۱۰^{-۱}m\ ,\ \mu_\circ=۴\pi\times۱۰^{-۷}T.m/A\ ,\ I=۳A$$

$$\Rightarrow B=\frac{\mu_\circ NI}{l}=\frac{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۲۰\times۳}{۱۰^{-۱}}=۲۴\pi\times۱۰^{-۵}T$$

۳ برای اینکه میدان در نقطه M صفر شود، باید اندازه میدان حاصل از حلقه نیز $۲۴\pi\times۱۰^{-۵}T$ و در جهت مخالف با جهت میدان سیملوله باشد.



۴ با تغییر مقاومت R به ۶Ω جریان عبوری از سیملوله را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+R_L+r}=\frac{۱۸}{۶+۲+۱}=۲A$$

۵ میدان مغناطیسی جدید روی محور سیملوله در همان جهت است و اندازه آن برابر است با:

$$B_{سیملوله}=\frac{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۲۰\times۲}{۱۰^{-۱}}=۱۶\pi\times۱۰^{-۵}T$$

$$B_{سیملوله}\ \longrightarrow\ \longleftarrow\ B_{حلقه}$$

۶ تغییری در اندازه میدان و جهت میدان حلقه به وجود نیامده بنابراین میدان مغناطیسی خالص خواهد شد:

$$B=B_{حلقه}-B_{سیملوله}=۲۴\pi\times۱۰^{-۵}-۱۶\pi\times۱۰^{-۵}=۸\pi\times۱۰^{-۵}T$$

چون میدان حاصل از حلقه بزرگ‌تر است، پس جهت میدان برایند در جهت میدان حلقه به سمت راست است.

B ۲۶۴۲ ۲

ابتدا طول سیمی که با آن حلقه‌های (۱) و (۲) ساخته شده است را حساب می‌کنیم:

$$L_۱=۲\pi r_۱\Rightarrow L_۱=۲\times۳\times۴\Rightarrow L_۱=۲۴cm$$

$$L_۲=۲\pi r_۲\Rightarrow L_۲=۲\times۳\times۲\Rightarrow L_۲=۱۲cm$$

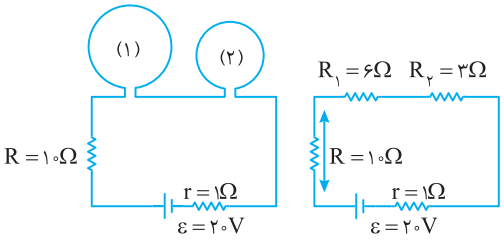
با توجه به صورت سؤال مقاومت هر سانتیمتر از سیم‌ها ۰/۲۵ اهم است، بنابراین مقاومت هر یک از حلقه‌ها خواهد شد:

مقاومت $R_۱$ از ۲۴cm سیم ساخته شده: $R_۱=۰/۲۵\times۲۴=۶\Omega$

مقاومت $R_۲$ از ۱۲cm سیم ساخته شده: $R_۲=۰/۲۵\times۱۲=۳\Omega$

دو حلقه و مقاومت R با هم متوالی بسته شده‌اند، بنابراین مقاومت معادل و جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$R_{eq}=R_۱+R_۲+R=۱۹\Omega\ \ ,\ \ I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۲۰}{۲۰}=۱A$$



چون هر سه مقاومت متوالی‌اند جریان عبوری از آن‌ها یکسان و برابر ۱A است.

حال میدان در مرکز دو حلقه را با توجه به رابطهٔ $B=\frac{\mu_\circ NI}{۲R}$ حساب می‌کنیم:

$$B_۱=\frac{\mu_\circ N_۱I}{۲R_۱}\xrightarrow[\pi=۳,I=۱A,R_۱=۰/۰۴m]{\mu_\circ=۴\pi\times۱۰^{-۷}T.m/A}$$

$$B_۱=\frac{۴\times۳\times۱۰^{-۷}\times(۱)\times(۱)}{۲\times۰/۰۴}=۱/۵\times۱۰^{-۵}T\xrightarrow{۱T=۱۰^{۴}G}B_۱=۰/۱۵\,G$$

$$B_۲=\frac{\mu_\circ N_۲I}{۲R_۲}\xrightarrow[\pi=۳,I=۱A,R_۲=۰/۰۲m]{\mu_\circ=۴\pi\times۱۰^{-۷}T.m/A}$$

$$B_۲=\frac{۴\times۳\times۱۰^{-۷}\times(۱)\times(۱)}{۲\times۰/۰۲}=۳\times۱۰^{-۵}T\xrightarrow{۱T=۱۰^{۴}G}B_۲=۰/۳\,G$$

اختلاف بین دو میدان خواسته شده است:

$$\Delta B=B_۲-B_۱\Rightarrow\Delta B=۰/۳-۰/۱۵=۰/۱۵G$$

پنجره ۵

A ۲۶۴۳ ۱

مواد مغناطیسی به سه دستهٔ فرومغناطیسی، پارامغناطیسی و دیامغناطیسی تقسیم می‌شوند. آهن، نیکل و کبالت و بسیاری از آلیاژهای دارای این عناصر مواد فرومغناطیس هستند. این مواد به دو دستهٔ نرم و سخت تقسیم می‌شوند که فرومغناطیس نرم در حضور میدان مغناطیس آهنربا شده اما این خاصیت در آن موقت است و با حذف میدان این خاصیت از بین می‌رود و از آن‌ها در ساخت آهنربای الکتریکی استفاده می‌شود. فرومغناطیس سخت در حضور میدان آهنربا می‌شود و خاصیت آهنربایی تا مدت زیادی در آن می‌ماند و از آن برای ساخت آهنربای دائمی استفاده می‌شود بنابراین به‌جای B باید کلمهٔ نرم و به‌جای C باید آهنربای دائمی قرار گیرد.

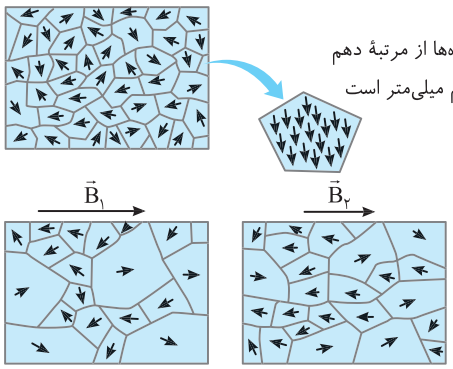
اورانیم، پلاتین، آلومینیم، سدیم و اکسیژن از جمله مواد پارامغناطیس هستند بنابراین در جدول به‌جای حرف A باید کلمه پارامغناطیس قرار گیرد. و گزینه (۱) درست است.

A ۲۶۴۴ ۳

در مواد پارامغناطیسی، دوقطبی‌های وابسته به آن‌ها به‌طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و در حضور میدان مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.

A ۲۶۴۵ ۳

خط فکری مـواد فرومغناطیـس هـرگاه در یـک میـدان مغناطیسـی قـرار گیرند، دوقطبی‌های مغناطیسـی هر حوزه تحت تأثیر میدان قرار می‌گیرند و جهت آن‌ها به‌جهت میدان خارجی متمایل می‌شـود و حوزه‌هایی که نسـبت به میدان همسـو هسـتند، رشـد می‌کنند و حجم‌شـان زیاد می‌شـود و ماده خاصیت آهنربایی پیدا می‌کند و هرچه میدان مغناطیسی قوی‌تر باشد حجم حوزه‌های همسو با میدان بزرگ‌تر است.



حوزه‌های مغناطیسی در حالتی که در میدان B_1 قرار گرفته‌اند، مساحت بزرگ‌تری دارند. پس در این شرایط تحت تأثیر میدان خارجی قوی‌تر قرار گرفته و $B_1 > B_2$ می‌باشد.

A ۲۶۴۶ ۱

به دلیل وجود حوزه‌های مغناطیسـی، ماده فرومغناطیسی است. حوزه‌های مغناطیسی در جهت‌های مختلف هستند بنابراین، این ماده تحت تأثیر میدان خارجی قوی قرار ندارد.

A ۲۶۴۷ ۱

خط فکری اتم‌هـای مـواد دیامغناطیـس، نظیـر مـس، نقـره و بیسـموت به‌طور ذاتـی فاقد خاصیت مغناطیسـی‌اند. یعنـی هیچ یک از اتم‌های این مـواد، دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند. اگر این مواد در میدان مغناطیسی خارجی قرار گیرند، میدان سبب ایجاد دوقطبی‌های مغناطیسی القایی در خلاف جهت میدان خارجی می‌شود. جهت‌گیری، القای دوقطبی‌های مغناطیسـی در مادهٔ دیامغناطیسـی خلاف جهت میدان خارجی است و چون میدان به سمت جنوب است پس القا به سمت شمال می‌باشد.

بازی با سؤال **توصیف زیر مربوط به کدام مادهٔ مغناطیسی است؟**

«حضور میدان مغناطیسـی خارجی، می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی شود.» از کتاب درسی

۱) پارامغناطیس ۲) فرومغناطیس نرم

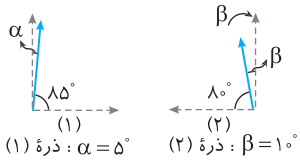
۳) فرومغناطیس سخت ۴) دیامغناطیس

گزینهٔ ۳

B ۲۶۴۸ ۱

خط فکری در میدان مغناطیسـی قوی، دوقطبی‌ها مانند عقربهٔ مغناطیسـی عمل می‌کنند و به‌طور مختصری در جهت میدان خارجی منظم می‌شوند.

بـا توجـه به خط فکری، حداکثر این دو ذره در جهت میدان مغناطیسـی یعنی به سـمت بالا قرار می‌گیرند:



ذرهٔ (۱) : $\alpha = 5^\circ$ ذرهٔ (۲) : $\beta = 10^\circ$

A ۲۶۴۹ ۲

یادآوری مواد فرومغناطیسـی مانند آهن، نیکل و کبالت و بسـیاری از آلیاژهای آن‌ها دارای حوزه‌های مغناطیسی هستند.

با توجه به آنچه در یادآوری بیان شـده، سـه ماده از مواد بیان شده فرومغناطیس و دارای حوزه‌های مغناطیسی هستند.

A ۲۶۵۰ ۲

هرگاه مواد فرومغناطیسی و پارامغناطیسی که دارای دوقطبی‌های مغناطیسی و ذاتی هستند در میدان مغناطیس قرار گیرند، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها تحت تأثیر میدان قرار گرفته و در جهت میدان مغناطیسی جهت‌گیری می‌کنند. بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

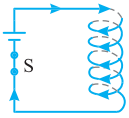
دو قطبی‌هـای مغناطیسـی مـواد پارامغناطیـس در حضور میدان مغناطیسـی بـه مقدار مختصـری در راسـتای خط‌هـای میدان مغناطیسـی منظم می‌شـوند و این مـواد به‌طور موقت دارای خاصیت مغناطیسـی می‌شوند. مواد فرومغناطیس سخت در حضور میدان مغناطیسـی به سختی آهنربا می‌شوند و حجم حوزه‌ها در آن‌ها به سختی تغییر می‌کند اما سـمت‌گیری دوقطبی‌های مغناطیسـی پس از حذف میدان خارجی تا مدت زمان زیادی، تقریباً بدون تغییر می‌ماند و گزینه (۲) درست است.

ماده فرومغناطیسـی سـخت در میدان خارجـی راحت‌تر از ماده پارامغناطیسـی خاصیت مغناطیسی به‌دست می‌آورد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

A ۲۶۵۱ ۳

مواد پارامغناطیسی دارای حوزه‌های مغناطیسی نیستند بنابراین دو فلز A و B نمی‌توانند، پارامغناطیـس باشـند و قطعـاً دو فلز A و B، جزء مواد فرومغناطیس هسـتند که دارای حوزه‌هـای مغناطیسـی می‌باشـند. در حضور میدان مغناطیسـی حجـم حوزه‌های فلز A به‌سـختی تغییر می‌کند بنابراین این فلز فرومغناطیس سخت و فلز B که حجم حوزه‌های مغناطیسی آن به سهولت تغییر می‌کند فرومغناطیس نرم است.

A ۲۶۵۲ ۲



با بستن کلید، درون سیملوله در اثر عبور جریان میدان مغناطیسی بـه وجود می‌آید و میله‌ها دارای خاصیت مغناطیسـی می‌شـوند، قطب‌های همنام میله‌ها در مجاورت هم بوده و یکدیگر را می‌رانند و بـه همین علت میله‌ها از هم دور می‌شـوند. با باز کردن کلیـد، میله‌ها خاصیت خود را از دست داده‌اند، زیرا به محل اولیهٔ خود بازگشته‌اند. از این رو میله‌ها باید فرومغناطیسی نرم باشند که با وصل کلید (برقراری جریان) خاصیت مغناطیسی شدید نشان داده و یکدیگر را دفع کرده و پس از قطع جریان بلافاصله خاصیت خود را از دست داده باشند.

فصل نهم: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب

پنجره ۱

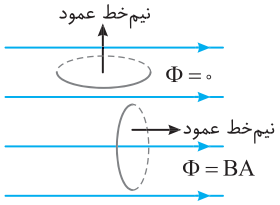
۴ ۲۶۵۳ B

با توجه به تعریف شار مغناطیسی یک میدان مغناطیسی یکنواخت می‌توان نوشت:

$$\Phi = BA\cos\theta \xrightarrow[\cos\theta=1]{A=3^{\circ}{}^{2}=9\times10^{-2}\,m^{2},\ B=4\times10^{-2}\,T} \Phi = 4\times10^{-2}\times9\times10^{-2} \Rightarrow \Phi = 3/6\times10^{-3}\,Wb$$

۴ ۲۶۵۴ A

خط فکری شار مغناطیسی عبوری از حلقه با استفاده از رابطهٔ $\Phi = BA\cos\theta$ به‌دست می‌آید که (A) مساحت سطح حلقه، (B) میدان مغناطیسی محیط و (θ) زاویه‌ای است که نیم‌خط عمود بر حلقه با خطوط میدان می‌سازد:



$$\Phi_{min} = BA\cos\theta \xrightarrow[\text{نیم‌خط عمود، بر خطوط میدان عمود بوده صفحهٔ قاب موازی خطوط میدان است}]{\theta=90^{\circ},\cos90^{\circ}=0} \Phi_{min} = 0$$

$$\Phi_{max} = BA\cos\theta \xrightarrow[\text{نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان موازی باشد صفحهٔ قاب عمود بر خطوط میدان باشد}]{\theta=0^{\circ},\cos0^{\circ}=1} \Phi_{max} = BA$$

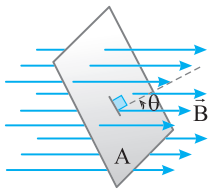
با توجه به سؤال شار بیشینه یعنی $\Phi_{max} = BA$ برابر 4×10^{-3} وبر شده است:

$$\Phi_{max} = BA \Rightarrow 4\times10^{-3} = 2\times10^{-1}\times A \Rightarrow A = 2\times10^{-2}\,m^{2}$$

$$\xrightarrow{1m^{2}=10^{4}cm^{2}} A = 200\,cm^{2}$$

۴ ۲۶۵۵ A

خط فکری در رابطهٔ شار مغناطیسی $\Phi = BA\cos\theta$، (θ) زاویه‌ای است که نیم‌خط عمود بر سطح یک قاب با خطوط میدان می‌سازد و همواره این زاویه، متمم زاویه‌ای است که صفحه با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد.



نیم‌خط عمود بر سطح، با میدان یکنواخت $\vec{B}$ زاویه θ می‌سازد.

زاویه‌ای که صفحه با خطوط میدان مغناطیسی ساخته 60° بوده پس نیم‌خط عمود بر صفحه با خطوط میدان زاویهٔ 30° می‌سازد.

$$\Phi = BA\cos\theta \Rightarrow \Phi = 4\times10^{-3}\times200\times10^{-4}\times\cos30^{\circ}$$

$$\Rightarrow \Phi = 8\times10^{-5}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\times10^{-5}\,Wb$$

بازی با سؤال **حلقه‌ای به مساحت A در یک میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار دارد. اگر زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی $\vec{B}$ با سطح حلقه 60° باشد، شار میدان مغناطیسی یکنواخت که از سطح حلقه می‌گذرد برابر است با:**

کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}BA$ ۲) $2BA$

۳) $\frac{1}{2}BA$ ۴) $\sqrt{3}BA$

گزینهٔ ۱

۲ ۲۶۵۶ A

تعریف شار مغناطیسی $\Phi = BA\cos\theta$ بوده که شار مغناطیسی بیشینه برابر $\Phi_{max} = BA$ است بنابراین:

$$\begin{cases}\Phi = BA\cos\theta\\ \Phi = BA\end{cases} \xrightarrow{\div} \frac{\Phi}{\Phi_{max}} = \cos\theta$$

$$\xrightarrow{\Phi=0/8\Phi_{max}} \cos\theta = 0/8 \Rightarrow \theta = 37^{\circ}$$

θ زاویه‌ای است که نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد و زاویه‌ای که سطح حلقه با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد (α) متمم θ است:

$$\theta+\alpha = 90^{\circ} \Rightarrow \alpha = 90^{\circ}-37^{\circ} = 53^{\circ}$$

میانبر با توجه به رابطهٔ شار مغناطیسی خواهیم داشت:

$$\Phi = BA\cos\theta \xrightarrow{BA=\Phi_{max}} \cos\theta = \frac{\Phi}{\Phi_{max}}$$

بازی با سؤال **قاب مستطیل شکلی با طول و عرض ۸cm و ۲/۵cm درون میدان مغناطیسی به بزرگی ۵۰۰G قرار گرفته و صفحه با خطوط میدان زاویهٔ 37° می‌سازد. شار مغناطیسی عبوری از صفحه چند میلی‌وبر است؟**

$(\sin37^{\circ} = \cos53^{\circ} = 0/6)$

۱) 6×10^{-1} ۲) 6×10^{-2} ۳) 3×10^{-1} ۴) 3×10^{-2}

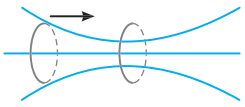
گزینهٔ ۲

۱ ۲۶۵۷ B

$$\frac{kg.m^{2}}{A.s^{2}} = \frac{kg.\frac{m}{s^{2}}.m^{2}}{A.m} = \frac{[m][a][A]}{[I][L]} = \frac{[F][A]}{[I][L]} = [BA] = [\Phi] = Wb$$

۳ ۲۶۵۸ A

شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه برابر $\Phi = BA\cos\theta$ است:

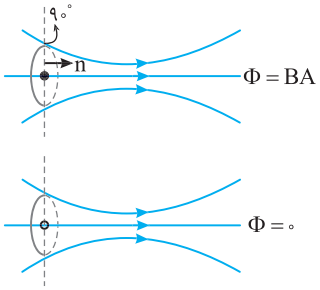


الف) با توجه به خطوط میدان مغناطیسی تراکم خطوط در مکان N بیشتر بوده و در این مکان میدان مغناطیسی بزرگ‌تر از مکان M است. بنابراین اگر حلقه از مکان M تا مکان N جابه‌جا شود، میدان مغناطیسی افزایش یافته و شار عبوری از حلقه افزایش می‌یابد.

$$\Phi = BA\cos\theta \xrightarrow{B\uparrow} \Phi\uparrow$$

و گزاره (الف) نادرست است.

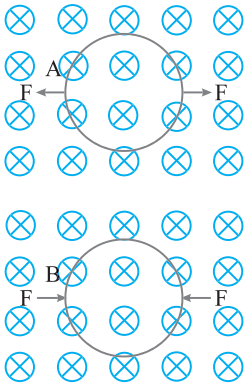
ب) با چرخیدن پیچه حول خط AA' زاویه‌ای که صفحه با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد تغییر می‌کند بنابراین شار مغناطیسی عبوری از حلقه تغییر خواهد کرد. در حالت اول سطح پیچه عمود بر خطوط میدان است، شار عبوری از قاب در مکان M بیشینه و برابر BA است، با چرخاندن قاب زاویهٔ θ رابطهٔ شار تغییر کرده و شار مغناطیسی کاهش می‌یابد مثلاً اگر 90° حول این خط بچرخیم سطح پیچه موازی خطوط میدان مغناطیسی شده و شار صفر می‌شود.



پ) با کشیده شدن یا فشرده شدن پیچه مساحت سطح پیچه کاهش می‌یابد بنابراین شار عبوری از پیچه کاهش می‌یابد.

بازی با سؤال دو پیچه دایره‌ای را در میدان‌های درونسو قرار می‌دهیم. اگر پیچه A را از دو طرف بکشیم و پیچه B را از دو طرف بفشاریم، شار عبوری از پیچه در هر کدام از شکل‌های A و B به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟ از کتاب درسی

۱) افزایش می‌یابد - کاهش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد - افزایش می‌یابد.
۳) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد.
۴) کاهش می‌یابد - کاهش می‌یابد.



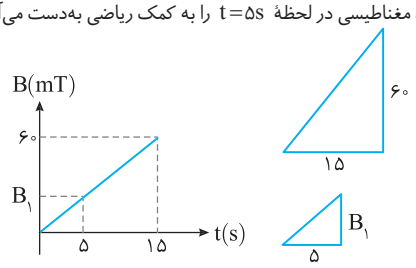
گزینهٔ ۴

B ۲۶۵۹ ۴

خط فکری در حل سؤال کافی است اندازهٔ میدان مغناطیسی در لحظه‌های خواسته شده را از روی نمودار مشخص کنید و شار مغناطیسی در این لحظه‌ها را با استفاده از رابطهٔ $\Phi = BA\cos\theta$ حساب کرده و اختلاف شار مغناطیسی گذرنده از قاب را در این دو لحظه به‌دست آورید.

با توجه به صورت مسئله مساحت قاب و زاویهٔ بین قاب و خطوط میدان ثابت و تنها میدان مغناطیسی تغییر می‌کند.

۱ میدان مغناطیسی در لحظهٔ $t=5s$ را به کمک ریاضی به‌دست می‌آوریم:



$$\xrightarrow{\text{دو مثلث متشابه‌اند}} \frac{60}{15}=\frac{B_1}{5} \Rightarrow B_1 = 20\,mT = 2\times10^{-2}\,T$$

یادآوری هر گاه قابی عمود بر خطوط میدان مغناطیسی باشد، شار عبوری از قاب بیشینه و برابر BA است.

شار عبوری از قاب در لحظه $t=5s$ خواهد شد:

$$\Phi_1 = B_1 A\cos\theta \xrightarrow[A=400\,cm^2\Rightarrow A=4\times10^{-2}\,m^2]{\text{قاب بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است: }\theta=0\Rightarrow\cos\theta=1}$$

$$\Phi_1 = 2\times10^{-2}\times4\times10^{-2} = 8\times10^{-4}\,Wb \xrightarrow{1\,|Wb|=10^3\,mWb} \Phi_1 = 0/8\,mWb$$

۲ از لحظهٔ $t=15s$ تا $t=30s$ میدان مغناطیسی ثابت و برابر $60mT$ است، بنابراین میدان مغناطیسی در لحظهٔ $t=25s$ برابر $60mT$ است. شار عبوری از حلقه در این لحظه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi_2 = B_2 A\cos\theta \xrightarrow{B_2=60\,mT=6\times10^{-2}\,T}$$

$$\Phi_2 = 6\times10^{-2}\times4\times10^{-2} \Rightarrow \Phi_2 = 24\times10^{-4}\,Wb = 2/4\,mWb$$

۳ اختلاف شار مغناطیسی گذرنده از قاب در این دو لحظه خواهد شد:

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 \Rightarrow \Delta\Phi = 2/4 - 0/8 = 1/6\,mWb$$

B ۲۶۶۰ ۲

خط فکری آهنگ یک کمیت برابر تغییر آن کمیت نسبت به زمان است و با توجه به این تعریف، آهنگ تغییر شار مغناطیسی برابر $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است، بنابراین ابتدا باید شار مغناطیسی را در t_1 و t_2 به کمک معادلهٔ میدان مغناطیسی به‌دست آوریم:

۱ به کمک معادلهٔ میدان مغناطیسی، میدان را در لحظه‌های $t_1=5s$ و $t_2=7s$ به‌دست می‌آوریم:

$$B=at+b \Rightarrow \begin{cases} B_1 = at_1+b \xrightarrow{t_1=5s} B_1 = 5a+b \\ B_2 = at_2+b \xrightarrow{t_2=7s} B_2 = 7a+b \end{cases}$$

۲ حلقه بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است بنابراین شار عبوری از حلقه بیشینه و برابر $\Phi_{max}=BA$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Phi_1 = B_1 A \xrightarrow{A=\pi r^2=3\times4\times10^{-2}} \Phi_1 = 12\times10^{-2}B_1$$

$$\Phi_2 = B_2 A \xrightarrow{A=\pi r^2=3\times4\times10^{-2}} \Phi_2 = 12\times10^{-2}B_2$$

۳ برای به‌دست آوردن آهنگ تغییر شار باید اختلاف شار در دو لحظه $(\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1)$ را به‌دست بیاوریم.

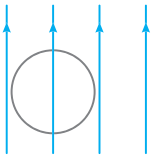
$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 \xrightarrow[\Phi_1=12\times10^{-2}B_1]{\Phi_2=12\times10^{-2}B_2} \Delta\Phi = 12\times10^{-2}(B_2-B_1)$$

$$\xrightarrow{\substack{B_2=7a+b \\ B_1=5a+b}} \Delta\Phi = 12\times10^{-2}(7a+b-5a-b) = 24a\times10^{-2}$$

$$0/24 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow 0/24 = \frac{24a\times10^{-2}}{7-5} \Rightarrow 0/24 = 0/12a \Rightarrow a=2$$

دقت کردید در محاسبات b از رابطه حذف می‌شود و b هر مقداری داشته باشد در این مسئله بی‌تأثیر است.

A ۲۶۶۱ ۱

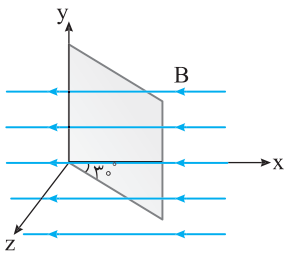


با توجه به شکل روبه‌رو، در این حالت قاب موازی خطوط قرار گرفته و در واقع زاویهٔ بین سطح و خطوط میدان صفر درجه است، بنابراین زاویه‌ای که نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با خطوط میدان می‌سازد $\theta=90^\circ$ بوده و با توجه به رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$، $\cos\theta$ برابر $\cos90^\circ=0$ شده و شار عبوری از حلقه صفر می‌شود.

میانبر هر گاه سطح قاب موازی خطوط میدان باشد، شار عبوری از آن صفر است.

B ۲۶۶۲ ۱

به شکل زیر خوب نگاه کنید، میدان مغناطیسی در راستای محور xها است و صفحه با محور xها یعنی همان راستای میدان زاویهٔ 30° می‌سازد.



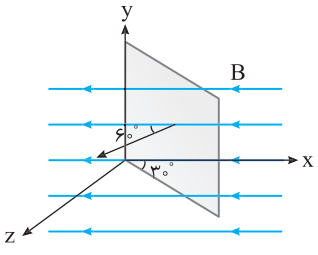
یادآوری در رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$، (θ) زاویه‌ای است که نیم‌خط عمود بر سطح یک قاب با خطوط میدان می‌سازد، و همواره این زاویه متمم زاویه‌ای است که سطح قاب با خطوط میدان می‌سازد، بنابراین در این سؤال θ برابر است با: $\theta=90-30=60^\circ$

حال شار عبوری از صفحه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi = BA\cos\theta \Rightarrow \Phi = 0/4\times(200\times10^{-4})\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \Phi = 0/4\times10^{-2}\,Wb = 0/004\,Wb$$

دقت کنید که شما می‌توانید جهت نیم‌خط عمود بر سطح را در هر دو طرف سطح به دلخواه انتخاب کنید در این صورت اندازهٔ شار گذرنده از قاب تغییر نمی‌کند و تنها علامت آن تغییر خواهد کرد که در حل این مسئله مهم نیست زیرا همهٔ گزینه‌ها مثبت هستند.

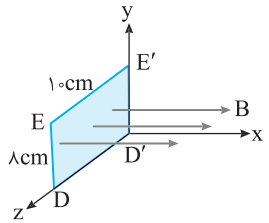


۲۶۶۳ B **۱**

۱ میدان مغناطیسی در جهت محور x قرار دارد بنابراین مطابق شکل وجه EDD′E′ عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار دارد و در رابطهٔ شار $\Phi = BA\cos\theta$ ، $|\cos\theta|$ برابر ۱ است از این‌رو خواهیم داشت:

$$\Phi_{EDD'E'} = BA_{EDD'E'}$$

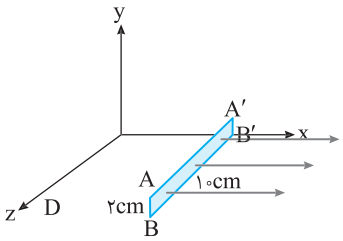
$$\xrightarrow{A_{EDD'E'} = ۱۰\times۸ = ۸۰\,cm^۲} \Phi_{EDD'E'} = ۸۰\times۱۰^{-۴}\,B$$



۲ وجه ABB′A′ نیز عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گرفته و در رابطهٔ شار گذرنده از این وجه نیز $|\cos\theta|$ برابر یک است و می‌توان نوشت:

$$\Phi_{ABB'A'} = BA_{ABB'A} \xrightarrow{A_{ABB'A} = ۲۰\,cm^۲}$$

$$\Phi_{ABB'A'} = ۲۰\times۱۰^{-۴}\,B$$



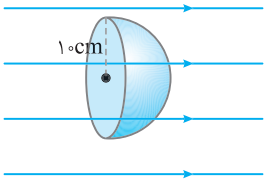
۳ نسبت شار خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\Phi_{ABB'A'}}{\Phi_{EDD'E}} = \frac{۲۰\times۱۰^{-۴}\,B}{۸۰\times۱۰^{-۴}\,B} = \frac{۱}{۴}$$

میانبر میدان مغناطیسی و زاویهٔ θ ثابت است، بنابراین نسبت شار گذرنده از دو سطح برابر نسبت مساحت‌های آن‌هاست

$$\frac{\Phi_۲}{\Phi_۱} = \frac{A_۲}{A_۱}$$

بازی با سؤال **در شکل مقابل یک پوسته به شکل نیم‌کره‌ای به شعاع ۱۰cm در آمده و درون میدان مغناطیسی ۴۰۰G قرار گرفته است. شار مغناطیسی عبوری از نیم‌کره چند میکروویر است؟**

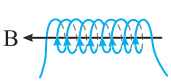


۱) ۱۲۵۶ ۲) ۱۲۵/۶ ۳) ۳۱۴ ۴) ۳۱/۴

گزینهٔ ۱

۲۶۶۴ A **۲**

یادآوری میدان مغناطیسی درون سیملولهٔ حامل جریان برابر $B = \frac{\mu_۰ N}{l} I$ است که این میدان بر سطح حلقه‌های سیملوله عمود است.



۱ میدان مغناطیسی درون سیملوله را حساب می‌کنیم

$$B = \mu_۰ \frac{N}{l} I \Rightarrow B = ۴\pi\times۱۰^{-۷}\times\frac{۱۰۰}{۰/۲}\times۰/۵ = ۴\times\pi\times۱۰^{-۵}\times\frac{۵}{۲} = \pi\times۱۰^{-۴}\,T$$

۲ شار گذرنده از سیملوله برابر است با:

$$\Phi = BA\cos\theta$$

خطوط میدان درون سیملوله در امتداد محور سیملوله و عمود بر سطح حلقه‌های آن است $(\theta = ۰, \cos\theta = ۱)$ در این صورت:

$$\Phi = BA \Rightarrow \Phi = \pi\times۱۰^{-۴}\times\pi\times(۲\times۱۰^{-۲})^۲$$

$$\Rightarrow \Phi = ۴\pi^۲\times۱۰^{-۸} \xrightarrow{\pi^۲ = ۱۰} \Phi = ۴\times۱۰^{-۷}\,Wb$$

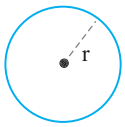
بازی با سؤال **از یک سیملوله به طول ۴۰cm که شامل ۲۰۰ حلقه می‌باشد و قطر هر حلقه ۱۰cm است، جریان ۴A می‌گذرد. شار گذرنده از سیملوله چند وبر است؟** $(\pi = ۳, \mu_۰ = ۱۲\times۱۰^{-۷}\,T.m/A)$ خارج ریاضی - ۹۲

۱) $۱/۸\times۱۰^{-۴}$ ۲) $۷/۲\times۱۰^{-۴}$ ۳) $۱/۸\times۱۰^{-۵}$ ۴) $۷/۲\times۱۰^{-۵}$

گزینهٔ ۳

۲۶۶۵ B **۲**

یادآوری اگر با سیمی به طول l پیچه‌هایی به شعاع r ساخته شود، تعداد حلقه‌های پیچه برابر خواهد شد با:



طول سیم به کار رفته در هر حلقه = $۲\pi r$

$$l_{کل} = N(۲\pi r) \Rightarrow N = \frac{l_{کل}}{۲\pi r}$$

۱ با توجه به طول سیم و تعداد دور آن، شعاع پیچه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$N = \frac{l}{۲\pi r} \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{۶۰}{۲\times۳\times r} \Rightarrow r = \frac{۱۰}{۲۰۰}\,m \Rightarrow r = ۰/۰۵m = ۵cm$$

۲ سطح پیچه با خطوط میدان زاویهٔ ۳۰° می‌سازد بنابراین نیم‌خط عمود با سطح پیچه با خطوط میدان زاویهٔ ۶۰° می‌سازد و در رابطهٔ شار $\Phi = BA\cos\theta$ ، θ برابر ۶۰° است.

۳ شار مغناطیسی را حساب می‌کنیم:

$$\Phi = BA\cos\theta \xrightarrow{A = \pi r^۲}$$

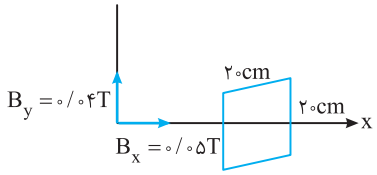
$$\Phi = ۰/۴\times\pi(۵\times۱۰^{-۲})^۲\times\cos۶۰^\circ \xrightarrow[\cos۶۰^\circ = \frac{۱}{۲}]{\pi = ۳} \Phi = ۱۵\times۱۰^{-۴}\,Wb = ۱/۵mWb$$

۲۶۶۶ B **۴**

با توجه به شکل، تنها مؤلفهٔ x، میدان مغناطیسی سبب عبور شار از قاب می‌شود بنابراین:

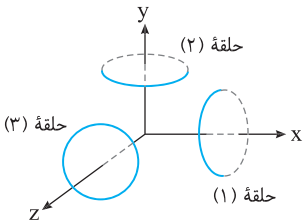
$$\Phi = B_x A \Rightarrow \Phi = ۰/۰۵\times(۰/۲)^۲$$

$$\Phi = ۰/۰۴\times۰/۰۵ = ۰/۰۰۲Wb$$



۲۶۶۷ B **۴**

خط فکری به شکل روبه‌رو نگاه کنید حلقه (۱) عمود بر محور x، حلقه (۲) عمود بر محور y، حلقه (۳) عمود بر محور z ها است: بنابراین منظور مسئله از حلقهٔ موازی محور xها و عمود بر محور yها حلقهٔ شماره (۲) است.



۱ مؤلفه‌های $\vec{i}$ و $\vec{j}$ میدان ۰/۳ و ۰/۴ تسلا بوده و برهم عمودند بنابراین:

$$B_T = \sqrt{B_x^۲ + B_y^۲} = \sqrt{۰/۰۹ + ۰/۱۶} = \sqrt{۰/۲۵} = ۰/۵T$$

۲ همان‌طور که در شکل می‌بینید حلقه (۲) موازی محور x است پس میدان مغناطیسی که در جهت x است با صفحه زاویهٔ صفر درجه و با نیم خط عمود بر سطح زاویهٔ ۹۰° می‌سازد، بنابراین میدان مغناطیسی $\vec{B}_x = ۰/۳\vec{i}$ با توجه به رابطهٔ $\Phi = B_x A\cos۹۰^\circ$ شاری از حلقه عبور نمی‌دهد.

۳ حلقه بر محور y عمود است بنابراین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه راستای میدان مغناطیسی $\vec{B}_y = ۰/۴\vec{j}$ منطبق است و شار عبوری از حلقه توسط B_y برابر است با:

$$\Phi = B_y A\cos۰^\circ \Rightarrow \Phi = ۰/۴\times۲۰۰\times۱۰^{-۴}\times۱ = ۸\times۱۰^{-۳}\,Wb$$

بازی با سؤال بردار میدان مغناطیسی یکنواختی در SI به صورت $\vec{B}=۴\vec{i}+۴\sqrt{۳}\vec{j}$ است. اگر حلقه‌ای به مساحت سطح $۲۰cm^۲$ را عمود بر محور y در میدان قرار دهیم، شار مغناطیسی عبوری از حلقه چند وبر است؟

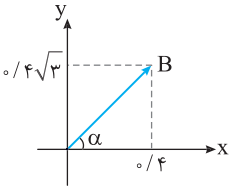
۱) ۸×۱۰^{-۱} ۲) $۸\sqrt{۳}\times۱۰^{-۳}$ ۳) ۸×۱۰^{-۳} ۴) ۱۶×۱۰^{-۳}

گزینهٔ ۲

C ۲۶۶۸ ۴

خط فکری زاویه‌ای که نیم‌خط عمود بر سطح با محور xها می‌سازد ۶۰° است. ابتدا با توجه به مؤلفه‌های میدان مغناطیسی، زاویه‌ای که میدان مغناطیسی نیز با محور xها می‌سازد را حساب می‌کنیم تا زاویهٔ بین نیم‌خط عمود و خطوط میدان (θ) به‌دست آید و سپس با داشتن مساحت سطح (A) میدان مغناطیسی (B) شار را حساب می‌کنیم $(\Phi=BA\cos\theta)$.

۱ بردار میدان مغناطیسی $(\vec{B}=۰/۴\vec{i}+۰/۴\sqrt{۳}\vec{j})$ را در صفحهٔ xy رسم می‌کنیم.



با توجه به شکل تانژانت زاویهٔ α را نوشته و α را به‌دست می‌آوریم.

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{۰/۴\sqrt{۳}}{۰/۴}=\sqrt{۳}$$
$$\Rightarrow\alpha=۶۰^\circ$$

۲ زاویهٔ نیم‌خط عمود بر سطح با محور x و زاویهٔ بردار میدان مغناطیسی با محور x هر دو ۶۰° است، پس این دو بردار برهم منطبق‌اند و زاویهٔ بین آن‌ها صفر درجه است $(\theta=۰)$.

۳ بزرگی میدان مغناطیسی برابر است با:

$$\vec{B}=۰/۴\vec{i}+۰/۴\sqrt{۳}\vec{j}\Rightarrow|B|=\sqrt{(۰/۴)^۲+(۰/۴\sqrt{۳})^۲}$$
$$\Rightarrow|B|=\sqrt{۰/۱۶+۰/۴۸}=\sqrt{۰/۶۴}=۰/۸\Rightarrow B=۰/۸T$$

۴ شار عبوری از حلقه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi=BA\cos\theta\xrightarrow[\cos۰^\circ=۱]{\theta=۰^\circ}\Phi=BA$$
$$\Rightarrow\Phi=۰/۸\times۴۰\times۱۰^{-۴}=۳/۲\times۱۰^{-۳}\,Wb$$

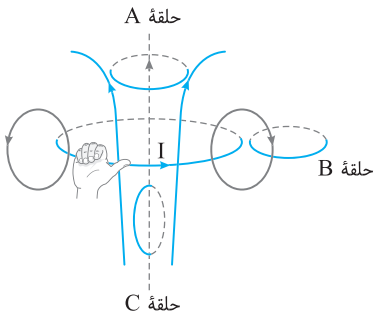
بازی با سؤال اگر بردار میدان مغناطیسی در SI به صورت $B=-۰/۴\vec{i}+۰/۴\sqrt{۳}\vec{j}$ باشد، شار عبوری از حلقه نسبت به حالت قبل چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) ۱

گزینهٔ ۱

A ۲۶۶۹ ۱

خطوط میدان مغناطیسی اطراف حلقهٔ حامل جریان مطابق شکل زیر است.



با توجه به شکل، حلقهٔ C موازی با خطوط میدان قرار گرفته و از آن شاری عبور نمی‌کند. تراکم خطوط میدان مغناطیسی حلقه حامل جریان در اطراف محور حلقه بیشینه است. از این‌رو شار مغناطیسی گذرنده از حلقهٔ A از شار گذرنده از حلقه B بیشتر است، بنابراین خواهیم داشت: $\Phi_A>\Phi_B>\Phi_C$

A ۲۶۷۰ ۲

خط فکری آهنگ تغییر شار برابر $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است، بنابراین ابتدا $\Delta\Phi$ را به‌دست می‌آوریم و سپس نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

یادآوری هر گاه دو طرف حلقه را بکشیم یا فشرده کنیم مساحت سطح حلقه کاهش می‌یابد.

۱ با توجه به صورت مسئله مساحت سطح حلقه ۶۰ درصد تغییر یا به عبارتی کاهش یافته است بنابراین تغییر مساحت سطح حلقه خواهد شد:

$$\Delta A=-\frac{۶۰}{۱۰۰}A_۱\xrightarrow{A_۱=۲۵cm^۲}\Delta A=-۰/۶\times(۲۵)=-۱۵cm^۲$$

۲ سطح حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی بوده و در واقع نیم‌خط عمود بر سطح هم‌راستای خطوط میدان مغناطیسی است بنابراین در رابطهٔ شار θ برابر صفر است. تغییر شار را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases}\Phi_۲=BA_۲\cos۰^\circ\\ \Phi_۱=BA_۱\cos۰^\circ\end{cases}\Rightarrow\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱\Rightarrow\Delta\Phi=BA_۲-BA_۱$$
$$\Rightarrow\Delta\Phi=B(A_۲-A_۱)\Rightarrow\Delta\Phi=(۰/۴)(-۱۵\times۱۰^{-۴})=-۶\times۱۰^{-۴}\,Wb$$

۳ حال بزرگی آهنگ تغییر شار را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ تغییر شار}=\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\Rightarrow\text{آهنگ تغییر شار}=\left|\frac{-۶\times۱۰^{-۴}}{۰/۰۲}\right|=۳\times۱۰^{-۲}\,Wb/s$$

B ۲۶۷۱ ۴

شار مغناطیسی در دو حالت را حساب می‌کنیم.

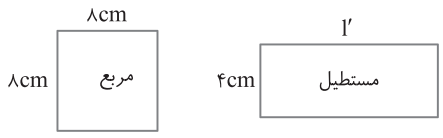
$$\Phi=BA\cos\theta$$
$$\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{\theta_۱=۰}\Phi_۱=۴۰\times۱۰^{-۴}\times۰/۰۵\Rightarrow\Phi_۱=۲\times۱۰^{-۴}\,Wb\\ \xrightarrow{\theta_۲=۹۰^\circ}\Phi_۲=۰\end{cases}$$
$$\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱=۰-۲\times۱۰^{-۴}\Rightarrow\Delta\Phi=-۲\times۱۰^{-۴}\,Wb$$

شار $۲\times۱۰^{-۴}\,Wb$ کاهش می‌یابد.

B ۲۶۷۲ ۲

۱ از یک سیم دو قاب ساخته‌ایم پس طول سیم به کار رفته در هر دو شکل یکسان است، در واقع محیط هر دو قاب باهم برابر است. از این‌رو می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{محیط مربع}=\text{محیط مستطیل}\Rightarrow۸\times۴=۲\times۴+۲l'\Rightarrow l'=۱۲cm$$



۲ هر دو قاب در یک میدان مغناطیسی قرار گرفته‌اند بنابراین بزرگی میدان مغناطیسی عبوری از هر دو قاب یکسان است. همچنین با توجه به شکل، قاب‌ها در هر دو حالت بر خطوط میدان عمودند در واقع در هر دو حالت نیم‌خط عمود بر هر دو قاب در راستای خطوط میدان مغناطیسی بوده و زاویهٔ بین این دو بردار ۰° است:

$$\begin{cases}\Phi_{\text{مربع}}=BA_{\text{مربع}}\cos۰^\circ\\ \Phi_{\text{مستطیل}}=BA_{\text{مستطیل}}\cos۰^\circ\end{cases}\xrightarrow{\div}\frac{\Phi_{\text{مربع}}}{\Phi_{\text{مستطیل}}}=\frac{A_{\text{مربع}}}{A_{\text{مستطیل}}}$$
$$\Rightarrow\frac{\Phi_{\text{مربع}}}{\Phi_{\text{مستطیل}}}=\frac{۸\times۸\times۱۰^{-۴}}{۴\times۱۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۴}{۳}$$

B ۲۶۷۳ ۳

خط فکری دقت کنید که میدان مغناطیسی کمیتی برداری است و هنگامی که میدان مغناطیسی مثلاً از $+۲T$ تا $-۲T$ تغییر می‌کند تغییرات میدان برابر $-۲-۲=-۴T$ خواهد بود و نه صفر.

۱ میدان مغناطیسی در جهت محور y بوده و در واقع سطح بر خطوط میدان عمود است و زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح و خطوط میدان صفر درجه است. مساحت سطح حلقه برابر است با: $A=\pi r^۲\Rightarrow A=۳\times۱۰۰\Rightarrow A=۳۰۰\times۱۰^{-۴}\,m^۲$

۲ حال تغییر شار مغناطیسی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱ \xrightarrow[\Phi_۲=B_۲A\cos۰^\circ]{\Phi_۱=B_۱A\cos۰^\circ} \Delta\Phi=B_۲A\cos۰^\circ-B_۱A\cos۰^\circ$$

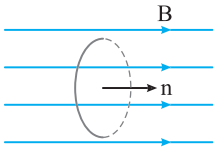
$$\Rightarrow \Delta\Phi=(B_۲-B_۱)A\cos۰^\circ \xrightarrow{A=۳\times۱۰^{-۲}m^۲} \Delta\Phi=(۵-(-۴))۳\times۱۰^{-۲}$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi=۲۷\times۱۰^{-۲}Wb \Rightarrow \Delta\Phi=۰/۲۷Wb$$

B **۳** **۲۶۷۴**

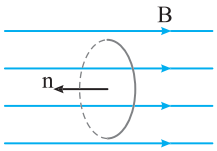
خط فکری نیم‌خط عمود بر یک قاب را در هر سمت صفحه می‌توان در نظر گرفت اما پس از انتخاب جهت نیم‌خط عمود بر سطح با چرخش قاب این نیم‌خط عمود بر سطح قاب نیز با آن می‌چرخد، به گونه‌ای که اگر قاب α درجه بچرخد، نیم‌خط عمود بر قاب نیز α درجه خواهد چرخید.

