

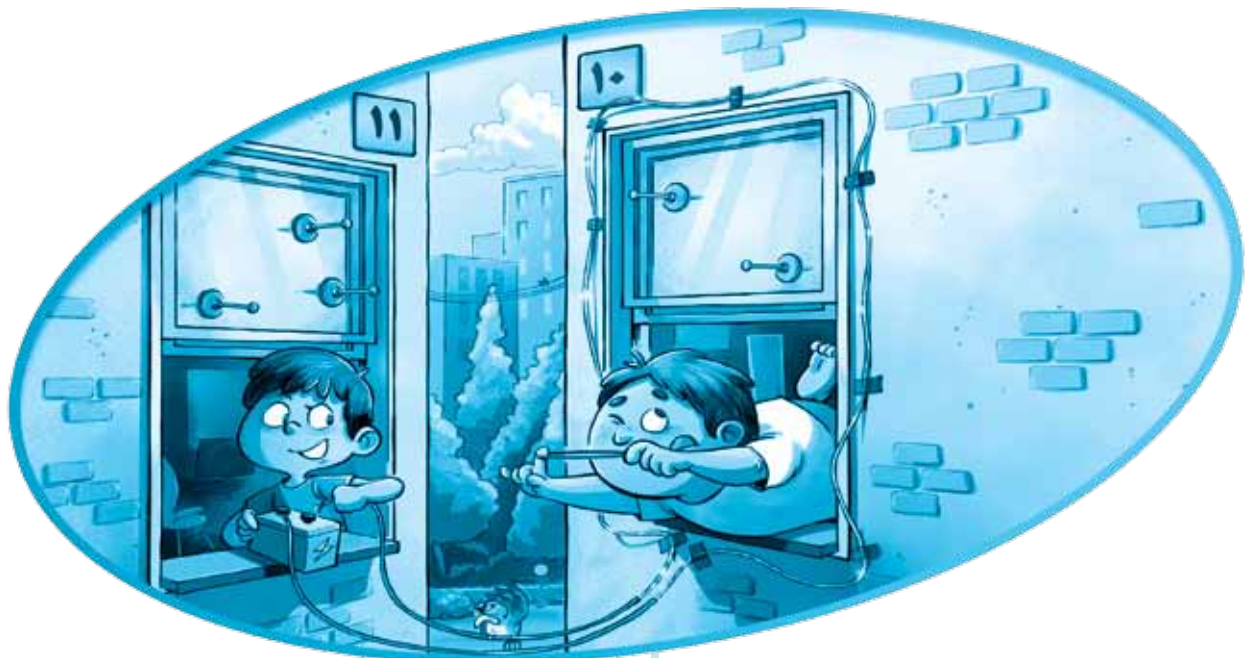
پاسخ‌های کاملاً تشریحی

جامع فیزیک پایه (تجربی)

جلد دوم

(ویراست دوم)

● قابل استفاده برای دانش آموزان و داوطلبان
آزمون سراسری دانشگاه‌ها



● مؤلفان: رضا خالو
امیرعلی میری

پیشگفتار

به نام خدا

درود بر

همکاران گرامی و دانش آموزان عزیز

به ویراست دوم پنجره‌های کتاب جامع پایه (ویندوز ۱۰ و ۱۱) خوش آمدید.

همراهی صمیمانه شما عزیزان عزم ما را برای تغییر و ویراست کتاب جامع پایه دو چندان کرد و اکنون کتاب جدید دنیای پنجره‌ها در اختیار شماست.

کتاب دو جلدی است یک جلد شامل درسنامه و تست‌ها و جلد دوم پاسخ‌نامه کاملاً تشریحی

اما ملکیت پنجره‌ها چیست؟

هر فصل به پنج پنجره (به جز فصل ۱ و ۲) و هر پنجره به زیرموضوع‌هایی به نام «نما» که دارای شماره و عنوان است تقسیم شده است.

در هر پنجره ابتدا درسنامه و سپس تست‌های همان پنجره آورده شده است.

(۱) **درسنامه:** در درسنامه با یک خلاصه درس مفید و کاربردی روبه‌رو هستید که در آن تمام نکات درسی به همراه

تست‌های مربوط به آن نکات به صورت طبقه‌بندی شده در نماهای مختلف ارائه شده است.

(۲) **تست‌ها:** تست‌ها بخش مهم کتاب را تشکیل می‌دهند که شامل تست‌های کنکور، کنکورهای آزمایشی و تألیفی است.

الف- پینش تست‌ها در هر «نما» از ساره به سفت بوده تا بتوانید گام به گام پیش رفته و پله پله مهارتتان را بالا ببرید.

ب- معمولاً دانش آموزان در ابتدا برون مطالعه درسنامه به سراغ حل تست‌ها می‌روند. اگر چنین کردید و در تست‌هایی

چار مشکل شدید برای رجوع به درسنامه و یادگیری بهتر کافی است به سراغ همان شماره «نما» در درسنامه بروید.

پ- برای مرور سریع تست‌ها حدود ۳۰٪ آن‌ها را با لوگوی (🔍) مشخص کرده ایم.

ت- در کنار بعضی از تست‌ها لوگوی (🔍) مشاهده می‌کنید. در پاسخ این تست‌ها، یک تست اضافی تحت عنوان «بازی

با سؤال» قرار دارد که شما با حل آن می‌توانید اطمینان پیدا کنید که تست مورد نظر را یاد گرفته‌اید.

ث- پنجره روبه‌رو (آزمونک) - پنجره تودرتو (آزمون فصل)

این قسمت از کتاب به صورت فایل PDF ارائه شده است و شما می‌توانید با مراجعه به سایت نشر الگو یا

اسکن QR Code فهرست، آن را دانلود کنید. سؤالات آزمون‌هایی که در این قسمت قرار دارند، طبقه‌بندی

نشده‌اند و شما خودتان باید موضوع هر سؤال را تشخیص دهید. ترتیب این آزمون‌ها در کتاب برای مطالعه

به این صورت است که بین هر دو بخش یک آزمونک و در انتهای هر فصل هم یک آزمون قرار می‌گیرد.

می‌توان گفت این بخش به صورت یک مینی کتاب مجازی در اختیار شما قرار می‌گیرد.



اما جلد دوم یا جلد پاسفنامه^۱

تمام زمماتی که شما و ما در درسنامه و تست‌ها کشیده‌ایم، در این جلد به سرانجام می‌رسد، به قول معروف شاهنامه آفرش فوش است. برای همین سعی کردیم در این قسمت کامل‌ترین و بهترین پاسخ‌ها ارائه شود. به سراغ ویژگی‌های جلد دوم برویم.

الف- فط فکری: بارها شما از سر کلاس پرسیده‌اید که چرا این مسئله از این راه حل شده یا چرا از این فرمول استفاده می‌کنیم؟ برای پاسخ به این نیاز شما، فط فکری ارائه شده تا با خواندن آن شما استراتژی حل مسئله را به دست بیاورید، بنابراین اگر تستی را حل نکرده‌اید، پیشنهاد می‌کنیم که ابتدا فط فکری آن را بفوانید و سعی کنید مسئله را حل کنید. در بیشتر تست‌ها با خواندن فط فکری مشکل شما در حل مسئله برطرف خواهد شد.

ب- نکته: مطالب مهم و مطالبی که باید به آن دقت کنید را تحت عنوان «نکته» آورده‌ایم تا از چشم شما دور نماند.

پ- یادآوری: اگر در حل یک تست نیاز به مطلبی باشد که قبلاً بیان شده، اینگونه فکر نکرده‌ایم که این مطلب قبلاً بیان شده بلکه برای یادآوری و راحت‌تر کردن حل تست آن را دوباره بیان کرده‌ایم.

ت- یادداشت ریاضی: گاهی در حل تست شما به یک مطلب ریاضی نیاز دارید که ما فکر کرده‌ایم شما آن را به‌فاطر ندارید. از این رو آن مطلب و یا اثبات آن را برای شما آورده‌ایم.

میان‌بر: بعد از حل تشریفی و کامل تست در آفر بعضی از تست‌ها برای سرعت بخشیدن به حل تست راه‌حل‌های کوتاه با تکیه بر فیزیک و ریاضی ارائه شده است.

بازی با سؤال: در برخی از تست‌ها، همان تست به نحو دیگری بیان شده تا اگر شما تست مورد نظر را حل نکرده‌اید، بعد از مطالعه پاسخ، بازی با سؤال را حل کنید. کلید این تست‌ها در پاسخ قرار دارد اما حل آن‌ها به صورت QR Code بوده و می‌توانید از سایت نیز پاسخ را بردارید.

پاسخ آزمونک‌ها و آزمون فصل: در پاسخ این تست‌ها، شماره «نمای» مربوط به آن تست ارائه شده تا شما متوجه شوید این تست مربوط به چه موضوعی است و درسنامه آن کجاست.

پاسخ همه تست‌ها به صورت کام به کام انجام شده تا پله پله با هم تست را به طور کامل حل کرده و یاد بگیریم. امیدواریم که این بار نیز با انتقاد و بیان کاستی‌ها ما را در ارائه بهتر ویراست‌های بعدی همراهی کنید.

در پایان لازم است از تلاش صمیمانه کارکنان نشر الگو سپاسگزاری کنیم، در واعد ویرایش فانونها زهره نوری و زهرا امیدوار و همپنین آقاي ممسن شعبان شمیرانی و فانون سارا رهنمون که ویرایش این کتاب بی‌یاری ایشان امکان‌پذیر نبود، در واعد مروفهینی و صفه‌آرایی از فانونها ویدا ممسنی، مریم امدی و رضیه صالی و همپنین سرکار فانون ستین مختار مدیر واعد فنی و ویرایش قدردانی می‌کنیم.

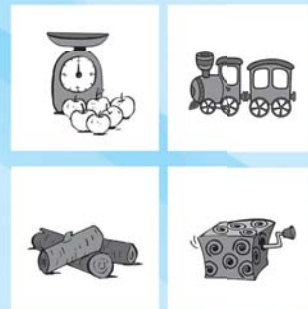
رضا فالو - امیرعلی میری

Windows 10&11



جامع فیزیک پایه (تجربی)

*** پاسخ های تشریحی ***



فصل اول: فیزیک و اندازه‌گیری

بخش ۱

B ۶ ۴

معمولاً جرم طناب در مقابل جرم جسم قابل صرف‌نظر کردن است و می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد. گزینه (۱) نادرست است.

جسم توسط طناب روی سطح افقی به حرکت در آمده است و چرخش در کار نیست، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

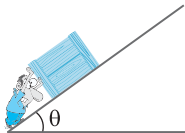
می‌توان جسم را به صورت یک ذره در نظر گرفت و با رسم نیروهای وارد بر آن ذره حرکت را مدل‌سازی کرد. بنابراین ابعاد جسم قابل چشم‌پوشی است و گزینه (۳) نادرست است. در هنگام حرکت جسم روی سطح نمی‌توان از اصطکاک صرف‌نظر کرد زیرا به‌طور مستقیم در نحوه حرکت جسم تأثیرگذار است و گزینه (۴) قابل چشم‌پوشی نیست.

A ۷ ۳

در مدل‌سازی از کمیت‌هایی صرف‌نظر می‌شود که تأثیر چندانی در حرکت جسم یا پدیده مورد مطالعه نداشته باشند.

وقتی شما جسمی را هل می‌دهید، مقاومت هوا در حرکت جسم نقش مهمی ندارد و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. بنابراین (الف) درست است.

در جابه‌جایی رو به بالا در مجاورت زمین، شتاب گرانش (g) تغییر چندانی ندارد بنابراین (ب) نیز قابل صرف‌نظر کردن است.



وقتی شما جسمی را رو به بالا می‌برید باید بر نیروی وزن غلبه کنید و اگر نیروی خود را قطع کنید معمولاً جسم به پایین برمی‌گردد. بنابراین نیروی وزن قابل صرف‌نظر کردن نیست و (پ) نادرست است.

در بررسی حرکت جعبه آن را به صورت ذره‌ای بررسی می‌کنند و در این صورت حرکت ابعاد جعبه قابل صرف‌نظر کردن است و (ت) درست است.

اما کاملاً مشخص است که هرچه θ بزرگ‌تر باشد، هل دادن جسم رو به بالا سخت‌تر است و اگر زاویه θ نادیده گرفته شود مانند این است که جسم را روی سطح افقی ($\theta=0$) هل می‌دهیم، در این صورت حرکت کاملاً دگرگون می‌شود. بنابراین زاویه θ قابل صرف‌نظر کردن نیست و (ث) نادرست است.

A ۸ ۳

چشمه نور (خورشید) در فاصله بسیار دوری از جسم (درخت) قرار دارد، از این رو می‌توان پرتوهای واگرایی که از خورشید گسیل می‌شود را موازی در نظر گرفت بنابراین گزاره (الف) درست است. / پرتوهای بازتابیده از درخت، در راستاهای مختلف پخش می‌شوند و تعدادی از آن‌ها وارد دوربین می‌شوند، از این رو گزاره (ب) درست است. / در بررسی چگونگی نحوه تشکیل تصویر به دلیل گستردگی جسم و تصویرش، نقطه‌ای فرض کردن جسم نادرست است و در این مدل‌سازی فرض نادرستی است و گزاره (پ) نادرست است.

در این صورت دو گزاره درست و گزینه (۳) پاسخ است.

A ۹ ۴

منبع نور لیزر در واقع گسترده است و پرتوهای خروجی از آن واگرا است. به‌طوری که از منبع نور لیزر دور شویم، متوجه می‌شویم که پرتوهای خروجی از آن واگرا هستند. در مطالعه لیزر برای سادگی و مدل‌سازی منبع نور را نقطه‌ای و پرتوهای آن را موازی فرض می‌کنیم. بنابراین گزینه (۱) و (۲) درست است. اما گزینه (۳) مدل‌سازی نیست، زیرا لیزر در واقعیت تک‌رنگ است.

A ۱۰ ۳

یادآوری ۱ هفت کمیت طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان و شدت روشنائی کمیت‌های اصلی و یکای آن‌ها نیز یکاهای اصلی هستند.

یادآوری ۲ برای بیان هر کمیت فیزیکی نرده‌ای به عدد و یکای مناسب، نیاز داریم و برای بیان هر کمیت فیزیکی برداری علاوه بر عدد و یکای مناسب، بیان جهت نیز لازم است.

یادآوری ۳ برای نمایش کمیت‌های برداری از علامت پیکان بالای نماد آن کمیت استفاده می‌کنیم. مانند بردار نیرو ($\vec{F}$) اما برای بیان اندازه یک کمیت برداری علامت پیکان را از بالای سر آن برمی‌داریم، مانند اندازه نیرو F .

با توجه به یادآوری‌ها، گزاره‌های (الف) و (ب) درست و گزاره (پ) نادرست‌اند.

A ۱ ۳

مدل‌ها و نظریه‌های فیزیک در طول زمان همواره معتبر نیستند و ممکن است دستخوش تغییر شوند. بنابراین گزاره (الف) نادرست است.

نقطه قوت دانش فیزیک آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی است و گزاره (ب) درست است.

نتایج آزمایش‌های جدید ممکن است منجر به بازنگری مدل یا نظریه‌ای شود حتی نظریه‌ای جدید را جایگزین کند و گزاره (پ) درست است.

اما با آنکه آزمایش و مشاهده در فیزیک اهمیت زیادی دارد، آنچه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده است و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیکدان‌ها نسبت به پدیده‌هایی است که با آن‌ها مواجه می‌شوند و گزاره (ت) نادرست است.

A ۲ ۲

برای مدل‌سازی باید از کمیت‌هایی صرف‌نظر کرد که در پدیده مورد مطالعه نقش اساسی ندارند. در پرتاب کردن توپ، چون تندی آن خیلی زیاد نیست، مقاومت هوا تأثیر چندانی بر آن ندارد و در مقابل تأثیر نیروی گرانش می‌توان از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد. هرگاه یک برگ در هوا رها شود، مقاومت هوای وارد بر آن در حرکت برگ نقش مهمی خواهد داشت و در مدل‌سازی نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد. هنگام ترمز کردن اتومبیل اصطکاک نقش اساسی دارد و در مدل‌سازی نمی‌توان از اصطکاک صرف‌نظر کرد، زیرا با صرف‌نظر از اصطکاک نمی‌توان کاهش سرعت و توقف اتومبیل را توجیه کرد.

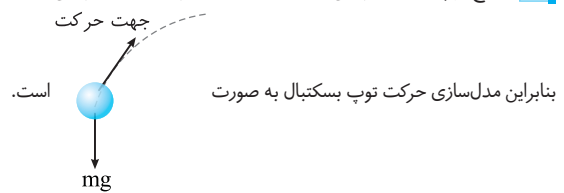
A ۳ ۲

خط فکری

در فواصل نزدیک سطح زمین نیروی وزن تغییرات چندانی ندارد اما اگر از سطح زمین زیاد دور شویم نیروی وزن کاهش می‌یابد و دانستن این مطلب در مدل‌سازی مهم است. در سقوط برگ و پرتاب کردن توپ بسکتبال که در مجاورت سطح زمین صورت می‌گیرد تغییر نیروی وزن ناچیز و قابل صرف‌نظر کردن است. بنابراین در مدل‌سازی (الف) و (ب) از تغییر نیروی وزن چشم‌پوشی می‌کنیم. اما در پرتاب ماهواره و حرکت ماهواره در مداری به گرد زمین چون ماهواره از سطح زمین دور می‌شود، تغییر نیروی وزن قابل چشم‌پوشی است.

A ۴ ۳

۱ در پرتاب توپ بسکتبال چرخیدن توپ مدنظر نبوده و توپ را نقطه‌ای در نظر می‌گیریم.
۲ سرعت حرکت توپ زیاد نبوده و می‌توان از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد.
۳ ارتفاع توپ زیاد تغییر نمی‌کند به همین دلیل نیروی وزن تغییر نمی‌کند.



A ۵ ۲

در بررسی حرکت و سکون اجسام می‌توان آن‌ها را ذره در نظر گرفت و نیروهای وارد بر آن‌ها را به صورت نیروهای وارد بر این ذره (نقطه) فرض کرد، بنابراین در این مدل‌سازی جسم گسترده یک ذره فرض می‌شود و گزینه (۱) نادرست است و نیروهای وارد بر ذره از یک نقطه رسم می‌شود بنابراین گزینه (۲) درست است. جسم ساکن است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است و نیروی شخص و نیروی اصطکاک هم اندازه است. بنابراین بردار نیروی شخص باید هم اندازه بردار اصطکاک رسم شود. پس گزینه (۳) نادرست است.



۱ ۱۸ A

یادآوری: تفاوت یکای فرعی و یکای SI:

یکای فرعی: اگر یکای یک کمیت بر اساس یکاهای اصلی نوشته شود به آن یکای فرعی گویند. مثلاً یکای فرعی نیرو با توجه به قانون دوم نیوتون به صورت روبه‌رو است:

$$F=ma \Rightarrow [F]=\text{kgm/s}^2$$

دقت کنید که در یکای فرعی نیرو از نام نیوتون استفاده نشده است.

یکای SI: برای برخی از یکاهای پُر کاربرد فرعی، نام ویژه‌ای برگزیده شده است مانند نیوتون برای نیرو، در واقع یکای فرعی بر اساس هفت یکای اصلی نوشته می‌شود و برای آن یک نام قرارداد شده است.

اکنون به حل تست می‌پردازیم.

تنها سرعت است که یکای SI و یکای فرعی آن m/s است.

یکای SI فشار پاسکال و یکای فرعی آن kg/ms^2 است.

یکای SI نیرو نیوتون و یکای فرعی آن kgm/s^2 است.

یکای SI انرژی ژول و یکای فرعی آن kgm^2/s^2 است.

۴ ۱۹ A

جرم کمیت اصلی بوده و گزینه‌های (۱) و (۳) جواب نیست. شتاب کمیتی برداری است و گزینه (۲) جواب نخواهد بود. انرژی جنبشی، شار مغناطیسی و فشار کمیت‌های فرعی و نرده‌ای هستند.

۱ ۲۰ A

یکاهای استفاده شده در متن پوند، فوت، کوارت، نیوتون، متر، لیتر، مایل و گالن است که از این بین تنها یکای نیوتون و متر یکای SI هستند و از بین این دو یکای SI، تنها یکای متر که مربوط به کمیت طول است، یک کمیت اصلی است.

۱ ۲۱ A

هر انسانی هم ضریبان قلب دارد و هم می‌تواند فاصله نوک دماغ تا نوک انگشت دستان کشیده خود را اندازه بگیرد و به عنوان یکا در نظر بگیرد، پس هر دو در دسترس همه هستند. اما می‌دانیم ضریبان قلب و فاصله نوک دماغ تا نوک انگشت دست کشیده شده برای افراد مختلف متفاوت است. بنابراین مشکل این دو تغییرپذیر بودن آن‌ها می‌باشد.

نیمه ۲

۱ ۲۲ A

برای نوشتن نماد علمی یک عدد، آن را به صورت یک عدد بین صفر تا ۱۰ ضربدر توانی از ۱۰ می‌نویسیم.

$$2600000000 = 2.6 \times 10^9$$

۲ ۲۳ A

در نماد علمی a یک عدد بین ۱ و ۱۰ ($1 \leq a < 10$) است و b یک عدد صحیح است.

$$237000000000 = 237 \times 10^9 = 2.37 \times 10^{11} \Rightarrow \begin{cases} a = 2.37 \\ b = 11 \end{cases}$$

۴ ۲۴ A

نماد علمی به صورت $a \times 10^n$ نوشته می‌شود که در آن a یک عدد بین ۱ و ۱۰ است. ($1 \leq a < 10$) و n یک عدد صحیح است.

$$q = 160 \times 10^{-10} \mu\text{C} \xrightarrow{1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{C}} q = 160 \times 10^{-10} \times 10^{-6} \text{C}$$

$$q = 160 \times 10^{-16} \text{C} \Rightarrow q = 1/6 \times 10^{-14} \text{C}$$

۱ ۲۵ A

ابتدا عدد را برحسب نماد علمی می‌نویسیم: $m = 0.000167 \text{ kg} = 1/67 \times 10^{-4} \text{ kg}$ اکنون با تبدیل زنجیره‌ای، تبدیل یکا را انجام می‌دهیم.

$$1/67 \times 10^{-4} \text{ kg} \times \left(\frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ Gg}}{10^9 \text{ g}} \right) = 1/67 \times 10^{-10} \text{ Gg}$$

ضریب تبدیل
G به kg گرم به گیگاگرم

با مقایسه عدد $1/67 \times 10^{-10}$ با نماد علمی $a \times 10^b$ نتیجه می‌گیریم که $b = -10$ است.

۴ ۱۱ A

یکای فرعی نیرو kg.m/s^2 است و به افتخار نیوتون، یکای نیرو نیوتون نام‌گذاری شده و در دستگاه SI یکای نیرو، نیوتون است و گزینه (۱) نادرست است. یکای طول ابتدا به صورت کسری از فاصله استوا تا قطب شمال تعریف شد و سپس فاصله دو خط حک شده در نزدیکی هر یک از سرهای میله‌ای از جنس پلاتین - ایریدیوم به عنوان یکای طول تعریف شد، بنابراین گزینه (۲) نادرست است. یکای مقدار ماده مول است، اما در گزینه (۳) از تعریف یکای جرم استفاده شده است و نادرست است.

یکای زمان ثانیه (s) در ابتدا به صورت $\frac{1}{86400}$ میانگین روز خورشیدی تعریف شد، اما امروزه براساس دقت بسیار زیاد ساعت‌های اتمی تعریف می‌شود، بنابراین گزینه (۴) درست است.

۳ ۱۲ A

جرم و زمان هر دو کمیت اصلی هستند و یکای آن‌ها در SI به ترتیب کیلوگرم و ثانیه است که هر دو یکای اصلی هستند.

۲ ۱۳ A

یکای جرم، کیلوگرم و یکای مقدار ماده، مول است و گزاره (الف) نادرست است. یکای تندی و سرعت هر دو متر بر ثانیه (m/s) است و گزاره (ب) درست است. یکای شدت روشنایی کندلا (شمع) و یکای جریان الکتریکی آمپر است و گزاره (پ) نادرست است.

۲ ۱۴ A

جرم، زمان، طول، دما، جریان الکتریکی، شدت روشنایی و مقدار ماده کمیت‌های اصلی هستند. در گزینه (۲) هر سه کمیت چگالی، تندی و انرژی کمیت‌های فرعی هستند.

بازی با سوال: کمیت‌های عنوان شده در کدام گزینه همگی اصلی هستند؟

(۱) شدت روشنایی، طول، نیرو

(۲) گرما، زمان، جرم

(۳) جریان الکتریکی، دما، جرم

(۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی، مقدار ماده، زمان

گزینه ۳

۲ ۱۵ A

«جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان الکتریکی، شدت روشنایی و طول» کمیت‌های اصلی‌اند و یکای آن‌ها به صورت زیر است:

جرم ← کیلوگرم، زمان ← ثانیه، دما ← کلوین، مقدار ماده ← مول، جریان الکتریکی ← آمپر، شدت روشنایی ← کندلا (شمع)، طول ← متر

بنابراین گزینه (۲) پاسخ این تست است. در گزینه (۱)، ژول و کولن یکای کمیت اصلی نیستند. در گزینه (۳) کولن یکای کمیت اصلی نیست و در گزینه (۴) نیز ژول یکای کمیت اصلی نیست.

۱ ۱۶ A

با توجه به تعریف توان، قانون دوم نیوتون ($F=ma$) و تعریف کار ($W=Fd$) می‌توان نوشت:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{Fd}{t} = \frac{mad}{t} \Rightarrow [P] = \frac{\text{kg m/s}^2 \cdot \text{m}}{\text{s}} \Rightarrow [P] = \text{kg m}^2/\text{s}^3$$

۲ ۱۷ A

یکای فرعی یعنی ارتباط یکای کمیت مورد نظر با یکاهای اصلی (کیلوگرم، ثانیه، متر، ...). بنابراین باید به کمک تعریف فشار، رابطه بین یکای فشار با یکاهای اصلی SI را به‌دست بیاورید.

بنا به تعریف فشار خواهیم داشت:

$$P = \frac{F}{A} \xrightarrow{F=ma} P = \frac{ma}{A} \xrightarrow{\begin{matrix} \text{kg} \\ \text{m/s}^2 \end{matrix}} P = \frac{\text{kg m/s}^2}{\text{m}^2} = \text{kg/m.s}^2$$

یکای فرعی فشار

یادآوری: پاسکال یکای SI کمیت فشار است و یکای فرعی آن kg/m.s^2 است.

۲ در گام بعدی ساعت را به دقیقه تبدیل می‌کنیم. هر ساعت، ۶۰ دقیقه است:

$$12 \frac{\text{mi}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 2 \frac{\text{mi}}{\text{min}}$$

۲ ۳۳ A

در صورت این سؤال شما با یک روش اندازه‌گیری آشنا می‌شوید که در آن اندازه یک کمیت مثلاً ضخامت یک برگ را با وسایل اندازه‌گیری معمولی به دست می‌آورید. برای اندازه‌گیری ضخامت یک برگ از کتاب می‌توانید با یک خط‌کش ضخامت کتاب را اندازه‌گیری کنید، سپس ضخامت کتاب را به تعداد برگ‌های آن تقسیم کنید تا ضخامت یک برگ به دست آید. البته یک کتاب ۴۰۰ صفحه‌ای دارای $200 = \frac{400}{2}$ برگ است.

$$\text{ضخامت کتاب} = \frac{3/6}{200} = 1/8 \times 10^{-2} \text{ cm} = 0.125 \text{ mm}$$

۳ ۳۴ A

هریک از گزینه‌ها را با روش تبدیل زنجیره‌ای بررسی می‌کنیم تا درستی و نادرستی آن مشخص شود.

$$\text{گزینه (۱): } \delta \text{ km} = \delta \text{ km} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = \delta \times 10^5 \text{ cm}$$

بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

$$\text{گزینه (۲): } 4 \mu\text{s} = 4 \mu\text{s} \times \frac{1 \text{ s}}{10^6 \mu\text{s}} = 4 \times 10^{-6} \text{ s}$$

بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

$$\text{گزینه (۳): } 84 \text{ mg} = 84 \text{ mg} \times \frac{1 \text{ g}}{10^3 \text{ mg}} = 84 \times 10^{-3} \text{ g}$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.

$$\text{گزینه (۴): } 28 \text{ cm}^2 = 28 \text{ cm}^2 \times \frac{1 \text{ m}^2}{(10^2)^2 \text{ cm}^2} = 28 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 2.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۲ ۳۵ A

خط فکری در حل این نوع مسائل راهی به جز بررسی تک‌تک گزینه‌ها وجود ندارد. البته باید یکای دو طرف هر نامساوی را یکسان‌سازی کنید تا بتوانید در مورد درست و نادرست بودن آن اظهار نظر کنید.

گزینه (۱):

$$2/2 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \times \frac{10^6 \text{ mm}^2}{1 \text{ m}^2} = 2/2 \text{ mm}^2 > 0.24 \text{ mm}^2$$

$\frac{1 \text{ m}^2}{10^6 \text{ mm}^2}$
ضرب تبدیل
mm^۲ به m^۲

نامساوی گزینه (۱) درست است.

گزینه (۲):

$$2/0.1 \text{ cm}^3 \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^{+6} \text{ cm}^3} \times \frac{1 \text{ km}^3}{10^{+9} \text{ m}^3} = 2/0.1 \times 10^{-15} \text{ km}^3$$

$\frac{1 \text{ m}^3}{10^{+6} \text{ cm}^3}$ $\frac{1 \text{ km}^3}{10^{+9} \text{ m}^3}$
ضرب تبدیل ضرب تبدیل
m^۳ به cm^۳ km^۳ به m^۳

$$= 20.1 \times 10^{-18} > 0.3 \times 10^{-18}$$

نامساوی گزینه (۲) نادرست است.

گزینه (۳):

$$3 \text{ mm}^2 \times \frac{1 \text{ m}^2}{10^6 \text{ mm}^2} \times \frac{1 \text{ dm}^2}{10^2 \text{ m}^2} = 3 \times 10^{-8} \text{ dm}^2 < 4 \times 10^{-3} \text{ dm}^2$$

$\frac{1 \text{ m}^2}{10^6 \text{ mm}^2}$ $\frac{1 \text{ dm}^2}{10^2 \text{ m}^2}$
ضرب تبدیل ضرب تبدیل
m^۲ به mm^۲ dm^۲ به m^۲

نامساوی گزینه (۳) درست است.

$$\text{گزینه (۴): } 4/0.1 \text{ mg} \times \frac{1 \text{ g}}{10^3 \text{ mg}} = 4/0.1 \times 10^{-3} \text{ g} < 5 \times 10^{-3} \text{ g}$$

نامساوی گزینه (۴) درست است.

۱ ۲۶ A

$$624 \text{ km} = 624 \times 10^3 \text{ m} = 624 \times 10^3 \times 10^2 \text{ cm}$$

تبدیل cm به m

$$= 624 \times 10^5 \text{ cm} \times \frac{\text{افرسنگ}}{10^4 \text{ cm}} \times \frac{\text{اذرع}}{6000 \text{ ذرع}} = 100 \text{ افرسنگ}$$

۱ ۲۷ A

به کمک روش زنجیره‌ای و با استفاده از ضریب تبدیل (نسبتی از یکاها که برابر عدد یک است) مسأله را حل می‌کنیم

$$v = 14 \text{ km/h} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 3.89 \text{ m/s}$$

ضرب تبدیل
km/h به m/s

اکنون هر متر بر ثانیه را به km/h تبدیل می‌کنیم:

$$v = 3.89 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 14 \text{ km/h}$$

ضرب تبدیل
متر به کیلومتر
ثانیه به ساعت

۴ ۲۸ B

به کمک تبدیلات زنجیره‌ای جرم ۱۸۲ قیراط را به کیلوگرم تبدیل می‌کنیم.

$$182 \text{ قیراط} \times \frac{200 \text{ mg}}{1 \text{ قیراط}} \times \frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ g}} = 182 \times 200 \times 10^{-6} \text{ kg}$$

ضرب تبدیل ضرب تبدیل ضرب تبدیل
قیراط به میلی‌گرم میلی‌گرم به گرم گرم به کیلوگرم

$$\Rightarrow 182 \text{ قیراط} = 36400 \times 10^{-6} \text{ kg} = 3.64 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

۳ ۲۹ B

با توجه به تبدیلات زنجیره‌ای مسئله را حل می‌کنیم. ضریب تبدیل سیر به مثقال برابر $\frac{1 \text{ سیر}}{16 \text{ مثقال}}$

$$\text{است. ابتدا مثقال را به سیر تبدیل می‌کنیم: } 500 \text{ مثقال} \times \frac{1 \text{ سیر}}{16 \text{ مثقال}} = 31.25 \text{ سیر}$$

$$\text{ضریب تبدیل مثقال به گرم } \left(\frac{4/86 \text{ g}}{1 \text{ مثقال}} \right) \text{ و ضریب تبدیل گرم به کیلوگرم } \left(\frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \right).$$

$$\text{مثقال را به kg تبدیل می‌کنیم: } 500 \text{ مثقال} \times \frac{4/86 \text{ g}}{1 \text{ مثقال}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 2/43 \text{ kg}$$

۴ ۳۰ B

ابتدا، جرم جسم را بر حسب مثقال حساب می‌کنیم.

$$\text{مثقال } 2 = 2 \times 16 = 32$$

$$\text{مثقال } 37 = 37 + 5 = 42$$

$$\text{اکنون } 37 \text{ مثقال را به گرم تبدیل می‌کنیم: } 37 \times 4/6 \text{ g} = 170/2 \text{ g}$$

۱ ۳۱ A

خط فکری فاصله هواپیما از سطح آزاد دریا خواسته شده است البته بر حسب متر، بنابراین ابتدا باید با روش زنجیره‌ای، فوت (پا) را به متر تبدیل کنید سپس عدد به دست آمده را به صورت نماد علمی بنویسید و برای نوشتن نماد علمی باید عدد را به صورت $(a \times 10^b)$ بنویسید که در آن a یک عدد بین ۱ تا ۱۰ و b نیز یک عدد صحیح است.

ارتفاع هواپیما از سطح زمین ۴۰۰۰۰ پا است بنابراین:

$$h = 40000 \text{ ft} \times \frac{12 \text{ in}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2.5 \text{ cm}}{1 \text{ in}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \Rightarrow h = 12000 \text{ m}$$

ضرب تبدیل ضرب تبدیل ضرب تبدیل
فوت به اینچ اینچ به سانتی‌متر سانتی‌متر به متر

$$h = 1/2 \times 10^4 \text{ m}$$

۱ ۳۲ A

۱ ابتدا با توجه به اینکه هر مایل ۱۸۰۰ متر است، کیلومتر را به مایل تبدیل می‌کنیم:

$$216 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ mi}}{1800 \text{ m}} = 120 \frac{\text{mi}}{\text{h}}$$

۱ ۴۱ B

به رابطه داده شده نگاه کنید. صورت کسر یکپا داده شده بنابراین صورت یکای سمت چپ باید تبدیل به صورت یکای سمت راست شود. بنابراین ابتدا تبدیل واحد از سانتی متر به متر را انجام می دهیم:

$$F = 36 \frac{\text{kg} \cdot \text{cm}}{(\text{min})^2} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 3/6 \text{ kg} \cdot \text{m} / (\text{min})^2$$

اکنون برای پر کردن جای خالی باید دقیقه (min) را به یکی از یکاهای داده شده در گزینه ها تبدیل کنیم. در گزینه (۱) دقیقه را باید به ثانیه تبدیل کنیم.

$$3/6 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{(\text{min})^2} \times \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right)^2 = 3/6 \times \frac{1}{3600} = 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$$

بنابراین گزینه (۱) پاسخ مسأله است و دیگر نیازی به بررسی گزینه های دیگر نیست اما گزینه های دیگر را نیز بررسی می کنیم.

در گزینه (۲) دقیقه به ms (میلی ثانیه) تبدیل شده است، بنابراین می توان نوشت:

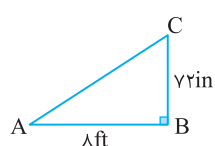
$$3/6 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{(\text{min})^2} \times \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right)^2 \times \left(\frac{1 \text{ s}}{10^{-3} \text{ ms}} \right)^2 = 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{ms}^2$$

برای رد گزینه (۳) و (۴) می توان این گونه استدلال کرد که عدد سمت چپ

$$3/6 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{min}^2 \text{ در سمت راست به } 10^{-3} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\square^2} \text{ تبدیل شده است یعنی بعد از}$$

تبدیل عدد کوچک تر شده است، بنابراین در تبدیل min (دقیقه) باید مخرج بزرگ شده باشد و اگر از کیلو ثانیه (ks) و ساعت (h) استفاده کنیم، ضریب تبدیل باعث بزرگ شدن عدد می شود که جواب نخواهد بود.

۴ ۴۲ A



ابتدا طول ضلع BC را با روش تبدیل زنجیره ای بر حسب فوت به دست می آوریم:

$$7 \text{ in} \times \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} = 6 \text{ ft}$$

ضریب تبدیل
ft به in

به کمک رابطه فیثاغورس طول وتر AC را بر حسب فوت حساب می کنیم:

$$AC = \sqrt{BC^2 + AB^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ ft}$$

اکنون فوت را به سانتی متر تبدیل می کنیم:

$$AC = 10 \text{ ft} \times \left(\frac{12 \text{ in}}{1 \text{ ft}} \right) \times \left(\frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} \right) = 305 \text{ cm}$$

ضریب تبدیل
in به ft ضریب تبدیل
cm به in

۳ ۴۳ A

در فیزیک تغییر هر کمیت را نسبت به زمان معمولاً آهنگ آن کمیت می گویند. بنابراین $500 \text{ cm}^3 / \text{s}$ یعنی در هر ثانیه از شیلنگ 500 cm^3 آب خارج می شود و کافی است آن را به لیتر بر دقیقه ($\frac{\text{L}}{\text{min}}$) تبدیل کنیم.

با روش تبدیل زنجیره ای و استفاده از ضرایب $(\frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3})$ و $(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}})$ تبدیل یکا را

$$500 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 30 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

انجام می دهیم.

۲ ۴۴ A

با یک تناسب ساده مسئله را حل می کنیم.

در هر دقیقه ($\frac{1}{60} \text{ h}$) آب حوض 250 L کم می شود.

250 L	$\frac{1}{60} \text{ h}$	$\Rightarrow t = \frac{180 \times 10^3}{250 \times 60} \Rightarrow t = 12 \text{ h}$
180×10^3	t	
تبدیل m^3 به L		

۳ ۳۶ A

هر دسی متر، برابر 10^{-2} سانتی متر است. با نوشتن ضرایب تبدیل مسئله را حل می کنیم:

$$4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{\text{dm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \Rightarrow \frac{4 \text{ g}}{\text{cm}^3} = \frac{4 \text{ kg}}{\text{dm}^3}$$

۱ ۳۷ B

خط فکری → توان یعنی آهنگ مصرف انرژی ($P = \frac{U}{t}$) که در آن یکای U ژول و

یکای t، s است یعنی یکای فرعی توان J/s است و یکای SI آن وات (W) نام دارد.

بنابراین شما باید یکای توان داده شده را به یکای فرعی آن یعنی J/s تبدیل کنید.

سپس به جای J/s، وات قرار دهید.

با روش تبدیل زنجیره ای می توان نوشت:

$$P = 0.32 \frac{\mu\text{g}(\text{km})^2}{(\text{ms})^2} \times \frac{1 \text{ g}}{10^6 \mu\text{g}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \left(\frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right)^2 \times \left(\frac{10^{-3} \text{ s}}{1 \text{ ms}} \right)^2$$

ضریب تبدیل
میلی ثانیه به ثانیه ضریب تبدیل
کیلو متر به متر ضریب تبدیل
میکرو گرم به گرم ضریب تبدیل
گرم به کیلو گرم

$$= 0.32 \times 10^6 \text{ W}$$

که باید آن را به صورت نماد علمی بنویسیم:

$$P = 0.32 \times 10^6 = 32 \times 10^3 = 3/2 \times 10^4 \text{ W}$$

۳ ۳۸ A

قطعاً جرم این سه جسم با یکاهای مختلف را نمی توانیم با یکدیگر مقایسه کنیم، بنابراین باید تمام جرم ها را بر حسب یک یکای یکسان مثلاً گرم (g) به دست می آوریم.

$$m_A = 0.004 \times 10^{-3} \text{ Mg} = 4 \times 10^{-6} \text{ Mg} \times \left(\frac{10^6 \text{ g}}{1 \text{ Mg}} \right) = 4 \text{ g}$$

$$m_B = 0.004 \times 10^{-9} \text{ Gg} = 4 \times 10^{-10} \text{ Gg} \times \left(\frac{10^9 \text{ g}}{1 \text{ Gg}} \right) = 4 \times 10^{-1} \text{ g}$$

$$m_C = 3 \times 10^{-15} \text{ Tg} = 3 \times 10^{-15} \text{ Tg} \times \left(\frac{10^{12} \text{ g}}{1 \text{ Tg}} \right) = 3 \times 10^{-3} \text{ g}$$

با مقایسه اعداد به دست آمده مشخص است که:

$$m_C < m_B < m_A$$

۲ ۳۹ A

تندی نور $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است، یعنی نور در هر ثانیه، مسافت $3 \times 10^8 \text{ m}$ را طی می کند بنابراین ابتدا مسافت را بر حسب متر به دست می آوریم.

$$1 \text{ ft} \times \frac{12 \text{ in}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0.3 \text{ m}$$

اکنون با توجه به تندی خواهیم داشت:

$$t = 10^{-9} \text{ s} \Rightarrow t = \frac{\text{مسافت}}{\text{تندی}} = \frac{0.3 \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 10^{-9} \text{ s}$$

هر ۱ ns برابر 10^{-9} s است، از این رو خواهیم داشت: $t = 1 \text{ ns}$

۴ ۴۰ A

با توجه به ضرایب تبدیل $\frac{1 \text{ AU}}{1/5 \times 10^{11} \text{ m}}$ و $\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}$ تبدیل واحد را انجام می دهیم:

$$3 \times 10^8 \text{ m/s} = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ AU}}{1/5 \times 10^{11} \text{ m}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 0.12 \text{ AU/min}$$

بازی با سوال → فاصله اختروشی از منظومه شمسی برابر 10^{15} Au است.

این فاصله بر حسب سال نوری تقریباً برابر کدام گزینه می باشد؟ (مسافتی که نور

در یک ماه طی می کند تقریباً $8 \times 10^{12} \text{ m}$ بوده و میانگین فاصله زمین تا خورشید

برابر $1/5 \times 10^{11} \text{ m}$ است.)

$$3 \times 10^{17} \text{ (۴)} \quad 3 \times 10^{14} \text{ (۳)} \quad 1/5 \times 10^{11} \text{ (۲)} \quad 1/5 \times 10^8 \text{ (۱)}$$

گزینه ۲



B ۴۵ ۴

هر دقیقه، ۶۰ ثانیه است و در هر ثانیه 750 cm^3 از حجم استخر در حال پر شدن است. با یک تناسب ساده مسئله را حل می‌کنیم.

$$\frac{750 \text{ cm}^3}{?} \times \frac{1 \text{ s}}{20 \times 60 \text{ s}} \Rightarrow ? = 750 \times 60 \times 20 = 900000 \text{ cm}^3$$

هر 1000 cm^3 برابر ۱ لیتر است. $V = 900 \text{ L}$

B ۴۶ ۴

طول شمع 18 cm است و در مدت 2 h آب می‌شود، بنابراین آهنگ آب شدن شمع خواهد شد: $\frac{\text{طول شمع}}{\text{مدت زمان آب شدن}} = \frac{18 \text{ cm}}{2 \text{ h}} = 9 \text{ cm/h}$

حال با روش تبدیل زنجیره‌ای، یکای (cm/h) را به یکای $\mu\text{m/ms}$ تبدیل می‌کنیم.

$$9 \text{ cm/h} \times \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ cm}} \times \frac{10^6 \mu\text{m}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ s}}{1000 \text{ ms}} = \frac{10}{400} \mu\text{m/ms}$$

ضرب تبدیل
به ۱۰۰۰
ضرب تبدیل
به ۱۰۰۰
ضرب تبدیل
به ۱۰۰۰
ضرب تبدیل
به ۱۰۰۰

$$= \frac{1}{4} \times 10^{-1} \text{ Mm/ms}$$

یادآوری: در نماد علمی، عدد حاصل ضرب $a \times 10^b$ نوشته می‌شود که در آن $1 \leq a < 10$ و یک عدد صحیح است.

عدد را به نماد علمی می‌نویسیم.

$$\frac{1}{4} \times 10^{-1} \mu\text{m/ms} = 0.25 \times 10^{-1} \mu\text{m/ms} = 2.5 \times 10^{-2} \mu\text{m/ms}$$

بازی با سوال: ارتفاع یک گیاه در هر هفته به اندازه $10/8 \text{ cm}$ رشد می‌کند. آهنگ متوسط رشد این گیاه چند $\mu\text{m/s}$ است؟

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{4}$$

گزینه ۲

B ۴۷ ۳

یادآوری: در فیزیک تغییر هر کمیت را نسبت به زمان معمولاً آهنگ آن کمیت می‌نامند. مثلاً آهنگ مصرف انرژی هنگام نشستن در کلاس $12/6 \text{ kJ/min}$ است که مفهوم آن این است که بدن شما در هر دقیقه نشستن در کلاس $12/6 \text{ kJ}$ انرژی مصرف می‌کند. آهنگ خروج بنزین از بشکه 2 L/s یعنی در هر ثانیه 2 L بنزین از بشکه خارج می‌شود. بنابراین در مدت 45 s مقدار بنزین خارج شده از بشکه برابر است با:

$$2 \text{ L/s} \times 45 \text{ s} = 90 \text{ L}$$

گنجایش بشکه 100 L بنزین بوده که در ابتدا در آن 90 L بنزین قرار داشته است یعنی $100 - 90 = 10 \text{ L}$ از حجم بشکه خالی بوده است. اکنون باید مشخص کنیم این 10 L

چند درصد حجم بشکه بوده است: $\frac{10}{100} \times 100 = 10\%$

B ۴۸ ۲

حجم گنجایش استخر خواهد شد: $V = 1/5 \times 1/2 \times 10 \Rightarrow V = 18 \text{ m}^3$

شیرهای آب در هر دقیقه به ترتیب $0/5 \text{ m}^3$ و 1 m^3 آب وارد استخر می‌کنند. یعنی جمعاً $1/5 \text{ m}^3$ در هر دقیقه. بنابراین:

$$\frac{1/5 \text{ m}^3}{18} \times \frac{1 \text{ min}}{t} \Rightarrow t = \frac{18}{1/5} \Rightarrow t = 90 \text{ min}$$

$$t = \frac{1}{6} \text{ h} \Rightarrow t = 10 \text{ min}$$

B ۴۹ ۱

خط فکری: وقتی گفته می‌شود آهنگ تغییر سرعت خودرو $18 \times 10^3 \text{ m/min}$ بر سرعت خودرو اضافه می‌شود. است یعنی در هر دقیقه به اندازه $18 \times 10^3 \text{ m/min}$ بر سرعت خودرو اضافه می‌شود.

در مرحله اول دقیقه را به ثانیه تبدیل کنید سپس به کمک آهنگ تغییر سرعت، زمان رسیدن به سرعت $25 \times 10^{-3} \text{ km/s}$ را به دست بیاورید.

$$\frac{m}{s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{18 \times 10^3 \text{ m}}{(\text{min})^2} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{m}{s^2}$$

ضرب تبدیل
مربع دقیقه به مربع ثانیه

سرعت داده شده را بر حسب m/s حساب می‌کنیم.

$$v = 25 \times 10^{-3} \frac{\text{km}}{\text{s}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \Rightarrow v = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ضرب تبدیل
کیلومتر به متر

با توجه به تعریف آهنگ می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{تغییر سرعت}}{\text{زمان}} = \frac{25 - 0}{t} \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

B ۵۰ ۲

خط فکری: دقت کنید آهنگ افزایش ارتفاع آب از شما خواسته شده است. بنابراین باید مساحت سطح قاعده مخزن (۲) را داشته باشید تا به کمک آن بتوانید با استفاده از آهنگ حجم آب ریخته شده در مخزن (۲) آهنگ تغییر ارتفاع را حساب کنید. ابتدا مساحت سطح (کف) مخزن (۲) را به دست می‌آوریم.

$A = 100 \times 5 = 500 \text{ cm}^2$. آهنگ ورود آب به مخزن (۲)، 2 L/s است یعنی در هر ثانیه 2 L آب وارد مخزن (۲) می‌شود، از این رو ارتفاع آبی که در هر ثانیه به آب درون مخزن (۲) افزوده می‌شود برابر خواهد شد با:

$$V = A \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{V}{A} = \frac{2 \times 10^3 \text{ cm}^3}{500 \text{ cm}^2} \Rightarrow \Delta h = 4 \text{ cm}$$

بنابراین در هر ثانیه، 4 cm بر ارتفاع آب ظرف (۲) اضافه می‌شود یعنی آهنگ افزایش

ارتفاع آب 4 cm/s است.

B ۵۱ ۲

خط فکری: در فیزیک دو کمیت یکسان با یکای یکسان را می‌توان با هم جمع و یا از هم کم کرد. به طور مثال اگر جرم جعبه‌ای 2 kg و جرم محتویات درون آن 5 kg باشد، مجموع جرم‌ها برابر $5 + 2 = 7 \text{ kg}$ است. در واقع کمیت‌های متفاوت و یکاهای متفاوت را نمی‌توان با هم جمع یا از هم کم کرد. یعنی شما نمی‌توانید جرم جسم و شتاب آن را با هم جمع کنید و یا این که جرم بر حسب kg را با جرم بر حسب g جمع کنید. اما کمیت‌های مختلف با یکاهای مختلف به شرط سازگاری یک‌ای را می‌توان در هم ضرب یا بر هم تقسیم کرد. به طور مثال در رابطه $F = ma$ ، جرم جسم، a شتاب جسم و F نیرو است و مشاهده می‌کنید که کمیت جرم را می‌توان در کمیت شتاب ضرب کرد و کمیت نیرو را به دست آورد. اما سازگاری یک‌ای نیز باید رعایت شود یعنی برای آنکه نیرو بر حسب نیوتون به دست آید باید جرم بر حسب کیلوگرم و شتاب بر حسب متر بر مربع ثانیه (m/s^2) در رابطه قرار داده شود.

با توجه به آن چه در خط فکری بیان شده است، گزاره (الف) برای دو کمیت فیزیکی با دو یکای متفاوت قابل انجام نیست اما اعمال ریاضی در گزاره (ب) و (پ) قابل انجام است.

B ۵۲ ۲

در گزینه (۱)، یکای توان $P = W/t$ برابر وات بوده که معادل J/s است و در گزینه (۱) سازگاری یک‌ای در SI رعایت نشده است و گزینه (۱) نادرست است. / در گزینه (۲)، طبق قانون دوم نیوتون اگر نیرو بر حسب نیوتون باشد حتماً جرم باید بر حسب (kg) و شتاب بر حسب (m/s^2) باشد که چنین است و گزینه (۲) دارای سازگاری یک‌ای بوده و پاسخ درست است.

در گزینه (۳) زمان بر حسب ساعت (h) و تندی بر حسب (km/h) بوده بنابراین مسافت طی شده باید بر حسب (km) باشد که چنین نیست و گزینه (۳) نادرست است.

در گزینه (۴) با توجه به تعریف فشار هرگاه نیرو بر حسب (N) و سطح بر حسب (m^2) باشد فشار بر حسب پاسکال (Pa) خواهد بود که در رابطه گزینه (۴)، مساحت سطح بر حسب cm^2 است، بنابراین سازگاری یک‌ای وجود نداشته و گزینه (۴) نادرست است.

۴ ۵۹ A

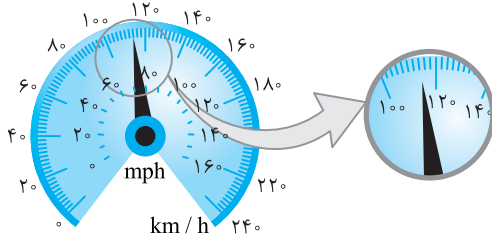
عوامل مؤثر بر دقت اندازه‌گیری، دقت وسیله اندازه‌گیری، تعداد دفعات اندازه‌گیری و میانگین‌گیری اعداد و مهارت شخص آزمایشگر است.

۳ ۶۰ A

کمینه درجه‌بندی روی خط‌کش، ۱ mm است.

۱ ۶۱ A

دقت ابزارهای اندازه‌گیری مدرج، برابر کمینه درجه‌بندی آن ابزار است.



به شکل نگاه کنید فاصله بین ۲۰ تا ۱۰۰ و ۱۲۰، به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده یعنی کمینه درجه‌بندی این تندی‌سنج $\frac{20}{10} = 2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ بوده بنابراین دقت اندازه‌گیری آن

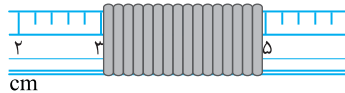
$2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ است که این دقت اگر برحسب m/s بیان شود، معادل مقدار زیر است:

$$2 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \Rightarrow \text{دقت} = \frac{20}{3600} = \frac{5}{900} \text{ m/s}$$

۴ ۶۲ A

با توجه به شکل فاصله بین ۲ cm و ۳ cm، به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده، بنابراین کمینه درجه‌بندی خط‌کش $\frac{3-2}{5} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ cm}$ بوده و دقت این خط‌کش ۰/۲ cm یا ۲ mm است. اکنون تعداد دورهای سیم روی خط‌کش را بشمارید، به تعداد دورها ۱۶ است یعنی اگر قطر سیم را با حرف D نمایش دهیم، ۱۶D برابر ۲ cm - ۳ = ۵ - ۳ می‌شود. از این‌رو قطر سیم خواهد شد:

$$16D = 2 \text{ cm} \Rightarrow D = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} \text{ cm} \Rightarrow D = \frac{1}{8} \text{ cm} \times \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = 1.25 \text{ mm}$$



۲ ۶۳ A

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند، بنابراین شما باید به آخرین رقم عدد یا اولین رقم سمت راست آن نگاه کنید. دقت هریک از وسیله‌ها خواهد شد

A ۲۰/۱۵ m/s

دقت A: ۰/۰۱ m/s

B ۲۰/۱ m/s

دقت B: ۰/۱ m/s

C ۲۰/۱۵۶ m/s

دقت C: ۰/۰۰۱ m/s

بنابراین بیشترین دقت را وسیله C دارد.

۲ ۶۴ B

کمینه درجه‌بندی شکل (الف)، ۱ cm است بنابراین دقت آن نیز ۱ cm است.

کمینه درجه‌بندی شکل (ب)، ۰/۵ cm یا ۵ mm است و دقت آن نیز ۵ mm خواهد بود.

فاصله بین صفر تا ۱ cm به پنج قسمت مساوی تقسیم شده و کمینه درجه‌بندی شکل (ب) ۲ mm است که (ب) ۲ mm است. جواب مسأله است.

فاصله بین صفر تا ۱ cm به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است. کمینه درجه‌بندی

شکل (ت) ۱/۱۰ cm یا ۱ mm است. شکل (ت) ۱/۱۰ cm یا ۱ mm است.

۴ ۵۳ B

خط‌فکری

ابتدا یکاهای فرعی نیرو در SI را مشخص کنید. اگر خاطرتان نیست از قانون دوم نیوتون $F=ma$ کمک بگیرید. سپس باید با توجه به یکای تندی (m/s) و سازگاری یکاهای دو طرف رابطه $F=kv$ ، یکای k را به دست آورید.

در رابطه $F=ma$ اگر جرم برحسب kg و شتاب برحسب m/s^2 باشد، نیرو برحسب kg.m/s^2 خواهد بود. اکنون یکای نیرو و یکای تندی را در رابطه مسأله قرار می‌دهیم و یکای k را حساب می‌کنیم. $F=kv \Rightarrow \text{kg.m/s}^2 = [k](\text{m/s}) \Rightarrow [k] = \text{kg/s}$

۳ ۵۴ A

کمیت A انرژی می‌باشد و یکای آن SI زول و یکای فرعی آن $\text{kg.m}^2/\text{s}^2$ می‌باشد و یکای C برابر متر است. با قرار دادن این یکاهای در رابطه مسأله می‌توان یکای B را به دست آورد:

$$A=BC^2 \Rightarrow B = \frac{A}{C^2} \Rightarrow [B] = \frac{\text{kg.m}^2/\text{s}^2}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

۲ ۵۵ A

ابتدا به جای کمیت‌های داده شده یکاهای آن‌ها را جایگذاری می‌کنیم.

$$B = \frac{mv^2}{L} \Rightarrow B = \frac{\text{kg.m}^2/\text{s}^2}{\text{m}} \Rightarrow B = \text{kg.m/s}^2 \Rightarrow B = \text{شتاب} \times \text{جرم}$$

بنابراین کمیت B باید نیرو باشد. ($F=ma$)

۱ ۵۶ A

یکای T، ثانیه و یکای m، kg است و عدد 2π یکا ندارد.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, s = \sqrt{\frac{\text{kg}}{k}} \Rightarrow s^2 = \frac{\text{kg}}{k} \Rightarrow |k| = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

۴ ۵۷ B

بادآوری زمانی دو کمیت قابل جمع و تفریق‌اند که هم جنس و هم یکا باشند.

(الف) $(at+v)$ باید حاصل ضرب at از جنس v و یکای آن برابر یکای v باشد. یکای v، m/s، یکای a، m/s^2 و یکای زمان s است. بنابراین:

$$at+v \Rightarrow \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{s} + \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

قابل انجام است. (ب) ضرب $\frac{1}{4}$ یکا ندارد و آن را در نظر نمی‌گیریم.

$$\frac{1}{4}at^2 + vt \Rightarrow \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{s}^2 + \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \text{s} = \text{m} + \text{m}$$

$$ax + v^2 \Rightarrow \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} + \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

(پ)

بازی با سؤال با در نظر گرفتن یکای کمیت‌های جابه‌جایی، سرعت، شتاب و زمان، در چه تعداد از روابط زیر، یکای دو طرف تساوی با یکدیگر سازگاری دارد؟ (x نماد جابه‌جایی، v نماد سرعت، a نماد شتاب و t نماد زمان است.)

$$\text{الف) } x=vt \quad \text{ب) } v^2=2ax \quad \text{پ) } t=\sqrt{\frac{2x}{a}} \quad \text{ت) } v=at$$

$$\text{ث) } v=\frac{1}{4}at^2$$

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) گزینه

۱ ۵۸ B

در رابطه $\Delta x = AB^2 + vB$ ، یکای Δx متر و از جنس طول است، بنابراین باید یکای AB^2 و vB هر دو متر و از جنس طول باشند تا بتوان آن‌ها را با هم جمع کرد. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$m = [v][B] \Rightarrow [B] = \frac{m}{[v]} = \frac{\text{m}}{\text{m/s}} = \text{s}$$

$$m = [A][B^2] \Rightarrow [A] = \frac{m}{[B]^2} \Rightarrow [A] = \text{m/s}^2$$



۲ ۶۵ A

دقت اندازه‌گیری برابر کمینه درجه‌بندی روی خط‌کش است که در این مسئله دقت 0.2 cm بوده یعنی فاصله بین دو خط روی خط‌کش 0.2 cm است و هر سانتی‌متر به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده است. از این‌رو در فاصله $10\text{ cm} - 20\text{ cm}$ به $50 \times 0.2 = 10$ قسمت مساوی تقسیم شده است.

۲ ۶۶ A

آمپرسنج رقمی بوده و دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) است در این صورت دقت اندازه‌گیری این آمپرسنج $1\text{ mA} = 10^{-6}\text{ A}$ است که اگر دقت برحسب میکرومتر بیان شود خواهد شد:

۲ ۶۷ A

در وسایل رقمی دقت وسیله برابر با یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) است. پس دقت هر وسیله را به دست می‌آوریم تا مشخص شود کدام یک از آن‌ها با بقیه فرق می‌کند. دقت وسیله گزینۀ (۱): $1\text{ dm} = 0.001\text{ m}$ / دقت وسیله گزینۀ (۲): 0.1 m / دقت وسیله گزینۀ (۳): $1\text{ mm} = 0.001\text{ m}$ / دقت وسیله گزینۀ (۴): $1\text{ cm} = 0.01\text{ m}$ بنابراین دقت وسیله گزینۀ (۲) با بقیه متفاوت است.

۲ ۶۸ A

ساعت A. کمترین زمانی که اندازه می‌گیرد، یک دقیقه است. پس کمینه اندازه‌گیری آن ۱ دقیقه است ولی ساعت B کمترین زمانی را که اندازه می‌گیرد یک ثانیه است که معادل آن $\frac{1}{60}$ دقیقه است پس داریم: $\frac{1\text{ min}}{60} = \frac{\text{کمینه اندازه‌گیری ساعت A}}{\text{کمینه اندازه‌گیری ساعت B}}$ ساعت B. وقت را دقیق‌تر نشان می‌دهد، در نتیجه دقت آن نسبت به ساعت A بیشتر است.

۳ ۶۹ A

در صورت مسأله دقت اندازه‌گیری 0.1 m/s بیان شده است. در گزینۀ (۱) فاصله بین صفر تا 5 m/s به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده و دقت آن 1 m/s است. بنابراین گزینۀ (۱) نادرست است. در گزینۀ (۲) با یک تقسیم‌بندی غیرمعمول روبه‌رو هستیم. فاصله بین صفر تا 8 m/s به چهار قسمت مساوی تقسیم شده و دقت آن 2 m/s است. بنابراین گزینۀ (۲) نادرست است. در گزینۀ (۳) با یک وسیله رقمی روبه‌رو هستیم که دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری شده بوده یعنی 0.1 m/s است. بنابراین گزینۀ (۳) درست است.

۱ ۷۰ A

دقت کولیس برابر 0.001 mm یعنی 0.001 mm است، بنابراین اعدادی که این کولیس نمایش می‌دهد برحسب میلی‌متر باید دارای دو رقم بعد از اعشار باشد و تنها عدد گزارش شده در گزینۀ (۱) دارای دو رقم بعد از اعشار است.

۱ ۷۱ A

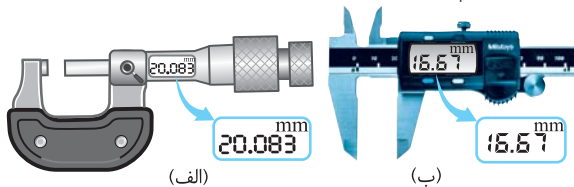
وسيلة نشان داده شده یک ریزسنج رقمی است. دقت وسایل رقمی (دیجیتال) یک واحد از آخرین رقمی است که وسیله نشان می‌دهد. بنابراین دقت این وسیله 0.001 mm است.

۳ ۷۲ A

در هر دور کامل جابه‌جایی زبانه 5 mm است که این 5 mm در واقع به ۱۰۰ قسمت تقسیم شده یعنی کمینه درجه‌بندی این ریزسنج $0.05\text{ mm} = \frac{5}{100}$ است. بنابراین دقت آن 0.05 mm است.

۴ ۷۳ A

با توجه به شکل دقت ریزسنج 0.001 mm و دقت کولیس 0.05 mm است، بنابراین ریزسنج دقت بالاتری دارد و گزاره (الف) درست است. دقت یک خط‌کش مدرج که فاصله بین ۱ cm تا ۲ cm آن به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده برابر $1\text{ mm} = \frac{2-1}{10}\text{ cm} = 0.1\text{ mm}$ است که با دقت کولیس (0.05 mm) شکل (ب) برابر نیست و گزاره (ب) نادرست است. دقت ریزسنج (الف) 0.001 mm است و اگر نتیجه اندازه‌گیری برحسب mm بیان شود دارای سه رقم بعد از اعشار است و گزاره (پ) درست است.



۲ ۷۴ B

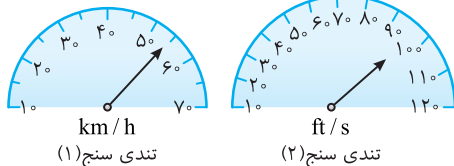
یادآوری: در دستگاه‌های مدرج دقت برابر کمینه درجه‌بندی دستگاه است، بنابراین: دقت تندی‌سنج (۱) را بر حسب m/s می‌نویسیم:

$$\text{دقت تندی‌سنج} = \frac{5\text{ km}}{h} \times \frac{10^3\text{ m}}{1\text{ km}} \times \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} = \frac{5}{3.6}\text{ m/s}$$

دقت تندی‌سنج (۲) را بر حسب m/s می‌نویسیم:

$$\text{دقت تندی‌سنج} = \frac{10\text{ ft}}{s} \times \frac{30\text{ cm}}{1\text{ ft}} \times \frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}} = 3\text{ m/s}$$

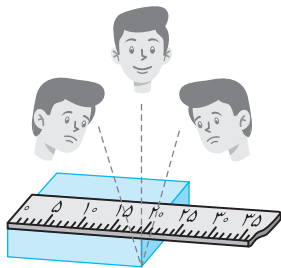
حال اختلاف دقت وسیله‌ها را به دست می‌آوریم: $3 - \frac{5}{3.6} = \frac{5.4}{3.6} - \frac{5}{3.6} = \frac{0.4}{3.6} = \frac{1}{9}\text{ m/s}$



تندی‌سنج (۱)

تندی‌سنج (۲)

۲ ۷۵ B



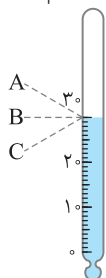
خط‌فکری: در یک وسیله اندازه‌گیری اگر درجه‌بندی روی مورد اندازه‌گیری قرار گیرد مانند درجه‌بندی دماسنج الکلی یا جیوه‌ای که تقسیم‌بندی روی شیشه دماسنج است و یا مانند شکل زیر که خط‌کش روی قطعه قرار دارد اگر از سمت عددهای کوچک‌تر، عدد اندازه‌گیری را بخوانیم، عدد کمتری را گزارش خواهیم کرد و اگر از سمت عددهای بزرگ‌تر عدد اندازه‌گیری را بخوانیم، عدد بزرگ‌تری را گزارش خواهیم کرد.

در مسأله ناظر A از سمت عددهای بزرگ‌تر عدد را می‌خواند بنابراین عدد بزرگ‌تری را (مثلاً 31°C) بیان خواهد کرد. ناظر B عمود نگاه می‌کند و دقت بالایی دارد و درست می‌خواند و ناظر C که از سمت عددهای کوچک‌تر دما را می‌خواند، دمای کمتری مثلاً 29°C را اعلام می‌کند.

تکته: هرگاه در وسیله مدرج، عقربه روی صفحه مدرج قرار داشته باشد، مانند تندی‌سنج خودرو، اگر از سمت عددهای کوچک‌تر عدد خوانده شود، عدد گزارش شده از اندازه واقعی بزرگ‌تر است و بالعکس.

۲ ۷۶ A

خط‌فکری: هرگاه موقع اندازه‌گیری با وسیله مدرج به جای عمود نگاه کردن به وسیله به‌طور مایل به آن نگاه کنیم، در اندازه‌گیری دچار خطا می‌شویم و هرچه از خط عمود دورتر باشیم خطای شما بیشتر است و عدد گزارش شده توسط شما از عدد واقعی دورتر است.



گزینه (۱): اگر B به پیشوند کوچکتر تغییر یکا بدهد، عدد گزارش شده برای B، بزرگتر می شود و چون B در مخرج $(\frac{A}{BC^2})$ قرار دارد، عدد گزارش شده برای کمیت کاهش می یابد و گزینه (۱) نادرست است.

گزینه (۲): اگر A و C به یک پیشوند یکسان کوچکتر مثلاً میلی تغییر کنند، هریک از آنها در عدد ۱۰۰۰ ضرب می شود. $(\frac{1000A}{B(1000C)^2})$ اما چون C توان (۲) دارد و مخرج کسر

است سبب می گردد که عدد بیان شده برای کمیت کوچکتر شود و گزینه (۲) نادرست است. گزینه (۳): A در صورت کسر و B در مخرج آن قرار دارد و اگر به یک پیشوند یکسان بزرگتر تغییر یکا دهند، ضریب پیشوند از صورت و مخرج حذف شده و عدد گزارش شده تغییری نمی کند و گزینه (۳) درست است.

۸۲

یادآوری: یکای نجومی (AU): میانگین فاصله زمین تا خورشید $(1 \text{ AU} \approx 1.5 \times 10^{11} \text{ m})$ است.

سال نوری (ly): مسافتی که نور در مدت یک سال در خلأ طی می کند.

۱. فاصله دو ستاره از هم $5/84 \text{ AU}$ است که آن را بر حسب متر حساب می کنیم.

$$5/84 \text{ AU} \times \frac{1.5 \times 10^{11} \text{ m}}{1 \text{ AU}} = 5/84 \times 1.5 \times 10^{11} \text{ m} = 5.84 \times 10^8 \text{ m}$$

ضریب تبدیل
m به AU

۸۳

۲. یک سال را به ثانیه تبدیل می کنیم.

$$1 \text{ y} = 1 \text{ y} \times \frac{365 \text{ d}}{1 \text{ y}} \times \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ d}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 365 \times 24 \times 3600 \times 10^2 \text{ s}$$

ضریب تبدیل
سال به روز ضریب تبدیل
روز به ساعت ضریب تبدیل
ساعت به ثانیه

۳. مسافت طی شده در مدت یک سال توسط نور خواهد شد:

زمان × تندی = مسافت $\Rightarrow$ مسافت = تندی

$$\Rightarrow 3 \times 10^8 \times 365 \times 24 \times 3600 \times 10^2$$

$$\Rightarrow 3 \times 365 \times 24 \times 3600 \times 10^{10} \text{ m}$$

بنابراین ضریب تبدیل متر به سال نوری خواهد شد:

$$\left(\frac{1 \text{ ly}}{3 \times 365 \times 24 \times 3600 \times 10^{10}} \right)$$

۴. اکنون به کمک ضریب تبدیل می توان نوشت:

$$5/84 \text{ AU} = 5.84 \times 10^8 \text{ m} \times \frac{1 \text{ ly}}{3 \times 365 \times 24 \times 3600 \times 10^{10}} = \frac{1}{3} \times 10^{-2} \approx 0.1 \times 10^{-2}$$

$$5/84 \text{ AU} \approx 10^{-4} \text{ ly}$$

۸۳

۱. آهنگ خروج آب از شیر $10 \text{ cm}^3/\text{s}$ است یعنی در هر ثانیه 10 cm^3 آب درون این ظرف می ریزد بنابراین در مدت $12/5 \text{ s}$ حجم آبی که درون ظرف می ریزد، خواهد شد:

۲. ارتفاع آب 15 cm شده است که 10 cm آن در قسمت پهن ظرف و 5 cm آن در قسمت باریک ظرف است. حجم قسمت پهن را حساب می کنیم

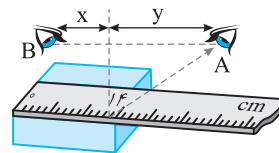
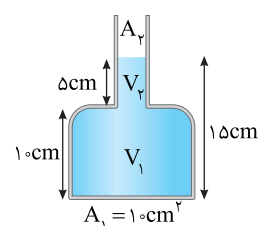
$$V_1 = A_1 h_1 = 10 \times 10 = 100 \text{ cm}^3$$

۳. حجم آب در قسمت باریک برابر است با:

$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow 125 = 100 + V_2 \Rightarrow V_2 = 25 \text{ cm}^3$$

۴. مساحت سطح مقطع قسمت باریک خواهد شد:

$$V_2 = A_2 h_2 \Rightarrow 25 = A_2 \times 5 \Rightarrow A_2 = 5 \text{ cm}^2$$



اگر به خط کش عمود نگاه کنیم عدد اندازه گیری برابر 14 cm است. شخص A که از سمت عددهای بزرگتر به خط کشی که روی جسم است نگاه می کند عددی که گزارش می کند از 14 cm بیشتر است که در مسأله بیان شده 15 cm است. شخص B به خط عمود نزدیکتر است و چون فاصله او از خط عمود کمتر از A است، عدد گزارش شده او با آنکه از 14 cm کمتر است اما به 14 نزدیکتر مثلاً برابر $13/5 \text{ cm}$ است.

۷۷

خط فکری: برای کاهش خطا در اندازه گیری هر کمیت، معمولاً اندازه گیری آن را چند بار تکرار می کنند و میانگین عددهای حاصل از اندازه گیری به عنوان نتیجه اندازه گیری گزارش می شود. البته در میان عددهای متفاوت، اگر یک یا دو عدد اختلاف زیادی با بقیه داشته باشند در میانگین گیری به حساب نمی آیند بنابراین شما باید ابتدا اعدادی که دارای اختلاف زیاد با بقیه هستند شناسایی کرده و کنار بگذارید. سپس میانگین گیری را انجام دهید.

عدد $8/3$ و عدد $3/2$ با سایر اعداد اندازه گیری گزارش شده، اختلاف بیشتری دارند پس در محاسبات حذف می شوند و عدد گزارش شده برابر میانگین بقیه اعداد اندازه گیری است.

$$\frac{5/5 + 5/2 + 5/8 + 5/2}{4} = \frac{21/7}{4} = 5/425 \approx 5/4 \text{ kg}$$

نکته: باید تعداد اعداد حاصل از میانگین گیری با اعشار عددهای گزارش شده یکی باشد.

۷۸

در اعداد گزارش شده، اعداد $1/5$ و $6/45$ از بقیه اعداد فاصله غیر عادی دارند، بنابراین آن ها را دور می ریزیم و بین بقیه اعداد میانگین گیری را انجام می دهیم.

$$t = \frac{3/98 + 4/2 + 4/4}{3} = 4/013 \approx 4/015$$

وسیله اندازه گیری رقمی است و تعداد ارقام بعد از اعشار آن دو رقم است و دقت اندازه گیری این زمان سنج 0.015 s است، بنابراین باید عدد گزارش شده هم دارای دو رقم بعد از اعشار باشد از این رو به جای عدد $4/013$ عدد $4/015$ گزارش می شود.

شماره آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵
زمان سقوط	$4/025$	$3/985$	$6/45$	$1/5$	$4/045$

۷۹

مقدارهای 0.2 g و 0.11 g از بقیه داده ها دور هستند و حذف می شوند و بین مقادیر باقی مانده میانگین را به دست می آوریم.

$$m = \frac{0.25 + 0.22 + 0.21}{3} = 0.22 \text{ g} \Rightarrow 0.22 \text{ g} \times \frac{10^{-3} \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 22 \text{ mg}$$

یخچره دوجداره (سطح دوم)

۸۰

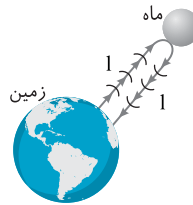
کلاهک پیچ به 50 قسمت تقسیم شده است و در یک دور کامل کلاهک پیچ، فک متحرک ریز سنج 5 mm جابه جا می شود. یعنی هر قسمت کلاهک معادل 0.1 mm است، از این رو 12 قسمت کلاهک برابر 1.2 میلی متر است.

۸۱

خط فکری: به این سؤال ها پاسخ دهید. (۱) یک متر چند سانتی متر است؟ بله، 100 سانتی متر است. (۲) یک متر چند کیلومتر است؟ درست می گوئید یک متر، $\frac{1}{1000}$

کیلومتر است، بنابراین اگر اندازه یک کمیت با یکای کوچکتری بیان شود، عدد بزرگتر می شود و اگر با یکای بزرگتری بیان شود، عدد کوچکتر می شود. حال شما باید در بررسی گزینه ها به این مطلب دقت کنید که عدد بعد از تغییر یکا چه تغییری می کند.

B ۸۴ ۳



مسافتی که موج رادار در رفت و برگشت طی می‌کند مطابق شکل دو برابر فاصله ماه تا زمین است. با توجه به تعریف تندی که در متوسطه اول خوانده‌اید می‌توان نوشت:

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \Rightarrow \text{تندی} \times \text{زمان} = \text{مسافت} \Rightarrow \frac{3 \times 10^8 \text{ km}}{h} = \text{تندی} \times \text{زمان}$$

$$2l = 3 \times 10^8 \times 3 \Rightarrow l = 4.5 \times 10^7 \text{ m}$$

اکنون این فاصله را به یکای نجومی (AU) تبدیل می‌کنیم.

$$l = 4.5 \times 10^7 \text{ m} = 4.5 \times 10^7 \times \left(\frac{1 \text{ AU}}{1.5 \times 10^{11} \text{ m}} \right) \Rightarrow l = 3 \times 10^{-4} \text{ AU}$$

ضریب تبدیل
متر به یکای نجومی

B ۸۵ ۲

ابتدا به کمک میانگین‌گیری دوره T را به دست می‌آوریم. حواسمان باشد زمان‌های داده شده برای سه دوره (۳T) بوده و عدد گزارش شده در آزمایش اول از بقیه نتایج فاصله زیادی دارد و در میانگین‌گیری در نظر گرفته نمی‌شود.

$$3T = \frac{0.88 + 0.94 + 0.86 + 0.92}{4} = \frac{3.6}{4} \Rightarrow 3T = 0.9 \Rightarrow T = 0.3 \text{ s}$$

اکنون به کمک رابطه بین g و T، شتاب گرانشی را حساب می‌کنیم.

$$g = \frac{4\pi^2}{(T^2)} \Rightarrow g = \frac{4 \times \pi^2}{(0.3)^2} = \frac{4 \times 9.86}{0.09} = 438.5 \text{ m/s}^2$$

ینجره ۳

A ۸۶ ۳

با تغییر حالت، جرم ثابت می‌ماند اما حجم تغییر می‌کند که باعث تغییر چگالی می‌شود پس گزینه (۱) نادرست است. هم‌چنین با افزایش دما، جسم منبسط می‌شود حجم افزایش و جرم ثابت می‌ماند، در نتیجه چگالی تغییر می‌کند و گزینه (۲) نادرست است.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \text{چگالی کاهش می‌یابد}$$

برتقال با پوست چگالی کمتری از آب دارد و روی سطح آب باقی می‌ماند اما برتقال بدون پوست، چگالی‌اش بیشتر از آب است و در آب فرومی‌رود و گزینه (۴) نیز نادرست است.

A ۸۷ ۴

مایع کپسول ضدحریق باید روی مایع شعله‌ور قرار بگیرد تا مانع از رسیدن اکسیژن به مایع شعله‌ور شده و باعث خاموش شدن آتش شود. پس باید چگالی مایع ضدحریق کپسول از چگالی مایع در حال اشتعال کمتر باشد، بنابراین گزینه (۴) درست است.

B ۸۸ ۴

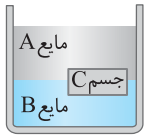
خط‌فکری مایعی که دارای چگالی بیشتر است ته‌نشین شده و مایع‌ها به ترتیب چگالی از چگالی بیشتر به کمتر از کف ظرف روی هم قرار می‌گیرند و مایع با کمترین چگالی در سطح قرار می‌گیرد، بنابراین شما باید بررسی کنید که چگالی A، B و C نسبت به هم چگونه است. با توجه به فرض مسئله $\rho_A = 3\rho_B$ ، از طرفی چگالی مایع C، ۴۰ درصد چگالی مایع A است یعنی خواهیم داشت:

$$\rho_C = \frac{40}{100} \rho_A \Rightarrow \rho_C = \frac{40}{100} \times 3\rho_B \Rightarrow \rho_C = 1.2\rho_B$$

بنابراین ترتیب چگالی‌ها نسبت به هم به صورت $\rho_A > \rho_C > \rho_B$ است و A ته‌نشین و B سطح‌نشین و C بین آن‌ها قرار می‌گیرد.

A ۸۹ ۲

یادآوری هرگاه چگالی جسمی از چگالی مایع بیشتر باشد جسم در آن مایع فرو می‌رود و اگر چگالی جسم از چگالی مایع کمتر باشد جسم بر سطح مایع قرار می‌گیرد.



۱. مایع B ته‌نشین شده بنابراین چگالی آن از چگالی A

$$\rho_B > \rho_A$$

۲. جسم C درون مایع A فرو رفته و در ته مایع A قرار گرفته

$$\rho_C > \rho_A$$

۳. جسم C روی سطح مایع B قرار دارد بنابراین چگالی C از چگالی مایع B کمتر

$$\rho_C < \rho_B$$

۴. نتیجه نهایی این است که: $\rho_B > \rho_C > \rho_A$

A ۹۰ ۱

با توجه به تعریف چگالی:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1.5 = \frac{m}{5 \times 10^{-4}} \Rightarrow m = 5250 \text{ g} \Rightarrow m = 5.25 \text{ kg}$$

A ۹۱ ۴

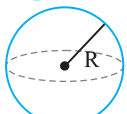
چگالی شمش را حساب می‌کنیم، اگر مقدار به دست آمده مساوی یا نزدیک به چگالی طلا در جدول باشد، شمش طلا خالص است و در غیر این صورت دارای ناخالصی است.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{240 \text{ kg}}{1.5 \times 10^{-4} \text{ m}^3} \Rightarrow \rho = \frac{240}{1.5 \times 10^{-4}} = 1.6 \times 10^6 \text{ kg/m}^3$$

$$\Rightarrow \rho = 1.6 \times 10^6 = 16 \times 10^5 \text{ kg/m}^3$$

چگالی به دست آمده از چگالی طلا در جدول ($19.3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) کمتر است بنابراین شمش ناخالص است.

A ۹۲ ۳



یادآوری ریاضی حجم کره‌ای به شعاع R:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

حجم استوانه‌ای به ارتفاع h و شعاع قاعده R:

$$V = \pi R^2 h$$

حجم مخروط به ارتفاع h و شعاع قاعده R:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

ابتدا حجم کره را حساب می‌کنیم:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \times \pi \times (5 \times 10^{-2})^3$$

$$\Rightarrow V = \frac{500 \times 3.14 \times 10^{-6}}{3} \text{ m}^3$$

اکنون جرم را به کمک رابطه چگالی به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = (6 \times 10^3) \times \frac{500 \times 3.14 \times 10^{-6}}{3} \Rightarrow m = 3.14 \text{ kg}$$

بازی با سؤال می‌خواهیم از فلزی به چگالی 6 g/cm^3 ، یک استوانه

توخالی با شعاع داخلی ۵cm و شعاع خارجی ۱۰cm و ارتفاع ۲۰cm بسازیم، جرم این استوانه چند کیلوگرم می‌شود؟ ($\pi \approx 3$)

$$71 \quad 48 \quad 24 \quad 36$$

گزینه ۴

A ۹۳ ۲

حجم مکعب مستطیل را به کمک تعریف چگالی به دست می‌آوریم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{22}{V} = \frac{2200 \text{ g/cm}^3}{m} \Rightarrow V = \frac{22 \times 2200}{2200} = 22 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V = 6 \text{ cm}^3$$

اکنون می‌توانیم L را حساب کنیم

$$V = 3 \times L \times (1/25L) \Rightarrow 6 = 3/25 L^2 \Rightarrow L^2 = 50 \Rightarrow L = 5 \text{ cm}$$

جرم روغن خواهد شد:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow{\rho = 0.8 \text{ g/cm}^3} m = 0.8 \times 10 \times 10 = 80 \text{ g}$$

۴ ۱۰۰ A

خط فکری جرم ظرف خالی و مجموع جرم ظرف و مایع درون آن را نیز در اختیار داریم بنابراین جرم مایع را می‌توانید به‌دست بیاورید و با تعریف چگالی، حجم مایع درون ظرف را حساب کنید که در واقع گنجایش ظرف به‌دست می‌آید که حجم روغن ریخته شده در ظرف نیز همان حجم ظرف است، بنابراین چگالی روغن قابل محاسبه می‌شود. جرم مایع اول برابر $540 - 300 = 240 \text{ g}$ است، به کمک تعریف چگالی حجم مایع که برابر با حجم ظرف است، خواهد شد:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{240}{1.2} \Rightarrow V = 200 \text{ cm}^3$$

جرم روغن برابر $460 - 300 = 160 \text{ g}$ و حجم روغن که همان حجم ظرف است برابر با 200 cm^3 است. در این صورت، چگالی روغن را می‌توان حساب کرد.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{160}{200} \Rightarrow \rho = 0.8 \text{ g/cm}^3 = 0.8 \text{ g/L}$$

۱ ۱۰۱ A

باتوجه تعریف چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ ، شیب خط نمودار $m - V$ یک جسم برابر چگالی آن است. بنابراین چگالی جسم خواهد شد:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{2/5}{2/5} \Rightarrow \rho = 3 \text{ g/cm}^3 = 3 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

حجم $2/25 \text{ kg}$ از این ماده خواهد شد:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 3 \times 10^3 = \frac{2/25}{V} \Rightarrow V = \frac{2/25}{3 \times 10^3}$$

$$\Rightarrow V = 0.75 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \Rightarrow V = 0.75 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

میانبر چگالی یک جسم ثابت است از این رو می‌توان نوشت:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

۴ ۱۰۲ A

در دمای ثابت انبساط و انقباض برای جسم رخ نمی‌دهد، بنابراین چگالی آن ثابت است، از طرفی چگالی از ویژگی‌های ساختاری ماده است و با تغییر حجم، چگالی ثابت می‌ماند. به‌طور مثال اگر یک کره توپر از جنس مس داشته باشید و بخواهید یک کره توپر بزرگ‌تر از مس بسازید، همگام با افزایش حجم کره، جرم آن نیز تغییر می‌کند به‌طوری که چگالی ثابت می‌ماند.

۲ ۱۰۳ A

خط فکری هرگاه جسمی در مایعی فرو رود، حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم است. بنابراین با تغییر سطح آب درون استوانه شما حجم جسم را در اختیار دارید و می‌توانید چگالی جسم را به‌دست آورید.

$$V = 54 - 50 = 4 \text{ cm}^3$$

حجم گلوله برابر حجم آب جابه‌جا شده درون استوانه است:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{42}{4} = 10.5 \text{ g/cm}^3$$

چگالی گلوله برابر با 10.5 g/cm^3 خواهد شد.

۱ ۱۰۴ A

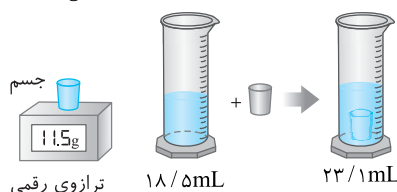
ترازوی رقمی جرم جسم را $11/5 \text{ g}$ نشان داده است از طرفی حجم جسم برابر حجم مایع جابه‌جا شده در استوانه مدرج است.

$$V_{\text{جسم}} = 23/1 - 18/5 \Rightarrow V_{\text{جسم}} = 4/6 \text{ mL} = 4/6 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{11/5}{4/6} \Rightarrow \rho = 2/5 \text{ g/cm}^3$$

چگالی را برحسب kg/m^3 به‌دست می‌آوریم.

$$\rho = 2/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} \Rightarrow \rho = 2/5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 2500 \text{ kg/m}^3$$



یادآوری ریاضی (ارتفاع × مساحت قاعده) $\Rightarrow \frac{1}{3} \times \text{حجم مخروط}$

$$P = \frac{m}{V} = \frac{54 \times 10^{-1}}{\frac{1}{3} \times (3) \times (10^{-2}) \times (2 \times 10^{-1})} = 27 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$$

با توجه به تعریف چگالی $\frac{m}{V}$ یعنی چگالی ثابت می‌ماند و یا اگر آن را از

۴ ۹۵ A

چگالی از ویژگی‌های ساختاری یک عنصر است. مثلاً اگر سیمی را از وسط نصف کنید، جرم هر قسمت آن نیز نصف می‌شود و نسبت $\frac{m}{V}$ یعنی چگالی ثابت می‌ماند و یا اگر آن را از دستگاهی بگذرانید تا باریک شود قطعاً طول آن زیاد می‌شود و حجم آن ثابت می‌ماند و چون جرم آن ثابت است، نسبت $\frac{m}{V}$ یعنی چگالی ثابت است. بنابراین چگالی تغییر نمی‌کند.

۳ ۹۶ A

جرم جسم ثابت است و حجم آن افزایش یافته بنابراین چگالی جسم کاهش می‌یابد $(\rho \downarrow = \frac{m}{V \uparrow})$. با نوشتن رابطه چگالی در دو حالت مسئله قابل حل است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ \rho' = \frac{m}{V + \Delta V} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{V}{V + \Delta V} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{1}{1 + \Delta V/V} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{1}{1 + 0.5} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

بازی با سؤال درون یک ظرف دارای پیستون مقداری گاز محبوس است. اگر توسط پیستون حجم ظرف را نصف کنیم، چگالی گاز درون ظرف چند برابر می‌شود؟

$$\frac{1}{2} \quad 2 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \text{تغییر نمی‌کند}$$

۲ گزینه

۳ ۹۷ A

ابتدا به کمک یک تناسب ساده مجموع جرم انسان‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{60} \quad \frac{60}{7 \times 10^9} \quad m_{\text{کل}} = 420 \times 10^9 \text{ kg}$$

با داشتن جرم به کمک چگالی، حجم کل آدم‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{420 \times 10^9}{1000} = 420000 \text{ m}^3$$

۴ ۹۸ A

با یک تست با محاسبات ریاضی عجیب و غریب روبه‌رو هستیم. حل تست ساده است با استفاده از حجم کره حجم نوترون را حساب می‌کنیم و چگالی را به‌دست می‌آوریم اما محاسبات آن فراموش نشدنی است.

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (1.5 \times 10^{-15})^3 = 4.71 \times 10^{-45} \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{1.7 \times 10^{-27} \times 10^{-24}}{4.71 \times 10^{-45}} = \frac{1.7 \times 10^{-51}}{4.71 \times 10^{-45}} = 3.6 \times 10^{-6} \text{ g/cm}^3$$

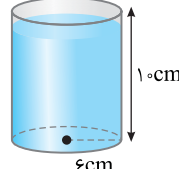
$$\rho = \frac{1.7}{4 \times (1.5)^3} \times 10^{-18} = 0.71 \times 10^{-15} \Rightarrow \rho = 7.1 \times 10^{-16} \text{ g/cm}^3$$

برای اینکه وارد محاسبات پیچیده نشویم از این راه نیز می‌توانیم پاسخ صحیح را پیدا کنیم:

$$(8/4)^3 = 8^3 = 512 \quad 8/4 \text{ تقریباً برابر ۲ می‌گیریم و } 1/7 \text{ را تقریباً برابر ۲:}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{2 \times 10^{-24}}{4 \times 512 \times 10^{-42}} = \frac{10^{-24}}{1024 \times 10^{-42}} = \frac{10^{-18}}{1024} = 10^{-21} \text{ g/cm}^3$$

۴ ۹۹ A



حداکثر مقدار روغن یعنی تمام ظرف پر از روغن شده باشد. بنابراین حجم روغن باید برابر گنجایش ظرف باشد. گنجایش ظرف را حساب می‌کنیم:

$$V = \pi R^2 h \Rightarrow V = 3 \times (6)^2 \times 10 \Rightarrow V = 1080 \text{ cm}^3$$

جرم فلز را به کمک تعریف چگالی حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 5 \times 4 \times 3 \times 7 \Rightarrow m = 740 \text{ g} = 0.74 \text{ kg}$$

۴ ۱۱۰ A

حجم ماده‌ای که پوستهٔ کروی از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم.

$$V = \frac{4}{3} \pi (r_0^3 - r_1^3) \Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi [(2a)^3 - a^3] \Rightarrow V = \frac{28\pi}{3} a^3$$

با استفاده از تعریف چگالی، a را حساب می‌کنیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{30}{\frac{28\pi}{3} a^3} = \frac{4 \times 10^{-2} \times 10^3}{\frac{28\pi}{3} a^3} \Rightarrow 10 a^3 = 10 \Rightarrow a = 1 \text{ cm}$$

۴ ۱۱۱ B

حجم ماده‌ای که لوله از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم.

$$V = \pi (r_0^2 - r_1^2) h \Rightarrow V = \pi [(1/10)^2 - a^2] \times 10 \Rightarrow V = 2/10 \pi a^3$$

اکنون به کمک تعریف چگالی، a را حساب می‌کنیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{1}{\pi} = \frac{2/10 \times 10^3}{2/10 \pi a^3} \Rightarrow a^3 = \frac{10^3}{8} \Rightarrow a = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

۲ ۱۱۲ A

با توجه به رابطهٔ جرم و چگالی، حجم قسمت توپر را حساب می‌کنیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V_{\text{توپر}} = \frac{18900}{2/7} = 7000 \text{ cm}^3$$

با توجه به شعاع خارجی، حجم کل گوی را حساب می‌کنیم.

$$V_{\text{کل}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow V_{\text{کل}} = \frac{4}{3} \times 3 \times (15)^3 = 13500 \text{ cm}^3$$

بنابراین حجم حفره که از روغن پر می‌شود، برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = 13500 - 7000 = 6500 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 0.8 \times 6500 = 5200 \text{ g} = 5.2 \text{ kg}$$

جرم روغن خواهد شد:

۲ ۱۱۳ B

نقطهٔ نظر: ابتدا با داشتن جرم قطعه طلا و چگالی طلا، حجم طلایی که در ساختن

این قطعه به کار رفته است را حساب کنید و با مقایسهٔ حجم طلای به کار برده شده با حجم ظاهری طلا می‌توانید حجم حفرهٔ درون آن را به‌دست آورید.

۱ حجم طلای به کار برده شده در این قطعه برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{1900 \text{ kg/m}^3 = 19 \text{ g/cm}^3}{m = 1995 \text{ g}} \Rightarrow 19 = \frac{1995}{V} \Rightarrow V = \frac{1995}{19} \Rightarrow V = 105 \text{ cm}^3$$

۲ حجم حفرهٔ درون قطعه خواهد شد:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{فلز}} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = 1210 - 105 = 1105 \text{ cm}^3$$

۳ ۱۱۴ B

ابتدا با توجه به چگالی فلز و جرم مکعب، حجم فلزی که مکعب از آن ساخته شده است

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 8 = \frac{6000}{V} \Rightarrow V_{\text{فلز}} = 750 \text{ cm}^3$$

را به‌دست می‌آوریم:

$$V = a^3 \Rightarrow V_{\text{مکعب}} = 10^3 \text{ cm}^3$$

حال حجم ظاهری مکعب کامل را حساب می‌کنیم:

حجم مکعب کامل از حجم فلزی که مکعب مسئله از آن ساخته شده بیشتر است.

بنابراین مکعب مسئله دارای فضای خالی با حجم $1000 - 750 = 250 \text{ cm}^3$ است.

۳ ۱۱۵ B

۱ ابتدا حجم ظاهری کرهٔ کامل را حساب می‌کنیم

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \times 3 \times 125 \Rightarrow V = 500 \text{ cm}^3$$

۲ با توجه به چگالی و جرم کره، حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V_{\text{فلز}} = \frac{m}{\rho} = \frac{1080}{2/7} \Rightarrow V_{\text{فلز}} = 400 \text{ cm}^3$$

به‌دست می‌آوریم:

۱ ۱۰۵ A

نقطهٔ نظر:

حجم مقدار مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسمی است که در مایع فرو می‌رود. در این مسئله مایع جابه‌جا شده از ظرف بیرون ریخته است بنابراین ابتدا باید حجم مایع بیرون ریخته را به کمک چگالی مایع حساب کنید و این حجم همان حجم قطعه فلز است که به کمک آن می‌توانید جرم قطعه فلز را حساب کنید.

حجم الکلی بیرون ریخته شده را حساب می‌کنیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho = 0.8 \text{ g/cm}^3}{m = 160 \text{ g}} \Rightarrow 0.8 = \frac{160}{V} \Rightarrow V = 200 \text{ cm}^3$$

بنابراین حجم قطعه فلز برابر 200 cm^3 است و می‌توان جرم آن را حساب کرد.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 2/7 = \frac{m}{200} \Rightarrow m = 540 \text{ g}$$

۳ ۱۰۶ A

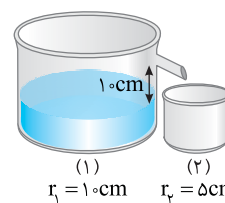
مساحت سطح مقطع داخلی استوانه $A = 10 \text{ cm}^2$ و ارتفاع آب جابه‌جا شده 12 cm است بنابراین حجم آب جابه‌جا شده که برابر حجم جسم است را می‌توان حساب کرد.

$$V_{\text{فلز}} = Ah \Rightarrow V_{\text{فلز}} = 10 \times 12 = 120 \text{ cm}^3$$

جرم قطعه فلز 900 g است بنابراین چگالی فلز برابر خواهد شد با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{900}{120} \Rightarrow \rho = 7.5 \text{ g/cm}^3$$

۴ ۱۰۷ B



وقتی سنگ را درون ظرف قرار می‌دهیم به اندازهٔ حجم سنگ، روغن جابه‌جا می‌شود.

بنابراین ابتدا حجم سنگ را حساب می‌کنیم

$$V_{\text{سنگ}} = \Delta V_{\text{روغن}}$$

$$V_{\text{سنگ}} = \left(\frac{m}{\rho} \right)_{\text{سنگ}} = \frac{18000}{5} = 3600 \text{ cm}^3$$

حجم مایع جابه‌جا شده برابر 3600 cm^3 است. ابتدا حجم مایع را برای ارتفاع 10 cm طرف (۱) حساب می‌کنیم.

بنابراین از 3600 cm^3 مایع جابه‌جا شده 3000 cm^3 در ظرف (۱) است و باقی آن یعنی $3600 - 3000 = 600 \text{ cm}^3$ در ظرف (۲) ریخته شده است. اکنون ارتفاع مایع در ظرف (۲) را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V_2 = \pi r_2^2 h \Rightarrow 600 = 3 \times (5)^2 \times h \Rightarrow h = 8 \text{ cm}$$

۴ ۱۰۸ B

نکته: همواره حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم و یا حجم قسمتی از جسم است که در مایع فرو رفته است.

۱ با قرار گرفتن جسم، آب 20 cm بالا آمده است. حجم آب جابه‌جا شده را حساب می‌کنیم.

$$\Delta V_{\text{آب}} = A \Delta h \Rightarrow \frac{A = 20 \text{ cm}^2}{\Delta h = 20 \text{ cm}} \Rightarrow \Delta V_{\text{آب}} = 20 \times 20 = 400 \text{ cm}^3$$

۲ حجم آب جابه‌جا شده برابر $\frac{1}{5}$ حجم جسم است که در مایع فرو رفته بنابراین حجم

$$\Delta V_{\text{آب}} = \frac{1}{5} V_{\text{جسم}} \Rightarrow 200 = \frac{1}{5} V_{\text{جسم}} \Rightarrow V_{\text{جسم}} = 1000 \text{ cm}^3$$

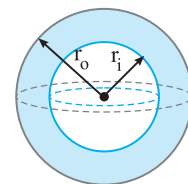
جسم خواهد شد:

۳ جرم جسم 2 kg و حجم آن 1000 cm^3 است. بنابراین چگالی جسم برابر است

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{2}{1000 \times 10^{-6}} \Rightarrow \rho = 2000 \text{ kg/m}^3$$

با:

۱ ۱۰۹ A



یادآوری ریاضی: حجم کره‌ای با شعاع خارجی r_0 و شعاع داخلی r_1 از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$V = \frac{4}{3} \pi r_0^3 - \frac{4}{3} \pi r_1^3 = \frac{4}{3} \pi (r_0^3 - r_1^3)$$

ابتدا حجم کره که از فلز ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم:

$$V = \frac{4}{3} \pi r_{\text{خارجی}}^3 - \frac{4}{3} \pi r_{\text{داخلی}}^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \times 3 \times (64 - 27) \Rightarrow V = 4 \times 37 \text{ cm}^3$$

یاز با سوال چگالی جسم A، $\frac{2}{3}$ چگالی جسم B است. اگر جرم

۵۰ cm^۳ از جسم A برابر ۷۵۰ g باشد، جرم ۶۰ cm^۳ از جسم B چند گرم است؟

گزینه ۴: ۱۳۵۰ (۴) ۱۱۲۵ (۳) ۶۰۰ (۲) ۹۰۰ (۱)

۳ ۱۱۸ A

خط فکری نسبت جرم‌ها را دارید ($\frac{m_A}{m_B} = 1$)، نسبت حجم‌ها را حساب کنید تا

بتوانید نسبت چگالی‌ها را به دست آورید.

نسبت چگالی‌ها برابر است با:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{V_B}{V_A}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{60}{50} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{6}{5}$$

یاز با سوال قطر یک گلوله توپر آلومینیومی دو برابر قطر یک گلوله توپر

مسسی است. اگر جرم گلوله آلومینیومی $\frac{2}{4}$ برابر جرم گلوله مسی باشد، چگالی آلومینیوم چند برابر چگالی مس است؟

گزینه ۳: ۰/۴ (۴) ۰/۳ (۳) ۰/۲ (۲) ۰/۱ (۱)

۱ ۱۱۹ A

استوانه و مکعب هم جنس هستند. بنابراین $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1$ است.

حجم مکعب برابر است با: $V_1 = a^3$

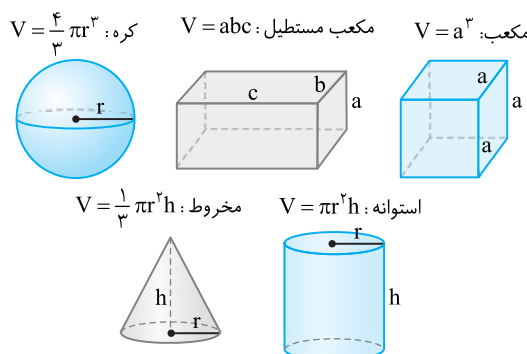
حجم استوانه برابر است با:

$$V_2 = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times a = \frac{\pi a^3}{4}$$

$$\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{\pi a^3}{4}}{a^3} = \frac{1}{4}$$

۳ ۱۲۰ B

یادآوری ریاضی یادآوری حجم بعضی از اجسام هندسی:



جرم مخروط و جرم مکعب با هم برابر است ($m_1 = m_2$) ارتفاع مخروط برابر طول

ضلع مکعب یعنی $h = a$ و شعاع آن نصف طول ضلع مکعب ($r = \frac{a}{2}$) است. حجم

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow V_2 = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times a = \frac{\pi a^3}{4} \Rightarrow V_1 = \frac{a^3}{4}$$

۳ در این صورت حجم حفره درون کره فلزی خواهد شد:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهر کره}} - V_{\text{فلز}} = 500 - 400 = 100 \text{ cm}^3$$

۴ درصد حجم حفره از حجم کل کره برابر است با: $\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{کره}}} \times 100 = \frac{100}{500} \times 100 = 20\%$

یاز با سوال درون مکعبی برنزی به جرم ۶/۴ kg که طول هر ضلع آن

۱۰ cm است، حفره‌ای وجود دارد. اگر چگالی برنز 8 g/cm^3 باشد، چند

درصد از حجم این مکعب برنزی را حفره تشکیل داده است؟

گزینه ۱: ۱۵ (۴) ۵ (۳) ۱۰ (۲) ۲۰ (۱)

۱ ۱۱۶ C

۱ حجم ظاهری مکعب برابر است با: $V_{\text{ظاهر}} = a^3$

۲ حجم حفره کره‌ی با شعاع $\frac{a}{2}$ خواهد شد:

$$V_{\text{حفره}} = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \times \frac{a^3}{8} = \frac{\pi a^3}{6}$$

۳ حجم فلز به کار رفته برای ساخت این مکعب را حساب می‌کنیم.

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهر}} - V_{\text{فلز}} \Rightarrow \frac{\pi a^3}{6} = a^3 - V_{\text{فلز}} \Rightarrow V_{\text{فلز}} = a^3 - \frac{\pi a^3}{6}$$

۴ جرم فلز خواهد شد: $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V_{\text{فلز}} = 8 \times \left(a^3 - \frac{\pi a^3}{6}\right) = 4a^3$

۵ حجم مایع درون حفره برابر حجم حفره $\frac{a^3}{6}$ است بنابراین جرم مایع را می‌توان

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V} \Rightarrow m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} \times \frac{a^3}{6} = a^3$$

حساب کرد.

۶ با توجه به فرض مسئله مجموع جرم مایع و جرم فلز ۹۵۰ g است بنابراین می‌توان

$$m_{\text{فلز}} + m_{\text{مایع}} = 950 \quad (1)$$

نوشت:

۷ نسبت جرم فلز به جرم مایع را حساب می‌کنیم.

$$\frac{m_{\text{فلز}}}{m_{\text{مایع}}} = \frac{4a^3}{a^3} = 4 \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 4m_{\text{مایع}}$$

در رابطه (۱) جای گذاری می‌کنیم:

$$4m_{\text{مایع}} + m_{\text{مایع}} = 950 \Rightarrow 5m_{\text{مایع}} = 950 \Rightarrow m_{\text{مایع}} = 190 \text{ g}$$

یاز با سوال مطابق شکل استوانه‌ای

توخالی به ارتفاع ۴۰ cm به شعاع داخلی ۵ cm

و شعاع خارجی R از یک فلز با چگالی

3500 kg/m^3 ساخته شده است. اگر استوانه را

از آب پر کنیم، جرم مجموع برابر ۷/۶۲

کیلوگرم می‌شود. R چند سانتی‌متر است؟

($\pi \approx 3, \rho_{\text{آب}} = 1 \text{ kg/lit}$)

گزینه ۲: ۳ (۴) ۴ (۳) ۶ (۲) ۲ (۱)

۱ ۱۱۷ A

خط فکری در فرض مسئله چگالی جسم A، $\frac{1}{5}$ برابر چگالی جسم B است بنابراین شما کافی

است $\rho_A = \frac{1}{5}\rho_B$ را نوشته و مقدارهای داده شده در مسئله را در این رابطه جای گذاری کنید.

$$\rho_A = \frac{1}{5}\rho_B \Rightarrow \frac{m_A}{V_A} = \frac{1}{5} \times \frac{m_B}{V_B}$$

$$\frac{m_B = 200 \text{ g}, V_B = 50 \text{ cm}^3}{m_A = ?, V_A = 20 \text{ cm}^3} \Rightarrow \frac{m_A}{20} = \frac{1}{5} \times \frac{200}{50} \Rightarrow m_A = 120 \text{ g}$$



۲ ۱۲۴ A

هرگاه جسمی درون مایعی قرار گیرد حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم است. اکنون که ظرف در دو حالت لبریز است بنابراین حجم مقدار مایعی که از ظرف بیرون می‌ریزد برابر حجم جسم است. در نتیجه حجم مایع بیرون ریخته در دو حالت یکسان و برابر حجم جسم است.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{m_2}{\rho_2} \Rightarrow \frac{m}{\rho_1} = \frac{2m}{\rho_2} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = 2$$

از این‌رو می‌توان نوشت:

۴ ۱۲۵ B

نکته: نسبت چگالی‌ها از ما خواسته شده است بنابراین شما باید ابتدا نسبت جرم‌ها و نسبت حجم‌ها را به دست بیاورید سپس نسبت $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ را حساب کنید.

۱. حجم استوانه توپر A برابر است با: $V_A = \pi R^2 h_A = \pi R^2 h$

۲. ارتفاع و شعاع خارجی استوانه توخالی برابر ارتفاع و شعاع استوانه A است.

$(R_i = \frac{R}{2})$ و شعاع داخلی آن نصف شعاع خارجی است. $(R_o = R \text{ و } h_A = h_B)$

بنابراین حجم استوانه خواهد شد:

$$V_B = \pi(R_o^2 - R_i^2)h_B \Rightarrow V_B = \pi(R^2 - \frac{R^2}{4})h = \frac{3}{4}\pi R^2 h$$

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{\frac{3}{4}\pi R^2 h}{\pi R^2 h} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{3}{4}$$

نسبت $\frac{V_B}{V_A}$ را به دست می‌آوریم.

۴. نسبت چگالی‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{m_A = m_B} \frac{\rho_A}{\rho_B} = 1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

۲ ۱۲۶ B

با توجه به تعریف چگالی:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = 3 \times \frac{\pi(r_B^2 - \frac{r_B^2}{4})h_B}{\pi r_A^2 h_A} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 3 \times \frac{(\frac{3}{4}r_B^2)}{(r_B^2)} \times \frac{h_B}{3h_B} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3}{16}$$

۳ ۱۲۷ B

یادآوری ریاضی: حجم کره توپر $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ و حجم کره توخالی با شعاع

$$V_{\text{توخالی}} = \frac{4}{3}\pi(R_o^3 - R_i^3)$$

خارجی R_o و شعاع داخلی R_i برابر است با:

با توجه به برابر بودن جرم‌ها و داشتن چگالی‌ها می‌توان نسبت حجم‌ها را حساب کرد.

$$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B$$

$$\rho_A = 4 \text{ g/cm}^3, \rho_B = 8 \text{ g/cm}^3 \rightarrow 4 \times 2 \times V_A = 8 \times 4 \times V_B$$

$$\Rightarrow V_A = 2V_B \quad (1)$$

شعاع کره A و شعاع خارجی کره B یکسان و برابر $R_A = R_{B_o} = R$ است.

$$V_A = \frac{4}{3}\pi R^3$$

حجم کره A برابر است با:

$$V_B = \frac{4}{3}\pi(R_o^3 - R_i^3) = \frac{4}{3}\pi(R^3 - R_i^3)$$

حجم کره B برابر است با:

اکنون حجم‌های به دست آمده را در رابطه (۱) قرار می‌دهیم و شعاع داخلی B را حساب می‌کنیم.

$$V_A = 2V_B \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 2 \times (\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi R_i^3)$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R_i^3 = \frac{R^3}{2} \Rightarrow R_i = \frac{R}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow R_i = \frac{\sqrt[3]{4}}{2} R$$

حجم مکعب با ضلع a برابر $V_p = a^3$ است.

اکنون V_1 و V_2 را داریم، نسبت $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} \rho_1 = \frac{m_1}{V_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{m_1 = m_2} \rho_1 = 1 \times \frac{a^3}{\frac{a^3}{4}} \Rightarrow \rho_1 = 4 \\ \rho_2 = \frac{m_2}{V_2} \end{cases}$$

۲ ۱۲۱ B

شعاع کره A، ۲۵ درصد کمتر از شعاع کره B است.

$$R_A = R_B - 0.25R_B \Rightarrow R_A = \frac{3}{4}R_B$$

حال با توجه به نسبت شعاع، نسبت حجم را حساب می‌کنیم:

$$V_A = \frac{4}{3}\pi R_A^3, \quad V_B = \frac{4}{3}\pi R_B^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{27}{64}$$

$$\frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{27}{64}$$

جرم کره A نصف جرم کره B است. به کمک نسبت جرم و حجم، نسبت چگالی را به دست می‌آوریم.

$$m_A = \frac{1}{2}m_B \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V} \rho_A V_A = \frac{1}{2}\rho_B V_B$$

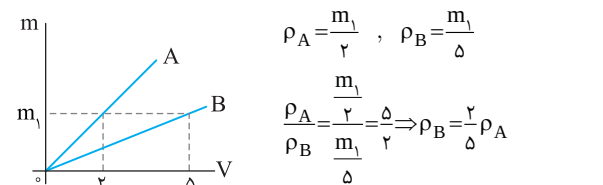
$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1}{2} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1}{2} \times \frac{64}{27} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{32}{27} \Rightarrow \rho_A = \frac{32}{27}\rho_B$$

درصد بیشتر بودن ρ_A نسبت به ρ_B را حساب می‌کنیم.

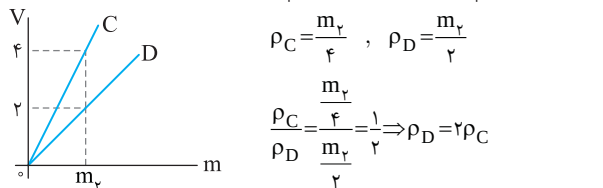
$$\frac{\rho_A - \rho_B}{\rho_B} \times 100 = \frac{\frac{32}{27}\rho_B - \rho_B}{\rho_B} \times 100 = \frac{5}{27} \times 100 \approx 18.5\%$$

۴ ۱۲۲ A

در نمودار (الف) چگالی‌های A و B را با هم مقایسه می‌کنیم:



در نمودار (ب) هم چگالی‌ها را مقایسه می‌کنیم:



۳ ۱۲۳ B

با توجه به نسبت چگالی‌های داده شده و $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho_A = \frac{5}{2}\rho_B \Rightarrow \frac{m_A}{V_A} = \frac{5}{2} \frac{m_B}{V_B} \xrightarrow{m_A = m_B + 1, V_A = 2L, V_B = 4L} \frac{m_B + 1}{2} = \frac{5}{2} \frac{m_B}{4}$$

$$\Rightarrow m_B + 1 = \frac{5}{4}m_B \Rightarrow \frac{m_B}{4} = 1 \Rightarrow m_B = 4 \text{ kg}$$

جرم ۴L مایع B برابر ۴kg شده است بنابراین چگالی B خواهد شد:

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{4}{4} = 1 \text{ kg/L}$$

چگالی همواره مقداری ثابت است، بنابراین جرم ۱۰L از جسم B را به کمک چگالی

$$\rho_B = \frac{m'_B}{V'_B} \Rightarrow 1 = \frac{m'_B}{10} \Rightarrow m'_B = 10 \text{ kg}$$

می‌توان حساب کرد:

۱ ۱۳۱ B

یادآوری هرگاه در اثر مخلوط کردن دو جسم، مجموع حجم آن‌ها ثابت بماند در این صورت چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$$

باید ابتدا حجم مایع A و حجم مایع B را به کمک داده‌های مسئله حساب کنیم. چگالی مایع A و B برحسب kg/m^3 خواهد شد.

$$\rho_A = 1200 \text{ g/L} = 1200 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{10^{-3} \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \Rightarrow \rho_A = 1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

به همین ترتیب $\rho_B = 1500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ خواهد شد.

حجم مایع A را حساب می‌کنیم

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow 1200 = \frac{2}{V_A} \Rightarrow V_A = \frac{2}{1200} \Rightarrow V_A = \frac{1}{600} \text{ m}^3$$

حجم مایع B را به دست می‌آوریم.

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow 1500 = \frac{4}{V_B} \Rightarrow V_B = \frac{4}{1500} = \frac{2}{750} \text{ m}^3$$

چگالی مخلوط خواهد شد:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \Rightarrow \rho = \frac{2 + 4}{\frac{1}{600} + \frac{2}{750}} = \frac{6}{\frac{1}{600} + \frac{2}{750}} \Rightarrow \rho = \frac{1800}{13}$$

۳ ۱۳۲ B

چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$$

دقت کنید که در صورت مسئله چگالی مایع A و چگالی مایع B داده شده و نسبت حجم‌ها خواسته شده است. بنابراین ما باید جرم‌ها را برحسب حجم و چگالی بنویسیم.

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{m = \rho V} \rho = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\frac{\rho_A = 600 \text{ g/L} = 600 \text{ g/cm}^3}{\rho_B = 800 \text{ g/L} = 800 \text{ g/cm}^3} \rightarrow \frac{600}{800} = \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{V_A}{V_B}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} V_A = \frac{3}{4} V_B \Rightarrow \frac{3}{4} V_A = \frac{3}{4} V_B \Rightarrow \frac{3}{4} V_A = \frac{3}{4} V_B$$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{3}{4} = \frac{1}{1.33}$$

۱ ۱۳۳ A

چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$$

جرم‌ها را برحسب ρV می‌نویسیم ($m = \rho V$):

$$\rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{\frac{V_1 = \frac{1}{3} V}{V_2 = \frac{2}{3} V}} \rho = \frac{\rho_1 \times \frac{1}{3} V + \rho_2 \times \frac{2}{3} V}{V} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

۲ ۱۳۴ B

با توجه به نمودار اگر جرم A و B یکسان و باشد، حجم A برابر 10 cm^3 و حجم B برابر 5 cm^3 است. حال در سؤال چگالی مخلوط خواسته شده در حالتی که جرم یکسانی از A و B در مخلوط ریخته شود. می‌توان فرض کرد که این جرم یکسان برابر

$$\bar{\rho} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \Rightarrow \bar{\rho} = \frac{12 + 12}{10 + 5} = \frac{24}{15} = \frac{8}{5} = 1.6 \text{ g/cm}^3 \text{ است:}$$

۳ ۱۳۵ B

خط فکری شیب نمودار جرم برحسب حجم یک ماده برابر چگالی آن ماده است، بنابراین ابتدا چگالی‌های دو ماده A و B را حساب کنید. حجم ماده B را بیابید سپس به کمک رابطه چگالی، جرم A را حساب کنید.

۲ ۱۲۸ B

خط فکری

جنس استوانه و جنس کره یکسان است. بنابراین چگالی در دو حالت برابر است و چون ρ ثابت است قطعاً نسبت $\frac{m}{V}$ در دو حالت با هم برابر است، بنابراین شما باید

حجم استوانه و کره را حساب کنید، سپس نسبت $\frac{m}{V}$ را در دو حالت برابر قرار دهید.

حجم استوانه را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{استوانه}} = [\pi(r_0^2 - r_1^2)] \times h$$

$$h = 2R, R_0 = R, R_1 = \frac{R}{2} \rightarrow \pi(R^2 - \frac{R^2}{4}) \times 2R = \frac{3}{4} \pi R^3$$

حجم کره را نیز حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi(r_0^3 - r_1^3)$$

$$\xrightarrow{r_0 = R, R_1 = \frac{R}{2}} V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi[R^3 - (\frac{R}{2})^3] = \frac{4}{3} \pi(\frac{7}{8} R^3) = \frac{7}{6} \pi R^3$$

چون چگالی ثابت است از این‌رو:

$$\rho_{\text{کره}} = \rho_{\text{استوانه}} \Rightarrow \frac{M_{\text{کره}}}{V_{\text{کره}}} = \frac{M_{\text{استوانه}}}{V_{\text{استوانه}}} \Rightarrow \frac{M_{\text{کره}}}{M_{\text{استوانه}}} = \frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{استوانه}}}$$

$$\Rightarrow \frac{M_{\text{کره}}}{M} = \frac{\frac{7}{6} \pi R^3}{\frac{3}{4} \pi R^3} \Rightarrow M_{\text{کره}} = \frac{7}{9} M$$

۳ ۱۲۹ B

۱. حجم آب حاصل از ذوب یخ برابر گنجایش ظرف است $V_{\text{آب}} = 720 \text{ cm}^3$

۲. جرم آب حاصل از ذوب یخ را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}} \xrightarrow{\rho = 1 \text{ g/cm}^3} 1 = \frac{m}{720} \Rightarrow m = 720 \text{ g}$$

۳. جرم یخ نیز برابر جرم آب تولید شده یعنی 720 g است.

۴. حجم یخ ذوب شده برابر است با: $\rho_{\text{یخ}} = \frac{m_{\text{یخ}}}{V_{\text{یخ}}} \Rightarrow 0.9 = \frac{720}{V} \Rightarrow V = 800 \text{ cm}^3$

۳ ۱۳۰ C

خط فکری

به چگالی یخ $\rho = 0.9 \text{ g/cm}^3$ و چگالی آب $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ دقت کنید. چگالی آب بیشتر از چگالی یخ است با توجه به اینکه هنگام ذوب، جرم جسم

ثابت می‌ماند. باید حجم آب از حجم یخ کمتر باشد $\rho = \frac{m_{\text{ثابت}}}{V_{\downarrow}}$ به همین دلیل هنگام

ذوب یخ، حجم کل مخلوط کاهش یافته است.

$$m_i = m_W$$

جرم یخ و جرم آب حاصل از ذوب آن برابر است:

با توجه به صورت مسئله حجم، 5 cm^3 کم شده است یعنی اکنون می‌توان نوشت:

$$V_W = V_i - 5$$

$$m_i = m_W \xrightarrow{m = \rho V} \rho_i V_i = \rho_W V_W \Rightarrow 0.9 \times V_i = 1 \times (V_i - 5)$$

$$\Rightarrow V_i = 50 \text{ cm}^3$$

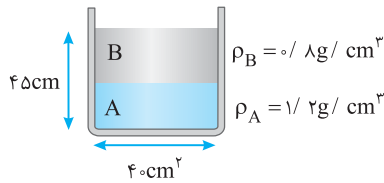
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m_i = \rho_i V_i \Rightarrow m_i = 0.9 \times 50 = 45 \text{ g}$$

بنابراین جرم یخ خواهد شد:

پایه یا سؤال ظرفی محتوی آب را که قطعه یخی بر سطح آن شناور است حرارت می‌دهیم تا همه یخ ذوب شود به طوری که 3 cm^3 از حجم مخلوط آب و یخ کاسته می‌شود. اگر چگالی یخ 0.9 g/cm^3 و چگالی آب 1 g/cm^3 باشد، حجم یخ اولیه چند سانتی‌متر مکعب بوده است؟

۲۷ (۱) ۱/۸ (۲) ۴/۵ (۳) ۳۰ (۴)

گزینۀ ۴



اکنون چگالی مخلوط را حساب می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{۱۷۲۸}{۱۸۰۰} = ۰/۹۶ \text{ g/cm}^3$$

روش دیگر: با استفاده از تعریف چگالی، جرم مایع‌ها را می‌نویسیم و برابر قرار می‌دهیم:

$$m_A = \rho_A V_A, m_B = \rho_B V_B, ۱/۲ V_A = ۰/۸ V_B \Rightarrow$$

$$\frac{V_B}{V_A} = ۱/۵ \Rightarrow V_B = ۱/۵ V_A$$

رابطه چگالی مخلوط در مایع برابر است با:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} = \frac{۱/۲ V_A + ۰/۸ (۱/۵ V_A)}{۲/۵ V_A}$$

$$= \frac{۲/۴}{۲/۵} = ۰/۹۶ \text{ g/cm}^3$$

۱۳۸ **B**

نکته: باید به سراغ یافتن حجم آب و حجم مایع بروید. حجم آب به راحتی به‌دست می‌آید اما برای یافتن حجم مایع باید از رابطه چگالی مخلوط استفاده کنید. اکنون به مراحل زیر دقت کنید.

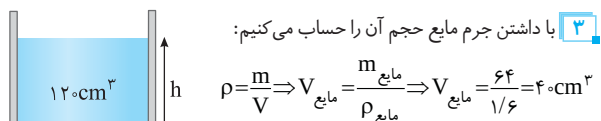
۱ ۸۰ گرم آب به چگالی ۱ g/cm^3 با m گرم مایع به چگالی $۱/۶ \text{ g/cm}^3$ مخلوط کرده‌ایم. ابتدا حجم هر دو مایع را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \begin{cases} V_W = \frac{m_W}{\rho_W} \Rightarrow V_W = \frac{۸۰}{۱} = ۸۰ \text{ cm}^3 \\ V_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} \Rightarrow V_{\text{مایع}} = \frac{m}{۱/۶} \end{cases}$$

۲ اکنون چگالی مخلوط را می‌نویسیم و داده‌ها را در آن قرار می‌دهیم و جرم مایع را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_W + m_{\text{مایع}}}{V_W + V_{\text{مایع}}} = \frac{۸۰ + m}{۸۰ + \frac{m}{۱/۶}} = ۱/۲ \Rightarrow ۸۰ + m = ۹۶ + \frac{۱}{۶} m$$

$$\Rightarrow ۸۰ + m = ۹۶ + \frac{۳}{۴} m \Rightarrow \frac{m}{۴} = ۱۶ \Rightarrow m = ۶۴ \text{ g}$$



۳ با داشتن جرم مایع حجم آن را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} \Rightarrow V_{\text{مایع}} = \frac{۶۴}{۱/۶} = ۴۰ \text{ cm}^3$$

۴ حجم مخلوط برابر مجموع حجم آب و حجم مایع است از این‌رو:

$$V_{\text{مخلوط}} = V_W + V_{\text{مایع}} = ۸۰ + ۴۰ = ۱۲۰ \text{ cm}^3$$

۵ با داشتن حجم مخلوط و سطح مقطع ظرف، ارتفاع مخلوط در ظرف را حساب می‌کنیم.

$$V_{\text{مخلوط}} = A_{\text{ظرف}} \times h \Rightarrow ۱۲۰ = ۲۰ \times h \Rightarrow h = ۶ \text{ cm}$$

۱۳۹ **B**

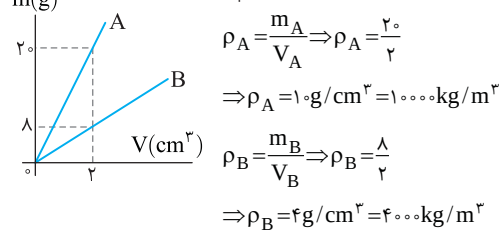
حجم آلیاژ ۵۰ cm^3 است که ۱۰ cm^3 از مجموع حجم دو ماده کمتر است یعنی می‌توان نوشت: $V_1 + V_2 = ۵۰ + ۱۰ \Rightarrow V_1 + V_2 = ۶۰ \text{ cm}^3$ (۱)
جرم آلیاژ برابر مجموع جرم دو ماده تشکیل‌دهنده آن است.

$$m_{\text{آلیاژ}} = m_1 + m_2 \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V} \rightarrow ۱۸۰ = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$$

$$\xrightarrow{\rho_1 = ۲ \text{ g/cm}^3, \rho_2 = ۴ \text{ g/cm}^3} \rightarrow ۱۸۰ = ۲ V_1 + ۴ V_2$$

$$\Rightarrow V_1 + ۲ V_2 = ۹۰ \text{ cm}^3 \quad (۲)$$

۱ چگالی A و B را از روی نمودار به‌دست می‌آوریم:



۲ حجم ۲۰ kg از ماده B را حساب می‌کنیم:

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow ۵۰۰ = \frac{۲۰}{V_B} \Rightarrow V_B = ۰/۰۴ \text{ m}^3$$

۳ رابطه چگالی مخلوط را می‌نویسیم و داده‌ها را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{V_A = \frac{m_A}{\rho_A} \rightarrow ۰/۰۲} \rightarrow \frac{m_A + ۲۰}{\frac{m_A}{۱۰۰۰} + ۰/۰۴} = ۰/۸$$

$$\Rightarrow ۰/۸ m_A + ۴۰ = m_A + ۲۰ \Rightarrow ۲۰ = ۰/۲ m_A \Rightarrow m_A = ۱۰۰ \text{ kg}$$

۱۳۶ **C**

در حالت اول نصف ظرف از هر کدام از مایع‌ها پر شده پس حجم دو مایع با هم برابر است:

$$\left. \begin{aligned} V_A = V_B = V \\ m_A = \rho_A V \\ m_B = \rho_B V \end{aligned} \right\} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V + \rho_B V}{V + V} = \frac{\rho_A + \rho_B}{۲} = ۳$$

$$\Rightarrow \rho_A + \rho_B = ۶ \quad (۱)$$

در حالت دوم جرم یکسانی از دو ماده با هم مخلوط شده بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} m_A = m_B = m \\ V_A = \frac{m}{\rho_A} \\ V_B = \frac{m}{\rho_B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{۲m}{\frac{m}{\rho_A} + \frac{m}{\rho_B}} = \frac{۲}{\frac{۱}{\rho_A} + \frac{۱}{\rho_B}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{\frac{۱}{\rho_A} + \frac{۱}{\rho_B}} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \frac{۱}{\rho_A} + \frac{۱}{\rho_B} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{\rho_A + \rho_B}{\rho_A \rho_B} = \frac{۳}{۴} \quad (۲)$$

به معادله (۱) و (۲) دقت کنید، دو معادله با دو مجهول ρ_A و ρ_B ، دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\rho_A + \rho_B}{\rho_A \rho_B} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow ۴ \times ۶ = ۳ \rho_A \rho_B \Rightarrow \rho_A = \frac{۸}{\rho_B}$$

اکنون مقدار به‌دست آمده را در رابطه (۱) قرار می‌دهیم

$$\rho_A + \rho_B = ۶ \Rightarrow \frac{۸}{\rho_B} + \rho_B = ۶ \Rightarrow ۸ + \rho_B^2 = ۶ \rho_B \Rightarrow \rho_B^2 - ۶ \rho_B + ۸ = ۰$$

$$\Rightarrow (\rho_B - ۲)(\rho_B - ۴) = ۰ \Rightarrow \rho_B = ۲ \text{ g/cm}^3 \text{ یا } ۴ \text{ g/cm}^3$$

بنابراین چگالی A نیز برابر است با:

$$\rho_A + \rho_B = ۶ \text{ g/cm}^3 \Rightarrow \rho_A = ۲ \text{ g/cm}^3 \text{ یا } ۴ \text{ g/cm}^3$$

۱۳۷ **B**

ابتدا ارتفاع مایع‌ها را حساب می‌کنیم:

$$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \Rightarrow ۱/۲ \times A \times h_A = ۰/۸ \times A \times h_B$$

$$\Rightarrow h_B = ۱/۵ h_A$$

$$h_A + h_B = ۴۵ \text{ cm} \Rightarrow ۲/۵ h_A = ۴۵ \Rightarrow h_A = ۱۱۸ \text{ cm}, h_B = ۲۳ \text{ cm}$$

$$V_A = A h_A \Rightarrow V_A = ۴۰ \times ۱۱۸ = ۴۷۲۰ \text{ cm}^3, m_A = \rho_A V_A$$

$$m_A = ۱/۲ \times ۴۷۲۰ = ۲۳۶۰ \text{ g}$$

$$V_B = A h_B = ۴۰ \times ۲۳ = ۹۲۰ \text{ cm}^3 \Rightarrow m_B = \rho_B V_B \Rightarrow m_B = ۰/۸ \times ۹۲۰ = ۷۳۶ \text{ g}$$

۲ حجم مخلوط را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow 1500 = \frac{0.45}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow V_{\text{مخلوط}} = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^3 = 300 \text{ cm}^3$$

۳ حجم مایع A خواهد شد:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow \frac{m_A = 0.15 \text{ kg}}{\rho_A = 800 \text{ kg/m}^3} \Rightarrow \frac{0.15}{V_A} \Rightarrow V_A = \frac{0.15}{800} \text{ m}^3 \Rightarrow V_A = 187.5 \text{ cm}^3$$

۴ حجم مایع B خواهد شد:

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow \frac{m_B = 1 \text{ kg}}{V_B} \Rightarrow \frac{1}{V_B} \Rightarrow V_B = 50 \text{ cm}^3$$

۵ حجم مایع C را با توجه به حجم مایع‌های A و B و حجم کل به دست می‌آوریم:

$$V_A + V_B + V_C = V_{\text{مخلوط}} \Rightarrow 187.5 + 50 + V_C = 300 \Rightarrow V_C = 62.5 \text{ cm}^3$$

۶ حال با توجه به حجم و جرم مایع C، چگالی ρ' را به دست می‌آوریم:

$$\rho' = \frac{m_C}{V_C} \Rightarrow \rho' = \frac{200 \times 10^{-3}}{62.5 \times 10^{-6}} = 3200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

۳ ۱۴۳ B

با توجه به داده‌های مسئله می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m_A + m_B + m_C}{V_A + V_B + V_C} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B + \rho_C V_C}{V_A + V_B + V_C}$$

$$\rho = \frac{4 \times 0.2 V_{\text{آلیاژ}} + 6 \times 0.3 V_{\text{آلیاژ}} + 2 \times 0.5 V_{\text{آلیاژ}}}{V_{\text{آلیاژ}}} \Rightarrow \rho = 0.8 + 1.8 + 1.0$$

$$\Rightarrow \rho = 3.6 \text{ g/cm}^3$$

یئجره دوجداره (سطح دوم)

۱ ۱۴۴ B

خط فکری: حجم آبی که بیرون می‌ریزد برابر حجم جسم است بنابراین ابتدا حجم آب را حساب کنید سپس حجم آب را با حجم لوله $V = \pi(r_0^2 - r_1^2)h$ برابر قرار دهید.

۱ حجم آب سر ریز شده را حساب می‌کنیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{m = 9 \text{ kg} = 9000 \text{ g}}{\rho = 1 \text{ g/cm}^3} \Rightarrow V = \frac{9000}{1} \text{ cm}^3$$

۲ این حجم برابر حجم لوله است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$V = \pi(r_0^2 - r_1^2)h \Rightarrow \frac{\pi \times 3}{r_0 = 1 \text{ cm}, h = 5 \text{ cm}} \Rightarrow \frac{9000}{\pi} = 3(10^2 - r_1^2) \times 5$$

$$\Rightarrow \frac{600}{\pi} = 100 - r_1^2 \Rightarrow r_1^2 = 100 - \frac{600}{\pi} = \frac{200}{\pi} \Rightarrow r_1 = \frac{10}{\sqrt{\pi}} \Rightarrow r_1 = 5 \text{ cm}$$

۱ ۱۴۵ B



۱ با خارج کردن قطعه فلزی از درون ظرف، سطح آب ۲ cm پایین رفته است، حجم این آب جابه‌جا شده را حساب می‌کنیم.

$$V = Ah \Rightarrow V = 16 \times 2 = 32 \text{ cm}^3$$

۲ حجم ظاهری این قطعه فلزی با حجم آب جابه‌جا شده برابر است.

$$V_{\text{ظاهری}} = 32 \text{ cm}^3$$

۳ حجم فلزی که قطعه فلزی از آن ساخته شده است را به کمک جرم آن ($m_{\text{فلز}} = 210 \text{ g}$) و چگالی آن ($\rho_{\text{فلز}} = 7 \text{ g/cm}^3$) حساب می‌کنیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{210}{7} \Rightarrow V_{\text{فلز}} = \frac{210}{7} = 30 \text{ cm}^3$$

۴ حجم حفره درون قطعه فلز برابر با حجم ظاهری قطعه فلز منهای حجم فلزی است که قطعه از آن ساخته شده است.