جهت نیم‌خط عمود عمود بر حلقه را مطابق شکل به سمت راست می‌گیریم:



$$\Phi_۱=BA\cos\theta_۱ \xrightarrow[\cos۰^\circ=۱]{\theta_۱=۰^\circ} \Phi_۱=BA\times۱ \Rightarrow \Phi_۱=BA$$

با چرخیدن ۱۸۰° حلقه، نیم‌خط عمود بر آن نیز با حلقه می‌چرخد و به صورت مقابل می‌شود:



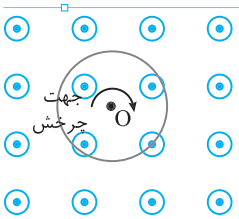
$$\Phi_۲=BA\cos\theta_۲ \xrightarrow[\cos۱۸۰^\circ=-۱]{\theta_۲=۱۸۰^\circ} \Phi_۲=BA\times-۱ \Rightarrow \Phi_۲=-BA$$

بزرگی تغییر شار برابر است با:

$$|\Delta\Phi|=|\Phi_۲-\Phi_۱| \Rightarrow |\Delta\Phi|=|-BA-BA|=۲BA$$

B **۲** **۲۶۷۵**

۱ با چرخیدن حلقه نسبت به نقطهٔ O زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه و خطوط میدان تغییری نمی‌کند و شار عبوری از حلقه ثابت می‌ماند. $\Phi_۱=\Phi_۲$

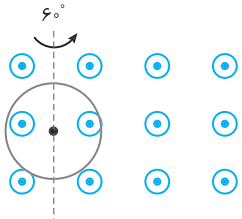


۲ در ابتدا قاب بر میدان مغناطیسی عمود است و در واقع نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ صفر درجه می‌سازد. اگر در راستای AA' قاب ۶۰° بچرخد، نیم‌خط عمود بر قاب نیز ۶۰° می‌چرخد و در این حالت زاویهٔ بین نیم خط عمود بر حلقه و خطوط میدان ۶۰° افزایش یافته و این زاویه ۶۰° می‌شود

$$\Phi_۱=BA\cos\theta_۱ \xrightarrow{\theta_۱=۰} \Phi_۱=BA$$

$$\Phi_۲=BA\cos\theta_۲ \xrightarrow{\theta_۲=۶۰^\circ} \Phi_۲=BA\cos۶۰^\circ=\frac{BA}{۲}$$

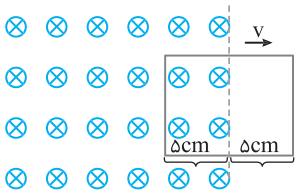
بنابراین شار عبوری از حلقه نصف می‌شود.



B **۲** **۲۶۷۶**

خط فکری آهنگ تغییر شار برابر $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است، بنابراین برای به‌دست آوردن آهنگ تغییر شار ابتدا باید مدت زمان لازم برای خارج کردن کامل قسمتی از قاب که در میدان مغناطیسی قرار دارد را به‌دست آوریم. برای این کار باید از مفهوم سرعت استفاده کنید یعنی وقتی مثلاً گفته می‌شود قاب با سرعت $۳cm/s$ در حال حرکت است یعنی قاب در هر ثانیه، $۳cm$ جابه‌جا می‌شود.

۱ $۵cm$ از قاب درون میدان مغناطیسی قرار دارد و قاب با سرعت $۱cm/s$ در حال حرکت است، یعنی قاب در هر ثانیه $۱cm$ به سمت راست کشیده می‌شود، بنابراین:



۱s	۱cm
Δt	۵ cm

$$\Rightarrow \Delta t=۵s$$

۲ هنگامی که نیمی از قاب در میدان مغناطیسی قرار گرفته، شار عبوری از قاب برابر است با:

$$\Phi_۱=B\frac{A}{۲}\cos\theta \xrightarrow[A=۱۰\times۱۰=۱۰۰cm^۲]{\theta=۰^\circ}$$

$$\Phi_۱=۰/۲\times(۵۰\times\underbrace{۱۰^{-۴}}_{\text{تبدیل } m^۲ \text{ به } cm^۲})\times۱ \Rightarrow \Phi_۱=۱۰^{-۳}Wb$$

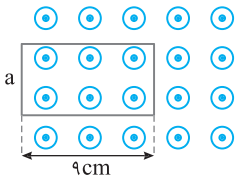
۳ هنگامی که قاب به‌طور کامل از میدان خارج شده شار عبوری از قاب صفر می‌شود.

۴ آهنگ تغییر شار را حساب می‌کنیم:

$$\text{بزرگی آهنگ تغییر شار}=\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$$

$$\Rightarrow \text{بزرگی آهنگ تغییر شار}=\left|\frac{۰-۱۰^{-۳}}{۵}\right|=۲\times۱۰^{-۴}Wb/s=۰/۲mWb/s$$

بازی با سؤال **در شکل روبه‌رو یک قاب رسانا در میدان مغناطیسی یکنواخت برونسو قرار گرفته است. اگر این قاب شامل ۳۰ حلقه باشد و میدان مغناطیسی یکنواخت از ۱۰mT به ۲۰mT برونسو تغییر کند، قاب را چند سانتی‌متر از میدان خارج کنیم تا شار عبوری از هر حلقه تغییر نکند؟**



۱) ۴ ۲) ۵/۵

۳) ۴/۵ ۴) ۵

گزینهٔ ۳

پنجره دوجداره (سطح دوم)

B **۳** **۲۶۷۷**

هرگاه حلقه‌ای ۶۰° بچرخد، نیم‌خط عمود بر آن نیز ۶۰° می‌چرخد. در حالت اول قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و نیم‌خط عمود بر حلقه هم‌راستا با خطوط میدان است بنابراین:

$$\Phi_۱=BA\cos\theta_۱ \xrightarrow{\theta_۱=۰} \Phi_۱=BA$$

با دوران ۶۰° حلقه نیم‌خط عمود بر حلقه نیز ۶۰° می‌چرخد و در این حالت زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه با خطوط میدان از صفر به ۶۰° می‌رسد و شار مغناطیسی خواهد شد:

$$\Phi_۲=BA\cos\theta_۲ \xrightarrow{\theta_۲=۶۰^\circ} \Phi_۲=\frac{BA}{۲}$$

اکنون گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم تا مشخص شود در کدام گزاره‌ها شار مغناطیسی گذرنده از حلقه نصف می‌شود.

گزاره الف) اندازهٔ میدان $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ برابر شده از این‌رو:

$$\frac{\Phi_۲}{\Phi_۱}=\frac{B_۲A}{B_۱A}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}B_۱}{B_۱} \Rightarrow \frac{\Phi_۲}{\Phi_۱}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

بنابراین این گزاره نادرست است.

گزاره ب) اندازه میدان در همان جهت نصف شده از این رو:

$$\frac{\Phi_۲}{\Phi_۱}=\frac{B_۲A}{B_۱A}=\frac{\frac{۱}{۲}B_۱}{B_۱}=\frac{۱}{۲}$$

بنابراین گزاره (ب) درست است.

گزاره پ) در این گزاره مساحت سطح حلقه نصف شده و شار مغناطیسی خواهد شد: این گزاره نیز قابل قبول است.

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1}=\frac{B_2A}{B_1A}=\frac{\frac{1}{2}A_1}{A_1}=\frac{1}{2}$$

گزاره ت) دقت کنید در گزاره (ت) جهت بردار میدان تغییر می‌کند پس: این گزاره نادرست است.

$$\begin{cases}\Phi_1=BA\cos 0^\circ\\ \Phi_2=\frac{\sqrt{3}}{2}BA\cos 180^\circ\end{cases}\Rightarrow\Phi_2=-\frac{\sqrt{3}}{2}\Phi_1$$

۲ ۲۶۷۸ B

طول سیمی که مربع از آن تشکیل شده است را l می‌نامیم. در حالت اول $l=4A$ است که a طول ضلع مربع است. در حالت دوم نیز با همان سیم حلقه‌ها ساخته شده است پس محیط این دو حلقه نیز با محیط مربع برابر است. $l=2(2\pi r)$ است و r شعاع هر حلقه است. در این صورت:

$$\text{محیط دو حلقه دایره}=\text{محیط مربع}\Rightarrow 4a=4\pi r\Rightarrow a=\pi r$$

مساحت مربع برابر است با: $A_{\text{مربع}}=a^2=\pi^2r^2$

مساحت هر حلقه برابر است با: $A_{\text{حلقه}}=\pi r^2$

شار عبوری از قاب مربع شکل:

$$\Phi_{\text{مربع}}=BA_{\text{مربع}}\cos\theta\xrightarrow[\theta=0]{\text{قاب عمود بر خطوط میدان است}}$$

$$\Phi_{\text{مربع}}=BA_{\text{مربع}}\xrightarrow[a=\pi r]{A_{\text{مربع}}=a^2}\Phi_{\text{مربع}}=B\pi^2r^2$$

شار عبوری از دو حلقه دایره‌ای شکل:

$$\Phi_{\text{حلقه}}=BA_{\text{حلقه}}\cos\theta$$

$$\xrightarrow[\theta=0]{\text{حلقه عمود بر خطوط میدان است}}\Phi_{\text{حلقه}}=BA_{\text{حلقه}}$$

$$\xrightarrow{A_{\text{حلقه}}=\pi r^2}\Phi_{\text{حلقه}}=B\pi r^2$$

در نتیجه:

$$\frac{\Phi_{\text{حلقه}}}{\Phi_{\text{مربع}}}=\frac{BA_{\text{حلقه}}}{BA_{\text{مربع}}}=\frac{\pi r^2}{\pi^2r^2}=\frac{1}{\pi}\Rightarrow\frac{\Phi_{\text{حلقه}}}{24}=\frac{1}{\pi}\Rightarrow\Phi_{\text{حلقه}}=\frac{24}{\pi}\text{ Wb}$$

۳ ۲۶۷۹ C

یادآوری در رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$، θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه و خطوط میدان است و این زاویه همواره متمم زاویه‌ای است که خود حلقه با خطوط میدان می‌سازد.

دو نیم‌دایره بر هم عمودند. خطوط میدان با یکی از نیم‌دایره‌ها زاویهٔ 37° ساخته است پس با صفحهٔ دیگر زاویه 53° می‌سازد.

شار عبوری از نیم‌دایره‌ای که با خطوط میدان زاویهٔ 37° می‌سازد:

$$\Phi_1=BA_1\cos\theta_1\xrightarrow[A_1=\frac{\pi r^2}{2}]{\theta_1=90^\circ-37^\circ}\Phi_1=50\times10^{-3}\times\frac{3\times(4)^2}{2}\times0/6=0/72\text{Wb}$$

شار عبوری از نیم‌دایره‌ای که با خطوط میدان زاویهٔ 53° می‌سازد:

$$\Phi_2=BA_2\cos\theta_2\xrightarrow[A_2=\frac{\pi r^2}{2}]{\theta_1=90^\circ-53^\circ}$$

$$\Phi_2=50\times10^{-3}\times\frac{3\times(4)^2}{2}\times0/8=0/96\text{Wb}$$

شار کمیت نرده‌ای است و مجموع دو شار همانند جمع دو عدد ریاضی است.

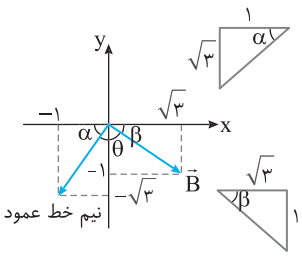
$$\Phi_1+\Phi_2=0/72+0/96=1/68\text{Wb}$$

۱ ۲۶۸۰ C

ابتدا باید زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر پیچه و خطوط میدان را پیدا کنیم برای این منظور بردار میدان و نیم‌خط عمود را رسم می‌کنیم.

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{\sqrt{3}}{1}\Rightarrow\tan\alpha=\sqrt{3}\Rightarrow\alpha=60^\circ$$

$$\tan\beta=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\tan\beta=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\beta=30^\circ$$



در رابطهٔ شار $\Phi=BA\cos\theta$، θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر پیچه و میدان مغناطیسی است که با توجه به شکل بالا، داریم:

$$\theta=180-(\alpha+\beta)\Rightarrow\theta=180-(60+30)\Rightarrow\theta=90^\circ$$

$$\Phi=BA\cos 90^\circ\xrightarrow{\cos 90^\circ=0}\Phi=0$$

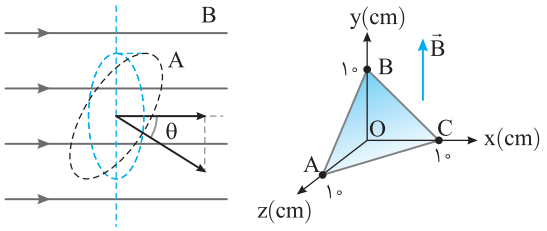
۱ ۲۶۸۱ C

به تعریف شار مغناطیسی دقت کنید: $\Phi=BA\cos\theta$

θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح و میدان مغناطیسی است. با توجه به شکل $A\cos\theta$ تصویر نیم‌خط عمود بر سطح در امتداد میدان مغناطیسی B است. به عبارت بهتر مانند این است که سطح A را برصفحهٔ عمود بر میدان B تصویر می‌کنیم (یعنی سایهٔ آن را روی صفحه عمود بر میدان به دست می‌آوریم). در این صورت: $\Phi=BA_\perp$

در شکل زیر اگر مثلث ABC را بر راستای عمود بر B یعنی بر صفحهٔ xoz تصویر کنیم، سطح OAC به‌دست می‌آید. در این صورت شار مغناطیسی گذرنده از سطح ABC همان شار گذرنده از سطح OAC خواهد بود، بنابراین:

$$\Phi=BA_\perp=0/4\times\frac{0/1\times0/1}{2}=2\times10^{-3}\text{ Wb}$$



پنجره ۲

۱ ۲۶۸۲ A

وبر واحد شار مغناطیسی و ثانیه واحد زمان است و وبر بر ثانیه یکای آهنگ تغییر شار $\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$ است، که با توجه به قانون القای فاراده متناسب با نیرو محرکهٔ القایی است:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=-\frac{\text{Wb}}{\text{s}}$$

و می‌دانیم یکای نیروی محرکه ولت است، پس $\frac{\text{Wb}}{\text{s}}$ معادل ولت است.

بازی با سوال یکای ولت. ثانیه معادل کدام یک از یکاهای زیر است؟

۱) تسلا ۲) کولن ۳) آمپر ۴) وبر

گزینهٔ ۴

B ۱ ۲۶۸۳

خط فکری برای حل این تست باید تک‌تک گزینه‌ها بررسی شود و اگر شانس بیاوریم گزینهٔ (۱) درست باشد و دیگر نیازی به بررسی بقیهٔ گزینه‌ها نیست.

برای بررسی هر گزینه باید یک رابطهٔ ریاضی که در آن کمیت مورد نظر وجود دارد را به‌کار ببرید.

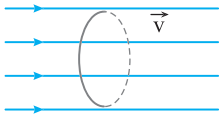
برای میدان مغناطیسی استفاده از رابطهٔ نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی بهترین انتخاب است. $F=I\ell B\sin\theta$

یکای فرعی نیرو kgm/s^2، یکای جریان آمپر (A) یکای طول (m) و نسبت‌های مثلثاتی یکا ندارند از این‌رو: $kgm/s^2=A\cdot m[B]\Rightarrow[B]=\frac{kg}{As^2}$

بنابراین نیازی به بررسی گزینه‌های دیگر نیست.

A ۱ ۲۶۸۴

با توجه به شکل با حرکت قاب نه مساحت سطح تغییر می‌کند و نه میدان و نه زاویه سطح با خطوط میدان، پس در رابطه شار $(\Phi=BA\cos\theta)$ هیچ متغیری تغییر نکرده و شار ثابت می‌ماند، حال با توجه به قانون القای فاراده داریم:



$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta\Phi=0]{\Phi_1=\Phi_2}\bar{\varepsilon}=0$

B ۴ ۲۶۸۵

خط فکری با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $(\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ هرچه تعداد حلقه‌های سیملوله بیشتر باشد، نیروی محرکهٔ القایی بیشتر است، هم‌چنین هرچه آهنگ تغییر شار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ بیشتر باشد، نیروی محرکهٔ القایی بیشتر است و هرچه تندی نزدیک شدن آهنربا به سیملوله بیشتر باشد. آهنگ تغییر شار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ بیشتر و نیروی محرکهٔ القایی بیشتر است.

تندی آهنربای (۱) و تعداد حلقه‌های سیملوله (۱) از تندی آهنربای (۲) و تعداد حلقه‌های سیملولهٔ (۲) کمتر است، بنابراین نیروی محرکهٔ القایی (۱) از (۲) کمتر است.

$$\begin{cases}v_1<v_2\\N_1<N_2\end{cases}\Rightarrow\varepsilon_1<\varepsilon_2$$

تندی آهنربای (۲) و (۳) برابر است $(v_2=v_3)$، اما تعداد حلقه‌های سیملوله (۲) از تعداد حلقه‌های سیملولهٔ (۳) بیشتر است، بنابراین:

$$\begin{cases}v_2=v_3\\N_2>N_3\end{cases}\Rightarrow\varepsilon_3<\varepsilon_2$$

تعداد حلقه‌های سیملوله‌های (۱) و (۳) برابر است $(N_1=N_3)$، اما تندی آهنربای (۱) از تندی آهنربای (۳) کمتر است، بنابراین نیروی محرکه القایی (عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد) از نیروی محرکه القایی (۳) کمتر است.

$$\begin{cases}v_1<v_3\\N_3=N_1\end{cases}\Rightarrow\varepsilon_1<\varepsilon_3$$

در نتیجه خواهیم داشت: $\varepsilon_1<\varepsilon_3<\varepsilon_2$

B ۱ ۲۶۸۶

یادآوری بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکهٔ القایی برابر است با: $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

ابتدا نیروی محرکهٔ القایی متوسط را حساب می‌کنیم.

$N=200$ حلقه، $\Phi_1=0/02Wb$ ، $\Phi_2=0/005Wb$ ، $\Delta t=0/1s$

جای‌گذاری می‌کنیم. $\bar{\varepsilon}=-200\times\frac{0/005-0/02}{0/1}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=30V$

به کمک قانون اهم جریان القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$I=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\xrightarrow{R=15\Omega}I=\frac{30}{15}=2A$

A ۱ ۲۶۸۷

خط فکری با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی در یک مدار بسته متناسب با آهنگ تغییر شار $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ است: $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

تعداد حلقه‌های پیچه $N=200$ دور و نیروی محرکهٔ القایی ۱۰۰ ولت است، بنابراین:

$100=-200\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{-1}{2}$

آهنگ تغییر شار مغناطیسی برابر $\frac{1}{2}$ وبر بر ثانیه است.

بازی با سؤال **پیچه‌ای شامل ۴۰ حلقه در میدان مغناطیسی متغیری قرار دارد. اگر تغییر شار مغناطیسی در هر حلقه در بازهٔ زمانی ۰/۱s برابر $2/5\times10^{-3}$ وبر باشد، نیرو محرکه القایی متوسط در پیچه چند ولت خواهد بود؟** کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۰/۵ ۲) ۵ ۳) ۱ ۴) ۱۰

گزینهٔ ۴

B ۲ ۲۶۸۸

۱ با تغییر میدان مغناطیسی، شار عبوری از حلقه تغییر می‌کند، بنابراین ابتدا تغییر شار را به‌دست می‌آوریم:

$\Phi_1=B_1A_1\cos\theta_1\xrightarrow[\theta_1=0]{\text{حلقه بر خطوط میدان عمود است}}\Phi_1=B_1A_1$

$\Phi_2=B_2A_2\cos\theta_2\xrightarrow[\theta_2=0]{\text{حلقه بر خطوط میدان عمود است}}\Phi_2=B_2A_2$

$\xrightarrow[A_1=A_2=A]{\text{مساحت سطح ثابت است}}\Delta\Phi=B_2A-B_1A=(B_2-B_1)A$

۲ با توجه به صورت مسئله مساحت سطح (A) برابر $200cm^2=200\times10^{-4}m^2$ بوده و میدان مغناطیسی به اندازهٔ $0/08T$ کاهش یافته است.

$\Delta\Phi=(B_2-B_1)A\xrightarrow[A=2\times10^{-2}m^2]{B_2-B_1=-0/08T}\Delta\Phi=(-8\times10^{-2})\times2\times10^{-2}$

$=-16\times10^{-4}Wb$

۳ حال با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه را به‌دست می‌آوریم:

$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{N=1}\bar{\varepsilon}=-1\times\frac{-16\times10^{-4}}{2\times10^{-2}}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=8\times10^{-2}V=0/08V$

میانبر اگر تغییر شار عبوری از یک حلقه به دلیل تغییر میدان عبوی از آن باشد:

$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{\Phi=BA\cos\theta}\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$

بازی با سؤال **پیچهٔ مسطحی که دارای ۲۰ حلقه است و مساحت هر حلقه آن $50cm^2$ است، عمود بر میدان مغناطیسی 4×10^{-2} تسلا قرار دارد. اگر در مدت ۰/۲s میدان به صفر برسد، متوسط نیروی محرکهٔ القایی در پیچه چند ولت خواهد بود؟**

۱) ۲۰ ۲) ۲ ۳) 2×10^{-1} ۴) 2×10^{-2}

گزینهٔ ۴

A ۱ ۲۶۸۹

خط فکری هرگاه میدان مغناطیسی که قاب در آن قرار دارد تغییر کند و کمیت‌های دیگر ثابت بماند، با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[\Phi_1=B_1A\cos\theta]{\Phi_2=B_2A\cos\theta}\bar{\varepsilon}=-N\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{\Delta t}$

$\xrightarrow[\text{فاکتور می‌گیریم}]{\text{از }\cos\theta\text{ و }A}\bar{\varepsilon}=-N\frac{(B_2-B_1)}{\Delta t}A\cos\theta\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$

که $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ آهنگ تغییر میدان مغناطیسی است.

۱ سطح قاب با خطوط میدان زاویهٔ 37° می‌سازد، بنابراین زاویهٔ نیم‌خط عمود بر قاب و خطوط میدان (θ) برابر 53° است.

۲ آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $\frac{\Delta B}{\Delta t}$، $0/5T/s$ است، بنابراین نیروی محرکه القایی متوسط خواهد شد.

$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta|\xrightarrow{\theta=53^\circ}$

$|\bar{\varepsilon}|=|-1\times\underbrace{0/5}_{\text{آهنگ تغییر میدان}}\times\underbrace{(10\times10\times10^{-4})}_{\text{مساحت سطح حلقه}}\times\cos53^\circ|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=3\times10^{-3}V=3mV$

B ۲۶۹۰ ۳

بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فارادی:

$$\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta\Phi=A\Delta B}\varepsilon=-NA\frac{\Delta B}{\Delta t}$$
$$\xrightarrow[\Delta B/\Delta t=-۰/۶T/s]{\varepsilon=۱/۲V,N=۵۰۰}۱/۲=-۵۰۰\times A\times(-۰/۶)$$
$$A=\frac{۱/۲}{۳۰۰}\Rightarrow A=۴\times۱۰^{-۳}m^{۲}\Rightarrow A=۴۰cm^{۲}$$

B ۲۶۹۱ ۴

خط فکری میدان مغناطیسی کمیتی برداری است و هنگامی که میدان مغناطیسی از $+B$ به $-B$ تغییر کند، اندازهٔ تغییرات میدان مغناطیسی برابر $۲B$ است.

میدان مغناطیسی در حالت اول $۰/۱T$ رو به بالا است و $B_۱=+۰/۱T$ است و در حالت دوم این میدان $۰/۱T$ رو به پایین است و $B_۲=-۰/۱T$ است.

بزرگی نیروی محرکه القایی از رابطهٔ $|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ به‌دست می‌آید.

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|\frac{B_۲A\cos\theta-B_۱A\cos\theta}{۰/۲۵}|$$

سطح حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و زاویهٔ بین نیم‌خط عمود و خطوط میدان صفر درجه است و $\cos\theta$ برابر ۱ می‌شود:

$$|\overline{\varepsilon}|=|\frac{(۱۰۰\times۱۰^{-۴})(-۰/۱)-(۰/۱)(۱۰۰\times۱۰^{-۴})}{۰/۲۵}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=\frac{۲\times۱۰^{-۳}}{۰/۲۵}=۸\times۱۰^{-۳}V$$
$$|\overline{\varepsilon}|=۸mV$$

بازی با سؤال **یک پیچه با ۲۰ دور سیم که مساحت هر حلقه آن ۱۰۰ سانتی‌متر مربع است، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گرفته است. اگر میدان مغناطیسی در مدت ۰/۲ ثانیه از ۰/۲۵ تسلا در یک جهت تا ۰/۵ تسلا در خلاف جهت اولیه تغییر کند، اندازه اختلاف پتانسیل متوسط القاشده بین دو سر پیچه چند ولت است؟**

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۰۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۱۵

گزینهٔ ۳

B ۲۶۹۲ ۴

سطح قاب بر خطوط میدان عمود است، بنابراین نیم‌خط عمود بر سطح قاب با خطوط میدان هم‌راستا است: $\theta=۰$

دقت کنید که در صورت مسئله گفته شده که بزرگی میدان مغناطیسی از $۰/۶۵T$ به $۰/۱۵T$ رسیده است و علامت یا جهت میدان مغناطیسی بیان نشده است، بنابراین مسئله دارای دو حالت است که هر حالت را جداگانه بررسی می‌کنیم.

حالت اول: اگر میدان مغناطیسی از $۰/۶۵T$ به $۰/۱۵T$ در همان جهت تغییر کرده باشد:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Phi_۲=B_۲A\cos۰^\circ=B_۲A]{\Phi_۱=B_۱A\cos۰^\circ=B_۱A}|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{B_۲A-B_۱A}{\Delta t}|$$
$$\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{(B_۲-B_۱)}{\Delta t}A|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|-۱\times\frac{۰/۱۵-۰/۶۵}{۰/۰۵}\times(۲۵\times۱۰^{-۴})|$$
$$\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|-۲۵\times۱۰^{-۴}(-۱۰)|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=۲/۵\times۱۰^{-۲}V$$

البته اگر میدان مغناطیسی از $-۰/۶۵T$ به $-۰/۱۵T$ نیز برسد، میدان مغناطیسی به اندازهٔ $۰/۸T$ تغییر کرده و بزرگی نیروی محرکهٔ القایی $۲/۵\times۱۰^{-۲}$ ولت خواهد بود. بنابراین گزینه (۱) درست است.

حالت دوم: اگر میدان مغناطیسی از $۰/۶۵T$ به $-۰/۱۵T$ تغییر کند، آنگاه خواهیم داشت:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Phi_۲=B_۲A\cos۰^\circ=AB_۲]{\Phi_۱=B_۱A\cos۰^\circ=AB_۱}|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{B_۲A-B_۱A}{\Delta t}|$$
$$\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|-۱\times\frac{-۰/۱۵-۰/۶۵}{۰/۰۵}\times(۲۵\times۱۰^{-۴})|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=۴\times۱۰^{-۲}V$$

البته اگر میدان مغناطیسی از $-۰/۶۵T$ به $۰/۱۵T$ نیز برسد، میدان مغناطیسی به اندازهٔ $۰/۸T$ تغییر کرده و بزرگی نیروی محرکهٔ القایی ۴×۱۰^{-۲} ولت خواهد بود. بنابراین گزینه (۲) درست است، از این‌رو پاسخ تست گزینهٔ (۴) است.

B ۲۶۹۳ ۲

نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به دست می‌آید:

$$\Phi_۱=AB\cos\theta\xrightarrow[\text{زاویهٔ نیم خط عمود و خطوط }۶۰^\circ\text{ است.}]{\text{زاویهٔ سطح و خطوط }۳۰^\circ\text{ و}}$$
$$\Phi_۱=\pi r^{۲}\times B\times\cos۶۰^\circ$$
$$\Rightarrow\Phi_۱=۳/۱۴\times۱۰۰\times۱۰^{-۴}\times۶۰۰۰\times۱۰^{-۴}\times\frac{۱}{۲}=۱/۵۷\times۶\times۱۰^{-۳}Wb$$
$$\Phi_۲=AB\cos\theta\xrightarrow{B=۰}\Phi_۲=۰$$
$$\overline{\varepsilon}=-۱\times\frac{-۱/۵۷\times۶\times۱۰^{-۳}}{۱۵/۷\times۱۰^{۳}}=۰/۶V$$

A ۲۶۹۴ ۴

خط فکری توان مصرفی در مقاومت پیچه و یا هر مقاومتی برابر است با: $P=\frac{V^{۲}}{R}=\frac{\varepsilon^{۲}}{R}$

۱ ابتدا مقاومت پیچه را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=۱/۷\times۱۰^{-۸}\Omega.m\ ,\ l_{\text{سیم}}=۲۰۰\pi(cm)=۲\pi(m)$$
$$A_{\text{سیم}}=۱/۷cm^{۲}=۱/۷\times۱۰^{-۴}m^{۲}\Rightarrow R_{\text{سیم}}=\rho\frac{l_{\text{سیم}}}{A_{\text{سیم}}}$$
$$\Rightarrow R_{\text{سیم}}=۱/۷\times۱۰^{-۸}\times\frac{۲\pi}{۱/۷\times۱۰^{-۴}}=۲\pi\times۱۰^{-۴}\Omega$$

۲ آهنگ تغییر میدان را بر حسب یکای SI یعنی $\frac{\text{تسلا}}{\text{ثانیه}}$ حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=۰/۰۱\frac{T}{ms}=۰/۰۱\frac{T}{ms}\times\frac{۱۰^{۳}ms}{s}\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}=۱۰\frac{T}{s}$$

۳ محیط هر حلقهٔ پیچه $۲\pi r$ است بنابراین تعداد دورهای پیچه برابر با حاصل تقسیم طول سیم بر محیط هر حلقه است.

$$N=\frac{l}{۲\pi r}\Rightarrow N=\frac{۲۰۰\pi}{۲\pi\times۱۰}\Rightarrow N=۱۰\text{ دور}$$

۴ نیروی محرکهٔ القایی را در پیچه به‌دست می‌آوریم:

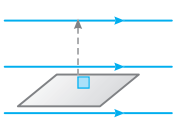
$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\theta=۰\Rightarrow\cos\theta=۱]{\text{پیچه بر خطوط میدان عمود است}}$$
$$|\overline{\varepsilon}|=|N\frac{B_۲A_{\text{حلقه}}-B_۱A_{\text{حلقه}}}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=N\frac{\Delta B}{\Delta t}A_{\text{حلقه}}$$
$$|\overline{\varepsilon}|=۱۰\times۱۰\times\pi(r^{۲})\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=۱۰\times۱۰\times\pi\times۱۰^{-۲}\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=\pi V$$

۵ توان مصرفی در پیچه خواهد شد:

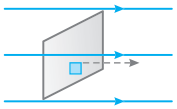
$$P=\frac{\varepsilon^{۲}}{R}\Rightarrow P=\frac{\pi^{۲}}{۲\pi\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow P=۵\pi\times۱۰^{۳}W$$

B ۲۶۹۵ ۴

در حالت اول: سطح قاب موازی با خطوط میدان مغناطیسی است و زاویهٔ بین سطح و خطوط صفر است، پس زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر قاب و خطوط میدان مغناطیسی ۹۰° است و شار مغناطیسی گذرنده از سطح خواهد شد: $\Phi_۱=BA\cos۹۰^\circ\Rightarrow\Phi_۱=۰$



در حالت دوم: سطح قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و زاویهٔ بین سطح و خطوط ۹۰° است، پس زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر قاب و خطوط میدان مغناطیسی صفر درجه است و شار مغناطیسی برابر است با:



$$\Phi_۲=BA\cos۰^\circ\Rightarrow\Phi_۲=BA\xrightarrow{A=۲۰\times۲۰=۴۰۰cm^{۲}}\Phi_۲=۱۰^{-۱}\times۴\times۱۰^{-۲}$$
$$\Rightarrow\Phi_۲=۴\times۱۰^{-۳}Wb$$

نیروی محرکهٔ القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم:

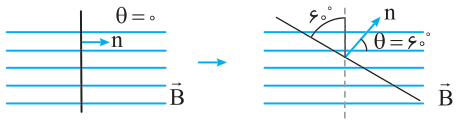
$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|۱\times\frac{۴\times۱۰^{-۳}-۰}{۰/۲}|$$
$$\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=۲\times۱۰^{-۲}V\xrightarrow{۱V=۱۰۰۰mV}|\overline{\varepsilon}|=۲۰mV$$

B ۳ ۲۶۹۶

در این مسئله تغییر شار به دلیل تغییر در زاویهٔ θ ایجاد می‌شود:

$$\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\varepsilon=-N\times\frac{BA(\cos\theta_2-\cos\theta_1)}{\Delta t}$$

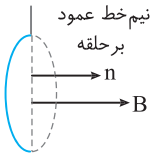
$$\varepsilon=-200\times\frac{0/25\times40\times10^{-4}\times(\cos60^\circ-\cos0^\circ)}{2\times10^{-2}}=-10^4\times10^{-4}\times10\times(\frac{1}{2}-1)=5V$$



B ۲ ۲۶۹۷

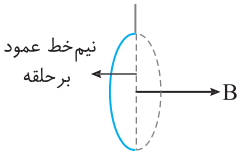
یادآوری در آهنربا خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شود.

اگر در حالت اول مطابق شکل نیم‌خط عمود بر حلقه را در جهت میدان مغناطیسی به سمت راست بگیریم، شار مغناطیسی برابر است با:



$$\Phi_1=BA\cos\theta_1\xrightarrow{\theta_1=0^\circ}\Phi_1=BA\Rightarrow\Phi_1=0/8\times50\times10^{-4}=4\times10^{-3}Wb$$

در حالت دوم حلقه 180° چرخیده و نیم‌خط عمود بر حلقه با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ 180° می‌سازد، بنابراین شار مغناطیسی برابر است با:



$$\Phi_2=BA\cos\theta_2\xrightarrow{\theta_2=180^\circ}\Phi_2=-BA$$

$$\Rightarrow\Phi_2=-0/8\times50\times10^{-4}=-4\times10^{-3}WB$$

حال نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|-1\times\frac{-4\times10^{-3}-4\times10^{-3}}{0/2}|=4\times10^{-2}V\Rightarrow0/04V$$

B ۳ ۲۶۹۸

۱ با توجه به شکل در ابتدا حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گرفته است، یعنی زاویهٔ بین حلقه و خطوط میدان 90° است، پس زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه و خطوط میدان صفر درجه است، حال با توجه به نیرو محرکهٔ القایی داده شده و قانون القای فاراده داریم:

$$\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow4=-\frac{\Phi_2-BA\cos\theta_1}{t}$$

$$\Rightarrow4=-\frac{\Phi_2-0/4\times2\times1}{0/1}\Rightarrow\Phi_2=0/4Wb$$

۲ با داشتن شار ثانویه (Φ_2) از رابطهٔ $\Phi_2=BA\cos\theta_2$، θ_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi_2=BA\cos\theta_2\Rightarrow0/4=0/4\times2\times\cos\theta_2\Rightarrow\cos\theta_2=\frac{1}{2}\Rightarrow\theta_2=60^\circ$$

۳ θ_2 زاویهٔ بین نیم‌خط عمود و خطوط میدان از ۰ تا 60° تغییر کرده بنابراین حلقه 60° چرخیده است.

A ۱ ۲۶۹۹

خط فکری میدان مغناطیسی و زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان ثابت مانده و تنها مساحت مدار تغییر کرده است، پس بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ خواهیم داشت:

تغییر مساحت سطح:

$$\varepsilon=-N\frac{BA_2\cos\theta-BA_1\cos\theta}{\Delta t}=-NB\frac{\Delta A}{\Delta t}\cos\theta$$

آهنگ تغییر سطح

با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|-N\frac{B\Delta A}{\Delta t}|\Rightarrow0/2=200\times0/4\times\frac{\Delta A}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow\frac{\Delta A}{\Delta t}=\frac{1}{400}=2/5\times10^{-3}m^2/s$$

بازی با سؤال پیچه‌ای شامل ۲۰۰ حلقه درون میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $0/4T$ طوری قرار گرفته است که سطح آن با خطوط میدان زاویهٔ 30° می‌سازد. آهنگ تغییر مساحت سطح حلقه چند cm^2/s باشد تا نیروی محرکه‌ای به بزرگی $2\times10^{-2}V$ در حلقه القا شود؟

۱) $2/5$ ۲) ۵ ۳) 5×10^{-4} ۴) $2/5\times10^{-4}$

گزینهٔ ۲

B ۴ ۲۷۰۰

۱ مساحت سطح حلقه ۲۰ درصد کاهش یافته است، بنابراین تغییر مساحت خواهد شد:

$$\Delta A=-\frac{20}{100}A_1=-0/2A_1$$

(کاهش، ۲۰ درصد)

۲ با توجه به قانون القای فاراده و نیروی محرکهٔ القایی داده شده داریم:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{\text{فقط مساحت سطح در حال تغییر است}}$$

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{BA_2\cos\theta-BA_1\cos\theta}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta A}{\Delta t}B\cos\theta|$$

۳ حلقه بر خطوط میدان عمود است، بنابراین $\theta=0$ است. میدان مغناطیسی برابر $100G=10^{-2}T$ است. داده‌ها را در رابطه قرار می‌دهیم و مساحت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$80\times10^{-3}=-100\times\frac{-0/2A_1}{0/05}\times10^{-2}\times1\Rightarrow A_1=20\times10^{-3}m^2$$

$$A_1=20\times10^{-3}m^2\times\frac{10^4cm^2}{1m^2}=200cm^2\Rightarrow A_1=200cm^2$$

A ۴ ۲۷۰۱

بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده: $\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\varepsilon=-N\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t}$

پیچه به طور کامل از میدان خارج شده یعنی $\Phi_2=0$ است. از طرفی پیچه بر میدان مغناطیسی عمود است. $(\theta=0)$ و شار مغناطیسی گذرنده از پیچه بیشینه است $(\Phi_1=BA)$.

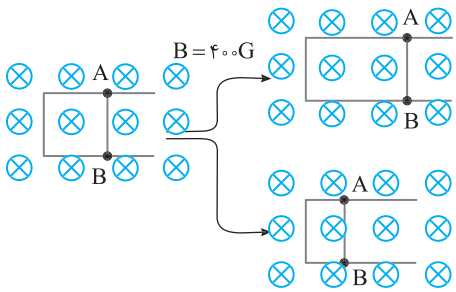
داده‌های مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$N=100,\quad A=50\times10^{-4}m^2,\quad B=200G=2\times10^{-2}T,\quad t=0/1s$$

$$\varepsilon=-N\frac{BA}{t}\Rightarrow\varepsilon=-100\times\frac{-50\times10^{-4}\times2\times10^{-2}}{0/1}\Rightarrow\varepsilon=0/1V$$

B ۳ ۲۷۰۲

خط فکری با حرکت میله به سمت راست یا چپ مطابق شکل، مساحت قاب افزایش یا کاهش می‌یابد که باعث می‌شود شار عبوری از قاب تغییر کند.



با توجه به سؤال در هر ثانیه تغییر مساحت سطح قاب $25cm^2$ است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\overline{\varepsilon}=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{\text{تنها مساحت سطح در حال تغییر است.}}|\overline{\varepsilon}|=|-1\times\frac{BA_2\cos\theta-BA_1\cos\theta}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=\frac{A_2-A_1}{\Delta t}B\cos\theta$$

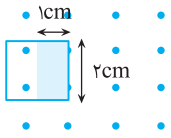
قاب عمود بر خط میدان مغناطیسی است، پس $\theta=0$ است:

$$|\overline{\varepsilon}|=\frac{25\times10^{-4}}{1}\times(400\times\underbrace{10^{-4}}_{\text{تبدیل گاوس به تسلا}})\times1=10^{-4}V=10^{-1}mV\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=0/1mV$$

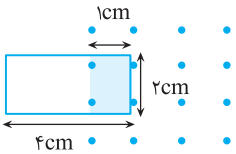
B ۲۷۰۳ ۴

اگر سرعت حلقه‌ها را یکسان و $1cm/s$ بگیریم، یعنی فرض کنیم در هر ثانیه $1cm$ از حلقه‌ها وارد میدان می‌شوند.

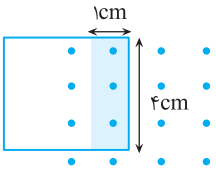
$\Delta A_1 = 2\times1 = 2cm^2$



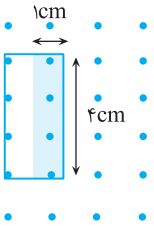
$\Delta A_2 = 2\times1 = 2cm^2$



$\Delta A_3 = 4\times1 = 4cm^2$



$\Delta A_4 = 4\times1 = 4cm^2$



با توجه به رابطهٔ $\bar{\varepsilon} = -n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -NB\frac{\Delta A}{\Delta t}$، بنابراین: $\varepsilon_4 = \varepsilon_3 > \varepsilon_1 = \varepsilon_2$

B ۲۷۰۴ ۳

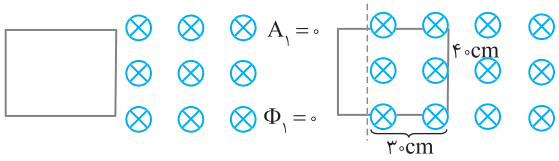
در رابطهٔ $\Phi = BA\cos\theta$ منظور از A مساحت سطحی از یک قاب یا پیچه است که درون میدان مغناطیسی قرار گرفته است.

خط فکری با توجه به سرعت $3m/s$، به این نتیجه می‌رسیم که قاب در هر ثانیه، به اندازهٔ $3m$ به سمت راست حرکت می‌کند، حال گفته شده قاب $30cm$، جابه‌جا شود، ابتدا با استفاده از تناسب مدت زمان حرکت را به‌دست می‌آوریم، در گام بعدی مساحت سطح قابی که درون میدان قرار می‌گیرد را به‌دست می‌آوریم و در آخر با استفاده از قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را حساب می‌کنیم:

۱ قاب در هر ثانیه $3m$ یا $300cm$ به سمت راست جابه‌جا می‌شود، با تناسب زیر مدت زمان جابه‌جایی $30cm$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1s}{\Delta t}\ \Big|\ \frac{300cm}{30cm} \Rightarrow \Delta t = 0/1s$$

۲ در ابتدا قاب در میدان نبوده و مساحت سطح (A) را در رابطهٔ شار باید صفر قرار داد و در حالت دوم $30cm$ از قاب درون میدان است، بنابراین:



$A_2 = 30\times40 = 1200cm^2 \Rightarrow A_2 = 12\times10^{-2}m^2$

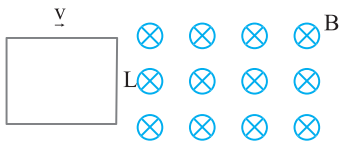
$\Phi_2 = BA_2\cos\theta_2 \xrightarrow{\theta_2=0} \Phi_2 = 0/5\times12\times10^{-2}\times1 = 6\times10^{-2}Wb$

۳ نیروی محرکهٔ القایی متوسط برابر است با:

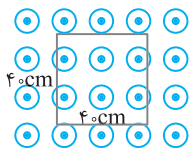
$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| = |-20\times\frac{6\times10^{-2}-0}{0/1}| = 12V$$

میانبر هرگاه مربع یا مستطیلی با ضلعی به طول L و با سرعت v وارد میدان مغناطیسی شود و یا از آن خارج شود می‌توان از رابطهٔ زیر نیز استفاده کرد:

$\bar{\varepsilon} = BLv$



بازی با سوال مطابق شکل زیر، قاب مربعی شکلی با طول ضلع $40cm$ بر خطوط میدان مغناطیسی به بزرگی $B = 5\times10^{-2}T$ عمود است. اگر سطح قاب در مدت $100ms$ کاملاً از میدان خارج شود، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در قاب چند ولت است؟



۱) ۰/۸ ۲) ۰/۰۸ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۰۴

گزینهٔ ۲

B ۲۷۰۵ ۱

۱ پس از $1s$ مساحت سطح $2/5cm^2$ افزایش می‌یابد، بنابراین پس از $4s$ مساحت سطح $4\times2/5 = 10cm^2$ افزایش می‌یابد:

$A_2 = A_1 + 10 \Rightarrow A_2 = 30cm^2$

۲ پس از $1s$ میدان مغناطیسی $5G$ کاهش می‌یابد. بنابراین پس از $4s$ میدان مغناطیسی $4\times5 = 20G$ کاهش می‌یابد: $B_2 = B_1 - 20 \Rightarrow B_2 = 60-20 = 40G$

۳ شار اولیه و شار نهایی را به‌دست می‌آوریم:

$\Phi_1 = B_1A_1\cos\theta \xrightarrow[\theta=0]{\text{حلقه بر خطوط میدان عمود است}}$

$\Phi_1 = 60\times10^{-4}\times20\times10^{-4} = 12\times10^{-6}Wb$

$\Phi_2 = B_2A_2\cos\theta \xrightarrow[\theta=0]{\text{حلقه بر خطوط میدان عمود است}}$

$\Phi_2 = 40\times10^{-4}\times30\times10^{-4} = 12\times10^{-6}Wb$

۴ $\Phi_1 = \Phi_2$ است، بنابراین در مدت $4s$ تغییر شار عبوری از حلقه صفر بوده و نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه صفر است.

B ۲۷۰۶ ۳

خط فکری به ازای هر زمان دلخواهی می‌توان به وسیلهٔ رابطه شار - زمان، شار گذرنده از حلقه را به‌دست آورد. برای به‌دست آوردن نیروی محرکهٔ القایی $(\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ باید شار را در دو لحظهٔ اولیه و ثانویه بیان شده به‌دست آورده و $\Delta\Phi$ را حساب کنیم.

نکته ثانیهٔ nام یعنی بازهٔ زمانی بین $t-1$ تا t، بنابراین ثانیهٔ اول یعنی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 1s$

۱ شار عبوری در لحظهٔ $t_1 = 0$ و $t_2 = 1s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0, \Phi_1 = 2Wb \\ t_2 = 1s, \Phi_2 = 3-2+2 = 3Wb \end{cases}$$

۲ با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| = |-\frac{3-2}{1-0}| = 1V$$

بازی با سوال شار مغناطیسی گذرنده از پیچه مسطحی که دارای ۵۰۰ حلقه است با تابع $\Phi = 0/4t+6$ وابسته به زمان است. نیروی محرکه القا شده متوسط در پیچه در ثانیه سوم چند ولت است؟ (یکاها در SI)

۱) ۲ ۲) ۲۰ ۳) ۲۰۰ ۴) قابل محاسبه نیست.

گزینهٔ ۳

۴ ۲۷۰۷ B

ابتدا شار مغناطیسی در دو لحظهٔ $t_1=0/01s$ و $t_2=0/03s$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\Phi=0/02\cos 50\pi t\Rightarrow\begin{cases}t_1=0/01s\Rightarrow\Phi_1=0/02\cos\frac{\pi}{2}=0\\ t_2=0/03s\Rightarrow\Phi_2=0/03\cos\frac{3\pi}{2}=0\end{cases}$$

بنابراین $\Delta\Phi=0$ بوده و نیروی محرکهٔ القایی متوسط $\varepsilon_{av}=-N\Delta\Phi/\Delta t$ نیز صفر است.

بازی با سؤال معادلهٔ شار مغناطیسی عبوری از یک پیچه که شامل ۶۰ حلقه است، در SI به صورت $\Phi=4\times10^{-3}\cos100\pi t$ است. اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه در بازهٔ زمانی $t=\frac{1}{200}s$ تا $t_2=\frac{1}{100}s$ چند ولت است؟ ریاضی - ۹۸

۱) ۲/۴ ۲) ۴/۸ ۳) ۲۴ ۴) ۴۸

گزینهٔ ۳

۴ ۲۷۰۸ B

خط فکری در صورت مسئله هیچ بازهٔ زمانی گفته نشده است، پس باید با یک رابطهٔ کلی با یک بازهٔ زمانی دلخواه، نیرو محرکهٔ القایی متوسط را به‌دست آورد.

۱ برای بازهٔ زمانی دلخواه t_1 تا t_2، نیروی محرکه القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم. به این منظور، شار در لحظه‌های t_1 و t_2 را حساب می‌کنیم.

$$\Phi=5t\xrightarrow{t=t_1}\Phi_1=5t\ ,\ \Phi=5t\xrightarrow{t=t_2}\Phi_2=5t_2$$

۲ حال با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Phi_2-\Phi_1}{t_2-t_1}$$

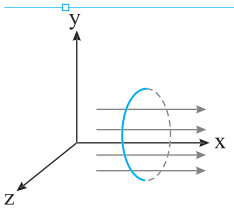
$$\xrightarrow{N=1}\overline{\varepsilon}=-\frac{5t_2-5t_1}{t_2-t_1}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=\frac{-5(t_2-t_1)}{t_2-t_1}=-5V$$

پس نیروی محرکهٔ حاصل برای بازهٔ زمانی دلخواه، مقدار ثابتی است و گزینهٔ (۴) درست است.

میانبر هرگاه معادلهٔ شار برحسب زمان درجهٔ اول باشد، $\Phi=at+b$، آهنگ تغییر شار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ برابر a خواهد بود.

۲ ۲۷۰۹ B

خط فکری مطابق شکل زیر سطح پیچه عمود بر محور xها است و تنها مؤلفهٔ $B_x=0/6t$ سبب عبور شار مغناطیسی از سیم‌پیچ می‌شود.



۱ مساحت سطح پیچه را به‌دست می‌آوریم:

$$A=\pi r^2\Rightarrow A=3\times100\Rightarrow A=300cm^2=3\times10^{-2}m^2$$

۲ میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی را در لحظه‌های $t=0$ و $t=8s$ به‌دست می‌آوریم:

$$B_x=0/6t\xrightarrow{t_1=0}B_{1x}=0\ ,\ B_x=0/6t\xrightarrow{t_2=8s}B_{2x}=4/8T$$

$$\Phi=BA\cos\theta\begin{cases}\rightarrow\Phi_1=B_1A\cos0\Rightarrow\Phi_1=0\\ \rightarrow\Phi_2=B_2A\cos0\Rightarrow\Phi_2=4/8\times3\times10^{-2}=0/144Wb\end{cases}$$

۳ نیروی محرکهٔ القایی متوسط برابر است با:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=200\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t}\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=200\times\frac{0/144}{8}=3/6V$$

۱ ۲۷۱۰ B

یادآوری میدان مغناطیسی سیملوله حامل جریان I برابر $B=\mu_0\frac{N}{L}I$ بوده که این میدان بر سطح حلقه‌های سیملوله عمود است.

۱ در دو حالت میدان مغناطیسی را به‌دست می‌آوریم:

$$B_1=\mu_0\frac{N}{L}I_1\xrightarrow{I_1=25A}B_1=4\pi\times10^{-7}\times\frac{100}{25\times10^{-2}}\times25\Rightarrow B_1=4\pi\times10^{-3}T$$

$$B_2=\mu_0\frac{N}{L}I_2\xrightarrow{I_2=0}B_2=0$$

۲ تغییر شار را حساب می‌کنیم:

$$\Phi_1=B_1A\cos\theta\xrightarrow[A=\pi\times10^{-2}m^2]{\theta=0\ ,\ A=\pi r^2}\Phi_1=(4\pi\times10^{-3})(\pi\times10^{-2})=4\pi^2\times10^{-5}Wb$$

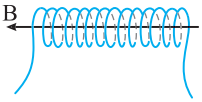
$$\Phi_2=B_2A\cos\theta\xrightarrow{B_2=0}\Phi_2=0$$

۳ نیروی محرکهٔ القایی متوسط خواهد شد:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-100\times\frac{0-4\pi^2\times10^{-5}}{2\times10^{-2}}=0/2\pi^2V$$

۲ ۲۷۱۱ B

یادآوری ۱ میدان مغناطیسی درون سیملوله بر سطح حلقه‌های سیملوله عمود است:



یادآوری ۲ اگر طول سیم برابر L و شعاع حلقه‌های ساخته شده توسط آن r و تعداد حلقه‌ها برابر N باشد. آن‌گاه: $N=\frac{L}{2\pi r}$

۱ ابتدا با توجه به نیروی محرکهٔ القایی و آهنگ میدان مغناطیسی، مساحت سطح هر حلقهٔ سیملوله را به‌دست می‌آوریم:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{N=50}|\overline{\varepsilon}|=|-50\times\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=50A|\frac{\Delta B}{\Delta t}\cos\theta|\xrightarrow[\frac{\Delta B}{\Delta t}=0/2]{\theta=0}0/3=50(A\times0/2)\Rightarrow A=3\times10^{-2}m^2$$

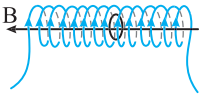
۲ با توجه به مساحت سطح حلقه‌ها، شعاع حلقه‌های سیملوله را حساب می‌کنیم:

$$A=\pi r^2=3\times10^{-2}\xrightarrow{\pi=3}r^2=10^{-2}\Rightarrow r=0/1m$$

۳ طول سیمی که سیملوله از آن ساخته شده است خواهد شد:

$$N=\frac{L}{2\pi r}\Rightarrow50=\frac{L}{2\times3\times0/1}\Rightarrow L=50\times0/6\Rightarrow L=30m$$

۱ ۲۷۱۲ B



حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی سیملوله قرار دارد، بنابراین زاویهٔ بین سطح حلقه و خطوط میدان $\theta=0$ است.

با توجه به رابطه میدان مغناطیسی سیملوله $(B=\mu_0\frac{N}{L}I)$ میدان مغناطیسی با جریان رابطهٔ مستقیم دارد. بنابراین اگر جریان ۲۰ درصد کاهش یابد، میدان مغناطیسی نیز ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. با توجه به رابطهٔ شار $(\Phi=BA\cos\theta)$، B و Φ نیز با هم رابطهٔ مستقیم دارند پس با کاهش ۲۰ درصدی میدان مغناطیسی، شار عبوری از حلقه نیز ۲۰ درصد کاهش می‌یابد:

$$\Delta\Phi=-\frac{\overset{\text{کاهش}}{\overset{\nearrow}{20}}}{\underset{\text{۲۰ درصد}}{\underbrace{100}}}\Phi_1\Rightarrow\Delta\Phi=-\frac{20}{100}\times6\times10^{-2}=-1/2\times10^{-2}Wb$$

بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکه القایی حلقه برابر خواهد شد با:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-1\times\frac{-1/2\times10^{-2}}{0/1}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=0/12V$$

۳ ۲۷۱۳ A

خط فکری از دو قانون القای فاراده و اهم می‌توان نتیجه گرفت:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\ ,\ R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=\overline{\varepsilon}}I=\frac{\overline{\varepsilon}}{R}\Rightarrow I=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

با توجه به رابطهٔ جریان القایی $I=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$، جریان القایی با تغییرات شار مغناطیسی نسبت مستقیم و با مقاومت پیچه نسبت وارون دارد.

A ۲۷۱۴ ۴

با توجه به قانون القای فاراده و قانون اهم می‌توان نوشت:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\ ,\ R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=\bar{\varepsilon}}I=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

بنابراین برای ایجاد جریان القایی باید شار عبوری از حلقه تغییر کند.

گزارهٔ (الف): شار عبوری از حلقه برابر $\Phi=BA\cos\theta$ است، اگر جهت میدان مغناطیسی تغییر کند، در رابطهٔ شار، میدان مغناطیسی تغییر کرده و در حلقه به علت تغییر شار، جریان القا می‌شود و گزاره (الف) درست است.

گزاره‌های (ب) و (پ): با چرخیدن سطح حول محور x و y نیز زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه و خطوط میدان مغناطیسی (θ)، تغییر کرده که باعث تغییر شار مغناطیس گذرنده از حلقه می‌شود و گزاره‌های (ب) و (پ) نیز درست‌اند.

A ۲۷۱۵ ۳

۱ ابتدا نیروی محرکهٔ القایی متوسط را به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|-1\times\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|1-\frac{0-0/08}{0/02}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=4V$$

۲ حال با داشتن نیروی محرکه القایی و مقاومت الکتریکی با استفاده از قانون اهم، جریان القا شده در پیچه را حساب می‌کنیم.

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{4}{10}\Rightarrow\bar{I}=0/4A$$

میانبر با توجه به قانون القای فاراده و قانون اهم به‌طور مستقیم می‌توان جریان القایی را به‌دست آورد:

$$\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

B ۲۷۱۶ ۳

ابتدا به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را حساب می‌کنیم.

$$\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-N\frac{A\Delta B}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta B/\Delta t=-0/1T/s]{N=400,A=15cm^2}$$

$$\varepsilon=-400\times15\times10^{-4}\times(-0/1)\Rightarrow\varepsilon=0/06V$$

جریان الکتریکی را به‌دست می‌آوریم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R}\Rightarrow I=\frac{0/06}{0/2}\Rightarrow I=0/3A$$

B ۲۷۱۷ ۲

خط فکری ابتدا با توجه به قانون القای فاراده و قانون اهم، آهنگ تغییر شار عبوری از سیملوله را به‌دست می‌آوریم، سپس با توجه به اینکه تنها میدان مغناطیسی در حال تغییر است آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $(\frac{\Delta B}{\Delta t})$ را حساب می‌کنیم.

۱ آهنگ تغییر شار عبوری از سیملوله برابر است با:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\ ,\ \bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-500}{10}\times\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{\bar{I}=10^{-3}}10^{-3}=-50\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{1}{5}\times10^{-4}$$

۲ سطح مقطع سیملوله بر میدان مغناطیسی عمود است، بنابراین نیم‌خط عمود بر حلقه‌ها هم‌جهت میدان مغناطیسی است:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{\Delta t}\xrightarrow{\theta=0}\frac{\Delta B}{\Delta t}A=-\frac{1}{5}\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}\times25\times10^{-4}=\frac{-1}{5}\times10^{-4}\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{-1}{125}T/s$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=-8\times10^{-3}T/s\xrightarrow[\text{خواسته شده است mT/s}]{\text{بزرگی این آهنگ برحسب}}|\frac{\Delta B}{\Delta t}|=8mT/s$$

بازی با سؤال **سیملوله‌ای با ۱۰۰۰ دور، مقاومت الکتریکی ۵ اهم و مساحت سطح مقطع $25cm^2$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت ۴۰۰G به‌گونه‌ای قرار گرفته که محور سیملوله با خطوط میدان موازی است. برای آنکه جریان متوسطی برابر ۱۰mA در سیملوله القا شود، در چه مدت باید میدان مغناطیسی صفر شود؟**

۱) ۰/۲ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۰/۵

گزینهٔ ۲

B ۲۷۱۸ ۱

۱ مقاومت هر حلقه ۰/۲ اهم است و پیچه N حلقه دارد، پس مقاومت کل پیچه برابر است با:

$$R_{\text{پیچه}}=N\times0/2\Rightarrow R_{\text{پیچه}}=0/2N(\Omega)$$

۲ حال با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}_{\text{پیچه}}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow{\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=0/2Wb/s}|\bar{\varepsilon}_{\text{پیچه}}|=|-N\times0/2|\Rightarrow\bar{\varepsilon}_{\text{پیچه}}=0/2N(V)$$

۳ با استفاده از قانون اهم، جریان القا شده در پیچه خواهد شد:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R_{\text{پیچه}}}\Rightarrow\bar{I}=\frac{0/2N}{0/2N}=1A$$

A ۲۷۱۹ ۳

۱ ابتدا نیروی محرکه القا شده در حلقه را به‌دست می‌آوریم:

$$V=IR=0/2\times0/3\xrightarrow{V=\varepsilon}\varepsilon=0/06V$$

۲ بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|\bar{\varepsilon}|=|-\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta|\xrightarrow[\theta=0]{A=\pi R^2}$$

$$0/06=\frac{\Delta B}{\Delta t}\times3\times0/01\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}=2T/s$$

میانبر برای حل سؤال به‌طور مستقیم از رابطهٔ $|\bar{I}|=|\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ استفاده می‌کنیم.

$$0/2=\frac{1}{0/3}\times\frac{\Delta B}{\Delta t}\times A\Rightarrow0/06=(\frac{\Delta B}{\Delta t})\pi r^2\Rightarrow0/06=(\frac{\Delta B}{\Delta t})(3\times10^{-2})$$

$$\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}=2T/s$$

بازی با سؤال **پیچه‌ای با ۴۰۰ دور سیم، مقاومت 3Ω دارد. مقطع این پیچه که مساحت $2\times10^{-2}m^2$ دارد، عمود بر یک میدان مغناطیسی است. این میدان با چه آهنگی برحسب تسلا بر ثانیه تغییر کند تا جریانی به بزرگی 4mA در پیچه القا شود؟**

کنکور دهه‌های گذشته

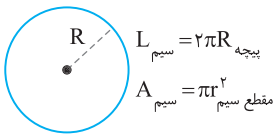
۱) $1/5\times10^{-2}$ ۲) $1/2\times10^{-2}$ ۳) $\frac{3}{2}\times10^{-3}$ ۴) $\frac{2}{3}\times10^{-3}$

گزینهٔ ۳

B ۲۷۲۰ ۱

خط فکری با توجه به قانون اهم $R=\frac{V}{I}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=\bar{I}R$ برای به‌دست آوردن نیروی محرکهٔ القایی ابتدا باید با استفاده از رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ مقاومت حلقه را به‌دست آوریم و سپس با استفاده از قانون اهم، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم و در گام آخر از قانون القای فاراده $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ برای به‌دست آوردن آهنگ میدان مغناطیسی استفاده می‌کنیم.

۱ مقاومت حلقه را به‌دست می‌آوریم. در رابطهٔ مقاومت حلقه $R=\rho\frac{L}{A}$، منظور از L طول سیمی است که با آن حلقه‌ای به شعاع 2cm ساخته شده است، بنابراین $L=2\pi R_{\text{پیچه}}$ است و منظور از A، مساحت سطح مقطع سیم ($\pi r^2_{\text{مقطع سیم}}$) است:



$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R=1/7\times10^{-8}\times\frac{2\pi\times2\times10^{-2}}{\pi\times(2\times10^{-3})^2}$$

$$=\frac{1/7\times10^{-8}\times4\pi\times10^{-2}}{4\pi\times10^{-6}}\Rightarrow R=1/7\times10^{-4}\Omega$$

۲ با توجه به جریان القایی و مقاومت الکتریکی به‌دست آمده نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=\bar{I}R\Rightarrow\bar{\varepsilon}=0/2\times1/7\times10^{-4}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=0/34\times10^{-4}V$$

۳ با توجه به سؤال تنها میدان مغناطیسی عبوری از حلقه در حال تغییر است:

$$\begin{cases}\overline{\varepsilon}=-N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\\ \Delta\Phi=B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta\end{cases}\Rightarrow 0/34\times10^{-4}=\left|-1\times\frac{(B_2-B_1)A\cos\theta}{\Delta t}\right|$$

$$\xrightarrow[\text{حلقه عمود بر خطوط}]{\theta=0}0/34\times10^{-4}=\pi(2\times10^{-2})^2\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)\times1$$

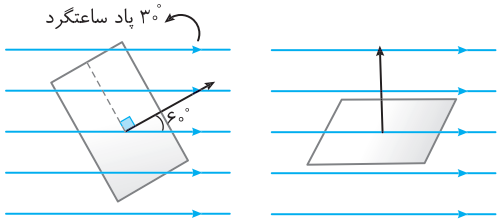
$$\xrightarrow{n=3}34\times10^{-6}=12\times10^{-4}\frac{\Delta B}{\Delta t}\Rightarrow\frac{\Delta B}{\Delta t}\simeq2/8\times10^{-2}=0/028\,T/s$$

B ۲۷۲۱ ۱

۱ ابتدا تغییر شار را حساب می‌کنیم. در ابتدا نیم‌خط و عمود بر سطح قاب با خطوط میدان زاویهٔ ۶۰° $(\theta_1=60^\circ)$ می‌سازد. اگر قاب پادساعتگرد ۳۰° بچرخد، نیم‌خط عمود بر قاب نیز ۳۰°، پادساعتگرد می‌چرخد، پس زاویه‌ای که نیم‌خط عمود بر قاب با خطوط میدان مغناطیسی در حالت دوم می‌سازد برابر ۹۰° است:

$$\Phi_1=BA\cos\theta_1\xrightarrow{\theta_1=60^\circ}\Phi_1=BA\cos60^\circ=\frac{BA}{2}$$

$$\Phi_2=BA\cos\theta_2\xrightarrow{\theta_2=90^\circ}\Phi_2=BA\cos90^\circ=0$$



۲ با استفاده از قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-1\times\frac{0-BA}{2\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=\frac{BA}{2\Delta t}$$

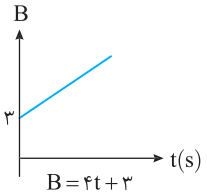
$$\xrightarrow[B=10^2G]{A=20cm^2}\overline{\varepsilon}=\frac{(100\times10^{-4})(2\times10^{-3})}{2\times10\times10^{-3}}=10^{-3}V$$

۳ با استفاده از قانون اهم، جریان متوسط القایی را حساب می‌کنیم:

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{R=5\Omega}5=\frac{10^{-3}}{I}\Rightarrow\overline{I}=\frac{1}{5}\times10^{-3}A=\frac{1}{5}mA=0/2mA$$

B ۲۷۲۲ ۲

خط فکری نمودار $B-t$ یک خط راست به‌صورت مقابل است، بنابراین آهنگ تغییر میدان برابر شیب این خط است و در تمام بازه‌های زمانی یکسان است: $\frac{\Delta B}{\Delta t}=$ شیب نمودار $=4$



۱ با استفاده از قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-N\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{\Delta t}\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

$$\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-1\times(4)\times(500\times10^{-4})\times1\Rightarrow\overline{\varepsilon}=-0/2V$$

۲ حال با استفاده از قانون اهم جریان برقرار در مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$\overline{I}=\frac{\overline{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\overline{I}=\frac{0/2}{4}=0/05A$$

بازی با سؤال یک پیچه شامل ۲۰۰۰ دور که مساحت هر حلقه آن $40cm^2$ است عمود بر میدان مغناطیسی B قرار دارد و میدان مغناطیسی در SI به‌صورت $B=2\times10^{-3}\cos(5\pi t+\frac{\pi}{6})$ است. اگر مقاومت الکتریکی پیچه ۵ اهم و دو سر آن به دو سر مقاومت 20Ω متصل باشد، جریان متوسط مقاومت در مدت ۰/۲s تا ۰/۳s برابر چند میلی‌آمپر است؟ $(\sqrt{3}\approx1/7)$

۱) ۸/۶۴ ۲) $1/22\times10^{-3}$ ۳) ۰/۸۶۴ ۴) ۱/۲۲

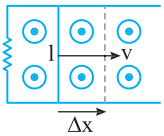
گزینهٔ ۱

B ۲۷۲۳ ۲

با حرکت میله مساحت قاب در حال افزایش است. ابتدا با استفاده از قانون اهم، نیرو محرکهٔ را به‌دست می‌آوریم:

$$|\overline{I}|=\frac{|\overline{\varepsilon}|}{R}\Rightarrow0/5=\frac{|\overline{\varepsilon}|}{0/2}\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=0/1V$$

مساحت سطح قاب در حال تغییر است، طبق قانون القای فاراده داریم:



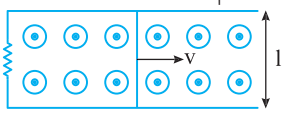
$$|\overline{\varepsilon}|=|N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\theta=0]{\Phi=BA\cos\theta}|\overline{\varepsilon}|=|N\frac{B\Delta A}{\Delta t}|$$

$$0/1=1\times\frac{0/1\times\Delta A}{\Delta t}\xrightarrow{A=l\Delta x=0/25\Delta x}$$

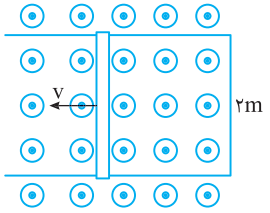
$$0/1=0/1\times0/25\times\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{\frac{\Delta x}{\Delta t}=v}1=0/25v$$

$$\Rightarrow v=4m/s$$

میانبر برای سؤالاتی مشابه این سؤال که با حرکت میلهٔ رسانا مساحت سطح قاب در حال افزایش است، داریم: $\varepsilon=vBl\Rightarrow0/1=v\times0/1\times0/25\Rightarrow v=4m/s$



بازی با سؤال در شکل روبه‌رو یک میله فلزی با تندی $0/5m/s$ و مقاومت $0/2\Omega$ به سمت چپ در حال حرکت است. اگر قاب به صورت عمود بر خطوط میدان مغناطیسی به بزرگی ۰/۲ تسلا قرار داشته باشد توان الکتریکی مصرفی میله فلزی چند وات است؟



۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۱ ۴) ۲

گزینهٔ ۳

B ۲۷۲۴ ۱

یادآوری هر گاه سطح حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی باشد در رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$، θ برابر صفر بوده و $\Phi_{max}=BA$ است.

خط فکری با حرکت میلهٔ فلزی مطابق شکل زیر مساحت سطح مدار افزایش می‌یابد و با توجه به رابطهٔ شار $\Phi=AB\cos\theta$ با افزایش سطح مدار، شار عبوری از آن افزایش یافته و این یعنی تغییر شار و ایجاد نیرو محرکهٔ القایی در مدار

۱ تغییر شار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta A=L\Delta x$$

$$\Delta\Phi=BA_2-BA_1\Rightarrow\Delta\Phi=B\Delta A=BL\Delta x$$

نکته در حرکت با سرعت ثابت داریم: $v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{بازه زمانی}}$

۲ با توجه به قانون القای فاراده $|\varepsilon|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ می‌توان نوشت:

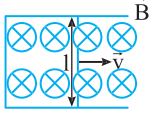
$$|\varepsilon|=|-1\times\frac{BL\Delta x}{\Delta t}|\Rightarrow\varepsilon=BL(\frac{\Delta x}{\Delta t})\xrightarrow{v=\frac{\Delta x}{\Delta t}}\varepsilon=BLv$$

$$\Rightarrow\varepsilon=0/2\times0/3\times20=1/2V$$

۳ حال با استفاده از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ توان مصرفی را حساب می‌کنیم:

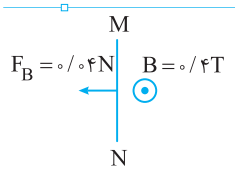
$$P=\frac{V^2}{R}\xrightarrow[R=4\Omega]{V=1/2V}P=\frac{1/2\times1/2}{4}=0/36W$$

میانبر در رساناهای U شکل که با حرکت میلهٔ فلزی مساحت سطح آن در حال تغییر است، می‌توان گفت: $\varepsilon=BLv$



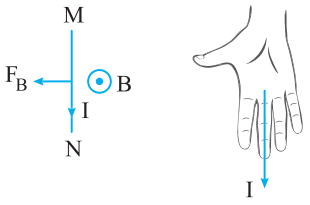
۱ ۲۷۲۵ C

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم از رابطهٔ $F=ILB\sin\theta$ به‌دست می‌آید که در این مسأله I جریانی است که در اثر حرکت میله در آن القا می‌شود:

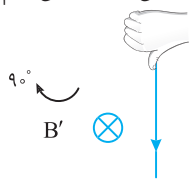


$$F=ILB\sin\theta \xrightarrow[L=۴۰cm=۰/۴m]{\theta=۹۰^\circ} ۰/۰۴=I\times۰/۴\times۰/۴\Rightarrow I=۰/۲۵A$$

حال با توجه به قاعدهٔ دست راست برای نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی جهت جریان القایی را به‌دست می‌آوریم:



جریان I به سمت پایین است. حال با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی سیم حامل جریان جهت میدان القایی را به‌دست می‌آوریم:



چون B و B' خلاف جهت هم‌اند، پس طبق قانون لنز باید با افزایش شار مخالفت شده باشد بنابراین میلهٔ MN به سمت راست کشیده شده است.

نکته البته می‌توانستیم بگوییم که نیروی F_B به سمت چپ است از طرفی این نیرو به دلیل قانون لنز با جهت حرکت میله که عامل تغییر شار است، مخالفت می‌کند پس نیرو میله به سمت راست کشیده شده باشد.

حال با توجه به رابطهٔ $\varepsilon=BLv$ نیرو محرکه القایی و با استفاده از $R=\frac{V}{I}$ جریان القایی را حساب می‌کنیم:

$$R=\frac{BLv}{I}\Rightarrow ۱/۶=\frac{۰/۴\times۰/۴\times v}{۰/۲۵}$$

$$v=۲/۵m/s \xrightarrow{\text{چون به سمت راست کشیده می‌شود}} \vec{v}=۲/۵\vec{i}$$

۲ ۲۷۲۶ A

خط فکری با توجه به قانون القای فاراده و قانون اهم رابطهٔ جریان به صورت روبه‌رو است: $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, $\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

مقدار بار شارش شده به واسطهٔ جریان القایی از رابطهٔ $|q|=|I\Delta t|$ به‌دست می‌آید

بنابراین: $|q|=|I\Delta t|\Rightarrow|q|=|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\times\Delta t|\Rightarrow|q|=|-\frac{N}{R}\Delta\Phi|$

نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ و جریان القایی از رابطهٔ $\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید که به زمان (Δt) بستگی دارد، اما بار شارش شده $q=\frac{N}{R}\Delta\Phi$ به زمان بستگی ندارد.

۳ ۲۷۲۷ B

۱ نیروی محرکهٔ القایی را با توجه به قانون القا به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-۲۰۰\times\frac{\Phi_۲-\Phi_۱}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-۲۰۰\times\frac{-۰/۰۵}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=\frac{۱۰}{\Delta t}$$

۲ با قانون اهم، جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=\bar{\varepsilon}}\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\frac{۱۰}{\Delta t}}{۱۰}=\frac{۱}{\Delta t}$$

۳ بار شارش شده در این بازهٔ زمانی را حساب می‌کنیم:

$$q=\bar{I}\Delta t\Rightarrow q=\frac{۱}{\Delta t}\times\Delta t\Rightarrow q=۱C$$

میانبر بار گذرنده از هر مقطع پیچه در اثر تغییر شار از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\Delta q=N\frac{\Delta\Phi}{R}\Rightarrow\Delta q=۲۰۰\times\frac{۰/۰۵}{۱۰}\Rightarrow\Delta q=۱C$$

بازی با سوال **شار مغناطیسی که از یک سیم‌پیچ شامل ۱۰۰ حلقه و مقاومت ۵ اهم عبور می‌کند، برابر ۰/۲ وبر است. اگر این شار به‌طور یکنواخت کاهش یافته و در مدت $\frac{۱}{۱۰۰}$ ثانیه به صفر برسد، مقدار بار القایی چند کولن است؟**

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) صفر

گزینهٔ ۳

۴ ۲۷۲۸ B

۱ ابتدا مقاومت حلقه را به‌دست می‌آوریم، به ازای هر متر از سیم مقاومت ۲Ω است، برای ساختن حلقه‌ای به شعاع ۰/۱m باید به اندازهٔ محیط حلقه سیم به کار رود بنابراین طول سیم برابر است با: $L=۲\pi r\Rightarrow L=۲\times۳\times۰/۱=۰/۶m$

و مقاومت سیم خواهد شد:

۱m	۲Ω
۰/۶m	R=?

$\Rightarrow R=۱/۲\Omega$

۲ جریان القا شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\ ,\ \bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta\Phi=۰/۶Wb}\bar{I}=\frac{-۱}{۱/۲}\times\frac{۰/۶}{\Delta t}$$

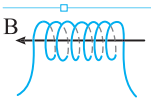
۳ مقدار بار شارش شده در این مدت را با استفاده از رابطهٔ $|\Delta q|=|\bar{I}\Delta t|$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta q=\underbrace{\frac{۱}{۱/۲}\times\frac{۰/۶}{\Delta t}}_{\bar{I}}\times\Delta t\Rightarrow\Delta q=۰/۵C=۵۰۰mC$$

میانبر مقدار بار شارش شده را می‌توان مستقیم از رابطهٔ $\Delta q=\frac{N}{R}\Delta\Phi$ به‌دست آورد:

$$\Delta q=\frac{۱}{۱/۲}\times۰/۶=۰/۵C$$

۲ ۲۷۲۹ A



۱ ابتدا تغییر شار عبوری از سیملوله و نیروی محرکهٔ القایی در آن را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱\Rightarrow\Delta\Phi=B_۲A\cos\theta-B_۱A\cos\theta$$

$$\xrightarrow[\theta=۰\text{ است.}]{\text{میدان هم‌راستای محور سیملوله}}\Delta\Phi=(B_۲-B_۱)A$$

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-NA\frac{\Delta B}{\Delta t}\xrightarrow[B_۱=۱/۶T]{B_۲=-۱/۶T}$$

$$\bar{\varepsilon}=۱۰۰\times۱/۲\times۱۰^{-۳}\times\frac{-۳/۲}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=\frac{۳/۲\times۰/۱۲}{\Delta t}$$

۲ حال با توجه به قانون اهم جریان را حساب می‌کنیم:

$$\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\Rightarrow\bar{I}=\frac{\frac{۳/۲\times۰/۱۲}{\Delta t}}{۱۲}\Rightarrow\bar{I}=\frac{۳/۲\times۱۰^{-۲}}{\Delta t}$$

۳ بار شارش شده از هر مقطع در این مدت برابر است با:

$$\Delta q=\bar{I}\Delta t\Rightarrow\Delta q=\frac{۳/۲\times۱۰^{-۲}}{\Delta t}\times\Delta t\Rightarrow\Delta q=۳/۲\times۱۰^{-۲}C$$

۴ تعداد الکترون‌های شارش شده را از رابطهٔ $q=ne$ حساب می‌کنیم:

$$q=ne\Rightarrow۳/۲\times۱۰^{-۲}=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}n\Rightarrow n=۲\times۱۰^{۱۷}$$

میانبر راحت‌تر بود بار شارش شده را مستقیم از رابطهٔ $q=\frac{N}{R}\Delta\Phi$ حساب می‌کردیم:

$$|\Delta q|=N\left|\frac{\Phi_۲-\Phi_۱}{R}\right|=N\times\frac{B_۲-B_۱}{R}\times A$$

$$=۱۰۰\times\frac{۱/۶+۱/۶}{۱۲}\times۱/۲\times۱۰^{-۳}=۳/۲\times۱۰^{-۲}C=۳۲mC$$

B ۱ ۲۷۳۰

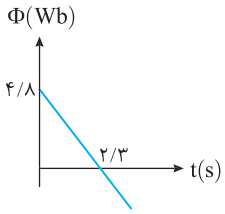
می‌توان بار شارش شده را از رابطهٔ $\Delta q = N\frac{\Delta\Phi}{R}$ به‌دست آورد، بنابراین بار الکتریکی شارش شده در حلقه در هر دو حالت برابر است.

$$\frac{\Delta q_1}{\Delta q_2}=\frac{N_1\frac{\Delta\Phi_1}{R}}{N_2\frac{\Delta\Phi_2}{R}}\xrightarrow[N_1=N_2]{\Delta\Phi_1=\Delta\Phi_2=\Phi-0}\frac{\Delta q_1}{\Delta q_2}=1$$

نکته بار شارش شده در یک حلقه در اثر جریان القایی به مدت زمان تغیر شار بستگی ندارد.

B ۱ ۲۷۳۱

با توجه به قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید که $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ در واقع همان شیب نمودار $\Phi-t$ است که نمودار آن به‌صورت خط است.



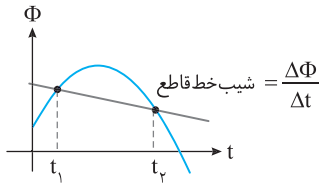
مقدار ثابت $=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow$ شیب نمودار ثابت $\Rightarrow$ نمودار به‌صورت خط ، $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=$ شیب خط

بنابراین در هر بازه‌ای $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ مقدار ثابت دارد و نیرو محرکهٔ القایی در تمام بازه‌ها با هم برابر است.

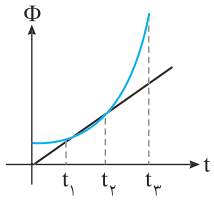
B ۳ ۲۷۳۲

خط فکری نیروی محرکهٔ القایی متوسط از رابطهٔ $|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ به‌دست می‌آید که با توجه به شکل زیر در بازهٔ t_1 تا t_2، $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ برابر شیب خط قاطع بین این دو لحظه است.

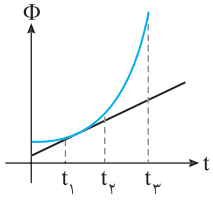
شیب نمودار خط قاطع در بازه‌های زمانی داده شده را بررسی کرده با هم مقایسه کنید.



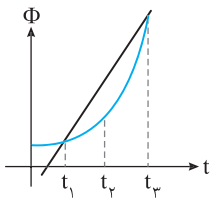
$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ در نمودار داده شده در هر بازه‌ای که شیب خط قاطع نمودار بیشتر باشد مقدار بزرگتر بوده و نیرو محرکهٔ القایی در آن بازه بیشینه است.



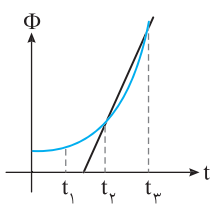
گزینه ۱) شیب خط قاطع در بازهٔ ۰ تا t_1



گزینه ۲) شیب خط قاطع در بازهٔ t_1 تا t_2



گزینه ۳) شیب خط قاطع در بازهٔ t_2 تا t_3



گزینه ۴) شیب خط قاطع در بازهٔ t_1 تا t_3

با توجه به خط‌های قاطع رسم شده مشخص است که شیب خط قاطع در بازهٔ t_2 تا t_3 بیشتر از بقیه بازه‌ها بوده و نیرو محرکهٔ القایی در این بازه بیشینه است.

B ۱ ۲۷۳۳

بزرگی نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $|\varepsilon|=N\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases}\varepsilon_1=N\frac{|-\Phi_m-\Phi_m|}{t_1}\Rightarrow\varepsilon_1=2N\frac{\Phi_m}{t_1}\\ \varepsilon_2=N\frac{|-\Phi_m-(-\Phi_m)|}{t_1}\Rightarrow\varepsilon_2=0\\ \varepsilon_3=N\frac{|0-(-\Phi_m)|}{t_1}\Rightarrow\varepsilon_3=N\frac{\Phi_m}{t_1}\end{cases}\Rightarrow\varepsilon_1=2\varepsilon_3\ ,\quad\varepsilon_2=0$$

B ۴ ۲۷۳۴

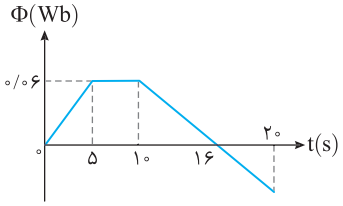
۱ نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید و اگر شار عبوری از یک حلقه $(N=1)$ در حال تغییر باشد نیروی محرکه برابر $-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است که این مقدار برابر منفی شیب نمودار شار-زمان است.

۲ از $t=10s$ به بعد نمودار یک خط راست با شیب ثابت است بنابراین نیروی محرکهٔ القایی در هر بازهٔ زمانی بعد از $t=10s$ یکسان است.

در نمودار مقدار شار عبوری در لحظه‌های $t=10s$ و $t=16s$ داده شده است، پس نیرو محرکهٔ القایی در این بازه را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\varepsilon=-\frac{0-0/06}{16-10}\Rightarrow\varepsilon=10^{-2}V=10mV$$

بنابراین نیروی محرکهٔ القایی در بازه $10s$ تا $20s$ نیز برابر $10mV$ است.



B ۴ ۲۷۳۵

رابطهٔ بین بار شارش شده با تغییر شار خواهد شد:

$$\begin{cases}I=\frac{\varepsilon}{R}\\ |\varepsilon|=N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\end{cases}\Rightarrow IR=N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow I\Delta t=N\frac{\Delta\Phi}{R}\Rightarrow|\Delta q|=N\frac{\Delta\Phi}{R}$$

بار شارش شده را به‌دست می‌آوریم: $|\Delta q|=\frac{1}{5}(0/9-(-0/1))\Rightarrow|\Delta q|=\frac{1}{5}C=0/2C$

تعداد الکترون‌ها خواهد شد:

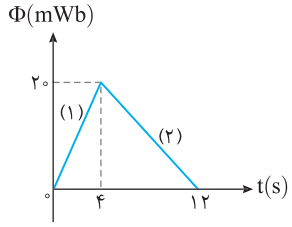
$$\Delta q=ne\Rightarrow0/2=n(1/6\times10^{-19})\Rightarrow n=\frac{0/2}{1/6\times10^{-19}}$$

$$n=\frac{1}{8}\times10^{19}\Rightarrow n=1/25\times10^{18}$$

A ۲ ۲۷۳۶

یادآوری با توجه به روابطی که از قانون القای فاراده به‌دست می‌آیند، داریم:

$$\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\xrightarrow{\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},\ \Delta q=\bar{I}\Delta t\xrightarrow{\bar{I}=\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}\Delta q=\frac{N}{R}\Delta\Phi$$



در بازهٔ صفر تا $4s$، شار مغناطیسی به اندازهٔ $20mWb$ تغییر کرده است:

$$\Delta q_1=\frac{N}{R}(20\times10^{-3})$$

در بازهٔ $4s$ تا $12s$، شار مغناطیسی به اندازهٔ $20mWb$ تغییر کرده است:

$$\Delta q_2=\frac{N}{R}(20\times10^{-3})$$

بنابراین بار شارش شده در این دو قسمت با هم برابر است.

$$\frac{\Delta q_1}{\Delta q_2}=1$$

B ۴ ۲۷۳۷

یادآوری در رابطهٔ شار مغناطیسی $\Phi=BA\cos\theta$ ، θ زاویه بین نیم‌خط عمود بر پیچه و خطوط میدان است و اگر پیچه بر خطوط میدان عمود باشد $\theta=0$ و اگر پیچه موازی با خطوط میدان مغناطیسی باشد $\theta=90^\circ$ است:

۱ در لحظهٔ $t=0$ و $t=0/6s$ شار مغناطیسی را حساب می‌کنیم.

$$\Phi_1=B_1A\cos\theta \xrightarrow[\theta=0]{B_1=1/2T} \Phi_1=1/2\times(40\times \underbrace{10^{-4}}_{\text{تبدیل } cm^2 \text{ به } m^2})=4/8\times10^{-3}Wb$$

۲ با توجه به قانون القای فاراده خواهیم داشت:

$$\Phi_2=B_2A\cos\theta \xrightarrow{B=0} \Phi_2=0$$

$$\bar{\varepsilon}=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \xrightarrow[\Delta t=0/6-0=0/6s]{\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1} 3=\left|-N\times\frac{0-4/8\times10^{-3}}{0/6}\right|$$

$$\Rightarrow 3=N\times8\times10^{-3}\Rightarrow N=\frac{3000}{8}=375$$

B ۲ ۲۷۳۸

خط فکری در سؤال نمودار $B-t$ به صورت یک خط داده شده است. می‌دانیم در نمودارهای خطی شیب ثابت است، و پس در نمودار $B-t$ شیب خط یعنی $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ در هر بازه‌ای مقدار ثابتی دارد.

۱ میدان مغناطیسی در بازهٔ ۰ تا ۴۰ms به‌طور یکنواخت تغییر می‌کند. ابتدا آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $(\frac{\Delta B}{\Delta t})$ را با توجه به نمودار به‌دست می‌آوریم.

$$\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|_{0\text{ تا }30ms}=\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|_{0\text{ تا }40ms}\Rightarrow\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|_{0\text{ تا }30ms}=\frac{0/8}{40\times10^{-3}}\Rightarrow\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|_{0\text{ تا }30ms}=20T/s$$

۲ حال با توجه به قانون القای فاراده داریم:

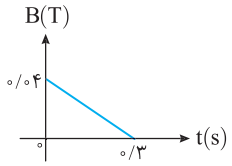
$$|\bar{\varepsilon}|=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \xrightarrow[\Phi=BA\cos\theta]{\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1} |\bar{\varepsilon}|=500\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow\bar{\varepsilon}=500\times A(\frac{\Delta B}{\Delta t})\cos\theta$$

سطح پیچه بر خطوط میدان عمود است و $\theta=0$ و همچنین مساحت سطح هر حلقه $40\times10^{-4}m^2$ است:

$$|\varepsilon|=|-500\times20\times(40\times10^{-4})|=40V$$

بازی با سؤال حلقه‌ای به شعاع $10cm$ و مقاومت 5Ω عمود بر میدان مغناطیسی که مطابق شکل روبه‌رو با زمان تغییر می‌کند، قرار دارد. جریان القایی متوسط حلقه در بازهٔ $t=0/1s$ تا $t=0/2s$ چند میلی‌آمپر است؟ $(\pi=3)$ تجربی - ۸۷ با تغییر



۱) ۰/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۱ ۴) ۴

گزینهٔ ۲

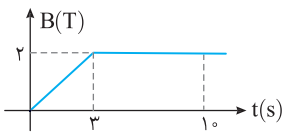
B ۴ ۲۷۳۹

جریان القایی متوسط با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده خواهد شد:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},I_{av}=\frac{\varepsilon}{R}\Rightarrow I_{av}=\frac{-N}{R}\times\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{-N\times A}{R}\times\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$=\frac{-1\times4\times10^{-4}}{10^{-1}}\times\frac{(0-0/16)}{10-2}=8\times10^{-5}A\Rightarrow I_{av}=8\times10^{-2}mA$$

بازی با سؤال یک پیچه مسطح شامل ۱۰۰۰ دور به شعاع $3cm$ از سیم رسانایی به مقاومت 10Ω ساخته شده و در یک میدان مغناطیسی عمود بر خطوط میدان قرار دارد. میدان مغناطیسی مطابق شکل روبه‌رو در تغییر است. جریان القایی متوسط در بازه $t=1s$ تا $t=2/5s$ چند آمپر است؟



۱) $6\pi\times10^{-1}$ ۲) $6\pi\times10^{-2}$ ۳) $3\pi\times10^{-1}$ ۴) $3\pi\times10^{-2}$

گزینهٔ ۲

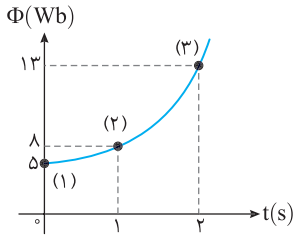
C ۲ ۲۷۴۰

یادآوری نمودار تابع درجه ۲ سهمی است.

خط فکری در سؤال گفته شده است که نمودار سهمی است. بنابراین معادله شار-زمان تابع درجه ۲ است. ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده در نمودار معادلهٔ شار-زمان را به‌دست می‌آوریم و سپس نیروی محرکهٔ القایی متوسط را با توجه به شار حساب می‌کنیم.

نمودار $\Phi-t$ نمودار سهمی است، پس تابع Φ برحسب T به صورت تابع درجه دوم می‌باشد.

$$\Phi(t)=at^2+bt+c \quad (I)$$



در سه نقطهٔ (۱)، (۲) و (۳)، اطلاعات مدار را در معادلهٔ (I) جایگذاری می‌کنیم:

$$(1):\Phi(0)=5\Rightarrow a(0)^2+b(0)+c=5\Rightarrow c=5 \quad (1)$$

$$(2):\Phi(1)=8\Rightarrow a(1)^2+b(1)+c=8\Rightarrow a+b+c=8 \xrightarrow{c=5} a+b=3$$

$$(3):\Phi(2)=13\Rightarrow a(2)^2+b(2)+c=13\Rightarrow 4a+2b+c=13$$

$$\xrightarrow{c=5} 4a+2b=8 \xrightarrow{(2),(3)} \begin{cases}a+b=3\\4a+2b=8\end{cases}\Rightarrow a=1,b=2$$

بنابراین معادله شار برحسب زمان به صورت زیر خواهد شد.

$$\Phi(t)=at^2+bt+c=t^2+2t+5$$

بازهٔ زمانی خواسته شده دو ثانیهٔ دوم یعنی $t=2s$ تا $t=4s$ است که با توجه به نمودار شار در لحظهٔ $t=2s$ برابر $13Wb$ است و شار در لحظهٔ $t=4s$ را با توجه به معادله حساب می‌کنیم:

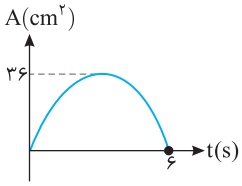
$$\begin{cases}\Phi(4)=(4)^2+2(4)+5=29Wb\\\Phi(2)=13Wb\end{cases}\Rightarrow\Delta\Phi=29-13=16Wb$$

حال نیروی محرکهٔ القایی را با توجه به قانون القای فاراده به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=\left|-N\frac{\Phi(4)-\Phi(2)}{4-2}\right|=1\times\frac{29-13}{2}=8V$$

C ۱ ۲۷۴۱

نمودار سهمی است، از این‌رو باید به کمک اعداد روی نمودار معادله تغییرات مساحت بر حسب زمان را به دست آورد:



$$A(t)=at^2+bt+c$$

$$t=0,A=0\Rightarrow 0=0+0+c\Rightarrow c=0$$

$$t=6s,A=0\Rightarrow 0=36a+6b$$

$$\Rightarrow 6a+b=0 \quad (1)$$

مختصات رأس سهمی، میانگین دو ریشهٔ آن است.

$$t_{\text{راس}}=\frac{6+0}{2}=3s \xrightarrow{A=36cm^2,\ t=3s} 36=9a+3b\Rightarrow 12=3a+b \quad (2)$$

a و b را به کمک معادله‌های (۱) و (۲) به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}6a+b=0\\3a+b=12\end{cases}\Rightarrow 3a=-12\Rightarrow a=-4,b=24$$

اکنون معادلهٔ کامل است. $A(t)=-4t^2+24t$ و می‌توان تغییر مساحت را در بازهٔ صفر تا $2s$ به دست آورد.

$$t_1=0\Rightarrow A=0\ ,\ t_2=2s\Rightarrow A_2=-4\times(4)+24\times2$$

$$\Rightarrow A_2=32cm^2\Rightarrow\Delta A=A_2-A_1=32cm^2$$

به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکه القایی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Delta\Phi=B\Delta A]{N=1}|\bar{\varepsilon}|=B|\frac{\Delta A}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=\frac{۰/۲\times۳۲\times۱۰^{-۴}}{۲-۰}\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=۳/۲\times۱۰^{-۴}\,V$$

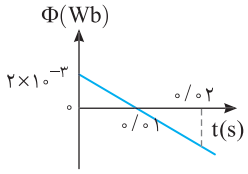
توان مصرفی خواهد شد:

$$P=\frac{\varepsilon^۲}{R}\Rightarrow P=\frac{(۳/۲\times۱۰^{-۴})^۲}{۱}=۱۰/۲۴\times۱۰^{-۸}\,W=۱۰/۲۴\times۱۰^{-۸}\,W\times\frac{۱۰^۹\,nW}{۱W}$$

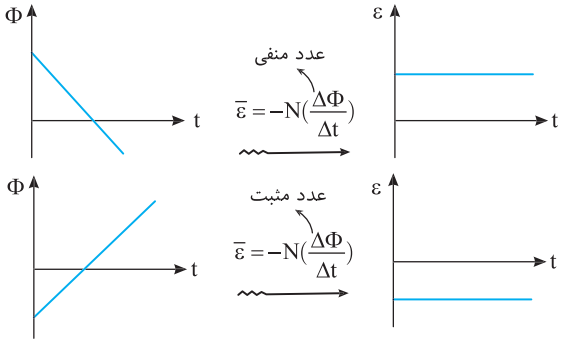
$$\Rightarrow P=۱۰/۲۴\times۱۰^{-۸}\times۱۰^۹\,nW=۱۰۲/۴nW$$

A ۲۷۴۲ **۲**

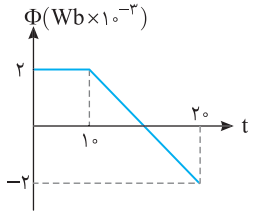
نمودار شار-زمان، یک خط راست با شیب ثابت و منفی است و با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $\varepsilon=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$، نیروی محرکهٔ القایی آن باید مثبت و مقدار آن ثابت باشد، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

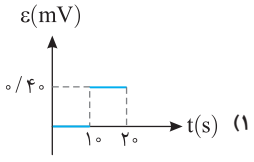


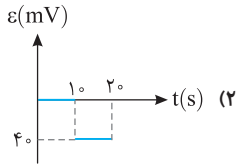
جمع‌بندی

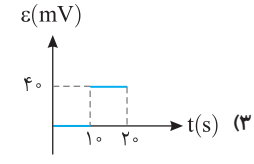


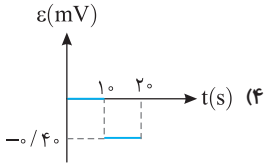
بازی با سؤال نمودار شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه برحسب زمان به صورت شکل مقابل است. کدام گزینه نمودار نیروی محرکهٔ القایی ایجاد شده در حلقه در بازهٔ زمانی صفر تا ۲۰s را به‌درستی نشان می‌دهد؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

گزینهٔ ۱

B ۲۷۴۳ **۳**

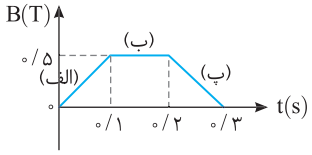
شیب نمودار $\Phi-I$ بیانگر نیروی محرکهٔ القایی (و جریان القایی) است.