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{فلز}} = 32 - 30 = 2 \text{ cm}^3$$

اکنون با حل دو معادله دو مجهول معادلات (۱) و (۲)، حجم اولیه هر یک از دو ماده را حساب می‌کنیم

$$\begin{cases} V_1 + V_2 = 60 \\ V_1 + 2V_2 = 90 \end{cases} \Rightarrow \text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}$$

$$V_1 + 2V_2 - V_1 - V_2 = 90 - 60 \Rightarrow V_2 = 30 \text{ cm}^3$$

بنابراین حجم V_1 خواهد شد:

$$V_1 + V_2 = 60 \Rightarrow V_1 + 30 = 60 \Rightarrow V_1 = 30 \text{ cm}^3$$

۲ ۱۴۰ B

مجموع حجم‌های طلا و نقره برابر 50 cm^3 و مجموع جرم آن‌ها 68 g است، بنابراین:

$$V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}} = 50 \Rightarrow V_{\text{Au}} = 50 - V_{\text{Ag}} \quad (I)$$

$$m_{\text{Au}} + m_{\text{Ag}} = 68 \text{ g} \Rightarrow \rho_{\text{Au}} V_{\text{Au}} + \rho_{\text{Ag}} V_{\text{Ag}} = 68$$

$$\Rightarrow 19 V_{\text{Au}} + 10 V_{\text{Ag}} = 68 \quad (II)$$

از رابطه (I) در رابطه (II) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$19 \times (50 - V_{\text{Ag}}) + 10 V_{\text{Ag}} = 68 \Rightarrow 950 - 19 V_{\text{Ag}} + 10 V_{\text{Ag}} = 68$$

$$27 = 9 V_{\text{Ag}} \Rightarrow V_{\text{Ag}} = 3 \text{ cm}^3$$

جرم نقره خواهد شد:

$$m_{\text{Ag}} = \rho_{\text{Ag}} V_{\text{Ag}} = 10 \times 3 \Rightarrow m_{\text{Ag}} = 30 \text{ g}$$

یاز یا سوال: جواهر فروشی در ساختن یک قطعه جواهر به جای طلای خالص، مقداری نقره نیز به کار برده است. اگر حجم قطعه ساخته شده ۵ سانتی‌متر مکعب و چگالی آن 13.6 g/cm^3 باشد، جرم نقره به کار رفته چند گرم است؟ (چگالی نقره و طلا به ترتیب 10 g/cm^3 و 19 g/cm^3 فرض شود).

۳۸ (۴) ۳۴ (۳) ۳۰ (۲) ۸ (۱)

گزینۀ ۲

۴ ۱۴۱ C

مساحت سطح مقطع میله و طول میله را در اختیار داریم بنابراین می‌توانیم حجم میله را حساب کنیم.

$$V = AL \Rightarrow V = 2 \times 10^{-4} \times 1/7 \Rightarrow V = 3/4 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

حجم میله برابر مجموع حجم دو ماده است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_A + V_B = 3/4 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \quad (1)$$

ترازو وزن کل میله را $13/2 \text{ N}$ نشان می‌دهد بنابراین جرم آن برابر است با:

$$W = mg \Rightarrow 13/2 = m \times 10 \Rightarrow m = 1/32 \text{ kg}$$

جرم میله برابر مجموع جرم دو ماده است بنابراین خواهیم داشت:

$$m_A + m_B = 1/32 \text{ kg} \xrightarrow{m = \rho V} \rho_A V_A + \rho_B V_B = 1/32$$

$$\frac{\rho_A = 2/4 \text{ g/cm}^3 = 2400 \text{ kg/cm}^3}{\rho_B = 4500 \text{ g/L} = 4500 \text{ kg/m}^3} \rightarrow 2400 V_A + 4500 V_B = 1/32 \quad (2)$$

از رابطه (۱) در رابطه (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$2400 V_A + 4500 (3/4 \times 10^{-4} - V_A) = 1/32$$

$$2400 V_A + 1/53 - 4500 V_A = 1/32 \Rightarrow 2100 V_A = 0/21$$

$$V_A = \frac{0/21}{2100} = 10^{-4} \text{ cm}^3$$

حجم جسم A و سطح مقطع میله را داریم بنابراین می‌توانیم طول میله A را حساب کنیم.

$$V_A = AL_A \Rightarrow 10^{-4} = 2 \times 10^{-4} L_A \Rightarrow L_A = 0/5 \text{ m}$$

۲ ۱۴۲ B

یادآوری: ابتدا یکای چگالی B را برحسب kg/m^3 به دست آوریم، کافی

است 2 g/cm^3 را در 10^3 ضرب کنید. $\rho_B = 2000 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow \rho_B = 2 \text{ g/cm}^3$

یادآوری: عدد چگالی برحسب g/L برابر عدد چگالی برحسب kg/m^3 است، بنابراین چگالی مخلوط در SI خواهد شد:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 1500 \text{ g/L} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = 1500 \text{ kg/m}^3$$

۱ جرم کل مخلوط برابر است با:

$$m_{\text{مخلوط}} = m_A + m_B + m_C = 150 + 100 + 200 = 450 \text{ g} \Rightarrow m_{\text{مخلوط}} = 0/45 \text{ kg}$$

B ۱۴۶

خط فکری

برای آنکه وضعیت پوسته را درون مایع مشخص کنید ابتدا باید چگالی مجموعه را حساب کنید. اگر این چگالی از چگالی مایع کمتر باشد، مجموعه بر سطح مایع شناور و یا درون آن غوطه‌ور می‌ماند و اگر چگالی به‌دست آمده از چگالی مایع بیشتر باشد، مجموعه درون مایع ته‌نشین می‌شود. بنابراین باید چگالی مجموعه را حساب کنید.

۱

حجم فلزی که پوسته از آن ساخته شده است را حساب می‌کنیم.

$$V = \frac{4}{3}\pi(r_0^3 - r_1^3) \xrightarrow[r_1=4\text{ cm}, \pi=3]{r_0=5\text{ cm}} V = \frac{4}{3}\pi(5^3 - 4^3) \\ \Rightarrow V = 4(125 - 64) \Rightarrow V = 4(61) = 244\text{ cm}^3$$

۲

جرم فلز به‌کار برده شده در پوسته را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho_{\text{فلز}} = 7.8\text{ g/cm}^3} 7.8 = \frac{m}{244} \Rightarrow m = 7.8 \times 244$$

۳

حجم آب درون حفره برابر است با:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow V_{\text{آب}} = \frac{4}{3}\pi \times (4)^3 \Rightarrow V_{\text{آب}} = 256\text{ cm}^3$$

۴

جرم آب برابر خواهد شد با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{m_{\text{آب}}}{256} \Rightarrow m_{\text{آب}} = 256\text{ g}$$

۵

چگالی مجموعه را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{مجموعه}} = \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{فلز}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{فلز}}} = \frac{256 + 7.8 \times 244}{256 + 244} = \frac{988}{500} \Rightarrow \rho_{\text{مجموعه}} = 1.976\text{ g/cm}^3 > 1\text{ g/cm}^3$$

چگالی مجموعه از چگالی مایع بیشتر است و مجموعه در مایع ته‌نشین می‌شود.

B ۱۴۷

چگالی اسفنج برابر $\rho = m/V$ است. وقتی اسفنج درون آب قرار می‌گیرد و آب جذب می‌کند حجم مجموعه همان حجم اولیه اسفنج است. بنابراین چگالی جدید برابر است با:

$$\rho' = \frac{m_{\text{اسفنج}} + m_{\text{آب جذب شده}}}{V} \xrightarrow{\rho' = \rho} \rho' = \frac{m + m_{\text{آب}}}{V} = 4 \frac{m}{V} \Rightarrow m_{\text{آب}} = 3m$$

B ۱۴۸

خط فکری

برای اینکه کره در آب فرو نرود باید چگالی آن کمتر از چگالی آب باشد و برای اینکه کره درون مایع فرو رود باید چگالی کره از چگالی مایع بیشتر باشد. $\rho_{\text{آب}} < \rho_{\text{کره}} < \rho_{\text{مایع}}$ باشد. بنابراین چگالی کره توپر را بررسی می‌کنیم.

با توجه به خط فکری بیان شده چگالی کره را بین چگالی مایع و آب قرار می‌دهیم و حجم کره را بررسی می‌کنیم:

$$\rho_{\text{کره}} < \rho_{\text{مایع}} < \rho_{\text{آب}} \Rightarrow 500 < \frac{m_{\text{کره}}}{V_{\text{کره}}} < 1000 \\ \Rightarrow 500 < \frac{4}{3}\pi r^3 < 1000 \Rightarrow 125 < \frac{1}{3}\pi r^3 < 250 \Rightarrow \frac{1}{250} < \frac{1}{3}\pi r^3 < \frac{1}{125} \\ \Rightarrow 500 < \frac{4}{3}\pi r^3 < 1000 \Rightarrow 125 < \frac{1}{3}\pi r^3 < 250 \Rightarrow \frac{1}{250} < \frac{1}{3}\pi r^3 < \frac{1}{125}$$

اکنون با توجه به حجم کره $(\frac{4}{3}\pi R^3)$ خواهیم داشت:

$$4 \times 10^{-2} < \frac{4}{3}\pi R^3 < 8 \times 10^{-2} \Rightarrow 4 \times 10^{-2} < 4R^3 < 8 \times 10^{-2} \\ \Rightarrow 10^{-2} < R^3 < 2 \times 10^{-2} \Rightarrow 10^{-1} < R < \sqrt[3]{2} \times 10^{-1} \Rightarrow 0.1\text{ m} < R < 0.126\text{ m}$$

پس شعاع انتخابی بین ۱۰ cm تا ۱۲/۶ cm است که تنها گزینه (۲) در این بازه قرار می‌گیرد.

B ۱۴۹

حجم کل جسم از حجم فلز A، حجم فلز B و حجم حفره آن تشکیل شده است. اگر حجم جسم را V در نظر بگیریم:

با توجه به سؤال ۲۵ درصد حجم جسم یعنی $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ حجم جسم از فلز A ساخته شده است و $V_A = \frac{V}{4}$ است. می‌خواهیم بدانیم چند درصد از حجم جسم، از فلز B است.

درصد حجم فلز B را با x نشان می‌دهیم:

$$V_B = \frac{x}{100} V_{\text{جسم}}$$

$$\rho_{\text{جسم}} = \frac{m_A + m_B}{V_{\text{جسم}}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_{\text{جسم}}}$$

$$\Rightarrow V = \frac{\lambda(\frac{25}{100} V_{\text{جسم}}) + 2(\frac{x}{100} V_{\text{جسم}})}{\rho_{\text{جسم}}} \Rightarrow V = 2 + 0.2x \Rightarrow 5 = 0.2x \Rightarrow x = 25$$

۲۵ درصد حجم جسم از فلز B است.

C ۱۵۰

می‌خواهیم جرم کره را حساب کنیم. بنابراین باید حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را به‌دست بیاوریم. حجم فلز برابر است با:

$$V = \frac{4}{3}\pi(R_0^3 - R_1^3) \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi(R_1^3 - R_1^3) = \frac{4}{3}\pi(R_1 - R_1)(R_1^2 + R_1 R_1 + R_1^2) \\ \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi(R_1 - R_1)[(R_1 + R_1)^2 - R_1 R_1] \quad (1)$$

از اینجا به بعد، شما باید به کمک ریاضی مسئله را حل کنید. تفاضل $(R_1 - R_1)$ و مجموع $(R_1 + R_1)$ را در اختیار دارید. به کمک آن‌ها $R_1 R_1$ را باید حساب کنید.

$$\begin{cases} R_1 + R_1 = a \\ R_1 - R_1 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1^2 + R_1^2 + 2R_1 R_1 = a^2 \\ R_1^2 + R_1^2 - 2R_1 R_1 = b^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4R_1 R_1 = a^2 - b^2 \Rightarrow R_1 R_1 = \frac{a^2 - b^2}{4}$$

با جای‌گذاری در رابطه (۱) مسئله قابل حل است.

$$V = \frac{4}{3}\pi r(b)[a^2 - \frac{a^2 - b^2}{4}] \Rightarrow V = 4\pi b(\frac{4a^2 - a^2 + b^2}{4}) \Rightarrow V = \pi b(3a^2 + b^2)$$

$$m = \rho V \Rightarrow m = \rho b(3a^2 + b^2)$$

جرم کره خواهد شد:

C ۱۵۱

چگالی آب 1 g/cm^3 است. بنابراین همواره عدد حجم آب برحسب cm^3 با عدد جرم آب برحسب g برابر است به‌طور مثال جرم 5 cm^3 آب 5 g است. چگالی محلول آب و نمک در حالت اول برابر است با:

$$\rho_{\text{محلول}} = \frac{m_{\text{محلول}}}{V_{\text{محلول}}} \Rightarrow \frac{m_{\text{محلول}}}{V_{\text{محلول}}} = 1/2$$

$$\xrightarrow{V_{\text{محلول}} = 1\text{ L} = 1000\text{ cm}^3} m_{\text{محلول}} = 1000 \times 1/2 = 500\text{ g}$$

پس از آنکه مقداری آب بخار می‌شود، چگالی $1/5\text{ g/cm}^3$ می‌شود. البته اگر به اندازه x گرم از آب بخار شود، حجم آب بخار شده نیز x سانتی‌متر مکعب است. بنابراین جرم محلول در حالت جدید خواهد شد $1200 - x$ و حجم محلول نیز $1000 - x$ خواهد شد بنابراین:

$$\rho' = \frac{m - x}{V_{\text{محلول}} - x} = 1/5 \Rightarrow \frac{1200 - x}{1000 - x} = 1/5$$

$$\Rightarrow 1200 - x = 1500 - 1/5 x \Rightarrow 0.2x = 300 \Rightarrow x = 600\text{ cm}^3$$

B ۱۵۲

$$\begin{cases} \rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{m_A}{L_A A_A} \quad (1) \\ \rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{m_B}{L_B A_B} \quad (2) \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین}} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{L_A} \times \frac{L_B}{m_B} \times \frac{A_B}{A_A} \quad (3)$$

با توجه به نمودار، نسبت $\frac{m}{L}$ برای هر

$$\frac{m_A}{L_A} = \frac{12}{5}, \quad \frac{m_B}{L_B} = \frac{18}{5}$$

مقادیر به‌دست آمده را در رابطه (۳) قرار می‌دهیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{12}{5} \times \frac{5}{18} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A_B = 1} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{12}{18} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{1}{\rho_B} \Rightarrow \rho_B = 12\text{ g/cm}^3$$

$$\rho_B = 12\text{ g/cm}^3$$

فصل دوم: ویژگی‌های فیزیکی مواد

یخچره ۱

۲ ۱۵۳ A

ذره‌های سازنده مواد همواره در حرکت‌اند و برهم نیرو وارد می‌کنند و گزارة (الف) درست است. / ذرات جسم جامد به سبب نیروهای الکتریکی که به یکدیگر وارد می‌کنند در کنار یکدیگر می‌مانند و گزارة (ب) نادرست است. / حالت ماده به چگونگی حرکت ذرات و بزرگی نیروی بین ذرات بستگی دارد و گزارة (پ) درست است. / پلاسما اغلب (نه همواره) در دماهای خیلی بالا به وجود می‌آید بنابراین گزارة (ت) نادرست است.

۲ ۱۵۴ A

نیروی بین مولکولی در جامدها بیشتر از نیروی بین مولکولی در مایع‌ها و در مایع‌ها نیز بیشتر از نیروی بین مولکولی در گازها است. $F_s > F_l > F_g$

۳ ۱۵۵ A

فاصله ذرات سازنده مایع و جامد تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم ($10^{-10} m$) است. اما فاصله بین مولکول‌ها در گازها بسیار بیشتر از مایعات و جامدات است. بنابراین $|d_s - d_l| < d_g$

۴ ۱۵۶ A

جامدها به دو دسته جامدهای بلورین و جامدهای بی‌شکل تقسیم می‌شوند. هر گاه یک جسم مذاب (مایع) را به آهستگی سرد کنیم، مولکول‌ها وقت کافی برای ایجاد شبکه بلوری خواهند داشت. این جامدها، جامدهای بلورین نامیده می‌شوند و فلزات و بیشتر سنگ‌ها مانند آهن، الماس و نمک طعام جزء جامدهای بلورین هستند. هر گاه یک جسم مذاب (مایع) را به سرعت سرد کنیم، مولکول‌ها فرصت کافی برای تشکیل شبکه بلوری ندارند و جامد بی‌شکل مانند شیشه تشکیل می‌شود. بنابراین آهن جزء دسته جامدهای بلورین و شیشه، جامد بی‌شکل (آمورف) است. اما ماده درون ستارگان و شفق قطبی مربوط به حالت چهارم ماده یعنی پلاسما است که اغلب در دماهای خیلی بالا به وجود می‌آید.

۲ ۱۵۷ A

شکل (الف) دارای طرح‌های منظم تکرارشونده است. بنابراین مربوط به جامد بلورین است و شکل (ب) دارای طرح‌های منظم نیست و مربوط به جامد آمورف مانند شیشه است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. شکل (الف) که مربوط به جامد بلورین است هنگام سرد کردن آرام مایع تشکیل می‌شود و شکل (ب) که مربوط به جامد بی‌شکل (آمورف) است از سرد کردن سریع مایع به وجود می‌آید و گزینه (۲) درست است.

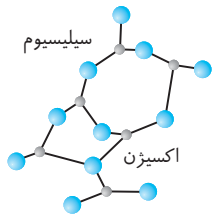
۳ ۱۵۸ A

در مایع‌ها مانند گازها مولکول‌ها در حال حرکت بوده و با یکدیگر برخورد دارند. مولکول‌های قطره جوهر نیز در مسیر خود دائماً با مولکول‌های آب برخورد کرده و دائماً تغییر جهت می‌دهند که به این پدیده فرایند پخش می‌گویند. این پدیده سبب می‌گردد که قطره جوهر در آب پخش شود.

۳ ۱۵۹ A

مولکول‌های مایع نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به صورت نامنظم و نزدیک به یکدیگر قرار گرفته‌اند و گزینه (۱) درست است. فاصله میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازه آن‌ها، خیلی بیشتر است و گزینه (۲) درست است. سرعت پدیده پخش در گازها از سرعت پدیده پخش در مایع‌ها بیشتر است و گزینه (۳) نادرست است. اتم‌های برخی از جامدها در طرح‌های منظم کنار یکدیگر قرار دارند. جامدهایی را که از یک الگوی سه بعدی تکرارشونده از این واحدهای منظم ساخته می‌شوند، جامدهای بلورین می‌نامند و گزینه (۴) درست است.

۲ ۱۶۰ A



ذرات سازنده جامدهای بی‌شکل (آمورف) مانند شیشه بر خلاف جامدهای بلورین در طرح‌های منظمی کنار هم قرار ندارند. بنابراین گزارة (الف) درست است. در گازها فاصله میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازه آن‌ها خیلی بیشتر است. مثلاً اندازه مولکول‌های هوا بین ۱ تا ۳ آنگستروم است در حالی که فاصله

میانگین آن‌ها در شرایط معمولی در حدود ۳۵ آنگستروم است و گزارة (ب) درست است. فاصله بین مولکول‌های گاز زیاد بوده و گازها تراکم پذیراند. اما فاصله بین مولکولی مایع‌ها تقریباً مانند جامدها در حدود ۱ آنگستروم بوده و مایع‌ها تراکم ناپذیراند و گزارة (پ) نادرست است. دلیل اینکه شکر می‌تواند آب را شیرین کند پدیده پخش در مایع‌ها است که دلیل این پدیده حرکت کاتوره‌ای مولکول‌های آب و برخورد آن‌ها با ذرات شکر است و گزارة (ت) درست است.

۴ ۱۶۱ A

نیروی ریابشی بین مولکول‌های یک جسم جامد یا مایع، مولکول‌ها را کنار هم نگه می‌دارد. اگر مولکول‌های جسم تحت تأثیر یک نیروی تراکمی، فوق‌العاده به هم نزدیک شوند، نیروی بین آن‌ها رانشی می‌شود و اگر فاصله بین آن‌ها از حالت عادی کمی بیشتر شود، نیرو ریابشی است.

بازی با سؤال: اگر فاصله بین دو مولکول مایع یک بار $10^{-12} m$ و بار دیگر $10^{-8} m$ باشد، نیروی بین دو مولکول به ترتیب از چه نوعی است؟

(۱) ریابشی، رانشی

(۲) رانشی، ریابشی

(۳) رانشی، نیروی بین مولکولی صفر است.

(۴) ریابشی، نیروی بین مولکولی صفر است.

گزینه ۳

۳ ۱۶۲ A

شفق قطبی نمونه‌ای از پلاسما است و گزارة (الف) نادرست است. ریایش مولکول‌های همسان را هم‌چسبی می‌گویند و گزارة (ت) نادرست است. فاصله ذرات سازنده مایع و جامد تقریباً یکسان و در حدود $1 \text{ \AA}$ است. بنابراین گزارة (ب) درست است.

اندازه مولکول‌های هوا بین $1 \text{ \AA}$ تا $3 \text{ \AA}$ است در حالیکه فاصله میانگین آن‌ها در شرایط معمولی $35 \text{ \AA}$ است و گزارة (پ) درست است.

۳ ۱۶۳ A

تراوش آب از منفذهای دیوارها به دلیل خاصیت موینگی است که علت آن بزرگ‌تر بودن نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و دیوار از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است. نشست حشرات روی سطح آب به دلیل وجود کشش سطحی است و همچنین تشکیل حباب‌های کروی صابون و قطره‌های کروی آب به دلیل کشش سطحی آب است.

۲ ۱۶۴ A

علت تشکیل قطره‌های شبنم روی شاخ و برگ درختان نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب است و گزارة (الف) درست است.

مولکول‌های آب به یکدیگر نیروی جاذبه وارد می‌کنند.





۴ ۱۶۸ A

هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع (مانند آب) و ظرف مسطح (مانند شیشه) از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر باشد، مایع به صورت لایه نازکی در می‌آید و در سطح ظرف پخش می‌شود و سطح ظرف را تر می‌کند.

۴ ۱۶۹ A

شناور ماندن یک تیغ فولادی روی سطح آب، کروی بودن قطره‌های آب هنگام سقوط آزاد و قطره‌ای قرار گرفتن جیوه روی سطح شیشه همگی به دلیل نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع است اما علت آنکه پرتقال با پوست روی سطح آب می‌ماند کمتر بودن چگالی پرتقال با پوست از چگالی آب است، بنابراین علت سه پدیده نیروی هم‌چسبی است.

۳ ۱۷۰ A

در پدیده‌هایی مانند بالا رفتن آب در لوله موئین، پخش شدن آب روی سطح شیشه و برآمده بودن (محدب بودن) سطح جیوه در لوله موئین شیشه‌ای، نیروی دگر چسبی بین مولکول‌های مایع و جامد نقش دارد، اما ایستادن یک حشره بر سطح آب مربوط به نیروی هم‌چسبی مولکول‌های سطح آب است که سبب کشش سطحی می‌شود و گزینه (۳) پاسخ تست است.

۳ ۱۷۱ A

هر گاه یک لوله موئین شیشه‌ای در یک ظرف آب فرو رود، سطح آب درون لوله موئین از سطح آب درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد که علت آن اختلاف نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب و نیروی دگر چسبی بین مولکول‌های آب و شیشه است. بنابراین اثر موئینگی جواب تست نیست. / نشستن پشه روی سطح آب، تشکیل حباب‌های صابون و کروی بودن قطره‌های آب هنگام سقوط در اثر کشش سطحی ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است. بنابراین عامل این سه پدیده ربطی به اختلاف نیروی هم‌چسبی و دگر چسبی ندارد. اما ترشوندگی دقیقاً به اختلاف نیروی هم‌چسبی و دگر چسبی وابسته است و هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع و جامد از هم‌چسبی مولکول‌های مایع بیشتر باشد، مایع، جسم جامد را تر می‌کند. بنابراین قسمت (ت) نیز جواب تست نیست. بنابراین گزینه (۳) درست است.

۳ ۱۷۲ A

هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع و شیشه از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر باشد، مایع درون لوله موئین بالا می‌رود و سطح مایع درون لوله از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد. از طرفی سطح مایع درون لوله فرو رفته است.

۴ ۱۷۳ A

لوله موئین است و در لوله موئین سطح مایع از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار گرفته است. رفتار لوله موئین ارتباطی به کشش سطحی و هم‌چسبی چگالی لوله یا چگالی مایع ندارد بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. اما بالا رفتن مایع درون لوله موئین بیان گر این است که نیروی دگر چسبی بین مولکول‌های مایع و لوله از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر است و گزینه (۳) نادرست است و گزینه (۴) درست است.

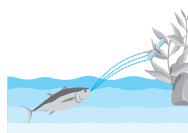
۳ ۱۷۴ A

سطح درون لوله چرب شده است و همین باعث شده که نیروی دگر چسبی بین آب و دیواره داخلی لوله از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب کمتر شود و نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب باعث می‌شود، سطح آب درون لوله مطابق شکل از سطح آب درون ظرف پایین‌تر باشد و سطح آب درون لوله برآمده (کوز) باشد. اما در قسمت بیرونی لوله، آب با شیشه در تماس است که نیروی دگر چسبی آب و شیشه از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب کمتر است و سبب می‌گردد که سطح آب فرو رفته (کاو) باشد.

بازی با سوال هر گاه سطح درونی لوله شیشه‌ای را روغن‌اندود کرده و سپس لوله را وارد ظرف آب کنیم، سطح آب درون لوله می‌ایستد، زیرا نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب از نیروی دگر چسبی بین آب و روغن است.

(۱) کوز - کمتر (۲) کاو - کمتر (۳) کوز - بیشتر (۴) کاو - بیشتر

گزینه ۳



بنابراین علت پدیده‌های ایجاد شده در شکل‌های (ب)، (پ) و (ت) نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جسم است.

۱ ۱۶۶ A

علت کروی بودن قطره‌ها، کشش سطحی یا همان نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های سطحی مایع می‌باشد. قطره‌های قطره‌چکان (۱) بزرگ‌تراند که نشان‌دهنده نیروی هم‌چسبی بیشتر روغن در این حالت است و دمای روغن نیز قطعاً در این حالت کمتر است زیرا هر چه دما بالاتر رود نیروی هم‌چسبی کمتر می‌شود. مثلاً هنگام شستن ظرف، افزودن بر مایع ظرفشویی از آب گرم استفاده می‌کنیم تا هم‌چسبی بین مولکول‌های چربی کاهش یابد.

بازی با سوال دو ظرف آب A و B در دو دمای T_A و T_B در اختیار داریم. اگر $T_B < T_A$ باشد، کدام گزینه درست است؟

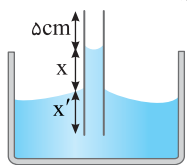
(۱) قطره‌های آب ظرف A از قطره‌های آب ظرف B بزرگ‌تر است.
(۲) اگر آب درون ظرف A روی سطح شیشه‌ای به صورت قطره باقی بماند، قطعاً آب درون ظرف B نیز روی سطح به صورت قطره باقی می‌ماند.
(۳) اگر گیره‌ای فلزی در ظرف A روی سطح آن باقی نماند، قطعاً روی سطح ظرف B نیز باقی نمی‌ماند.
(۴) هر سه گزینه درست است.

گزینه ۲

۱ ۱۶۷ A

با افزودن مایع شوینده به آب، کشش سطحی آب کاهش می‌یابد و گیره در آب فرو می‌رود. همچنین نیروی دگر چسبی بین کارت و آب نیز با اضافه شدن مایع شوینده کاهش یافته و کارت از سمت چپ می‌افتد.

بازی با سوال با توجه به شکل روبه‌رو کدام گزینه درست است؟



(۱) اگر x' ، 1 cm افزایش پیدا کند، x نیز 1 cm افزایش می‌یابد.

(۲) اگر x' ، 1 cm افزایش پیدا کند، x کمتر از 1 cm افزایش می‌یابد.

(۳) اگر x' ، 1 cm افزایش پیدا کند، x تغییر نمی‌کند.

(۴) اگر x' ، 1 cm افزایش پیدا کند، x بیشتر از 1 cm افزایش می‌یابد.

گزینه ۳

خط فکری ابتدا باید میزان بالا آمدن آب در حالت اول را به دست آوریم. سپس ارتفاع لوله که در حالت دوم خارج از آب می‌ماند را حساب کنیم تا بتوانیم در مورد مسئله اظهار نظر کنیم.

۱ طول لوله 50 cm و میزان فرو رفتگی آن در آب 8 cm است بنابراین 42 cm آن خارج از آب می‌ماند و فاصله سطح آب درون لوله تا دهانه آن 25 cm است. از این‌رو مقدار بالا آمدن آب درون لوله موئین $1\text{ cm} = 25 - 42$ است.

۲ طول لوله دوم 25 cm است و 10 cm آن درون آب قرار گرفته است بنابراین $15\text{ cm} = 25 - 10$ لوله خارج از آب است و چون لوله مشابه اولی است و تنها طول آن کوتاه‌تر است، آب بالا می‌آید اما نه به اندازه 1 cm بلکه تا لبه دهانه لوله یعنی 15 cm بالا می‌آید و در آن‌جا باقی می‌ماند و گزینه (۴) درست است.

نکته در لوله‌های موئین مایع سرریز نمی‌شود.

خط فکری آب در لوله موئین تا جایی بالا می‌آید که نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه برابر وزن آب باشد.

در محاسبه از تعریف چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ یعنی نسبت جرم به حجم استفاده می‌کنیم:

$$F_{\text{دگرچسبی}} = mg \xrightarrow{\rho = m/V \Rightarrow m = \rho V} F_{\text{دگرچسبی}} = \rho Vg \xrightarrow{V = Ah} F_{\text{دگرچسبی}} = \rho Ahg$$

$$\Rightarrow F_{\text{دگرچسبی}} = 1000 \times 0.04 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-1} \times 10 = 1/6 \times 10^{-3} \text{ N}$$

ینجره ۲

۱ ۱۸۲ A

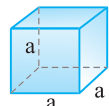
مسئله ساده‌ای است و تنها باید با فرمول فشار ($P = \frac{F}{A}$) آشنا بود که در آن F برابر وزن شخص و مساحت A برابر مساحت قاعده مکعب $A = 0.2 \times 0.2 = 0.04\text{ m}^2$ است.

بنابراین: $P = \frac{F}{A} \Rightarrow P = \frac{W}{A} \Rightarrow P = \frac{\lambda \cdot g}{0.04} \Rightarrow P = 20000\text{ Pa} \Rightarrow P = 20\text{ kPa}$

خط فکری می‌توان ثابت کرد که در جامدهای همگن مانند مکعب توپر فشار از رابطه $P = \rho gh$ به دست می‌آید. به اثبات مقابل دقت کنید:

$$P = \frac{W}{A} = \frac{\rho Vg}{A} = \frac{\rho Ahg}{A} = \rho gh$$

اکنون با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:



$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\rho_A h_{AG}}{\rho_B h_{BG}} \xrightarrow{h_A = h_B} \frac{\rho_A \times 4}{\rho_B} = \frac{3}{2}$$

۴ ۱۷۵ A

با توجه به لبه‌های سطح مایع درون لوله و اینکه سطح مایع دارای فرو رفتگی (تقعر) است، مشخص است که نیروی دگرچسبی بین مایع و لوله از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های مایع بیشتر است و گزینه (۱) درست است. اگر مقداری از این مایع بر سطحی از جنس لوله قرار گیرد چون نیروی دگر چسبی بیشتر از نیروی هم‌چسبی است، مایع به صورت یک لایه روی سطح در می‌آید و گزینه (۲) نادرست است. اگر یک لوله موئین از جنس لوله بسازیم مایع در این لوله از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد و گزینه (۳) درست است.

۳ ۱۷۶ B

مایع بر سطح جامد به صورت قطره قرار گرفته است، بنابراین نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع از نیروی دگر چسبی بین مولکول‌های مایع و سطح جامد بیشتر است. با گرم کردن مایع، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آن ضعیف شده و ممکن است نیروی دگر چسبی بر آن غلبه کرده و مایع به صورت لایه نازکی بر سطح جامد پخش شود و گزاره (الف) درست است.

اگر سطح جامد را دوداندود کنیم، نیروی دگر چسبی بین مایع و سطح دوداندود کمتر شده و مایع همچنان به صورت قطره می‌ماند و گزاره (ب) نادرست است.

با بررسی گزاره (الف)، متوجه شدیم که نیروی هم‌چسبی مولکول‌های این مایع از نیروی دگرچسبی بین مایع و جسم جامد بیشتر است، بنابراین اگر یک ظرف را از این مایع پر کنیم سپس از جسم جامد یک لوله موئین بسازیم و آن را در مایع قرار دهیم، قطعاً سطح مایع درون لوله موئین از سطح مایع درون ظرف پایین‌تر قرار می‌گیرد و گزاره (پ) درست است.

بازی با سوال کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد مایع ریخته شده بر سطح جامد درست است؟

(۱) الزاماً سطح جامد چرب است.

(۲) سطح این مایع درون لوله موئین از جنس این جامد دارای تحدب (کوژ) خواهد بود.

(۳) مایع درون لوله موئین از جنس این جامد بالاتر از سطح مایع قرار می‌گیرد.

(۴) تمام موارد گفته شده

گزینه ۳

۱ ۱۷۷ A

به دلیل بزرگ بودن نیروی هم‌چسبی جیوه از نیروی دگرچسبی بین جیوه و لوله، سطح جیوه درون لوله موئین پایین‌تر از سطح جیوه درون ظرف است.

از طرفی سطح جیوه دارای برآمدگی (تحدب) است و شکل درست است.

۲ ۱۷۸ A

در لوله‌های موئین هر چه مساحت سطح مقطع لوله بزرگ‌تر (لوله پهن‌تر) باشد، سطح مایع درون لوله به سطح مایع درون ظرف نزدیک‌تر می‌شود. از طرفی سطح آب درون لوله فرو رفته (تقعر، کاو) است، اما سطح جیوه درون لوله و ظرف برآمده (کوژ، محدب) است. بنابراین گزینه (۲) درست است.

۴ ۱۷۹ A

خط فکری هر چه قطر یک لوله موئین کوچک‌تر باشد، فاصله مایع درون لوله از سطح آزاد مایع درون ظرف بیشتر می‌شود. بنابراین با کاهش قطر لوله (D) مایع بیشتر درون لوله بالا می‌رود و گزینه (۱) و (۳) نادرست است. میزان فرو رفتگی لوله (h') تأثیری در مقدار بالا آمدن مایع درون لوله موئین ندارد بنابراین گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) است.

۴ ۱۸۴ A

خط فکری ابتدا باید فشار حاصل از هر استوانه را با توجه به رابطه $P = \frac{F}{A}$ به دست

آوریم که در آن F وزن استوانه است و با توجه به صورت سؤال دو استوانه هم وزن هستند.

۱ فشار وارد بر قاعده هر استوانه را به دست می‌آوریم:



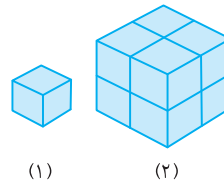
$$P = \frac{W}{A} \Rightarrow \begin{cases} P_A = \frac{m_A g}{A_A} \Rightarrow P_A = \frac{m_A g}{\pi(r_A)^2} \\ P_B = \frac{m_B g}{A_B} \xrightarrow{r_B = r_A} P_B = \frac{m_B g}{\pi(r_A)^2} \end{cases}$$

۲ اکنون دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\frac{m_A g}{\pi r_A^2}}{\frac{m_B g}{\pi r_A^2}} \xrightarrow{m_A = m_B} \frac{P_A}{P_B} = \frac{r_A^2}{r_A^2} = 1$$

۳ ۱۸۵ A

به دو شکل دقیق نگاه کنید. مکعب (۱) شامل یک مکعب کوچک است اما مکعب (۲) مجموع هشت مکعب مانند مکعب (۱) است. بنابراین جرم و حجم مکعب (۲) هشت برابر جرم و حجم مکعب (۱) است. از طرفی مساحت قاعده مکعب (۲) چهار برابر مساحت قاعده مکعب (۱) است، بنابراین:



$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{W_2}{A_2}}{\frac{W_1}{A_1}} = \frac{W_2}{W_1} \times \frac{A_1}{A_2} = 8 \times \frac{1}{4} = 2$$

میانبر با توجه به اینکه مکعب همگن است می‌توان از رابطه $P = \rho gh$ نیز مسئله را حل کرد. ارتفاع شکل (۲) دو برابر شکل (۱) بوده و فشار حاصل از شکل (۲) نیز دو برابر شکل (۱) است.

۳ ۱۸۶ A

خط فکری با توجه به تعریف فشار $P = \frac{F}{A}$ و اینکه برای این مکعب مستطیل، F

همان نیروی وزن (W) است، بیشترین فشار وقتی است که مساحت سطح قاعده کمترین مقدار باشد یعنی مکعب روی سطح ab قرار گیرد و کمترین فشار وقتی است که مساحت سطح قاعده بیشترین مقدار باشد یعنی مکعب روی سطح bc باشد.

۱ در صورت مسئله بیان شده که ابعاد a ، b و c به نسبت ۱، ۲ و ۳ هستند، این یعنی $c = 3a$ و $b = 2a$.

$$\begin{cases} P_{\max} = \frac{W}{A_{\min}} = \frac{W}{a \times b} = \frac{W}{a(2a)} \Rightarrow P_{\max} = \frac{W}{2a^2} \\ P_{\min} = \frac{W}{A_{\max}} = \frac{W}{bc} = \frac{W}{2a(3a)} \Rightarrow P_{\min} = \frac{W}{6a^2} \end{cases}$$

۲ حالت نسبت فشار خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{\frac{W}{2a^2}}{\frac{W}{6a^2}} = \frac{6a^2}{2a^2} = 3$$

میانبر فشار برای جامدات همگن با شکل‌هایی مانند مکعب، مکعب مستطیل، استوانه و ... به ارتفاع جامد بستگی دارد.

$$P = \rho gh \Rightarrow \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{\rho g h_{\max}}{\rho g h_{\min}} = \frac{c}{a} = \frac{3a}{a} \Rightarrow \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 3$$

۳ ۱۸۷ A

وقتی گفته می‌شود که استوانه فلزی را ذوب کرده و مکعب ساخته‌ایم یعنی باید بدانید که در دو حالت جرم (وزن) استوانه و مکعب یکی است و با استفاده از تعریف فشار، فشار استوانه و مکعب را به دست آورید و بر هم تقسیم کنید.

۱ فشار وارد بر قاعده استوانه برابر است با:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow P = \frac{mg}{\pi R^2}$$

۲ فشار وارد بر قاعده مکعب را حساب می‌کنیم:

$$P' = \frac{F}{A} \Rightarrow P' = \frac{mg}{R^2}$$

۳ دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{P'}{P} = \frac{\frac{R^2}{\pi R^2}}{\frac{mg}{\pi R^2}} \Rightarrow P' = \pi P$$

۳ ۱۸۸ B

یادآوری حجم مخروط به ارتفاع h و شعاع قاعده R برابر است با:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

و حجم مکعب به ضلع a برابر است با: $V = a^3$

خط فکری داستان از این جا شروع می‌شود که جرم دو جسم یکسان است ($m_1 = m_2$) و شما با برابر قرار دادن جرم و سپس استفاده از فرمول چگالی ($m = \rho V$) و سرانجام به کارگیری فرمول حجم مخروط و مکعب می‌توانید مسئله را حل کنید.

۱ جرم دو جسم یکی است.

$$m_1 = m_2 \xrightarrow{m = \rho V} \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \xrightarrow{V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 h} \rho_1 \left(\frac{1}{3} \pi R^2 h \right) = \rho_2 a^3$$

۲ با توجه به فرض مسئله $h = a$ و $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$ است، آن‌ها را در رابطه‌ای که در بالا به دست

آورده‌ایم، قرار می‌دهیم.

$$\rho_1 \left[\frac{1}{3} \times \pi \left(\frac{a}{\sqrt{3}} \right)^2 a \right] = \rho_2 a^3 \Rightarrow \rho_1 \frac{a^3}{4} = \rho_2 a^3 \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = 4$$

۲ ۱۸۹ B

۱ در حالت اول فشار وارد بر قاعده کوچک مخروط برابر است:

$$P_1 = \frac{W}{A_1}$$

۲ در حالت دوم مخروط روی قاعده بزرگ خود قرار دارد و وزنه‌ای به جرم W' روی آن قرار داده‌ایم، فشار در این حالت برابر است با:

$$P_2 = \frac{W + W'}{A_2}$$

۳ در فرض مسئله بیان شده شعاع قاعده بزرگ مخروط دو برابر شعاع قاعده

کوچک آن است.

$$\begin{cases} A_1 = \pi r_1^2 \\ A_2 = \pi (2r_1)^2 \end{cases} \Rightarrow A_2 = 4A_1$$

۴ از طرفی می‌خواهیم در دو حالت فشار تغییر نکند:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{W}{A_1} = \frac{W + W'}{4A_1} \Rightarrow \frac{W}{1} = \frac{W + W'}{4} \Rightarrow 4W = W + W' \Rightarrow W' = 3W$$

۲ ۱۹۰ B

خط فکری با توجه به شکل بر جسم سه نیروی وزن (W)، نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی نیروسنج وارد می‌شود.

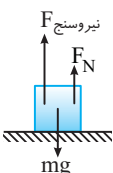
وزن جسم برابر است با:

$$W = mg \xrightarrow{m = 0.5 \text{ kg}} W = 0.5 \times 10 = 5 \text{ N}$$

با توجه به تعریف فشار (نیروی عمودی وارد بر یکای سطح) نیروی عمودی سطح وارد

بر کف وزنه را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{F_N}{A} \Rightarrow 300 = \frac{F_N}{(0.1)^2} \Rightarrow F_N = 3 \text{ N}$$



نیروی وزن 5 N و نیروی عمودی سطح $F_N = 3 \text{ N}$

شده است از این رو نیرویی که نیروسنج به وزنه وارد می‌کند باید $3 - 5 = -2 \text{ N}$ و رو به بالا باشد. زیرا وزنه ساکن و در تعادل است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است بنابراین نیروسنج عدد 2 N را نشان می‌دهد.

۴ ۱۹۶ B

خط فکری به کمک حجم داده شده، ارتفاع آب درون استوانه را حساب می‌کنیم و به کمک $P = \rho gh$ فشار را به دست می‌آوریم.

۱. ارتفاع آب درون استوانه برابر است با:

$$V = Ah \xrightarrow{A = \pi r^2} V = \pi r^2 h \xrightarrow{r = 1 \text{ cm}} V = 157 \text{ cm}^3$$

$$157 = 3/14 \times 1 \times h \Rightarrow h = 5.0 \text{ cm}$$

۲. اکنون فشار آب را به دست می‌آوریم.

$$P = \rho gh \xrightarrow{\rho = 1000 \text{ kg/m}^3} P = 1000 \times 10 \times \frac{5}{100} \Rightarrow P = 500 \text{ Pa}$$

۴ ۱۹۷ B

خط فکری برای ظروفی مانند استوانه که سطح مقطع آن در ارتفاع‌های مختلف

$$P = \rho gh = \frac{mg}{A}$$

یکسان است فشار حاصل از مایع را می‌توان به صورت زیر به دست آورد: $P = \frac{mg}{A}$ به دست آوریم:

$$P = \frac{(157 \times 10^{-3}) \times 10}{\pi r^2} \xrightarrow{r = 1 \text{ cm}} P = \frac{157 \times 10^{-2}}{(3/14) \times 10^{-4}} = 500 \text{ Pa}$$

۱ ۱۹۸ A

در هنگام سقوط آزاد، نیروی وزن مایع به کف سطل وارد نمی‌شود، بنابراین می‌توان گفت از طرف مایع فشاری به کف سطل وارد نمی‌شود و تنها فشار هوا را در نظر می‌گیریم.

$$P = P_0 + P_{\text{مایع}} \xrightarrow{P_{\text{مایع}} = 0} P = P_0$$

۴ ۱۹۹ B

نکته در محاسبه فشار حاصل از مایع یا فشار در یک نقطه از مایع شکل ظرف اهمیت ندارد.

۱. فشار حاصل از مایع در نقطه A را حساب می‌کنیم. نقطه A در مایع P' قرار گرفته است:

$$\rho_A = \rho' gh$$

۲. فشار حاصل از مایع در نقطه B را حساب می‌کنیم. نقطه A در مایع ρ قرار گرفته است:

$$\rho_A = \rho gh$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\rho' gh}{\rho gh} = \frac{\rho'}{\rho} = \frac{3/5}{10/5} = \frac{3}{10}$$

حال نسبت خواسته شده برابر است با:

۲ ۲۰۰ B

نکته عمق یک مایع را همواره از سطح آزاد مایع می‌سنجند.

فشار کل مایع حاصل جمع فشار مایع (ρgh) و فشار هوا (P_0) است. $P = P_0 + \rho gh$

عمق ۵۰٪ افزایش یافته یعنی $h' = 1/2 \Delta h$ و فشار ۱۰٪ زیاد شده بنابراین $P' = 1/1 P$ است. از این‌رو:

$$P' = 1/1 P \Rightarrow P_0 + \rho gh' = 1/1 (P_0 + \rho gh) \Rightarrow P_0 + \rho g(1/2 \Delta h) = 1/1 P_0 + 1/1 \rho gh \Rightarrow \rho g \Delta h = 1/2 P_0 \Rightarrow \rho gh = P_0$$

$$\xrightarrow{\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3} \xrightarrow{P_0 = 10^5 \text{ Pa}} 4 \times 10^3 \times 10 \times h = 10^5 \Rightarrow h = 2/5 \text{ m}$$

اکنون می‌توان P را حساب کرد.

$$P = P_0 + \rho gh = 10^5 + 10^3 \times 10 \times 2/5 \Rightarrow P = 12 \times 10^4 \text{ Pa} = 12 \times 10^5 \text{ Pa}$$

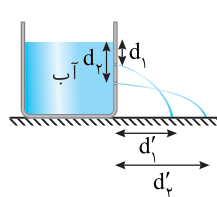
۳ ۲۰۱ A

در $h = 0$ یعنی در سطح مایع فشار 10^5 Pa و در عمق $1/6 \text{ m}$ ، فشار برابر $1/2 \times 10^5 \text{ Pa}$ است. از این‌رو:

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow 1/2 \times 10^5 = 10^5 + \rho \times 10 \times 1/6$$

$$\rho = \frac{2000}{16} \Rightarrow \rho = 125 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow \rho = 1/2 \text{ g/cm}^3$$

۲ ۱۹۱ A



خط فکری فشار مایع به عمق آن بستگی دارد و هرچه از سطح مایع پایین‌تر برویم، فشار بیشتر می‌شود. هرچه سوراخ در بدنه طرف پایین‌تر باشد، فشار آب بیشتر شده و آب با فشار بیشتری خارج می‌شود و آب خروجی فاصله بیشتری از طرف می‌گیرد. $d_p > d_1 \Rightarrow d'_p > d'_1$

۲ ۱۹۲ A

فشار کل در عمق h از یک مایع ساکن برابر فشار ناشی از مایع (ρgh) و فشار هواست.

$$P = P_0 + \rho gh \xrightarrow{P = 1.76 \text{ atm}, h = 8 \text{ m}, P_0 = 10^5 \text{ Pa}} 1.76 \times 10^5 = 10^5 + \rho \times 10 \times 8$$

$$\Rightarrow \rho = 950 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow \rho = 0.95 \text{ g/cm}^3$$

۳ ۱۹۳ A

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2 gh_2 + P_0}{\rho_1 gh_1 + P_0} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{1000 \times 10 \times 5 + 10^5}{1000 \times 10 \times 3 + 10^5} = \frac{5 \times 10^4 + 10^5}{3 \times 10^4 + 10^5} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{15}{13}$$

۳ ۱۹۴ B

فشار کل در عمق h از یک مایع با چگالی ρ برابر است با:

با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$\Delta P = \rho gh \Rightarrow P_2 = P_0 + \rho gh_2 \Rightarrow 10^5 = P_0 + \rho \times 10 \times \frac{5}{100} = P_0 + 0.5 \rho$$

$$2 \text{ cm عمق } P_2 = P_0 + \rho gh_2 \Rightarrow 1.06 \times 10^5 = P_0 + \rho \times 10 \times \frac{2}{100} = P_0 + 0.2 \rho$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$0.6 \times 10^5 = 2 \rho - 0.5 \rho \Rightarrow 6 \times 10^4 = 1.5 \rho \Rightarrow \rho = 4000 \text{ kg/m}^3$$

فشار هوا خواهد شد:

$$10^5 = P_0 + 0.5 \rho \Rightarrow 10^5 = P_0 + 2 \times 10^3$$

$$100 \times 10^3 = P_0 + 2 \times 10^3 \Rightarrow P_0 = 98 \times 10^3 \text{ Pa} = 98 \text{ kPa}$$

میانبر اختلاف فشار بین دو نقطه از یک مایع از رابطه $\Delta P = \rho g \Delta h$ به دست می‌آید که در آن Δh ، اختلاف ارتفاع نقاط درون مایع است:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow (1.06 - 1.0) \times 10^5 = \rho \times 10 \times \frac{15}{100} \Rightarrow \rho = 4000 \text{ kg/m}^3$$

۳ ۱۹۵ B

یادآوری فشار در عمق h از یک مایع از رابطه زیر به دست می‌آید:

۱) فشار در عمق 10 cm ، برابر است با:

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow P_1 = 1.026 \times 10^5 + \rho \times 10 \times \frac{10}{100} \Rightarrow P_1 = 1.026 \times 10^5 + \rho$$

۲) فشار در عمق 53 cm برابر است:

$$\begin{cases} P_2 = P_0 + \rho gh_2 \\ P_2 = 1.026 \times 10^5 + \rho \times 10 \times \frac{53}{100} \end{cases} \Rightarrow P_2 = 1.026 \times 10^5 + 5.3 \rho$$

۳) با توجه به صورت سؤال $P_2 = 1/2 P_1$ است:

$$\begin{cases} P_2 = 1/2 P_1 \Rightarrow 1.026 \times 10^5 + 5.3 \rho = 1/2 (1.026 \times 10^5 + \rho) \\ P_1 = 1.026 \times 10^5 + \rho \end{cases}$$

۴) رابطه P_1 و P_2 را برهم تقسیم می‌کنیم تا مجهول P_1 از صورت و مخرج حذف شود و تنها مجهول چگالی باقی بماند:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1.026 \times 10^5 + \rho}{1.026 \times 10^5 + 5.3 \rho} \Rightarrow \frac{1.026 \times 10^5 + \rho}{1.026 \times 10^5 + 5.3 \rho} = \frac{1.026 \times 10^5 + \rho}{1.026 \times 10^5 + 5.3 \rho} \Rightarrow 2(1.026 \times 10^5 + \rho) = 1.026 \times 10^5 + 5.3 \rho \Rightarrow 2.052 \times 10^5 + 2\rho = 1.026 \times 10^5 + 5.3 \rho \Rightarrow 1.026 \times 10^5 = 3.3 \rho \Rightarrow \rho = 13500 \text{ kg/m}^3 = 13.5 \text{ g/cm}^3$$



۲. اکنون نیروی وارد بر پرده گوش شخص را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA \xrightarrow{A=1\text{cm}^2} F = 150000 \times 10^{-4} \Rightarrow F = 15\text{N}$$

۳. ۲۰۶ B

با توجه به تعریف فشار در عمق h می‌توان نوشت:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow P_0 + \rho gh = \frac{F}{A} \Rightarrow 10^5 + 1020 \times 10 \times h = \frac{73200}{1200 \times 10^{-4}}$$

$$10200h = 510000 \Rightarrow h = 50\text{m}$$

۱. ۲۰۷ A

خط فکری ۱. اول باید بدانیم در حل این مسئله نیازی به فشار هوا نیست، زیرا فشار هوای درون زیردریایی با فشار هوای محیط برابر است و اثر هم را از بین می‌برد و تنها فشار مؤثر فشار مایع بالای سوراخ است و برای آنکه آب وارد زیردریایی نشود باید حداقل نیرویی برابر نیرویی که آب بر سوراخ وارد می‌کند، به کار برد.

۱. ابتدا فشار آب در عمق 20m را با توجه به فرض مسئله به دست می‌آوریم:

$$P = 20 \times 10^4 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = 2 \times 10^5 \times 10^{-3} \Rightarrow F = 200\text{N}$$

۲. اکنون نیرو را حساب می‌کنیم:

۱. ۲۰۸ A

خط فکری ابتدا فشار ستون جیوه $P = \rho gh$ را به دست می‌آوریم، سپس فشار به دست آمده را در مساحت سطح مقطع ظرف ضرب می‌کنیم تا نیروی وارد بر کف ظرف به دست آید.

۱. فشار وارد بر ته لوله برابر است با:

$$P = \rho gh \Rightarrow P = 13/6 \times 10^3 \times 10 \times 0.1 \Rightarrow P = 13/6 \times 10^3 \text{ Pa}$$

۲. مساحت سطح مقطع لوله را حساب می‌کنیم.

$$A = \pi r^2 \xrightarrow{r=1\text{cm}} A = 3 \times (10^{-2})^2 = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

۳. نیروی وارد بر ته لوله خواهد شد:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA \Rightarrow F = 13/6 \times 10^3 \times 3 \times 10^{-4} \Rightarrow F = 4/10 \text{ N} \Rightarrow F \approx 4\text{N}$$

۱. ۲۰۹ A

خط فکری در ظرف‌هایی که سطح مقطع آن‌ها ثابت است، نیروی وارد بر کف ظرف برابر نیروی وزن مایع بدون ظرف خواهد بود.

دقت کنید که در صورت مسئله بیان شده در سه ظرف مقدار مایع ریخته شده برابر و وزن این سه مایع یکسان است. از طرفی نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع خواسته شده است که این نیرو همان نیروی وزن مایع است بنابراین $F_1 = F_2 = F_3$.

۴. ۲۱۰ B

ابتدا به سراغ مقایسه فشار آب در دو ظرف می‌رویم که راحت‌تر است. ارتفاع آب در ظرف B نصف ارتفاع آب در ظرف A است و با توجه به رابطه $P = \rho gh$ خواهیم داشت:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\rho gh_A}{\rho gh_B} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{h_A}{h_B} = \frac{h_A}{\frac{1}{2}h_A} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = 2$$

داشت:

اکنون به سراغ مقایسه نیروی وارد بر کف ظرف می‌رویم. می‌توان از دو روش به جواب رسید: روش اول مقایسه وزن آب در دو ظرف است زیرا نیرویی که آب به کف ظرف استوانه‌ای شکل وارد می‌کند همان نیروی وزن است و دیگری استفاده از حاصل ضرب فشار در مساحت کف ظرف ($F = PA$) است.

روش اول: ابعاد استوانه B نصف ابعاد استوانه A است.

$$\left\{ \begin{array}{l} h_B = \frac{1}{2} h_A \\ R_B = \frac{1}{2} R_A \end{array} \right. \xrightarrow{V = \pi R^2 h} \frac{V_A}{V_B} = \frac{R_A^2 h_A}{(\frac{1}{2} R_A)^2 (\frac{1}{2} h_A)} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = 8$$

یعنی در ظرف A هشت برابر ظرف B آب وجود دارد بنابراین وزن آب در ظرف A

$$\frac{F_A}{F_B} = 8$$

هشت برابر وزن آب در ظرف B است و خواهیم داشت:

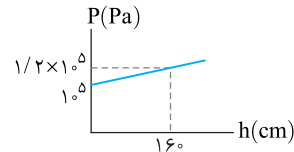
روش دوم:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_A = P_A A_A \\ F_B = P_B A_B \end{array} \right. \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{P_A}{P_B} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{\frac{P_A}{P_B} = 2, \frac{A_A}{A_B} = 4} \frac{F_A}{F_B} = 2 \times 4 = 8$$

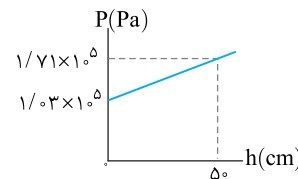
فشار پیمانه‌ای یعنی اختلاف فشار با فشار هوا:

$$P = \rho gh + P_0 \Rightarrow P - P_0 = \rho gh \Rightarrow P_g = \rho gh$$

$$\Rightarrow P_g = 1250 \times 10 \times 1 \Rightarrow P_g = 12500 \text{ Pa}$$



پاسخ سوال شکل زیر، فشار درون یک مایع را برحسب h نشان می‌دهد و h فاصله تا سطح آزاد مایع است. فشار پیمانه‌ای در عمق 10 سانتی‌متری این مایع، چند پاسکال است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و چگالی مایع ثابت فرض شود).



ریاضی (نوبت اول) - ۱۴۰۲

$$(1) \quad 1/34 \times 10^5$$

$$(2) \quad 1/166 \times 10^5$$

$$(3) \quad 6/8 \times 10^4$$

$$(4) \quad 1/36 \times 10^4$$

گزینه ۴

۴. ۲۰۲ B

با توجه به نمودار در می‌یابیم در عمق 30 سانتی‌متری فشار ناشی از مایع برابر 4500 Pa بوده است. بنابراین داریم:

$$P = \rho gh \Rightarrow 4500 = \rho \times 10 \times \frac{3}{10} \Rightarrow \rho = 1500 \text{ kg/m}^3$$

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{مایع}} + P_0 \Rightarrow P_{\text{کل}} = 1500 \times 10 \times \frac{1}{2} + 10^5 \Rightarrow P_{\text{کل}} = 107500 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow 107/5 \text{ kPa}$$

۴. ۲۰۳ B

خط فکری فشار در عمق مایع ناشی از سه فشار است.

۱. فشار هوا
۲. فشار ناشی از وزن پیستون ($P = \frac{W}{A}$)
۳. فشار ناشی از مایع (ρgh) و هر فشار را باید به دست آورد و با هم جمع کرد.

۱. فشار مایع در عمق 3 متری برابر است با:

$$P_{\text{مایع}} = \rho gh \xrightarrow{\rho = 2000 \text{ kg/m}^3, g = 10 \text{ m/s}^2} P = 2000 \times 10 \times 3 \Rightarrow P_{\text{مایع}} = 60000 \text{ Pa}$$

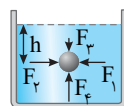
۲. فشار ناشی از وزن پیستون را حساب می‌کنیم.

$$P = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A} \xrightarrow{\frac{200}{100 \times 10^{-4}}} P = 2 \times 10^4 \text{ Pa} = 20000 \text{ Pa}$$

۳. اکنون این دو فشار را با فشار هوا جمع می‌کنیم تا فشار کل به دست آید.

$$P = P_0 + P_{\text{مایع}} + P_{\text{پیستون}} = 10^5 + 60000 + 20000 = 18 \times 10^4 \text{ Pa}$$

۳. ۲۰۴ A



در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن فشار در همه جهات یکسان است بنابراین در امتداد یک خط افقی درون مایع نیروهای وارد بر یک جسم کروی از دو طرف یکسان است $F_1 = F_2$. اما در سطح بالایی کره به دلیل عمق کمتر، فشار و در نتیجه نیرو کمتر است. $F_4 > F_2 = F_1 > F_3$.

۱. ۲۰۵ A

خط فکری نیروی حاصل از فشار وارد بر یک سطح از رابطه $F = PA$ به دست می‌آید که در این رابطه P فشار وارد بر یک سطح و A سطح مقطع آن است.

۱. فشار در عمق 5 متری آب را حساب می‌کنیم:

$$P = P_0 + \rho gh$$

$$P_0 = 10^5 \text{ Pa}, \rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow P = 10^5 + 1000 \times 10 \times 5 \Rightarrow P = 150000 \text{ Pa}$$

نسبت فشار آب بر کف ظرف A به فشار جیوه بر کف ظرف B برابر است با:

$$\frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{جیوه}}} = \frac{\frac{W_{\text{آب}}}{A_A}}{\frac{W_{\text{جیوه}}}{A_B}} \xrightarrow{W_{\text{آب}}=W_{\text{جیوه}}} \frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{جیوه}}} = \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A_B=4A_A} \frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{جیوه}}} = 4$$

۴ ۲۱۶ A

خط فکری می‌خواهیم فشار کل وارد بر کف ظرف را با افزایش ارتفاع مایع دو برابر کنیم، بنابراین کافی است فشار کل را در حالت h_1 به دست آوریم، سپس آن را دو برابر کنیم و ارتفاع h_2 را حساب کنیم.

$$P_1 = \rho g h_1 + P_0 \quad \text{فشار کل در عمق } h_1 \text{ برابر است با:}$$

$$P_1 = 2000 \times 10 \times \frac{5}{100} + 10^5 \Rightarrow P_1 = 110000 \text{ Pa}$$

$$P_2 = 2 \times 110000 = 220000 \text{ Pa} \quad \text{فشار } P_2 \text{ دو برابر } P_1 \text{ است از این رو:}$$

اکنون ارتفاع مایع را در حالت جدید حساب می‌کنیم.

$$P_2 = \rho g h_2 + P_0 \Rightarrow 220000 = 2000 \times 10 \times h_2 + 100000 \Rightarrow 120000 = 20000 h_2 \Rightarrow h_2 = 6 \text{ m} = 600 \text{ cm}$$

عجب ظرف استوانه‌ای بلندی، ارتفاع ۶ متر شده است.

۲ ۲۱۷ B

فشار کل در عمق h از یک مایع ساکن برابر مجموع فشار هوا و فشار حاصل از مایع است:

$$P_1 = P_0 + \rho g h$$

$$P_2 = P_0 + 2\rho g h \quad \text{بنابراین فشار کل در عمق } 2h \text{ برابر خواهد شد با:}$$

اکنون فشار P_2 و P_1 را مقایسه می‌کنیم. البته قطعاً $P_2 > P_1$ است اما چه مقدار؟ مسئله را به روش زیر بررسی می‌کنیم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_0 + 2\rho g h}{P_0 + \rho g h} = \frac{P_0 + \rho g h + \rho g h}{P_0 + \rho g h} = \frac{P_0 + \rho g h}{P_0 + \rho g h} + \frac{\rho g h}{P_0 + \rho g h} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{\rho g h}{P_0 + \rho g h}$$

کامل مشخص است که مقدار $\frac{\rho g h}{P_0 + \rho g h}$ از یک کمتر است، بنابراین نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ از ۱

بیشتر و از ۲ کمتر می‌شود:

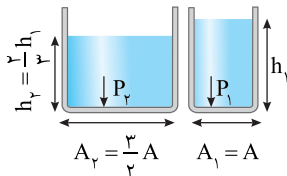
میانبر کافی است دو عدد اختیاری به P_0 و $\rho g h$ بدهید. مثلاً ۵ و ۸ در این

$$P_1 = 8 + 5 = 13 \quad \text{صورت:}$$

$$P_2 = 8 + 2 \times 5 = 18 \quad \text{با دو برابر شدن } \rho g h \text{ یعنی } 2 \times 5 = 10 \text{ خواهیم داشت:}$$

$$\text{قطعاً } 1 < \frac{18}{13} < 2 \text{ است بنابراین } 1 < \frac{P_2}{P_1} < 2$$

۳ ۲۱۸ B



مقدار آب ریخته شده در دو ظرف برابر است، بنابراین حجم آب درون ظرف‌ها یکی است و ارتفاع آب در ظرفی که قاعده‌اش بزرگ‌تر است، کمتر است. جرم آب‌ها در دو حالت

یکی است بنابراین حجم آب در دو حالت برابر است از این رو:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow A h_1 = \frac{3}{4} A h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{3}{4} h_2$$

از طرفی فشار وارد بر کف ظرف برابر مجموع فشار هوا و فشار آب است:

$$P_1 = \rho g h_1 + P_0 \Rightarrow P_1 = \frac{3}{4} \rho g h_2 + P_0 \quad (1)$$

$$P_2 = \rho g h_2 + P_0 \quad (2)$$

با مقایسه رابطه‌های (۱) و (۲) مشخص است که P_1 از P_2 بیشتر است. اما $\frac{3}{4} P_2$ برابر

$$P_2 < P_1 < \frac{3}{4} P_2 \quad \text{یعنی: } P_2$$

۴ ۲۱۱ A

خط فکری دقت کنید ظرف دوم را پر از مایع نکرده‌ایم، بلکه تمام مایع ظرف اول را در ظرف دوم ریخته‌ایم. یعنی وزن مایع در دو حالت یکسان است اما مساحت کف ظرف دوم بزرگ‌تر است. زیرا ابعاد ظرف دوم دو برابر ظرف اول است بنابراین فشار در حالت کمتر خواهد شد. اما حل مسئله:

مساحت سطح کف ظرف مکعب‌شکل برابر $A = a^2$ است از این رو:

$$A = a^2 \xrightarrow{A_1=a_1^2, A_2=a_2^2} \frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{2a_1}{a_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 4$$

نسبت فشارها خواهد شد:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{W}{A_2}}{\frac{W}{A_1}} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{4}$$

میانبر مقدار مایع یکسان است وقتی کف ظرف چهار برابر شود، ارتفاع مایع

$$\left\{ \begin{array}{l} h_2 = \frac{1}{4} h_1 \Rightarrow P_2 = \frac{1}{4} P_1 \\ P = \rho g h \end{array} \right. \quad \frac{1}{4} \text{ می‌شود و فشار } \frac{1}{4} \text{ می‌شود.}$$

۱ ۲۱۲ A

با توجه به فشار کل در حالت اول داریم:

$$P_{(1)} = P_0 + P_{\text{مایع اول}} \Rightarrow P_{(1)} = P_0 = 10^5 - 10^6 = -10^5$$

$$\Rightarrow P_{\text{مایع اول}} = 6kPa$$

چون مایع تغییر نکرده، جرم آن ثابت است و در نتیجه نیرو ثابت می‌ماند:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow \frac{P_{(2)}}{P_{(1)}} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{P_{(2)}}{6} = \frac{\pi(10)^2}{\pi(20)^2} \Rightarrow \frac{P_{(2)}}{6} = \frac{1}{4} \Rightarrow P_{(2)} = 1.5kPa$$

$$P_{(2)} = P_0 + P_{\text{مایع دوم}} \Rightarrow P_{\text{مایع دوم}} = 10^5 + 1.5 = 100150 \text{ Pa}$$

۳ ۲۱۳ B

خط فکری در صورت مسئله بیان شده حجم آب و حجم روغن ریخته شده در دو ظرف برابر است. بنابراین می‌توان با توجه به شکل ظرف‌ها، نسبت ارتفاع آب و روغن را در ظرف A و B حساب کرد و سپس به کمک رابطه فشار مایع ($\rho g h$) نسبت فشارها را به دست آورد.

$$\text{در ظرف استوانه‌ای A، آب ریخته شده و حجم آب برابر است با: } V_{\text{آب}} = \pi R^2 h_{\text{آب}}$$

$$\text{در ظرف مکعب‌شکل B، روغن ریخته شده و حجم روغن برابر است با: } V_{\text{روغن}} = R^2 h_{\text{روغن}}$$

حجم آب و روغن برابر است، از این رو می‌توان نوشت:

$$V_{\text{آب}} = V_{\text{روغن}} \Rightarrow \pi R^2 h_{\text{آب}} = R^2 h_{\text{روغن}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = \frac{1}{\pi} h_{\text{روغن}}$$

اکنون نسبت فشار آب در ظرف A به فشار روغن در ظرف B را حساب می‌کنیم.

$$\frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{روغن}}} = \frac{\rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}}}{\rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}}} \xrightarrow{\rho_{\text{آب}} = 1g/cm^3, \rho_{\text{روغن}} = 0.8g/cm^3} \frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{روغن}}} = \frac{1 \times h_{\text{آب}}}{0.8 \times \pi h_{\text{آب}}} = \frac{10}{8 \times 3.14} = \frac{5}{12}$$

۳ ۲۱۴ B

جرم جیوه و جرم آب برابر است:

$$m_{\text{جیوه}} = \rho_B h_B, m_{\text{آب}} = \rho_A h_A$$

فشار وارد بر کف ظرف‌ها برابر است با:

$$h_A \quad \rho_A \quad h_B \quad \rho_B$$

$$P_A = \rho_A g h_A + P_0, P_B = \rho_B g h_B + P_0 \xrightarrow{\rho_B h_B = \rho_A h_A} P_A = P_B$$

۴ ۲۱۵ B

خط فکری نکته اصلی در حل این مسئله هم جرم بودن آب و جیوه است، یعنی وزن

آب با وزن جیوه برابر است، بنابراین باید برای حساب کردن فشار از رابطه $P = \frac{W}{A}$ استفاده کرد. در ضمن ابعاد ظرف B دو برابر ابعاد ظرف A است، یعنی مساحت کف ظرف B چهار برابر مساحت کف ظرف A است. با توجه به این نکات شما می‌توانید مسئله را حل کنید.

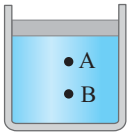


۱ ۲۲۲ A

نکته: در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن، فشار یکسان است.

در هر سه حالت غشای D واقع بر دهانه فشارسنج‌های A، B و C در عمق یکسانی قرار دارد، بنابراین در هر سه حالت فشار یکسانی بر آن وارد می‌شود و $P_A = P_B = P_C$ است.

۴ ۲۲۳ A



به شکل نگاه کنید، عمق B از عمق A بیشتر است و با توجه به رابطه $(P = \rho gh)$ قطعاً فشار مایع در عمق B از فشار مایع در عمق A بیشتر است ($P_A < P_B$). با قرار دادن وزنه روی پیستون، این وزنه فشاری برابر $P = \frac{W}{A}$ بر مایع وارد می‌کند و

بنا بر اصل پاسکال، مایع این افزایش فشار را به‌طور یکسان به تمام نقاط منتقل می‌کند، بنابراین افزایش فشار در نقطه A با افزایش فشار در نقطه B برابر است ($\Delta P_B = \Delta P_A$).

۴ ۲۲۴ A

نکته: فشار در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن همواره با هم برابر است و به شکل ظرف و سرباز یا سر بسته بودن شاخه‌ها بستگی ندارد. بنابراین فشار نقاط M، N و P با هم برابر است.

۴ ۲۲۵ B

خط فکری: نکته مهم در حل این مسئله این است که یادمان باشد، فشار در هر نقطه از مایع ساکن به عمق مایع یعنی فاصله آن نقطه از سطح آزاد مایع بستگی دارد، بنابراین برای مقایسه فشار در نقطه A و نقطه B باید فاصله قائم این دو نقطه را از سطح آزاد مایع حساب کنیم.

۱ فشار بر دریوش A برابر است با:

$$P_A = \rho gh_A \xrightarrow{h_A = 12 \text{ cm}} P_A = 1500 \times 10 \times 12 \times 10^{-2} \Rightarrow P_A = 150 \times 12$$

$$\rho = 1500 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow P_A = 18000 \text{ Pa}$$

۲ برای یافتن فشار بر دریوش B، ابتدا h را به کمک شکل حساب می‌کنیم.

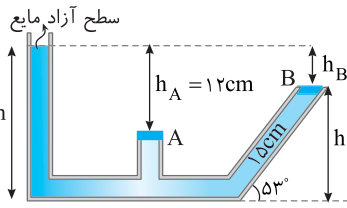
$$\sin 53^\circ = \frac{h}{15} \Rightarrow h = 15 \sin 53^\circ \Rightarrow h = 15 \times 0.8 = 12 \text{ cm}$$

بنابراین عمق B از سطح آزاد مایع برابر است با:

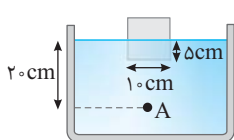
$$P_B = \rho gh_B = 1500 \times 10 \times 8 \times 10^{-2} = 150 \times 8 = 12000 \text{ Pa}$$

۴ اختلاف فشار بر دریوش A و B خواهد شد:

$$P_A - P_B = 18000 - 12000 = 6000 \text{ Pa}$$



۱ ۲۲۶ B



خط فکری: وقتی جسمی را روی سطح مایع قرار می‌دهیم، مقداری از جسم در مایع فرو رفته و سطح مایع بالا می‌آید و جسم روی سطح شناور می‌ماند. این افزایش ارتفاع مایع باعث می‌شود که فشار مایع در همه نقاط آن افزایش یابد.

بنابراین برای به‌دست آوردن فشار در نقطه A کافی است فشار مایع در عمق ۲۰ cm را با فشار هوا جمع کرد. فشار در عمق ۲۰ cm و در نقطه A خواهد شد:

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow P = 10^5 + 1000 \times 10 \times 0.2 \Rightarrow P = 120000 \text{ Pa}$$

۳ ۲۲۷ A

خط فکری: اختلاف فشار دو نقطه درون یک مایع همواره برابر $\Delta P = \rho g \Delta h$ است که در آن Δh فاصله قائم دو نقطه از یکدیگر است. به اثبات زیر دقت کنید:

$$\begin{cases} P_A = P_0 + \rho gh_1 \\ P_B = P_0 + \rho gh_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta P = P_B - P_A = \rho g(h_2 - h_1) = \rho g \Delta h$$

$$\begin{cases} P_A = P_0 + \rho gh_1 \\ P_C = P_0 + \rho gh_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta P = P_C - P_A = \rho g(h_2 - h_1) = \rho g \Delta h$$

نکته: دقت کنید وقتی در یک دوجمله‌ای مانند $y = a + b$ تنها یکی از جمله‌ها

مثلاً a، برابر شود، مقدار y افزایش می‌یابد اما $\frac{3}{4}$ برابر نمی‌شود زیرا برای $\frac{3}{4}$ شدن حتماً باید b نیز $\frac{3}{4}$ برابر شود.

۳ ۲۱۹ B

۱ نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع ناشی از فشار مایع است. ابتدا فشار مایع را به‌دست می‌آوریم، البته یادآوری می‌کنیم که عمق مایع را از سطح آزاد آن اندازه‌گیری می‌کنند یعنی در این ظرف $h = 30 \text{ cm}$ است بنابراین:

$$P = \rho gh \Rightarrow P = 800 \times 10 \times \frac{30}{100} \Rightarrow P = 2400 \text{ Pa}$$

۲ اکنون نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع را حساب می‌کنیم.

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA$$

$$\Rightarrow F = 2400 \times 100 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow F = 24 \text{ N}$$



۳ ۲۲۰ B

خط فکری: یک مسئله با شکل عجیب اما بسیار ساده، دو فنر در واقع وزن پیستون و آب روی آن را تحمل می‌کنند بنابراین کافی است وزن آب را با وزن پیستون جمع کنیم.

$$V = Ah \Rightarrow V = 10 \times 20 \times 10^{-6} \Rightarrow V = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

حجم آب برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow{\rho = 1000 \text{ kg/m}^3} m = 1000 \times 2 \times 10^{-4} \Rightarrow m = 0.2 \text{ kg}$$

وزن آب را حساب می‌کنیم:

$$W_{\text{آب}} = mg = 0.2 \times 10 = 2 \text{ N}$$

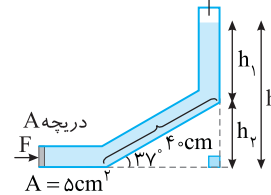
وزن پیستون برابر است با:

$$W_{\text{پیستون}} = mg = 1 \times 10 = 10 \text{ N}$$

دو فنر جمعاً $10 + 2 = 12 \text{ N}$ نیرو تحمل می‌کنند بنابراین هر فنر ۶ N نیرو تحمل می‌کند.

میانبر: جرم ۱ cm³ آب ۱ g است بنابراین در این مسئله جرم ۲۰۰ cm³ آب ۲۰۰ g یا ۰.۲ kg است.

۲ ۲۲۱ C



خط فکری: فشار مایع به شکل ظرف بستگی ندارد و تنها به ارتفاع مایع درون ظرف بستگی دارد، بنابراین در حل این مسئله گام اول یافتن ارتفاع مایع درون ظرف است.

۱ با توجه به شکل ارتفاع مایع درون ظرف برابر است با:

$$h = h_1 + h_2$$

اما h_2 چگونه به‌دست می‌آید؟ به کمک $\sin 37^\circ$ می‌توان h_2 را حساب کرد.

$$\sin 37^\circ = \frac{h_2}{40} \Rightarrow h_2 = 40 \sin 37^\circ \Rightarrow h_2 = 40 \times 0.6 = 24 \text{ cm}$$

بنابراین $h = 25 + 24 = 49 \text{ cm}$ است.

۲ فشار این مایع را حساب می‌کنیم، دقت کنید که بالای این مایع خلأ است.

$$P_{\text{مایع}} = \rho gh = 4 \times 10^4 \times 10 \times \frac{49}{100} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = 1.96 \times 10^5 \text{ Pa}$$

۳ عاملی که می‌خواهد مانع خروج دریچه شود، فشار هوای بیرون و فشار حاصل از نیروی F است که بر سطح دریچه وارد می‌شود و جمع این دو فشار باید با فشار مایع برابر شود.

$$P_{\text{مایع}} = P_0 + \frac{F}{A}$$

$$1.96 \times 10^5 = 10^5 + \frac{F}{A} \Rightarrow \frac{F}{A} = 0.96 \times 10^5 = \frac{F}{5 \times 10^{-4}} \Rightarrow F = 48 \text{ N}$$

بنابراین:

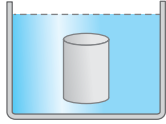
۳ اختلاف دو نیرو را به دست می آوریم:

$$\Delta F = F_2 - F_1 = \rho g (h_2 - h_1) A \xrightarrow[\rho = 1000 \text{ kg/m}^3]{A = 20 \text{ cm}^2}$$

$$\Delta F = 1000 \times 10 \times (0.5 - 0.1) \times 20 \times 10^{-4} \Rightarrow \Delta F = 10^2 \times 0.4 \times 20 \times 10^{-4} = 8 \text{ N}$$

۱. باز با سؤال مطابق شکل، جسمی درون مایعی قرار دارد. اختلاف

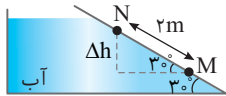
نیروی وارد بر سطح بالایی جسم با نیروی وارد بر سطح پایینی جسم از طرف مایع به کدام عامل بستگی ندارد؟



گزینه ۲

- (۱) ابعاد جسم
- (۲) چگالی جسم
- (۳) چگالی مایع
- (۴) شتاب گرانش

۲ ۲۳۱



اختلاف فشار بین دو نقطه M و N از رابطه

$$P = \rho g \Delta h$$

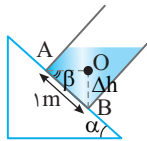
فاصله قائم بین دو نقطه M و N است.

$$\Delta h = MN \sin 30^\circ \Rightarrow \Delta h = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \text{ m}$$

بنابراین ابتدا Δh را حساب می کنیم:

$$P = \rho g \Delta h = 1000 \times 10 \times 1 = 10000 \text{ Pa} = 10 \text{ kPa}$$

اختلاف فشار بین این دو نقطه برابر است با:



$$1200 \frac{\text{g}}{\text{lit}} = 1200 \frac{\text{g}}{\text{lit}} \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ lit}}{10^{-3} \text{ m}^3} = 1200 \text{ kg/m}^3$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow 9600 = 1200 \times 10 \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = 0.8 \text{ m}$$

بنا به خطوط موازی و مورب، زاویه β در مثلث AOB برابر زاویه α است و می توان

$$\sin \beta = \frac{\Delta h}{AB} \xrightarrow{\alpha = \beta} \sin \alpha = \frac{0.8}{1} \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

نوشت:

۱ ۲۳۳

فشار مایع $P = \rho gh$ است که مایع هر سه طرف یکسان است و با توجه به شکل ارتفاع مایع

نیز یکسان است، بنابراین فشار آب بر کف در هر سه طرف یکسان است. ($P_1 = P_2 = P_3$)

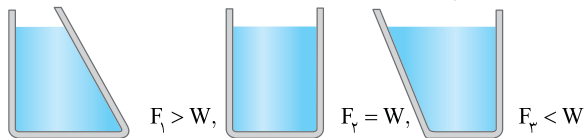
۱ ۲۳۴

خط فکری می توان گفت که سه نوع ظرف داریم و برای هر کدام از آنها می توان

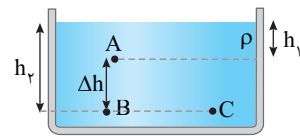
مطابق جدول زیر نیروی وارد بر کف ظرف و وزن مایع را مقایسه کرد:

ظرف با سطح مقطع ثابت	دهانه ظرف باریک تر	دهانه ظرف پهن تر
$F = W$ وارد بر کف	$F > W$ وارد بر کف	$F < W$ وارد بر کف

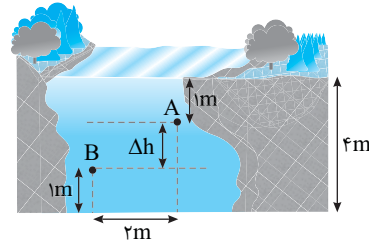
با توجه به سؤال جرم مایع ریخته شده در ظرف ها یکسان است بنابراین:



نیروی وارد بر کف ظرف (۱) از دو طرف دیگر بیشتر است.



اختلاف فشار بین دو نقطه A و B به فاصله قائم و A و B از هم یعنی Δh روی شکل بستگی دارد.



۱ با توجه به اعداد روی شکل، Δh را حساب می کنیم: $\Delta h = 4 - (1 + 1) = 2 \text{ m}$

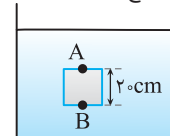
۲ اختلاف فشار برابر است با:

$$\Delta P_{AB} = \rho g \Delta h_{AB} \xrightarrow[\rho = 1500 \text{ kg/m}^3]{\rho = 1500 \text{ kg/m}^3}$$

$$\Delta P_{AB} = 1500 \times 10 \times 2 \Rightarrow \Delta P_{AB} = 30000 \text{ Pa} = 30 \text{ kPa}$$

۳ ۲۲۸

اختلاف فشار بین دو نقطه درون یک مایع از رابطه $\Delta P = \rho g \Delta h$ به دست می آید:



$$\begin{cases} P_A = 10 \text{ kPa} \\ P_B = 10 \text{ kPa} \end{cases} \Rightarrow \Delta P_{AB} = 10 - 10 = 0 \text{ kPa} = 0 \text{ Pa}$$

حال با توجه به ΔP مقدار چگالی را حساب می کنیم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow 4000 = \rho \times 10 \times 0.2 \Rightarrow \rho = 2000 \text{ kg/m}^3$$

مقدار چگالی بر حسب گرم بر لیتر خواهد شد:

$$\rho = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L}} = 2000 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

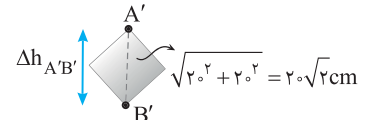
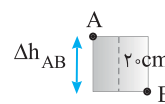
۳ ۲۲۹

اختلاف فشار بین دو نقطه در مایع از رابطه $\Delta P = \rho g \Delta h$ به دست می آید که در آن

Δh فاصله قائم دو نقطه است.

$$\Delta P = \rho g \Delta h_{AB}$$

$$\Delta P_{A'B'} = \rho g \Delta h_{A'B'}$$



حال نسبت $\Delta P_{A'B'}$ و ΔP_{AB} را به دست می آوریم.

$$\frac{\Delta P_{AB}}{\Delta P_{A'B'}} = \frac{\rho g \Delta h_{AB}}{\rho g \Delta h_{A'B'}} = \frac{10}{20\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

۲ ۲۳۰

۱ نیروی وارد بر سطح بالایی از طرف آب

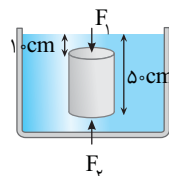
$$F_1 = P_1 A = \rho g h_1 A$$

برابر است با:

۲ نیروی وارد بر سطح پایینی از طرف آب

$$F_2 = P_2 A = \rho g h_2 A$$

خواهد شد:



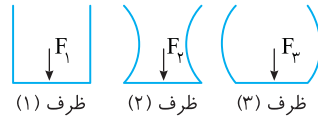


۴ ۲۳۵ B

دقت کنید حجم سه مایع یکسان و مساحت مقطع هر سه طرف برابر ($A_1 = A_2 = A_3$) است. بنابراین در ظرف (۲) ارتفاع مایع از دو طرف دیگر بیشتر و در ظرف (۳)، ارتفاع مایع از همه کمتر است ($h_2 > h_1 > h_3$). از طرفی نیروی وارد بر کف ظرف خواهد شد:

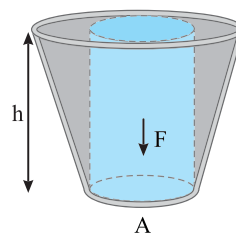
$$F = PA = \rho ghA$$

و با توجه به ارتفاع مایع در سه ظرف خواهیم داشت:

$$F_2 > F_1 > F_3$$


۲ ۲۳۶ B

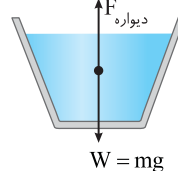
فشاری که مایع بر کف هر ظرف وارد می‌کند برابر با $P = \rho gh$ است. نیرویی که مایع بر کف هر ظرف وارد می‌کند نیز از رابطه $F = PA$ به دست می‌آید:

$$P = \rho gh \xrightarrow{F=PA} F = \rho ghA$$


در شکل روبه‌رو hA برابر با حجم قسمتی از مایع است که به صورت استوانه‌ای رنگی مشخص شده است. بنابراین $F = \rho ghA$ برابر با وزن این قسمت از مایع است که از وزن کل مایع کمتر است: $F < W$. با توجه به متن خط فکری قطعاً نیرویی که توسط مایع به کف ظرف وارد می‌شود از وزن مایع کمتر است $F_1 < 20\text{ N}$.

اما دقت کنید نیرویی که یک جسم ساکن واقع بر سطح افقی به سطح وارد می‌کند، همواره برابر نیروی وزن جسم است بنابراین $F_p = 20\text{ N}$.

۱ ۲۳۷ B



مایع درون ظرف ساکن است بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است ($F_{\text{net}} = 0$).

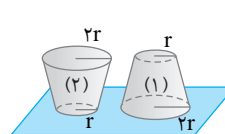
نیروهای وارد بر مایع را بررسی می‌کنیم:

۱. نیروی وزن که توسط کره زمین بر مایع رو به پایین وارد می‌شود.

۲. نیرویی که از طرف دیواره‌ها به مایع وارد می‌شود.

نیروی دیواره‌ها باید نیروی وزن را خنثی کند، بنابراین نیروی خالصی که دیواره‌ها بر مایع وارد می‌کنند باید در راستای قائم (در راستای وزن) و رو به بالا باشد.

۳ ۲۳۸ A



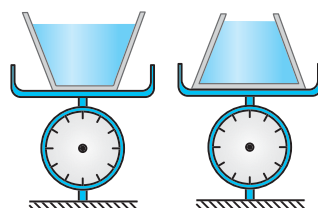
به عبارت نیروی وارد بر سطح افقی دقت کنید. یک جسم ساکن همواره نیرویی برابر نیروی وزن را بر تکیه‌گاهش وارد می‌کند. چون وزن ظرف و آب درون آن‌ها یکسان است، نیرویی که هر دو ظرف بر سطح افقی وارد می‌کنند یکسان است ($F_1 = F_2$).

ارتفاع آب در دو ظرف یکسان است بنابراین فشار آب در کف ظرف‌ها یکسان است.

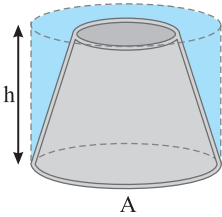
$$P = \rho gh \xrightarrow{h_1 = h_2} P_1 = P_2$$

۱ ۲۳۹ A

این دو ترازو در هر حالت نیروی وزن اجسام روی کفه ترازو را نشان می‌دهد و در هر دو حالت جرم ظرف‌ها و مایع درون آن‌ها یکسان است بنابراین اختلاف بین عددی که دو ترازو نشان می‌دهند ($a' - a$) برابر صفر است.



۱ ۲۴۰ B



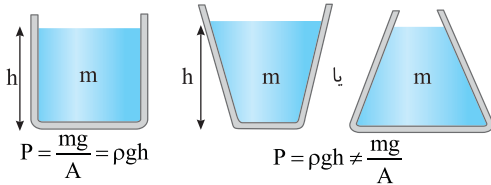
خط فکری با توجه به شکل مقابل:

$$P = \rho gh \xrightarrow{F=PA} F = \rho ghA$$

اما hA برابر با حجم مایعی است که به صورت یک استوانه‌ای رنگی مشخص شده است. بنابراین $F = \rho ghA$ از وزن مایع بیشتر است: $F > W$. با توجه به متن خط فکری نیرویی که از طرف مایع بر کف این ظرف وارد می‌شود از وزن مایع بیشتر است بنابراین $F > W_1 + W_2$ خواهد بود.

۳ ۲۴۱ A

خط فکری برای ظرف‌هایی که سطح مقطع آن‌ها در حال تغییر است، فشار حاصل از مایع تنها از رابطه $P = \rho gh$ به دست می‌آید.



با توجه به خط فکری بالا، فشار حاصل از مایع را حساب می‌کنیم:

$$P = \rho gh \Rightarrow P = 1000 \times 10 \times \frac{1}{100} = 100\text{ Pa}$$

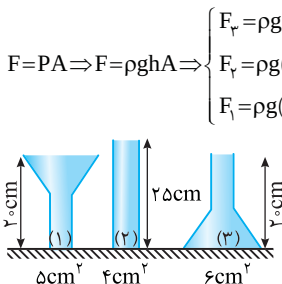
۱ ۲۴۲ B

مایع ساکن است و برابری نیروهای وارد بر مایع صفر است. دو نیرو بر مایع وارد می‌شود، یکی نیروی وزن ($W = 50\text{ N}$) رو به پایین و دیگری نیرویی است که ظرف به مایع وارد می‌کند که اندازه آن نیز باید 50 N و رو به بالا باشد. بنا به قانون سوم نیوتون مایع نیز همین نیروی 50 N را رو به پایین به ظرف وارد می‌کند.

۲ ۲۴۳ A

خط فکری نیرویی که مایع بر کف ظرف وارد می‌کند ناشی از فشار مایع ($F = PA$) است. برای آنکه مشخص شود که نیروی وارد بر کف کدام ظرف بیشتر است باید از رابطه $F = PA = \rho ghA$ ، نیروی وارد بر کف تک‌تک ظرف‌ها را به دست آوریم.

نیروی وارد بر کف هر ظرف خواهد شد:

$$\begin{cases} F_1 = \rho g(20 \times 6) = 120\text{ } \rho g \\ F_2 = \rho g(25 \times 4) = 100\text{ } \rho g \\ F_3 = \rho g(20 \times 5) = 100\text{ } \rho g \end{cases}$$


با مقایسه سه نیروی F_1 ، F_2 ، F_3 مشخص است که $F_1 = F_2 < F_3$ است.

۴ ۲۴۴ B

خط فکری در حل این مسئله می‌توان از تعریف اصلی فشار $P = \frac{F}{A}$ استفاده کرد

و کافی است وزن آب اضافه شده را بر مساحت سطح دهانه ظرف تقسیم کنیم، زیرا افزایش فشار در سطح بالایی آب به تمام نقاط به‌طور یکسان منتقل می‌شود.

نکته عدد حجم آب بر حسب لیتر با عدد جرم آن بر حسب kg برابر است. وقتی

حجم آب ۲ lit است، جرم آن ۲ kg است و فشاری که این مقدار آب ایجاد می‌کند برابر

است با: $\Delta P = \frac{\Delta F}{A} \xrightarrow{\Delta F = \Delta W = \Delta mg} \Delta P = \frac{\Delta mg}{A} = \frac{2 \times 10}{0.04} = 500\text{ Pa}$

۳ ارتفاع مایع در قسمت بالای ظرف را حساب می‌کنیم.

$$V_p = A_p h_p \Rightarrow 5250 = 150 h_p \Rightarrow h_p = 35 \text{ cm}$$

۴ ارتفاع کل مایع در ظرف از کف ظرف تا سطح مایع برابر است با:

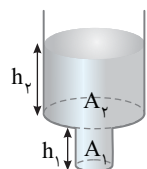
$$h_{\text{کل}} = h_1 + h_p = 75 + 35 = 110 \text{ cm} = 1.1 \text{ m}$$

۵ پس فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P = \rho g h = 1000 \times 10 \times 1.1 = 11000 \text{ Pa}$$

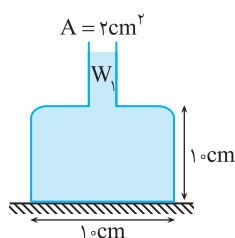
۶ حال نیروی وارد بر کف ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA = 11000 \times 0.3 = 3300 \text{ N}$$



دقت کنید با توجه به شکل ظرف که سطح مقطع بالایی آن بزرگ‌تر از سطح مقطع پایینی آن است، نیروی وارد بر کف ظرف (F) از وزن مایع (W) کمتر است پس نمی‌توان نیروی وارد بر کف ظرف را برابر با $W = mg$ دانست.

۲۴۹ B



۱) نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از فشار مایع است. وقتی آب به وزن W_1 به ظرف اضافه می‌شود، افزایش فشار در دهانه ظرف خواهد شد:

$$\Delta P = \frac{W_1}{A} = \frac{W_1}{2 \times 10^{-4}} \Rightarrow \Delta P = 5000 W_1$$

نکته: هر گاه بر یک مایع محبوس

فشاری وارد شود، مایع این فشار را به تمام نقاط منتقل می‌کند.

۲) افزایش فشار در کف ظرف نیز $5000 W_1$ بوده و افزایش نیروی وارد بر کف خواهد شد:

$$\Delta F_{\text{کف}} = \Delta P A_{\text{کف}} = 5000 W_1 \times (10^{-2}) \Rightarrow \Delta F_{\text{کف}} = 50 W_1$$

۳) افزایش نیروی وارد بر سطح افقی برابر همان وزن آب اضافه شده به ظرف یعنی W_1 است.

$$\Delta F_{N_1} = \Delta W = W_1$$

۲۵۰ B

خط فکری دوباره یک مسئله با یک ظرف که دو قسمت پهن و باریک دارد و مقداری مایع. ابتدا حجم مایع در قسمت باریک را حساب می‌کنیم تا مشخص شود وقتی $5 \text{ kg} / 5 \text{ cm}^3$ آب از شیر خارج می‌شود، سطح آب چند سانتی‌متر پایین می‌آید.

۱) حجم آب را در قسمت بالای ظرف به‌دست می‌آوریم.

$$V_1 = A_1 h_1 \Rightarrow V_1 = 50 \times 5 = 250 \text{ cm}^3$$

۲) حجم $5 \text{ kg} / 5 \text{ cm}^3$ آب را حساب می‌کنیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1000 = \frac{5}{V} \Rightarrow V = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \Rightarrow V = 500 \text{ cm}^3$$

۳) وقتی 50 cm^3 آب از ظرف خارج شود،

250 cm^3 آن مربوط به قسمت پهن است و 250 cm^3 مربوط به قسمت پهن (پایینی) است. کاهش ارتفاع در قسمت پهن (پایین) ظرف را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V = A_p \Delta h_p \Rightarrow 250 = 125 \Delta h_p \Rightarrow \Delta h_p = 2 \text{ cm}$$

۴) کاهش ارتفاع کل برابر است با:

$$\Delta h_{\text{کل}} = 5 + 2 = 7 \text{ cm}$$

۵) کاهش فشار وارد بر کف ظرف برابر خواهد شد با:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta P = 1000 \times 10 \times \frac{7}{100} = 700 \text{ Pa}$$

۲۴۵ B

۱) ابتدا افزایش ارتفاع مایع را به ازای مایع اضافه شده به ظرف را به‌دست می‌آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta m = 40 \text{ g} \\ \rho = \frac{m}{V} \end{array} \right. \rightarrow \Delta V = \frac{\Delta m}{\rho} \Rightarrow \Delta V = \frac{40}{4} = 10 \text{ cm}^3$$

قسمت باریک ظرف استوانه‌ای است، بنابراین:

$$\Delta V = A \Delta h \Rightarrow 10 = 2 \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = 5 \text{ cm}$$

۲) به اندازه 5 cm بر ارتفاع مایع افزوده شده بنابراین افزایش فشار برابر است با:

$$\Delta P = \rho g \Delta h = \frac{\rho = 4 \text{ g/cm}^3 = 4000 \text{ kg/m}^3}{\Delta h = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}} \Rightarrow \Delta P = 4000 \times 10 \times 0.05 = 2000 \text{ Pa}$$

۳) افزایش نیروی وارد بر کف ظرف را حساب می‌کنیم:

$$\Delta P = \frac{\Delta F_{\text{کف ظرف}}}{A_{\text{کف ظرف}}} \Rightarrow \Delta F_{\text{کف ظرف}} = \Delta P A_{\text{کف ظرف}}$$

$$\Rightarrow \Delta F_{\text{کف ظرف}} = 2000 \times (20 \times 10^{-4}) = 4 \text{ N}$$

میانبر

افزایش فشار در یک نقطه از مایع محبوس به تمام نقاط مایع منتقل می‌شود:

$$\Delta P_{\text{کف ظرف}} = \Delta P_{\text{بالا ظرف}} \Rightarrow \frac{\Delta F_{\text{کف ظرف}}}{A_{\text{کف ظرف}}} = \frac{\Delta F_{\text{بالا ظرف}}}{A_{\text{دهانه}}}$$

$$\frac{\Delta F_{\text{کف ظرف}}}{A_{\text{کف ظرف}}} = \frac{\Delta F_{\text{بالا ظرف}}}{A_{\text{دهانه}}} \Rightarrow \Delta F_{\text{کف ظرف}} = \frac{A_{\text{کف ظرف}}}{A_{\text{دهانه}}} \times \Delta F_{\text{بالا ظرف}}$$

۲۴۶ B

خط فکری بیشینه نیرویی که کف ظرف می‌تواند تحمل کند و نشکند 135 N است.

بنابراین ابتدا باید فشار قابل تحمل توسط کف ظرف را مشخص کنیم، سپس به کمک آن می‌توان ارتفاع ستونی از جیوه که می‌تواند این فشار را ایجاد کند به‌دست آورد.

$$1) \text{ بیشینه فشار وارد بر کف ظرف را حساب می‌کنیم: } P_{\text{max}} = \frac{F_{\text{max}}}{A} = \frac{135}{20 \times 10^{-4}} \text{ Pa}$$

۲) بیشینه ارتفاع جیوه را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{\text{max}} = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{max}} \Rightarrow \frac{135}{20 \times 10^{-4}} = 13500 \times 10 \times h_{\text{max}} \Rightarrow h_{\text{max}} = 50 \text{ cm}$$

۳) درون ظرف تا ارتفاع 40 cm جیوه ریخته شده است بنابراین حداکثر باید

$$10 \text{ cm} = 50 - 40 \text{ cm} \text{ جیوه درون ظرف اضافه کرد.}$$

۲۴۷ B

خط فکری نیروی وارد بر سطح تکیه‌گاه به شکل ظرف بستگی ندارد و همواره

برابر مجموع نیروی وزن مایع و وزن ظرف است.

$$\Delta m = \rho \Delta V$$

$$\frac{V = 5 \text{ L} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{\rho = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \rightarrow \Delta m = 800 \times 5 \times 10^{-3} = 4 \text{ kg}$$

بنابراین در این سؤال نیز نیروی وارد بر سطح میز به اندازه وزن مایع اضافه شده افزایش

$$\Delta W = \Delta m g \rightarrow \Delta W = 40 \text{ N}$$

می‌یابد.

۲۴۸ B

خط فکری در حل این مسئله ابتدا باید حجم پایینی ظرف را حساب کنیم تا

مشخص شود که چه مقدار از مایع در قسمت پایینی ظرف و چه مقدار آن در قسمت بالایی ظرف قرار می‌گیرد تا بتوانیم ارتفاع کل مایع تا کف ظرف را حساب کنیم و فشار وارد بر کف ظرف و سپس نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع را به‌دست آوریم.

۱) حجم قسمت پایینی ظرف برابر است با:

$$V_1 = A_1 h_1 \Rightarrow V_1 = 30 \times 75 \Rightarrow V_1 = 2250 \text{ cm}^3 = 2.25 \text{ L}$$

۲) حجم کل مایع 7 L است، بنابراین حجم مایع که به قسمت بالای ظرف

(قسمت پهن) می‌رود برابر خواهد شد با:

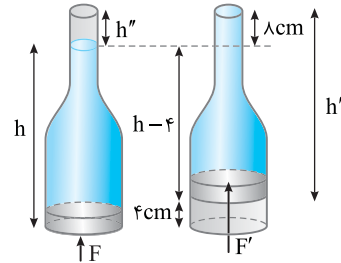
$$V_p = 7 - 2.25 \Rightarrow V_p = 4.75 \text{ L} = 4750 \text{ cm}^3$$



۳ ۲۵۱ C

۱. با حرکت پیستون ۴ cm از مایع در قسمت پهن طرف کاسته شده و همین حجم مایع باید به قسمت باریک طرف اضافه شود:

$$\Delta V_{\text{قسمت پهن}} = \Delta V_{\text{قسمت باریک}} \rightarrow V = Ah \rightarrow 10 \times h'' = 20 \times 4 \Rightarrow h'' = 8 \text{ cm}$$



۲. در ابتدا ارتفاع مایع درون ظرف h بوده است. با حرکت پیستون به اندازه ۴ cm به بالا مایع درون قسمت باریک ۸ cm بالا رفته است. با توجه به شکل می‌توان نوشت: افزایش ارتفاع مایع نسبت به حالت قبل ۴ cm است $h' = h - 4 + 8 \Rightarrow h' = h + 4$ بنابراین فشار مایع درون ظرف به مقدار زیر افزایش می‌یابد.

$$\Delta P = \rho gh \Rightarrow \Delta P = \rho g \times \frac{4}{100} \Rightarrow \Delta P = 1200 \times 10 \times \frac{4}{100} = 480 \text{ Pa}$$

۳. افزایش نیرویی که مایع به پیستون در حالت جدید وارد می‌کند، برابر است با:

$$\Delta F = \Delta P A \Rightarrow \Delta F = 480 \times 20 \times 10^{-4} = 0.96 \text{ N}$$

۴. باید نیروی F به اندازه ۰.۹۶ N زیاد شود تا مایع در تعادل بماند یعنی $F' = F + 0.96 \text{ N}$.

۱ ۲۵۲ A

خط فکری: هنگامی که دو یا چند مایع روی هم ریخته می‌شوند فشار وارد بر کف ظرف از طرف مایع‌ها برابر مجموع فشارهای آن‌ها است: $P = \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 + \rho_3 gh_3 + \rho_4 gh_4$ فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P = P_0 + \rho gh + \rho' gh'$$

$$\Rightarrow P = 10^5 + 2500 \times 10 \times \frac{1}{100} + 1500 \times 10 \times \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow P = 10^5 + 2000 + 1200$$

$$\Rightarrow P = 10^3 (100 + 20 + 12) = 10^3 \times 132 \text{ Pa} = 132 \text{ kPa}$$

$$\rho' = 1/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad h' = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}$$

$$\rho = 2/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad h = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}$$

۲ ۲۵۳ A

یادآوری: فشار وارد بر یک طرف با سطح مقطع ثابت از رابطه $P = \frac{mg}{A}$ نیز به دست می‌آید:

فشار حاصل از آب را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{آب}} = \frac{m_W g}{A} = \frac{m_W = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}}{A = 5 \text{ cm}^2 = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \rightarrow P_{\text{آب}} = \frac{2}{5 \times 10^{-4}} = 4000 \text{ Pa}$$

فشار حاصل از جیوه را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{جیوه}} = \frac{m_{\text{Hg}} g}{A} = \frac{m_{\text{Hg}} = 400 \text{ g} = 0.4 \text{ kg}}{A = 5 \text{ cm}^2 = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \rightarrow P_{\text{جیوه}} = \frac{4}{5 \times 10^{-4}} = 8000 \text{ Pa}$$

فشار حاصل از دو مایع بر کف ظرف برابر است با:

$$P_{\text{کف}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}} = 4000 + 8000 = 12000 \Rightarrow P_{\text{کف}} = 12 \text{ kPa}$$

میانبر: چون جرم جیوه دو برابر جرم آب است، پس وزن و فشار جیوه نیز دو برابر وزن و فشار آب است.

۳ ۲۵۴ A

خط فکری: حل این مسئله جالب است. آب در ته ظرف و روغن روی آن قرار می‌گیرد. در مسئله ارتفاع آب داده شده است، بنابراین فشار آب را از رابطه $\rho_W gh_W$ به دست می‌آوریم. اما برای روغن صحبت از جرم است، بنابراین فشار روغن را از رابطه $P = \frac{m_0 g}{A}$ به دست می‌آوریم. فشار وارد بر کف ظرف ناشی از مجموع فشار دو مایع است.

$$P_{\text{کف}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{روغن}} = \rho_W gh_W + \frac{m_0 g}{A}$$

$$\frac{P = 2000 \text{ Pa}}{h_W = 1 \text{ cm}, A = 2 \times 10^{-2} \text{ m}^2} \rightarrow 2000 = 1000 \times 10 \times \frac{10}{100} + \frac{m_0 \times 10}{2 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow 1000 = \frac{m_0 \times 10}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow m_0 = 0.2 \text{ kg} = 200 \text{ g}$$

۴ ۲۵۵ A

با افزودن روغن فشار مایع بر کف ظرف ۲۰٪ افزایش یافته است. یعنی فشار ناشی از ستون روغن ۲۰٪ فشار ستون آب است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_0 = \frac{2}{100} P_W \Rightarrow \rho_0 gh_0 = \frac{2}{100} \rho_W gh_W$$

$$\Rightarrow 0.02 h_0 = \frac{2}{100} \times 1 \times h_W \Rightarrow h_0 = \frac{0.02}{0.2} h_W = \frac{1}{10} h_W$$

۴ ۲۵۶ A

نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از فشار مایع‌ها برابر است با:

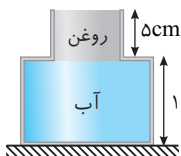
$$F = PA = (P_0 + P_W) A$$

$$= (\rho_0 gh_0 + \rho_W gh_W) A$$

$$F = (800 \times 10 \times \frac{5}{100} + 1000 \times 10 \times \frac{10}{100}) \times 5 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow F = (1400) \times 5 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow F = 70000 \times 10^{-4} \Rightarrow F = 7 \text{ N}$$



۱ ۲۵۷ A

یادآوری: مایعی که دارای چگالی بیشتر است ته‌نشین می‌شود.

خط فکری: فشار در کف ظرف داده شده است و فشار در ارتفاع ۴ cm از کف ظرف خواسته شده است، بنابراین کافی است از فشار کف ظرف، فشار ستون ۴ cm آب را کم کرد. البته شما می‌دانید که چون آب دارای چگالی بیشتری است، آب ته‌نشین شده است. به حل مسئله می‌پردازیم:

$$P_A = P - \rho g \Delta h \quad \text{در کف ظرف}$$

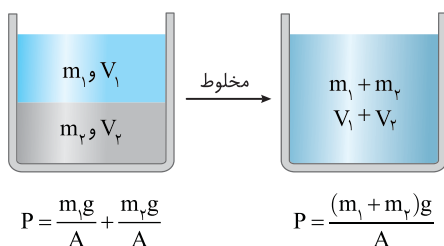
$$= 1800 - 1000 \times 10 \times \frac{4}{100}$$

$$P_A = 1800 - 400 = 1400 \text{ Pa}$$



۱ ۲۵۸ A

در هر دو حالت فشار مایع بر کف ظرف برابر نسبت مجموع وزن دو مایع بر کف ظرف است $(P_{\text{کف}} = \frac{W_{\text{کل}}}{A})$ ، بنابراین $P_1 = P_2$ است.



$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{5} = 2 \quad \text{بنابراین نسبت } \frac{h_2}{h_1} \text{ برابر است با:}$$

۱ ۲۶۲ B

خط فکری در این نوع مسائل، با دو معادله و دو مجهول سر و کار داریم. یعنی باید دو رابطه بین ارتفاع آب و ارتفاع جیوه پیدا کنیم و با حل آن‌ها مسئله قابل حل می‌شود. جرم جیوه چهار برابر جرم آب است:

$$m_{Hg} = 4m_W \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V} \rho_{Hg} V_{Hg} = 4\rho_W V_W$$

حجم مایع $V = Ah$ است که مساحت سطح مقطع ظرف برای هر دو مایع یکسان است بنابراین:

$$13/6 \times A \times h_{Hg} = 4 \times 1 \times A \times h_W \Rightarrow h_W = 3/4 h_{Hg} \quad (1)$$

$$h_W + h_{Hg} = 44 \quad (2) \quad \text{اکنون معادله دوم را می‌نویسیم:}$$

با توجه به معادله (۱) و (۲) داریم:

$$3/4 h_{Hg} + h_{Hg} = 44 \Rightarrow h_{Hg} = 10 \text{ cm}, h_W = 34 \text{ cm}$$

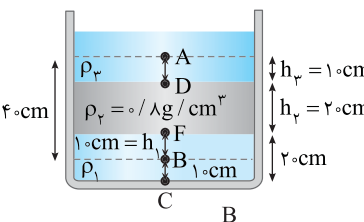
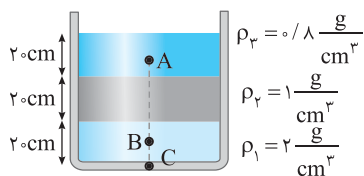
$$P_W = \rho_W g h_W = 1000 \times 10 \times \frac{34}{100} = 3400 \text{ Pa} \quad \text{فشار آب برابر است با:}$$

$$P_{Hg} = \rho_{Hg} g h_{Hg} = 13600 \times 10 \times \frac{10}{100} = 13600 \text{ Pa} \quad \text{فشار جیوه برابر است با:}$$

$$P = P_{Hg} + P_W = 13600 + 3400 = 17000 \text{ Pa} = 17 \text{ kPa} \quad \text{فشار کل خواهد شد:}$$

۴ ۲۶۳ B

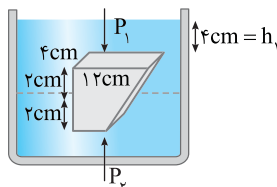
خط فکری به شکل دقت کنید، در فاصله AB، ۱۰ cm مایع با چگالی ρ_1 ، ۲۰ cm از مایع با چگالی ρ_2 و ۱۰ cm از مایع با چگالی ρ_3 قرار دارد. بنابراین برای به دست آوردن اختلاف فشار بین AB باید فشار حاصل از ۱۰ cm مایع ρ_1 و ۲۰ cm مایع ρ_2 و ۱۰ cm مایع ρ_3 را با هم جمع کنیم.



اختلاف فشار بین دو نقطه A و B برابر است با:

$$\begin{aligned} \Delta P_{AB} &= \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 \\ &= 2000 \times 10 \times \frac{10}{100} + 1000 \times 10 \times \frac{20}{100} + 800 \times 10 \times \frac{10}{100} \\ &= 2000 + 2000 + 800 = 4800 \text{ Pa} \end{aligned}$$

۳ ۲۶۴ A



۱ سطح بالایی جسم تنها در مایع ρ_1 فرو رفته و فشار وارد بر سطح بالایی جسم از طرف مایع برابر است با:

$$P_1 = \rho_1 g h_1 = \rho_1 g \frac{4}{100} = \frac{4}{100} \rho_1$$

۲ سطح پایینی جسم در مایع ρ_2 نیز فرو رفته و فشار وارد بر این سطح از طرف مایع برابر

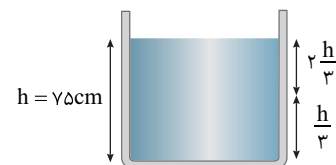
$$P_2 = P_{(1)} + P_{(2)} \Rightarrow P_2 = \rho_1 g \frac{6}{100} + \rho_2 g \frac{2}{100} = \frac{6}{100} \rho_1 + \frac{2}{100} \rho_2 \quad \text{است با:}$$

۱ ۲۵۹ B

خط فکری چه دو مایع با هم مخلوط شوند و چه به صورت مخلوط نشده در ظرف استوانه‌ای قرار بگیرند، چون وزن مایع درون ظرف یکسان است، فشار وارد بر کف ظرف در دو حالت یکسان است. در حل این سؤال برای راحتی فرض می‌کنیم که دو مایع مخلوط نشده باشند. چگالی مایع A از چگالی مایع B بیشتر است و مایع A ته‌نشین می‌شود. با توجه به شکل ارتفاع مایع A و ارتفاع مایع B را می‌توان به دست آورد.

$$\begin{cases} V_A = \frac{1}{3} V \\ V_B = \frac{2}{3} V \end{cases} \xrightarrow{V = Ah} \begin{cases} h_A = \frac{1}{3} h \\ h_B = \frac{2}{3} h \end{cases}$$

$$h_A = \frac{h}{3} = \frac{75}{3} = 25 \text{ cm}, \quad h_B = \frac{2h}{3} = \frac{2}{3} \times 75 = 50 \text{ cm}$$



فشار وارد بر کف ظرف توسط مخلوط برابر است با:

$$\begin{aligned} P &= \rho_A g h_A + \rho_B g h_B = 1200 \times 10 \times \frac{25}{100} + 600 \times 10 \times \frac{50}{100} \\ &\Rightarrow P = 3000 + 3000 = 6000 \text{ Pa} \end{aligned}$$

۳ ۲۶۰ B

ابتدا چگالی مخلوط را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho = \frac{1 \times 4000 + 2 \times 6000}{4000 + 6000} \\ \rho &= 1/12 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow \rho = 112 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

فشار پیمانه‌ای خواهد شد:

$$P = \rho g h \Rightarrow P = 1120 \times 10 \times \frac{5}{100} = 560 \text{ Pa} \Rightarrow P = 5/6 \text{ kPa}$$

۱ ۲۶۱ B

خط فکری این نوع مسائل به یک دستگاه دو معادله - دو مجهول می‌رسد. معادله اول از روی شکل مشخص است $(h_1 + h_2 = 15 \text{ dm})$ و معادله دوم باید به کمک فشار حاصل از دو مایع بر کف ظرف نوشته شود و با حل دستگاه دو معادله - دو مجهول h_1 و h_2 به دست می‌آید.

۱ چگالی‌ها را بر حسب یکای SI به دست می‌آوریم:

$$120 \text{ g/L} \times \frac{10^{-3} \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^{-3} \text{ g}} = 120 \text{ kg/m}^3$$

دقت کردید مقدار چگالی بر حسب g/L همان مقدار چگالی بر حسب kg/m³ است. بنابراین ۹۰۰ kg/m³ نیز همان ۹۰۰ g/L است.

۲ مایعی که چگالی بیشتری دارد ته‌نشین می‌شود. بنابراین $\rho_1 = 900 \text{ kg/m}^3$ و $\rho_2 = 1200 \text{ kg/m}^3$ است. فشار این دو مایع برابر ۱۶۵۰ Pa شده است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} P_1 + P_2 &= 1650 \Rightarrow \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = 1650 \\ &\Rightarrow 900 \times 10 \times h_1 + 1200 \times 10 \times h_2 = 1650 \\ &\Rightarrow 3h_1 + 4h_2 = 165 \quad (2) \end{aligned}$$

از طرفی مجموع h_1 و h_2 برابر ۱۵ dm است. بنابراین همان گونه که پیش‌بینی کردیم به دو معادله و دو مجهول رسیدیم که باید آن را حل کنیم.

$$\begin{cases} 3h_1 + 4h_2 = 165 \\ h_1 + h_2 = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3h_1 + 4h_2 = 165 \\ -3h_1 - 3h_2 = -45 \end{cases}$$

$$h_2 = 0/1 \text{ m} = 10 \text{ cm}, h_1 = 5 \text{ cm}$$

B ۲۶۹ ۳

چون چگالی آب بیشتر از چگالی روغن است بنابراین آب زیر روغن قرار می‌گیرد. مجموع فشار دو مایع بر کف را حساب می‌کنیم. (ارتفاع روغن h_0 و ارتفاع آب h_w)

$$P = (\rho g h)_w + (\rho g h)_0 = 10^3 \times 10 \times h_w + 800 \times 10 \times h_0 = 2400$$

$$\Rightarrow 100 h_w + 80 h_0 = 24 \quad (1)$$

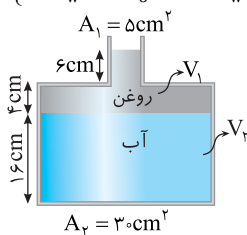
حال با توجه به اینکه در صورت سؤال گفته شده که مجموع ارتفاع‌ها برابر ۲۶ cm است

$$h_w + h_0 = \frac{26}{100} \Rightarrow 100 h_w + 100 h_0 = 26 \quad (2)$$

داریم:

با حل دو معادله (۱) و (۲) ارتفاع‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 100 h_w + 80 h_0 = 24 \\ 100 h_w + 100 h_0 = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_0 = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm} \\ h_w = 0.16 \text{ m} = 16 \text{ cm} \end{cases}$$



ارتفاع قسمت پهن طرف ۲۰ cm است که ۱۶ cm آن را آب پُر کرده بنابراین ۴ cm ارتفاع روغن در این قسمت پهن قرار دارد و ۱۰-۴=۶ cm روغن در قسمت باریک طرف قرار دارد و حجم روغن مجموع حجم این دو قسمت است که باید آن را حساب کنیم.

$$V_{oil} = V_1 + V_2 = A_1 h_1 + A_2 h_2 = 6 \times 5 + 4 \times 30 = 150 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m_{oil} = \rho V_{oil} \Rightarrow m_{oil} = 0.8 \times 150 = 120 \text{ g}$$

جرم روغن خواهد شد:

B ۲۷۰ ۲

یادآوری ریاضی: حجم مخروط برابر $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ و حجم استوانه برابر

$$V = \pi r^2 h \text{ است.}$$

خط فکری: با برابر قرار دادن حجم آب در دو حالت ارتفاع مایع درون استوانه را حساب می‌کنیم، سپس با داشتن نسبت ارتفاع آب در مخروط و استوانه می‌توانیم نسبت فشار در حالت دوم به فشار حالت اول را حساب کنیم.

حجم آب در دو حالت برابر است از این‌رو:

$$V_{استوانه} = V_{مخروط} \Rightarrow \pi r^2 h' = \frac{1}{3} \pi r^2 h \xrightarrow{r^2 = \frac{r}{2}} \frac{r}{4} h' = \frac{1}{3} r^2 h \Rightarrow h' = \frac{4}{3} h$$

$$\frac{P_{استوانه}}{P_{مخروط}} = \frac{\rho g h'}{\rho g h} = \frac{4}{3} \text{ است می‌توان نوشت:}$$

دقت کنید که فشار مایع تنها در ظروف با سطح مقطع ثابت مانند ظرف استوانه‌ای را می‌توان از رابطه $P = \frac{mg}{A}$ به دست آورد.

C ۲۷۱ ۲

خط فکری: سؤال جالبی است. در حالت اول چگالی جسم از چگالی مایع کمتر است و جسم بر سطح مایع شناور می‌ماند و در حالت دوم چگالی جسم از چگالی مایع بیشتر است و جسم در مایع فرو می‌رود و در ته ظرف می‌نشیند. برای حالت اول مسئله را باید از تعریف اصلی فشار یعنی $P = \frac{F}{A}$ حل کرده که در آن نیروی وزن است و با قرار دادن جسم روی

سطح مایع افزایش فشار برابر $\frac{W}{A}$ می‌شود اما در حالت دوم برای یافتن فشار مایع بر کف ظرف باید مشخص شود که ارتفاع مایع درون ظرف چه مقدار افزایش یافته است.

۱ چون چگالی گوی فلزی اول کمتر از چگالی مایع است، گوی روی سطح مایع قرار می‌گیرد بنابراین افزایش فشار ناشی از افزایش وزن است از این‌رو:

$$P_1 = P \Rightarrow P_1 = \frac{mg}{A} = \frac{\rho V g}{A}$$

$$P_1 = \frac{2 \times 10^{-3} \times \left(\frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{0.1}{2} \right)^2 \right) \times 10^4}{20 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^3 \text{ Pa}$$

۲ چگالی گوی دوم بیشتر از چگالی مایع بوده و گوی در مایع فرو می‌رود و به اندازه

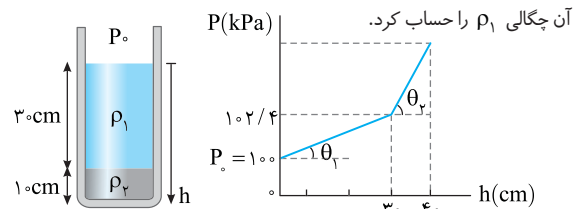
۳ نیروی وارده از طرف مایع برابر $F = PA$ است:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow P_1 A_1 = P_2 A_2 \Rightarrow \frac{A_1 = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{A_2 = 4 \times 5 = 20 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \Rightarrow \frac{0.4 \rho_1 \times 4 \times 10^{-4}}{0.6 \rho_1 + 0.2 \rho_2} \times 20 =$$

$$4/8 \rho_1 = 3 \rho_1 + \rho_2 \Rightarrow \rho_2 = 1/8 \rho_1 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1/8$$

A ۲۶۵ ۴

فشار ۳۰ cm از مایع ρ_1 برابر $102/4 - 100 = 2/4 \text{ kPa}$ شده است و می‌توان به کمک



$$P = \rho_1 g h_1 \Rightarrow 2400 = \rho_1 \times 10 \times \frac{30}{100} \Rightarrow \rho_1 = 800 \text{ kg/m}^3$$

به نمودارها دقت کنید شیب این نمودارها برابر است با:

$$\tan \theta = \frac{\Delta P}{\Delta h} \xrightarrow{\Delta P = \rho g \Delta h} \tan \theta = \frac{\rho g \Delta h}{\Delta h} \Rightarrow \tan \theta = \rho g$$

با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$\tan \theta_2 = 17 \tan \theta_1 \Rightarrow \rho_2 g = 17 \rho_1 g \Rightarrow \rho_2 = 17 \times 800 \Rightarrow \rho_2 = 13600 \text{ kg/m}^3$$

ینجره دوجداره (سطح دوم)

B ۲۶۶ ۳

در هر دو حالت فشار مایع بر کف طرف از رابطه $P = \rho g h$ به دست می‌آید بنابراین اختلاف فشار مایع در نقطه B در دو حالت خواهد شد:

$$P' - P = \rho g h' - \rho g h \Rightarrow P' - P = \rho g (h' - h)$$

B ۲۶۷ ۴

خط فکری: وقتی صحبت از فشار مایع $P = \rho g h$ است باید بدانیم منظور از h ارتفاع قائم مایع است و اختلاف فشار بین دو نقطه $(\Delta P = \rho g \Delta h)$ بستگی به اختلاف ارتفاع قائم دو نقطه از هم دارد.

۱ عمق نقطه A از سطح آب را حساب می‌کنیم.

$$\sin 60^\circ = \frac{h_A}{2}$$

$$\Rightarrow h_A = 2 \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h_A = \sqrt{3} \text{ m}$$

۲ عمق نقطه B از سطح آب را نیز به دست می‌آوریم.

$$\sin 60^\circ = \frac{h_B}{4} \Rightarrow h_B = 4 \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h_B = 2\sqrt{3} \text{ m}$$

۳ اختلاف فشار بین دو نقطه A و B برابر خواهد شد با:

$$\Delta P = P_B - P_A = \rho g h_B - \rho g h_A = \rho g (h_B - h_A)$$

$$\Delta P = 800 \times 10 \times (2\sqrt{3} - \sqrt{3}) \Rightarrow \Delta P = 8000 \sqrt{3} \text{ Pa}$$

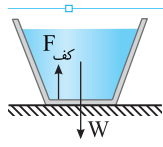
B ۲۶۸ ۱



ابتدا باید بدانیم آهنگ ثابت خروج آب از شیر یعنی در هر ثانیه مقدار ثابتی آب وارد ظرف می‌شود. اما هر چه از کف ظرف به سمت دهانه ظرف برویم، مساحت سطح بیشتر می‌شود و با حجم ثابت افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد. بنابراین آهنگ افزایش ارتفاع آب در حال کاهش است از این‌رو آهنگ تغییر فشار نیز در حال کاهش است.

خط فکری نیرویی که از طرف یک جسم ساکن واقع بر سطح افقی به سطح زیری آن وارد می‌شود همواره برابر وزن جسم است. یعنی نیروی عمودی تکیه‌گاه در این حالت همان وزن جسم است.

جرم ظرف ناچیز است. بنابراین نیرویی که جسم بر سطح افقی وارد می‌کند برابر وزن مایع درون ظرف است $F' = W$ بنابراین $F' < W = F'$.



خط فکری مایع درون ظرف ساکن و نیروی خالص وارد بر مایع صفر است. نیروهای وارد بر مایع را رسم می‌کنیم:

۱. نیروی وزن که توسط کره زمین بر مایع وارد می‌شود.

۲. نیرویی که از طرف کف ظرف بر مایع رو به بالا وارد می‌شود.

۳. نیرویی که توسط دیوارهای ظرف بر مایع وارد می‌شود.

ابتدا وزن مایع را به دست می‌آوریم:

سپس نیرویی که از طرف ظرف به کف ظرف وارد می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$F = PA = \rho ghA \Rightarrow F = 2 \times 10^3 \times 1 \times 10 / 1 \times 10^3 \times 10^{-4} = 3 \text{ N}$$

بنا بر قانون سوم نیوتون، نیرویی که از طرف مایع بر کف ظرف می‌شود برابر نیرویی است که کف ظرف به مایع وارد می‌کند.

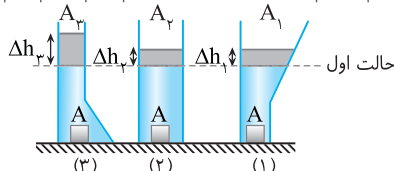
اکنون یک نیروی 5 N رو به پایین به مایع وارد می‌شود و یک نیروی 3 N نیز توسط کف ظرف رو به بالا به مایع وارد می‌شود و برای آنکه مایع ساکن بماند حتماً دیوارهای ظرف نیروی رو به بالایی به اندازه 2 N به مایع وارد می‌کنند تا نیروی خالص وارد بر مایع صفر شود.

خط فکری هرگاه در یک ظرف حاوی مایع، یک جسم (مثلاً یک سنگ) بیندازیم، به اندازه حجم جسم، حجم مایع بالا می‌آید. به‌طور مثال اگر حجم مایع 50 cm^3 افزایش یابد حتماً حجم سنگ 50 cm^3 است.

وقتی در سه ظرف محتوی آب سنگ قرار دهیم، حجم آب جابه‌جا شده یکسان است اما سطح دهانه ظرف (۳) باریک‌تر و سطح دهانه ظرف (۱) پهن‌تر است بنابراین:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3$$

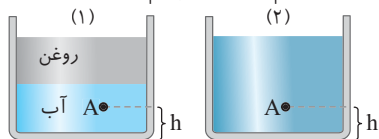
$$A_1 \Delta h_1 = A_2 \Delta h_2 = A_3 \Delta h_3 \xrightarrow{A_1 > A_2 > A_3} \Delta h_1 < \Delta h_2 < \Delta h_3$$



افزایش نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب برابر است با: $\Delta F = \Delta PA = \rho g \Delta h A$
از این‌رو: $F_3 > F_2 > F_1$

خط فکری وقتی دو مایع با چگالی‌های مختلف را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط، عددی بین عدد چگالی دو مایع است، یعنی وقتی آب و روغن را به هم می‌زنیم چگالی مخلوط از چگالی آب کمتر و از چگالی روغن بیشتر است. از طرفی همواره فشار وارد بر کف این ظرف برابر $P = \frac{W}{A}$ است.

چگالی روغن کمتر از چگالی آب است و با به هم زدن آن‌ها خواهیم داشت:



$$P_{\text{آب}} < P_{\text{مخلوط}} < P_{\text{روغن}}$$

فشار در کف ظرف از رابطه $P = \frac{mg}{A} + P_0$ به دست می‌آید و در دو حالت وزن کل مایع (mg)

یکسان است. بنابراین فشار در کف ظرف در هر دو حالت با هم برابر است: $P = P'$ (۱)

در شکل (۱) فشار در کف ظرف برابر مجموع فشار در نقطه A و فشار آب بین نقطه A و کف ظرف است.

$$P = P_A + \rho_{\text{آب}} gh \quad (2)$$

حجم گوی بر حجم مایع درون ظرف افزوده می‌شود. حجم گوی را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{گوی}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow V_{\text{گوی}} = \frac{4}{3} \pi \times (0.1)^3 \Rightarrow V_{\text{گوی}} = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

افزایش حجم مایع نیز برابر $4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ است بنابراین می‌توانیم افزایش ارتفاع مایع را حساب کنیم:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_{\text{گوی}} \Rightarrow A \Delta h = V_{\text{گوی}} \Rightarrow 200 \times 10^{-4} \times \Delta h = 4 \times 10^{-3} \Rightarrow \Delta h = 0.2 \text{ m}$$

افزایش فشار مایع در حالت دوم خواهد شد:

$$P_p = P_0 + \rho g \Delta h \Rightarrow P_p = 4 \times 10^3 \times 10 \times 20 \times 10^{-2} = 8 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_p}{P_0} = \frac{8 \times 10^3}{4 \times 10^3} = 2 \quad \text{بنابراین نسبت } \frac{P_p}{P_0} \text{ برابر است با:}$$

خط فکری یک مایع محصور این توانایی را دارد که فشار وارد بر آن را به‌طور یکسان در تمام جهت‌ها منتقل کند. بنابراین فشاری که توسط شخص به پیستون سرنگ وارد می‌شود

$$(P = \frac{F_1}{A_1}) \text{ عیناً به نوک سوزن } (P = \frac{F_2}{A_2}) \text{ منتقل می‌شود. در حل این تست نیازی به}$$

تبدیل cm به m نداریم زیرا جواب نهایی بر حسب cm خواسته شده است.

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow P = \frac{\lambda}{\pi (1/2)^2} \quad \text{فشاری که توسط شخص به پیستون وارد می‌شود برابر است با:}$$

این فشار به سوزن منتقل می‌شود و شعاع سطح مقطع سوزن برای حداقل نیروی لازم برای ورود مایع به بافت حیوان، برابر است با:

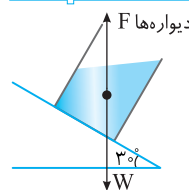
$$P = \frac{F_{r \min}}{A_{r \min}} \Rightarrow \frac{\lambda}{\pi (1/2)^2} = \frac{\lambda}{\pi (1/2)^2} \Rightarrow \frac{\lambda}{\pi r_{\min}^2}$$

$$r_{\min} = \frac{1}{10} \times 1/2 \Rightarrow r_{\min} = 0.24 \text{ cm}$$

برای حالت حداکثر نیرو نیز خواهیم داشت:

$$P = \frac{F_{r \max}}{A_{r \max}} \Rightarrow \frac{\lambda}{\pi (1/2)^2} = \frac{\lambda}{\pi (r_{\max})^2} \Rightarrow r_{\max}^2 = \frac{9}{100} \times (1/2)^2 \Rightarrow r_{\max} = 0.36 \text{ cm}$$

بنابراین شعاع انتخاب شده باید بین 0.24 cm و 0.36 cm و گزینۀ (۲) درست است.

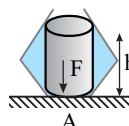


خط فکری این مسئله بیشتر از آنکه به میحث فشار مربوط باشد به میحث دینامیک مربوط است. باید نیروهای وارد بر آب درون ظرف را بررسی کنیم و چون مایع ساکن است باید نیروی خالص وارد بر مایع صفر باشد.

نیروی وزن در امتداد قائم بر مایع درون ظرف وارد می‌شود اما مایع ساکن است بنابراین برآیند نیروهای وارد بر مایع توسط دیوارها باید نیروی وزن را خنثی کند. از این‌رو این نیروی برآیند باید هم‌اندازه وزن مایع و در امتداد قائم رو به بالا باشد. بنابراین گزینۀ (۴) درست است.

خط فکری نیرویی که از طرف مایع بر کف ظرف وارد می‌شود ناشی از فشار مایع است. فشار مایع در عمق h از یک مایع برابر ρgh و نیرویی که مایع بر سطح A وارد می‌کند برابر $F = \rho ghA$ است.

به نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود $(F = \rho ghA)$ دقت کنید. حاصل ضرب hA برابر حجم استوانه درون شکل زیر است و حجم این استوانه از حجم کل مایع کمتر است بنابراین نیرویی که مایع به کف ظرف وارد می‌کند از وزن کل مایع کمتر خواهد شد.



$$\begin{cases} F = \rho ghA \\ hA < V_{\text{کل مایع}} \end{cases} \Rightarrow F < \rho gV \xrightarrow{m = \rho V} F < mg$$

۶ فشار وارد بر قاعده مکعب خواهد شد:

$$P = \frac{mg}{A} = \frac{67/5 \times 10^{-4}}{3 \times 3 \times 10^{-4}} = 7/5 \times 10^3 \text{ Pa} = 1.4 \text{ kPa}$$

۲۸۰ B

خط فکری با توجه به آن چه در فیزیک (۱) پایه دهم خوانده‌ایم، ابتدا نیروی F را تجزیه می‌کنیم، سپس به کمک رسم نیروها، نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم.

$$F_N + F \sin 37^\circ = mg$$

$$\Rightarrow F_N = mg - F \sin 37^\circ = 20 - (10 \times 0.6) = 14 \text{ N}$$

فشار برابر است با:

$$P = \frac{F_N}{A} = \frac{14}{0.2 \times 0.2} = 350 \text{ Pa}$$

۲۸۱ C

تذکره این مسئله ترکیبی از فصل ویژگی‌های ماده در پایه دهم و فصل دینامیک در پایه دوازدهم است که در آن نیروی کشسانی فنر آموزش داده شده و این نیرو برابر $F = k\Delta x$ است که در آن k ثابت فنر و Δx تغییر طول فنر است. دقت کنید این مسئله برای دانش‌آموز پایه دوازدهم است.

فشاری که به سطح A_2 وارد می‌شود برابر است با مجموع فشار مایع و فشاری که در اثر قرار دادن جسم روی پیستون A_1 ایجاد می‌شود. بنابراین:

$$P_{A_2} = \rho gh + \frac{W}{A_1} \Rightarrow P_{A_2} = \rho g(h_1 + h_2 \sin 30^\circ) + \frac{mg}{A_1}$$

$$\Rightarrow P_{A_2} = 8 \times 10^3 \times 10 \times (20 \times 10^{-2}) + \frac{2 \times 10}{16 \times 10^{-4}}$$

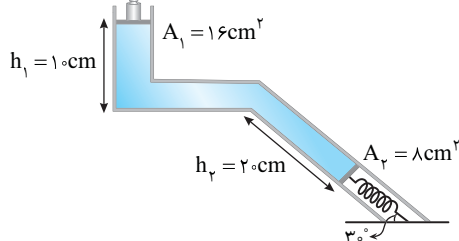
$$= 16 \times 10^3 + 12/5 \times 10^3 = 28/5 \times 10^3 \text{ Pa}$$

نیروی وارد بر A_2 برابر نیرویی است که فنر به سطح پیستون (۲) وارد می‌کند.

$$P_{A_2} A_2 = k\Delta x \Rightarrow 28/5 \times 10^3 \times (8 \times 10^{-4}) = 400 \Delta x$$

بنابراین:

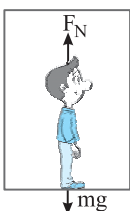
$$\Rightarrow \Delta x = 5/7 \times 10^{-2} \Rightarrow \Delta x = 5/7 \text{ cm}$$



۲۸۲ C

خط فکری می‌دانیم فشار $P = \frac{F_N}{A}$ است که در آن F_N نیروی عمودی سطح است.

بنابراین باید نیروی عمودی سطح را به‌دست آوریم. ابتدا نیروهای وارد بر جسم را در آسانسور رسم می‌کنیم. اگر جسم روبه بالا در حرکت باشد نیروی خالص وارد بر جسم برابر $F_{\text{net}} = F_N - mg$ خواهد بود چنانچه حرکت تندشونده باشد در قانون دوم نیوتون $F = ma$ شتاب را با علامت مثبت قرار می‌دهیم و اگر حرکت کندشونده باشد، شتاب را با علامت منفی قرار می‌دهیم.



۱ نیروهای وارد بر شخص را رسم می‌کنیم، یکی از نیروها، نیروی وزن که توسط کره زمین بر شخص وارد می‌شود و دیگری نیروی عمودی تکیه‌گاه که توسط کف آسانسور بر شخص وارد می‌شود.

۲ آسانسور با حرکت کندشونده در حال حرکت رو به بالا

است بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 80 \times 10 = 80 \times (-5) \Rightarrow F_N = 400 \text{ N}$$

اکنون می‌توان فشار وارد بر کف آسانسور را به‌دست آورد:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F_N}{A} \Rightarrow P = \frac{400}{2 \times 4 \times 10^{-4}} \Rightarrow P = 50000 \text{ Pa} = 50 \text{ kPa}$$

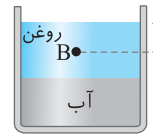
در شکل (۲) فشار در کف ظرف برابر مجموع فشار در نقطه A و فشار مایع مخلوط بین نقطه A و کف ظرف است.

$$P' = P'_A + \rho_{\text{مخلوط}} gh \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow P_A + \rho_{\text{آب}} gh = P'_A + \rho_{\text{مخلوط}} gh$$

$$\Rightarrow P'_A - P_A = (\rho_{\text{آب}} - \rho_{\text{مخلوط}}) gh \xrightarrow{\rho_{\text{آب}} > \rho_{\text{مخلوط}}} P'_A > P_A$$

بازی با سوال فشار در نقطه B را قبل و بعد از مخلوط شدن دو مایع با هم مقایسه کنید.

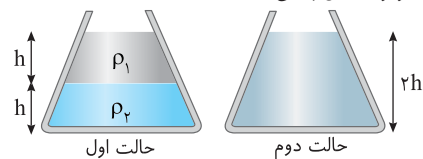


۲۷۸ C

نکته ۱ اگر دو مایع با حجم یکسان و چگالی $\rho_2 > \rho_1$ را با هم مخلوط کنیم

$$\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی‌هاست:



نکته ۲ هرگاه دو مایع به حجم‌های $V_1 > V_2$ با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 با هم مخلوط شوند، چگالی مخلوط به چگالی مایعی که دارای حجم بیشتری بوده است نزدیک‌تر است.

با توجه به شکل حالت اول حجم مایع ρ_2 که در کف ظرف است بیشتر است و چگالی مخلوط به ρ_2 نزدیک‌تر است و چون $\rho_2 > \rho_1$ است بنابراین چگالی مخلوط از میانگین

$$\rho_{\text{مخلوط}} > \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

چگالی‌ها بیشتر می‌شود.

فشار در حالت اول برابر است با:

$$P_1 = \rho_1 gh + \rho_2 gh = (\rho_1 + \rho_2) gh = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} g(2h) \quad (1)$$

فشار در حالت دوم خواهد شد:

$$\rho_2 = \rho_{\text{مخلوط}} g(2h) \quad (2)$$

با توجه به رابطه (۱) و (۲) و با توجه به اینکه $\rho_{\text{مخلوط}} > \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ است فشار در حالت دوم بیشتر از فشار در حالت اول است.

۲۷۹ C

خط فکری این مکعب از سه قسمت ساخته شده است. یکی از قسمت‌ها فلزی با چگالی

2 g/cm^3 ، دیگری فلزی با چگالی 4 g/cm^3 و یک قسمت هم حفره‌ای که حجم آن $\frac{1}{6}$ حجم مکعب است. بنابراین، حجم این مکعب برابر حاصل جمع حجم این سه قسمت است.

۱ با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال:

$$V_{\text{فلز ۱}} + V_{\text{فلز ۲}} + V_{\text{حفره}} = V_{\text{مکعب}} \quad (1)$$

۲ با توجه به رابطه چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ خواهیم داشت:

$$V_{\text{فلز ۱}} = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{m_1 = \frac{1}{3}m}{\rho_1 = 2000 \text{ kg/m}^3} \rightarrow V_{\text{فلز ۱}} = \frac{\frac{1}{3}m}{2000} \Rightarrow V_{\text{فلز ۱}} = \frac{m}{6000}$$

$$V_{\text{فلز ۲}} = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{m_2 = \frac{2}{3}m}{\rho_2 = 4000 \text{ kg/m}^3} \rightarrow V_{\text{فلز ۲}} = \frac{\frac{2}{3}m}{4000} = \frac{m}{6000}$$

۳ حجم مکعب را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{مکعب}} = a^3 = (3 \times 10^{-2})^3 \Rightarrow V_{\text{مکعب}} = 27 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

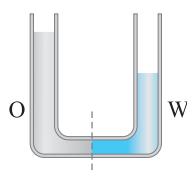
۴ حجم حفره $\frac{1}{6}$ حجم مکعب است بنابراین: $V_{\text{حفره}} = \frac{1}{6} \times 27 \times 10^{-6} = 4.5 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

۵ به سراغ رابطه (۱) می‌رویم و مقدارهای به‌دست آمده را در آن جای‌گذاری می‌کنیم

تا جرم مکعب را حساب کنیم:

$$\frac{m}{6000} + \frac{m}{6000} + 4.5 \times 10^{-6} = 27 \times 10^{-6} \Rightarrow \frac{m}{3000} = 22.5 \times 10^{-6} \Rightarrow m = 67.5 \text{ kg}$$

۳ ۲۸۶ A



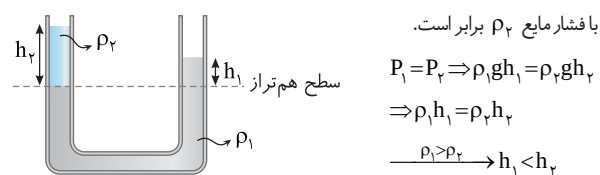
خط تراز دو مایع دقیقاً در وسط لوله قرار گرفته و فشار مایع از شاخه سمت راست و شاخه سمت چپ در این حالت با هم برابر است. فشار حاصل از شاخه سمت راست برابر $\rho_W gh_W$ بوده و فشار حاصل از شاخه سمت چپ برابر $\rho_O gh_O$ است. $\rho_O gh_O = \rho_W gh_W \Rightarrow \frac{h_W}{h_O} = \frac{\rho_O}{\rho_W} = 0.8$

$$P_{\text{چپ}} = P_{\text{راست}} \Rightarrow \rho_O gh_O = \rho_W gh_W \Rightarrow \frac{h_W}{h_O} = \frac{\rho_O}{\rho_W} = 0.8$$

۱ ۲۸۷ A

هنگامی که دو مایع را درون ظرفی می‌ریزیم، همواره مایع با چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود و مایع با چگالی کمتر روی آن قرار می‌گیرد. بنابراین شکل‌های (الف) و (ب) که در آن ρ_1 ته‌نشین شده است نادرست‌اند.

در لوله U شکل فشار در سطح هم‌تراز یکسان است، بنابراین در سطح هم‌تراز فشار مایع ρ_1



$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow \rho_1 > \rho_2 \Rightarrow h_1 < h_2$$

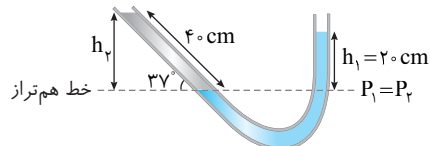
بنابراین شکل (پ) درست و شکل (ت) نادرست است.

میانبر: مایع با چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود و ارتفاع آن کمتر از ارتفاع مایع در شاخه دیگر لوله است.

۲ ۲۸۸ B

فشار مایع در یک طرف به عمق قائم مایع از سطح آزاد آن بستگی دارد. یعنی ارتفاع مؤثر مایع در لوله سمت چپ برابر است با:

$$\sin 37^\circ = \frac{h_2}{40} \Rightarrow h_2 = 40 \sin 37^\circ = 40 \times 0.6 = 24 \text{ cm}$$



فشار در نقاط هم‌تراز یکسان است. از این رو:

$$\rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2 \Rightarrow 2 \times 20 = \rho_2 \times 24 \Rightarrow \rho_2 = \frac{40}{24} \text{ g/cm}^3$$

۴ ۲۸۹ B

خط تراز را رسم می‌کنیم و برابری فشار برای نقاط روی خط تراز را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 + P_0 &= \rho_2 gh_2 + P_0 \\ \Rightarrow \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 &= \rho_2 h_2 \\ \Rightarrow \rho_1 (20) + \rho_2 (10) &= \rho_2 (30) \\ \Rightarrow 40 \rho_1 &= 20 \rho_2 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

۲ ۲۹۰ B

ابتدا خط تراز را رسم می‌کنیم، فشار در نقاط M و N با هم برابر است. فشار در نقطه M برابر فشار ستون مایع A است و فشار در نقطه N برابر فشار ستون مایع B و C است.

$$\begin{aligned} P_M &= \rho_A gh \\ P_N &= \rho_B gh_B + \rho_C gh_C \\ P_M &= P_N \\ \frac{1}{8} \times 10^3 \times g \times h &= 2 \times 10^3 \times g \times \frac{4}{100} + \frac{1}{8} \times 10^3 \times g \times \frac{9}{100} \end{aligned}$$

۳ ۲۸۳ C

فکری

برای حل این مسئله شما باید از دینامیک کمک بگیرید و به کمک تحلیل نیروهای وارد بر مایع، نیروی عمودی سطح کف ظرف وارد بر مایع را حساب کنید. ابتدا در حالت کلی مسئله را حل می‌کنیم و روابط مربوط به فشار در این حالت را به‌دست می‌آوریم سپس مسئله را حل می‌کنیم.

می‌دانیم فشار برابر اندازه نیروی عمودی وارد بر سطح است $(P = \frac{F_N}{A})$. اگر ظرف ساکن باشد فشار $P = \rho gh$ و اختلاف فشار بین دو نقطه برابر $\Delta P = \rho g \Delta h$ است. در حالتی که ظرف با شتاب ثابت a در راستای قائم در حال حرکت است، ابتدا باید نیروی عمودی تکیه‌گاه را به‌دست آورد. اگر ظرف با شتاب a در حال حرکت تندشونده رو به پایین باشد، نیروی وزن از نیروی عمودی تکیه‌گاه بزرگ‌تر است.

$$\begin{aligned} F_T &= ma \Rightarrow mg - F'_N = ma \Rightarrow F'_N = m(g - a) \\ \text{فشار برابر خواهد شد با:} \\ P' &= \frac{F'_N}{A} \Rightarrow P' = \frac{m(g - a)}{A} \Rightarrow \frac{m}{A} = \rho V \\ P' &= \frac{\rho V(g - a)}{A} \Rightarrow \frac{V}{A} = h \Rightarrow P' = \rho h(g - a) \\ \text{اگر ظرف با شتاب a در حال حرکت تندشونده رو به بالا باشد آن‌گاه می‌توان نشان داد که} \\ P' &= \rho h(g + a) \end{aligned}$$

اکنون با توجه به آنچه که در بالا به‌دست آورده‌ایم، خواهیم داشت:

$$P' = \rho h(g - a) = \rho h(g - \frac{2}{3}g) = \frac{2}{3} \rho hg, \quad \frac{P'}{P} = \frac{\frac{2}{3} \rho hg}{\rho hg} = \frac{2}{3} \Rightarrow \Delta P' = \frac{2}{3} \Delta P$$

بازی با سؤال: اختلاف فشار بین دو نقطه درون ظرف پر از آبی در حال سکون P می‌باشد. اگر ظرف آب با شتاب ثابت گرانش سقوط کند، اختلاف فشار بین این دو نقطه

- (۱) برابر صفر می‌شود. (۲) بزرگ‌تر از صفر و کوچک‌تر از P می‌شود. (۳) برابر P می‌شود. (۴) بزرگ‌تر از P می‌شود. **گزینۀ ۱**

یادآوری

۱ ۲۸۴ A

خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. نقاط هم‌تراز درون یک مایع ساکن، هم‌فشارند. فشار در نقطه C حاصل از ۱۸cm مایع B و در نقطه D حاصل از ۱۵cm از مایع A است.

$$\begin{aligned} P_C &= P_D \Rightarrow P_0 + \rho_B gh_B = P_0 + \rho_A gh_A \\ \rho_B \times 18 &= \rho_A \times 15 \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

بازی با سؤال: با توجه به شکل زیر، ρ_1 / ρ_2 کدام است؟

$$\begin{aligned} \rho_1 gh_1 &= \rho_2 gh_2 \\ \rho_1 \times 32 &= \rho_2 \times 18 \\ \frac{\rho_1}{\rho_2} &= \frac{18}{32} = \frac{9}{16} \end{aligned}$$

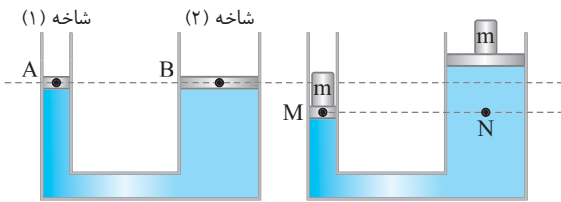
گزینۀ ۳

۲ ۲۸۵ A

خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. فشار دو شاخه در خط هم‌تراز را برابر قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} P_A &= P_B \Rightarrow \rho_A gh_A = \rho_B gh_B \\ \Rightarrow \rho_A \times 17 &= \rho_B \times 20 \\ \rho_A &= \frac{17}{20} \rho_B \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} = \frac{17}{20} \rho_{\text{آب}} \\ \rho_{\text{روغن}} - \rho_{\text{آب}} &= \frac{17}{20} \rho_{\text{آب}} - \rho_{\text{آب}} = -\frac{3}{20} \rho_{\text{آب}} \end{aligned}$$

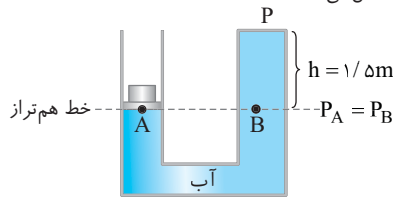
بنابراین چگالی روغن ۱۵٪ کمتر از چگالی آب است.


$$\frac{1}{\lambda h} = \frac{9}{100} + \frac{7/2}{100} \Rightarrow \frac{1}{\lambda h} = \frac{16/2}{100} \Rightarrow h = 9 \text{ cm}$$

می کنیم:

1	۲۹۵		B
---	-----	---	----------

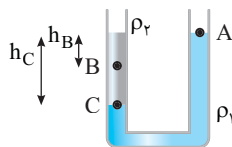
است. اما فشار در نقطه B جمع فشار ارتفاع $1/5$ متری مایع و فشاری است که دهانه بسته $A_p(P)$ تحمل می‌کند.



۴ نیروی وارد بر دهانه A_2 برابر است با:

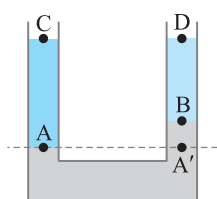
$$F=PA=2\lambda/\Delta \times 10^{\circ} \times 10^{-\circ} = 2\lambda/\Delta N$$

F 296 A

$$\left. \begin{array}{l} P_B = P_* + \rho g h_B > P_A \\ P_C = P_* + \rho g h_C \xrightarrow{h_C > h_B} P_C > P_B \end{array} \right\} \Rightarrow P_C > P_B > P_A$$


1 ۲۹۷ B

خط تراز را می کشیم فشار نقاط A و A' برابر است و چون نقطه A' پایین تر از نقطه B بوده فشار نقطه A' بیشتر از B است:



$P_A > P_B > P_C = P_D$ بنابراین:

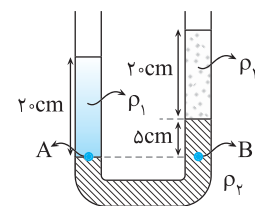
$$P_N = P_M \Rightarrow P_o + P_{1\text{ مائع}} + P_{\gamma\text{ مائع}} = P_{\gamma\text{ مائع}} + P_o \xrightarrow{P = \rho gh} \rho_1 gh_1 + \rho_{\gamma} gh_{\gamma} = P_{\gamma\text{ مائع}}$$

$$\Rightarrow 1.0 \times 1.0 \times \frac{2.0}{1.0} + 2.0 \times 1.0 \times \frac{5.0}{1.0} = P_{\text{مائع}} \Rightarrow P_{\text{مائع}} = 1.0 + 10.0 = 11.0 \text{ Pa}$$

$$P_r = \frac{W_r}{A} \xrightarrow{A=7cm^2} 28.0 = \frac{W_r}{7 \times 10^{-6}} \Rightarrow W_r = 0.56N \quad \text{می کنیم}$$

جرم مایع خواهد شد: $W_3 = m_3 g \Rightarrow 0.056 = m_3 \times 10 \Rightarrow m_3 = 0.056 \text{ kg} = 56 \text{ g}$

۲۹۲ B



۲ فشار در نقاط هم‌تراز A و B با هم برابر است. فشار در نقطه A ناشی از مایع ρ_1 و فشار هواست و در نقطه B ناشی از فشار 5 cm مایع ρ_2 و فشار 20 cm مایع ρ_3 و فشار هواست.

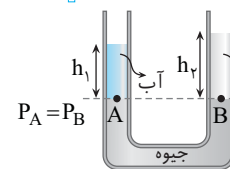
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho g h_1 + P_o = \rho_r g h_r + \rho_r g h_r + P_o$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_r h_r + \rho_w h_w \Rightarrow \rho_1 \times 20 = \rho_r \times \Delta + \rho_w \times 20$$

$$r\rho_1 = \rho_Y + r\rho_r \xrightarrow{\rho_1 = r\rho_r} r\rho_1 = \rho_Y + r \frac{\rho_1}{r}$$

$$f\rho_1 - r\rho_1 = \rho_r \Rightarrow \frac{\rho_r}{\rho_1} = r$$

3 293 B



در شاخه سمت راست آن قدر الکل ریخته شده که ارتفاع جیوه در دو طرف برابر شده است، بنابراین فشار جیوه در دو طرف برابر است. خط هم‌تراز را رسم کرده و فشار در نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم.

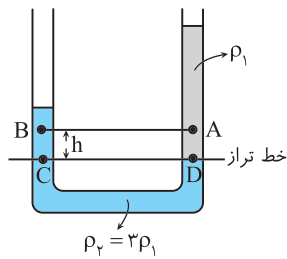
$$P_A = P_B \Rightarrow P_o + \rho_l g h_l = P_o + \rho_r g h_r$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_v h_v \Rightarrow h_v = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_v} \Rightarrow h_v = \frac{1 \times 27 / 2}{0.7} = 39 \text{ cm}$$

۲۹۴ B

با قرار دادن وزنه‌ای به جرم m روی پیستون‌ها، فشار در زیر پیستون به اندازه $\frac{W}{A}$ افزایش می‌یابد و چون $A_1 < A_2$ ، بنابراین $\Delta P_1 > \Delta P_2$ ، بنابراین افزایش فشار در شاخه (۱) بیشتر بوده و باعث می‌شود مایع در شاخه (۲) بالا برود.

۱ ۳۰۱ B



خط تراز را رسم می‌کنیم.
فشار در نقاط C و D واقع بر خط تراز یکسان است.
 $P_C = P_D$
فشار در نقطه B: $P_B = P_C - \rho_2 gh$
فشار در نقطه A: $P_A = P_D - \rho_1 gh$
اختلاف فشار بین A و B را به دست می‌آوریم:

$$P_A - P_B = P_D - \rho_1 gh - P_C + \rho_2 gh \xrightarrow{P_C = P_D} P_A - P_B = \rho_2 gh - \rho_1 gh \Rightarrow P_A - P_B = (\rho_2 - \rho_1) gh$$

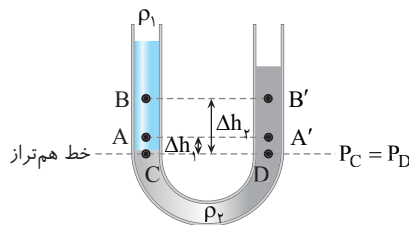
۱ ۳۰۲ B

راه حل اول: مایع ρ_1 روی مایع ρ_2 قرار دارد، بنابراین $\rho_1 < \rho_2$ است. در نقاط هم تراز C و D فشار یکسان است. فشار در نقطه D را می‌توان به صورت‌های زیر نوشت:

$$P_D = P_{A'} + \rho_2 g \Delta h_1 \quad (۱) \quad P_D = P_{B'} + \rho_2 g \Delta h_2 \quad (۲)$$

فشار در نقطه C را می‌توان به صورت‌های زیر نوشت:

$$P_C = P_A + \rho_1 g \Delta h_1 \quad (۳) \quad P_C = P_B + \rho_1 g \Delta h_2 \quad (۴)$$



رابطه‌های (۱) و (۳) و همچنین رابطه‌های (۲) و (۴) را مساوی قرار می‌دهیم:

$$\xrightarrow{(۱) و (۳)} P_{A'} + \rho_2 g \Delta h_1 = P_A + \rho_1 g \Delta h_1 \Rightarrow P_A - P_{A'} = (\rho_2 - \rho_1) g \Delta h_1$$

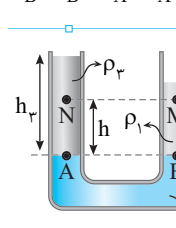
$$\xrightarrow{(۲) و (۴)} P_{B'} + \rho_2 g \Delta h_2 = P_B + \rho_1 g \Delta h_2 \Rightarrow P_B - P_{B'} = (\rho_2 - \rho_1) g \Delta h_2$$

$$\Delta h_1 < \Delta h_2 \Rightarrow \Delta P_1 < \Delta P_2$$

نتیجه: در لوله‌های U شکل محتوی دو مایع مخلوط‌نشده، هر چه از سطح هم تراز دو مایع بالاتر برویم، اختلاف فشار بین دو نقطه واقع بر یک خط افقی افزایش می‌یابد.

میانبر: دقت کنید اختلاف فشار در نقاط C و D واقع بر خط هم تراز صفر است. هر چه از سطح آزاد مایع به سمت خط هم تراز برویم، اختلاف فشار در نقاط واقع در دو

مایع کاهش می‌یابد و به صفر می‌رسد و هر چه از خط هم تراز به سمت سطح آزاد مایع برویم، اختلاف فشار در دو طرف لوله بیشتر می‌شود.



خط هم تراز را رسم می‌کنیم. فشار در نقاط A و B واقع بر سطح هم تراز برابر است. فشار در نقطه A برابر فشار ستون h_3 از مایع ρ_3 و فشار در نقطه B برابر فشار ستون h_1 از مایع ρ_1 است:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_3 gh_3 = \rho_1 gh_1 \xrightarrow{h_3 > h_1} \rho_3 < \rho_1$$

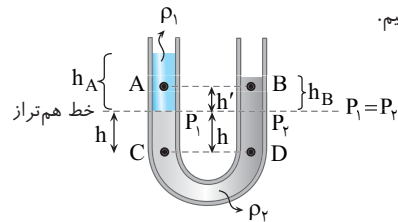
۱ ۲۹۸ A

۱ مایع ρ_1 ته‌نشین شده است بنابراین چگالی آن بیشتر است $\rho_1 > \rho_2$.
۲ فشار در نقاط A و B برابر است با:
 $P_A = P_0 + \rho_1 gx$ و $P_B = P_0 + \rho_2 gx$
۳ چون $\rho_1 > \rho_2$ است قطعاً $P_A > P_B$ خواهد بود.

۴ ۲۹۹ B

خط فکری: در این تست کنکور، طراح دو حالت مختلف برای مقایسه فشار در نظر گرفته است. یکی نقاط C و D که در یک مایع روی یک خط افقی قرار دارند و دیگری نقاط A و B که در دو مایع با چگالی‌های مختلف روی یک خط افقی قرار دارند. از طرفی مایع ρ_2 دارای چگالی بیشتری است زیرا ته‌نشین شده است.

۱ خط هم تراز را از سطح جدایی دو مایع رسم می‌کنیم و فشار نقاط روی این خط را برابر قرار می‌دهیم.



$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_0 + \rho_1 gh_A = P_0 + \rho_2 gh_B$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_A = \rho_2 h_B \xrightarrow{h_A > h_B} \rho_1 < \rho_2$$

۲ نقاط C و D درون یک مایع و در یک خط افقی قرار دارند بنابراین فشار در این دو نقطه باهم برابر است اما به اثبات این مسئله توجه کنید: فشار در نقطه C برابر مجموع فشار P_1 و فشار ستون h از مایع است همچنین در نقطه D فشار برابر مجموع فشار P_2 و فشار ستون h از مایع است. بنابراین:

$$\begin{cases} P_C = P_1 + \rho_2 gh \\ P_D = P_2 + \rho_2 gh \end{cases} \Rightarrow P_C = P_D$$

۳ اکنون فشار نقاط A و B را با هم مقایسه می‌کنیم. برای این منظور می‌توان فشار P_1 را مجموع فشار $\rho_1 gh'$ و فشار در نقطه A در نظر گرفت، همچنین فشار P_2 را مجموع فشار $\rho_2 gh'$ و فشار در نقطه B فرض کرد.

$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_A + \rho_1 gh' = P_B + \rho_2 gh' \xrightarrow{\rho_1 < \rho_2} P_A > P_B$$

میانبر: ۱ فشار در دو نقطه واقع بر یک خط افقی در یک مایع، یکسان است.

$$P_C = P_D$$

میانبر: ۲ در یک لوله U شکل، فشار در دو نقطه واقع بر یک خط افقی در دو مایع متفاوت در نقطه‌ای بزرگ‌تر است که ارتفاع مایع بالای آن بیشتر است $P_A > P_B$.

۴ ۳۰۰ B

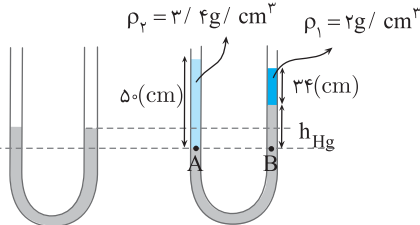
یادآوری: برای دو مایع مخلوط‌نشده که در یک ظرف قرار دارند مایعی که ته‌نشین می‌شود دارای چگالی بیشتری است. با توجه به یادآوری در شاخه سمت چپ، مایع (۲) زیر

مایع (۱) است، پس چگالی مایع سمت چپ $\rho_1 = 800 \text{ kg/m}^3$ و چگالی مایع سمت راست $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$ است. فشار در نقطه A برابر است با:
 $P_A = P_1 - \rho_1 g \Delta h$
فشار در نقطه B برابر است با:
 $P_B = P_2 - \rho_2 g \Delta h$
 $P_A - P_B = P_1 - \rho_1 g \Delta h - (P_2 - \rho_2 g \Delta h) = (\rho_2 - \rho_1) g \Delta h$
 $\Rightarrow P_A - P_B = (1000 - 800) \times 10 \times \frac{5}{100} \Rightarrow P_A = P_B + 100$

میانبر: ۱ اگر دو مایع در لوله U شکل داشته باشیم، اختلاف فشار بین دو نقطه در ارتفاع یکسان از کف لوله و در دو مایع مختلف برابر است با: $\Delta P_{AB} = (\Delta \rho) gh$

۱ ۳۰۷ B

چگالی مایع که در شاخه سمت چپ ریخته شده بیشتر از چگالی مایع ریخته شده در شاخه سمت راست است و ارتفاع آن هم بیشتر است، بنابراین جیوه در شاخه سمت چپ پایین می‌رود و در شاخه سمت راست بالا می‌آید. (مطابق شکل):



در نقاط هم‌تراز A و B فشار برابر است:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_{Hg} h_{Hg} + \rho_1 h_1$$

$$\Rightarrow 3/4 \times 5 = 13/6 \times h_{Hg} + 34 \times 2$$

$$\Rightarrow 5 = 4 h_{Hg} + 20 \Rightarrow 30 = 4 h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = 7.5 \text{ cm}$$

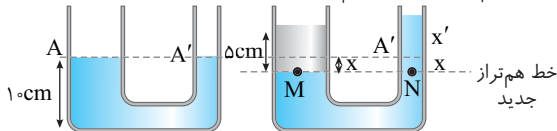
۲ ۳۰۸ B

ابتدا کنار لوله U شکل سؤال، لوله U شکل دیگری رسم می‌کنیم و نفت را به شاخه سمت چپ آن اضافه می‌کنیم. برای اینکه بتوانیم دو حالت را باهم مقایسه کنیم، خط هم‌تراز سطح آب در لوله اول را روی لوله دوم مشخص می‌کنیم. حجم آبی که در شاخه سمت چپ پایین رفته با حجم آبی که در شاخه سمت راست بالا می‌آید برابر است.

$$\Delta V = \pi (3r)^2 \times x = \pi r^2 \times x' \Rightarrow x' = 9x$$

یعنی وقتی در شاخه سمت چپ نفت روی آب ریخته می‌شود و آب به اندازه x پایین می‌رود در شاخه سمت راست آب به اندازه 9x بالا می‌رود و سطح آب در شاخه سمت راست 10x بالاتر از خط هم‌تراز جدید است.

برای لوله دوم خط تراز را می‌کشیم:

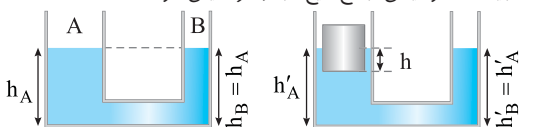


$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{nft}} g h_{\text{nft}} = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} \Rightarrow 0.8 \times 5 = 1 \times (10 + x) \Rightarrow x = 0.4 \text{ cm}$$

میزان آبی که در شاخه باریک بالا رفته برابر است با: $x' = 9x = 9 \times 0.4 = 3.6 \text{ cm}$

۳ ۳۰۹ B

نکته مهم در حل این مسئله این است که بدانیم وقتی درون ظروف مرتبطه مایعی ریخته شود همواره سطح مایع در تمام ظروف در ارتفاع یکسان قرار دارد. اگر جسم را روی سطح آب شناور کنیم باز ارتفاع مایع در شاخه سمت چپ و سمت راست باهم برابر است $h_A = h_B$. حتی اگر مقداری سنگ‌ریزه در یک شاخه بریزیم باز ارتفاع مایع در دو شاخه یکی است، زیرا فشار در کف ظرف توسط مایع در دو حالت باید یکسان باشد در غیر این صورت آب از ناحیه با فشار بیشتر به سمت ناحیه با فشار کمتر شارش می‌کند تا فشار یکسان شود یعنی ارتفاع مایع در دو طرف یکی شود.



۳ ۳۱۰ B

وقتی که در شاخه سمت راست همان مایع ρ_2 ریخته می‌شود تا سطح مایع ρ_1 در دو شاخه در یک تراز قرار گیرد، فشار مایع ρ_2 در دو طرف یکسان است. یکسان بودن فشار مایع یعنی ارتفاع مایع اضافه شده نیز همان ۲ cm است. اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{A_2 h_2}{A_1 h_1} = \frac{A}{4A} = \frac{1}{4}$$

شکل را رسم می‌کنیم، نسبت حجم مایع در دو شاخه برابر است با: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{A_2 h_2}{A_1 h_1} = \frac{1}{4}$

برای بررسی فشار در نقاط M و N، کافی است از نقاط A و B به اندازه h بالا برویم، در این صورت در شاخه سمت چپ، فشار در نقطه N برابر $P_N = P_A - \rho_2 g h$ و در شاخه سمت راست، فشار در نقطه M برابر $P_M = P_B - \rho_1 g h$ است. با توجه به اینکه $P_A = P_B$ و $\rho_1 > \rho_2$ ، فشار در نقطه N از فشار در نقطه M بزرگ‌تر است. ($P_N > P_M$)

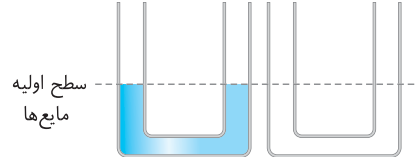
میانبر مایع ρ_2 در این مسئله نقشی ندارد و در مایع ρ_1 و ρ_2 فشار دو نقطه روی یک خط افقی همواره در مایعی با چگالی بیشتر، کمتر از دیگری است. (با اینکه در نقطه‌ای که ارتفاع مایع بالا سر آن کمتر باشد، فشار کمتر است.)

۲ ۳۰۴ B

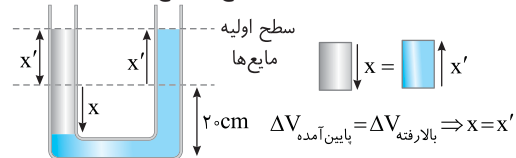
نکته اگر در لوله U شکل تنها یک مایع قرار گرفته باشد، همواره سطح آزاد مایع در دو شاخه در یک سطح (تراز) قرار می‌گیرند.

خط فکری برای حل سؤالانی که در لوله U شکل قرار است مایع اضافه شود باید مراحل زیر را طی کنیم:

۱. یک لوله U شکل در کنار لوله اولیه داده شده رسم می‌کنیم و سطح مایع اولیه لوله را در لوله جدید رسم می‌کنیم.



۲. مایع جدید را در لوله دوم اضافه می‌کنیم، فقط دقت کنید در شاخه‌ای که مایع اضافه می‌شود (شاخه سمت چپ) مقداری مایع اولیه پایین رفته و همان مقدار مایع در شاخه دیگر (شاخه سمت راست) بالا می‌آید. در این سؤال سطح مقطع دو ظرف برابر است و همچنین در دو شاخه آب قرار دارد و سطح آزاد مایع در دو طرف یکسان است:



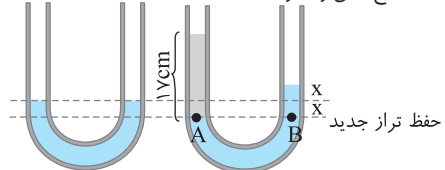
بنابراین ارتفاع مایع اضافه شده برابر ۲x است:

$$V_{\text{مایع جدید}} = A(2x) \Rightarrow 200 = 20 \times 2x \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

۴. ارتفاع مایع در شاخه سمت راست برابر $20 + 5 = 25 \text{ cm}$ می‌شود.

۱ ۳۰۵ B

با توجه به تعادل مایع‌ها می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} g h_{\text{مایع}} = \rho_{Hg} g (2x)$$

$$17 \times 2 = 13/6 (2x) \Rightarrow x = 1/25 \text{ cm}$$

۳ ۳۰۶ B

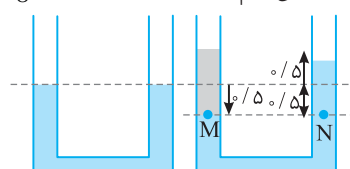
در ابتدا درون لوله تنها جیوه بوده است. با اضافه کردن الکل به یک شاخه در آن شاخه جیوه پایین رفته و به همان اندازه در شاخه دیگر جیوه بالا می‌رود:

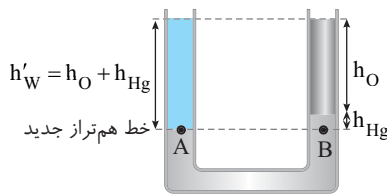
$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_O g h_O = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow 0.8 \times h_O = 13/6 \times 1$$

$$\Rightarrow h_O = 1 \text{ cm}$$

حال حجم الکل را به دست می‌آوریم:

$$V_O = Ah \Rightarrow V_O = 2 \times 17 = 34 \text{ cm}^3$$





$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_W g h'_W + P_0 = \rho_O g h_O + \rho_{Hg} g h_{Hg} + P_0$$

$$1 \times h'_W = 0.8 \times 25 + 13/6 \times h_{Hg} \Rightarrow h'_W = 20 + 13/6 h_{Hg} \quad (1)$$

از طرفی با توجه به شکل می توان نوشت: (۲) $h'_W = h_O + h_{Hg} \Rightarrow h'_W = 25 + h_{Hg}$ (۲)
از رابطه های (۱) و (۲) نتیجه می شود:

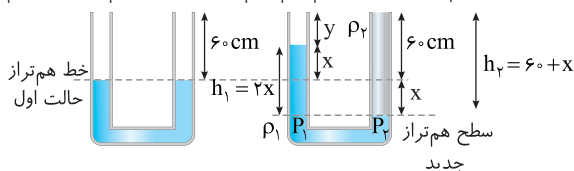
$$25 + h_{Hg} = 20 + 13/6 h_{Hg}$$

$$\Rightarrow h_{Hg} = \frac{5}{12/6} \Rightarrow h_{Hg} \approx 0.4 \text{ cm}, \quad h'_W = 25 + 0.4 = 25.4 \text{ cm}$$

ارتفاع آب در حالت اول ۲۰ cm بود و در حالت دوم ۲۵.۴ cm شده است. بنابراین
ارتفاع آب اضافه شده برابر است با:
 $25.4 - 20 = 5.4 \text{ cm}$

۳ ۳۱۲ C

خط فکری در مسائلی که به یک شاخه لوله U شکل مایع اضافه می کنیم، باید لوله را در دو حالت اول و دوم مطابق شکل کنار هم رسم کنیم تا تغییرات را با چشم به خوبی ببینیم.



وقتی در یک سمت لوله الکلی می ریزیم و سطح آب به اندازه X از سطح اولیه پایین می رود، در طرف دیگر آب به اندازه X بالا می رود (به شکل ها دقت کنید). فشار در سطح هم تراز جدید را برابر قرار می دهیم:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_1 g (2x) = \rho_2 g (60 + x)$$

$$\Rightarrow 1 \times (2x) = 0.8 \times (60 + x) \Rightarrow 2x = 48 + 0.8x \Rightarrow 1.2x = 48 \Rightarrow x = 40 \text{ cm}$$

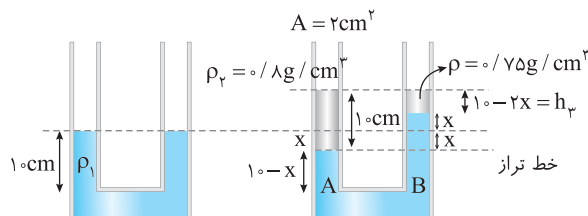
اکنون مقدار Y یعنی فاصله سطح آب در شاخه سمت چپ تا لبه لوله را به دست می آوریم
 $x + y = 60 \xrightarrow{x=40} 40 + y = 60 \Rightarrow y = 20 \text{ cm}$

۴ ۳۱۴ C

۱ ارتفاع مایع ρ_2 را حساب می کنیم.

$$V_2 = A h_2 \xrightarrow{V=20 \text{ cm}^3} 20 = 2 h_2 \Rightarrow h_2 = 10 \text{ cm}$$

۲ اکنون با دقت به شکل سمت راست نگاه کنید. وقتی مایع ρ_2 را اضافه می کنیم مایع ρ_1 از سمت چپ به اندازه X پایین می آید و از سمت راست به اندازه X بالا می رود.



۳ اگر خط تراز را رسم کنید. فشار در نقاط A و B برابر است. فشار در نقطه A ناشی از ارتفاع ۱۰ cm مایع ρ_2 و فشار در نقطه B ناشی از ارتفاع ۲x آب و از ارتفاع (۱۰-۲x) مایع ρ_1 است. بنابراین می توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 (2x) + \rho_1 (10 - 2x)$$

$$\Rightarrow 0.8 \times 10 = 1 \times 2x + 0.75 (10 - 2x)$$

$$\Rightarrow 8 = 2x + 7.5 - 1.5x \Rightarrow 0.5x = 0.5 \Rightarrow x = 1 \text{ cm}$$

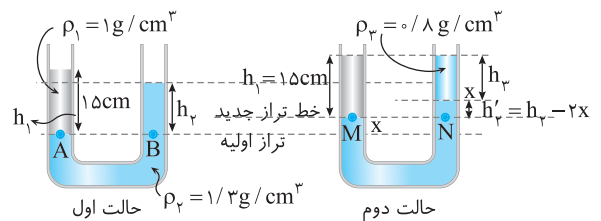
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \rho V_1 \\ m_2 = \rho V_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 2 \Rightarrow m_2 = 2m_1$$

بنابراین جرم مایع اضافه شده به شاخه سمت راست دو برابر جرم مایع شاخه سمت چپ است.

۳ ۳۱۱ C

خط فکری شکل دو حالت مسئله را کنار هم رسم می کنیم. در حالت اول خط تراز را می کشیم تا ارتفاع h_2 را حساب کنیم. وقتی مایع ρ_2 را به شاخه سمت راست اضافه می کنیم مایع ρ_2 به اندازه X در سمت راست پایین می رود و به همین اندازه مطابق شکل در سمت چپ بالا می رود. از این جا به بعد شما با مقایسه دو شکل باید مقدار X و h_2 را حساب کنید.



۱ خط تراز در حالت اول را رسم می کنیم. فشار نقاط A و B واقع بر خط تراز یکسان است.

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow 1 \times 15 = 1.3 h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{15}{1.3} \text{ cm}$$

۲ مایع ρ_2 به شاخه سمت راست اضافه شده تا سطح آزاد مایع در دو شاخه برابر شود. در این حالت مجدداً خط تراز را رسم می کنیم. فشار نقاط M و N برابر است. فشار ستون ۱۵ cm مایع ρ_1 است و فشار در نقطه N مجموع فشار ستون h_2 مایع ρ_2 و فشار ستون $h'_2 = \frac{15}{1.3} - 2x$ مایع ρ_2 است از این رو می توان نوشت:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_2 h'_2 \Rightarrow 1 \times 15 = 0.8 h_2 + 1.3 (\frac{15}{1.3} - 2x)$$

$$15 = 0.8 h_2 + 15 - 2.6x \Rightarrow 0.8 h_2 = 2.6x \Rightarrow x = \frac{4}{13} h_2$$

۳ اکنون باید به دقت به شکل حالت دوم و اعداد روی شاخه راست و چپ دقت کنید. h_1 با مجموع h_2 و h'_2 برابر است.

$$h_1 = h_2 + h'_2 \Rightarrow 15 = (\frac{15}{1.3} - 2x) + h_2 \Rightarrow h_2 - 2x = 15 - \frac{15}{1.3} = \frac{45}{13}$$

۴ از رابطه (I) در رابطه بالا جایگذاری می کنیم

$$\frac{45}{13} = h_2 - \frac{4}{13} h_2 \Rightarrow \frac{5}{13} h_2 = \frac{45}{13} \Rightarrow h_2 = 9 \text{ cm}$$

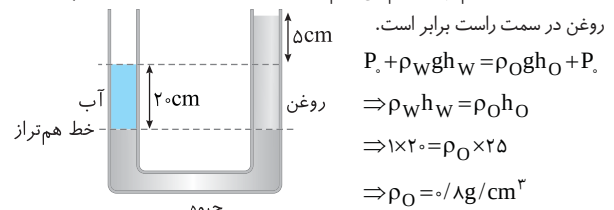
حجم مایع اضافه شده خواهد شد:

$$V_2 = A h_2 = 1 \times 9 = 9 \text{ cm}^3$$

بالا خیره تموم شد. عجب مسائل عددی و حشتناکی! پس باید مسائل عددی خودمون رو به پشت تقویت کنیم.

۳ ۳۱۲ C

در حالت اول خط هم تراز را رسم می کنیم. روی این خط فشار آب در سمت چپ با فشار

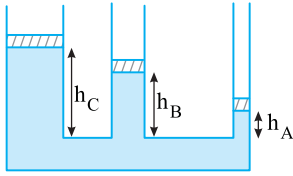


روغن در سمت راست برابر است.
 $P_0 + \rho_W g h_W = \rho_O g h_O + P_0$
 $\Rightarrow \rho_W h_W = \rho_O h_O$
 $\Rightarrow 1 \times 20 = \rho_O \times 25$
 $\Rightarrow \rho_O = 0.8 \text{ g/cm}^3$
پس از افزودن آب، مایع های درون ظرف به شکل زیر قرار می گیرند. برای سطح هم تراز نقاط A و B می توان نوشت:



۱ ۳۱۸ A

با توجه به اینکه فشار برابر $P = \frac{F}{A}$ است و به پیستون‌ها نیروی یکسان mg اضافه می‌شود پس فشار وارد بر پیستون A بیشتر از همه و فشار وارد بر پیستون C کمتر از همه است پس باید در شاخه A مایع بیشتر پایین رفته و در شاخه C مایع کمتر پایین رود: $h_A < h_B < h_C$



یئجریه دوجداره (سطح دوم)

۲ ۳۱۹ B

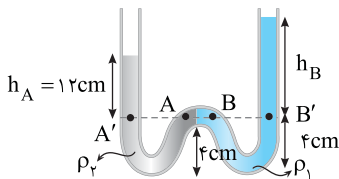
باید فشار مایع‌ها در دو طرف سطح تماس دو مایع یکسان باشد تا مایع‌ها در تعادل باشند. فشار نقاط A و A' در مایع ρ_1 با هم برابر است. همچنین فشار نقاط B و B' در مایع ρ_2 با هم برابر است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow \rho_2 g h_A = \rho_1 g h_B$$

$$1400 \times 10 \times \frac{12}{100} = 1200 \times 10 \times h_B \Rightarrow h_B = \frac{14}{100} m = 14 \text{ cm}$$

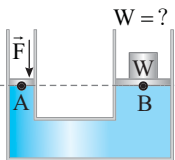
اختلاف سطح آزاد دو مایع در دو طرف شاخه‌ها برابر اختلاف ارتفاع h_A و h_B است:

$$h_B - h_A = 14 - 12 = 2 \text{ cm}$$



۴ ۳۲۰ A

خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط A و B با هم برابر است:



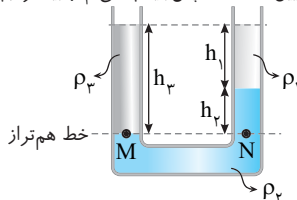
$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{F}{A_A} = \frac{W}{A_B} \Rightarrow \frac{F}{W} = \frac{A_A}{A_B} = \frac{A = \pi \frac{D^2}{4}}{A_B = \pi \frac{D^2}{4}} = \frac{D_A^2}{D_B^2}$$

$$\frac{F}{W} = \frac{D_A^2}{D_B^2} \Rightarrow \frac{20}{W} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 \Rightarrow W = 2000 \text{ N}$$

۳ ۳۲۱ B

۱ ابتدا باید مقایسه‌ای از چگالی مایع‌های درون لوله داشته باشیم. مایع (۲) ته‌نشین شده و چگالی مایع (۲) بیشتر از همه است. خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط M و N با هم برابر است: $P_M = P_N \Rightarrow \rho_2 g h_2 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 \Rightarrow h_2 = h_1 + h_2$

چگالی ρ_2 از چگالی ρ_1 بیشتر است، پس $\rho_2 g h_2 < \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$ است و برای اینکه تساوی بالا برقرار شود باید $\rho_2 g h_2 > \rho_1 g h_1$ بوده و $\rho_2 > \rho_1$ باشد. (البته از نظر ظاهری هم همیشه این موضوع را فهمید که چون مایع ρ_2 در شاخه سمت چپ میزان بیشتری نسبت به مایع ρ_1 در شاخه سمت راست، پایین آمده است، پس باید چگالی ρ_2 بیشتر از چگالی ρ_1 باشد.)



۴ ارتفاع ستون h_2 خواهد شد. $h_2 = 10 - 2x = 10 - 2 \times 1 \Rightarrow h_2 = 8 \text{ cm}$

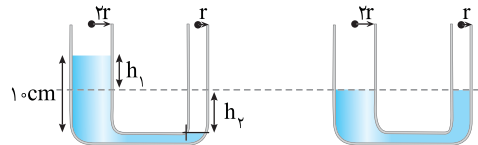
۵ حجم مایع ρ_2 خواهد شد: $V_2 = A h_2 = 2 \times 8 = 16 \text{ cm}^3$

۳ ۳۱۵ A

نکته در ظروف مرتبط با هم همواره ارتفاع قائم مایع یکسان است. وقتی شیر را باز می‌کنیم، آب وارد لوله باریک می‌شود تا جایی که آب در دو طرف هم‌سطح شود، حجم آبی که در شاخه سمت چپ پایین می‌رود برابر با حجم آبی است که در شاخه سمت راست بالا می‌آید:

$$\begin{cases} 10 - h_1 = h_2 \\ 4\pi r^2 h_1 = 4\pi r^2 h_2 \Rightarrow h_1 = h_2 \end{cases} \Rightarrow 10 - h_1 = h_1 \Rightarrow h_1 = 5 \text{ cm}$$

با توجه به شکل



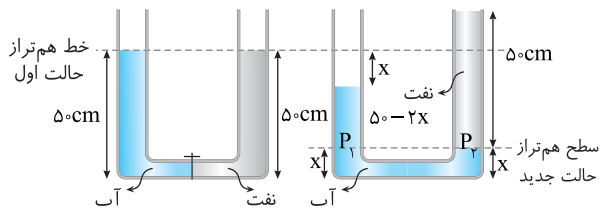
۲ ۳۱۶ C

خط فکری با باز کردن شیر، آب که دارای چگالی بیشتری است از شاخه سمت چپ به سمت شاخه سمت راست می‌رود و اگر آب در سمت چپ به اندازه x پایین بیاید در شاخه سمت راست به اندازه x بالا می‌رود (دقت کنید سطح مقطع دو شاخه یکی است). در این صورت در سمت راست به اندازه 50 cm نفت و x سانتی‌متر آب وجود دارد و در سمت چپ تنها به اندازه $(50 - x) \text{ cm}$ آب وجود دارد. شکل را در دو حالت کنار هم رسم می‌کنیم و خط هم تراز حالت اول و خط هم تراز حالت دوم را می‌کشیم. فشار در خط هم تراز را مساوی قرار می‌دهیم.

به دو شکل رسم شده دقت کنید. در سمت راست بالای خط هم تراز جدید ارتفاع نفت 50 cm است و در سمت چپ ارتفاع آب در بالای خط هم تراز جدید $50 - 2x$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_W h_W = \rho_O h_O \Rightarrow 1000 \times (50 - 2x) = 800 \times 50$$

$$50 - 40 = 2x \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$



۳ ۳۱۷ A

با باز کردن شیر، مایع ρ_1 که دارای چگالی بیشتری است پایین می‌آید و مایع ρ_2 سمت راست بالا می‌رود.

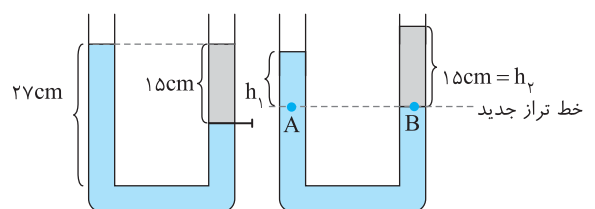
در نقاط روی خط تراز فشار یکسان است:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow 1 \times h_1 = 0.8 \times 15 \Rightarrow h_1 = 12 \text{ cm}$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 15 - 12 = 3 \text{ cm}$$

بنابراین



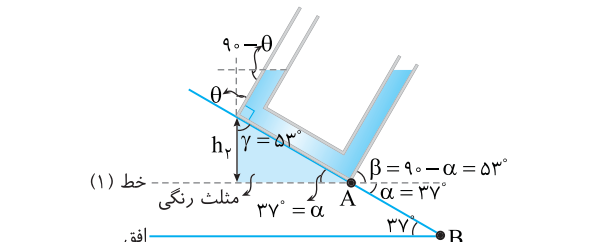
۲. حال با استفاده از هندسه اندازه زاویه‌هایی که برای حل باید بدانیم را به دست می‌آوریم:
خط (۱) با سطح افق موازی است و سطح شیبدار مورب این دو خط موازی است پس زاویه α ، 37° است.

مثلث رنگی مثلث قائم‌الزاویه است، بنابراین زاویه γ ، 53° است.

$$\gamma + 90^\circ + \theta = 180^\circ \rightarrow \gamma = 53^\circ \rightarrow \theta = 37^\circ$$

۳. حال با توجه به یادآوری و زوایای به دست آمده در بالا معادله (۱) را کامل می‌کنیم:

$$18 \sin 53^\circ = 20 \sin 37^\circ + x \sin 53^\circ \Rightarrow 14/4 = 12 + x \times 0/8 \Rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

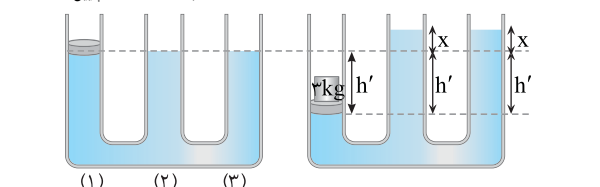


یادآوری: فشار در هر نقطه مایع ساکن، به ارتفاع قائم مایع بستگی دارد.

$$P_A = \rho_A g h = \rho g l \sin \alpha$$

۲ ۳۲۴ B

با قرار گرفتن جسم روی شاخه (۱) مایع در این شاخه پایین آمده و در دو شاخه دیگر بالا می‌رود. دقت کنید که در ظروف مرتبط با هم سطح مایع‌ها یکسان است از این رو سطح مایع در دو شاخه (۲) و (۳) نیز باید با هم یکسان باشند بنابراین اگر مایع در شاخه (۲) سانتی‌متر بالا رود در شاخه (۳) نیز x سانتی‌متر بالا می‌رود. از طرفی حجم مایعی که در شاخه (۱) پایین آمده با حجم مایع بالا رفته در شاخه‌های (۲) و (۳) یکسان است و چون سطح مقطع سه لوله یکسان است، مایع در لوله (۱) به اندازه $h' = x + x = 2x$ پایین می‌رود.



خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقاط A و B با هم برابر است:

$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{mg}{A} = \rho g h \Rightarrow h = 3x$$

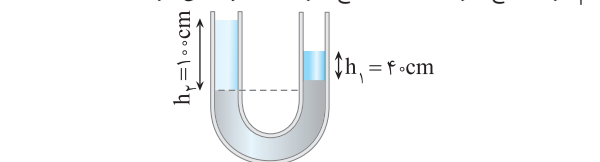
$$\frac{3 \times 10}{10 \times 10^{-4}} = 1000 \times 10 \times 3x$$

$$\Rightarrow x = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

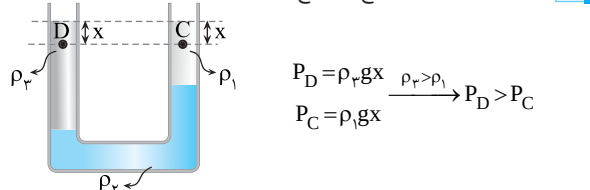
بنابراین آب در شاخه (۳) به اندازه $x = 10 \text{ cm}$ بالا می‌رود.

۴ ۳۲۵ B

خط فکری: دقت کنید در صورت سؤال بیان نشده که با چه روشی می‌خواهیم سطح جیوه در هر دو شاخه را یکسان کنیم. با دو روش می‌توان این کار را انجام داد. با توجه به گزینه‌ها روش اول این است که آن قدر به مقدار آب شاخه سمت راست اضافه کنیم تا سطح جیوه در این شاخه پایین برود و در شاخه دیگر بالا بیاید و سطح یکسان شود. در روش دوم، مقداری از نفت شاخه سمت چپ را خارج کنیم تا فشار در این شاخه کم شود و سطح جیوه بالا بیاید و سطح جیوه در دو طرف یکی شود.



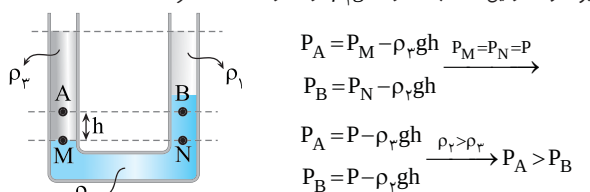
۲. فاصله نقاط C و D تا سطح آزاد مایع‌ها یکسان است.



$$P_D = \rho_p g x \quad \rho_p > \rho_l \rightarrow P_D > P_C$$

$$P_C = \rho_l g x$$

۳. نقاط A و B در فاصله یکسانی از خط تراز قرار دارند. نقطه A به اندازه h متر در مایع ρ_p بالاتر از خط تراز قرار دارد، بنابراین فشار در نقطه A به اندازه $\rho_p g h$ از فشار نقطه M کمتر است. همچنین نقطه B به اندازه h متر در مایع ρ_l بالاتر از خط تراز بوده و فشار این نقطه به اندازه $\rho_l g h$ از فشار نقطه N کمتر است:



$$P_A = P_M - \rho_p g h \quad P_M = P_N = P$$

$$P_B = P_N - \rho_l g h$$

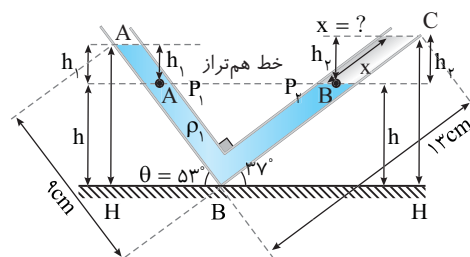
$$P_A = P - \rho_p g h \quad \rho_p > \rho_l \rightarrow P_A > P_B$$

$$P_B = P - \rho_l g h$$

۲ ۳۲۲ B

۱. ابتدا ارتفاع قائم مایع ρ_l را حساب می‌کنیم.

$$\sin 53^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = AB \sin 53^\circ \Rightarrow AH = 9 \times 0.8 = 7.2 \text{ cm}$$



۲. فاصله سطح مایع ρ_p تا سطح افقی را به دست می‌آوریم.

$$\sin 37^\circ = \frac{CH}{BC} \Rightarrow CH = BC \sin 37^\circ \Rightarrow CH = 13 \times 0.6 = 7.8 \text{ cm}$$

۳. خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم و فشار روی خط هم‌تراز را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_l = P_p \Rightarrow \rho_l g h_l = \rho_p g h_p \Rightarrow \rho_l h_l = \rho_p h_p \quad (I)$$

۴. h_p و h_l را از روی شکل به دست می‌آوریم:

$$h_l = AH - h = 7.2 - h \quad , \quad h_p = CH - h = 7.8 - h$$

h_p و h_l را در رابطه (I) قرار می‌دهیم.

$$1 \times (7.2 - h) = 0.8 (7.8 - h) \Rightarrow h = 4/8 \text{ cm}$$

۵. با داشتن h می‌توان مقدار h_p را حساب کرد.

$$h_p = 7.8 - h \Rightarrow h_p = 7.8 - 4/8 = 3 \text{ cm}$$

۶. اکنون می‌توان به سراغ محاسبه x رفت، با توجه به مثلثات:

$$\sin 37^\circ = \frac{h_p}{x} \Rightarrow x = \frac{h_p}{\sin 37^\circ} = \frac{3}{0.6} = 5 \text{ cm}$$

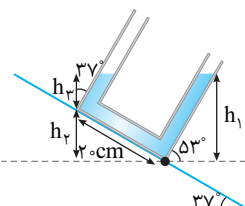
۴ ۳۲۳ C

۱. با توجه به شکل فشار ناشی از h_1

باید با مجموع فشار h_p و h_3 برابر باشد:

$$\rho g h_1 = \rho g h_p + \rho g h_3$$

$$\Rightarrow h_1 = h_p + h_3 \quad (I)$$



۲ ۳۳۹ B

خط فکری فشار درون دیگ‌های زودپز قرار است ۲atm شود، یعنی وزنه‌ای که روی روزنه می‌گذاریم باید به کمک فشار هوا (۱ atm) بیاید تا بخار آب از درون دیگ خارج نشود. در واقع فشار دیگ زودپز باید با مجموع فشار هوای محیط (P_0) و فشار ناشی از وزنه ($P_{\text{وزنه}} = \frac{W}{A}$) برابر شود.

۱ برای دیگ زودپز شکل (۱) خواهیم داشت:

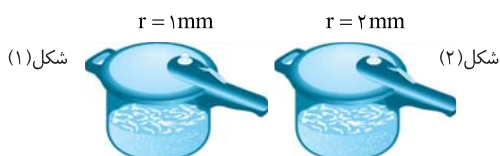
$$P_{\text{دیگ}} = P_0 + \frac{W_1}{A_1} \xrightarrow{A_1 = \pi r_1^2} 2 \times 10^5 = 10^5 + \frac{m_1 \times 10}{\pi (10^{-3})^2}$$

$$\Rightarrow 10^5 = \frac{m_1 \times 10}{\pi \times 10^{-6}} \Rightarrow m_1 = \pi \times 10^{-2} \text{ kg} \Rightarrow m_1 = 10 \pi \text{ g}$$

۲ برای دیگ زودپز شکل (۲) خواهیم داشت:

$$P_{\text{دیگ}} = P_0 + \frac{W_2}{A_2} \xrightarrow{A_2 = \pi r_2^2} 2 \times 10^5 = 10^5 + \frac{m_2 \times 10}{\pi (2 \times 10^{-3})^2}$$

$$10^5 = \frac{m_2 \times 10}{\pi \times 10^{-6}} \Rightarrow m_2 = 4 \pi \times 10^{-2} \text{ kg} \Rightarrow m_2 = 40 \pi \text{ g}$$



$$m_2 - m_1 = 40 \pi - 10 \pi = 30 \pi = 30 \times 3.14 = 94.2 \text{ g}$$

۳ بنابراین

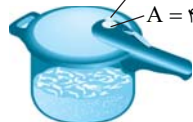
میانبر $P_{\text{دیگ}} = P_0 + \frac{W}{A} \Rightarrow \frac{m \cdot g}{A} = P_{\text{دیگ}} - P_0 \Rightarrow m \cdot g = (P_{\text{دیگ}} - P_0) A$

بازی با سوال مساحت روزنه خروج بخار آب روی در یک زودپز ۴mm² است. جرم وزنه‌ای که روی این روزنه باید گذاشت چند گرم باشد تا فشار داخل زودپز در ۲atm نگه داشته شود؟ ($P_0 = 1 \text{ atm}$)

وزنه‌ای که روی روزنه خروج بخار آب قرار داده می‌شود

$A = 4 / \text{mm}^2$

۴۰ (۱)
۰/۴ (۲)
۸۰ (۳)
۰/۸ (۴)



گزینه ۱

۱ ۳۴۰ C

خط فکری فشار در ته لوله (کف داخلی لوله) برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون جیوه است. در حل این مسئله بهتر است ابتدا فشار هوا را برحسب cmHg به دست آوریم. سپس فشار در حالت دوم را دو برابر فشار در حالت اول قرار دهیم ($P_2 = 2P_1$).

۱ تبدیل یکای فشار هوا از پاسکال به cmHg : $P = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}}$

$$\Rightarrow h_{\text{Hg}} = \frac{P}{\rho_{\text{Hg}} \times g} = \frac{10^5}{13600 \times 10} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 0.74 \text{ m} \Rightarrow P_{\text{هوا}} = 74 \text{ cmHg}$$

۲ فشار در حالت اول برابر است با:

$$P_1 = P_0 + P_{\text{جیوه}} \xrightarrow{P_{\text{جیوه}} = 4 \text{ cmHg}} P = 76 + 4 = 80 \text{ cmHg}$$

۳ فشار در حالت دوم، دو برابر فشار در حالت اول است بنابراین:

$$P_2 = 2P_1 = 2 \times 80 = 160 \text{ cmHg}$$

۴ اکنون ارتفاع جیوه در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$P_2 = P_0 + P_{\text{جیوه}} \Rightarrow 160 = 76 + h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 84 \text{ cm}$$

۳ ۳۴۱ B

خط فکری فشار مایعی به چگالی ρ در عمق h برابر $\rho g h$ است که برحسب پاسکال به دست می‌آید. برای آن که فشار مایع مستقیماً برحسب cmHg به دست آید، کافی است $\rho g h$ را با $\rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}}$ برابر قرار دهیم. در این صورت، ارتفاع ستونی از جیوه که فشارش با فشار مایع برابر است به دست می‌آید.

بازی با سوال ارتفاع سقف یک سالن از کف آن برابر ۸ متر است. چنانچه چگالی هوا ۱/۲۵g/L باشد، فشار هوا در سقف سالن چند پاسکال از فشار هوا در کف سالن کمتر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

۱۰۰۰ (۴) ۱۰۰ (۳) ۱۰ (۲) صفر (۱)

گزینه ۳

۱ ۳۳۴ A

خط فکری فشار شاره با تغییر ارتفاع تغییر می‌کند، پس تنها عاملی که باعث تغییر در فشار می‌شود اوج گرفتن (افزایش ارتفاع) هواپیما است و با افزایش ارتفاع، فشار به اندازه $\Delta P = \rho g h$ کاهش می‌یابد و نیروی وارد شده نیز کاهش می‌یابد.

کاهش فشار در اثر افزایش ارتفاع یک کیلومتری را حساب می‌کنیم. البته ابتدا چگالی هوا را برحسب kg/m^3 به دست می‌آوریم.

$$\rho = 1/2 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-3} \text{ m}^3} = 1/2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\Delta P = \rho g h \Rightarrow \Delta P = 1/2 \times 10 \times 10^3 \Rightarrow \Delta P = 12 \times 10^3 \text{ Pa}$$

کاهش نیروی وارد بر پنجره برابر است با:

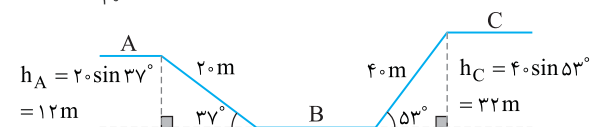
$$\Delta P = \frac{\Delta F}{A} \Rightarrow \Delta F = \Delta P A \Rightarrow \Delta F = 12 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-4} \Rightarrow \Delta F = 60 \text{ N}$$

۳ ۳۳۵ A

۱ ابتدا به کمک مثلثات ارتفاع نقاط A و C را از سطح زمین حساب می‌کنیم.

$$\sin 37^\circ = \frac{h_A}{20} \Rightarrow h_A = 20 \sin 37^\circ \Rightarrow h_A = 20 \times 0.6 = 12 \text{ m}$$

$$\sin 53^\circ = \frac{h_C}{40} \Rightarrow h_C = 40 \sin 53^\circ = 40 \times 0.8 = 32 \text{ m}$$



۲ اختلاف ارتفاع قائم نقاط A و C برابر است با: $\Delta h = h_C - h_A = 32 - 12 = 20 \text{ m}$

۳ اختلاف فشار هوا بین این دو نقطه خواهد شد.

$$\Delta P_{A,C} = \rho g h \Rightarrow \Delta P_{A,C} = 1/2 \times 10 \times 20 = 240 \text{ Pa}$$

۲ ۳۳۶ B

غواص به وسیله لوله‌ای که یک سر آن بیرون از آب است، در حال تنفس است. پس فشار درون ریه او برابر فشار هوای محیط یعنی P_0 است و فشار وارد بر قفسه سینه غواص برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون $h = 6/2 \text{ m}$ آب است ($P = P_0 + \rho g h$) وارد بر قفسه سینه P .

بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_{\text{در ریه}} = P_0 + \rho g h - P_0 = \rho g h$$

$$= 1000 \times 10 \times 6/2 = 6200 \text{ Pa} = 62 \text{ kPa}$$

۲ ۳۳۷ A

خط فکری فشار پیمانه‌ای اختلاف فشار ناشی از ارتفاع مایع یعنی $\rho g h$ است.

$$P = \rho g h \Rightarrow 1254 = 1045 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0.12 \text{ m} = 12 \text{ cm}$$

۴ ۳۳۸ B

به در زودپز از بیرون فشار هوا و فشار حاصل از وزنه روی روزنه وارد می‌شود و از داخل فشار بخار وارد می‌شود:

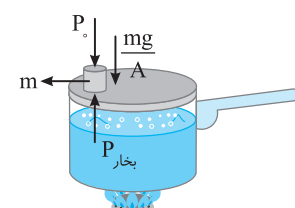
$$P_{\text{بخار}} = P_0 + \frac{mg}{A}$$

به اختلاف فشار بین بخار P و P_0

فشار پیمانه‌ای گفته می‌شود.

$$P - P_0 = \frac{mg}{A} \Rightarrow P = \frac{mg}{A} \xrightarrow{A = 5 \times 10^{-6} \text{ m}^2} 10^5 = \frac{m \times 10}{5 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow m = 5 \times 10^{-2} \text{ kg} = 50 \text{ g}$$





۴ ۳۴۴ B

فشار کل وارد بر کف لوله برابر است با:
فشار کل پس از افزودن مایع:

$$P_{\text{کل}} = P_0 + P_{\text{مایع}}$$

$$P'_{\text{کل}} = P_{\text{کل}} + \frac{1}{10} P_{\text{کل}} \Rightarrow P'_{\text{کل}} = \frac{11}{10} P_{\text{کل}}$$

$$P_0 + (P_{\text{مایع}} + P_{\text{مایع جدید}}) = \frac{11}{10} (P_0 + P_{\text{مایع}})$$

$$P_{\text{مایع جدید}} = \frac{1}{10} (P_0 + P_{\text{مایع}})$$

فشار هوا را بر حسب پاسکال می‌نویسیم:

$$P_0 = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \Rightarrow \rho_{\text{Hg}} g \Delta h = \frac{1}{10} (\rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} + \rho g h)$$

$$\frac{1}{10} \times 6 \times \Delta h = \frac{1}{10} (13/6 \times 75 + 2 \times 20) \Rightarrow \Delta h = 10 \text{ cm}$$

حجم مایع جدید خواهد شد:

$$V = A \Delta h \Rightarrow V = 15 \times 10 \Rightarrow V = 150 \text{ cm}^3 \Rightarrow V = 1/10 \text{ L}$$

۳ ۳۴۵ B

خط فکری اگر دو مایع A و B را درون ظرفی بریزیم، مایع با چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود و مایع دیگر روی آن قرار می‌گیرد. اما نکته مهم چیست؟ فشار وارد بر کف ظرف از طرف دو مایع با توجه به تعریف فشار $P = \frac{F}{A}$ به دست می‌آید که نیروی F در آن

$$\text{مجموع نیروی وزن دو مایع است } P = \frac{W_A + W_B}{A}$$

کنیم، فشار وارد بر کف ظرف تغییر نمی‌کند. به همین دلیل به جمله «با یکدیگر مخلوط کرده» توجهی نمی‌کنیم و مسئله را شبیه دو مایع که روی هم قرار دارند حل کنیم که در آن $\frac{1}{5}$ حجم کل، مربوط به مایع A و $\frac{4}{5}$ حجم کل مربوط به مایع B است.

۱ شکل زیر را رسم کرده و ارتفاع هر مایع را حساب می‌کنیم:

$$h_A = \frac{1}{5} \times 30 = 6 \text{ cm}$$

$$h_B = 30 - 6 = 24 \text{ cm}$$

ارتفاع مایع A، $\frac{1}{5}$ ارتفاع کل مایع است.

ارتفاع مایع B خواهد شد:

$$\left. \begin{array}{l} \rho_B \left\{ h_B = \frac{4}{5} \times 30 = 24 \text{ cm} \right. \\ \rho_A \left\{ h_A = \frac{1}{5} \times 30 = 6 \text{ cm} \right. \end{array} \right\}$$

۲ اکنون فشار هر مایع را بر حسب cmHg به دست می‌آوریم.

$$\rho_A h_A = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} \Rightarrow 3/4 \times 6 = 13/6 h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 1/5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P_A = 1/5 \text{ cmHg}, \rho_B h_B = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} \Rightarrow 1/7 \times 24 = 13/6 h_{\text{Hg}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{Hg}} = 3 \text{ cm} \Rightarrow P_B = 3 \text{ cmHg}$$

۳ فشار کل مخلوط بر کف ظرف برابر است با:

$$P = P_A + P_B = 1/5 + 3 = 4/5 \text{ cmHg}$$

۲ ۳۴۶ C

خط فکری ابتدا با توجه به یکسان بودن جرم آب و جیوه می‌توان یک رابطه ریاضی بین h_1 و h_2 پیدا کرد و سپس با توجه به فرض مسئله رابطه $h_1 + h_2 = 73$

را نوشته و یک دستگاه دو معادله دو مجهول را حل کرد.

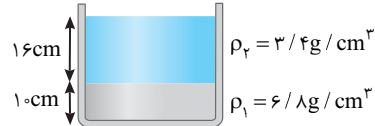
جرم آب و جیوه برابر است. از این رو:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \Rightarrow \rho_1 A h_1 = \rho_2 A h_2$$

$$\Rightarrow 1 \times h_1 = 13/6 h_2 \Rightarrow h_1 = 13/6 h_2$$

با توجه به فرض مسئله $h_1 + h_2 = 73 \text{ cm}$ است. بنابراین دستگاه زیر را حل می‌کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \times h_1 = 13/6 h_2 \\ h_1 + h_2 = 73 \end{array} \right. \Rightarrow 13/6 h_2 + h_2 = 73 \Rightarrow 19/6 h_2 = 73 \Rightarrow h_2 = 5 \text{ cm}$$



۱ فشار مایع ρ_1 بر حسب cmHg خواهد شد: $\rho_1 g h_1 = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \xrightarrow{h_1=10 \text{ cm}}$

$$6/8 \times 10 = 13/6 h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 5 \text{ cm} \Rightarrow P_1 = 5 \text{ cmHg}$$

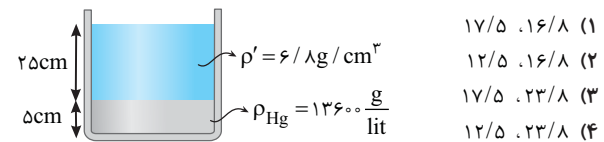
۲ فشار مایع ρ_2 بر حسب cmHg را حساب می‌کنیم.

$$\rho_2 g h_2 = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \xrightarrow{h_2=16 \text{ cm}} 3/4 \times 16 = 13/6 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 4 \text{ cm} \Rightarrow P_2 = 4 \text{ cmHg}$$

۳ فشار کل وارد بر کف ظرف را به دست می‌آوریم.

$$P = P_1 + P_2 + P_0 = 5 + 4 + 75 \Rightarrow P = 84 \text{ cmHg}$$

بازی با سوال در ظرفی مطابق شکل دو مایع روی هم قرار گرفته‌اند، فشار ناشی از مایع در کف ظرف P کیلوپاسکال و P' سانتی‌متر جیوه است. و P' به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



گزینه ۳

۴ ۳۴۲ B

خط فکری مجدداً مسئله را بخوانید. جرم جیوه و جرم آب هر دو ۱۳۶g و وزن آن‌ها برابر است، بنابراین برای حل این مسئله بهتر است از تعریف اصلی فشار یعنی $P = \frac{F}{A}$ که در آن F مجموع وزن دو مایع است ($F = 2mg$)، استفاده کرد.

۱ در ظرف استوانه‌ای دو مایع به جرم‌های

$$m = 136 \text{ g}$$

$$P = \frac{W}{A}$$

ریخته شده، پس فشار را از

حساب می‌کنیم.

$$P = \frac{W}{A} = \frac{2mg}{A} = \frac{2 \times 136 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} = 5440 \text{ Pa}$$

۲ فشار هوا را به پاسکال تبدیل می‌کنیم.

$$P_0 = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \Rightarrow P_0 = 13/6 \times 10^3 \times 10 \times 76 = 103360 \text{ Pa}$$

۳ فشار کل خواهد شد:

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{مایع}} + P_0 \Rightarrow P_{\text{کل}} = 5440 + 103360 = 108800 \text{ Pa}$$

۳ ۳۴۳ B

ابتدا فشار هوا را بر حسب پاسکال به دست می‌آوریم.

$$P_0 = 75 \text{ cmHg} \Rightarrow P_0 = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \Rightarrow P_0 = 1350 \times 10 \times \frac{75}{100} = 101250 \text{ Pa}$$

در حالت اول فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P_{\text{کف}} = P_0 + P_{\text{مایع}} \Rightarrow P_1 = 101250 + \rho g h$$

$$P_1 = 101250 + 1250 \times 10 \times \frac{10}{100} = 102500 \text{ Pa}$$

در حالت دوم فشار وارد بر کف ظرف به اندازه $\Delta P = 10250 - P_1 = 1250$ افزایش یافته است که این افزایش به دلیل اضافه شدن مایع به چگالی 800 kg/m^3 است:

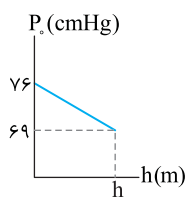
$$\rho' g h' = 1250 \Rightarrow 800 \times 10 \times h' = 1250 \Rightarrow h' = \frac{1250}{8000} = \frac{25}{160} \text{ m} = \frac{25}{16} \text{ cm}$$

حجم مایع اضافه شده برابر است با:

$$V = A \Delta h \Rightarrow V = 20 \times \frac{25}{160} \times 10^{-1} = \frac{25}{8} = 3.125 \text{ cm}^3$$

۳ ۳۵۰ A

با توجه به نمودار کاهش فشار از سطح زمین تا ارتفاع h برابر است با:



$$\Delta P = 76 - 69 = 7 \text{ cmHg}$$

اکنون می‌توان مقدار h را حساب کرد.

$$\Delta P = \rho_{\text{هو}} g (h - 0) \Rightarrow \rho_{\text{Hg}} g \left(\frac{V}{V_0} \right) = \rho_{\text{هو}} g h$$

$$\Rightarrow 14 \times 10^{-3} \times \frac{V}{V_0} = 1 \times h \Rightarrow h = 9.8 \text{ m}$$

۳ ۳۵۱ A

با افزایش ارتفاع چگالی هوا کاهش می‌یابد و اختلاف فشار بین دو نقطه در هوا برابر $\Delta P = \rho g \Delta h$ است که $\bar{\rho}$ چگالی متوسط بین آن دو نقطه است.

۱ اختلاف فشار ΔP_1 برابر است با: $\Delta P_1 = \bar{\rho} g \Delta h_{AB} \Rightarrow \Delta P_1 = \bar{\rho} g \Delta h_{000}$

۲ اختلاف فشار ΔP_2 برابر است با:

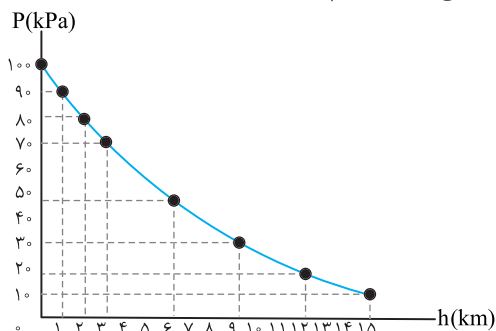
$$\Delta P_2 = \bar{\rho}' g \Delta h_{BC} \Rightarrow \Delta P_2 = \bar{\rho}' g \Delta h_{000}$$

۳ با افزایش ارتفاع چگالی هوا کاهش می‌یابد بنابراین $\bar{\rho}' < \bar{\rho}$ است:

$$\bar{\rho}' g \Delta h_{000} < \bar{\rho} g \Delta h_{000} \Rightarrow \Delta P_2 < \Delta P_1$$

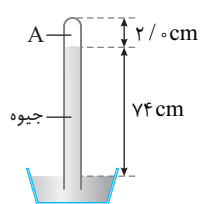
۴ ۳۵۲ A

به نمودار دقت کنید. در سطح دریای آزاد فشار 100 kPa (1 bar) و در ارتفاع 12 km فشار 20 kPa است. یعنی فشار در ارتفاع 12 km ، 20% درصد فشار در سطح دریای آزاد است و 80% درصد فشار هوا کاسته شده است. بنابراین جرم هوای موجود تا ارتفاع 12 km از سطح دریا، 80% جرم کل هواست.



۳ ۳۵۳ A

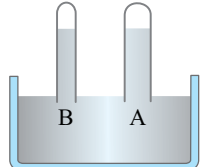
هرگاه یک جوسنج را به بالای کوه ببریم به دلیل کاهش فشار هوا در بالای کوه، ارتفاع ستون جیوه در جوسنج کاهش می‌یابد و گزاره (الف) درست است. یک جوسنج (بارومتر) همواره فشار هوای محیط را نشان می‌دهد و دو برابر کردن سطح مقطع لوله آن تأثیری در این اندازه‌گیری ندارد و هم‌چنان فشار هوای محیط یعنی 74 cmHg را نشان می‌دهد و ارتفاع تغییر نمی‌کند و گزاره (ب) نادرست است. اگر به جای جیوه از مایعی با چگالی کمتر استفاده شود برای آنکه فشار ستون مایع با فشار هوای محیط برابر شود، ستون مایع باید ارتفاع بیشتری نسبت به حالت جیوه داشته باشد و گزاره (پ) درست است.



۲ ۳۵۴ B

با توجه به رابطه فشار مایع در عمق h ($P = \rho g h$) فشار مایع به عمق و چگالی مایع و شتاب گرانش در محل بستگی دارد.

۳ ۳۵۵ B



این سؤال در واقع تکرار آزمایش توربیچلی با دو لوله با قطرهای متفاوت است. در این آزمایش در هر دو لوله ارتفاع جیوه بیانگر فشار هوا بر حسب cmHg است.

چون ارتفاع جیوه 5 cm است، پس فشار آن 5 cmHg است. از طرفی وزن آب و جیوه در مسأله یکسان است. پس فشار آب نیز 5 cmHg است و فشار وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P_{\text{کل}} = P_1 + P_2 = 10 \text{ cmHg}$$

برابر است با:

۳ ۳۴۷ B

۱ فشار هوا را بر حسب پاسکال به دست می‌آوریم.

$$P = P_{\text{Hg}} + P_{\text{W}} + P_0$$

$$P_0 = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \xrightarrow{h_{\text{Hg}} = 75 \text{ cm}, \rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3} P_0 = 13600 \times 10 \times \frac{75}{100}$$

$$P_0 = 13600 \times \frac{3}{4} \Rightarrow P_0 = 10200 \text{ Pa}$$

۲ فشار وارد بر کف لوله استوانه‌ای مجموع فشار هوا و فشار جیوه و فشار آب است.

$$P = \frac{W_{\text{Hg}}}{A} + \frac{W_{\text{W}}}{A} + P_0$$

$$P = \frac{272 \times 10^{-3} \times 10 + 554 \times 10^{-3} \times 10}{20 \times 10^{-4}} + 10200$$

$$P = \frac{2720}{2} + \frac{5540}{2} + 10200 \Rightarrow P = 1360 + 2770 + 10200 \Rightarrow P = 14330 \text{ Pa}$$

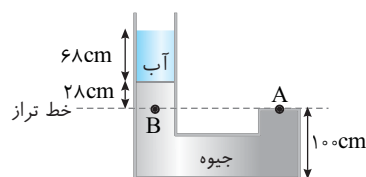
۳ ۳۴۸ B

فشار ارتفاع 68 سانتی‌متر آب را به سانتی‌متر جیوه تبدیل می‌کنیم:

$$P_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} g h = \rho_{\text{جیوه}} g h' \Rightarrow h' = \frac{1}{13.6} \times 68 = 5 \text{ cm}$$

در لوله زیر فشار نقاط A و B را که روی یک خط تراز هستند برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{لوله}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}} + P_0 \Rightarrow P_{\text{لوله}} = 5 + 28 + 77 = 110 \text{ cmHg}$$

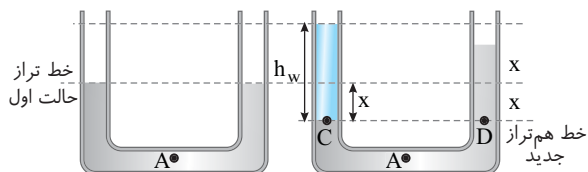


۱ ۳۴۹ C

ابتدا باید ارتفاع آب اضافه شده را به دست آورد

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{68}{1} \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V = A h_{\text{W}} \Rightarrow 2 \times h_{\text{W}} = 68 \Rightarrow h_{\text{W}} = 34 \text{ cm}$$

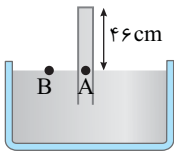


وقتی مطابق شکل در شاخه سمت چپ آب بریزیم، اگر جیوه در این شاخه به اندازه x از خط تراز اول پایین برود از شاخه دیگر به اندازه x از خط تراز اول بالا می‌رود. خط تراز جدید را رسم می‌کنیم و فشار نقاط C و D واقع بر این خط را مساوی قرار می‌دهیم. فشار نقطه C برابر فشار ستون 34 cm آب و فشار هواست و فشار نقطه D برابر فشار ستون $2x \text{ cm}$ جیوه و فشار هواست.

$$P_C = P_D \Rightarrow P_0 + \rho_{\text{W}} g h_{\text{W}} = P_0 + \rho_{\text{Hg}} g h_D \Rightarrow \rho_{\text{W}} g h_{\text{W}} = \rho_{\text{Hg}} g h_D$$

$$\Rightarrow 1000 \times 10 \times \frac{34}{100} = 13600 \times 10 \times (2x) \Rightarrow 2x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{8} \text{ m} = 12.5 \text{ cm}$$

بنابراین ارتفاع جیوه در سمت راست 12.5 cm از حالت اولیه بیشتر شده از این رو فشار در نقطه A 12.5 cmHg افزایش می‌یابد.

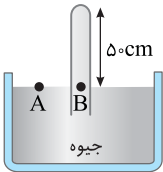


نقاط A و B هم‌ترازند و فشار در آن‌ها یکسان است:
 $P_B = P_A \Rightarrow 76 = 46 + P_{\text{لوله}}$
 $\Rightarrow P_{\text{لوله}} = 30 \text{ cmHg}$
 این فشار را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم:

$$P = \rho gh \Rightarrow P = 13600 \times 10 \times \frac{3}{10} = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$$

بنابراین نیروی وارد بر ته لوله برابر است با:

$$F = PA \Rightarrow F = 3 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-4} = 60 \text{ N} \approx 10 \text{ N}$$



با سوراخ شدن انتهای لوله، بر جیوه درون لوله فشار هوا وارد می‌شود و فشار هوا در سطح جیوه درون ظرف با فشار هوای وارد بر جیوه درون لوله برابر شده و جیوه درون لوله، درون ظرف تخلیه می‌شود.

به شکل (۱) نگاه کنید چرا جیوه پایین نمی‌رود؟ زیرا مقداری گاز زیر جیوه محبوس است و فشار گاز در این حالت برابر است با مجموع فشار هوا و فشار ستون جیوه:

$$P_1 = P_0 + P_{\text{Hg}} \quad (I)$$

در شکل (۲) جیوه از لوله بیرون نمی‌ریزد، زیرا فشار هوا مانع بیرون ریختن جیوه می‌شود، یعنی فشار هوا برابر مجموع فشار گاز محبوس و فشار ستون جیوه است:

$$P_0 = P_v + P_{\text{Hg}} \Rightarrow P_v = P_0 - P_{\text{Hg}} \quad (II)$$

در شکل (۳) لوله افقی است به همین دلیل فشار دو طرف جیوه با هم برابر است و فشار هوا با فشار گاز محبوس برابر است:

$$P_v = P_0 \quad (III)$$

با توجه به روابط (I)، (II) و (III) خواهیم داشت: $P_1 > P_v > P_0$

بازی با سؤال: به وسیله ۲ cm جیوه، مقداری هوا درون لوله افقی محبوس شده است. هرگاه لوله را به صورت قائم در آوریم و جیوه نیز در فشار هوای محبوس شده چگونه تغییر می‌کند؟



گزینه ۴

گزینه‌های (۱) و (۲)

۳ ۳۶۲ A

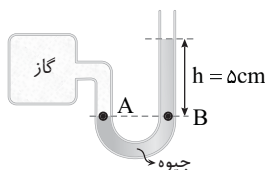
خط فکری: در این سؤالات ابتدا خط تراز را می‌کشیم.

با توجه به خط تراز فشار نقاط A و B با هم برابر است. فشار در نقطه A برابر فشار گاز و فشار در نقطه B برابر فشار هوا و فشار حاصل از ستون ۵ cm مایع است.

فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز درون مخزن با فشار هوای بیرون (P_0) است:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 + \rho gh \xrightarrow{P_{\text{گاز}} = P_{\text{پیمانه}} - P_0} P_g = \rho gh$$

$$\Rightarrow P_g = 13600 \times 10 \times \frac{5}{100} \Rightarrow P_{\text{پیمانه}} = 6800 \text{ Pa}$$



۱ ۳۶۳ A

خط فکری: خط تراز را می‌کشیم. فشار نقاط A و B روی خط تراز برابر است. در شاخه سمت راست در نقطه B، فشار برابر فشار هوای محیط $P_B = P_0$ و در شاخه سمت چپ در نقطه A، فشار برابر مجموع فشار گاز و فشار ستون ۴۵ cm جیوه است.

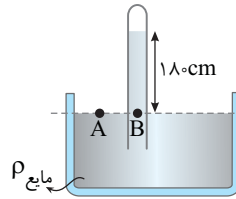
فشار هوای محیط ۷۶ cmHg است، بنابراین در هر دو لوله ارتفاع ستون جیوه ۷۶ cm است. از این رو حجم جیوه در دو لوله خواهد شد:

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow \begin{cases} V_A = \pi (r_A)^2 h_A \\ V_B = \pi (r_B)^2 h_B \end{cases} \xrightarrow{h_A = h_B} \frac{V_A}{V_B} = \frac{(r_B)^2}{(r_A)^2} = 4 \Rightarrow V_A = 4 V_B$$

بازی با سؤال: درون لوله فشارسنجی که قطر مقطع آن یک سانتی‌متر است، تا ارتفاع ۶۵ سانتی‌متر جیوه وجود دارد. در فشارسنج دیگری که قطر مقطع لوله آن $\frac{1}{2}$ سانتی‌متر است. ارتفاع ستون جیوه در همان مکان چند سانتی‌متر می‌شود؟

گزینه ۲

۲ ۳۵۶ B



خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم. با توجه به خط هم‌تراز فشار در نقاط A و B با هم برابر است. فشار در نقطه A برابر فشار هوا است. فشار در نقطه B حاصل از ارتفاع ۱۸۰ cm = ۲۰۰ - ۲۰ ستون مایع است.

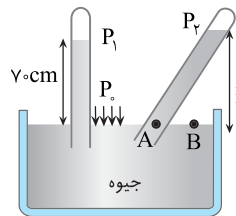
$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = \rho_{\text{مایع}} g \frac{180}{100}$$

فشار هوا برابر ۷۲ cmHg است، در واقع فشار هوا با فشار حاصل از ارتفاع ۷۲ cm جیوه یعنی $\rho_{\text{Hg}} g \frac{72}{100} = \rho_{\text{مایع}} g \frac{180}{100}$ برابر است.

$$\frac{13600 \times 10 \times \frac{72}{100}}{1000} = \rho_{\text{مایع}} \times \frac{180}{100} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = 5400 \text{ kg/m}^3$$

۳ ۳۵۷ B

در لوله سمت راست ارتفاع قائم جیوه ۷۵ cm است و فشار نقاط A و B با هم برابر است، از این رو:



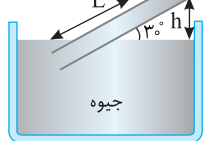
$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} = P_0 \Rightarrow \begin{cases} \text{اگر گاز وجود نداشته باشد} \rightarrow P_0 = P_{\text{جیوه}} = 75 \text{ cmHg} \\ \text{اگر گاز در بالای لوله محبوس باشد} \rightarrow P_0 > 75 \text{ cmHg} \end{cases}$$

بنابراین حداقل فشار هوا برابر ۷۵ cmHg است. حال که حداقل فشار هوا ۷۵ cmHg است، بنابراین در لوله سمت چپ نیز باید ارتفاع جیوه ۷۵ cm باشد که چنین نیست و مشخص است که در بالای لوله سمت چپ مقداری گاز محبوس است. به همین دلیل لوله سمت چپ کمکی به ما در حل مسئله نخواهد کرد.

۲ ۳۵۸ A

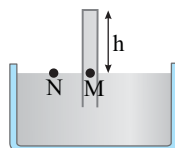
یادآوری: فشار مایع به ارتفاع قائم مایع بستگی دارد.

فشار جو برابر ۷۵ cmHg است، از این رو ارتفاع قائم جیوه درون لوله برابر ۷۵ cm خواهد بود با توجه به شکل مقدار L خواهد شد:



$$\sin 30^\circ = \frac{h}{L} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{75}{L} \Rightarrow L = 150 \text{ cm}$$

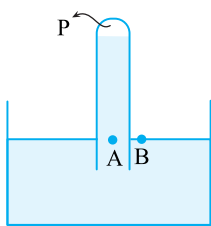
۱ ۳۵۹ B



خط فکری: هنگامی که مایع تمام لوله را پر کرده است از طرف مایع بر ته لوله فشار وارد می‌شود. در این سؤالات ابتدا خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقطه M حاصل از فشار ستون مایع و فشار وارد بر ته لوله است: $P_N = P_M \Rightarrow P_0 = P_{\text{مایع}} + P_{\text{لوله}}$

۴ ۳۶۶ A

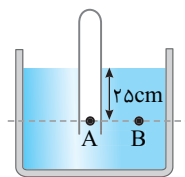
فشار مایع را بر حسب سانتی متر جیوه حساب می کنیم. $(\rho gh)_{\text{مایع}} = (\rho gh)_{\text{جیوه}}$
 $\Rightarrow 2/8 \times 51 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 10/5 \text{ cmHg}$



با توجه به خط تراز فشار گاز را حساب می کنیم.
 $P_A = P_B \Rightarrow P + P_{\text{مایع}} = P_0$
 $P + 10/5 = 75/5 \Rightarrow P = 65 \text{ cmHg}$
 حال فشار را به Pa تبدیل می کنیم.
 $P = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} = 13600 \times 10 \times \frac{65}{100} = 88400 \text{ Pa}$

۳ ۳۶۷ B

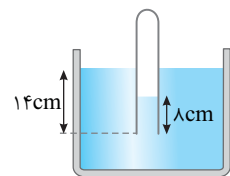
با توجه به خط تراز فشار در نقاط A و B با هم برابر است:
 $P_A = P_B$
 فشار در نقطه A برابر فشار گاز محبوس در لوله و فشار در نقطه B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۲۵ سانتی متری مایع است:



$$P_{\text{گاز}} = P_0 + \rho g h \quad \rho = 2 \text{ g/cm}^3 = 2000 \text{ kg/m}^3$$

$$P_{\text{گاز}} = 10^5 + 2000 \times 10 \times \frac{25}{100}$$

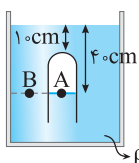
$$P_{\text{گاز}} = 10^5 \times 10^3 \text{ Pa} = 10^5 \text{ kPa}$$



بازی با سؤال مطابق شکل، دهانه لوله قائمی تا عمق ۱۴ سانتی متر درون مایعی به چگالی 9 g/cm^3 فرو برده شده است. اگر ارتفاع مایع در داخل لوله ۸ سانتی متر باشد، فشار هوای داخل لوله چند سانتی متر جیوه است؟ (فشار هوا 76 cmHg و $13/5 \text{ g/cm}^3 = \rho_{\text{جیوه}}$ است.)

- ۱) ۷۵/۵ (۲) ۷۵/۶ (۳) ۷۶/۴ (۴) ۷۶/۵
- گزینه ۳

۱ ۳۶۸ B



۱) فشار در نقاط A و B واقع بر خط تراز با هم برابر است.
 $P_A = P_B$
 ۲) فشار در نقطه B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۴۰ سانتی متر مایع است و فشار در نقطه A برابر فشار گاز محبوس در لوله است.

$$P_B = P_A \Rightarrow P_0 + \rho g h = P_{\text{گاز}} \quad (۱)$$

۳) فشار پیمانه ای (P_g) برابر تفاضل فشار مخزن (گاز) و فشار هوای محیط است،

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho g h \Rightarrow P_g = 1700 \times 10 \times \frac{4}{100} = 680 \text{ Pa}$$

بنابراین:

$$P_g = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \Rightarrow 1/7 \times 40 = 13/6 h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 5 \text{ cm} \Rightarrow P_g = 5 \text{ cmHg}$$

۱ ۳۶۹ B

خط فکری ابتدا به کمک نیروی وارد بر کف، فشار وارد بر کف طرف را حساب می کنیم. فشار به دست آمده مجموع فشار ارتفاع ۱۰+۸=۱۸ cm جیوه و فشار گاز محبوس در بالای لوله است. حال به حل مسئله می پردازیم.

۱) نیروی وارد بر کف طرف ناشی از فشار مایع و فشار گاز است. فشار مایع را

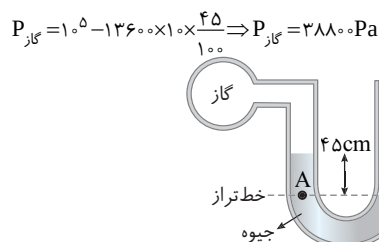
$$F = PA \Rightarrow 680 = P \times 200 \times 10^{-4} \Rightarrow P = 34000 \text{ Pa}$$

به دست می آوریم:

$$P = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \Rightarrow 34000 = 13600 \times 10 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 25 \text{ cm}$$

فشار نقاط A و B را برابر قرار می دهیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} = P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 - P_{\text{Hg}} \xrightarrow{P_{\text{Hg}} = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}}} P_{\text{گاز}} = 10^5 - 13600 \times 10 \times \frac{45}{100} = 38800 \text{ Pa}$$



۴ ۳۶۴ B

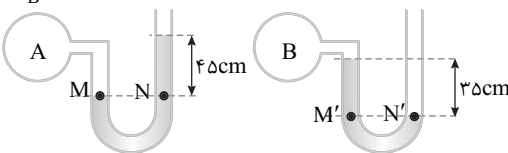
با توجه به خط تراز برای مخزن A داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_A = P_0 + P_{\text{جیوه}} \Rightarrow P_A = 75 + 45 = 120 \text{ cmHg}$$

برای مخزن B نیز با توجه به خط تراز داریم:

$$P_{M'} = P_{N'} \Rightarrow P_B + P_{\text{جیوه}} = P_0 \Rightarrow P_B + 35 = 75 \Rightarrow P_B = 40 \text{ cmHg}$$

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{120}{40} = 3$$

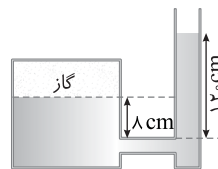


شکل (۱)

شکل (۲)

میانبر در شکل (۱) فشار گاز درون مخزن بیشتر از فشار هواست و جیوه را در شاخه سمت راست بالا برده است.

در شکل (۲) فشار هوا از فشار گاز درون مخزن بیشتر است و جیوه را در شاخه سمت چپ بالا برده است.



بازی با سؤال در شکل مقابل، مایع

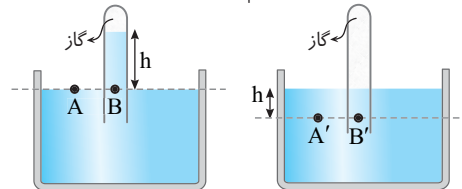
درون ظرف جیوه است. اگر فشار هوا ۷۵ سانتی متر جیوه باشد، فشار گاز درون محفظه چند سانتی متر جیوه است؟

- ۱) ۴۵ (۲) ۸۳ (۳) ۱۷۵ (۴) ۱۸۷

گزینه ۴

۲ ۳۶۵ A

خط فکری در سؤالاتی که لوله ای به طور وارون درون یک ظرف قرار می گیرد نیز از خط تراز برای حل سؤال استفاده می کنیم.



$$P_A = P_B$$

$$P_0 = P_{\text{گاز}} + \rho g h$$

$$P_{A'} = P_{B'}$$

$$P_0 + \rho g h = P_{\text{گاز}}$$

۱) ابتدا فشار ستون ۳۴ سانتی متری آب را بر حسب سانتی متر جیوه به دست می آوریم:

$$\rho_w g h_w = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}}$$

$$\Rightarrow 1 \times 34 = 13/6 h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 2/5 \text{ cm}$$

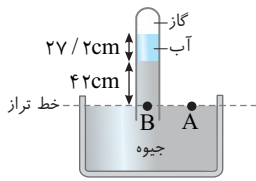
$$\Rightarrow P_{\text{آب}} = 2/5 \text{ cmHg}$$

۲) فشار در نقاط A و B که روی یک خط تراز قرار دارند برابر است از این رو:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{آب}} = P_0 \xrightarrow{P_{\text{آب}} = 2/5 \text{ cmHg}} P_0 = 72 + 2/5 = 74/5 \text{ cmHg}$$



۳۳۳ B ۴



۱ نقاط هم‌تراز درون یک مایع ساکن هم‌فشارند. فشار در نقطه A برابر فشار هوا و فشار در نقطه B برابر مجموع فشار جیوه، فشار آب و فشار گاز محبوس در بالای لوله است. اکنون فشار نقاط A و B را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_g = P_{\text{جیوه}} + P_{\text{آب}} + P_{\text{گاز}}$$

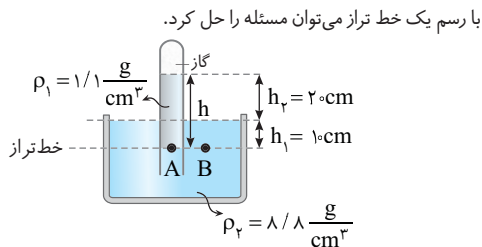
۲ فشار آب برحسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

$$P_{\text{آب}} = \frac{(\rho h)}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{1 \times 27 / 2}{13 / 6} = 2 \text{ cmHg}$$

۳ بنابراین خواهیم داشت: $72 = 42 + 2 + P_{\text{گاز}} \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 28 \text{ cmHg}$

۳۳۴ B ۴

خط فکری فشار پیمانه‌ای گاز خواسته شده است یعنی $P_g = P_G - P_o$. بنابراین



۱ خط تراز را رسم می‌کنیم، فشار نقاط A و B واقع بر خط تراز را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_A = P_B$$

۲ فشار نقطه A برابر مجموع فشار گاز و فشار ستون $h = 20 + 10 = 30 \text{ cm}$ مایع ρ_1 است.

$$P_A = P_{\text{گاز}} + \rho_1 g h$$

۳ فشار نقطه B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون $h_1 = 10 \text{ cm}$ مایع ρ_2 است.

$$P_B = P_o + \rho_2 g h_1$$

۴ اکنون می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho_1 g h = P_o + \rho_2 g h_1 \Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_o}_{P_g} = \rho_2 g h_1 - \rho_1 g h$$

$$P_g = 8 / 8 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-2} - 1 / 1 \times 10^3 \times 30 \times 10^{-2} / 3 \Rightarrow P_g = 5 / 5 \times 10^3 \text{ Pa} = 5 / 5 \text{ kPa}$$

۳۳۵ A ۳

فشار درون لاستیک که توسط فشارسنج اندازه‌گیری می‌شود، فشار پیمانه‌ای هوای درون لاستیک ($P_g = P_G - P_o$) است و گزینه (۱) و (۴) نادرست است. هر

$10^5 \text{ Pa} = 10^5 \text{ kPa}$ برابر 1 atm است، بنابراین 22 kPa برابر $2 / 2 \text{ atm}$ است و گزینه (۲) نادرست است. بنابراین گزینه (۳) درست است اما آن را حساب می‌کنیم.

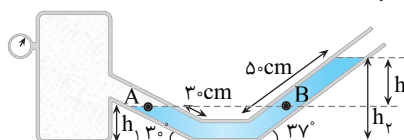
$$P = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \Rightarrow 22 \times 10^3 = 13 / 6 \times 10^3 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow$$

$$h_{\text{Hg}} \approx 1 / 62 \text{ m} \Rightarrow P = 162 \text{ cmHg}$$

۳۳۶ A ۱

خط فکری ابتدا باید بدانیم که فشارسنج، فشار پیمانه‌ای ($P_g = P_G - P_o$) را

اندازه‌گیری می‌کند، مطلب بعدی که باید یادمان باشد این است که فشار مایع به ستون قائم آن بستگی دارد.



پس فشار وارد بر کف ظرف برابر 25 cmHg است.

۳ از طرفی ارتفاع جیوه در ظرف $10 + 8 = 18 \text{ cm}$ بوده، بنابراین فشار گاز بالای لوله برابر است با:

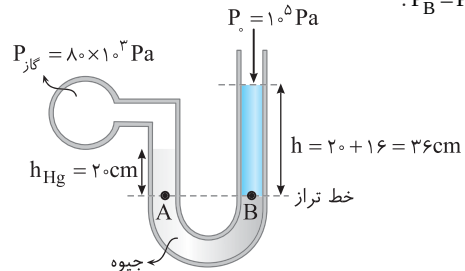
$$P = P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 25 - 18 = 7 \text{ cmHg}$$

۳۳۷ B ۳

خط فکری برای حل سؤالاتی که با لوله U سرو کار داریم ابتدا خط تراز را می‌کشیم. خط تراز آخرین جایی است که مایع در دو شاخه یکسان بوده و خطی موازی با سطحی است که لوله روی آن قرار گرفته است. ویژگی خط تراز این است که فشار روی خط تراز یکسان است.

مطابق شکل خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط A و B با هم برابر است: $P_A = P_B$ فشار در نقطه A برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می‌آورد پس $P_A = P_{\text{گاز}} + \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}}$

فشار در نقطه B برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می‌آورد پس $P_B = P_o + \rho g h$



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} = P_o + \rho g h$$

$$80 \times 10^3 + 13600 \times 10 \times \frac{20}{100} = 10^5 + \rho \times 10 \times \frac{36}{100}$$

$$80 \times 10^4 + 272000 = 10^5 + 36 \rho \Rightarrow 80 \times 10^4 + 272000 - 10^5 = 36 \rho$$

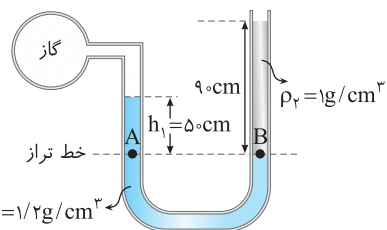
$$\Rightarrow 0.72 \times 10^4 = 36 \rho \Rightarrow \rho = 2000 \text{ kg/m}^3$$

۳۳۸ B ۱

با توجه به خط تراز فشار نقاط A و B برابر است.

$$P_A = P_B$$

$$P_{\text{گاز}} + \rho_1 g h_1 = P_o + \rho_2 g h_2$$



فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار مخزن گاز و فشار هواست، بنابراین:

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_o = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1 \Rightarrow P_g = 1000 \times 10 \times \frac{9}{100} - 1200 \times 10 \times \frac{5}{100}$$

$$\Rightarrow P_g = 9000 - 6000 = 3000 \text{ Pa}$$

۳۳۹ B ۱

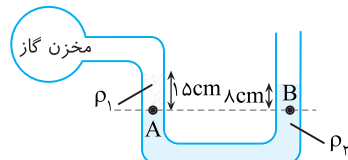
فشار نقاط روی خط تراز با هم برابر است:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_{\text{مخزن}} = \rho_2 g h_2 + P_o \Rightarrow$$

$$1 / 2 \times 10 \times 15 + P_{\text{مخزن}} = 1 / 5 \times 10 \times 8 + P_o \Rightarrow P_o - P_{\text{مخزن}} = -54 / 4 \text{ Pa}$$

ارتفاع ستون جیوه‌ای که فشاری معادل $-54 / 4 \text{ Pa}$ ایجاد می‌کند برابر است با:

$$-54 / 4 = 13 / 6 \times 10 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = -4 \text{ mm}$$



۴ ۳۷۹ B

خط فکری فشار در نقطه A برحسب cmHg خواسته شده است، بنابراین ابتدا فشار ستون ۱۰cm مایع بالای خط تراز و هم چنین فشار ستون ۳/۴ متری آب را برحسب cmHg به دست می آوریم. سپس به کمک خط تراز مسئله را حل می کنیم.

۱. فشار ستون ۱۰cm مایع برحسب cmHg خواهد شد:

$$\rho_{\text{مایع}} g h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}}$$

$$\frac{\rho_{\text{مایع}} = 6/8 \text{ g/cm}^3}{\rho_{\text{Hg}} = 13/6 \text{ g/cm}^3} \rightarrow 6/8 \times 10 = 13/6 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 5 \text{ cm}$$

بنابراین فشار مایع $P_{\text{مایع}} = 5 \text{ cmHg}$ است.

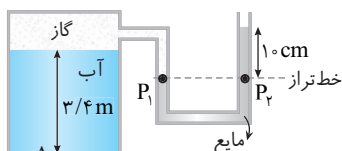
۲. فشار ستون ۳/۴m آب را حساب می کنیم.

$$\rho_W g h_W = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \Rightarrow 1 \times 3/4 = 13/6 h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = \frac{1}{2} \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

بنابراین فشار آب نیز برابر ۲۵cmHg می شود.

۳. فشار گاز درون مخزن را به کمک خط تراز حساب می کنیم.

$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 + P_{\text{مایع}} = 75 + 5 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 80 \text{ cmHg}$$



۴. فشار در نقطه A برابر مجموع فشار گاز و فشار ۳/۴m آب است.

$$P_A = P_B + P_{\text{آب}} \Rightarrow P_A = 25 + 80 \Rightarrow P_A = 105 \text{ cmHg}$$

میانبر فشار در نقطه A برابر مجموع فشار ستون ۳/۴m آب، فشار ستون

$$P_A = P_W + P_{\text{مایع}} + P_0$$

بازی با سؤال فشار در نقطه A چند کیلوپاسکال است؟ (چگالی آب

1000 kg/m^3 ، چگالی جیوه 13600 kg/m^3 ، فشار هوای بیرون 10^5 Pa و

$g = 10 \text{ N/kg}$ است.) **تجربی - ۹۴**

۱) ۷۹/۶	۲) ۱۱۹/۶
۳) ۶۸/۴	۴) ۱۲۰/۴

گزینه ۲

۳ ۳۸۰ B

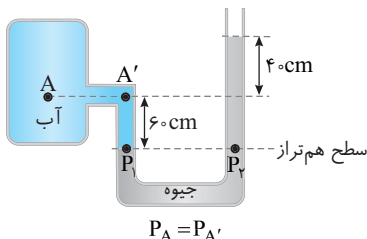
با توجه به شکل سطح هم تراز را رسم می کنیم. فشار در سطح های هم تراز در یک مایع برابر است. از طرفی فشار P_1 برابر مجموع فشار در سطح A و فشار ستون ۶۰cm آب است و فشار P_2 برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۱۰۰cm جیوه است.

$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_A + \rho_W g h_W = P_0 + \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}}$$

$$\Rightarrow P_A - P_0 = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} - \rho_W g h_W$$

$$P_A - P_0 = 13600 \times 10 \times 1 - 1000 \times 10 \times 0.6 \Rightarrow$$

$$P_A - P_0 = 136000 - 6000 = 130000 \text{ Pa} = 130 \text{ kPa}$$



$$P_A = P_{A'}$$

۱. ارتفاع قائم مایع در هر لوله را به کمک مثلثات به دست می آوریم:

۳۰cm

$$\sin 30^\circ = \frac{h_1}{30} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h_1}{30} \Rightarrow h_1 = 15 \text{ cm}$$

۵۰cm

$$\sin 37^\circ = \frac{h_2}{50} \Rightarrow 0.6 = \frac{h_2}{50} \Rightarrow h_2 = 30 \text{ cm}$$

۲. خط تراز را رسم می کنیم و فشار نقاط A و B را برابر قرار می دهیم.

۳. فشار نقطه A همان فشار مخزن گاز است.

۴. فشار نقطه B فشار هوای محیط به اضافه فشار ستون h مایع است که

$$P_B = P_0 + P_h$$

۵. سرانجام می نویسیم:

$$\Rightarrow P_G - P_0 = P_h \Rightarrow P_g = \rho g h = 800 \times 10 \times \frac{15}{100} \Rightarrow P_g = 1200 \text{ Pa}$$

بازی با سؤال درون لوله U شکلی که به یک مخزن محتوی گاز وصل

شده است. دو مایع به چگالی $\rho_1 = 1200 \text{ kg/m}^3$ و $\rho_2 = 900 \text{ g/lit}$ قرار دارد.

فشارسنج ورودون متصل به مخزن فشار

چند کیلوپاسکال را نشان می دهد؟

$$(P_0 = 10^5 \text{ Pa}, g = 10 \text{ N/kg})$$

$$101/550 \quad (2) \quad 1/65 \quad (1)$$

$$4/550 \quad (4) \quad 104/550 \quad (3)$$

گزینه ۱

۳ ۳۷۷ A

ابتدا خط هم تراز را می کشیم. فشار در نقاط M و N روی خط تراز با هم برابر است بنابراین:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_A = P_B + \rho g h$$

$$P_A - P_B = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta P = \rho g \Delta h$$

$$\Delta P = 1000 \times 10 \times \frac{20}{100} = 2000 \text{ Pa}$$

۱. با توجه به شاخه متصل به مخزن B، شاخه وسط و استفاده از خط تراز فشار مخزن

را به دست می آوریم:

$$P_N = P_M$$

$$\Rightarrow P_0 = P_B + \rho g \Delta h$$

$$\Rightarrow P_B = P_0 - 680 \times 10 \times \frac{3}{100}$$

$$\Rightarrow P_B = P_0 - 2040 \text{ Pa}$$

۲. با توجه به شاخه متصل به مخزن A، شاخه وسط و استفاده از خط تراز فشار مخزن

A را به دست می آوریم:

$$P_{N'} = P_{M'}$$

$$\Rightarrow P_A = P_0 + \rho g \Delta h'$$

$$\Rightarrow P_A = P_0 + 680 \times 10 \times \frac{4}{100}$$

$$\Rightarrow P_A = P_0 + 2720 \text{ Pa}$$

۳. حال اختلاف فشار مخزن A و B را حساب می کنیم:

$$P_A - P_B = (P_0 + 2720) - (P_0 - 2040) \Rightarrow \Delta P_{AB} = 4760 \text{ Pa}$$

۴. این فشار را برحسب سانتی متر جیوه به دست می آوریم:

$$\Delta P_{AB} = \rho g h_{\text{Hg}} \Rightarrow 4760 = 13600 \times 10 \times h_{\text{Hg}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{Hg}} = 3/5 \times 10^{-2} \text{ m} = 3/5 \text{ cmHg}$$



۱ ۳۸۱ B

اختلاف فشار در نقطه A با فشار هوای محیط را فشار پیمانه‌ای گویند.

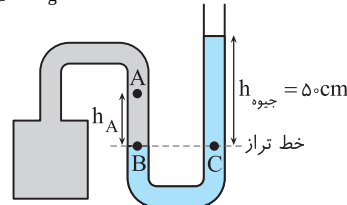
$$P_B = P_C$$

$$P_A + \rho g h_A = P_0 + \rho_{Hg} g h_{Hg}$$

$$\frac{P_A - P_0 = P_g}{P_g = P_A - P_0 = \rho_{Hg} g h_{Hg} - \rho g h_A}$$

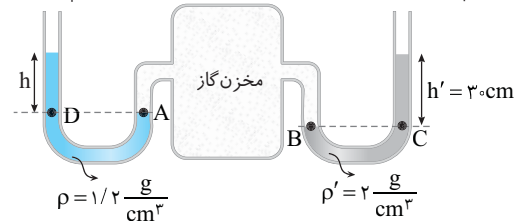
$$P_g = 13600 \times 10 \times 0.05 - 1000 \times 10 \times 0.2$$

$$P_g = 66000 \text{ Pa} \Rightarrow P_g = 66 \text{ kPa}$$



۱ ۳۸۲ B

مهم‌ترین نکته‌ای که باید به آن دقت کرد این است که فشار گاز در یک محفظه در تمام نقاط یکسان است. بنابراین فشار در نقطه‌های A و B با هم برابر است.



در سمت راست خط تراز را رسم می‌کنیم و فشار نقاط B و C را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_B = P_C \Rightarrow P_B = \rho' g h' + P_0 \quad (1)$$

در سمت چپ خط تراز را رسم می‌کنیم و فشار نقاط A و D را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_A = P_D \Rightarrow P_A = \rho g h + P_0 \quad (2)$$

گفتیم فشار در تمام نقاط یک مخزن گاز برابر است از این رو:

$$P_A = P_B \xrightarrow{(1), (2)} \rho g h + P_0 = \rho' g h' + P_0$$

$$\rho h = \rho' h' \Rightarrow 1/2 h = 2 \times 3 \Rightarrow h = 6 \text{ cm}$$

۴ ۳۸۳ B

فشار نقاط روی خط تراز یکسان است.

$$P_A = P_B \Rightarrow 120 \times 10^3 = P_{B \text{ مخزن}} + \rho g \times 4$$

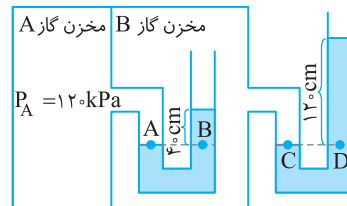
$$P_C = P_D \Rightarrow P_{B \text{ مخزن}} = P_0 + \rho \times 10 \times 1/2 \Rightarrow P_{B \text{ مخزن}} = 10^5 + 120$$

$$1/2 \times 10^5 = P_B + \rho \times 4 \quad (1)$$

در معادله (۱)، از معادله (۲) جایگذاری می‌کنیم.

$$1/2 \times 10^5 = 10^5 + 120 + 4\rho \Rightarrow \rho/2 \times 10^5 = 16\rho$$

$$\rho = \frac{20000}{16} = \rho = 1250 \text{ kg/m}^3 = 125 \text{ g/L}$$



۲ ۳۸۴ B

فشار در دو نقطه هم‌تراز A و B یکسان است. از این رو:

$$P = P_1 + \rho g h \Rightarrow 1/3 \times 10^5 = P_1 + 13/6 \times 10^3 \times 10 \times h \quad (1)$$

$$\Rightarrow P_1 = 1/3 \times 10^5 - 1/36 \times 10^5 h$$

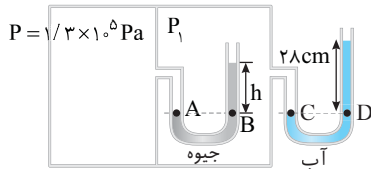
فشار در دو نقطه هم‌تراز C و D یکسان است. بنابراین:

$$P_1 = P_0 + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} \Rightarrow P_1 = 10^5 + 10^3 \times 10 \times 28 \times 10^{-2} \quad (2)$$

سمت چپ رابطه (۱) و (۲) برابر است از این رو مقدار سمت راست این رابطه‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$(2), (1) \Rightarrow 1/3 \times 10^5 - 1/36 \times 10^5 h = 10^5 + 10^3 \times 10 \times 28 \times 10^{-2}$$

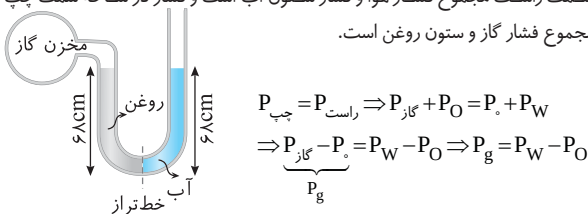
$$\Rightarrow 0/3 \times 10^5 - 2800 = 1/36 \times 10^5 h \Rightarrow h = \frac{0/272 \times 10^5}{1/36 \times 10^5} = 0/272 \text{ m} = 27.2 \text{ cm}$$



۳ ۳۸۵ B

ارتفاع آب و روغن در دو شاخه یکی است. فشار پیمانه‌ای (P_g) نیز اختلاف فشار گاز و فشار هوا است. خط تراز در این مسئله پایین‌ترین نقطه لوله U شکل در محل تماس آب و روغن است.

فشار در شاخه سمت راست با فشار در شاخه سمت چپ برابر است. فشار در شاخه سمت راست مجموع فشار هوا و فشار ستون آب است و فشار در شاخه سمت چپ مجموع فشار گاز و ستون روغن است.



$$P_{\text{چپ}} = P_{\text{راست}} \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_0 = P_0 + P_W$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = P_W - P_0 \Rightarrow P_g = P_W - P_0$$

$$P_g = \rho_W g h_W - \rho_O g h_O = 1000 \times 10 \times \frac{68}{100} - 800 \times 10 \times \frac{68}{100}$$

$$P_g = 680 \times 10 - 680 \times 8 = 680 \times 2 = 1360 \text{ Pa}$$

این فشار را به cmHg تبدیل می‌کنیم.

$$P_g = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow P_{\text{cmHg}} = \frac{1360}{13600 \times 10} \times 1000 = 1 \text{ cmHg} = 10 \text{ mmHg}$$

از همان ابتدا می‌توانستیم بفهمیم اختلاف فشار گاز و فشار هوا یعنی فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار ستون آب و روغن است و بنویسیم.

$$P_g = \rho_W g h_W - \rho_O g h_O$$

۳ ۳۸۶ B

فشار ستون چپ و ستون راست با هم برابر است.

$$P_{\text{روغن}} + P_{\text{شخص}} = P_0 + P_{\text{آب}} \Rightarrow P_{\text{شخص}} - P_0 = P_{\text{آب}} - P_{\text{روغن}}$$

$$\Rightarrow P_g = P_{\text{آب}} - P_{\text{روغن}}$$

$$\Rightarrow P_g = \rho_W g h_W - \rho_O g h_O \xrightarrow{h_W = h_O = h} P_g = (\rho_W - \rho_O) g h$$

$$P_g = (1000/6) \times 10 \times 27/2 = 1080/8 \text{ Pa}$$

حال فشار به دست آمده را برحسب cmHg به دست می‌آوریم:

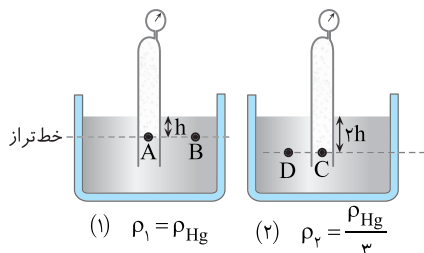
$$1080/8 = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = \frac{10/88}{13/6} \Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}} = 0/8 \text{ cmHg}$$

۳ ۳۸۷ B

چگالی مایع ρ_1 بیشتر است. بنابراین اگر شیر را باز کنیم مایع ρ_2 ته‌نشین می‌شود و مایع ρ_1 را در سمت چپ به بالا هل می‌دهد. برای آن که مایع‌ها در وضعیت قبل از باز شدن شیر باقی بمانند، باید از شاخه سمت چپ در آن دمید و فشار این دمیدن باید با اختلاف فشار شاخه سمت راست و سمت چپ برابر باشد. بنابراین فشار سمت راست لوله، مجموع فشار هوا و فشار مایع ρ_2 است و فشار سمت چپ لوله، فشار دمیدن به اضافه فشار مایع ρ_1 است.

۱ ۳۹۱ C

یادآوری: فشارسنج بوردون فشار پیمانه‌ای ($P_g = P_G - P_o$) را اندازه‌گیری می‌کند.



$$(1) \rho_1 = \rho_{Hg} \quad (2) \rho_g = \frac{\rho_{Hg}}{3}$$

در شکل (۱) فشار نقاط A و B روی خط تراز برابر است:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{1G} = P_o + P_h \Rightarrow \underbrace{P_{1G} - P_o}_{P_{1g}} = P_h \Rightarrow P_{1g} = \rho_{Hg}gh$$

در شکل (۲) فشار نقاط C و D روی خط تراز برابر است:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_{rG} = P_o + P_{rh} \Rightarrow \underbrace{P_{rG} - P_o}_{P_{rg}} = P_{rh} \Rightarrow P_{rg} = \frac{\rho_{Hg}g(\gamma h)}{3}$$

بنابراین اختلاف فشاری که دو فشارسنج نشان می‌دهد خواهد شد:

$$P_{1g} - P_{rg} = \rho_{Hg}gh - \frac{\rho_{Hg}}{3}g(\gamma h) \Rightarrow P_{1g} - P_{rg} = \frac{1}{3}\rho_{Hg}gh$$

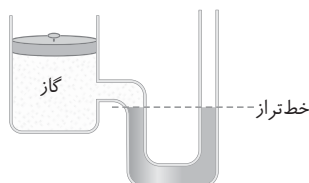
بنابراین اختلاف فشار برحسب cmHg برابر $\frac{1}{3}h$ است.

۲ ۳۹۲ B

خط فکری: در ابتدا ارتفاع جیوه در دو شاخه لوله یکسان است و این یعنی فشار گاز درون مخزن و فشار هوای محیط یکسان است. وقتی وزنه را روی پیستون قرار می‌دهیم، فشاری برابر $\frac{W}{A}$ به گاز وارد می‌شود و این افزایش فشار سبب می‌گردد که جیوه در شاخه سمت چپ پایین رفته و در شاخه سمت راست بالا برود. مثل همیشه خط تراز را رسم کرده، مسئله را حل می‌کنیم.

حالت اول: فشار هوای محیط و فشار گاز برابر است.

$$P_{\text{گاز}} = P_o$$

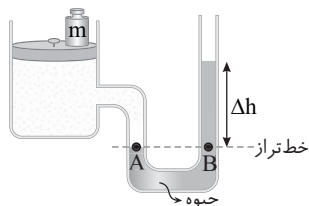


حالت دوم: فشار در نقاط هم‌تراز A و B برابر است.

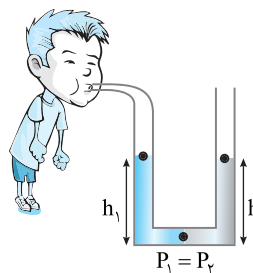
$$P_A = P_B \Rightarrow P_o + \frac{W}{A} = P_o + \rho g \Delta h$$

$$\Rightarrow \frac{W}{A} = \rho g \Delta h \Rightarrow mg = \rho g \Delta h A \Rightarrow m = \rho \Delta h A$$

$$\Rightarrow m = 13600 \times \frac{7/5}{100} \times 50 \times 10^{-4} \Rightarrow m = 5/1 \text{ kg}$$



میانبر: همان‌گونه که در خط فکری بیان شد، با قرار دادن وزنه و افزایش فشار در سمت چپ، جیوه در سمت راست بالا می‌رود تا فشار در دو سوی لوله یکی شود. بنابراین فشار حاصل از وزنه برابر فشار ستون اضافی جیوه است.

$$\Delta P = \frac{W}{A} = \rho_{Hg}g(\Delta h_{Hg})$$


$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_{\text{شخص}} + \rho_1 gh_1 = P_o + \rho_2 gh_2$$

$$\Rightarrow \underbrace{P_{\text{شخص}} - P_o}_{\text{فشار پیمانه‌ای}} = \rho_2 gh_2 - \rho_1 gh_1$$

$$\Rightarrow P_g = 1500 \times 10 \times \frac{50}{100} - 1400 \times 10 \times \frac{50}{100}$$

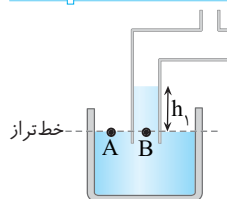
$$\Rightarrow P_g = 500 \text{ Pa}$$

میانبر: فشار پیمانه‌ای دمیدن

در این لوله برابر است با: $P_g = \rho_2 gh_2 - \rho_1 gh_1$

۴ ۳۸۸ B

ابتدا برای طرف حاوی آب خط تراز می‌کشیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_o = \rho_{\text{آب}} gh_1 + P_{\text{شخص}}$$

هم‌چنین در طرف حاوی الکل داریم:

$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_o = \rho_{\text{الکل}} gh_2 + P_{\text{شخص}}$$

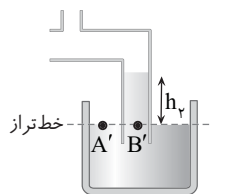
سمت چپ دو معادله با هم برابر است، بنابراین

سمت راست دو معادله نیز با هم برابر است:

$$\rho_{\text{آب}} gh_1 = \rho_{\text{الکل}} gh_2 \Rightarrow h_1 = \frac{\rho_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{آب}}} h_2$$

$$\Delta h = 10 \text{ cm} \Rightarrow h_2 - h_1 = 10 \Rightarrow \frac{1}{2} h_2 = 10$$

$$\Rightarrow h_2 = 20 \text{ cm}$$



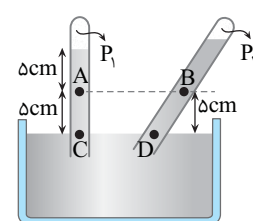
فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار هوای درون ریه شخص و فشار هواست. با توجه به طرف حاوی الکل فشار پیمانه‌ای شخص را حساب می‌کنیم:

$$P_o = \rho_{\text{الکل}} gh_2 + P_{\text{شخص}} \Rightarrow P_{\text{شخص}} - P_o = -\rho_{\text{الکل}} gh_2$$

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = -800 \times 10 \times \frac{50}{100} = -4000 \text{ Pa}$$

۳ ۳۸۹ B

یادآوری: فشار مایع ناشی از ارتفاع قائم مایع است و کج بودن لوله مهم نیست.

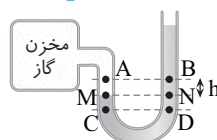


به شکل نگاه کنید، فشار نقاط C و D که روی یک خط تراز قرار دارند باهم برابر است. نقطه A، Δcm از نقطه C بالاتر و نقطه B نیز Δcm از نقطه D بالاتر است، یعنی اگر از نقطه C به نقطه A برویم و یا از نقطه D به نقطه B برویم مقدار کاهش فشار یکسان است. بنابراین در نقطه‌های A و B نیز فشارها با هم برابر است و اختلاف فشار این دو نقطه صفر است.

۲ ۳۹۰ B

۱) نقاط C و D هم‌تراز هستند و در

یک مایع قرار دارند، پس $P_C = P_D$ است.