در بازهٔ صفر تا $t_۱$ شیب نمودار کمتر از بازهٔ $t_۱$ تا $\frac{۳}{۲}t_۱$ است بنابراین جریان در بازهٔ صفر تا $t_۱$ از جریان در بازهٔ $\frac{۳}{۲}t_۱$ تا $۲t_۱$ کمتر است. در بازهٔ $t_۱$ تا $\frac{۳}{۲}t_۱$ که شار ثابت است جریان صفر است.

B ۲۷۴۴ **۱**

یادآوری هرگاه حلقه‌ای عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گیرد، در رابطهٔ شاره $\Phi=BA\cos\theta$، θ برابر صفر درجه خواهد بود و شار عبوری از حلقه بیشینه است. $(\Phi_{max}=BA)$ با توجه به نمودار میدان مغناطیسی برحسب زمان، نیروی محرکهٔ القایی در بازه‌های زمانی ۰ تا ۰/۱s، ۰/۱s تا ۰/۲s و ۰/۲s تا ۰/۳s را حساب می‌کنیم:

الف) در بازهٔ ۰ تا ۰/۱s، میدان مغناطیسی از صفر به ۰/۵T رسیده است، بنابراین:



$$\bar{\varepsilon}_۱=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{N=۱}\bar{\varepsilon}=-۱\times\frac{B_۲A\cos\theta-B_۱A\cos\theta}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\text{حلقه عمود بر خطوط میدان است}]{\theta=۰}\bar{\varepsilon}=-۱\times\frac{(B_۲-B_۱)A}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{A=\pi r^۲=۱\times۱۰^{-۴}\,m^۲}\bar{\varepsilon}=-\frac{\Delta B}{\Delta t}\times\pi\times۱۰^{-۲}$$

$$\xrightarrow[\pi\approx۳]{\Delta B=۰/۵-۰,\ \Delta t=۰/۱-۰}\bar{\varepsilon}=-۵\times۳\times۱۰^{-۲}=-۰/۱۵V$$

گزینهٔ (۱) درست است اما بازه‌های زمانی بعد از ۰/۱s را نیز بررسی می‌کنیم.

ب) در بازهٔ ۰/۱s تا ۰/۲s، میدان مغناطیسی تغییر نکرده است، بنابراین شار عبوری از حلقه نیز ثابت است و نیروی محرکه‌ای در حلقه ایجاد نمی‌شود.

پ) در بازهٔ ۰/۲s تا ۰/۳s (مشابه اختلاف زمانی قسمت (الف)) میدان مغناطیسی از ۰/۵T به صفر (مشابه تغییرات میدان مغناطیسی در قسمت (الف)) رسیده، بنابراین با توجه به اینکه شیب نمودار منفی است، نیرو محرکهٔ القایی مثبت است و بزرگی آن برابر نیرو محرکهٔ القایی قسمت (الف) یعنی ۰/۱۵V خواهد بود.

$$۰/۲s\text{ تا }۰/۳s:\ \bar{\varepsilon}_۳=۱\times\frac{۰/۵}{۰/۱}\times\pi\times(۰/۱)^۲=+۰/۱۵V$$

نکته مقدار مقاومت داده شده در این سؤال اطلاعات اضافی بوده و در حل سؤال استفاده نمی‌شود.

B ۲۷۴۵ **۳**

ابتدا رابطهٔ جریان القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم:

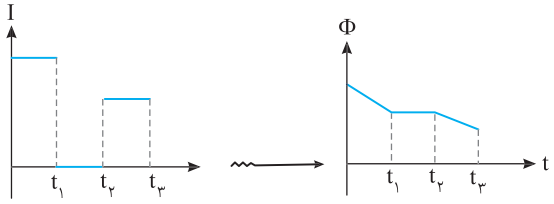
$$\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\xrightarrow{\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}\bar{I}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{N=۱}\bar{I}=\frac{-۱}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

با توجه به این رابطه جریان القایی $(\bar{I})$ با قرینه آهنگ تغییر شار $(-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ متناسب است.

در بازه ۰ تا $t_۱$: مقدار جریان القایی ثابت و مثبت است پس باید در این بازه مقدار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ثابت و منفی باشد. $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ در نمودار $\Phi-t$ شیب نمودار است بنابراین در این بازه باید نمودار $\Phi-t$ یک خط باشد (تا شیب ثابت باشد) و شیب آن هم منفی باشد. (تنها گزینهٔ (۳) درست است.)

در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$: جریانی در مدار القا نشده $(\bar{I}=۰)$ پس باید $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ نیز صفر باشد، در واقع باید $\Delta\Phi$ صفر شده و شار مغناطیسی ثابت باشد، بنابراین شار مغناطیسی در این بازه مقدار ثابتی دارد و تغییر نمی‌کند.

در بازهٔ $t_۲$ تا $t_۳$: جریان القایی مثبت است، بنابراین مشابه توضیحات بازهٔ ۰ تا $t_۱$ باید شار مغناطیسی به صورت خطی و با شیب منفی باشد.



B ۳ ۲۷۴۶

همان‌طور که می‌دانیم برای یک حلقه $N=1$ رابطهٔ نیروی محرکه به صورت $\varepsilon_{av}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ می‌باشد و شیب نمودار شار - زمان (یعنی $\Phi-t$) هم‌ارز $-\varepsilon_{av}$ است. حال با توجه به اینکه در بازهٔ صفر تا ۱۰s مقدار نیروی محرکهٔ ثابت و مثبت داده شده، پس شیب نمودار $\Phi-t$ باید ثابت و منفی باشد بنابراین نمودارهای در گزینه‌های (۱) و (۲) پاسخ مسئله نیستند. در بازهٔ ۱۰s تا ۳۰s نیروی محرکه صفر است. پس شیب نمودار $\Phi-t$ باید صفر باشد یعنی در این بازه نمودار خط افقی موازی محور زمان است. بنابراین گزینهٔ (۴) نیز پاسخ مسئله نیست. در نهایت چون نیروی محرکه در بازهٔ ۳۰s تا ۴۰s ثابت و منفی است پس شیب نمودار $\Phi-t$ در این بازه باید ثابت و مثبت باشد؛ یعنی گزینهٔ (۳) درست است.

B ۳ ۲۷۴۷

خط فکری ابتدا به گزینه‌های داده شده دقت کنید، تفاوت بین گزینه‌ها چیست

۱ شار بیشینه (برحسب μWb) در دو گزینه ۰/۳ و در دو گزینهٔ دیگر ۳۰ است.

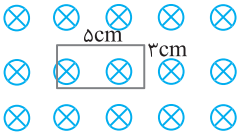
۲ مدت زمانی که شار ثابت بوده در دو گزینه $75-25=50ms$ و در دو گزینه $50-25=25ms$ است. بنابراین برای حل این سؤال ابتدا شار بیشینه را حساب می‌کنیم تا دو گزینه خط بخورند و در گام بعدی مدت زمانی که شار ثابت است را به‌دست می‌آوریم.

۳ شار بیشینه زمانی است که تمام قاب درون میدان قرار داشته باشد:

$$\Phi=BA\cos\theta \xrightarrow[\theta=0 \text{ باشد}]{\text{حلقه باید عمود بر خطوط}} \Phi_{max}=BA$$

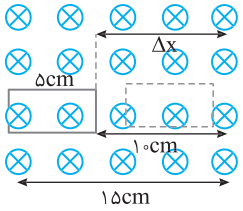
$$\xrightarrow[B=2G=2\times10^{-4}T]{A=3\times5=15cm^2=15\times10^{-4}m^2} \Phi_{max}=15\times10^{-4}\times2\times10^{-4}=3\times10^{-7}Wb$$

$$\Phi_{max}=0/3\mu Wb$$



در نتیجه گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست‌اند.

۴ در تمام بازه‌ای که قاب به‌طور کامل در میدان مغناطیسی قرار دارد، شار مغناطیسی ثابت و برابر $0/3\mu Wb$ است؛ جابه‌جایی قاب در این بازه را به‌دست می‌آوریم.



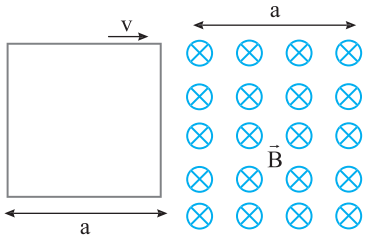
سرعت قاب ثابت و برابر $2m/s$ است و با توجه به تعریف سرعت خواهیم داشت:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow 2=\frac{0/10}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{1}{20}s=\frac{1000}{20}ms=50ms$$

بنابراین بازه زمانی که شار مغناطیسی ثابت بوده ۵۰ میلی‌ثانیه است و گزینهٔ (۳) درست است.

A ۲ ۲۷۴۸

به پهنای میدان و طول ضلع قاب دقت کنید. قاب پس از t ثانیه به طور کامل در میدان قرار می‌گیرد، اما بلافاصله شروع به بیرون رفتن از میدان کرده و در بازهٔ t تا 2t از میدان خارج می‌شود. در این صورت ابتدا از صفر تا t شار مغناطیسی به طور یکنواخت در حال افزایش و سپس از t تا 2t شار مغناطیسی به طور یکنواخت در حال کاهش است. از این رو نیروی محرکهٔ القایی در دو بازهٔ زمانی صفر تا t و t تا 2t ثابت، اما در این دو بازه، علامت نیروی محرکهٔ القایی مخالف هم است.

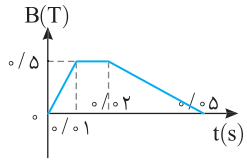


C ۴ ۲۷۴۹

خط فکری حلقه دارای مقاومت است، بنابراین آهنگ مصرف انرژی یا توان مصرفی حلقه در واقع همان توان مصرفی مقاومت یعنی $P=\bar{\varepsilon}\bar{I}=R\bar{I}^2=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}$ است.

حلقه بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است پس شار مغناطیسی از حلقه برابر $\Phi=BA\cos\theta=BA$ است و با توجه به نمودار، میدان مغناطیسی برحسب زمان در بازه صفر تا 0/1s تغییر می‌کند، پس برای شار مغناطیسی داریم: $\Phi=B(t)A$

حال با توجه به رابطه نیرو محرکه و شار مغناطیسی داریم:



$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-1\times\frac{\Delta B}{\Delta t}A$$

$$=-1\times\frac{\Delta B}{\Delta t}\times(\pi r^2)$$

$$\bar{\varepsilon}=-\frac{\Delta B}{\Delta t}\pi(0/1)^2$$

میدان مغناطیسی از صفر تا 0/01s به‌طور یکنواخت (خطی) افزایش یافته، پس $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ در نمودار برابر شیب خط در بازهٔ صفر تا 0/01s است:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{B_2-B_1}{t}=\frac{0/5}{0/01}=50T/s$$

$$\varepsilon=-50\times\pi\times(0/1)^2=-1/5V\Rightarrow|\varepsilon|=1/5V$$

آهنگ تولید انرژی گرمایی یا همان توان برای مقاومت 5Ω در این بازه برابر است با:

$$P=\frac{\varepsilon^2}{R}=\frac{(1/5)^2}{5}=\frac{2/25}{5}=0/45W$$

در بازهٔ 0/01s تا 0/02s چون میدان تغییر نمی‌کند، نیروی محرکه‌ای ایجاد نمی‌شود، پس انرژی گرمایی هم در این بازه تولید نمی‌شود. در بازهٔ 0/02s تا 0/05s نیز مانند حالت اول ابتدا تغییرات میدان مغناطیسی برحسب زمان را به‌دست می‌آوریم و چون نمودار خطی است، این تغییرات برابر شیب خط نمودار است:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{B_2-B_1}{t_2-t_1}=\frac{0-0/5}{0/03}=-\frac{50}{3}T/s$$

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A=-1\times(-\frac{50}{3})\times(\pi r^2)=\frac{50}{3}\times3\times10^{-2}=0/5V$$

پس توان ایجاد شده (آهنگ تولید انرژی گرمایی) برابر است با:

$$P=\frac{\bar{\varepsilon}^2}{R}=\frac{0/5\times0/5}{5}=0/05W$$

نکته با توجه به رابطهٔ $P=\frac{\varepsilon^2}{R}$، توان مصرفی همواره مثبت است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. در گزینه‌های (۲) و (۴) نیز تنها مقدار توان مصرفی در بازهٔ 0/02s تا 0/05s با هم متفاوت است و تنها نیاز است، توان مصرفی در این بازه را حساب کنیم.

B ۲ ۲۷۵۰

در بازهٔ ۰ تا 2s نیروی محرکهٔ القایی برابر $-\varepsilon_1$ است، بنابراین تغییر شار در این بازه برابر است با:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=2s]{N=1}-\varepsilon_1=-1\times\frac{\Delta\Phi_1}{2}\Rightarrow\Delta\Phi_1=2\varepsilon_1$$

در بازهٔ 2s تا 6s نیروی محرکهٔ القایی صفر است، بنابراین:

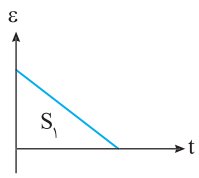
$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t}\Rightarrow0=-1\times\frac{\Delta\Phi_2}{4}\Rightarrow\Delta\Phi_2=0$$

بنابراین تغییر شار از صفر تا 6s برابر $\Delta\Phi_2+\Delta\Phi_1=0+2\varepsilon_1=2\varepsilon_1$ است:

$$|\bar{I}|=\frac{|\bar{\varepsilon}|}{R}\xrightarrow{I=8}\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow8=\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{6}\xrightarrow{R=0/3}8=\frac{1}{0/3}\frac{2\varepsilon_1}{6}$$

$$\Rightarrow\varepsilon_1=7/2V$$

میانبر در نمودار $\varepsilon-t$ سطح زیر نمودار برابر $-N\Delta\Phi$ است:



$$S_1=-N\Delta\Phi$$

پنجره دوجداره (سطح دوم)

۳ ۲۷۵۱ B

اندازه نیرو محرکهٔ القایی برابر $|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ است که چون تنها میدان مغناطیسی در حال تغییر است نیرو محرکه القایی برابر $\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$ می‌شود:

$$|\overline{\varepsilon}_{۰\text{ تا }۱s}|=|\overline{\varepsilon}_{۳s\text{ تا }t'}|\Rightarrow|-NA\frac{B(t=۱)-B(t=۰)}{۱-۰}\cos\theta|$$

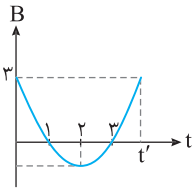
$$=|-NA\frac{B(t')-B(۳)}{t'-۳}\cos\theta||\frac{((۱)^۲-۴+۳)-(۳)}{۱}|=|\frac{B(t')-(۹-۱۲+۳)}{t'-۳}|$$

$$\Rightarrow+۳=\frac{B(t')-۰}{t'-۳}\Rightarrow B(t')=۳t'-۹\xrightarrow{B(t')=t'^۲-۴t'+۳}t'^۲-۴t'+۳=۳t'-۹$$

$$t'^۲-۷t'+۱۲=۰\Rightarrow(t'-۳)(t'-۴)=۰\Rightarrow t'=۳s\text{ یا }t'=۴s$$

که چون بازهٔ زمانی ۳s تا t' است، $t'=۴s$ قابل قبول است.

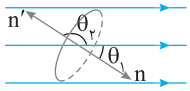
میانبر باید تغییرات میدان در هر دو بازه یکسان باشد، نمودار $B-t$ یک سهمی به صورت شکل زیر است و با توجه به اینکه نمودار سهمی نسبت به رأس متقارن است پس میدان در لحظه‌های ۱s و ۳s با هم برابر است (هردو در فاصلهٔ یکسانی از رأس قرار دارند.) پس باید t' و صفر نیز مقدار میدان یکسانی داشته باشند تا تغییرات میدان در بازه‌های گفته شده یکسان شود. در این صورت فاصلهٔ $t=۰$ و t' تا رأس $(t=۲s)$ یکسان است و t' برابر ۴s است.



۴ ۲۷۵۲ C

خط فکری شار مغناطیسی برای میدان مغناطیسی یکنواخت به صورت زیر تعریف می‌شود: $\Phi=BA\cos\theta$

در این رابطه θ زاویه بین نیم‌خط عمود بر سطح و خطوط میدان است. اما برای هر سطح دو سوی عمود بر سطح وجود دارد و اگر یک سو را انتخاب کنیم تا آخر مسئله باید همان سو را برای نیم‌خط عمود بر سطح استفاده کنیم.

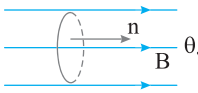


در شکل مقابل اگر نیم‌خط عمود بر سطح n باشد $\theta_۱$ حاده بوده و شار مثبت است و اگر نیم‌خط عمود بر سطح n' اختیار شود $\theta_۲$ منفرجه بوده و شار منفی است.

سطح قاب با خط‌های میدان زاویه ۳۷° می‌سازد. نیم‌خط عمود بر سطح را به گونه‌ای اختیار می‌کنیم که با خط‌های میدان زاویه حاده $(\theta=۹۰-۳۷=۵۳°)$ بسازد. شار گذرنده از سطح خواهد شد. $\Phi_۱=BA\cos\theta=۵\times۱۰^{-۲}\times۱۲\times۱۰^{-۲}\times۰/۶=۳/۶\times۱۰^{-۳}\,Wb$

با چرخش قاب، قاب عمود بر خط‌های میدان قرار گرفته است. در این صورت دو حالت ممکن است.

۱ نیم‌خط عمود بر سطح قاب با خط میدان زاویه صفر درجه بسازد.

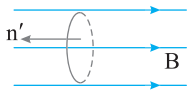


$\theta_۲=۰°$

$$\theta_۲=۰\Rightarrow\Phi_۲=۵۰۰\times۱۰^{-۴}\times۱۲\times۱۰^{-۲}\times(+۱)=۶\times۱۰^{-۳}\,Wb$$

$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{(۶\times۱۰^{-۳}-۳/۶\times۱۰^{-۳})}{۱۰^{-۳}}=۲/۴V$$

۲ نیم‌خط عمود بر سطح قاب با خط میدان زاویه ۱۸۰° بسازد.



$\theta_۲=۱۸۰°$

$$\theta_۲=۱۸۰°\Rightarrow\Phi_۲=۵۰۰\times۱۰^{-۴}\times۱۲\times۱۰^{-۲}\times(-۱)=-۶\times۱۰^{-۳}\,Wb$$

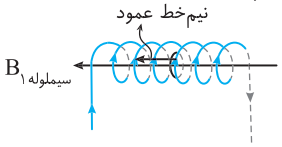
$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{(-۶\times۱۰^{-۳}-۳/۶\times۱۰^{-۳})}{۱۰^{-۳}}=۹/۶V$$

بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) هر دو درست هستند.

۲ ۲۷۵۳ B

خط فکری با تغییر جریان سیملوله، میدان مغناطیسی حاصل از جریان درون سیملوله تغییر می‌کند $(B=\mu_۰\frac{N}{l}I)$ و با تغییر میدان مغناطیسی سیملوله شار گذرنده از درون پیچه $(\Phi=BA\cos\theta)$ تغییر کرده که باعث ایجاد جریان القایی و شارش بار در پیچه می‌شود، بنابراین شما باید شار مغناطیسی گذرنده از پیچه را در دو حالت به‌دست بیاورید تا بتوانید مقدار بار شارش شده را حساب کنید.

میدان مغناطیس در حالت اول را حساب می‌کنیم:



$$B_۱=\mu_۰\frac{N}{l}I$$

$$B_۱=۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۱۰۰\times۱۰^۲\times۲$$

$$B_۱=۲/۴\times۱۰^{-۲}T$$

مساحت پیچه برابر است با: $A=\pi r^۲=\pi(\frac{۲\times۱۰^{-۲}}{۲})^۲=۳\times۱۰^{-۴}\,m^۲$

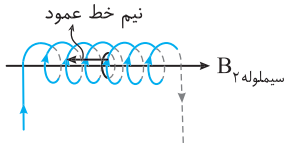
شار عبوری از پیچه را در حالت اول به‌دست می‌آوریم، دقت کنید که سطح پیچه مطابق شکل بالا بر میدان مغناطیسی عمود است:

$$\Phi=BA\cos\theta_۱=۲/۴\times۱۰^{-۲}\times۳\times۱۰^{-۴}\times۱=۷/۲\times۱۰^{-۶}\,Wb$$

در حالت دوم بزرگی جریان ثابت مانده اما جهت آن تغییر می‌کند، بنابراین بزرگی میدان سیملوله ثابت اما جهت آن تغییر می‌کند: $|B_۲|=|B_۱|=۲/۴\times۱۰^{-۲}T$

در این حالت زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح و خطوط میدان ۱۸۰° خواهد شد بنابراین:

$$\Phi_۲=B_۲A\cos\theta_۲\xrightarrow{\theta_۲=۱۸۰°}\Phi_۲=-۷/۲\times۱۰^{-۶}\,Wb$$



با تغییر جهت جریان، شار مغناطیسی عبوری از پیچه از مقدار $۷/۲\times۱۰^{-۶}\,Wb$ به $-۷/۲\times۱۰^{-۶}\,Wb$ می‌رسد، بنابراین:

$$\Delta q=-N\frac{\Delta\Phi}{R}=۲۰۰\times\frac{۷/۲\times۱۰^{-۶}-(-۷/۲\times۱۰^{-۶})}{۲}=۱۴/۴\times۱۰^{-۴}$$

$$=۱/۴۴\times۱۰^{-۳}C=۱/۴۴mC$$

۳ ۲۷۵۴ C

خط فکری در یک معادلهٔ درجه دوم $y=ax^۲+bx+c$ که ضریب $x^۲$ منفی است، بیشینه مقدار تابع در رأس سهمی $(x=\frac{-b}{۲a})$ است.

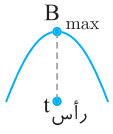
۱ با سیم به طول ۴۰cm یک قاب مربع شکل ساخته شده بنابراین محیط مربع برابر طول سیم است و طول ضلع مربع و مساحت سطح آن خواهد شد:

محیط مربع $=۴a\Rightarrow۴۰=۴a\Rightarrow a=۱۰cm$

مساحت سطح مربع $=a^۲\Rightarrow A=(۱۰)^۲$

$\Rightarrow A=۱۰۰cm^۲=۱۰^{-۲}m^۲$

۲ بیشینه شار زمانی است که میدان داخل حلقه بیشینه شود، معادله میدان برحسب زمان تابع درجه (۲) و نمودار آن سهمی است. با توجه مختصات رأس سهمی می‌توان نوشت: $t_{\text{رأس}}=-\frac{b}{۲a}\xrightarrow{B=-t^۲+\alpha t+۳}t_{\text{رأس}}=\frac{\alpha}{۲}$



$$B_{max}=-(\frac{\alpha}{۲})^۲+\alpha(\frac{\alpha}{۲})+۳$$

$$\Rightarrow B_{max}=-\frac{\alpha^۲}{۴}+\frac{\alpha^۲}{۲}+۳\Rightarrow B_{max}=\frac{\alpha^۲}{۴}+۳$$

۳ میدان مغناطیسی در لحظهٔ $t=۰$ را حساب می‌کنیم:

$$B_۱=-(۰)^۲+\alpha(۰)+۳\Rightarrow B_۱=۳T$$

۴ اکنون جریان القایی متوسط در بازه $t=0$ و $t=\frac{\alpha}{2}$ را به‌دست آورده و برابر ۴mA قرار می‌دهیم:

$$\bar{I}=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\xrightarrow{\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}\bar{I}=\left|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\xrightarrow{\Delta\Phi=\Delta BA}$$

$$\bar{I}=\left|-\frac{N}{R}\frac{\Delta B}{\Delta t}A\right|\Rightarrow 4\times10^{-3}=\frac{1}{10}\times\frac{\frac{\alpha^2}{4}+3-3}{\frac{\alpha}{2}}\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow 4=\frac{\alpha}{2}\Rightarrow\alpha=8$$

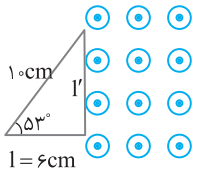
۳ ۲۷۵۵ C

۱ تندی حرکت قاب ثابت و برابر $1/5\,m/s$ است بنابراین در مدت ۲۰ms مقدار پیشروی قاب در میدان مغناطیسی خواهد شد:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow\Delta x=1/5\times20\times10^{-3}=3\times10^{-2}m\Rightarrow\Delta x=3cm$$

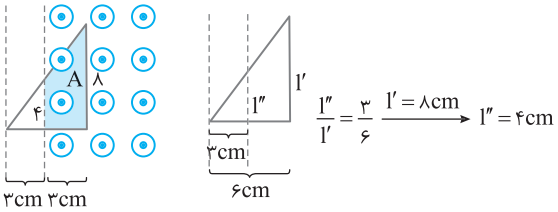
۲ اضلاع مثلث را به کمک مثلثات حساب می‌کنیم:

$$\cos53^\circ=\frac{l}{10}\Rightarrow l=6cm\quad,\quad\sin53^\circ=\frac{l'}{10}\Rightarrow l'=8cm$$



۳ قبل از ورود قاب به میدان شار مغناطیسی برابر است با:

$$\Phi_1=BA_1\cos\theta\xrightarrow[\text{هیچ سطحی از مثلثات در میدان قرار ندارد}]{A_1=0}\Phi_1=0$$



$$\frac{l''}{l'}=\frac{3}{6}\xrightarrow{l'=8cm}l''=4cm$$

۴ در مدت ۲۰ms مساحتی از قاب که درون میدان است را حساب می‌کنیم.

$$A_2=\left(\frac{6\times8}{2}\right)-\left(\frac{3\times4}{2}\right)\Rightarrow A_2=24-6=18cm^2$$

۵ شار مغناطیسی در این حالت برابر است با:

$$\Phi_2=BA_2\cos\theta\Rightarrow\Phi_2=(0/5)(18\times10^{-4})=9\times10^{-4}\,Wb$$

۶ حال با استفاده از قانون القای فاراده نیرو محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\Rightarrow\bar{\varepsilon}=1\times\frac{9\times10^{-4}}{2\times10^{-2}}=4/5\times10^{-2}V=45mV$$

۴ ۲۷۵۶ C

۱ نیروی محرکهٔ القایی توسط حرکت هر میله را به کمک رابطهٔ $\bar{\varepsilon}=BLv$ به‌دست می‌آوریم.

$$\bar{\varepsilon}_{MN}=60\times10^{-4}\times0/6\times20\Rightarrow\bar{\varepsilon}_{MN}=0/72V$$

$$\bar{\varepsilon}_{M'N'}=60\times10^{-4}\times0/6\times60\Rightarrow\bar{\varepsilon}_{M'N'}=0/216V$$

۲ با حرکت میله‌های MN و $M'N'$ سطح مدار و در نتیجه شار گذرنده از مدار در حال افزایش است. بنا به قانون لنز میدان مغناطیسی القایی باید برونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند و جریان مدار ساعتگرد می‌شود.

۳ نیروی محرکهٔ دو سیم را باهم جمع کرده جریان القایی را حساب می‌کنیم.

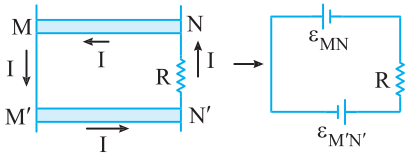
$$I=\frac{\varepsilon_{MN}+\varepsilon_{M'N'}}{R}=\frac{0/72+0/216}{4}\Rightarrow I=\frac{0/288}{4}$$

$$I=0/072A=72mA$$

میانبر به کمک مبحث حرکت‌شناسی دوازدهم، می‌توانید یکی از سیم‌ها را ساکن فرض کنید و دیگری را در حال حرکت به بیرون با سرعت $60+20=80\,m/s$ در این صورت: $\varepsilon=BLv\Rightarrow\varepsilon=60\times10^{-4}\times0/6\times80=0/288V$

با توجه به قانون اهم، جریان را حساب می‌کنیم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow I=\frac{0/288}{R}\Rightarrow I=\frac{0/288}{4}=0/072A=72mA$$



۲ ۲۷۵۷ C

۱ در ابتدا میلهٔ فلزی روی OM قرار گرفته و سطح بسته‌ای در میدان مغناطیسی قرار نگرفته است: $\Phi_1=BA_1\cos\theta\xrightarrow{A_1=0}\Phi_1=0$

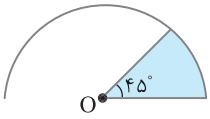
۲ میله در هر میلی‌ثانیه 5° می‌چرخد، میله به اندازهٔ $9\times5=45^\circ$ چرخیده و مساحت سطحی از قاب که در میدان قرار می‌گیرد $\frac{45}{360}$ مساحت سطح یک دایرهٔ کامل است:

$$A_2=\frac{45}{360}(\pi r^2)\Rightarrow A_2=\frac{1}{8}\times3\times\left(\frac{4}{100}\right)=1/5\times10^{-2}m^2$$

۳ شار مغناطیسی گذرنده از سطح در این حالت خواهد شد:

$$\Phi_2=BA_2\cos\theta\xrightarrow{A_2=1/5\times10^{-2}m^2}$$

$$\Phi_2=0/4\times1/5\times10^{-2}=6\times10^{-3}\,Wb$$



۴ با استفاده از قانون القای فاراده، نیرو محرکهٔ القا شده را به‌دست می‌آوریم.

$$|\bar{\varepsilon}|=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=\left|1\times\frac{6\times10^{-3}}{9\times10^{-3}}\right|=\frac{2}{3}V$$

پنجره ۳

۲ ۲۷۵۸ A

با توجه به قانون لنز جهت جریان القایی باید به‌گونه‌ای باشد که با تغییر شار مغناطیسی مخالف کند نه خود شار مغناطیسی، بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

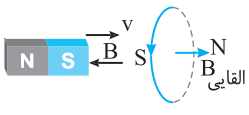
با افزایش میدان مغناطیسی، شار مغناطیسی $(\Phi=BA\cos\theta)$ در حال افزایش است پس طبق قانون لنز باید جریان القایی با ایجاد میدان مغناطیسی با این افزایش شار مخالفت کند در نتیجه میدان مغناطیسی القایی خلاف‌جهت میدان مغناطیسی القا می‌شود، بنابراین گزارهٔ (ب) درست است.

به دلیل مخالفت جریان القایی با تغییرات شار $(\Delta\Phi)$ در قانون القای فاراده منفی وجود دارد $(\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$، بنابراین گزارهٔ (پ) درست است.

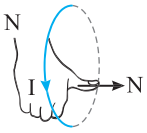
۴ ۲۷۵۹ B

خط فکری اگر یک آهنربا به یک مدار بسته نزدیک شود یا از آن دور شود به‌طوری که باعث تغییر شار در مدار گردد در آن مدار بسته جریان القایی به وجود می‌آید که با ایجاد اثرات مغناطیسی یا تغییر شار مخالفت می‌کند که به این پدیده قانون لنز می‌گویند. بنابراین در حل این مسائل حتماً باید دقت کنید که شار در حال افزایش است یا کاهش؟

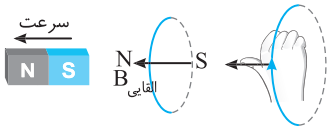
در شکل گزینهٔ (۱) آهنربا در حال نزدیک شدن به حلقه است بنابراین باید سمت چپ حلقه قطب S میدان مغناطیس القایی باشد تا با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند.



(البتـه می‌توانیـم بگوییـم جهت میدان مغناطیسـی حلقـه باید در خـلاف جهت میدان مغناطیسـی آهنربا باشـد)، با توجـه به قاعدهٔ دسـت راسـت برای میدان مغناطیسـی حلقه، جهـت جریان القایـی باید رو به پایین باشـد و گزینه (۱) نادرست است.



شکل (۲) با دور شدن آهنربا سمت چپ حلقـه باید قطب N شـود تا طبق قانون لنز با دور شـدن آهنربا (تغییـر شـار) مخالفت کنـد بنابر قاعدهٔ دست راست، سوی جریان در حلقه باید به سمت بالا باشد و گزینه (۲) نادرست است.



در شـکل (۳) با دور شـدن قطب N آهنربا از حلقه و کاهش شـار مغناطیسـی سمت چپ حلقه باید قطب S شود تا بنا به قانون لنز با دور شدن آهنربا مخالفت کند پس بنا به قاعدهٔ دسـت راسـت، جهت جریان القایی باید مطابق شکل زیر باشد که با شکل (۳) یکی نبوده و شکل گزینه (۳) نادرست است. (در شکل (۳) سوی جریان به سمت بالا رسم شده است.)

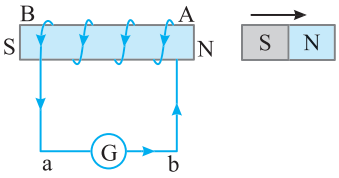
شکل (۴) با توجه به توضیحات شکل (۳) سوی جریان در حلقه باید رو به پایین باشد که در شکل (۴) چنین است و گزینهٔ (۴) درست است.

B ۲۷۶۰ ۴

طبق قانون لنز جریان القایی باید در جهتی باشد که با تغییر شار مخالفت کند. در حلقه‌های A و B، شار درونسو در حال افزایش است، بنابراین جریان القایی باید میدان برونسو در این حلقه‌ها ایجاد کند بنابراین جریان حلقه‌های A و B پادساعتگرد می‌شود. حلقهٔ C کاملاً در میدان مغناطیسـی قرار گرفته و تغییر شـاری ندارد و جریان القایی صفر است. حلقهٔ D، به سمت خارج میدان در حرکت است پس شار عبوری از آن کاهش می‌یابد، در نتیجه جریان القایی باید ساعتگرد باشد تا میدان درونسو ایجاد شود و با کاهش شار مخالفت کند.

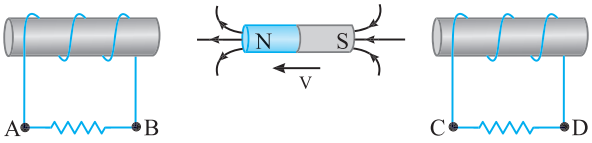
B ۲۷۶۱ ۱

بنا بـه قانـون لنز با دور شـدن آهنربا باید در نقطهٔ A قطب N میدان مغناطیسـی القا شود تا با دور شدن آهنربا مخالفت کند.



با توجه به قاعدهٔ دست راست، جریان القایی در گالوانومتر از a به b است.

بازی با سؤال در شـکل زیر سـیملوله‌ها ثابت‌اند و آهنربا به سمت چپ در حرکت است. جهت جریان القایی در مقاومت‌ها کدام است؟

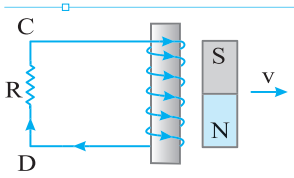


۱) از D به C و از A به B
۲) از C به D و از A به B
۳) از D به C و از B به A
۴) از C به D و از B به A

گزینه ۱

B ۲۷۶۲ ۲

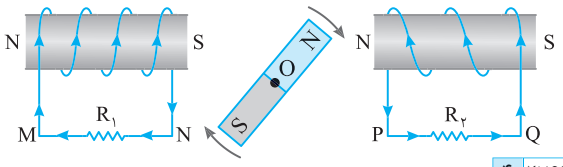
با حرکت آهنربا به سـمت راست، میدان مغناطیسـی در محـل سـیملوله کاهش می‌یابد که سبب کاهش شار مغناطیسی و ایجاد جریان القایی در سیملوله می‌شود.



بنـا به قانون لنز جهت جریان باید به گونه‌ای باشـد که بـا عامل به‌وجودآورنده‌اش یعنی دور شـدن آهنربا مخالفت کند بنابراین در محل بالای سـیملوله قطب N و در پایین آن قطب S القا می‌شود و بنا به قاعدهٔ دست راست جریان مطابق شکل از D به C است.

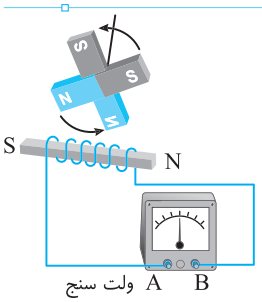
B ۲۷۶۳ ۳

قطب N در حال نزدیک شـدن به سیملولهٔ سـمت راست است، بنابراین سمت چپ این سیملوله قطب N شده تا با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند. برای سیملولهٔ سمت چپ، قطب S در حال نزدیک شـدن به آن اسـت و بنا بر قانون لنز، سمت راست این سیملوله قطب S می‌شود. بنا بر قاعدهٔ دست راست برای میدان سیملوله، جهت جریان القایی در R_1 از N به M و در R_2 از P به Q است.

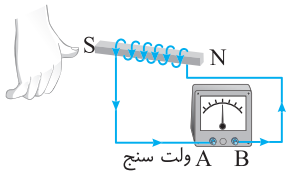


B ۲۷۶۴ ۴

به شـکل دقـت کنید با حرکـت و چرخش آهنربا مطابق شکل قطب N آهنربا از سمت چپ سـیملوله در حال دور شدن است و بنا به قانون لنز سـمت چپ سیملوله قطب S میدان مغناطیسـی القایی می‌شـود و قطب S آهنربا از سـمت راسـت سیملوله در حال دور شدن است و بنا به قانون لنز این سمت سیملوله قطب N خواهد شد.



بـا توجه به قاعدهٔ دسـت راسـت سـوی جریـان سـیملوله کـه از ولت‌سـنج نیـز می‌گـذرد، درون ولت‌سـنج از A بـه B اسـت. از طرفی هر چه تندی وزش باد بیشـتر شـود، آهنگ تغییر شار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ بیشتر شده و عددی که ولت سنج نشان می‌دهد افزایش می‌یابد.

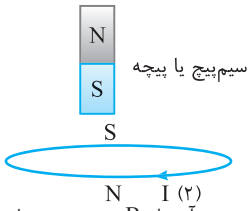


B ۲۷۶۵ ۲

با حرکت آهنربا به سـوی حلقه، شـار مغناطیسـی گذرنده از سـطح حلقه مسـی افزایش می‌یابـد و در اثـر این تغییر شـار در حلقه جریـان القایی به وجود می‌آید کـه بنا به قانون لنز می‌خواهد با عامل به وجود آورنده‌اش که نزدیک شـدن آهنربا اسـت مخالفت کند، بنابراین در جهت حرکت آهنربا شروع به حرکت می‌کند تا از آن دور شود.

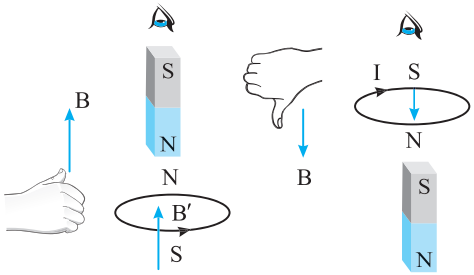
B ۲۷۶۶ ۲

هنگام نزدیک شـدن آهنربای B به حلقه، در اثر تغییر شار در حلقه جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنا به قانون لنز با حرکت آهنربا مخالفت می‌کند، یعنی مطابق شکل بالای حلقه قطب S می‌شود و بنا به قاعده دست راسـت سوی جریان در سوی (۲) خواهد بود و هنگام خروج آهنربا، سوی جریان در سـوی (۱) می‌شـود و همین مخالفت‌ها سبب می‌شود سرعت آهنربای B در برخورد به سطح شن کمتر بوده و فرورفتگی شن در محل آهنربای B کمتر و در محل آهنربای A بیشتر باشد.

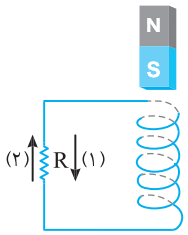


B ۲۷۶۷ ۳

هنگام نزدیک شدن آهنربا به حلقه در اثر تغییر شار، در حلقه جریان القایی به‌وجود می‌آید و سطح بالایی حلقه قطب N می‌شود تا با نزدیک شدن آهنربا به حلقه مخالفت کند. در این صورت با توجه به قاعدهٔ دسـت راسـت جریان القایی از دید ناظری که از بالا نگاه می‌کند، پادسـاعتگرد است. پس از عبور آهنربا سـطح پایینی حلقه قطب N می‌شود و با دور شدن آهنربا مخالفت کند بنابراین سوی جریان القایی از دید ناظر بالای حلقه ساعتگرد می‌شود.



بازی با سؤال **مطابق شکل روبه‌رو یک آهنربا را از بالای سیملولهٔ بدون هسته‌ای رها می‌کنیم تا از درون سیملوله عبور کرده و خارج شود، جهت جریان القایی در مقاومت الکتریکی R به هنگام ورود و خروج از سیملوله به‌ترتیب از راست به چپ در کدام جهت است؟**

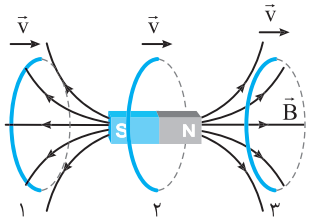


۱) (۱) و (۱)
۲) (۲) و (۲)
۳) (۱) و (۲)
۴) (۲) و (۱)

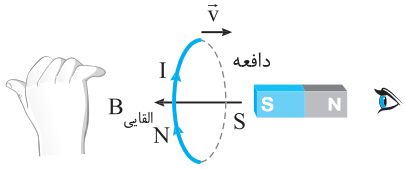
گزینهٔ ۴

B ۲۷۶۸ ۳

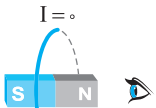
با توجه به شکل با نزدیک شدن حلقه به قطب S آهنربا (وضعیت (۱)) شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد.



بنا به قانون لنز جهت جریان القایی به‌گونه‌ای است که میدان مغناطیسی حلقه در وضعیت (۱) خلاف میدان مغناطیسی آهنربا باشد یعنی میدان القایی به سمت چپ است و جریان القایی حلقه در وضعیت (۱) ساعتگرد خواهد بود.

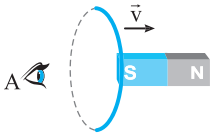


جریان القایی در حلقه در وضعیت (۲) به دلیل تغییر نکردن میدان عبوری از آن صفر می‌شود.



برای حلقه در وضعیت (۳) با دور شدن حلقه از قطب N شار عبوری از آن کاهش می‌یابد پس میدان مغناطیسی القایی باید به سمت راست باشد و جریان حلقه پادساعتگرد می‌شود.

بازی با سؤال **مطابق شکل روبه‌رو، حلقه‌ای از قطب S آهنربا به سمت قطب N حرکت می‌دهیم (آهنربا درون حلقه)، سوی جریان القایی در حلقه از دید ناظر A کدام است؟**



۱) ساعتگرد
۲) پادساعتگرد
۳) ابتدا پادساعتگرد و سپس ساعتگرد
۴) ابتدا ساعتگرد و سپس پادساعتگرد

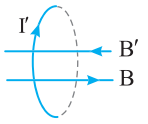
گزینهٔ ۳

A ۲۷۶۹ ۴

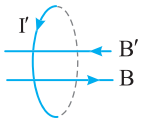
هنگام دور شدن آهن‌ربا از حلقه ۱، قسمت پایین حلقه قطب S القایی می‌شود و با توجه به قاعدهٔ دست راست جریان القایی حلقه ۱ از نظر ناظر بالای آن پادساعتگرد است؛ در حلقهٔ ۲ صفر و در حلقهٔ ۳ ساعتگرد می‌شود.

A ۲۷۷۰ ۱

مطابق شکل جهت میدان از N به S است.



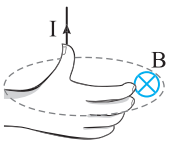
در مرحلهٔ اول که حلقه وارد خطوط میدان مغناطیسی می‌شود. شار افزایش می‌یابد طبق قانون لنز جریان القایی ساعتگرد است، تا با افزایش شار مخالفت کند.



در مرحلهٔ دوم حلقه از میدان خارج می‌شود و میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی کاهش می‌یابد. طبق قانون لنز جریان القایی پادساعتگرد است، تا با کاهش شار مخالفت کند.

B ۲۷۷۱ ۴

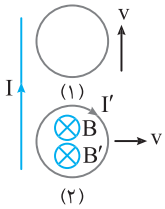
خط فکری با دور شدن از سیم راست حامل جریان، میدان مغناطیسی حاصل از سیم تغییر می‌کند (کاهش می‌یابد) اما اگر به موازات سیم جابه‌جا شویم میدان مغناطیسی در مسیر حرکت تغییر نخواهد کرد.



جهت میدان مغناطیسی سیم حامل جریان در سمت راست سیم با توجه به قاعدهٔ دست راست درونسوست.

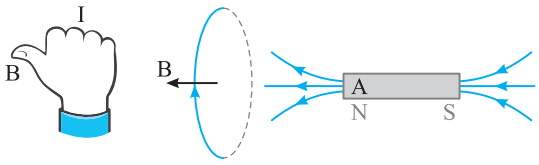
در حلقه (۱) جریان القایی ایجاد نمی‌شود زیرا با حرکت حلقه (۱) در جهت موازی با سیم راست حامل جریان، تغییر شاری در آن به‌وجود نمی‌آید.

در حلقه (۲) که در حال حرکت به سمت راست و دور شدن از سیم راست است، شار مغناطیسی در حال کاهش است و در حلقه جریان القایی (I') به وجود می‌آید که بنا به قانون لنز، میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از آن باید درونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند و برای آنکه B' درونسو باشد با توجه به قاعدهٔ دست راست برای حلقه باید جریان القایی ساعتگرد باشد.



A ۲۷۷۲ ۲

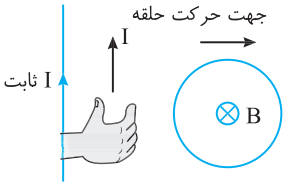
به جهت خطوط میدان مغناطیسی دقت کنید. خطوط از قطب A خارج می‌شود، بنابراین A باید قطب N آهنربا باشد. با توجه به جهت جریان القایی در حلقه، جهت میدان مغناطیسی القایی حلقه را مشخص می‌کنیم. چرخش چهارانگشت دست راست در سوی چرخش جریان و انگشت باز دست راست جهت میدان را نشان می‌دهد. جهت میدان مغناطیسی حلقه به سمت چپ است.



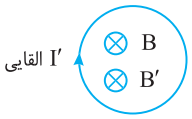
جهت میدان آهنربا نیز از راست به چپ بوده یعنی آهنربا در حال دور شدن از حلقه است که بنا به قانون لنز، میدان القایی هم‌جهت آن است تا با کاهش شار مخالفت کند یعنی جهت حرکت (→) است.

A ۲۷۷۳ ۱

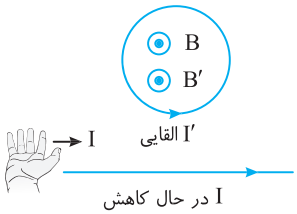
شکل الف: میدان مغناطیسی سیم حامل جریان I در محل حلقه بنا به قاعدهٔ دست راست، درونسوست. با حرکت حلقه و دور شدن از سیم، میدان مغناطیسی درون حلقه کاهش می‌یابد و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد.