۲) فشار در نقطه A برابر فشار مخزن گازی است. همچنین اگر خط تراز بکشیم فشار نقاط M و N باهم برابر است. فشار در نقطه M برابر فشار مخزن گازی یا همان فشار در نقطه A است:

$$\begin{cases} P_M = P_N \\ P_M = P_A \end{cases} \Rightarrow P_N = P_A$$

نقطه B به اندازه h بالاتر از نقطه N قرار دارد، بنابراین فشار در نقطه B به اندازه ρgh از فشار N کمتر است.

$$P_B = P_N - \rho gh \xrightarrow{P_N = P_M = P_A} P_B = P_A - \rho gh \Rightarrow P_A > P_B$$



B ۳۹۳ ۳

$$\rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} = \rho_{\text{آب}} g \times 2/7 \Rightarrow \text{تبدیل فشار حاصل از آب به cmHg}$$

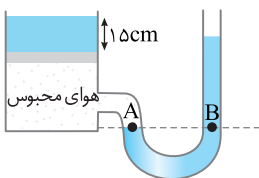
$$\frac{\rho_{\text{Hg}}}{13/5} \times g \times 2/7 = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 0/2 \text{ m} = 20 \text{ cmHg}$$

حال فشار در نقطه A را به دست می‌آوریم:

$$P_A = P_0 + P_{\text{یخ}} + P_{\text{آب}} \Rightarrow P_A = 75 + 8 + 20 = 103 \text{ cmHg}$$

B ۳۹۶ ۱

ابتدا فشار هوای محبوس زیر پیستون را به دست می‌آوریم:

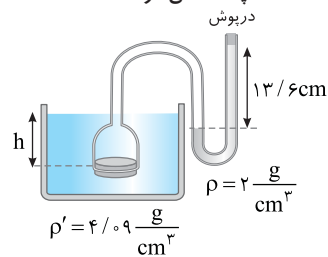


$$\begin{aligned} P_{\text{هوای محبوس}} &= \rho_W g h_W + P_0 + \frac{W}{A} \\ &= 1000 \times 10 \times \frac{15}{100} + P_0 + \frac{10^{-1}}{5 \times 10^{-4}} \\ &= P_0 + 1/5 \times 10^3 + 0/2 \times 10^3 \\ &\Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = P_0 + 1/7 \times 10^3 \end{aligned}$$

این فشار در تمام نقاط هوای محبوس یکسان است و در نقطه A نیز همین فشار وجود دارد. اکنون با توجه به خط تراز داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + 1/7 \times 10^3 = \rho g h + P_0 \Rightarrow 1/7 \times 10^3 = 1700 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0/1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

بازی با سوال در شکل زیر نیروی وارد بر درپوش بالایی لوله ۶۰N و سطح مقطع لوله ۲۰cm^۲ است و در طرف دیگر لوله U شکل، پیستون سبکی مقداری هوا را در لوله محبوس کرده است. h چند سانتی‌متر است؟



- (۱) ۰/۸
(۲) ۰/۶
(۳) ۸۰
(۴) ۶۰

گزینه ۳

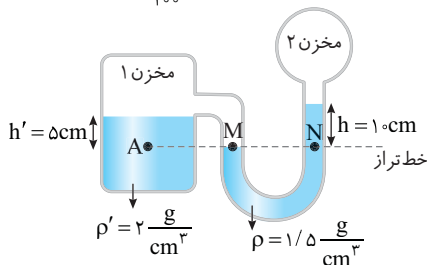
B ۳۹۷ ۴

خط تراز را در لوله U شکل رسم می‌کنیم و فشار نقاط M و N واقع بر این خط را با هم برابر قرار می‌دهیم.

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{مخزن ۱}} = P_{\text{مخزن ۲}} + \rho g h \Rightarrow P_{\text{مخزن ۱}} = 1/2 \times 10^3 + 1/5 \times 10^3 \times 10 \times \frac{10}{100} = 2/7 \times 10^3 \text{ Pa}$$

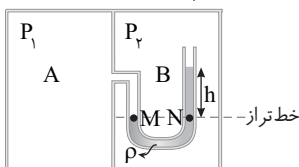
فشار در نقطه A برابر مجموع فشار گاز مخزن (۱) و فشار ستون ۵cm مایع در این مخزن است.

$$P_A = P_{\text{مخزن ۱}} + \rho' g h' \Rightarrow P_A = 2/7 \times 10^3 + 2 \times 10^3 \times 10 \times \frac{5}{100} = 3/7 \times 10^3 \text{ Pa} = 3/7 \text{ kPa}$$



B ۳۹۸ ۳

بین مخزن A و B با توجه به لوله U شکل و خط تراز داریم:



$$\begin{aligned} P_M &= P_N \\ P_1 &= P_2 + \rho g h \Rightarrow P_1 > P_2 \end{aligned}$$

B ۳۹۳ ۳

باید فشار مطلق دو مخزن را مقایسه کنیم، بنابراین فشار مطلق مخزن A را به دست می‌آوریم.

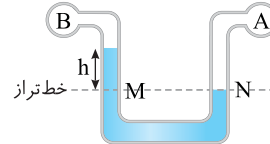
$$P_A = P_0 + P_{\text{پیمانه ای}} = P_{\text{مطلق}} - P_0 \Rightarrow P_{\text{مطلق}} = P_A + P_0 = 12 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$P_B = P_{\text{مطلق}} = 10/6 \times 10^4 \text{ Pa}$$

چون فشار مطلق A بزرگ‌تر از فشار مطلق B است، بنابراین مایع در شاخه سمت چپ بالا می‌رود و ارتفاع مایع در سمت چپ بیشتر از سمت راست می‌شود. فشار روی خط تراز را برابر قرار می‌دهیم.

$$P_N = P_M \Rightarrow P_A = P_B + \rho g h \Rightarrow P_A - P_B = \rho g h$$

$$\Rightarrow 1/4 \times 10^4 = 7 \times 10^3 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0/2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$



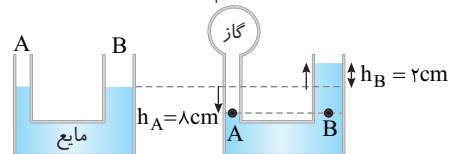
C ۳۹۴ ۲

حجم مایع جابه‌جا شده در دو شاخه یکسان است.

۱ قطر شاخه B دو برابر قطر شاخه A است. بنابراین نسبت مساحت سطح مقطع B به مساحت سطح مقطع A خواهد شد.

$$D_B = 2D_A \Rightarrow r_B = 2r_A \xrightarrow{A = \pi r^2} A_B = 4A_A$$

۲ وقتی شاخه A را به مخزن گاز وصل کرده و مایع در آن ۸cm پایین برود، حجم مایع جابه‌جا شده در سمت راست و چپ با هم برابر خواهد بود، از این رو:



$$V_A = V_B \Rightarrow h_A A_A = h_B A_B \Rightarrow 8 \times A_A = h_B \times 4 A_A \Rightarrow h_B = 2 \text{ cm}$$

۳ به شکل نگاه کنید. اختلاف ستون مایع در دو طرف لوله برابر است با:

$$h = h_A + h_B = 10 \text{ cm}$$

۴ خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار واقع بر خط تراز یکسان است.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 + P_{\text{مایع}}$$

۵ فشار هوا ۷۶cmHg است. برای آن که فشار گاز را بر حسب سانتی‌متر جیوه حساب کنیم، باید فشار ستون ۱۰cm مایع را بر حسب سانتی‌متر جیوه حساب کنیم.

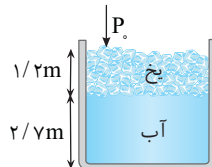
$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = h_{\text{Hg}} = \frac{\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{Hg}}} = \frac{6/8 \times 10}{13/6} = 5 \text{ cmHg}$$

۶ فشار گاز خواهد شد.

یئجره دودجاره (سطح دوم)

B ۳۹۵ ۲

فشار در عمق ۲/۷m آب برابر است با فشار حاصل از آب و یخ و فشار هوا:



$$\begin{aligned} P_A &= P_0 + P_{\text{یخ}} + P_{\text{آب}} \\ P_A &= P_0 + \rho_{\text{یخ}} g \times 1/2 + \rho_{\text{آب}} g \times 2/7 \end{aligned}$$

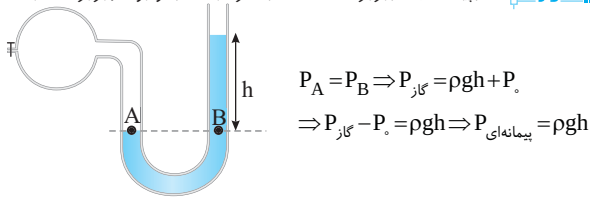
به جای چگالی آب. $\rho_{\text{آب}} = \frac{\rho_{\text{Hg}}}{13/5}$ و به جای چگالی یخ $\rho_{\text{یخ}} = \frac{\rho_{\text{Hg}}}{15}$ قرار می‌دهیم و این فشارها را بر حسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

$$\text{cmHg} \Rightarrow \rho_{\text{یخ}} g \times 1/2 = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{یخ}} \Rightarrow \text{تبدیل فشار حاصل از یخ به cmHg}$$

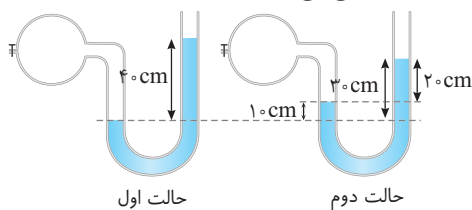
$$\frac{\rho_{\text{Hg}}}{15} \times 1/2 = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{یخ}} \Rightarrow h_{\text{یخ}} = 8 \text{ cmHg}$$

۴ ۴۰۱ C

یادآوری: فشار پیمانه‌ای گاز برابر اختلاف فشار مخزن با فشار هوا بوده و برابر است با:



مایع در شاخه سمت راست ۱۰cm پایین آمده و همین مقدار مایع در شاخه سمت چپ بالا می‌رود. بنابراین اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف شاخه لوله U شکل ۲۰cm می‌شود:



حالت اول: $P_{\text{پیمانه‌ای}} = \rho gh = 1000 \times 10 \times 0.1 = 1000 \text{ Pa}$

حالت دوم: $P'_{\text{پیمانه‌ای}} = \rho gh = 1000 \times 20 \times 0.1 = 2000 \text{ Pa}$

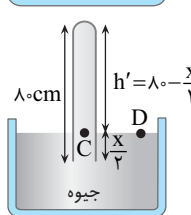
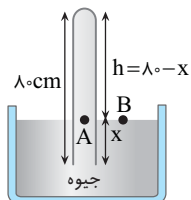
بنابراین فشار مخزن به اندازه $2000 - 1000 = 1000 \text{ Pa}$ کاهش می‌یابد. با توجه به صورت سؤال در هر ثانیه فشار مخزن ۲۰۰Pa کاهش می‌یابد، بنابراین

۱ s	۲۰۰Pa
t	۸۰۰۰Pa

$\Rightarrow t = 40 \text{ s}$

۳ ۴۰۲ C

طول قسمتی از لوله که در جیوه فرو رفته است را با X نمایش می‌دهیم. فشار در نقاط A و B روی خط هم‌تراز برابر است. فشار در نقطه B برابر فشار هوا و فشار در نقطه A برابر مجموع فشار ستون h جیوه و فشار وارد بر انتهای لوله است.



در حالت دوم قسمت درون جیوه $\frac{x}{2}$ و فشار نقاط D و C برابر است:

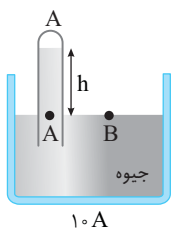
$$P_C = P_D \Rightarrow P'_{\text{ته لوله}} + P_{h'} = P_0$$

$$\Rightarrow \gamma + 80 - \frac{x}{2} = P_0 \Rightarrow 83 - \frac{x}{2} = P_0 \quad (II)$$

از رابطه (I) در رابطه (II) جای گذاری می‌کنیم.

$$83 - \frac{80\gamma - P_0}{2} = P_0 \Rightarrow 83 - 40\gamma + \frac{P_0}{2} = P_0 \Rightarrow 39\gamma = \frac{P_0}{2} \Rightarrow P_0 = 78\gamma = 79 \text{ cmHg}$$

۲ ۴۰۳ B



فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز با فشار هوا می‌باشد.

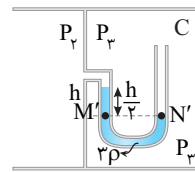
$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} = P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = P_{\text{جیوه}}$$

بنابراین فشار پیمانه‌ای برابر فشار ستون جیوه در لوله بوده و h برابر ۲۰cm است. با ایجاد سوراخ در بالای لوله فشار بالای لوله نیز برابر P_0 خواهد شد و سطح جیوه در ظرف و لوله یکسان خواهد شد. در این صورت

حجم $Ah = 20A$ از جیوه به ظرف بازمی‌گردد که با توجه به مساحت کف ظرف در شکل زیر، سطح جیوه در ظرف ۲cm بالا آید. پس جیوه در واقع ۱۸cm پایین آمده است.

$$20A = 10A \times x' \Rightarrow x' = 2 \text{ cm}$$

بین مخزن B و C با توجه به لوله U شکل و خط تراز داریم:



$$P_{M'} = P_{N'}$$

$$P_0 + \rho gh = P_A \Rightarrow P_A > P_0$$

بنابراین فشار P_A از P_0 و P_A کوچک‌تر است و گزینه (۲) یا گزینه (۳) درست است.

$$P_1 = P_0 + \rho gh$$

$$P_2 = P_0 + \frac{3}{4} \rho gh \Rightarrow P_2 > P_1$$

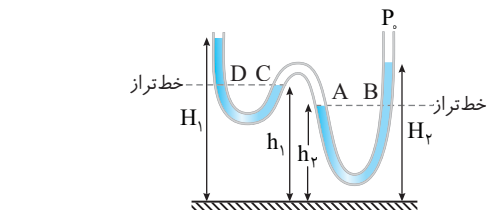
بنابراین گزینه (۳) درست است.

۳ ۳۹۹ B

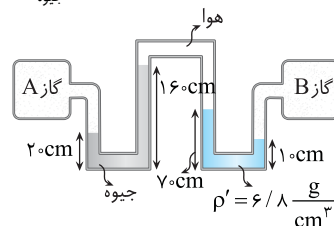
فشار هوای محبوس در تمام نقاط آن یکسان است. بنابراین $P_C = P_A$ خواهد بود. خط تراز را برای دو طرف رسم می‌کنیم و به کمک خط تراز روابط زیر را می‌نویسیم.

$$\begin{cases} P_C = P_D \\ P_C = \rho g(H_1 - h_1) + P_0 \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} P_A = P_B \\ P_A = \rho g(H_2 - h_2) + P_0 \end{cases} \quad (1)$$

البته می‌دانیم $P_C = P_A$ است بنابراین سمت راست دو رابطه (۱) و (۲) را با هم برابر قرار می‌دهیم.



یازی با سؤال: در شکل زیر، فشار گاز مخزن B از فشار گاز مخزن A سانتی‌متر جیوه است. $(\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \text{ g/cm}^3, g = 10 \text{ N/kg})$



- (۱) ۱۱۰، بیشتر
- (۲) ۱۱۰، کمتر
- (۳) ۵۵، بیشتر
- (۴) ۵۵، کمتر

گزینه ۱

۴ ۴۰۰ B

با دمیدن در شاخه سمت چپ، مایع در شاخه سمت راست باید ۴cm بالا برود تا به لبه لوله برسد، بنابراین در شاخه سمت چپ نیز مایع ۴cm پایین می‌رود و اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف ۸cm می‌شود. خط هم‌تراز را رسم می‌کنیم و فشار را در دو طرف مساوی قرار می‌دهیم، اما P_1 در سمت چپ همان فشار دمیدن و P_2 در سمت راست مجموع فشار هوا و فشار ۸cm مایع است. بنابراین:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_0 + \rho gh = P_2 \Rightarrow P_2 = P_0 + \rho gh = 10^3 \times 10 \times 0.08 = 800 \text{ Pa}$$

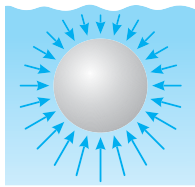
بنابراین حداقل فشار دمیدن ۱۰۲kPa می‌شود.



شکل (۱)



۱ ۴۰۹ A



پیکان‌ها نشان می‌دهند که نیروهای ناشی از فشار وارد شده بر جسم، به دلیل افزایش عمق، در زیر جسم بزرگ‌ترند.

بیشتر و نیروی شناوری وارد بر آن بزرگ‌تر است. $(F_{b_1} < F_{b_2})$

در شکل (ب) هرچه ابعاد جسم بزرگ‌تر باشد، نیروهای ناشی از فشار وارد بر جسم، به دلیل بیشتر شدن اختلاف عمق، بیشتر شده و نیروی شناوری بزرگ‌تر می‌شود. بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم C از نیروی شناوری وارد بر جسم B بزرگ‌تر است. $F_{b_B} < F_{b_C}$

۳ ۴۱۰ A

وقتی چگالی جسمی بیشتر از چگالی مایع باشد، جسم در مایع فرو می‌رود و ته‌نشین می‌شود. در حالی که اگر چگالی جسم کمتر از چگالی مایع باشد، جسم روی مایع شناور می‌ماند و در حالتی که چگالی جسم و مایع یکسان باشد، جسم به صورت غوطه‌ور یا شناور درمی‌آید.

جسم A شناور شده است، بنابراین چگالی آن از چگالی آب کمتر است و جسم B در آب فرو رفته است، بنابراین چگالی جسم B از چگالی آب بیشتر است، بنابراین $\rho_B > \rho_A$ است و گزینه (۳) درست است.

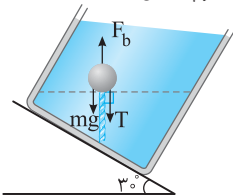
در مورد مقایسه مقدار نیروی شناوری وارد بر دو جسم و همچنین مقایسه جرم آن‌ها نمی‌توان اظهار نظر کرد. مثلاً جسم A می‌تواند یک کشتی باری بسیار بزرگ باشد که بر سطح آب شناور است و جسم B یک سنگ‌ریزه باشد که در آب فرو می‌رود.

۴ ۴۱۱ B

نکته ۱: سطح مایع درون ظرف همواره افقی است.

نکته ۲: نیروی شناوری همواره بالاسو است.

وقتی جسم کروی شکل توخالی (مثلاً یک توپ فوتبال پلاستیکی) را درون آب فرو کرده و رها کنید، جسم به سمت سطح آب باز می‌گردد و روی آب شناور می‌ماند. چنانچه توپ را با ریسمانی به ته ظرف ببندید، همچنان به دلیل نیروی شناوری توپ به سمت سطح آب حرکت می‌کند تا کشیدگی ریسمان مانع حرکتش شود و توپ ساکن بماند.



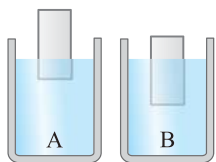
در این حالت امتداد ریسمان کشیده شده بر سطح آزاد مایع عمود است و مطابق شکل زاویه بین ریسمان و سطح مایع 90° است.

۲ ۴۱۲ B

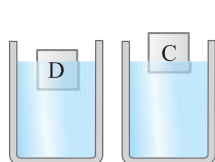
هرچه چگالی یک جسم بیشتر باشد، فرورفتگی آن در یک مایع بیشتر است و هرچه چگالی مایع بیشتر باشد، فرورفتگی جسم در مایع کمتر است.

در شکل (۱) دو جسم یکسان را در مایع‌های مختلف A و B قرار داده‌ایم و این دو جسم بر سطح مایع‌ها شناورند اما فرورفتگی جسم در مایع B بیشتر است. بنابراین چگالی مایع B از چگالی مایع A کمتر است $\rho_A > \rho_B$.

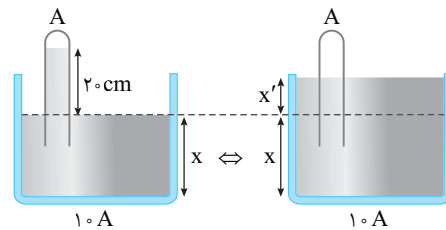
در شکل (۲) جسم D و جسم C دو جسم متفاوت هستند که در سطح مایع یکسانی شناورند و فرورفتگی جسم D از فرورفتگی جسم C در مایع بیشتر است. بنابراین چگالی D بیشتر از چگالی C است $(\rho_D > \rho_C)$.



شکل (۱)



شکل (۲)



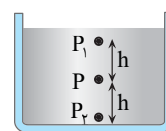
۴ ۴۰۴ A

با افزایش فشار هوای محفظه، فشار روی بادکنک افزایش می‌یابد. حجم بادکنک کم می‌شود و احتمال ترکیدن آن کاهش می‌یابد.

۱ ۴۰۵ A

نقاط A و B هر دو در تماس با سطح آزاد می‌باشند، بنابراین: $P_A = P_B = P_0$ و فشار در نقطه C برابر با $P_C = P_0 + \rho gh$ است. بنابراین گزینه (۱) درست است.

۳ ۴۰۶ B



خط فکری: اگر فشار در یک شاره برابر P باشد، فشار h متر بالاتر از آن برابر $P_1 = P - \rho gh$ و h متر پایین‌تر از آن برابر است:

با افزایش ارتفاع چگالی هوا کاهش می‌یابد بنابراین چگالی متوسط هوا از A تا B بزرگ‌تر از چگالی متوسط هوا از B تا C است:

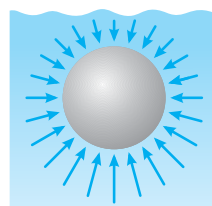
$$\begin{cases} P_C = P_B - \bar{\rho}_1 gh \\ P_A = P_B + \bar{\rho}_2 gh \end{cases} \xrightarrow{\text{دو طرف معادله را جمع کرده و تقسیم بر ۲ می‌کنیم}}$$

$$\begin{aligned} \frac{P_A + P_C}{2} &= \frac{P_B + \bar{\rho}_2 gh - \bar{\rho}_1 gh}{2} \\ \Rightarrow \frac{P_A + P_C}{2} &= P_B + \frac{\bar{\rho}_2 gh - \bar{\rho}_1 gh}{2} \end{aligned}$$

با توجه به اینکه $\bar{\rho}_1 < \bar{\rho}_2$ است، بنابراین $\bar{\rho}_2 gh - \bar{\rho}_1 gh$ عددی مثبت بوده و از $\frac{P_A + P_C}{2}$ بزرگ‌تر است.

یادآوری

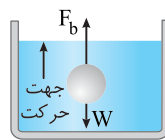
۲ ۴۰۷ A



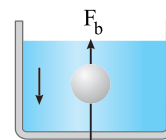
به جسم درون یک شاره یا غوطه‌ور در آن، همواره نیروی بالاسوی خالصی به نام نیروی شناوری از طرف شاره وارد می‌شود. در شکل رویه‌رو پیکان‌ها نشان می‌دهند که نیروهای ناشی از فشار وارد بر جسم، به دلیل افزایش عمق، در زیر جسم بزرگ‌تراند و این سبب می‌گردد که نیروی شناوری بالاسو بر جسم وارد شود.

۳ ۴۰۸ A

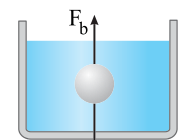
نیروی شناوری رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین به جسم وارد می‌شود، بنابراین اگر نیروی شناوری بیشتر باشد، جسم به سمت بالا حرکت می‌کند و گزاره (الف) درست است و اگر نیروی وزن بیشتر باشد، جسم به سمت پایین حرکت کرده و گزاره (ب) درست است و هنگامی که این دو نیرو با هم برابر باشند، اگر جسم روی سطح مایع باشد شناور می‌ماند، اما چون جسم در این شکل درون مایع است جسم به حالت غوطه‌ور می‌ماند و گزاره (پ) نادرست است.



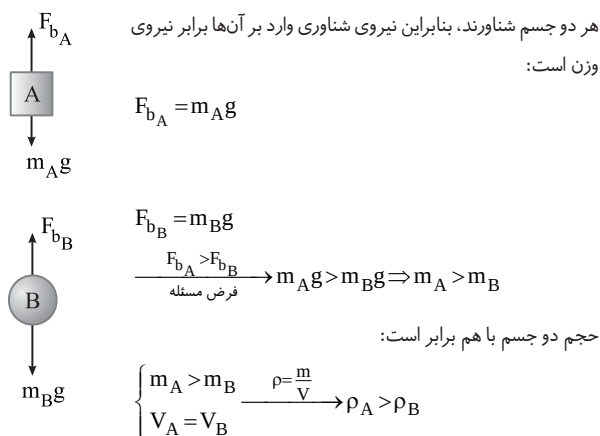
(الف)



(ب)



(پ)



بازی با سؤال اگر نیروی شناوری وارد بر دو جسم برابر و حجم جسم A

بیشتر از حجم B باشد، چگالی A و B را با هم مقایسه کنید؟

(۱) $\rho_A = \rho_B < \rho_{\text{مایع}}$ (۲) $\rho_A < \rho_B < \rho_{\text{مایع}}$

گزینه ۲ (۳) $\rho_B < \rho_A < \rho_{\text{مایع}}$ (۴) $\rho_{\text{مایع}} < \rho_A < \rho_B$

خط فکری برای بررسی نیروی شناوری به ابعاد جسم توجه کنید. هرچه اختلاف فشار

وارد بر سطح بالایی و پایینی یک جسم بیشتر باشد، نیروی شناوری وارد بر آن بیشتر است.

حجم سه جسم یکسان است از این رو اختلاف فشار بین سطح بالایی و پایینی هر سه جسم

برابر $\Delta P = \rho g (2r)$ است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر هر سه جسم با هم برابر است.

جسم A در حال تعادل است:

$$W_A + T = F_b \Rightarrow W_A = F_b - T \quad (1)$$

جسم B در حال تعادل است:

$$W_B = F_b \quad (2)$$

جسم C در حال تعادل است:

$$W_C = F_b + T \quad (3)$$

از سه معادله بالا مشخص است که:

$$W_A < W_B < W_C$$

البته همانطور که مشخص است جسم C تمایل به فرو رفتن و جسم A تمایل به بالا آمدن دارد، پس جسم C بیشترین وزن و جسم A کمترین وزن را دارد.

بازی با سؤال در شکل زیر سه جسم a، b و c جرم برابر دارند و هر

سه در یک مایع فرو رفته‌اند. جسم a از یک ریسمان کشیده شده آویزان است و

جسم c نیز به یک ریسمان کشیده شده متصل است و هر سه جسم در تعادل‌اند.

اگر نیروی شناوری وارد بر آن‌ها به ترتیب F_{b_a} ، F_{b_b} و F_{b_c} باشد، کدام

گزینه درست است؟

(۱) $F_{b_a} = F_{b_b} = F_{b_c}$ (۲) $F_{b_a} < F_{b_b} < F_{b_c}$

(۳) $F_{b_a} > F_{b_b} = F_{b_c}$ (۴) $F_{b_a} = F_{b_b} > F_{b_c}$

گزینه ۲

در این سؤال هر دو جسم روی سطح مایع شناورند، بنابراین چگالی هر دو جسم از

چگالی مایع کمتر است.

نیروی شناوری ناشی از اختلاف فشار است و برای

سنگی که تماماً درون مایع قرار گرفته اختلاف فشار

بین سطح بالا و پایین آن $(\Delta P = \rho g \Delta h)$ ثابت

است. وقتی تمام جسم در مایع قرار می‌گیرد، در

تمام مسیر پایین رفتن جسم تا ته نشین شدن آن

نیروی شناوری وارد بر جسم ثابت می‌ماند یعنی

$F_{b_1} = F_{b_2} = F_{b_3}$ است.

۴ ۴۱۳ A

نیروی شناوری ناشی از اختلاف فشار است و برای سنگی که تماماً درون مایع قرار گرفته اختلاف فشار بین سطح بالا و پایین آن $(\Delta P = \rho g \Delta h)$ ثابت است. وقتی تمام جسم در مایع قرار می‌گیرد، در تمام مسیر پایین رفتن جسم تا ته نشین شدن آن نیروی شناوری وارد بر جسم ثابت می‌ماند یعنی $F_{b_1} = F_{b_2} = F_{b_3}$ است.

بازی با سؤال اگر سنگ را از بیرون آب رها کنیم تا وارد آب شده و در

آن فرو رود، نیروی شناوری وارد بر آن چه تغییری می‌کند؟

(۱) همواره ثابت است. (۲) افزایش می‌یابد. (۳) ابتدا افزایش و سپس ثابت (۴) هر سه گزینه ممکن است.

گزینه ۳

با پایین رفتن مجموعه در دریاچه، فشار مایع افزایش می‌یابد که این افزایش فشار بر جسمی مانند

بادکنک سبب کاهش حجم آن شده و با کوچک شدن بادکنک نیروی شناوری کاهش می‌یابد.

کافی است چند فیلم اکشن دیده باشید که در آن وقتی قایق‌شان

سوراخ شده، برای جلوگیری از غرق شدن سریع آن، اشیاء درون قایق را به بیرون

انداخته‌اند، یعنی افراد می‌دانند هرگاه جسمی را از درون قایق بیرون بیندازند، فرورفتگی

قایق در آب کمتر می‌شود. با انداختن توپ بولینگ به درون استخر، قایق سبک‌تر شده

و میزان فرورفتگی آن در آب کمتر می‌شود و سطح آب در کناره قایق نسبت به حالت

قبل پایین‌تر قرار می‌گیرد.

خط فکری کافی است چند فیلم اکشن دیده باشید که در آن وقتی قایق‌شان

سوراخ شده، برای جلوگیری از غرق شدن سریع آن، اشیاء درون قایق را به بیرون

انداخته‌اند، یعنی افراد می‌دانند هرگاه جسمی را از درون قایق بیرون بیندازند، فرورفتگی

قایق در آب کمتر می‌شود. با انداختن توپ بولینگ به درون استخر، قایق سبک‌تر شده

و میزان فرورفتگی آن در آب کمتر می‌شود و سطح آب در کناره قایق نسبت به حالت

قبل پایین‌تر قرار می‌گیرد.

بازی با سؤال نیروی شناوری وارد بر قایق چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) بیش از نصف (۲) کمتر از نصف (۳) بیشتر از نصف (۴) پاسخ به شکل تکه چوب بستگی دارد.

گزینه ۱

در هر دو حالت قایق بر سطح آب شناور است، بنابراین نیروی شناوری در هر دو حالت با

نیروی وزن قایق برابر است، از این رو نیروی شناوری تغییر نمی‌کند.

اما چگالی آب شور از چگالی آب شیرین بیشتر است و هرچه چگالی مایع بیشتر باشد

فرورفتگی جسم در آن کمتر است، بنابراین فرورفتگی قایق در آب کاهش می‌یابد.

افرادی که به دریاچه ارومیه رفته باشند کاملاً متوجه شده‌اند که درون آب دریاچه فرو

نی‌روند برخلاف آب استخر.

بازی با سؤال تکه چوبی در آب شناور می‌ماند، به طوری که نیمی از

حجم آن زیر سطح آب قرار می‌گیرد. اگر همین تکه چوب در نفت شناور شود،

چه کسری از حجم آن زیر سطح نفت قرار می‌گیرد؟

$$(\rho_O = 0.8 \text{ g/cm}^3, \rho_W = 1 \text{ g/cm}^3)$$

(۱) بیش از نصف (۲) نصف (۳) کمتر از نصف (۴) پاسخ به شکل تکه چوب بستگی دارد.

گزینه ۱

جسمی روی سطح مایع شناور می‌ماند که چگالی آن کمتر از چگالی مایع

باشد. در این سؤال هر دو جسم روی سطح مایع شناورند، بنابراین چگالی هر دو جسم از

چگالی مایع کمتر است.

بازی با سؤال چگالی مایع شناور می‌ماند که چگالی آن کمتر از چگالی مایع

باشد. در این سؤال هر دو جسم روی سطح مایع شناورند، بنابراین چگالی هر دو جسم از

چگالی مایع کمتر است.

چگالی مایع کمتر است.

چگالی مایع کمتر است.

چگالی مایع کمتر است.

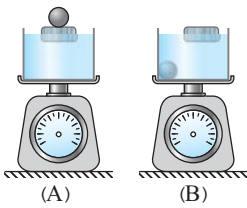
چگالی مایع کمتر است.



۲ ۴۲۳ B

خط فکری

اگر اجزای مجموعه ثابت باشند، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد در تمام حالت‌ها با هم برابر است. مثلاً در شکل روبه‌رو در حالت A گوی بالای چوب قرار گرفته و در حالت B گوی را برداشته و درون آب می‌اندازیم ولی در هر دو حالت وزن مجموعه شامل گوی، چوب، آب و ظرف آن ثابت است، پس عددی که ترازو در حالت A و B نشان می‌دهد مجموع وزن ظرف، آب، چوب و گوی است که با هم برابر است. ترازو وزن ظرف، مایع و جسم را نشان می‌دهد که در دو حالت یکسان است.

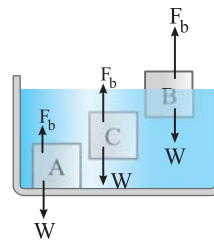


۳ ۴۱۹ B

به فرض مسئله یعنی برابری جرم هر سه جسم A و B و C دقت کنید. در این صورت نیروی وزن وارد بر هر جسم یکسان است:

$$W_A = W_B = W_C = W$$

جسم A ته‌نشین شده است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم A از نیروی وزن آن کمتر است. ($F_{bA} < W$)



جسم B روی سطح مایع شناور است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم B برابر نیروی وزن جسم B است ($F_{bB} = W$).

جسم C درون مایع غوطه‌ور و در تعادل است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم C برابر نیروی وزن جسم C است ($F_{bC} = W$).

در نتیجه $F_{bA} < F_{bB} = F_{bC}$.

۳ ۴۲۴ B

وقتی جسم را وارد ظرف حاوی مایع می‌کنیم از طرف مایع به جسم نیروی شناوری F_b وارد می‌شود و سبب کاهش وزن جسم می‌شود. با توجه به صورت مسئله این مقدار کاهش برابر $W'' = F_b$ است، بنابراین مایع بر جسم نیروی W'' را روبه بالا و بنا به قانون سوم نیوتون جسم نیز بر مایع نیروی W'' را رو به پایین وارد کرده و نیروسنج جمع نیروی وزن ظرف و نیروی W'' را نشان می‌دهد ($W + W''$).

۴ ۴۲۵ B



در ابتدا نیرویی که به کف ظرف وارد می‌شود برابر وزن آب درون ظرف است. با قرار دادن قطعه چوب بر سطح آب، نیرویی که بر کف ظرف وارد می‌شود برابر مجموع وزن آب و قطعه چوب است یعنی به اندازه وزن قطعه چوب بر نیروی وارد بر کف ظرف اضافه شده است.

۱ ۴۲۰ B

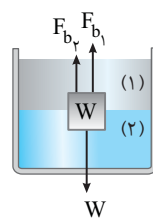
نیروهای وارد بر جسم را در حال فرو رفتن در مایع رسم می‌کنیم. نیروی وزن (W) از نیروی شناوری (F_b) بزرگ‌تر است و بنا بر قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_b = ma \xrightarrow{m = \rho V, F_b = \rho V g} \rho V g - \rho V g = ma \Rightarrow a = 0$$

۱ ۴۲۱ B

خط فکری

جسم ساکن است، بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است. اما باید بررسی کنید چه نیروهایی به جسم وارد می‌شوند و این نیروها در کدام جهت هستند. بر این جسم سه نیرو وارد می‌شود:



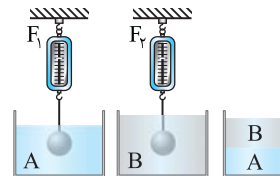
۱. نیروی وزن
۲. نیروی شناوری مایع (۱)
۳. نیروی شناوری مایع (۲)

نیروی وزن رو به پایین و نیروهای شناوری F_{b1} و F_{b2} در امتداد قائم و رو به بالا هستند. بنابراین نیروی وزن جسم توسط این دو نیروی شناوری خنثی می‌شود یعنی $W = F_{b1} + F_{b2}$.

۳ ۴۲۲ B

خط فکری

اگر یک گلوله فولادی را در سطح آب رها کنیم، درون آب فرو می‌رود اما اگر همین گلوله را در سطح جیوه رها کنیم، روی سطح جیوه باقی می‌ماند و اگر گلوله فولادی را به زور درون جیوه هل داده و رها کنیم، گلوله به سمت بالا می‌آید تا روی جیوه شناور شود یعنی وقتی گلوله در جیوه فرو رفته نیروی شناوری که جیوه به گلوله فولادی وارد می‌کند، از نیروی شناوری که آب به گلوله فولادی وارد می‌کند بیشتر است، بنابراین نتیجه می‌گیریم وقتی جسم درون مایعی قرار گیرد، هر چه چگالی مایع بیشتر باشد، نیروی شناوری بزرگ‌تری به جسم وارد می‌کند.



شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳)

به شکل (۳) نگاه کنید. مایع A ته‌نشین شده است، بنابراین $\rho_A > \rho_B$ است.

وقتی که این قطعه فلزی در مایع A قرار می‌گیرد، چون چگالی A بیشتر است نیروی شناوری که بر آن وارد می‌شود بیشتر از نیروی شناوری وارد بر این قطعه فلز در مایع B است، بنابراین نیروسنج شکل (۱) از نیروسنج شکل (۲) عدد کمتری را نشان می‌دهد ($F_1 < F_2$).

۲ ۴۲۶ B

با قرار گرفتن جسم درون مایع، از طرف مایع نیروی شناوری رو به بالا به جسم وارد می‌شود، بنابراین طبق قانون سوم نیوتون از طرف جسم نیز نیرویی هم‌اندازه با نیروی شناوری رو به پایین به مایع وارد می‌شود، بنابراین نیروی وارد بر کف ظرف به اندازه نیروی شناوری افزایش می‌یابد.

۴ ۴۲۷ B

در حرکت شاره پدیده‌های جالبی رخ می‌دهد و بررسی این پدیده‌ها اغلب می‌تواند بسیار پیچیده باشد. برای پرهیز از این پیچیدگی‌ها، مدل آرمانی و ساده شده‌ای از یک شاره در حال حرکت و بدون تلاطم که دارای جریان لایه‌ای یکنواخت است را بررسی می‌کنیم، افزون بر این فرض می‌کنیم شاره تراکم‌ناپذیر است (یعنی، چگالی آن ثابت است) و اصطکاک داخلی (گران‌روی) ندارد (اتلاف انرژی رخ نمی‌دهد). بنابراین گزاره‌های (الف)، (پ) و (ت) برای مدل‌سازی شاره به کار می‌رود، اما قانون پایستگی جرم برای سادگی و مدل‌سازی نیست بلکه یک قانون حاکم بر طبیعت در مکانیک نیوتونی است.

۴ ۴۲۸ A

خط فکری

هرچه جریان یک مایع تندتر شود تمایل آن مایع برای ایجاد جریان متلاطم بیشتر می‌شود. زیرا جریان از سطح مقطع بزرگ به سمت لوله با سطح مقطع کوچک می‌رود، پس سرعت جریان شاره افزایش می‌یابد. اگر این افزایش سرعت زیاد باشد، ممکن است باعث شود که در لوله (۲) جریان متلاطم شود و هم‌چنین ممکن است این افزایش سرعت چشم‌گیر نباشد و جریان به حرکت خود به صورت لایه‌ای ادامه دهد.

بازی با سؤال: با توجه به شکل روبه‌رو و متلاطم بودن جریان در مقطع

(۱)، نوع جریان در مقطع (۲) چگونه می‌تواند باشد؟

(۱) جریان در قسمت (۲) الزاماً متلاطم است.

(۲) جریان در قسمت (۲) می‌تواند لایه‌ای باشد.

(۳) جریان در قسمت (۲) می‌تواند متلاطم باشد.

(۴) گزینه‌های (۲) و (۳) درست است.



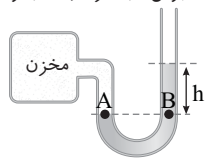
گزینه ۱

۴ ۴۳۴ A

کاربراتور با توجه به اصل برنولی کار می کند. این گونه که هنگام گاز دادن دریچه هوا و دریچه پروانه ای باز می شود و هوا وارد لوله ونتوری می شود و هنگام عبور از گلوگاه لوله ونتوری، با نازک شدن لوله و کاهش سطح مقطع آن بنا بر معادله پیوستگی تندی جریان هوا بالا رفته و بنا بر اصل برنولی فشار هوا پایین می آید و این امر باعث می شود سوخت به لوله تزریق شود.

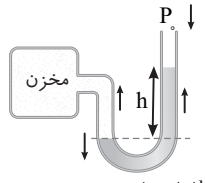
۲ ۴۳۵ B

یادآوری: فشار پیمانه ای مخزن برابر اختلاف فشار گاز محبوس در مخزن و فشار هوا است. بنابراین:



$$P_A = P_B$$

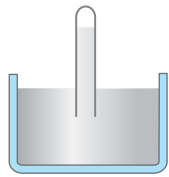
$$P_{\text{مخزن}} = P_0 + \rho gh \Rightarrow P_{\text{مخزن}} - P_0 = \rho gh \Rightarrow P_g = \rho gh$$



با دمیدن بالای شاخه سمت راست به صورت افقی، تندی هوا افزایش و طبق اصل برنولی، فشار هوای بالای شاخه کاهش یافته و مطابق شکل مایع در این شاخه بیشتر بالا می آید. بنابراین اختلاف ارتفاع مایع (h) بین دو شاخه افزایش یافته و

فشار پیمانه ای زیاد می شود: افزایش می یابد: $P_g = \rho gh$ → h افزایش یافته

بازی با سوال: در شکل روبه رو یک لوله آزمایش را درون ظرف حاوی مایع به صورت وارون قرار داده ایم و مایع درون لوله در حال تعادل است. اگر بالای ظرف و به موازات سطح مایع با یک دمنده قوی به شدت بدمیم، ارتفاع مایع درون لوله چگونه تغییر می کند؟

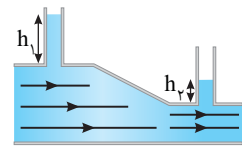


۱ گزینه

۴ اظهار نظر قطعی نمی توان کرد.

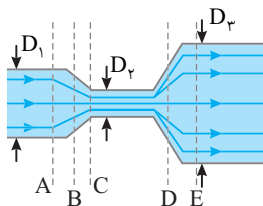
۱ ۴۳۶ B

در قسمت (۱) سطح مقطع لوله که در آن آب در حال حرکت است از سطح مقطع لوله در قسمت (۲) بیشتر است، بنابراین تندی جریان آب در قسمت (۱) کمتر است، در نتیجه بنا به اصل برنولی فشار آب در قسمت (۱) بیشتر از قسمت (۲) است و ارتفاع آب در لوله (۱) از ارتفاع آب در لوله (۲) بیشتر است.



۴ ۴۳۷ B

خط فکری: در لوله زیر که به لوله ونتوری معروف است داریم:



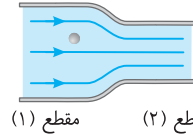
- P_A فشار ثابت $\Rightarrow v_A$ تندی ثابت $\Rightarrow$ سطح مقطع ثابت $\Rightarrow$ در بخش A
- تندی در حال افزایش $\Rightarrow$ سطح مقطع در حال کاهش $\Rightarrow$ در بخش B
- فشار در حال کاهش $\Rightarrow$
- $v_C (v_C > v_A)$ تندی ثابت $\Rightarrow$ سطح مقطع ثابت $\Rightarrow$ در بخش C
- $P_C (P_C < P_A)$ فشار ثابت $\Rightarrow$
- تندی در حال کاهش $\Rightarrow$ سطح مقطع در حال افزایش $\Rightarrow$ در بخش D
- فشار در حال افزایش $\Rightarrow$
- $v_E (v_C > v_A > v_E)$ تندی ثابت $\Rightarrow$ سطح مقطع ثابت $\Rightarrow$ در بخش E
- $P_E (P_E > P_A > P_C)$ فشار ثابت $\Rightarrow$

۲ ۴۲۹ B

خط فکری:

در حرکت لایه ای و پایای یک شاره درون لوله ای با سطح مقطع های مختلف که همه جای لوله پر از شاره است، مقدار شاره ای که در یک مدت زمان معین از یک مقطع لوله می گذرد با مقدار شاره ای که از هر مقطع دیگر لوله در همان مدت زمان می گذرد برابر است و با کاهش مساحت سطح مقطع لوله، جریان شاره تندتر می شود و فشار آن کاهش می یابد.

با توجه به شکل در مقطع (۲) تندی، شاره بیشتر است، بنابراین تندی شاره و تندی حباب هوا نیز بیشتر است. از طرفی با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می یابد و این امر سبب می گردد که فشار درونی حباب هوا از فشار بیرونی آن بیشتر باشد و این باعث افزایش حجم حباب می شود. در نتیجه $v_2 > v_1$ و $P_2 > P_1$ است.



۱ ۴۳۰ A

خط فکری:

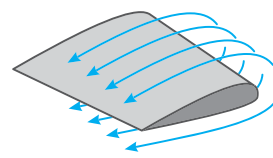
بنا بر اصل برنولی برای شاره ای که به طور لایه ای و در امتداد افق حرکت می کند، در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می یابد. با توجه به اصل برنولی در نقطه B مساحت سطح مقطع لوله کمتر از مساحت سطح مقطع آن در نقطه A است. بنابراین تندی شاره در نقطه B بیشتر و فشار شاره در نقطه B کمتر است. $P_A > P_B$ و $v_A < v_B$



۳ ۴۳۱ B

در شکل (۱) با جاری کردن آب بین دو قایق، تندی جریان آب بین آن ها زیاد شده و بنا به اصل برنولی فشار کاهش می یابد و چون فشار در دو طرف قایق ها بیشتر از فشار بین آن ها است، دو قایق به سمت هم کشیده می شوند و گزاره (الف) درست است. در شکل (۲) اگر تندی هوا بالای بال هواپیما کمتر باشد، بنا بر اصل برنولی، فشار هوا در بالای بال بیشتر است و هواپیما نمی تواند اوج بگیرد و گزاره (ب) نادرست است. با حرکت کامیون تندی هوای بالای کامیون بیشتر شده پس از فشار هوای بالای برزنت کاسته شده و برزنت به سمت بالا پف می کند و گزاره (پ) درست است.

بازی با سوال: شکل زیر بال هواپیما را نشان می دهد، اگر جریان تند هوا در زیر بال و جریان آرام هوا بالای بال باشد، کدام گزینه درست است؟

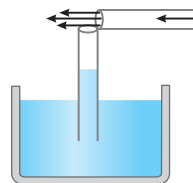


- (۱) نیروی خالص وارد بر بال توسط هوا به سمت پایین است.
- (۲) نیروی خالص وارد بر بال توسط هوا به سمت بالا است.
- (۳) نیروی خالص وارد بر بال توسط هوا افقی است.
- (۴) هر سه حالت ممکن است.

۱ گزینه

۴ ۴۳۲ A

وقتی در نی افقی می دمیم، تندی شارش هوا در دهانه لوله قائم افزایش می یابد و بنا به اصل برنولی، فشار هوا در بالای دهانه نی قائم کاهش می یابد و همین امر سبب می گردد که سطح آب درون لوله قائم بالا بیاید.



۱ ۴۳۳ A

با حرکت آب به سمت بالا تندی جریان آب به دلیل شتاب گرانش کاهش می یابد، طبق معادله پیوستگی، Av مقدار ثابتی است و با کاهش تندی جریان آب باید سطح مقطع (A) افزایش یابد.

بازی با سوال: وقتی شیر آب را کمی باز می کنیم، آب به آرامی جریان پیدا می کند و مشاهده می شود که باریکه آب با نزدیک شدن به زمین باریک تر می شود. دلیل این موضوع آن است که

- (۱) نیروی هم چسبی مولکول های آب، با نزدیک تر شدن به زمین کمتر می شود.
- (۲) نیروی هم چسبی مولکول های آب، با نزدیک تر شدن به زمین زیادتر می شود.
- (۳) تندی جریان آب، با نزدیک تر شدن به زمین زیادتر می شود.
- (۴) نیروی جاذبه زمین در نزدیکی سطح زمین بیشتر است.

۳ گزینه

۱ ۴۴۱ A

خط فکری

با توجه به معادله پیوستگی آهنگ شارش مایع درون لوله ثابت است. تندى مایع سطح مقطع لوله حجم شارش شده

آهنگ شارش مایع برابر $Av = \frac{V}{\Delta t}$ است، بنابراین در دو مقطع A_1 و A_2 از یک لوله

که مایع در آن‌ها تندی v_1 و v_2 دارد، داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

با توجه به معادله پیوستگی داریم:

$$\Rightarrow \pi r_A^2 v_A = \pi r_B^2 v_B = \frac{d_A = 2d_B \Rightarrow r_A = 2r_B}{v_B = 4v_A} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{4}$$

بازی با سؤال

شاره‌ای با جریان لایه‌ای و پایا تمام فضای لوله نشان داده شده در شکل را پر کرده است. شعاع سطح مقطع در قسمت بزرگ‌تر لوله $r_1 = 4\text{cm}$ و شعاع سطح مقطع کوچک‌تر $r_2 = 1/5\text{cm}$ است. اگر تندی شاره

در عبور از سطح بزرگ‌تر 9cm/s باشد، تندی شاره در عبور از سطح کوچک‌تر

چند سانتی‌متر بر ثانیه خواهد بود؟

۱۶ (۱)	۳۲ (۲)	۴ (۳)	۶۴ (۴)
۳	۲	۱	۴

۲ ۴۴۲ A

مساحت سطح مقطع دایره‌ای شکل در ورودی لوله $A_1 = \pi r^2$ است و مساحت سطح

مقطع مربعی شکل در قسمت خروجی $A_2 = r^2$ می‌شود. اکنون به کمک معادله پیوستگی

مسئله قابل حل است:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi r^2 \times 4 = r^2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 16\text{m/s}$$

۱ ۴۴۳ A

قطر مقاطع ۴۰ درصد کاهش یافته: $d_{\text{نگار}} = d_{\text{مشار}} - 0.4d_{\text{مشار}} = 0.6d_{\text{مشار}}$
نسبت سطح برابر است با:

$$\frac{A_{\text{نگار}}}{A_{\text{مشار}}} = \frac{\pi \frac{d_{\text{نگار}}^2}{4}}{\pi \frac{d_{\text{مشار}}^2}{4}} = \left(\frac{d_{\text{نگار}}}{d_{\text{مشار}}}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_{\text{نگار}}}{A_{\text{مشار}}} = \frac{36}{100}$$

با توجه به معادله پیوستگی: $\frac{V_{\text{نگار}}}{V_{\text{مشار}}} = \frac{A_{\text{نگار}}}{A_{\text{مشار}}} = \frac{36}{100}$

بنابراین تندی ۶۴٪ کاهش می‌یابد.

۴ ۴۴۴ A

خط فکری

هنگام خروج آرام آب از شیر به دلیل نیروی گرانش و سقوط آب، تندی آب افزایش می‌یابد و با توجه به ثابت بودن آهنگ شارش حجمی آب و معادله پیوستگی به دلیل افزایش تندی، قطر باریکه آب کاهش می‌یابد، بنابراین مسئله را به کمک معادله پیوستگی حل می‌کنیم.

۱ معادله پیوستگی را می‌نویسیم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

$$\frac{A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2}{v_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{16}{25} \Rightarrow v_2 = \frac{25}{16} v_1$$

۲ حال درصد تغییرات تندی را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta v}{v_1} \times 100 = \frac{16}{v_1} \times 100 = \frac{9}{16} \times 100 = 56.25\%$$

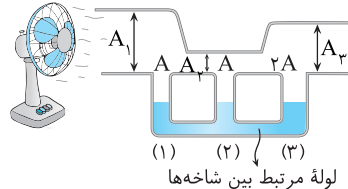
بازی با سؤال

در شکل زیر به علت تشکیل رسوب در لوله، مساحت سطح قسمتی از لوله ۲۰ درصد کاهش یافته است. اگر درون لوله شاره‌ای پایا و لایه‌ای برقرار باشد، آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت بدون رسوب چند برابر

قسمت رسوب کرده است؟	۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)
۱/۲ (۲)	۱/۴ (۳)	۰/۸ (۴)	۱/۴ (۳)

به شکل نگاه کنید. مساحت سطح مقطع لوله در قسمت‌های (۱)، (۲) و (۳) را با هم مقایسه کنید، مشخص است که $A_1 > A_2 > A_3$ است بنابراین برای تندی شاره در قسمت‌های مختلف خواهیم داشت $v_1 > v_2 > v_3$ و بنا به اصل برنولی، هرچه تندی شاره بیشتر باشد، فشار شاره در آن‌جا کمتر است. $P_1 < P_2 < P_3$

چون فشار هوا روی قسمت (۲) از دو قسمت دیگر کمتر است آب در این لوله بالاتر قرار می‌گیرد و در قسمت (۳) نیز آب بالاتر از قسمت (۱) خواهد بود. $h_3 > h_2 > h_1$



۲ ۴۳۸ B

خط فکری

باید به سراغ اصل برنولی و معادله پیوستگی برویم زیرا بنا بر معادله پیوستگی، تندی جریان هوا در قسمت‌های باریک‌تر لوله، بیشتر است و در نتیجه فشار هوا کمتر است و ارتفاع مایع در قسمتی که فشار هوای بالاسر آن کمتر است، بیشتر است. این اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف هر لوله U شکل ناشی از اختلاف فشار هوا در دو شاخه لوله است.

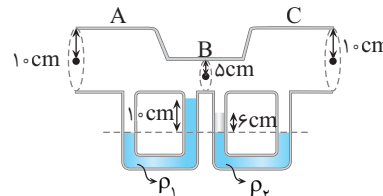
فشار هوا در قسمت A و C برابر و در قسمت B کمتر است. از این‌رو اختلاف فشار قسمت A و B برابر اختلاف فشار قسمت B و C است. $(P_A - P_B) = (P_C - P_B)$

اکنون برای هر لوله U شکل به کمک خط تراز خواهیم داشت:

$$P_A - P_B = \rho_1 g h_1 \quad P_A - P_B = P_C - P_B$$

$$P_C - P_B = \rho_2 g h_2$$

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 \times 10 = \rho_2 \times 6 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{5}{3}$$



۳ ۴۳۹ A

در یک شاره تراکم‌ناپذیر، مقدار شاره‌ای که در بازه زمانی Δt از سطح مقطع A_1 می‌گذرد، درست برابر مقدار شاره‌ای است که در همین بازه زمانی از سطح مقطع A_2 می‌گذرد.

۱ ۴۴۰ A

آهنگ شارش حجمی شاره یعنی حجم شاره شارش شده در یکای زمان، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{حجم شاره} = \frac{AL}{\Delta t}$$

اما $\frac{L}{\Delta t}$ برابر تندی شاره (v) است. از این‌رو: $Av = \text{آهنگ شارش حجمی شاره}$

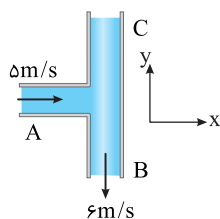
اکنون آهنگ شارش حجمی شاره را حساب می‌کنیم.

$$Av = 20 \times 10^{-4} \times 7 = 140 \times 10^{-4} = 14 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 14 \text{ lit/s}$$

بازی با سؤال

آهنگ شارش حجمی شاره در یک لوله برابر $37/5 \text{ lit/s}$ است. اگر قطر سطح مقطع لوله 10 cm باشد، تندی جریان شاره در لوله چند m/s است؟ ($\pi = 3$)

۵ (۱)	۲/۵ (۲)	۶/۲۵ (۳)	۱۰ (۴)
-------	---------	----------	--------



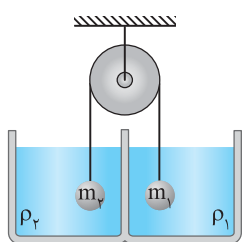
گزینه ۱

بازی با سوال

راه افقی که سطح مقطع سه شاخه آن یکسان است آب جریان دارد. سرعت در

- مقطع C در SI کدام است؟
 (۱) $-1 \hat{j}$ (۲) $+1 \hat{j}$
 (۳) $-2 \hat{j}$ (۴) $+2 \hat{j}$

یخچال دوجداره (سطح دوم)



خط فکری

باشد نیروی شناوری که بر جسم وارد می کند بیشتر است.

دستگاه در تعادل است و $\rho_1 < \rho_2$ است.

بنابراین نیروی شناوری وارد بر m_1 توسط مایع

ρ_1 از نیروی شناوری وارد بر m_2 توسط مایع

ρ_2 کمتر است و برای آن که دستگاه در تعادل بماند باید نیروی گرانشی وارد بر جسم

m_1 کمتر از نیروی گرانشی وارد بر جسم m_2 باشد. در نتیجه $m_1 < m_2$ است.

۲ ۴۵۰ B

نیروی شناوری حاصل از اختلاف فشار بین سطح مقطع بالا و پایین جسم یعنی

$$V = Ah \Delta P = \rho g \Delta h$$

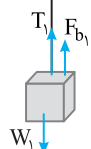
به دست می آید:

$$V_1 = 2V_2 \Rightarrow A_1 h_1 = 2A_2 h_2 \xrightarrow{\text{سطح مقطع دو جسم یکسان}} h_1 = 2h_2$$

ارتفاع جسم (۲) دو برابر ارتفاع جسم (۱) است و اختلاف فشار بین سطح بالا و پایین آن

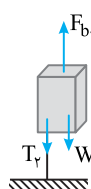
$(\rho g \Delta h)$ دو برابر اختلاف فشار بین سطح بالا و پایین جسم (۱) است و نیروی شناوری

وارد بر جسم (۲)، دو برابر نیروی شناوری وارد بر جسم (۱) است:



$$T_1 + F_{b1} = W_1 \Rightarrow T_1 = W_1 - F_{b1}$$

جسم در تعادل است



$$T_2 + W_2 = F_{b2} \Rightarrow T_2 = F_{b2} - W_2$$

$$T_1 = T_2 \Rightarrow W_1 - F_{b1} = F_{b2} - W_2$$

با توجه به معادله بالا داریم:

$$W_1 - F_{b1} = F_{b2} - W_2 \Rightarrow W_1 + W_2 = F_{b1} + F_{b2}$$

$$\frac{W_1 + W_2 = 50 \text{ N}}{F_{b1} = 2F_{b2}} \Rightarrow 50 = 3F_{b1} \Rightarrow F_{b1} = \frac{50}{3} \text{ N}$$

۳ ۴۵۱ B

نیروی شناوری (F_b) توسط مایع بر فلز رو به بالا وارد می شود، بنا بر قانون سوم نیوتون

همین مقدار نیرو توسط فلز بر مایع رو به پایین وارد می شود، بنابراین عددی که ترازوی

B نمایش می دهد، برابر وزن مایع، وزن ظرف و نیروی شناوری است.

$$F_b + W_{\text{مایع}} + W_{\text{ظرف}} = \gamma / \Delta x \Rightarrow F_b = (\gamma / \Delta x - 1 / \Delta x) g \Rightarrow F_b = 4 / \gamma g N$$

عددی که ترازوی فنری A نمایش می دهد تفاضل نیروی وزن و نیروی شناوری است از

$$W_{\text{فلز}} - F_b = 3 / \Delta x g \Rightarrow m_{\text{فلز}} g - 4 / \gamma g = 3 / \Delta x g \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 8 / 2 \text{ kg}$$

این رو:

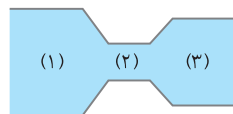
۲ ۴۴۵ A

معادله پیوستگی را برای قسمت های (۱) و (۲) و (۳) می نویسیم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = A_3 v_3$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{25}{16} v_1 = \frac{25}{16} \times 8 = 12.5 \text{ cm/s}$$



میانبر

معادله پیوستگی را می توان مستقیماً برای سطح مقطع (۱) و (۳)

نوشت:

$$A_1 v_1 = A_3 v_3$$

۴ ۴۴۶ B

آهنگ شارش حجمی شاره برابر است با AV . بنابراین:

$$\frac{(Av)_A}{(Av)_B} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{A_A \times v_A}{A_B \times v_B} = \frac{3}{2} \xrightarrow{A_A = 2A_B} v_A = \frac{3}{4} v_B$$

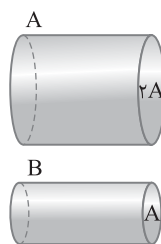
تندی شاره در لوله A کمتر از تندی شاره در لوله B به دست آمده است و با توجه به فرض مسئله که اختلاف تندی شاره در لوله A و B، 2 cm/s است باید نوشت:

$$v_B - v_A = 2 \Rightarrow v_B - \frac{3}{4} v_B = 2 \Rightarrow v_B = 8 \text{ cm/s}$$

۱ ۴۴۷ B

آهنگ شارش حجمی شاره یعنی حجمی که در هر ثانیه از سطح مقطع لوله می گذرد برابر است با:

$$\text{تندی شاره} \times \text{مساحت سطح مقطع} = \frac{\text{حجم شارش شده}}{\text{زمان}}$$



$$\Rightarrow \frac{V}{t} = Av \Rightarrow \frac{V_A}{t_B} = \frac{A_A \times v_A}{A_B \times v_B} \xrightarrow{A_A = 2A_B} \frac{V_A}{t_B} = \frac{2A_B \times v_A}{A_B \times v_B} \Rightarrow \frac{V_A}{t_B} = 2 \frac{v_A}{v_B}$$

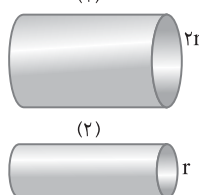
$$\frac{1}{\frac{V_B}{t_B}} = \frac{2A_B \times \frac{4}{3} v_B}{A_B \times v_B} \Rightarrow \frac{1}{\frac{V_B}{t_B}} = \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{V_A}{t_B} = \frac{4}{3} \frac{V_B}{t_B}$$

اکنون با داشتن نسبت حجم در لوله های A و B و همچنین نسبت چگالی ها می توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow \begin{cases} m_A = \rho_A V_A \\ m_B = \rho_B V_B \end{cases} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho_A V_A}{\rho_B V_B}$$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 1$$

(۱)



بازی با سوال

با شعاع های مختلف داریم و تندی جریان آب در

لوله (۱) نصف تندی جریان آب در لوله (۲) است.

اگر مقدار آب خارج شده از لوله (۱) در مدت

زمان t_1 برابر مقدار آب خارج شده از لوله (۲)

در مدت t_2 باشد، t_2 برابر کدام گزینه است؟

۴ ۴۴۸ B

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲ ۴۴۸ B

خط فکری

دقت کنید که ذهن خود را درگیر تعداد حفره های خروجی نکنید، بلکه برای خروج آب یک حفره در نظر بگیرید که مساحت سطح آن سه برابر مساحت سطح یکی از حفره هاست، سپس به کمک معادله پیوستگی مسئله به راحتی قابل حل است.

معادله پیوستگی را می نویسیم و داده های مسئله را در آن قرار می دهیم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 1 = \pi \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 3 \text{ m/s}$$

$$\pi (10)^2 \times 3 = 3 \pi \left(\frac{25}{4}\right)^2 v_2 \Rightarrow v_2 = 16 \text{ m/s}$$

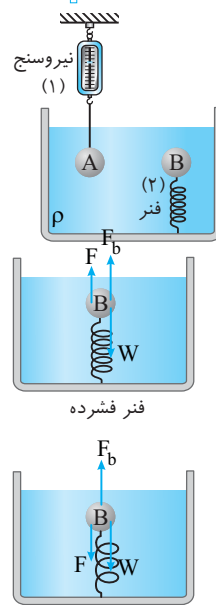


۴ ۴۵۲ B

نیروسنج (۱) عدد صفر را نشان داده است، بنابراین نیروی وزن وارد بر جسم A با نیروی شناوری وارد بر آن برابر است. در این صورت چگالی جسم A با چگالی مایع یکی است ($\rho_A = \rho$).

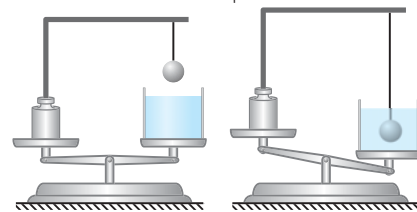
فتر شماره (۲) مشخص نیست که جمع شده یا باز شده است. اگر جمع شده باشد، می‌خواهد باز شود و به جسم B یک نیروی رو به بالا وارد می‌کند، یعنی بر جسم B نیروی وزن رو به پایین و نیروی فتر و شناوری رو به بالا وارد می‌شود، بنابراین نیروی وزن جسم B از نیروی شناوری بزرگ‌تر است. بنابراین چگالی جسم B از چگالی مایع بیشتر است ($\rho_B > \rho$).

اما اگر فتر باز شده باشد، می‌خواهد به حالت اول برگردد و جسم B را به پایین می‌کشد. در این حالت نیروی وزن W و نیروی فتر F رو به پایین و F_b رو به بالاست. بنابراین $F_b > W$ است و چگالی B از چگالی مایع کمتر است ($\rho_B < \rho$).



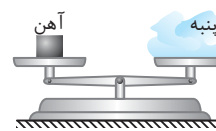
۳ ۴۵۳ C

وزنه وارد ظرف آب در کفه سمت راست شده است. بر وزنه نیروی شناوری رو به بالا وارد می‌شود، یعنی از کفه سمت چپ به اندازه نیروی شناوری کاسته می‌شود. از طرفی وقتی آب به وزنه نیروی شناوری وارد می‌کند، بنا بر قانون سوم نیوتون وزنه نیز به آب کفه سمت راست نیروی شناوری رو به پایین وارد می‌کند، یعنی به اندازه نیروی شناوری به کفه راست افزوده می‌شود. دقت کنید به اندازه نیروی شناوری از کفه سمت چپ کم شده و به همان اندازه به کفه سمت راست اضافه شده و برای برقراری مجدد تعادل باید در کفه سمت چپ، وزنه‌ای قرار دهیم که وزن آن دو برابر نیروی شناوری وارد بر وزنه است.



برای مثال اگر هر دو کفه در ابتدا ۱۰N وزن داشته باشند و کفه سمت راست ۲N اضافه وزن بیاید، وزنش به ۱۲N می‌رسد و کفه سمت چپ وزنش ۲N کاهش یافته و به ۸N می‌رسد. پس باید وزنه ۴N را به کفه سمت چپ اضافه کرد تا تعادل برقرار گردد، یعنی وزن وزنه باید دو برابر نیروی شناوری وارد بر توپ باشد.

پاسخ سوال ۱: مقداری پنبه و مقداری آهن در دو کفه ترازو قرار دارند و ترازو در تعادل است. نیروی گرانش وارد بر
 (۱) پنبه و آهن برابر است.
 (۲) پنبه از آهن کمتر است.
 (۳) پنبه از آهن بیشتر است.
 (۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد. **گزینه ۳**



۲ ۴۵۴ C

خط فکری: هنگامی که در دو قسمت از لوله‌ای سوراخی ایجاد شود، در هر قسمتی که فشار بیشتر است، ارتفاع آب خروجی از آن قسمت بیشتر خواهد بود.

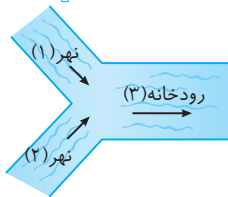
در یک لوله، آهنگ شارش جریان پایای مایع (Av) ثابت است، پس هر قسمت از لوله که باریک‌تر باشد، تندی مایع در آن قسمت بیشتر است. همچنین در اصل برنولی گفته می‌شود که در مسیر حرکت شارش با افزایش تندی شارش، فشار آن کاهش می‌یابد، بنابراین

که باریک‌تر باشد، تندی مایع در آن قسمت بیشتر است. همچنین در اصل برنولی گفته می‌شود که در مسیر حرکت شارش با افزایش تندی شارش، فشار آن کاهش می‌یابد، بنابراین

$$A_A > A_B > A_C \Rightarrow v_A < v_B < v_C \Rightarrow P_A > P_B > P_C$$

بنابراین ارتفاع مایع خارج شده از سوراخ A بیشترین و از سوراخ C کمترین خواهد بود.
 $h_A > h_B > h_C$

۳ ۴۵۵ B



خط فکری: با توجه به ثابت بودن آهنگ شارش حجمی شارش، قطعاً مجموع آهنگ شارش در نهر (۱) و (۲) برابر آهنگ شارش در رودخانه (۳) است و به کمک این مطلب باید مسئله را حل کرد.

آهنگ شارش حجمی نهر (۲) + آهنگ شارش حجمی نهر (۱) = آهنگ شارش حجمی رودخانه (۳)
 مساحت سطح مقطع هر قسمت برابر حاصل ضرب پهنای آن در عمق آن است، بنابراین مساحت سطح مقطع‌ها برابر خواهد شد با:

$$A_1 = 2 \times 4 \text{ m}^2 \quad A_2 = 5 \times 3 \text{ m}^2 \quad A_3 = 10 \times h_3 \text{ m}^2$$

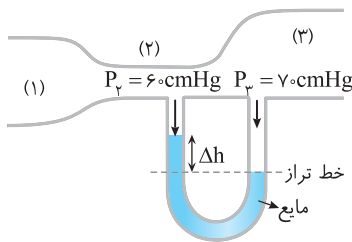
با نوشتن معادله پیوستگی برای سه مسیر حرکت آب مسئله قابل حل است.

$$A_1 v_1 + A_2 v_2 = A_3 v_3 \Rightarrow (2 \times 4) \times 2 + (5 \times 3) \times 4 = (10 \times h_3) \times 2/5$$

$$\Rightarrow 16 + 60 = (20 h_3) \Rightarrow h_3 = \frac{76}{20} \Rightarrow h_3 = 3.8 \text{ m}$$

۳ ۴۵۶ B

در قسمت (۳) فشار هوا ۷۰ cmHg و در قسمت (۲) فشار هوا ۶۰ cmHg است که سبب می‌گردد در شاخه سمت راست مایع پایین برود و در شاخه سمت چپ مایع بالا بیاید. تاجایی که اختلاف فشار هوا ($P_3 - P_2$) در دو طرف لوله با اختلاف فشار مایع ($\Delta P = \rho g \Delta h$) یکی شود.



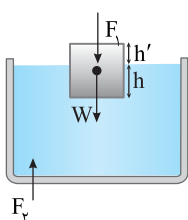
۱ اختلاف فشار در دو طرف لوله ۷۰ - ۶۰ = ۱۰ cmHg است که آن را به پاسکال تبدیل می‌کنیم.
 $P = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \Rightarrow P = 13600 \times 10 \times \frac{1}{100} \Rightarrow P = 13600 \text{ Pa}$

۲ این فشار را با اختلاف فشار مایع برابر قرار می‌دهیم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \quad \rho = 4000 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow 13600 = 4000 \times 10 \times \Delta h$$

$$\Rightarrow \Delta h = 0.34 \text{ m} \Rightarrow \Delta h = 34 \text{ cm}$$

۲ ۴۵۷ C



جرم مکعب چوبی را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = 750 \times (0.1)^3 \Rightarrow m = 0.75 \text{ kg}$$

برای حل این مسئله از قانون دوم نیوتون کمک می‌گیریم. جسم روی سطح آب ساکن و در تعادل است بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است. نیروهای وارد بر این مکعب را رسم می‌کنیم. سه نیرو در امتداد قائم بر این مکعب وارد می‌شود.

۱ نیروی وزن W

۲ نیرویی که از طرف هوا بر سطح بالایی مکعب وارد می‌شود $F_1 = P_{\text{هو}} \times A$

۳ نیرویی که از طرف آب بر سطح پایینی مکعب وارد می‌شود:

$$F_2 = (P_{\text{هو}} + \rho g h) A$$

بنابر قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_1 + W = F_2 \Rightarrow P_{\text{هو}} \times A + mg = (P_{\text{هو}} + \rho g h) A$$

$$P_{\text{هو}} A + mg = P_{\text{هو}} A + \rho g h A \Rightarrow mg = \rho g h A \Rightarrow 0.75 = 1000 \times h \times (0.1)^2$$

$$h = 0.075 \text{ m} \Rightarrow h = 7.5 \text{ cm} \Rightarrow h' = 10 - 7.5 = 2.5 \text{ cm}$$

فصل سوم: کار، انرژی و توان

یخچره ۱

۱ ۴۵۸

انرژی جنبشی کمیته نردهای و همواره مثبت است، این کمیت تنها به جرم و تندی جسم بستگی دارد و به جهت حرکت جسم وابسته نیست.

نکته: در فیزیک تندی یعنی مسافت طی شده تقسیم بر زمان که کمیته نردهای، همواره مثبت و بدون جهت است، اما سرعت یعنی جابه‌جایی تقسیم بر زمان که کمیته برداری است و جهت آن مهم است.

۲ ۴۵۹

خط فکری: برای آنکه در رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ انرژی جنبشی برحسب ژول به‌دست آید، باید تندی برحسب m/s و جرم برحسب kg باشد (سازگاری یکاها) بنابراین شما ابتدا باید تبدیل یکا برای جرم و تندی را انجام دهید، سپس انرژی جنبشی را به‌دست بیاورید.

هر تن برابر ۱۰۰۰ kg است. بنابراین جرم هواپیما خواهد شد:

$$m = 500 \text{ ton} = 500 \times 1000 \Rightarrow m = 5 \times 10^5 \text{ kg}$$

تندی هواپیما را برحسب m/s حساب می‌کنیم:

$$v = 720 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \Rightarrow v = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

انرژی جنبشی را به‌دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^5 \times (200)^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^5 \times 4 \times 10^4$$

$$K = 10^5 \text{ J} \quad 1 \text{ MJ} = 10^6 \text{ J} \Rightarrow K = 10^4 \text{ MJ}$$

$$\frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow[\frac{3600}{24 \times 60}]{\frac{24 \times 60}{3600}} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{تبدیل } \frac{\text{km}}{\text{h}} \text{ به } \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ و بالعکس}$$

۲ ۴۶۰

انرژی جنبشی ماهواره خواهد شد:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=200 \text{ kg}, v=2/5 \text{ km/s}} \rightarrow$$

$$K = \frac{1}{2} \times 200 \times (2/5 \times 10^3)^2 \Rightarrow K = 100 \times 6/25 \times 10^6$$

$$K = 625 \times 10^6 \text{ J} = 625 \text{ MJ} \Rightarrow K = 6/25 \times 10^7 \text{ MJ}$$

۳ ۴۶۱

انرژی جنبشی به جهت حرکت جسم وابسته نیست. تندی ماهواره خواهد شد:

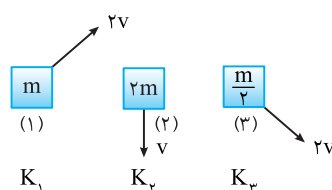
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{\frac{K=5 \times 10^7 \text{ J}}{m=100 \text{ kg}}} \rightarrow 5 \times 10^7 = \frac{1}{2} \times 100 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 10^6 \Rightarrow v = 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲ ۴۶۲

یادآوری: انرژی جنبشی جسم به جهت حرکت جسم بستگی ندارد.

جرم هر سه جسم و تندی آنها با هم برابر است از این رو انرژی جنبشی آنها نیز $(K = \frac{1}{2}mv^2)$ برابر است $(K_1 = K_2 = K_3)$.

بازی با سوال: در کدام گزینه انرژی جنبشی اجسام زیر به‌درستی



مقایسه شده است؟

$$K_2 < K_3 < K_1 \quad (1)$$

$$K_2 < K_3 < K_1 \quad (2)$$

$$K_2 = K_3 < K_1 \quad (3)$$

$$K_2 = K_3 = K_1 \quad (4)$$

گزینه ۳

۳ ۴۶۳

ابتدا باید انرژی جنبشی جسم را از رابطه آن حساب کنید سپس با یک تناسب ساده مسئله را حل کنید.

۱: انرژی جنبشی جسم برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{v=8 \text{ km/s} = 8000 \text{ m/s}, m=2/1 \times 10^4 \text{ kg}} \rightarrow K = \frac{1}{2} \times 2/1 \times 10^4 \times (8 \times 10^3)^2$$

$$K = \frac{1}{2} \times 2/1 \times 10^4 \times 64 \times 10^6 \Rightarrow K = 32 \times 2/1 \times 10^{10} \text{ J}$$

۲: با توجه به فرض مسئله انرژی حاصل از انفجار یک تن TNT برابر $4/2 \times 10^9 \text{ J}$ است. بنابراین می‌توانیم تناسب زیر را بنویسیم:

$$\frac{4/2 \times 10^9 \text{ J}}{32 \times 2/1 \times 10^{10} \text{ J}} = \frac{1 \text{ ton}}{m} \Rightarrow m = \frac{32 \times 2/1 \times 10^{10}}{4/2 \times 10^9} = 16 \text{ ton}$$

۳ ۴۶۴

جرم جسم ثابت است، بنابراین با نوشتن انرژی جنبشی جسم در دو حالت و تقسیم آنها بر هم، می‌توانیم تندی جسم را در حالت دوم به‌دست آوریم.

$$\begin{cases} K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \\ K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \xrightarrow{K_1=4 \text{ J}, K_2=9 \text{ J}} \frac{9}{4} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \Rightarrow v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$\Rightarrow v_2 = 20 \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{5} \text{ m/s}$$

۲ ۴۶۵

انرژی جنبشی در دو حالت را نوشته از هم کم می‌کنیم و تفاضل آنها را بنا به فرض مسئله برابر ۴ ژول قرار می‌دهیم.

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \xrightarrow{v_1=2 \text{ m/s}} K_1 = \frac{1}{2}m(4) \Rightarrow K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(36-4)$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow{v_2=6 \text{ m/s}} K_2 = \frac{1}{2}m(36)$$

$$4 = \frac{1}{2}m(32) \Rightarrow m = \frac{1}{4} \text{ kg} = 250 \text{ g}$$

۳ ۴۶۶

انرژی جنبشی در دو حالت را به‌دست آورده از هم کم می‌کنیم.

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2, K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} \times 1000 \times (25^2 - 18^2) \Rightarrow \Delta K = 500 \times (625 - 324) \Rightarrow \Delta K = 500 \times 301$$

$$\Rightarrow \Delta K = 150500 \text{ J} = 1/50 \times 10^5 \text{ J} \Rightarrow \Delta K = 1/50 \times 10^{-1} \text{ MJ}$$

۲ ۴۶۷

تندی جسم $\Delta m/s$ افزایش یافته یعنی $v_2 = v_1 + 5$ است. با افزایش تندی، افزایش انرژی جنبشی $\frac{5}{4}$ انرژی جنبشی اولیه شده است $(K_2 = K_1 + \frac{5}{4}K_1)$. با توجه به این داده‌ها مسئله به راحتی قابل حل است.

$$K_2 = K_1 + \frac{5}{4}K_1 \Rightarrow K_2 = \frac{9}{4}K_1 \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{9}{4}(\frac{1}{2}mv_1^2)$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{3}{2}v_1 \xrightarrow{v_2 = v_1 + 5} v_1 + 5 = \frac{3}{2}v_1 \Rightarrow \frac{1}{2}v_1 = 5 \Rightarrow v_1 = 10 \text{ m/s}$$

۴ ۴۶۸

تندی جسم افزایش یافته بنابراین انرژی جنبشی آن قطعاً افزایش می‌یابد. با توجه به فرض مسئله تندی 1 m/s زیاد شده یعنی $(v_2 = v_1 + 1)$ و سبب گردیده که انرژی

جنبشی از ۱۸ J به $18 + 14 = 32 \text{ J}$ برسد. بنابراین خواهیم داشت:



با توجه به داده‌های مسئله می‌توان نوشت:

$$K_A = 3K_B \Rightarrow \frac{1}{2} m_A v_A^2 = 3 \left(\frac{1}{2} m_B v_B^2 \right) \xrightarrow{v_A = v_B} m_A = 3m_B \\ \Rightarrow m_A = 3 \times 4 = 12 \text{ kg}$$

B ۴۷۳ ۱

انرژی جنبشی را در حالت اول و دوم می‌نویسیم و تندی ثانویه را بر حسب تندی اولیه حساب می‌کنیم.

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m v_2^2}{\frac{1}{2} m v_1^2} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow v_2 = \frac{3}{2} v_1$$

درصد تغییرات (افزایش) سرعت برابر خواهد شد با:

$$\frac{\Delta v}{v_1} \times 100 = \frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100 = \frac{\frac{3}{2} v_1 - v_1}{v_1} \times 100 = 50\%$$

بنابراین باید تندی را ۵۰٪ افزایش دهیم.

A ۴۷۴ ۴

انرژی جنبشی جسم ۴۴ درصد افزایش یافته، یعنی به انرژی جنبشی اولیه K_1 به اندازه $K_2 = K_1 + 0.44K_1 \Rightarrow K_2 = 1.44K_1$ اضافه شده است، بنابراین:

جرم جسم ثابت است، اکنون به جای K_1 و K_2 رابطه $K = \frac{1}{2} m v^2$ قرار می‌دهیم و مسئله حل می‌شود. $\frac{1}{2} m v_2^2 = 1.44 \times \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = 1.44 v_1^2 \Rightarrow v_2 = 1.2 v_1$ (۱)

با توجه به فرض مسئله $v_2 = v_1 + 5$ است. از این‌رو خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{(1)} v_1 + 5 = 1.2 v_1 \Rightarrow 0.2 v_1 = 5 \Rightarrow v_1 = 25 \text{ m/s}$$

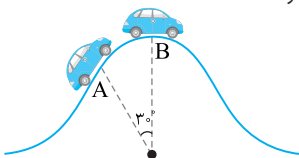
بازی با سوال جسمی با سرعت v_1 در حرکت است. اگر به سرعت آن 6 m/s افزوده شود، انرژی جنبشی آن ۲۱٪ افزایش می‌یابد، v_1 چند متر بر ثانیه است؟

۳۰ (۱) ۶۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴)

گزینه ۲

A ۴۷۵ ۲

انرژی جنبشی جسم ۱۹٪ کاهش یافته است، یعنی اگر انرژی جنبشی جسم در نقطه A، K_A باشد انرژی جنبشی آن در نقطه B خواهد شد:



$$K_B = K_A - \frac{19}{100} K_A \\ \Rightarrow K_B = \frac{81}{100} K_A$$

در فرمول انرژی جنبشی، v تندی است و به جهت حرکت جسم بستگی ندارد. از طرفی جرم جسم ثابت است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{81}{100} \times \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow v_B = \frac{9}{10} \times 20 = 18 \text{ m/s}$$

B ۴۷۶ ۲

خط فکری درصد تغییرات هر کمیت در فیزیک برابر است با تغییرات آن کمیت تقسیم بر مقدار اولیه آن ضربدر ۱۰۰، به عنوان مثال درصد تغییرات انرژی جنبشی برابر

$$\frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100$$

است با:

حال اگر $K_2 - K_1 > 0$ باشد، به اندازه درصد به‌دست آمده انرژی جنبشی افزایش یافته است.
اگر $K_2 - K_1 < 0$ باشد، به‌اندازه درصد به‌دست آمده انرژی جنبشی کاهش یافته است.

$$\begin{cases} K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \Rightarrow \frac{32}{18} = \frac{(v_1 + 1)^2}{v_1^2} \Rightarrow \frac{16}{9} = \frac{(v_1 + 1)^2}{v_1^2} \\ K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{v_1 + 1}{v_1} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3v_1 + 3 = 4v_1 \Rightarrow v_1 = 3 \text{ m/s}$$

اکنون جرم جسم قابل محاسبه است. $K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow 18 = \frac{1}{2} \times m \times (3)^2 \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$

A ۴۶۹ ۲

خط فکری جهت حرکت جسم تأثیری در انرژی جنبشی جسم ندارد، بنابراین کافی است شما انرژی جنبشی در حالت دوم را حساب کرده تا بتوانید تغییر انرژی جنبشی را به‌دست آورید.

ابتدا انرژی جنبشی جسم در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m v_2^2}{\frac{1}{2} m v_1^2} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{100} = \left(\frac{20}{10} \right)^2 \Rightarrow K_2 = 400 \text{ J}$$

بنابراین تغییر انرژی جنبشی خواهد شد: $\Delta K = K_2 - K_1 = 400 - 100 \Rightarrow \Delta K = 300 \text{ J}$

A ۴۷۰ ۲

نسبت انرژی جنبشی A به انرژی جنبشی B برابر است:

$$\begin{cases} K_A = \frac{1}{2} m_A v_A^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{v_A^2}{v_B^2} \\ K_B = \frac{1}{2} m_B v_B^2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{K_A = 3K_B} 3 = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B} \right)^2 \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{1}{12}$$

بازی با سوال نسبت انرژی جنبشی جسمی به جرم m_1 که با تندی v_1 در حرکت است، به انرژی جنبشی جسم دیگری که جرم آن $2m_1$ و تندی اش

$\frac{1}{4} v_1$ است، چقدر است؟

۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴)

B ۴۷۱ ۱

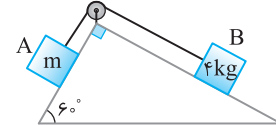
حالت اول: جرم و انرژی جنبشی A، نصف جرم و انرژی جنبشی B است، بنابراین:

$$K_A = \frac{1}{2} K_B \Rightarrow \frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m_B v_B^2 \right) \\ \xrightarrow{m_A = \frac{1}{2} m_B} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m_B \right) v_A^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m_B \right) v_B^2 \Rightarrow v_A = v_B \quad (1)$$

حالت دوم: تندی A، 1 m/s افزایش یافته $(v'_A = v_A + 1)$ و انرژی جنبشی خودروها، مساوی شده است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$K'_A = K_B \Rightarrow \frac{1}{2} m_A (v_A + 1)^2 = \left(\frac{1}{2} m_B \right) v_B^2 \\ \xrightarrow{(1)} \frac{1}{2} (v_A + 1)^2 = v_A^2 \Rightarrow v_A + 1 = \sqrt{2} v_A \\ \xrightarrow{m_A = \frac{1}{2} m_B} \sqrt{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow v_A + 1 = \frac{1}{4} v_A \Rightarrow v_A = \frac{1}{5/4} = 2/5 \text{ m/s}$$

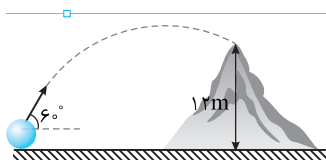
B ۴۷۲ ۳



خط فکری به شکل به خوبی نگاه کنید. اگر جسم B، یک متر پایین بیاید در همان زمان جسم A که با یک ریسمان به جسم B متصل است، یک

متر بالا می‌رود. یعنی تندی حرکت جسم B برابر تندی حرکت جسم A است. اکنون انرژی جنبشی A را سه برابر انرژی جنبشی B قرار دهید و مسئله را حل کنید.

۱ ۴۸۰ B



انرژی جنبشی جسم ۳۶٪ کاهش یافته است. یعنی اگر انرژی جنبشی اولیه K_1 است انرژی

جنبشی ثانویه آن $K_2 = K_1 - \frac{36}{100} K_1$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$K_2 = \frac{64}{100} K_1 \quad (1)$$

اکنون با قرار دادن $K = \frac{1}{2}mv^2$ در رابطه بالا، نسبت v_2 به v_1 را حساب می‌کنیم.

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{64}{100} \left(\frac{1}{2}mv_1^2 \right) \Rightarrow v_2^2 = \frac{64}{100} v_1^2 \Rightarrow v_2 = \frac{8}{10} v_1$$

درصد تغییرات سرعت خواهد شد:

$$\frac{\Delta v}{v_1} \times 100 = \frac{\frac{8}{10}v_1 - v_1}{v_1} \times 100 = -\frac{2}{10} \times 100 = -20\%$$

بنابراین تندی ۲۰٪ کاهش یافته است.

۳ ۴۸۱ B

$$K_2 = K_1 + \frac{6}{100} K_1, \quad K_2 = \frac{1}{2}m(v_1 + 6)^2, \quad K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m(v_1 + 6)^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \left(\frac{106}{100} \right) \Rightarrow (v_1 + 6)^2 = \left(\frac{106}{100} \right) v_1^2 \Rightarrow v_1 + 6 = \frac{1}{3} v_1$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}v_1 = 6 \Rightarrow v_1 = 9 \text{ m/s} \xrightarrow{\times \frac{36}{100}} 3.24 \text{ km/h}$$

۱ ۴۸۲ B

ابتدا، سرعت جسم را در لحظه $t = 2s$ به دست می‌آوریم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow \Delta = \frac{v - 0}{2} \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

انرژی جنبشی را حساب می‌کنیم.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 50 \times (10)^2 \Rightarrow K = 2500 \text{ J}$$

۳ ۴۸۳ B

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 100 = \frac{1}{2} \times 2(t)^2 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

ابتدا لحظه t را حساب می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 10 + 0 = 20 \text{ m/s}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 50 \times (20)^2 \Rightarrow K = 10000 \text{ J}$$

انرژی جنبشی خواهد شد:

۳ ۴۸۴ B

سرعت اتومبیل را در $t = 1s$ و $t = 2s$ به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 3 \times 1 + 0 \Rightarrow v_1 = 3 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 3 \times 2 + 0 \Rightarrow v_2 = 6 \text{ m/s}$$

نسبت تغییر انرژی جنبشی‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow \frac{\Delta K_{2-1}}{\Delta K_{1-0}} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{v_1^2 - v_0^2} \Rightarrow \frac{\Delta K_{2-1}}{\Delta K_{1-0}} = \frac{36 - 9}{9 - 0} = \frac{27}{9} = 3$$

۲ ۴۸۵ B

به نمودار نگاه کنید، وقتی تندی v_1 است، انرژی جنبشی K_1 بوده و وقتی تندی

$v_1 + 4$ است، انرژی جنبشی $K_1 + 80$ می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow K_1 + 80 = \frac{1}{2}m(v_1 + 4)^2 \Rightarrow K_1 + 80 = \frac{1}{2}m(v_1^2 + 8v_1 + 16)$$

$$\Rightarrow K_1 + 80 = \frac{1}{2}mv_1^2 + 4mv_1 + 8m \Rightarrow \underbrace{\frac{1}{2}mv_1^2 + 4mv_1 + 8m}_{K_1} = 80$$

$$\xrightarrow{m=20 \text{ kg}} 4 \times 2 + 8 \times 2 + 80 = 80 \Rightarrow v_1 = 6 \text{ m/s}$$

از طرفی انرژی جنبشی به جهت حرکت بستگی ندارد، بنابراین شما باید انرژی جنبشی اولیه و نهایی را حساب کنید تا بتوانید درصد تغییرات انرژی جنبشی را به دست آورید.

انرژی جنبشی در حالت اول برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(10)^2 = 50m$$

انرژی جنبشی در حالت دوم خواهد شد:

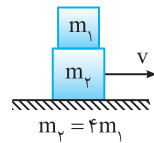
$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m(8)^2 = 32m$$

اکنون درصد تغییرات انرژی جنبشی را حساب می‌کنیم.

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{32m - 50m}{50m} \times 100 = -36\%$$

بنابراین انرژی جنبشی جسم ۳۶٪ کاهش می‌یابد.

۳ ۴۷۷ B



حالت اول: دو جسم با تندی ثابت باهم در حال حرکت‌اند و مجموع جرم آن‌ها برابر است با:

$$M = m_1 + m_2 \xrightarrow{m_2 = 4m_1} M = m_1 + 4m_1 \Rightarrow M = 5m_1$$

انرژی جنبشی در حالت اول خواهد شد:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2}(\Delta m_1)v^2 \Rightarrow K_1 = 2/5 \Delta m_1 v^2$$

حالت دوم: m_1 را از روی m_2 برمی‌داریم. یعنی تنها جرم $m_2 = 4m_1$ باقی می‌ماند

از طرفی به تندی آن ۲۰٪ اضافه می‌کنیم، یعنی تندی v بعد از افزایش خواهد شد:

$$v' = v + \frac{20}{100}v = 1.2v$$

اکنون انرژی جنبشی در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$K_2 = \frac{1}{2}m_2 v'^2 = \frac{1}{2}(4m_1)(1.2v)^2 = 2.88m_1 v^2$$

با داشتن K_1 و K_2 تغییرات انرژی جنبشی مجموعه خواهد شد:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = 2.88m_1 v^2 - 2/5 \Delta m_1 v^2 = 0.38m_1 v^2$$

درصد تغییرات انرژی جنبشی را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{0.38m_1 v^2}{2/5 \Delta m_1 v^2} \times 100 = 47.5\%$$

۳ ۴۷۸ B

با توجه به فرض مسئله:

$$K_2 = \frac{\Delta}{F} K_1, \quad v_2 = \frac{\Delta}{F} v_1 \Rightarrow \frac{1}{2}m_2 \left(\frac{\Delta}{F} v_1 \right)^2 = \frac{\Delta}{F} \left(\frac{1}{2} \right) m_1 v_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{F} m_2 = m_1 \Rightarrow m_2 = \frac{F}{\Delta} m_1 = \frac{4}{5} \times 5 = 4 \text{ kg}$$

بنابراین جرم ۱ kg کاهش یافته است.

۳ ۴۷۹ B

$$K_2 = K_1$$

انرژی جنبشی در دو حالت یکسان است.

$$v_2 = 1/25 v_1 = \frac{\Delta}{F} v_1$$

تندی موشک ۲۵٪ افزایش یافته:

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}m_1 v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 \Rightarrow m_1 \left(\frac{\Delta}{F} v_1 \right)^2 = m_1 v_1^2 \Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{\left(\frac{\Delta}{F} \right)^2} \Rightarrow m_2 = \frac{16}{25} m_1$$

$$\frac{\Delta m}{m_1} \times 100 = \frac{16}{25} \times 100 = -36\%$$

جرم ۳۶ درصد کاهش یافته است.



در این صورت، انرژی جنبشی بعد از اولین برخورد برابر $\frac{3}{5}J$ خواهد بود و به ازای هر $\frac{1}{5}J$ کاهش انرژی جنبشی، یک صفحه شیشه‌ای می‌شکند. بنابراین دو صفحه شیشه‌ای دیگر هم خواهد شکست: $\frac{3}{5}J = \frac{1}{5}J + \frac{1}{5}J$ ، $\frac{3}{5}J = \frac{1}{5}J + \frac{1}{5}J$

B ۴۹۰

خط فکری ابتدا باید به وسیله تعریف شتاب متوسط $(a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t})$ ، تندی جسم را حساب کنید، سپس انرژی جنبشی آن را به دست آورید. البته جسمی که از حال سکون شروع به حرکت می‌کند در ابتدا تندی اش صفر است. تندی جسم را حساب می‌کنیم.

$$a_{av} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{a_{av} = 4m/s^2}{t = 2/5s} \Rightarrow 4 = \frac{v - 0}{2/5} \Rightarrow v = 4m/s$$

انرژی جنبشی جسم خواهد شد:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2kg \times 4^2 = 8J$$

B ۴۹۱

شتاب جسم $a = 4m/s^2$ به ما داده شده است. همچنین تندی اولیه آن $2m/s$ است. بنابراین با توجه به تعریف شتاب می‌توانیم تندی ثانویه جسم را حساب کنیم.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{v_2 - 2}{2} = 4 \Rightarrow v_2 = 10m/s$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2kg \times 10^2 = 100J$$

دقت کردید که جهت حرکت جسم مهم نبود چون شتاب حرکت جسم را در اختیار داشتیم.

C ۴۹۲

۱ با توجه به قانون دوم نیوتون چون نیرو ثابت است، شتاب حرکت جسم هم ثابت است. با توجه به تعریف شتاب خواهیم داشت:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{v - 0}{t} = \frac{v}{t} \Rightarrow v_1 = at$$

۲ در مدت $2t$ دیگر یعنی پس از گذشت زمان $3t$ ، تندی جسم خواهد شد:

$$v_2 = a(3t)$$

اکنون انرژی جنبشی را در حالت اول و دوم می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{1}{2}ma^2(3t)^2}{\frac{1}{2}ma^2t^2} = 9 \Rightarrow K' = 9K$$

B ۴۹۳

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3}{5}m/s^2$$

ابتدا شتاب را به دست می‌آوریم:

اگر جهت مثبت را جهت مثبت محور x ها بگیریم جهت شتاب و نیرو خلاف آن بوده و منفی است:

$$a = -\frac{3}{5}m/s^2$$

چون انرژی جنبشی جسم به همان مقدار قبلی می‌رسد یعنی اینکه تندی جسم به

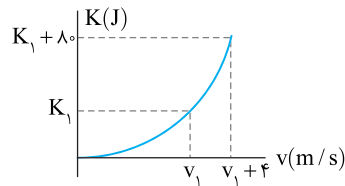
$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow -6 = -\frac{3}{5}t + 6 \Rightarrow t = 20s$$

$-6m/s$ رسیده است: $t = 20s$

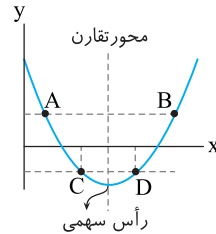
پنجره

A ۴۹۴

با توجه به تعریف کار نیروی ثابت $(W = Fd \cos \theta)$ که در آن θ زاویه بین بردار نیرو و جابه‌جایی است می‌توان مشاهده کرد که نیروی شخص بر راستای حرکت عمود است $(\theta = 90^\circ)$ و کار نیروی عمود بر مسیر، صفر است. $\cos \theta = 0 \Rightarrow W = 0$



B ۴۸۶



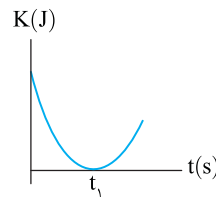
یادآوری در نمودار سهمی، خط قائمی که از رأس می‌گذرد محور تقارن سهمی است و نقاط روی نمودار که در فاصله طولی یکسانی از رأس سهمی قرار دارند، مقدار y های آن‌ها با هم برابر است. به‌طور مثال روی شکل $y_C = y_D$ و $y_A = y_B$.

به شکل نمودار دقت کنید. فاصله نقاط در لحظه‌های $t = 1s$ و $t = 2s$ تا رأس سهمی برابر است. بنابراین تندی جسم در این دو لحظه برابر است و نسبت انرژی جنبشی جسم در این دو لحظه $\frac{K_1}{K_2} = 1$ خواهد بود.

B ۴۸۷

خط فکری وقتی انرژی جنبشی یک جسم کاهش می‌یابد، حتماً تندی آن کاهش یافته است و بالعکس. بنابراین شما باید به نمودار دقت کنید و بررسی کنید که انرژی جنبشی در چه بازه‌ای کاهش می‌یابد و در چه بازه‌ای افزایش می‌یابد. از طرفی یادتان باشد انرژی جنبشی جسم به جهت حرکت بستگی ندارد. یعنی اگر انرژی جنبشی جسم کاهش یابد و جسم متوقف شود و مجدداً در هر جهتی شروع به حرکت کند، چون تندی اش زیاد می‌شود، انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد.

به نمودار دقت کنید. در بازه زمانی صفر تا t_1 انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد و سرانجام در لحظه t_1 صفر می‌شود، یعنی تندی متحرک صفر می‌شود. بعد از لحظه t_1 مجدداً جسم شروع به حرکت کرده و انرژی جنبشی جسم زیاد می‌شود. یعنی تندی جسم افزایش می‌یابد اما اینکه در چه جهتی شروع به حرکت کرده است معلوم نیست، ممکن است پس از توقف در همان جهت اولیه به حرکت درآید و یا در خلاف جهت اولیه شروع به حرکت کرده باشد و یا در جهت دیگری. بنابراین گزینه (۱) و (۲) هر دو می‌توانند صحیح باشند.



B ۴۸۸

با توجه به تعریف تندی که برابر مسافت طی‌شده بر زمان است و اینکه در مدت زمان یکسان اتومبیل A چهار دور و اتومبیل B یک دور مسیر را طی می‌کند، بنابراین اگر مسافت B برابر d باشد مسافت طی‌شده A، برابر $4d$ است از این رو:

$$v_A = \frac{4d}{t}, v_B = \frac{d}{t} \Rightarrow v_A = 4v_B$$

حال می‌توان نسبت $\frac{K_A}{K_B}$ را حساب کرد:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{1}{2}m_A v_A^2}{\frac{1}{2}m_B v_B^2} = \frac{m(4v_B)^2}{m v_B^2} = \frac{16mv_B^2}{mv_B^2} = 16$$

C ۴۸۹

پس از برخورد و شکستن اولین صفحه شیشه‌ای، انرژی جنبشی مصرف‌شده خواهد شد:

$$K_1 - K_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100J$$

بنا به تعریف کار خواهیم داشت:

$$W = Fd \cos \theta \xrightarrow{\theta = 30^\circ, \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}} W = \frac{\sqrt{3}}{2} Fd$$

$$W = Fd' \cos \theta' \xrightarrow{\theta' = 53^\circ, \cos 53^\circ = 4/5} W = 4/5 Fd'$$

کارها را برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} Fd = 4/5 Fd' \Rightarrow \frac{d'}{d} = \frac{\sqrt{3}}{4/5} \Rightarrow \frac{d'}{d} = \frac{\sqrt{3}}{1/2} \Rightarrow \frac{d'}{d} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

۲ ۴۹۹

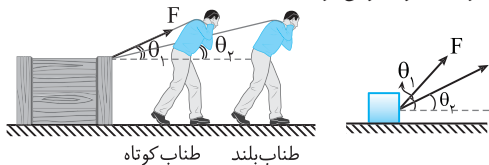
خط فکری جهت نیروی وارد بر جسم و جهت حرکت آن در این مسأله مشخص نیست، بنابراین زاویه بین نیرو و جابه‌جایی از $\theta = 0^\circ$ تا $\theta = 180^\circ$ می‌تواند تغییر کند بنابراین شما کار این نیرو را باید یک بار با زاویه $\theta = 0^\circ$ و بار دیگر با زاویه $\theta = 180^\circ$ حساب کنید تا مشخص شود کار این نیرو بین چه مقدارهایی می‌تواند قرار گیرد. سپس گزینه‌ها را با این بازه مقایسه کنید. بنا به تعریف کار نیروی ثابت می‌توان نوشت:

$$W = Fd \cos \theta \xrightarrow{\substack{F = 12 \text{ N} \\ d = 4 \text{ m}}} \begin{cases} \theta = 0^\circ \Rightarrow \cos \theta = 1 \Rightarrow W = 12 \times 4 \times 1 = 48 \text{ J} \\ \theta = 180^\circ \Rightarrow \cos \theta = -1 \Rightarrow W = 12 \times 4 \times (-1) = -48 \text{ J} \end{cases}$$

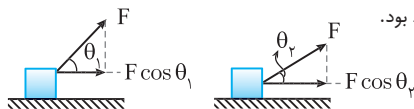
بنابراین کار نیروی F می‌تواند بین دو مقدار $-48 \leq W \leq 48$ باشد و تنها گزینه (۲) بین این دو مقدار است.

۲ ۵۰۰

به دو شکل رسم شده خوب دقت کنید. هرچه طناب بلندتر باشد، هنگام کشیدن جسم، زاویه بین نیرو و امتداد جابه‌جایی کوچک‌تر می‌شود. هرچه زاویه بین نیرو و جابه‌جایی کوچک‌تر، کسینوس آن بزرگ‌تر می‌شود و با توجه به تعریف کار $W = Fd \cos \theta$ ، کار انجام شده توسط F بزرگ‌تر می‌شود.

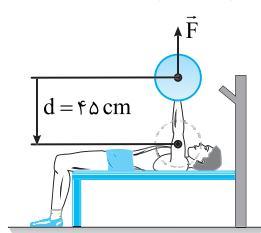


البته دقت کنید اگر نیروی F را در دو حالت تجزیه کنید، مؤلفه افقی در حالت دوم بزرگ‌تر خواهد بود.



۲ ۵۰۱

خط فکری با توجه به تعریف کار نیروی ثابت $W = Fd \cos \theta$ و با توجه به شکل هنگام پایین آمدن وزنه، نیروی شخص وارد بر وزنه رو به بالا و جابه‌جایی رو به پایین است ($\theta = 180^\circ$) و کار نیروی شخص منفی است اما نیروی وزن رو به پایین بوده و زاویه بین نیروی وزن و جابه‌جایی $\theta = 0^\circ$ است بنابراین کار نیروی وزن مثبت است.



ورزشکار وزنه را یکنواخت پایین آورده یعنی نیروی خالص وارد بر وزنه صفر است و نیروی وزن وزنه با نیروی شخص هم‌اندازه است ($F = W$). با توجه به این مطالب می‌توانید کار نیروی وزن و کار نیروی شخص را حساب کنید.

کار نیروی وزن برابر است با:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow W_W = mgd \cos 0^\circ \Rightarrow W_W = 60 \times 10 \times 45 \Rightarrow W = 270 \text{ J}$$

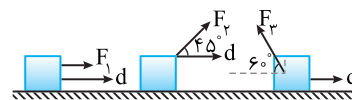
کار نیروی شخص را حساب می‌کنیم. البته می‌دانیم که اندازه F و W یکی است، یعنی $F = mg = 270 \text{ N}$ بنابراین:

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 60 \times 10 \times 45 \times (-1) = -270 \text{ J}$$

۱ ۴۹۵

کار تک‌تک نیروها را در هر شکل به دست می‌آوریم.

$$W = Fd \cos \theta \begin{cases} F_1 \rightarrow W_1 = F_1 d \cos 0^\circ \Rightarrow W_{F_1} = F_1 d \\ F_2 \rightarrow W_2 = F_2 d \cos 45^\circ \Rightarrow W_{F_2} = \frac{\sqrt{2}}{2} F_2 d \\ |F_1| = \sqrt{2} F_2 \rightarrow W_{F_2} = F_1 d \\ F_3 \rightarrow W_3 = F_3 d \cos (12^\circ) \xrightarrow{\substack{\cos 12^\circ = -\cos 6^\circ = -1/2 \\ |F_3| = \sqrt{2} F_1}} W_{F_3} = -\frac{\sqrt{2}}{2} F_1 d \Rightarrow W_{F_3} = -\frac{\sqrt{2}}{2} W_{F_1} \Rightarrow W_{F_3} = -\sqrt{2} W_{F_2} \end{cases}$$



بنابراین خواهیم داشت: $W_{F_1} = W_{F_2} = -\sqrt{2} W_{F_3}$

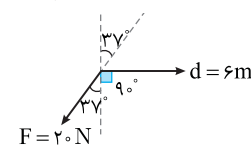
۴ ۴۹۶

خط فکری اندازه جابه‌جایی در هر دقیقه را در اختیار دارید و می‌توانید جابه‌جایی را در هر ثانیه و سپس در ۱۰S به دست بیاورید. البته با توجه به اینکه روی شکل زاویه 90° برابر 3α شده است، بنابراین زاویه بین F و d نیز مشخص است. پس به سراغ حل مسأله بروید جابه‌جایی در مدت $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ برابر 120 متر است. پس در هر ثانیه، جابه‌جایی $\frac{120}{60} = 2 \text{ m}$ و در 10 s جابه‌جایی $d = 2 \times 10 = 20 \text{ m}$ خواهد بود. زاویه بین نیرو و جابه‌جایی خواهد شد: اکنون کار قابل محاسبه است:

$$W = Fd \cos \theta \xrightarrow{\cos 3^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}} W = 4 \times 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow W = 40\sqrt{3} \text{ J}$$

۱ ۴۹۷

خط فکری برای یافتن کار باید زاویه بین جهت بردار نیرو و جهت بردار جابه‌جایی را به دست آوریم. مطابق شکل نیروی F را امتداد می‌دهیم تا زاویه بین d و F به دست آید.



به شکل نگاه کنید. جسم را به صورت یک نقطه فرض کرده‌ایم و بردار F را از آن نقطه رسم می‌کنیم. زاویه بین بردار d و F برابر $(90 + 37)$ است. از این رو می‌توان نوشت:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow W = 20 \times 6 \times \cos(90 + 37) \xrightarrow{\cos(90 + 37) = -\sin 37} W = 20 \times 6 \times (-4/5) \Rightarrow W = -72 \text{ J}$$

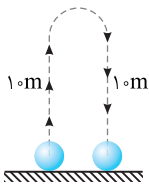
۳ ۴۹۸

خط فکری مسأله ساده‌ای است. ابتدا زاویه بین نیرو و جابه‌جایی 30° است و پس از آنکه نیرو 23° پادساعتگرد در همان صفحه بچرخد زاویه بین نیرو و جابه‌جایی $30 + 23 = 53^\circ$ می‌شود. البته یک مطلب

ریاضی که باید برای حل مسئله بدانیم سینوس و کسینوس زاویه‌های متمم با هم برابرند یعنی $\cos 53^\circ$ با $\sin 37^\circ$ و $\cos 30^\circ$ با $\sin 60^\circ$... برابر است، بنابراین کار در هر دو حالت را بیابید و با توجه به فرض مسأله آن‌ها را برابر قرار دهید.



۲ ۵۰۷ A

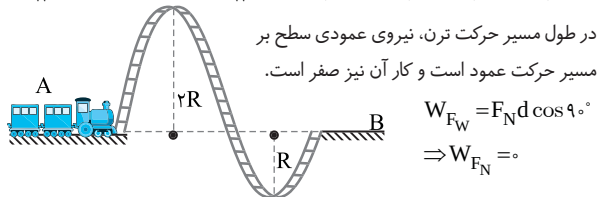


دقت کنید کار در کل مسیر یعنی جسم به محل اول خود بازگردد. کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم نقطه ابتدایی و انتهایی بستگی دارد که در این مسأله فاصله نقطه نقطه ابتدایی و انتهایی از هم صفر است، بنابراین کار نیروی وزن صفر خواهد بود. $(W_W = 0)$. اما کار نیروی مقاومت هوا به مسیر بستگی دارد و برای به دست آوردن کار نیروی مقاومت هوا در کل مسیر باید نیروی مقاومت هوا را در مسافتی که گلوله طی کرده (2.0m) ضرب کرد البته نیروی مقاومت هوا همواره در خلاف جهت حرکت گلوله است و کار آن منفی است.

$$W_F = -2 \times 20 = -40 \text{ J}$$

۳ ۵۰۸ A

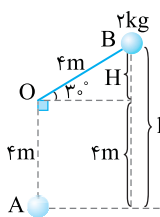
به مسیر نگاه کنید، در طول مسیر ترن از نقطه A به نقطه B می‌رود و ارتفاع قائم B نسبت به A صفر است، بنابراین کار نیروی وزن صفر است. $W_W = mgh \xrightarrow{h=0} W_W = 0$



در طول مسیر حرکت ترن، نیروی عمودی سطح بر مسیر حرکت عمود است و کار آن نیز صفر است.

$$W_{F_W} = F_N d \cos 90^\circ \Rightarrow W_{F_N} = 0$$

۱ ۵۰۹ A



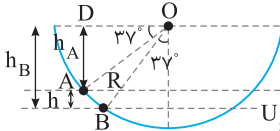
خط فکری باید ارتفاع نقطه ابتدایی و انتهایی را به دست بیاورید. جسم به پایین آمده و کار نیروی وزن مثبت است، بنابراین باید به سراغ ریاضی برویم. به شکل نگاه کنید. ابتدا ارتفاع BH را در مثلث OBH به کمک سینوس زاویه 30° به دست می‌آوریم.

$$\sin 30^\circ = \frac{BH}{OB} \Rightarrow BH = OB \sin 30^\circ \Rightarrow BH = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ m}$$

ارتفاع h خواهد شد:

$$W_W = mgh = 2 \times 10 \times 6 = 120 \text{ J}$$

۱ ۵۱۰ A



به دقت به شکل نگاه کنید. ابتدا به کمک مثلثات h_A و h_B را که روی شکل مشخص کرده‌ایم، به دست می‌آوریم.

$$\sin 37^\circ = \frac{h_A}{OA} \xrightarrow{OA=R} h_A = R \sin 37^\circ \Rightarrow h_A = \frac{5}{4} \times \frac{3}{5} = 21 \text{ cm}$$

$$\sin 53^\circ = \frac{h_B}{OB} \xrightarrow{OB=R} h_B = R \sin 53^\circ \Rightarrow h_A = \frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = 28 \text{ cm}$$

اکنون مقدار جابه‌جایی m را در راستای قائم از A تا B حساب می‌کنیم.

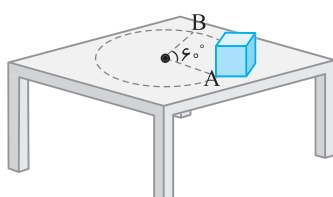
$$h = h_B - h_A \Rightarrow h = 28 - 21 \Rightarrow h = 7 \text{ cm}$$

$$W_g = mgh = 0.1 \times 10 \times 0.07 \text{ m} = 0.07 \text{ J}$$

کار نیروی وزن خواهد شد:

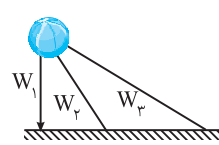
۲ ۵۱۱ A

خط فکری کار نیروی اصطکاک به مسیر حرکت و مسافت طی شده جسم بستگی دارد و در حرکت این جعبه، کار



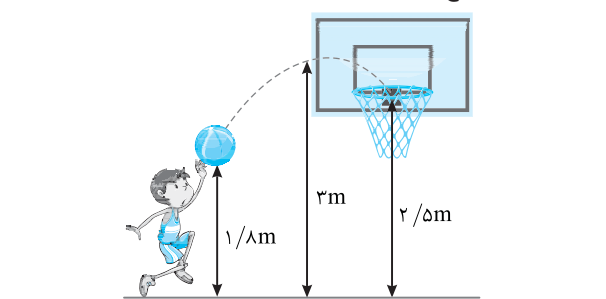
نیروی اصطکاک منفی است، بنابراین مسافت طی شده روی محیط دایره را حساب کنید و کار نیروی اصطکاک را در این مسافت به دست آورید.

۴ ۵۰۲ A



خط فکری مهم‌ترین مطلب درباره کار نیروی وزن این است که کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم دو نقطه ابتدایی و انتهایی مسیر بستگی دارد $(W_1 = W_2 = W_3)$. اگر جسم بالا برود، کار نیروی وزن منفی است و اگر جسم پایین بیاید، کار نیروی وزن مثبت است، بنابراین در حل این مسأله باید ارتفاع نقطه پرتاب تا حلقه را حساب کنیم.

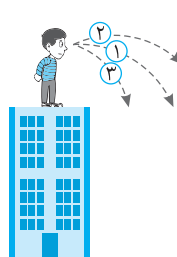
$$h = 2/5 - 1/8 = 0/7 \text{ m}$$



کار نیروی وزن منفی است زیرا ارتفاع توپ تا رسیدن به حلقه زیاد شده است، بنابراین خواهیم داشت:

$$W_W = -mgh \Rightarrow W_W = -1 \times 10 \times 0/7 \Rightarrow W_W = -7 \text{ J}$$

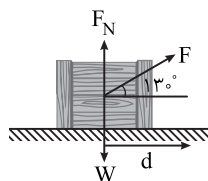
۱ ۵۰۳ A



یادآوری کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و برابر $W_W = \pm mgh$ است. علامت مثبت برای وقتی است که جسم پایین می‌آید و علامت منفی برای وقتی است که جسم بالا می‌رود و منظور از h فاصله قائم بین نقطه ابتدایی و انتهایی مسیر است. سه توپ دارای جرم یکسان بوده و از یک نقطه پرتاب شده‌اند، بنابراین برای هر سه توپ کار نیروی وزن $W_W = mgh$ خواهد بود و $W_1 = W_2 = W_3$ است.

۴ ۵۰۴ A

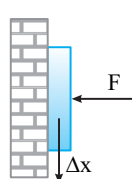
خط فکری هرگاه بردار نیرو بر بردار جابه‌جایی جسم عمود باشد، کار نیرو صفر است، بنابراین باید بررسی کنید که در جابه‌جایی این جسم کدام نیروها بر مسیر حرکت عمود هستند. در جابه‌جایی روی سطح افقی، نیروی وزن بر مسیر حرکت عمود است و کار نیروی وزن صفر است.



$$\theta = 90^\circ \Rightarrow \cos \theta = 0 \Rightarrow W_W = 0$$

به شکل نگاه کنید. نیروی عمودی سطح (F_N) نیز بر مسیر عمود است، بنابراین کار آن نیز صفر است.

۲ ۵۰۵ A



جابه‌جایی جسم در مدت ۵s برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = 4 \times 5 = 20 \text{ m}$$

نیروی F بر جابه‌جایی عمود است. پس:

$$W_F = 0$$

کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_g = mg \Delta x = 20 \times 20 = 400 \text{ J}$$

۲ ۵۰۶ A

کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و برابر است با:

$$W_{mg} = mgh = 2 \times 10 \times 10 \Rightarrow W_{mg} = 200 \text{ J}$$

۳ ۵۱۶ B

برای به دست آوردن جابه‌جایی در امتداد محور y از کار نیروی F_y استفاده می‌کنیم.

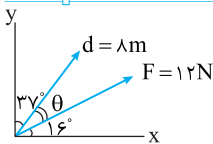
$$W_y = F_y d_y \Rightarrow 20 = 4 d_y \Rightarrow d_y = 5 \text{ m}$$

به کمک کار نیروی F_x جابه‌جایی در امتداد محور x را به دست می‌آوریم.

$$W_x = F_x d_x \Rightarrow 30 = 3 d_x \Rightarrow d_x = 10 \text{ m}$$

$$W_1 = F_1 d_1 = 10 \times 10 = 100 \text{ J}$$

کار نیروی $\vec{F}_1 = 10 \text{ N} \hat{i}$ خواهد شد:



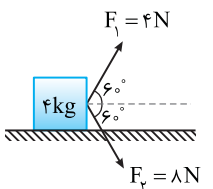
به دقت به شکل نگاه کنید. زاویه بین نیرو و جابه‌جایی برابر است با:

$$\theta = 90 - (37 + 16) \Rightarrow \theta = 37^\circ$$

بنابراین کار نیروی F در این جابه‌جایی خواهد شد:

$$W = F d \cos \theta \Rightarrow W = 12 \times 8 \times \cos 37^\circ = 12 \times 8 \times 0.8 = 76.8 \text{ J}$$

۱ ۵۱۷ B



خط فکری کار تک‌تک نیروها را باید حساب کرده و با هم جمع کنیم. کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر حرکت عمودند، در این جابه‌جایی صفر است. بنابراین شما کافی است کار نیروی F_1 و کار نیروی F_N را حساب کرده و با هم جمع کنید.

کار نیروی F_1 برابر است با:

$$W_{F_1} = F_1 d \cos \theta_1 \Rightarrow W_{F_1} = 4 \times 4 \times \cos 60^\circ = 8 \text{ J}$$

$$W_{F_N} = F_N d \cos \theta_2 \Rightarrow W_{F_N} = 4 \times 4 \times \cos 90^\circ = 0 \text{ J}$$

$$W_t = 8 + 0 = 8 \text{ J}$$

۴ ۵۱۹ C

خط فکری کار نیروی F در امتداد محور x ها برابر $F_x d_x$ و در امتداد محور y ها برابر $F_y d_y$ است. بنابراین شما باید جابه‌جایی روی هریک از محورها را حساب کنید سپس کار در راستای هر محور را به دست آورده و با هم برابر قرار دهید.

$$d_x = B_x - A_x = a - (-4) = a + 4$$

$$W_x = F_x d_x \Rightarrow W_x = -12(a + 4) \quad (1)$$

$$d_y = B_y - A_y = 2a - (-6) = 2a + 6$$

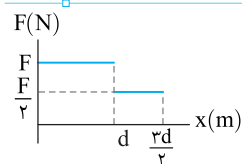
$$W_y = F_y d_y \Rightarrow W_y = 8(2a + 6) \quad (2)$$

اکنون با توجه به رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$W_x = W_y \Rightarrow -12(a + 4) = 8(2a + 6) \Rightarrow -3(a + 4) = 2(2a + 6)$$

$$\Rightarrow -3a - 12 = 4a + 12 \Rightarrow -7a = 24 \Rightarrow a = -\frac{24}{7}$$

۲ ۵۲۰ B



ابتدا کار در جابه‌جایی صفر تا d و سپس در جابه‌جایی d تا $\frac{3d}{2}$ را حساب کرده مجموع آن‌ها را برابر 20 J قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} W_{0 \rightarrow d} &= F d \\ W_{d \rightarrow \frac{3d}{2}} &= \left(\frac{F}{2}\right) \times \left(\frac{d}{2}\right) \\ W &= W_{0 \rightarrow d} + W_{d \rightarrow \frac{3d}{2}} = F d + \frac{F d}{4} \\ W &= 20 \text{ J} \Rightarrow \frac{5 F d}{4} = 20 \Rightarrow F d = 16 \end{aligned}$$

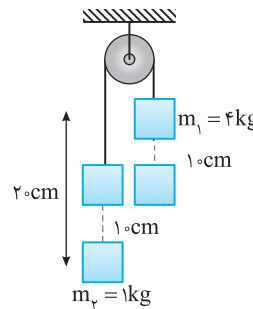
طول مسیر حرکت از A تا B برابر $\frac{360}{6} = \frac{1}{6}$ محیط دایره است.

$$L = \frac{1}{6} (2\pi r) \Rightarrow L = \frac{1}{6} (2\pi \times 0.45) = \frac{15}{100} \pi$$

$$W_F = -2 \times \frac{15}{100} \pi = -\frac{3}{10} \pi \text{ J}$$

کار نیروی اصطکاک خواهد شد:

۴ ۵۱۲ C



خط فکری وقتی وزنه‌ها را رها می‌کنید، وزنه 4 kg پایین می‌آید و وزنه 1 kg بالا می‌رود و وقتی از کنار هم می‌گذرند وزنه 4 kg ، 10 cm پایین می‌آید و وزنه 1 kg ، 10 cm بالا می‌رود. کار نیروی وزن وزنه 4 kg مثبت و کار نیروی وزن وزنه 1 kg منفی است. زیرا وزنه 4 kg پایین می‌آید و وزنه 1 kg بالا می‌رود، بنابراین کار نیروی وزن را برای هر وزنه حساب کنید و با هم جمع کنید.

$$W_1 = +m_1 g h = 4 \times 10 \times 0.1 = 4 \text{ J}$$

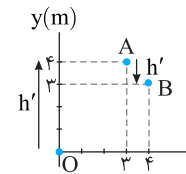
$$W_2 = -m_2 g h = -1 \times 10 \times 0.1 = -1 \text{ J}$$

$$W_W = 4 + (-1) = 3 \text{ J}$$

کار نیروی وزن وارد بر وزنه 4 kg برابر است با: $W_1 = +m_1 g h = 4 \times 10 \times 0.1 = 4 \text{ J}$
کار نیروی وزن وارد بر وزنه 1 kg برابر است با: $W_2 = -m_2 g h = -1 \times 10 \times 0.1 = -1 \text{ J}$
کار نیروی وزن وارد بر مجموعه خواهد شد:

۲ ۵۱۳ B

خط فکری برای یافتن کار نیروی وزن بین دو نقطه، باید ارتفاع قائم این دو نقطه از یکدیگر را پیدا کنید و کار نیروی وزن $(W = \pm mgh)$ را به دست بیاورید.



با پرتاب توپ از مبدأ $O(0,0)$ وقتی توپ از نقطه $A(3,4)$ می‌گذرد، در امتداد قائم 4 متر بالا رفته است و کار نیروی وزن در جابه‌جایی OA منفی و برابر است با:

$$W = -mgh \xrightarrow{m=0.5 \text{ kg}} W_{W_{O \rightarrow A}} = -0.5 \times 10 \times 4$$

$$\Rightarrow W_W = -20 \text{ J}$$

در جابه‌جایی از A تا B جسم در امتداد محور قائم از 4 m به 3 m می‌رود یعنی به اندازه $h' = 1 \text{ m}$ پایین می‌آید در این صورت کار نیروی وزن مثبت و برابر است با:

$$W = +mgh' \Rightarrow W_{W_{A \rightarrow B}} = 0.5 \times 10 \times 1 \Rightarrow W_{W_{A \rightarrow B}} = +5 \text{ J}$$

۲ ۵۱۴ B

کار مؤلفه $F_y = 30 \text{ N}$ که بر مسیر عمود است صفر است و نیروی $F_x = 40 \text{ N}$ که در جهت حرکت است، کار انجام می‌دهد. بنابراین:

$$W = F_x d \Rightarrow W = 40 \times 1 = 40 \text{ J}$$

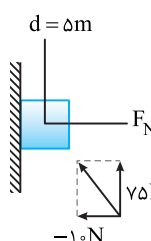
بازی با سؤال نیروی $\vec{F} = (30 \text{ N})\hat{i} + (40 \text{ N})\hat{j}$ به جسمی به جرم 5 kg وارد می‌شود و آن را روی سطح افقی به اندازه $\Delta \vec{x} = (6 \text{ m})\hat{i}$ جابه‌جا می‌کند.

کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی چند ژول است؟

- ۱۸۰ (۱) ۲۴۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۴۲۰ (۴)

گزینه ۱

۱ ۵۱۵ B



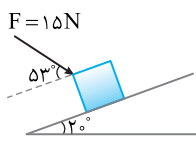
بردار جابه‌جایی با توجه به داده‌های مسئله برابر است با:

$$\vec{d} = 5 \hat{j}$$

مؤلفه افقی نیرو $F_x = -10 \text{ N}$ بر مسیر حرکت عمود است و کار آن صفر است. بنابراین کار نیروی F برابر کار مؤلفه قائم آن $F_y = 15 \text{ N}$ در جابه‌جایی 5 m متر است.

$$W_F = F_y d_y = 15 \times 5 = 75 \text{ J}$$

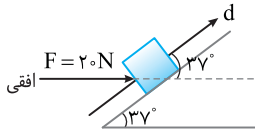
اما کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر حرکت عمود است در این جابه‌جایی صفر است.



بازی با سوال: جسمی را از پایین سطح شیب‌داری مطابق شکل با نیروی $F = 15 \text{ N}$ بالا می‌بریم. در بازه‌ای که جسم ۲ متر جابه‌جا می‌شود، کار نیروی F چند ژول است؟

- ۱۸ (۱) ۱/۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) **گزینه ۱**

B ۱ ۵۲۵



به شکل دقت کنید. با توجه به قضیه خطوط موازی و مورب زاویه بین نیرو و جابه‌جایی $\theta = 37^\circ$ است. بنابراین کار نیروی F در جابه‌جایی ۴ متر روی سطح برابر است با:

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 20 \times 4 \times \cos 37^\circ \Rightarrow W_F = 20 \times 4 \times 0.8 = 64 \text{ J}$$

A ۴ ۵۲۶

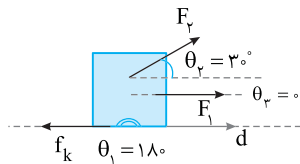
کار کل برابر کار تک‌تک نیروهای وارد بر جعبه است:

$$f_k d \cos \theta_1 = 30 \times 10 \times \cos 180^\circ = -300 \text{ J}$$

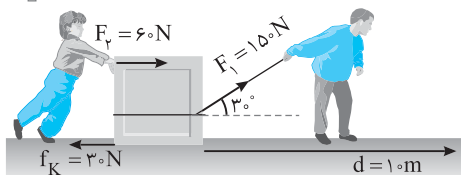
$$F_1 \text{ کار نیروی } F_1 = F_1 d \cos \theta_2 = 150 \times 10 \times \cos 30^\circ = 750\sqrt{3} = 1275 \text{ J}$$

$$F_2 \text{ کار نیروی } F_2 = F_2 d \cos \theta_3 = 60 \times 10 \times \cos 0^\circ = 600 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_t = -300 + 600 + 1275 = 1575 \text{ J}$$



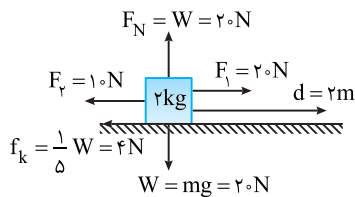
بازی با سوال: شکل زیر پدر و پسر را در حال جابه‌جا کردن یک جعبه سنگین روی سطحی هموار نشان می‌دهد. نیروی F_1 را پدر و نیروی F_2 را پسر به جسم وارد می‌کنند و f_k نیز نیروی اصطکاک جنبشی است. کار کل چند ژول است؟ ($\sqrt{3} = 1.7$)



- ۲۱۷۵ (۱) ۱۵۷۵ (۲) ۱۲۴۵ (۳) ۸۷۵ (۴) **گزینه ۲**

A ۴ ۵۲۷

کار تک‌تک نیروها را به‌دست می‌آوریم و سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم تا کار کل به‌دست آید.



۱ کار نیروی وزن (W) و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) که بر مسیر عمود هستند صفر است.

۲ کار نیروی F_1 را حساب می‌کنیم.

$$W_F = Fd \cos \theta \xrightarrow{\theta=0^\circ} W_F = 20 \times 2 \times \cos 0^\circ = 40 \text{ J}$$

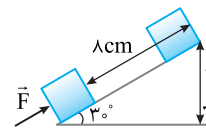
اکنون به سراغ کار در جابه‌جایی صفر تا $\frac{d}{2}$ می‌رویم. در این جابه‌جایی نیروی وارد بر جسم F است.

$$W_{\frac{d}{2}} = F \times \frac{d}{2} \xrightarrow{Fd=16} W_{\frac{d}{2}} = \frac{16}{2} = 8 \text{ J}$$

B ۳ ۵۲۱

نیروی F_1 با راستای جابه‌جایی زاویه θ می‌سازد و کار آن $W_1 = F_1 d \cos \theta$ است. نیروی F_2 هم‌راستای جابه‌جایی است ($\cos \theta = 1$) پس $W_2 = F_2 d$ و نیروی F_3 عمود بر راستای جابه‌جایی ($\cos \theta = 0$) و کار حاصل از آن $W_3 = 0$ است. برای مقایسه W_1 و W_2 دقت کنید که $\cos \theta$ در شکل (۱) از یک کمتر است و حاصل $F_1 d \cos \theta$ کوچک‌تر از $F_2 d$ می‌شود بنابراین $W_1 < W_2$ خواهد بود.

B ۳ ۵۲۲



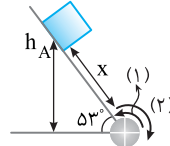
کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و برابر $W_W = \pm mgh$ است که در آن h فاصله قائم بین دو نقطه ابتدایی و انتهایی است بنابراین ابتدا ارتفاعی که جسم بالا می‌رود را حساب می‌کنیم.

طول ضلع مقابل به زاویه 30° برابر نصف وتر است یعنی $h = \frac{A}{2} = 4 \text{ m}$ است از این‌رو

کار نیروی وزن خواهد شد:

$$W_W = mgh \xrightarrow{m=0.15 \text{ kg}} W_W = 0.15 \times 9.8 \times 4 \Rightarrow W_W = 5.88 \text{ J}$$

B ۳ ۵۲۳



خط فکری: دقت کنید کار نیروی وزن کاهش یافته است بنابراین در تنظیم جدید باید فاصله نقطه A از سطح زمین کم شده باشد، زیرا هرچه جسم از ارتفاع کمتری رها شود کار نیروی وزن کوچک‌تر خواهد شد. بنابراین باید سطح شیب‌دار را در سوی (۱) بچرخانیم اما حل مسأله چگونه است، کافی است در دو حالت کار نیروی وزن را حساب کنیم. حالت اول: ابتدا ارتفاع A را به‌دست می‌آوریم.

$$\sin 53^\circ = \frac{h_A}{x} \Rightarrow h_A = x \sin 53^\circ \Rightarrow h_A = 0.8x$$

$$W_W = +mgh_A \Rightarrow W_W = mg(0.8x) \quad (1)$$

$$W'_W = mgh'_A \quad (2)$$

با توجه به فرض مسأله کار نیروی وزن ۳۷/۵ درصد کاهش یافته است یعنی:

$$W'_W = W_W - \frac{37.5}{100} W_W \Rightarrow W'_W = \frac{62.5}{100} W_W$$

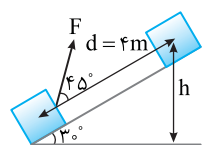
$$mgh'_A = \frac{62.5}{100} (mg)(0.8x) \Rightarrow h'_A = \frac{x}{2} \xrightarrow{h'_A = x \sin \alpha'} \sin \alpha' = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha' = 30^\circ$$

بنابراین زاویه از 53° باید به 30° تغییر کند یعنی سطح شیب‌دار به اندازه 23° پادساعتگرد و در سوی (۱) بچرخد.

B ۲ ۵۲۴

ابتدا باید جابه‌جایی جسم روی سطح شیب‌دار را به کمک زاویه 30° حساب کنیم.



$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow d = \frac{h}{\sin 30^\circ} \Rightarrow d = \frac{2}{1} = 4 \text{ m}$$

زاویه بین نیرو F و جابه‌جایی 45° است و کار نیروی F خواهد شد:

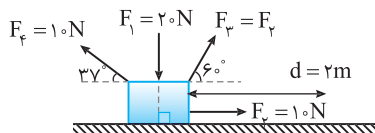
$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 15 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 30\sqrt{2} \text{ J}$$

۳ ۵۳۱ B

کار یک نیروی ثابت از رابطه $W = Fd \cos \theta$ به دست می آید که θ زاویه بین نیرو و جابه جایی می باشد. کار نیروی F_y و F_x را حساب می کنیم.

$$W_{F_y} = F_y d \cos \theta \xrightarrow{\theta=0^\circ} W_{F_y} = 20J$$

$$W_{F_x} = F_x d \cos \theta \xrightarrow{\theta=60^\circ} W_{F_x} = 10J$$



کار نیروی F_x ، $10J$ ، و نصف کار نیروی F_y ($20J$) است. بنابراین گزاره (الف) درست است. نیروی F_1 بر مسیر حرکت عمود است پس $\theta = 90^\circ$ و $\cos 90^\circ = 0$ می شود. پس کار نیروی F_1 صفر است ($W_{F_1} = 0$) و گزاره (ب) درست است. کار نیروی F_y را به دست می آوریم:

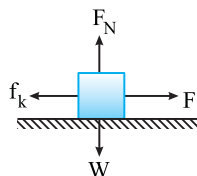
$$W_{F_y} = 10 \times 2 \times \cos 143^\circ \Rightarrow W_{F_y} = 10 \times 2 \times \cos (180^\circ - 37^\circ) = -16J$$

کار کل برابر مجموع کار تک تک نیروهاست، از این رو:

$$W_t = W_{F_1} + W_{F_y} + W_{F_x} + W_{F_y} = 0 + 20 + 10 - 16 = 14J$$

کار کل برابر $14J$ است و گزاره (پ) نادرست است. بنابراین پاسخ گزینه (۳) است.

۳ ۵۳۲ B



خط فکری قبل از حل این مسئله به شکل زیر دقت کنید و سپس کار کل را در این مسئله بررسی می کنیم:

$$W_t = W_W + W_{F_N} + W_F + W_{f_k}$$

کار نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه گاه بر مسیر حرکت عمود هستند و اندازه آنها در این جابه جایی صفر است، بنابراین خواهیم داشت:

$$W_t = W_F + W_{f_k} \Rightarrow W_t = Fd \cos 0^\circ + f_k d \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow W_t = Fd - f_k d = (F - f_k) d$$

F_{net}

اما $F - f_k$ نیروی خالص وارد بر این جسم است، بنابراین کار کل برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است.

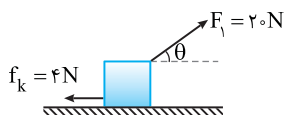
$$W_t = W_{F_{net}}$$

اکنون مسیر حل مسئله مشخص است.

کار نیروی برابند یعنی کار کل $30J$ است. بنابراین می توان نوشت:

$$W_t = W_{F_N} + W_W + W_{F_1} + W_{f_k} \Rightarrow W_t = F_1 d \cos \theta + f_k d \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow 30 = 20 \times 5 \times \cos \theta + 4 \times 5 \times (-1) \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$



۱ ۵۳۳ C

نکته هرگاه یک جسم تحت تأثیر چند نیروی ثابت از حال سکون به حرکت درآید، جسم در جهت نیروی برابند (خالص) حرکت خواهد کرد و زاویه بین نیروی برابند و جهت حرکت جسم صفر است ($\theta = 0$).

خط فکری مجموع جبری کار نیروهای وارد بر جسم برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است، بنابراین شما ابتدا باید نیروی خالص را حساب کنید سپس اندازه این نیرو را به دست آورید و در آخر کار این نیرو را در جابه جایی Δm حساب کنید.

۳ کار نیروی F_y برابر است با:

$$W_{F_y} = F_y d \cos \theta_y = 10 \times 2 \times \cos 180^\circ \Rightarrow W_{F_y} = -20J$$

۴ نیروی اصطکاک جنبشی $\frac{1}{5}$ نیروی وزن است یعنی:

$$f_k = \frac{1}{5} W = \frac{1}{5} \times 20 \Rightarrow f_k = 4N$$

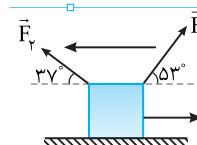
کار نیروی اصطکاک برابر است با:

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ \Rightarrow W_{f_k} = 4 \times 2 \times (-1) = -8J$$

۵ کار کل خواهد شد:

$$W_t = W_{F_1} + W_{F_y} + W_W + W_{f_k} + W_{F_N} = 40 + (-20) + (-8) \Rightarrow W_t = 12J$$

۴ ۵۳۸ B



کار کل برابر مجموع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم است. بنابراین:

$$W_t = W_{F_1} + W_{F_y} + W_{f_k} + W_{F_N} + W_W$$

کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی تکیه گاه (F_N) در این جابه جایی صفر است، زیرا بر مسیر عمودند. با توجه به فرض مسئله نیروی F_1 خلاف جهت حرکت و منفی بوده

$$W_{F_1} = -\frac{1}{2} W_t \quad \text{و نیروی } F_y \text{ در جهت حرکت و مثبت است: } W_{F_y} = 2W_t$$

بنابراین می توان نوشت:

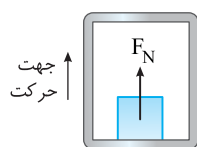
$$W_t = -\frac{1}{2} W_t + 2W_t + W_{f_k} \Rightarrow W_t = \frac{1}{5} W_t + W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -\frac{1}{2} W_t$$

۱ ۵۳۹ B

کار کل مجموع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم است.

$$W_t = W_1 + W_2 + W_3 \Rightarrow 50 = 30 + (-70) + W_3 \Rightarrow W_3 = 90J$$

۴ ۵۴۰ B



تک تک گزینه ها را بررسی می کنیم:
وقتی جسمی در یک آسانسور قرار دارد و آسانسور رو به بالا حرکت می کند، نیروی عمودی تکیه گاه کف آسانسور جسم را به بالا می برد و کار نیروی عمودی تکیه گاه صفر نخواهد بود.

نتیجه کار نیروی عمودی تکیه گاه می تواند صفر و یا غیر صفر باشد، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

اگر یک جسم را روی یک ورقه کاغذ قرار دهید و کاغذ را بر سطح صاف میز بکشید، عامل حرکت جسم نیروی اصطکاک بین جسم و کاغذ است که این نیرو در جهت جابه جایی جسم است و کار نیروی اصطکاک در این حالت مثبت است.

نتیجه کار نیروی اصطکاک می تواند مثبت و یا منفی باشد، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

مجموع جبری کار نیروهای وارد بر جسم با کار کل برابر است و گزینه (۳) نیز نادرست است.

$$W_t = W_1 + W_2$$

اگر جسمی تحت تأثیر چند نیرو با سرعت ثابت در حرکت باشد، مجموع جبری کار نیروهای وارد بر آن صفر است. به طور مثال اگر شما وزنه $2kg$ را با سرعت ثابت تا ارتفاع یک متری بالا ببرید، بر وزن دو نیرو وارد می شود. یکی نیروی وزن $W = mg = 20N$ دیگری نیروی دست شما که با نیروی وزن برابر است ($F = 20N$) زیرا جسم دارای سرعت ثابت است.

$$W_W = -mgh \Rightarrow W_W = -20J$$

در این حالت کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_F = 20 \times 1 = +20J$$

و کار نیروی شما نیز خواهد شد:

و مجموع جبری کار نیروها صفر می شود.

نتیجه هرگاه جسم با سرعت ثابت در حرکت باشد، مجموع جبری کار تک تک نیروها صفر می شود، بنابراین گزینه (۴) درست است.



۱ ۵۳۸ B

خط فکری نیروی شناوری همواره رو به بالاست. پس بر مسیر حرکت قایق بر سطح آب عمود است و کار آن صفر است. اما کار کل برابر کار نیروی برآیند است. بنابراین شما ابتدا باید نیروی برآیند را به دست آورید. سپس کار کل را حساب کنید.

۱ نیروی خالص وارد بر قایق بنا به قانون دوم نیوتون برابر است با:

$$F = ma \Rightarrow F = 100 \times 2 \Rightarrow F = 200 \text{ N}$$

۲ کار کل خواهد شد: $W_t = W_{F_{\text{net}}} = F_{\text{net}} d \Rightarrow W_t = 200 \times 10 = 2000 \text{ J} = 2 \text{ kJ}$

۱ ۵۳۹ B

خط فکری این مسأله ترکیب میحث کار با دینامیک نیروهاست و شما ابتدا باید نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید سپس به کمک قانون دوم نیوتون نیروی F را حساب کنید. دقت کنید که جسم از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت کرده است یعنی نیروی وزن از نیروی F بزرگ‌تر است. حال به سراغ حل مسأله بروید.

۱ نیروها را رسم می‌کنیم و برآیند نیروها را بنا به قانون دوم نیوتون مساوی ma قرار می‌دهیم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F = ma$$

$$m = 4 \text{ kg} \Rightarrow 4 \times 10 - F = 4 \times 2 \Rightarrow F = 32 \text{ N}$$

۲ کار نیروی F را حساب می‌کنیم البته F رو به بالا و جابه‌جایی رو به پایین است بنابراین زاویه بین F و d ، 180° خواهد بود بنابراین:

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 32 \times 5 \times \cos 180^\circ = -160 \text{ J}$$

۴ ۵۴۰ C

۱ از محل جسم خطی موازی سطح زمین و خطی موازی سطح شیب‌دار رسم کنید. بنا به خطوط موازی - مورب زاویه بین این دو خط $\alpha = 30^\circ$ خواهد بود.

۲ به شکل خوب نگاه کنید. زاویه β یعنی زاویه بین نیرو و امتداد حرکت برابر است با:

$$15^\circ + \beta + \alpha = 90^\circ \Rightarrow 15^\circ + \beta + 30^\circ = 90^\circ \Rightarrow \beta = 45^\circ$$

۳ زاویه بین نیرو و جابه‌جایی برابر است با:

$$\theta = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 45^\circ$$

۴ جابه‌جایی جسم با تندی 4 m/s در مدت یک ثانیه خواهد شد:

$$d = vt \Rightarrow d = 4 \times 1 = 4 \text{ m}$$

۵ کار نیروی F خواهد بود:

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 20 \times 4 \times \cos (180^\circ - 45^\circ) \Rightarrow W_F = 80 \times \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) \Rightarrow W_F = -40\sqrt{2} \text{ J}$$

یخچال دوجداره (سطح دوم)

۱ ۵۴۱ C

یادآوری همواره نیرویی که در راستای حرکت است کار انجام می‌دهد و اگر نیرو عمود بر مسیر حرکت باشد، کار آن صفر است.

مؤلفه افقی نیرو (F_x) که بر راستای محور y عمود است. در امتداد محور y کارش صفر است و در امتداد محور x ، کارش برابر است با:

$$W_x = F_x x$$

مؤلفه قائم نیرو (F_y) که بر راستای محور x عمود است. در امتداد محور x کارش صفر است و در راستای محور y ، کارش برابر است با:

$$W_y = F_y y$$

بنابراین کار نیروی F در این مسیر خواهد شد:

$$W = W_x + W_y \Rightarrow W = F_x x + F_y y \Rightarrow W = (2 \times 3) + [(-5) \times (-1)] = 11 \text{ J}$$

بازی با سوال در صفحه xoy بر جسمی که بردار جابه‌جایی آن به صورت $\vec{d} = 5\hat{i} + 4\hat{j}$ است، نیروی $\vec{F} = \alpha\hat{i} + 5\hat{j}$ وارد شده است. اگر کار این نیرو در این جابه‌جایی، سه برابر کار آن در جابه‌جایی روی محور x ها باشد، α کدام است؟ (تمامی واحدها در دستگاه اندازه‌گیری SI می‌باشند.)

گزینۀ ۲

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱ ابتدا نیروی خالص را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_t = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_t = (2\hat{i} - 5\hat{j}) + (3\hat{i} + 6\hat{j}) + (-\hat{i} + 2\hat{j})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_t = 4\hat{i} + 3\hat{j} \Rightarrow |\vec{F}_t| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ N}$$

۲ مجموع جبری کار تک‌تک نیروها برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است از این‌رو:

$$W_t = W_{F_t} = F_t d \Rightarrow W_t = 5 \times 5 = 25 \text{ J}$$

این‌رو:

۱ ۵۳۴ B

خط فکری در روز سرد، با مالیدن دست‌های خود به هم، دستان خود را گرم می‌کنیم یعنی کار نیروی اصطکاک بین دستان شما به گرما تبدیل می‌شود. بنابراین هرگاه در حرکت جسم روی یک سطح، گرمای تولید شده از شما خواسته شود شما باید به سراغ کار نیروی اصطکاک بروید.

۱ ابتدا جابه‌جایی جسم در مدت یک دقیقه (60 s) را حساب می‌کنیم.

$$d = \text{زمان} \times \text{تندی} \Rightarrow d = 3 \times 60 = 180 \text{ m}$$

۲ کار نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم:

$$W_f = f_k d \cos 180^\circ \Rightarrow W_f = -2 \times 180 = -360 \text{ J}$$

بنابراین گرمای تولید شده در این مدت 360 J بوده است.

۳ ۵۳۵ B

تندی جسم ثابت است بنابراین نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. یعنی نیروی مقاومت هوا برابر نیروی وزن جسم است.

$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow f_D = W \Rightarrow f_D = mg$

$\Rightarrow f_D = 80 \times 10 = 800 \text{ N}$

جابه‌جایی رو به پایین و نیروی مقاومت هوا رو به بالاست و زاویه $\theta = 180^\circ$ می‌شود از این‌رو کار نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$W = Fd \cos \theta \xrightarrow{\cos 180^\circ = -1} W_f = 800 \times 100 \times (-1) = -80000 \text{ J}$$

$$W_f = -80 \text{ kJ}$$

۲ ۵۳۶ B

۱ باید جابه‌جایی آسانسور را در مدت 4 s حساب کنیم.

$d = vt \Rightarrow d = 2 \times 4 = 8 \text{ m}$

۲ چون جابه‌جایی رو به پایین است کار نیروی وزن مثبت و برابر است با:

$W_W = +mgh \Rightarrow W_W = 40 \times 8 \Rightarrow W_W = 320 \text{ J}$

۳ جعبه با تندی ثابت رو به پایین در حرکت است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است. به جعبه دو نیروی وزن و نیرو عمودی تکیه‌گاه وارد می‌شود بنابراین خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_N = W \Rightarrow F_N = 40 \times 10 = 400 \text{ N}$$

۴ کار نیروی عمودی سطح خواهد شد:

$$W_{F_N} = F_N d \cos \theta \xrightarrow[\cos \theta = -1]{\theta = 180^\circ} W_{F_N} = 400 \times 8 \times (-1) \Rightarrow W_{F_N} = -320 \text{ J}$$

میانبر چون تندی ثابت است، کار کل صفر است و وقتی کار وزن $+320 \text{ J}$ است قطعاً کار نیروی عمودی سطح -320 J است.

۲ ۵۳۷ B

خط فکری جسم ساکن بماند: $W_{F_{\text{کل}}} = 0$

اگر به یک جسم چند نیرو اثر کند

- جسم با تندی ثابت شروع به حرکت کند: $W_{F_{\text{کل}}} = 0$
- جسم با شتاب ثابت شروع به حرکت کند: $W_{F_{\text{کل}}} \neq 0$

$$\begin{cases} F_{\text{کل}} = ma \\ W_{F_{\text{کل}}} = F_{\text{کل}} d \cos \theta = mad \cos \theta \end{cases}$$

۱ نیروی خالص وارد بر جسم را به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow[m = 90 \text{ kg}]{m = 72 + 18 = 90 \text{ kg}} F_{\text{net}} = 90 \times 0.6 \Rightarrow F_{\text{net}} = 54 \text{ N}$$

۲ کار کل وارد بر مجموعه برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است.

$$W_t = W_{F_{\text{net}}} = F_{\text{net}} d \Rightarrow W_t = 54 \times 2.5 \Rightarrow W_t = 135 \text{ J}$$

۳ مجدداً به سراغ مثلثات می‌رویم، دو نیرو بر هم عمود هستند بنابراین مجموع θ_1 و θ_2 ، 90° است یعنی θ_1 و θ_2 متمم یکدیگرند و کسینوس هر زاویه با سینوس زاویه دیگر برابر است.

۴ به جای $\cos \theta_2$ در رابطه (II)، $\sin \theta_1$ را قرار می‌دهیم.

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \tan \theta_1$$

۵ از رابطه (I) به جای $\tan \theta_1$ قرار می‌دهیم:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{2F_1}{F_1}\right)^2 = 4$$

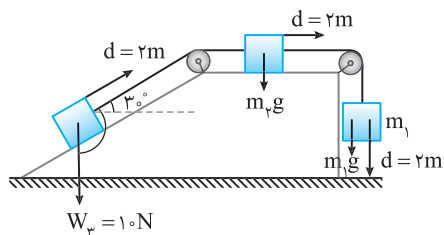
بازی با سؤال - بر جسم ساکنی که روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد، دو نیروی افقی عمود بر هم $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ وارد می‌شود. اگر در یک جابه‌جایی معین کار نیروی $\vec{F}_1$ ، ۹ برابر کار نیروی $\vec{F}_2$ باشد، بزرگی نیروی $\vec{F}_2$

چند نیوتون است؟

- (۱) ۳۶ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۴ (۴) ۶

گزینه ۳

خط فکری - به شکل دقت کنید جابه‌جایی تمام این جسم‌ها یکسان است. کار نیروی وزن برای تکتک نیروها را حساب می‌کنیم. جسم‌های m_1 ، m_2 و m_3 به وسیله طناب به هم متصل‌اند و زمانی که m_1 ، ۲ متر پایین بیاید، m_2 ، ۲ متر به سمت راست و m_3 نیز ۲ متر روی سطح شیبدار حرکت می‌کند.



۱ کار نیروی وزن برای جسم m_1 : جسم رو به پایین در حرکت است و زاویه بین

نیروی وزن و جابه‌جایی m_1 صفر است. از این رو می‌توان نوشت:

$$W_{m_1 g} = m_1 g d \cos 0^\circ \Rightarrow W_{m_1 g} = m_1 g d = 10 \times 2 = 20 \text{ J}$$

۲ جسم m_2 روی سطح افقی، ۲ متر جابه‌جا می‌شود و در این مسیر نیروی وزن بر

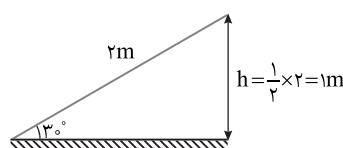
جابه‌جایی عمود است و کار نیروی وزن صفر است.

$$\theta = 90^\circ \Rightarrow W_{m_2 g} = m_2 g d \cos 90^\circ = m_2 g d (0) = 0$$

۳ به شکل دقت کنید وقتی جسم m_3 روی سطح به اندازه ۲ متر بالا می‌رود و در

امتداد قائم به اندازه ۱ متر بالا می‌رود و کار نیروی وزن در این حالت منفی و برابر است با:

$$W_{m_3 g} = -m_3 g h \Rightarrow W_{m_3 g} = -10 \times 1 = -10 \text{ J}$$



خط فکری - این مسأله ترکیبی از مبحث کار و انرژی و دینامیک سال دوازدهم است.

دقت کنید که جهت حرکت جسم و نوع حرکت جسم مشخص نیست بنابراین هر حالتی ممکن است و می‌توانید بدون استدلال گزینه (۴) را انتخاب کنید. اما برای حل علمی آن باید تمام حالات ممکن را بررسی کنید.

B ۵۴۲ ۴

خط فکری

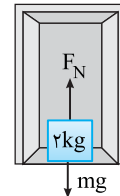
نیروهای وارد بر جسم (وزنه) را رسم می‌کنیم. نیروی برآیند را بنا به قانون دوم نیوتون مساوی ma قرار می‌دهیم و به کمک آن نیروی عمودی تکیه‌گاه را حساب می‌کنیم تا بتوانیم کار نیروی عمودی تکیه‌گاه را به دست آوریم.

آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 رو به بالا شروع به حرکت می‌کند، بنابراین نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم از نیروی وزن بزرگ‌تر است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 2 \times 10 = 2 \times 2 \Rightarrow F_N = 24 \text{ N}$$

کار نیروی عمودی تکیه‌گاه در ۲۵ سانتی‌متر حرکت آسانسور برابر است با:

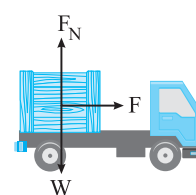
$$W_{F_N} = F_N d \cos \theta = 24 \times \frac{1}{4} \times \cos 0^\circ = 6 \text{ J}$$



C ۵۴۳ ۱

خط فکری

اولین سؤالی که باید از خود بکنید این است که «چه نیرویی باعث حرکت جعبه به همراه کامیون می‌شود؟»، بله، پاسخ نیروی اصطکاک است که جعبه را حرکت می‌دهد و به جعبه شتاب می‌دهد. به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی اصطکاک وارد بر جعبه را بیابید و کار نیروی وارد بر جعبه را حساب کنید.



عامل حرکت جعبه نیروی اصطکاک بین جعبه و کامیون است که به جعبه شتاب 2 m/s^2 می‌دهد، بنابراین:

$$F = ma \Rightarrow F = 1 \times 2 = 2 \text{ N}$$

کار نیروی اصطکاک در جابه‌جایی ۵ متر خواهد شد.

$$W_F = F d \cos \theta \Rightarrow W_F = 2 \times 5 = 10 \text{ N}$$

C ۵۴۴ ۲

خط فکری

جسم تحت تأثیر سه نیرو، دارای حرکت با سرعت ثابت است. یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. از طرفی هرگاه برآیند سه نیرو (بردار) صفر شود، همواره برآیند دو نیرو هم‌اندازه نیروی سوم و در جهت خلاف آن است. با این دانسته‌ها باید به سراغ حل مسأله بروید. در این مسأله سرعت جسم ثابت بوده است یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = -\vec{F}_3$$

و اندازه برآیند F_1 و F_2 در این مسأله 16 N است.

در ابتدا جسم در جهت نیروی F_2 در حرکت است. پس از حذف نیروی F_2 ، نیروی خالص $F_1 = 16 \text{ N}$ باقی می‌ماند که در خلاف جهت نیروی F_2 بوده یعنی زاویه بین

نیروی F_1 و جهت حرکت جسم 180° است، بنابراین کار کل خواهد شد:

$$W_t = F_1 d \cos 180^\circ \Rightarrow W_t = -16 \times 10 = -160 \text{ J}$$

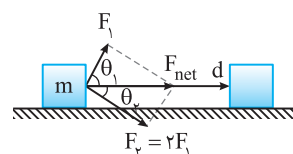
C ۵۴۵ ۲

خط فکری

هرگاه جسمی از حال سکون تحت تأثیر دو یا چند نیروی ثابت شروع به حرکت کند، جسم در جهت نیروی خالص (برآیند) به حرکت درمی‌آید. یعنی مطابق شکل جسم در جهت F_{net} جابه‌جا می‌شود. در حل این تست باید از مثلثات به نحو چشمگیری استفاده کنید.

۱ زاویه بین نیروی F_1 و جابه‌جایی را θ_1 و زاویه بین نیروی F_2 و جابه‌جایی را

θ_2 می‌نامیم و می‌توانیم بنویسیم:

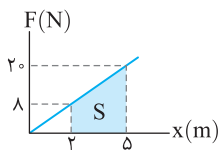


$$\tan \theta_1 = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

$$\Rightarrow \tan \theta_1 = \frac{F_2}{F_1} \quad (I)$$

۲ کار نیروی F_1 و F_2 در مسیر حرکت و جابه‌جایی d خواهد شد:

$$W = F d \cos \theta \Rightarrow \begin{cases} W_1 = F_1 d \cos \theta_1 \\ W_2 = F_2 d \cos \theta_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} \quad (II)$$



نمودار $F=4x$ را رسم می‌کنیم، این نمودار خطی است که از مبدأ می‌گذرد و شیب آن ۴ است. اکنون $x=2\text{m}$ و $x=5\text{m}$ نیرو را به دست می‌آوریم.
 $x=2 \Rightarrow F=4 \times 2=8\text{N}$
 $x=5 \Rightarrow F=4 \times 5=20\text{N}$

پادآوری: مساحت دوزنقه برابر مجموع دو قاعده ضرب در نصف ارتفاع. سطح S را که یک دوزنقه است حساب می‌کنیم.

$$W_F = S = \frac{20+8}{2} \times (5-2) \Rightarrow W_F = 42\text{J}$$

یخچال ۳

۵۵۱ A

خط فکری: در حل مسائلی که داده‌های مسئله، تندی و جرم است و کار کل را از شما می‌خواهد باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$) بروید و به کمک تغییر انرژی جنبشی کار کل را حساب کنید.
 بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل برابر است با:

$$W_t = K_f - K_i \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} W_t = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

هواپیما از حال سکون شروع به حرکت کرده یعنی تندی اولیه آن و هم چنین انرژی جنبشی اولیه آن صفر است بنابراین:

$$W_t = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{\substack{m=8 \times 10^3 \text{ kg} \\ v=70 \text{ m/s}}} W_t = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^3 \times (70)^2 \Rightarrow W_t = 196 \times 10^6 \text{ J} = 196 \text{ MJ}$$

۵۵۲ A

جرم خودرو و تندی آن داده شده است و کار کل را از شما می‌خواهد، یعنی مسئله می‌گوید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی بروید.

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\xrightarrow{\substack{v_1=10 \text{ m/s}, v_f=50 \text{ m/s} \\ m=1500 \text{ kg}}} W_t = \frac{1}{2} \times 1500 \times (50^2 - 10^2) = \frac{1}{2} \times 1500 \times (2500 - 100)$$

$$\Rightarrow W_t = -56250 \text{ J}$$

۵۵۳ A

خط فکری: تندی جسم دو برابر شده است. پس ابتدا حساب کنید که انرژی جنبشی ثانویه چند برابر انرژی جنبشی اولیه است و سپس به سراغ قضیه کار و انرژی بروید.
۱: تندی جسم دو برابر شده است بنابراین:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{2v_1}{v_1}\right)^2 = 4 \Rightarrow K_2 = 4K_1$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

۲: قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{W_t = 30 \text{ J}} 30 = 4K_1 - K_1 \Rightarrow K_1 = 10 \text{ J}$$

۵۵۴ B

به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، تندی در موقعیت B را حساب می‌کنیم. ابتدا یکای km/h را به m/s تبدیل می‌کنیم:

$$v = 126 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \Rightarrow v = 35 \text{ m/s}$$

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow 24 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times 60 \times (v_B^2 - 35^2)$$

$$8000 = v_B^2 - 35^2 \Rightarrow 8000 = v_B^2 - 1225$$

$$v_B^2 = 2025 \Rightarrow v_B = 45 \text{ m/s}$$

اما مسئله سرعت را بر حسب km/h می‌خواهد.

$$v_B = 45 \times \frac{3}{6} \Rightarrow v_B = 162 \text{ km/h}$$

مثلاً اینکه جسم در حال حرکت رو به بالاست یا در حال حرکت رو به پایین است؟ و وزن جسم ۲۰ N و نیروی وارد بر آن $F=24\text{N}$ است، بنابراین برآیند نیروها رو به بالا و شتاب حرکت رو به بالا است.

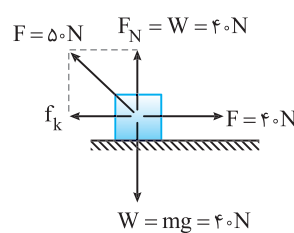
اگر جسم در حال حرکت به سمت بالا باشد، با گذشت زمان سرعت جسم افزایش یافته و در ثانیه‌های متوالی جابه‌جایی افزایش می‌یابد. پس کار نیروی F افزایش می‌یابد، $\uparrow W_F = Fd \uparrow$ بنابراین گزینه (۱) درست است.

اگر جسم در حال حرکت به سمت پایین باشد، چون شتاب رو به بالا است، حرکت کندشونده بوده و جابه‌جایی جسم در ثانیه‌های متوالی کاهش می‌یابد. چنانچه در بازه زمانی مورد نظر، جسم متوقف نشود، کار نیروی F در حال کاهش است و گزینه (۲) نیز می‌تواند درست باشد.

چنانچه در بازه زمانی مورد نظر، جسم متوقف شود و رو به بالا شروع به حرکت تندشونده کند، کار نیروی F ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است. بنابراین گزینه (۳) نیز درست است.

۵۴۸ C

خط فکری: مسأله ترکیبی از فصل کار و انرژی و دینامیک سال دوازدهم است (یادتان باشد این کتاب برای داوطلب آزمون سراسری نوشته شده است) از طرف سطح، نیروی عمودی تکیه‌گاه رو به بالا و نیروی اصطکاک در امتداد حرکت جسم وارد می‌شود که برآیند این دو نیرو را نیروی سطح وارد بر جسم گویند. اما کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر و کار سطح برابر کار نیروی اصطکاک است، بنابراین باید نیروها را رسم کنید و نیروی اصطکاک را به کمک ریاضی به دست بیاورید.



۱: به شکل مقابل خوب دقت کنید. نیروی ۵۰ N توسط سطح بر جسم وارد شده است. این نیرو دارای دو مؤلفه $F_N = 40\text{N}$ و f_k است که به هم عمودند بنابراین بنا به قضیه فیثاغورس می‌توان نوشت:

$$F^2 = f_k^2 + F_N^2 \Rightarrow 50^2 = f_k^2 + 40^2 \Rightarrow f_k = 30\text{N}$$

۲: کار نیروی F در جابه‌جایی ۱ m برابر است با:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 40 \times 1 \times \cos 0^\circ \Rightarrow W_F = 40\text{J}$$

۳: کار نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ \Rightarrow W_{f_k} = 30 \times 1 \times (-1) = -30\text{J}$$

۴: کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر است.

۵: کار کل را به دست می‌آوریم.

$$W_t = W_{f_k} + W_F + W_{F_N} + W_W = -30 + 40 \Rightarrow W_t = 10\text{J}$$

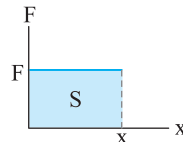
۵۴۹ C

دقت کنید این مسأله، یک مسأله خاص است و در طول مسیر حرکت نیرویی که نخ بر جسم وارد می‌کند همواره در راستای نخ و در امتداد شعاع مسیر حرکت گلوله آونگ است. یعنی در هر نقطه از مسیر نیرو بر راستای حرکت عمود است ($\theta = 90^\circ$) و کار نیروی کشش نخ در کل مسیر صفر است. $W_T = 0$

۵۵۰ C

نکته: هرگاه کمیت روی محور عرض‌ها را در کمیت روی محور طول‌ها ضرب کنیم، اندازه کمیت حاصل برابر سطح زیر نمودار است.

خط فکری: اکنون به نکته بالا فکر کنید. در شکل روبه‌رو نمودار نیرو - مکان $F-x$ جسم رسم شده است. کار نیروی F خواهد شد $W = Fx$ اگر به Fx دقت کنید برابر سطح زیر نمودار است.



نتیجه: سطح محصور بین نمودار $F-x$ و محور x برابر کار نیروی F است.

۳ ۵۶۰ B

یادآوری: انرژی جنبشی کمیت نرده‌ای است و به جهت حرکت جسم بستگی ندارد. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است بنابراین باید انرژی جنبشی ثانویه را حساب کنیم. از این رو می‌نویسیم:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow K_2 = 4 \times 100 = 400 \text{ J}$$

$$\frac{K_1 = 100 \text{ J}}{v_1 = 10 \text{ m/s}, v_2 = 20 \text{ m/s}} \Rightarrow \frac{K_2}{100} = \left(\frac{20}{10}\right)^2 \Rightarrow K_2 = 4 \times 100 = 400 \text{ J}$$

کار کل خواهد شد:

$$W_t = \Delta K = 400 - 100 = 300 \text{ J}$$

بازی با سوال: جسمی با سرعت 8 m/s در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند و انرژی جنبشی آن 64 J است. پس از مدتی سرعت این جسم تغییر می‌کند و در جهت منفی محور x به 16 m/s می‌رسد. کار کل وارد بر جسم در این مدت چند ژول است؟

۱۲۸ (۱) -۱۹۲ (۲) -۱۲۸ (۳) ۱۹۲ (۴)

گزینه ۴

۳ ۵۶۱ B

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و تندی اولیه آن صفر است. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، مجموع جبری کار تک نیروها را برابر تغییر انرژی جنبشی قرار می‌دهیم.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_N} + W_W + W_{f_k} + W_F = \Delta K$$

$$\frac{W_F = Fd, W_{f_k} = -f_k d}{W_W = 0, W_{F_N} = 0} \Rightarrow -f_k d + Fd = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\frac{m = 2 \text{ kg}, f_k = \frac{1}{6}F}{v = 4 \text{ m/s}, d = 1/6 \text{ m}} \Rightarrow \left(-\frac{1}{6}F + F\right) \times 1/6 = \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2$$

$$\frac{5}{6}F \times 1/6 = 16 \Rightarrow F = 12 \text{ N}$$

بنابراین نیروی اصطکاک نیز خواهد شد:

$$f_k = \frac{1}{6}F \Rightarrow f_k = \frac{1}{6} \times 12 \Rightarrow f_k = 2 \text{ N}$$

بازی با سوال: جسمی به جرم 2 kg روی سطح افقی ساکن است و تحت تأثیر نیروی افقی 20 N شروع به حرکت می‌کند و تندی‌اش پس از طی مسافت 5 متر به 8 m/s می‌رسد. نیروی اصطکاک جسم با سطح چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

۷/۲ (۴) ۳/۶ (۳) صفر (۲) ۹ (۱)

گزینه ۴

۳ ۵۶۲ B

خط فکری: این مسئله را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی حل می‌کنیم. مجموع کار تک نیروهای وارد بر جسم را برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار می‌دهیم. بنا به قضیه کار و انرژی خواهیم داشت:

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{F_N} + W_{\text{وزن}} + W_{f_k} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (I)$$

کار نیروی وزن و نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود هستند، صفر است بنابراین:

$$Fd \cos \theta + 0 + 0 + (-f_k d) = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{d=5 \text{ m}, v=8 \text{ m/s}, \cos 60^\circ = 1/2}$$

$$40 \times \frac{1}{2} - f_k \times 5 = \frac{1}{2} \times 8 \times (8/2) \Rightarrow 100 - 5f_k = 20$$

$$75 = 5f_k \Rightarrow f_k = 15 \text{ N}$$

۴ ۵۵۵ B

به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی مسئله را حل می‌کنیم.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 0.45 \times (64 - 100) = -8.1 \text{ J}$$

۳ ۵۵۶ A

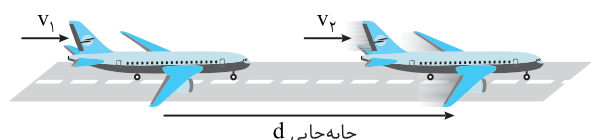
خط فکری: در مدتی که شخص به توپ نیرو وارد می‌کند مطابق شکل جسم در امتداد افقی حرکت می‌کند و نیروی وزن بر مسیر عمود بوده و کار نیروی وزن صفر است. توپ مسافت افقی $1/5 \text{ m}$ را طی می‌کند که در این مسیر به آن نیروی 75 N وارد می‌شود و تنها این نیرو به توپ وارد می‌شود. به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W = \Delta K \Rightarrow Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow 75 \times 1/5 = \frac{1}{2} \times 15 \times v^2 - 0$$

$$\Rightarrow 75 \times 1/5 = 75 \times 10^{-3} \Rightarrow v^2 = 1500 \Rightarrow v = 10 \sqrt{15} \text{ m/s}$$

۴ ۵۵۷ A

خط فکری: مجموع جبری کار تک نیروها (کار کل) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. اما در این مسئله مشخص نیست که در جابه‌جایی هواپیما، تندی هواپیما ثابت است یا در حال کاهش و یا در حال افزایش، در این صورت حالت‌های مختلفی برای کار کل و مقایسه کار نیروی پیشران W_F و کار نیروی اصطکاک W_f ایجاد می‌شود. بنابراین حالت‌های مختلف را باید بررسی کنید.



اگر $v_2 > v_1$ ، تندی هواپیما در حال افزایش یعنی انرژی جنبشی آن در حال افزایش بوده ($\Delta K > 0$) و کار کل مثبت است. کار نیروی پیشران مثبت و کار نیروی اصطکاک منفی است، وقتی کار کل مثبت است یعنی W_F از W_f بزرگ‌تر است و گزینه (۱) می‌تواند درست باشد.

اگر تندی هواپیما در جابه‌جایی d ثابت باشد، تغییر انرژی جنبشی صفر است و کار کل نیز صفر است بنابراین:

و گزینه (۲) درست است.

اگر هواپیما در حال توقف (ترمز گرفتن) باشد یعنی $v_1 > v_2$ است و $\Delta K < 0$ بوده و چون $W_{\text{کل}} = \Delta K$ ، $W_{\text{کل}} < 0$ می‌شود. $W_F - W_f < 0 \Rightarrow W_F < W_f$

و گزینه (۳) نیز می‌تواند درست باشد.

بنابراین هر سه حالت ممکن است و پاسخ گزینه (۴) می‌شود.

۲ ۵۵۸ A

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_T = \frac{1}{2} \times (20)(25^2 - 5^2) = 6000 \text{ J} = 6 \text{ kJ}$$

۲ ۵۵۹ A

بر جسم سه نیروی F ، وزن (W) و نیروی عمودی سطح (F_N) وارد می‌شود و کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح صفر است بنابراین کار کل برابر کار نیروی F است و کار نیروی F را بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی با تغییر انرژی جنبشی برابر قرار می‌دهیم و F را حساب می‌کنیم.

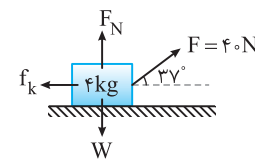
$$W_F = \Delta K \Rightarrow Fd \cos \theta = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \Rightarrow F \times 10 \times \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \times 2 \times (10^2) \Rightarrow F = 12/5 \text{ N}$$



B ۵۶۳ ۲

ابتدا با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \\ \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 4 \times (16 - 0) = 32 \text{ J}$$



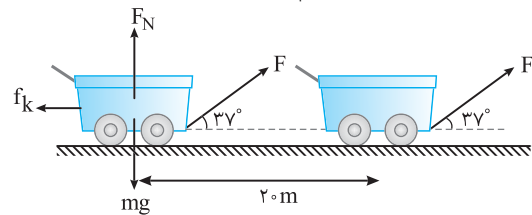
کار کل برابر مجموع جبری کار تک تک نیروهاست. کار نیروهای وزن (W) و عمودی سطح (F_N) که بر مسیر عمودند صفر است و تنها کار نیروی F و نیروی اصطکاک جنبشی باقی می‌ماند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t = W_F + W_{f_k} \Rightarrow 32 = Fd \cos 37^\circ + f_k d \cos 180^\circ \\ \Rightarrow 32 = 40 \times 1/6 \times 0/8 + f_k \times 1/6 \times (-1) \\ 20 = 40 \times 0/8 - f_k \Rightarrow f_k = 12 \text{ N} \quad \text{دو طرف معادله بالا را بر } 1/6 \text{ تقسیم می‌کنیم:}$$

B ۵۶۴ ۲

ابتدا نیروهای وارد بر گاری را مشخص می‌کنیم. کار نیروهای F_N و mg صفر است، زیرا بر مسیر حرکت عمود هستند.

$$W_t = W_g + W_{F_N} + W_F + W_{f_k} \\ \Rightarrow W_t = W_F + W_{f_k} = Fd \cos 37^\circ + f_k (d) (\cos 180^\circ) \\ = 1500 \times 20 \times \frac{4}{5} + 900 \times 20 \times (-1) = 24000 - 18000 \Rightarrow W_t = 6000 \text{ J} \\ W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow 6000 = \frac{1}{2} \times 800 \times v_2^2 - \frac{1}{2} \times 800 \times 4^2 \\ \Rightarrow 4000 = 400 v_2^2 - 800 \Rightarrow 4800 = 400 v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = \frac{4800}{400} = 12 \Rightarrow v_2 = \sqrt{12} \text{ m/s}$$



B ۵۶۵ ۲

یادآوری ریاضی: نمودار تابع درجه ۲ به صورت $y = ax^2 + bx + c$ سهمی است و وقتی ضریب x^2 یعنی a مثبت است، نمودار دارای مینیمم و اگر a منفی باشد، نمودار دارای ماکزیمم است.

کار نیروی F بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است. از طرفی جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و انرژی جنبشی اولیه جسم صفر است، از این رو کار نیروی F خواهد شد:

$$W_F = \Delta K \Rightarrow W_F = \frac{1}{2} m v^2$$

کار نیروی F بر حسب تندى جسم یک تابع درجه دو بوده و نمودار تابع درجه ۲ سهمی است و با توجه به اینکه ضریب v^2 مثبت است بنابراین نمودار دارای مینیمم است در نتیجه گزینه (۲) نمودار $W-v$ این جسم است.

B ۵۶۶ ۳

برای بررسی علامت کار کل باید بررسی کنید که تندى جسم و در نتیجه انرژی جنبشی جسم در حال کاهش است یا در حال افزایش و به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، علامت کار کل را مشخص کنید.

به نمودار دقت کنید، در بازه زمانی صفر تا t_1 ، تندى جسم در حال کاهش و انرژی جنبشی جسم در حال کم شدن است و تغییر انرژی جنبشی منفی و کار کل منفی است.

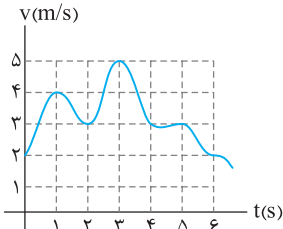
$$0 \rightarrow t_1: v_2 < v_1 \Rightarrow K_2 < K_1 \Rightarrow \Delta K < 0 \xrightarrow{W_t = \Delta K} W_t < 0$$

در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، تندى جسم و در نتیجه انرژی جنبشی جسم در حال افزایش است و تغییر انرژی جنبشی مثبت و کار کل، مثبت است:

$$t_1 \rightarrow t_2: v_2 > v_1 \Rightarrow K_2 > K_1 \Rightarrow \Delta K > 0 \xrightarrow{W_t = \Delta K} W_t > 0$$

B ۵۶۷ ۳

خط فکری: اول فکر کنید مفهوم دو ثانیه سوم چیست؟ دو ثانیه سوم یعنی بازه زمانی بین $t_1 = 4 \text{ s}$ تا $t_2 = 6 \text{ s}$. برای یافتن کار کل باید از روی نمودار، تندى در این دو لحظه را مشخص کنید سپس انرژی جنبشی در این دو حالت را به دست بیاورید و از هم کم کنید.



دو ثانیه سوم بازه $t_1 = 4 \text{ s}$ تا $t_2 = 6 \text{ s}$ می‌باشد. پس با توجه به نمودار، تندى در این دو لحظه برابر است با $v_2 = 3 \text{ m/s}$ و $v_1 = 2 \text{ m/s}$.

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (4 - 9) = -5 \text{ J}$$

A ۵۶۸ ۴

۱. جابه‌جایی جسم در بازه صفر تا ۲s را حساب می‌کنیم.

$$\begin{aligned} t=0 &\rightarrow x_1 = 0 + 0 + 1 = 1 \text{ m} \\ x = t^2 + 4t + 1 \\ t=2 &\rightarrow x_2 = 4 + 8 + 1 = 13 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{d = x_2 - x_1} d = 13 - 1 = 12 \text{ m}$$

۲. کار نیروی F در این جابه‌جایی را به دست می‌آوریم.

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 30 \times 12 \Rightarrow W_F = 360 \text{ J (I)}$$

۳. تندى در $t=2 \text{ s}$ و $t=0$ را نیز به دست می‌آوریم:

$$v(0) = 2(0) + 4 = 4 \text{ m/s}, \quad v(2) = 2(2) + 4 = 8 \text{ m/s}$$

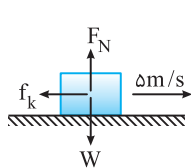
۴. تغییر انرژی جنبشی جسم در بازه صفر تا ۲s را حساب می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \Delta K = K_2 - K_1 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \\ \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \times 10 \times (8^2) - \frac{1}{2} \times 10 \times (4^2) = 50 \times 48 = 2400 \text{ J (II)} \end{aligned}$$

۵. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل (مجموع جبری کار تک تک نیروها) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$\begin{aligned} W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_N} + W_W + W_F + W_{f_k} = \Delta K \\ \xrightarrow{(I), (II)} 360 + W_{f_k} = 2400 \Rightarrow W_{f_k} = -1040 \text{ J} \end{aligned}$$

B ۵۶۹ ۴



خط فکری: هرگاه یک جسم را پرتاب می‌کنید از لحظه‌ای که جسم از دست شما جدا می‌شود نیروی جلوبری بر جسم وارد نمی‌شود و نیروهای وارد بر جسم به صورت شکل روبه‌رو است. کار کل را برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم قرار دهید و مسئله را حل کنید.

۱. کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح که بر جابه‌جایی عمودند صفر است.

$$W_{F_N} = W_W = 0$$

۲. قضیه کار و انرژی جنبشی جسم را می‌نویسیم.

$$\begin{aligned} W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_N} + W_W + W_{f_k} = 0 - \frac{1}{2} m v^2 \\ \xrightarrow{W_{f_k} = -f_k d} -f_k d = -\frac{1}{2} m v^2 \\ \xrightarrow{m=2 \text{ kg}, v=5 \text{ m/s}, f_k=2 \text{ N}} 2 \times d = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 \Rightarrow d = 12.5 \text{ m} \end{aligned}$$

بازی با سوال: مکعبی به جرم ۲kg روی سطح افقی با تندى اولیه v_0 پرتاب می‌شود. در لحظه‌ای که کار نیروی اصطکاک به ۲۴ ژول می‌رسد، تندى جسم 4 m/s کمتر از تندى اولیه آن است. v_0 چند متر بر ثانیه است؟

گزینه ۲

۴ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

نکته: نکته مهم این است که نیروی F تنها در جابه‌جایی d بر جسم اثر می‌کند اما نیروی اصطکاک در تمام مسیر $(d + \delta d = \epsilon d)$ بر جسم اثر می‌کند. بنابراین خواهیم داشت:

$$(1) \Rightarrow Fd - f_k(\epsilon d) = 0 \Rightarrow \frac{F}{f_k} = \epsilon$$

۱ ۵۷۴ A

نیروها داده شده و انرژی جنبشی خواسته شده پس برای حل از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_f = \Delta K \Rightarrow Fd \cos \theta + fd \cos 180^\circ = \Delta K$$

$$\Rightarrow 6000 \times 5 \times 0.8 + 4000 \times 5 \times (-1) = \Delta K$$

$$\Rightarrow \Delta K = 24000 - 20000 \Rightarrow \Delta K = 4000 \text{ J}$$

کار نیروی وزن و نیروی عمودی سطح در این جابه‌جایی صفر است زیرا بر مسیر عمودند.

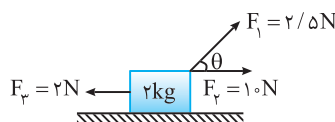
۲ ۵۷۵ B

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی مجموع کار تک نیروها (کار کل) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_{\text{کل}} = \Delta K \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow F_1 d \cos \theta + F_2 d + F_3 d \cos 180^\circ = \frac{1}{2} \times 2 \times (100 - 0)$$

$$\Rightarrow 10 \times (2/\sqrt{5} \cos \theta + 10 - 2) = 100 \Rightarrow \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}} = 0.8 \Rightarrow \theta = 37^\circ$$



۳ ۵۷۶ B

تغییر انرژی جنبشی جسم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta K = K_f - K_i \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} m v^2 - 0 = \frac{m=0.5 \text{ kg}}{v=5 \text{ m/s}} \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 5^2$$

$$\Rightarrow \Delta K = \frac{125}{2} = 62.5 \text{ J}$$

اکنون مجموع کار تک نیروها را با تغییر انرژی جنبشی جسم برابر قرار می‌دهیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} = \Delta K$$

$$\frac{W_{F_1} = -10 \text{ J}}{W_{F_2} = +25 \text{ J}} \rightarrow -10 + 25 + W_{F_3} = 62.5 \Rightarrow W_{F_3} = 47.5 \text{ J}$$

بازی با سوال: جسمی به جرم ۱۶۰۰ گرم فقط تحت تأثیر سه نیروی $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ قرار گرفته و در ۲۰ متر جابه‌جایی، تندی آن از ۳۶ km/h به ۷۲ km/h می‌رسد. اگر کار نیروی $\vec{F}_1$ در این جابه‌جایی معادل ۶۰ J باشد،

کار برابند نیروهای $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ در همین جابه‌جایی چند ژول است؟

- ۱) ۳۰۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۱۲۰

گزینه ۲

۲ ۵۷۷ B

خط فکری: به گزینه‌ها دقت کنید، باید اظهار نظر کنید که در کدام مورد، تندی جسم یعنی انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد و تغییر انرژی جنبشی منفی است، در واقع کار کل انجام شده روی جسم منفی است. پس شما باید متوجه باشید که در این حرکت، اندازه کار نیرویی که در خلاف جهت حرکت است از اندازه کار نیروی در جهت حرکت بیشتر بوده به‌طوری که جمع کارها منفی شده است.

دو نیروی F و F' در خلاف جهت هم هستند و اگر کار نیروی F مثبت باشد کار نیروی F' منفی و بالعکس.

با توجه به خط‌فکری، کار نیروی در خلاف جهت حرکت بزرگتر است یعنی نیرویی که در خلاف جهت حرکت است از نیروی در جهت حرکت بزرگتر است.

اگر F هم‌جهت حرکت باشد، F' خلاف جهت حرکت بوده و باید $F' > F$ باشد تا کار کل منفی شود بنابراین گزینه (۱) نادرست و گزینه (۲) درست است.

اگر F' هم‌جهت حرکت باشد یعنی F در خلاف جهت حرکت است و باید $F > F'$ باشد تا اندازه کار F از کار F' بیشتر بوده و کار کل منفی می‌شود. بنابراین گزینه (۳) و (۴) نادرست است.

۲ ۵۷۰ B

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیرویی که دیوار بر گلوله وارد می‌کند برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_t = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_{F_{\text{دیوار}}} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\frac{v_i = 30 \text{ m/s}}{v_f = 0 \text{ m/s}} \rightarrow W_{F_{\text{دیوار}}} = \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-3} (0^2 - (30)^2)$$

$$\Rightarrow W_{F_{\text{دیوار}}} = 20 \times 10^{-3} (-90000) = -1800 \text{ J}$$

۱ ۵۷۱ B

خط فکری: تمام انرژی جنبشی چکش به میخ منتقل شده است یعنی چکش متوقف شده

است. انرژی جنبشی چکش را حساب کنید سپس آن را با کار نیروی مقاوم چوب برابر قرار دهید. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیروی مقاوم برابر تغییر انرژی جنبشی است. از طرفی کار این نیرو منفی است زیرا نیرو و جابه‌جایی با هم زاویه 180° می‌سازند از این رو خواهیم داشت:

$$W_f = \Delta K \Rightarrow W_f = K_f - K_i \Rightarrow -fd = 0 - \frac{1}{2} m v^2$$

$$\frac{m=0.8 \text{ kg}, v=5 \text{ m/s}}{f=50 \text{ N}} \rightarrow 50 \times d = \frac{1}{2} \times 0.8 \times 5^2 \Rightarrow d = \frac{1}{50} \text{ m} \Rightarrow d = 2 \text{ cm}$$

۲ ۵۷۲ B

خط فکری: مسئله زیبایی است به‌ویژه که شما ممکن است فکر کنید که پس از پاره شدن طناب، جسم بلافاصله متوقف می‌شود که اینگونه نیست و بنا به قانون اول نیوتون جسم به حرکت خود ادامه می‌دهد تا سرانجام نیروی اصطکاک آن را متوقف کند.

شما در دو مرحله باید از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده کنید، بار اول برای یافتن تندی جسم در لحظه پاره‌شدن طناب و بار دیگر برای یافتن مسافتی که جسم متوقف می‌شود.

حالت اول: جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده، کار کل را برابر تغییر انرژی جنبشی قرار می‌دهیم.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_N} + W_W + W_F + W_{f_k} = \frac{1}{2} m v^2 - 0$$

$$\Rightarrow Fd - f_k d = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 20 \times 5 - 4 \times 5 = \frac{1}{2} \times 4 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 40$$

$$\Rightarrow v = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$$

حالت دوم: پس از پاره شدن نخ، تنها نیروی اصطکاک باقی می‌ماند و در نهایت تندی صفر

$$W_t = \Delta K \Rightarrow -f_k d' = 0 - \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 4 d' = \frac{1}{2} \times 4 \times 40 \Rightarrow d' = 20 \text{ m}$$

میانبر: از ابتدا می‌توانید بنویسید که اندازه کار کل در قسمت اول با اندازه کار کل در قسمت دوم مسیر برابر است.

$$|W_t| = |W_t'| \Rightarrow |Fd - f_k d| = |-f_k d'| \Rightarrow |20 \times 5 - 4 \times 5| = |-4 d'| \Rightarrow d' = 20 \text{ m}$$

بازی با سوال: در مسئله قبل جابه‌جایی جسم از ابتدا تا انتهای حرکت

گزینه ۳

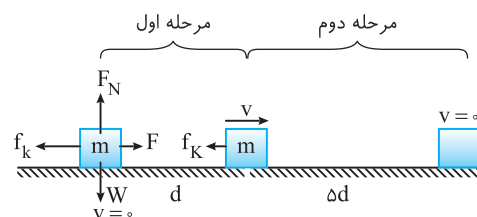
چند متر است؟

- ۱) ۵ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۱۵

۳ ۵۷۳ B

به شکل مسیری که رسم کرده‌ایم دقت کنید، تغییر انرژی جنبشی از ابتدا تا انتهای مسیر صفر است زیرا تندی اول و آخر مسیر صفر است. اکنون کار کل در مسیر حرکت را برابر تغییر انرژی جنبشی می‌گذاریم.

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\Delta K=0} W_{F_N} + W_W + W_F + W_{f_k} = 0 \quad (1)$$





B ۵۷۸ ۳

یادآوری مجموع جبری کار تک نیروها برابر کار نیروی خالص وارد بر جسم است و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_{F_{\text{net}}} = W_t = \Delta K$$

به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، نیروی خالص را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow F_t d = K_f - K_i \Rightarrow F_t \times 10 = 40 - 0 \Rightarrow F_t = 4 \text{ N}$$

$$F_t = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow 4 = \sqrt{2F^2} \Rightarrow F = 2\sqrt{2} \text{ N}$$

بازی با سؤال دو نیروی عمود برهم $F_1 = 30 \text{ N}$ و $F_2 = 40 \text{ N}$ بر جسم ساکن ۵ کیلوگرمی وارد می‌شوند. تندی جسم پس از ۱۰ متر جابه‌جایی برابر $10\sqrt{2} \text{ m/s}$ می‌شود. F_1 چند نیوتون است؟

(۱) ۵۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴) ۴۵

A ۵۷۹ ۱

کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. در ابتدا جسم ساکن بوده و در انتها نیز جسم روی سطح میز ساکن است و بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل صفر است.

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{K_f = K_i = 0} W_t = 0$$

مجموع کار نیروی شخص و کار نیروی وزن (کار کل) نیز صفر خواهد بود از این رو می‌توان نوشت:

$$W_t = W_F + W_W = 0$$

کار نیروی وزن منفی است زیرا جسم رو به بالا حرکت کرده است

$$W_F - mgh = 0 \Rightarrow W_F = mgh = 2 \times 10 \times 1 = 20 \text{ J}$$

بنابراین:

B ۵۸۰ ۲

جسم به اندازه h از سطح زمین بالا رفته و تندی‌اش به v رسیده و در طول مسیر نیروی F رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین بر آن وارد شده است و مجموع کار F و کار نیروی وزن برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_W = \frac{1}{2} mv^2$$

بنابراین می‌توان نوشت:

کار نیروی وزن منفی و برابر $-mgh$ است از این رو:

$$W_F - mgh = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow W_F = \frac{1}{2} mv^2 + mgh$$

کاملاً مشخص است که کار نیروی F از انرژی جنبشی جسم بیشتر است.

$$W_F > \frac{1}{2} mv^2$$

B ۵۸۱ ۱

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی:

کار کل نیروهای وارد بر قطره باران را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی حساب می‌کنیم.

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} mv_f^2 - \frac{1}{2} mv_i^2$$

$$\xrightarrow{m=6 \times 10^{-5} \text{ kg}, v_f=3 \text{ m/s}} W_t = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^{-5} \times 9 - 0 = 27 \times 10^{-5} \text{ J}$$

بر قطره باران دو نیروی یکی وزن و دیگری مقاومت هوا وارد می‌شود که مجموع کار آن برابر کار کل است از این رو:

$$W_t = W_g + W_f \Rightarrow W_t = mgh - W_f$$

$$\Rightarrow 27 \times 10^{-5} = 6 \times 10^{-5} \times 1 \times 2500 + W_f \Rightarrow W_f = -1/4 \times 10^{-3} \text{ J} \approx -1/5 \text{ J}$$

B ۵۸۲ ۴

نیروهای وارد بر چتر باز، نیروی گرانش و نیروی مقاومت هواست. بنا بر قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_D} = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow mgh + W_{f_D} = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow{m=100 \text{ kg}, h=50 \text{ m}, v_i=10 \text{ m/s}, v_f=40 \text{ m/s}}$$

$$(100 \times 10 \times 50) + W_{f_D} = \frac{1}{2} \times 100 \times (40^2 - 10^2)$$

$$\Rightarrow 50000 + W_{f_D} = 50 \times (1600 - 100) \Rightarrow 50000 + W_{f_D} = 50 \times 1500$$

$$\Rightarrow 50000 + W_{f_D} = 75000 \Rightarrow W_{f_D} = 25000 \text{ J}$$

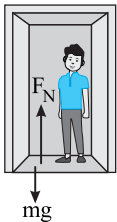
$$\Rightarrow W_{f_D} = -49910 \text{ J} = -4991 \text{ kJ}$$

بازی با سؤال چتر بازی از ارتفاع ۸۰۰ متری از حال سکون رها می‌شود.

جرم چتر باز همراه چترش ۸۰ kg است. اگر چتر باز با تندی 5 m/s به زمین برسد کار نیروی مقاومت هوا در مسیر سقوط چند کیلوژول است؟ ($g=10 \text{ N/kg}$)

(۱) ۶۲۹ (۲) ۶۳۹ (۳) 29×10^3 (۴) 39×10^3

B ۵۸۳ ۴



خط فکری تمام داستان حرکت از طبقه سوم به طبقه دهم

در حل مسئله تأثیری ندارد. تنها نکته مهم این مسئله تندی ثابت آسانسور در مسافت ۶ m است و زمان بیان شده در مسئله نیز مهم نیست و مسئله به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی به راحتی قابل حل است.

جرم کل شخص $70 + 5 = 75 \text{ kg}$ است. کار نیروی وزن در ۶ m جابه‌جایی خواهد شد:

$$W_W = -mgh \xrightarrow{m=75 \text{ kg}} W_W = -75 \times 10 \times 6 \Rightarrow W_W = -4500 \text{ J}$$

نیرویی که آسانسور به شخص وارد می‌کند همان نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) است. تندی جسم ثابت است و تغییر انرژی جنبشی جسم صفر و کار کل نیز صفر است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_W + W_{F_N} = 0 \Rightarrow W_{F_N} = -W_W \Rightarrow W_{F_N} = -(-4500) = 4500 \text{ J}$$

B ۵۸۴ ۱

در کل مسیر از سطح زمین تا لحظه پرتاب جسم، دو نیرو یکی نیروی شخص (W_F) و دیگری نیروی وزن (W_W) بر جسم وارد می‌شود که کار نیروی وزن منفی و برابر $-mgh$ است. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_g + W_F = \frac{1}{2} mv_f^2 - \frac{1}{2} mv_i^2 \Rightarrow -mgh + W_F = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\Rightarrow W_F = \frac{1}{2} mv^2 + mgh \xrightarrow{m=50 \text{ kg}, h=10 \text{ m}, v=8 \text{ m/s}}$$

$$W_F = \frac{1}{2} \times 50 \times 64 + 50 \times 10 \times 1 = 2300 \text{ J}$$

A ۵۸۵ ۲

خط فکری ثانیه اول یعنی بازه زمانی ۰ تا ۱ s، ثانیه دوم یعنی بازه زمانی ۱ s تا ۲ s، ثانیه سوم یعنی بازه زمانی ۲ s تا ۳ s و ... شتاب سقوط جسم بنا به فرض مسئله 10 m/s^2 است بنابراین شما به کمک تعریف شتاب می‌توانید تندی جسم در $t=2 \text{ s}$ و $t=3 \text{ s}$ و همچنین انرژی جنبشی جسم را در این دو لحظه به دست بیاورید و تغییر انرژی جنبشی جسم را حساب کنید در این صورت کار نیروی وزن مشخص می‌شود.

جسم در شرایط خلأ رها شده و تندی اولیه آن صفر بوده از طرفی شتاب وارد بر جسم شتاب گرانش $g=10 \text{ m/s}^2$ است. طبق رابطه شتاب متوسط که در سال نهم خواندید داریم:

$$\begin{aligned} \frac{v(3) - v(0)}{3} &= 10 \Rightarrow v(t=3 \text{ s}) = 30 \text{ m/s} \\ \frac{v(2) - v(0)}{2} &= 10 \Rightarrow v(t=2 \text{ s}) = 20 \text{ m/s} \end{aligned}$$

حال طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{کل}} = \Delta K \Rightarrow W_{mg} = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_{mg} = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 1 \times (900 - 400) = 250 \text{ J}$$

A ۵۸۶ ۳

W_f و W_1 را با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی حساب می‌کنیم:

$$W_1 = \Delta K_1 \Rightarrow W_1 = \frac{1}{2} m(v^2 - 0) \Rightarrow W_1 = \frac{1}{2} mv^2$$

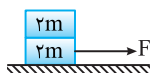
$$W_f = \Delta K_f = \frac{1}{2} mv_f^2 - \frac{1}{2} mv_i^2$$

$$\xrightarrow{v_1=v, v_f=3v} W_f = \frac{1}{2} m((3v)^2 - v^2) \Rightarrow W_f = \frac{4}{2} mv^2$$

$$\frac{W_f}{W_1} = \frac{\frac{4}{2} mv^2}{\frac{1}{2} mv^2} = 4$$

حال $\frac{W_f}{W_1}$ را به دست می‌آوریم:

۱ ۵۹۱ B



حالت اول: با نیروی F ، تندی از صفر به v می‌رسد، کار نیروی F بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهد شد:

$$W_F = \Delta K \Rightarrow Fd = \frac{1}{2}(2m)(v^2 - 0) \Rightarrow Fd = 2mv^2 \quad (1)$$

حالت دوم: با همان نیروی F ، می‌خواهیم تندی وزنه‌ای به جرم $2m$ را از v به $2v$ برسانیم بنابراین می‌توان نوشت:

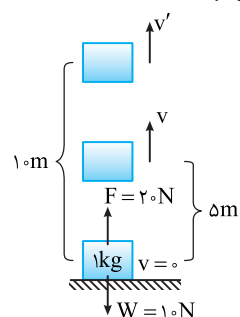
$$W'_F = \Delta K' \Rightarrow Fd' = \frac{1}{2}(2m)(4v^2 - v^2) \Rightarrow Fd' = 3mv^2 \quad (2)$$

$$\frac{Fd'}{Fd} = \frac{3mv^2}{2mv^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow d' = \frac{3}{2}d$$

با تقسیم رابطه (۲) بر رابطه (۱) داریم:

۲ ۵۹۲ B

خط فکری ابتدا به شما بگوییم که در فصل دینامیک پایه دوازدهم این مسئله را راحت‌تر می‌توانید حل کنید اما در فصل کار و انرژی اول نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید سپس مجموع کار نیروها را در هر مسیر با تغییر انرژی جنبشی برابر قرار دهید تا بتوانید تندی جسم را در ارتفاع 10 متری و در وسط مسیر یعنی ارتفاع 5 متری حساب کنید. دو نیرو یکی وزن و دیگری نیروی F بر جسم وارد می‌شود.



با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_F + W_{mg} = \Delta K$$

$$(1) \rightarrow 20 \times 5 - 10 \times 10 = \frac{1}{2} \times 10 \times (v'^2 - 0) \Rightarrow v' = 10 \text{ m/s}$$

$$(2) \rightarrow 20 \times 10 - 10 \times 10 = \frac{1}{2} \times 10 \times (v^2 - 0) \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

$$\frac{v}{v'} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

در این صورت نسبت تندی‌ها خواهد شد:

۲ ۵۹۳ B

کار نیروی عمودی سطح F_N و کار نیروی وزن وارد بر هر دو قایق صفر است زیرا این نیروها بر مسیر عمودند از طرفی نیروی وارد بر هر دو قایق یکسان و برابر F است و از ابتدا تا انتهای مسیر هر دو قایق، مسیر یکسانی را طی کرده‌اند. بنابراین کار کل انجام شده روی قایق‌ها برابر است و گزاره (الف) درست است.

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند و انرژی جنبشی اولیه آن‌ها صفر است. بنابراین انرژی جنبشی نهایی آن‌ها یکی است.

$$W_{t_1} = W_{t_2} \Rightarrow \Delta K_1 = \Delta K_2 \xrightarrow{K_{1i} = K_{2i} = 0} K_1 = K_2$$

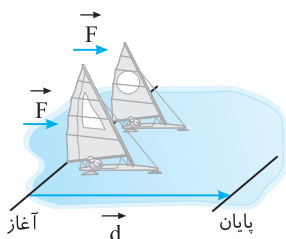
و گزاره (ب) درست است.

اما وقتی انرژی جنبشی آن‌ها یکی است جسمی که جرم کمتری دارد تندی‌اش بیشتر است یعنی تندی آن در انتهای مسیر برابر نیست و گزاره (پ) نادرست است.

$$K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 \xrightarrow{m_2=2m_1} v_1^2 = 2v_2^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2}v_2$$

$$\Rightarrow v_1 \neq v_2$$

۱ ۵۹۴ B



روش اول: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی:

۱. نیروی وارد بر هر دو قایق یکسان و جابه‌جایی آن‌ها نیز یکسان است، بنابراین کار نیروی باد بر هر دو قایق یکسان است.

$$W = Fd \Rightarrow W_1 = W_2$$

۴ ۵۸۷ B

خط فکری صحبت از کار کل است، بنابراین اولین راه حل استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی است. در دو مرحله قضیه کار و انرژی را می‌نویسیم و روابط به دست آمده را بر هم تقسیم می‌کنیم. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$K_t = \Delta K \begin{cases} \text{مرحله اول} \rightarrow 120 = \frac{1}{2}mv_1^2 \\ \text{مرحله دوم} \rightarrow K = \frac{1}{2}m(4v_1)^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \end{cases}$$

$$\frac{120}{K} = \frac{v_1^2}{16v_1^2 - v_1^2} \Rightarrow K = 120 \times 15 \Rightarrow K = 1800 \text{ J}$$

۲ ۵۸۸ B

کار کل در مسیر AB برابر است با:

$$W_{tAB} = \Delta K_{AB} \Rightarrow W_{tAB} = \frac{1}{2}m(4v^2 - v^2) \Rightarrow W_{tAB} = \frac{3}{2}mv^2$$

کار کل در مسیر BC برابر است با:

$$W_{tBC} = \Delta K_{BC} \Rightarrow W_{tBC} = \frac{1}{2}m(0 - 4v^2) \Rightarrow W_{tBC} = -\frac{2}{1}mv^2$$

$$\frac{W_{tAB}}{W_{tBC}} = \frac{\frac{3}{2}mv^2}{-\frac{2}{1}mv^2} = -\frac{3}{4}$$

نسبت $\frac{W_{tAB}}{W_{tBC}}$ خواسته شده است:

۳ ۵۸۹ B

کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی است، در هر حالت تغییر انرژی جنبشی را بررسی می‌کنیم. تندی جسم از v_0 به $v_0 + 5$ رسیده و کار کل انجام شده برابر 250 J بوده است بنابراین:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow 250 = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\xrightarrow{m=4\text{ kg}} 250 = \frac{1}{2} \times 4 \times (v_0 + 5)^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times v_0^2$$

$$125 = v_0^2 + 10v_0 + 25 - v_0^2 \Rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s}$$

اکنون کار کل را در مدتی که تندی از $10 + 5 = 15 \text{ m/s}$ به $20 + 5 = 25 \text{ m/s}$ می‌رسد، حساب می‌کنیم.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 4 \times (25^2 - 15^2) \Rightarrow W_t = 2 \times 175 = 350 \text{ J}$$

۲ ۵۹۰ C

در لحظه $t=0$ تندی v_1 است. در لحظه $t=1\text{ s}$ ، تندی $20v_1$ افزایش می‌یابد و برابر $v_2 = 1/2v_1$ می‌شود بنابراین کار کل در بازه ثانیه اول (یعنی از $t=0$ تا $t=1\text{ s}$) بنا به قضیه کار و انرژی خواهد شد:

$$W_{t_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow W_{t_1} = \frac{1}{2}m(1/4v_1^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_{t_1} = 0/44(\frac{1}{4}mv_1^2)$$

در ثانیه بعدی یعنی ثانیه دوم مجدداً $20v_1$ به تندی اضافه می‌شود و تندی خواهد شد:

$$v_3 = v_2 + 0/20v_1 = 1/2v_1 + 0/20v_1 \Rightarrow v_3 = 1/4v_1$$

کار کل در بازه ثانیه دوم (یعنی از $t=1\text{ s}$ تا $t=2\text{ s}$) خواهد شد:

$$W_{t_2} = \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m(1/16v_1^2 - 1/4v_1^2) = -\frac{1}{2}m(1/4v_1^2)$$

$$W_{t_2} = \frac{1}{2}m(1/16v_1^2 - 1/4v_1^2) = 0/52(\frac{1}{4}mv_1^2)$$

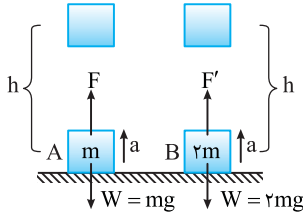
$$\frac{W_{t_2}}{W_{t_1}} = \frac{0/52 \times \frac{1}{4}mv_1^2}{0/44 \times \frac{1}{4}mv_1^2} \Rightarrow \frac{W_{t_2}}{W_{t_1}} = \frac{13}{11}$$

اکنون نسبت $\frac{W_{t_2}}{W_{t_1}}$ را به دست می‌آوریم:



۱ ۵۹۷ C

خط فکری انرژی جنبشی اولیه هر دو جسم که از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند صفر است و پس از جابه‌جایی یکسان h ، انرژی جنبشی آن‌ها را باید به‌دست بیاورید و مقایسه کنید. برای این کار شما باید نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنید، کار تک تک نیروها را حساب کرده و مجموع آن‌ها را بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر ΔK قرار دهید و انرژی جنبشی هر یک را به‌دست آورید.



۱ با توجه به فرض مسئله شتاب هر دو جسم A و B یکسان است. هر جسم رو به بالا شروع به حرکت کرده و نیروی رو به بالا F از وزن بیشتر است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} A: F - mg &= ma \Rightarrow F = mg + ma \\ B: F' - 2mg &= 2ma \Rightarrow F' = 2mg + 2ma \end{aligned} \right\} F' = 2F$$

۲ قضیه کار و انرژی را برای هر جسم می‌نویسیم:

$$A: W_{tA} = \Delta K_A \Rightarrow W_F + W_{WA} = \Delta K_A$$

$$\frac{W_{WA} = -mgh, W_F = Fh}{K_{A=0}} \rightarrow Fh - mgh = K_A \quad (1)$$

$$B: W_{tB} = \Delta K_B \Rightarrow W_{F'} + W_{WB} = \Delta K_B$$

$$\frac{W_{WB} = -2mgh, W_{F'} = F'h = 2Fh}{K_{B=0}} \rightarrow 2Fh - 2mgh = K_B$$

$$\Rightarrow 2(Fh - mgh) = K_B \quad (2)$$

از رابطه (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که $K_B = 2K_A$.

۴ ۵۹۸ A

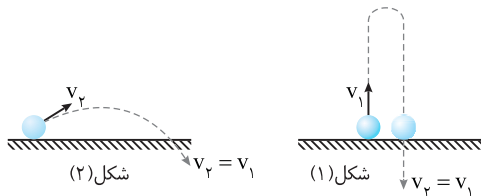
کار کل یا همان کار نیروی برآیند وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است و به تندی ابتدایی و انتهایی مسیر بستگی ندارد و چگونگی مسیر در محاسبه آن تأثیری ندارد بنابراین طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{کار کل}} = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{m=2\text{kg}, v_1=20\text{m/s}, v_2=10\text{m/s}}$$

$$W_{\text{کار کل}} = \frac{1}{2} \times 2 \times ((10)^2 - (20)^2) = (100 - 400) \Rightarrow W_{\text{کار کل}} = -300\text{J}$$

۴ ۵۹۹ A

به شکل زیر و به کلمه الزاماً در صورت مسئله دقت کنید. در شکل (۱) گلوله‌ای را در شرایط خلأ از سطح زمین رو به بالا پرتاب می‌کنیم (اکنون خودکار خود را به بالا پرتاب کنید) گلوله بالا می‌رود، می‌ایستد و با همان تندی به محل اولیه‌اش برمی‌گردد.



چون تندی ابتدایی و انتهایی یکسان است، تغییر انرژی جنبشی صفر است و در نتیجه کار کل صفر است. اما در کل مسیر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست و در تمام مسیر بر جسم نیروی وزن وارد می‌شود و بنابراین گزینه (۱) نادرست است. در طول مسیر تندی ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود و گزینه (۲) نادرست است. در شکل (۲) مسیر خمیده است و کار کل نیز صفر است بنابراین گزینه (۳) نیز نادرست است اما به هر حال تندی اولیه و نهایی باید یکسان باشد تا تغییر انرژی جنبشی و در نتیجه کار کل صفر شود یعنی گزینه (۴) درست است.

۲ ۶۰۰ A

بر ماهواره تنها نیروی وزن وارد می‌شود و این نیرو همواره در امتداد شعاع کره زمین است که بر مسیر حرکت ماهواره عمود است. یعنی $\theta = 90^\circ$ و $\cos \theta = 0$. بنابراین کار انجام شده بر ماهواره صفر می‌شود و تندی ماهواره تغییر نمی‌کند البته با توجه به رابطه کار و

یادآوری: کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

۲ با توجه به قضیه کار و انرژی خواهیم داشت:

$$W = \Delta K \xrightarrow{W_1 = W_2} \Delta K_1 = \Delta K_2 \Rightarrow K_1 = K_2$$

$$\xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 \xrightarrow{m_1 = 4m_2} \frac{1}{2}(4m_2)v_1^2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 \Rightarrow v_2 = 2v_1$$

بنابراین تندی قایق سبک‌تر دو برابر تندی قایق سنگین‌تر است.

روش دوم: استفاده از روابط حرکت‌شناسی و دینامیک

نیروی وارد بر قایق‌ها برابر است اما جرم قایق اول ۴ برابر جرم قایق دوم است ($m_1 = 4m_2$) و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F = ma \xrightarrow{F_1 = F_2} m_1a_1 = m_2a_2 \Rightarrow 4m_2a_1 = m_2a_2$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{1}{4}a_2 \quad (1)$$

با توجه به رابطه مستقل از زمان می‌توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x_1 = \Delta x_2 = d} \begin{cases} v_1^2 - 0 = 2a_1d \\ v_2^2 - 0 = 2a_2d \end{cases}$$

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{a_1}{a_2} \xrightarrow{(1)} \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{a_2}{4a_2} \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$$

۱ ۵۹۵ A

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی در دو حالت داریم:

$$W_{\text{الف}} = \Delta K_{\text{الف}} \Rightarrow F_{\text{الف}}d = \frac{1}{2}m(v^2 - 0)$$

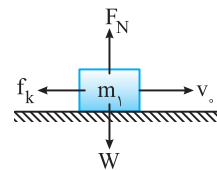
$$W_{\text{ب}} = \Delta K_{\text{ب}} \Rightarrow F_{\text{ب}} \times 2d = \frac{1}{2} \times 4m(v^2 - 0^2)$$

اگر دو معادله را بر هم تقسیم کنیم داریم:

$$\frac{F_{\text{الف}} \times d}{F_{\text{ب}} \times 2d} = \frac{m}{4m} \Rightarrow \frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}} = \frac{1}{2}$$

۲ ۵۹۶ B

یادآوری: هرگاه جسمی را با سرعت اولیه به حرکت در می‌آورید، پس از جدا شدن جسم از دست شما، نیروی جلوبری وجود ندارد و جسم چون سرعت گرفته به حرکت خود ادامه می‌دهد.



بر هر جسم سه نیروی (۱) وزن (۲) عمودی سطح (۳) اصطکاک وارد می‌شود. کار نیروی وزن و نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود هستند صفر است و کار کل برابر کار نیروی اصطکاک وارد بر جسم است. اگر نیروی اصطکاک جسم سبک را f_k

بنامیم با توجه به فرض مسئله نیروی اصطکاک جسم سنگین $2f_k$ خواهد بود.

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی در هر حالت جابه‌جایی جسم تا توقف را حساب می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \begin{cases} 1 \text{ جسم: } W_{f_k} = \Delta K \Rightarrow f_k \times x \times \cos 180^\circ \\ = \frac{1}{2}m(0 - v_0^2) \Rightarrow x = \frac{mv_0^2}{2f_k} \\ 2 \text{ جسم: } W_{f_k} = \Delta K \Rightarrow 2f_k \times x \times \cos 180^\circ \\ = \frac{1}{2}(2m)(0 - v_0^2) \Rightarrow x = \frac{mv_0^2}{2f_k} \end{cases}$$

یعنی مسافت طی شده توسط دو جسم از لحظه شروع حرکت تا لحظه توقف برابر است

$$(x = X)$$

۱ ۶۰۵ A **خط فکری**

برای به دست آوردن کار نیروی وزن تنها جابه جایی در راستای قائم مهم است. همچنین با داشتن تندی اولیه و تندی نهایی می توان کار کل را با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی به دست آورد.

کار نیروی وزن برابر است با: $W_{mg} = mgh \cos \alpha = 5 \times 10 \times 3 \times 1 = 150 \text{ J} \Rightarrow W_1 = 150 \text{ J}$

کار کل نیروها را از قضیه کار و انرژی جنبشی به دست می آوریم:

$$W_t = \Delta K = K_B - K_A = 0 - \frac{1}{2}mv_A^2 = -\frac{1}{2} \times 5 \times (2)^2 = -10 \text{ J} \Rightarrow W = -10 \text{ J}$$

بازی با سوال مطابق شکل زیر، گلوله ای به جرم 1 kg با تندی اولیه v_1 از نقطه A شروع به حرکت می کند و مماس بر مسیر بدون اصطکاک AB با تندی 7 m/s به نقطه B می رسد و پس از طی مسافت $3/5$ متر در مسیر افقی، در نقطه C می ایستد. کار کل انجام شده روی گلوله چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۱ ۶۰۶ C **خط فکری**

تندی ابتدایی و انتهایی را در مسیر حرکت را در اختیار داریم یعنی باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی برویم.

۱ نیروی عمودی سطح F_N بر مسیر عمود بوده و کارش صفر است.

۲ کار نیروی $F = 20 \text{ N}$ در جابه جایی 12 m برابر است با:

$$W_F = Fd \cos \theta \xrightarrow{\theta = 0, \cos \theta = 1} W_F = 20 \times 12 = 240 \text{ J}$$

۳ برای یافتن کار نیروی وزن ارتفاعی که جسم بالا رفته را حساب می کنیم. ضلع روبه رو به زاویه 30° نصف وتر است.

$$h = \frac{12}{2} = 6 \text{ m}$$

جسم رو به بالا حرکت کرده و کار نیروی وزن منفی و برابر است با:

$$W_W = -mgh \xrightarrow{m=2 \text{ kg}} W_W = -2 \times 10 \times 6 \Rightarrow W_W = -120 \text{ J}$$

۴ مجموع کار تک تک نیروها را برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار می دهیم.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_N} + W_W + W_F + W_{f_k} = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\Rightarrow 0 - 120 + 240 + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 2 \times 6^2 \Rightarrow 120 + W_{f_k} = 36 \Rightarrow W_{f_k} = -84 \text{ J}$$

۵ اکنون می توان نیروی اصطکاک را به دست آورد.

$$W_{f_k} = f_k d \cos \theta \xrightarrow{\theta = 180^\circ, \cos \theta = -1} -84 = f_k \times 12 \times (-1) \Rightarrow f_k = 7 \text{ N}$$

۲ ۶۰۷ B

کار کل در مسیر رفت را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی به دست می آوریم:

$$W_t = \Delta K = K_B - K_A \xrightarrow{K_B = 0} W_t = 0 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow W_{t, \text{رفت}} = -\frac{1}{2} \times m \times (8^2) \Rightarrow W_{t, \text{رفت}} = -32 \text{ m}$$

کار کل در مسیر برگشت خواهد شد:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{t, \text{برگشت}} = \frac{1}{2}mv_A^2 - 0 \Rightarrow W_{t, \text{برگشت}} = \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\frac{|W_{t, \text{رفت}}|}{|W_{t, \text{برگشت}}|} = 2$$

با توجه به فرض مسئله:

$$\frac{32 \text{ m}}{\frac{1}{2}mv_A^2} = 2 \Rightarrow v_A^2 = 32 \Rightarrow v_A = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

از این رو خواهیم داشت:

انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$W_{\text{کل}} = \Delta K \xrightarrow{W_{\text{کل}} = 0} \Delta K = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = 0 \Rightarrow v_1 = v_2 = 20 \text{ m/s}$$

بازی با سوال ماهواره ای به جرم 500 kg با تندی 3 m/s در فاصله 7200 km از مرکز زمین به گرد زمین می چرخد، در مدتی که ماهواره نیم دور به گرد زمین می چرخد، انرژی جنبشی آن چند ژول می شود؟

۱ ۶۰۸ B

نیروهای وارد بر جسم را مشخص می کنیم. سه نیرو بر جسم وارد می شود:

۱ نیروی وزن W

۲ نیروی اصطکاک f_k

۳ نیروی عمودی سطح (تکیه گاه) F_N

کار نیروی عمودی سطح که در طول مسیر رفت و برگشت بر مسیر عمود است صفر است.

در لحظه رها شدن تندی جسم صفر و در انتها نیز در پایین مسیر تندی صفر است. بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است.

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_W + W_{f_k} + W_{F_N} = \Delta K$$

$$\xrightarrow{\Delta K = 0} W_W = -W_{f_k} \Rightarrow \frac{W_{f_k}}{W_W} = -1$$

۴ ۶۰۹ B **خط فکری**

کار کل یعنی به دنبال تغییر انرژی جنبشی بروید برای این منظور باید اندازه سرعت در نقاط A و B را داشته باشید تا به کمک آن، انرژی جنبشی را در نقاط A و B حساب کنید.

اندازه سرعت خودرو در نقطه A: $\vec{v}_A = 3\vec{i} + 4\vec{j} \Rightarrow v_A = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m/s}$

اندازه سرعت خودرو در نقطه B: $\vec{v}_B = 5\vec{i} - 12\vec{j} \Rightarrow v_B = \sqrt{5^2 + (-12)^2} = 13 \text{ m/s}$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل خواهد شد:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_B - K_A \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\xrightarrow{m=800 \text{ kg}} W_t = \frac{1}{2} \times 800 \times (13^2 - 5^2) \Rightarrow W_t = 400 \times (144 - 25)$$

$$\Rightarrow W_t = 400 \times 119 \Rightarrow W_t = 47600 \text{ J} = 47.6 \text{ kJ}$$

۴ ۶۱۰ A ابتدا با رسم نمودار مسیر حرکت جسم را مشخص می کنیم و با توجه به قضیه فیثاغورس d برابر است با:

$$d = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow F_t d = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow F_t \times 5 = \frac{1}{2} \times 2 \times (4^2 - 3^2) \Rightarrow F_t = 24 \text{ N}$$

۱ ۶۱۱ A **خط فکری**

برای یافتن کار کل شما باید تغییر انرژی جنبشی را به دست آورید و تغییر انرژی جنبشی به تندی ابتدایی و انتهایی بستگی دارد و شکل مسیر هرگونه ای که باشد و چگونگی حرکت جسم اصولاً مهم نیست.

کار کل نیروهای وارد بر جسم بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییرات انرژی جنبشی است از این رو:

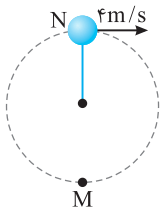
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \xrightarrow{m=2000 \text{ kg}, v_1=2 \text{ m/s}, v_2=2 \text{ m/s}}$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 2000 \times (2^2 - 2^2) = 1400 \times 0 = 1400 \text{ J} = 1.4 \text{ kJ}$$



ینجره دوجداره (سطح دوم)

۲ ۶۱۲ B



بر جسم سه نیرو وارد می‌شود. (۱) نیروی وزن (۲) نیروی کشش نخ (۳) نیروی مقاومت هوا
 ۱. نیروی کشش نخ در تمام نقاط مسیر از جسم به سمت مرکز دایره است بنابراین بر مسیر حرکت عمود بوده و کارش صفر است.

۲. کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و به فاصله N تا M که دو برابر طول نخ است بستگی دارد ($h=2 \times 1 = 2m$) و چون از N تا M جسم رو به پایین حرکت می‌کند کار نیروی وزن مثبت است.

$$W_W = +mgh \xrightarrow{m=2kg} W_W = 2 \times 1 \times 2 \Rightarrow W_W = 4J$$

۳. در نقطه N تندی جسم $4m/s$ است و با توجه به فرض مسئله تندی در نقطه M ، 50% بیشتر است. یعنی:

$$v_M = v_N + \frac{50}{100} v_N \Rightarrow v_M = \frac{150}{100} v_N \Rightarrow v_M = \frac{3}{2} \times 4 = 6m/s$$

۴. اما کار نیروی مقاومت هوا: برای یافتن کار نیروی مقاومت همواره باید به سراغ قضیه کار و انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$) برویم.

$$W_F + W_W + W_t = \Delta K \Rightarrow 0 + 4 + W_F = \frac{1}{2} m v_M^2 - \frac{1}{2} m v_N^2$$

$$\xrightarrow{m=2kg} 4 + W_F = \frac{1}{2} \times 2 \times (6)^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2 \Rightarrow 4 + W_F = 20$$

$$W_F = -16J$$

۴ ۶۱۳ C

۱. **یادآوری:** جسم ساکن هرگاه تحت تأثیر چند نیروی ثابت قرار گیرد در جهت برآیند نیروهای وارد بر جسم حرکت خواهد کرد و کار نیروی برآیند برابر می‌شود. $W_{F_{net}} = F_{net} d$

۲. **یادآوری:** کار نیروی برآیند برابر کار کل نیروهای وارد بر جسم است.

$$W_t = W_{F_{net}} = \Delta K$$

۳. **یادآوری:** قضیه کار و انرژی جنبشی چگونگی آرایش نیروها و مسیر حرکت را مشخص نمی‌کند.

ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی نیروی برآیند را حساب می‌کنیم.

$$W_{F_{net}} = \Delta K \Rightarrow F_{net} \times d = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_1=0, d=vm} F_{net} \times v = 35 - 0 \Rightarrow F_{net} = 5N$$

برای $F_1 = 3N$ و $F_2 = 5N$ شده است اما ما نمی‌دانیم که آیا این دو نیرو هم‌جهت هستند یا در خلاف جهت هم و یا باهم زاویه می‌سازند از این‌رو:

$$\text{اگر } \vec{F}_1 \text{ و } \vec{F}_2 \text{ هم‌جهت باشد، در این صورت: } F_1 + F_2 = 5 \Rightarrow 3 + F_2 = 5 \Rightarrow F_2 = 2N$$

اگر $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ در خلاف جهت هم باشند، $F_2 > F_1$ باشد آنگاه:

$$F_2 - F_1 = 5 \Rightarrow F_2 - 3 = 5 \Rightarrow F_2 = 8N$$

اگر $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ عمود بر هم باشند آنگاه: $F_1^2 + F_2^2 = 5^2 \Rightarrow 3^2 + F_2^2 = 5^2 \Rightarrow F_2 = 4N$
 در نتیجه با قضیه کار و انرژی جنبشی نمی‌توان نیروی $\vec{F}_2$ را تعیین کرد، در واقع برای $\vec{F}_2$ بی‌نهایت جواب وجود دارد. بنابراین گزینه (۴) درست است.

۲ ۶۱۴ C

۱. در ابتدا جسم ساکن و تندی اولیه صفر است ($v_1 = 0$)، جسم حداکثر تا جایی بالا می‌رود که تندی آن صفر شود ($v_2 = 0$)، بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است ($\Delta K = 0$)

۲. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل نیز صفر خواهد شد. $W_t = \Delta K = 0$

۲ ۶۰۸ B

پس از پاره شدن نخ در راستای جابه‌جایی جسم دو نیروی وزن و شناوری بر جسم وارد می‌شود: کار نیروی وزن در این جابه‌جایی جسم رو به بالا منفی و برابر است با:

$$W_{وزن} = mgd \cos 180^\circ = 1 \times (2 \times 10^{-2}) \times (-1) = -2J$$

کار نیروی شناوری خواهد شد: $W_{F_b} = F_b d \cos 0^\circ = 2 \times (2 \times 10^{-2}) = 4J$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی شناوری برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. $W_{کل} = \Delta K \Rightarrow W_{F_b} + W_{وزن} = \Delta K$

$$4 + (-2) = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_1=0} K_2 = 2J$$

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times v_2^2 = 2 \Rightarrow v_2 = 2m/s$$

۴ ۶۰۹ B

خط فکری: در مسائل این چنینی بهتر است با رسم یک شکل ساده نیروهای وارد بر جسم مورد نظر را مشخص کنیم. سپس به حل مسئله بپردازیم. نیروهای وارد بر بالون عبارتند از:

۱. نیروی شناوری F_b که سبب بالا رفتن بالون می‌شود.

۲. نیروی وزن

۳. نیروی مقاومت هوا. کار نیروی مقاومت هوا منفی و برابر $-50J$ است و کار نیروی وزن نیز منفی می‌باشد. با توجه به قضیه کار و انرژی خواهیم داشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_g + W_f + W_{F_b} = \frac{1}{2} m v^2 - 0$$

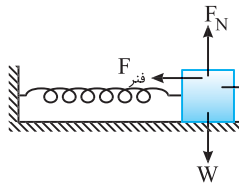
$$\Rightarrow mgh \cos 180^\circ + (-50) + F_b \times h = \frac{1}{2} \times 50 \times 16$$

$$-50 \times 10 \times 10 - 50 + 10 F_b = 400 \Rightarrow F_b = 590N$$

۱ ۶۱۰ B

۱. بر جسم چهار نیرو وارد می‌شود.

(۱) نیروی وزن (۲) نیروی عمودی سطح (۳) نیروی فنر (۴) نیروی نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر مسیر حرکت عمود بوده و کار آن‌ها صفر است.



۲. کار نیروی $F = 30N$ در جابه‌جایی $10cm$ خواهد شد:

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 30 \times 0.1 \times 1 \Rightarrow W_F = 3J$$

۳. تندی جسم در ابتدا و انتهای مسیر صفر است. بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم نیز صفر است. ($\Delta K = 0$)

۴. کار کل را بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییر انرژی جنبشی جسم قرار می‌دهیم.

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\Delta K=0} W_{F_N} + W_F + W_{F_{فنر}} + W_W = 0$$

$$\Rightarrow 3 + W_{F_{فنر}} = 0 \Rightarrow W_{F_{فنر}} = -3J$$

۲ ۶۱۱ B

مطابق شکل، نیروی وزن در جهت جابه‌جایی و نیروی کشسانی فنر خلاف جهت جابه‌جایی جسم وارد می‌شود. جسم رها شده است بنابراین تندی اولیه آن صفر است ($v_1 = 0$). با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_g + W_{F_e} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow mgh + W_{F_e} = \frac{1}{2} \times 2 \times 0.4$$

$$2 \times 10 \times \frac{4}{100} + W_{F_e} = 0.4 \Rightarrow W_{F_e} = 0.4 - 0.8 = -0.4J$$

۲ ۶۱۷ B

خط فکری در این حرکت کار کل همان کار نیروی F است و برای به دست آوردن کار کل در ثانیه دوم، ابتدا باید بدانید که ثانیه دوم یعنی بازه زمانی بین $t=1s$ و $t=2s$ ، سپس با یافتن شتاب حرکت به کمک قانون دوم نیوتون، تندی جسم را در لحظه های $t=1s$ و $t=2s$ حساب کنید و سرانجام به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی F را به دست آورید.

۱ شتاب حرکت جسم را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می کنیم.

$$F=ma \quad m=5kg \Rightarrow 2=\Delta a \Rightarrow a=0.4m/s^2$$

۲ تندی در لحظه $t=1s$ و $t=2s$ را به کمک تعریف شتاب به دست می آوریم.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \begin{cases} t=1s \Rightarrow 0.4 = \frac{v_1 - 0}{1} \Rightarrow v_1 = 0.4m/s \\ t=2s \Rightarrow 0.4 = \frac{v_2 - 0}{2} \Rightarrow v_2 = 0.8m/s \end{cases}$$

۳ کار نیروی F را حساب می کنیم:

$$W_F = \Delta K \Rightarrow W_F = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow W_F = \frac{1}{2} \times 5(0.64 - 0.16)$$

$$W_F = \frac{1}{2} \times 5(0.48) = 5 \times 0.24 \Rightarrow W_F = 1.2J$$

نکته نیرویی که سبب بالا رفتن وزنه $2kg$ توسط نخ می شود هم اندازه نیروی F است که توسط کارگر بر نخ وارد می شود. تندی جعبه ثابت است و انرژی جنبشی جعبه تغییر نمی کند ($\Delta K=0$). بنابراین مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی F که بر جعبه وارد می شود نیز صفر است بنابراین می توان نوشت:

$$W_F + W_{mg} = \Delta K \xrightarrow{\Delta K=0} W_F - mgh = 0 \Rightarrow W_F = 2 \times 10 \times 4 = 80N$$

۲ ۶۱۹ C

۱ تندی جسم ثابت است و انرژی جنبشی جسم تغییر نمی کند بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است. پس بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی مجموع جبری کار نیروهای وارد بر جسم صفر است.

۲ بر جسم چهار نیرو وارد می شود. I نیروی عمودی سطح: که چون بر مسیر عمود است، کارش صفر است. II نیروی وزن: جسم رو به بالا در حرکت است و کار نیروی وزن منفی و برابر $W_W = -mgh$ است که در آن h خواهد بود:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow h = 5 \times \sin 30^\circ \Rightarrow h = 2.5m$$

$$W_W = -1/7 \times 10 \times 2.5 \Rightarrow W_W = -42.5J$$

III نیروی اصطکاک: کار نیروی اصطکاک برابر است با:

$$W_{f_k} = -f_k d \Rightarrow W_{f_k} = -3 \times 5 = -15J$$

۳ اکنون می توان به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیروی F را حساب کرد.

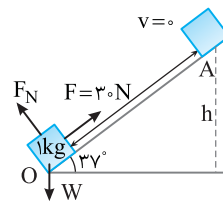
$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\Delta K=0} W_{F_N} + W_W + W_{f_k} + W_F = 0$$

$$\Rightarrow 0 - 42.5 - 15 + W_F = 0 \Rightarrow W_F = 57.5J$$

یجره چهارم

۲ ۶۲۰ A

انرژی پتانسیل گرانشی هر دو شخص در طبقه سوم با توجه به رابطه $U=mgh$ نسبت به زمین یکسان است و گزاره (الف) نادرست است. کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم نقطه انتهایی از نقطه ابتدایی بستگی دارد که ارتفاع قائم در حرکت شخص A و شخص B از سطح زمین در طبقه سوم یکی است و کار نیروی وزن یکسان است ($W_{W_A} = W_{W_B} = -mgh$) و گزاره (ب) درست است.



۳ کار نیروی عمودی سطح صفر و مجموع

کار نیروی F و نیروی وزن خواهد شد:

$$W_t = W_{F_N} + W_W + W_F = 0$$

$$\Rightarrow W_W + W_F = 0$$

$$\Rightarrow W_W = -W_F \Rightarrow W_W = -Fd$$

نیروی $F=30N$ فقط $5m$ بر جسم وارد شده است از این رو:

$$W_W = -30 \times 5 \Rightarrow W_W = -150J$$

۴ کار نیروی وزن در این مسیر منفی و برابر $W_W = -mgh$ است از این رو:

$$-150 = -1 \times 10 \times h \Rightarrow h = 15m$$

۵ کل جابه جایی (OA) خواهد شد:

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{OA} \Rightarrow 0.6 = \frac{15}{OA} \Rightarrow OA = \frac{15}{0.6} \Rightarrow OA = 25m$$

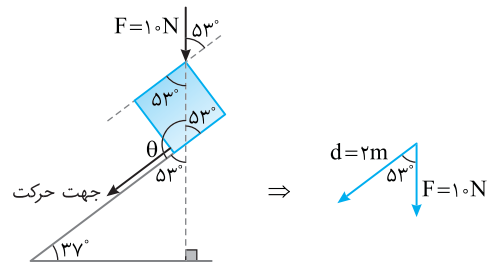
۳ ۶۱۵ B

به شکل زیر دقت کنید. برای یافتن کار نیروی $F=10N$ در جابه جایی $2m$ به زاویه

بین نیرو و جابه جایی نیاز داریم که این زاویه برابر 53° است از این رو کار نیروی F

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 10 \times 2 \times 0.6 \Rightarrow W_F = 12J$$

خواهد شد:



۲ ۶۱۶ C

۱ جسم با تندی ثابت به پایین

می لغزد بنابراین انرژی جنبشی تغییر

نمی کند ($\Delta K=0$) و کار کل انجام

شده روی جسم نیز صفر است.

۲ سه نیرو بر جسم وارد می شود، نیروی عمودی سطح، نیروی وزن و نیروی

اصطکاک. کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود است، صفر است. وقتی جسم از

A تا O حرکت می کند جسم پایین می آید پس کار نیروی وزن مثبت و برابر mgh

است و کار نیروی اصطکاک برابر $W_{f_k} = -f_k d$ است.

۳ قضیه کار و انرژی جنبشی را برای حرکت جسم از A تا O می نویسیم و نیروی

اصطکاک را به دست می آوریم:

$$W_W + W_{F_N} + W_{f_k} = \Delta K \Rightarrow mgh - f_k d = 0$$

$$\Rightarrow f_k = mg \frac{h}{d} \xrightarrow{\frac{h}{d} = \sin \theta} f_k = mg \sin \theta \quad (1)$$

۴ هنگامی که جسم از O تا B بالا می رود کار نیروی وزن منفی و برابر

$$W'_W = -mgh' \quad \text{و کار نیروی اصطکاک برابر } W'_{f_k} = -f_k d' \text{ است. مجدداً قضیه}$$

کار و انرژی جنبشی را می نویسیم. تندی جسم در نقطه O، $8m/s$ و در نقطه B صفر

$$\text{است.} \quad W_{f_k} + W_W + W_{F_N} = \Delta K \Rightarrow -f_k d' - mgh' + 0 = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

۵ اکنون نیروی اصطکاک را از رابطه (۱) در رابطه (۲) قرار می دهیم و h' را به دست می آوریم:

$$\xrightarrow{h'} -(mg \sin \theta) d' - mgh' = -\frac{1}{2}mv^2 \quad (1) \text{ و } (2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2gh' = -\frac{1}{2} \times (8)^2 \Rightarrow h' = 16m$$

$$\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow U_p - U_1 = mg\Delta h \Rightarrow 288 \times 10^3 - (-576) \times 10^3 = 72 \times 10^3 \Delta h$$

$$864 \times 10^3 = 72 \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{864 \times 10^3}{72} = 12000 \text{ m}$$

B ۶۲۴ ۲

در صورت سؤال، تغییر ارتفاع، $\Delta h = 50\%$ ارتفاع اولیه بوده است $\Delta h = \frac{50}{100} h$ و این افزایش ارتفاع سبب شده است که انرژی پتانسیل به اندازه $\Delta U = +150 \text{ J}$ افزایش یابد. بنابراین برای تغییر انرژی پتانسیل گرانشی می‌توان نوشت:

$$\Delta U = mg\Delta h \xrightarrow{m=4 \text{ kg}} 150 = 4 \times 10 \Delta h$$

$$\Delta h = \frac{50}{100} h \xrightarrow{150 = 40 \times \frac{50}{100} h} h = 7.5 \text{ m}$$

A ۶۲۵ ۱

خط فکری تغییر انرژی پتانسیل گرانشی به مبدأ اختیاری بستگی ندارد و برابر $\Delta U = mg\Delta h$ است. حال اگر جسم رو به بالا حرکت کند $\Delta h > 0$ و در نتیجه $\Delta U > 0$ بوده یعنی انرژی پتانسیل گرانشی در حال افزایش است. در تمام طول مسیر جسم در حال بالا رفتن بوده و انرژی پتانسیل گرانشی آن در حال افزایش است و نوع حرکت تأثیری در این مطلب ندارد.

B ۶۲۶ ۳

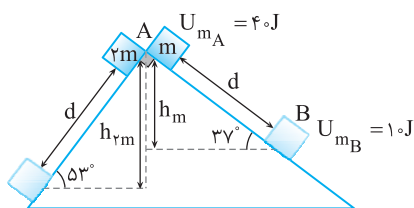
خط فکری ابتدا چند مطلب را برای خود روشن کنید:

- نیروی کابل متصل به آسانسور رو به بالاست یا رو به پایین؟ قطعاً رو به بالاست.
 - وقتی آسانسور پایین می‌آید، انرژی پتانسیل گرانشی زیاد می‌شود یا کم؟ قطعاً کاهش می‌یابد.
 - فتر، وزن جسم را تحمل می‌کند بنابراین فتر فشرده شده یا کشیدگی دارد؟ قطعاً فتر زیر جسم فشرده شده است. اکنون مسئله قابل بررسی است.
- آسانسور در حال پایین آمدن است و نیروی کابل رو به بالاست، بنابراین $\theta = 180^\circ$ و کار نیروی کابل منفی است.
- جسم در حال پایین آمدن است بنابراین $(\Delta h < 0)$ و انرژی پتانسیل گرانشی در حال کاهش بوده و تغییر انرژی پتانسیل $(\Delta U = mg\Delta h < 0)$ است.
- فتر فشرده شده است. هر گاه فتر کشیده یا فشرده شود، در آن انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود، بنابراین انرژی پتانسیل کشسانی فتر مثبت است.

B ۶۲۷ ۱

خط فکری جعبه m و جعبه $2m$ در ابتدا در ارتفاع یکسانی قرار دارند و با توجه به رابطه $U = mgh$ ، انرژی پتانسیل گرانشی جعبه $2m$ در آن ارتفاع ۲ برابر انرژی پتانسیل گرانشی جعبه m است. انرژی پتانسیل جعبه m را در نقطه A و B در اختیار داریم. به کمک آن d را حساب می‌کنیم، سپس با استفاده از d انرژی پتانسیل جعبه $2m$ را وقتی به اندازه d پایین می‌آید به دست می‌آوریم.

۱. جرم $2m$ دو برابر جرم m است. انرژی پتانسیل m در نقطه A، 40 J است بنابراین انرژی پتانسیل $2m$ در نقطه A، 80 J است. $U_{2m_A} = 2U_{m_A} = 2 \times 40 = 80 \text{ J}$



۲. ارتفاع قائم A تا B برابر است با:

$$|\Delta U_m| = mgh_m \Rightarrow |10 - 40| = m \times 10 \times h_m \Rightarrow h_m = \frac{3}{m}$$

اگر شخص B از پله‌ها آرام‌تر بالا می‌رود و در مدت t به طبقه سوم برسد قطعاً شخص A که سریع‌تر بالا می‌رود در زمان کوتاه‌تری به طبقه سوم می‌رسد. بنابراین شخص B در لحظه $\frac{t}{3}$ ارتفاع کمتری از شخص A بالا رفته و انرژی پتانسیل گرانشی آن کمتر است و گزاره (پ) نادرست است.

B ۶۲۱ ۱

به فرض مسئله دقت کنید، انرژی جنبشی 10% از انرژی پتانسیل گرانشی کمتر است یعنی انرژی جنبشی 90% انرژی پتانسیل گرانشی است. از طرفی سطح زمین مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب شده است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$K = \frac{90}{100} U \Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = \frac{90}{100} mgh \Rightarrow v^2 = 1/8 gh \quad (1)$$

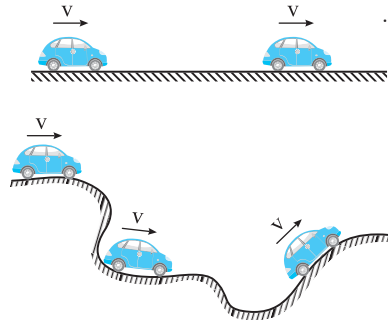
اما باید تندی هواپیما را برحسب m/s حساب کنیم و سپس آن را در رابطه (۱) قرار دهیم:

$$v = 864 \text{ km/h} = \frac{864}{3.6} \text{ m/s} = 240 \text{ m/s}$$

$$(1) \Rightarrow (240)^2 = 1/8 \times 10 \times h \Rightarrow h = 3200 \text{ m}$$

B ۶۲۲ ۱

نکته تندی حرکت برابر بزرگی سرعت است، در شکل‌های زیر تندی حرکت جسم ثابت است.



الف) با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی $(W_t = \Delta K)$ با ثابت ماندن تندی خواهیم داشت:

$$W_t = \frac{1}{2} mv_f^2 - \frac{1}{2} mv_i^2 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow{v_i=v_f} W_t = 0$$

گزاره (الف) درست است.

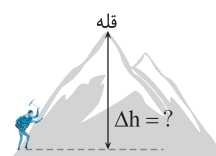
ب) فرض کنید در شکل روبه‌رو با تندی ثابت جعبه‌ای را به سمت بالا بکشیم در این صورت با اینکه انرژی جنبشی ثابت می‌ماند، اما انرژی پتانسیل در حال افزایش است، بنابراین در این حرکت با تندی ثابت انرژی مکانیکی $(E = K + U)$ افزایش می‌یابد. بنابراین گزاره (ب) نادرست است.

پ) در حرکت ماهواره به دور زمین تندی حرکت ماهواره ثابت است، اما به ماهواره همواره نیروی خالص mg به سمت مرکز زمین وارد می‌شود، بنابراین گزاره (پ) نادرست است.

A ۶۲۳ ۱

خط فکری کمیتی که در فیزیک اهمیت دارد تغییر انرژی پتانسیل گرانشی (ΔU) بین دو نقطه است نه مقدار U در یک نقطه خاص. می‌توانیم U را در هر نقطه‌ای که بخواهیم برابر صفر تعریف کنیم بدون آنکه تأثیری در پاسخ مسئله داشته باشد. به همین دلیل در این مسئله مبدأ انرژی پتانسیل مشخص نیست که البته مهم هم نیست و شما کافی است از رابطه $\Delta U = mg\Delta h$ مسئله را حل کنید.

جرم کوهنورد 72 kg و انرژی پتانسیل گرانشی او در نقطه A، -576 kJ و در قله 288 kJ است بنابراین می‌توان نوشت:



کاهش می‌یابد و هنگام حرکت جسم رو به بالا انرژی پتانسیل گرانشی جسم افزایش می‌یابد. جسم در شرایط خلأ رها شده و جسم رو به پایین در حرکت است بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی جسم در حال کاهش است اما چون شرایط خلأ است انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند.

۴ ۶۳۲ B

کار نیروی وزن وقتی جسم به اندازه h بالا می‌رود، منفی بوده و برابر است با:
 $W_{mg} = -mgh \Rightarrow W_{mg} = -60 \times 10^3 \times 10 \times 600 \Rightarrow W_{mg} = -3.6 \times 10^8 \text{ J}$
 افزایش انرژی مکانیکی هواپیما برابر مجموع افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی آن است.

$$\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow \Delta U = 3.6 \times 10^8 \text{ J}$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \times 60 \times 10^3 \times (160^2 - 80^2)$$

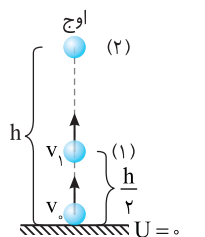
$$\Rightarrow \Delta K = 3.0 \times 10^8 \times (160^2 - 80^2) \Rightarrow \Delta K = 5.76 \times 10^8 \text{ J}$$

در این صورت:

$$\Delta E = \Delta U + \Delta K \Rightarrow \Delta E = 3.6 \times 10^8 + 5.76 \times 10^8 \Rightarrow \Delta E = 9.36 \times 10^8 \text{ J}$$

البته در این تست می‌توانستید استدلال کنید که کار نیروی وزن منفی است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. از طرفی افزایش انرژی مکانیکی به‌ازای افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی بوده و از مقدار کار نیروی وزن بیشتر است، بنابراین گزینه (۴) درست است.

۴ ۶۳۳ A

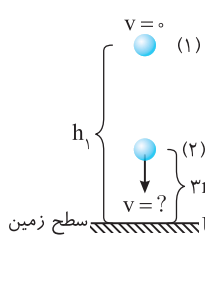


انرژی مکانیکی پایسته است، پس نیازی به محاسبه ارتفاع و تندی در نقطه مورد نظر نیست. انرژی مکانیکی جسم در همه نقاط مسیر یکسان و برابر انرژی مکانیکی اولیه است. از طرفی انرژی مکانیکی اولیه جسم همان انرژی جنبشی اولیه است بنابراین:

$$E_1 = E_2 = K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 100 = 100 \text{ J}$$

۴ ۶۳۴ A

خط فکری در حل این گونه مسائل باید انرژی مکانیکی در حالت اول و دوم را برابر قرار دهیم.



انرژی مکانیکی در نقاط (۱) و (۲) را برابر قرار می‌دهیم. (سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کرده‌ایم.)

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

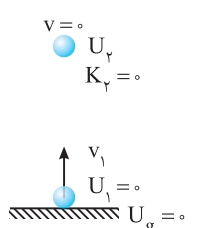
$$\xrightarrow{K_1=0} mgh_1 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$v_2^2 = 2g(h_1 - h_2) \Rightarrow v_2^2 = 2 \times 10 \times (8 - 3)$$

$$v_2^2 = 100 \Rightarrow v_2 = 10 \text{ m/s}$$

۳ ۶۳۵ A

خط فکری ارتفاع اوج گلوله جایی است که تندی گلوله صفر می‌شود و گلوله به سمت پایین بر می‌گردد. پس ارتفاع اوج یعنی جایی که $v=0$ است. سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. سپس انرژی مکانیکی گلوله در



سطح زمین و در اوج را مساوی قرار می‌دهیم.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\xrightarrow{U_1=0, K_1=0} \frac{1}{2}mv_2^2 = mgh \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{2 \times 10 \times 7/2} \Rightarrow v_2 = 12 \text{ m/s}$$

۳ مقدار d را حساب می‌کنیم:

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{h}{d} \Rightarrow d = \frac{4}{3}h$$

۴ وقتی جعبه $2m$ به اندازه d روی سطح پایین می‌آید، مقدار ارتفاعی که پایین می‌آید برابر خواهد شد با:

$$h_{2m} = d \sin 53^\circ \Rightarrow h_{2m} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times 8 \Rightarrow h_{2m} = \frac{8}{3} \text{ m}$$

۵ تغییر انرژی پتانسیل $2m$ خواهد شد:

$$|\Delta U_{2m}| = 2mgh_{2m} \Rightarrow |\Delta U_{2m}| = 2m \times 10 \times \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow |\Delta U_{2m}| = 80 \text{ J} \Rightarrow \Delta U_{2m} = -80 \text{ J}$$

۶ بنابراین انرژی پتانسیل جعبه $2m$ از 80 J به صفر می‌رسد.

$$\Delta U = U_2 - U_1 \Rightarrow -80 = U_2 - 80 \Rightarrow U_2 = 0$$

۱ ۶۲۸ B

۱ بر این جسم دو نیرو، یکی وزن رو به پایین و دیگری نیروی دست رو به بالا وارد می‌شود. ۲ تندی جسم در ابتدا و انتهای مسیر صفر است و تغییر انرژی جنبشی از ابتدا تا انتهای مسیر صفر می‌شود ($\Delta K = 0$).

۳ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل نیز صفر است.

۴ کار کل مجموع کار نیروی وزن و نیروی دست است، بنابراین خواهیم داشت:

$$W_{\text{دست}} + W_W = 0 \Rightarrow W_{\text{دست}} = -W_W \quad (I)$$

۵ کار نیروی وزن همواره برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

$$(I) \Rightarrow W_{\text{دست}} = \Delta U \Rightarrow \frac{\Delta U}{W_{\text{دست}}} = 1$$

۳ ۶۲۹ A

خط فکری کافی بود در این مسئله به خود بگویید کاری که شما برای بالا بردن جسم انجام داده‌اید به صورت انرژی پتانسیل در آن ذخیره شده است. بنابراین $W_W = \Delta U$

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم در یک مسیر همواره برابر منفی کار نیروی وزن در آن مسیر است ($\Delta U_g = -W_W$) بنابراین به این مسئله بدون حل می‌توان

جواب داد. با توجه به خط فکری می‌توان نوشت:

$$\Delta U_g = -W_W \Rightarrow \frac{\Delta U_g}{W_W} = -1$$

۱ ۶۳۰ B

بازی با سؤال سنگی به جرم 1 kg از ارتفاع 10 متری سطح زمین، با تندی 20 m/s به طرف بالا پرتاب شده و با تندی 22 m/s به زمین می‌رسد، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آن در طول این حرکت چند برابر کار نیروی وزن است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

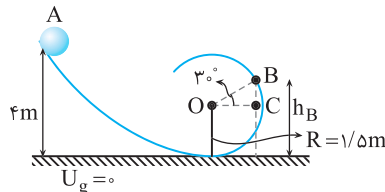
۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۳ ۶۳۰ B

ابتدا باید ارتفاع نقطه B تا سطح زمین را حساب کنیم.

$$\sin 30^\circ = \frac{BC}{OB} \Rightarrow BC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ m}$$

$$h_B = BC + R = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \text{ m}$$



اکنون تغییر انرژی پتانسیل از نقطه A تا نقطه B را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta U = U_B - U_A = mgh_B - mgh_A \xrightarrow{m=0.5 \text{ kg}} \Delta U = 0.5 \times 10 \times (\frac{3}{4} - 1) = -0.125 \text{ J}$$

$$\Delta U = 0.5 \times 10 \times (\frac{3}{4} - 1) = -0.125 \text{ J} \Rightarrow \Delta U = -0.125 \text{ J}$$

۲ ۶۳۱ A

خط فکری انرژی مکانیکی مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی است ($E = U + K$) و در یک مسیر بدون اتلاف انرژی، انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند (اصل پایستگی انرژی مکانیکی). از طرفی با حرکت جسم به سمت پایین انرژی پتانسیل گرانشی جسم



در این صورت $\frac{2}{3}$ ارتفاع اوج را حساب می‌کنیم:

$$h = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3} \text{ m}$$

کار نیروی وزن منفی و برابر خواهد شد با:

$$W_W = -mgh \xrightarrow{m=2/3 \text{ kg}} W_W = -2/3 \times 10 \times \frac{10}{3} \Rightarrow W_W = -10 \text{ J}$$

۲ ۶۳۹ B

خط فکری

به سؤال دقت کردید، در یک نقطه از مسیر انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی جسم را به ما داده است یعنی ما با جمع کردن K و U ، انرژی مکانیکی جسم را در اختیار داریم. در لحظه‌ها شدن جسم تنها دارای انرژی پتانسیل گرانشی است یعنی انرژی مکانیکی در لحظه‌ها شدن همان انرژی پتانسیل گرانشی است.

۱ انرژی مکانیکی جسم خواهد شد:

$$E = U + K \xrightarrow{U=60 \text{ J}, K=20 \text{ J}} E = 60 + 20 \Rightarrow E = 80 \text{ J}$$

۲ انرژی پتانسیل گرانشی در لحظه‌ها شدن برابر انرژی مکانیکی جسم است

$$E = U = mgh \xrightarrow{m=2 \text{ kg}} 80 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 4 \text{ m}$$

بنابراین:

۱ ۶۴۰ B

کافی است اصل پایستگی انرژی مکانیکی را بنویسید و به جای انرژی جنبشی ثانویه (K_p) مقدار $K_p = K_1 + 15$ را قرار دهید.

$$E_1 = E_p \Rightarrow U_1 + K_1 = U_p + K_p \xrightarrow{K_p = K_1 + 15, h_p = 0} mgh + K_1 = 0 + K_1 + 15$$

$$\Rightarrow 0 + 1 \times 10 \times h = 15 \Rightarrow h = 1.5 \text{ m}$$

روش دیگر: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی: در طول مسیر حرکت تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن است و کار نیروی وزن در این حالت برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_W = K_p - K_1 \Rightarrow mgh = 15 \Rightarrow 0 + 1 \times 10 \times h = 15 \Rightarrow h = 1.5 \text{ m}$$

۱ ۶۴۱ B

استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \\ \Rightarrow U_A - U_B = K_B - K_A \Rightarrow |\Delta U| = |\Delta K|$$

در واقع مقدار کاهش انرژی پتانسیل برابر مقدار افزایش انرژی جنبشی است و بالعکس.

$$|\Delta U| = mg|\Delta h| \quad (2) \quad \text{از طرفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی برابر است با:}$$

با ترکیب رابطه (۱) و (۲) مسئله به سادگی قابل حل است.

$$mg\Delta h = \left| \frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \right| \Rightarrow g\Delta h = \frac{1}{2}(v_p^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{v_p=6 \text{ m/s}, v_1=4 \text{ m/s}} 10 \times \Delta h = \frac{1}{2} \times (36 - 16) \Rightarrow \Delta h = 1 \text{ m}$$

میانبر استفاده از رابطه $v_p^2 - v_1^2 = 2g\Delta h$.

۳ ۶۴۲ B

یادآوری با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت $|\Delta U| = |\Delta K|$

جسم به سمت پایین پرتاب شده و انرژی پتانسیل آن کاهش یافته و از U به $\frac{U}{3}$ رسیده

یعنی تغییر انرژی پتانسیل برابر $(\Delta U = \frac{U}{3} - U = -\frac{2}{3}U)$ است. در این بازه انرژی

جنبشی از 20 J به 34 J رسیده یعنی 14 J افزایش یافته است. بنابراین می‌توان

$$|\Delta U| = |\Delta K| \Rightarrow \frac{2}{3}U = 14 \Rightarrow U = 21 \text{ J}$$

نوشت:

در نتیجه در لحظه‌ای که انرژی جنبشی جسم 20 J است انرژی پتانسیل گرانشی جسم

21 J است، بنابراین انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر از جمله در $\frac{h}{3}$ برابر است

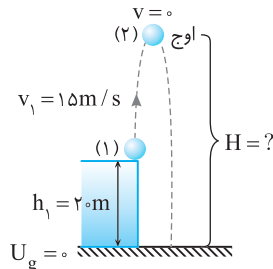
$$E = U + K \Rightarrow E = 21 + 20 = 41 \text{ J}$$

با:

۱ ۶۳۶ B

خط فکری

بیشینه ارتفاع گلوله جایی است که تندی گلوله صفر و انرژی جنبشی گلوله صفر می‌شود، بنابراین اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل بگیریم اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه پرتاب و نقطه اوج گلوله و نقطه اوج بنویسید مسئله حل می‌شود. برای نقطه پرتاب و نقطه اوج اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهد شد:



$$E_1 = E_p \Rightarrow U_1 + K_1 = U_p + K_p$$

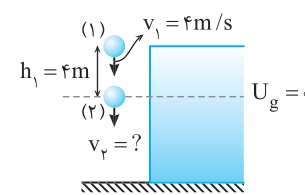
$$\xrightarrow{K_p = 0} mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$= mghH + 0$$

$$\Rightarrow 10 \times 2 + \frac{1}{2} \times (15)^2 = 10 \times H$$

$$20 + \frac{225}{2} = 10H \Rightarrow H = 31/2 \text{ m}$$

۴ ۶۳۷ B



می‌خواهیم این بار محل (۲) را مبدأ

انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم

و برای نقاط (۱) و (۲) پایستگی

انرژی مکانیکی را بنویسیم و به

کمک آن تندی گلوله را پس از ۴

متر پایین آمدن به دست آوریم.

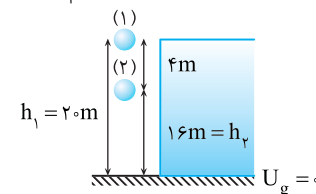
یعنی در محل (۲)، انرژی پتانسیل گرانشی را صفر فرض می‌کنیم.

$$E_1 = E_p \Rightarrow U_1 + K_1 = U_p + K_p \xrightarrow{U_p = 0} mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_p^2$$

$$10 \times 4 + \frac{1}{2} \times 16 = \frac{1}{2}v_p^2 \Rightarrow v_p^2 = 96$$

نیازی به جذر گرفتن نیست زیرا نسبت $\frac{K_p}{K_1}$ از ما خواسته شده است.

$$\frac{K_p}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}mv_p^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = \left(\frac{96}{16} \right) \Rightarrow \frac{K_p}{K_1} = 6$$



اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل

فرض کنید آن‌گاه خواهید دید

که تفاوتی در حل مسئله وجود

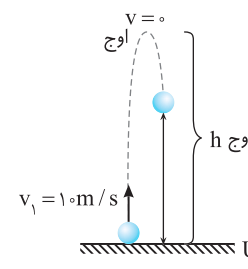
ندارد. با توجه به پایستگی انرژی

مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_p \Rightarrow U_1 + K_1 = U_p + K_p \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = mgh_p + \frac{1}{2}mv_p^2$$

$$\Rightarrow 8 + 20 = 16 + \frac{1}{2}v_p^2 \Rightarrow 96 = v_p^2 \Rightarrow \frac{K_p}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}mv_p^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = \frac{96}{16} = 6$$

۲ ۶۳۸ B



ارتفاع اوج نقطه‌ای است که تندی گلوله

در آن صفر می‌شود و گلوله برمی‌گردد.

با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی

ارتفاع اوج را به دست می‌آوریم:

$$E_p = E_1 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow h_{\text{اوج}} = \frac{100}{20} = 5 \text{ m}$$

یادآوری کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و تنها به ارتفاع قائم نقطه انتهایی

از نقطه ابتدایی بستگی دارد و چنانچه جسم از ابتدا به انتها رو به پایین حرکت کند کار

نیروی وزن مثبت و اگر رو به بالا حرکت کند، کار نیروی وزن منفی است.

۲ ۶۴۷ B

یادآوری: اوج نقطه‌ای است که تندی جسم در آنجا صفر است.

۱ با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی ارتفاع اوج را حساب می‌کنیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_{\text{اوج}} + 0$$

$$\Rightarrow h_{\text{اوج}} = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow h_{\text{اوج}} = \frac{10^2}{2 \times 10} = 5 \text{ m}$$

۲ در لحظه‌ای که انرژی جنبشی جسم ۲۵٪ انرژی مکانیکی آن است، پتانسیل گرانشی جسم ۷۵٪ انرژی مکانیکی جسم است. بنابراین:

$$U = \frac{75}{100} E \Rightarrow mgh = \frac{75}{100} (\frac{1}{2}mv_0^2 + 0) \Rightarrow 10 \times h = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times 10^2 \Rightarrow h = 3.75 \text{ m}$$

۳ فاصله نقطه مورد نظر از نقطه اوج خواهد شد:

$$5 - 3.75 = 1.25 \text{ m}$$

بازی با سؤال: جسمی را از سطح زمین با تندی ۲۰ m/s در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. در ارتفاع چند متری از سطح زمین انرژی جنبشی جسم یک پنجم انرژی جنبشی آن در لحظه پرتاب خواهد شد؟ (g = ۱۰ N/kg) و مقاومت هوا ناچیز است.

۱۶ (۱) ۴ (۲) ۲۰ (۳) ۵ (۴) **گزینه ۱**

۴ ۶۴۸ B

خط فکری: دقت کنید وقتی رابطه انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم را در نقطه‌ای از مسیر یک حرکت به شما بدهند و از شما تندی جسم را در آن نقطه بخواهند شما باید در انرژی مکانیکی ($E = U + K$) به جای U، مقدار آن را برحسب K قرار دهید که در آن تندی وجود دارد.

حالت اول: اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + 0 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_2 = K_2} U_1 = K_2 + K_2$$

$$\Rightarrow mgh = 2(\frac{1}{2}mv^2) \Rightarrow v = \sqrt{gh}$$

حالت دوم: پایستگی انرژی مکانیکی را نوشته و در نقطه مورد نظر U را برحسب K قرار می‌دهیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + 0 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_2 = \frac{1}{3}K_2} U_1 = \frac{1}{3}K_2 + K_2$$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{4}{3}K_2 \Rightarrow mgh = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2}mv'^2 \Rightarrow v'^2 = \frac{3}{2}gh \Rightarrow v' = \sqrt{\frac{3}{2}gh}$$

$$\frac{v}{v'} = \frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{\frac{3}{2}gh}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

بنابراین نسبت $\frac{v}{v'}$ خواهد شد:

۱ ۶۴۹ B

خط فکری: هر گاه در یک نقطه از مسیر رابطه بین انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم را به شما بدهند و در مورد ارتفاع آن (محل آن) نقطه سؤال کنند شما باید K را برحسب U در رابطه انرژی مکانیکی قرار دهید. یعنی وقتی گفته می‌شود انرژی جنبشی $\frac{1}{4}$ انرژی پتانسیل است شما باید به جای K مقدار $\frac{1}{4}U$ را قرار دهید.

بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\xrightarrow{K_2 = \frac{1}{4}U_2} \frac{5}{4}U_2 = U_1$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}mgh' = mgh \Rightarrow h' = \frac{4}{5}h$$

$$\xrightarrow{\Delta h = h - h'} \Delta h = \frac{1}{5}h \Rightarrow \frac{\Delta h}{h} = \frac{1}{5}$$

۲ ۶۴۳ B

ارتفاع اوج را به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی حساب می‌کنیم.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + 0 \Rightarrow h_{\text{اوج}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

فاصله نقطه (۳) از سطح زمین بنا به فرض مسئله $\frac{1}{3}$ ارتفاع اوج یعنی برابر است با:

$$h' = \frac{1}{3}h \Rightarrow h' = \frac{1}{3} \times \frac{v_0^2}{2g}$$

این بار اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه‌های (۱) و (۳) می‌نویسیم:

$$E_1 = E_3 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = U_3 + K_3 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = mg(\frac{1}{3} \times \frac{v_0^2}{2g}) + K_3$$

$$\Rightarrow K_3 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{6}mv_0^2 \Rightarrow K_3 = \frac{1}{3}mv_0^2$$

بازی با سؤال: جسمی به جرم ۲ kg در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود. اگر انرژی جنبشی آن در لحظه‌ای که $\frac{1}{3}$ مسیر را طی کرده است برابر ۳۰ J باشد، ارتفاع h چند متر است؟ (g = ۱۰ N/kg)

۳۰/۵ (۴) ۱۴ (۳) ۱۲ (۲) ۱۰/۵ (۱) **گزینه ۱**

۴ ۶۴۴ B

انرژی مکانیکی در تمام نقاط مسیر حرکت گلوله یکسان است. برای ابتدای مسیر و محلی که در آن تندی گلوله نصف می‌شود ($v_2 = \frac{1}{2}v_1 = \frac{1}{2} \times 10 \text{ m/s}$) اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(10)^2 = 10 \times h + \frac{1}{2}(5)^2 \Rightarrow h = 1.5 \text{ m}$$

۳ ۶۴۵ B

سؤال فاصله گلوله از سطح زمین را موقعی که انرژی جنبشی نصف پتانسیل گرانشی باشد خواسته است. انرژی مکانیکی را در این لحظه برحسب انرژی پتانسیل گرانشی حساب می‌کنیم:

$$E_2 = K_2 + U_2 \xrightarrow{K_2 = \frac{1}{2}U_2} E_2 = \frac{1}{2}U_2 + U_2 \Rightarrow E_2 = \frac{3}{2}U_2$$

حال با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای حالت اول و حالت دوم می‌توان نوشت:

$$E_2 = E_1 \Rightarrow \frac{3}{2}U_2 = K_1 + U_1 \Rightarrow \frac{3}{2}mgh_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow 3gh_2 = v_1^2$$

$$\Rightarrow 3 \times 10 \times h_2 = 900 \Rightarrow h_2 = 30 \text{ m}$$

۴ ۶۴۶ B

اصل پایستگی انرژی مکانیکی جسم را برای ارتفاع h و در فاصله $h - \frac{2}{5}h = \frac{3}{5}h$ می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\xrightarrow{\frac{K_1 = 0}{U_1 = mgh}} mgh + 0 = mg(\frac{3}{5}h) + K_2$$

$$\Rightarrow K_2 = \frac{2}{5}mgh$$

انرژی پتانسیل گرانشی در این نقطه $U_2 = \frac{3}{5}mgh$ است بنابراین:

$$\frac{K_2}{U_2} = \frac{\frac{2}{5}mgh}{\frac{3}{5}mgh} = \frac{2}{3}$$

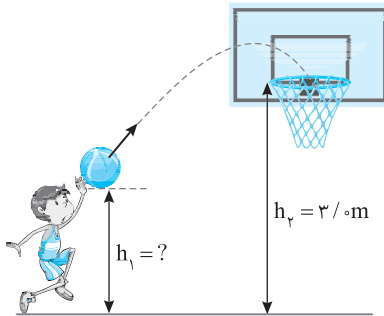
۱ ۶۵۳ A

اتلاف انرژی نداشته و با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U = mgh, K = \frac{1}{2}mv^2}$$

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow{v_1 = 6 \text{ m/s}, v_2 = 5 \text{ m/s}}$$

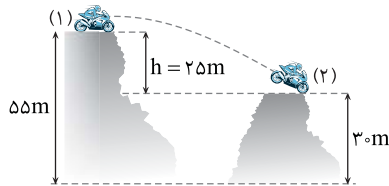
$$10h_1 + \frac{1}{2} \times 36 = 30 + \frac{1}{2} \times 25 \Rightarrow 20h_1 + 36 = 60 + 25 \Rightarrow h_1 = 2/45 \text{ m}$$



۳ ۶۵۴ A

روش اول: اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

نیروی مقاومت هوا وجود ندارد بنابراین می‌توان از اصل پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کرد. محل تپه دوم را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_1 = mgh, U_2 = mgh}$$

$$10 \times 25 + \frac{1}{2} \times (20)^2 = \frac{1}{2} v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 900 \Rightarrow v_2 = 30 \text{ m/s}$$

روش دوم: با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل یعنی کار نیروی وزن برابر است با:

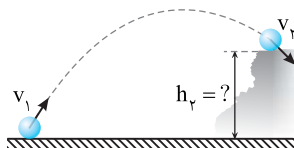
$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_g, W_g = +mgh} W_g = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$mgh = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{h = 25 \text{ m}} 250 = \frac{v_2^2}{2} - 200$$

$$\frac{v_2^2}{2} = 450 \Rightarrow v_2^2 = 900 \Rightarrow v_2 = 30 \text{ m/s}$$

میانبر: استفاده از رابطه $(v_2^2 = v_1^2 + 2g\Delta h)$

بازی با سوال: تویی مطابق شکل از سطح زمین با تندی 40 m/s به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود و با تندی 20 m/s با بالای صخره برخورد می‌کند. اگر از مقاومت هوا صرف نظر کنیم، ارتفاع h چند متر است؟



- ۶۰ (۱)
۴۰ (۲)
۵۰ (۳)
۳۰ (۴)

گزینه ۱

۴ ۶۵۵ A

گلوله از سطح زمین و با سرعت اولیه پرتاب شده است. بنابراین انرژی جنبشی اولیه گلوله برابر با انرژی مکانیکی آن است. پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m(20)^2 = \frac{1}{2}m(12)^2 + m \times 10 \times h$$

$$\Rightarrow 200 = 72 + 10h \Rightarrow 128 = 10h \Rightarrow h = 12/10 \text{ m}$$

میانبر: انرژی جنبشی جسم $\frac{1}{5}$ انرژی پتانسیل اولیه شده است یعنی $\frac{1}{5}U$

به انرژی جنبشی تبدیل شده است. بنابراین باید جسم به اندازه $\frac{1}{5}h$ پایین آمده باشد.

بازی با سوال: گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و پس از طی Δh ، انرژی جنبشی آن با $\frac{1}{5}$ انرژی پتانسیل گرانشی اولیه آن برابر می‌شود. $\frac{\Delta h}{h}$ کدام است؟ (مبدأ پتانسیل سطح زمین است و مقاومت هوا ناچیز است.)