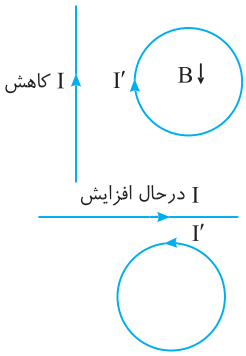
بنا به قانون القای فاراده و قانون لنز، با کاهش شار، در حلقه یک جریان القایی به‌وجود می‌آید که میدان مغناطیسی القایی حاصل از آن (B') باید درونسو باشد و با کاهش شار مخالفت کند. در این صورت جریان القایی باید ساعتگرد باشد.



شکل ب: بنا به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی سیم در محل حلقه برونسو است و با کاهش جریان، میدان مغناطیسی B و شار حاصل از آن کاهش می‌یابد در این صورت باید میدان مغناطیسی القایی نیز برونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند. بنابراین جریان القایی پادساعتگرد است.

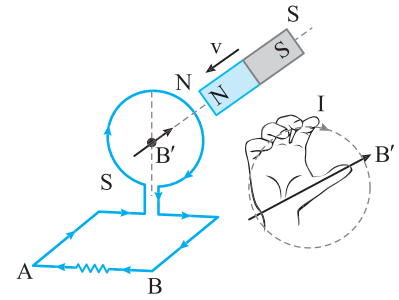


بیانیر اگر میدان مغناطیسی در محل حلقه کاهش یابد سوی جریان القایی در مجاورت سیم حامل جریان با جریان سیم همسو خواهد بود و بالعکس.

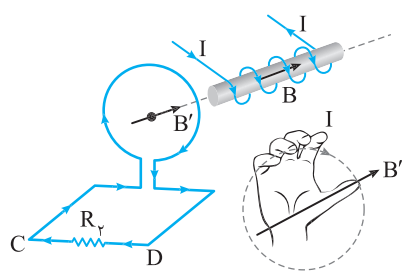


B ۴ ۲۷۷۴

شکل (الف): با حرکت آهنربای N−S به سمت حلقه (۱)، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد، بنابراین سوی جریان القایی در حلقه (۱) باید به‌گونه‌ای باشد تا با ایجاد میدان مغناطیسی القایی B' با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند یعنی سویی از حلقه که به سمت آهنرباست باید قطب N شود تا با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند بنابراین طبق قاعدهٔ دست راست جهت جریان مطابق شکل از B به A خواهد بود.



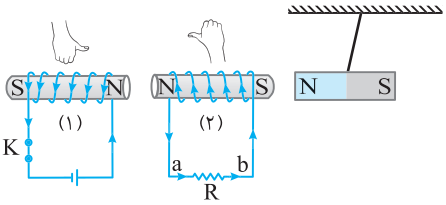
شکل (ب): ابتدا با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی سیملوله (B) را مشخص می‌کنیم. با دور کردن سیملوله باید میدان القایی (B') حلقه هم‌جهت B باشد تا از کاهش شار جلوگیری کند و جهت جریان القایی از D به C خواهد بود.



B ۴ ۲۷۷۵

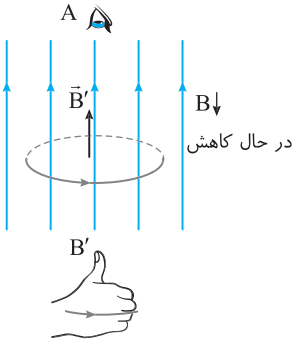
پس از وصل کلید K، جهت جریان در حلقهٔ ۱ به صورت زیر بوده و به کمک قاعدهٔ دست راست قطب N و S آن قابل به‌دست آوردن است.

چون با وصل کلید جریان I_1 و در نتیجه شار در محل سیملولهٔ (۲) افزایش می‌یابد، طبق قانون لنز جهت جریان القایی I_2 به صورتی است که با عامل تغییر شار مخالفت کند؛ و سمت چپ سیملولهٔ (۲) قطب N و سمت راست آن قطب S می‌شود و بنا به قاعدهٔ دست راست جریان القایی I_2 در مقاومت R از a به b خواهد بود و چون قطب S در مقابل قطب N آهنربا قرار گرفته، جاذبه رخ داده و آهنربا به طور لحظه‌ای به طرف چپ منحرف می‌شود.

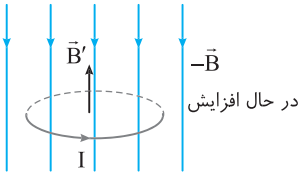


B ۱ ۲۷۷۶

مرحله اول: ابتدا میدان مغناطیسی از B به صفر کاهش می‌یابد در این حالت بنا به قانون لنز سوی جریان القایی به‌گونه‌ای است که با کاهش شار مخالفت کند بنابراین جهت میدان مغناطیسی القایی حلقه (B') باید هم‌جهت B یعنی رو به بالا باشد و با توجه به قاعدهٔ دست راست سوی جریان القایی از دید ناظر A باید پادساعتگرد باشد.



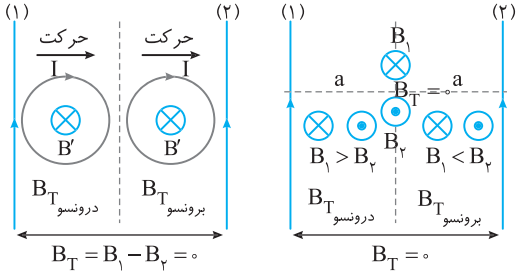
مرحله دوم: سپس میدان مغناطیسی از صفر تا −B تغییر کرده و جهت میدان تغییر کرده و رو به پایین خواهد شد و اندازهٔ آن نیز افزایش می‌یابد و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از حلقه در حال افزایش است، بنابراین جهت جریان القایی به‌گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی B' باید در خلاف جهت میدان مغناطیسی B باشد یعنی B' هم‌چنان رو به بالا بوده و جریان القایی از دید ناظر هم‌چنان پادساعتگرد است.



C ۲ ۲۷۷۷

خط فکری در حل این مسئله باید شما رفتار میدان مغناطیسی وقتی از سیم (۱) به سوی سیم (۲) می‌رویم را بررسی کنید.

با توجه به یکسان بودن جریان سیم‌ها، میدان مغناطیسی خالص در وسط دو سیم صفر است. از این‌رو وقتی حلقه به سیم (۱) نزدیک است میدان سیم (۱) که درونسو است بزرگ‌تر بوده و میدان خالص درونسو است. با حرکت حلقه به سوی وسط دو سیم میدان درونسو در حال کاهش است، از این‌رو میدان مغناطیسی القایی B' ناشی از جریان القایی حلقه نیز درونسو می‌شود تا بنا بر قانون لنز با کاهش شار مخالفت کند. بنابراین جریان القایی ساعتگرد خواهد بود. با گذر از خط وسط، میدان خالص ناشی از دو سیم برونسو و در حال افزایش است، بنابراین میدان مغناطیسی القایی (B') همچنان باید درونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. یعنی جریان همچنان ساعتگرد خواهد بود.

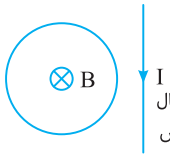


B ۲۷۷۸ ۱

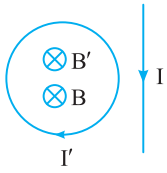
خط فکری باید جهت میدان مغناطیسی سیم راست را در محل حلقه مشخص کنید. سپس با توجه به قانون لنز و چگونگی تغییر میدان مغناطیسی جهت جریان حلقه را به‌دست می‌آوریم.

۱ در گزینهٔ (۱) جریان سیم راست رو به پایین است و با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان درون حلقه درونسو است.

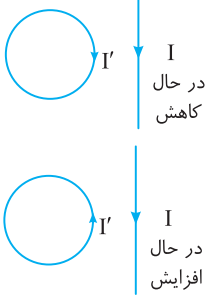
۲ جریان در حال کاهش بوده و میدان B نیز در حال کاهش است. از این رو بنا به قانون لنز جهت میدان مغناطیسی القایی (B') باید هم‌جهت B بوده تا با کاهش میدان مخالفت کند یعنی B' نیز درونسو است.



۳ به کمک قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود که جریان حلقه باید ساعتگرد باشد و گزینهٔ (۱) درست است. بنابراین بررسی سه گزینهٔ دیگر لازم نیست.

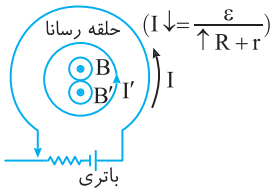


میانبر هرگاه جریان سیم راست در حال کاهش باشد جریان القایی (I') مطابق شکل روبه‌رو همسو با آن است و هرگاه جریان در حال افزایش باشد، جریان القایی (I') ناهمسو با آن است.



B ۲۷۷۹ ۴

اگر لغزنده به سمت چپ برود، مقاومت رئوستا افزایش می‌یابد و جریان I کاهش می‌یابد، با کاهش جریان I میدان مغناطیسی B ناشی از جریان در محل حلقه کاهش می‌یابد که سبب کاهش شار مغناطیسی می‌شود. بنا بر قانون لنز در حلقه جریان القایی به وجود می‌آید که با کاهش شار مخالفت می‌کند بنابراین میدان مغناطیسی القایی B' باید با میدان مغناطیسی B هم‌جهت باشد یعنی B' برونسو است و با توجه به قاعدهٔ دست راست جریان القایی پادساعتگرد است.

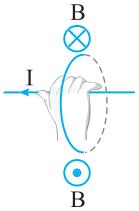


B ۲۷۸۰ ۲

خط فکری شما باید ابتدا جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان را در محل حلقه‌های (۱) و (۲) مشخص کنید، سپس با بستن کلید K تغییر مقاومت کل مدار و جریان مدار را بررسی کنید تا مشخص شود، میدان مغناطیسی حاصل از جریان چگونه تغییر می‌کند تا بتوانید به کمک قانون لنز جهت جریان القایی در هر حلقه را به‌دست بیاورید.

۱ سوی جریان مدار از پایانه مثبت باتری به‌سوی پایانه منفی باتری است.

۲ میدان مغناطیسی در محل حلقه (۱) و حلقهٔ (۲) با توجه به قاعدهٔ دست راست به‌ترتیب برونسو و درونسو است.



یادآوری هرگاه یک مقاومت به شکل موازی به مدار اضافه شود، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

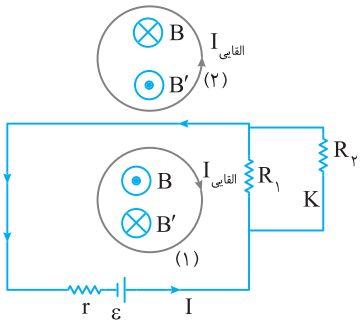
۳ با بستن کلید K، مقاومت $R_۲$ به‌طور موازی به مدار اضافه شده و مقاومت معادل کاهش می‌یابد.

۴ با کاهش مقاومت معادل (R_{eq}) جریان مدار افزایش می‌یابد. $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r})$

۵ در لحظه بسته شدن کلید و افزایش ناگهانی جریان، میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد.

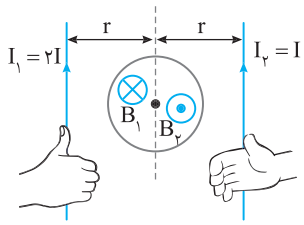
۶ در مدت کوتاهی که میدان افزایش می‌یابد، شار مغناطیسی افزایش می‌یابد و بنا به قانون القای الکترومغناطیس فاراده در حلقه‌ها جریان القایی به‌وجود می‌آید.

۷ بنا به قانون لنز جریان القایی در حلقه‌های (۱) و (۲) به‌گونه‌ای است که با ایجاد میدان مغناطیسی القایی با افزایش شار مخالفت می‌کند. یعنی میدان مغناطیسی القایی B' در محل حلقه‌های (۱) و (۲) به‌ترتیب باید درونسو و برونسو باشد. یعنی جهت جریان القایی به‌ترتیب ساعتگرد و پادساعتگرد باشد.



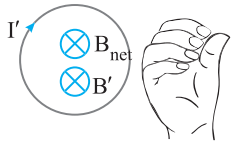
B ۲۷۸۱ ۳

۱ با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی حاصل از سیم $I_۱$ در محل حلقه درونسو و میدان مغناطیسی سیم $I_۲$ در محل حلقه برونسو است.

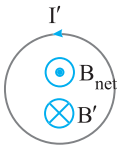


۲ جریان $I_۱=۲I$ دو برابر جریان $I_۲=I$ است بنابراین میدان مغناطیسی درونسوی $B_۱$ از میدان مغناطیسی برونسوی $B_۲$ بزرگ‌تر است و میدان مغناطیسی خالص در محل حلقه درونسو خواهد بود. $B_{net}=(B_۱-B_۲)$

۳ با افزایش جریان $I_۲$، ابتدا جریان از I به ۲I افزایش می‌یابد و میدان خالص کاهش می‌یابد تا به صفر می‌رسد. با کاهش میدان خالص، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد و بنابر قانون لنز میدان مغناطیسی القایی حلقه B' باید هم‌جهت با B_{net} باشد تا با کاهش شار مخالفت کند یعنی B' باید درونسو باشد و جریان القایی ساعتگرد خواهد بود.

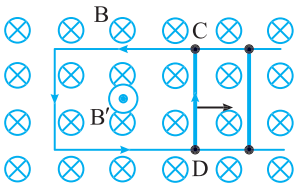


۴ با افزایش جریان $I_۲$ از ۲I تا ۳I میدان $B_۲$ از میدان مغناطیسی $B_۱$ قوی‌تر شده و جهت میدان خالص برونسو می‌شود و میدان خالص برونسو رو به افزایش است، بنابراین میدان القایی حلقه باید درونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین سوی جریان هم‌چنان ساعتگرد است.



B ۲۷۸۲ ۴

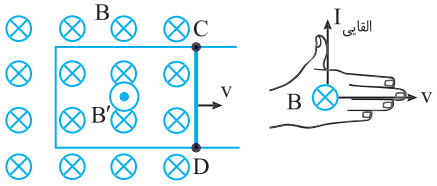
حالت اول: با حرکت سیم CD به سیم راست، مساحت مدار افزایش می‌یابد که سبب افزایش شار مغناطیسی گذرنده از سطح مدار می‌شود و بنا به قانون القای الکترومغناطیس فاراده در مدار جریان القایی به‌وجود می‌آید و بنا به قانون لنز، جهت میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از جریان القایی باید در خلاف جهت میدان B باشد تا با افزایش شار مخالفت کند یعنی B' باید برونسو باشد. پس بنا به قاعدهٔ دست راست جریان در مدار پادساعتگرد خواهد بود.



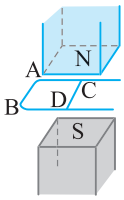
حالت دوم: با حرکت سیم راست به سمت چپ، مساحت مدار کاهش می‌یابد و تمام داستان وارون می‌شود و جریان مدار ساعتگرد خواهد شد.

میانبر برای یافتن جهت جریان در سیم CD می‌توانید از قاعدهٔ دست راست زیر کمک بگیرید.

چهار انگشت باز دست راست در جهت حرکت سیم (v) و کف دست (خم کردن چهار انگشت) در جهت میدان مغناطیسی خارجی (B) و انگشت باز شست دست راست سوی جریان القایی (I).



بازی با سؤال **در شکل زیر سیم رسانای CD روی سیم رسانای U شکل به کدام جهت حرکت داده شود تا جهت جریان القایی در سیم AB از B به سوی A باشد؟**



۱) به سمت راست

۲) به سمت چپ

۳) در امتداد سیم به جلو برده شود

۴) در امتداد سیم به عقب کشیده شود

گزینه ۲

B ۲۷۸۳ ۴

با توجه به افزایش مساحت سطح مدار شار گذرنده از سطح افزایش می‌یابد.

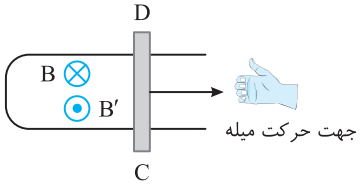
میدان مغناطیسی القایی برونسو $\xrightarrow{\text{بنا به قانون لنز}}$ $A\uparrow \Rightarrow \uparrow \Phi = BA\uparrow$

جریان القایی از C به D $\xrightarrow{\text{قاعدهٔ درست راست}}$

مقدار نیروی محرکه القایی متوسط خواهد شد.

$$|\varepsilon| = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = NB\frac{\Delta A}{\Delta t} \Rightarrow |\varepsilon| = \frac{1\times 0/5\times 20\times 10^{-4}}{1}$$

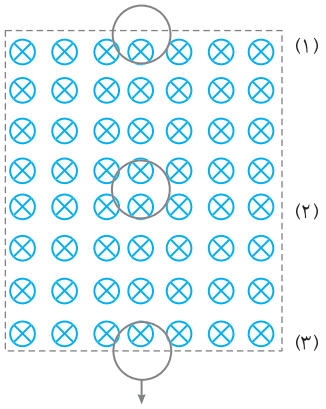
$$|\varepsilon| = 10^{-3}\,V = 1mV$$



B ۲۷۸۴ ۱

در موقعیت (۱) با حرکت حلقه و وارد شدن آن به میدان، شار افزایش می‌یابد و بنابر قانون لنز باید میدان مغناطیسی القایی برونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. در این صورت جریان حلقه پادساعتگرد می‌شود.

در موقعیت (۲) با حرکت حلقه درون میدان تغییری در شار مغناطیسی گذرنده از حلقه حاصل نمی‌شود و جریان القایی صفر است $(I_2 = 0)$.

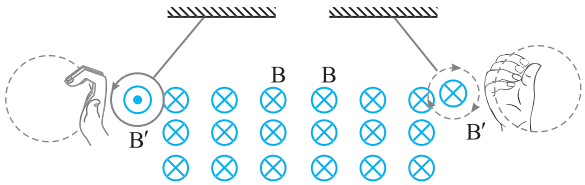


در موقعیت (۳) و خروج حلقه از میدان، کاهش شار رخ می‌دهد و جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنابر قانون لنز میدان مغناطیسی القایی باید درونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند بنابراین جریان القایی در این حالت ساعتگرد خواهد شد.

B ۲۷۸۵ ۳

هنگام ورود حلقه به میدان شار مغناطیسی گذرنده از آن افزایش می‌یابد و جریان القایی حلقه، میدان مغناطیسی القایی به وجود می‌آورد که با افزایش شار مخالفت می‌کند. بنابراین میدان مغناطیسی القایی باید برونسو باشد و جریان القایی در حلقه بنابر قاعده دست راست باید پادساعتگرد باشد. (شکل (۱))

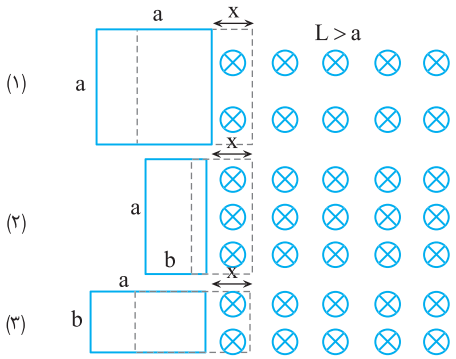
هنگام خروج حلقه از میدان، شار مغناطیسی کاهش می‌یابد، بنابراین میدان مغناطیسی حلقه باید درونسو و هم‌جهت میدان خارجی باشد. از این‌رو جهت جریان بنابر قاعده دست راست باید ساعتگرد باشد. (شکل (۲))



شکل (۱) هنگام ورود شکل (۲) هنگام خروج

B ۲۷۸۶ ۴

خط فکری تندی قاب‌ها برابر است و در مدت معین t هر سه قاب به‌اندازهٔ x وارد میدان می‌شوند. به شکل زیر به دقت نگاه کنید در یک مدت معین، تغییر سطح درون میدان برای قاب (۱) و (۲) $(\Delta A = a\times x)$ با هم برابر است بنابراین تغییر شار $(\Delta\Phi = B\Delta A)$ یکسان خواهد بود و نیروی محرکهٔ القایی برای $\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B\frac{\Delta A}{\Delta t}$ قاب (۱) و (۲) یکسان می‌شود.

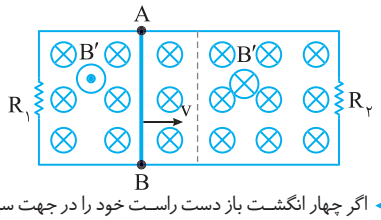


اما تغییر سطح (۳) در مدت t برابر $(\Delta A_3 = b\times x)$ است که این تغییر سطح کوچک‌تر از تغییر سطح قاب (۱) و (۲) $(b\times x < a\times x)$ بوده و تغییر شار (۳) $(\Phi = B(\Delta A))$ در مدت t کمتر از دو قاب دیگر است بنابراین نیروی محرکهٔ القایی برای سه قاب از لحظهٔ ورود تا قرارگیری کامل در میدان خواهد شد:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 > \varepsilon_3$$

B ۲۷۸۷ ۱

با حرکت میلهٔ رسانای AB به سمت راست سطح مدار سمت چپ افزایش و سطح مدار سمت راست کاهش می‌یابد یعنی شار مغناطیسی در مدار سمت چپ افزایش و در مدار سمت راست کاهش می‌یابد در این صورت جریان القایی در مدار سمت چپ و در مدار سمت راست به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از آن به‌ترتیب برونسو و درونسو باشد و با توجه به قاعده دست راست جریان در مدار سمت چپ و سمت راست به‌ترتیب پادساعتگرد و ساعتگرد است یعنی در مقاومت R_1 جریان از بالا به پایین و در مدار R_2 نیز جریان از بالا به پایین است.

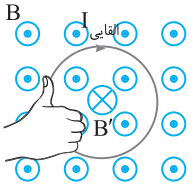


میانبر اگر چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت سرعت به‌گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به سمت داخل صفحه کاغذ (میدان مغناطیسی خارجی درونسو) قرار گیرد در این صورت جریان القایی در سیم متحرک AB از B به‌سوی A می‌رود و در نقطهٔ A به دو شاخه سمت راست و سمت چپ تقسیم می‌شود و در هر دو مقاومت R_1 و R_2 جریان از بالا به پایین خواهد بود.

B ۲۷۸۸ ۱

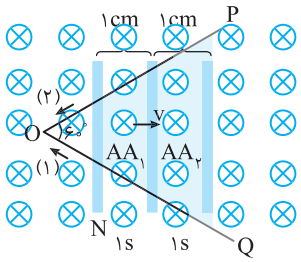
یادآوری با افزایش دمای حلقه و انبساط حلقه، سطح حلقه افزایش می‌یابد.

با افزایش سطح حلقه در اثر افزایش دما، شار گذرنده از سطح حلقه افزایش می‌یابد و بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده می‌تواند در مدار جریان القایی به‌وجود آید و بنا به قانون لنز میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از آن باید درونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. پس با توجه به قاعدهٔ دست راست جریان القایی ساعتگرد است.



C ۲۷۸۹ ۲

فرض کنیم تندی میله $1cm/s$ باشد یعنی در هر ثانیه میله $1cm$ جلو برود. اکنون به شکل نگاه کنید تغییر سطح در $1s$ اول ΔA_1 و در $1s$ دوم ΔA_2 $(\Delta A_2 > \Delta A_1)$ است یعنی آهنگ تغییر شار $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=B\frac{\Delta A}{\Delta t})$ در حال



افزایش بوده و بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکهٔ القایی و در نتیجه جریان القایی در حال افزایش است البته با جدا شدن میله از سیم رسانا POG جریان قطع می‌شود. با افزایش سطح مدار و افزایش شار، بنا به قانون لنز یک میدان القایی برونسو ایجاد می‌شود که با تغییر شار مخالفت کند از این‌رو جریان القایی پادساعتگرد است.

B ۲۷۹۰ ۴

خط فکری در گام اول با توجه به قانون القای فاراده نیرو و محرکهٔ القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به قانون لنز جهت جریان القایی را حساب می‌کنیم.

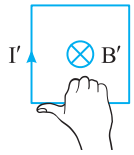
نکته ۱ نیرو محرکهٔ القایی با توجه به قانون القای فاراده از رابطهٔ $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید.

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[N=1,\Delta t=1ms=10^{-3}s]{\Phi=BA\cos\theta}\bar{\varepsilon}=-\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{10^{-3}}$$

$$\xrightarrow[\cos\theta=1]{\text{صفحه بر خطوط عمود است}}\bar{\varepsilon}=\frac{-(B_2-B_1)A}{10^{-3}}$$

$$\xrightarrow[A=600\times10^{-4}m^2]{\Delta B=-200G=-200\times10^{-4}T}\bar{\varepsilon}=\frac{-(-200\times10^{-4})\times(600\times10^{-4})}{10^{-3}}=1/2V$$

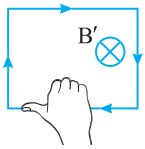
نکته ۲ طبق قانون لنز، جریان القایی در جهتی ایجاد می‌شود که با عامل تغییر شار مخالفت کند.



میدان مغناطیسی در حال کاهش است پس باید میدان القایی در جهت میدان داده شده یعنی درونسو القا شود تا با کاهش میدان مغناطیسی (که عامل تغییر شار است) مخالفت کند. حال با توجه به قاعدهٔ دست راست و جهت میدان القایی، جهت جریان القایی را به‌دست می‌آوریم که مشخص می‌شود این جریان ساعتگرد است.

B ۲۷۹۱ ۲

خط فکری مقدار نیرو محرکه القایی را با توجه به قانون القای فاراده $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آوریم که مدت زمان $1ms$ و تغییر شار $0/02Wb$ در حال کاهش داده شده است. جهت جریان القایی هم با توجه به قانون لنز به‌دست می‌آید. جهت جریان باید به گونه‌ای باشد که با کاهش شار که حاصل از خروج قاب از میدان است مخالفت کند.



قاب در حال خارج شدن بوده پس شار در حال کاهش است و میدان مغناطیسی القایی با کاهش شار مخالفت کرده و هم‌جهت با B به صورت درونسو القا می‌شود حال با توجه به جهت میدان القایی و قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی قاب را به‌دست می‌آوریم:

چهار انگشت خم شدهٔ دست راست را در جهت میدان القایی درونسو گرفته در این حالت جهت جریان در جهت شست دست راست قرار دارد و ساعتگرد است.

با استفاده از قانون القای فاراده، نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=1ms=10^{-3}s]{N=1,\Delta\Phi=-0/02Wb}\bar{\varepsilon}=-1\times\frac{(-0/02)}{10^{-3}}=20V$$

B ۲۷۹۲ ۴

خط فکری در قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $(\varepsilon=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$، با توجه به تعریف شار $\Phi=BA\cos\theta$ به سه طریق شار مغناطیسی می‌تواند تغییر کند.

۱ تغییر میدان مغناطیسی $\Delta\Phi=(\Delta B)A\cos\theta$

۲ تغییر سطح مدار $\Delta\Phi=B(\Delta A)\cos\theta$

۳ تغییر زاویهٔ بین خطوط میدان و بردار عمود بر سطح $\Delta\Phi=BA(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$.

در این مسئله تغییر شار به واسطهٔ تغییر مساحت مدار رخ داده است.

نیروی محرکه القایی متوسط برابر است با:

$$\bar{\varepsilon}=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow\bar{\varepsilon}=|-N\frac{B\Delta A}{\Delta t}|\Rightarrow\bar{\varepsilon}=\frac{1/35\times(\pi\times9\times10^{-4})}{0/25}$$

$$\Rightarrow\bar{\varepsilon}=4/86\pi\times10^{-3}V=4/86\pi mV$$

با کاهش مساحت حلقه، شار گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد و بنا به قانون القای الکترومغناطیس فاراده جریان القایی در حلقه به‌وجود می‌آید. بنا به قانون لنز باید میدان مغناطیسی القایی درونسو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند. از این‌رو جهت جریان القایی در حلقه ساعتگرد و در مقاومت R از a به سمت b است.

B ۲۷۹۳ ۱

۱ با حرکت MN به سمت چپ، سطح مدار کاهش می‌یابد.

۲ با کاهش سطح مدار شار مغناطیسی گذرنده از سطح مدار کاهش می‌یابد.

۳ با تغییر شار در مدار جریان القایی به‌وجود می‌آید.

۴ بنا به قانون لنز جهت جریان به‌گونه‌ای است که با تغییر شار مخالفت کند، بنابراین میدان مغناطیسی القایی (B') نیز باید برونسو باشد.

۵ حال که میدان القایی برونسو است، به کمک قاعدهٔ دست راست برای سیم راست باید جریان در سیم MN از N به سمت M باشد.

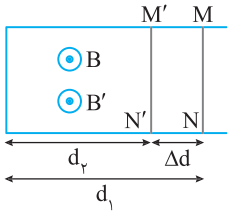
۶ بنا بر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\xrightarrow[\Delta\Phi=B\Delta A]{N=1}|\bar{\varepsilon}|=B|\frac{\Delta A}{\Delta t}|\xrightarrow{\Delta A=l\Delta d}|\bar{\varepsilon}|=Bl\frac{\Delta d}{\Delta t}$$

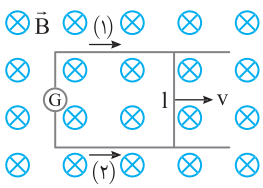
در مبحث حرکت شناسی خوانده‌اید که $\frac{\Delta d}{\Delta t}$ برابر تندی است از این‌رو:

$$|\bar{\varepsilon}|=Blv^{1}\Rightarrow ۰/۱۵=۰/۱۲\times ۰/۲۵\times v \quad ^{*}$$

$$\Rightarrow v=۵m/s$$



بازی با سؤال در شکل زیر میدان مغناطیسی ۰/۰۵ تسلا، سطح قاب عمود بر میدان است و ضلع l به‌طول ۴۰cm با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه در جهت نشان داده شده در حرکت است. نیروی محرکهٔ القایی چند ولت و جریان القایی در کدام جهت است؟ ریاضی - ۸۷

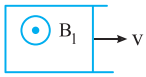


۱) ۱/۲، (۱)
۲) ۱/۲، (۲)
۳) ۰/۴، (۱)
۴) ۰/۴، (۲)

گزینهٔ ۴

۴ B ۲۷۹۴

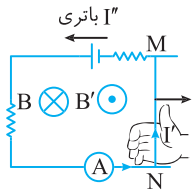
یادآوری هر گاه یک میله به طول L با تندی ثابت v در یک میدان مغناطیسی مطابق شکل جابه‌جا شود نیروی محرکهٔ القایی برابر $\bar{\varepsilon}=BLv$ در آن ایجاد می‌شود.



با توجه به یادآوری بزرگی نیرو محرکهٔ القایی و با استفاده از قانون لنز جهت جریان القایی را به‌دست می‌آوریم:

۱ بزرگی نیرو محرکهٔ القایی: $\bar{\varepsilon}_{\text{القایی}}=BLv\Rightarrow\bar{\varepsilon}_{\text{القایی}}=۰/۴\times\frac{۲۰}{۱۰۰}\times۵۰=۴V$

۲ مساحت سطح حلقه در حال افزایش است، بنابراین جریان القایی باید با این افزایش مساحت مخالفت کند و میدان القایی خلاف جهت میدان B خواهد بود، با توجه به جهت میدان القایی B′، جهت جریان القایی را به کمک قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم.



۳ جهت جریان نیرو محرکهٔ القایی پادساعتگرد است و با توجه به اینکه جریان باتری نیز از قطب مثبت آن خارج می‌شود، دو جریان همسو اند، و جریان مدار خواهد شد:

$$I_{\text{مدار}}=\frac{\varepsilon_{\text{باتری}}+\bar{\varepsilon}_{\text{القایی}}}{R+r}\Rightarrow I_{\text{مدار}}=\frac{۱۶+۴}{۵}=۴A$$

بازی با سؤال اگر در این تست میلهٔ فلزی به سمت چپ کشیده شود، آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟

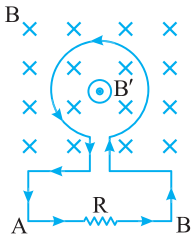
۱) ۲/۴ ۲) ۰/۸ ۳) ۳/۲ ۴) ۴

گزینهٔ ۱

*- این رابطه در کتاب درسی تجربی نیست اما با ترکیب حرکت‌شناسی و القای الکترومغناطیسی به‌دست می‌آید.

۱ B ۲۷۹۵

خط فکری با توجه به قانون القای الکترومغناطیس فاراده $(\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ در دو لحظهٔ داده شده، شار با توجه به معادلهٔ شار - زمان $\Phi=(۵t^{۲}+۶t)\times۱۰^{-۳}$ مشخص است که با گذشت زمان و افزایش t، شار در حال افزایش است.



میدان مغناطیسی B درونسوست در نتیجه بنابر قانون لنز میدان مغناطیسی القایی باید برونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند از این رو بنا بر قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه، جهت جریان القایی حلقه پادساعتگرد و در مقاومت R از A به B است. برای به‌دست آوردن نیروی محرکهٔ القایی متوسط، ابتدا شار مغناطیسی در t=۰ و t=۲s را به‌دست می‌آوریم:

$$t=۰\Rightarrow\Phi_{۱}=۰\ ,\ t=۲s\Rightarrow\Phi_{۲}=(۵\times۲^{۲}+۶\times۲)\times۱۰^{-۳}=۳۲\times۱۰^{-۳}Wb$$

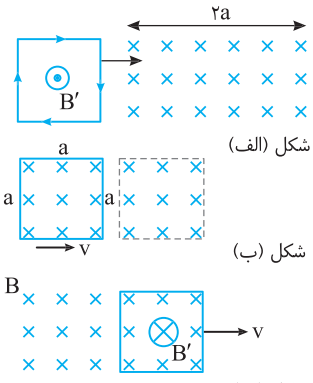
بنابر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=\frac{۳۲\times۱۰^{-۳}}{۲}=۱۶\times۱۰^{-۳}V=۱۶mV$$

۱ B ۲۷۹۶

خط فکری مهم‌ترین نکته در حل این تست عبارت درون پرانتز در آخر مسئله است که با توجه به آن اگر جریان درون حلقه فلزی در جهت مثلثاتی (پادساعتگرد) باشد، آن جریان را مثبت در نظر می‌گیریم. نکته بعدی سرعت ثابت حرکت حلقه است که باعث می‌شود آهنگ تغییر شار $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ در هنگام ورود به میدان مغناطیسی و هنگام خروج از آن ثابت بماند و جریان القایی ثابت باشد یعنی، گزینه (۴) نادرست است.

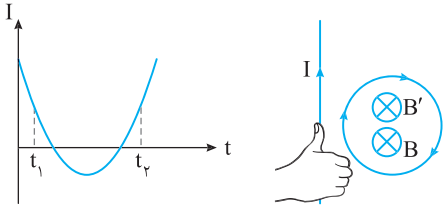
سرعت حلقه فلزی ثابت است بنابراین در مدت ورود قاب به درون میدان مغناطیسی شار مغناطیسی به‌طور یکنواخت در حال افزایش و جریان القایی در آن ثابت است شکل (الف)، اما با ورود کامل قاب به درون میدان و حرکت آن در میدان تغییر شاری وجود ندارد و جریان القایی صفر می‌شود شکل (ب) و گزینهٔ (۳) نادرست است. اما در هنگام خروج قاب از میدان، چون سرعت قاب ثابت است، آهنگ تغییر شار ثابت بوده و جریان القایی ثابتی در خلاف جهت اولیه ایجاد می‌شود. (شکل پ)



دقت کنید که شار مغناطیسی در حال ورود به میدان در حال افزایش است و در قاب یک میدان مغناطیسی القایی برونسو (B') ایجاد می‌شود که با افزایش شار مخالفت می‌کند. به کمک قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه مشخص می‌شود که جهت جریان القایی باید پادساعتگرد و در جهت مثلثاتی بوده بنابراین طبق فرض مسئله جریان مثبت است و هنگام خروج به دلیل کاهش شار یک میدان مغناطیسی القایی درونسو ایجاد شده که طبق قانون لنز با کاهش شار مخالفت می‌کند. بنابر قاعدهٔ دست راست برای میدان مغناطیسی حلقه مشخص می‌شود که جریان ساعتگرد و در خلاف جهت مثبت مثلثاتی و منفی است.

۳ B ۲۷۹۷

۱ میدان مغناطیسی سیم راست در محل حلقه با توجه به قاعدهٔ دست راست درونسوست.



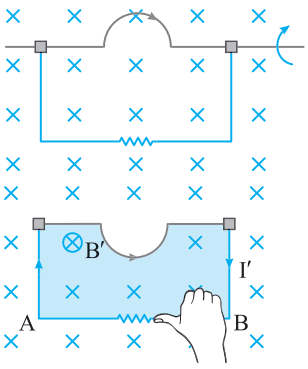
۲ بـا توجه به نمودار جریان I در لحظهٔ t_1 در حال کم شـدن اسـت بنابراین میدان مغناطیسـی در محل حلقه در حال کاهش بوده و سـبب کاهش شار مغناطیسی می‌شود و بنـا به قانون القای الکترومغناطیس فاراده در حلقه جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنا به قانون لنز میدان مغناطیسـی القایی (B') ناشـی از جریان القایی باید درونسـو باشد تا با کاهش شار مخالفت کند، بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی حلقه ساعتگرد است.

۳ در لحظهٔ t_2 ، جریان I در حال افزایش، شـار در حال افزایش اسـت، بنابراین باید میدان مغناطیسی القایی برونسو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین جریان القایی پادساعتگرد است.

پنجره دوجداره (سطح دوم)

A ۲۷۹۸ ۲

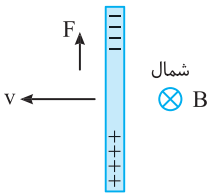
وقتی نیم‌حلقه را ۱۸۰° می‌چرخانیم سـطح مدار کاهش می‌یابد یعنی شار مغناطیسـی گذرنـده از سـطح مدار کاهـش می‌یابد و بنابـر قانون القایی الکترومغناطیسـی فـاراده در مـدار جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنابر قانـون لنـز یک میـدان مغناطیسـی القایی (B') درونسـو ایجاد می‌کند تـا بـا کاهـش شـار مخالفـت کند و جریـان القایـی بنابـر قاعدهٔ دسـت راست از B به A خواهد بود.



بعد از ۱۸۰° چرخش نیم حلقه

B ۲۷۹۹ ۴

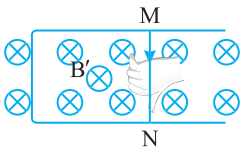
میدان مغناطیسـی زمین از جنوب به شـمال اسـت. جهت رو به شـمال را درونسو فرض می‌کنیم. میلهٔ فلزی دارای الکترون آزاد است. هنگامی که میله را به حرکت درمی‌آوریم، میدان مغناطیسی زمین بر الکترون‌ها نیرو وارد می‌کند. برای آنکه انتهای پایینی، پتانسیل الکتریکی بیشـتری داشته باشد، باید در اثر نیروی میدان الکترون‌ها به سمت بالای میله بروند. انگشت شست دست چپ خود را به سمت بالای میله نشـانه‌گیری کنید، بـه گونه‌ای که کف دست شـما به سـمت صفحهٔ کاغذ یعنی در جهت میـدان مغناطیسـی (رو بـه شـمال) باشـد. در این حالت چهار انگشـت شـما جهت حرکت میله یعنی سمت چپ (غرب) را نشان می‌دهد.



B ۲۸۰۰ ۱

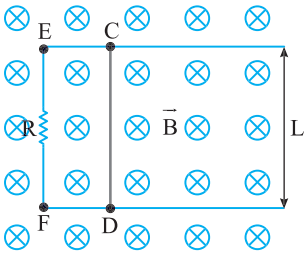
خط فکری وقتی یک جسم از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت درمی‌آید تندی آن افزایش می‌یابد.

در اینجا با حرکت تندشـوندهٔ میلهٔ رسـانای MN، سطح مدار و در نتیجه شار مغناطیسی کاهش می‌یابد و چون تندی میله در حال افزایش است آهنگ تغییر شار $\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$ در حال افزایش اسـت. یعنی جریان القایی هر لحظـه در حال افزایش خواهد بـود. اما با کاهش سطح و ایجاد جریان القایی، میدان مغناطیسی القایی درونسو خواهد شد تا بنابر قانون لنز با کاهش شـار مخالفت کند در این صورت سـوی جریان القایی در سـیم MN از M به سمت N است.



بازی با سؤال **شـکل زیر رسـانای U شـکلی را درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که عمود بر صفحه شکل و رو به داخل صفحه است نشان می‌دهد. اگر میله فلزی CD را با سرعت اولیه v_0 به طرف راست پرتاب کنیم جهت جریان القایی در مقاومت R به کدام سمت است و جریان القایی متوسط چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) از E به F، ثابت می‌ماند.
۲) از E به F، کاهش می‌یابد.
۳) از F بـه E، کاهـش می‌یابـد و سپس ثابت می‌ماند.
۴) از E بـه F، کاهـش می‌یابـد و سپس ثابت می‌ماند.

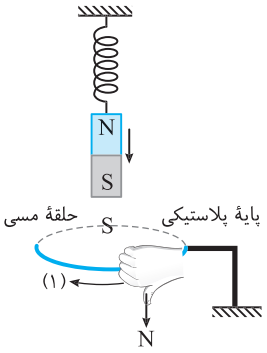


گزینهٔ ۲

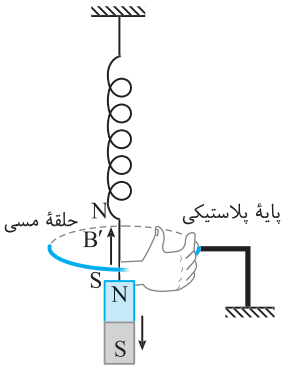
B ۲۸۰۱ ۳

خط فکری دقت کنید که وقتی وزنه رها می‌شود، این وزنه در شرایط معمولی چندین بار بالا و پایین می‌رود تا سـرانجام متوقف می‌شـود. هنگام رها شـدن آهنربا، آهنربا فنر را به پایین می‌کشد و آن قدر آهنربا پایین می‌آید تا متوقف شود سپس در اثر نیروی فنر به سمت بالا برمی‌گردد تا مجدداً سرعت آن صفر شود و تحت تأثیر نیروی وزن به سمت پایین حرکت کند که این حرکت رفت و برگشت به‌طور متناوب اتفاق می‌افتد تا آهنربا متوقف شود.

۱ در ابتدا با نزدیک شـدن آهنربا به حلقهٔ مسـی، شـار مغناطیسـی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابـد و بنابر قانون القای الکترومغناطیسـی فاراده در حلقه، جریان القایـی به‌وجود می‌آید کـه بنابر قانون لنز بـا عامل به‌وجـود آورنـده‌اش که حرکت آهنرباست مخالفت می‌کند. اما چگونه؟ قسـمت بـالای حلقـه قطـب S میـدان مغناطیسی القایی حلقه می‌شود تا قطب S آهنربا را دفع کنـد و با پایین آمدن آهنربا مخالفـت کنـد، بنابراین به کمـک قاعدهٔ دست راست جهت جریان القایی در حلقه در سوی (۱) خواهد بود.



۲ پس از رد شـدن آهنربـا از حلقه، شـار مغناطیسـی تا لحظهٔ توقـف آهنربا کاهـش می‌یابد و جریـان القایی حلقه با دور شـدن آهنربا مخالفت می‌کند یعنی قسـمت پاییـن حلقـه قطـب S میـدان مغناطیسی القایی (B') حلقه می‌شود تا بنابـر قانـون لنـز بـا دور شـدن آهنربـا مخالفت کند و با توجه به قاعدهٔ دسـت راسـت جهت جریان در سوی (۲) است یعنی تغییر جهت می‌دهد.



۳ پس از توقف و برگشت آهنربا به سمت بالا پدیده‌ها در جهت وارون تکرار می‌شود یعنی ابتدا سـوی جریان در سـوی (۱) بوده و سپس در سـوی (۲) و به‌طور متناوب تکرار می‌شود. البته بعد از چند نوسان به سرعت متوقف می‌شود.

بازی با سؤال **اگر از هر گونه اتلاف انرژی صرف‌نظر کنیم، کدام گزینه در مورد نوسان‌های آهنربا درست است؟**

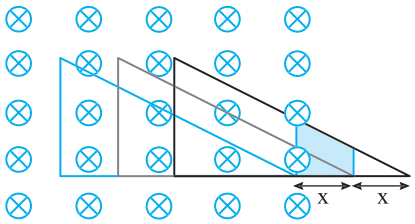
۱) به مدت طولانی به نوسان خود ادامه می‌دهد.
۲) در تمام مدت طولانی مسیر رفت و برگشت آن ثابت است.
۳) با چند نوسان و کاهش طول مسیر رفت و برگشت به سرعت متوقف می‌شود.
۴) هر سه حالت ممکن است.

گزینهٔ ۳

C ۲۸۰۲ ۳

با توجه به شکل اگر تندی مثلث هنگام خارج شدن یکسان باشد و در مدت معین t به اندازهٔ x جلو برود، تغییر سطح با گذشت زمان، افزایش می‌یابد و تغییر شار افزایش می‌یابد (دقت کنید تغییر شار مغناطیسی، نه شار مغناطیسی) بنابراین آهنگ شار در حال افزایش خواهد بود $(\frac{\Delta\Phi\uparrow}{\Delta t})$ و نیروی محرکهٔ القایی و جریان حاصل از آن افزایش می‌یابد و گزینهٔ (۱) نادرست است و اگر حرکت مثلث تندشونده باشد آهنگ تغییر شار با شدت بیشتری رخ می‌دهد و افزایش جریان القایی شدیدتر است و گزینهٔ (۲) نادرست است.

اما اگر حرکت مثلث کندشونده باشد، ممکن است $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ ثابت بماند و جریان القایی نیز ثابت باشد و گزینهٔ (۳) درست است.



C ۲۸۰۳ ۴

خط فکری ابتدا باید مشخص کرد که در بازهٔ زمانی صفر تا ۲s جریان در حال کاهش است یا در حال افزایش. برای این منظور باید نمودار جریان بر حسب زمان را رسم کنید تا متوجه شوید در هر لحظه و یا هر بازهٔ زمانی، تغییرات جریان چگونه است.

یادآوری برای یک تابع درجهٔ (۲) $(y=ax^2+bx+c)$ مؤلفهٔ x رأس سهمی خواهد شد:

$$x=-\frac{b}{2a}$$

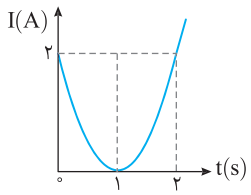
۱ معادلهٔ $I=2t^2-4t+2$ یک تابع درجهٔ (۲) است. نمودار تابع درجهٔ (۲) سهمی است. رأس سهمی را به‌دست می‌آوریم.

$$t=-\frac{b}{2a}\xrightarrow[a=2]{b=(-4)}t=\frac{4}{2\times2}=1s$$

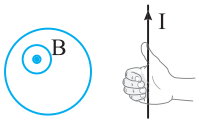
مقدار جریان در رأس سهمی را حساب می‌کنیم.

$$I=2\times(1)^2-4\times1+2\Rightarrow I=0$$

در لحظهٔ $t=0$، مقدار جریان برابر $I=2A$ است، خط قائمی که از رأس سهمی می‌گذرد، محور تقارن سهمی است بنابراین در لحظهٔ $t=2s$ نیز جریان 2A است در نتیجه نمودار به شکل روبه‌روست.



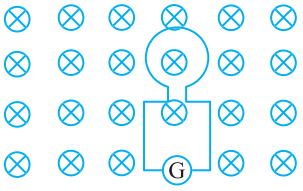
۲ جهت جریان سیم راست در سمت چپ آن بنابر قاعدهٔ دست راست برونسو است.