مشابه خارج ریاضی - ۹۷

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

گزینه ۲

۲ ۶۵۰ C

خط فکری:

هر گاه از یک وسیله در حال حرکت جسمی رها شود، سرعت اولیه جسم هنگام رها شدن همان سرعت وسیله متحرک است و جهت سرعت اولیه هم جهت حرکت وسیله است. اکنون با دانستن این مطلب، شما باید پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه شروع و برخورد به زمین بنویسید و تندی گلوله در برخورد به زمین را حساب کنید سپس با نوشتن مجدد اصل پایستگی انرژی مکانیکی محلی که تندی گلوله نصف تندی آن در برخورد به زمین است را حساب کنید.

در لحظه‌ای که گلوله از بالون رها می‌شود، سرعت گلوله برابر با سرعت بالون و جهت آن رو به بالا است. پس در لحظه رها شدن گلوله از بالون، گلوله هم دارای انرژی جنبشی و هم دارای انرژی پتانسیل گرانشی است. چون مقاومت هوا ناچیز است طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_2 = 0} U_1 + K_1 = K_2$$

$$\Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 10 \times 100 + \frac{1}{2} \times 20^2 = \frac{1}{2}v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 2400 \Rightarrow v_2 = 20\sqrt{6} \text{ m/s}$$

با توجه به اینکه اندازه سرعت گلوله در نقطه (۲) نصف اندازه سرعت آن در لحظه رسیدن به زمین است، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\xrightarrow{v_2 = \frac{1}{2}v_1 = 10\sqrt{6} \text{ m/s}} 10 \times 100 + \frac{1}{2} \times 20^2 = 10 \times h_2 + \frac{1}{2} \times (10\sqrt{6})^2 \Rightarrow h_2 = 90 \text{ m}$$

۱ ۶۵۱ A

خط فکری:

انرژی مکانیکی در نبود نیروهای اتلافی در تمام نقاط مسیر حرکت ثابت و یکسان است بنابراین انرژی مکانیکی در نقطه اوج همان انرژی مکانیکی در لحظه پرتاب است. برای یافتن انرژی مکانیکی در اوج کافی است انرژی جنبشی اولیه را حساب کنیم.

$$E = U + K \xrightarrow{U = 0} E = K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 10 \times 900 = 450 \text{ J}$$

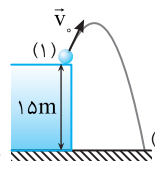
۲ ۶۵۲ A

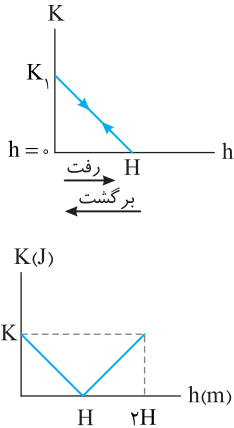
سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانش فرض می‌کنیم و برای نقطه پرتاب و لحظه رسیدن جسم به زمین پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\xrightarrow{U_2 = 0} mgh + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

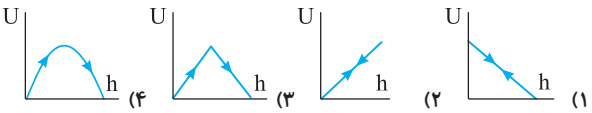
$$U_g = 0 \Rightarrow 150 + 50 = \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 400 \Rightarrow v_2 = 20 \text{ m/s}$$





یعنی تغییرات انرژی جنبشی با h رابطه خطی دارد. از این رو وقتی جسم از زمین تا اوج می‌رود، انرژی جنبشی به‌طور خطی نسبت به h کاهش یافته و به صفر می‌رسد و در برگشت از $h=H$ به $h=0$ انرژی جنبشی افزایش یافته و به مقدار K_1 می‌رسد. دقت کنید بعضی از دانش‌آموزان عزیز ممکن است که گزینه (۱) را انتخاب کنند که در آن انرژی جنبشی صفر و سپس زیاد شده است، اما دقت نمی‌کنند که در نقطه $h=H$ انرژی جنبشی صفر می‌شود و جسم باید $h=H$ را برگردد تا به صفر برسد در حالی که در این نمودار گویی جسم از ارتفاع H بالاتر می‌رود و به ارتفاع $2H$ می‌رسد و به زمین ($h=0$) بر نمی‌گردد و این نمودار نادرست است.

بازی با سوال جسمی را با سرعت اولیه v_0 در شرایط خلأ از سطح زمین و در راستای قائم، رو به بالا پرتاب می‌کنیم. نمودار انرژی پتانسیل بر حسب ارتفاع از زمین در زمان رفت و برگشت کدام است؟ (سطح زمین مبدأ پتانسیل است). **گزینه ۲**



انرژی مکانیکی در هر نقطه از مسیر حرکت جسم برابر مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی جسم است. بنابراین با توجه به اعداد روی نمودار وقتی انرژی پتانسیل جسم $120J$ است، انرژی جنبشی آن $80J$ است، در نتیجه انرژی مکانیکی جسم برابر است با: $E = U + K \Rightarrow E = 120 + 80 \Rightarrow E = 200J$ انرژی مکانیکی در همه نقاط ثابت و یکسان است از این رو انرژی مکانیکی جسم در لحظه پرتاب نیز $200J$ است و در لحظه پرتاب $U = 0$ است. در نتیجه:

$$E = K_0 \Rightarrow 200 = \frac{1}{2}mv_0^2 \xrightarrow{m=4kg} 200 = \frac{1}{2} \times 4 \times v_0^2 \Rightarrow v_0 = 10m/s$$

۱ ارتفاع عمودی پایین آمدن جسم وقتی به اندازه $6m$ روی سطح پایین می‌آید را حساب می‌کنیم.

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{6} \Rightarrow h = 3m$$

۲ محل نقطه B را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. **۳** پایداری انرژی مکانیکی را برای نقاط A و B می‌نویسیم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{U_B=0, K_A=0} mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$

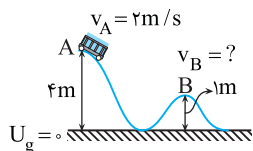
$$v_B = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 3} \Rightarrow v_B = 2\sqrt{15}m/s$$

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. بنا بر پایداری انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

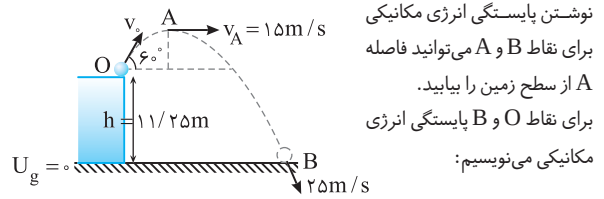
$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow 40m + 2m = 10m + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 64 \Rightarrow v_B = 8m/s$$



خط فکری سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل بگیریم و اصل پایداری انرژی مکانیکی را برای نقطه O (نقطه پرتاب) و نقطه B (محل برخورد گلوله به زمین) بنویسیم و سرعت اولیه v_0 را بیابیم. اما مفهوم حداقل تندی گلوله چیست؟ از نقطه O تا A که گلوله در حال بالا رفتن است، تندی آن در حال کاهش است و از A به بعد تندی گلوله در حال افزایش است بنابراین منظور از حداقل تندی، بالاترین نقطه مسیر است که با نوشتن پایداری انرژی مکانیکی برای نقاط A و B می‌توانید فاصله از سطح زمین را بیابید.



$$E_O = E_B \Rightarrow U_O + K_O = U_B + K_B \xrightarrow{U_B=0} mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0^2 = v_B^2 + 2gh \Rightarrow (25)^2 = v_0^2 + 2 \times 10 \times 11/25$$

$$\Rightarrow v_0^2 = 400 \Rightarrow v_0 = 20m/s$$

اما برای یافتن بیشترین ارتفاع از سطح زمین می‌توان نوشت:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B^2 = v_A^2 + 2gh_A \Rightarrow 25^2 = 15^2 + 2 \times 10 \times h_A \Rightarrow h_A = 20m$$

یادآوری اندازه افزایش انرژی جنبشی برابر اندازه کاهش انرژی پتانسیل جسم است.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow U_1 - U_2 = K_2 - K_1 \Rightarrow |\Delta U| = |\Delta K|$$

۱ انرژی جنبشی اولیه را حساب می‌کنیم:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 4^2 \Rightarrow K_1 = 16J$$

۲ افزایش انرژی جنبشی جسم 80% انرژی جنبشی اولیه است.

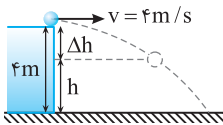
$$\Delta K = \frac{80}{100} K_1 \Rightarrow \Delta K = \frac{4}{5} \times 16 \Rightarrow \Delta K = 12.8J$$

۳ اندازه کاهش انرژی پتانسیل گرانشی برابر $12.8J$ است، بنابراین ارتفاعی که گلوله پایین می‌آید برابر است با:

$$\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow 12.8 = 2 \times 10 \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = 0.64m$$

۴ در این لحظه ارتفاع گلوله از سطح زمین برابر است با:

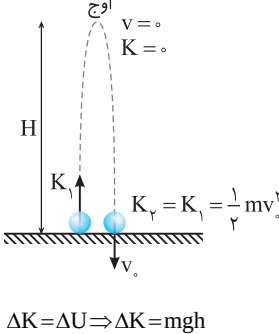
$$h = 4 - 0.64 = 3.36m$$



۲ مقاومت هوا ناچیز است و انرژی مکانیکی در طول مسیر ثابت است و نمودار انرژی مکانیکی بر حسب h باید خط راست افقی و موازی محور h باشد از این رو گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست است. انرژی پتانسیل گرانشی برابر $U = mgh$ است که یک تابع خطی است که شیب آن mg بوده و مثبت است. از طرفی با کاهش U ، K افزایش می‌یابد بنابراین گزینه (۲) درست است.

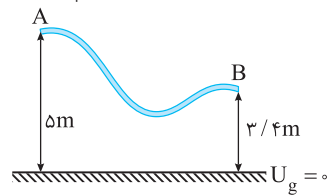
۲ **۶۵۹**

با توجه به شکل روبه‌رو با بالا رفتن جسم از سرعت آن کاسته شده تا سرعت در اوج به صفر می‌رسد و در بازگشت چون مقاومت هوا ناچیز است، سرعت به حالت اول بازمی‌گردد. یعنی انرژی جنبشی ابتدا $K_1 = \frac{1}{2}mv^2$ و در اوج $K = 0$ و در محل پرتاب هنگام برگشت همان مقدار $K_1 = \frac{1}{2}mv^2$ است. از طرفی داریم:



۳ ۶۶۳ B

مسیر بدون اصطکاک است پس از A تا B انرژی مکانیکی ثابت است. جسم از نقطه A، رها شده و انرژی جنبشی در نقطه A صفر است: (سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.)

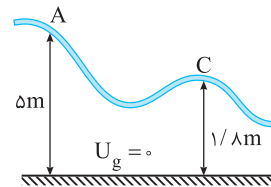


$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

از دو طرف معادله m را ساده می‌کنیم

$$50 = 34 + \frac{v_B^2}{2} \Rightarrow v_B^2 = 32 \Rightarrow v_B = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

مسیر A تا C بدون اصطکاک است:



$$E_A = E_C \Rightarrow mgh_A = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2$$

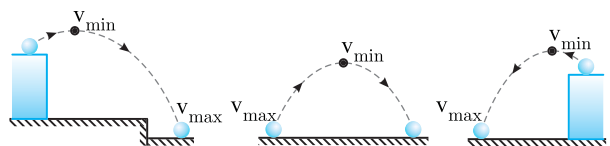
از دو طرف معادله m را ساده می‌کنیم

$$50 = 18 + \frac{v_C^2}{2} \Rightarrow v_C^2 = 32 \Rightarrow v_C = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

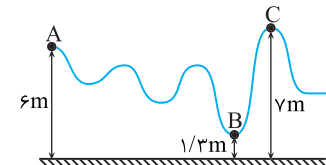
۳ حال نسبت $\frac{v_C}{v_B}$ را حساب می‌کنیم: $\frac{v_C}{v_B} = \frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = 1$

۳ ۶۶۴ B

خط فکری در حرکت یا پرتاب یک جسم، بیشینه تندی در کمینه ارتفاع و کمینه تندی در بیشینه ارتفاع رخ می‌دهد. مثلاً:



گلوله هر چه پایین‌تر می‌آید مقدار بیشتری از انرژی پتانسیل گرانشی آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. پس زمانی که ارتفاع گلوله به $1/3m$ از سطح زمین می‌رسد، گلوله بیشترین تندی را دارد.



$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$\Rightarrow 2 + 6 = \frac{1}{2}v_B^2 + 13 \Rightarrow v_B = \sqrt{2} \text{ m/s}$$

کمینه سرعت نیز وقتی است که متحرک به بیشینه ارتفاع خود از سطح زمین می‌رسد.

$$E_A = E_C \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \Rightarrow 2 + 6 = \frac{1}{2}v_C^2 + 7$$

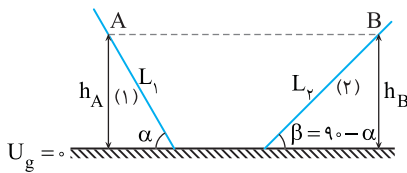
با توجه به معادله بالا v_C^2 منفی می‌شود، یعنی گلوله به نقطه C نمی‌رسد و قبل از آن تندی گلوله به طور لحظه‌ای صفر می‌شود. در نتیجه کمترین تندی متحرک، لحظه‌ای است که تندی آن صفر می‌شود. ($v_{\min} = 0$)

۲ ۶۶۵ B

خط فکری وقتی سطوح بدون اصطکاک هستند، جسم رها شده از نقطه A در سطح روبه‌رو، مطابق شکل به نقطه B می‌رسد و بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی ارتفاع نقطه B با ارتفاع نقطه A برابر است.

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{K_A = K_B = 0}$$

$$U_A = U_B \Rightarrow mgh_A = mgh_B \Rightarrow h_A = h_B$$



با توجه به خط فکری بیان شده، مسافت طی شده L_1 و L_2 را برحسب زوایای α و β حساب می‌کنیم.

$$\sin \alpha = \frac{h_A}{L_1} \Rightarrow h_A = L_1 \sin \alpha$$

$$\xrightarrow{h_A = h_B} L_1 \sin \alpha = L_2 \sin \beta \quad (1)$$

$$\sin \beta = \frac{h_B}{L_2} \Rightarrow h_B = L_2 \sin \beta$$

چون $\alpha + \beta = 90^\circ$ است از این رو $\cos \alpha = \sin \beta$ و $\cos \beta = \sin \alpha$ خواهد بود بنابراین:

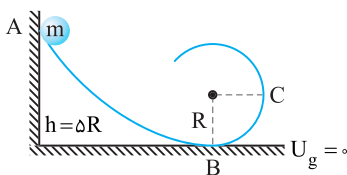
$$(1) \Rightarrow L_1 \cos \beta = L_2 \sin \beta \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \tan \beta = \cot \alpha$$

۲ ۶۶۶ A

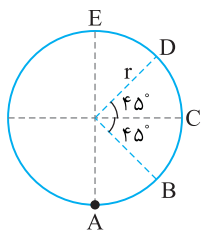
سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. بنابر پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_C = E_A \Rightarrow U_C + K_C = U_A + K_A \xrightarrow{U_C = mgR, U_A = mg(\Delta R)}$$

$$\Rightarrow mgR + \frac{1}{2}mv_C^2 = mg\Delta R + 0 \Rightarrow v_C = \sqrt{2Rg}$$



۲ ۶۶۷ B



خط فکری در نقطه‌ای که تندی صفر می‌شود، انرژی جنبشی گلوله صفر شده است و تمام انرژی جنبشی اولیه آن به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود. با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، ارتفاع قائم گلوله در لحظه‌ای که تندی اش صفر است را به دست بیاورید و به شکل نگاه کنید و ببینید کدام نقطه در این ارتفاع قرار دارد.

نقطه A را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_1 = 0, K_2 = 0} K_1 = U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh \xrightarrow{v = \sqrt{2gr}} \frac{1}{2}(2gr) = gh \Rightarrow r = h$$

که ارتفاع نقطه C از نقطه A برابر r است.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv^2$$

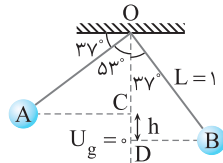
$$v^2 = 2gh \Rightarrow v^2 = 2 \times 10 \times 2 \Rightarrow v = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$$

۲ ۶۷۲ B

با توجه به شکل ابتدا فاصله قائم A تا B یعنی h را حساب می‌کنیم:

$$h = OD - OC, OD = L \cos 37^\circ, OC = L \cos 53^\circ$$

$$h = L \cos 37^\circ - L \cos 53^\circ \Rightarrow h = 0.8 - 0.6 = 0.2 \text{ m}$$



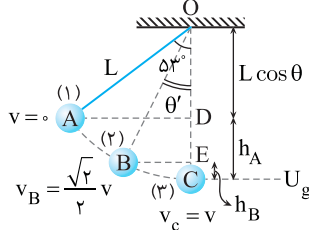
صفحه افقی که B و D در آن واقع‌اند را مبدأ پتانسیل گرانشی می‌گیریم. بنا بر اصل پایسته بودن انرژی مکانیکی:

$$E_A = E_B = U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2gh} \Rightarrow v = \sqrt{2 \times 10 \times 0.2} \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

۳ ۶۷۳ B

پایین‌ترین نقطه مسیر (نقطه C) را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.



۱ ارتفاع نقطه A از نقطه C را به دست می‌آوریم:

$$h_A = OC - OD = L - L \cos 53^\circ = L(1 - \cos 53^\circ) = 1 \times (1 - 0.6)$$

$$h_A = 0.4 \text{ m}$$

۲ پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و C می‌نویسیم:

$$E_A = E_C \Rightarrow U_A + K_A = U_C + K_C \Rightarrow mgh_A + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$v_C^2 = 2 \times 10 \times 0.4 \Rightarrow v_C = \sqrt{8} \text{ m/s}$$

۳ ارتفاع نقطه B از نقطه C را حساب می‌کنیم.

$$h_B = OC - OE \Rightarrow h_B = L - L \cos \theta' \xrightarrow{L=1\text{m}} h_B = 1 - \cos \theta'$$

۴ پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط B و C می‌نویسیم و θ' را به دست می‌آوریم.

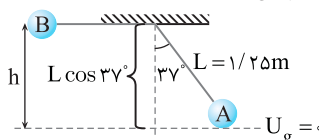
$$E_B = E_C \Rightarrow U_B + K_B = U_C + K_C \Rightarrow mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$= 0 + \frac{1}{2}mv_C^2 \xrightarrow{v_B = \frac{\sqrt{2}}{2}v = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{8}) = 2 \text{ m/s}} \Rightarrow$$

$$1 \times (1 - \cos \theta') + \frac{1}{2}(2)^2 = \frac{1}{2} \times (\sqrt{8})^2 \Rightarrow \cos \theta' = 0.8 \Rightarrow \theta' = 37^\circ$$

۲ ۶۷۴ B

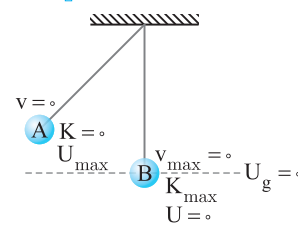
خط فکری وضعیت افقی یعنی گلوله آن قدر بالا برود تا ریسمان در امتداد افق قرار گیرد، یعنی به وضعیت B برسد. از طرفی حداقل تندی در نقطه A خواسته شده است. یعنی وقتی گلوله به وضعیت B می‌رسد تندی اش صفر شده و تمام انرژی مکانیکی آن به صورت انرژی پتانسیل گرانشی باشد.



۴ ۶۶۸ B

خط فکری

آونگ ساده از یک ریسمان سبک و یک وزنه تشکیل شده است. با انحراف آونگ از راستای قائم، مقداری انرژی پتانسیل گرانشی در آن ذخیره می‌شود و لحظه رها شدن قطعاً انرژی پتانسیل



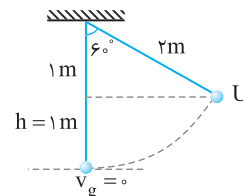
گرانشی آن بیشینه است و انرژی جنبشی آن صفر است و هر چه آونگ به حالت قائم نزدیک‌تر می‌شود، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد و به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود، به طوری که در پایین‌ترین نقطه مسیر انرژی پتانسیل به حداقل می‌رسد و اگر این نقطه مبدأ انرژی پتانسیل فرض شود، انرژی پتانسیل صفر و انرژی جنبشی بیشینه می‌شود. بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط A و B می‌توان نوشت:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{K_A=0, U_A=U_{\max}, U_B=0, K_B=K_{\max}} \Rightarrow$$

$$U_{\max} + 0 = 0 + K_{\max} \Rightarrow U_{\max} = K_{\max} \Rightarrow \frac{U}{K} = 1$$

۴ ۶۶۹ B

بیشترین انرژی جنبشی وزنه برابر انرژی پتانسیل گرانشی ذخیره شده در سامانه وزنه - زمین است.

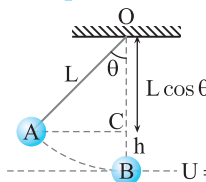


$$K_m = U = mgh = 0.2 \times 10 \times 1$$

$$\Rightarrow K_m = 2 \text{ J}$$

۲ ۶۷۰ B

پایین‌ترین نقطه مسیر را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم $U_B = 0$. برای حل مسئله ابتدا باید فاصله قائم نقطه A تا B را حساب کنیم، یعنی مقدار h را باید به دست بیاوریم:



OB همان طول ریسمان یعنی L است، اما OC را به کمک کسینوس زاویه θ حساب می‌کنیم.

$$\cos \theta = \frac{OC}{OA} \Rightarrow \cos \theta = \frac{OC}{L} \Rightarrow OC = L \cos \theta$$

$$h = L - L \cos \theta = L(1 - \cos \theta)$$

بنابراین h خواهد شد:

با توجه به شکل و پایستگی انرژی مکانیکی، خواهیم داشت:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow g(L - L \cos \theta) = \frac{1}{2}v^2$$

$$\Rightarrow 10 \times 0.9 \times (1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} \times 9 \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

میانبر ۱ فاصله قائم هر نقطه از مسیر از پایین‌ترین نقطه برابر است با:

$$h = L(1 - \cos \theta)$$

میانبر ۲ تندی در پایین‌ترین نقطه مسیر خواهد شد: $v = \sqrt{2gL(1 - \cos \theta)}$

بازی با سؤال آونگی به طول ۱/۶ متر در حال نوسان است. وقتی گلوله

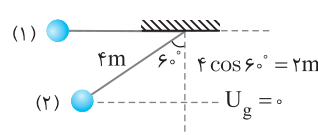
آونگ از پایین‌ترین نقطه مسیر می‌گذرد، سرعتش ۴ m/s است. زاویه راستای نخ با خط قائم وقتی گلوله به بالاترین نقطه مسیر می‌رسد، چند درجه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

مقاومت هوا ناچیز است.)
۴۵ (۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۹۰ (۴)

گزینه ۳

۲ ۶۷۱ B

مکان ۲ را مبدأ پتانسیل در نظر می‌گیریم و به کمک پایستگی انرژی مکانیکی مسئله را حل می‌کنیم:





۳ ۶۷۹ B

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. پایداری انرژی مکانیکی را برای جسم A می‌نویسیم.

$$E_{1A} = E_{2A} \Rightarrow U_{1A} + K_{1A} = U_{2A} + K_{2A}$$

$$\frac{U_{2A} = 0}{K_{1A} = 0} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow v_A = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_A = \sqrt{2 \times 10} \quad (1)$$

پایداری انرژی مکانیکی را برای جسم B می‌نویسیم:

$$E_{1B} = E_{2B} \Rightarrow U_{1B} + K_{1B} = U_{2B} + K_{2B} \xrightarrow{U_{2B} = 0}$$

$$mgh_B + \frac{1}{2}mv_{1B}^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 = \frac{1}{2}(20)^2 + 10 \times \frac{h}{4}$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 400 + \Delta h \Rightarrow v_B = \sqrt{400 + \Delta h} \quad (2)$$

با توجه به فرض مسئله تندی A و B در برخورد به زمین برابر است از این‌رو:

$$(1) \text{ و } (2): \sqrt{20h} = \sqrt{400 + \Delta h} \Rightarrow 10h = 400 + \Delta h \Rightarrow h = \frac{400}{9} \text{ m}$$

استفاده از رابطه $v^2 = v_0^2 + 2g\Delta h$ میانبر

$$v_A^2 = 20h$$

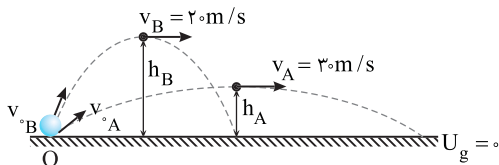
$$v_B^2 = 20 \times \frac{h}{4} + 20 \times \frac{h}{4} \Rightarrow 20h = 400 + \Delta h \Rightarrow h = \frac{400}{9} \text{ m}$$

۱ ۶۸۰ C

هر گاه گلوله‌ای مطابق شکل پرتاب شود هنگام بالا رفتن، تندی آن کاهش می‌یابد و در بالاترین نقطه مسیر (نقطه M) تندی‌اش کمینه است و بعد از عبور از M و با پایین آمدن گلوله تندی آن افزایش می‌یابد. با توجه به سؤال حداقل تندی گلوله‌های A و B در بالاترین نقطه مسیر اتفاق می‌افتد. تندی و جرم دو گلوله یکی است، بنابراین انرژی مکانیکی دو گلوله برابر است و با نوشتن پایداری انرژی مکانیکی برای هر گلوله می‌توان مسئله را حل کرد.

پایداری انرژی را برای گلوله A می‌نویسیم:

$$E_{1A} = E_{2A} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_A \quad (I)$$



پایداری انرژی را برای گلوله B می‌نویسیم:

$$E_{1B} = E_{2B} \Rightarrow U_{1B} + K_{1B} = U_{2B} + K_{2B}$$

$$\Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \quad (II)$$

سمت چپ دو رابطه (I) و (II) برابر است بنابراین سمت راست آن‌ها نیز برابر است.

$$mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow 10h_A + \frac{1}{2}(20)^2 = 10h_B + \frac{1}{2}(20)^2$$

$$\Rightarrow 450 - 200 = 10(h_B - h_A) \Rightarrow h_B - h_A = 25 \text{ m}$$

۲ ۶۸۱ B

بنا به پایداری انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی جسم در پایین سطح شیبدار برابر انرژی پتانسیل گرانشی اولیه آن است. بنابراین:

$$K_1 = U_1 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{mgh}{m_2gh} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{200}{250} = \frac{4}{5}$$

سطحی که نقطه A در آن است را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم ($U_A = 0$). فاصله قائم B از A را حساب می‌کنیم:

$$h_B = L \cos 37^\circ = \frac{L = \sqrt{2} \Delta m}{\cos 37^\circ = 4/5} \Rightarrow h_B = 1 \text{ m}$$

اصل پایداری انرژی مکانیکی را برای نقاط A و B می‌نویسیم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{U_A = 0, K_B = 0} K_A = U_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B \Rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 = 10 \times 1 \Rightarrow v_A = \sqrt{20} \text{ m/s}$$

۲ ۶۷۵ B

انرژی مکانیکی جسم پایسته است. نقطه B را به عنوان مبنای انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\xrightarrow{\frac{K_A = 0}{U_B = 0}} U_A = K_B$$

$$\Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2gh_A} \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 0.75} = \sqrt{15} \text{ m/s}$$

۴ ۶۷۶ B

در هر سه حالت سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و پایداری انرژی را برای نقطه رها شدن و سطح زمین می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{\frac{K_1 = 0}{U_2 = 0}} U_1 = K_2$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

وقتی جسمی از ارتفاع h رها می‌شود تا به سطح زمین برسد، با عبور از هر مسیر بدون اصطکاک تندی رسیدن به زمین به جرم جسم و شکل مسیر بستگی ندارد و همواره برابر است. تندی رسیدن هر سه جسم به سطح زمین برابر است.

۱ ۶۷۷ A

برای توپ‌های ۱ و ۳ تا رسیدن به زمین تندی در حال افزایش است اما برای توپ ۲ که به بالا پرتاب شده ابتدا تندی کاهش و سپس افزایش می‌یابد. بنابراین گزاره (الف) درست است و گزاره (ب) نادرست است.

تندی اولیه سه توپ یکسان بوده و انرژی جنبشی اولیه آن‌ها برابر $K_1 = K_2 = K_3 = \frac{1}{2}mv^2$ است. انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها نیز یکسان است $U_1 = U_2 = U_3 = mgh$ و تندی آن‌ها یکی است و گزاره (پ) درست است. زمان حرکت در توپ ۲ که ابتدا رو به بالا می‌رود از دو توپ دیگر بیشتر بوده و گزاره (ت) نادرست است.

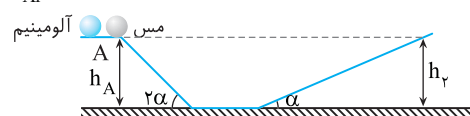
۱ ۶۷۸ A

هر گلوله که از نقطه A در ارتفاع h رها می‌شود، در سطح دیگر تا جایی بالا می‌رود که تندی‌اش صفر شود. یعنی تمام انرژی مکانیکی آن انرژی پتانسیل گرانشی باشد.

بنا بر اصل پایداری انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{K_A = 0, K_B = 0} mgh_A = mgh_B \Rightarrow h_B = h_A$$

بنابراین ارتفاع جسم در سطح شیبدار دیگر به زاویه سطح و جرم جسم بستگی ندارد نتیجه:



۳ ۶۸۶ A

طبق پایستگی انرژی، انرژی از بین نمی‌رود و از شکلی به شکل دیگر تغییر می‌کند. در اینجا هم بخشی از انرژی جنبشی به انرژی درونی توپ و بخش دیگر به انرژی درونی دست تبدیل می‌شود.

۱ ۶۸۷ A

انرژی جنبشی گلوله را در لحظه برخورد به مانع حساب می‌کنیم. با توجه به رابطه انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times \frac{25 \times 400}{100} = \frac{1}{2} \times 25 \times 16 = 200 \text{ J}$$

با توجه به فرض مسئله تمام انرژی جنبشی به گرما تبدیل شده است، پس 2×10^3 ژول گرما ایجاد می‌شود.

۱ ۶۸۸ B

خط فکری انرژی جنبشی گلوله هنگام برخورد به مانع کاهش یافته است و این کاهش انرژی جنبشی گلوله به انرژی درونی مانع و گلوله تبدیل شده است. افزایش انرژی درونی مانع ۲ برابر افزایش انرژی درونی گلوله است. اگر افزایش انرژی درونی را با حرف ΔQ نمایش دهیم در این صورت با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$|\Delta K| = \Delta Q_{\text{گلوله}} + \Delta Q_{\text{مانع}} \xrightarrow{\Delta Q_{\text{مانع}} = 2\Delta Q_{\text{گلوله}}} |\Delta K| = 3\Delta Q_{\text{گلوله}}$$

داده‌های مسئله را در رابطه به‌دست آمده قرار می‌دهیم.

$$|K_2 - K_1| = 3\Delta Q_{\text{گلوله}} \Rightarrow \left| \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \right| = 3\Delta Q_{\text{گلوله}}$$

$$\frac{m=0.4 \text{ kg}, v_1=1 \text{ m/s}}{v_2=2 \text{ m/s}} \Rightarrow \left| \frac{1}{2} \times 0.4 \times 2^2 - \frac{1}{2} \times 0.4 \times 1^2 \right| = 3\Delta Q_{\text{گلوله}}$$

$$|0.8 - 0.2| = 3\Delta Q_{\text{گلوله}} \Rightarrow 0.6 = 3\Delta Q_{\text{گلوله}} \Rightarrow \Delta Q_{\text{گلوله}} = 0.2 \text{ J}$$

۴ ۶۸۹ B

خط فکری جسم روی سطح افقی در حرکت است. چنانچه این سطح را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم، انرژی مکانیکی جسم همان انرژی جنبشی آن است. بنابراین شما باید کاهش انرژی جنبشی خودرو را حساب کنید که برابر افزایش انرژی درونی خودرو و محیط اطراف آن است. ابتدا یکای تند‌ها را به m/s تبدیل می‌کنیم.

$$v_1 = 72 \text{ km/h} = \frac{72}{3.6} \text{ m/s} \Rightarrow v_1 = 20 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 18 \text{ km/h} = \frac{18}{3.6} \text{ m/s} \Rightarrow v_2 = 5 \text{ m/s}$$

درصد تغییر انرژی مکانیکی جسم برابر است با:

$$\frac{\Delta E}{E_1} \times 100 = \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100$$

$$= \frac{\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} \times 100 = \frac{5^2 - 20^2}{20^2} \times 100$$

$$= \frac{25 - 400}{400} \times 100 = -93.75\%$$

$$\text{درصد تغییر انرژی مکانیکی} = \frac{25 - 400}{400} \times 100 = -93.75\%$$

بازی با سوال اتومبیلی به جرم 800 kg و تند 10 m/s ترمز کرده و متوقف می‌شود. چه مقدار انرژی برحسب ژول به گرما تبدیل می‌شود؟

کنکور دهه‌های گذشته

$$4 \times 10^4 \text{ (۲)}$$

$$4 \times 10^3 \text{ (۱)}$$

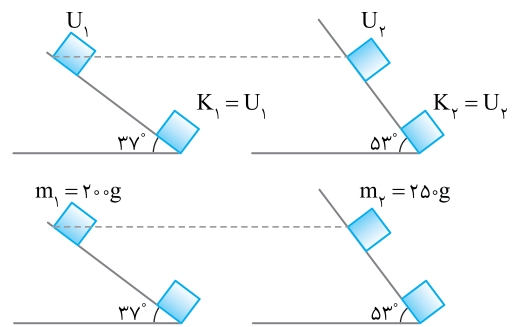
$$8 \times 10^4 \text{ (۳)}$$

(۴) باید نیروی اصطکاک معلوم باشد.

تجربه

۳ ۶۹۰ B

خط فکری بنا به قانون پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم است. از طرفی تغییر انرژی مکانیکی این قطعه برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. بنابراین شما انرژی جنبشی در حالت اول و حالت دوم را نوشته و از هم کم کنید و آن را برابر کار نیروی اصطکاک قرار دهید.



۳ ۶۸۲ B

پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow K_1 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\frac{3}{100} \times \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{200}v_1^2 = 42 \Rightarrow v_1^2 = 2800$$

برای به دست آوردن ارتفاع اوج خواهیم داشت:

$$K_1 = U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = m \times 10 \times h \Rightarrow h = 140 \text{ m}$$

۴ ۶۸۳ B

ارتفاع آونگ در لحظه رها شدن از پایین‌ترین نقطه مسیر را حساب می‌کنیم:

$$h = OB - OC \xrightarrow{OC = L \cos 37^\circ} h = L - L \cos 37^\circ$$

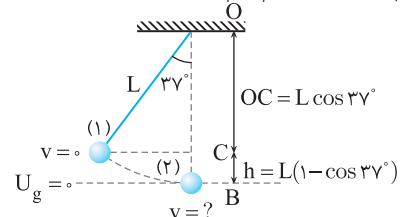
$$\Rightarrow h = L(1 - \cos 37^\circ) \quad (I)$$

پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط (۱) و (۲) را می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{K_1=0, U_2=0} mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh} \xrightarrow{(I)} v = \sqrt{2gL(1 - \cos 37^\circ)}$$

همان‌طور که رابطه نشان می‌دهد این سرعت به جرم گلوله بستگی ندارد و چون طول دو آونگ و مقدار انحراف از امتداد قائم در هر دو آونگ یکی است، بنابراین سرعت گلوله هر دو آونگ هنگام گذر از راستای قائم باهم برابر است.



۱ ۶۸۴ B

خط فکری مقاومت هوا ناچیز است پس می‌توان برای هر دو جسم پایستگی انرژی مکانیکی را نوشت. اگر سطح کره‌ها را مبدأ پتانسیل بگیریم هنگام رسیدن جسم به سطح کره انرژی پتانسیل گرانشی صفر است و چون جسم‌ها رها شده‌اند پس انرژی جنبشی اولیه آن‌ها صفر است.

$$A \text{ جسم: } E_{1A} = E_{2A} \Rightarrow K_{1A} + U_{1A} = K_{2A} + U_{2A} \Rightarrow mgh = K_A$$

$$B \text{ جسم: } E_{1B} = E_{2B} \Rightarrow K_{1B} + U_{1B} = K_{2B} + U_{2B} \Rightarrow m \frac{g}{6} h = K_B$$

$$\Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{mgh}{m \frac{g}{6} h} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = 6$$

۳ ۶۸۵ A

جسم در هوا در حال سقوط است بنابراین تند آن و انرژی جنبشی آن می‌تواند در حال افزایش باشد اما انرژی مکانیکی آن قطعاً در حال کاهش است زیرا در اثر مقاومت هوا بخشی از انرژی مکانیکی آن تلف می‌شود.



بنا به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_p - E_1 = W_f \Rightarrow K_p - K_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_f$$

$$\frac{m=2\text{ kg}, W_f=-8\text{ J}}{v_p=v-f, v_1=v} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times (v-4)^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times v^2 = -8$$

$$v^2 - 8v + 16 - v^2 = -8 \Rightarrow -8v = -96 \Rightarrow v = 12\text{ m/s}$$

۴ ۶۹۱ B

با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی و با توجه به اینکه تغییر انرژی مکانیکی در این مسئله همان تغییر انرژی جنبشی است می‌توان نوشت:

$$W_f = E_p - E_1 \Rightarrow W_f = K_p - K_1$$

۱۹ درصد انرژی جنبشی اولیه در اثر برخورد تلف شده است یعنی $W_f = \frac{-19}{100} K_1$ بنابراین:

$$\frac{-19}{100} K_1 = K_p - K_1 \Rightarrow K_p = \frac{81}{100} K_1 \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{81}{100} \left(\frac{1}{2}mv^2 \right) \Rightarrow v^2 = \frac{81}{100} v^2 \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{9}{10}$$

روش دیگر: با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{اصطکاک}} = K_p - K_1 \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = \frac{1}{2}m(v'^2 - v^2)$$

$$\Rightarrow -\frac{19}{100} \left(\frac{1}{2}mv^2 \right) = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \frac{81}{100} \left(\frac{1}{2}mv^2 \right) = \frac{1}{2}mv'^2 \Rightarrow v' = \frac{9}{10}v \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{9}{10}$$

۳ ۶۹۲ A

با توجه به قانون پایستگی انرژی، توپ در لحظه‌ها رها شدن دارای انرژی پتانسیل گرانشی است و پس از چند بار برخورد به زمین جسم متوقف می‌شود، یعنی تمام انرژی پتانسیل گرانشی اولیه آن به گرما تبدیل می‌شود.

$$Q = U_{\text{گرانشی}} = mgh = 1 \times 10 \times 2 = 20\text{ J}$$

بازی با سوال: توپی به جرم ۲ کیلوگرم را از سطح زمین با تندی اولیه ۱۰ m/s در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم و توپ پس از چند بار برخورد به زمین نهایتاً روی سطح زمین متوقف می‌شود. چند ژول گرما در این حرکت به توپ و محیط اطراف آن داده شده است؟

- (۱) ۵۰
(۲) ۱۰۰
(۳) صفر
(۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

گزینه ۲

۴ ۶۹۳ B

روش اول: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_g + W_f = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$mgh + W_f = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$0/2 \times 10 \times 15 + W_f = \frac{1}{2} \times (0/2) (18^2 - 10^2)$$

$$30 + W_f = \frac{1}{2} (28) (8) \Rightarrow W_f = -7/6\text{ J}$$

روش دوم: استفاده از قانون پایستگی انرژی:

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

$$E_p - E_1 = W_f \Rightarrow (U_p + K_p) - (U_1 + K_1) = W_f$$

$$K_p - mgh - K_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_p^2 - mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_f$$

$$\frac{1}{2} \times 0/2 \times (18)^2 - 0/2 \times 10 \times 15 - \frac{1}{2} \times 0/2 \times (10)^2 = W_f$$

$$\Rightarrow W_f = -7/6\text{ J}$$

۲ ۶۹۴ B

با توجه به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی مکانیکی برابر کار نیروی مقاومت هواست.

$$E_p - E_1 = W_f \Rightarrow E_p = W_f + E_1$$

انرژی اولیه جسم را حساب می‌کنیم.

$$E_1 = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow E_1 = 0/1 \times 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 0/1 \times 4 = 10/2\text{ J}$$

اکنون انرژی گلوله در برخورد به زمین را به دست می‌آوریم.

$$E_p = W_f + E_1 \Rightarrow E_p = -2 + 10/2 = 8/2\text{ J}$$

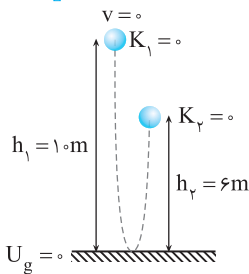
۳ ۶۹۵ A

یادآوری: همواره تغییر انرژی پتانسیل گرانشی برابر منفی کار نیروی وزن است.

$$W_{mg} = -\Delta U \Rightarrow W_{mg} + \Delta U = 0$$

بنابراین:

۱ ۶۹۶ B



۱ انرژی مکانیکی اولیه گلوله را حساب می‌کنیم.

$$E_1 = U_1 + K_1 \Rightarrow E_1 = mgh_1$$

$$\Rightarrow E_1 = 1 \times 10 \times 10 = 100\text{ J}$$

۲ گلوله پس از برخورد به زمین تا ارتفاع ۶ متری بالا می‌رود یعنی در این ارتفاع تندی آن به‌طور لحظه‌ای صفر شده

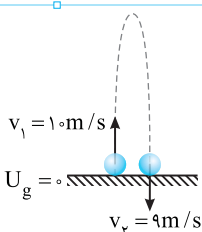
و انرژی جنبشی صفر می‌شود و انرژی مکانیکی گلوله در این نقطه خواهد شد:

$$E_p = U_p + K_p \xrightarrow{K_p=0} E_p = mgh_p \Rightarrow E_p = 1 \times 10 \times 6 = 60\text{ J}$$

۳ بنا به قانون پایستگی انرژی، کار نیروهای مقاوم در برابر حرکت در کل مسیر خواهد شد:

$$E_p - E_1 = W_f \Rightarrow 60 - 100 = W_f \Rightarrow W_f = -40\text{ J}$$

۱ ۶۹۷ B



۱ انرژی مکانیکی اولیه توپ همان انرژی جنبشی آن است.

$$E_1 = U_1 + K_1 \xrightarrow{U_1=0} E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \times 0/2 \times 10^2 = 50\text{ J} \Rightarrow E_1 = 50\text{ J}$$

۲ انرژی مکانیکی هنگام رسیدن به نقطه پرتاب مجدداً انرژی جنبشی است.

$$E_p = U_p + K_p \xrightarrow{U_p=0} E_p = \frac{1}{2}mv_p^2 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} \times 0/2 \times 9^2 \Rightarrow E_p = 81/2\text{ J}$$

۳ بنا به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی مکانیکی برابر کار نیروهای مقاوم است که به گرما تبدیل می‌شود.

$$E_p - E_1 = W_f \Rightarrow 81/2 - 50 = W_f \Rightarrow W_f = -1/9\text{ J} \xrightarrow{Q=|W_f|} Q = 1/9\text{ J}$$

۳ ۶۹۸ B

با توجه به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی جنبشی گلوله (ΔK) برابر مجموع تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن ($|\Delta U|$) و کار نیروی اصطکاک است ($|W_f| = \frac{40}{100} K_1$).

این‌رو می‌توان نوشت:

$$|\Delta K| = |\Delta U| + |W_f| \Rightarrow \left| \frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \right| = |mgh| + \frac{40}{100} \left(\frac{1}{2}mv_1^2 \right)$$

$$\xrightarrow{v_1=20\text{ m/s}, \Delta h=7/5\text{ m}} \left| \frac{1}{2}v_p^2 - \frac{1}{2}(20)^2 \right| = 10 \times 0/2 \times 7/5 + \frac{40}{100} \times \frac{1}{2} \times 20^2$$

$$\left| \frac{1}{2}v_p^2 - 200 \right| = 70 + 80 \Rightarrow 200 - \frac{1}{2}v_p^2 = 150 \Rightarrow v_p^2 = 100 \Rightarrow v_p = 10\text{ m/s}$$

۲ قدرمطلق کار نیروی وزن برابر قدرمطلق تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است

$$(1) \Rightarrow |W_f| = \frac{1}{3} |W_{mg}| \quad \text{بنابراین خواهیم داشت:}$$

جسم در حال حرکت رو به پایین بوده و کار نیروی وزن مثبت است. اما کار نیروی

$$W_f = -\frac{1}{3} W_{mg} \Rightarrow \frac{W_f}{W_g} = -\frac{1}{3} \quad \text{اصطکاک منفی است. بنابراین:}$$

۳ بازی با سوال: در حین سقوط جسمی در نزدیکی سطح زمین نسبت

تغییرات انرژی جنبشی به قدرمطلق کار نیروی مقاومت هوا برابر است. نسبت

تغییرات انرژی جنبشی به تغییرات انرژی پتانسیل کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (1) \quad \frac{2}{3} \quad (2) \quad \frac{2}{4} \quad (3) \quad \frac{2}{5} \quad (4)$$

۳ گزینه

۱ ۷۰۳ B

نیروهای وارد بر بسته یکی نیروی وزن و دیگری نیروی مقاومت هواست. قضیه کار و انرژی جنبشی را نوشته و مسئله را حل می کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{f_D} = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

$$mgh + W_{f_D} = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2 \Rightarrow 20 \times 10 \times 100 + W_{f_D} = \frac{1}{2} \times 20 \times (35^2 - 5^2)$$

$$20000 + W_{f_D} = 10 \times (35^2 - 5^2) \Rightarrow W_{f_D} = -8000 \text{ J} = -8 \text{ kJ}$$

$$20000 + W_{f_D} = 120000 \Rightarrow W_{f_D} = -8000 \text{ J} = -8 \text{ kJ}$$

۲ ۷۰۴ C

۱ یادآوری: هنگامی که وسیله ای با تندی ۷ در حال حرکت است، تندی تمام اجسام و اشخاص درون آن نیز برابر ۷ می باشد پس اگر از این وسیله جسمی را به بیرون رها کنیم تندی اولیه آن جسم برابر ۷ و در جهت حرکت وسیله است.

۱ انرژی مکانیکی اولیه جسم برابر است با:

$$E_1 = U_1 + K_1 \Rightarrow E_1 = mgh + \frac{1}{2} mv_1^2 = 5 \times 10 \times 100 + \frac{1}{2} \times 5 \times 40^2 = 9000 \text{ J}$$

۲ انرژی مکانیکی جسم هنگام برخورد به زمین برابر خواهد شد با:

$$E_2 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_2=0} E_2 = \frac{1}{2} mv_2^2$$

۳ بنا به قانون پایستگی انرژی می توان نوشت:

$$E_2 - E_1 = W_f \xrightarrow{W_f = -1000 \text{ J}} \frac{1}{2} mv_2^2 - 9000 = -1000$$

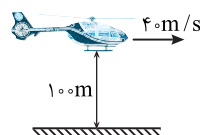
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 5 v_2^2 = +8000 \Rightarrow v_2^2 = 3200 \Rightarrow v_2 = 40 \sqrt{2} \text{ m/s}$$

روش دیگر: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{اصطکاک}} = \Delta K \Rightarrow mgh - 1000 = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow 5 \times 10 \times 100 - 1000 = \frac{1}{2} \times 5 \times (v_2^2 - 1600) \Rightarrow 1600 = v_2^2 - 1600 \Rightarrow v_2^2 = 3200$$

$$\Rightarrow v_2 = 40 \sqrt{2} \text{ m/s}$$



۴ ۷۰۵ B

۱ انرژی مکانیکی در لحظه پرتاب را

به دست می آوریم:

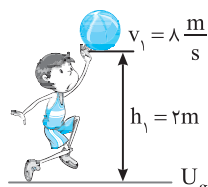
(سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی

در نظر می گیریم.)

$$E_1 = K_1 + U_1 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} mv_1^2 + mgh_1$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \times m \times 64 + m \times g \times 2$$

$$\Rightarrow E_1 = 32m + 20m \Rightarrow E_1 = 52m$$



۳ ۶۹۹ B

در طول مسیر دو نیرو یکی وزن و دیگری اصطکاک هوا بر جسم وارد می شود و کار هریک از نیروها را حساب می کنیم.

$$W_{mg} = -\Delta U_g \quad \text{کار نیروی وزن برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل است.}$$

جسم رو به پایین حرکت کرده و انرژی پتانسیل آن از mgh ، صفر می شود، بنابراین:

$$W_{mg} = -(U_{2g} - U_{1g}) \Rightarrow W_{mg} = -(-mgh) \Rightarrow W_{mg} = mgh$$

۲ کار نیروی اصطکاک بنا به فرض مسئله ۱۰٪ انرژی پتانسیل اولیه است البته

$$W_f = -\frac{10}{100} mgh \quad \text{می دانیم کار نیروی اصطکاک منفی است بنابراین:}$$

۳ با توجه به قضیه کار و انرژی خواهیم داشت:

$$\Delta K = W_f + W_g \Rightarrow +81 = -\frac{10}{100} mgh + mgh$$

$$\Rightarrow 81 = \frac{9}{10} \times 3 \times 10 \times h \Rightarrow h = 3 \text{ m}$$

۱ ۷۰۰ B

۱ یادآوری: وقتی گلوله در راستای قائم رو به بالا پرتاب می شود تا جایی بالا می رود که

تندی اش صفر شود. این نقطه را نقطه اوج گلوله گویند.

حالت اول: گلوله در هنگام بالا رفتن ۱۰J انرژی از دست می دهد یعنی تغییر انرژی

مکانیکی آن $E_2 - E_1 = -10 \text{ J}$ است و با توجه به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow mgh - \frac{1}{2} mv^2 = -10 \Rightarrow 2h - \frac{1}{2} \times 0.2 \times 900 = -10$$

$$\Rightarrow h = 40 \text{ m}$$

حالت دوم: اگر مقاومت هوا وجود نداشت با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی

$$E_2 = E_1 \Rightarrow mgh' = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow 10h' = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 900 \Rightarrow h' = 45 \text{ m}$$

می توان نوشت:

بنابراین گلوله $45 - 40 = 5 \text{ m}$ بالاتر می رفت.

۳ ۷۰۱ B

۱ خط فکری: هنگام سقوط گلوله یا پایین آمدن گلوله، انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل

به انرژی جنبشی جسم و صرف غلبه بر اصطکاک می شود. البته اگر در مسیر حرکت

اصطکاک وجود نداشت، کاهش انرژی پتانسیل با افزایش انرژی جنبشی برابر بود اما

به دلیل وجود مقاومت هوا بخشی از انرژی هدر می رود و به گرما تبدیل می شود که این

مقدار گرما همان کار نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم است.

کار نیروی مقاومت هوا در این مسئله برابر تفاوت بین کاهش انرژی پتانسیل و افزایش

انرژی جنبشی است بنابراین:

$$W_f = |\Delta K| - |\Delta U| \xrightarrow{|\Delta K| = 54 \text{ J}, |\Delta U| = 80 \text{ J}} W_f = 54 - 80 = -26 \text{ J}$$

اکنون می توان نیروی مقاومت هوا را به دست آورد.

$$W_f = f_k d \cos \theta \Rightarrow -26 = f_k \times 13 \times \cos \pi \Rightarrow f_k = 2 \text{ N}$$

۲ ۷۰۲ B

۱ خط فکری: بنا به قانون پایستگی انرژی هرگاه در جایی انرژی کم شود حتماً به

انرژی دیگری تبدیل شده است. در سقوط جسم کاهش انرژی پتانسیل گرانشی برابر

افزایش انرژی جنبشی جسم است $|\Delta U| = |\Delta K|$. البته اگر مقاومت هوا ناچیز باشد اما

اگر مقاومت هوا مؤثر باشد قطعاً $|\Delta K| < |\Delta U|$ خواهد شد یعنی بخشی از تغییر انرژی

پتانسیل گرانشی به کار نیروی مقاومت هوا تبدیل می شود. اکنون با دانستن این مطلب

$$|\Delta U| = |\Delta K| + |W_f|$$

۱ در صورت مسئله بیان شده که تغییر انرژی جنبشی، $\frac{2}{3}$ تغییر انرژی پتانسیل

بوده است $(|\Delta K| = \frac{2}{3} |\Delta U|)$ بنابراین می توان نوشت هنگام سقوط انرژی پتانسیل

گرانشی به انرژی جنبشی و هم چنین کار نیروی اصطکاک تبدیل می شود.

$$|\Delta U| = |\Delta K| + |W_f| \Rightarrow |\Delta U| = \frac{2}{3} |\Delta U| + |W_f| \Rightarrow |W_f| = \frac{1}{3} |\Delta U| \quad (1)$$



(ب) انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است، با توجه به اینکه تندی ثابت بوده و انرژی جنبشی ثابت می‌ماند اما با پایین آمدن جسم انرژی پتانسیل گرانشی کاهش یافته پس:

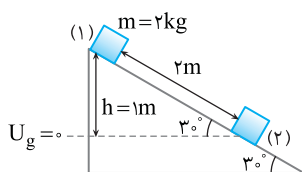
$$E = K + U \xrightarrow[\text{K ثابت مانده}]{\text{U کم شده}} E$$

گزاره (ب) درست است.

(پ) با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی است پس $W_f = \Delta K$ بوده و با ثابت بودن تندی انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند و کار کل صفر است، در حالی که با پایین آمدن جسم روی سطح شیب‌دار کار نیروی وزن صفر نیست $(W_g = mg\Delta h)$ و گزاره (پ) نادرست است.

(ت) با توجه به توضیحات گزاره (ب)، چون انرژی مکانیکی در حال کاهش بوده پس این گزاره نادرست است.

۴ ۷۰۸ B



جسم با سرعت ثابت به پایین می‌غزد بنابراین انرژی جنبشی آن ثابت می‌ماند. مسئله را می‌توانید به کمک قانون پایستگی انرژی یا قضیه کار و انرژی جنبشی حل کنید.

روش قانون پایستگی انرژی: کار نیروی اصطکاک برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم است.

$$E_p - E_k = W_f \xrightarrow[E_1 = K_1 + U_1 = K_1 + mgh]{E_p = K_p + U_p = K_p + 0} K_p - (K_1 + mgh) = W_f \quad (1)$$

$$K_p = K_1 \text{ است از طرفی ضلع روبه‌رو به زاویه } 30^\circ \text{ نصف وتر است } h = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ m}$$

$$(1) \Rightarrow 0 - 2 \times 1 \times 1 = W_f \Rightarrow W_f = -2 \text{ J}$$

بنابراین:

روش قضیه کار و انرژی جنبشی: نیروهای وارد بر جسم عبارت‌اند از

۱. نیروی وزن

۲. نیروی اصطکاک

۳. نیروی عمودی سطح

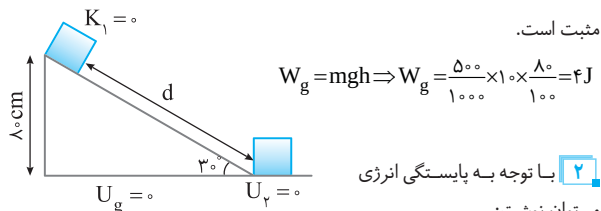
$$W_f = \Delta K \xrightarrow[v = \text{ثابت}]{\Delta K = 0} W_{F_N} + W_W + W_f = 0$$

$$\Rightarrow W_f = -mgh \Rightarrow W_f = -2 \times 1 \times 1 = -2 \text{ J}$$

۱ ۷۰۹ B

یادآوری: کار نیروی وزن برابر $W_g = \pm mgh$ است که اگر جسم بالا رود $W_g < 0$ و اگر جسم پایین بیاید $W_g > 0$ است.

۱. کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم، جسم از سطح شیب‌دار پایین آمده و W_g مثبت است.



۲. با توجه به پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_p - E_k = W_f \Rightarrow U_p + K_p - (U_1 + K_1) = W_f$$

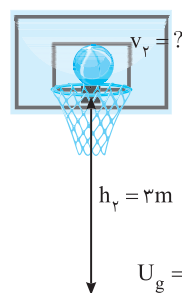
جسم از ارتفاع ۸۰ cm رها شده $(v_1 = 0)$ پس U_1 برابر mgh_1 بوده که $h_1 = 0.8 \text{ m}$

است و K_1 برابر صفر است. هنگام رسیدن به زمین U_p صفر است. بنابراین:

$$K_p - U_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_p^2 - mgh_1 = W_f \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \times 0.5 \times 9 - 0.5 \times 1 \times 0.8 = W_f \Rightarrow 2.25 - 0.4 = W_f \Rightarrow W_f = -1.75 \text{ J}$$

میانبر: چون در گزینه‌ها مقدار W_f که داده شده متفاوت است، پس تنها کافی است W_f را حساب کنیم.



۲. انرژی مکانیکی در لحظه رسیدن به سبد را به‌دست می‌آوریم:

$$E_p = K_p + U_p \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} m v_p^2 + mgh_p \Rightarrow$$

$$E_p = \frac{1}{2} m v_p^2 + 30 \text{ m}$$

۳. بنا به فرض مسئله کار نیروی مقاومت هوا خواهد شد:

$$W_f = -\frac{1}{2} K_p \Rightarrow W_f = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m v_p^2 \right) \Rightarrow W_f = -\frac{1}{16} m (\lambda)^2 \Rightarrow W_f = -4 \text{ m}$$

۴. قانون پایستگی انرژی را نوشته و v_p را حساب می‌کنیم.

$$E_p - E_k = W_f \Rightarrow K_p + U_p - E_k = W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_p^2 + mgh_p - E_k = -4 \text{ m} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_p^2 + 30 \text{ m} - 52 \text{ m} = -4 \text{ m}$$

$$\frac{1}{2} v_p^2 + 30 - 52 = -4 \Rightarrow \frac{1}{2} v_p^2 = 18 \Rightarrow v_p^2 = 36 \Rightarrow v_p = 6 \text{ m/s}$$

۲ ۷۰۶ C

خط فکری: انرژی مکانیکی اولیه توپ انرژی پتانسیل گرانشی $(E_1 = U_1)$

است. هر بار که گلوله به زمین برخورد می‌کند، $\frac{1}{4}$ انرژی قبل از برخورد را از دست

می‌دهد یعنی $E_p = E_1 - \frac{1}{4} E_1 = \frac{3}{4} E_1$ است و در دومین برخورد انرژی جسم

$$E_p = E_1 - \frac{1}{4} E_1 = \frac{3}{4} E_1 = \frac{9}{16} E_1$$

با استفاده از قانون پایستگی انرژی می‌توانید ارتفاعی که گلوله پس از برخورد بالا می‌رود را به‌دست آورید و تعداد برخوردها را حساب کنید.

با استفاده از قانون پایستگی انرژی بیشینه ارتفاعی که توپ پس از اولین برخورد با زمین بالا می‌آید را حساب می‌کنیم:

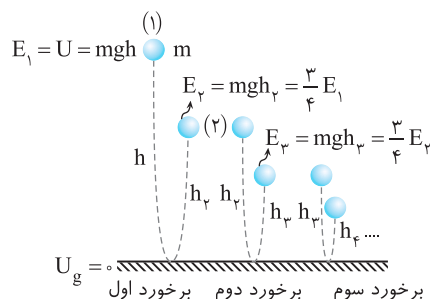
$$E_p - E_k = W_f \Rightarrow mgh_p - mgh = -\frac{1}{4} mgh \Rightarrow h_p = \frac{3}{4} h$$

حال بیشینه ارتفاعی که توپ پس از دومین برخورد با زمین بالا می‌آید را حساب می‌کنیم:

$$E_p - E_k = W_f \Rightarrow mgh_p - \frac{3}{4} mgh = -\frac{1}{4} \left(\frac{3}{4} mgh \right)$$

$$\Rightarrow mgh_p = -\frac{3}{16} mgh + \frac{3}{16} mgh = \frac{9}{16} mgh \Rightarrow h_p = \frac{9}{16} h$$

بنابراین توپ پس از دومین برخورد $\frac{9}{16}$ ارتفاع اولیه بالا می‌آید.



۱ ۷۰۷ B

خط فکری: جسم در حال پایین آمدن بوده و انرژی پتانسیل گرانشی آن آزاد

می‌شود اما تندی جسم ثابت مانده و این انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل نمی‌شود پس در طول مسیر اصطکاک داریم.

(الف) کار نیروی سطح برابر برابند کار نیروی عمودی سطح و کار نیروی اصطکاک است و چون مسیر دارای اصطکاک بوده پس کار نیروی سطح داشته و گزاره (الف) نادرست است.

طول سطح شیبدار یعنی جابه‌جایی جسم را حساب می‌کنیم:

$$d = \frac{h}{\sin 37^\circ} \Rightarrow d = \frac{6}{0.6} = 10 \text{ m}$$

اکنون با جای گذاری در رابطه به‌دست آمده سرعت را حساب می‌کنیم:

$$(1) \Rightarrow -f_k d + mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow -4 \times 10 + 2 \times 10 \times 6 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2$$

$$\Rightarrow v = 4\sqrt{5} \text{ m/s}$$

راه‌حل دوم: تغییرات انرژی مکانیکی جسم برابر کار نیروی اصطکاک است. از این‌رو:

$$E_f - E_i = W_f \Rightarrow K_f + U_f - (K_i + U_i) = W_f$$

$$\xrightarrow{K_i = \frac{1}{2}mv_i^2, U_i = mgh} \frac{1}{2}mv_f^2 - mgh = -f_k d$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times v^2 - 2 \times 10 \times 6 = -4 \times 10 \Rightarrow v^2 = 80 \Rightarrow v = 4\sqrt{5} \text{ m/s}$$

۱ ۷۱۴ B

در صورت مسئله کاهش انرژی مکانیکی خواسته شده است بنابراین

شما باید انرژی مکانیکی در حالت اول و حالت دوم را حساب کنید و از هم کم کنیم.

۱ انرژی مکانیکی در حالت اول برابر است با:

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 = \frac{1}{2} \times 1 \times 36 = 18 \text{ J} \Rightarrow E_1 = 18 \text{ J}$$

۲ انرژی مکانیکی در حالت دوم را حساب می‌کنیم. اما ابتدا ارتفاعی که جسم بالا

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{0.6}{1} = \frac{h}{2} \Rightarrow h = 1.2 \text{ m}$$

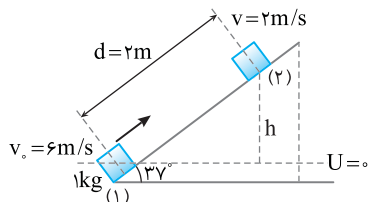
می‌رود را حساب می‌کنیم.

$$E_f = K_f + U_f = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh \Rightarrow E_f = \frac{1}{2} \times 1 \times 4 + 1 \times 1 \times (1.2) = 2 + 1.2 = 3.2 \text{ J}$$

۳ کاهش انرژی مکانیکی خواهد شد:

$$\Delta E = E_f - E_1 \Rightarrow \Delta E = 3.2 - 18 \Rightarrow \Delta E = -14.8 \text{ J}$$

علامت منفی نشان‌دهنده کاهش انرژی مکانیکی است.



۴ ۷۱۵ B

کار نیروهای مقاوم برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم است. دقت کنید

تندی ثابت است یعنی جنبشی تغییر نمی‌کند و تغییر انرژی مکانیکی جسم همان

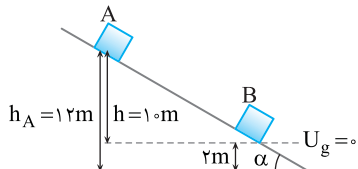
تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

$$E_f - E_i = W_{f_{\text{کل}}} \Rightarrow U_f + K_f - (U_i + K_i) = W_{f_{\text{کل}}}$$

$$\xrightarrow{K_f = K_i} U_f - U_i = W_{f_{\text{کل}}} \Rightarrow \Delta U = W_{f_{\text{کل}}}$$

۱ با توجه به خط فکری ابتدا باید تغییر انرژی پتانسیل گرانشی را حساب کنیم.

$$\Delta U = -mgh \Rightarrow \Delta U = -4 \times 10 \times 10 \Rightarrow \Delta U = -400 \text{ J}$$



۲ نیروی اصطکاک بین جعبه و سطح ۹ برابر نیروی مقاومت هوا است بنابراین کار

نیروی اصطکاک بین جعبه و سطح ۹ برابر کار نیروی مقاومت هوا در یک جابه‌جایی

معین است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$W_{f_{\text{کل}}} = W_{f_{\text{سطح}}} + W_{f_{\text{هوا}}} \Rightarrow W_{f_{\text{کل}}} = 9W_{f_{\text{هوا}}} + W_{f_{\text{هوا}}} \Rightarrow W_{f_{\text{کل}}} = 10W_{f_{\text{هوا}}}$$

$$\Delta U = W_{f_{\text{کل}}} \Rightarrow -400 = 10W_{f_{\text{هوا}}} \Rightarrow W_{f_{\text{هوا}}} = -40 \text{ J}$$

۳

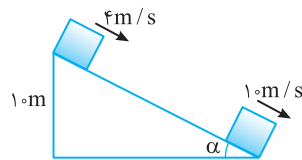
۴ ۷۱۰ B

با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_f - E_i = W_f \Rightarrow K_f - (K_i + U_i) = W_f$$

$$\frac{1}{2} \times 0 - (1 \times 100 - (\frac{1}{2} \times 0 + 1 \times 10 \times 10)) = W_f \Rightarrow 0 - (100 - 100) = W_f$$

$$W_f = -50 \text{ J}$$



۳ ۷۱۱ B

بنا به قانون پایستگی انرژی: $E_B - E_A = W_f$

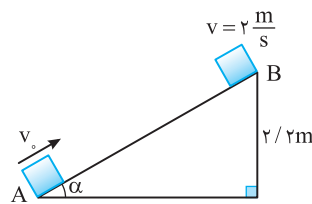
با توجه به فرض مسئله $W_f = -\frac{25}{100} K_A$ است، سطح زمین را مبدأ پتانسیل می‌گیریم.

بنابراین:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B - \frac{1}{2}mv_A^2 = -\frac{25}{100} \times \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\frac{1}{2}(2)^2 + 10 \times 2/2 - \frac{1}{2} \times v^2 = -\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}v^2$$

$$2 + 22 = \frac{3}{4}v^2 \Rightarrow 24 = \frac{3}{4}v^2 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$



البته شما می‌توانید به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی هم این مسئله را حل کنید.

۲ ۷۱۲ B

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل فرض می‌کنیم:

جسم در سطح زمین بوده و انرژی پتانسیل آن صفر است. از این‌رو انرژی مکانیکی اولیه آن

$$E_1 = U_1 + K_1 \Rightarrow E_1 = K_1 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2}m(\lambda^0)^2 \Rightarrow E_1 = (3200) \text{ mJ}$$

خواهد شد: $E_1 = (3200) \text{ mJ}$

انرژی مکانیکی ثانویه را حساب می‌کنیم. در این نقطه جسم هم انرژی پتانسیل دارد و

هم انرژی جنبشی:

$$E_f = K_f + U_f \Rightarrow E_f = \frac{1}{2}m \times 400 + mg(236)$$

$$\Rightarrow E_f = 200 \text{ m} + 2360 \text{ m} \Rightarrow E_f = (2560) \text{ J}$$

با توجه به پایستگی انرژی، کار نیروی اتلافی در اثر مقاومت هوا را حساب می‌کنیم:

$$E_f - E_1 = W_f \Rightarrow 2560 \text{ m} - 3200 \text{ m} = W_f \Rightarrow W_f = -640 \text{ m}$$

خواسته سؤال این است که مقدار W_f چند درصد مقدار K_1 است:

$$\frac{W_f}{K_1} \times 100 = \frac{-640 \text{ m}}{3200 \text{ m}} \times 100 = 20\%$$

۱ ۷۱۳ B

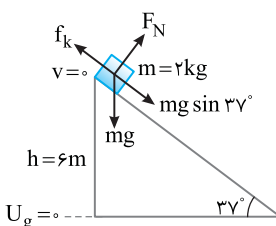
راه‌حل اول: بنا بر قضیه کار و انرژی

جنبشی، تغییرات انرژی جنبشی جسم

برابر کار کل است.

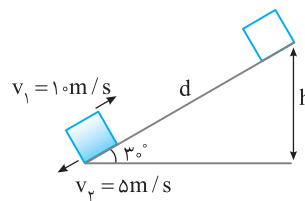
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_N} + W_{f_k} + W_W$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 - 0 \quad (1)$$



۴ ۷۱۶ B

تندی جسم در برگشت کمتر از تندی اولیه است، بنابراین سطح دارای اصطکاک است. کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت را به دست می‌آوریم.



$$E_p - E_k = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = W_f$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = W_f \Rightarrow W_f = -75 \text{ J}$$

$$W_{f_{\text{رفت}}} = \frac{-75}{2} = -37.5 \text{ J} \quad \text{در مسیر رفت کار نیروی اصطکاک خواهد شد:}$$

$$E'_p - E_k = W_f \Rightarrow$$

$$2 \times 10 \times h - \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = -37.5 \Rightarrow h = 3.125 \text{ m}$$

۲ ۷۱۷ B

۱ جابه‌جایی جعبه را روی سطح شیب‌دار از ابتدا تا ترک سطح حساب می‌کنیم.

$$\sin 30^\circ = \frac{2/5}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2/5}{d} \Rightarrow d = 5 \text{ m}$$

۲ ابتدای سطح شیب‌دار را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. بنابراین انرژی مکانیکی جعبه در ابتدای سطح برابر است با:

$$E_1 = U_1 + K_1 \xrightarrow{U_1=0} E_1 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 \Rightarrow E_1 = 100 \text{ J}$$

۳ کار نیروی اصطکاک در این مسیر را حساب می‌کنیم.

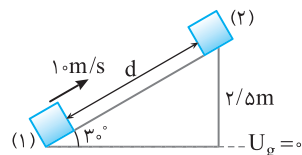
$$W_f = -f_k d \Rightarrow W_f = -5 \times 5 \Rightarrow W_f = -25 \text{ J}$$

۴ با توجه به قانون پایستگی انرژی، انرژی مکانیکی ثانویه را به دست می‌آوریم.

$$E_p - E_k = W_f \Rightarrow E_p - 100 = -25 \Rightarrow E_p = 75 \text{ J}$$

۵ به کمک انرژی مکانیکی E_p می‌توان تندی جدا شدن جعبه از سطح را حساب کرد.

$$E_p = U_p + K_p \Rightarrow E_p = mgh + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 75 = 2 \times 10 \times 2/5 + \frac{1}{2} \times 2 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 25 \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$$



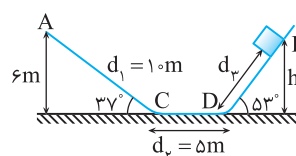
۲ ۷۱۸ B

کار نیروی اصطکاک را در طول مسیر حساب می‌کنیم:

۱ طول مسیر d_1 و d_3 را حساب می‌کنیم.

$$\sin 37^\circ = \frac{6}{AC} \Rightarrow 6/6 = \frac{6}{d_1} \Rightarrow d_1 = 10 \text{ m}$$

$$\sin 53^\circ = \frac{h}{d_p} \Rightarrow d_p = \frac{h}{\sin 53^\circ} \Rightarrow d_p = \frac{h}{0.8} \Rightarrow d_p = \frac{5}{4} h$$



۲ برای یافتن کار نیروی اصطکاک در کل مسیر کار نیروی اصطکاک در مسیر d_1 .

مسیر d_p و مسیر d_3 را حساب می‌کنیم و با هم جمع می‌کنیم

$$W_f = -fd_1 - fd_p - fd_3 \Rightarrow W_f = -20 - 10 - 25 \Rightarrow W_f = -55 \text{ J}$$

۳ در نقطه A و B تندی جسم صفر و انرژی جنبشی صفر است و انرژی مکانیکی در

$$E_B = mgh_B \text{ و } E_A = mgh_A \text{ است. این نقاط انرژی پتانسیل گرانشی است.}$$

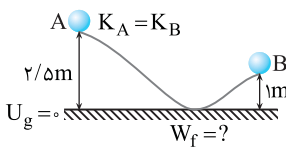
۴ با توجه به قانون پایستگی انرژی داریم:

$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow (mgh)_B - (mgh)_A = W_f$$

$$20h - 120 = -30 - \frac{5}{2}h \Rightarrow \frac{45}{2}h = 90 \Rightarrow h = 4 \text{ m}$$

۳ ۷۱۹ B

سطح زمین را مبدأ پتانسیل می‌گیریم و قانون پایستگی انرژی را برای نقاط A و B



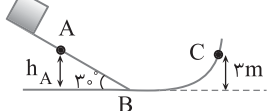
$$E_B - E_A = W_f$$

$$\Rightarrow (U_B + K_B) - (U_A + K_A) = W_f$$

بنا بر فرض $K_A = K_B$ است، بنابراین:

$$U_B - U_A = W_f \Rightarrow 1 \times 10 \times 1 - 1 \times 10 \times 2/5 = W_f \Rightarrow W_f = -15 \text{ J}$$

۳ ۷۲۰ B



مبدأ پتانسیل را در سطح زمین در نظر می‌گیریم.

با توجه به اصل پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_C - E_A = W_f \Rightarrow mgh_C - (\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A) = -380$$

$$10 \times 10 \times 3 - (\frac{1}{2} \times 10 \times 36 + 10 \times 10 \times h_A) = -380$$

$$300 - 180 - 100h_A = -380 \Rightarrow h_A = 5 \text{ m}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{h_A}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{AB} \Rightarrow AB = 10 \text{ m}$$

۴ ۷۲۱ B

۱ سطح افقی را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته‌ایم، بنابراین انرژی

مکانیکی در نقطه C یعنی $E_C = K_C + U_C$ برابر صفر است. قانون پایستگی انرژی

را برای نقاط B و C می‌نویسیم:

$$E_C - E_B = W_{f_{B \rightarrow C}} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mv_B^2 = f_k(BC) \cos \pi$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}mv_B^2 = -f_k(BC) \Rightarrow v_B^2 = 4 \times 4 \Rightarrow v_B = 4 \text{ m/s}$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

۲ برای به دست آوردن کار نیروی اصطکاک در مسیر خمیده نیز قانون پایستگی انرژی را

$$E_B - E_A = W_{f_{A \rightarrow B}} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh_A = W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times 16 - 2 \times 10 \times 1 = W_f \Rightarrow W_f = -4 \text{ J}$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.

۳ کار نیروی وزن در مسیر ABC را بررسی می‌کنیم. در مسیر BC چون نیروی

وزن بر مسیر عمود است، کار آن صفر است. از طرفی کار نیروی وزن به مسیر بستگی

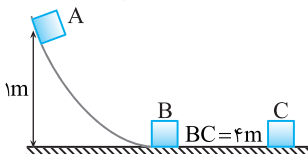
ندارد و در مسیر AB کار نیروی وزن مثبت و برابر با mgh است.

$$W_{mg} = W_{mg_{ABC}} = W_{mg_{AB}} + W_{mg_{AC}} = mgh_A + 0$$

$$\Rightarrow W_{mg} = 20 \text{ J}$$

بنابراین گزینه (۳) نیز درست است از این رو پاسخ گزینه (۴) درست است.

سعی کنید این مسئله را به کمک قضیه کار و انرژی حل کنید.



$$E_B - E_A = W_f \xrightarrow{W_f = -\frac{1}{100} E_A} E_B - E_A = -\frac{1}{100} E_A$$

$$\Rightarrow E_B = \frac{1}{100} E_A \Rightarrow mgh_B = \frac{1}{100} (mgh_A + \frac{1}{2} mv_A^2)$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{1}{100} (18 + \frac{1}{2} v_A^2) \xrightarrow[\text{تقسیم می کنیم}]{\text{دو طرف را بر ۸}} 20 = 18 + \frac{1}{2} v_A^2$$

$$\Rightarrow v_A^2 = 4 \Rightarrow v_A = 2 \text{ m/s}$$

۳ ۷۲۶

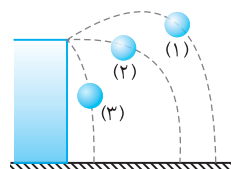
با رها شدن A و B، نیروی وزن آن‌ها برابر است ($W_A = W_B$) اما مقاومت هوای وارد بر جسم A از مقاومت هوا وارد بر جسم B بیشتر است یعنی در طول این مسیر معین کار نیروی مقاومت هوا وارد بر جسم A بیشتر بوده و اتلاف انرژی آن نیز بیشتر است از این رو انرژی جنبشی A از انرژی جنبشی B کمتر است ($K_A < K_B$) و (الف) نادرست است. اما پس از جابه‌جایی یکسان فاصله آن‌ها از محل رها شدن و هم چنین ارتفاع آن‌ها از سطح زمین یکسان است بنابراین با برابر بودن جرم آن‌ها، انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها یکی است ($U_A = U_B = mgh$) و (ب) درست است.

در مورد انرژی مکانیکی کاملاً مشخص است که چون $U_A = U_B$ و $K_A < K_B$ است انرژی مکانیکی ($E = K + U$) کمتر از انرژی مکانیکی B است و (پ) نادرست است.

۲ ۷۲۷

تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابر $\Delta U = mg\Delta h$ است و برای هر دو گلوله Δh یا تغییرات ارتفاع مشابه است، زیرا از یک ارتفاع مشخص به زمین می‌رسند، گلوله‌ها مشابه هستند پس $m_1 = m_2$ بوده و در نتیجه تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برای هر دو گلوله یکسان است. اما کار نیروی اصطکاک به مسیر بستگی دارد و هرچه مسیر طولانی‌تر باشد کار نیروی اصطکاک بیشتر می‌شود پس کار نیروی اصطکاک گلوله (۱) بیشتر از گلوله (۲) است.

بازی با سوال مطابق شکل سه گلوله یکسان را در سه حالت نشان داده شده با تندی یکسان پرتاب می‌کنیم. کدام گزینه در مورد تندی گلوله‌ها هنگام رسیدن به زمین می‌تواند درست باشد؟



- (۱) تندی هر سه گلوله با هم برابر است.
- (۲) تندی گلوله (۱) از همه بیشتر است.
- (۳) تندی گلوله (۳) از همه بیشتر است.
- (۴) گزینه‌های (۱) و (۳) می‌توانند درست باشند.

گزینه ۴

۲ ۷۲۸

حالت اول: با فرض اینکه سطح زمین مبدأ پتانسیل گرانشی است قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم.

$$E_p - E_1 = W_f$$

$$E_p - E_1 = W_f \xrightarrow{E_1 = U_1 + K_1, U_1 = 0}{E_p = U_p + K_p, K_p = 0} \rightarrow U_p - K_1 = W_f$$

$$\Rightarrow mgh - \frac{1}{2} mv^2 = -f_D h$$

$$\xrightarrow{\frac{h=4\text{m}}{m=4\text{kg}}} \rightarrow 0/4 \times 10 \times 4 - \frac{1}{2} \times 0/4 \times v^2 = -f_D \times 4 \quad (1)$$

حالت دوم: گلوله روی سطح افقی پرتاب شده و انرژی پتانسیل گرانشی آن صفر است و قانون پایستگی انرژی خواهد شد:

$$E_p' - E_1' = W_f' \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \times 0/4 \times v^2 = -f_k \times 4 \quad (2)$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$16 = -f_D \times 4 - (-f_k \times 4) \Rightarrow 16 = 4(f_k - f_D) \Rightarrow f_k - f_D = 4 \text{ N}$$

میانبر

در حرکت جسم رو به بالا مجموع کار نیروی مقاومت هوا و کار نیروی وزن با انرژی جنبشی اولیه برابر می‌شود و در حرکت جسم روی سطح افقی، کار نیروی اصطکاک با انرژی جنبشی اولیه برابر است بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_{f_D} + W_{mg} = W_{f_k} \Rightarrow -f_D h - mgh = -f_k d$$

$$\xrightarrow{d=h} \rightarrow f_k - f_D = mg = 0/4 \times 10 = 4 \text{ N}$$

۳ ۷۲۲

خط فکری کمینه مقدار h که جسم از نقطه C عبور نکند یعنی تندی جسم در نقطه C برابر صفر شود و تمام انرژی جنبشی جسم در نقطه B به انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه C تبدیل شود، بنابراین در قدم اول شما باید به کمک قانون پایستگی انرژی، انرژی جنبشی جسم را در نقطه B به دست بیاورید و آن را با انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه C برابر قرار دهید. سطح AB را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم و قانون پایستگی انرژی را برای نقاط A و B می‌نویسیم.



$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow (K_B + U_B) - (K_A + U_A) = W_f$$

$$\xrightarrow{U_A = U_B = 0} K_B - K_A = -f_k(AB)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} mv_B^2 - \frac{1}{2} mv_A^2 = -f_k(AB) \xrightarrow{\frac{v_A = 10 \text{ m/s}, m = 2 \text{ kg}}{f_k = 2 \text{ N}, AB = 4 \text{ m}}} \Rightarrow \frac{1}{2} mv_B^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 100 = -2 \times 4 \Rightarrow K_B = -8 + 100 \Rightarrow K_B = 92 \text{ J}$$

اکنون در مسیر بدون اصطکاک BC باید انرژی جنبشی در نقطه B را با انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه C برابر قرار دهیم.

$$U_C = K_B \Rightarrow mgh_{\min} = 92 \Rightarrow 2 \times 10 \times h_{\min} = 92 \Rightarrow h_{\min} = 4/6 \text{ m}$$

۳ ۷۲۳

نقطه C را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. اگر سطح بدون اصطکاک باشد، می‌توان برای نقاط A و B اصل پایستگی انرژی مکانیکی را نوشت، تندی در نقطه B را به دست آوریم.

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + 0 = mgh_B + \frac{1}{2} mv_B^2 \Rightarrow g(h_A - h_B) = \frac{1}{2} v_B^2$$

$$10(0/32 - 0/12) = \frac{1}{2} v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 4 \Rightarrow v_B = 2 \text{ m/s}$$

اما اگر سطح دارای اصطکاک باشد مقداری از انرژی مکانیکی تلف می‌شود و تندی جسم در نقطه B از 2 m/s کمتر خواهد بود.

۱ ۷۲۴

ابتدا به کمک شکل ارتفاعی که گلوله در مسیر A و B پایین می‌آید را حساب می‌کنیم

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{OB} \Rightarrow 0/6 = \frac{h}{2} \Rightarrow h = 1/2 \text{ m}$$

با نوشتن قانون پایستگی انرژی برای نقاط A و B، تندی گلوله را در نقطه B حساب می‌کنیم (نقطه B را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم).

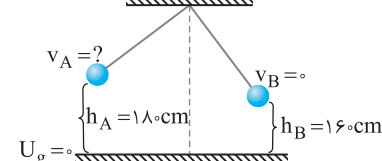
$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow (U_B + K_B) - (U_A + K_A) = W_f$$

$$\xrightarrow{U_B = 0, K_A = 0} \frac{1}{2} mv_B^2 - mgh = W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 0/4 \times 16 - 0/4 \times 10 \times 1/2 = W_f \Rightarrow 3/2 - 5/2 = W_f \Rightarrow W_f = -1/2 \text{ J}$$

۴ ۷۲۵

گلوله مماس بر نوک بینی شخص B متوقف شود یعنی اینکه گلوله حداکثر تا آن نقطه ($h = 160 \text{ cm}$) بالا رود و در آنجا تندی گلوله صفر شود. قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم.



۲ ۷۲۹ A

انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

انرژی جنبشی نهایی جسم در برگشت به نقطه پرتاب برابر است با:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow{v_2=v_1} K_2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{1}{3}v_1\right)^2 = \frac{1}{9}\left(\frac{1}{2}mv_1^2\right)$$

تغییر انرژی جنبشی خواهد شد:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{9}\left(\frac{1}{2}mv_1^2\right) - \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow \Delta K = -\frac{8}{9}\left(\frac{1}{2}mv_1^2\right) \Rightarrow \Delta K = -\frac{8}{9}K_1$$

بنا به قانون پایستگی انرژی $\frac{8}{9}$ انرژی جنبشی اولیه در اثر اصطکاک تلف شده است.

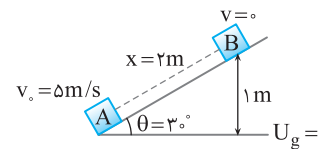
۳ ۷۳۰ B

خط فکری

کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت برابر کار نیروی اصطکاک در مسیر برگشت است بنابراین کافی است شما کار نیروی اصطکاک را به کمک قانون پایستگی انرژی در مسیر رفت به دست آورید و آن را دو برابر کنید.

نقطه پرتاب را با حرف A و نقطه‌ای که جسم متوقف می‌شود و برمی‌گردد را B می‌نامیم. ابتدا برای زمانی که جسم از A تا B جابه‌جا می‌شود قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} E_B - E_A &= W_{f_k} \\ \Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv^2 &= W_{f_k} \\ \Rightarrow 2 \times 1 \times 10 \times 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times (5)^2 &= W_{f_k} \\ \Rightarrow W_{f_k} &= -5J \end{aligned}$$



اکنون کافی است کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت را دو برابر کنیم.

$$W_{f_{k, \text{کل}}} = 2W_{f_{k, A \rightarrow B}} = 2 \times (-5) = -10J$$

بازی با سوال جسمی به جرم ۳۰۰ گرم را از پایین سطح شیب‌داری با زاویه شیب 37° با تندی اولیه 6 m/s مماس بر سطح، رو به بالا پرتاب می‌کنیم. پس از $1/5$ متر پیش‌روی جسم متوقف شده و بازمی‌گردد. کار نیروی اصطکاک و کار نیروی وزن در تمام مسیر رفت و برگشت به ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$, $\sin 37^\circ = 0.6$)

۱) صفر، صفر ۲) $-5/4$ ، صفر ۳) صفر، $5/4$ ۴) $-5/4$ ، $5/4$

گزینه ۲

۱ ۷۳۱ C

خط فکری

نیروی مقاومت هوا در طول مسیر رفت و برگشت ثابت است بنابراین کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت برابر کار نیروی مقاومت هوا در مسیر برگشت است. شما باید کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت را به کمک قانون پایستگی انرژی ($E_2 - E_1 = W_f$) حساب کنید سپس به کمک کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت، ارتفاع اوج یعنی طول مسیر بالا رفتن گلوله را به دست بیاورید تا بتوانید کار نیروی وزن $W_{mg} = -mgh$ اوج را حساب کنید.

۱) قانون پایستگی انرژی در مسیر رفت و برگشت را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} E_2 - E_1 &= W_f \\ \Rightarrow (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) &= W_f \\ \xrightarrow{U_2 = U_1} K_2 - K_1 &= W_f \\ \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 &= W_f \\ \xrightarrow{v_2 = \frac{v_1}{3}} \frac{1}{2}m\left(\frac{v_1}{3}\right)^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 &= W_f \\ W_f &= \frac{1}{2}m\left(\frac{v_1^2}{9} - v_1^2\right) \Rightarrow W_f = -\frac{4}{9}\left(\frac{1}{2}mv_1^2\right) = -\frac{4}{9}K_1 \end{aligned}$$

$$W_f = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_1^2}{9} - v_1^2\right) \Rightarrow W_f = -\frac{4}{9}\left(\frac{1}{2}mv_1^2\right) = -\frac{4}{9}K_1$$

۲) کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت خواهد شد.

$$W_{f, \text{رفت}} = \frac{W_f}{2} \Rightarrow W_{f, \text{رفت}} = \frac{1}{2}\left(-\frac{4}{9}mv_1^2\right) = -\frac{2}{9}mv_1^2$$

۳) به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی وزن در مسیر رفت را حساب می‌کنیم.

$$\begin{aligned} W_t &= \Delta K \Rightarrow W_{f, \text{رفت}} + W_{mg} = 0 - K_1 \\ \Rightarrow -\frac{2}{9}mv_1^2 + W_{mg} &= -\frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow W_{mg} = -\frac{5}{18}mv_1^2 \end{aligned}$$

۴) نسبت کار نیروی وزن در مسیر رفت و کار نیروی اصطکاک در کل مسیر برابر

$$\frac{W_{mg}}{W_f} = \frac{-\frac{5}{18}mv_1^2}{-\frac{2}{9}mv_1^2} = \frac{5}{4}$$

است با:

۲ ۷۳۲ B

نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت را f_{D_1}

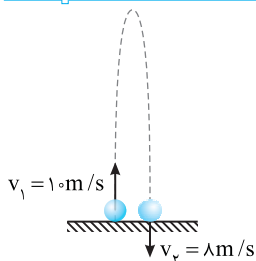
و در مسیر برگشت را f_{D_2} می‌نامیم. با

توجه به فرض مسئله: $f_{D_1} = 1/4 f_{D_2}$

اندازه جابه‌جایی در مسیر رفت و برگشت (h) یکسان است بنابراین کار نیروی

f_{D_1} در مسیر رفت $1/4$ کار نیروی

f_{D_2} در مسیر برگشت است.



$$W_{f_{D_1}} = 1/4 W_{f_{D_2}}$$

کار نیروی اصطکاک در کل مسیر رفت و برگشت خواهد شد:

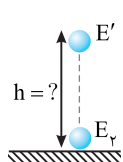
$$W_f = W_{f_{D_1}} + W_{f_{D_2}} = 1/4 W_{f_{D_2}} + W_{f_{D_2}} \Rightarrow W_f = 5/4 W_{f_{D_2}}$$

قانون پایستگی انرژی را در کل مسیر رفت و برگشت می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} E_2 - E_1 &= W_f \Rightarrow (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_f \\ \xrightarrow{U_1 = U_2} K_2 - K_1 &= W_f \Rightarrow \frac{1}{2}m(5)^2 - \frac{1}{2}m(10)^2 = 5/4 W_{f_{D_2}} \\ \Rightarrow -18m &= 5/4 W_{f_{D_2}} \Rightarrow W_{f_{D_2}} = -7.2m \end{aligned}$$

مسیر برگشت از نقطه اوج تا رسیدن به سطح زمین است:

$$\begin{aligned} E_2 - E' &= W_{f_{D_2}} \xrightarrow{E' = K' + U', K' = 0} U' = mgh \\ \frac{1}{2}m \times 6^2 - m \times 10 \times h &= -7.2m \\ \Rightarrow 18m - 10mh &= -7.2m \Rightarrow h = 3.6m \end{aligned}$$



۱ ۷۳۳ B

خط فکری

بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جرم - فنر وقتی اتفاق می‌افتد که فنر بعد از برخورد فشرده شده و جسم متوقف می‌شود. در این حالت انرژی مکانیکی ثانویه سامانه همان انرژی کشسانی فنر است، بنابراین شما انرژی مکانیکی اولیه را حساب کنید و به کمک قانون پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک را به دست آورید.

۱) انرژی مکانیکی اولیه همان انرژی جنبشی جسم است.

$$\begin{aligned} E_1 &= K_1 = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=0.2 \text{ kg}, v=10 \text{ m/s}} \\ E_1 &= \frac{1}{2} \times 0.2 \times 10^2 \Rightarrow E_1 = 10J \end{aligned}$$

۲) قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$E_2 - E_1 = W_f \xrightarrow{E_2 = U_2 = 9J} 9 - 10 = W_f \Rightarrow W_f = -1J$$

۴ ۷۳۴ B

پایین‌ترین نقطه مسیر را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

انرژی مکانیکی در ابتدا برابر است با:

$$\begin{aligned} E_1 &= K_1 + U_1 \xrightarrow{K_1 = 0} E_1 = U_1 = mgh \\ \xrightarrow{m=0.5 \text{ kg}, h=0.8 \text{ m}} E_1 &= 0.5 \times 9.8 \times 0.8 \Rightarrow E_1 = 3.92J \end{aligned}$$

است، بنابراین در مسیر برگشت قانون پایستگی انرژی خواهد شد:

$$E_p - E_v = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_p^2 - U_{\text{فنر}} = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times v_p^2 - 82 = -18$$

$$\Rightarrow v_p^2 = 64 \Rightarrow v_p = 8 \text{ m/s}$$

۱ ۷۳۷

در طول مسیر بر گلوله سه نیرو وزن، مقاومت هوا و نیروی فنر وارد می‌شود و کار کل آن‌ها بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است. طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{کل}} = \Delta K \Rightarrow W_{\text{مگ}} + W_{\text{اصطکاک}} + W_{\text{فنر}} = K_2 - K_1$$

در ابتدا و انتهای مسیر تندی گلوله صفر است، بنابراین:

$$W_{\text{مگ}} + W_{\text{اصطکاک}} + W_{\text{فنر}} = 0 \Rightarrow mgh + (-6) + W_{\text{فنر}} = 0$$

$$\Rightarrow 3 \times 10 \times (1/2) + (-6) + W_{\text{فنر}} = 0 \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -3 \text{ J}$$

بازی با سوال جسمی از نقطه A رها شده است، هنگامی که تندی متحرک ۱/۵ m/s می‌شود، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل کشسانی فنر با هم برابر خواهد شد. در این لحظه فاصله جسم از سطح زمین چند سانتی‌متر است؟ (از نیروی مقاومت‌ها صرف نظر کنید.)

۲۰ cm
۱۰ cm
۵ (۴) ۲۵ (۳) ۷/۵ (۲) ۲۲/۵ (۱)

گزینه ۲

۴ ۷۳۸

ابتدا طول سطح (d) را به کمک روابط مثلثاتی حساب می‌کنیم.

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{0.6}{1} = \frac{85}{d}$$

$$\Rightarrow d = \frac{85}{0.6} \text{ cm}$$

فنر هنگامی بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی را دارد که وزنه متوقف شده و تمام انرژی جنبشی اولیه و انرژی پتانسیل گرانشی‌اش به انرژی پتانسیل کشسانی تبدیل شود. بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_p = E_v \Rightarrow U_e = U_g + K \xrightarrow{U_e = 1/8 K} 1/8 K = U_g + K$$

$$\Rightarrow U_g = 0/8 K \Rightarrow mgh' = 0/8 (\frac{1}{2}mv^2) \Rightarrow 10h' = 0/4 \times 4^2$$

$$\Rightarrow h' = 0/64 \text{ m} = 64 \text{ cm}$$

اکنون d' یعنی مقداری که وزنه روی سطح پایین می‌آید را حساب می‌کنیم.

$$\sin 37^\circ = \frac{h'}{d'} \Rightarrow d' = \frac{64}{0.6} = \frac{640}{6} \text{ cm}$$

بنابراین کمترین طول فنر برابر اختلاف d و d' بوده و مقدار آن خواهد شد:

$$d - d' = \frac{850}{6} - \frac{640}{6} = \frac{210}{6} = 35 \text{ cm}$$

یمنجه دوجداره (سطح دوم)

۱ ۷۳۹

خط فکری حداکثر ارتفاعی که گلوله بالا می‌رود ۱۶ m است یعنی در این نقطه، تندی گلوله به‌طور لحظه‌ای صفر می‌شود. با داشتن تندی اولیه و ارتفاع اوج شما می‌توانید به کمک قانون پایستگی انرژی، نیروی مقاومت هوا را حساب کنید. سپس مجدداً قانون پایستگی انرژی برای نقطه‌ای در ارتفاع ۷ متری یک‌بار هنگام بالا رفتن گلوله و بار دیگر در برگشت گلوله بنویسید و تندی جسم را به‌دست بیاورید.

انرژی مکانیکی در حالت (۲) یعنی در حداکثر کشیدگی فنر، همان بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی فنر است و بنابر اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E_p = E_v \xrightarrow{E_p = U_{\text{re}}, K_v = 0} U_{\text{re}} = 0/196 \text{ J}$$

۳ ۷۳۵

۱ گلوله از نقطه A رها شده بنابراین تندی و انرژی جنبشی گلوله در نقطه A صفر است و اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی $U_g = 0$ فرض کنیم انرژی مکانیکی گلوله در نقطه A برابر خواهد شد با:

$$E_A = K_A + U_A \xrightarrow{K_A = 0} E_A = U_A = mgh$$

$$\xrightarrow{m=2 \text{ kg}, h=6 \text{ m}} E_A = 0/2 \times 10 \times 6 = 12 \text{ J}$$

۲ اکنون با نوشتن قانون پایستگی انرژی، انرژی مکانیکی جسم را در نقطه B به‌دست می‌آوریم.

$$E_B - E_A = W_{f_{A \rightarrow B}} \xrightarrow{W_f = -2 \text{ J}} E_B - 12 = -2 \Rightarrow E_B = 10 \text{ J}$$

۳ سطح BC بدون اصطکاک است و بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_B = E_C$$

بنابراین بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی فنر برابر است با:

$$E_C = K_C + U_C \xrightarrow{K_C = 0} U_{C_{\text{max}}} = 10 \text{ J}$$

بازی با سوال مطابق شکلی جسمی به جرم ۲۰۰ g از نقطه A رها می‌شود. از زمان شروع حرکت جسم تا لحظه‌ای که جسم توسط فنر به‌طور لحظه‌ای متوقف می‌شود، ۱۰ درصد انرژی مکانیکی اولیه آن تلف می‌شود. بیشترین مقدار ذخیره شده در فنر چند ژول است؟

۱۰/۸ (۴) ۷/۲ (۳) ۳/۶ (۲) ۱/۸ (۱)

گزینه ۳

۴ ۷۳۶

تندی جسم در لحظه برخورد را برحسب m/s به‌دست می‌آوریم.

$$v_1 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{36}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_1 = 10 \text{ m/s}$$

بیشینه انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر وقتی است که جسم به‌طور لحظه‌ای متوقف می‌شود (شکل (۲)).

قانون پایستگی انرژی را برای نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم و به کمک آن کار نیروی اصطکاک را در این مسیر به‌دست می‌آوریم.

$$E_p - E_v = W_f \xrightarrow{E_p = U_e, E_v = K_1} U_e - K_1 = W_f \xrightarrow{U_e = 82 \text{ J}} 82 - \frac{1}{2}mv^2 = W_f \xrightarrow{m=2 \text{ kg}} 82 - \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = W_f \Rightarrow W_f = -18 \text{ J}$$

از وضعیت (۲) تا وضعیت (۳)، با توجه به ثابت ماندن نیرو اصطکاک و یکسان بودن جابه‌جایی از حالت (۱) تا (۲) و حالت (۲) تا (۳)، کار نیروی اصطکاک همان -18 J



وقتی آونگ رها می‌شود و نخ آن در نقطه O' به میخ گیر می‌کند و آونگ در طرف چپ به حرکت خود ادامه می‌دهد. در این حالت طول آونگ جدید $L' = 100 - 80 = 20 \text{ cm}$ می‌شود و تا جایی گلوله بالا می‌رود که تمام انرژی آن به انرژی پتانسیل گرانشی (U_p) تبدیل شود (بنابر اصل پایستگی انرژی مکانیکی).

$$U_p = mgL'(1 - \cos \theta') = 0.2mg(1 - \cos \theta')$$

$$U_1 = U_p \Rightarrow 0.2mg = 0.2mg(1 - \cos \theta') \Rightarrow \cos \theta' = 0 \Rightarrow \theta' = 90^\circ$$

۱ ۷۴۲ C

ابتدا به کمک شکل مشخص می‌کنیم که گلوله نسبت به حالت قائم تا چه ارتفاعی بالا رفته است.

$$h = OB - OA \xrightarrow{OA = L \cos 37^\circ} h = L - L \cos 37^\circ \Rightarrow h = 2 - 2 \cos 37^\circ$$

$$\Rightarrow h = 0.4 \text{ m}$$

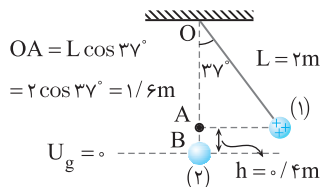
انرژی مکانیکی گلوله در نقطه (۱) شامل انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی پتانسیل الکتریکی است.

$$E_1 = U_1 + K_1 \xrightarrow{K_1 = 0} E_1 = U_{1E} + U_{1g}$$

پایین‌ترین نقطه مسیر را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. با خنثی شدن میله و گذر گلوله از حالت قائم انرژی آن در این لحظه انرژی جنبشی است $E_p = K_p$ و بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

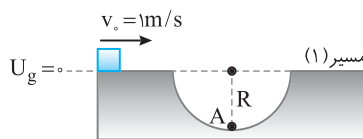
$$E_1 = E_p \Rightarrow U_{1E} + U_{1g} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 100 + 1 \times 10 \times 0.4 = \frac{1}{2} \times 1 \times v^2$$

$$\Rightarrow v = 4\sqrt{13} \text{ m/s}$$



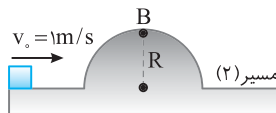
۴ ۷۴۳ C

دو سطح بدون اصطکاک است و در مسیر (۱) انرژی تلف نمی‌شود و وقتی جسم پایین می‌آید تا به نقطه A برسد و مجدداً تا همان سطح بالا می‌رود، تندی جسم در انتهای مسیر (۱) همان 1 m/s است. اما به کمک مسیر (۱) و اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان شعاع R را به دست آورد. سطح افقی مسیر را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. در این صورت انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه A برابر $U_A = -mgR$ می‌شود.



$$\text{مسیر (۱): } E_1 = E_p \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_A^2 - (mgR) \Rightarrow \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \times 2^2 - 1 \times R$$

$$\Rightarrow R = 0.15 \text{ m}$$



در مسیر (۲) باید جسم به اندازه $R = 0.15 \text{ m}$ بالا برود در این صورت در نقطه B انرژی پتانسیل گرانشی آن خواهد شد: $U_B = mgR = 2 \times 10 \times 0.15 \Rightarrow U_B = 3 \text{ J}$ اما دقت کنید جسم در ابتدا دارای $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 = 1 \text{ J}$ انرژی جنبشی است. بنابراین جسم در مسیر (۲) انرژی لازم برای گذر از B را ندارد و گزینه (۴) درست است.

۳ ۷۴۴ C

انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با $\frac{1}{2}mv^2 = 200 \text{ m}$ و انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه A برابر است با:

$$mgd \sin 30^\circ = m \times 10 \times 20 \times \frac{1}{2} = 100 \text{ m}$$

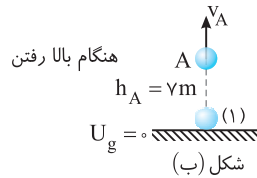
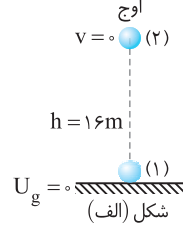
نقطه A برابر است با:

سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی می‌گیریم
۱ قانون پایستگی انرژی را برای نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم
(شکل الف) و نیروی مقاومت هوا را به دست می‌آوریم.

$$E_p - E_1 = W_f \Rightarrow mgh_p - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{fD}$$

$$\Rightarrow 320 - 400 = W_{fD} \Rightarrow -80 = fh \cos 180^\circ$$

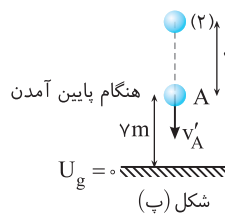
$$\Rightarrow -80 = -f_D \times 16 \Rightarrow f_D = 5 \text{ N}$$



۲ تندی در ارتفاع ۷ متری سطح زمین را نیز با نوشتن قانون پایستگی انرژی برای نقاط (۱) و A در شکل (ب) حساب می‌کنیم.

$$E_A - E_1 = W_f' \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A - \frac{1}{2}mv_1^2 = f_D h_A \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow v_A^2 + 140 - 400 = 5 \times 7 \times (-1) \Rightarrow v_A^2 = 225 \Rightarrow v_A = 15 \text{ m/s}$$



۳ برای یافتن تندی گلوله هنگام برگشت در ارتفاع ۷ متر قانون پایستگی انرژی را برای نقاط (۲) و A می‌نویسیم. کار نیروی اصطکاک در این مسیر که طول آن $16 - 7 = 9 \text{ m}$ برابر است با:

$$W_f'' = -f_D D = -5 \times 9 \Rightarrow W_f'' = -45 \text{ J}$$

$$E_A' - E_p = W_f'' \xrightarrow{E_p = mgh} \frac{1}{2}mv_A'^2 + mgh_A - mgh = -45$$

$$\xrightarrow{m = 2 \text{ kg}} v_A'^2 + 2 \times 10 \times 7 - 2 \times 10 \times 16 = -45$$

$$\Rightarrow v_A'^2 = 135 \Rightarrow v_A' = 3\sqrt{15} \text{ m/s} \Rightarrow \frac{v_A}{v_A'} = \frac{15}{3\sqrt{15}} = \frac{5}{\sqrt{15}}$$

۳ ۷۴۰ B

مقاومت هوا ناچیز است بنابراین می‌توانیم از اصل پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کرده و برای هر جسم تندی رسیدن به زمین را حساب کنیم.

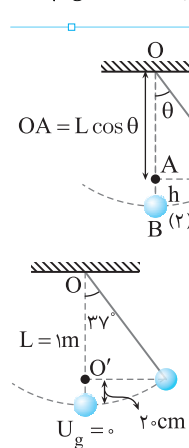
$$\text{جسم } m: E_1 = E_p \Rightarrow mgh + 0 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$\text{جسم } 2m: E_1 = E_p \Rightarrow 2mg(2h) + 0 = \frac{1}{2}(2m)v'^2 \Rightarrow v' = \sqrt{4gh}$$

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{4gh}}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{2}$$

بنابراین خواهیم داشت:

۴ میانبر جسمی که در شرایط خلا از ارتفاع h رها می‌شود با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی تندی آن پس از سقوطی به اندازه h برابر است با:



۴ ۷۴۱ B
یادآوری هرگاه آونگی به طول L و جسم m را از راستای قائم مطابق شکل به اندازه theta منحرف کنیم انرژی پتانسیل گرانشی ذخیره شده در آن خواهد شد:

$$U = mgh$$

$$h = OB - OA = L - L \cos \theta$$

$$\Rightarrow U = mgL(1 - \cos \theta)$$

وقتی آونگ به اندازه 37° منحرف می‌شود. انرژی پتانسیل ذخیره شده در آن برابر است با:

$$U_1 = mgL(1 - \cos \theta) \Rightarrow U_1 = mgL(1 - 0.8)$$

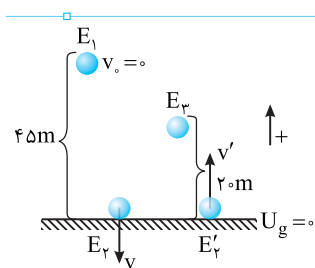
$$\Rightarrow U_1 = mg(1)(0.2) \Rightarrow U_1 = 0.2 \text{ mJ}$$

ثانیه دوم یعنی بازه زمانی $t=1s$ تا $t=2s$ ، بنابراین سرعت متحرک را به کمک تعریف شتاب در این لحظه‌ها به دست می‌آوریم.

$$\text{تابش} = \frac{\text{تغییر سرعت}}{\text{زمان}} \Rightarrow a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow \begin{cases} t=1s \Rightarrow -2 = \frac{v_1-1}{1} \Rightarrow v_1 = -1m/s \\ t=2s \Rightarrow -2 = \frac{v_2-1}{2} \Rightarrow v_2 = -3m/s \end{cases}$$

تغییر انرژی مکانیکی خواهد شد:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow \Delta E = \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 \Rightarrow \Delta E = -4J$$



ابتدا به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی سرعت برخورد گلوله به زمین و همچنین سرعت برگشت آن از سطح زمین را حساب می‌کنیم. سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.

$$E_2 = E_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = mgh \Rightarrow v_2^2 = 2 \times 10 \times 4.5 \Rightarrow v_2 = -3m/s$$

علت منفی قرار دادن سرعت برخورد به زمین این است که جهت مثبت را رو به بالا اختیار کرده‌ایم. اما پس از برخورد گلوله به زمین، گلوله ابتدا متوقف شده و سپس با سرعت v' رو به بالا حرکت می‌کند و در این لحظه دارای انرژی جنبشی $\frac{1}{2}mv'^2$ است

و تا $2m$ بالا می‌رود و سرعتش صفر می‌شود و انرژی جنبشی‌اش به انرژی پتانسیل تبدیل می‌شود. $\frac{1}{2}mv'^2 = mgh' \Rightarrow v'^2 = 2gh' = 2 \times 10 \times 2 \Rightarrow v' = 2m/s$

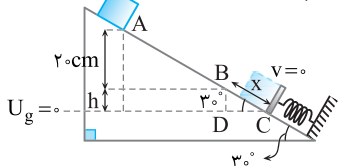
v' را مثبت قرار می‌دهیم زیرا جهتش رو به بالا و در جهت مثبت اختیاری ما است. اکنون شتاب در مدت برخورد و سپس نیروی خالص را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{v'-v}{t} = \frac{2-(-3)}{2 \times 10^{-3}} = 25 \times 10^3 m/s^2$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_{net} = 0.2 \times 25 \times 10^3 = 5000N$$

میانبر در شرایط خلأ می‌توانید از رابطه $v = \sqrt{2gh}$ که در آن مقدار جابه‌جایی در امتداد قائم است استفاده کنید.

سطحی که نقطه C در آن واقع شده و جسم در آن نقطه متوقف شده است را مطابق شکل مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.



جسم در نقطه C متوقف شده ($K_C = 0$) و انرژی جسم در نقطه همان انرژی پتانسیل کشسانی فنر ($E_C = U_e = 10J$) است.

ارتفاع قائمی که جسم از A تا C پایین می‌آید مطابق شکل $(0.2+h)$ است.

و انرژی مکانیکی جسم در نقطه A برابر است با:

$$E_A = K_A + U_A \Rightarrow E_A = \frac{1}{2}mv^2 + mg(0.2+h)$$

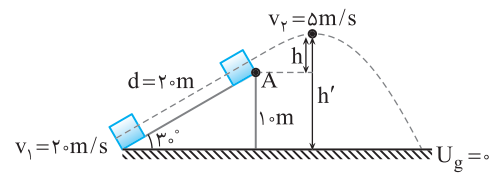
اکنون با نوشتن اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط A و C مسئله حل می‌شود.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mg(0.2+h) = U_e$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 4 + 2 \times 10(0.2+h) = 10 \Rightarrow h = 0.1m$$

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{0.1}{x} \Rightarrow x = 0.2m = 20cm$$

با توجه به مثلث BDC:



پس هنگامی که جعبه به نقطه A می‌رسد تمام انرژی جنبشی اولیه آن به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل نشده و جسم هنوز دارای انرژی جنبشی و تندی است و از نقطه A می‌گذرد. کمینه سرعت جسم مربوط به لحظه‌ای است که جسم در ارتفاع بیشینه قرار گرفته است.

اکنون اصل پایستگی انرژی مکانیکی را نوشته و بیشینه ارتفاع را حساب می‌کنیم:

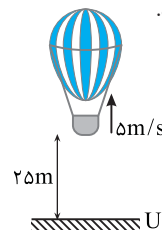
$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh' \Rightarrow 200 = \frac{1}{2} \times 25 + gh'$$

$$\Rightarrow 187.5 = gh' \Rightarrow h' = 18.75m$$

$$h'-1 = h \Rightarrow h = 17.75m$$

بیشینه ارتفاع از نقطه A برابر است با:

یادآوری هرگاه از درون دستگاه متحرک، جسمی رها شود جسم سرعت اولیه‌ای برابر سرعت دستگاه متحرک و در جهت حرکت دستگاه خواهد داشت.



سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

ابتدا فاصله بالون از سطح زمین را در لحظه رها شدن کیسه شنی حساب می‌کنیم:

$$h = \Delta x \times \Delta t = 25m$$

در این لحظه تندی کیسه شنی $5m/s$ رو به بالا و فاصله آن از سطح زمین 25 متر است و کیسه شنی

تا زمانی بالا می‌رود که تندی‌اش صفر شود. بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی کیسه شنی را در لحظه رها شدن کیسه و در لحظه توقف آن برابر قرار می‌دهیم.

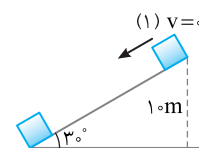
$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{v_2^2}{2} = K_2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = 0 + mgh_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 + 10h_1 = 10h_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 5^2 + 10 \times 25 = 10 \times h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 26.25m$$

خط فکری شتاب متوسط $(a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t})$



از شما خواسته شده است، بنابراین شما باید تندی جسم را به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی در پایین سطح پیدا کنید.

در حل این مسئله زاویه 30° جزء داده‌های اضافی است و کافی است بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی بنویسیم.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow |\Delta U| = |\Delta K| \Rightarrow mg\Delta h = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 10 \times 1 = \frac{1}{2}v^2$$

$$\Rightarrow v = 10\sqrt{2}m/s$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a_{av} = 5\sqrt{2}m/s^2$$

شتاب متوسط خواهد شد:

یادآوری هرگاه جسمی را با تندی اولیه به حرکت در آوریم، از لحظه جدا شدن جسم از دست ما، دیگر نیروی جلوبری بر جسم وارد نمی‌شود.

نیروی مؤثر وارد بر جسم که آن را متوقف می‌کند

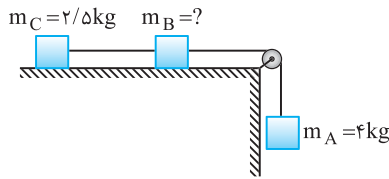
نیروی اصطکاک f_k است. به کمک قانون دوم

نیوتون شتاب توقف جسم را به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = ma$$

$$\frac{F_{net} = f_k = -fN}{m = 2kg} \Rightarrow -fN = 2a \Rightarrow a = -2m/s^2$$

$K_B = 10 \text{ J}$ به انرژی جنبشی وزنه B تبدیل شده است:



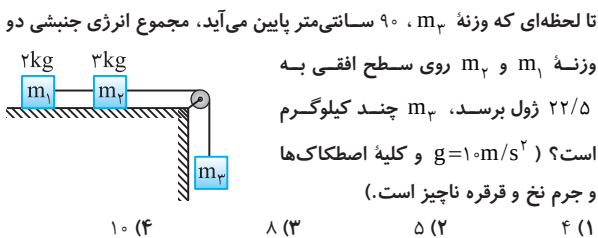
وقتی که اجسام به صورت شکل با ریسمان به دنبال هم وصل هستند، تندی آن‌ها در تمام لحظات باهم برابر است.

اکنون برای جسم B و مجموعه جسم‌های A و C انرژی جنبشی را نوشته و دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم و با توجه به نکته بیان شده، تندی‌ها از دو رابطه حذف می‌شود و جرم m_B به دست می‌آید.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \begin{cases} K_B = \frac{1}{2}m_B v^2 \\ K_{A,C} = \frac{1}{2}(m_A + m_C) v^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{K_B}{K_{A,C}} = \frac{m_B}{m_A + m_C}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{25} = \frac{m_B}{4 + 2/5} \Rightarrow m_B = 2/6 \text{ kg}$$

بازی با سوال: در شکل زیر وزنه m_1 از حال سکون رها می‌شود. اگر



گزینه ۳:

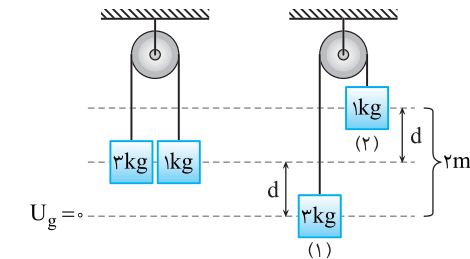
۲ ۷۵۴ C

هنگامی که جسم 3 kg d متر پایین می‌آید، جسم 1 kg d متر بالا می‌رود. در سؤال گفته شده که فاصله دو جسم از هم 2 m شود، در واقع $d + d = 2 \text{ m} \Rightarrow d = 1 \text{ m}$ اما چگونه در مورد مسئله فکر کنیم؟ جسم 3 kg ۱۰ متر پایین می‌آید و به اندازه $U = mgh = 3 \times 10 \times 1 = 30 \text{ J}$ انرژی پتانسیل آزاد می‌کند، جسم 1 kg هم که ۱ متر بالا می‌رود به اندازه $U = mgh = 1 \times 10 \times 1 = 10 \text{ J}$ انرژی پتانسیل دریافت می‌کند تفاوت این دو انرژی کجا رفته است؟

تبدیل به انرژی جنبشی مجموعه می‌شود: $30 - 10 = K \Rightarrow K = 20 \text{ J}$

دو جسم به هم وصل هستند و در هر لحظه تندی آن‌ها برابر است از این رو خواهیم داشت:

$$K = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \Rightarrow 20 = \frac{1}{2}(3 + 1)v^2 \Rightarrow v^2 = 10 \Rightarrow v = \sqrt{10} \text{ m/s}$$



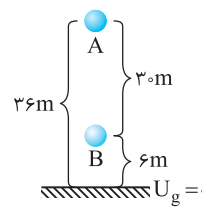
بازی با سوال: در شکل روبه‌رو جرم

نخ و قرقره و اصطکاک ناچیز است، دستگاه را از حال سکون رها می‌کنیم. در لحظه‌ای که هریک از وزنه‌ها ۳۰ cm جابه‌جا شده است، انرژی جنبشی وزنه $1/5 \text{ kg}$ کیلوگرمی چند ژول است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

گزینه ۳:

۵ (۴) ۱۵ (۳) ۹ (۲) ۳ (۱)

۲ ۷۵۰ C



خط فکری: مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را می‌توان به طور دلخواه انتخاب کرد. در ابتدا مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی سطح زمین است و چون انرژی پتانسیل گرانشی A از انرژی پتانسیل گرانشی B بیشتر است ($\frac{U_A}{U_B} = 6$) یعنی نقطه

$$\frac{mgh_A}{mgh_B} = 6 \Rightarrow \frac{h_A}{h_B} = 6 \Rightarrow \frac{36}{h_B} = 6 \Rightarrow h_B = 6 \text{ m}$$

مبدأ پتانسیل گرانشی را جابه‌جا کرده‌ایم و قطعاً مبدأ بالاتر از سطح زمین اختیار شده است و باید جایی بالاتر نقطه A باشد. در این حالت مجدداً باید بنویسیم:

$$\frac{U_B}{U_A} = 6 \Rightarrow \frac{-mgh'_B}{-mgh'_A} = 6 \Rightarrow \frac{x + 30}{x} = 6$$

$$\Rightarrow x + 30 = 6x \Rightarrow x = 6 \text{ m}$$

بنابراین فاصله مبدأ پتانسیل از سطح زمین خواهد شد:

۱ ۷۵۱ C

خط فکری: انرژی جنبشی جسم پس از اعمال نیرو به مقدار اولیه می‌رسد یعنی انرژی جنبشی ثانویه و انرژی جنبشی اولیه برابر است بنابراین تندی نهایی جسم با تندی اولیه آن برابر است. اما چون نیروی F در خلاف جهت حرکت به جسم وارد شده است تندی جسم در ابتدا کاسته شده و به صفر رسیده سپس تحت تأثیر نیروی F مجدداً شروع به حرکت در خلاف جهت اولیه می‌کند. به همین دلیل سرعت جسم در حالت ثانویه قرینه سرعت جسم در حالت اولیه خواهد بود.

انرژی جنبشی را در دو حالت برابر قرار می‌دهیم.

$$K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_1^2 = v_2^2 \Rightarrow v_1 = -v_2 \Rightarrow v_2 = -4 \text{ m/s}$$

۲ شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{-4 - 4}{16} \Rightarrow a = -0.5 \text{ m/s}^2$$

۳ اندازه نیروی F را با استفاده از قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم.

$$|F| = |ma| \Rightarrow F = |2 \times (-0.5)| = 1 \text{ N}$$

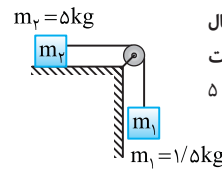
۲ ۷۵۲ B

در حل این مسئله می‌خواهیم تنها با توجه به قانون پایستگی انرژی و تبدیل انرژی‌ها به هم به سریع‌ترین روش مسئله را حل می‌کنیم.

وقتی دستگاه را رها می‌کنیم وزنه 4 kg شروع به پایین آمدن می‌کند و انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد و انرژی پتانسیل آزاد شده وزنه 4 kg به انرژی جنبشی کل دستگاه تبدیل می‌شود. بنابراین کافی است تغییر انرژی پتانسیل را برابر تغییر انرژی جنبشی قرار دهیم.

$$\Delta U = \Delta K \xrightarrow{\Delta K = 2 \text{ J}} mgh = 2 \Rightarrow 4 \times 10 \times h = 2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \text{ m} = 0.5 \text{ m}$$

بازی با سوال: در شکل مقابل دستگاه را از حال سکون رها می‌کنیم. پس از ۱۰ cm جابه‌جایی سرعت وزنه‌ها 40 cm/s می‌شود. نیروی اصطکاک بین جسم ۵ کیلوگرمی و سطح افقی میز چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



۶/۵ (۴) ۹/۸ (۳) ۵ (۲) ۴/۹ (۱)

گزینه ۳:

۴ ۷۵۳ B

به استدلالی که با توجه به قانون پایستگی انرژی صورت می‌گیرد با دقت توجه کنید. با یک متر جابه‌جایی، وزنه A به اندازه $mgh = 4 \times 10 \times 1 = 40 \text{ J}$ انرژی پتانسیل آزاد می‌کند که ۵ ژول آن صرف غلبه بر اصطکاک می‌شود و از ۳۵ ژول باقی مانده، ۲۵ ژول تبدیل به انرژی جنبشی دو وزنه A و C شده است و ($K_{A,C} = 25 \text{ J}$) بقیه آن یعنی

یخچره

۴ ۷۵۷ A

آهنگ انجام کار را توان گویند، توان کمیته نردهای است $P = \frac{W}{\Delta t}$ و گزاره (الف) درست است. با توجه به تعریف توان، هرچه توان دستگاهی بیشتر باشد، مقدار کار مشخصی را در بازه زمانی کوتاهتری انجام می‌دهد و گزاره (ب) درست است.

$$\uparrow P = \frac{W_{\text{نایت}}}{\Delta t \downarrow}$$

$$Ra = \frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}} \times 100 \rightarrow Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100$$

بنابراین گزاره (پ) درست است.

اسب بخار یکای قدیمی توان است $1hp = 746W$ و گزاره (ت) نادرست است.

۱ ۷۵۸ A

به آهنگ انجام کار توان می‌گویند $(P = \frac{W}{t})$ و دو دستگاه A و B قرار است کار یکسانی را انجام دهند $(W_A = W_B)$ بنابراین خواهیم داشت:

$$P_A = \frac{W_A}{t_A} \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} = \frac{W_B}{W_A} \times \frac{t_A}{t_B} \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} = \frac{t_A}{t_B}$$

$$\frac{P_A = 120W}{P_B = 80W} \rightarrow \frac{120}{80} = \frac{t_A}{t_B} \Rightarrow \frac{t_A}{t_B} = \frac{3}{2}$$

۲ ۷۵۹ B

خط فکری کار مفیدی که پمپ برای خروج آب انجام می‌دهد به انرژی جنبشی آب تبدیل می‌شود، بنابراین ابتدا شما باید انرژی جنبشی را به دست آورده و سپس توان مفید پمپ را حساب کنید.

ابتدا تندی را برحسب m/s به دست می‌آوریم:

$$v = 72 km/h \xrightarrow{\times \frac{1000}{3600}} v = 20 m/s$$

اکنون انرژی جنبشی آب یعنی کار مفید پمپ را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 75 \times 400 \Rightarrow K = 15000 J \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 15 kJ$$

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{t} \Rightarrow P = \frac{15}{6} \Rightarrow P = 2.5 kW$$

بازی با سوال یک پمپ آتش‌نشانی در هر دقیقه ۳۰۰ لیتر آب را با تندی $20 m/s$ پرتاب می‌کند. توان خروجی این پمپ چند وات است؟

۱۰۰ (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۱۰ (۳) ۱۴ (۴)

گزینۀ ۲

۳ ۷۶۰ A

خط فکری تندی شخص برای بالا رفتن ثابت است، بنابراین اندازه کاری که شخص انجام می‌دهد برابر اندازه کار نیروی وزن $(W = mgh)$ است بنابراین ابتدا باید ارتفاعی که شخص بالا می‌رود را حساب کنیم، سپس کار شخص و در نهایت توان متوسط مفید او را به دست بیاوریم. ارتفاعی که شخص بالا رفته است را حساب می‌کنیم: ارتفاع هر پله $30 cm$ است و شخص ۷۰ پله بالا رفته است بنابراین:

$$h = 70 \times 30 / 100 = 21 m$$

کار شخص برابر است با:

$$W_{\text{شخص}} + W_{\text{mg}} = \Delta K$$

$$\Delta K = 0 \rightarrow W_{\text{شخص}} = -W_{\text{mg}} = -(-mgh) = mgh$$

$$m = 60 kg \rightarrow W_{\text{شخص}} = 60 \times 10 \times 21 \Rightarrow W_{\text{شخص}} = 12600 J$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{12600}{90} \Rightarrow P = 140 W$$

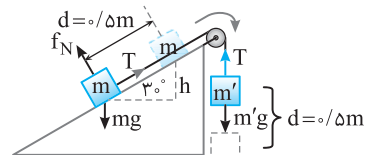
توان متوسط مفید شخص خواهد شد:

۴ ۷۵۵ C

نکته در طول یک ریسمان سبک، نیروی کشش یکسان است.

وقتی دستگاه را رها می‌کنیم مطابق شکل مسئله m' پایین می‌آید و m روی سطح شیبدار بالا می‌رود. اگر m' به اندازه d پایین بیاید، m روی سطح شیبدار به اندازه d جابه‌جا می‌شود. البته جابه‌جایی m در امتداد قائم خواهد شد:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow h = \frac{1}{2}d \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 0.5 = 0.25 m$$



برای هر جسم قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم (نیروی است که نخ بر جسم وارد می‌کند).

$$m' \text{ جسم: } W_{m'g} + W_T = \Delta K' \xrightarrow{K'_i=0} m'gd + W_T = K'_f = 0$$

$$\Rightarrow m'gd - Td = K'_f$$

$$m \text{ جسم: } W_{mg} + W_T = \Delta K \Rightarrow -mgh + W_T = K_f = 0$$

$$\Rightarrow -mgh + Td = K_f$$

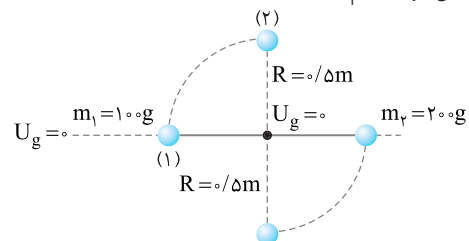
دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم:

$$m'gd - Td - mgh + Td = K'_f + K_f \Rightarrow mg(0.5) - mg(0.25) = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$0.5 - 0.25 = v'^2 \Rightarrow v'^2 = 0.25 \Rightarrow v' = \frac{\sqrt{0.25}}{2} = \frac{0.5}{2} = 0.25 m/s$$

۱ ۷۵۶ C

حالت افقی اولیه را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی اختیار می‌کنیم. انرژی مکانیکی دستگاه را در حالت افقی E_1 و در حالت قائم E_2 می‌نامیم. منظور از انرژی مکانیکی مجموع انرژی مکانیکی هر دو جسم است.



دقت کنید که چون حالت افقی را مبدأ انرژی پتانسیل اختیار کرده‌ایم، در حالت قائم m_1 به اندازه R بالاتر رفته و m_2 به اندازه R پایین آمده است، پس انرژی پتانسیل

m_1 برابر با $m_1 g R$ و انرژی پتانسیل m_2 برابر با $-m_2 g R$ شده است.

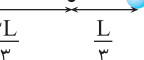
اکنون با نوشتن اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی کل دستگاه در حالت دوم یعنی K_2 را حساب می‌کنیم.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow 0 = m_1 g R + (-m_2 g R) + K_2$$

$$\Rightarrow 0 = 0.1 \times 10 \times 0.5 - 0.2 \times 10 \times 0.5 + K_2 \Rightarrow K_2 = 0.5 J$$

بازی با سوال در شکل زیر به دو سر میله سبکی دو گلوله m و m' متصل است. میله می‌تواند حول نقطه O بدون اصطکاک در صفحه قائم بچرخد.

اگر میله را از وضع افقی رها کنیم، لحظه‌ای که میله به وضع قائم در می‌آید مجموع انرژی جنبشی گلوله‌ها برابر mgL می‌شود. کدام است $\frac{m'}{m}$ ؟



۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

گزینۀ ۲



۲ ۷۶۱ A

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{شخص}} + W_{\text{وزن}} = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \Rightarrow W_{\text{شخص}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}} = 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 + \frac{1}{2} \times 10 \times 144 = 1700 \text{ J}$$

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{1700}{1/2} = 3400 \text{ W}$$

۱ ۷۶۲ B

به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی موتور را حساب می‌کنیم. البته می‌دانیم که بالابر رو به بالا حرکت می‌کند و کار نیروی وزن منفی ($W_{\text{mg}} = -mgh$) است.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t = W_{\text{موتور}} + W_{\text{mg}} = \Delta K \xrightarrow{v_1=0} W_{\text{موتور}} - mgh = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\xrightarrow{h=10\text{m}, v=2\text{m/s}, m=500\text{kg}} W_{\text{موتور}} - 500 \times 10 \times 10 = \frac{1}{2} \times 500 \times 2^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = 5000 + 1000 = 6000 \text{ J}$$

حال توان متوسط موتور را حساب کرده و در گام بعدی مقدار توان را بر حسب اسب بخار به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{6000}{1} = 6000 \text{ W} \Rightarrow W_{\text{موتور}} = 6000 \text{ W} \times \frac{1 \text{ hp}}{745 \text{ W}} \Rightarrow W_{\text{موتور}} = 8 \text{ hp}$$

۳ ۷۶۳ B

تندی حرکت آسانسور ثابت و شتاب آسانسور صفر است بنابراین بنا به قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر آسانسور صفر بوده و نیروی موتور آسانسور ثابت و برابر نیروی وزن است.

توان نیروی موتور بالابر در جابه‌جایی d و در مدت زمان t برابر است با:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{F \cdot d}{t} \Rightarrow P = F \cdot v \xrightarrow{\substack{v=\text{ثابت} \\ F=\text{ثابت}}} P = \text{ثابت}$$

بنابراین نمودار گزینه (۳) درست است.

۲ ۷۶۴ B

خط فکری اگر در جابه‌جایی d و در مدت زمان t توان موتور خودرویی که با تندی ثابت در حرکت است برابر P باشد، آنگاه شما می‌توانید بنویسید،

$$P = \frac{W}{t} \xrightarrow{W=F \cdot d} P = \frac{F \cdot d}{t} \xrightarrow{v=\frac{d}{t}} P = F \cdot v$$

مسئله با رابطه‌ای که به دست آورده‌ایم به راحتی قابل حل است:

$$P = Fv \xrightarrow{P=36 \times 10^3 \text{ W}, v=?} 36 \times 10^3 = 1500 \times v \Rightarrow v = 24 \text{ m/s}$$

۲ ۷۶۵ B

کار نیروی خالص را با استفاده از تعریف توان به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W_t = Pt \xrightarrow{P=12 \times 10^3 \text{ W}, t=10\text{s}} W_t = 12 \times 10^3 \times 10$$

$$\Rightarrow W_t = 12 \times 10^4 \text{ J}$$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل (یا کار نیروی خالص) برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است بنابراین:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \xrightarrow{v_i=5\text{m/s}, v_f=15\text{m/s}} 12 \times 10^4 = \frac{1}{2}m(15^2 - 5^2)$$

$$\Rightarrow 12 \times 10^4 = \frac{1}{2} \times m(225 - 25) \Rightarrow m = 1200 \text{ kg}$$

۱ ۷۶۶ B

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow v = \frac{24}{12} \Rightarrow v = 2 \text{ m/s} \quad \text{۱} \quad \text{ابتدا تندی خودرو را حساب می‌کنیم.}$$

خودرو دارای سرعت ثابت است و بنا بر قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر آن صفر بوده و نیروی پیشران خودرو با نیروی مقاوم در برابر حرکت خودرو برابر است.

$$F_{\text{کل}} = 0 \Rightarrow F = f \xrightarrow{f=150\text{N}} F = 150 \text{ N}$$

۳ توان را حساب می‌کنیم:

$$P = W/t \xrightarrow{W=Fd} P = Fd/t \xrightarrow{v=d/t} P = Fv$$

$$\xrightarrow{F=150\text{N}, v=2\text{m/s}} P = 150 \times 2 \Rightarrow P = 300 \text{ W} = 0.4 \text{ kW}$$

بازی با سؤال ۱- تندی خودرویی به جرم 1200 kg در مدت 10 s طی مسافت افقی 100 m از 5 m/s به 15 m/s می‌رسد. نیروی اصطکاک وارد بر خودرو در طول مسیر ثابت و برابر 300 N است. توان متوسط موتور پیشران خودرو چند اسب بخار است؟ ($1 \text{ hp} = 745 \text{ W}$)

۷۵۰ (۴) ۱۵۰ (۳) ۲۰ (۲) ۱۵۰۰ (۱)

۲ گزینه

۱ ۷۶۷ B

خط فکری ۱- تندی جعبه ثابت است زیرا در هر ثانیه، 2 m طی می‌کند.

۲- مؤلفه عمود نیرو کار انجام نمی‌دهد و مؤلفه‌ای که در راستای حرکت است ($F \cos \theta$) کار انجام می‌دهد.

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow v = \frac{2}{1} = 2 \text{ m/s} \quad \text{تندی جعبه را حساب می‌کنیم:}$$

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 50 \times d \times 0.8 \Rightarrow W_F = 40d \quad \text{کار نیروی F برابر است با:}$$

توان نیروی F را حساب می‌کنیم.

$$P = \frac{W_F}{t} \Rightarrow P = \frac{40d}{t} \Rightarrow P = 40 \times 2/5 \Rightarrow P = 16 \text{ W}$$

چون تندی جسم ثابت است توان نیروی F در تمام لحظه‌ها ثابت است و توان در چهار ثانیه سوم همان 16 W است.



۳ ۷۶۸ B

۱- نیروی پیشران‌های هر موتور $F = 3 \times 10^5 \text{ N}$ است و جابه‌جایی هواپیما در همان امتداد نیرو در هر دقیقه 15 km است بنابراین کار نیروی هر موتور را می‌توان حساب کرد.

$$W = Fd \Rightarrow W = 3 \times 10^5 \times 15 \times 10^3 \Rightarrow W = 4.5 \times 10^9 \text{ J}$$

۲- توان هر موتور برابر است با:

$$P = \frac{W}{t} \xrightarrow{t=1\text{min}=60\text{s}} P = \frac{4.5 \times 10^9}{60} \Rightarrow P = 7.5 \times 10^7 \text{ W}$$

۳- توان را بر حسب اسب بخار به دست می‌آوریم.

$$P = 7.5 \times 10^7 \text{ W} \times \frac{1 \text{ hp}}{745 \text{ W}} \Rightarrow P = 10^5 \text{ hp}$$

ضریب تبدیل وات به اسب بخار

۲ ۷۶۹ B

خط فکری برای یافتن توان متوسط نیروی خالص وارد بر جسم، شما باید ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل (کار نیروی خالص) را حساب کنید و سپس توان را به دست بیاورید.

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی خالص خواهد شد:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_f - 0 = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=2\text{kg}, v=5\text{m/s}} W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2$$

$$\Rightarrow W_t = 25 \text{ J}$$

اکنون توان متوسط نیروی خالص وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{25}{1} = 25 \text{ W}$$

۱ ۷۷۳ B

کار مفید A، ۲۶٪ از کار مفید B بیشتر است بنابراین:

$$W_A = W_B + 0.26W_B \Rightarrow W_A = 1.26W_B$$

نسبت توان A به توان B خواهد شد:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_A = \frac{W_A}{t_A} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{W_A}{W_B} \times \frac{t_B}{t_A} \xrightarrow{t_A=3D} \frac{P_A}{P_B} = \frac{1.26W_B}{W_B} \times \frac{t_B}{3} = 1/6A \\ P_B = \frac{W_B}{t_B} \end{array} \right.$$

۴ ۷۷۴ B

سطح بدون اصطکاک است و تندی جسم برای هر دو جسم ثابت و برابر است، بنابراین تغییر انرژی جنبشی هر دو جسم صفر است ($\Delta K = 0$)، قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\Delta K=0} W_{F_N} + W_{mg} + W_F = 0$$

$$\xrightarrow{W_{F_N}=0} W_F = -W_{mg}$$

جسم رو به بالا حرکت می‌کند و کار نیروی وزن منفی و برابر $W = -mgh$ است از این‌رو:

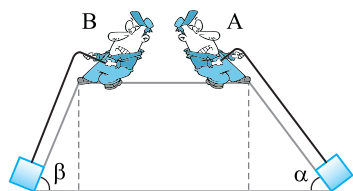
$$W_F = mgh$$

بنابراین کار هر دو یکسان است.

البته از همان ابتدا شما می‌توانستید بگویید کار هر شخص به صورت انرژی پتانسیل گرانشی (mgh) در جسم‌ها ذخیره می‌شود (در سامانه جسم - زمین) چون h یکسان است، کار یکسان است.

اما باید به سراغ توان برویم. شخص A، باید جسم را روی مسیر طولانی‌تری با همان تندی بالا بکشد، بنابراین زمان برای او بیشتر است $t_A > t_B$.

با توجه به رابطه $P = \frac{W}{t}$ ، توان شخص A کمتر از توان شخص B است.



۱ ۷۷۵ B

کاری که هر تلمبه انجام می‌دهد، بالا بردن مایع تا ارتفاع h می‌باشد بنابراین داریم:

$$P_{\text{تلمبه آب}} = \frac{(mg)_{\text{آب}} h}{t} \xrightarrow{m=\rho V} P_{\text{تلمبه آب}} = \frac{\rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} gh}{t}$$

$$P_{\text{تلمبه روغن}} = \frac{(mg)_{\text{روغن}} h}{t} \Rightarrow P_{\text{تلمبه روغن}} = \frac{\rho_{\text{روغن}} V_{\text{روغن}} gh}{t}$$

توان هر دو تلمبه یکسان است بنابراین:

$$P_{\text{تلمبه آب}} = P_{\text{تلمبه روغن}} \Rightarrow \frac{\rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} gh}{t} = \frac{\rho_{\text{روغن}} V_{\text{روغن}} gh}{t}$$

$$\xrightarrow{t=1s} V_{\text{آب}} = 0.8 V_{\text{روغن}} \Rightarrow \frac{V_{\text{آب}}}{V_{\text{روغن}}} = 0.8$$

۳ ۷۷۶ A

خط فکری توان ورودی ماشین برابر مجموع توان مفید و توان اتلافی آن است و بازده، نسبت توان مفید به توان ورودی دستگاه است. با این دانسته‌ها مسئله قابل حل است.

با توجه به فرض مسئله $P_{\text{اتلاف}} = \frac{1}{4} P_{\text{مفید}} = P_{\text{خروجی}}$ بنابراین توان ورودی خواهد شد:

$$P_{\text{ورودی}} = P_{\text{خروجی}} + P_{\text{اتلاف}} \xrightarrow{P_{\text{خروجی}} = \frac{1}{4} P_{\text{مفید}}} P_{\text{ورودی}} = P_{\text{مفید}} + \frac{1}{4} P_{\text{مفید}} = \frac{5}{4} P_{\text{مفید}}$$

$$P_{\text{ورودی}} = P_{\text{مفید}} + \frac{1}{4} P_{\text{مفید}} \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = \frac{5}{4} P_{\text{مفید}}$$

بازده را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{\frac{5}{4} P_{\text{مفید}}} \times 100 \Rightarrow Ra = 80\%$$

۱ ۷۷۰ A

۱ ابتدا جابه‌جایی جسم را در مدت ۱۰s به دست می‌آوریم:

$$d = vt \Rightarrow d = 1 \times 10 \Rightarrow d = 10m$$

۲ ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف وتر است:

$$h = \frac{1}{2} d = 5m$$

۳ کار نیروی F را به کمک توان آن حساب می‌کنیم.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W_F = Pt \Rightarrow W_F = 10 \times 10 = 100J$$

۴ کار نیروی عمودی سطح که بر مسیر عمود بوده صفر است.

$$W_{F_N} = 0$$

۵ جسم در امتداد قائم $h = \Delta m$ بالا رفته و کار نیروی وزن منفی و برابر است با:

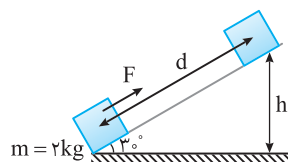
$$W_{mg} = -mgh \Rightarrow W_{mg} = -2 \times 10 \times 5 \Rightarrow W_{mg} = -100J$$

۶ تندی جسم ثابت است و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f + W_{F_N} + W_F = 0 \Rightarrow -100 + W_f + 0 + 100 = 0$$

$$\Rightarrow W_f = 0$$

کار نیروی اصطکاک صفر شده است، مفهوم آن این است که سطح بدون اصطکاک بوده و کار نیروی ثابت با کار نیروی وزن برابر شده و این کار به انرژی پتانسیل گرانشی جسم تبدیل شده است.



بازی با سؤال جسمی به جرم ۱kg روی سطح شیب‌داری که با افق زاویه

30° می‌سازد، قرار دارد. به آن نیروی ثابت F که موازی سطح شیب‌دار است، وارد می‌کنیم. این نیرو جسم را با تندی ثابت $0.5m/s$ به سمت بالا جابه‌جا می‌کند. اگر توان نیروی F، ۵ وات باشد، کار نیروی اصطکاک وارد بر جسم در مدت ۱۰s چند ژول است؟ ($g = 10N/kg$)

- (۱) -۴۵ (۲) -۲۵ (۳) -۵۰ (۴) -۱۵

گزینه ۲

۴ ۷۷۱ A

۱ جرم آبی را که پمپ بالا می‌برد را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho = 1000kg/m^3} 1000 = \frac{m}{750 \times 10^{-3}} \Rightarrow m = 750kg$$

۲ کاری که این پمپ انجام می‌دهد برابر است با:

$$W = mgh \Rightarrow W = 750 \times 10 \times 5 \Rightarrow W = 37500J$$

۳ توان پمپ را بر حسب وات به دست می‌آوریم:

$$P = \eta hp \times \frac{W}{1hp} \Rightarrow P = 1500W$$

ضریب تبدیل اسب بخار به وات

۴ اکنون می‌توان زمان را حساب کرد.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow 1500 = \frac{37500}{t} \Rightarrow t = 25s$$

۱ ۷۷۲ C

خط فکری آب از ارتفاع ۲۰m سقوط می‌کند و روی آب توسط توربین کار انجام

می‌شود. پس با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان کار توربین را حساب کرد. (هر متر مکعب آب جرمی برابر ۱۰۰۰kg دارد.)

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\text{تندی اولیه آب صفر است}} W_g + W_{\text{توربین}} = K_2 - K_1$$

در حال پایین آمدن

$$\Rightarrow mgh + W_{\text{توربین}} = K_2 \Rightarrow W_{\text{توربین}} = 25000 - 40000 = -37500J$$

مقاومت در برابر حرکت آب < 0 توربین

$$P = \frac{|W|}{t} = \frac{37500}{1} = 37500W$$



۳ کار ورودی پمپ را به کمک توان پمپ حساب می‌کنیم.

$$P_{\text{ورودی}} = \frac{W_{\text{ورودی}}}{t} \Rightarrow W_{\text{ورودی}} = P_{\text{ورودی}} t$$

$$\frac{t=1\text{min}=60\text{s}}{P_{\text{ورودی}}=2\text{kW}} \rightarrow W_{\text{ورودی}} = 20 \times 60 = 1200\text{kJ}$$

۴ اکنون بازده قابل محاسبه است.

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow Ra = \frac{720}{1200} \times 100 \Rightarrow Ra = 60\%$$

۱ ۷۸۱ B

خط فکری توان ورودی پمپ را در اختیار دارید بنابراین می‌توانید به کمک بازده توان مفید و از آن‌جا، کار مفید را حساب کنید و در آخر به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، جرم آب را به دست آورید و آهنگ جریان آب را حساب کنید.

۱ توان مفید این پمپ را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow \frac{Ra=60\%}{P_{\text{ورودی}}=5\text{kW}} \rightarrow \frac{P_{\text{خروجی}}}{5} \times 100 \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 3\text{kW}$$

۲ کار مفید پمپ برابر است با: $P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{خروجی}}}{t} \Rightarrow W_{\text{خروجی}} = P_{\text{خروجی}} \cdot t$

۳ کار کل یعنی مجموع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم را با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی مساوی تغییرات انرژی جنبشی آب قرار می‌دهیم.

$$W_f = \Delta K \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + W_{\text{mg}} = K_f - K_i \Rightarrow P_{\text{خروجی}} t - mgh = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\frac{v=6\text{m/s}}{\rightarrow 3000t - m \times 10 \times 1/2 = \frac{1}{2} \times m \times 6^2 \Rightarrow 3000t = 30\text{m} \quad (1)}$$

یادآوری تغییر هر کمیت را نسبت به زمان، آهنگ آن کمیت می‌نامند.

بنابراین آهنگ جریان آب یعنی مقدار جرم آب نسبت به زمان در نتیجه:

$$(1) \Rightarrow \frac{m}{t} = \frac{3000}{30} = 100\text{kg/s}$$

بازی با سؤال پمپ آبی با توان ورودی ۱۰kW و بازده ۷۹/۵ درصد، در

هر ثانیه ۲۵ لیتر آب به چگالی 1g/cm^3 را از ته چاهی به عمق ۳۰ متر بالا می‌کشد و با تندی ۷ به بیرون پمپاژ می‌کند، ۷ چند متر بر ثانیه است؟ ($g=10\text{N/kg}$)

۱ (۲) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

گزینه ۴

۲ ۷۸۲ B

۱ انرژی آزاد شده از سوختن هر لیتر بنزین برابر $3/2 \times 10^7\text{J}$ است بنابراین انرژی آزاد شده از سوختن نیم‌لیتر بنزین خواهد شد:

$$\frac{1L}{0.5L} \left| \begin{array}{l} E=3/2 \times 10^7\text{J} \\ E=? \end{array} \right. \Rightarrow E=0.5 \times 3/2 \times 10^7 \Rightarrow E=1/2 \times 10^7\text{J}$$

۲ تنها ۱۰٪ از انرژی آزاد شده از بنزین به انرژی جنبشی خودرو تبدیل می‌شود.

بنابراین انرژی جنبشی خودرو در اثر سوختن $0.5L$ بنزین برابر است با:

$$K = \frac{1}{100} E \Rightarrow K = \frac{1}{100} \times 1/2 \times 10^7 \Rightarrow K = 1/2 \times 10^5\text{J}$$

۳ با داشتن انرژی جنبشی خودرو و تندی آن، جرم خودرو قابل محاسبه است:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{v=4\text{m/s}} 1/2 \times m \times (4)^2 = \frac{1}{2} \times m \times (40)^2 \Rightarrow m = 2000\text{kg}$$

بازی با سؤال انرژی شیمیایی ذخیره شده در هر لیتر بنزین ۲۰۰۰kJ

است. اگر ۱۰ درصد از انرژی ذخیره شده در بنزین توسط موتور خودرویی به جرم یک تن به انرژی جنبشی خودرو تبدیل شود، برای آنکه تندی خودرو به

۷۲km/h برسد، چند لیتر بنزین مصرف خواهد شد؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱/۵

گزینه ۱

۳ ۷۷۷ A

با داشتن بازده و توان ورودی موتور الکتریکی می‌توان توان مفید آن را حساب کرد.

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow \frac{Ra=75\%}{P_{\text{ورودی}}=200\text{W}} \rightarrow \frac{P_{\text{خروجی}}}{200} \times 100 \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 150\text{W}$$

$$75 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{200} \times 100 \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 150\text{W}$$

بنابراین این موتور الکتریکی توانی که تلف می‌کند برابر است با:

$$P_{\text{ورودی}} = P_{\text{خروجی}} + P_{\text{اتلافی}} \Rightarrow 200 = 150 + P_{\text{اتلافی}} \Rightarrow P_{\text{اتلافی}} = 50\text{W}$$

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E_{\text{اتلافی}} = 50 \times 60 = 3000\text{J} = 3\text{kJ}$$

۴ ۷۷۸ A

۱ کار مفید پمپ بالا بردن ۲۵۲ تن آب تا ارتفاع ۱۲ متری است، بنابراین کار مفید برابر است با:

$$W = mgh$$

$$\xrightarrow{m=252 \times 10^3\text{kg}, h=12\text{m}} W_O = 252 \times 10^3 \times 10 \times 12\text{J}$$

۲ توان مفید پمپ را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t} \xrightarrow{t=3600\text{s}} P_{\text{خروجی}} = \frac{252 \times 10^3 \times 12}{3600} = 8400\text{W}$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 8400\text{W}$$

۳ با توجه به تعریف بازده می‌توان توان ورودی (توان پمپ) را حساب کرد.

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{8400}{P_{\text{ورودی}}} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 10500\text{W} \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 10.5\text{kW}$$

بازی با سؤال توان موتور آبی ۵۰۰ وات و بازده آن ۸۰ درصد است. به کمک این پمپ پس از چند ثانیه، می‌توان ۲۰۰۰ لیتر آب را تا ارتفاع ۱۰ متر بالا برد؟ ($\rho_{\text{آب}}=1\text{g/cm}^3, g=10\text{N/kg}$)

۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۴) ۵ (۳)

گزینه ۳

۱ ۷۷۹ B

خط فکری بازده برابر نسبت کار مفید (کار خروجی) به کار ورودی است، بنابراین

کافی است کار ورودی را به کمک توان ورودی و کار مفید را به کمک $W = mgh$ حساب کنید.

یادآوری جرم هر لیتر آب ۱kg است.

۱ توان ورودی ۳۰kW است بنابراین کار ورودی در هر ثانیه برابر است با:

$$P_{\text{ورودی}} = \frac{W_{\text{ورودی}}}{t} \Rightarrow 30 = \frac{W_{\text{ورودی}}}{1} \Rightarrow W_{\text{ورودی}} = 30\text{kJ}$$

۲ کار مفید، بالا بردن ۶۰ لیتر آب (یعنی ۶۰kg آب) به ارتفاع ۲۰ متری است از

$$W = mgh \Rightarrow W_{\text{خروجی}} = 60 \times 10 \times 20 \Rightarrow W_{\text{خروجی}} = 12\text{kJ}$$

این‌رو:

$$Ra = \frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow Ra = \frac{12}{30} \times 100 \Rightarrow Ra = 40\%$$

بازدهٔ تلمبه خواهد شد: $Ra = 40\%$

۲ ۷۸۰ B

۱ جرم ۳ مترمکعب آب را به کمک چگالی به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho=1\text{g/cm}^3=1000\text{kg/m}^3} 1000 = \frac{m}{3} \Rightarrow m = 3000\text{kg}$$

۲ کار مفید پمپ بالا فرستادن ۳۰۰۰kg آب به ارتفاع ۲۴ متری است از این‌رو

می‌توان نوشت:

$$W_{\text{مفید}} = W_{\text{خروجی}} = mgh \Rightarrow W_{\text{خروجی}} = 3000 \times 10 \times 24 \Rightarrow W_{\text{خروجی}} = 72 \times 10^4\text{J}$$

$$\Rightarrow W_{\text{خروجی}} = 720\text{kJ}$$

۲. بنابراین ماشین ۲۰۰۰J انرژی مصرف کرده اما به جسم ۱۶۰۰J انرژی رسیده است:

$$\begin{aligned} \text{ذخیره شده در وزنه} & \xrightarrow{\text{بالابر}} \text{انرژی مفید ۱۶۰۰J} \\ \text{مصرفی ماشین ۲۰۰۰J کل} & \\ R_a = \frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}} \times 100 \Rightarrow R_a = \frac{1600}{2000} \times 100 = 80\% \end{aligned}$$

توان مصرفی برابر آهنگ مصرف انرژی یا $\frac{E}{t}$ است و چون در مدت زمان یکسان داده شده تنها

باید انرژی‌های مصرفی را مقایسه کرد اما بازده نسبت انرژی مفید به انرژی کل است. توان‌ها و بازده‌ها را به دست آورده با هم مقایسه می‌کنیم. بازده را با R نمایش می‌دهیم، داریم:

$$\begin{aligned} \text{مقایسه توان} & \left\{ \begin{aligned} P_A &= \frac{E_A}{t} = \frac{2000\text{J}}{3600\text{s}} \\ P_B &= \frac{E_B}{t} = \frac{4000\text{J}}{3600\text{s}} \end{aligned} \Rightarrow P_B > P_A \right. \\ \text{مقایسه بازده‌ها} & \left\{ \begin{aligned} R_{aA} &= \frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} \\ R_{aB} &= \frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}} = \frac{24}{40} = \frac{3}{5} \end{aligned} \Rightarrow R_{aA} > R_{aB} \right. \end{aligned}$$

توان ورودی هر دو تلمبه یکسان است بنابراین انرژی ورودی هر دو با هم برابر است. این انرژی ورودی در تلمبه اول باعث می‌شود که تلمبه A با ۷۰L یا ۷۰kg آب را به ارتفاع ۱۰ متری ببرد، بنابراین بازده تلمبه A خواهد شد:

$$(R_a)_A = \frac{(E_A)_{\text{مفید}}}{(E_A)_{\text{کل}}} = \frac{m_A g h_A}{E_{\text{کل}}} = \frac{70 \times 10 \times 10}{E_{\text{کل}}}$$

انرژی ورودی در تلمبه دوم ۵۰L یا ۵۰kg آب را به ارتفاع ۱۴ متری می‌برد، بنابراین بازده

$$(R_a)_B = \frac{(E_B)_{\text{مفید}}}{(E_B)_{\text{کل}}} = \frac{m_B g h_B}{E_{\text{کل}}} = \frac{50 \times 10 \times 14}{E_{\text{کل}}}$$

$$\begin{aligned} \frac{(R_a)_A}{(R_a)_B} &= \frac{\frac{70 \times 10 \times 10}{E_{\text{کل}}}}{\frac{50 \times 10 \times 14}{E_{\text{کل}}}} = 1 \end{aligned}$$

اکنون نسبت بازده‌ها را حساب می‌کنیم:

۱. باز با سؤال: توان مصرفی بالابر A، ۲۰ درصد از توان مصرفی بالابر B

بیشتر است و بازده آن $\frac{6}{5}$ برابر بازده بالابر B است. اگر m کیلوگرم بار با تندی

ثابت توسط بالابرهای A و B به ترتیب در مدت زمان t_A و t_B تا یک ارتفاع

مشخص بالا رود. حاصل $\frac{t_A}{t_B}$ کدام است؟

$$\begin{array}{cc} \frac{5}{6} & (۴) \\ \frac{25}{36} & (۳) \\ \frac{6}{5} & (۲) \\ \frac{36}{25} & (۱) \end{array}$$

گزینه ۳

۱. توان ۶ لامپ ۱۰۰ واتی برابر است با:

۲. مدت زمانی که لامپ‌ها در مدت یک ماه روشن هستند را بر حسب ثانیه به دست می‌آوریم. دقت کنید که لامپ در هر روز ۶ ساعت روشن است.

$$t = 1 \times 30 \times 6 \times 3600 \Rightarrow t = 180 \times 3600 \text{ s}$$

تبدیل به ساعت
ثانیه

۳. انرژی مصرفی توسط این ۶ لامپ در هر ماه خواهد شد:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = P t \Rightarrow E = 600 \times 180 \times 3600 \text{ J}$$

انرژی مفید

۱ ۷۸۳ B

۱. کار مفید موتور خودرو صرف تغییر انرژی جنبشی خودرو می‌شود، بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} W_{\text{مفید}} &= \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow W_F = \frac{1}{2} \times 2000 \times (144 - 100) \\ \Rightarrow W_{\text{مفید}} &= 3000 \times 22 \text{ J} \end{aligned}$$

۲. توان مفید موتور را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{t} = \frac{3000 \times 22}{5} = 12000 \text{ W} = 12 \text{ kW}$$

۳. کل توان تولیدی ۱۵kW است که ۱۲kW آن مفید و سبب افزایش تندی خودرو می‌شود. توانی که صرف کارهایی غیر از افزایش تندی خودرو شده است، برابر است با:

$$\frac{\Delta P}{P_i} \times 100 = \frac{3}{15} \times 100 = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

۴. درصد توان تلف شده خواهد شد:

۳ ۷۸۴ B

خط فکری: انرژی ورودی به توربین، انرژی جنبشی آب هنگام ورود است. تفاوت انرژی جنبشی آب ورودی به توربین و انرژی جنبشی آب خروجی از توربین به انرژی مفید تبدیل می‌شود.

۱. تغییر انرژی جنبشی جسم را حساب می‌کنیم.

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad v_1 = v \text{ و } v_2 = \frac{v}{2} \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} m \left(\frac{v}{2} \right)^2 - \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \Delta K = -\frac{3}{4} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = -\frac{3}{4} K_1$$

۲. بنابراین کار مفید توربین برابر است با:

۳. بازده توربین خواهد شد:

$$R_a = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{ورودی}}} = \frac{W_{\text{ورودی}} = K_1}{W_{\text{مفید}} = \frac{3}{4} K_1} \Rightarrow R_a = \frac{3}{4} \times 100 \Rightarrow R_a = 75\%$$

۲ ۷۸۵ B

خط فکری: انرژی ورودی به توربین از آزاد شدن انرژی پتانسیل گرانشی آبی که از آبشار فرو می‌ریزد تأمین می‌شود، یعنی $(W_{\text{ورودی}} = mgh)$ و انرژی الکتریکی که توربین تولید می‌کند همان انرژی خروجی (کار مفید) است.

۱. انرژی خروجی این توربین ۶۵۰kJ و بازده آن ۶۵٪ است بنابراین انرژی (کار) ورودی به

$$R_a = \frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 65 = \frac{650}{W_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow W_{\text{ورودی}} = 1000 \text{ kJ}$$

۲. کار ورودی برابر است با:

$$W_{\text{ورودی}} = mgh \Rightarrow 1000 \times 10^3 = m \times 10 \times 10 \Rightarrow m = 10^4 \text{ kg}$$

۳. با توجه به اینکه جرم هر مترمکعب آب ۱۰۰۰kg است، حجم آب خواهد شد:

$$\frac{1000 \text{ kg}}{10^4 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{V} \Rightarrow V = \frac{10^4 \times 1}{1000} = 10 \text{ m}^3$$

۴ ۷۸۶ B

خط فکری: کار مفیدی که ماشین بالابر انجام داده به صورت انرژی پتانسیل گرانشی در جسم ذخیره می‌شود و اگر وزنه در شرایط خلأ رها شود تمام این انرژی ذخیره شده بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی به انرژی جنبشی وزنه تبدیل می‌شود. یعنی شما برای یافتن کار مفید ماشین بالابر کافی است، انرژی جنبشی جسم را هنگام برخورد به زمین به دست آورید سپس به کمک آن بازده ماشین را حساب کنید.

۱. انرژی ذخیره شده در جسم در ارتفاع h که توسط ماشین بالا برده شده است را با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} U_g &= 0 \\ E_1 &= E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{K_1=0, U_2=0} E_1 = K_2 \\ \Rightarrow E_1 &= \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \times 50 \times 64 = 1600 \text{ J} \end{aligned}$$

در ۵۰S، دو موتور با توان ۴۰kW و بازده ۲۵ درصد کار می‌کنند بنابراین:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 25 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{40} \times 100 \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 10 \text{ kW}$$

توان مفید هر موتور ۱۰kW بوده و توان مجموع آن ۲۰kW است. بنابراین در مدت ۵۰S کار مفید هر دو موتور برابر است با:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W_1 = P_1 \times t = 20 \times 50 = 1000 \text{ kJ} \Rightarrow W_1 = 10^6 \text{ J}$$

در ادامه مسیر یک موتور با توان مفید ۱۰kW جسم را بالا می‌برد و کار مفید در این قسمت خواهد شد:

$$W_2 = 10 \text{ kW} \times t' = 10^4 \text{ J}$$

مجموع کار W_1 و W_2 را برابر mgh قرار می‌دهیم.

$$W_1 + W_2 = mgh \Rightarrow 10^6 + 10^4 \times t' = 2500 \times 10 \times 100$$

$$\Rightarrow 10^6 + 10^4 t' = 250000 \Rightarrow t' = \frac{150000}{10^4} \Rightarrow t' = 15 \text{ s}$$

B ۱ ۷۹۳

۱. تندی حرکت جسم ثابت و برابر ۱m/s است در این صورت جابه‌جایی بار در مدت ۲ دقیقه خواهد شد:

$$d = vt \Rightarrow d = 1 \times 120 \Rightarrow d = 120 \text{ m}$$

۲. کار مفید این موتور بالا بردن ۴۰۰۰kg بار به ارتفاع ۱۲۰ متر است بنابراین:

$$W_{\text{موتور}} = mgh \Rightarrow W_{\text{موتور}} = 4000 \times 10 \times 120 \Rightarrow W_{\text{موتور}} = 480000 \text{ J} = 480 \text{ kJ}$$

۳. توان مفید موتور را حساب می‌کنیم.

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{t} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{480000 \text{ J}}{120} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 4000 \text{ W} = 4 \text{ kW}$$

۴. به کمک بازده، توان مصرفی این موتور الکتریکی را به دست می‌آوریم.

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{4000}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 5000 \text{ W} = 5 \text{ kW}$$

۵. برای به دست آوردن انرژی الکتریکی مصرفی بر حسب kWh کافی است در رابطه $E = Pt$ ، توان را بر حسب kW و زمان را بر حسب ساعت قرار دهیم.

$$E = 50 \times \frac{2}{60} \Rightarrow E = \frac{5}{3} \text{ kWh}$$

B ۱ ۷۹۴

۱. کار مفید هر دو پمپ فرستادن آب به ارتفاع h ($W_{\text{پمپ}} = mgh$) است.

با داشتن توان ورودی و بازده هر پمپ توان خروجی هر پمپ را حساب کنید و به کمک توان خروجی هر پمپ، کار مفید را به دست آورید تا بتوانید نسبت $\frac{h_A}{h_B}$ را حساب کنید.

۱. توان خروجی پمپ A را حساب می‌کنیم.

$$Ra_A = \frac{P_{\text{خروجی A}}}{P_{\text{ورودی A}}} \times 100 \Rightarrow \frac{P_{\text{خروجی A}}}{2000} \times 100 = 60 \Rightarrow P_{\text{خروجی A}} = 1200 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی A}} = 720 \text{ W}$$

۲. توان خروجی پمپ B را به دست می‌آوریم.

$$Ra_B = \frac{P_{\text{خروجی B}}}{P_{\text{ورودی B}}} \times 100 \Rightarrow \frac{P_{\text{خروجی B}}}{6000} \times 100 = 40 \Rightarrow P_{\text{خروجی B}} = 2400 \text{ W}$$

۳. حجم آبی که پمپ A پمپاژ می‌کند دو برابر حجم آبی است، که پمپ B پمپاژ می‌کند بنابراین $m_A = 2m_B$ است اکنون نسبت $\frac{P_{\text{خروجی A}}}{P_{\text{خروجی B}}}$ را می‌نویسیم:

$$\frac{P_{\text{خروجی A}}}{P_{\text{خروجی B}}} = \frac{W_{\text{خروجی A}}}{W_{\text{خروجی B}}} = \frac{m_A g h_A}{m_B g h_B} \Rightarrow \frac{720}{2400} = \frac{2m_B g h_A}{m_B g h_B} \Rightarrow \frac{h_A}{h_B} = \frac{2400}{720} = \frac{3}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{h_A}{h_B} = \frac{360}{240} \Rightarrow \frac{h_A}{h_B} = \frac{3}{2}$$

۴. با توجه به نمودار این انرژی ۹۰٪ انرژی رسیده به خطوط انتقال است بنابراین انرژی که توسط خطوط انتقال منتقل می‌شود خواهد شد:



خطوط انتقال توان الکتریکی

انرژی رسیده به لامپ‌ها $Ra =$ خطوط انتقال انرژی ورودی به خطوط

$$\Rightarrow \frac{90}{100} = \frac{600 \times 180 \times 3600}{W_{\text{ورودی به خطوط}}}$$

$$\Rightarrow 90 = \frac{3888000}{W_{\text{ورودی به خطوط}}} \Rightarrow W_{\text{ورودی به خطوط}} = \frac{3888000}{90} = 43200 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_{\text{ورودی به خطوط}} = 12 \times 36 \text{ MJ}$$

۵. ۳۶٪ از انرژی حاصل از سوختن گازوئیل مفید بوده و وارد خطوط انتقال می‌شود بنابراین:

$$Ra = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{سوخت}}} \Rightarrow \frac{36}{100} = \frac{12 \times 36}{W_{\text{سوخت}}} \Rightarrow W_{\text{سوخت}} = 120 \text{ MJ}$$

۶. از سوخت هر لیتر گازوئیل ۲۰MJ انرژی تولید می‌شود بنابراین:

$$\frac{30 \text{ MJ}}{120 \text{ MJ}} = \frac{1 \text{ L}}{V} \Rightarrow V = \frac{120 \text{ MJ}}{30 \text{ MJ}} = 4 \text{ L}$$

یخچال دوجداره (سطح دوم)

B ۱ ۷۹۵

۱. جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و تندی اولیه آن صفر است. با توجه به تعریف شتاب، تندی جسم را پس از ۵S حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow 2 = \frac{v - 0}{5} \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

۲. کار کل (کار نیروی خالص) وارد بر جسم را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی جسم به دست می‌آوریم.

$$W_t = W_{F_{\text{نت}}} = \Delta K \Rightarrow W_F = K_f - K_i \Rightarrow W_F = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 = 500 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_F = 400 \text{ J}$$

۳. توان متوسط برابر خواهد شد با:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{400}{5} \Rightarrow P = 80 \text{ W}$$

B ۲ ۷۹۱

۱. تندی جعبه ثابت بوده و تغییر انرژی جنبشی آن صفر است ($\Delta K = 0$). از طرفی نیروی عمودی سطح بر مسیر عمود و کارش صفر است. $W_{F_N} = 0$

۲. ارتفاع سطح شیبدار را حساب می‌کنیم. ضلع روبه‌رو به زاویه ۳۰° نصف وتر است.

$$h = \frac{2}{2} = 1 \text{ m}$$

۳. کار نیروی وزن در بالا رفتن جسم از سطح منفی است، مقدار آن را به دست می‌آوریم.

$$W_{mg} = -mgh \Rightarrow W_{mg} = -10 \times 10 \times 1 \Rightarrow W_{mg} = -1000 \text{ J}$$

۴. کار نیروی اصطکاک $\frac{1}{5}$ کار نیروی موتور است.

۵. قضیه کار و انرژی جنبشی را نوشته و کار موتور را به دست می‌آوریم.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{موتور}} + W_{mg} + W_{F_N} + W_f = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} - 1000 - \frac{1}{5} W_{\text{موتور}} = 0 \Rightarrow \frac{4}{5} W_{\text{موتور}} = 1000 \Rightarrow W_{\text{موتور}} = 1250 \text{ J}$$

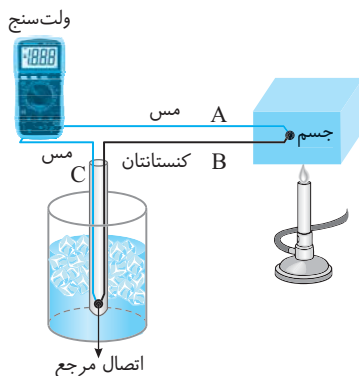
۶. کار موتور در مدت ۴S صورت گرفته است. بنابراین توان نیرو موتور خواهد شد:

$$P_{\text{موتور}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{t} = \frac{1250}{4} = 312.5 \text{ W}$$

B ۲ ۷۹۲

خط فکری: دقت کنید که کار کل مفیدی که قرار است انجام شود، بالا بردن جسم است یعنی مجموع کار مفید موتورهای بالا بردن در دو مرحله باید برابر mgh جسم شود. کار مفید در هر مرحله را به کمک بازده حساب کنید و مجموع آن‌ها را برابر mgh قرار دهید.

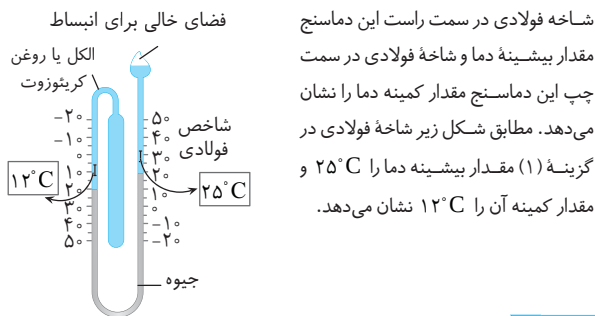
فصل چهارم: دما و گرما



۱ ۸۰۰ A

دماسنج کمینه - بیشینه

۱ ۸۰۱ A



۲ ۸۰۲ A

ابتدا دمای 122°F را برحسب درجه سلسیوس به دست می آوریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 122 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 90 = \frac{9}{5}\theta \Rightarrow \theta = 50^{\circ}\text{C}$$

حال دمای 50°C را به کلون تبدیل می کنیم:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T = 50 + 273 = 323\text{K}$$

بازی با سوال: در کدام گزینه اختلاف دو دما 1°C است؟

از کتاب درسی

- (۱) 23°C و 300K (۲) 20°C و 68°F
 (۳) 50°C و 140°F (۴) -23°C و 243K **گزینه ۳**

۴ ۸۰۳ A

رابطه اختلاف دما بر حسب فارنهایت و اختلاف دما بر حسب سلسیوس به صورت زیر است.

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta$$

$$\Delta F = \frac{9}{5}(\theta_2 - \theta_1) \xrightarrow{\theta_2 = -1^{\circ}\text{C}, \theta_1 = 4^{\circ}\text{C}} \Delta F = \frac{9}{5}|-1 - 4| = 9$$

۱ ۸۰۴ A

رابطه بین افزایش دما بر حسب فارنهایت با افزایش دما بر حسب سلسیوس به صورت زیر است:

$$\begin{cases} F_2 = \frac{9}{5}\theta_2 + 32 \\ F_1 = \frac{9}{5}\theta_1 + 32 \end{cases} \Rightarrow \Delta F = F_2 - F_1 = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta$$

نکته ۱: تغییر دما در مقیاس های سلسیوس و کلون با هم برابر است $\Delta T = \Delta\theta$

نکته ۲: تغییر دما در مقیاس های سلسیوس و فارنهایت از رابطه $\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta$ به دست می آید.

یخچره ۱

۳ ۷۹۵ A

دما کمیتی است که میزان سردی و گرمی اجسام را نشان می دهد. برای اندازه گیری دما توسط دماسنج از تغییر یک کمیت در اثر گرمی و سردی استفاده می شود که به آن کمیت دماسنجی می گویند.

کمترین دمای ممکن صفر کلون برابر $-273/15^{\circ}\text{C}$ است. بنابراین پاسخ گزینه (۳) است.

۳ ۷۹۶ A

دانشمندان برای کارهای علمی، سه دماسنج را به عنوان دماسنج های معیار برای اندازه گیری گستره دماهای مختلف پذیرفته اند، دماسنج گازی، دماسنج مقاومت پلاتینی و تفسنج.

۳ ۷۹۷ A

در دماسنج فارنهایت نقطه انجماد آب 32°F و نقطه جوش آب 212°F است و بین این دو دما به ۱۸۰ قسمت تقسیم شده و گزینه (۱) درست است.

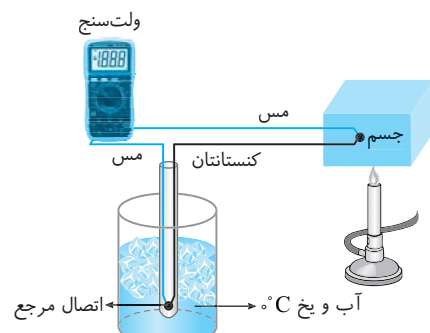
اساس کار تفسنج که یک دماسنج معیار است، تابش گرمایی اجسام است و گزینه (۲) درست است.

مقیاس دما در SI کلون است و گزینه (۳) نادرست است.

در دماسنج ترموکوپل کمیت دماسنجی ولتاژ است و گزینه (۴) درست است.

۲ ۷۹۸ A

ترموکوپل یکی از انواع دماسنج است که مطابق شکل کمیت دماسنجی آن ولتاژ است. این دماسنج از دو سیم رسانای غیرهم جنس مانند مس و کنستانتان ساخته شده که از یک طرف در دمای ذوب یخ نگاه داشته شده و از طرف دیگر در مکانی که می خواهیم دمای آن را اندازه گیری کنیم، به هم متصل شده اند که با تغییر دمای محل مورد نظر، عددی که ولتسنج نشان می دهد تغییر می کند. بنابراین این دماسنج بر اساس تغییر ولتاژ در اثر تغییر دما کار می کند.



طرحی از یک دماسنج ترموکوپل

بازی با سوال: اساس کار دماسنج ترموکوپل چیست؟

- (۱) تبدیل انرژی الکتریکی به گرمایی (۲) تبدیل انرژی شیمیایی به گرمایی
 (۳) تبدیل انرژی گرمایی به الکتریکی (۴) تبدیل انرژی گرمایی به شیمیایی

گزینه ۳

۲ ۷۹۹ A

در دماسنج ترموکوپل وسیله اندازه گیری (X) ولتسنج می باشد و دو سیم هم جنس به آن متصل می شود پس A و C هم جنس اند. همچنین در ترموکوپل برای ایجاد این اختلاف پتانسیل لازم است که دو سیم غیرهم جنس به جسم و منبع آب و یخ در اتصال مرجع به هم برسند و B و C متفاوت بوده و A و B نیز متفاوت هستند.

$$(B) \Delta T = \Delta \theta \rightarrow a = b = 1^\circ C$$

$$(C) \Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \rightarrow 1^\circ F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{5}{9}^\circ C$$

بنابراین دقت دماسنج های A و B برابر $1^\circ C$ است و دقت دماسنج C برابر $\frac{5}{9}^\circ C$ که

تقسیم بندی های آن کوچک تر و دماسنج دقیق تر است.

۲ ۸۱۰ B

خط فکری هرگاه یک دماسنج با درجه بندی دلخواه دماهای θ_1 و θ_2 را θ'_1 و θ'_2 نشان دهد، در این صورت می توان با استفاده از شکل زیر و نوشتن یک تناسب هم ارز هر دمای را در درجه بندی معلوم (X) و درجه بندی نامعلوم (X') به دست آورد.

$$\begin{array}{c} \theta_2 \\ \theta_1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \theta'_2 \\ \theta'_1 \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{c} \theta_2 \\ \theta_1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \theta'_2 \\ \theta'_1 \end{array} \quad \dots$$

$$\frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta'_2 - \theta'_1} = \frac{\theta'_2 - \theta'_1}{\theta'_2 - \theta'_1}$$

همان طور که مشاهده می کنید فقط کافی است که صورت و مخرج های این تناسب ها با هم هم ارز باشد، یعنی اگر در صورت کسر دمای بیشینه از دمای کمینه در دماسنج معلوم کم شده باشد در دماسنج مجهول نیز در صورت کسر، دمای بیشینه مجهول از دمای کمینه مجهول کاسته می شود.

$$\begin{array}{c|c} \theta_c & \theta_x \\ \hline 100^\circ C & 100 \\ \hline 25^\circ C & \theta = ? \\ \hline & 20 \end{array}$$

$$\frac{100 - 20}{25 - 20} = \frac{100 - \theta}{\theta - 20} \Rightarrow 4\theta - 80 = 80 \Rightarrow \theta = 40^\circ C$$

بازی با سوال کمیت دماسنجی در یک دماسنج، ارتفاع ستون مایع است. اگر در دمای $20^\circ C$ ارتفاع ستون مایع 35 میلی متر و در دمای $80^\circ C$ ارتفاع ستون مایع 40 میلی لیتر باشد، چنانچه ارتفاع ستون مایع 36 میلی متر شود، دما چند درجه سلسیوس است؟

$$22 \quad (1) \quad 32 \quad (2) \quad 24 \quad (3) \quad 34 \quad (4)$$

۲ گزینه

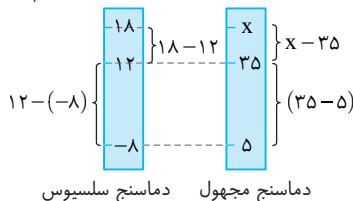
۱ ۸۱۱ A

خط فکری برای نوشتن تناسب پیش خود می گوئیم فاصله $12 - (-8)$ در دماسنج سلسیوس معادل $(35 - 5)$ در دماسنج مجهول است. حال فاصله $(12 - 18)$ باید معادل فاصله $(X - 35)$ باشد.

ابتدا دمای $64/4^\circ$ فارنهایت را به درجه سلسیوس تبدیل می کنیم:

$$F = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow 64/4 = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow \theta = 18^\circ C$$

اکنون با رسم نمودار زیر و یک تناسب ساده مسئله را حل می کنیم.



$$\frac{18 - 12}{12 - (-8)} = \frac{X - 35}{35 - 5} \Rightarrow \frac{6}{20} = \frac{X - 35}{30} \Rightarrow 9 = X - 35 \Rightarrow X = 44^\circ$$

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta T$$

با توجه به نکته های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{\Delta T}{\Delta F} = \frac{5}{9}$$

بنابراین:

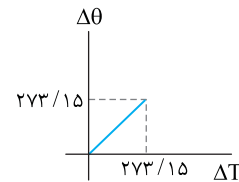
بازی با سوال دمای جسمی X درجه فارنهایت افزایش می یابد. افزایش

دمای این جسم بر حسب کلون چند X است؟

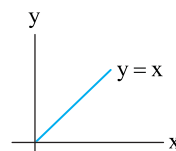
$$\frac{5}{9} \quad (1) \quad \frac{9}{5} \quad (2) \quad \frac{273}{5} \quad (3) \quad \frac{5}{273} \quad (4)$$

۱ گزینه

۳ ۸۰۵ A



تغییرات دما بر حسب کلون و درجه سلسیوس با هم برابرند ($\Delta \theta = \Delta T$) و نمودار $\Delta \theta$ بر حسب ΔT خط راست مایل گذرنده از مبدأ خواهد بود.



یادآوری نمودار $y = x$ ، یک خط راست مایل است که از مبدأ مختصات می گذرد.

۲ ۸۰۶ A

با توجه به فرض مسأله ($T = 4\theta$) و با توجه به رابطه دماسنجی بین درجه بندی سلسیوس و کلون ($T = 273 + \theta$) خواهیم داشت: $4\theta = 273 + \theta \Rightarrow \theta = 91^\circ C$

۳ ۸۰۷ A

(۱) بنا به فرض مسئله: $\theta_F = 5\theta_C$ (I)

(۲) با توجه به رابطه درجه بندی فارنهایت و درجه بندی سلسیوس می توان نوشت:

$$\theta_F = \frac{9}{5} \theta_C + 32 \quad (II)$$

(۳) از رابطه (I) در رابطه (II) جای گذاری می کنیم.

$$5\theta_C = \frac{9}{5} \theta_C + 32 \Rightarrow 5\theta_C - \frac{9}{5} \theta_C = 32$$

$$\frac{25\theta_C - 9\theta_C}{5} = 32 \Rightarrow \frac{16\theta_C}{5} = 32 \Rightarrow \theta_C = 10^\circ C$$

(۴) دما بر حسب کلون را به دست می آوریم:

$$T = 273 + \theta \Rightarrow T = 273 + 10 \Rightarrow T = 283 K$$

۳ ۸۰۸ B

با توجه به فرض مسأله مجموع اعداد دو دماسنج -52 شده است. (I) $\theta + F = -52$ از طرفی رابطه مقیاس دما در درجه بندی سلسیوس و فارنهایت به شکل زیر است:

$$F = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow \theta = \frac{5}{9} (F - 32) \quad (II)$$

اکنون می توان نوشت:

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{5}{9} (F - 32) + F = -52 \Rightarrow \frac{14F}{9} = -52 + \frac{5}{9} (32)$$

$$\Rightarrow \frac{14F}{9} = \frac{-468 + 160}{9} \Rightarrow 14F = -308 \Rightarrow F = -22^\circ$$

بازی با سوال مجموع عددی دمای جسمی بر حسب کلون و درجه

سلسیوس 600 می باشد. دمای جسم چند درجه سلسیوس است؟

$$163/5 \quad (1) \quad 327 \quad (2) \quad 63/5 \quad (3) \quad 600 \quad (4)$$

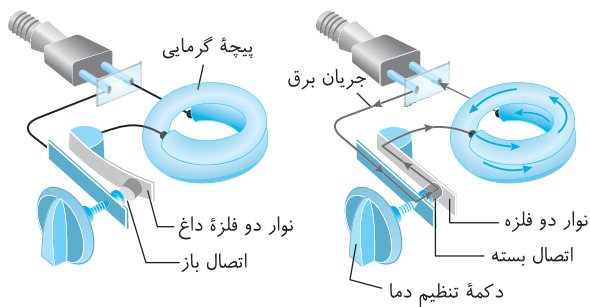
۱ گزینه

۳ ۸۰۹ B

یادآوری دقت اندازه گیری ابزار مدرج برابر کمینه درجه بندی آن ابزار است.

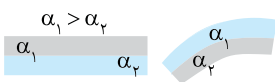
دقت دماسنج A، $1^\circ C$ و دقت دماسنج B، $1 K$ و دقت دماسنج C برابر $1^\circ F$ است.

دقت دماسنج های B و C را بر حسب درجه سلسیوس به دست می آوریم:



۲ ۸۱۴ A

خط فکری هرچه ضریب انبساط طولی جسمی بیشتر باشد با توجه به رابطه $\Delta L = L\alpha\Delta\theta$ تغییر طول آن بیشتر است. در سؤالات نوار دوفلزه، طول اولیه فلزها باهم برابر است، بنابراین هر میله‌ای که ضریب انبساط طولی بیشتری داشته باشد تغییر طولش بیشتر است. نکته دیگری که در این سؤالات باید به آن دقت کنید این است که هر میله‌ای که در سطح خارجی قوس قرار گرفته است، طول بزرگ‌تری دارد.



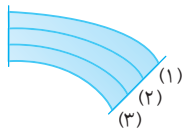
دما کاهش یافته در دمای معمولی
شکل (۲) شکل (۱)

در این سؤال دمای میله‌ها کاهش یافته بنابراین تغییر طول میله‌ها کاهش یافته و چون $\alpha_1 > \alpha_2$ است بنابراین طول میله (۲) بیشتر کاهش می‌یابد و طول ثانویه این میله کوتاه‌تر از میله (۱) خواهد شد و میله (۱) قوس خارجی نوار است.

بازی با سؤال اگر دمای این نوار را افزایش دهیم، شکل قرارگیری آن چگونه خواهد شد؟

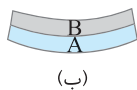
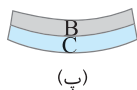
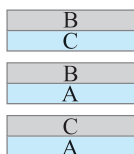
۴ ۸۱۵ B

خط فکری طول میله‌های A و B و C باهم برابر است. هرچه ضریب انبساط طولی جسمی بیشتر باشد، با افزایش دمای یکسان، افزایش طول آن بیشتر است و هنگام کاهش دما نیز، کاهش طول آن بیشتر است، بنابراین در حل این مسئله کاملاً باید دقت کرد که ضریب انبساط طولی B از بقیه بیشتر است ($\alpha_C < \alpha_A < \alpha_B$)، البته در صورت سؤال مشخص نشده که افزایش دما داشته‌ایم یا کاهش دما، بنابراین باید هر دو حالت را بررسی کنیم.



اگر دمای میله‌ها را بالا برده باشیم، با توجه به $\Delta L = L\alpha\Delta\theta$ و $\alpha_C < \alpha_A < \alpha_B$ میله B بیشتر از همه افزایش یافته است، پس میله (۱) از جنس B است و میله (۲) از جنس A و میله (۳) از جنس C و اگر دمای میله‌ها را کاهش دهیم نیز طول میله B بیشتر از همه کاهش می‌یابد، پس میله (۳) از جنس B و میله (۲) از جنس A و میله (۱) از جنس C است.

بازی با سؤال شکل‌های زیر، تیغه‌های فلزی A، B و C را نشان می‌دهد که در دمای اولیه یکسان T_0 دارای طول‌های اولیه یکسانی هستند و دوبه‌دو به یکدیگر به‌طور سراسری جوش داده شده‌اند و سپس دمایشان تغییر داده شده است. اگر مقایسه بین ضرایب انبساط طولی آن‌ها به‌صورت $\alpha_A > \alpha_B > \alpha_C$ باشد، در شکل‌های (الف)، (ب) و (پ) به‌ترتیب از راست به چپ نوع تغییر دمای تیغه‌ها نسبت به دمای T_0 چگونه بوده است؟



(۲) کاهش، کاهش، افزایش
(۴) افزایش، افزایش، کاهش

(۱) افزایش، افزایش، کاهش
(۳) کاهش، افزایش، کاهش

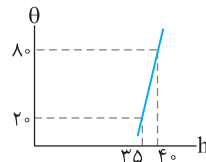
گزینه ۳

بازی با سؤال یک دماسنج که طبقه مدرج کردن آن مشخص نیست، دمای مخلوط آب و یخ در حال تعادل را صفر و دمای بخار آب جوش در فشار ۱ atm را ۲۵° نشان می‌دهد، این دماسنج ۴۱° F را چند درجه نشان می‌دهد؟

۱۲/۵ (۱) ۲۵ (۲) ۳۷ (۳) ۴۱ (۴)

گزینه ۱

۴ ۸۱۲ B



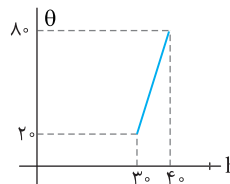
با داشتن مختصات دو نقطه از یک خط راست می‌توان معادله آن را نوشت:

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

در این جا تابع θ و متغیر h است از این‌رو:

$$\begin{aligned} (\theta_1=20, h_1=35) &\rightarrow \frac{\theta-20}{80-20} = \frac{h-35}{40-35} \rightarrow \frac{\theta-20}{60} = \frac{h-35}{5} \\ (\theta_2=80, h_2=40) &\rightarrow \frac{\theta-20}{80-20} = \frac{h-35}{40-35} \rightarrow \frac{\theta-20}{60} = \frac{h-35}{5} \\ \Rightarrow \theta-20 &= 12h-420 \Rightarrow \theta=12h-400 \end{aligned}$$

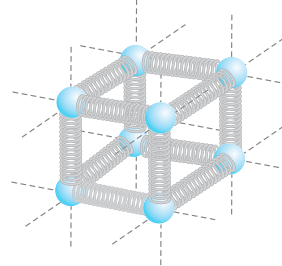
بازی با سؤال کمیت دماسنجی در یک دماسنج، ارتفاع ستون مایع است. اگر نمودار تغییرات ارتفاع بر حسب دما به‌صورت مقابل باشد، در کدام ارتفاع اندازه دما با مقدار ارتفاع برابر است؟



۲۸ (۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴)

نیمه ۲

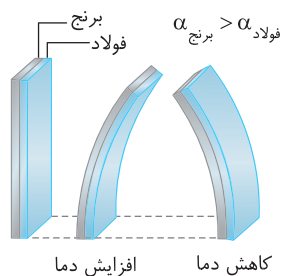
۳ ۸۱۳ A



توجیه انبساط گرمایی مبتنی بر دیدگاه میکروسکوپی است. انبساط گرمایی یک جسم پیامد تغییر فاصله بین اتم‌ها و مولکول‌های تشکیل‌دهنده آن است. برای درک این مدل، چگونگی رفتار اتم‌ها در یک ماده جامد را در نظر بگیرید. مطابق شکل می‌توان

اتم‌ها را ذراتی در نظر گرفت که با فنرهای به اتم‌های مجاور متصل شده‌اند و پیرامون مکان‌های تعادل خود با دامنه کم نوسان می‌کنند. می‌توان نشان داد با افزایش دمای جامد، فاصله متوسط بین اتم‌ها افزایش می‌یابد و در نتیجه جسم جامد منبسط می‌شود.

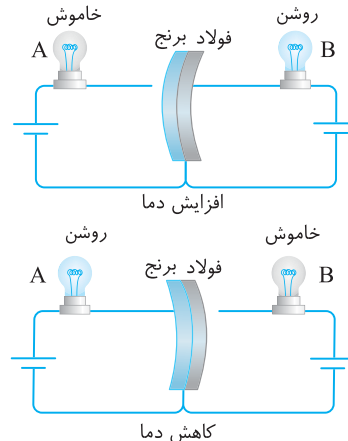
بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) درست‌اند. در یک نوار دوفلزه (دمپا) از دو فلز (مثلاً برنج و فولاد) استفاده می‌شود که ضریب انبساط آن‌ها متفاوت است. وقتی نوار گرم می‌شود و دمای بالا می‌رود فلزی که ضریب انبساط طولی بزرگ‌تری دارد، انبساط طولی آن بیشتر است این سبب می‌گردد تیغه تاب بردارد و کماتی شکل شود، از آنجا که تیغه بیرونی کمان طول



بیشتری دارد، پس قسمت بیرونی کمان، فلزی است که ضریب انبساط طولی بزرگ‌تری دارد. حال اگر نوار را سرد کنیم و دمای آن کاهش یابد، این بار، قسمت بیرونی کمان نوازی است که ضریب انبساط طولی کمتری دارد، زیرا همان‌طور که گفتیم طول نوار بیرونی بیشتر از طول نوار درونی است و فلزی که ضریب انبساط طولی کم‌تری دارد، به ازای کاهش دما، طول آن کم‌تر کاهش می‌یابد. (فلزی که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد طول آن بیشتر کاهش می‌یابد. (نوار درونی)) بنابراین گزینه (۳) نادرست است. همین تغییر شکل دمپا و تاب برداشتن آن در اثر تغییر دما سبب می‌گردد که در مدارهای الکتریکی به‌عنوان کلید قطع و وصل استفاده شود و گزینه (۴) درست است.

A ۸۱۶ ۳

تیغه نواری بین دو میله شبیه یک کلید عمل می‌کند. اگر دما افزایش یابد، برنج که ضریب انبساط طولی بزرگ‌تری دارد، بیشتر منبسط می‌شود و تیغه خمیده می‌شود به گونه‌ای که کمان بیرونی آن برنج باشد. بنابراین تیغه به سمت راست خم می‌شود و لامپ B روشن می‌شود. وقتی که دما کاهش می‌یابد، نوار برنجی بیشتر منقبض شده و طولش کوتاه‌تر می‌شود و کمان داخلی تیغه خمیده، برنج خواهد بود یعنی تیغه به سمت چپ خم می‌شود و لامپ A روشن می‌شود.



B ۸۱۷ ۱

خط فکری برای انبساط طولی یک جسم معمولاً از سه کمیت سؤال می‌شود، اندازه ثانویه طول پس از تغییر دما، تغییر طول و درصد تغییرات طولی:

درصد تغییرات طول	تغییر طول	اندازه ثانویه طول
$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \alpha \Delta \theta \times 100$	$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$	$L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta \theta)$
انبساط طولی		

نکته ۱ در دو رابطه ابتدایی باید یکایکهای $(L_2 \text{ و } L_1)$ یا $(\Delta L \text{ و } L_1)$ با هم یکسان باشند.

نکته ۲ اگر یکای ضریب انبساط طولی $^{\circ}\text{C}^{-1}$ و یا K^{-1} باشد، $\Delta \theta$ باید تغییر دما بر حسب $^{\circ}\text{C}$ یا K باشد.

در این مسئله تغییر طول پل خواسته شده است، بنابراین:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \xrightarrow{\substack{[\Delta L] = [L_1] = \text{m} \\ L_1 = 2000 \text{ m}}} \Delta L = 2000 \times 1/2 \times 10^{-5} \times 50 \Rightarrow \Delta L = 0.5 \text{ m}$$

B ۸۱۸ ۱

کافی است در رابطه انبساط طولی جامدها داده‌های مسئله را قرار دهیم.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \xrightarrow{\substack{\Delta L = 3 \times 10^{-3} \text{ m}, \alpha = 1/2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1} \\ \Delta \theta = 50^{\circ}\text{C}}} \Delta L = 3 \times 10^{-3} = L_1 \times 1/2 \times 10^{-5} \times 50 \Rightarrow L_1 = 5 \text{ m}$$

B ۸۱۹ ۲

سردترین موقع سال، طول پل کوتاه‌ترین مقدار ممکن یعنی ۹۰۰ متر را دارد. بیشترین طول پل نیز در گرم‌ترین روز سال یعنی بیشترین دما و برابر ۹۰۰/۹ متر است، بنابراین:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 0.9 = 900 \times 1/2 \times 10^{-5} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 80^{\circ}\text{C}$$

B ۸۲۰ ۲

نکته دقت کنید چون یکای ضریب انبساط طولی K^{-1} است، باید تغییر دما بر حسب $^{\circ}\text{C}$ یا K باشد.

در رابطه $\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$ تغییرات دما را با توجه به واحد α باید یا بر حسب درجه سلسیوس و یا بر حسب کلوین باشد. از این‌رو تغییر دما را بر حسب $^{\circ}\text{C}$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} F_2 = \frac{9}{5} \theta_2 + 32 \\ F_1 = \frac{9}{5} \theta_1 + 32 \end{cases} \xrightarrow[\text{از هم کم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را}} \Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{5}{9} \Delta F = \frac{5}{9} (104 - (-4)) = 60^{\circ}\text{C}$$

اکنون تغییر طول میله را حساب می‌کنیم.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta = 1 \times 13 \times 10^{-6} \times 60 = 7.8 \times 10^{-5} \text{ m} = 0.78 \text{ mm}$$

بازی با سؤال طول میله‌ای در دمای صفر درجه سلسیوس برابر ۸۰۰ cm است. اگر طول آن در دمای ۵۰ درجه سلسیوس به ۸۰۱ cm برسد، ضریب انبساط طولی آن در SI کدام است؟

$$1) \frac{2}{5} \times 10^{-5} \quad 2) \frac{2}{5} \times 10^{-5} \quad 3) 4 \times 10^{-4} \quad 4) 4 \times 10^{-5}$$

گزینه ۲

B ۸۲۱ ۱

خط فکری ابتدا تغییر دما را بر حسب درجه سلسیوس حساب می‌کنیم و در گام بعد به کمک رابطه $\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$ تغییر طول پل را حساب می‌کنیم. (۱) تغییر دما بر

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 122 - (-58) = 180^{\circ}\text{F} \quad \text{حسب درجه فارنهایت برابر است با:}$$

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 180 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 100^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta L = 1158 \times 1/3 \times 10^{-5} \times 100 \\ \Rightarrow \Delta L = 1/50 \times 54 = 1.08 \text{ m}$$

A ۸۲۲ ۳

خط فکری هرگاه صحبت از انبساط قطر کره یا شعاع دایره یا ضلع مکعب و یا ... باشد در واقع صحبت از انبساط طولی است.

درصد تغییر طول قطر را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\Delta D}{D_1} \times 100 = \frac{\Delta D}{D_1} \times 100 = \alpha \Delta \theta \times 100$$

$$\text{درصد تغییر طول قطر} = \alpha \Delta \theta \times 100 = 2 \times 10^{-5} \times 50 \times 100 = 0.1\%$$

بازی با سؤال طول تیر آهنی ۱۲ متر است. اگر دمای آن از صفر درجه سلسیوس به ۵۰ درجه سلسیوس برسد، طول آن چند میلی‌متر افزایش می‌یابد؟

$$(\alpha = 1/2 \times 10^{-5} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1})$$

$$1) 7/2 \quad 2) 72 \quad 3) 7/2 \times 10^{-1} \quad 4) 7/2 \times 10^{-2}$$

گزینه ۱

B ۸۲۳ ۳

خط فکری افزایش طول محیط دایره، به کمک رابطه انبساط طولی به دست می‌آید.

$$1) \text{ شعاع دایره نصف قطر آن است. } r = \frac{D}{2} \Rightarrow r = \frac{1}{2} \times 2/5 \Rightarrow r = 1/5 \text{ cm}$$

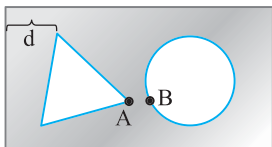
$$2) \text{ محیط حفره برابر است با: } L = 2\pi r \Rightarrow L = 2\pi \times 1/5 \Rightarrow L = 2/5 \pi \text{ cm}$$

$$3) \text{ افزایش محیط حفره خواهد شد: } \Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$$

$$\Delta L = 2/5 \pi \times 2 \times 10^{-5} \times 200 \xrightarrow{\pi=3} \Delta L = 3 \times 10^{-2} \text{ cm} \Rightarrow \Delta L = 0.3 \text{ mm}$$

A ۸۲۴ ۲

خط فکری هرگاه یک جسم در اثر تغییر دما منبسط شود تمام ابعاد و اجزاء آن به یک نسبت منبسط می‌شوند، بنابراین ابعاد هر حفره یا فاصله بین هر دو نقطه از جسم افزایش می‌یابد.



در اثر تغییر دما شعاع حفره دایره‌ای افزایش یافته است بنابراین دمای صفحه فلزی بالا رفته و تمام ابعاد صفحه بزرگ شده است و فاصله نقاط A و B و همچنین d افزایش می‌یابد.

بازی با سؤال پیچ و مهره‌ای با ضریب انبساط طولی متفاوت α و مهره α در اختیار داریم. اگر مهره درون پیچ گیر کرده باشد، چه تعداد از گزاره‌های زیر می‌تواند باعث بیرون آمدن مهره شود؟

(الف) پیچ $\alpha_{\text{مهره}} > \alpha_{\text{پیچ}}$ باشد و دمای پیچ و مهره را افزایش دهیم. / (ب) پیچ $\alpha_{\text{مهره}} < \alpha_{\text{پیچ}}$ باشد و دمای پیچ و مهره را افزایش دهیم. / (پ) پیچ $\alpha_{\text{مهره}} > \alpha_{\text{پیچ}}$ باشد و دمای پیچ و مهره را کاهش دهیم.

گزینه ۲

$$1) \text{ صفر} \quad 2) 1 \quad 3) 2 \quad 4) 3$$

۲ ۸۳۰ B

خط فکری طول اولیه دو میله برابر است. وقتی دمای هر دو میله را به یک اندازه بالا ببریم افزایش طول میله آلومینیومی از افزایش طول میله فولادی بیشتر است زیرا ضریب انبساط طولی آلومینیوم بزرگتر است. بعد از افزایش دما طول میله آلومینیومی $\Delta L_{Al} - \Delta L_M = 2/3 \text{ mm}$ بیشتر از طول میله فولادی است بنابراین $\Delta L_{Al} - \Delta L_M = 2/3 \text{ mm}$ است. اکنون با جایگذاری $\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$ می‌توانید مسئله را حل کنید.

تغییر طول آلومینیوم و تغییر طول فولاد را حساب می‌کنیم سپس آن‌ها را از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta L_{Al} - \Delta L_M = 2/3 \times 10^{-3} \Rightarrow L_{Al} \alpha_{Al} \Delta \theta - L_M \alpha_M \Delta \theta = 2/3 \times 10^{-3}$$

$$\frac{L_{Al} = L_M = 4 \text{ m}}{\alpha_{Al} = 23 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \alpha_M = 11 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}} \Rightarrow (4 \times 23 \times 10^{-6} - 4 \times 11 \times 10^{-6}) \Delta \theta = 2/3 \times 10^{-3} \Rightarrow 46 \times 10^{-6} \Delta \theta = 2/3 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = \frac{2/3 \times 10^{-3}}{46 \times 10^{-6}} = \frac{2/3 \times 10^3}{46} = 50^\circ \text{C}$$

۲ ۸۳۱ B

خط فکری طول اولیه دو میله یکسان و افزایش دمای آن‌ها نیز برابر است. پس هر میله‌ای که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد، افزایش طول بیشتری خواهد داشت. ضریب انبساط طولی مس بیشتر از آهن است و افزایش طول میله مسی بیشتر از میله آهنی خواهد شد و برای اینکه اختلاف طول دو میله 3 mm باشد باید افزایش طول میله مسی $3/4$ میلی‌متر بیشتر از افزایش طول میله آهنی باشد. افزایش طول هر دو میله را $\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$ حساب کنید و تفاضل آن‌ها را برابر 3 mm قرار دهید.

۱ معادله افزایش طول میله مسی را می‌نویسیم. برای آن که این افزایش برحسب میلی‌متر به دست آید طول اولیه مسی را برحسب میلی‌متر $(500 \text{ mm} = 50 \times 10^3 \text{ mm})$ قرار می‌دهیم:

$$\Delta L_{Cu} = L_{Cu} \alpha_{Cu} \Delta \theta \Rightarrow \Delta L_{Cu} = 50 \times 10^3 \times 10^{-5} \times \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \Delta L_{Cu} = 9 \times 10^{-3} \Delta \theta$$

۲ معادله افزایش طول میله آهنی را می‌نویسیم:

$$\Delta L_{Fe} = L_{Fe} \alpha_{Fe} \Delta \theta \Rightarrow \Delta L_{Fe} = 50 \times 10^3 \times 10^{-5} \times \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \Delta L_{Fe} = 6 \times 10^{-3} \Delta \theta$$

۳ اختلاف ΔL_{Fe} و ΔL_{Cu} برابر 3 mm است:

$$\Delta L_{Cu} - \Delta L_{Fe} = 3 \text{ mm} \Rightarrow 9 \times 10^{-3} \Delta \theta - 6 \times 10^{-3} \Delta \theta = 3$$

$$\Rightarrow 3 \times 10^{-3} \Delta \theta = 3 \Rightarrow \Delta \theta = 100^\circ \text{C}$$

۴ ۸۳۲ A

خط فکری با تغییر دما، اختلاف طول دو میله A و B ثابت مانده است اما این به چه معنی است؟ یعنی تغییر طول هر دو فلز A و B در این حالت با هم برابر است. دقت کنید که با 3°C افزایش دما ممکن نیست که میله A که طول کمتری دارد (50 cm) طولش آنقدر زیاد شود تا از میله B که طول بیشتری دارد (70 cm) ، بلندتر شود. تغییر طول دو میله را برابر قرار می‌دهیم.

$$\Delta L_A = \Delta L_B \Rightarrow L_A \alpha_A \Delta \theta_A = L_B \alpha_B \Delta \theta_B$$

$$\Rightarrow 50 \alpha_A (30) = 70 \alpha_B (30) \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{7}{5}$$

بازی با سؤال طول یک میله آهنی در دمای صفر درجه سلسیوس 4 cm بیشتر از طول یک میله نقره‌ای در همان دما است. طول اولیه میله نقره‌ای در دمای صفر درجه سلسیوس چند سانتی‌متر باشد تا اختلاف طول آن‌ها در دمای 60°C برابر 4 cm شود؟ (ضریب انبساط طولی آهن و نقره به ترتیب $11 \times 10^{-5} \text{ }^\circ \text{C}^{-1}$ و $17 \times 10^{-5} \text{ }^\circ \text{C}^{-1}$)

۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۲۰ (۴)

گزینه ۱

۱ ۸۲۵ A

خط فکری هرگاه یک جسم جامد فلزی در اثر افزایش دما منبسط شود تمام ابعاد و اجزای آن با یک نسبت ثابت بزرگ می‌شود. با افزایش دما، مساحت سطح سوراخ افزایش می‌یابد و چون تمام ابعاد خط کش به یک نسبت منبسط می‌شوند، مرکز سوراخ همچنان بر 5 cm باقی می‌ماند.

۲ ۸۲۶ A

با گرم کردن یک جسم، تمام ابعاد آن به یک نسبت بزرگ می‌شوند. از این رو نسبت قسمت‌های مختلف جسم ثابت می‌ماند و نسبت قطر سوراخ به ضلع $\frac{a}{a} = \frac{1}{1}$ مربع خواهد شد:

۲ ۸۲۷ B

خط فکری وقتی جسمی را گرم می‌کنیم و منبسط می‌شود، تمام ابعاد و اجزای آن به یک نسبت بزرگ می‌شوند. یعنی با انبساط و افزایش حجم مکعب، حجم حفره درون آن نیز افزایش می‌یابد و برای بررسی افزایش حجم حفره دقیقاً تصور می‌کنیم که یک حفره از همان جنس مکعب و با همان ضریب انبساط طولی در حال افزایش است. در این مسئله درباره انبساط شعاع حفره و انبساط ضلع مکعب صحبت شده است یعنی ما با روابط انبساط طولی سروکار داریم.

۱ ابتدا برای افزایش طول ضلع مکعب می‌نویسیم:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 0.004 = 200 \alpha \Delta \theta \quad (I)$$

۲ برای افزایش شعاع حفره خواهیم داشت:

$$\Delta R = R_0 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta R = 50 \alpha \Delta \theta \quad (II)$$

۳ ضریب انبساط طولی و تغییر دما در رابطه (I) و (II) یکی است بنابراین

$$\frac{0.004}{\Delta R} = \frac{200 \alpha \Delta \theta}{50 \alpha \Delta \theta} \Rightarrow \Delta R = 0.001 \text{ mm}$$

افزایش:

۱ ۸۲۸ B

خط فکری تغییر دما برحسب کلون و برحسب درجه‌بندی سلسیوس یکسان است $(\Delta T = \Delta \theta)$.

تغییر طول در دو حالت را به کمک رابطه انبساط طولی $\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$ نوشته و تغییر دما در حالت دوم را حساب کرده، سپس دمای که در آن طول 4 mm افزایش یافته حساب می‌کنیم.

$$\Delta L_1 = L_1 \alpha \Delta \theta_1 \quad \div$$

$$\frac{\Delta L_1}{\Delta L_2} = \frac{\Delta \theta_1}{\Delta \theta_2} \Rightarrow \frac{4}{\Delta \theta_2} = \frac{253}{\Delta \theta_2} \Rightarrow \frac{4}{\Delta \theta_2} = \frac{120}{\Delta \theta_2} \Rightarrow \Delta T_2 = 80^\circ \text{K}$$

حال با استفاده از تغییر دمای به دست آمده و اینکه دمای اولیه برابر 253°K است، دمای ثانویه را به دست می‌آوریم:

$$80 = T_2' - 253 \Rightarrow T_2' = 333 \text{ K}$$

$$T_2' = 333 \text{ K} \xrightarrow{T = 273 + \theta} 333 = 273 + \theta \Rightarrow \theta = 60^\circ \text{C}$$

۲ ۸۲۹ B

طول اولیه هر دو میله 1 m است. اختلاف طول‌ها برحسب میلی‌متر خواسته شده بنابراین در روابط انبساط، طول اولیه را 10^3 mm قرار می‌دهیم. ابتدا طول ثانویه میله A را به دست می‌آوریم:

$$L_{2A} = L_{1A} (1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow L_{2A} = 10^3 (1 + 5 \times 10^{-5} \times 90)$$

$$\Rightarrow L_{2A} = (10^3 + 4/5) \text{ mm}$$

دمای میله B، 90°F کاهش یافته، تغییر دمای میله B را برحسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta F = -90^\circ \text{F} \Rightarrow -90 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = -50^\circ \text{C}$$

طول ثانویه میله B را به دست می‌آوریم:

$$L_{2B} = L_{1B} (1 + \alpha_B \Delta \theta) \Rightarrow L_{2B} = 10^3 (1 + 4 \times 10^{-5} \times (-50)) \Rightarrow L_{2B} = (10^3 - 2) \text{ mm}$$

حال اختلاف طول خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$L_{2A} - L_{2B} = (10^3 + 4/5) - (10^3 - 2) \Rightarrow L_{2A} - L_{2B} = 6/5 \text{ mm}$$



B ۸۳۳ ۲

۱ طول اولیه میله A، ۵ درصد از طول میله B بیشتر است بنابراین:

$$L_A = L_B + \frac{5}{100} L_B \Rightarrow L_A = 1.05 L_B$$

۲ همچنین α_A را حساب می‌کنیم:

$$3/0.5 \alpha_A = 1.5/2.5 \times 10^{-5} \Rightarrow \alpha_A = 5 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

۳ قرار است طول ثانویه دو میله برابر شود، از این‌رو:

$$L_A = L_B \Rightarrow L_{A,A}(1 + \alpha_A \theta) = L_{B,B}(1 + \alpha_B \theta) \xrightarrow{L_{A,A} = 1.05 L_{B,B}} 1.05 L_{B,B}(1 + \alpha_A \theta) = L_{B,B}(1 + \alpha_B \theta)$$

طول اولیه B ($L_{B,B}$) را از دو طرف معادله ساده می‌کنیم:

$$1.05(1 + \alpha_A \theta) = 1 + \alpha_B \theta \xrightarrow{\alpha_B = 3/0.5 \alpha_A} 1.05(1 + \alpha_A \theta) = 1 + 3/0.5 \alpha_A \theta$$

$$1.05 + 1.05 \alpha_A \theta = 1 + 3/0.5 \alpha_A \theta \Rightarrow 0.05 = 2 \alpha_A \theta \Rightarrow$$

$$\theta = \frac{0.05}{2 \alpha_A} \Rightarrow \theta = \frac{0.05}{10^{-4}} = 500 \text{ } ^\circ\text{C}$$

A ۸۳۴ ۳

خط فکری در ابتدا طول میله آهنی ۱mm بیشتر از طول میله مسی است. با

100°C افزایش دمای میله‌ها، چون ضریب انبساط طولی مس از آهن بیشتر است، انبساط آن بیشتر خواهد بود و طول میله مسی 0.5mm بیشتر از طول میله آهنی می‌شود، بنابراین کافی است دو رابطه $L_{Fe} - L_{Cu} = 1$ و $L'_{Cu} - L'_{Fe} = 0.5$ را نوشته و با قرار دادن اطلاعات مسئله، آن را حل کرد.

$$L_{Fe} - L_{Cu} = 1$$

$$L'_{Cu} - L'_{Fe} = 0.5 \Rightarrow L_{Cu} + L_{Cu} \alpha_{Cu} \Delta\theta - L_{Fe} - L_{Fe} \alpha_{Fe} \Delta\theta = 0.5 \Rightarrow$$

$$\overbrace{L_{Cu} - L_{Fe}}^{-1} + L_{Cu} \alpha_{Cu} \Delta\theta - L_{Fe} \alpha_{Fe} \Delta\theta = 0.5 \Rightarrow$$

$$L_{Cu} \alpha_{Cu} \Delta\theta - L_{Fe} \alpha_{Fe} \Delta\theta = 1.5 \Rightarrow$$

$$(L_{Fe} - 1) \times 1/8 \times 10^{-5} \times 100 - L_{Fe} \times 1/2 \times 10^{-5} \times 100 = 1.5 \Rightarrow$$

$$1/8 \times 10^{-3} L_{Fe} - 1/8 \times 10^{-3} - 1/2 \times 10^{-3} L_{Fe} = 1.5 \Rightarrow$$

$$0.6 \times 10^{-3} L_{Fe} = 1.5 + 1/8 \times 10^{-3} \Rightarrow$$

$$L_{Fe} = \frac{1.5 + 1/8 \times 10^{-3}}{0.6 \times 10^{-3}} = (2.5 \times 10^3 + 3) \text{mm} = 2503 \text{mm}$$

$$\Rightarrow L_{Fe} = 2503 \text{m}$$

B ۸۳۵ ۳

خط فکری تغییر طول میله برابر $\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta$ است که در این رابطه براییک میله علاوه بر $\Delta\theta$ ، طول اولیه نیز مهم است.در حالت اول با تغییر دما از 0°C تا $\theta^\circ\text{C}$ ، افزایش طول میله برابر است با: $\Delta L_1 = L_1 \alpha \Delta\theta$

در این صورت طول ثانویه میله (L_2) از طول اولیه میله بیشتر می‌شود $L_2 > L_1$. حال اگر میله‌ای با طول $L_2 > L_1$ را مجدداً گرم کنیم تا دمای آن از θ به 2θ برسد یعنی

تغییر دمای آن مانند حالت اول $\Delta\theta = 2\theta - \theta = \theta$ باشد، چون طول اولیه میله در این حالت بزرگتر است بنابراین افزایش طول آن (ΔL_2) در این حالت قطعاً بزرگتر از

$$\Delta L_1 \text{ است در نتیجه } \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} > 1 \text{ و } \frac{\Delta L_1}{\Delta L_2} < 1 \text{ است.}$$

B ۸۳۶ ۴

افزایش طول هر قطعه را در اثر تغییر دما از 10°C به 40°C به‌دست می‌آوریم. فاصله بین دو قطعه باید برابر این افزایش طول باشد.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta \Rightarrow \Delta L = 20 \times 1/4 \times 10^{-5} \times (40 - 10)$$

$$\Delta L = 20 \times 1/4 \times 10^{-5} \times 30 \Rightarrow \Delta L = 8/4 \times 10^{-3} \text{m}$$

$$\Delta L = 8/4 \text{mm}$$

بازی با سؤال ریل‌های ۱۰ متری راه‌آهنی را در یک روز زمستانی با دمای

-10°C به دنبال هم کار می‌گذارند. اگر دما در تابستان تا 40°C بالا رود، از ابتدا (در دمای -10°C) حداقل چند میلی‌متر باید فاصله بین ریل‌ها خالی بماند

تا در اثر انبساط حرارتی به هم فشار نیاورند؟

$$(\alpha_{\text{آهن}} = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1})$$

۴ ۸۳۷ ۴

خط فکری به شکل دقت کنید، هر میله از یک طرف به یک دیوار ثابت شده

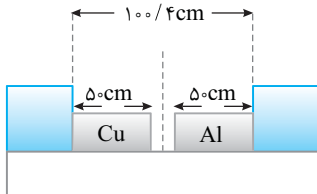
است، بنابراین میله مسی از سمت راست و میله آلومینیومی از سمت چپ افزایش طول پیدا می‌کند و مجموع افزایش طول آن‌ها باید برابر فاصله دو میله از هم شود.

با توجه به شکل، فاصله دو میله از هم $100/4 - 100 = 0/4 \text{cm}$ است، پس افزایش طول دو میله باید برابر $0/4 \text{cm}$ شود تا این دو به هم برسند:

$$0/4 = \Delta L_{Cu} + \Delta L_{Al} \Rightarrow 0/4 = \alpha_{Cu} L_{Cu} \Delta\theta + \alpha_{Al} L_{Al} \Delta\theta$$

$$0/4 = 1/7 \times 10^{-5} \times 50 \times \Delta\theta + 2/3 \times 10^{-5} \times 50 \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow 0/4 = \Delta\theta \times 50 \times 10^{-5} (1/7 + 2/3) \Rightarrow \Delta\theta = 200^\circ\text{C}$$

تغییرات دما برحسب کلونین و سلسیوس یکسان است بنابراین $\Delta T = 200^\circ\text{K}$.

B ۸۳۸ ۱

مجموع افزایش طول دو قطعه مس و آلومینیوم باید $2/4 \text{mm}$ شود.

طول اولیه میله‌ها و افزایش دمای آنها برابر است:

$$\Delta L_{Al} + \Delta L_{Cu} = 2/4 \text{mm}$$

$$L_1 \alpha_{Al} \Delta\theta + L_1 \alpha_{Cu} \Delta\theta = 2/4 \text{mm}$$

$$L_1 \Delta\theta (\alpha_{Al} + \alpha_{Cu}) = 2/4 \times 10^{-3}$$

$$60 \times 10^{-2} \Delta\theta (2/3 \times 10^{-5} + 1/7 \times 10^{-5}) = 2/4 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{2/4 \times 10^{-3}}{60 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-5}} = 100^\circ\text{C}$$

B ۸۳۹ ۱

وقتی به جسمی گرما داده شود، طول آن در تمام جهات افزایش پیدا خواهد کرد. به دلیل دو دیواره ثابت نقطه A به طرف راست و نقطه B به طرف بالا تغییر طول خواهد داشت. از طرفی در هر جهت تغییر طول طبق رابطه $\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta$ خواهد بود، پس وقتی طول اولیه رأس B، نصف طول اولیه رأس A است، تغییر طول آن نصف تغییر طول A خواهد بود:

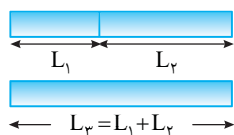
$$\Delta L_B = \frac{1}{2} \Delta L_A = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{mm}$$

B ۸۴۰ ۳

خط فکری می‌خواهیم در هر دمایی رابطه $L_3 = L_1 + L_2$ برقرار باشد. برای این

منظور باید مجموع تغییر طول میله‌های (۱) و (۲) با تغییر طول میله (۳) برابر باشد. از

این رو می‌توان نوشت:



$$\Delta L_3 = \Delta L_1 + \Delta L_2 \Rightarrow$$

$$L_3 \alpha_3 \Delta\theta = L_1 \alpha_1 \Delta\theta + L_2 \alpha_2 \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \alpha_3 = \frac{L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2}{L_3}$$

۴ ۸۴۵ B

خط فکری وقتی بیان می‌شود که در اثر افزایش دما طول ۱٪ افزایش یافته یعنی $\Delta L = \frac{0.17}{100} L_1$ است و می‌توان ضریب انبساط طولی مس را از این رابطه به دست آورد و سپس به کمک ضریب انبساط طولی مشخص کرد که مساحت ورقه چند برابر می‌شود.

$$\Delta L = L \alpha \Delta \theta \Rightarrow \frac{0.17}{100} L = L \alpha \times 10^{-5} \Rightarrow \alpha = 1.7 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

۱ ضریب انبساط طولی مس خواهد شد:

$$A_2 = A_1 (1 + 2\alpha \Delta \theta) \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 1 + 2\alpha \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 1 + 2 \times 1.7 \times 10^{-5} \times 10^{-5} \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 1.00034$$

میانبر به ازای تغییر دمای یکسان برای جسمی درصد تغییرات طولی $\alpha \Delta \theta \times 100$ و درصد تغییرات سطحی $2\alpha \Delta \theta \times 100$ خواهد بود. بنابراین:

$$\alpha \Delta \theta \times 100 = 1.7 \times 10^{-2} \Rightarrow \alpha \Delta \theta = 1.7 \times 10^{-4}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = 1 + 2\alpha \Delta \theta \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 1 + 2 \times 1.7 \times 10^{-4} = 1.00034$$

۳ ۸۴۶ B

خط فکری با توجه به رابطه $\Delta A = 2\alpha \Delta \theta$ برای اجسام هم جنس که ضریب انبساط یکسانی دارند، هر قدر ابعاد یک جسم بزرگتر باشد، در اثر میزان مشخص افزایش دما، انبساط آن بیشتر خواهد بود. در صورت مسئله بیان شده که بیشترین و کمترین انبساط سطح به ترتیب مربوط به صفحه C و صفحه B است، بنابراین صفحه C باید از دیگر صفحه‌ها بزرگتر باشد و صفحه B باید از دیگر سطوح کوچکتر باشد. مساحت این صفحات را بررسی می‌کنیم.

$$A_A = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$$

مساحت صفحه A:

$$A_B = 2L_1 \text{ cm}^2$$

مساحت صفحه B:

$$A_C = 2L_2 \text{ cm}^2$$

مساحت صفحه C:

$$A_D = 4 \times 2.5 = 10 \text{ cm}^2$$

مساحت صفحه D:

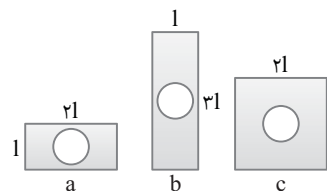
طبق خط فکری مساحت صفحه C باید از 16 cm^2 بزرگتر باشد:

$$A_C > A_A \Rightarrow 2L_2 > 16 \Rightarrow L_2 > 8 \text{ cm}$$

و مساحت صفحه B باید از 10 cm^2 کمتر باشد.

$$A_B < A_D \Rightarrow 2L_1 < 10 \Rightarrow L_1 < 5 \text{ cm}$$

بازی با سوال شکل زیر سه صفحه فلزی هم جنس را در یک دما، نشان می‌دهد. اگر حفره‌های موجود در هر سه صفحه هم‌اندازه باشند، با افزایش دمای یکسان سطح کدام صفحه و سطح کدام حفره بیشتر از بقیه افزایش خواهد یافت؟



a, c (۱)

c, a (۲)

a, b (۳)

c, هر سه حفره یکسان (۴)

افزایش سطح می‌یابند.

۴ ۸۴۷ B

افزایش دمای دو ورقه را بر حسب $^\circ\text{C}$ به دست می‌آوریم.

$$\Delta T_A = 400 \text{ K} \xrightarrow{\Delta T_A = \Delta \theta} \Delta \theta_A = 400 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta F_B = 270 \text{ } ^\circ\text{F} \xrightarrow{\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta} 270 = \frac{9}{5} \Delta \theta_B \Rightarrow \Delta \theta_B = 150 \text{ } ^\circ\text{C}$$

۱ ۸۴۱ B

با توجه به فرض مسئله اختلاف طول میله‌ها 20 cm بوده است.

$$L_2 - L_1 = 20 \text{ cm} \quad (1)$$

پس از گرم کردن میله‌ها مجموع طول ثانویه آن‌ها برابر است با: $L'_2 + L'_1 = 400.8$

با توجه به رابطه انبساط طولی $L_2 = L_1(1 + \alpha \Delta \theta)$ خواهیم داشت:

$$L_2(1 + \alpha \Delta \theta) + L_1(1 + \alpha \Delta \theta) = 400.8$$

$$\xrightarrow{\text{از } 1 + \alpha \Delta \theta \text{ فاکتور می‌گیریم}} (L_2 + L_1)(1 + \alpha \Delta \theta) = 400.8 \Rightarrow$$

$$(L_2 + L_1)(1 + 2 \times 10^{-5} \times 100) = 400.8 \Rightarrow (L_2 + L_1) = \frac{400.8}{1.002} \Rightarrow$$

$$L_2 + L_1 = 4 \text{ m} \quad (2)$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) یک دستگاه دو معادله دو مجهول داریم:

$$\begin{cases} L_2 - L_1 = 20 \text{ cm} \\ L_2 + L_1 = 400 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow 2L_2 = 420$$

$$\Rightarrow L_2 = 210 \text{ cm} = 2.1 \text{ m}, L_1 = 190 \text{ cm} = 1.9 \text{ m}$$

۱ ۸۴۲ A

خط فکری با افزایش دما، مساحت قرص فلزی یک درصد افزایش یافته است،

$$\text{یعنی } \Delta A = \frac{1}{100} A_1 \text{ است.}$$

با توجه به رابطه انبساط سطحی جامدات خواهیم داشت:

$$\Delta A = A_1(2\alpha)\Delta\theta \Rightarrow \frac{1}{100} A_1 = A_1(2\alpha) \times 250 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{50000} = 2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

میانبر درصد تغییرات سطح یک جسم بر حسب درصد برابر است با:

$$\Delta A \times 100 \xrightarrow{\Delta A = A_1 2\alpha \Delta \theta} 2\alpha \Delta \theta \times 100$$

$$\Rightarrow 1 = 2\alpha \times 250 \times 100 \Rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

۴ ۸۴۳ A

ابتدا دمای 527°C را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T_2 = 273 + \theta_2 \Rightarrow T_2 = 273 + 527 = 800 \text{ K}$$

بنابراین دمای ورقه از 500 K به 800 K رسیده و دمای ورقه 300 K افزایش یافته است.

حال با توجه به رابطه انبساط سطحی داریم:

$$\Delta A = A_1(2\alpha)\Delta T$$

$$\Rightarrow 27 \times 10^{-3} \text{ mm}^2 = (40 \text{ mm} \times 50 \text{ mm})(2\alpha)(800 - 500) \Rightarrow 2\alpha = 4/5 \times 10^{-7} (\text{K}^{-1})$$

بازی با سوال ضریب انبساط سطحی فلزی $10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ است. اگر

شعاع صفحه‌ای دایره‌ای شکل از آن فلز در دمای صفر درجه سلسیوس 1 m

باشد، افزایش قطر آن در دمای 100°C چند میلی‌متر می‌شود؟ **ریاضی - ۹۳**

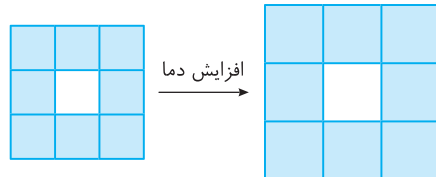
- ۱) ۵/۰ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) ۲

۴ ۸۴۴ A

خط فکری در هر جسم جامد اگر حفره‌ای وجود داشته باشد، برای بررسی انبساط

حفره، آن را به صورت جسمی هم جنس با جسم جامد فرض کرده و مسئله را حل

می‌کنیم. به شکل زیر دقت کنید.



مساحت ثانویه حفره خواسته شده است. بنابراین:

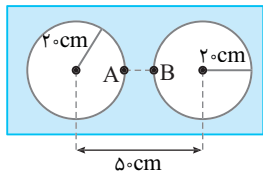
$$A_2 = A_1(1 + 2\alpha \Delta \theta) \Rightarrow A_2 = 50(1 + 2(2 \times 10^{-5}) \times 80) \Rightarrow A_2 = 50(1 + 32 \times 10^{-5}) = 50/184 \text{ cm}^2$$



بازی با سؤال در شکل زیر صفحه از جنس فلزی به ضریب انبساط

سطحی $5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ است. اگر دما به‌طور یکنواخت 60°C افزایش یابد،

فاصله بین A و B چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) 15% درصد کاهش می‌یابد.

(۲) 15% درصد افزایش می‌یابد.

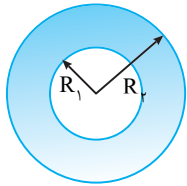
(۳) 3% درصد کاهش می‌یابد.

(۴) 3% درصد افزایش می‌یابد.

گزینۀ ۲

۱ ۸۵۱ B

می‌خواهیم هنگام انبساط دو ورقه، اختلاف مساحت آن‌ها یعنی مساحت قسمت رنگی ثابت بماند. در این صورت باید افزایش مساحت (ΔA) هر دو ورقه در هر دمایی ثابت بماند، بنابراین:



$$\Delta A_1 = \Delta A_2$$

$$\Rightarrow \pi R_1^2 \times \alpha_1 \times \Delta\theta = \pi R_2^2 \times \alpha_2 \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{R_1^2}{R_2^2} \Rightarrow \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{25}{36}$$

۲ ۸۵۲ A

تغییر حجم جسم جامد از رابطه $\Delta V = V_1 \times \alpha \times \Delta\theta$ به دست می‌آید که α ضریب انبساط طولی است:

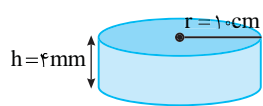
$$\Delta V = V_1 \times \alpha \times \Delta\theta \Rightarrow \frac{V_1 = 1000 \text{ cm}^3}{\Delta V = 1 \text{ cm}^3} \rightarrow 1/1000 = \alpha \times 120 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{120000}$$

$$\alpha = \frac{1/1}{1000 \times 3 \times 120} = \frac{1/1}{360000} = \frac{1}{360000} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{360000} \times 10^{-6} = \frac{1}{36} \times 10^{-6} = \frac{1}{225} \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2/225 \times 10^{-6} (\text{K}^{-1})$$

۴ ۸۵۳ A

ابتدا حجم قرص فلزی را قبل از انبساط حساب می‌کنیم:



$$V_1 = \pi r^2 h \xrightarrow{r=1 \text{ cm}, h=4 \text{ mm}} \rightarrow$$

$$V_1 = 3 \times 10^{-2} \times 4/4$$

$$V_1 = 1/2 \times 10^{-2} \text{ cm}^3$$

تغییر حجم قرص از رابطه $\Delta V = V_1 \alpha \Delta\theta$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$\Delta V = V_1 (\alpha \Delta\theta) \Rightarrow \Delta V = 1/2 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-6} \times 100 = 1/8 \text{ cm}^3$$

۴ ۸۵۴ A

ابتدا حجم میله را حساب می‌کنیم.

سپس تغییر دما را بر حسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 27^\circ\text{F}, \quad \Delta F = \frac{9}{5} \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 4^\circ\text{C}$$

حال تغییر حجم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V = V_1 \times \alpha \Delta\theta \Rightarrow \Delta V = 2000 \times 3 \times 6 \times 10^{-6} \times 4 = 1/44 \text{ cm}^3$$

۲ ۸۵۵ A

ضریب انبساط طولی (α)، $3 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ داده شده پس ضریب انبساط حجمی یعنی

α برابر $9 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌شود، همچنین تغییرات دما 200°C است. چون در سؤال

گفته شده، دما 200°C افزایش یافته است.

بیاوریم درصد تغییرات حجمی برابر $\alpha \Delta\theta \times 100$ است:

$$\text{درصد تغییرات حجمی} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 \Rightarrow \text{درصد تغییرات حجمی} = \frac{V_1 \alpha \Delta\theta}{V_1} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات حجمی} = 9 \times 10^{-5} \times (200) \times 100 \Rightarrow \text{درصد تغییرات حجمی} = 1/8\%$$

رابطه انبساط سطحی جامد را می‌نویسیم:

$$\Delta S = S_1 (\alpha \Delta\theta) \Rightarrow \frac{\Delta S_A = S_A (\alpha_A \Delta\theta_A)}{\Delta S_B = S_B (\alpha_B \Delta\theta_B)}$$

$$\frac{\Delta S_A}{\Delta S_B} = \frac{S_A \alpha_A \Delta\theta_A}{S_B \alpha_B \Delta\theta_B}$$

داده‌های مسئله را جای گذاری می‌کنیم

$$(\Delta S_A = 2 \Delta S_B, \alpha_A = 4 \alpha_B)$$

$$\frac{2}{3} = \frac{S_A}{S_B} \times \frac{4 \alpha_B}{\alpha_B} \times \frac{400}{150} \Rightarrow \frac{S_B}{S_A} = \frac{16}{3}$$

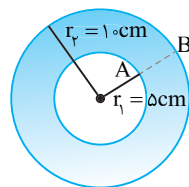
۱ ۸۴۸ B

ابتدا مساحت حفره را حساب می‌کنیم:

اکنون تغییر سطح را حساب می‌کنیم:

$$\Delta A = A_1 \times \alpha \Delta\theta \Rightarrow \Delta A = 48 \times 4 / 8 \times 10^{-5} \times 250 \Rightarrow \Delta A = 0.576 \text{ cm}^2$$

۴ ۸۴۹ B



با افزایش دما مساحت سطح رنگی و فاصله بین

نقاط A و B افزایش می‌یابد. ابتدا افزایش سطح

را محاسبه می‌کنیم. برای این منظور مساحت سطح

رنگی اولیه را به دست می‌آوریم:

برای به دست آوردن مساحت قسمت رنگی، مساحت

دایره بزرگ با شعاع $r_2 = 10 \text{ cm}$ و مساحت دایره کوچک با شعاع $r_1 = 5 \text{ cm}$ را

به دست آورده و از هم کم می‌کنیم:

$$A_{\text{رنگی}} = \pi (r_2^2 - r_1^2) \Rightarrow A = \pi (100 - 25) = 225 \text{ cm}^2$$

اکنون انبساط سطحی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta A_{\text{رنگی}} = A_{\text{رنگی}} \times \alpha \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta A_{\text{رنگی}} = 225 \times 2 \times 10^{-5} \times 400 = 0.18 \text{ cm}^2$$

افزایش فاصله دو نقطه A و B به معنای انبساط یک میله به طول

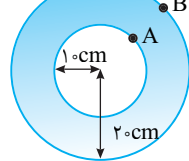
$L_{AB} = r_2 - r_1 = 10 - 5 = 5 \text{ cm}$ است، بنابراین افزایش فاصله A و B برابر است با:

$$\Delta L_{AB} = \alpha \times L_{AB} \times \Delta\theta = 1/5 \times 10^{-5} \times 5 \times 400 = 0.04 \text{ cm}$$

بازی با سؤال در شکل زیر، دمای صفحه فلزی را به اندازه 20° درجه

سلسیوس افزایش می‌دهیم. فاصله نقاط A و B چگونه تغییر می‌کند؟ (ضریب

انبساط سطحی فلز $3 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)



۱ ۸۵۰ B

(۱) 0.3% میلی‌متر افزایش

(۲) 0.3% میلی‌متر کاهش

(۳) 0.6% میلی‌متر افزایش

(۴) ثابت می‌ماند.

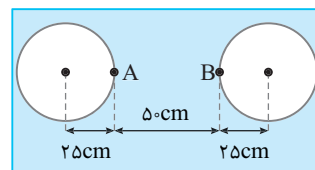
۳ ۸۵۰ B

در اثر افزایش دما فاصله A تا B شبیه یک میله دارای انبساط طولی خواهد بود بنابراین:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta = 50 \times \frac{3}{6} \times 10^{-5} \times 200 \Rightarrow \Delta L_{AB} = 0.18 \text{ cm}$$

طول AB خواهد شد:

$$L_2 = L_1 + \Delta L \Rightarrow L_2 = 50.18 \text{ cm} = 50.18 \text{ mm}$$



دقت کردید به اینکه به سؤال ضریب انبساط سطحی یعنی α داده شده بود اما برای حل سؤال

نیاز به ضریب انبساط طولی یا α داشتیم و در رابطه به جای α ، $\frac{3}{6} \times 10^{-5}$ قرار دادیم.

با توجه به خط فکری بیان شده با افزایش دمای یکسان، انبساط دو کره A و B برابر است $(\Delta V_A = \Delta V_B)$.

بازی با سؤال: دمای کره مسی توپر A به شعاع r و کره مسی توخالی B

به شعاع داخلی $\frac{r}{2}$ و خارجی r را به طور یکسان بالا می‌بریم. افزایش حجم مس

به کار رفته در کره A چند برابر افزایش حجم مس به کار رفته در کره B است؟

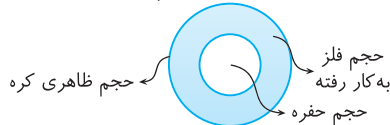
$$\frac{1}{8} \quad (4) \quad \frac{1}{8} \quad (2) \quad \frac{1}{8} \quad (3) \quad \frac{1}{8} \quad (1)$$

گزینه ۲

۱ ۸۶۰ B

خط فکری: برای یک کره توخالی با سه حجم متفاوت روبه‌رو هستیم:

تغییر حجم فضای توخالی کره را به دست می‌آوریم.



$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta \rightarrow V_1 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow \Delta V = \frac{4}{3} \pi r^3 \beta \Delta \theta$$

برای یافتن تغییر حجم فلز به کار برده شده در کره، ابتدا حجم فلز را حساب می‌کنیم.

$$V_m = \frac{4}{3} \pi r_o^3 - \frac{4}{3} \pi r_i^3 \rightarrow \frac{r_i}{r_o} = \frac{r}{2r}$$

$$V_{1m} = \frac{4}{3} \pi [(2r)^3 - r^3] \Rightarrow V_{1m} = \frac{4}{3} \pi (7r^3) = \frac{28}{3} \pi r^3$$

اکنون تغییر حجم فلز را حساب می‌کنیم.

$$\Delta V_m = V_{1m} \beta \Delta \theta \Rightarrow \Delta V_m = \frac{28}{3} \pi r^3 \beta \Delta \theta$$

نسبت تغییر حجم فضای توخالی به تغییر حجم فلز برابر خواهد شد با:

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_m} = \frac{\frac{4}{3} \pi r^3 \beta \Delta \theta}{\frac{28}{3} \pi r^3 \beta \Delta \theta} \Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta V_m} = \frac{1}{7}$$

میانبر: $\Delta \theta$ و α یکسان است از این رو می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_m} = \frac{V_1}{V_{1m}}$$

۲ ۸۶۱ B

خط فکری: توخالی یا توپر بودن مکعب تأثیر روی انبساط اضلاع آن در یک تغییر

دمای معین نخواهد داشت.

۱ با افزایش دما طول ضلع مکعب 1 mm افزایش می‌یابد بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \xrightarrow{L_1 = 1 \text{ cm}} 0.1 \times 10^{-3} = 1 \times 10^{-4} \Rightarrow \alpha \Delta \theta = 10^{-4} \Rightarrow \alpha \Delta \theta = 10^{-4}$$

۲ باید نسبت حجم ثانویه حفره به حجم اولیه آن را حساب کنیم از این رو:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1 (1 + 3\alpha \Delta \theta)}{V_1} = 1 + 3\alpha \Delta \theta \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 1 + 3 \times 10^{-4} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 1.0003$$

۲ ۸۶۲ B

ضریب انبساط طولی یعنی انبساط طول واحد طول جسم در اثر یک درجه افزایش دما. تغییر دما در درجه‌بندی سلسیوس و کلونین یکسان است $(\Delta T = \Delta \theta)$ و تغییر دما در

درجه‌بندی فارنهایت $\frac{9}{5}$ تغییر دما در درجه‌بندی سلسیوس و کلونین است.

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \xrightarrow{\Delta \theta = \Delta T} \Delta F = \frac{9}{5} \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{5}{9} \Delta F$$

یعنی وقتی دما 1°F تغییر می‌کند، تغییر دما در کلونین $\frac{5}{9}$ است.

$$3\alpha_F = \frac{5}{9} (3\alpha_K) \Rightarrow \beta_F = \frac{5}{9} \beta_K$$

۲ ۸۵۶ B

یادآوری: درصد افزایش حجم جسم در اثر افزایش دما خواهد شد:

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{V_1 3\alpha \Delta \theta}{V_1} \times 100 = 3\alpha \Delta \theta \times 100$$

با توجه به یادآوری بالا مسئله به راحتی قابل حل است.

$$3\alpha \Delta \theta \times 100 = 3 \times (2 \times 10^{-5}) \times (250 - 0) \times 100 = 1500 \times 10^{-5} \times 100$$

درصد تغییرات حجم = ۱/۵٪

بنابراین حجم ۱/۵٪ درصد افزایش می‌یابد.

بازی با سؤال: ضریب انبساط طولی فلزی 10^{-5} K^{-1} است. اگر دمای

قطعه‌ای از این فلز را 100°C افزایش دهیم، حجم آن چند درصد افزایش

می‌یابد؟

$$\frac{1}{100} \quad (1) \quad \frac{1}{300} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (3) \quad \frac{1}{4} \quad (4) \quad \frac{1}{94} \quad (5)$$

۴ ۸۵۷ B

خط فکری: درصد تغییرات یک کمیت یعنی نسبت تغییرات آن کمیت به مقدار

اولیه آن ضرب در صد. البته نگران این جمله عجیب نباشید یعنی:

$$\text{درصد تغییر طول} = \frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \frac{L_1 \alpha \Delta \theta}{L_1} \times 100 = (\alpha \Delta \theta) \times 100$$

$$\text{درصد تغییر حجم} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{V_1 (3\alpha) \Delta \theta}{V_1} \times 100 = (3\alpha) \Delta \theta \times 100$$

اگر این دو رابطه را بر هم تقسیم کنید به نتیجه زیر می‌رسید:

$$\frac{\text{درصد تغییر حجم}}{\text{درصد تغییر طول}} = \frac{(3\alpha \Delta \theta) \times 100}{(\alpha \Delta \theta) \times 100} = 3$$

برای نسبت تغییرات سطح به تغییرات طول نیز می‌توان به نتیجه زیر رسید:

$$\frac{\text{درصد تغییر سطح}}{\text{درصد تغییر طول}} = \frac{(2\alpha \Delta \theta) \times 100}{(\alpha \Delta \theta) \times 100} = 2$$

اکنون مسئله به راحتی قابل حل است.

$$\frac{\text{درصد تغییر حجم}}{\text{درصد تغییر طول}} = 3 \Rightarrow \frac{\text{درصد تغییر حجم}}{1\%} = 3 \Rightarrow \text{درصد تغییر حجم} = 3\%$$

پیشنهاد می‌کنیم نتایج به دست آمده را به خاطر بسپارید.

۴ ۸۵۸ B

درصد تغییرات حجمی کره برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات حجم} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{V_1 (3\alpha) \Delta \theta}{V_1} \times 100 \xrightarrow{\Delta \theta = 80^\circ \text{C}}$$

$$0.8 = (3\alpha) \times \Delta \theta \times 100 \Rightarrow 0.8 = (3\alpha) \times 80 \times 100 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3} \times 10^{-5}$$

درصد تغییرات سطحی کره برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات سطح} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = \frac{A_1 (2\alpha) \Delta \theta}{A_1} \times 100 \xrightarrow{\Delta \theta = 60^\circ, \alpha = \frac{1}{3} \times 10^{-5}}$$

$$\text{درصد تغییرات سطح} = 2\alpha \Delta \theta \times 100$$

$$\text{درصد تغییرات سطح} = \left(\frac{2}{3} \times 10^{-5}\right) \times 60 \times 100 = 0.4\%$$

میانبر: نسبت درصد تغییرات سطح به درصد تغییرات حجم برابر است با:

$$\frac{\text{درصد تغییرات سطح}}{\text{درصد تغییرات حجم}} = \frac{2 \Delta \theta}{3 \Delta \theta} = \frac{2}{3}$$

۱ ۸۵۹ A

خط فکری: دو کره هم جنس و دارای شعاع یکسان هستند. البته یکی توپر (A)

و دیگری توخالی (B) است، اما با افزایش یکسان دما $(\Delta \theta_A = \Delta \theta_B)$ همواره هر دو

کره به یک اندازه منبسط می‌شوند و توپر و توخالی بودن جسم تأثیری در رابطه

$\Delta V = V_1 (3\alpha) \Delta \theta$ نخواهد داشت.



اکنون $\alpha\Delta\theta$ را در رابطه چگالی قرار می‌دهیم:

$$\rho_r = \frac{\rho_1}{1 + 3 \times 10^{-3}} \Rightarrow \rho_r = \frac{\rho_1}{1.003} = 0.997 \rho_1 \Rightarrow \Delta\rho = \rho_r - \rho_1 = -0.003 \rho_1 \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_1} = -0.003 = -0.3\%$$

روش دوم: با توجه به رابطه $\rho_r = \rho_1(1 - \beta\Delta\theta)$ درصد تغییرات برابر است با:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_1} \times 100 = \frac{\rho_1(1 - 3\alpha\Delta\theta) - \rho_1}{\rho_1} \times 100 \Rightarrow$$

$$\text{درصد تغییرات چگالی} = -3\alpha\Delta\theta \times 100$$

درصد تغییرات طول برابر $1/100$ درصد است:

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = (\alpha\Delta\theta) \times 100 = 0.1$$

$$\text{درصد تغییرات چگالی} = -3\alpha\Delta\theta \times 100 = -3(\alpha\Delta\theta \times 100) = -0.3\%$$

بنابراین چگالی 0.3% درصد کاهش یافته است.

بازی با سؤال: در اثر افزایش دما، چگالی میله‌ای n درصد کاهش می‌یابد، طول میله چند برابر می‌شود؟

آزمون مدارس برتر

$$1 + \frac{n}{300} \quad (4) \quad 1 + \frac{n}{100} \quad (3) \quad \frac{n}{300} \quad (2) \quad \frac{n}{100} \quad (1)$$

گزینه ۴

B ۸۶۷ ۳

یکای ضریب انبساط طولی بر حسب دمای کلون داده شده است، بنابراین تغییر دما را بر حسب K یا $^{\circ}\text{C}$ به دست می‌آوریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{5}{9} \times 36 = 20^{\circ}\text{C}$$

به کمک رابطه چگالی بر حسب دما می‌توان نوشت:

$$\rho_r = \rho_1(1 - \beta\Delta T), \frac{\Delta\rho}{\rho_1} = -\beta\Delta T, \beta = 3\alpha = 18 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$$

$$\text{درصد تغییر چگالی} = -\beta\Delta T \times 100 = -(18 \times 10^{-5}) \times (200) \times 100 = -3.6\%$$

B ۸۶۸ ۳

۱ چگالی جسم را در دمای $^{\circ}\text{C}$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \rho = \frac{m}{V} \\ V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 1^3 = 4\text{cm}^3 \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{4\text{g}}{4\text{cm}^3} \Rightarrow \rho = 1\text{g/cm}^3$$

۲ تغییر چگالی برابر است با:

$$\rho_r = \rho_1(1 - 3\alpha\Delta\theta) \Rightarrow \rho_r = \rho_1 - \rho_1(3\alpha)\Delta\theta \Rightarrow \Delta\rho = -\rho_1(3\alpha)\Delta\theta$$

دقت کنید چون تغییر چگالی را بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب می‌خواهد، باید چگالی در دمای $^{\circ}\text{C}$ را بر حسب kg/m^3 قرار دهیم:

$$\rho_1 = 1\text{g/cm}^3 \times 1000 = 1000\text{kg/m}^3$$

$$\Delta\rho = -\rho_1(3\alpha)\Delta\theta \Rightarrow \Delta\rho = -1000 \times (9 \times 10^{-5}) \times 100 = -99\text{kg/m}^3$$

بنابراین چگالی جسم 99kg/m^3 کاهش یافته است.

B ۸۶۹ ۳

بیاوریم: با توجه به رابطه انبساط حجمی جامدات و تعریف چگالی می‌توان نوشت:

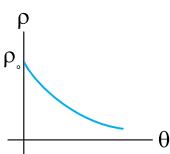
$$V_r = V_1(1 + 3\alpha\Delta\theta)$$

$$\left(\rho = \frac{m}{V}, m = \text{ثابت}\right) \Rightarrow \frac{\rho_r}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_r}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_r}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_1(1 + 3\alpha\Delta\theta)} \Rightarrow \rho_r = \frac{\rho_1}{1 + 3\alpha\Delta\theta}$$

اگر دمای اولیه $\theta = 0$ باشد:

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + 3\alpha\Delta\theta}, \quad \theta = 0 \Rightarrow \rho = \rho_0, \quad \theta \rightarrow \infty \Rightarrow \rho \rightarrow 0$$



B ۸۶۳ ۴

خط فکری: رابطه افزایش حجم به صورت $\Delta V = V_1 3\alpha\Delta\theta$ است. دقت کنید

که در این رابطه یکای ΔV و V_1 یکسان و یکای α و $\Delta\theta$ معکوس یکدیگرند.

بنابراین اگر یکای α به صورت $\frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ باشد، تغییر دما باید بر حسب $^{\circ}\text{C}$ باشد و اگر

یکای α به صورت $\frac{1}{^{\circ}\text{F}}$ باشد، تغییر دما باید بر حسب $^{\circ}\text{F}$ باشد.

۱ برای کره A، ضریب انبساط طولی $5 \times 10^{-5} \text{C}^{-1}$ و تغییر دما 50°C است:

$$\Delta V_A = V_1 3\alpha_A \Delta\theta_A \Rightarrow \Delta V_A = V_1(6 \times 10^{-5})(50) \Rightarrow \Delta V_A = V_1(3 \times 10^{-3})$$

۲ برای کره B، ضریب انبساط طولی برابر $4 \times 10^{-5} \text{F}^{-1}$ است، بنابراین تغییر

دما را باید بر حسب درجه فارنهایت به دست آوریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} \times 50 \Rightarrow \Delta F = 90^{\circ}\text{F}$$

$$\Delta V_B = V_1 3\alpha_B \Delta\theta_B \Rightarrow \Delta V_B = V_1(12 \times 10^{-5})(90) \Rightarrow \Delta V_B = V_1(1.08 \times 10^{-3})$$

۳ شعاع هر دو کره در ابتدا یکسان است، بنابراین حجم اولیه دو کره با هم

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_1(3 \times 10^{-3})}{V_1(1.08 \times 10^{-3})} = \frac{1}{3.6} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

برابر است:

B ۸۶۴ ۳

وقتی جسمی گرم می‌شود، فاصله بین مولکولی ذرات آن افزایش یافته و جسم در همه استاها افزایش طول خواهد داشت، در نتیجه قطر داخلی، قطر خارجی، ارتفاع و ضخامت

فلز افزایش می‌یابد، بنابراین بر حجم آن نیز اضافه خواهد شد و مطابق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$

با توجه به ثابت ماندن m ، چگالی و حجم با هم رابطه عکس دارند و با افزایش حجم، چگالی کاهش خواهد یافت.

بازی با سؤال: اگر دمای یک لوله مسی به تدریج افزایش یابد، کدام

کمیت وابسته به آن کاهش می‌یابد؟

۱ چگالی ۲ قطر خارجی ۳ قطر داخلی ۴ چگالی و قطر داخلی

گزینه ۱

B ۸۶۵ ۲

با توجه به رابطه چگالی با دما داریم:

$$\rho_r = \rho_1(1 - \beta\Delta T) \Rightarrow \frac{\rho_r}{\rho_1} = 1 - \beta\Delta T = 1 - 2/5 \times 10^{-5} \times 400 = 1 - 0.016 = 0.984$$

البته می‌توانستید از رابطه زیر نیز استفاده کنید.

$$\rho_r = \frac{\rho_1}{1 + \beta\Delta T} \Rightarrow \frac{\rho_r}{\rho_1} = \frac{1}{1 + \beta\Delta T} \Rightarrow \frac{\rho_r}{\rho_1} = \frac{1}{1 + 2/5 \times 10^{-5} \times 400} = \frac{1}{1.016} \approx 0.984$$

بازی با سؤال: دمای جسم جامدی را 100°C تغییر داده‌ایم. بدون

تغییر فاز جسم، چگالی آن از $3/9\text{g/cm}^3$ به 3g/cm^3 کاهش می‌یابد. ضریب

انبساط خطی جسم جامد بر حسب K^{-1} چند است؟

۱ 10^{-4} ۲ 3×10^{-4} ۳ 10^{-5} ۴ 3×10^{-5}

گزینه ۱

B ۸۶۶ ۲

روش اول: ابتدا رابطه چگالی و دما را می‌نویسیم:

$$V_r = V_1(1 + 3\alpha\Delta\theta) \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} \rho_r = \frac{\rho_1}{1 + 3\alpha\Delta\theta}$$

اگر بخواهیم رابطه بین ρ_1 و ρ_r را به دست آوریم، باید $\alpha\Delta\theta$ را محاسبه کنیم. پس

از داده‌های مسئله استفاده می‌کنیم:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta \xrightarrow{\frac{\Delta L}{L_1} = \frac{0.1}{100}} \frac{0.1}{100} L_1 = L_1 \alpha \Delta\theta \Rightarrow \alpha \Delta\theta = 10^{-3}$$

۱ ۸۷۳ B

ضریب انبساط حجمی مایعات از ضریب انبساط حجمی جامدها بیشتر است. با توجه به سؤال حجم جسم جامد و مایع یکسان بوده و همچنین افزایش دماها یکسان است:

$$\Delta V_{\text{جامد}} = V_{\text{جامد}} \beta_{\text{جامد}} \Delta \theta \quad \beta_{\text{جامد}} > \beta_{\text{مایع}} \rightarrow \Delta V_{\text{مایع}} > \Delta V_{\text{جامد}}$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_{\text{مایع}} \beta_{\text{مایع}} \Delta \theta$$

۴ ۸۷۴ A

انبساط تانکر ناچیز فرض شده است، بنابراین تنها انبساط مایع را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta \quad \beta = 10^{-3} \text{ K}^{-1}, V_1 = 4 \times 10^4 \text{ L} \rightarrow \Delta V = 4 \times 10^4 \times 10^{-3} \times 25$$

$$\Rightarrow \Delta V = 1000 \text{ L}$$

در این صورت حجم نفت در محل تخلیه برابر است با:

$$V_f = V_1 + \Delta V \Rightarrow V_f = 4 \times 10^4 + 1000 = 41 \times 10^3 \text{ L}$$

۳ ۸۷۵ A

دقت کنید با توجه به افزایش جگالی، حجم مایع باید کاهش یافته باشد، در واقع دما کاهش یافته و تغییر دما منفی است.

$$\Delta \rho = -\rho_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow \Delta \rho / \rho_1 = -\beta \Delta \theta \Rightarrow \beta \Delta \theta = \frac{\Delta \rho / \rho_1}{-\beta} \Rightarrow \beta \Delta \theta = \frac{-1}{3}$$

با توجه به مقدار $\beta \Delta \theta$ به دست آمده تغییر حجم مایع را به دست می‌آوریم. به دلیل آنکه تغییر حجم برحسب لیتر خواسته شده در رابطه $\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta$ ، یکای حجم اولیه را

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta \quad V_1 = 2000 \text{ L} \rightarrow \Delta V = 2000 \times (\beta \Delta \theta)$$

$$\Rightarrow \Delta V = 2000 \times \left(\frac{-1}{3}\right) = -1000 \text{ L}$$

۲ ۸۷۶ A

خط فکری وقتی طرفی از مایع پر شده باشد با توجه به اینکه ضریب انبساط حجمی مایع از طرف بیشتر است، با افزایش دما حجم مایع بیشتر از حجم ظرف افزایش می‌یابد و این اختلاف در افزایش حجم باعث می‌شود مقداری مایع از ظرف سرریز شود. ابتدا انبساط جیوه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V_{\text{جیوه}} = V_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow \Delta V_{\text{جیوه}} = 200 \times 10^{-4} \times 30 \Rightarrow \Delta V_{\text{جیوه}} = 10^{-3} \text{ cm}^3$$

سپس انبساط ظرف را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_1 (\alpha \Delta \theta) \Rightarrow \Delta V_{\text{ظرف}} = 200 \times 3 \times 10^{-5} \times 30 = 10^{-3} \text{ cm}^3$$

در این صورت مقدار جیوه‌ای که بیرون می‌ریزد برابر تفاضل تغییر حجم جیوه و تغییر حجم ظرف، یعنی انبساط ظاهری جیوه است:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = 10^{-3} \text{ cm}^3$$

میانبر اگر ظرفی به ضریب انبساط طولی α از مایعی با ضریب انبساط حجمی β پر شده باشد و با افزایش دما مقدار سرریز $\Delta V_{\text{سرریز}}$ مایع از ظرف سرریز شود، داریم:

$$\Delta V_{\text{سرریز}} = V(\beta - 3\alpha) \Delta \theta$$

بازی با سؤال در دمای صفر درجه سلسیوس، حجم ظرفی شیشه‌ای توسط یک لیتر جیوه کاملاً پر شده است. هنگامی که دمای مجموعه را به 80°C می‌رسانیم 12 cm^3 جیوه از ظرف خارج می‌شود. اگر ضریب انبساط حجمی جیوه $1/8 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ باشد، ضریب انبساط خطی شیشه در SI کدام است؟ **ریاضی - ۸۶**

$$1) \quad 1/2 \times 10^{-4} \quad 2) \quad 10^{-4} \quad 3) \quad 10^{-5} \quad 4) \quad 3 \times 10^{-5}$$

۳ گزینه

۲ ۸۷۷ B

انبساط حجم ظرف - انبساط حجم گلیسرین = حجم گلیسرین سرریز شده

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta - V_1 (\alpha \Delta \theta) = V_1 (\beta - \alpha) \Delta \theta$$

$$\Delta V = 500 \times (5 \times 10^{-4} - 3 \times 23 \times 10^{-6}) \times (40 - 20)$$

$$\Delta V = 500 \times (5 \times 10^{-4} - 69 \times 10^{-6}) \times 20$$

$$\Delta V = 4/3 \text{ cm}^3 \sim 4/3 \text{ cm}^3$$

بازی با سؤال اگر از رابطه $\rho_f = \rho_1 (1 - \alpha \Delta \theta)$ استفاده می‌کردیم

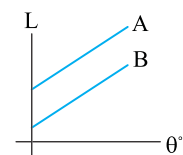
نمودار جگالی بر حسب دما چگونه می‌شد؟

۲ ۸۷۰ A

خط فکری با توجه به رابطه $L = L_0 (1 + \alpha \Delta \theta)$ داریم:

$$L = L_0 \alpha \Delta \theta + L_0$$

$$y = n x + b$$



پس در نمودار $L - \theta$ ، شیب خط برابر $L_0 \alpha$ و

عرض از مبدأ برابر L_0 است. به نمودار دقت کنید.

چون دو خط A و B با هم موازی‌اند، پس شیب دو

خط برابر است با: $L_0 \alpha_A = L_0 \alpha_B$

طول اولیه A بزرگ‌تر از طول اولیه B است، پس باید ضریب انبساط طولی A کوچک‌تر از ضریب انبساط طولی B باشد تا شیب خط‌ها با هم برابر شوند. $\alpha_A < \alpha_B$

۳ ۸۷۱ A

خوب به شما یک تست نموداری

داده‌ایم تا به شما بگوییم، این تست با

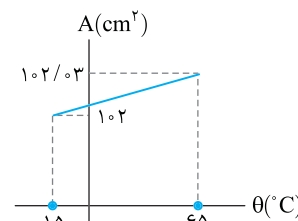
یک تست معمولی که در آن مساحت

سطح صفحه در دمای 15°C

برابر 102 cm^2 و در دمای 65°C

برابر $102/03 \text{ cm}^2$ است، فرقی

ندارد کافی است برای تغییر دمای



$102/03 - 102 = 0/3 \text{ cm}^2$ و تغییر مساحت سطح $\Delta \theta = 65 - (-15) = 80^\circ \text{C}$

رابطه انبساط سطحی را بنویسیم. (در واقع تنها باید به نمودار خوب نگاه کنید و اطلاعات

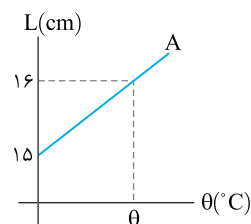
مورد نظر را از آن بیرون بکشید.)

$$\Delta A = A_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 0/3 = 102 \times \alpha (80) \Rightarrow \alpha = 1/84 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

۳ ۸۷۲ B

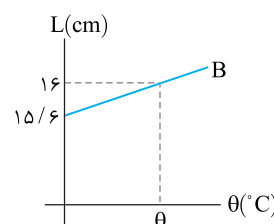
با توجه به نمودار با تغییر دما از صفر به θ ، طول میله A به اندازه 1 cm افزایش می‌یابد:

$$\Delta L_A = L_0 \alpha_A \Delta \theta \Rightarrow 1 = 15 \alpha_A \theta \quad (I)$$



حال با توجه به نمودار با تغییر دما از صفر به θ ، طول میله B به اندازه $0/4 \text{ cm}$

$$\Delta L_B = L_0 \alpha_B \Delta \theta \Rightarrow 0/4 = 15 \alpha_B \theta \quad (II)$$



حال دو معادله به دست آمده را برهم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{1}{0/4} = \frac{15 \alpha_A \theta}{15 \alpha_B \theta} \Rightarrow \frac{1}{0/4} = \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$



B ۸۸۱ ۱

از انبساط ظرف، صرف نظر شده است؛ بنابراین، بنزین برای سرریزی، باید به اندازه فضای خالی ظرف منبسط شود.

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow A \times \frac{25}{100} = A \times 5 \times 10^{-3} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ \text{C}$$

دمای اولیه بنزین را حساب می‌کنیم: $T = 2773 + \theta \Rightarrow 263 = 2773 + \theta \Rightarrow \theta = -10^\circ \text{C}$
دمای نهایی بنزین را به دست می‌آوریم:

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow 50 = \theta_2 - (-10) \Rightarrow \theta_2 = 40^\circ \text{C}$$

یکای دما را به فارنهایت تبدیل می‌کنیم.

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow F = \frac{9}{5} \times 40 + 32 \Rightarrow F = 104^\circ \text{F}$$

B ۸۸۲ ۴

خط فکری از انبساط ظرف چشم‌پوشی شده است. بنابراین تمام انبساط مایع به صورت افزایش ارتفاع آن خواهد بود. یعنی مساحت سطح مقطع استوانه در دو حالت و حجم بنزین ابتدا $V_1 = Ah_1$ و در نهایت $V_2 = Ah_2$ خواهد بود.

$$V_1 = Ah_1$$

۱ حجم اولیه بنزین برابر است با:

۲ حجم ثانویه بنزین خواهد شد:

$$V_2 = V_1(1 + \beta \Delta \theta) \Rightarrow Ah_2 = Ah_1(1 + \beta \theta) \Rightarrow h_2 = h_1(1 + \beta \theta) \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = 1 + \beta \theta$$

B ۸۸۳ ۲

انبساط حجمی ظرف‌ها ناچیز است، بنابراین مساحت مقطع ظرف‌ها با افزایش دما تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند. برای آنکه اختلاف ارتفاع مایع با یکسان باشد، با افزایش دما هر دو مایع باید به یک اندازه در ظرف بالا بیایند، ظرف‌های A و B مشابه‌اند پس تغییر حجم آن‌ها یکسان خواهد بود:

$$\Delta V_A = \Delta V_B \xrightarrow{\Delta V = V \beta \Delta \theta} V_A \beta_A \Delta \theta = V_B \beta_B \Delta \theta \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{\beta_A}{\beta_B}$$

حجم مایع A برابر است با:

حجم مایع B برابر است با:

حجم‌های به دست آمده را در معادله جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{Ah_B}{Ah_A} = \frac{\beta_A}{\beta_B} \Rightarrow \frac{h_B}{h_A} = \frac{\beta_A}{\beta_B}$$

تکنه در یک ظرف با انبساط ناچیز افزایش ارتفاع مایع درون آن با تغییر دما از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta h = h \beta \Delta \theta$$

B ۸۸۴ ۳

خط فکری در این نوع مسائل که درباره انبساط آب پرسیده می‌شود، همواره باید به انبساط غیر عادی آب در محدوده 4°C تا 0°C توجه کرد. در دمای 4°C حجم مقدار معینی آب کمینه و چگالی آب بیشینه است و توجه به این رفتار در پاسخگویی به مسئله لازم است.

به دلیل انبساط غیر عادی آب، چگالی مقدار معینی آب 4°C بیشینه مقدار چگالی است و در روزهای سرد، آب 4°C در دریاچه و آب‌گیرها ته‌نشین می‌شود، از این رو آب 0°C که در سطح بالای دریاچه است، شروع به یخ زدن می‌کند و به مرور بر ضخامت آن افزوده می‌شود، اما آهنگ افزایش ضخامت یخ کاهش می‌یابد زیرا یخ نارساست و انتقال گرما از آب به هوا کندتر صورت می‌گیرد و یخ زدن آب با آهنگ کندتری انجام می‌شود.

بازی با سوال حجم آب از دمای 0°C تا کاهش می‌یابد.

$$277 \text{ K} \quad (2)$$

$$4^\circ \text{C} \quad (1)$$

$$(4) \text{ هر سه گزینه درست است.}$$

$$39/2^\circ \text{F} \quad (3)$$

۴ گزینه

بازی با سوال ظرفی به گنجایش ۲ لیتر از مایعی پر شده است. اگر

دمای مایع و ظرف را 80°C کاهش دهیم، چند سانتی‌متر مکعب از ظرف خالی خواهد ماند؟

$$\alpha_{\text{ظرف}} = 1/5 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \beta_{\text{مایع}} = 0/5 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$56/7 \quad (4) \quad 1920 \quad (3) \quad 72/8 \quad (2) \quad 46/4 \quad (1)$$

۲ گزینه

B ۸۷۸ ۳

باید افزایش حجم مایع برابر با افزایش حجم ظرف باشد، یعنی هر مقداری که حجم مایع افزایش یابد، حجم ظرف نیز همان مقدار افزایش یابد:

$$\Delta V' = \Delta V \Rightarrow V' \beta \Delta \theta = V(\alpha) \Delta \theta \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{\beta}{\alpha}$$

B ۸۷۹ ۳

خط فکری وقتی یک ظرف از مایع پر است و در اثر افزایش دما مقداری مایع سرریز می‌شود، حجم مقدار مایع سرریز شده برابر تفاضل انبساط مایع و انبساط ظرف است.