۳ با توجه به نمودار سهمی I−t، جریان سیم راست ابتدا در حال کاهش است، پس شار مغناطیسی گذرنده از حلقه نیز در حال کاهش است و بنابر قانون لنز میدان مغناطیسی القایی برونسو و جریان القایی در حلقه پادساعتگرد است. در بازهٔ ۱s تا ۲s جریان سیم راست در حال افزایش است و میدان مغناطیسی حاصل از آن و شار مغناطیسی گذرنده از حلقه نیز در حال افزایش است، بنابراین جریان القایی در حلقه بنابر قانون لنز باید ساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی القایی با افزایش شار مخالفت کند. در نتیجه گزینهٔ (۴) درست است.

بازی با سؤال **در شکل زیر حلقه در یک میدان مغناطیسی درونسو قرار دارد. اگر شار مغناطیسی حاصل از میدان مغناطیسی با توجه به معادلهٔ $\Phi=(4t^2-8t)\times10^{-2}$ در SI با زمان شروع به تغییر کند، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در بازهٔ $t=0/5s$ تا $t=3s$ چند میلی‌ولت و جهت جریان القایی در مدت $t=0$ تا $t=2s$ کدام است؟**

خارج تجربی - ۹۲

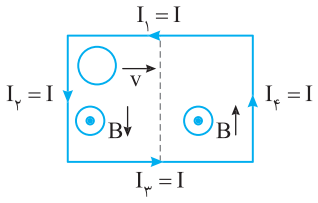


۱) ۶۰، ابتدا ساعتگرد سپس پادساعتگرد
۲) ۴۰، ابتدا ساعتگرد سپس پادساعتگرد
۳) ۶۰، ابتدا پادساعتگرد سپس ساعتگرد
۴) ۴۰، ابتدا پادساعتگرد سپس ساعتگرد

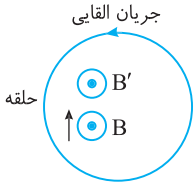
گزینهٔ ۳

C ۲۸۰۴ ۴

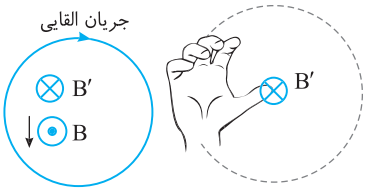
میدان تمام سیم‌ها درون قاب مستطیل شکل برونسو است. با حرکت حلقه به سمت راست ابتدا تا خط چین نشان داده شده در شکل میدان مغناطیسی خالص در حال کاهش و با گذر از خط‌چین و نزدیک شدن به سیم I_4، میدان در حال افزایش است.



بنابراین در ابتدا که میدان در حال کم شدن است، بنا به قانون لنز میدان مغناطیسی القایی حلقه باید برونسو باشد و جریان القایی پادساعتگرد است.

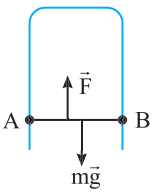


بعد از گذر از خط‌چین و کاهش میدان مغناطیسی، بنا به قانون لنز جهت جریان ساعتگرد خواهد شد.



C ۲۸۰۵ ۳

در لحظهٔ شروع حرکت تنها نیروی مؤثر وارد بر میلهٔ AB نیروی گرانشی است که به آن به‌طور لحظه‌ای شتاب g می‌دهد. با حرکت میله رو به پایین و افزایش سطح مدار و تغییر شار در میلهٔ AB جریان القایی به‌وجود می‌آید که بنا بر قانون لنز این جریان با عامل به‌وجود آورنده‌اش که حرکت میلهٔ AB است مخالفت می‌کند و مانند این است که به میلهٔ AB نیرویی رو به بالا وارد می‌شود. به همین علت شتاب حرکت میله از g کمتر می‌شود و هر چه سرعت میله بیشتر می‌شود، آهنگ تغییر شار بیشتر شده نیروی محرکهٔ القایی بیشتر شده و بنا بر قانون لنز نیرویی که به میله وارد می‌شود بیشتر می‌شود و شتاب حرکت میلهٔ AB کاهش می‌یابد تا لحظه‌ای که نیروی گرانش و نیرویی که رو به بالا بر میله از طرف میدان وارد می‌شود برابر شده و شتاب حرکت میله صفر شود و میله با سرعت ثابت به پایین می‌لغزد.



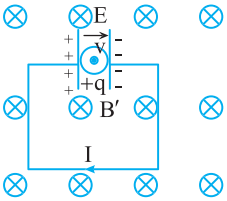
مرحلهٔ اول $F=0\Rightarrow F_T\neq0\Rightarrow a=g$

مرحلهٔ دوم $F\neq0\Rightarrow mg>F\Rightarrow a<g$

مرحلهٔ سوم $F=mg\Rightarrow F_T=0\Rightarrow a=0$

C ۲۸۰۶ ۳

۱ بار در راستای میدان مغناطیسی پرتاب شده بنابراین از طرف میدان مغناطیسی به آن نیرویی وارد نمی‌شود.



$$F_B=qvB\sin\theta\xrightarrow[\sin\theta=0]{\theta=180^\circ}F_B=0$$

۲ با کاهش میدان در مدار جریان القایی به‌وجود می‌آید که خازن را پر می‌کند. جهت جریان القایی به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') حاصل از آن باید درونسو باشد تا بنابر قانون لنز با کاهش شار مخالفت کند.

۳ میدان مغناطیسی القایی B' درونسو شده است بنابراین جریان مدار ساعتگرد و بار مثبت روی صفحه سمت چپ خازن جمع می‌شود و میدان الکتریکی از چپ به راست بوده و نیرویی که این میدان بر بار $+q$ وارد می‌کند به سمت راست خواهد بود.

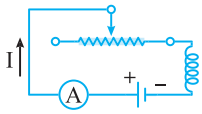
پنجره ۴

B ۲۸۰۷ ۳

خط فکری ضریب القاوری که با نماد L نمایش داده می‌شود به عواملی هم‌چون تعداد دور، طول و سطح مقطع القاگر و جنس هسته‌ای که داخل آن قرار می‌گیرد بستگی دارد و به جریان گذرنده از آن بستگی ندارد. با توجه به خط‌فکری گزینه (۱) و (۲) نادرست است.

با حرکت لغزنده به سمت چپ، مقاومت رئوستا کاهش می‌یابد و با کاهش مقاومت، جریان مدار افزایش می‌یابد $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r})$ و با افزایش جریان، شار مغناطیسی در سیملوله افزایش می‌یابد و این تغییر شار سبب ایجاد یک نیروی محرکهٔ خودالقاوری می‌شود که بنا به قانون لنز با افزایش شار مخالفت می‌کند و مانند این است که جریانی از A به B در خلاف جهت جریان اصلی به‌وجود می‌آورد در این صورت پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A از نقطهٔ B به‌طور لحظه‌ای بیشتر می‌شود و بعد از مدتی اختلاف پتانسیل A و B صفر می‌شود و گزینه (۳) درست است.

بازی با سؤال **در مدار شکل مقابل، افزایش مقاومت رئوستا سبب القای نیروی محرکه‌ای در القاگر می‌شود که با نیرو محرکهٔ باتری ..... و این نیرو محرکه ..... است.**



از کتاب درسی

۱) هم‌جهت، دائمی ۲) هم‌جهت، موقت
۳) خلاف جهت، دائمی ۴) خلاف جهت، موقت

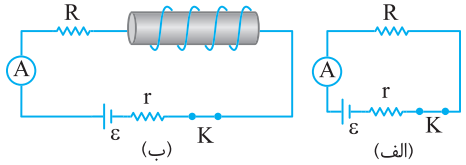
گزینهٔ ۲

A ۲۸۰۸ ۱

القاگر آرمانی در جریان ثابت انرژی مصرف نمی‌کند. (نه انرژی دریافت می‌کند و نه انرژی از دست می‌دهد.)

B ۲۸۰۹ ۳

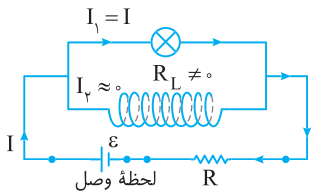
در مدار (الف) با قطع کلید K جریان خیلی سریع صفر می‌شود و t بسیار کوتاه است اما در مدار (ب) با قطع کلید K در القاگر در اثر خودالقاوری نیروی محرکه‌ای ایجاد می‌شود که با تغییر جریان (کاهش جریان) مخالفت می‌کند. بنابراین زمان t' که در آن جریان مدار (ب) به صفر می‌رسد از T در مدار (الف) طولانی‌تر است. $(t<t')$



C ۲۸۱۰ ۳

۱ بلافاصله پس از وصل کلید، اثر خودالقاوری با چنان شدتی در مدار ظاهر می‌شود که تمام جریان از لامپ می‌گذرد و لامپ روشن می‌شود.

۲ اما پس از مدتی که جریان مدار ثابت می‌شود، اثر خودالقاوری از بین می‌رود و سیملوله شبیه یک مقاومت معمولی اهمی که با مقاومت لامپ موازی است عمل می‌کند و جریان مدار بین سیملوله و لامپ تقسیم می‌شود و لامپ با نور کمتری روشن می‌ماند.

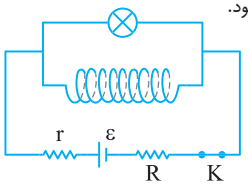


B ۲۸۱۱ ۳

خط فکری مقاومت القاگر صفر است یعنی القاگر در مداری که جریان در آن ثابت است و اثر خودالقاوری ندارد، شبیه یک سیم بدون مقاومت عمل می‌کند.

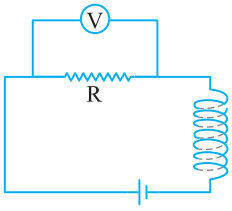
۱ در مدار زیر القاگر آرمانی است و سبب می‌گردد که لامپ اتصال کوتاه شود و لامپ در این حالت خاموش است.

۲ با قطع کلید، جریان مدار می‌خواهد از I به صفر برسد و این تغییر شدید جریان باعث ایجاد جریان خودالقاوری در القاگر شده و این جریان از لامپ گذشته لامپ روشن و به تدریج خاموش می‌شود. در واقع در اثر اتصال القاگر به باتری در آن مقداری انرژی ذخیره می‌شود که با قطع کلید این انرژی در مدار تخلیه شده و از لامپ می‌گذرد و لامپ را روشن می‌کند و با اتمام انرژی لامپ خاموش می‌شود.



C ۲۸۱۲ ۳

یادآوری هرگاه در یک سیملوله هستهٔ آهنی قرار دهیم وجود هستهٔ آهنی باعث تقویت میدان مغناطیسی سیملوله می‌شود.



در هنگام ورود هستهٔ آهنی درون سیملوله به‌دلیل افزایش میدان مغناطیسی سیملوله و تغییر شار درون سیملوله، در آن نیروی محرکه‌ای القا می‌شود که با افزایش شار مخالفت می‌کند، یعنی اثر خودالقاوری ایجاد شده سبب کاهش جریان می‌شود تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین در هنگام ورود، جریان مدار کاهش می‌یابد و ولت‌سنج عدد کمتری را نشان می‌دهد. $\downarrow V_1=\downarrow IR$

در هنگام خروج هستهٔ آهنی، شار کاهش می‌یابد و کاهش شار، سبب ایجاد اثر خودالقاوری می‌شود که با کاهش شار مخالفت می‌کند. یعنی یک جریان خودالقاوری به کمک جریان اصلی مدار می‌آید و با افزایش لحظه‌ای جریان مدار، ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری نمایش می‌دهد. $\uparrow V_2=\uparrow IR$

بنابراین $V_2>V_1$ است.

A ۲۸۱۳ ۳

ضریب القاوری که با نماد L نمایش داده می‌شود به تعداد دور، طول و سطح مقطع القاگر و جنس هسته‌ای که داخل آن قرار می‌گیرد بستگی دارد. بنابراین چهار عامل بیان شده در آن مؤثر است.

A ۲۸۱۴ ۱

ضریب القاوری از رابطهٔ $L=\frac{\mu_0 AN^2}{\ell}$ به‌دست می‌آید:

$$L=\frac{4\pi\times10^{-7}\times8\times10^{-4}\times10^6}{15/7\times10^{-2}}=\frac{4\times3/14\times10^{-7}\times8\times10^{-4}\times10^6}{1/57\times10^{-1}}$$

$$=64\times10^{-4}=6/4\times10^{-3}H\Rightarrow L=6/4mH$$

بازی با سؤال **طول یک سیملوله بدون هسته، ۵۰cm و سطح هر حلقه آن $10cm^2$ است. این سیملوله دارای ۲۰۰۰ حلقه نزدیک به هم می‌باشد و از آن جریان الکتریکی ۰/۵A می‌گذرد. ضریب خودالقاوری سیملوله در SI چقدر است؟** $(\mu_0=12/5\times10^{-7}T.m/A)$

ریاضی - ۹۵

۱) ۰/۰۱ ۲) ۰/۰۵ ۳) ۰/۱۰ ۴) ۰/۵۰

گزینهٔ ۱

A ۲۸۱۵ ۳

فرض‌های مسئله به قرار زیر است:

$$\ell_A=2\ell_B\ ,\ N_A=2N_B\ ,\ I_A=I_B\ ,\ A_A=A_B$$

۱) نسبت میدان مغناطیسی دو سیملوله خواهد شد:

$$\begin{cases}B_A=\mu_0\frac{N_A}{\ell_A}I\\ B_B=\mu_0\frac{N_B}{\ell_B}I\end{cases}\Rightarrow\frac{B_A}{B_B}=\frac{N_A}{N_B}\times\frac{\ell_B}{\ell_A}\Rightarrow\frac{B_A}{B_B}=2\times\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{B_A}{B_B}=1$$

۲) نسبت ضریب القاوری دو سیملوله را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases}L_A=\mu_0\frac{N_A^2}{\ell_A}A_A\\ L_B=\mu_0\frac{N_B^2}{\ell_B}A_B\end{cases}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=(\frac{N_A}{N_B})^2\times\frac{\ell_B}{\ell_A}\times\frac{A_A}{A_B}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=2^2\times\frac{1}{2}\times1=2$$

B ۲۸۱۶ ۲

یادآوری ۱ میدان مغناطیسی داخل سیملولهٔ حامل جریان از رابطهٔ $B=\mu_0 NI$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{B_A}{B_B}=\frac{\frac{\mu_0 N_A I_A}{l_A}}{\frac{\mu_0 N_B I_B}{l_B}} \xrightarrow[I_A=2I_B\ ,\ N_A=2N_B]{I_A=I_B} \frac{B_A}{B_B}=\frac{N_A}{N_B}\times\frac{I_A}{I_B}\times\frac{l_B}{l_A}\Rightarrow\frac{B_A}{B_B}=2\times\frac{1}{2}=1$$

یادآوری ۲ ضریب القاوری سیملوله از رابطهٔ $L=\frac{\mu_0 AN^2}{l}$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{L_A}{L_B}=\frac{\frac{\mu_0 A_A N_A^2}{l_A}}{\frac{\mu_0 A_B N_B^2}{l_B}}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=\frac{A_A}{A_B}\times\frac{N_A^2}{N_B^2}\times\frac{l_B}{l_A}$$

$$\xrightarrow[N_A=2N_B\ ,\ l_A=2l_B]{A_A=A_B}\frac{L_A}{L_B}=4\times\frac{1}{2}=2$$

B ۲۸۱۷ ۱

یادآوری یک سیملوله در اختیار داریم که حلقه‌های آن به هم چسبیده است و قطر سیمی را که سیملوله از آن ساخته شده در اختیار داریم. در این حالت طول سیملوله برابر حاصل‌ضرب تعداد حلقه‌های سیملوله در قطر سیم خواهد شد: $(l=ND)$

۱ مساحت سطح مقطع سیملوله برابر است با:

$$A=\pi r^2\Rightarrow A=3\times(4\times10^{-2})^2\Rightarrow A=48\times10^{-4}\,m^2$$

۲ طول سیملوله را حساب می‌کنیم:

$$l=ND\xrightarrow{N=100,D=4\times10^{-3}}l=100\times4\times10^{-3}\Rightarrow l=0/4m$$

۳ ضریب القاوری را به کمک رابطهٔ ساختمانی آن به‌دست می‌آوریم:

$$L=\mu_0\frac{AN^2}{l}\Rightarrow L=12\times10^{-7}\times\frac{48\times10^{-4}\times(100)^2}{0/4}$$

$$\Rightarrow L=1440\times10^{-7}H\Rightarrow l=1/44\times10^{-4}H$$

B ۲۸۱۸ ۲

۱ ابتدا روابط میدان مغناطیسی داخل سیملوله و ضریب القاوری را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$B=\frac{\mu_0 NI}{l}\quad,\quad L=\frac{\mu_0 AN^2}{l}$$

۲ بنابراین برای محاسبهٔ $\frac{\mu_0 N}{l}$ در رابطهٔ ضریب القاوری می‌توان از رابطهٔ میدان مغناطیسی استفاده کرد:

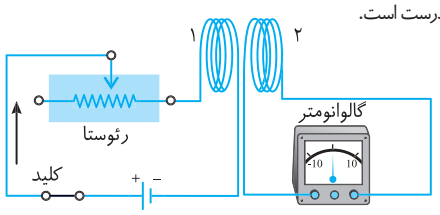
$$B=\frac{\mu_0 NI}{l}\Rightarrow\frac{\mu_0 N}{l}=\frac{B}{I}$$

۳ حال ضریب القاوری را با استفاده از نسبت $\frac{B}{I}$ بازنویسی می‌کنیم:

$$L=\left(\frac{\mu_0 N}{l}\right)AN\xrightarrow{\frac{B}{I}=\frac{\mu_0 N}{l}}L=\frac{B}{I}AN\Rightarrow L=\frac{NBA}{I}$$

A ۲۸۱۹ ۳

مطابق شکل زیر با تغییر مقاومت رئوستا، جریان عبوری از پیچهٔ (۱) تغییر کرده و باعث تغییر میدان داخل پیچهٔ (۱) می‌شود، این تغییر میدان باعث می‌شود شار عبوری از پیچهٔ (۲) به واسطهٔ میدان مغناطیسی پیچهٔ (۱) $(\Phi=BA\cos\theta)$ نیز تغییر کرده و در پیچهٔ (۲) نیز با توجه به قانون القای فاراده نیروی محرکهٔ القایی به‌وجود آید و جریان القایی در پیچه برقرار شود. همچنین تغییر جریان در پیچهٔ (۲) نیز سبب ایجاد نیروی محرکهٔ القایی در پیچهٔ (۱) می‌شود و گزینهٔ (۱) درست است.



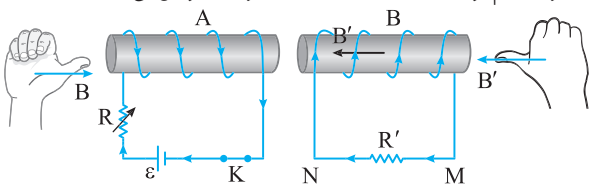
با توجه به مطالب بالا به کمک القای متقابل می‌توان جریان و انرژی را از یک پیچه به پیچهٔ دیگر منتقل کرد و گزینهٔ (۲) درست است.

در برخی از مدارها به چندین القاگر نیاز داریم که اثر القای متقابل برخی القاگرها روی القاگر دیگر می‌تواند ناخواسته و مزاحم باشد بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

برای آنکه اثر القای متقابل را کاهش دهیم باید سطح مقطع پیچه‌ها را عمود بر هم قرار دهیم تا تغییر میدان مغناطیسی یک پیچه اثر کمتری روی پیچهٔ دیگر بگذارد و گزینهٔ (۴) درست است.

B ۲۸۲۰ ۴

جریان مدار از پایانه مثبت باتری به سمت پایانهٔ منفی است، بنابراین با توجه به جهت جریان در سیملوله A میدان درون سیملوله A به سمت راست است. با توجه به فرض مسئله جریان القایی در مقاومت R' از M به N است، پس میدان مغناطیسی درون سیملوله B، به سمت چپ است، بنابراین بنا بر قانون لنز، شار مغناطیسی حاصل از سیملوله A باید در حال افزایش باشد تا به دلیل مخالفت با این افزایش، میدان مغناطیسی القایی B' در خلاف جهت میدان مغناطیسی سیملوله A ایجاد شده باشد، در این صورت گزینه (۴) درست است. زیرا با حرکت سیملوله A به سمت راست، دو سیملوله به هم نزدیک شده و شار گذرنده از سیملوله B افزایش می‌یابد.

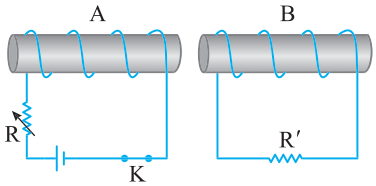


بررسی گزینه‌های دیگر: با قطع کلید K، جریان کاهش می‌یابد در نتیجه و شار مغناطیسی کاهش می‌یابد و B و B' باید هم‌جهت باشند، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

با افزایش مقاومت رئوستا، جریان سیملوله A کاهش می‌یابد $(\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R+r})$ و مجدداً برای آنکه شار کم نشود B و B' باید هم‌جهت باشند که چنین نیست و گزینه (۲) نادرست است.

اگر سیملوله B را به سمت راست حرکت دهیم، شار مغناطیسی گذرنده از سیملولهٔ B کاهش یافته، شار کاهش می‌یابد بنابراین B و B' باید هم‌جهت باشند و گزینه (۳) نادرست است.

بازی با سؤال **جهت جریان القایی در R' در هنگام قطع کلید K مانند جهت جریان القایی در هنگام ..... است.**



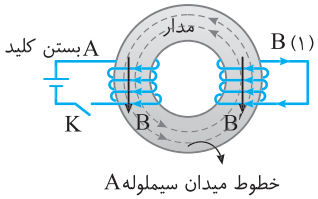
۱) کاهش R ۲) حرکت دادن سیملوله A به طرف راست

۳) حرکت دادن سیملوله B به طرف راست ۴) وصل کلید K

گزینهٔ ۳

B ۲۸۲۱ ۴

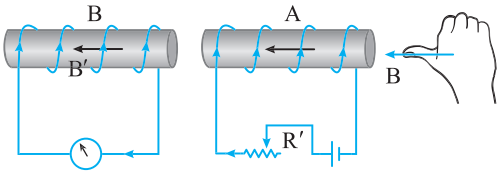
با بستن کلید، جریان در سیملوله A برقرار شده و سبب بالا رفتن شار در این سیملوله شده و این تغییر شار در سیملوله B جریان القایی به‌وجود می‌آورد که بنابر قانون لنز با افزایش شار مخالف است و میدان القایی B' باید مطابق شکل باشد تا با افزایش شار مخالفت کند و با توجه به قاعدهٔ دست راست برای میدان سیملوله جهت جریان القایی در سیملولهٔ B در سوی (۱) است و هنگام قطع کلید همه چیز بر عکس شده و جهت جریان القایی در سوی (۲) خواهد بود و گزینهٔ (۴) درست است.



خطوط میدان سیملوله A

A ۲۸۲۲ ۴

جریان در مدار سمت راست از پایانه مثبت باتری به سوی پایانه منفی باتری است. میدان مغناطیسی در سیملوله A با توجه به قاعدهٔ دست راست به سمت چپ است. با توجه به جریان القایی در سیملوله B، میدان مغناطیسی القایی B' در این سیملوله نیز به سمت چپ است. یعنی میدان مغناطیسی در دو سیملوله هم‌جهت است و سیملوله‌ها به هم نیروی جاذبه وارد می‌کنند. بنا به قانون لنز وقتی این حالت به وجود می‌آید که شار مغناطیسی گذرنده از سیملولهٔ B در حال کاهش باشد در نتیجه میدان مغناطیسی سیملوله A در حال کاهش بوده بنابراین جریان مدار کاهش یافته یعنی مقاومت رئوستا در حال افزایش است.

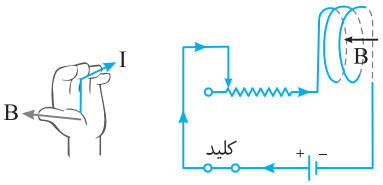


B ۲۸۲۳ ۴

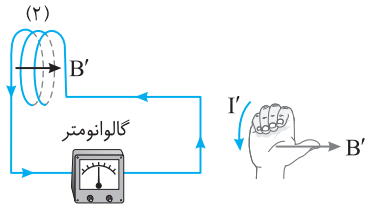
وقتی دو الگاگر عمود بر هم قرار می‌گیرند. اثر متقابل آن به حداقل می‌رسد و برای مدار مشکل ایجاد نمی‌شود.

B ۲۸۲۴ ۴

جریان مدار سمت چپ از پایانهٔ مثبت باتری به سمت پایانهٔ منفی باتری است و میدان مغناطیسی سیملولهٔ (۱) به سمت چپ است. در لحظهٔ وصل کلید و افزایش شار، میدان مغناطیسی القایی (B') در سیملوله سمت راست باید طبق قانون لنز در خلاف جهت میدان B باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. در این صورت جریان القایی در سوی (۲) خواهد بود.

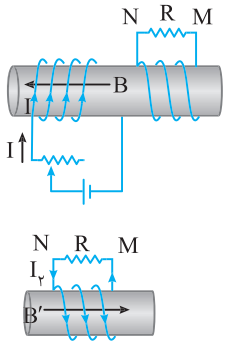


با کاهش مقاومت رئوستا، جریان مدار افزایش می‌یابد و مجدداً جریان القایی به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') به سمت راست بوده و جریان در سوی (۲) خواهد بود.



B ۲۸۲۵ ۲

قبل از لغزیدن لغزنده، میدان مغناطیسی سیملوله سمت چپ ثابت بوده و شار مغناطیسی نیز ثابت است و در سیملوله سمت راست جریان القایی به‌وجود نمی‌آید و $I_1 = 0$ است.



وقتی که لغزنده به سمت چپ برده می‌شود مقاومت رئوستا کاهش می‌یابد، جریان مدار افزایش می‌یابد، در نتیجه میدان مغناطیسی $(\uparrow B = \mu_0 \frac{N}{l} I \uparrow)$ و شار گذرنده از سیملوله $(\uparrow \Phi = \uparrow BA)$ افزایش می‌یابد. میدان مغناطیسی سیملوله سمت چپ بنا بر قاعدهٔ دست راست به سمت چپ است. بنا بر قانون لنز باید میدان سیملوله سمت راست به سمت راست باشد تا با افزایش شار مخالفت کند بنابراین طبق قاعدهٔ دست راست جریان در مقاومت R از M به N است.

B ۲۸۲۶ ۳

یکای هانری یکای ضریب القاوری است. با توجه به رابطهٔ انرژی الگاگر خواهیم داشت:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow[[I]=\text{A آمپر}]{[U]=\text{J ژول}} L = \frac{2U}{I^2} \Rightarrow [L] = \frac{J}{A^2}$$

یکای فرعی انرژی، $\frac{kgm^2}{s^2}$ است، بنابراین به‌جای ژول، kgm^2/s^2 را قرار می‌دهیم:

$$[L] = \frac{J}{A^2} \xrightarrow{J=\frac{kgm^2}{s^2}} [L] = \frac{kgm^2}{A^2.s^2}$$

یکای SI ضریب القاوری، اهم.ثانیه $(\Omega.s)$ است که به احترام جوزف هانری، هانری نامیده و با نماد H نشان داده می‌شود.

بنابراین یکاهای J/A^2 و $\Omega.s$ معادل یکای هانری است.

B ۲۸۲۷ ۲

خط فکری اگر جریان گذرنده از الگاگر در حال افزایش باشد، انرژی در الگاگر وارد و ذخیره می‌شود و هنگام کاهش جریان، انرژی الگاگر آزاد می‌شود و وقتی جریان پایا باشد انرژی به الگاگر آرمانی وارد یا خارج نمی‌شود.

بنابر خط فکری بیان شده گزینه (۱) درست و گزینه (۲) نادرست است.

ضریب القاوری به تعداد دور، طول، سطح مقطع الگاگر و جنس هسته درون آن بستگی دارد و گزینه (۳) درست است.

اگر سیملوله دارای مقاومت باشد بخشی از انرژی که مولد به الگاگر می‌دهد در مقاومت به گرما تبدیل می‌شود و بقیه در میدان مغناطیسی الگاگر ذخیره می‌شود و گزینه (۴) درست است.

A ۲۸۲۸ ۲

خط فکری ۱ برای آن که در الگاگر نیروی محرکهٔ القایی ایجاد شود باید جریان گذرنده از الگاگر در حال تغییر باشد. یعنی اگر جریان ثابت و پایا باشد نیروی محرکهٔ القایی ایجاد نمی‌شود.

۲ از طرفی اگر اندازهٔ جریان در الگاگر در حال افزایش باشد به الگاگر انرژی وارد می‌شود و اگر اندازه جریان در الگاگر در حال کاهش باشد، الگاگر انرژی آزاد می‌کند.

در بازهٔ t_1 تا t_2 جریان عبوری از الگاگر پایا است پس نیروی محرکه‌ای در الگاگر القا نمی‌شود و همچنین به الگاگر انرژی وارد نمی‌شود و نیز از آن انرژی خارج نخواهد شد و گزارهٔ (الف) درست است. در بازهٔ t_2 تا t_3 مقدار جریان عبوری از الگاگر کاهش می‌یابد پس الگاگر انرژی آزاد خواهد کرد و گزارهٔ (ب) درست است. در بازهٔ t_3 تا t_4 مقدار جریان عبوری از الگاگر افزایش می‌یابد پس الگاگر انرژی ذخیره می‌کند و گزارهٔ (پ) درست است.

A ۲۸۲۹ ۲

ابتدا انرژی را برحسب ژول به‌دست می‌آوریم.

$$U = 0/5\,kWh = 0/5 \times 10^3\,W \times 3600\,s \xrightarrow{\text{وات ثانیه = ژول}} U = 1/8 \times 10^6\,J$$

اکنون ضریب القاوری را به‌دست می‌آوریم.

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow 1/8 \times 10^6 = \frac{1}{2} \times L \times (120)^2 \Rightarrow L = \frac{3/6 \times 10^6}{120 \times 120} = \frac{36000}{12 \times 12} = 250\,H$$

تذکر این اندازه برای ضریب القاوری با توجه به فناوری‌های موجود غیرعملی است و توجیه اقتصادی ندارد.

B ۲۸۳۰ ۴

۱ مساحت سطح مقطع سیملوله را حساب می‌کنیم.

$$A = \pi r^2 \xrightarrow{r=0/02\,m} 3(0/02)^2 \Rightarrow A = 12 \times 10^{-4}\,m^2$$

۲ ضریب القاوری سیملوله را حساب می‌کنیم.

$$L = \mu_0 \frac{AN^2}{l} \xrightarrow{N=100, l=0/1\,m, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,T.m/A}$$

$$L = 4 \times 3 \times 10^{-7} \times \frac{12 \times 10^{-4} \times (100)^2}{0/1} \Rightarrow L = 144 \times 10^{-6}\,H$$

۳ انرژی ذخیره شده در سیملوله خواهد شد:

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \xrightarrow{I=10A} U=\frac{1}{2}\times 144\times 10^{-6}\times 10^2 \Rightarrow U=72\times 10^{-4}J=7/2mJ$$

A ۲۸۳۱ ۱

خط فکری ویژگی‌های ساختمانی سیملوله را باید بررسی کنیم، یعنی سطح مقطع و تعداد حلقه‌ها را به‌دست بیاوریم تا ضریب خودالقاوری قابل محاسبه باشد و با داشتن L، انرژی ذخیره شده را به‌دست می‌آوریم.

۱ شعاع حلقه را داریم پس مساحت مقطع سیملوله برابر است با:

$$A=\pi r^2 \Rightarrow A=0/01\pi m^2$$

۲ با به‌دست آوردن محیط یک حلقه، تعداد حلقه‌ها را حساب می‌کنیم:

$$N=\frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط یک حلقه}}=\frac{60}{2\pi\times 0/1}=\frac{300}{\pi}\Rightarrow N=\frac{300}{\pi}$$

۳ اکنون ضریب القاوری سیملوله قابل محاسبه است.

$$L=\frac{\mu_0 N^2 A}{l}\Rightarrow L=\frac{4\pi\times 10^{-7}\times\frac{90000}{\pi^2}\times 0/01\pi}{0/5}=72\times 10^{-5}H$$

۴ انرژی ذخیره شده در سیملوله خواهد شد:

$$U=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\times 72\times 10^{-5}\times 100\Rightarrow U=3/6\times 10^{-2}J$$

A ۲۸۳۲ ۴

انرژی ذخیره شده در سیملوله حامل جریان برابر $U=\frac{1}{2}LI^2$ است. از این‌رو:

$$\frac{U_A}{U_B}=\frac{\frac{1}{2}L_A I_A^2}{\frac{1}{2}L_B I_B^2}\Rightarrow\frac{U_A}{U_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\left(\frac{I_A}{I_B}\right)^2$$

$$\xrightarrow{L_A=2L_B,\ I_A=2I_B}\frac{U_A}{U_B}=2\times(2)^2=8$$

B ۲۸۳۳ ۲

ضریب القاوری سیملوله به ساختمان سیملوله بستگی دارد و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$L=\mu_0\frac{N^2A}{l}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=\left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2\times\frac{A_A}{A_B}\times\frac{I_B}{I_A}$$

$$\xrightarrow[N_A=2N_B]{A_A=A_B\ ,\ I_A=2I_B}\frac{L_A}{L_B}=(2)^2\times 1\times\left(\frac{1}{2}\right)\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=2$$

ضریب القاوری سیملوله A دو برابر سیملولهٔ B بوده و جریان عبوری از آن‌ها یکسان است. از این‌رو انرژی ذخیره‌شده در سیملوله A، $(U=\frac{1}{2}LI^2)$ دو برابر B می‌شود و میدان مغناطیسی آن دو $(B=\mu_0\frac{N}{l}I)$ با هم برابر است.

A ۲۸۳۴ ۱

افزایش جریان سبب شده که انرژی ذخیره شده در القاگر ۲۱٪ افزایش یابد یعنی:

$$U_2=U_1+0/21U_1\Rightarrow U_2=1/21U_1$$

اکنون با توجه به رابطه انرژی القاگر $U=\frac{1}{2}LI^2$ خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}LI_2^2=1/21\left(\frac{1}{2}LI_1^2\right)\Rightarrow I_2=1/1I_1$$

درصد تغییر جریان خواهد شد:

$$\text{درصد تغییر جریان}=\frac{\Delta I}{I_1}\times 100=\frac{I_2-I_1}{I_1}\times 100=\frac{1/1I_1-I_1}{I_1}\times 100$$

$$\Rightarrow\text{درصد تغییر جریان}=10\%$$

بنابراین جریان را باید ۱۰٪ افزایش دهیم.

بازی با سؤال جریان گذرنده از یک القاگر را چند درصد افزایش دهیم تا انرژی ذخیره شده در آن ۴۴ درصد افزایش یابد؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۲۵ ۴) ۲۱

گزینهٔ ۱

B ۲۸۳۵ ۱

۱ بنابر رابطهٔ ساختمانی ضریب القاوری اگر تعداد حلقه‌های آن n برابر شود ضریب القاوری خواهد شد:

$$L_1=\mu_0\frac{AN^2}{l}$$

$$L_2=\mu_0\frac{A(nN)^2}{A}$$

$$\Rightarrow\frac{L_2}{L_1}=n^2$$

۲ انرژی ذخیره شده در سیملوله را حساب می‌کنیم:

$$U=\frac{1}{2}LI^2\Rightarrow\begin{cases}U_1=\frac{1}{2}L_1I_1^2\\U_2=\frac{1}{2}L_2I_2^2\end{cases}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{L_2I_2^2}{L_1I_1^2}=n^2\left(\frac{1}{n}\right)^2=1$$

A ۲۸۳۶ ۳

۱ ابتدا جریان را در لحظه $t=2s$ حساب می‌کنیم.

$$I=5t^2-10t+20\Rightarrow I=5\times 4-(10\times 2)+20\Rightarrow I=20A$$

۲ انرژی سیملوله از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}LI^2$ به‌دست می‌آید:

$$U=\frac{1}{2}LI^2\xrightarrow{L=0/2H}U=\frac{1}{2}\times 0/2\times 400=4J$$

A ۲۸۳۷ ۱

خط فکری ۱ بیشینه انرژی ذخیره شده در القاگر وقتی است که جریان القاگر بیشینه باشد.

۲ در یک تابع سینوسی ضریب سینوس مقدار بیشینه تابع است.

$$y=a\sin x\Rightarrow y_{max}=a$$

با توجه به معادله جریان - زمان $(I=2\sin 250\pi t)$ بیشینه مقدار جریان $I_m=2A$ است بنابراین بیشینه مقدار انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی القاگر خواهد شد.

$$U_m=\frac{1}{2}LI_m^2\xrightarrow{L=0/2H}U_m=\frac{1}{2}\times 0/2\times(2)^2\Rightarrow U_m=0/4J$$

B ۲۸۳۸ ۲

با توجه به رابطهٔ انرژی ذخیره شده در سیملولهٔ حامل جریان $(U=\frac{1}{2}LI^2)$ باید ابتدا جریان در دو لحظه به‌دست آورده سپس، اختلاف انرژی را حساب کرد.

جریان در دو لحظه را حساب می‌کنیم.

$$t_1=\frac{1}{6}s\ ,\ I_1=2\sin\frac{5\pi}{6}\Rightarrow I_1=2\times\frac{1}{2}=1A$$

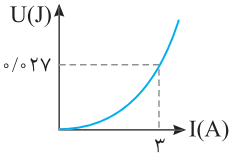
$$t_2=\frac{1}{2}s\ ,\ I_2=2\sin\frac{5\pi}{2}\Rightarrow I_2=2\times 1=2A$$

اختلاف انرژی خواهد شد:

$$\Delta U=\frac{1}{2}LI_2^2-\frac{1}{2}LI_1^2\Rightarrow\Delta U=\frac{1}{2}L(I_2^2-I_1^2)$$

$$\Rightarrow\Delta U=\frac{1}{2}\times 0/2(4-1)\Rightarrow\Delta U=0/3J$$

A ۲۸۳۹ ۱



با توجه به نمودار اگر جریان عبوری از سیملوله $I=3A$ باشد، انرژی ذخیره شده در سیملوله $U=0/027J$ است. حال با توجه به رابطهٔ انرژی در سیملوله می‌توان نوشت:

$$U=\frac{1}{2}LI^2\Rightarrow 0/027=\frac{1}{2}\times L\times(3)^2\Rightarrow L=0/006H=6mH$$

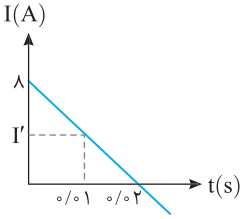
B ۲۸۴۰ ۲

خط فکری باید از روی نمودار $I-t$، جریان در لحظهٔ $t=0$ و $t=0/1s$ را به‌دست بیاورید سپس به کمک جریان‌های به‌دست آمده، انرژی القاگر را حساب کنید و درصد تغییر آن را مشخص کنید.

۱ در لحظهٔ $t=0$ جریان القاگر $8A$ است.

۲ انرژی القاگر در لحظهٔ $t=0$ خواهد شد.

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow U_1=\frac{1}{2}L(8)^2 \Rightarrow U_1=32L$$



۳ برای به‌دست آوردن جریان در لحظهٔ $t=0/1s$ می‌توانید معادله خط را بنویسید اما روش ساده‌تر استفاده از تشابه است.

$$\frac{I'}{8}=\frac{0/01}{0/02} \Rightarrow I'=4A$$

۴ انرژی القاگر در لحظهٔ $t=0/1s$ را حساب می‌کنیم.

$$U_2=\frac{1}{2}L(4)^2 \Rightarrow U_2=8L$$

۵ درصد تغییرات انرژی برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات انرژی}=\frac{\Delta U}{U_1}\times 100=\frac{U_2-U_1}{U_1}\times 100=\frac{8L-32L}{32L}\times 100$$
$$=\frac{-24L}{32L}\times 100$$
$$\text{درصد تغییرات انرژی}=-\frac{3}{4}\times 100=-75\%$$

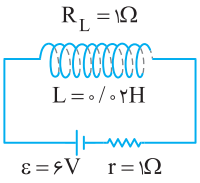
بنابراین انرژی ۷۵٪ کاهش می‌یابد.

A ۲۸۴۱ ۱

خط فکری القاگر در یک مدار قرار دارد بنابراین شما اول باید جریان مدار یعنی جریان گذرنده از القاگر را حساب کنید. البته منظور از بیشینه انرژی ذخیره شده در القاگر در این مدار مقدار انرژیی است که پس از برقراری کامل جریان در القاگر ذخیره می‌شود.

۱ جریان مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I=\frac{6}{1+1} \Rightarrow I=3A$$



۲ انرژی ذخیره شده در القاگر خواهد شد:

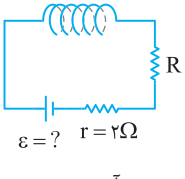
$$U=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow U=\frac{1}{2}\times 0/02\times 3^2 \Rightarrow U=0/09J$$

B ۲۸۴۲ ۳

خط فکری با توجه به رابطهٔ ساختمانی، ضریب القاوری L را حساب کنید. به کمک رابطهٔ انرژی ذخیره شده در سیملوله جریان مدار را به‌دست بیاورید. توان خروجی مولد بیشینه است یعنی مقاومت درونی باتری و مقاومت خارجی مدار برابر است $(R=r)$. اکنون با داشتن مقاومت مدار و جریان مدار، می‌توانید نیروی محرکهٔ باتری را حساب کنید.

۱ ضریب القاوری سیملوله آرمانی خواهد شد:

$$L=\mu_0\frac{AN^2}{l} \xrightarrow{A=100cm^2,N=10^3,l=0/2m} L=12\times 10^{-7}\times\frac{100\times 10^{-4}\times(10^3)^2}{0/2} \Rightarrow L=0/6H$$



۲ جریان مدار را به کمک انرژی ذخیره شده در القاگر به‌دست می‌آوریم.

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \xrightarrow{U=0/12J} 0/12=\frac{1}{2}\times 0/6\times I^2 \Rightarrow I=2A$$

۳ توان خروجی مولد بیشینه است و مقاومت خارجی مدار برابر مقاومت درونی آن است. $(R=r=2\Omega)$ از این‌رو می‌توان نوشت: $I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow 2=\frac{\varepsilon}{2+2} \Rightarrow \varepsilon=8V$

B ۲۸۴۳ ۳

خط فکری باید ابتدا جریان مقاومت‌ها را بررسی کنید و رابطه‌ای بین جریان سیملوله (۱) و جریان سیملوله (۲) پیدا کنید تا بتوانید نسبت انرژی آن‌ها را به‌دست آورید.

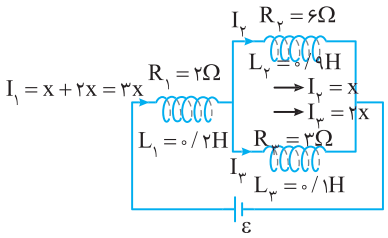
یادآوری در مقاومت‌های موازی، جریان با مقاومت نسبت وارون دارد.

۱ اگر جریان مقاومت $R_2=6\Omega$ را $I_2=x$ فرض کنیم، جریان مقاومت $R_3=3\Omega$ که با آن موازی است $I_3=2x$ می‌شود و جریان کل مدار خواهد شد:

$$I_1=I_2+I_3 \Rightarrow I_1=x+2x \Rightarrow I_1=3x$$

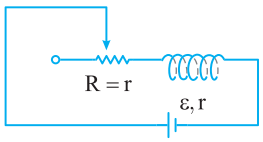
۲ اکنون می‌توانیم نسبت $\frac{U_1}{U_2}$ را حساب کنیم:

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{\frac{1}{2}L_1I_1^2}{\frac{1}{2}L_2I_2^2} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2}=\frac{0/2\times(3x)^2}{0/9\times(x)^2} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2}=\frac{0/2\times 9}{0/9\times 1}=2$$

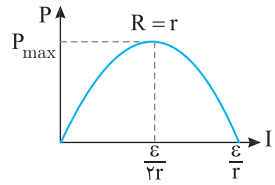


B ۲۸۴۴ ۳

۱ اگر لغزنده به سمت راست حرکت کند، مقاومت خارجی کاهش یافته پس با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ با کاهش R، جریان خروجی افزایش یافته و انرژی ذخیره شده در سیملوله $U=\frac{1}{2}LI^2$ افزایش می‌یابد.

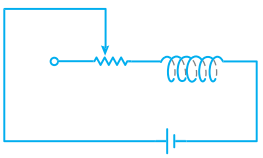


یادآوری برای بررسی توان خروجی باتری باید از نمودار $P=\varepsilon I-rI^2$ استفاده کنیم. نمودار $P-I$ یک سهمی است که در رأس آن مقاومت خارجی مدار با مقاومت داخلی باتری برابر است $(R=r)$. با توجه به نمودار هرگاه مقاومت R را تغییر دهیم و این مقدار مقاومت به مقاومت درونی نزدیک شود، توان خروجی افزایش می‌یابد اما اگر با تغییر مقاومت R، مقدار این مقاومت از مقاومت درونی دور شود، توان خروجی کاهش می‌یابد.



۲ در لحظهٔ نشان داده شده روی شکل مقاومت خارجی مدار (R) با مقاومت درونی باتری برابر است یعنی توان مصرفی بیشینه است و هرگونه تغییر در مقاومت سبب کاهش توان خروجی می‌شود.

بازی با سؤال **شکل مقابل مداری را نشان می‌دهد که شامل یک القاگر و یک رئوستا می‌باشد. کدام گزینه در مورد این مدار درست است؟**



۱) با حرکت لغزنده به سمت راست انرژی ذخیره شده در القاگر افزایش می‌یابد.

۲) با حرکت لغزنده به سمت چپ انرژی ذخیره شده در القاگر افزایش می‌یابد.

۳) با حرکت لغزنده به هر سمتی انرژی ذخیره شده در القاگر افزایش می‌یابد.

۴) با حرکت لغزنده انرژی ذخیره شده در سیملوله تغییری نمی‌کند.

گزینهٔ ۱

۱ ۲۸۴۵ B

۱ ابتدا باید به کمک انرژی ذخیره شده در القاگر، جریان مدار را به‌دست بیاوریم.

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 0/4=\frac{1}{2}\times 0/05\times I^2 \Rightarrow I^2=16 \Rightarrow I=4A$$

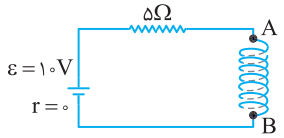
۲ با داشتن جریان سیملوله می‌توان میدان مغناطیسی آن را حساب کرد.

$$B=\mu_0\frac{N}{l}I \Rightarrow B=12\times10^{-7}\times\frac{100}{0/08}\times4 \Rightarrow B=6\times10^{-3}T=60G$$

۲ ۲۸۴۶ C

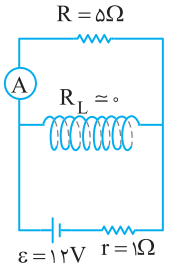
در لحظه وصل کلید اثر خودالقاوری در القاگر با چنان شدتی ظاهر می‌شود که بلافاصله پس از وصل کلید، جریان مدار تقریباً صفر است.

در این حالت از مقاومت 5Ω جریانی نمی‌گذرد و اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت صفر است و مانند این است که در لحظهٔ وصل دو سر القاگر مستقیم به دو سر باتری وصل است و اختلاف پتانسیل دو سر آن $10V$ است.



۱ ۲۸۴۷ B

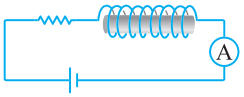
در لحظهٔ وصل کلید، اثر خودالقاوری با چنان شدتی در القاگر به‌وجود می‌آید که جریان عبوری از القاگر در لحظهٔ وصل صفر و تمام جریان از مقاومت $R=5\Omega$ می‌گذرد که این جریان برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I_1=\frac{12}{5+1}=2A$



اما پس از مدتی که می‌گذرد جریان باتری ثابت می‌شود و اثر خودالقاوری که ناشی از تغییرات جریان بود از بین می‌رود. در این حالت القاگر شبیه یک سیم بدون مقاومت رفتار می‌کند، این بار جریانی از مقاومت 5Ω نمی‌گذرد و آمپرسنج عدد صفر را نشان می‌دهد $(I_2=0)$ بنابراین $|I_2-I_1|=|0-2|=2A$ می‌شود.

پنجره دوجداره (سطح دوم)

۲ ۲۸۴۸ B



مدار به یک باتری متصل است و جریان مدار ثابت است، بنابراین میدان مغناطیسی سیملوله و شار مغناطیسی آن ثابت است و تا وقتی که تصمیم به خارج کردن هسته آهنی از سیملوله می‌گیریم خبری از خودالقاوری نیست و جریان در مدار ثابت است. با خروج هستهٔ آهنی، میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد و تغییر میدان سبب تغییر شار مغناطیسی و ایجاد اثر خودالقاوری می‌شود که بنابر قانون لنز می‌خواهد با عامل به‌وجود آورنده که کاهش شار است مخالفت کند، بنابراین جریانی القایی در جهت جریان اصلی باتری ایجاد می‌کند و سبب می‌گردد آمپرسنج عدد بزرگ‌تری نشان دهد. اما پس از خروج هستهٔ آهنی همه چیز به حالت اول برمی‌گردد و مجدداً خبری از خودالقاوری نخواهد بود و جریان به حالت اولیه باز می‌گردد بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

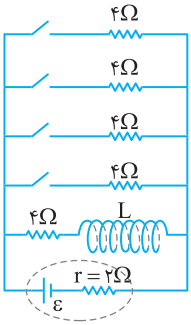
۱ ۲۸۴۹ C

یک سؤال چند مرحله‌ای پیش روی ماست.

حالت اول: ۱ یک مقاومت 4Ω در مدار است و انرژی ذخیره شده در سیملوله برابر $0/8J$ است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} 0/8=\frac{1}{2}L\left(\frac{\varepsilon}{4+2}\right)^2$$

$$\Rightarrow L\varepsilon^2=57/6 \qquad (1)$$



حالت دوم: ۲ در این حالت اگر جریان مدار را I' فرض کنیم به تعداد کلیدهایی که بسته می‌شود جریان I' بین شاخه‌ها تقسیم می‌شود یعنی اگر $n-1$ کلید را ببندیم، جریان عبوری هر شاخه از جمله شاخهٔ شامل سیملوله برابر $\frac{I'}{n}$ می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r} \Rightarrow I'_{\text{سیملوله}}=I'_n \Rightarrow I'_{\text{سیملوله}}=\frac{1}{n}\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}$$

۳ مقاومت معادل مدار در حالت جدید نیز خواهد شد: $R'_{eq}=\frac{R}{n}=\frac{4}{n}$

۴ جریان سیملوله در این حالت برابر است با:

$$I'_{\text{سیملوله}}=\frac{1}{n}\frac{\varepsilon}{\frac{4}{n}+2} \Rightarrow I'_{\text{سیملوله}}=\frac{1}{n}\frac{n\varepsilon}{4+2n} \Rightarrow I'_{\text{سیملوله}}=\frac{\varepsilon}{4+2n} \quad (II)$$

۵ انرژی ذخیره شده در سیملوله $0/35J$ کاهش یافته یعنی انرژی سیملوله برابر $0/8-0/35=0/45J$ می‌شود. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$U_2=\frac{1}{2}L(I'_{\text{سیملوله}})^2 \xrightarrow{(II)} 0/45=\frac{1}{2}L\left(\frac{\varepsilon}{4+2n}\right)^2 \Rightarrow 0/45=\frac{1}{2}\frac{L\varepsilon^2}{(4+2n)^2}$$

$$\xrightarrow{(I)} 0/45=\frac{1}{2}\frac{57/6}{(4+2n)^2} \Rightarrow (4+2n)^2=64 \Rightarrow 4+2n=8 \Rightarrow n=2$$

بنابراین تنها باید یک کلید را ببندیم.

۲ ۲۸۵۰ B

۱ جریان گذرنده از سیملوله $1A$ افزایش یافته است، بنابراین با توجه به رابطهٔ میدان مغناطیسی سیملوله خواهیم داشت:

$$\begin{cases} B_1=\frac{\mu_0 NI}{l} \\ B_2=\frac{\mu_0 N(I+1)}{l} \end{cases} \Rightarrow \Delta B=B_2-B_1 \Rightarrow \Delta B=\frac{\mu_0(I+1-I)N}{l}$$

$$\Rightarrow \Delta B=\frac{\mu_0 N}{l} \qquad (2)$$

۲ شار مغناطیسی $\Phi=BA\cos\theta$ است، بنابراین تغییر شار برابر است با:

$$\Delta\Phi=\Delta BA\cos\theta \xrightarrow{\cos\theta=1} 0/02=A\times\frac{\mu_0 N}{l} \Rightarrow \frac{\mu_0 AN}{l}=0/02$$

۳ حال ضریب القاوری را حساب می‌کنیم:

$$L=\frac{\mu_0 AN^2}{l} \Rightarrow L=\frac{\mu_0 AN}{l}\times N \xrightarrow[N=100]{\frac{\mu_0 AN}{l}=0/02} L=0/02\times100=2H$$

۳ ۲۸۵۱ B

به نظر می‌آید مسئله اطلاعات کافی ندارد اما این گونه نیست. شما در گام اول باید بدانید که تعداد دورهای این سیملوله برابر $N=\frac{l}{2\pi r}$ است که در آن l طول سیمی است که سیملوله از آن ساخته شده و r، شعاع حلقه‌های سیملوله است بنابراین

$$l=N(2\pi r) \xrightarrow{l=60m} 60=N(2\times3\times r) \Rightarrow Nr=10$$

رابطهٔ ساختمانی ضریب القاوری را نوشته، داده‌های مسئله را در آن قرار می‌دهیم.

$$L=\mu_0\frac{AN^2}{l} \xrightarrow[l_{\text{سیملوله}}=0/5m]{A=\pi r^2} L=12\times10^{-7}\times\frac{3(r^2)N^2}{0/5}$$

$$L=72\times10^{-7}(Nr)^2 \Rightarrow L=72\times10^{-7}\times10^2 \Rightarrow L=72\times10^{-5}H$$

$$L=0/72mH$$

۳ ۲۸۵۲ C

با توجه به رابطهٔ ساختمانی سیملوله می‌توان نوشت:

$$L=\mu_0\frac{AN^2}{l} \xrightarrow[\text{سیملوله } (l) \text{ ضرب می‌کنیم}]{\text{صورت و مخرج کسر را در طول}} L=\mu_0\frac{AlN^2}{l^2} \Rightarrow L=\mu_0 V\left(\frac{N^2}{l^2}\right)$$

چرا l را ضریب کردیم و حاصل‌ضرب (Al) را برابر حجم درون سیملوله قرار دادیم؟ زیرا متن سؤال نسبت حجم درون سیملوله‌ها را به ما داده است.

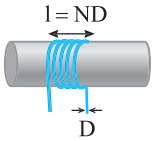
از طرفی $\frac{N}{l}$ یعنی تعداد حلقه‌ها در یکای طول سیملوله. در سیملوله A، متر/دور$=\frac{N}{l}=\frac{۱۵۰}{۰/۰۱}=۱۵۰۰$ و در سیملوله B، متر/دور$=\frac{N}{l}=۳۰۰۰$ است.

اکنون همه چیز آماده است تا نسبت L_B/L_A را حساب کنیم.

$$\frac{L_B}{L_A}=\frac{V_B}{V_A}\times\frac{(\frac{N}{l})^۲_B}{(\frac{N}{l})^۲_A}\xrightarrow{V_A=۲V_B}\frac{L_B}{L_A}=\frac{۱}{۲}\times(\frac{۱۵۰۰۰}{۳۰۰۰})^۲\Rightarrow\frac{L_B}{L_A}=\frac{۲۵}{۲}$$

B ۲ ۲۸۵۳

یادآوری وقتی حلقه‌های یک سیملوله در یک ردیف و به هم چسبیده هستند، طول سیملوله برابر حاصل‌ضرب تعداد حلقه در قطر سیمی است که سیملوله از آن ساخته شده است.



۱ سیملوله را از هم باز کرده و شعاع حلقه‌های آن را نصف کرده‌ایم. پس محیط هر حلقه نصف می‌شود. تعداد حلقه‌های یک سیملوله برابر طول سیم تقسیم بر محیط هر حلقه است.

$N=\frac{l}{۲\pi r}$ پس وقتی r نصف می‌شود با ثابت بودن l، تعداد حلقه‌ها دو برابر می‌شود.

$$\frac{N_۲}{N_۱}=\frac{\frac{l}{۲\pi r_۲}}{\frac{l}{۲\pi r_۱}}=\frac{r_۱}{r_۲}\xrightarrow{r_۱=۲r_۲}\frac{N_۲}{N_۱}=۲$$

۲ بنابراین تعداد حلقه‌های به هم چسبیده دو برابر شده پس طول سیملولهٔ جدید $(l=ND)$ دو برابر می‌شود.

$$\begin{matrix}l_۱=N_۱D\\l_۲=N_۲D\end{matrix}\Rightarrow\frac{l_۲}{l_۱}=\frac{N_۲}{N_۱}\Rightarrow\frac{l_۲}{l_۱}=۲$$

۳ شعاع حلقه‌ها نصف شده بنابراین مساحت سطح حلقه خواهد شد:

$$\begin{matrix}A_۱=\pi r_۱^۲\\A_۲=\pi r_۲^۲\end{matrix}\Rightarrow\frac{A_۲}{A_۱}=(\frac{r_۲}{r_۱})^۲\xrightarrow{r_۲=\frac{۱}{۲}r_۱}\frac{A_۲}{A_۱}=\frac{۱}{۴}$$

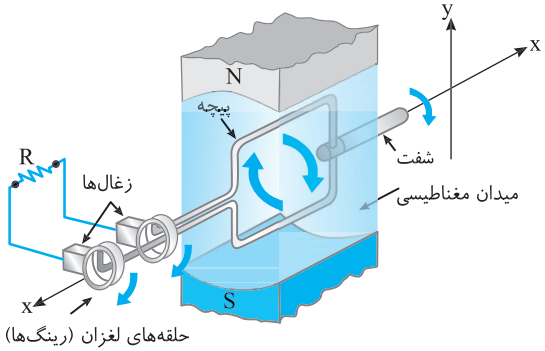
۴ اکنون نسبت ضریب القاوری را حساب می‌کنیم:

$$\frac{L_۲}{L_۱}=\frac{\mu_۰\frac{N_۲^۲A_۲}{l_۲}}{\mu_۰\frac{N_۱^۲}{l_۱}A_۱}=(\frac{N_۲}{N_۱})^۲\times\frac{l_۱}{l_۲}\times\frac{A_۲}{A_۱}\Rightarrow\frac{L_۲}{L_۱}=(۲)^۲\times(\frac{۱}{۲})\times(\frac{۱}{۴})=۴\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۲}$$

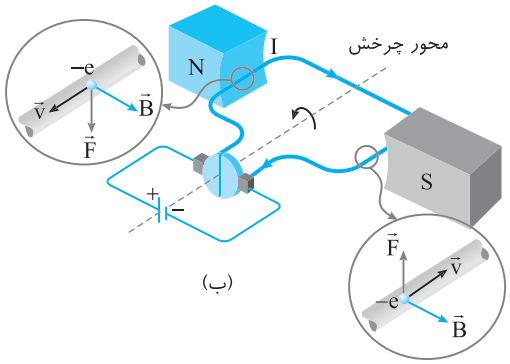
پنجره ۵

A ۲ ۲۸۵۴

شکل (الف): اجزای یک مولد (ژنراتور) جریان متناوب را نشان می‌دهد که حرکت مکانیکی از طریق میله گردان، سبب چرخیدن پیچه در میدان مغناطیسی شده و جریان متناوبی را در مدار به وجود می‌آورد.



شکل (ب): طرحی ساده از یک موتور الکتریکی است که به یک مولد متصل است و در حلقهٔ متصل به آن که بین دو قطب آهنربا قرار گرفته، جریان برقرار می‌شود و میدان مغناطیسی به سیم‌های حامل جریان نیرو وارد می‌کنند و باعث چرخیدن حلقه می‌شود.



A ۳ ۲۸۵۵

خط فکری معادلهٔ شار - زمان به صورت $\Phi=BA\cos\frac{۲\pi}{T}t$ است که در آن B میدان مغناطیسی، A مساحت سطح پیچه و T دورهٔ تناوب (یعنی مدت زمان لازم برای یک دور چرخیدن کامل پیچه) است.

با مقایسهٔ معادلهٔ شار - زمان در حالت کلی و معادلهٔ شار - زمان داده شده در سؤال می‌توان دوره و میدان مغناطیسی را به‌دست آورد:

$$\begin{matrix}\Phi=BA\cos\frac{۲\pi}{T}t\\\Phi=۰/۰۲\cos ۵۰\pi t\end{matrix}\Rightarrow$$

$$\begin{cases}BA=۰/۰۲\xrightarrow{A=۲۰۰\times۱۰^{-۴}}B\times۲۰۰\times۱۰^{-۴}=۲\times۱۰^{-۲}\Rightarrow B=۱T\\\frac{۲\pi}{T}=۵۰\pi\Rightarrow T=\frac{۲}{۵۰}=۰/۰۴s\end{cases}$$ بنابراین گزاره‌های (الف) و (پ) درست است:

نکته اگر پیچه به طور یکنواخت بچرخد و هر دور چرخش آن T ثانیه طول بکشد، پیچه در مدت t ثانیه، به اندازهٔ $\frac{t}{T}$ می‌چرخد:

$$N=\frac{t}{T}\quad\begin{matrix}t=۱min=۶۰s\\T=۰/۰۴s\end{matrix}\quad N=\frac{۶۰}{۰/۰۴}=\frac{۶۰۰۰}{۴}=۱۵۰۰\ \text{دور}$$

بنابراین گزاره (ب) نیز درست است.

A ۲ ۲۸۵۶

معادلهٔ جریان متناوب برابر $I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$ است:

$$\begin{cases}I_{max}=۲A\\T=۰/۰۲s\end{cases}\Rightarrow I=۲\sin\frac{۲\pi}{۰/۰۲}t\Rightarrow I=۲\sin۱۰۰\pi t$$

B ۳ ۲۸۵۷

۱ ابتدا با توجه به معادلهٔ جریان متناوب $I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$ دورهٔ تناوب جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{matrix}I=&I_{max}&\sin&\frac{۲\pi}{T}&t\\I=&۰/۲&\sin&۱۰۰\pi&t\end{matrix}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}=۱۰۰\pi\Rightarrow T=۰/۰۲s$$

۲ در معادلهٔ جریان متناوب، جریان (I) را ۰/۱ آمپر قرار می‌دهیم، زمان (t) را به‌دست می‌آوریم:

$$۰/۱=۰/۲\sin۱۰۰\pi t\Rightarrow\sin۱۰۰\pi t=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\sin\frac{\pi}{۶}=\frac{۱}{۲}}\sin۱۰۰\pi t=\sin\frac{\pi}{۶}$$

$$\Rightarrow۱۰۰\pi t=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow t=\frac{۱}{۶۰۰}s$$

یادداشت ریاضی البته این یکی از جواب‌های معادله است، شما در ریاضی با نحوهٔ حل معادلات مثلثاتی آشنا شده‌اید و می‌دانید که:

$\sin x=\sin\alpha\Rightarrow x=2k\pi+\alpha$ یا $(2k+1)\pi-\alpha$

$\cos x=\cos\alpha\Rightarrow x=2k\pi\pm\alpha$

میانبر همواره نسبت $\frac{I}{I_{max}}$ برابر $\sin\frac{2\pi}{T}t$ است و نسبت $\frac{\Phi}{\Phi_{max}}$ برابر $\cos\frac{2\pi}{T}t$ است.

A ۲۸۵۸ **۴**

معادلهٔ جریان متناوب را به کمک داده‌های مسئله می‌نویسیم:

$$I=I_{max}\sin(\frac{2\pi}{T}t)\xrightarrow[T=\frac{1}{50}s]{I_{max}=5A}$$

$$I=5\sin(\frac{2\pi}{\frac{1}{50}}t)\Rightarrow I=5\sin(100\pi t)$$

حال $t=\frac{3}{400}s$ را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$I=5\sin(100\pi\times\frac{3}{400})\Rightarrow I=5\sin(\frac{3\pi}{4})$$

$$\Rightarrow I=5\times\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow I=\frac{5\sqrt{2}}{2}A$$

بازی با سؤال بیشینهٔ جریان متناوبی $5A$ و دورهٔ آن $0/04$ ثانیه است. در لحظهٔ $t=\frac{1}{200}s$ بزرگی جریان چند آمپر است؟ از کتاب درسی

۱) $2/5\sqrt{2}$ ۲) 5 ۳) $5\sqrt{2}$ ۴) $2/5$

گزینهٔ ۱

B ۲۸۵۹ **۳**

خط فکری هنگامی که مولد جریان متناوب به مقاومت اهمی متصل باشد، با توجه به قانون اهم می‌توان از روی معادلهٔ جریان متناوب، معادلهٔ نیرو محرکه را نیز به‌دست آورد:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\varepsilon=RI\xrightarrow{I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t}\varepsilon=RI_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

$$\xrightarrow{\varepsilon_{max}=RI_{max}}\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

با داشتن معادلهٔ ولتاژ - زمان می‌توان معادله جریان - زمان را نوشت که در حل این مسئله شما باید معادله $I-t$ را بنویسید.

۱ ابتدا معادلهٔ جریان متناوب را به کمک معادلهٔ اختلاف پتانسیل داده شده می‌نویسیم:

$$V=RI\Rightarrow I=\frac{V}{R}\xrightarrow[V=100\sqrt{3}\sin10\pi t]{R=10\Omega}I=\frac{100\sqrt{3}}{10}\sin10\pi t$$

$$\Rightarrow I=10\sqrt{3}\sin10\pi t$$

۲ معادلهٔ جریان متناوب به صورت $I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است که با توجه به معادلهٔ بالا باید $\frac{2\pi}{T}$ برابر 10π باشد:

$$I=10\sqrt{3}\sin10\pi t$$

$$I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow10\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=0/2s$$

۳ جریان در لحظهٔ $t=\frac{T}{6}=\frac{0/2}{6}=\frac{1}{30}s$ خواسته شده این زمان را در معادلهٔ جریان متناوب قرار می‌دهیم و جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$I=10\sqrt{3}\sin10\pi t\xrightarrow{t=\frac{1}{30}s}I=10\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow I=10\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow I=15A$$

B ۲۸۶۰ **۲**

یادآوری توان مصرفی از رابطهٔ $P=VI=RI^2=\frac{V^2}{R}$ بدست می‌آید که V اختلاف پتانسیل یا همان نیرو محرکه است.

با توجه به رابطهٔ $P=RI^2$ هنگامی توان مصرفی بیشینه است که جریان متناوب بیشینه باشد. مقدار بیشینه جریان در معادله $I=2\sqrt{2}\sin300t$ برابر $I_m=2\sqrt{2}A$ است از این‌رو می‌توان نوشت: $P_{max}=RI_{max}^2\Rightarrow16=R(2\sqrt{2})^2\Rightarrow R=2\Omega$

حال با استفاده از قانون اهم و داشتن معادلهٔ جریان متناوب و مقاومت، معادلهٔ نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{\varepsilon}{I}\Rightarrow\varepsilon=RI\xrightarrow{I=2\sqrt{2}\sin300t}$$

$$\varepsilon=2(2\sqrt{2}\sin300t)\Rightarrow\varepsilon=4\sqrt{2}\sin300t$$

B ۲۸۶۱ **۴**

ابتدا با توجه به انرژی داده شده ضریب القاوری را به‌دست می‌آوریم:

$$U=\frac{1}{2}LI^2\Rightarrow U_m=\frac{1}{2}LI_m^2\xrightarrow[I_m=5]{U_m=5\times10^{-3}}$$

$$5\times10^{-3}=\frac{1}{2}L\times25\Rightarrow L=\frac{10^{-2}}{25}H$$

حال به کمک رابطهٔ ضریب القاوری، تعداد حلقه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$L=\frac{\mu_0AN^2}{\ell}\Rightarrow\frac{10^{-2}}{25}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times20\times10^{-4}\times N^2}{6/28\times10^{-2}}\Rightarrow\frac{10^{-2}}{25}=4\times10^{-8}N^2$$

$$N^2=10^4\Rightarrow N=100$$

A ۲۸۶۲ **۲**

خط فکری ۱ دورهٔ تناوب: مدت زمانی که طول می‌کشد، پیچه یا آهنربای الکتریکی مولد یک دور کامل بزند.

۲ بسامد: تعداد دور کاملی است که پیچهٔ یا آهنربای الکتریکی مولد در مدت یک ثانیه انجام می‌دهد.

۴ ابتدا با یک نسبت، مدت زمان یک دور کامل که همان دورهٔ تناوب است را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{c|c}1s & \text{تعداد نوسان}=50\\ \hline T & \text{تعداد نوسان}=1\end{array}\Rightarrow T=\frac{1}{50}s=0/02s$$

در هر ثانیه ۵۰ دور می‌چرخد بنابراین:

۵ بسامد برق تعداد دور کاملی است که پیچه یا آهنربای الکتریکی در مدت $1s$ می‌زند که با توجه به سؤال آهنربای الکتریکی در مدت $1s$، ۵۰ دور می‌چرخد پس بسامد برق ۵۰ هرتز است.

میانبر ۱ دورهٔ تناوب و بسامد همواره معکوس یکدیگرند: $T=\frac{1}{f}$ (دوره ↗، بسامد ↘)

میانبر ۲ اگر پیچه یا آهنربای الکتریکی در یک مولد جریان متناوب در مدت t ثانیه به اندازه N دور کامل بچرخد، دوره و بسامد مولد برابر است با:

$$T=\frac{t}{N}\qquad f=\frac{N}{t}$$

B ۲۸۶۳ **۲**

نکته هر دور، چرخش پیچه معادل 2π رادیان یا 360° است.

۱ پیچه به طور یکنواخت در حال چرخش است در فرض مسئله پیچه در $0/01s$ به اندازهٔ 60° می‌چرخد بنابراین می‌توانیم به کمک یک تناسب مدت زمان یک دور چرخش پیچه را به‌دست آوریم:

$$\begin{array}{c|c}0/01s & 60^\circ\\ \hline \Delta t:\text{مدت زمان یک دور کامل} & 360^\circ\end{array}\Rightarrow\Delta t=\frac{360\times0/01}{60}=0/06s$$

۲ بسامد برق در واقع تعداد دور پیچه در مدت $1s$ است، با توجه به قسمت قبل در مدت $0/06s$ پیچه یک دور کامل می‌زند. حال با استفاده از تناسب، تعداد دور در هر ثانیه (بسامد برق) را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{c|c}0/06s & 1\\ \hline 1s & ?\end{array}\Rightarrow\text{بسامد برق}=\frac{100}{6}=\frac{50}{3}Hz$$

B ۲۸۶۴ ۴

۱ بسامد برق تعداد دوری است که پیچه در هر ثانیه می‌چرخد. مثلاً ۴۰Hz یعنی مولد در هر ثانیه ۴۰ دور کامل می‌چرخد، حال به کمک یک تناسب دورهٔ تناوب یعنی مدت زمان یک چرخش کامل را به‌دست می‌آوریم:

۱s	۴۰ دور
T	۱ دور

$$T=\frac{1}{40}s$$

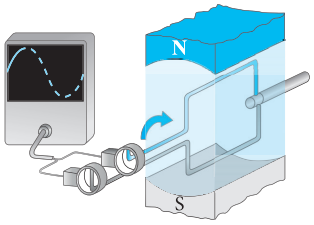
۲ حال معادله شار - زمان مولد را می‌نویسیم:

$$\Phi=BA\cos(\frac{2\pi}{T}t)\Rightarrow\Phi=BA\cos\frac{2\pi}{\frac{1}{40}}t\Rightarrow\Phi=BA\cos 80\pi t$$

۳ می‌دانیم در رابطهٔ شار $\Phi=BA\cos\theta$، θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر پیچه با خطوط میدان است، در لحظهٔ $t=\frac{1}{160}s$ این زاویه را به‌دست می‌آوریم:

$$\theta=80\pi t\xrightarrow{t=\frac{1}{160}s}\theta=80\pi\times(\frac{1}{160})\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{2}$$

۴ نیم‌خط عمود بر پیچه با خطوط میدان زاویهٔ $90^\circ(\frac{\pi}{2})$ می‌سازد پس سطح قاب با خطوط میدان زاویهٔ صفر درجه خواهد ساخت و شکل قرارگیری پیچه به صورت روبه‌رو است:



B ۲۸۶۵ ۲

خط فکری اگر پیچه به‌طور یکنواخت بچرخد و هر دور چرخش آن T ثانیه طول بکشد، تعداد دور پیچه در مدت t برابر $N=\frac{t}{T}$ خواهد بود.

یادآوری با توجه به قانون اهم می‌توان نوشت:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\varepsilon=RI\xrightarrow{I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t}\varepsilon=RI_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

$$\xrightarrow{\varepsilon_{max}=RI_{max}}\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

ابتدا با توجه به رابطه $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ دورهٔ هر حلقه را به‌دست می‌آوریم و با استفاده از آن تعداد دورهای هر حلقه را در ۲۰s حساب می‌کنیم:

$$(1)\text{ حلقه}\begin{cases}\varepsilon_1=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t\\ \varepsilon_1=2\sin 6\pi t\end{cases}\Rightarrow\frac{2\pi}{T_1}=6\pi\Rightarrow T_1=\frac{1}{3}s$$

$$(2)\text{ حلقه}\begin{cases}\varepsilon_2=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T_2}t\\ \varepsilon_2=3\sin 2\pi t\end{cases}\Rightarrow\frac{2\pi}{T_2}=2\pi\Rightarrow T_2=1s$$

حال با توجه به رابطه‌ای که در خط‌فکری گفته شد تعداد دور چرخش در هر حلقه را حساب می‌کنیم:

$$N_1=\frac{t}{T_1}\Rightarrow N_1=\frac{20}{\frac{1}{3}}=60\ ,\quad N_2=\frac{t}{T_2}\Rightarrow N_2=\frac{20}{1}=20$$

نسبت تعداد دور چرخش دو قاب به صورت روبه‌رو می‌شود:

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{60}{20}=3$$

B ۲۸۶۶ ۳

خط فکری اگر در ابتدا $(t=0)$ شار عبوری از قاب بیشینه باشد (سطح قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسی باشد) با چرخیدن قاب با دورهٔ ثابت (به‌طور یکنواخت) معادلهٔ شار - زمان به‌صورت $\Phi=BA\cos\frac{2\pi}{T}t$ بوده و کسینوسی است همچنین معادلهٔ جریان - زمان و نیرو محرکه - زمان به‌ترتیب به‌صورت $I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ و $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ بوده و سینوسی است.

ابتدا سطح قاب بر میدان عمود است، پس در ابتدا شار عبوری از قاب بیشینه مقدار بوده و معادلهٔ شار - زمان خواهد شد $(\Phi=BA\cos\frac{2\pi}{T}t)$ در نتیجه نمودار $\Phi-t$ کسینوسی است.

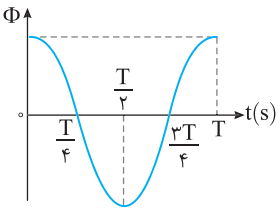
همچنین می‌توان گفت که در مبدأ زمان $t=0$، شار برابر است با:

$$\Phi=BA\cos(\frac{2\pi}{T}\times 0)=BA\cos 0^\circ=BA$$

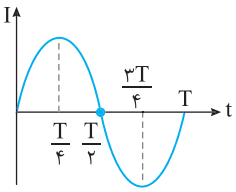
و نیروی محرکه برابر $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin(\frac{2\pi}{T}\times 0)=\varepsilon_{max}\sin 0^\circ=0$ است و گزینهٔ (۳) درست است.

B ۲۸۶۷ ۳

یادآوری معادلهٔ شار - زمان به‌صورت $\Phi=BA\cos\frac{2\pi}{T}t$ است و نمودار آن به‌صورت روبه‌رو است.

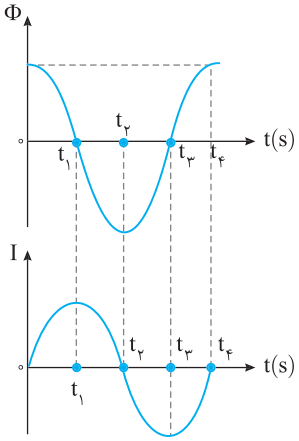


معادلهٔ جریان - زمان به‌صورت $I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است و نمودار آن به‌صورت روبه‌رو است.



نمودار جریان زمان را رسم کرده و آن را با نمودار شار - زمان مقایسه می‌کنیم و لحظه‌هایی که در آن جریان منفی و مقدار آن بیشینه است را مشخص می‌کنیم.

در لحظهٔ t_3 جریان بیشینه و منفی است.



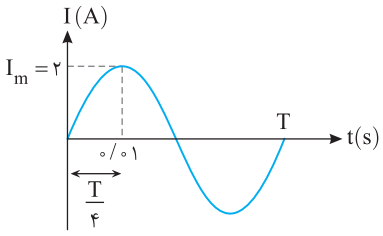
B ۲۸۶۸ ۲

با توجه به نمودار جریان بیشینه برابر ۲A بوده و دوره خواهد شد:

$$\frac{T}{4}=0/01s\Rightarrow T=0/04s$$

اکنون معادلهٔ جریان را می‌نویسیم:

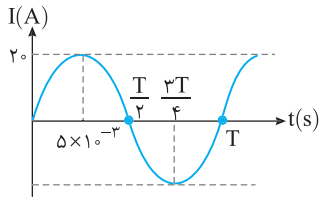
$$I=I_m\sin\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow I=2\sin\frac{2\pi}{0/04}t\Rightarrow I=2\sin 50\pi t$$



B ۲۸۶۹ **۳**

خط فکری ابتدا با توجه به نمودار داده شده معادلهٔ جریان برحسب زمان را می‌نویسیم، با استفاده از این معادله می‌توان جریان در تمام لحظات را به‌دست آورد.

با توجه به نمودار می‌توان نوشت: $\frac{T}{4}=5\times10^{-3}\Rightarrow T=0/02s$



جریان القایی بیشینه برابر $I_{max}=20A$ است، از این‌رو:

$$I=I_m\sin\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow I=20\sin\frac{2\pi}{0/02}t\Rightarrow I=20\sin100\pi t$$

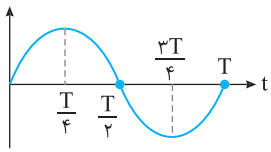
جریان در لحظهٔ $t=\frac{1}{300}s$ خواهد شد:

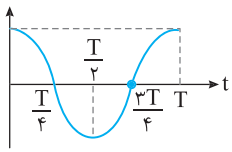
$$I=20\sin100\pi t\xrightarrow{t=\frac{1}{300}s}I=20\sin100\pi\times\frac{1}{300}\Rightarrow I=20\sin\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow I=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}A$$

B ۲۸۷۰ **۱**

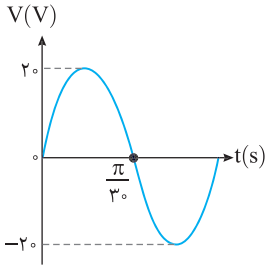
خط فکری در نمودارهای سینوسی و کسینوسی به زمان‌های زیر دقت کنید:





۱ با توجه به نمودار، نصف دوره برابر $\frac{\pi}{30}$ شده است، بنابراین:

$$\frac{T}{2}=\frac{\pi}{30}\Rightarrow T=\frac{\pi}{15}s$$



۲ اکنون می‌توانیم معادلهٔ نیروی محرکه را برحسب زمان بنویسیم:

$$\varepsilon=\varepsilon_m\sin\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow\varepsilon=20\sin30t$$

۳ به کمک قانون اهم، معادله جریان زمان را به‌دست می‌آوریم:

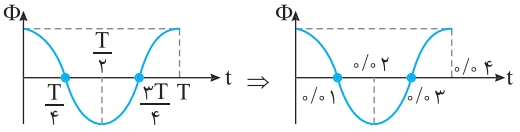
$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{20}{5}\sin30t\Rightarrow I=4\sin30t$$

B ۲۸۷۱ **۴**

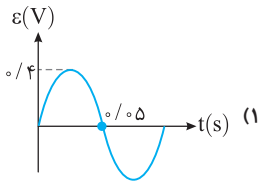
۱ ابتدا با توجه به معادلهٔ جریان - زمان دورهٔ تناوب را به‌دست می‌آوریم:

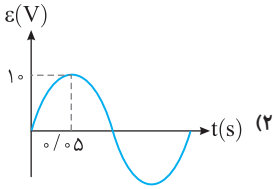
$$I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t\Rightarrow50\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=0/04s\Rightarrow\frac{T}{2}=0/02s$$
$$I=I_{max}\sin50\pi t$$

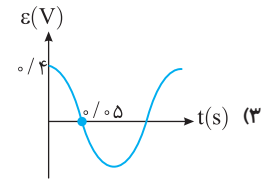
۲ معادلهٔ شار - زمان کسینوسی $(\Phi=BA\cos\frac{2\pi}{T}t)$ بوده و نمودار آن یک نمودار کسینوسی است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست است، اما با توجه به $\frac{T}{2}=0/02s$ گزینه (۲) نادرست و گزینه (۴) درست است.

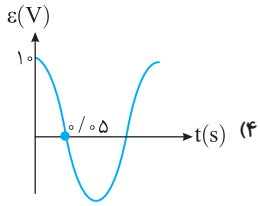


بازی با سؤال معادلهٔ جریان متناوب یک پیچه در SI به‌صورت $I=2\sin10\pi t$ است. اگر مقاومت پیچه 5Ω باشد، نمودار نیرو محرکه برحسب زمان کدام است؟

۱)


۲)


۳)


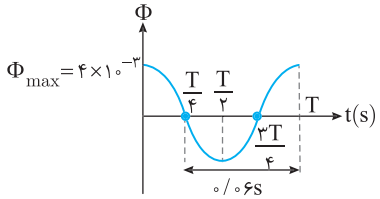
۴)


گزینهٔ ۲

B ۲۸۷۲ **۲**

خط فکری شار عبوری در یک لحظه خواسته شده پس ابتدا با توجه به نمودار $\Phi-t$ معادلهٔ شار - زمان را می‌نویسیم و سپس در معادلهٔ شار - زمان $t=0/01s$ را قرار می‌دهیم تا شار عبوری در این لحظه به‌دست آید.

۱ با توجه به نمودار دورهٔ تناوب را به‌دست می‌آوریم: $\frac{3T}{4}=0/06\Rightarrow T=0/08s$



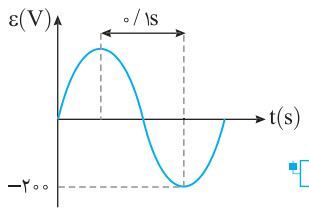
۲ حال معادلهٔ $\Phi-t$ را می‌نویسیم:

$$\Phi=4\times10^{-3}\cos(\frac{2\pi}{T}t)\Rightarrow\Phi=4\times10^{-3}\cos(\frac{2\pi}{0/08}\times t)$$
$$\Rightarrow\Phi=4\times10^{-3}\cos25\pi t$$

۳ در لحظهٔ $t=0/01s$ با توجه به معادلهٔ نوشته شده شار مغناطیسی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi=4\times10^{-3}\cos25\pi t\xrightarrow{t=0/01s}\Phi=4\times10^{-3}\cos(25\pi\times\frac{1}{100})$$
$$\Rightarrow\Phi=4\times10^{-3}\cos\frac{\pi}{4}\Rightarrow\Phi=4\times10^{-3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\Rightarrow\Phi=2\sqrt{2}\times10^{-3}Wb=2\sqrt{2}mWb$$

بازی با سؤال شکل زیر نمودار تغییرات نیروی محرکهٔ مولد جریان متناوبی را نشان می‌دهد که به دو سر مقاومت اهمی 400Ω متصل است. معادلهٔ جریان این رسانا در SI کدام گزینهٔ زیر است؟



۱) $I=2\sin10\pi t$

۲) $I=0/5\sin20\pi t$

۳) $I=2\sin20\pi t$

۴) $I=0/5\sin10\pi t$

گزینهٔ ۴

B ۲۸۷۳ **۱**

با توجه به نمودار دوره را به‌دست می‌آوریم. $\frac{T}{2}=0/02\Rightarrow T=0/04s$

معادلهٔ جریان - زمان را می‌نویسیم.

$$I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t=I_{max}\sin(\frac{2\pi}{0/04}t)=I_{max}\sin50\pi t$$

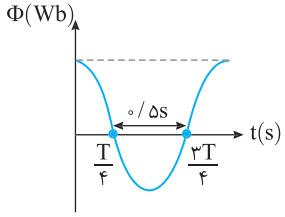
جریان در $t=0/1s$ را حساب می‌کنیم.

$$t=\frac{1}{10}s\Rightarrow I=\sin(50\pi\times\frac{1}{10})\Rightarrow I=I_{max}\sin5\pi=0$$

B ۲۸۷۴ ۳

خط فکری در صورت مسئله، جریان القایی متوسط خواسته شده است، بنابراین باید نیروی محرکهٔ القایی متوسط را حساب کنید البته قبل از آن باید معادلهٔ شار - زمان را بنویسید و تغییر شار را به‌دست بیاورید.

۱ دورهٔ تناوب را با توجه به نمودار به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta t = 0/5s \Rightarrow \frac{3T}{4} - \frac{T}{4} = 0/5$$
$$\Rightarrow \frac{T}{2} = 0/5 \Rightarrow T = 1s$$

۲ معادلهٔ شار - زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi = \Phi_{max} \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \Phi = 10^{-1} \cos 2\pi t$$

۳ تغییر شار را حساب می‌کنیم:

$$t_1 = 0 \Rightarrow \Phi_1 = 10^{-1} Wb$$

$$t_2 = \frac{1}{6}s \Rightarrow \Phi_2 = 10^{-1} \cos(2\pi \times \frac{1}{6}) \Rightarrow \Phi_2 = \frac{1}{2} \times 10^{-1} Wb$$

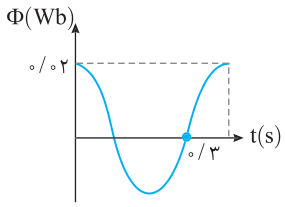
۴ به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده نیروی محرکه القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\overline{\varepsilon} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \overline{\varepsilon} = -100 \times \frac{(\frac{1}{2} \times 10^{-1} - 10^{-1})}{\frac{1}{6}} \Rightarrow \overline{\varepsilon} = 30V$$

۵ جریان القایی متوسط خواهد شد:

$$\overline{I} = \frac{\overline{\varepsilon}}{R} \Rightarrow \overline{I} = \frac{30}{10} = 3A$$

بازی با سؤال **نمودار شار - زمان یک مولد جریان متناوب شامل ۳۰۰ دور به صورت مقابل است، در بازهٔ زمانی $t=0$ تا $t=0/15s$ نیروی محرکهٔ القایی متوسط چند ولت است؟** $(\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2} = 1/4)$



آزمون مدارس برتر

۱) ۲۸ ۲) ۶۸ ۳) ۴۸ ۴) ۳۸

گزینهٔ ۲

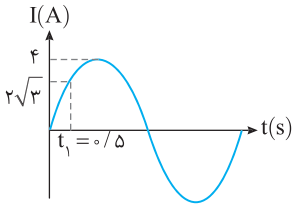
B ۲۸۷۵ ۲

خط فکری بار شارش شده از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$|\overline{I}| = \frac{|\overline{\varepsilon}|}{R} \xrightarrow[|\overline{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|]{|\overline{I}| = \frac{\Delta q}{\Delta t}} \frac{\Delta q}{\Delta t} = |-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \Rightarrow \Delta q = |\frac{N}{R}\Delta\Phi|$$

بنابراین ابتدا باید معادلهٔ شار - زمان را به‌دست آوریم تا به کمک آن و رابطهٔ بالا بار شارش شده در بازهٔ خواسته شده را حساب کنیم.

۱ با توجه به نمودار در لحظهٔ $t_1 = \frac{1}{2}s$، جریان مولد $2\sqrt{3}$ آمپر است و جریان بیشینه برابر ۴ آمپر است از این‌رو معادلهٔ جریان - زمان را نوشته و به کمک داده‌های مسئله دوره را حساب می‌کنیم.



$$I = I_{max} \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{t=\frac{1}{2}s,\ I=2\sqrt{3}A,\ I_{max}=4A} 2\sqrt{3} = 4 \sin \frac{\pi}{T}$$
$$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{T} = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}} \sin \frac{\pi}{T} = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow T = 3s$$

۲ معادلهٔ شار - زمان را می‌نویسیم:

$$\Phi = \Phi_{max} \cos \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{\Phi_m = 0/5Wb} \Phi = 0/5 \cos \frac{2\pi}{3} t$$

۳ شار مغناطیسی در لحظهٔ $t_1 = \frac{1}{2}s$ و $t_2 = \frac{3}{4}s$ را حساب می‌کنیم:

$$t_1 = \frac{1}{2}s \Rightarrow \Phi_1 = 0/5 \cos \frac{2\pi}{3} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \Phi_1 = 0/5 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow \Phi_1 = 0/25Wb$$

$$t_T = \frac{3}{4}s \Rightarrow \Phi_2 = 0/5 \cos \frac{2\pi}{3} \times \frac{3}{4} \Rightarrow \Phi_2 = 0/5 \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow \Phi_2 = 0$$

۴ تغییر شار مغناطیسی خواهد شد:

$$|\Delta\Phi| = |\Phi_2 - \Phi_1| = |0 - 0/25| \Rightarrow |\Delta\Phi| = 0/25Wb$$

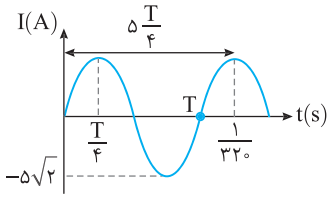
۵ بار شارش شده را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q = |\frac{N}{R}\Delta\Phi| \Rightarrow \Delta q = \frac{500}{10} \times 0/25 \Rightarrow \Delta q = 12/5\,C$$

A ۲۸۷۶ ۳

۱ با توجه به نمودار دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{5T}{4} = \frac{1}{320} \Rightarrow T = \frac{1}{400}s$$



۲ معادلهٔ جریان متناوب را می‌نویسیم:

$$I = I_{max} \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 5\sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{\frac{1}{400}} t \Rightarrow I = 5\sqrt{2} \sin 800\pi t$$

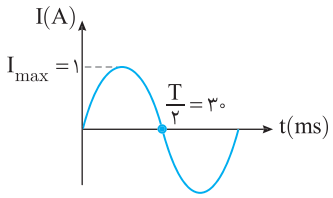
۳ حال با توجه به معادلهٔ جریان متناوب، جریان در $t = \frac{1}{3200}s$ را حساب می‌کنیم:

$$I = 5\sqrt{2} \sin 800\pi t \Rightarrow I = 5\sqrt{2} \sin 800\pi \times \frac{1}{3200}$$
$$I = 5\sqrt{2} \sin \frac{800\pi}{3200} = 5\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5A$$

B ۲۸۷۷ ۱

یادآوری توان مصرفی مقاومت از رابطهٔ $P = RI^2 = \frac{V^2}{R} = VI$ به‌دست می‌آید.

خط فکری ابتدا معادلهٔ جریان را می‌نویسیم تا بتوانیم به کمک آن جریان در لحظهٔ $t = 10ms$ را حساب کنیم، سپس با استفاده از رابطهٔ $P = RI^2$ توان مصرفی را به‌دست می‌آوریم:



۱ با توجه به نمودار دورهٔ تناوب را حساب می‌کنیم:

$$\frac{T}{2} = 30ms \Rightarrow T = 60ms \Rightarrow T = 0/06s$$

۲ معادلهٔ جریان را می‌نویسیم:

$$I = I_{max} \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 1 \sin \frac{2\pi}{0/06} t \Rightarrow I = \sin \frac{100\pi}{3} t$$

۳ جریان در لحظهٔ $t = 10ms$ را حساب می‌کنیم:

$$I = \sin \frac{100\pi}{3} t \xrightarrow{t=10ms=10^{-2}s} I = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow I = \frac{\sqrt{3}}{2}A$$

۴ توان مصرفی برابر است: $P=RI^{۲}\Rightarrow P=۱۰\times(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^{۲}\Rightarrow P=\frac{۳۰}{۴}=۷/۵W$

روش دوم: می‌توانستیم برای به‌دست آوردن جریان، به‌جای معادله نوشتن از این روش استفاده کنیم که با توجه به نمودار ۳۰ms برابر $\frac{T}{۲}$ است پس ۱۰ms که $\frac{۱}{۳}$، ۳۰ms است برابر $\frac{T}{۶}$ خواهد بود:

$$I=۱\sin\frac{۲\pi}{T}t\xrightarrow{t=\frac{T}{۶}}I=\sin\frac{۲\pi}{T}\times\frac{T}{۶}\Rightarrow I=\sin\frac{\pi}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$$

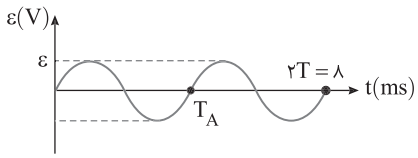
و ادامهٔ حل ...

۱ ۲۸۷۸ C

بررسی حلقهٔ A: با توجه به نمودار مربوط به حلقهٔ A، معادلهٔ نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$۲T_A=۸\times۱۰^{-۳}s\Rightarrow T_A=۴\times۱۰^{-۳}s$$

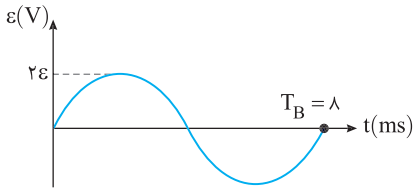
$$\varepsilon_A=\varepsilon_{max}\sin\frac{۲\pi}{T_A}t\Rightarrow\varepsilon_A=\varepsilon\sin۵۰۰\pi t$$



حال با توجه به قانون اهم، معادلهٔ جریان را نوشته و جریان در لحظهٔ $t=۱ms$ را حساب می‌کنیم:

$$I_A=\frac{\varepsilon_A}{R}\Rightarrow I_A=\frac{\varepsilon}{R}\sin۵۰۰\pi t\xrightarrow{t=۱ms=۱۰^{-۳}s}I_A=\frac{\varepsilon}{R}\sin\frac{\pi}{۲}\Rightarrow I_A=\frac{\varepsilon}{R}$$

بررسی حلقهٔ B: با توجه به نمودار مربوط به حلقهٔ B، معادلهٔ نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:



$$T_B=۸ms=۸\times۱۰^{-۳}s$$

$$\varepsilon_B=\varepsilon_{max}\sin\frac{۲\pi}{T_B}t\Rightarrow\varepsilon_B=۲\varepsilon\sin\frac{۲\pi}{۸\times۱۰^{-۳}}t\Rightarrow\varepsilon_B=۲\varepsilon\sin۲۵۰\pi t$$

حال با توجه به قانون اهم، معادلهٔ جریان را نوشته و جریان در لحظهٔ $t=۱ms$ را حساب می‌کنیم:

$$I_B=\frac{\varepsilon_B}{R}\Rightarrow I_B=\frac{۲\varepsilon}{R}\sin۲۵۰\pi t\xrightarrow{t=۱ms=۱۰^{-۳}s}I_B=\frac{۲\varepsilon}{R}\sin\frac{\pi}{۴}$$

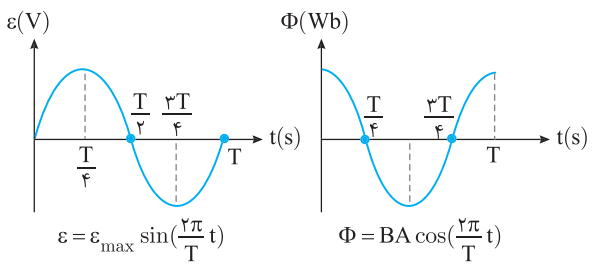
$$\Rightarrow I_B=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\frac{۲\varepsilon}{R}=\sqrt{۲}\frac{\varepsilon}{R}$$

نسبت $\frac{I_A}{I_B}$ خواسته شده است، بنابراین:

$$\frac{I_A}{I_B}=\frac{\frac{\varepsilon}{R}}{\sqrt{۲}\frac{\varepsilon}{R}}\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۱ ۲۸۷۹ A

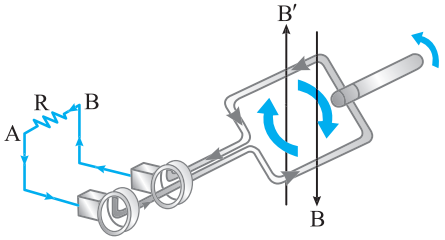
با توجه به نمودارهای $\Phi-t$ و $\varepsilon-t$ زمانی که شار عبوری بیشینه است نیرو محرکه صفر و زمانی که نیرو محرکه بیشینه است شار صفر خواهد بود، می‌دانیم شار زمانی بیشینه است که سطح بر خطوط عمود باشد، در شکل (الف) شار بیشینه است و زمانی که سطح موازی خطوط باشد شار صفر می‌شود و نیرو محرکه در شکل (ب) بیشینه است.



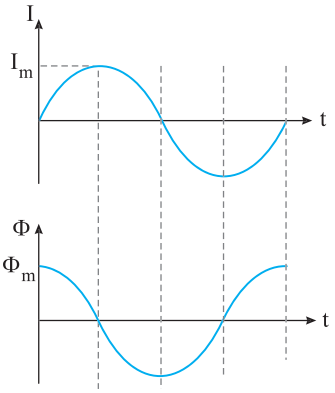
$$\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin(\frac{۲\pi}{T}t)\qquad\Phi=BA\cos(\frac{۲\pi}{T}t)$$

۲ ۲۸۸۰ C

در لحظه نشان داده شده با چرخش حلقه شار عبوری از حلقه در حال افزایش است، در واقع حلقه در حال چرخیدن به سمتی است که شار عبوری از آن بیشینه شود، پس طبق قانون لنز باید میدان مغناطیسی خلاف جهت میدان آهنربا القا شود که با افزایش شار مخالفت کند و با قاعدهٔ دست راست و مشخص بودن جهت میدان القایی، جهت جریان القایی عبوری از مقاومت به‌دست می‌آید. انگشت باز شست دست راست در جهت میدان القایی و رو به بالاست، بنابراین جهت چرخش چهار انگشت جهت جریان را پادساعتگرد نشان می‌دهد.



با توجه به نمودارهای شار - زمان و جریان - زمان هرگاه شار مغناطیسی در حال افزایش باشد ($\frac{T}{۴}$ تا $\frac{T}{۲}$ و $\frac{۳T}{۴}$ تا T) جریان القایی در حال کاهش است.



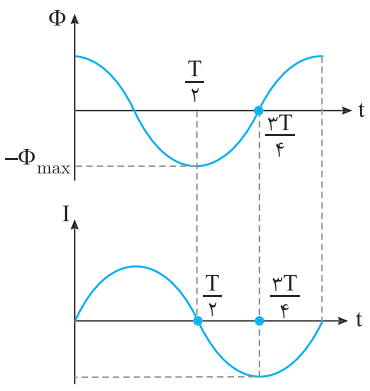
۴ ۲۸۸۱ B

معادلهٔ شار - زمان کسینوسی و معادله جریان - زمان سینوسی است پس نمودار هر دو را کشیده و رفتار جریان هنگامی که شار $-\Phi_{max}$ به صفر می‌رسد را بررسی می‌کنیم.

به نمودارها دقت کنید در لحظهٔ $t=\frac{T}{۲}$، شار بیشینهٔ منفی است و در آن لحظه جریان القایی صفر است و در لحظهٔ $t=\frac{۳T}{۴}$ شار صفر می‌شود و جریان القایی بیشینهٔ منفی است بنابراین:

$$\text{از }\frac{T}{۲}\text{ تا }\frac{۳T}{۴}\begin{cases}\xrightarrow{\text{شار مغناطیسی}}\text{از }-\Phi_{max}\text{ به صفر می‌رسد}\\\xrightarrow{\text{جریان القایی}}\text{از صفر به }-I_{max}\text{ می‌رسد}\end{cases}$$

و گزینهٔ (۴) درست است.



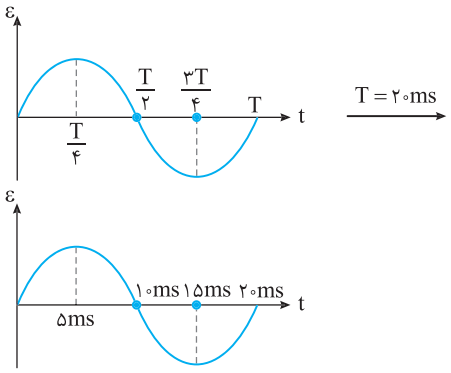
B ۲۸۸۲ ۲

یادآوری دوره تناوب، مدت زمانی است که پیچه یک دور کامل می‌زند. با توجه به صورت مسئله پیچه در هر دقیقه، ۳۰۰۰ دور می‌چرخد بنابراین با تناسب، دورهٔ تناوب را به‌دست می‌آوریم:

$t=1\min=60s$	تعداد دور $=3000$
T	1

$$T=\frac{60}{3000}=\frac{1}{50}s=0/02s=20ms$$

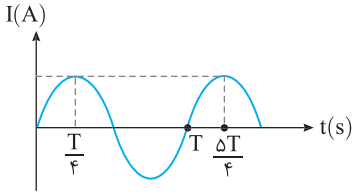
حال نمودار $\varepsilon-t$ که معادلهٔ آن به‌صورت $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ را رسم می‌کنیم تا زمان‌هایی که نیرو محرکه القایی صفر می‌شود را به‌دست آوریم.



بنابراین در لحظه‌های داده شده تنها در لحظهٔ $t=10ms$ نیرو محرکه صفر می‌شود.

B ۲۸۸۳ ۴

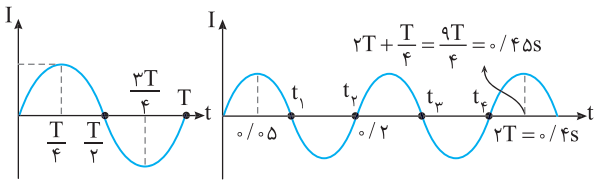
در لحظهٔ $t=0$ شار عبوری از مولد بیشینه است پس معادلهٔ شار - زمان مولد به صورت $\Phi=\Phi_{max}\cos\frac{2\pi}{T}t$ خواهد بود و معادلهٔ جریان - زمان این مولد به صورت $I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است و نمودار $I-t$ مطابق شکل زیر خواهد شد:



با توجه به شکل بالا در لحظهٔ $\frac{5T}{4}$ برای دومین بار جریان بیشینه و مثبت می‌شود.

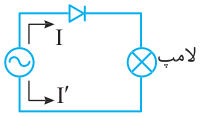
C ۲۸۸۴ ۳

در $t=0$ شار عبوری از مولد بیشینه است پس معادلهٔ شار - زمان مولد به صورت $\Phi=\Phi_{max}\cos\frac{2\pi}{T}t$ بوده و معادلهٔ جریان - زمان مولد به صورت $I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است و نمودار $I-t$ مطابق شکل زیر خواهد بود (البته نمودار را با توجه به سؤال تا لحظه $t=0/45$ کشیدیم.)

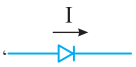


مطابق شکل بالا در لحظه‌های t_1، t_2، t_3 و t_4 جریان مولد تغییر جهت داده و در واقع جریان مثبت به منفی و یا جریان منفی به مثبت تبدیل شده است.

B ۲۸۸۵ ۳



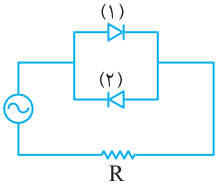
یادآوری ۱ در مولد جریان متناوب در هر نیم‌دوره جهت قطب‌های مثبت و منفی و سوی جریان عوض می‌شود. یعنی اگر از $t=0$ تا $t=\frac{0/02}{2}s$ جریان به‌صورت I باشد از $t=\frac{0/02}{2}s$ تا $t=0/02s$ جریان به‌صورت I' خواهد بود.

یادآوری ۲ دیود جریان را در یک سو از خود عبور می‌دهد. اگر جهت جریان در جهت پیکان دیود باشد. 

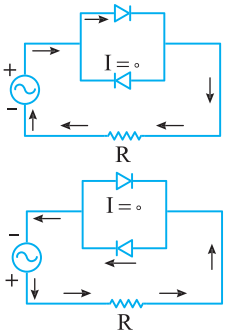
، جریان از آن می‌گذرد و اگر جهت جریان باتری در خلاف جهت پیکان دیود باشد. دیود اجازهٔ عبور جریان را نمی‌دهد.

فرض کردیم که در بازهٔ صفر تا $\frac{T}{2}=0/01s$ جریان مولد در جهت I باشد. در این صورت دیود اجازهٔ عبور جریان را می‌دهد و لامپ روشن است و در بازهٔ $\frac{T}{2}=0/01s$ تا $T=0/02s$ جریان مولد در جهت I' یعنی خلاف جهت پیکان دیود است و دیود اجازه عبور جریان را نمی‌دهد و لامپ خاموش است بنابراین به‌طور متناوب به مدت $0/01s$ لامپ روشن و به مدت $0/01s$ لامپ خاموش است. البته آیا چشم این پدیده را تشخیص می‌دهد و یا فقط چشمک زدن لامپ را مشاهده می‌کند باید آزمایش کرد.

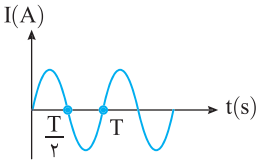
B ۲۸۸۶ ۳



در مولد جریان متناوب در هر نیم‌دوره $(\frac{T}{2})$ یک‌بار سوی جریان عوض می‌شود.

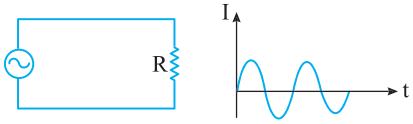


به دیودها نگاه کنید، جهت بستن آن‌ها وارون یکدیگر است و اگر جریان از دیود (۱) بگذرد در همان لحظه جریان دیود (۲) صفر است و بالعکس. مطابق شکل‌های رسم شده مشاهده می‌کنیم، با تغییر جهت جریان مولد، جریان مقاومت R نیز تغییر می‌کند و نمودار جریان مقاومت R شبیه نمودار جریان متناوب است.

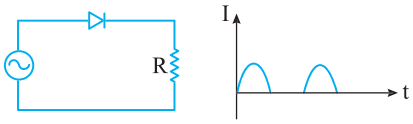


B ۲۸۸۷ ۳

مولد جریان مدار متناوب است و جریان گذرنده از مقاومت R متناوب و به صورت زیر است. در حالت (۱) مدار به صورت زیر است:

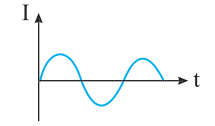


در حالت (۲) دیود در مدار قرار دارد و دیود یکسوکننده است و تنها جریان در جهت از آن عبور می‌کند و در هر دوره، نصف دوره جریان از دیود می‌گذرد و نصف دورهٔ بعدی جریان عبور نمی‌کند و نمودار جریان به صورت زیر است:



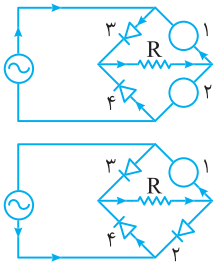
C ۲۸۸۸ ۲

مدار به جریان متناوب وصل است پس جهت جریان دربازهٔ صفر تا $\frac{T}{2}$ با جهت جریان در بازهٔ $\frac{T}{2}$ تا T متفاوت است.



برای آنکه همیشه از مقاومت جریان عبور کند باید دیودها (یکسوکننده‌ها) به گونه‌ای در مدار قرار بگیرد که در هر دو حالت (جریان مثبت یا منفی) از مقاومت R جریان عبور کند.

شکل الف



اگر جریان خروجی از مولد به صورت شکل (الف) باشد، مطابق شکل جریان از دیود (۳) عبور کرده ولی جریان وارد دیود (۴) نمی‌شود پس باید دیود (۲) در جهت جریان باشد، تا جریان از آن بگذرد. بنابراین دیود (۲) به صورت در مدار قرار می‌گیرد.

اگر جهت جریان تغییر کند جریان از دیود (۴) وارد می‌شود ولی وارد دیود (۳) نمی‌شود، بنابراین دیود (۱) باید در جهت جریان باشد تا از مقاومت جریان عبور کند پس دیود (۱) به صورت در مدار قرار می‌گیرد.

B ۲۸۸۹ ۳

برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور تا جایی که امکان دارد باید از جریان‌های کم و ولتاژهای بالا استفاده کرد و گزارهٔ (الف) نادرست است.

در مولدهای صنعتی به دلیل سنگین بودن پیچه‌ها، آهنربای الکتریکی می‌چرخد و پیچه‌ها ساکن هستند و گزاره (ب) درست است.

مزیت توزیع توان ac (جریان متناوب) بر جریان dc (جریان مستقیم) افزایش و کاهش آسان‌تر ولتاژ ac است و گزارهٔ (پ) نادرست است.

رایج‌ترین روش برای تولید جریان، استفاده از مولدهای جریان متناوب است که براساس تغییر زاویهٔ θ کار می‌کنند و گزاره (ت) درست است.

B ۲۸۹۰ ۳

مبدل بین V_a و V_b افزاینده است از این رو باید $V_b > V_a$ باشد و گزینهٔ (۱) و (۴) نادرست است، همچنین در انتهای مسیر باید از مبدل‌های کاهنده استفاده شود بنابراین مبدل بین V_c و V_d کاهنده است در این صورت باید $V_d < V_c$ باشد و گزینهٔ (۲) نیز نادرست است و در گزینه (۳) این شرایط برقرار است.

بازی با سوال **شکل زیر انتقال توان الکتریکی از نیروگاه تا محل مصرف را نشان می‌دهد. مبدل‌های A، B و C به ترتیب از راست به چپ از چه نوعی می‌باشند؟**

۱) افزاینده، کاهنده، افزاینده
۲) افزاینده، کاهنده، کاهنده
۳) کاهنده، افزاینده، کاهنده
۴) کاهنده، افزاینده، افزاینده

گزینهٔ ۲

A ۲۸۹۱ ۳

خط فکری مبدل وسیله‌ای است که به کمک آن ولتاژ جریان متناوب را کاهش یا افزایش می‌دهند. اگر تعداد دورهای ثانویه بیشتر باشد، ولتاژ ثانویه بزرگ‌تر بوده و مبدل افزاینده است و اگر تعداد دوره‌های ثانویه کم‌تر باشد، ولتاژ کاهش می‌یابد و مبدل کاهنده است.

برای یک مبدل آرمانی داریم: $\frac{V_2}{V_1}=\frac{N_2}{N_1}\Rightarrow\frac{۲۲۰}{۱۱۰}=\frac{۷۰}{N_1}\Rightarrow N_1=۳۵$

در این مبدل ولتاژ افزایش یافته پس مبدل افزاینده است.

B ۲۸۹۲ ۳

خط فکری بیشینه جریان گذرنده از مقاومت R یعنی بیشینه جریان مدر ثانویه بنابراین باید بیشینه ولتاژ ثانویه را به کمک رابطهٔ ولتاژهای مبدل به‌دست بیاورید و به کمک قانون اهم $I=V/R$ بیشینه جریان را حساب کنید. البته یادآوری این نکته ضروری است که در معادلهٔ $V=۳۴۰\sin ۵۰\pi t$ ضریب سینوس یعنی ۳۴۰ همان ولتاژ بیشینه است.

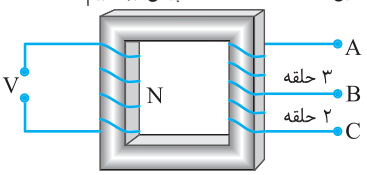
۱ با توجه به رابطهٔ ولتاژها و تعداد دورها در مبدل خواهیم داشت:

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{N_2}{N_1}\Rightarrow\frac{V_{2m}}{۳۴۰}=\frac{۲۰۰}{۵۰۰}\Rightarrow V_{2m}=۱۳۶V$$

۲ با توجه به قانون اهم خواهیم داشت: $I_m=\frac{V_m}{R}\Rightarrow I=\frac{۱۳۶}{۵}\Rightarrow I=۲۷/۲A$

A ۲۸۹۳ ۲

خط فکری با یک مبدل سروکار داریم که از خروجی آن می‌توان ولتاژهای مختلف داشت. مثلاً اگر خروجی بین نقاط B و A باشد، سه حلقه در مدار خروجی است و $N_2=۳$ است و اگر از نقاط C و B خروجی بگیریم تعداد حلقه‌های ثانویه $N_2=۲$ است. با توجه به این نکات مسئلهٔ ساده‌ای پیش رو داریم.



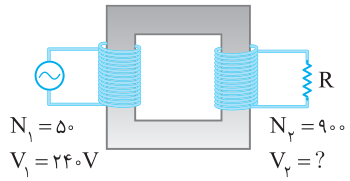
رابطه ولتاژها را برای مبدل‌ها در دو حالت می‌نویسیم:

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{N_2}{N_1}\Rightarrow\begin{cases}\text{AB}\rightarrow\frac{V_{AB}}{V_1}=\frac{۳}{N_1}\\ \text{BC}\rightarrow\frac{V_{BC}}{V_1}=\frac{۲}{N_1}\end{cases}\Rightarrow\frac{V_{AB}}{V_{BC}}=\frac{۳}{۲}=۱/۵$$

A ۲۸۹۴ ۴

در یک مبدل تعداد دور با ولتاژ دو سر مبدل رابطهٔ مستقیم دارد:

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{N_2}{N_1}\Rightarrow\frac{V_2}{۲۴۰}=\frac{۹۰۰}{۵۰}\Rightarrow V_2=۴۳۲۰V$$

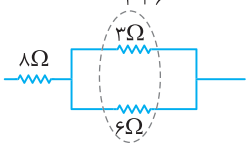


B ۲۸۹۵ ۴

ابتدا مقاومت معادل مدار ثانویه را حساب می‌کنیم، مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۸Ω متوالی است، از این‌رو:

موازی: $\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$

$R_{eq}=۸+۲=۱۰\Omega$



توان خروجی در مدار ثانویه (توان مصرفی در مقاومت‌ها) ۱۶kW است. به کمک آن ولتاژ خروجی را حساب می‌کنیم

$$P_{eq}=\frac{V^2_{\text{خروجی}}}{R_{eq}}=\frac{V^2_{\text{خروجی}}}{۱۰\Omega}\Rightarrow V^2_{\text{خروجی}}=۱۶\times۱۰^4\Rightarrow V_{\text{خروجی}}=۴۰۰V$$

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{N_2}{N_1}\Rightarrow\frac{۴۰۰}{۲۰۰}=\frac{N_2}{۴۰}\Rightarrow N_2=۸۰$$

B ۲۸۹۶ ۱

ولتاژ ورودی ۲۰٪ افزایش یافته بنابراین: $V_2=V_1+۰/۲V_1\Rightarrow V_2=۱/۲V_1$

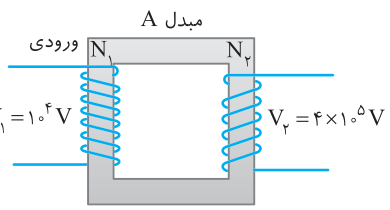
رابطهٔ ولتاژ و دورهای مبدل را می‌نویسیم و نسبت N_2/N_1 را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{N_2}{N_1}\Rightarrow\frac{۱/۲V_1}{V_1}=\frac{N_2}{N_1}\Rightarrow N_2=۱/۲N_1$$

۴ ۲۸۹۷ A

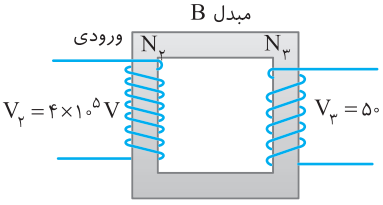
۱ در مبدل A داریم:

$$K_A=\frac{N_۲}{N_۱}=\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۴\times۱۰^۵}{۱۰^۴}=۴۰$$



۲ در مبدل B داریم:

$$K_B=\frac{N_۳}{N_۲}=\frac{V_۳}{V_۲}=\frac{۵۰۰۰}{۴\times۱۰^۵}=\frac{۱}{۸۰}$$



۳ نسبت K_A/K_B خواهد شد:

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{۴۰}{\frac{۱}{۸۰}}=۳۲۰۰$$

۱ ۲۸۹۸ B

۱ با توجه به رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}LI^۲$ بیشینه جریان در مدار ثانویه خواهد شد:

$$U_{max}=\frac{۱}{۲}LI^۲_{max}\Rightarrow ۲۵=\frac{۱}{۲}\times۲\times I_{max}\Rightarrow I^۲_{max}=۵A$$

۲ به کمک قانون اهم ولتاژ بیشینه در مدار ثانویه را حساب می‌کنیم:

$$V_{۲max}=R_L I_{۲max}=۲\times۵=۱۰V$$

۳ بیشینه ولتاژ مدار ورودی یعنی بیشینه ولتاژ مولد را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{V_{۱max}}{V_{۲max}}=\frac{N_۱}{N_۲}\Rightarrow V_{۱max}=۵V$$

۴ در هر $\frac{T}{۲}$ ثانیه یک‌بار جریان متناوب صفر می‌شود، بنابراین دوره مولد برابر است با:

$$\frac{T}{۲}=۰/۰۲s\Rightarrow T=۰/۰۴s$$

۵ معادله ولتاژ مولد را می‌نویسیم:

$$V=V_{max}\sin(\frac{۲\pi}{T}t)\Rightarrow V=۵\sin(\frac{۲\pi}{۰/۰۴}t)\Rightarrow V=۵\sin(۵۰\pi t)$$

۲ ۲۸۹۹ B

خط فکری برای به‌دست آوردن $N_۴$، باید ولتاژ خروجی از مبدل (۲) را به کمک توان مصرفی در آن به‌دست بیاورید. سپس به کمک رابطهٔ ولتاژها برای مبدل، از مبدل اول، ولتاژ خروجی $V_۲$ که همان ولتاژ ورودی به مبدل دوم است را حساب کنید.

۱ بیشینه ولتاژ مقاومت ۵Ω با توجه به بیشینه توان مصرفی در آن را حساب می‌کنیم:

$$P_{max}=\frac{V^۲_{max}}{R}\Rightarrow ۵۰۰=\frac{V^۲_{max}}{۵}\Rightarrow V^۲_{max}=۲۵۰۰$$
$$\Rightarrow V_{max}=۵۰V\Rightarrow V_۴=۵۰V$$

۲ ولتاژ $V_۲$ را به کمک رابطهٔ ولتاژها برای مبدل به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{N_۱}{N_۲}\Rightarrow\frac{۲۰۰۰}{V_۲}=\frac{۱۰۰}{۱۰}\Rightarrow V_۲=۲۰۰V$$

۳ ولتاژ خروجی $V_۲$ همان ولتاژ ورودی $V_۳$ است $V_۲=V_۳=۲۰۰V$

۴ اکنون می‌توان تعداد دورهای $N_۴$ را حساب کرد.

$$\frac{V_۴}{V_۳}=\frac{N_۴}{N_۳}\Rightarrow\frac{۵۰}{۲۰۰}=\frac{N_۴}{۲۰}\Rightarrow N_۴=۵$$

پنجره دوجداره (سطح دوم)

۴ ۲۹۰۰ B

معادلهٔ نیرو محرکهٔ القایی در یک مولد جریان متناوب به صورت $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$ است.

در لحظه‌ای که سطح پیچه با خطوط میدان زاویهٔ ۵۳° می‌سازد، نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان (θ) زاویهٔ ۳۷° می‌سازد، یعنی $\frac{۲\pi}{T}t=۳۷^\circ$ است، بنابراین نیروی محرکهٔ بیشینه را می‌توانیم حساب کنیم: $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin۳۷^\circ\Rightarrow ۳/۶=\varepsilon_{max}\times۰/۶\Rightarrow\varepsilon_{max}=۶V$

در لحظه‌ای که پیچه با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ ۳۰° می‌سازد، نیم‌خط عمود بر پیچه با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ ۶۰° خواهد ساخت:

$$\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t\xrightarrow[\varepsilon_{max}=۶V]{\frac{۲\pi}{T}t=۶۰^\circ}\varepsilon=۶\sin۶۰^\circ\Rightarrow\varepsilon=۳\sqrt{۳}V$$

توان مصرفی مقاومت را از $P=\frac{\varepsilon^۲}{R}$ به‌دست می‌آوریم: $P=\frac{۹\times۳}{۱۰}=۲/۷W$

۲ ۲۹۰۱ B

یادآوری اگر مولد یک جریان متناوب به مقاومت اهمی متصل باشد با توجه به قانون اهم داریم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\varepsilon=RI\xrightarrow{I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t}\varepsilon=RI_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$$
$$\xrightarrow{\varepsilon_{max}=RI_{max}}\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin(\frac{۲\pi}{T}t)$$

با توجه به رابطه شار داریم:

$$\Phi=\Phi_{max}\cos(\frac{۲\pi}{T}t)\Rightarrow\cos(\frac{۲\pi}{T}t)=\frac{\Phi}{\Phi_{max}}$$
$$\xrightarrow{\frac{\Phi}{\Phi_{max}}=\frac{۱}{۲}}\cos\frac{۲\pi}{T}t=\frac{۱}{۲}$$

معادلهٔ نیرو محرکهٔ القایی به صورت $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$ بنابراین نسبت نیرو محرکهٔ متناوب به بیشینه مقدار خود یعنی $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}}$ برابر $\sin\frac{۲\pi}{T}t$ است.

$\cos(\frac{۲\pi}{T}t)$ برابر $\frac{۱}{۲}$ شده بنابراین کمان $\frac{۲\pi}{T}t$ برابر $\frac{\pi}{۳}$ است و $\sin$ آن، $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ خواهد بود یعنی $\sin(\frac{۲\pi}{T}t)$ برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ است. از این‌رو خواهیم داشت:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}}=\sin\frac{۲\pi}{T}\xrightarrow[\sin\frac{۲\pi}{T}t=\frac{\sqrt{۳}}{۲}]{\cos\frac{۲\pi}{T}t=\frac{۱}{۲}}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

۲ ۲۹۰۲ C

خط فکری با توجه به روابط شار و جریان برای مولد جریان متناوب می‌توان روابط زیر را نوشت:

$$\Phi=\Phi_{max}\cos\frac{۲\pi}{T}t\Rightarrow\frac{\Phi}{\Phi_{max}}=\cos\frac{۲\pi}{T}t$$
$$I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t\Rightarrow\frac{I}{I_{max}}=\sin\frac{۲\pi}{T}t$$

در سؤال گفته شده $\frac{\Phi}{\Phi_{max}}=\frac{۵}{۱۳}$ است پس $\cos\frac{۲\pi}{T}t$ برابر $\frac{۵}{۱۳}$ است، حال با توجه به اتحاد مثلثاتی $\sin^۲\theta+\cos^۲\theta=۱$، سینوس را از روی کسینوس به‌دست می‌آوریم:

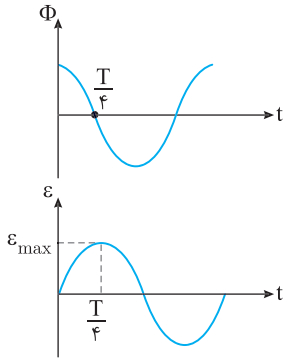
$$\sin^۲\theta+\cos^۲\theta=۱\Rightarrow\sin^۲(\frac{۲\pi}{T}t)+\cos^۲(\frac{۲\pi}{T}t)=۱$$
$$\Rightarrow\sin^۲(\frac{۲\pi}{T}t)+\frac{۲۵}{۱۶۹}=۱\Rightarrow\sin^۲(\frac{۲\pi}{T}t)=\frac{۱۴۴}{۱۶۹}\Rightarrow\sin\frac{۲\pi}{T}t=\frac{۱۲}{۱۳}$$

بنابراین نسبت $\frac{I}{I_{max}}$ برابر است با:

$$\frac{I}{I_{max}}=\sin\frac{۲\pi}{T}t\xrightarrow{\sin\frac{۲\pi}{T}t=\frac{۱۲}{۱۳}}\frac{I}{I_{max}}=\frac{۱۲}{۱۳}$$

B ۲۹۰۳ **۴**

به نمودارهای روبه‌رو که مربوط به مولد جریان متناوب است دقت کنید. مشاهده می‌کنید که در لحظهٔ $t=\frac{T}{4}$ که شار گذرنده از پیچهٔ مولد صفر است، نیروی محرکهٔ القایی در مولد بیشینه است، بنابراین اگر در معادلهٔ داده شده مقدار شار را برابر صفر قرار دهیم، نیروی محرکه‌ای که به دست می‌آید نیروی محرکهٔ بیشینه است بنابراین:



$$\frac{\Phi^2}{4}+\frac{\varepsilon^2}{9\pi^2}=1\xrightarrow{\Phi=0,\ \varepsilon=\varepsilon_{max}}\frac{\varepsilon_{max}^2}{9\pi^2}=1\Rightarrow\varepsilon_{max}=3\pi\ V$$

حال با توجه به قانون اهم داریم:

$$I_{max}=\frac{\varepsilon_{max}}{R}=\frac{3\pi}{10}=0/3\pi\ A$$

میانبر برای مولد جریان متناوب می‌توان نوشت:

$$\frac{\Phi^2}{\Phi_m^2}+\frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_m^2}=1$$

و یا $\frac{\Phi^2}{\Phi_m^2}+\frac{I^2}{I_m^2}=1$.

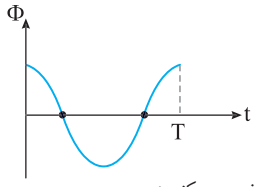
C ۲۹۰۴ **۲**

در هر دوره شار دو بار صفر می‌شود پس اگر ۳۰ بار شار صفر شده باشد، مولد جریان متناوب ۱۵ دور به‌طور کامل چرخیده است:

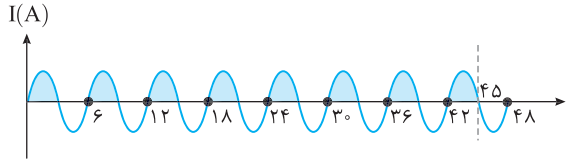
۱ دوره	۲ بار
؟	۳۰ بار

$\Rightarrow$ تعداد دوره $=15$

$$T=\frac{t}{N}=\frac{90}{15}=6s$$



حال نمودار $I-t$ را مشخص می‌کنیم:



بازه‌هایی که جریان مثبت است را رنگی کرده‌ایم و در مابقی لحظات جریان منفی است و چون بازه‌های زمانی هر قسمت رنگی باهم برابر $(\frac{T}{2}=3s)$ می‌شود پس: $3\times8=24s$

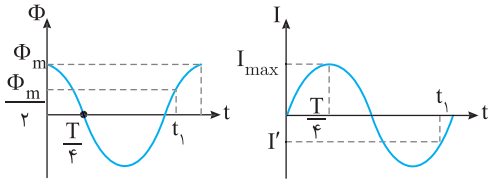
بازی با سؤال مولد جریان متناوبی در هر ثانیه ۸ بار جریانش max می‌شود. در مدت ۲/۵s جهت جریان این مولد چند ثانیه مثبت است؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۱/۷۵

گزینه ۱

C ۲۹۰۵ **۲**

نمودار $\Phi-t$ و $I-t$ را زیر هم می‌کشیم تا بتوانیم آن‌ها را باهم مقایسه کنیم:



$$\Phi=\Phi_{max}\cos\frac{2\pi}{T}t\xrightarrow[\Phi=\frac{\Phi_{max}}{2}]{t=t_1}\frac{\Phi_{max}}{2}=\Phi_{max}\cos\frac{2\pi}{T}t_1$$

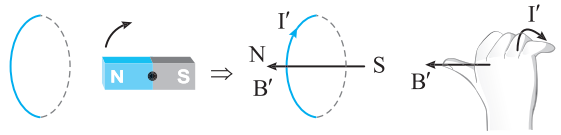
$$\Rightarrow\cos\frac{2\pi}{T}t_1=\frac{1}{2}$$

$$I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t\xrightarrow[\cos\frac{2\pi}{T}t_1=\frac{1}{2}\Rightarrow\sin\frac{2\pi}{T}t_1=-\frac{\sqrt{3}}{2}]{t=t_1}I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t_1=-\frac{\sqrt{3}}{2}I_{max}$$

$$\xrightarrow{I_{max}=2A}I=-\frac{\sqrt{3}}{2}\times2=-\sqrt{3}A$$

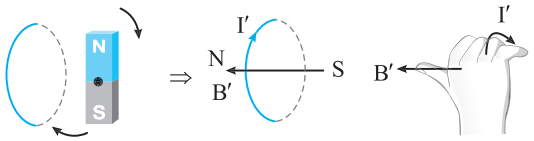
B ۲۹۰۶ **۲**

در مدت $T=0/4s$ آهنربا یک دور کامل می‌چرخد پس در مدت صفر تا $\frac{T}{4}$ مطابق شکل (۱) قطب N آهنربا در حال دور شدن از حلقه است و بنا به قانون لنز باید سمت راست حلقه قطب S القا شود تا با دور شدن N مخالفت کند.

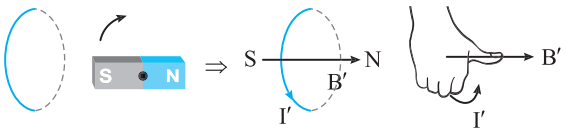


شکل (۱)

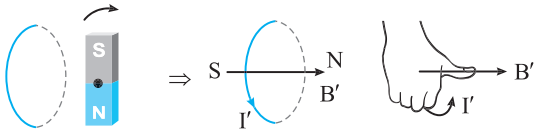
در بازهٔ $\frac{T}{4}$ تا $\frac{T}{2}$، قطب S به حلقه در حال نزدیک شدن است پس مجدداً در سمت راست حلقه بنا به قانون لنز باید قطب S القا شود، تا با نزدیک شدن S مخالفت کند.



در بازهٔ $\frac{T}{2}$ تا $\frac{3T}{4}$ قطب S از حلقه دور می‌شود پس در سمت راست حلقه قطب N القا شده و جهت جریان می‌چرخد.



در بازهٔ $\frac{3T}{4}$ تا T قطب N در حال نزدیک شدن به حلقه بوده و مجدد سمت راست حلقه قطب N القا می‌شود:

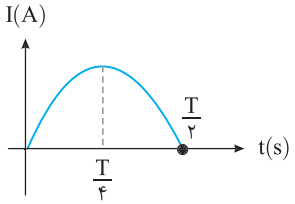


بنابراین در مدت یک دوره T، در بازهٔ صفر تا $\frac{T}{2}$ سوی جریان القایی در سوی (۱) حلقه است.

دورهٔ گردش آهنربا $T=0/4s$ است بنابراین $\Delta t=0/8s$ دو برابر دوره بوده و با توجه به توضیحات بالا در هر دوره به مدت $\frac{T}{2}$ جهت جریان القایی در جهت (۱) است در نتیجه در مدت $0/8s$، $0/4$ ثانیه سوی جریان القایی در سوی (۱) حلقه است.

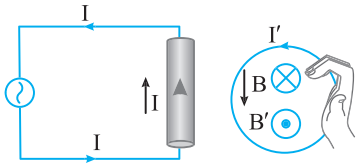
۴ ۲۹۰۷ C

در مدت نصف دوره $\left(\frac{T}{۲}\right)$ نمودار جریان - زمان به صورت زیر است.

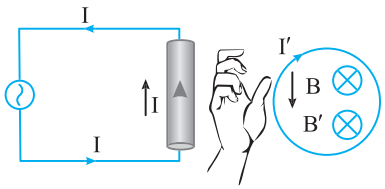


اگر جهت جریان مثبت را جریان پادساعتگرد در مدار بگیریم، جریان عبوری از سیم R رو به بالا است.

الف) در بازهٔ $t=۰$ تا $t=\frac{T}{۴}$ جریان رو به بالا در حال افزایش است و میدان حاصل از سیم در محل حلقه درونسو بوده و با افزایش جریان، بزرگی میدان B در حال افزایش است از این‌رو بنا به قانون لنز میدان القایی (B') باید برونسو و جریان القایی حلقه پادساعتگرد باشد.



ب) در بازهٔ $t=\frac{T}{۴}$ تا $t=\frac{T}{۲}$ جریان همچنان مثبت و در همان جهت بازهٔ قبلی است اما مقدار جریان در حال کاهش است پس بزرگی میدان مغناطیسی در حال کاهش بوده و با توجه به قانون لنز میدان القایی (B') باید درونسو و جریان القایی ساعتگرد باشد.



۳ ۲۹۰۸ C

یادآوری تعداد دوری که پیچه‌ای با دورهٔ تناوب T در مدت t می‌چرخد از رابطهٔ $N=\frac{t}{T}$ به‌دست می‌آید.

پیچه در هر دقیقه ۱۲۰ دور می‌چرخد بنابراین دوره چرخش آن خواهد شد

$$T=\frac{t}{N}=\frac{۶۰}{۱۲۰}=۰/۵s$$

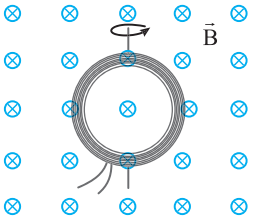
از این‌رو مدت زمانی که پیچه $\frac{۵}{۴}$ دور می‌چرخد برابر است با:

$$N'=\frac{t}{T}\Rightarrow t'=\frac{۵}{۴}(۰/۵)=\frac{۵}{۸}s$$

در هر دور پیچه ۲π تغییر زاویه می‌دهد، پس تغییر زاویه پیچه در $\frac{۵}{۴}$ دور برابر است با:

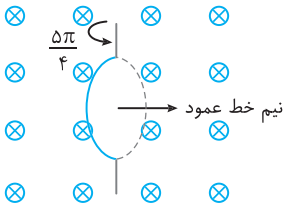
تعداد دور	تغییر زاویه
۱	۲π
$\frac{۵}{۴}$	$\frac{۵\pi}{۲}$

در ابتدا مطابق شکل پیچه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی بوده و زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر پیچه و خطوط میدان مغناطیسی صفر درجه است و شار مغناطیسی عبوری از پیچه برابر خواهد شد با:



$$\Phi_۱=BA\cos۰\Rightarrow\Phi_۱=BA$$
$$\Rightarrow\Phi_۱=۱۰\times۲۴\times۱۰^{-۴}Wb$$

اگر پیچه $\frac{۵\pi}{۲}$ بچرخد، سطح پیچه با خطوط میدان مغناطیسی موازی شده و نیم‌خط عمود بر پیچه نیز $\frac{۵\pi}{۲}$ می‌چرخد و نیم‌خط عمود با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ ۹۰° می‌سازد و شار مغناطیسی عبوری از آن خواهد شد:



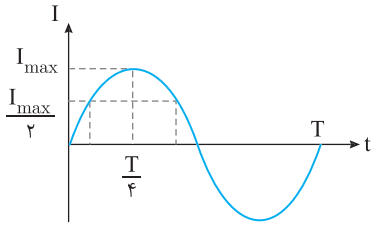
$$\Phi_۲=BA\cos۹۰^\circ\Rightarrow\Phi_۲=۰$$

با توجه به قانون القای فاراده، بزرگی نیرو محرکهٔ القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|-۱۰۰\times\frac{-۱۰\times۲۴\times۱۰^{-۴}}{\frac{۵}{۸}}|=|\frac{۲/۴}{\frac{۵}{۸}}|=۳/۸۴V$$

۱ ۲۹۰۹ B

یادآوری نمودار جریان برحسب زمان مولد جریان متناوب به صورت زیر است:



معادلهٔ جریان متناوب $I=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t$ است:

$$\frac{I_{max}}{۲}=I_{max}\sin\frac{۲\pi}{T}t\begin{cases}\xrightarrow{(۱)}\sin\frac{۲\pi}{T}t=\frac{۱}{۲}\xrightarrow[\sin\frac{\pi}{۶}=\frac{۱}{۲}]{\text{بار اول}}\\ \frac{۲\pi}{T}t=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow t_۱=\frac{T}{۱۲}s\\ \xrightarrow{(۲)}\sin\frac{۲\pi}{T}t=\frac{۱}{۲}\xrightarrow[\sin(\pi-\frac{\pi}{۶})=\frac{۱}{۲}]{\text{بار دوم}}\\ \frac{۲\pi}{T}t=\frac{۵\pi}{۶}\Rightarrow t_۲=\frac{۵T}{۱۲}s\end{cases}$$

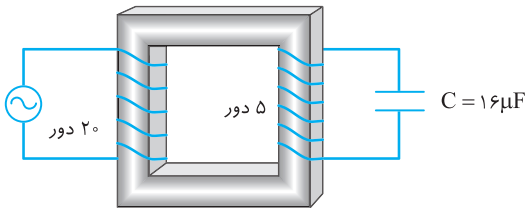
فاصلهٔ زمانی بین $t_۱$ و $t_۲$ خواهد شد:

$$\Delta t=t_۲-t_۱\Rightarrow\Delta t=\frac{۵T}{۱۲}-\frac{T}{۱۲}=\frac{۴T}{۱۲}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۳}$$

۲ ۲۹۱۰ B

۱ ولتاژ در مدار اولیه را در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۳۰}s$ حساب می‌کنیم:

$$V=۳\sin۱۰\pi t\Rightarrow V=۳\sin\frac{۱۰\pi}{۳۰}\xrightarrow{\sin\frac{\pi}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}}V=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}V$$



۲ ولتاژ در مدار ثانویه را به کمک رابطهٔ ولتاژهای مبدل به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{N_۲}{N_۱}=\frac{V_۲}{V_۱}\Rightarrow\frac{۵}{۲۰}=\frac{V_۲}{\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}}\Rightarrow V_۲=\frac{۱۵\sqrt{۳}}{۴۰}\Rightarrow V_۲=\frac{۳\sqrt{۳}}{۸}V$$

۳ انرژی ذخیره شده در خازن در این لحظه خواهد شد:

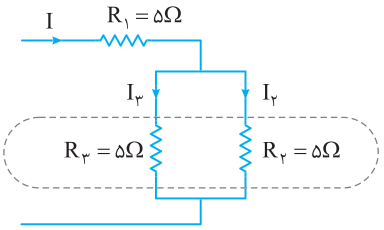
$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲\Rightarrow U=\frac{۱}{۲}\times۱۶\times(\frac{۳\sqrt{۳}}{۸})^۲\Rightarrow U=۸\times\frac{۲۷}{۶۴}\Rightarrow U=\frac{۲۷}{۸}\mu J$$

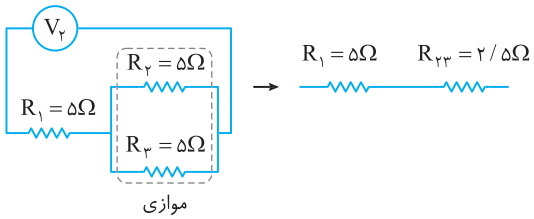
۴ ۲۹۱۱ C

خط فکری این سؤال ترکیبی از فصل الکتریسیته جاری و فصل الکترومغناطیسی است. در مدار خروجی سه مقاومت وجود دارد که بیشینه توان قابل تحمل هر یک از آن‌ها ۲۰W است، یعنی اگر توان مصرفی آن‌ها از ۲۰W بیشتر شود مقاومت می‌سوزد. بنابراین در مرحلهٔ اول شما باید مشخص کنید کدام مقاومت می‌تواند ۲۰W مصرف کند به طوری که بقیه مقاومت‌ها آسیب نبینند و به کمک آن جریان مدار خروجی سپس ولتاژ مدار خروجی (ثانویه) را حساب کنید تا بتوانید ولتاژ اولیه را به‌دست بیاورید.

۱ در مدار ثانویه مقاومت $R_۱$ با مقاومت معادل $R_۲$ و $R_۳$ متوالی است و تمام جریان ثانویه از مقاومت $R_۱$ عبور می‌کند و این جریان بین مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ تقسیم می‌شود با توجه به یکسان بودن مقاومت‌ها بیشینه توان را مقاومت $R_۱$ تحمل می‌کند. با توجه به این مطلب می‌توان جریان ثانویه را حساب کرد.

$$P_{max}=R_۱I^۲_{max}=۲۰\Rightarrow۵\times I^۲_{max}=۲۰\Rightarrow I_{max}=۲A$$





۲ مقاومت معادل برابر است با:

$R_{eq}=۷/۵\Omega$

۳ ولتاژ دو سر مدار ثانویهٔ مولد برابر خواهد شد با:

$$V_{۲,max}=R_{eq}I_{max}=۷/۵\times۲=۱۵V$$

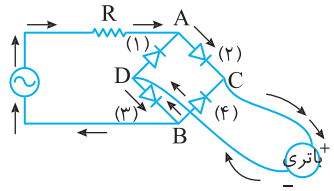
۴ حال با توجه به رابطهٔ $\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{N_۱}{N_۲}$ بیشینه ولتاژ جریان متناوب را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{V_{۱,max}}{V_{۲,max}}=\frac{N_۱}{N_۲}\Rightarrow\frac{V_{۱,max}}{۱۵}=\frac{۱۰}{۵}\Rightarrow V_{۱,max}=۳۰V$$

۳ ۲۹۱۲ C

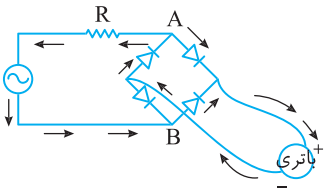
در مولد جریان متناوب در هر نصف دوره $(\frac{T}{۲})$ جای قطب‌های مثبت و منفی عوض می‌شود. در شکل (الف) جریان مدار هنگامی که نقطهٔ A قطب مثبت مولد بوده نشان داده شده است. مسیر جریان را از قطب مثبت با چشم دنبال کنید. وقتی جریان به نقطهٔ A می‌رسد از دیود (۲) می‌گذرد زیرا جریان در جهت پیکان این دیود است. در نقطهٔ C جریان نمی‌تواند از دیود (۴) بگذرد و به سوی باتری می‌رود و سپس از باتری خارج شده یعنی باتری در حال شارژ شدن است. سپس در نقطهٔ D به سوی نقطهٔ B می‌رود و از دیود (۳) می‌گذرد و به سمت مولد می‌رود.

شکل الف

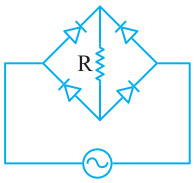


اکنون در شکل (ب) به مسیر جریان نگاه کنید و مانند شکل (الف) جریان را دنبال کنید تا متوجه شوید که در شکل (ب) جریان مدار هنگامی که نقطهٔ B قطب مثبت مولد بوده، رسم گردیده و در هر دو حالت جریان از قطب مثبت باتری به سوی قطب منفی آن است و باتری در حال شارژ است.

شکل ب



بازی با سؤال **در مدار شکل زیر، اگر دورهٔ جریان متناوب منبع برابر با T باشد، دوره جریان متغیر عبوری از مقاومت R چند T است؟**



۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۲ ۴) ۴

گزینهٔ ۲