با افزایش دما به اندازه 40°C ، حجم مایع سرریزی از ظرف A برابر 4 mm^3 است، از این رو می‌توان نوشت:

$$V_{\text{ظرف}} - \Delta V_{\text{مایع}} = \Delta V_{\text{سرریز}}$$

$$4 = V \times \beta \times 40 - V(\alpha) \times 40 \quad (I)$$

حجم مایع سرریزی از ظرف B خواهد شد:

$$V_{\text{سرریز B}} = 1/5 V \times \beta \times 40 - 1/5 V \times \alpha \times 40$$

$$V_{\text{سرریز B}} = 1/5 (V \times \beta \times 40 - V \times \alpha \times 40) \quad (II)$$

از رابطه I را در رابطه II جای‌گذاری می‌کنیم.

$$V_{\text{سرریز B}} = 1/5 \times 4 = 6 \text{ mm}^3$$

میانبر تغییر دما، جنس ظرف و جنس یکسان است و تفاوت تنها در حجم ظرف‌ها ($V_B = 1/5 V_A$) است و با توجه به رابطه $\Delta V = V \beta \Delta \theta$ مشخص است که:

$$V_{\text{سرریز B}} = 1/5 V_A \text{ سرریز}$$

B ۸۸۰ ۲

راه حل اول: ظرف از مایع پر شده و ظرف و مایع دارای حجم یکسانی هستند، ابتدا با توجه به جرم و چگالی مایع، حجم را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{400}{0/5} \Rightarrow V = 800 \text{ cm}^3$$

با افزایش دما، حجم ظرف ثابت می‌ماند بنابراین حجم مایع درون ظرف در دمای 80°C نیز همچنان 800 cm^3 است، اما چگالی مایع در حال تغییر است، بنابراین چگالی در دمای 80°C را حساب می‌کنیم:

$$\rho_2 = \rho_1(1 - \beta \Delta \theta) \Rightarrow \rho_2 = 0/5(1 - 2 \times 10^{-3} \times 50) \Rightarrow \rho_2 = 0/45 \text{ g/cm}^3$$

حجم مایع درون ظرف 800 cm^3 و چگالی مایع $0/45 \text{ g/cm}^3$ است بنابراین جرم مایع درون ظرف برابر است با:

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V} \Rightarrow m_2 = \rho_2 V \Rightarrow m_2 = 0/45 \times 800 = 360 \text{ g}$$

راه حل دوم: ظرف از مایع پر شده بنابراین حجم ظرف و مایع با هم برابر است. ضریب انبساط طولی ظرف ناچیز بوده و حجم ظرف ثابت است، بنابراین حجم مایع درون ظرف نیز در دمای 30°C و 80°C یکسان و برابر حجم ظرف است:

$$V_1 = V_2 \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{m_2}{\rho_2} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

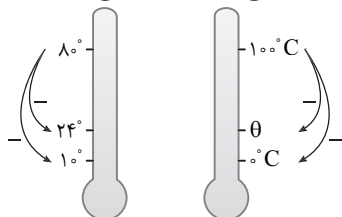
با توجه به رابطه تقریبی تغییر چگالی $\rho_2 = \rho_1(1 - \beta \Delta \theta)$ و اینکه جرم مایع در ابتدا 400 g بوده می‌توان نوشت:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho_1(1 - \beta \Delta \theta)}{\rho_1} \Rightarrow \frac{m_2}{400} = 1 - 2 \times 10^{-3} \times 50 \Rightarrow \frac{m_2}{400} = 0/9 \Rightarrow m_2 = 360 \text{ g}$$

یخچره دوجداره (سطح دوم)

۲ ۸۹۰ B

ابتدا به دست می آوریم که 24°C این دماسنج چند درجه سلسیوس است.
دماسنج سلسیوس دماسنج مجهول



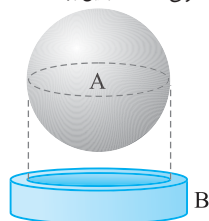
$$\frac{100 - \theta}{100 - 0} = \frac{80 - 24}{80 - 10} \Rightarrow \frac{100 - \theta}{100} = \frac{56}{70} \Rightarrow 100 - \theta = 80 \Rightarrow \theta = 20^{\circ}\text{C}$$

بنابراین دما از 20°C به 20°C افزایش یافته و مقدار انبساط میله برابر است با:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 4 = L_0 \times 2 \times 10^{-5} \times 20 \Rightarrow L_0 = 8 \times 10^{-3} \text{ mm} = 8 \text{ mm}$$

۲ ۸۹۱ B

برای اینکه گلوله بتواند از حلقه عبور کند باید طول قطر بیرونی گلوله و طول قطر درونی حلقه یکی شود و می دانیم انبساط قطر از نوع انبساط طولی است، از این رو:



$$\begin{aligned} L_A &= L_B \\ \Rightarrow d_A (1 + \alpha_A \Delta \theta) &= d_B (1 + \alpha_B \Delta \theta) \\ \Rightarrow d_A + d_A \alpha_A \Delta \theta &= d_B + d_B \alpha_B \Delta \theta \\ \Rightarrow d_A - d_B &= \Delta \theta (d_B \alpha_B - d_A \alpha_A) \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به سؤال}} \frac{d_A - d_B}{d_A - d_B} = 0.02$$

$$0.02 = \Delta \theta (1 \times 6 \times 10^{-6} \times 10^{-6} - 1 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6})$$

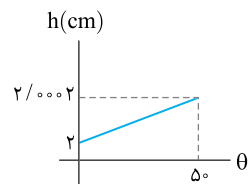
$$\Rightarrow 0.02 = \Delta \theta (6 \times 10^{-12} - 2 \times 10^{-12}) \Rightarrow 0.02 = \Delta \theta (4 \times 10^{-12})$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = 5000^{\circ}\text{C} \Rightarrow \theta_p - \theta_1 = 5000 \Rightarrow \theta_p - 10 = 5000 \Rightarrow \theta_p = 5010^{\circ}\text{C}$$

۳ ۸۹۲ C

خط فکری از روی نمودار ارتفاع اولیه و شعاع اولیه استوانه را به دست می آوریم. سپس تغییر ارتفاع در اثر 50°C افزایش دما را مشخص می کنیم تا بتوانیم به کمک آن

ضریب انبساط طولی این استوانه را به دست آوریم.



۱ ارتفاع اولیه $h = 2 \text{ cm}$ است و چون

قطر سطح مقطع استوانه برابر ارتفاع آن

است بنابراین قطر سطح مقطع استوانه

2 cm و شعاع آن 1 cm است.

۲ تغییر ارتفاع با توجه به نمودار $\Delta h = 2.0002 - 2 = 0.0002 \text{ cm}$ است به کمک

رابطه انبساط طولی، ضریب انبساط طولی خواهد شد:

$$\Delta h = h_0 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 0.0002 = 2 \times \alpha \times 50 \Rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$

۳ ضریب انبساط حجمی استوانه برابر است با:

$$\beta = 3\alpha \Rightarrow \beta = 3 \times 2 \times 10^{-6} = 6 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$

۴ اکنون تغییر حجم استوانه قابل محاسب است.

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta \theta \Rightarrow \Delta V = (\pi r^2 h_0) \beta \Delta \theta$$

$$\Delta V = (3 \times 10^{-2}) \times 6 \times 10^{-6} \times 50$$

$$\Delta V = 1/8 \times 10^{-3} \text{ cm}^3 = 1/8 \times 10^{-3} \times 10^3 \text{ mm}^3 = 1/8 \text{ mm}^3$$

میانبر

$$\begin{cases} \Delta h = h \times \alpha \times \Delta \theta \\ \Delta r = r \times \alpha \times \Delta \theta \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta h}{\Delta r} = \frac{h}{r} \Rightarrow \Delta r = \frac{\Delta h}{2} = 0.0001 \text{ cm}$$

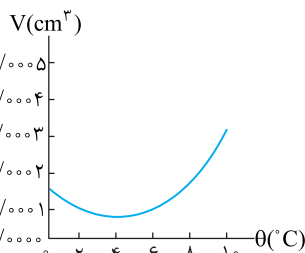
تغییر حجم برابر است با:

$$\Delta V = V_p - V_0 = \pi r_p^2 h_p - \pi r_0^2 h_0 = \pi (r_0^2 h_p - r_0^2 h_0) = 1/8 \text{ mm}^3$$

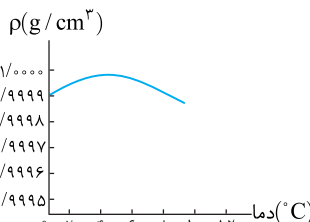
۲ ۸۸۵ B

خط فکری

باید به انبساط غیرعادی آب فکر کنیم، هرگاه دمای آب از 0°C تا 4°C افزایش یابد، حجم آن به طور غیرعادی کاهش و چگالی آن افزایش می یابد و با افزایش دما از 4°C به بالاتر، حجم آب به طور عادی افزایش و چگالی آن کاهش می یابد. در نتیجه حجم مقدار معینی آب در دمای 4°C کمترین مقدار و چگالی آن بیشترین مقدار است.



(الف) تغییرات حجم آب (شیرین) با دما



(ب) تغییرات چگالی آب (شیرین) با دما

۲ ۸۸۶ A

در بازه 0°C تا 4°C آب رفتار غیرعادی دارد و با افزایش دمای آب از 0°C تا 4°C حجم آب کاهش می یابد.

با افزایش دما آب ظرف A لبریز شده است بنابراین حجم آب افزایش یافته یعنی دمای آب بالای 4°C ($\theta_1 > 4^{\circ}\text{C}$) است. ارتفاع آب در ظرف B کاهش یافته است بنابراین

دمای ظرف B از 4°C کمتر است ($\theta_2 < 4^{\circ}\text{C}$).

۲ ۸۸۷ B

فشار وارد بر کف ظرف تغییر نمی کند، زیرا فشار وارد بر ته ظرف $P = \rho gh + P_0$ است

که این رابطه از $P = \frac{W}{A} + P_0$ به دست آمده است که هیچ کدام از عوامل تغییر

نکرده اند: (انبساط ظرف ناچیز است) دقت کنید که با وجود این که جیوه منبسط شده و ارتفاع آن زیاد می شود؛ اما چگالی آن نیز تغییر کرده و کم می شود و این دو تغییر اثر یکدیگر را خنثی می کنند. (تبخیر صورت نگرفته و وزن جیوه ثابت مانده است.)

۳ ۸۸۸ B

خط فکری

دقت کنید چون ظرف استوانه ای است پس فشار وارد بر کف ظرف را از رابطه $\frac{mg}{A}$ و نیروی وارد بر کف ظرف را نیز می توان از رابطه mg به دست کف ظرف

آورد. دقت کنید دلیل استفاده از این دو رابطه این است که با تغییر دمای آب جرم آب ثابت می ماند و تغییر نمی کند اما با کاهش یا افزایش دما چگالی و ارتفاع مایع هر دو تغییر می کند. مثلاً در این سؤال با کاهش دما، حجم و ارتفاع آب کاهش و چگالی آن افزایش می یابد، بنابراین از رابطه $P = \rho gh$ نمی توان سؤال را حل کرد.

۱ بررسی تغییر فشار:

$$P = \frac{mg_{\text{آب}}}{A_{\text{کف ظرف}}} \xrightarrow[\text{کاهش: } m, \text{ ثابت: } A]{\text{دما کاهش یافته}} P \text{ افزایش می یابد}$$

۲ نیروی وارد بر کف ظرف: نیروی وارد بر کف ظرف برابر mg است که با تغییر دما ثابت می ماند.

۱ ۸۸۹ B

خط فکری



مقدار فرورفتگی یک جسم شناور در مایع به چگالی مایع بستگی دارد یعنی هر چه چگالی مایع بیشتر باشد فرورفتگی جسم شناور در مایع کمتر خواهد بود. با افزایش دمای آب از 50°C تا 65°C حجم آب افزایش و در نتیجه چگالی آن کاهش می یابد و با کاهش چگالی مایع، مقدار فرورفتگی قطعه چوب در مایع افزایش می یابد.



۱ ۸۹۳ B

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

بنابراین: حال با توجه به رابطه دمایی چگالی $\rho_2 = \rho_1(1 - \beta \Delta \theta)$ داریم:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_1(1 - \beta \Delta \theta)} = \frac{1}{1 - \beta \Delta \theta}$$

مزدوج مخرج را در صورت و مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{1 - \beta \Delta \theta} \times \frac{1 + \beta \Delta \theta}{1 + \beta \Delta \theta} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{1 + \beta \Delta \theta}{1 - (\beta \Delta \theta)^2} \sim \frac{h_2}{h_1} \approx 1 + \beta \Delta \theta$$

۱ ۸۹۷ B

حجم اولیه دمای یکسان است $V_1 = V_2$ و افزایش حجم مخلوط دو مایع در اثر افزایش دما برابر مجموع انبساط حجمی دو مایع است. با این اطلاعات می‌توان V_1 را به دست آورد.

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 \xrightarrow{\Delta V = V \beta \Delta \theta} 2/V = V_1 \beta_1 \Delta \theta + V_2 \beta_2 \Delta \theta \xrightarrow{V_1 = V_2} 2/V = V_1 \times 50 \times (1/2 \times 10^{-3} + 1/5 \times 10^{-3}) \Rightarrow V_1 = \frac{2/V}{50 \times 2/7 \times 10^{-3}} = 20 \text{ cm}^3$$

حال با مشخص شدن حجم اولیه مایع (۱)، حجم ثانویه آن را در دمای 20°C به دست می‌آوریم:

$$V'_1 = V_1(1 + \beta_1 \Delta \theta) = 20 \times (1 + 1/2 \times 10^{-3} \times 20) = 20 \times 1.01 = 20.2 \text{ cm}^3$$

۴ ۸۹۸ B

خط فکری: در حل این مسئله دقت کنید که بخشی از ظرف خالی است. برای حل آن ابتدا باید حجم ثانویه آب و حجم ثانویه ظرف را حساب کنید، سپس تفاضل آن‌ها را برابر 50 L قرار دهید.

۱ حجم ظرف 1 m^3 و افزایش دما 80°C بنابراین حجم ثانویه ظرف خواهد شد:

$$V_2 = V_1(1 + \beta_2 \Delta \theta) \Rightarrow V_2 \text{ ظرف} = 1(1 + 3 \times 10^{-6} \times 80) = 1.00024 \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow V_2 \text{ ظرف} = (1 + 0.00024) = 1.00024 \text{ m}^3 = 1000.24 \text{ L}$$

۲ حجم ثانویه مایع را بر حسب β حساب می‌کنیم. حجم اولیه مایع $\frac{9}{10}$ حجم اولیه

ظرف یعنی $\frac{9}{10} \text{ m}^3$ است.

$$V_2 \text{ مایع} = V_1 \text{ مایع}(1 + \beta \Delta \theta) \Rightarrow V_2 \text{ مایع} = \frac{9}{10}(1 + \beta \times 80) = \frac{9}{10} + 72\beta \Rightarrow$$

$$V_2 \text{ مایع} = (\frac{9}{10} + 72\beta) \times 10^3 \text{ L}$$

۳ تفاضل حجم ثانویه مایع و حجم ثانویه ظرف را برابر 50 L قرار می‌دهیم.

$$V_2 \text{ مایع} - V_2 \text{ ظرف} = 50 \Rightarrow (\frac{9}{10} + 72\beta) \times 10^3 - 1000.24 = 50$$

$$900 + 72000\beta - 1000.24 = 50 \Rightarrow 72000\beta - 100.24 = 50$$

$$72000\beta = 150.24 \Rightarrow \beta = 2.1 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

بازی با سوال: درون ظرفی به حجم 50 cm^3 ، مقدار $49/25 \text{ cm}^3$ مایع

وجود دارد. حداکثر دمای ظرف را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا مایع از

$$\text{ظرف سرریز نشود؟ } (\beta \text{ مایع} = 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \alpha \text{ ظرف} = \frac{2}{5} \times 10^{-5} \text{ K}^{-1})$$

$$16/25 \quad (1) \quad 15/25 \quad (2) \quad 15/625 \quad (3) \quad 16/625 \quad (4)$$

گزینۀ ۳

۲ ۸۹۹ C

در ابتدا حجم مایع درون ظرف برابر $V = Ah$ است، بنابراین $h = \frac{V}{A}$ می‌شود.

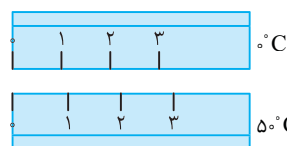
پس از افزایش دما حجم مایع درون ظرف $V' = A'h'$ است. بنابراین $h' = \frac{V'}{A'}$ که در آن

حجم مایع درون ظرف و A' مساحت سطح مقطع ظرف است. با توجه به رابطه انبساط حجمی مایع $V' = V(1 + \beta \Delta \theta)$ و رابطه انبساط سطحی کف ظرف $A' = A(1 + 2\alpha \Delta \theta)$ می‌توان نوشت:

$$h' = \frac{V(1 + \beta \Delta \theta)}{A(1 + 2\alpha \Delta \theta)} \xrightarrow{h = \frac{V}{A}} h' = h \frac{(1 + \beta \Delta \theta)}{(1 + 2\alpha \Delta \theta)} \Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{1 + \beta \Delta \theta}{1 + 2\alpha \Delta \theta}$$

افزایش طول میز در اثر افزایش دما، ناچیز فرض شده است. اما در اثر افزایش دما، فاصله درجه‌بندی خط کش افزایش می‌یابد و طول میز را از طول واقعی آن کمتر نشان می‌دهد بنابراین:

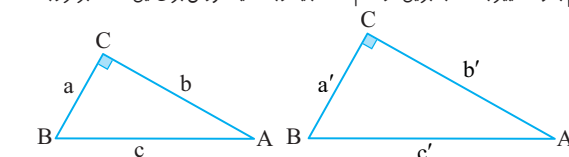
$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \frac{L_1 \alpha \Delta \theta}{L_1} \times 100 = 2 \times 10^{-5} \times 50 \times 100 = 0.1\%$$



در واقع در این دما فاصله بین درجه‌بندی‌های خط‌کش افزایش می‌یابد، بنابراین خط‌کش در دمای 50°C طول میز را کمتر نشان می‌دهد، در واقع طول واقعی میز از طول اندازه‌گیری شده 0.1% بیشتر است.

۳ ۸۹۴ C

خط فکری: وقتی می‌خواهیم زاویه قائمه (راست) تغییر نکند، یعنی بعد از تغییر دما شکل جسم بدون تغییر بماند. بنابراین در تمام دماها باید رابطه فیثاغورس برای این مثلث برقرار باشد.



راه حل اول: بنابر رابطه فیثاغورس داریم:

همچنین در دمای θ پ در اثر تغییر دما طول اضلاع خواهد شد:

$$a' = a(1 + \alpha \Delta \theta), b' = b(1 + \alpha \Delta \theta), c' = c(1 + \alpha \Delta \theta)$$

چون در هر دمایی زاویه بین a و b برابر 90° است، یعنی بین اضلاع رابطه فیثاغورس برقرار است.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2(1 + \alpha \Delta \theta)^2 + b^2(1 + \alpha \Delta \theta)^2 = c^2(1 + \alpha \Delta \theta)^2 \Rightarrow$$

$$(1 + \alpha \Delta \theta)^2 (a^2 + b^2) = c^2(1 + \alpha \Delta \theta)^2 \xrightarrow{a^2 + b^2 = c^2} (1 + \alpha \Delta \theta)^2 = (1 + \alpha \Delta \theta)^2 \Rightarrow \alpha_c = \alpha \Rightarrow \frac{\alpha_c}{\alpha} = 1$$

$$(1 + \alpha \Delta \theta)^2 = (1 + \alpha_c \Delta \theta)^2 \Rightarrow \alpha_c = \alpha \Rightarrow \frac{\alpha_c}{\alpha} = 1$$

راه حل دوم: برای آنکه زاویه قائمه بماند باید تمام اضلاع با نسبت یکسانی تغییر کنند

$$\frac{c}{c'} = \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \Rightarrow \frac{c}{c(1 + \alpha_c \Delta \theta)} = \frac{a}{a(1 + \alpha \Delta \theta)} = \frac{b}{b(1 + \alpha \Delta \theta)} \Rightarrow \alpha_c = \alpha$$

۱ ۸۹۵ C

خط فکری: چرا در اثر افزایش دما از قسمت شکاف وسط میله، میله به سمت بالا حرکت کرده است؟ خُب علت آن، انبساط طولی میله است که در اثر انبساط و افزایش طول راهی به جز تغییر شکل نداشته است.

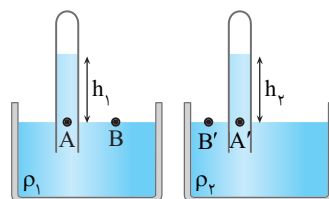
طول اولیه هر قسمت را L_1 و طول ثانویه را L_2 می‌نامیم. با توجه به شکل و قضیه فیثاغورس:

$$\begin{aligned} L_2^2 &= x^2 + L_1^2 \Rightarrow x^2 = L_2^2 - L_1^2 \\ &\Rightarrow x^2 = L_1^2(1 + \alpha \Delta \theta)^2 - L_1^2 \\ x^2 &= L_1^2(1 + \alpha^2 \Delta \theta^2 + 2\alpha \Delta \theta) - L_1^2 \end{aligned}$$

چون α از مرتبه 10^{-6} است، وقتی به توان ۲ می‌رسد از مرتبه 10^{-12} می‌شود و در مقایسه با $\alpha \Delta \theta$ بسیار کوچک شده و در مقابل $\alpha \Delta \theta$ قابل چشم‌پوشی است:

$$x^2 = 2L_1^2 \alpha \Delta \theta = 2 \times 20^2 \times 25 \times 10^{-6} \times 32 = 64 \Rightarrow x = 8 \text{ cm}$$

۳ ۸۹۶ C



با توجه به آنچه از فصل فشار یاد گرفته‌ایم فشار نقاط A و B، همچنین A' و B' با هم برابر است:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 = P_0$$

$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow \rho_2 g h_2 = P_0$$

۳ ۹۰۲ C

ابتدا به بررسی ارتفاع h می‌پردازیم:

آب دارای انبساط غیرعادی است و وقتی دمای آب از 8°C به 4°C می‌رسد حجم آب و حجم ظرف کم می‌شود. البته کاهش حجم آب از کاهش حجم ظرفش بیشتر است زیرا $\beta_{\text{آب}} > \beta_{\text{ظرف}}$ است بنابراین h کاهش می‌یابد. اما از 4°C به 2°C انبساط غیرعادی آب شروع می‌شود و آب منبسط شده و ارتفاع آب کمی افزایش می‌یابد. پس h ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

فشار وارد بر کف ظرف:

بنا به تعریف فشار $P = \frac{F}{A}$ ، فشار وارد بر کف ظرف توسط آب برابر $P = \frac{W}{A}$ است که در آن وزن آب (W) ثابت است اما چون ظرف سرد شده مساحت سطح مقطع کف ظرف اندکی کاهش می‌یابد بنابراین فشار وارد بر کف ظرف اندکی افزایش می‌یابد عددی که ترازو نشان می‌دهد چیزی به جز وزن ظرف و آب آن نیست ($a = W_{\text{ظرف}} + W_{\text{آب}}$) که هر دو ثابت است، بنابراین a ثابت است.

۴ ۹۰۳ B

در صورت این تست المپیاد فیزیک کشوری، مایع درون دماسنج مشخص نیست. در صورتی که مایع درون دماسنج آب خالص باشد و دمای محیط 4°C باشد، اگر دمای محیط افزایش یابد، ارتفاع آب درون دماسنج زیاد می‌شود و اگر دمای محیط کاهش یابد، ارتفاع آب درون دماسنج باز هم زیاد می‌شود در واقع این امکان وجود دارد که ارتفاع آب درون دماسنج بالا برود و مقابل یک دما بایستد اما مشخص نیست که دما بالای 4°C یا زیر 4°C است. همین امر نیز سبب می‌گردد فاصله درجه‌ها در این دماسنج یکسان نباشد که علت این پدیده انبساط غیرعادی آب از 4°C تا 0°C است.

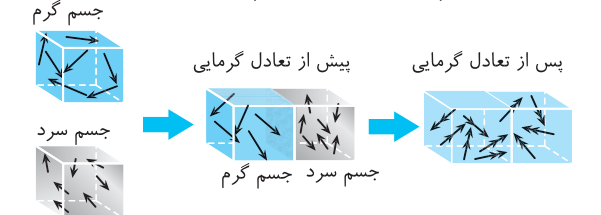
۳ ینجره

۲ ۹۰۴ A

گرما به صورت نوعی انرژی تعریف شده است که از محل با دمای بالاتر به محل با دمای پایین‌تر شارش می‌یابد.

۴ ۹۰۵ B

وقتی دو جسم سرد و گرم در تماس با یکدیگر قرار می‌گیرند، از دیدگاه میکروسکوپی، آنچه که اتفاق می‌افتد کاهش انرژی‌های پتانسیل و جنبشی مربوط به حرکت‌های کاتوره‌ای اتم‌ها، مولکول‌ها و سایر اجزای میکروسکوپی داخل جسم گرم و افزایش همین انرژی‌ها در داخل جسم سرد است تا آنکه دو جسم به تعادل گرمایی برسند.



۳ ۹۰۶ A

گرمای ویژه آب از سایر مواد بیشتر است. این نشان می‌دهد که وقتی یک کیلوگرم آب به اندازه 1°C تغییر دما دهد، در مقایسه با سایر مواد، گرمای بیشتری با محیط اطراف خود مبادله می‌کند. از این خاصیت آب برای گرم کردن فضای خانه‌ها به وسیله شوفاژ استفاده می‌شود.

بازی با سوال

یک کیلوگرم آب به اندازه یک درجه سلسیوس تغییر دما می‌دهد، در مقایسه با سایر مواد، گرمای با محیط اطراف خود مبادله می‌کند که به دلیل همین ویژگی آب است.

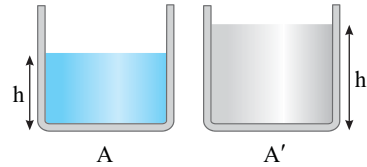
- ظرفیت گرمایی - بیشتری - یخ زدن سطح دریاچه‌ها در زمستان
- گرمای ویژه - بیشتری - استفاده از آب در رادیاتور ماشین
- ظرفیت گرمایی - کمتری - استفاده از آب در رادیاتور ماشین
- گرمای ویژه - کمتری - یخ زدن سطح دریاچه‌ها در زمستان

گزینۀ ۲

با توجه به فرض مسئله $h' = 1/5 \Delta h$ است بنابراین:

$$1/5 = \frac{1 + 3/55 \times 10^{-4} \Delta \theta}{1 + 2 \times 5 \times 10^{-5} \Delta \theta} \Rightarrow 1/5 = 1 + 3/55 \times 10^{-4} \Delta \theta$$

$$0/5 = 2/5 \times 10^{-4} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{0/5}{2/5 \times 10^{-4}} = 200^{\circ}\text{C} = 200^{\circ}\text{K}$$



۲ ۹۰۰ B

مقدار مایع در دو طرف یکسان است و سطح مقطع بالایی مایع‌ها در دو طرف یکی است. با افزایش دما مقدار انبساط دو مایع برابر است: $\Delta V_1 = \Delta V_2$

سطح مقطع ظرف (۲) ثابت است و افزایش ارتفاع آب برابر $\Delta h_2 = \frac{\Delta V_2}{A}$ می‌باشد. اما در

ظرف (۱) هرچه مایع بالاتر می‌رود سطح مقطع بزرگ‌تر بوده و با تغییر حجم یکسان، افزایش ارتفاع کمتر است بنابراین $\Delta h_1 < \Delta h_2$ می‌شود. اما نکته مهم این است که در ظرف شماره

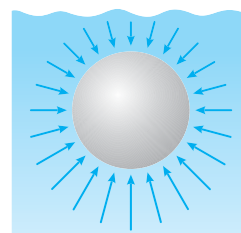
(۲) با توجه به تعریف اساسی فشار $P_2 = \frac{W}{A}$ با ثابت بودن W و A ، فشار در اثر افزایش دما

ثابت می‌ماند. یعنی $\Delta P_2 = 0$ است. در واقع افزایش حجم مایع سبب کاهش چگالی به همان نسبت می‌شود و در رابطه $P_2 = \rho g h$ ، P_2 ثابت می‌ماند و $\Delta P_2 = 0$ می‌شود. در ظرف (۱)

تغییر چگالی با ظرف (۲) یکسان است اما $\Delta h_1 < \Delta h_2$ بوده بنابراین فشار در ظرف (۲)

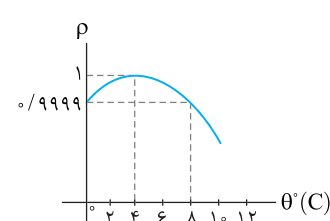
کاهش می‌یابد و $\Delta P_1 < 0$ خواهد بود بنابراین $\Delta P_1 > \Delta P_2$ می‌شود.

۲ ۹۰۱ C



خط فکری با توجه به شکل، فشار وارد بر سطح بالایی جسم از فشار بر سطح پایینی جسم کمتر است و همین اختلاف فشار ($\Delta P = \rho g \Delta h$) سبب ایجاد نیروی شناوری می‌شود بنابراین نیروی شناوری به چگالی مایع بستگی دارد و هرچه چگالی مایع بیشتر باشد، نیروی شناوری بزرگ‌تر است.

خط فکری با تغییر دمای آب از 0°C تا 4°C حجم آب کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد و با تغییر دمای آب از 4°C به بالاتر حجم آب افزایش و چگالی آن کاهش می‌یابد.



خط فکری با توجه به نمودار تغییرات چگالی بر حسب دما، در دمای 0°C و 8°C تقریباً چگالی آب یکسان است. در دمای صفر جسم غوطه‌ور است بنابراین نیروی شناوری و

نیروی وزن با هم برابر است. با افزایش دما از 4°C تا 8°C چگالی آب افزایش می‌یابد و نیروی شناوری بیشتر می‌شود در نتیجه جسم شروع به بالا رفتن می‌کند. اما با افزایش دما پس از دمای تقریباً 8°C چگالی آب از چگالی آب صفر درجه کمتر می‌شود پس نیروی شناوری از وزن کمتر شده و پس از مدتی جسم در دمای بالایی 8°C شروع به پایین آمدن می‌کند.



$$n = \frac{m}{M}$$

جرم جسم
جرم مولی

یادآوری: تعداد مول برابر است با:

با توجه به رابطه گرما خواهیم داشت

$$Q = mc\Delta T$$

$$\frac{Q=37500\text{ J}, \Delta T=30-283=25^\circ\text{K}}{c=3750\text{ J/kg}\cdot\text{K}} \rightarrow 37500 = m \times 3750 \times 25 \Rightarrow m = 0.5\text{ kg}$$

اکنون جرم مولی را به دست می‌آوریم.

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow 25 = \frac{0.5}{M} \Rightarrow M = \frac{0.5}{25} = 0.02\text{ kg/mol} = 20\text{ g/mol}$$

۳ ۹۱۴ A

ابتدا جرم آبی که نیروگاه از رودخانه می‌گیرد را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \quad \rho_{\text{آب}} = 1000\text{ kg/m}^3, V = 10^6\text{ m}^3$$

$$m = 1000 \times 10^6 \Rightarrow m = 10^9\text{ kg}$$

یادآوری: هر گیگا ژول، 10^9 ژول است.

اکنون به کمک رابطه گرما، دمای آب خروجی را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \quad \frac{Q=2100\text{ GJ}=2100 \times 10^9\text{ J}, \theta=25^\circ\text{C}}{\rightarrow}$$

$$2100 \times 10^9 = 10^9 \times 4200 \times (\theta - 25) \Rightarrow (\theta - 25) = 5 \Rightarrow \theta = 30^\circ\text{C}$$

۴ ۹۱۵ A

خط فکری: با توجه به رابطه گرما $Q = mc\Delta\theta$ برای مقدار معینی از یک جسم،

گرما و تغییر دما باهم متناسب‌اند.

با توجه به نمودار برای تغییر دمای جسم

به اندازه $7 - (-3) = 10^\circ\text{C} = 10^\circ\text{K}$

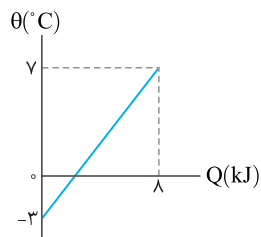
گرما لازم 8 kJ بوده است، بنابراین

برای تغییر دمای 3°K ، گرما لازم را به

کمک یک تناسب ساده به دست

۱۰	۸ kJ
۳	$Q \Rightarrow Q = 2.4\text{ kJ}$

می‌آوریم.



بازی با سؤال: کدام گزینه زیر در

مورد نمودار دما برحسب گرمای روبه‌رو،

درست است؟

(۱) ظرفیت گرمایی A بیشتر از ظرفیت گرمایی B است.

(۲) ظرفیت گرمایی B بیشتر از ظرفیت گرمایی A است.

(۳) گرمای ویژه A بیشتر از گرمای ویژه B است.

(۴) گرمای ویژه B بیشتر از گرمای ویژه A است.

۲ گزینه

۱ ۹۱۶ B

۱ ابتدا جرم فلزی که مکعب از آن ساخته شده است را به کمک رابطه گرماسنجی

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 32000 = m \times 400 \times 20 \Rightarrow m = 4\text{ kg}$$

به دست می‌آوریم:

یادآوری: در رابطه چگالی فلز سازنده باید از جرم فلز به کار رفته (قسمت توپر) و

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{حجم فلز به کار رفته (حجم قسمت توپر) استفاده کرد:}$$

۲ حجم فلز به کار برده شده در ساخت مکعب را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 8000 = \frac{4}{V} \Rightarrow V = \frac{1}{2000}\text{ m}^3 \Rightarrow V = \frac{10^6}{2000}\text{ cm}^3 = 500\text{ cm}^3$$

۳ حجم ظاهری مکعب برابر است با: $V_{\text{مکعب}} = a^3 \Rightarrow a^3 = 512\text{ cm}^3$

۴ حجم حفره برابر اختلاف حجم مکعب و حجم فلزی است که مکعب از آن ساخته

$$\text{شده است.} \quad \text{حجم حفره} = 512 - 500 = 12\text{ cm}^3$$

۱ ۹۰۷ A

خط فکری:

گرمای ویژه به جنس جسم و دمای آن بستگی دارد. ظرفیت گرمایی

به جنس و جرم جسم بستگی دارد.

ظرفیت گرمایی جسم یعنی $C = mc$ که در آن c گرمای ویژه و m جرم جسم است.

گرمای ویژه یک جسم مقدار ثابتی است. بنابراین اگر جرم جسم نصف شود، ظرفیت

گرمایی آن نصف می‌شود اما گرمای ویژه آن ثابت است.

۱ ۹۰۸ A

دقت کنید که گرمای ویژه به جنس ماده بستگی دارد، بنابراین به کمک رابطه گرما،

گرمای ویژه جسم را حساب می‌کنیم و با مراجعه به جدول جنس جسم را مشخص کنیم.

$$Q = mc\Delta\theta \quad \frac{Q=250\text{ kJ}, \Delta\theta=70-20=50^\circ\text{C}}{m=4\text{ kg}} \rightarrow 250000 = 4 \times c \times 50$$

$$\Rightarrow c = 1250\text{ J/kg}\cdot\text{K}$$

بنابراین فلز مورد نظر سرب است.

۱ ۹۰۹ B

خط فکری:

در رابطه گرماسنجی $Q = mc\Delta\theta$ هر گاه جسم گرما بگیرد، Q مثبت

و دمای جسم افزایش یافته و هر گاه جسم گرما از دست بدهد، Q منفی و دمای جسم

کاهش یافته است.

با نوشتن رابطه گرما، مسئله قابل حل است. البته گرما را در رابطه با علامت منفی قرار

می‌دهیم، زیرا جسم گرما از دست داده است:

$$Q = mc\Delta\theta \quad \frac{Q=-40\text{ kJ}=-40000\text{ J}, m=2\text{ kg}}{\theta_1=50^\circ\text{C}, c=400\text{ J/kg}\cdot\text{C}} \rightarrow$$

$$-40000 = 2 \times 400 \times (\theta_2 - 50) \Rightarrow -50 = \theta_2 - 50 \Rightarrow \theta_2 = 0^\circ\text{C}$$

۳ ۹۱۰ B

یادآوری:

به حاصل ضرب جرم جسم (m) در گرمای ویژه جسم (c) ظرفیت

گرمایی گویند.

در ابتدا ظرفیت گرمایی جسم برابر $m_1c = 2100\text{ J/K}$ بوده و با کم کردن جرم به

اندازه 1 kg ($m_2 = m_1 - 1$) ظرفیت گرمایی 20% کاهش یافته است، بنابراین:

$$m_2c = \frac{80}{100} m_1c \Rightarrow m_2 - 1 = \frac{4}{5} m_1 \Rightarrow \frac{1}{5} m_1 = 1 \Rightarrow m_1 = 5\text{ kg}$$

$$m_1c = 2100 \Rightarrow 5c = 2100 \Rightarrow c = 420\text{ J/kg}\cdot\text{K}$$

گرمای ویژه خواهد شد:

۲ ۹۱۱ A

خط فکری:

تغییر دما برحسب درجه سلسیوس و کلونین باهم برابر است، بنابراین

اگر یکای گرمای ویژه برحسب $\text{J/kg}\cdot\text{K}$ باشد، باید تغییر دما برحسب درجه

سلسیوس یا کلونین باشد.

ابتدا افزایش دما را برحسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta\theta \Rightarrow 9 = \frac{9}{5} \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 5^\circ\text{C}$$

اکنون به کمک رابطه گرما، گرمای داده شده به آب را حساب می‌کنیم.

$$Q = mc\Delta\theta \quad \frac{m=1\text{ kg}}{c=4200\text{ J/kg}\cdot\text{K}} \rightarrow Q = 1 \times 4200 \times 5 = 21000\text{ J} = 21\text{ kJ}$$

۲ ۹۱۲ B

۱ ابتدا گرمای خواسته شده را برحسب SI (یعنی ژول) به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 4 \times 2100 \times 8 = 67200\text{ J}$$

۲ هر کالری $4/2$ ژول است حال گرمای به دست آمده را از ژول به کالری

$$\frac{67200\text{ J} \times \frac{1\text{ cal}}{4\text{ J}}}{4/2} = 16800\text{ cal}$$

تبدیل می‌کنیم:

۳ ۹۱۳ A

خط فکری:

مسئله ساده‌ای است. به صحبت‌های عجیب جرم مولی توجه نکنید.

کافی است جرم جسم را به کمک رابطه گرما حساب کنید، سپس جرم را به تعداد مول‌ها

تقسیم کنید و جرم مولی را به دست آورید.

گرمای داده شده به دو جسم یکسان است، بنابراین:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \xrightarrow{c_A = \frac{1}{2} c_B} \\ \frac{1}{2} m_B \times \frac{c_B}{2} \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{1}$$

۲ ۹۲۲ B

۱ حجم فلزی که کره A از آن ساخته شده است برابر است با:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \xrightarrow{R_A = 2 \text{ cm}} V_A = \frac{4}{3} \pi (2)^3 = \frac{4}{3} \pi (8) = \frac{32}{3} \pi$$

۲ حجم فلزی که کره B از آن ساخته شده است برابر خواهد شد با:

$$V_B = \frac{4}{3} \pi (R_o^3 - R_i^3) \Rightarrow V_B = \frac{4}{3} \pi (2^3 - 1^3) = \frac{4}{3} \pi (7) = \frac{28}{3} \pi$$

۳ دو کره هم جنس هستند و چگالی آن‌ها باهم برابر است، از این رو می‌توان نوشت:

$$\rho_A = \rho_B \Rightarrow \frac{m_A}{V_A} = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{\frac{32}{3} \pi}{\frac{28}{3} \pi} = \frac{32}{28} = \frac{8}{7}$$

۴ گرمای داده شده به دو کره یکسان است، از طرفی دو کره هم جنس هستند و

گرمای ویژه آن‌ها برابر است ($c_A = c_B$)، بنابراین:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{8}{7}$$

۲ ۹۲۳ B

گرمای داده شده در هر دو حالت یکسان است، بنابراین در رابطه گرما، گرمای داده شده به دو جسم را برابر قرار می‌دهیم.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 c \Delta\theta_1 = m_2 c \Delta\theta_2 \Rightarrow m_1 \Delta\theta_1 = m_2 \Delta\theta_2 \quad (I)$$

با توجه به صورت مسئله، دمای جسم ۲۵٪ بیشتر افزایش یافته است یعنی:

$$\Delta\theta_2 = \Delta\theta_1 + \frac{25}{100} \Delta\theta_1 \Rightarrow \Delta\theta_2 = \frac{125}{100} \Delta\theta_1 \quad (II)$$

اکنون رابطه (II) را در رابطه (I) جایگذاری می‌کنیم.

$$m_1 \Delta\theta_1 = m_2 (\frac{125}{100} \Delta\theta_1) \Rightarrow m_2 = \frac{8}{125} m_1$$

بنابراین تغییر جرم برابر است با:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{8}{125} m_1 - m_1 = -\frac{117}{125} m_1$$

یعنی باید ۲۰٪ از جرم جسم کم کنیم.

۳ ۹۲۴ B

چون ظرفیت گرمایی دو جسم داده شده است برای محاسبه گرما از رابطه $Q = C \Delta\theta$ استفاده می‌کنیم:

در حالت اول به دو جسم گرمای یکسانی داده شده است، بنابراین:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow C_A \Delta\theta_A = C_B \Delta\theta_B \xrightarrow{C_A > C_B} \Delta\theta_A < \Delta\theta_B$$

در حالت دوم تغییر دمای دو جسم یکسان است:

$$Q_A = C_A \Delta\theta \xrightarrow{C_A > C_B} Q_A > Q_B \\ Q_B = C_B \Delta\theta$$

۳ ۹۲۵ A

جرم دو جسم مشخص نیست، بنابراین در مورد گرمای ویژه آن‌ها نمی‌توان اظهار نظر

کرد. به سراغ رابطه گرما $Q = C \Delta\theta$

می‌رویم که در آن ظرفیت گرمایی جسم

است و هر چه C بزرگ‌تر باشد، افزایش

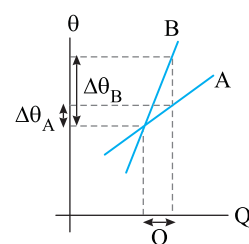
دمای جسم کمتر خواهد بود. با توجه به

نمودار برای گرمای یکسان Q، افزایش

دمای A از افزایش دمای B کمتر است،

بنابراین ظرفیت گرمایی A از ظرفیت

گرمایی B بیشتر است.



۳ ۹۱۷ A

خط فکری

$Q = mc \Delta\theta$ کافی است، جرم جسم را در هر حالت از رابطه گرما به دست آورده و از هم کم کنیم:

$$Q_1 = m_1 c \Delta\theta_1 \xrightarrow{Q = 1200 \text{ J}, c = 400 \text{ J/kg}^\circ\text{C}, \Delta\theta_1 = 3^\circ\text{C}} 1200 = m_1 \times 400 \times 3$$

$$\Rightarrow m_1 = 1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

$$Q_2 = m_2 c \Delta\theta_2 \xrightarrow{Q = 300 \text{ J}, \Delta\theta_2 = 3^\circ\text{C}} 300 = m_2 \times 400 \times 3$$

$$\Rightarrow m_2 = 0.25 \text{ kg} = 250 \text{ g}$$

$$\Delta m = 1000 - 250 = 750 \text{ g}$$

اختلاف جرم برابر است با:

۱ ۹۱۸ A

گرمای داده شده به ماده A و ماده B باهم برابر است. گرمای داده شده را طبق رابطه گرما می‌نویسیم و باهم برابر قرار می‌دهیم.

$$Q = mc \Delta\theta \xrightarrow{Q_A = Q_B} m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$\xrightarrow{\frac{m_A}{\Delta\theta_A} = \frac{3 \text{ g}}{5^\circ\text{C}}, \frac{m_B}{\Delta\theta_B} = \frac{2 \text{ g}}{3^\circ\text{C}}} 3 \times c_A \times 5 = 2 \times c_B \times 3 \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{2}{5} = 0.4$$

بازی با سؤال به دو جسم A و B که نسبت جرم آن‌ها $\frac{M_A}{M_B} = \frac{4}{3}$ و

نسبت گرمای ویژه آن‌ها $\frac{c_A}{c_B} = \frac{3}{5}$ است، به یک اندازه گرما می‌دهیم. اگر

افزایش دمای جسم A برابر ۴۰ درجه سلسیوس باشد، افزایش دمای جسم B چند درجه سلسیوس خواهد بود؟

۱۸ (۱) ۳۲ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴)

۳ ۹۱۹ B

به کمک رابطه $Q = mc \Delta\theta$ ، C را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} A: 1800 = 2 c_A \times 2 \Rightarrow c_A = 450 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \\ B: 1200 = 1 \times c_B \times 2 \Rightarrow c_B = 600 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \Rightarrow c_B > c_C > c_A \\ C: 3000 = 1/5 \times c_C \times 4 \Rightarrow c_C = 500 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \end{cases}$$

۴ ۹۲۰ B

گرمای داده شده به دو جسم A و B برابر است. گرمای Q_A و Q_B را در رابطه گرما برابر قرار می‌دهیم و به کمک آن یک رابطه بین $\Delta\theta_A$ و $\Delta\theta_B$ به دست می‌آوریم.

$$Q_A = Q_B \xrightarrow{\frac{m_A}{c_A} = \frac{m_B}{c_B} = 1 \text{ kg}} \frac{m_A}{c_A} \Delta\theta_A = \frac{m_B}{c_B} \Delta\theta_B \xrightarrow{c_A = 250 \text{ J/kg}^\circ\text{C}, c_B = 1250 \text{ J/kg}^\circ\text{C}} 1 \times 250 \times \Delta\theta_A = 1 \times 1250 \times \Delta\theta_B \Rightarrow \Delta\theta_A = 5 \Delta\theta_B \quad (I)$$

در صورت مسئله بیان شده که افزایش دمای جسم A، ۲۰°C بیشتر از افزایش دمای

جسم B است، بنابراین:

$$\Delta\theta_A = \Delta\theta_B + 20 \quad (II)$$

اکنون دو معادله و دو مجهول (I) و (II) را در اختیار داریم.

$$(I) \text{ و } (II) \Rightarrow 5 \Delta\theta_B = \Delta\theta_B + 20 \Rightarrow 4 \Delta\theta_B = 20 \Rightarrow \Delta\theta_B = 5^\circ\text{C}$$

گرمای Q را حساب می‌کنیم. $Q = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow Q = 1 \times 1250 \times 5 \Rightarrow Q = 6250 \text{ J}$

۱ ۹۲۱ B

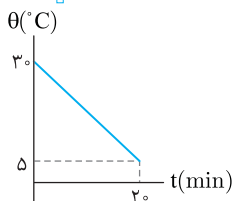
با توجه به صورت مسئله چگالی A، ۸/۰ چگالی B است از این رو می‌توان نوشت:

$$\rho_A = 0.8 \rho_B \Rightarrow \frac{m_A}{V_A} = 0.8 \frac{m_B}{V_B} \xrightarrow{V_A = 2 V_B}$$

$$\frac{m_A}{2 V_B} = 0.8 \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow m_A = 1.6 m_B$$



A ۹۳۰ ۴



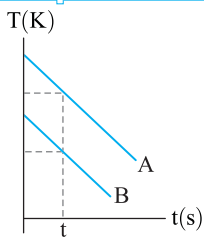
توان وسیلهٔ سرمازا ۳ وات است، یعنی وسیله در هر ثانیه ۳ J گرما از جسم می‌گیرد. بنابراین با توجه به نمودار در مدت ۲۰ دقیقه مقدار گرمایی که جسم از دست می‌دهد تا دمایش از ۳۰°C به ۵°C برسد برابر است با:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = Pt = 3 \times (20 \times 60) = 3600 \text{ J}$$

به کمک رابطهٔ گرما، گرمای ویژهٔ جسم را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 3600 = 0.2 \times c \times 25 \Rightarrow c = 480 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

B ۹۳۱ ۱



توان وسیله‌ها یکسان است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $P = \frac{Q}{t}$ در مدت زمان یکسان، گرمای گرفته شده از دو جسم نیز یکسان است:

$$Q_A = P_A t_A \quad \frac{P_A = P_B}{t_A = t_B} \rightarrow Q_A = Q_B$$

شیب نمودار برابر تغییرات محور قائم بر روی تغییرات محور افقی است (یعنی $\frac{\Delta T}{\Delta t}$) و

با توجه به نمودار دو خط موازی‌اند، شیب هر دو نمودار یکسان است. بنابراین در مدت زمان یکسان تغییر دمای دو جسم یکسان است:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta T = m_B c_B \Delta T \Rightarrow m_A c_A = m_B c_B \Rightarrow C_A = C_B$$

B ۹۳۲ ۳

خط فکری در واقع مسئله از ما خواسته که دربارهٔ گرمای ویژهٔ واقعی فلز اظهار نظر کنیم. در این صورت باید ابتدا مشخص کنیم که گرمکن با توان $P = 50 \text{ W}$ در مدت $t = 120 \text{ s}$ چند ژول گرما به فلز می‌دهد. سپس به کمک رابطهٔ گرما، گرمای لازم برای بالا بردن دمای قطعه فلز از ۱۸°C به ۳۸°C را به دست بیاوریم و با گرمایی که گرمکن به فلز می‌دهد مقایسه کنیم.

گرمایی که گرمکن در مدت ۱۲۰s تولید می‌کند برابر است با:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = Pt \Rightarrow Q = 50 \times 120 \Rightarrow Q = 6000 \text{ J}$$

گرمایی که قطعه فلز می‌گیرد تا دمایش بالا رود برابر است با:

$$Q_{\text{فلز}} = mc\Delta\theta = 0.6 \times c \times (38 - 18) = 12c$$

حال اگر تمام گرمایی که گرمکن تولید می‌کند صرف گرم شدن فلز شده باشد آن‌گاه:

$$Q_{\text{فلز}} = 6000 \text{ J} \Rightarrow 6000 = 12c \Rightarrow c = 500 \text{ J/kg} \cdot \text{C}$$

البته ممکن است که همهٔ ۶۰۰۰ J گرما صرف گرم شدن فلز نشده و بخشی از آن به محیط داده شود. یعنی $Q_{\text{فلز}} < 6000 \text{ J}$ باشد. بنابراین

$$mc\Delta\theta < 6000 \Rightarrow 12c < 6000 \Rightarrow c < 500 \text{ J/kg} \cdot \text{C}$$

در نتیجه $c \leq 500 \text{ J/kg} \cdot \text{C}$ خواهد بود.

B ۹۳۳ ۲

۱ توان الکتریکی کتری به گرما تبدیل شده بنابراین توان گرمایی کتری برابر است با:

$$P_{\text{گرمایی}} = \frac{Y}{\lambda} P_{\text{الکتریکی}} \Rightarrow P_{\text{گرمایی}} = \frac{Y}{\lambda} \times 800 = 700 \text{ W}$$

۲ حال گرمای داده شده به آب پس از ۱۰ دقیقه یا $10 \times 60 = 600$ ثانیه را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{گرمایی}} = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = P_{\text{گرمایی}} t \Rightarrow Q = 700 \times 600 = 420000 \text{ J}$$

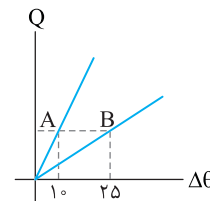
۳ این گرما به ۲/۵ kg آب با دمای اولیهٔ ۵°C داده شده است:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 420000 = 2/5 \times 4200 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 40^\circ \text{C}$$

۴ دمای جسم ۴۰°C افزایش یافته:

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i \Rightarrow 40 = \theta_f - 5 \Rightarrow \theta_f = 45^\circ \text{C}$$

بازی با سوال نمودار گرمای داده شده به دو جسم A و B با جرم‌های یکسان، بر حسب تغییر دما به صورت روبه‌رو است. نسبت



گزینهٔ ۲

$\frac{C_A}{C_B}$ کدام است؟	
(۱) $\frac{2}{5}$	(۲) $\frac{5}{2}$
(۳) $\frac{3}{5}$	(۴) $\frac{5}{3}$

A ۹۲۶ ۱

خط فکری آهنگ گرما دادن، همان توان گرمایی است، اما دقت کنید یکای آهنگ گرما بر حسب J/min است که باید به J/s یا همان وات تبدیل شود.

$$2000 \frac{\text{J}}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{2000}{60} = \frac{100}{3} \text{ J/s}$$

تغییر دمای آب از ۱۰°C تا ۷۰°C برابر ۶۰°C است و گرمایی که آب دریافت می‌کند (Q) برابر خواهد شد با:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{m=4 \text{ kg}, c=4200 \text{ J/kg} \cdot \text{C}} Q = 4 \times 4200 \times 60$$

اکنون می‌توان زمان را به دست آورد.

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow t = \frac{Q}{P} = \frac{4 \times 4200 \times 60}{\frac{100}{3}} = 3 \times 4 \times 42 \times 60 \text{ s} = \frac{3 \times 4 \times 42 \times 60}{3600} \text{ h} = 8/4 \text{ h}$$

میانبر چون آهنگ گرما دادن ثابت است، بنابراین نسبت گرما و زمان یکسان تغییر می‌کنند. در این سؤال گفته شده ۲۰۰۰ J گرما در هر دقیقه داده می‌شود و گرمای مورد نیاز $Q = mc\Delta\theta = 504(2000)$ است. بنابراین این گرما در مدت ۵۰۴ دقیقه به جسم داده می‌شود.

A ۹۲۷ ۳

توان گرمایی اجاق الکتریکی ($P = \frac{Q}{t}$) ثابت است. بنابراین:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{Q_W}{t_W} = \frac{Q_O}{t_O} \xrightarrow{Q = mc\Delta\theta} \frac{m_W c_W \Delta\theta_W}{t_W} = \frac{m_O c_O \Delta\theta_O}{t_O}$$

$$\xrightarrow{m_O = 2 \text{ kg}, m_W = 1 \text{ kg}, \Delta\theta_W = \Delta\theta_O} \frac{1 \times c_W}{t_W = 10 \text{ min}} = \frac{2 \times c_O}{t_O = 15 \text{ min}} \Rightarrow \frac{c_O}{c_W} = \frac{1}{2}$$

A ۹۲۸ ۴

ابتدا گرمایی که دمای آلومینیوم را بالا می‌برد، حساب می‌کنیم.

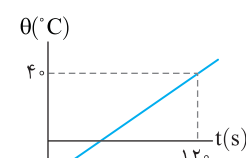
$$Q = mc\Delta T = 40 \times 900 \times 12/5 = 45000 \text{ J یا } 45 \text{ kJ}$$

مقدار گرمایی که گرمکن در مدت ۶ min می‌دهد:

$$Q_{\text{آزاد شده}} = P \cdot t = 1/5 \times 6 \times 60 = 54 \text{ kJ}$$

پس مقدار $540 - 450 = 90 \text{ kJ}$ گرما تلف شده است.

B ۹۲۹ ۳



به نمودار نگاه کنید. در مدت ۱۲۰s، دمای جسم در اثر دریافت گرما از -۲۰°C به ۴۰°C رسیده است، یعنی ۶۰°C افزایش یافته است، بنابراین گرمایی که جسم دریافت می‌کند خواهد شد:

$$Q = mc\Delta\theta = Q = 0.1 \times 400 \times 60 \Rightarrow Q = 2400 \text{ J}$$

این گرمایی است که جسم در ۱۲۰s دریافت کرده است، بنابراین گرمایی که در هر ثانیه

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{2400}{120} = 20 \text{ J/s}$$

دریافت می‌کند خواهد شد:

میانبر در مدت ۱۲۰s دمای جسم جامد ۶۰°C افزایش یافته بنابراین در هر ثانیه دمای جسم به اندازهٔ ۰/۵°C افزایش می‌یابد: $Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 0.1 \times 400 \times 60 = 2400 \text{ J}$

می ماند و تمام انرژی پتانسیل گرانشی آن هنگام برخورد به زمین به انرژی جنبشی جسم تبدیل می شود. بنابراین به کمک پایداری انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی هنگام برخورد به زمین را حساب می کنیم، سپس به کمک رابطه گرما، افزایش دمای سنگ در اثر دریافت انرژی را به دست می آوریم. بنا به پایداری انرژی مکانیکی می توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \quad \begin{matrix} K_1 = 0, U_2 = 0 \\ U_1 = mgh \end{matrix} \rightarrow mgh = 0 + K_2$$

$$\Rightarrow K_2 = m \times 10 \times 240 \Rightarrow K_2 = 2400 \text{ m جول}$$

یک سوم این انرژی به گرما تبدیل شده است.

$$Q = \frac{1}{3} K_2 = \frac{1}{3} \times 2400 \text{ m} = 800 \text{ m} \quad \begin{matrix} Q = mc\Delta\theta \\ c = 400 \text{ J/kg}^\circ\text{C} \end{matrix} \rightarrow m \times 400 \times \Delta\theta = 800 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 2^\circ\text{C}$$

۱ ۹۳۹ B

خط فکری گرمایی که به مجموعه داده می شود صرف گرم کردن آب و فلز می شود. از طرفی دمای آب و فلزی که در آن قرار دارد 10°C است. بنابراین کافی است مجموع گرمای آب و فلز را برابر کل گرمای 21 kJ قرار دهیم. چون آب و فلز در تماس باهم هستند، دمای نهایی آن ها نیز یکسان خواهد شد.

با توجه به رابطه گرماسنجی و مقدار گرمای داده شده به مجموعه می توان نوشت:

$$Q_{\text{کل}} = Q_{\text{آب}} + Q_{\text{فلز}} = m_W c_W \Delta\theta + C \Delta\theta$$

$$21000 = 2 \times 4200 \Delta\theta + 2100 \times \Delta\theta \Rightarrow 21000 = 8400 \Delta\theta + 2100 \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{21000}{10500} = 2^\circ\text{C}$$

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i \Rightarrow 2 = \theta_f - 10 \Rightarrow \theta_f = 12^\circ\text{C}$$

دمای نهایی مجموعه خواهد شد.

۲ ۹۴۰ B

۱ ابتدا گرمایی که گرمکن به مجموعه ظرف عایق می دهد را حساب می کنیم.

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = Pt \quad \begin{matrix} P = 50 \text{ W}, t = 6 \text{ s} \end{matrix} \Rightarrow Q = 50 \times 6 = 300 \text{ J}$$

۲ این گرما صرف گرم کردن آب و ظرف عایق شده است، بنابراین:

$$Q = Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} = m_W c_W \Delta\theta + C \Delta\theta$$

$$\Rightarrow 3000 = 0.1 \times 4200 \times (25 - 20) + C(25 - 20)$$

$$900 = 5C \Rightarrow C = 180 \text{ J/}^\circ\text{C}$$

۳ توان گرمایی گرمکن ثابت است و در مدت 1 min ، دمای مجموعه 5°C افزایش یافته است. برای به دست آوردن مدت زمانی که دمای مجموعه $75^\circ\text{C} - 25^\circ\text{C} = 50^\circ\text{C}$ افزایش می یابد، کافی است که از یک تناسب ساده استفاده کنیم.

5°C	1 min
75°C	$t \Rightarrow t = 15 \text{ min}$

۳ ۹۴۱ B

خط فکری در واقع با روشن شدن همزن برقی، کاری که همزن انجام می دهد به گرما تبدیل شده و انرژی درونی آب و ظرف عایق را بالا برده و سبب افزایش دمای آن ها می شود. مقدار انرژی که همزن به مجموعه می دهد از تعریف توان $P = W/t$ به دست می آید. ابتدا گرمایی که لازم است تا دمای آب و ظرف عایق 10°C بالا برود را به کمک رابطه گرما به دست می آوریم.

$$Q = Q_{\text{آب}} + Q_{\text{ظرف}} = m_W c_W \Delta\theta + C \Delta\theta$$

$$Q = 0.1 \times 4200 \times 10 + 300 \times 10 \Rightarrow Q = 7200 \text{ J}$$

این مقدار گرما توسط همزن تأمین شده است، از این رو:

$$P = \frac{W}{t} \quad \begin{matrix} Q = W = 7200 \\ 7200 = 200 \times t \end{matrix} \Rightarrow t = 36 \text{ s}$$

۱ ۹۴۲ B

خط فکری ابتدا باید براساس انبساط حجمی مایع، تغییر دمای آن را حساب کنیم سپس به کمک چگالی جرم مایع را به دست می آوریم و به کمک تغییر دما و جرم مایع، گرمای داده شده به مایع را به دست می آوریم:

۳ ۹۳۴ B

ابتدا توان مفید گرمکن را حساب می کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = R_a \times P \Rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{\lambda}{100} \times 1/5 = 1/2 \text{ kW}$$

تغییر دمای آب را بر حسب درجه سلسیوس حساب می کنیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{5}{9} \times 81 = 45^\circ\text{C}$$

گرمایی که آب گرفته است برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = \frac{\lambda}{1000} \times 3000 \times 45 = 1/0.8 \times 10^5 \text{ J}$$

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow t = \frac{Q}{P} = \frac{1/0.8 \times 10^5}{1/2 \times 10^3} = 90 \text{ s}$$

۲ ۹۳۵ A

خط فکری در این سوالات باید یک بار گرمایی که مایع می گیرد تا دمایش افزایش پیدا کند را حساب کنیم. سپس گرمایی که گرمکن در مدت 24 s تولید می کند را به دست می آوریم. تا مشخص شود چقدر از گرمای گرمکن به مایع رسیده است. ۱ گرمایی که دمای 60°C مایع را از 30°C به 50°C می رساند برابر است:

$$Q = mc\Delta\theta \quad \begin{matrix} c = 1500 \text{ J/kg}^\circ\text{C} \end{matrix} \Rightarrow Q = \frac{60}{1000} \times 1500 \times (50 - 30) \Rightarrow Q_{\text{مایع}} = 1800 \text{ J}$$

۲ گرمایی که گرمکن تولید می کند خواهد شد:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q_{\text{گرمکن}} = Pt \quad \begin{matrix} P = 300 \text{ W}, t = 24 \text{ s} \end{matrix} \Rightarrow Q_{\text{گرمکن}} = 7200 \text{ J}$$

$$Q_{\text{گرمکن}} = 7200 \text{ J} \Rightarrow Q_{\text{گرمکن}} = 300 \times 24$$

۳ اکنون مشخص می کنیم مایع Q چند درصد $Q_{\text{گرمکن}}$ است.

$$\frac{Q_{\text{مایع}}}{Q_{\text{گرمکن}}} \times 100 = \frac{1800}{7200} \times 100 = 0.25 \times 100 = 25\%$$

راندان به صورت نسبت

میانبر در سؤالاتی که با توان و بازده سروکار داریم، می توانیم از رابطه مقابل استفاده کنیم:

$$Q = R_a \times P \times t$$

مدت زمان توان وسیله گرمایی که وسیله داده

بازی با سؤال یک گرمکن با توان P و بازده 84% در مدت 125 s می تواند دمای 600 g آب 30°C را به 80°C برساند، P چند وات است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$) از اتلاف انرژی صرف نظر شود.

۱۸۰۰ (۱)	۱۵۰۰ (۲)	۱۲۰۰ (۳)	۱۰۰۰ (۴)
----------	----------	----------	----------

۳ گزینه

۱ ۹۳۶ A

گلوله سربی در اثر برخورد به دیوار متوقف شده و 50% درصد انرژی جنبشی آن به گرما تبدیل شده است. بنابراین باید در رابطه گرما $Q = mc\Delta\theta$ به جای 50% انرژی جنبشی را قرار دهیم.

$$Q = \frac{1}{2} K \Rightarrow mc\Delta\theta = \frac{1}{2} (mv^2)$$

$$\Rightarrow 125 \Delta\theta = \frac{1}{2} \times (400)^2 \Rightarrow \Delta\theta = \frac{400 \times 400}{500} \Rightarrow \Delta\theta = 320^\circ\text{C}$$

۴ ۹۳۷ B

با پایین آمدن وزن، انرژی پتانسیل آن به اندازه $\Delta U = mgh$ کاهش می یابد که این انرژی به انرژی جنبشی همزن تبدیل می شود و همزن این انرژی را به آب می دهد و دمای آب را بالا می برد. بنابراین در رابطه دماسنجی $Q = m_W c \Delta\theta$ به جای Q مقدار mgh را قرار می دهیم.

$$Q = m_W c \Delta\theta \quad \begin{matrix} m_W = 2 \text{ m} \\ Q = mgh \end{matrix} \rightarrow mgh = 2mc\Delta\theta \quad \begin{matrix} g = 10 \text{ N/kg} \\ c = 1000 \text{ J/kg}^\circ\text{C} \end{matrix} \rightarrow \Delta\theta = \frac{\Delta h}{c}$$

۴ ۹۳۸ B

خط فکری در واقع این مسئله یک مسئله ترکیبی از فصل کار و انرژی و فصل گرماسنجی است. وقتی سنگ در شرایط خلأ می شود، انرژی مکانیکی آن در طول مسیر ثابت



۲ نسبت تغییر حجم دو جسم خواسته شده است.

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A (\alpha_A \Delta \theta_A)}{V_B (\alpha_B \Delta \theta_B)} \xrightarrow{\frac{V_B = 4V_A}{\Delta \theta_A = 2\Delta \theta_B}} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{1}{4} \times \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times 2$$

$$\xrightarrow{\alpha_A = \frac{1}{2}\alpha_B} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{4}$$

بازی با سؤال دو میله فلزی A و B در دمای اتاق هم طول هستند. اگر به هر کدام از میله‌ها گرمای برابر بدهیم، افزایش طول میله B چند برابر افزایش طول میله A خواهد بود؟ (m جرم و c ظرفیت گرمایی ویژه و α ضریب انبساط طولی است.)

$$\frac{m_B \alpha_B c_B \Delta \theta}{m_A c_A \alpha_A \Delta \theta} \quad (۱)$$

$$\frac{m_A c_A \alpha_A \Delta \theta}{m_B c_B \alpha_B \Delta \theta} \quad (۲)$$

گزینۀ ۴

۴ ۹۴۷ B

۱ دو ورقه هم جنس و با ضخامت یکسان هستند که سطح یکی دو برابر دیگری است ($S_2 = 2S_1$)، بنابراین با توجه به رابطه $V = Ah$ حجم دومی نیز دو برابر حجم اولی است ($V_2 = 2V_1$) و چون دو ورقه هم جنس بوده و چگالی آن‌ها یکسان است، خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1 = \frac{m_1}{V_1} \\ \rho_2 = \frac{m_2}{V_2} \end{array} \right. \xrightarrow{\rho_1 = \rho_2} \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} \xrightarrow{V_2 = 2V_1} m_2 = 2m_1$$

۲ گرمای داده شده به S_2 دو برابر گرمای داده شده به S_1 است و با توجه به رابطه $Q = mc\Delta\theta$ خواهیم داشت:

$$Q_2 = 2Q_1 \Rightarrow m_2 c \Delta\theta_2 = 2m_1 c \Delta\theta_1$$

۳ اکنون نسبت شعاع دو ورقه را به دست می‌آوریم:

$$S_2 = 2S_1 \Rightarrow \pi R_2^2 = 2\pi R_1^2 \Rightarrow R_2 = \sqrt{2}R_1$$

۴ به کمک رابطه انبساط طولی خواهیم داشت:

$$\Delta R = R\alpha\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta R_1}{\Delta R_2} = \frac{R_1\alpha\Delta\theta_1}{R_2\alpha\Delta\theta_2} \Rightarrow \frac{\Delta R_1}{\Delta R_2} = \frac{R_1}{\sqrt{2}R_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

بازی با سؤال از یک ورقه آلومینیومی دو صفحه دایره‌ای شکل به مساحت‌های $S_1 = S$ و $S_2 = nS$ بریده و جدا کرده‌ایم. حال اگر به صفحه اول گرمای $Q_1 = Q$ و به صفحه دوم گرمای $Q_2 = nQ$ را بدهیم و بر اثر این گرما،

افزایش شعاع آن‌ها به ترتیب ΔR_1 و ΔR_2 باشد، چقدر است؟

سراسری تجربی - ۹۲

$$\frac{1}{n} \quad (۴) \quad \sqrt{n} \quad (۳) \quad n \quad (۲) \quad ۱ \quad (۱)$$

گزینۀ ۳

۳ ۹۴۸ B

ابتدا گرمای داده شده به میله در مدت ۳۰ دقیقه را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = Pt \xrightarrow{P = 1kW = 1000W, t = 30 \text{ min} = 1800s} Q = 1000 \times 1800 = 1.8 \times 10^6 \text{ J}$$

با توجه به رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، تغییر دما خواهد شد:

$$1.8 \times 10^6 = 2 \times 600 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{1.8}{12} \times 10^3 = 150^\circ \text{C}$$

در نمودار نشان داده شده که در مدت ۳۰ دقیقه که دما 150°C افزایش یافته طول میله $8/24 \text{ cm} = 0.33 \text{ cm}$ افزایش یافته است:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta \xrightarrow{\frac{\Delta L = 0.33 \text{ cm}}{L_1 = 8 \text{ cm}}} 0.33 = 8 \times \alpha \times 150$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{0.33}{12} \times 10^{-3} \Rightarrow \alpha = 2.75 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ \text{C}^{-1}$$

۱ افزایش حجم مایع 2 cm^3 است. با توجه به رابطه انبساط حجمی مایع می‌توان نوشت:

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta\theta \xrightarrow{V_0 = 200 \text{ cm}^3} 2 = 200 \times 1/200 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 2^\circ \text{C}$$

$$\Delta\theta = \frac{100}{12} = \frac{25}{3}^\circ \text{C}$$

۲ جرم جسم را به کمک تعریف چگالی به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow{\rho = 1.8 \text{ g/cm}^3} m = 1.8 \times 200 = 360 \text{ g}$$

۳ اکنون گرمایی که به مایع می‌دهیم قابل محاسبه است:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = \frac{160}{1000} \times 2400 \times \frac{25}{3} \Rightarrow Q = 3200 \text{ J} = 3/2 \text{ kJ}$$

۲ ۹۴۳ B

ابتدا تغییر دما را حساب می‌کنیم.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 80 \times 10^3 = 2 \times 400 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 100^\circ \text{C}$$

حال درصد تغییرات حجم را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta V}{V_0} \times 100 = \alpha \Delta\theta \times 100 = 9 \times 10^{-5} \times 100 \times 100 = 0.9\%$$

۳ ۹۴۴ B

با توجه به رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، دمای ثانویه را به دست آوریم. البته به دلیل آنکه از آب گرما گرفته‌ایم باید Q را منفی قرار دهیم.

$$-42 \times 10^3 = mc\Delta\theta \Rightarrow -42 \times 10^3 = 1 \times 4200 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = -1^\circ \text{C}$$

دما 1°C کاهش می‌یابد یعنی دمای آب از 12°C به 2°C رسیده و با توجه به انبساط غیر عادی آب، با کاهش دما از 12°C تا 4°C ، حجم کاهش و چگالی آب افزایش می‌یابد و از 4°C تا 2°C حجم افزایش و چگالی آب کاهش می‌یابد.

نکته به‌طور کلی هر گاه با تغییر حجم یا چگالی آب سر و کار داشتید، خواستون به دمای 4°C باشد که آیا در بازه تغییرات دما قرار دارد یا نه.

بازی با سؤال از 500 گرم آب 13°C مقدار 21 kJ گرما می‌گیریم.

حجم آب چگونه تغییر می‌کند؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \text{ J/kg}^\circ \text{C}$)

۱ کاهش می‌یابد. ۲ افزایش می‌یابد.

۳ ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. ۴ ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

گزینۀ ۳

۲ ۹۴۵ B

خط فکری وقتی در مسئله به دو جسم متفاوت گرما می‌دهیم، برای بررسی و مقایسه انبساط آن‌ها ابتدا باید از رابطه گرما $Q = mc\Delta\theta$ ، رابطه‌ای بین تغییر دمای دو جسم به دست آوریم و سپس با استفاده از روابط انبساط تغییر خواسته شده را حساب کنیم.

۱ گرمای داده شده به هر دو میله یکسان است:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow mc_A \Delta\theta_A = mc_B \Delta\theta_B \xrightarrow{\frac{c_A}{c_B} = 2} 2\Delta\theta_A = \Delta\theta_B$$

۲ تغییر طول میله از رابطه $\Delta L = L\alpha\Delta\theta$ به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{L_A \alpha_A \Delta\theta_A}{L_B \alpha_B \Delta\theta_B} \xrightarrow{L_A = L_B} \frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{\alpha_A \Delta\theta_A}{\alpha_B \Delta\theta_B}$$

$$\xrightarrow{\frac{\Delta\theta_B = 2\Delta\theta_A}{\alpha_B = 2\alpha_A}} \frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{1}{4}$$

۴ ۹۴۶ B

۱ گرمای داده شده به دو جسم یکسان است. بنابراین:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \xrightarrow{\frac{m_A}{c_A} = \frac{m_B}{c_B}} m_B \frac{1}{c_B} \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow \Delta\theta_B = \frac{1}{c_B} \Delta\theta_A$$

۳ ۹۵۲ B

خط فکری گرمای داده شده به هر چهار صفحه فلزی هم جنس برابر است. در این صورت هر صفحه ای که جرم بیشتری دارد. افزایش دمای کمتری دارد. البته برای مقایسه جرم ها نیز کافی است. مساحت سطح ورقه ها را با هم مقایسه کنیم. زیرا چگالی هر چهار صفحه برابر است و مساحت روزنه آن ها نیز یکسان است و ورقه ای که مساحت بیشتری دارد. جرمش بیشتر است. اگر مساحت سطح روزنه ها را یکسان و برابر X بگیریم.

$$S_A = 2l \times l - x = 2l^2 - x \quad \text{مساحت ورقه A:}$$

$$S_B = 3l \times l - x = 3l^2 - x \quad \text{مساحت ورقه B:}$$

$$S_C = 3l \times 2l - x = 6l^2 - x \quad \text{مساحت ورقه C:}$$

$$S_D = 0.5l \times 2l - x = l^2 - x \quad \text{مساحت ورقه D:}$$

بنابراین $S_D < S_A < S_B < S_C$ است و $m_D < m_A < m_B < m_C$ است. با توجه به رابطه گرما $Q = mc\Delta\theta$ با ثابت بودن Q هر چه m کمتر باشد $\Delta\theta$ بیشتر است. $m_A c \Delta\theta_A = m_B c \Delta\theta_B = m_C c \Delta\theta_C = m_D c \Delta\theta_D$
 $\frac{m_D < m_A < m_B < m_C}{\Delta\theta_D > \Delta\theta_A > \Delta\theta_B > \Delta\theta_C}$

قطر چهار حفره یکسان است و هر چه افزایش دما بیشتر باشد. انبساط حفره بزرگتر است. بنابراین صفحه D که بیشترین افزایش دما را دارد انبساط قطر حفره آن بیشترین و صفحه C که کمترین افزایش دما را دارد انبساط قطر حفره آن کمترین است. **میانبر** با تجربه فیزیکی خود می دانیم هر چه جسمی کوچکتر باشد با گرمای یکسان. قطعاً سریعتر دمايش بالا می رود و سریع نیز منبسط می شود. بنابراین جسم کوچکتر افزایش دمايش بیشتر است و حفره آن نیز بزرگتر می شود.

۳ ۹۵۳ B

۱ حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را حساب می کنیم.
 $V = \frac{4}{3} \pi (r_{\text{داخلی}}^3 - r_{\text{خارجی}}^3) \Rightarrow V_{\text{فلز}} = \frac{4}{3} \times \pi \times (4^3 - 3^3)$
 $\Rightarrow V_{\text{فلز}} = 4(64 - 27) = 4 \times 37 \text{ cm}^3 = 148 \text{ cm}^3$
۲ جرم فلز را به دست می آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow{\rho = 2 \text{ g/cm}^3} m_{\text{فلز}} = 2 \times 148 \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 296 \text{ g}$$

$$\text{۳ به کمک رابطه گرماسنجی تغییر دمای فلز قابل محاسبه است.} \\ Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{Q = 29600 \text{ J}, c = 400 \text{ J/kg.K}} 29600 = 296 \times 10^{-3} \times 400 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 250^\circ \text{C}$$

$$\text{۴ افزایش حجم فلز از ما خواسته شده است بنابراین:} \\ \Delta V_{\text{فلز}} = V_{\text{فلز}} (\alpha \Delta\theta) \Rightarrow \Delta V_{\text{فلز}} = 148 \times 3 \times 10^{-5} \times 250 \Rightarrow \Delta V_{\text{فلز}} = 1/11 \text{ cm}^3$$

۲ ۹۵۴ B

با توجه به تعریف چگالی خواهیم داشت:
 $\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m = \rho V} \frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho V_A}{\rho V_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{V_A}{V_B} \quad (1)$
 گرمای داده شده به هر دو کره یکسان است. دو کره هم جنس هستند و گرمای ویژه آن ها یکی است به کمک رابطه گرما خواهیم داشت:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c \Delta\theta_A = m_B c \Delta\theta_B \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} \quad (2)$$

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$$

از رابطه (۱) و (۲) نتیجه می شود:

اکنون نسبت تغییر حجم کره A و کره B را به دست می آوریم.
 $\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A(\beta)\Delta\theta_A}{V_B(\beta)\Delta\theta_B} = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = 1$
 دقت کردید که اعداد داده شده در صورت مسئله تأثیری در حل این مسئله ندارد. از طرفی حجم کره A که توپر است برابر حجم فلزی است که کره از آن ساخته شده است اما حجم کره B و حجم فلزی که کره B از آن ساخته شده یکی نیست و در صورت مسئله نسبت حجم کره A به حجم فلزی که کره B از آن ساخته شده است مدنظر است.

۳ ۹۴۹ B

در چند ثانیه اول گرم کردن مشاهده می شود که سطح آب درون لوله اندکی پایین می آید. زیرا لوله شیشه ای رسانای ضعیف گرما است. بنابراین نخست لوله شیشه ای منبسط می شود و حجم درون آن افزایش می یابد و سطح مایع که هنوز شروع به انبساط نکرده است پایین می آید و همین که گرما به مایع (آب) رسید. مایع منبسط می شود و در لوله از سطح اولیه بالاتر می رود زیرا ضریب انبساط حجمی مایع بیشتر از ضریب انبساط حجمی جامد است.

۱ ۹۵۰ B

دو کره هم جنس (مسی) و شعاع آن ها یکی است. پس جرم کره توخالی کمتر است و برای افزایش دمای یکسان به گرمای کمتری نیاز دارد.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \begin{cases} Q_A = m_A c \Delta\theta_A \\ Q_B = m_B c \Delta\theta_B \end{cases} \xrightarrow{\frac{m_A < m_B}{\Delta\theta_A = \Delta\theta_B}} Q_A < Q_B$$

از طرفی دمای هر دو کره به یک اندازه افزایش یافته است و بنا بر رابطه انبساط حجمی $\Delta V = V_0 \beta \Delta\theta$. افزایش حجم دو کره و همچنین افزایش شعاع دو کره $(\Delta R = R_0 \alpha \Delta\theta)$ با هم برابر است.

پاسخ سوال دو کره مسی داریم که قطر خارجی آن ها برابر ولی یکی توپر و دیگری تو خالی است. اگر آن ها را در آب جوش بیندازیم. پس از تعادل گرمایی. افزایش قطر کره توپر
 ۱) کمتر از افزایش قطر خارجی کره تو خالی است.
 ۲) بیشتر از افزایش قطر خارجی کره تو خالی است.
 ۳) به اندازه افزایش قطر داخلی کره تو خالی است.
 ۴) به اندازه افزایش قطر خارجی کره تو خالی است.

۳ ۹۵۱ B

خط فکری توجه کنید که انبساط تنها به تغییر دما بستگی دارد.

$$\begin{cases} \Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta \\ \Delta A = A_0 (\alpha \Delta\theta) \\ \Delta V = V_0 (\alpha \Delta\theta) \end{cases}$$

هنگامی که در سؤال گفته شود به جسمی گرما داده ایم با توجه به رابطه زیر ابتدا باید تغییر دما را محاسبه کنیم و سپس در معادله انبساط قرار دهیم.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} \quad (1)$$

به دو کره انرژی گرمایی مساوی داده شده است. جنس دو کره نیز یکسان است. یعنی گرمای ویژه آن ها با هم برابر است. بنابراین طبق رابطه (۱) تغییر دمای کره ای که درون آن حفره است و جرم کمتری دارد. بیشتر از دیگری است.

$$Q_{\text{توپر}} = Q_{\text{حفره دار}} \xrightarrow{c=c'} m\Delta\theta = m'\Delta\theta' \xrightarrow{m > m'} \Delta\theta < \Delta\theta'$$

تغییر شعاع کره ها از رابطه $\Delta R = R_0 \alpha \Delta\theta$ به دست می آید. دو کره هم جنس اند. پس ضریب انبساط طولی آن ها با هم برابر است. همچنین دو کره در ابتدا شعاع اولیه یکسانی دارند. بنابراین کره توخالی که تغییر دمای بیشتری داشته افزایش شعاع بیشتری هم خواهد داشت. **جمع بندی** اگر دو جسم هم جنس و با شکل ظاهری یکسان داشته باشیم که جسم A توپر و جسم B توخالی باشد. در مسائلی که با دمای دو جسم را یکسان تغییر می دهند (حالت ۱) یا به دو جسم گرمای یکسان داده می شود (حالت ۲):

$m_A > m_B$	$m_A > m_B$
حالت ۱: $\begin{matrix} \text{A} & \text{B} \\ \text{توپر} & \text{توخالی} \end{matrix}$	حالت ۲: $\begin{matrix} \text{A} & \text{B} \\ \text{توپر} & \text{توخالی} \end{matrix}$
$\Delta\theta_A = \Delta\theta_B$	$Q_A = Q_B$
$Q_A > Q_B$	$\Delta\theta_A < \Delta\theta_B$
$\Delta R_A = \Delta R_B$	$\Delta R_A < \Delta R_B$



A ۹۵۸ ۴

گرمایی که آلومینیم از دست می‌دهد برابر است با:

$$Q_{Al} = m_{Al} c_{Al} \Delta\theta_{Al}$$

$$\frac{m_{Al} = 1 \text{ kg}, c_{Al} = 900 \text{ J/kg.K}}{\theta_{Al} = 90^\circ \text{C}} \rightarrow Q_{Al} = 1 \times 900 \times (\theta_e - 90)$$

گرمایی که مس از دست می‌دهد خواهد شد:

$$Q_{Cu} = m_{Cu} c_{Cu} \Delta\theta_{Cu}$$

$$\frac{m_{Cu} = 2 \text{ kg}, c_{Cu} = 400 \text{ J/kg.K}}{\theta_{Cu} = 95^\circ \text{C}} \rightarrow Q_{Cu} = 2 \times 400 \times (\theta_e - 95)$$

چون دمای محیط مشخص نیست نمی‌توان نسبت $\frac{Q_{Al}}{Q_{Cu}}$ را حساب کرد بنابراین گزینه (۴) درست است.

B ۹۵۹ ۱

خط فکری هر سه گوی را پس از مدتی از درون آب جوش بیرون آورده‌ایم، از این‌رو دمای اولیه هر گوی 100°C است. سه گوی را روی یک ورقه بزرگ پارافین قرار داده‌ایم و این کار سبب می‌گردد دمای نهایی هر سه گوی برابر دمای ورقه بزرگ پارافین شود، یعنی تغییر دمای سه گوی یکسان است.

$$\Delta\theta_{Ag} = \Delta\theta_{Cu} = \Delta\theta_{Fe}$$

اکنون گرمایی که هر گوی از دست می‌دهد را به‌دست می‌آوریم.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_1 = m_{Ag} \times 240 \times \Delta\theta_{Ag}$$

$$Q_1 = m_{Cu} \times 400 \times \Delta\theta_{Cu}, \quad Q_2 = m_{Fe} \times 450 \times \Delta\theta_{Fe}$$

گویی‌ها گرما را از دست داده و این گرما به پارافین می‌رسد، پس هرچه گرمایی که گوی‌ها از دست می‌دهند بیشتر باشد، مقدار پارافین ذوب شده بیشتر است. یعنی نسبت پارافین ذوب شده برابر نسبت گرماهای از دست داده شده توسط گوی‌هاست.

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{m_{Fe} \times 450 \times \Delta\theta_{Fe}}{m_{Cu} \times 400 \times \Delta\theta_{Cu}} = \frac{15}{8} \Rightarrow \frac{m_{Fe}}{m_{Cu}} = \frac{15}{8} \Rightarrow m_{Fe} = \frac{15}{8} m_{Cu}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{m_{Ag} \times 240 \times \Delta\theta_{Ag}}{m_{Cu} \times 400 \times \Delta\theta_{Cu}} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{m_{Ag}}{m_{Cu}} = \frac{5}{3} \Rightarrow m_{Ag} = \frac{5}{3} m_{Cu}$$

B ۹۶۰ ۴

گرمایی که آلومینیم از دست می‌دهد تا دمایش از $\theta_{Al} = 94^\circ \text{C}$ به $\theta_e = 52^\circ \text{C}$ برسد برابر گرمایی است که $4/5 \text{ kg}$ آب $\theta_{W} = 50^\circ \text{C}$ دریافت می‌کند تا دمای آن نیز به دمای تعادل $\theta_e = 52^\circ \text{C}$ برسد، از این رو خواهیم داشت.

$$Q_{Al} + Q_W = 0 \Rightarrow m_{Al} c_{Al} (\theta_e - \theta_{Al}) + m_W c_W (\theta_e - \theta_W) = 0$$

$$\frac{c_{Al} = 900 \text{ J/kg}^\circ \text{C}, c_W = 4200 \text{ J/kg}^\circ \text{C}}{\rightarrow}$$

$$m \times 900 \times (52 - 94) + 4 \times 4200 \times (52 - 50) = 0$$

$$\Rightarrow 2m \times (4c) = 4c \times 2 \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

B ۹۶۱ ۳

خط فکری هر گاه دو جسم یا دو مایع را در کنار هم قرار می‌دهیم تا با یکدیگر تبادل گرمایی انجام دهند و اتلاف گرمایی نداشته باشیم، مجموع جبری گرمای مبادله شده بین آن‌ها صفر می‌شود:

$$Q_1 + Q_2 + \dots = 0$$

مجموع جبری گرمای مبادله شده بین دو جسم صفر است، بنابراین:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c (\theta_e - \theta_1) + m_2 c (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow m_1 (20 - 5) + m_2 (20 - 95) = 0 \Rightarrow m_1 = 5m_2$$

از طرفی مجموع جرم آب‌های مخلوط شده برابر است با $m_1 + m_2 = 150 \text{ g}$. بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} m_1 = 5m_2 \\ m_1 + m_2 = 150 \end{cases} \Rightarrow 6m_2 = 150 \Rightarrow m_2 = 25 \text{ g} \Rightarrow m_1 = 125 \text{ g}$$

میانبر هر گاه دو جسم هم‌جنس A و B با دماهای θ_A و θ_B را در کنار هم قرار دهیم تا با هم به تعادل دمایی برسند، داریم:

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$$

جمع‌بندی برای یک کره دارای حفره در مسائل می‌تواند افزایش حجم کره، یا حفره یا فلز به کار رفته در قسمت توپر خواسته شود:

افزایش حجم فلز به کار رفته:

$$\Delta V = V\beta\Delta\theta$$

$$\left(\frac{4}{3}\pi r_{\text{خارجی}}^3 - \frac{4}{3}\pi r_{\text{داخلی}}^3 \right)$$

افزایش حجم حفره:

$$\Delta V = V\beta\Delta\theta$$

$$\left(\frac{4}{3}\pi r_{\text{داخلی}}^3 \right)$$

افزایش حجم کره:

$$\Delta V_{\text{کره}} = V_{\text{کره}}\beta\Delta\theta$$

$$\left(\frac{4}{3}\pi r_{\text{خارجی}}^3 \right)$$

بازی با سوال دو کره فلزی هم‌جنس، هم‌دما و هم‌شعاع A و B در اختیار داریم. کره A توپر و کره B توخالی است، به‌طوری که $m_A = 2m_B$. اگر به هر دو کره گرمای یکسان دهیم، افزایش حجم کره A چند برابر افزایش حجم کره B خواهد بود؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{6}$

گزینه ۳

A ۹۵۵ ۱

خط فکری تعادل گرمایی یعنی هم‌شدن دو جسم. وقتی یک جسم گرم با یک جسم سرد در تماس قرار گیرد و باهم گرما مبادله کنند، گرما از جسم گرم آن‌قدر به جسم سرد شارش می‌کند تا دمای آن‌ها یکی شود که به این دما، دمای تعادل می‌گویند. با توجه به خط فکری بیان شده گزینه (۱) درست است.

اگر ظرف A آب محتوی 20°C آب و ظرف B محتوی 20°C آب و هر دو هم‌دما باشند، باهم در تعادل گرمایی هستند، اما قطعاً انرژی درونی آب ظرف A از انرژی درونی آب ظرف B بیشتر است، زیرا ظرف A تعداد ذرات بیشتری دارد، بنابراین گزینه (۲) و (۴) نادرست هستند.

دو جسم مانند آهن و آب می‌توانند باهم در تعادل گرمایی باشند در حالی که گرمای ویژه آن‌ها برابر نیست، بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

A ۹۵۶ ۱

وقتی آلومینیم و مس 20°C را درون مقداری آب 10°C بیندازیم، آب به آلومینیم و مس آن قدر گرما می‌دهد تا هر سه جسم به تعادل گرمایی برسند و دمای آن‌ها باهم برابر شود. یعنی دمای نهایی آلومینیم و مس برابر است. بنابراین افزایش دمای آن‌ها یکسان است. در نتیجه گزینه (۱) درست و گزینه (۲) نادرست است.

اما برای تغییر دمای یکسان 1 kg آلومینیم و 1 kg مس، قطعاً گرمایی که آلومینیم باید دریافت کند، با توجه به رابطه گرمایی $Q = mc\Delta\theta$ بیش از دو برابر مس خواهد بود زیرا گرمای ویژه آلومینیم بیش از دو برابر گرمای ویژه مس است بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

B ۹۵۷ ۴

خط فکری با توجه به مسئله $c_A > c_B$ است. اما جرم A و B مشخص نیست و اگر گرمای یکسانی به آن داده شود نمی‌توان تغییر دمای آن‌ها را باهم مقایسه کرد.

رابطه گرماسنجی را می‌نویسیم و گرمای داده شده را برابر قرار می‌دهیم.

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{m_B c_B}{m_A c_A}$$

کاملاً مشخص است که چون $\frac{m_B}{m_A}$ مشخص نیست هر حالتی ممکن است، بنابراین گزینه (۴) پاسخ درست است.

A ۹۶۵ ۴

۱ ابتدا دمای تعادل را به دست می آوریم:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow (70 \times 10^{-3})(900)(\theta_e - 70) + (60 \times 10^{-3})(4200)(\theta_e - 20) = 0$$

$$(60 \times 10^{-3})(4200)(\theta_e - 20) = (70 \times 10^{-3})(900)(70 - \theta_e) \Rightarrow \theta_e = 20^\circ C$$

۲ اکنون گرمای مبادله شده را به دست می آوریم:

$$|Q| = |mc\Delta\theta| = \left| \frac{70}{1000} \times 900 \times (70 - 20) \right| \Rightarrow |Q| = 63 \times 50 \Rightarrow |Q| = 3150 J$$

تذکره چون یکاها از صورت و مخرج حذف می شدند، تبدیل واحد را انجام ندادیم و فقط به این نکته توجه کرده ایم که یکاها یکسان باشند.

میانبر

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \Rightarrow \theta_e = \frac{(70 \times 900 \times 70) + (60 \times 4200 \times 20)}{(70 \times 900) + (60 \times 4200)}$$

$$\theta_e = \frac{70 \times 9 \times 7 + 6 \times 42 \times 20}{7 \times 9 + 6 \times 42} = \frac{70 \times 9 + 6 \times 42 \times 20}{9 + 6 \times 6} = \frac{70 + 30}{1 + 4} = 20^\circ C$$

A ۹۶۶ ۲

ابتدا با توجه به حجم و چگالی داده شده جرم آلومینیم و جرم آب را به دست می آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{m_1}{540} \Rightarrow m_1 = 540 g$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 2 = \frac{m_2}{200} \Rightarrow m_2 = 540 g$$

با فرض ناچیز بودن اتلاف گرمایی دمای تعادل را حساب می کنیم:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{540}{1000} \times 4200 \times (\theta_e - 20) + \frac{540}{1000} \times 900 \times (\theta_e - 100) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{540}{1000} \times 4200 \times (\theta_e - 20) = \frac{540}{1000} \times 900 \times (100 - \theta_e) \Rightarrow \theta_e = 34^\circ C$$

دقت کنید که اگر یکای گرمایی ویژه به صورت J/g.K داده شد با ضرب عدد در ۱۰۰۰ یکا را به SI تبدیل کرده و به J/kg.K می رسانیم.

میانبر

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \Rightarrow \theta_e = \frac{540 \times 4200 \times 20 + 540 \times 900 \times 100}{540 \times 4200 + 540 \times 900}$$

$$\Rightarrow \theta_e = \frac{4200 \times 20 + 900 \times 100}{4200 + 900} \Rightarrow \theta_e = \frac{4200 \times 20 + 900 \times 100}{5400} = \frac{174000}{5400} = 34^\circ C$$

۱ یک ظرف عایق گرما حاوی ۸۰g آب ۱۱/۵°C است.

یک قطعه مس به جرم ۴۲۰g و دمای ۱۰۰°C را در این ظرف می اندازیم. اگر فقط بین آب و مس تبادل گرما صورت گیرد و $c_{\text{آب}} = 4200 J/kg.K$ و $c_{\text{مس}} = 380 J/kg.K$ باشد، تا برقراری تعادل گرمایی، دمای آب چند کلون

افزایش می یابد؟

$$30/5 (4) \quad 313 (3) \quad 40 (2) \quad 28/5 (1)$$

گزینه ۱

B ۹۶۷ ۴

گرما بین آبها و ظرف تبادل می شود:

$$Q_{\text{آب}} + Q'_{\text{آب}} + Q_{\text{ظرف}} = 0$$

$$\Rightarrow m_W c_W \Delta\theta_W + m'_W c_W \Delta\theta'_W + m_{\text{ظرف}} \Delta\theta_{\text{ظرف}} = 0$$

$$= 0.8 \times 4200 \times (\theta_e - 20) + 0.2 \times 4200 \times (\theta_e - 80) + 0.3 \times 400 \times (\theta_e - 32) = 0$$

دو طرف را بر ۳۰۰ تقسیم می کنیم:

$$0.8 \times 14 \times (\theta_e - 20) + 0.2 \times 14 \times (\theta_e - 80) + 0.4 \times (\theta_e - 32) = 0$$

$$\Rightarrow 1/12 \theta_e - 22/4 + 1/12 \theta_e - 22/4 + 1/4 \theta_e - 12/8 = 0$$

$$\Rightarrow 1/8 \theta_e = 57/6 \Rightarrow \theta_e = 32^\circ C$$

بازی با سوال ۲۰۰g آب ۲۲/۵°C را با ۱۵۰g آب ۴۰°C مخلوط

می کنیم. پس از تعادل گرمایی، دمای آب به چند درجه سلسیوس می رسد؟ **تجربی - ۹۲**

$$32/5 (4) \quad 32 (3) \quad 30 (2) \quad 27/5 (1)$$

گزینه ۲

A ۹۶۲ ۳

خط فکری

جرم هر لیتر آب ۱kg است. بعد از برقراری تعادل ۶۰L یعنی ۶۰kg آب ۴۰°C داریم. بنابراین مجموع جرم دو مقدار آب ۶۰kg است. مسئله را حل کرده و جرمها را به دست می آوریم عددی که برای جرمها به دست می آید، همان مقدار حجم آنها بر حسب لیتر است.

با توجه به قانون پایستگی انرژی مجموع گرمای مبادله شده صفر است.

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c (\theta_e - \theta_1) + m_2 c (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow m_1 (40 - 50) + m_2 (40 - 20) = 0 \Rightarrow m_1 = 2m_2 \quad (2)$$

جمع m_1 و m_2 برابر ۶۰kg است بنابراین:

$$m_1 + m_2 = 60 \Rightarrow 2m_2 + m_2 = 60 \Rightarrow m_2 = 20 kg, m_1 = 40 kg$$

حجم آب ۵۰°C، ۴۰°C و حجم آب ۲۰°C، ۲۰L بوده است.

بازی با سوال ۱kg کیلوگرم آب با دمای ۱۰°C را با m_2 کیلوگرم آب

با دمای ۵۰°C مخلوط می کنیم و دمای تعادل بدون اتلاف گرما ۳۰°C می شود.

m_2 چند برابر m_1 است؟ **خارج ریاضی - ۸۸**

$$3/5 (4) \quad 5/3 (3) \quad 2 (2) \quad 1 (1)$$

گزینه ۱

A ۹۶۳ ۴

بنابر قانون پایستگی انرژی می توان نوشت:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow 0.8 \times 4200 \times (\theta_e - 50) = 0.42 \times 4000 \times (84 - \theta_e)$$

$$\Rightarrow 80 \theta_e = 4(84 - \theta_e) \Rightarrow 84 \theta_e = 4 \times 84 \Rightarrow \theta_e = 4^\circ C$$

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

بازی با سوال یک قطعه آهن به دمای ۸۸°C و ظرفیت گرمایی ۴۲۰J/K را در یک کیلوگرم آب صفر درجه سلسیوس وارد می کنیم. اگر اتلاف گرما ناچیز باشد، دمای تعادل چند درجه سلسیوس خواهد بود؟ **تجربی - ۸۹**

$$26 (4) \quad 8 (3) \quad 8/8 (2) \quad 0/88 (1)$$

گزینه ۳

A ۹۶۴ ۳

هنگامی که تبادل گرمایی با محیط صورت نگیرد بنا به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$Q_W + Q_{Al} = 0 \Rightarrow m_W c_W (\theta_e - \theta_{1W}) + m_{Al} c_{Al} (\theta_e - \theta_{1Al}) = 0$$

$$m_W = 0.3 kg, m_{Al} = 0.12 kg, \theta_{1W} = 70^\circ C, \theta_{1Al} = 20^\circ C$$

$$c_W = 4200 J/kg^\circ C, c_{Al} = 900 J/kg^\circ C$$

داده ها را در رابطه بالا قرار می دهیم.

$$0.3 \times 4200 (\theta_e - 70) + 0.12 \times 900 (\theta_e - 20) = 0$$

$$70 (\theta_e - 70) + 6 (\theta_e - 20) = 0 \Rightarrow 70 \theta_e - 4900 + 6 \theta_e - 120 = 0$$

$$\theta_e = \frac{5020}{76} = 66^\circ C \Rightarrow T_e = 273 + 66 \Rightarrow T_e = 339 K$$

عیانبر استفاده از رابطه دمای تعادل:

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$



۲ ۹۷۲ B

۱ ابتدا رابطه بین گرمای ویژه مایع A و B را به دست می‌آوریم. با مخلوط کردن جرم یکسان از دو مایع A و B دمای تعادل آن‌ها 30°C شده است. از این‌رو

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow mc_A(30 - 80) + mc_B(30 - 20) = 0 \Rightarrow c_B = 5c_A$$

۲ اکنون دمای تعادل در حالت دوم را به دست می‌آوریم که در آن جرم A دو برابر جرم مایع B ($m_A = 2m_B$) است:

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow 2mc_A(\theta_e - 80) + mc_B(\theta_e - 20) = 0 \xrightarrow{c_B = 5c_A} \\ \Rightarrow 2\theta_e - 160 + 5\theta_e - 100 = 0 \Rightarrow 7\theta_e = 260 \Rightarrow \theta_e = \frac{260}{7}^\circ\text{C}$$

۲ ۹۷۳ B

رابطه دمای تعادل را می‌نویسیم:

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \Rightarrow 50 = \frac{m_1 \times 40 + 1 \times 80}{m_1 + 1} \Rightarrow m_1 = 3 \text{ kg}$$

اکنون 4 kg آب در دمای تعادل 50°C داریم. دمای تعادل جدید را به دست می‌آوریم:

$$\theta_e = \frac{4 \times 50 + 1 \times 80}{4 + 1} = \frac{280}{5} = 56^\circ\text{C}$$

۳ ۹۷۴ B

با توجه به پایستگی انرژی، گرمایی که لیوان از دست می‌دهد با گرمایی که آب دریافت می‌کند تا به تعادل برسند باهم برابر است:

$$Q_{Al} = Q_W \Rightarrow m_{Al} c_{Al} \Delta\theta_{Al} = m_W c_W \Delta\theta_W$$

با توجه به فرض مسئله $\Delta\theta_W = \frac{2}{100} \Delta\theta_{Al}$ است. بنابراین:

$$m_{Al} c_{Al} \Delta\theta_{Al} = m_W c_W \left(\frac{2}{100} \Delta\theta_{Al} \right) \xrightarrow{\substack{m_{Al} = 210 \text{ g}, c_{Al} = 900 \text{ J/kg}\cdot\text{K} \\ c_W = 4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K}}} \\ 210 \times 900 = m_W \times 4200 \times \frac{2}{100} \Rightarrow m_W = \frac{900}{4} \Rightarrow m_W = 225 \text{ g}$$

۱ ۹۷۵ B

مجموع گرمای مبادله شده بین میله آلومینیومی و آب تا رسیدن به حالت تعادل را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$Q_{Al} + Q_W = 0 \Rightarrow m_{Al} c_{Al} (\theta_e - \theta_{Al}) + m_W c_W (\theta_e - \theta_W) = 0$$

داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم.

$$m_{Al} = 2/5 \text{ kg}, m_W = 1/5 \text{ kg}$$

$$c_{Al} = 4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K}, c_W = 900 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$$

$$2/5 \times 900 \times (\theta_e - 5) + 1/5 \times 4200 \times (\theta_e - 100) = 0$$

$$\Rightarrow \theta_e = \frac{2/5 \times 900 \times 5 + 1/5 \times 4200 \times 100}{2/5 \times 900 + 1/5 \times 4200} = 75^\circ\text{C}$$

اکنون به کمک رابطه انبساط طولی افزایش طول آلومینیم را به دست می‌آوریم:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta \Rightarrow \Delta L = 2.0 \times 2 \times 10^{-6} \times (75 - 5) = 0.222 \text{ cm}$$

۱ میانبر می‌توان از رابطه زیر به دست آورد.

$$\theta = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

۱ ۹۷۶ B

۱ خط‌نکری چون نسبت ظرفیت‌های

گرمایی خواسته شده است. از رابطه گرما به

صورت $Q = C \Delta\theta$ استفاده می‌کنیم.

با توجه به نمودار دمای اولیه A، 80°C دمای

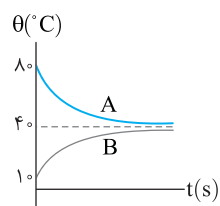
اولیه B، 10°C دمای تعادل آن‌ها 40°C

است و مجموع گرمای مبادله شده بین A و B

صفر است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow C_A \Delta\theta_A + C_B \Delta\theta_B = 0$$

$$\Rightarrow C_A (40 - 80) + C_B (40 - 10) = 0 \Rightarrow \frac{C_A}{C_B} = \frac{3}{4}$$



۱ ۹۶۸ B

مجموع گرمای مبادله شده بین فلز، مس و آب تا رسیدن به حالت تعادل را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} (\theta_e - \theta_{\text{فلز}}) + m_{\text{مس}} c_{\text{مس}} (\theta_e - \theta_{\text{مس}}) + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\theta_e - \theta_{\text{آب}}) = 0 \\ 0/5 \times 4200 (25 - 20) + 0/4 \times 4200 (25 - 50) + 0/2 \times 20 (25 - 60) = 0$$

$$2100 \times 5 + 1680 \times (-25) = 7c_{\text{فلز}} \Rightarrow c_{\text{فلز}} = \frac{10500 - 42000}{7} = 900 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$$

با توجه به جدول داده شده فلز به کار رفته آلومینیم است.

۲ ۹۶۹ B

بنا به قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{مس}} + Q_{\text{فلز}} = 0$$

$$m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\theta_e - \theta_{\text{آب}}) + m_{\text{مس}} c_{\text{مس}} (\theta_e - \theta_{\text{مس}}) + m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} (\theta_e - \theta_{\text{فلز}}) = 0$$

$$m_{\text{آب}} = 520 \text{ g} = 0/52 \text{ kg}, m_{\text{مس}} = 0/1 \text{ kg}$$

$$c_{\text{آب}} = 4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K}, \theta_{\text{آب}} = 15^\circ\text{C}, \theta_{\text{مس}} = 50^\circ\text{C}$$

$$\theta_{\text{فلز}} = 60^\circ\text{C}, c_{\text{مس}} = 400 \text{ J/kg}\cdot\text{K}, \theta_e = 20^\circ\text{C}$$

$$0/52 \times (4200) (20 - 15) + 0/1 \times 400 (20 - 50) + C (20 - 60) = 0$$

$$52 \times 42 \times (5) + 40 \times (-30) + C(-40) = 0$$

$$52 \times 42 + 8(-30) - 4C = 0 \Rightarrow C = \frac{2184 - 240}{4} \Rightarrow C = 242 \text{ J/}^\circ\text{C}$$

۴ ۹۷۰ B

تا اینجا سؤالات را با راه حل پایستگی انرژی حل کردیم. این تست را با راه حل تستی که در سؤالات قبلی هم ذکر کردیم حل می‌کنیم.

دمای تعادل چند جسم که در تبادل گرمایی به تعادل می‌رسند برابر است با:

$$\theta = \frac{m_A c_A \theta_A + m_B c_B \theta_B + m_C c_C \theta_C}{m_A c_A + m_B c_B + m_C c_C}$$

با توجه به داده‌های مسئله $m_A = m_B = m_C$ و برای گرمای ویژه داریم

$$c_B = \frac{3}{4} c_C, c_A = 3 c_C \text{ و } \theta_B = 20^\circ\text{C} \text{ و } \theta_A = 15^\circ\text{C} \text{ دمای اولیه آن‌ها}$$

دمای تعادل 25°C ، مسئله با جایگذاری قابل حل است. جرم‌ها از صورت و مخرج

$$25 = \frac{3 c_C \times 15 + \frac{3}{4} c_C \times 20 + c_C \times \theta_C}{3 c_C + \frac{3}{4} c_C + c_C}$$

حذف می‌شوند.

c_C از صورت و مخرج حذف می‌شود.

$$25 = \frac{45 + 30 + \theta_C}{\frac{11}{4}} \Rightarrow 25 \times \frac{11}{4} = 75 + \theta_C \Rightarrow \theta_C = 62/5^\circ\text{C}$$

۴ ۹۷۱ B

۱ خط‌نکری هر گاه در یک مسئله دماهای مختلف برحسب یکاهای متفاوت

بیان شود، اولین کار تبدیل همه یکاها به یک یکای مشخص است که معمولاً آن یکا.

درجه‌بندی سلسیوس است.

دمای تعادل را برحسب درجه‌بندی سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$F = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow 113 = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow 81 = \frac{9}{5} \theta \Rightarrow \theta_e = 45^\circ\text{C}$$

۱ با توجه به پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow m_A c_A (\theta_e - \theta_A) + m_B c_B (\theta_e - \theta_B) = 0$$

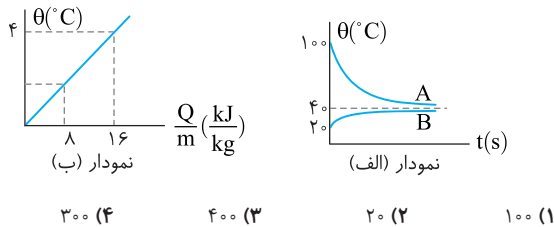
$$\Rightarrow 400 \times 3/2 (45 - 50) + 200 \times 4 (45 - \theta_B) = 0$$

$$\Rightarrow 3/2 \times (-5) + 90 - 2\theta_B = 0 \Rightarrow 74 = 2\theta_B \Rightarrow \theta_B = 37^\circ\text{C}$$

$$T = 273 + 37 = 310 \text{ K}$$

۲ دمای T برحسب کلون خواسته شده:

بازی با سوال دو ماده A و B با دماهای اولیه مختلف را در ظرف عایقی قرار می‌دهیم. نمودار (الف) تغییر دمای آن‌ها را برحسب زمان نشان می‌دهد و نمودار (ب) برای ماده B رسم شده است. گرمای ویژه A در SI کدام است؟ ($m_A = 5 \text{ kg}$, $m_B = 1/5 \text{ kg}$)



گزینه ۳

گرماسنج بمبی نوعی گرماسنج است که از آن برای تعیین ارزش غذایی مواد با اندازه‌گیری انرژی آزاد شده آن‌ها در حین سوختن استفاده می‌شود. بنابراین گزاره (الف) درست است. نمونه‌ای که جرم آن به دقت اندازه‌گیری شده است در ظرف سربسته‌ای که محتوی اکسیژن است قرار داده می‌شود. بنابراین گزاره (ب) نادرست است. سپس این محفظه در آب یک گرماسنج قرار داده می‌شود و توسط جریان الکتریکی عبوری از یک سیم نازک، نمونه داخل آن سوزانده می‌شود. بنابراین گزاره (پ) نادرست است. با اندازه‌گیری تغییر دمای آب، انرژی حاصل از احتراق ماده مورد نظر را به دست می‌آورند که تقریباً معادل انرژی آزاد شده ماده است. در نتیجه تنها گزاره (الف) درست است.

خط فکری گرمای ویژه یک جسم مقدار گرمایی است که به یکای جرم جسم داده می‌شود تا دمایش ۱ K بالا برود. بنابراین هرچه گرمای ویژه جسمی بیشتر باشد، باید گرمای بیشتری دریافت کند تا دمایش ۱ K بالا برود یعنی اگر به دو جسم با گرمای ویژه متفاوت گرمای یکسانی بدهیم، دمای جسمی که گرمای ویژه بیشتری دارد کمتر بالا می‌رود. با توجه به این نکته فیزیکی به تحلیل مسئله بپردازید.

گرمای ویژه آلومینیم از دو برابر گرمای ویژه مس بیشتر است از این رو وقتی آلومینیم در آب ۵۰°C قرار می‌گیرد و با آن تبادلی گرمایی انجام می‌دهد، افزایش دمای آن از افزایش دمای مس کمتر است و دمای تعادل آلومینیم با آب از دمای تعادل مس با آب کمتر خواهد بود.

انرژی آزاد شده از ماده غذایی سبب بالا رفتن دمای آب شده پس انرژی آزاد شده ماده غذایی برابر گرمای داده شده به آب است:

$$Q = mc\Delta\theta = 0.2 \times 4200 \times (20 - 15) = 4200 \text{ J} = 4.2 \text{ kJ}$$

۶۰ گرم آب ۲۰°C درون گرماسنج به این معنی است که دمای اولیه گرماسنج نیز ۲۰°C است. قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$Q_{W_1} + Q_{W_2} + Q_C = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_{W_1}) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_{W_2}) + C(\theta_e - \theta_1) = 0$$

$\theta_e = 36^\circ\text{C}, \theta_{W_1} = 80^\circ\text{C}, m_{W_1} = 400 \text{ g}$

$$\frac{60}{1000} \times 4200 \times (36 - 20) + \frac{400}{1000} \times 4200 \times (36 - 80) + C(36 - 20) = 0$$

$$0.6 \times 4200 \times (16) + 0.4 \times 4200 \times (-44) + C(16) = 0 \Rightarrow C = 210 \text{ J/}^\circ\text{C}$$

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + C\theta_e}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + C}$$

میانبر: استفاده از رابطه دمای تعادل

خط فکری برای به دست آوردن دمای تعادل کافی است مجموع گرمای مبادله شده بین اجسام در تماس باهم را برابر صفر قرار دهیم. در ضمن دقت کنید دمای اولیه گرماسنج و آب درون آن باهم برابر است.

خط فکری ابتدا از روی نمودارهای $\theta - Q$ ، ظرفیت گرمایی دو جسم را به دست می‌آوریم. سپس با نوشتن رابطه تعادل گرمایی، دمای تعادل را به دست می‌آوریم.

۱. ظرفیت گرمایی دو جسم را به دست می‌آوریم:

$$Q = C\Delta\theta \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta\theta} \Rightarrow \begin{cases} C_A = \frac{Q}{\Delta\theta_A} \Rightarrow C_A = \frac{4000}{8-4} = 1000 \text{ J/}^\circ\text{C} \\ C_B = \frac{Q}{\Delta\theta_B} = \frac{4000}{8-6} = 2000 \text{ J/}^\circ\text{C} \end{cases}$$

۲. رابطه تعادل گرمایی را می‌نویسیم:

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow C_A \Delta\theta_A + C_B \Delta\theta_B = 0$$

$$\Rightarrow 1000 \times (\theta_e - 60) + 2000 \times (\theta_e - 10) = 0$$

$$\Rightarrow \theta_e - 60 + 2\theta_e - 20 = 0 \Rightarrow \theta_e = \frac{80}{3}^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow F = \frac{9}{5} \times \frac{80}{3} + 32 = 48 + 32 = 80^\circ\text{F}$$

خط فکری هر گاه دو جسم که باهم در تماس هستند در اثر تبادل گرمایی به دمای تعادل برسند، دمای تعادل به دمای اولیه جسمی که دارای ظرفیت گرمایی بیشتری است نزدیکتر خواهد شد زیرا هر چه ظرفیت گرمایی جسم بزرگتر باشد، تغییر دمای آن کمتر است.

با توجه به خط فکری بیان شده در شکل (الف) که $C_A = C_B$ است، دمای تعادل برابر میانگین دمای اولیه دو جسم A و B است و نمودار (الف) درست است. در نمودار (ب) چون $C_A > C_B$ است، دمای تعادل باید به θ_A نزدیکتر باشد که چنین است و در نمودار (پ) نیز چون $C_A < C_B$ است دمای تعادل باید به θ_B نزدیکتر باشد که چنین است.

یادداشت ریاضی اما اکنون مسئله را به صورت ریاضی نیز حل می‌کنیم. با توجه به نمودارها، $\theta_A > \theta_B$ است و دمای تعادل قطعاً از θ_A کوچکتر و از θ_B بزرگتر است $\theta_A < \theta_e < \theta_B$

مجموع گرمای مبادله شده بین دو جسم را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow C_A (\theta_e - \theta_A) + C_B (\theta_e - \theta_B) = 0$$

$$\Rightarrow C_A (\theta_A - \theta_e) = C_B (\theta_e - \theta_B)$$

$$\theta_A - \theta_e = \theta_e - \theta_B \Rightarrow \theta_e = \frac{\theta_A + \theta_B}{2} \quad \text{اگر } C_A = C_B \quad \text{۱.}$$

نمودار (الف) درست است.

$$\theta_A - \theta_e < \theta_e - \theta_B \Rightarrow \theta_e > \frac{\theta_A + \theta_B}{2} \quad \text{اگر } C_A > C_B \quad \text{۲.}$$

نمودار (ب) درست است.

$$\theta_A - \theta_e > \theta_e - \theta_B \Rightarrow \theta_e < \frac{\theta_A + \theta_B}{2} \quad \text{اگر } C_A < C_B \quad \text{۳.}$$

نمودار (پ) درست است.

نکته مهم دقت کنید که $\theta_B < \theta_e$ و $\theta_A > \theta_e > \theta_B$ است و در نوشتن تغییرات دمای A، $\Delta\theta_A$ را باید $\theta_A - \theta_e$ بنویسیم و در نوشتن $\Delta\theta_B$ باید $\theta_e - \theta_B$ بنویسیم.



بنا بر قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{فیلز}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{فیلز}} c_{\text{فیلز}} (\theta_e - \theta_{\text{آب}}) + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\theta_e - \theta_{\text{آب}}) + C_{\text{گرماسنج}} (\theta_e - \theta_{\text{گرماسنج}}) = 0$$

$$\frac{m_{\text{آب}} = 5 \text{ kg}, m_{\text{فیلز}} = 1 \text{ kg}}{m_{\text{آب}} = 5 \text{ kg}, m_{\text{فیلز}} = 1 \text{ kg}} \Rightarrow 0/8 \times c_{\text{فیلز}} (25 - 100) + 5 \times 4200 \times (25 - 20) + 180 \times (25 - 20) = 0$$

$$\Rightarrow -60^\circ \text{C} + 10500 + 900 = 0 \Rightarrow c_{\text{فیلز}} = \frac{11400}{6} \Rightarrow c_{\text{فیلز}} = 1900 \text{ J/kg}^\circ \text{C}$$

۳ ۹۸۴ A

۱ مجموع گرمای مبادله شده بین گرماسنج و آب و قطعه بنا به پایستگی انرژی صفر است.

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{قطعه}} + Q_{\text{گرماسنج}} = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\theta_e - \theta_{\text{آب}}) + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\theta_e - \theta_{\text{آب}}) + m_{\text{مس}} c_{\text{مس}} (\theta_e - \theta_{\text{مس}}) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{5}{1000} \times c_{\text{آب}} \times (52 - 30) + \frac{1}{1000} \times c_{\text{آب}} \times (52 - 74) + \frac{180}{1000} \times c_{\text{قطعه}} \times (52 - 30) = 0$$

۲ اکنون داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم.

$$\Rightarrow \frac{5}{1000} \times c_{\text{آب}} \times (52 - 30) + \frac{1}{1000} \times c_{\text{آب}} \times (52 - 74) + \frac{180}{1000} \times c_{\text{قطعه}} \times (52 - 30) = 0$$

$$+ \frac{2}{1000} \times c_{\text{مس}} \times (52 - 30) = 0$$

۳ با توجه به اینکه گرمای ویژه مس $\frac{1}{10}$ گرمای ویژه آب بوده، در معادله بالا به

جای مس c ، $\frac{c_{\text{آب}}}{10}$ قرار می‌دهیم:

$$\frac{5c_{\text{آب}} \times 22}{100} + \frac{1c_{\text{آب}} \times 22}{100} + \frac{18c_{\text{قطعه}} \times 22}{100} = 0 \Rightarrow \frac{18c_{\text{قطعه}}}{100} = \frac{3c_{\text{آب}}}{100}$$

$$\Rightarrow c_{\text{قطعه}} = \frac{3}{18} \times 4000 = 1500 \text{ J/kg.K}$$

۲ ۹۸۵ B

قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_{\text{اتلافی}} = 0 \Rightarrow C_1 \Delta\theta_1 + C_2 \Delta\theta_2 + Q_{\text{اتلافی}} = 0$$

$$\Rightarrow 800 \times (50 - 60) + 1600 \Delta\theta_2 = -4000 \Rightarrow 1600 \Delta\theta_2 = 4000 \Rightarrow \Delta\theta_2 = 2/5^\circ \text{C}$$

$$50 - \theta = 2/5 \Rightarrow \theta = 47/5^\circ \text{C}$$

دمای نهایی جسم برابر است با:

۲ ۹۸۶ B

خط فکری اگر در حین تبادل گرما، مجموعه گرمای Q' را با محیط مبادله کند:

$$Q_1 + Q_2 + \dots = Q' \Rightarrow Q' \text{ گرما از دست داده باشد } Q' < 0$$

$$Q' \text{ گرما گرفته باشد } Q' > 0$$

با توجه به خط فکری معادله را می‌نویسیم:

$$Q' \text{ گرمای اتلافی بوده و } Q' = -126 \text{ kJ است:}$$

$$m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = Q'$$

$$\Rightarrow m_1 \times 4200 \times (50 - 80) + 1 \times 4200 \times (50 - 20) = -126000$$

$$\Rightarrow -126000 m_1 + 126000 = -126000 \Rightarrow m_1 = 2 \text{ kg}$$

بازی با سوال یک گلوله فلزی به دمای 100°C را درون 2 kg آب

صفر درجه سلسیوس می‌اندازیم. اگر $\frac{1}{6}$ گرمایی که گلوله از دست می‌دهد به

محیط اطراف داده شود و دمای تعادل 20°C گردد، ظرفیت گرمایی گلوله چند $\text{J}^\circ \text{C}$ است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \text{ J/kg}^\circ \text{C}$)

$$2520 (4) \quad 1260 (3) \quad 12600 (2) \quad 252 (1)$$

۴ گزینه

۱ ۹۸۷ B

۲۰ درصد از گرمای جسم به محیط اطراف داده شده بنابراین 80° درصد این گرما به آب می‌رسد. دقت کنید که جسم گرما از دست داده و آب 80° درصد از این گرما را گرفته بنابراین می‌توان نوشت: $Q_{\text{آب}} = mc \Delta\theta_{\text{جسم}} = \Delta\theta_{\text{جسم}} / C_{\text{جسم}} \Rightarrow Q_{\text{آب}} = \frac{80}{100} |Q_{\text{جسم}}|$

اگر دمای تعادل را با θ_e نشان دهیم، این دما از دمای جسم 70°C کوچک‌تر و از دمای آب 10°C بیشتر است: $0/8 \times 4200 \times (\theta_e - 10) = 5 \times 4200 \times (70 - \theta_e)$

$$\Rightarrow 70 - \theta_e = 6\theta_e \Rightarrow 7\theta_e = 70 \Rightarrow \theta_e = 10^\circ \text{C}$$

۲ ۹۸۸ B

ابتدا معادله تعادل گرمایی را می‌نویسیم:

ظرفیت گرمایی مایع: C_p ، ظرفیت گرمایی ظرف: C_1

$Q_T = 0$ ، ظرفیت گرمایی فلز: C_p

$$C_1 (\theta_e - \theta_1) + C_p (\theta_e - \theta_2) + C_p (\theta_e - \theta_3) + Q = 0$$

$$\Rightarrow 90(9-3) + 630(9-3) + C_p(9-4) + 1800 = 0 \Rightarrow 540 + 3780 - 36C_p + 1800 = 0$$

$$\Rightarrow 540 + 3780 + 1800 = 36C_p \Rightarrow C_p = 170 \text{ J}^\circ \text{C}$$

ظرفیت گرمایی حاصل ضرب جرم جسم در گرمای ویژه آن است بنابراین:

$$C_p = m_{\text{فلز}} \times c_{\text{فلز}} \Rightarrow 170 = 0/5 \times c \Rightarrow c_{\text{فلز}} = 340 \text{ J/kg}^\circ \text{C}$$

یخچره دوجداره (سطح دوم)

۴ ۹۸۹ B

یادآوری انرژی درونی یک جسم، مجموع انرژی‌های ذره‌های تشکیل دهنده آن است. معمولاً با گرم‌تر شدن یک جسم انرژی درونی آن بالا می‌رود.

بنابراین انرژی درونی جسم به دمای جسم و تعداد ذرات تشکیل دهنده آن بستگی دارد. دمای یک جسم بیانگر میانگین انرژی جنبشی ذرات آن است یعنی هر چه دمای جسم بالاتر باشد، میانگین انرژی جنبشی ذرات آن بیشتر است.

ظرفیت گرمایی برابر $C = mc$ است و چون جرم آب ظرف B از جرم آب ظرف A کمتر است، ظرفیت گرمایی آب در ظرف B کمتر از ظرف A است و گزینه (۱) نادرست است.

تعداد مولکول‌های آب در ظرف A در دمای 20°C از تعداد مولکول‌های آب در ظرف B بیشتر است، بنابراین انرژی درونی طرف‌ها یکی نیست و گزینه (۲) نادرست است.

فشار آب هر دو ظرف بر کف آن‌ها برابر

است $P = \rho gh$ ، اما چون مساحت کف ظرف B کمتر است، نیروی وارد بر کف ظرف B کوچک‌تر است ($F = \rho ghA$) و گزینه (۳) نادرست است.

دمای آب ظرف A و B باهم برابر است، از این رو میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آن‌ها یکی است و گزینه (۴) درست است.

۳ ۹۹۰ B

خط فکری به کمک رابطه گرما، گرمای داده شده به جسم را به دست می‌آوریم.

سپس گرما را برحسب کالری حساب می‌کنیم.

۱ دقت کنید یکای گرمای ویژه به صورت $\text{J/kg}^\circ \text{F}$ داده شده، بنابراین در رابطه

گرما $Q = mc \Delta\theta$ تغییرات دما نیز باید برحسب فارنهایت قرار گیرد.

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta\theta \xrightarrow{\Delta\theta = \Delta T = 100} \Delta F = \frac{9}{5} \times 100 = 180^\circ \text{F}$$

۲ گرمای داده شده به فلز برابر است با:

$$Q = mc \Delta F \Rightarrow Q = \frac{175}{1000} \times 400 \times 180 \Rightarrow Q = 12600 \text{ J}$$

۳ گرما را برحسب کالری حساب می‌کنیم.

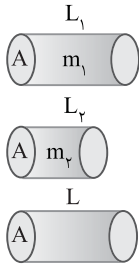
$$12600 \text{ J} \times \frac{1 \text{ cal}}{4/2 \text{ J}} = 3000 \text{ cal}$$

با توجه به رابطه انبساط طولی خواهیم داشت:

$$\Delta L = L \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta L_p = \frac{n-1}{n} L \alpha \Delta \theta_p, \Delta L_1 = \frac{L}{n} \alpha \Delta \theta_1$$

$$\Rightarrow \Delta L_1 = \frac{L}{n} \alpha (n-1) \Delta \theta_p = \frac{n-1}{n} L \alpha \Delta \theta_p = \Delta L_p$$

روش دیگر:



۱ گرمای داده شده به هر دو تکه میله یکسان است:

$$Q_1 = Q_p \Rightarrow m_1 c_1 \Delta \theta_1 = m_p c_p \Delta \theta_p$$

دو تکه میله همجنس اند $c_1 = c_p$

$$\rightarrow m_1 \Delta \theta_1 = m_p \Delta \theta_p$$

۲ جرم میله m را می توان از رابطه چگالی و استفاده از حجم به دست آورد:

$$m = \rho V \Rightarrow m = \rho A L$$

۳ در رابطه اول به دست آمده به جای m، $\rho A L$ قرار می دهیم:

$$\rho_1 A_1 L_1 \Delta \theta_1 = \rho_p A_p L_p \Delta \theta_p$$

$$\frac{\rho_1 = \rho_p \text{ میله همجنس اند}}{A_1 = A_p \text{ دو تکه میله سطح مقطع یکسانی دارند}} \rightarrow L_1 \Delta \theta_1 = L_p \Delta \theta_p$$

۴ تغییرات طول برابر $\Delta L = L \alpha \Delta \theta$ است که چون دو تکه میله همجنس اند $\alpha_1 = \alpha_p$ بوده و با توجه به رابطه قبل $L_1 \Delta \theta_1 = L_p \Delta \theta_p$ شده، بنابراین $\Delta L_1 = \Delta L_p$ می شود.

$$\frac{L}{3} \text{ و } \frac{m}{3}$$

(۱)

کنید: $Q_1 = Q_p \xrightarrow{\frac{m_1 = \frac{m}{3}}{m_p = \frac{2m}{3}}} \Delta \theta_1 = 2 \Delta \theta_p$

حال با توجه به رابطه انبساط طولی داریم:

$$\Delta L = L \alpha \Delta \theta \begin{cases} \xrightarrow{\Delta \theta_1 = 2 \Delta \theta_p} \Delta L_1 = \frac{L}{3} \alpha \Delta \theta_1 = \frac{2L}{3} \alpha \Delta \theta_p \\ \Delta L_p = \frac{2L}{3} \alpha \Delta \theta_p \end{cases} \Rightarrow \Delta L_1 = \Delta L_p$$

۴ ۹۹۴ B

خط فکری گرمای داده شده به دو گوی همجنس ($c_A = c_B$) یکسان است و چون افزایش دمای گوی B کمتر از افزایش دمای گوی A است ($\Delta \theta_B = \frac{26}{27} \Delta \theta_A$)، قطعاً جرم گوی B بیشتر است. در نتیجه گوی B باید توپر و گوی A که جرم کمتری دارد باید توخالی باشد. اما با محاسبات عددی هم این نتیجه را بررسی کنیم.

$$Q_A = Q_B \xrightarrow{Q = mc \Delta \theta} m_A c \Delta \theta_A = m_B c \Delta \theta_B$$

$$\Rightarrow m_A \Delta \theta_A = m_B \left(\frac{26}{27} \Delta \theta_A \right) \Rightarrow m_A = \frac{26}{27} m_B \Rightarrow \text{گوی A توخالی است}$$

دو جسم همجنس هستند و چگالی آنها یکسان است.

$$V_B = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2} \right)^3 \text{ حجم گوی توپر B}$$

$$V_A = \frac{4}{3} \pi \left[\left(\frac{d}{2} \right)^3 - \left(\frac{d'}{2} \right)^3 \right] \text{ حجم فلز گوی توخالی A}$$

$$\rho_A = \rho_B \Rightarrow \frac{m_A}{V_A} = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow \frac{26}{27}$$

حجمها را جایگزین می کنیم.

$$\frac{\frac{4}{3} \pi \left[\left(\frac{d}{2} \right)^3 - \left(\frac{d'}{2} \right)^3 \right]}{\frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2} \right)^3} = \frac{26}{27} \Rightarrow 27(d)^3 - 27(d')^3 = 26d^3$$

$$\Rightarrow d^3 = 27d'^3 \Rightarrow d'^3 = \frac{d^3}{27} \Rightarrow d' = \frac{d}{3}$$

بنابراین قطر داخلی گوی A برابر $\frac{d}{3}$ است.

۲ ۹۹۱ B

توان گرمایی گرمکن ثابت است ($P_1 = P_p$) و در یک مدت معین ($t_1 = t_p$) گرمایی که به m_1 و گرمایی که به m_p می دهد ($Q = Pt$) باهم برابر است.

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = Pt \xrightarrow{\frac{t_1 = t_p}{P_1 = P_p}} Q_1 = Q_p$$

$$\xrightarrow{Q = mc \Delta \theta} m_1 c (36 - 30) = m_p c (42 - 30)$$

$$\Rightarrow 6m_1 = 12m_p \Rightarrow m_1 = 2m_p$$

وقتی آبها را با هم مخلوط می کنیم، جرم کل مخلوط خواهد شد:

$$m = m_1 + m_p \Rightarrow m = 2m_p + m_p \Rightarrow m = 3m_p$$

در حالتی که دو مایع را باهم مخلوط می کنیم چون زمان دادن گرما $2t_1$ است یعنی دو برابر حالت های قبلی است گرما داده شده به مخلوط دو برابر مقدار گرمای حالت های قبلی است بنابراین خواهیم داشت.

$$Q = Pt \xrightarrow{\substack{t = 2t_1 \\ P = \text{ثابت}}} Q = 2Q_p \Rightarrow mc \Delta \theta = 2(m_p c (\Delta \theta_p))$$

$$\xrightarrow{m = 3m_p} 3m_p c (\theta - 30) = 2m_p c (42 - 30)$$

$$\Rightarrow 3\theta - 90 = 24 \Rightarrow 3\theta = 114 \Rightarrow \theta = 38^\circ \text{C} \Rightarrow \Delta \theta = 38 - 30 = 8^\circ \text{C}$$

۲ ۹۹۲ B

خط فکری ۱/۱ کار نیروی وزن صرف افزایش دمای جسم 10°C کیلو گرمی و 0.9 کار نیروی وزن با توجه به اتصال آن به همزن صرف افزایش دمای آب می شود.

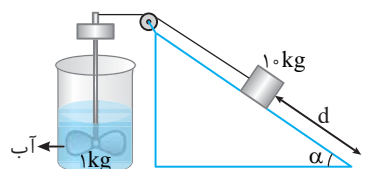
۱ گرمایی که جسم 10°C دریافت می کند:

$$0.1 W_{mg} = Q_{\text{جسم}} \Rightarrow 0.1 \times (W_{mg}) = 10 \times 400 \times \Delta \theta_{\text{جسم}}$$

۲ گرمایی که 1 kg آب دریافت می کند:

$$0.9 W_{mg} = Q_{\text{آب}} \Rightarrow 0.9 (W_{mg}) = 1 \times 400 \times \Delta \theta_{\text{آب}}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{1 \times 400 \times \Delta \theta_{\text{آب}}}{10 \times 400 \times \Delta \theta_{\text{جسم}}} = \frac{\Delta \theta_{\text{آب}}}{\Delta \theta_{\text{جسم}}} = 9$$


۳ ۹۹۳ B

خط فکری مقدار انبساط میله ها به دو عامل طول اولیه میله و افزایش دمای میله ها بستگی دارد. البته گرمای ویژه و ضریب انبساط دمایی هر دو میله یکی است.

گرمایی که به هر قسمت میله داده ایم برابر است. میله ای که طول کمتری دارد، جرم کمتری دارد و به همان نسبت افزایش دمای بیشتری دارد. ($\Delta \theta_p > \Delta \theta_1 \leftarrow \frac{m_p < m_1}{Q_1 = Q_p} L_p < L_1$)

این توضیحات را دادیم تا کمی با فضای این سؤال آشنا شوید، حالا برویم سراغ حل:

$$\frac{L}{n} \text{ و } \frac{m}{n}$$

(۱)

اگر فرض کنیم با دو تکه کردن میله یک میله طولش L می شود:

$$L - \frac{L}{n} = \frac{n-1}{n} L$$

اگر جرم کل میله m باشد، جرم آنها به ترتیب $m - \frac{m}{n} = \left(\frac{n-1}{n} \right) m$ و $\frac{m}{n}$ خواهد شد.

به کمک رابطه گرماسنجی رابطه تغییر دمای دو جسم را حساب می کنیم.

$$Q = m_1 c \Delta \theta_1 \xrightarrow{m_1 = \frac{m_{\text{کل}}}{n}} Q = \frac{m_{\text{کل}}}{n} \times c \times \Delta \theta_1$$

$$Q = m_p c \Delta \theta_p \xrightarrow{m_p = \frac{n-1}{n} m_{\text{کل}}} Q = \frac{n-1}{n} m_{\text{کل}} \times c \times \Delta \theta_p \Rightarrow \Delta \theta_1 = (n-1) \Delta \theta_p$$



۲ جرم آب خواهد شد:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{1 \text{ g/cm}^3}{V} \rightarrow 1 = \frac{m}{250} \Rightarrow m_W = 250 \text{ g} = 0.25 \text{ kg}$$

۳ حجم بخش توپر نیمکره که از فلز ساخته شده را حساب می‌کنیم.

$$V_{\text{فلز}} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} \pi (R_0^3 - R_1^3) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} \pi (1000 - 125) = 1750 \text{ cm}^3$$

۴ جرم فلز را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{1750 \text{ cm}^3}{V} \rightarrow 1750 = \frac{m}{1750} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 1750 \text{ g} = 1.75 \text{ kg}$$

۵ دمای تعادل را به دست می‌آوریم:

$$Q_W + Q_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow m_W c_W (\theta_e - \theta_{1W}) + m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} (\theta_e - \theta_{1\text{فلز}}) = 0$$

$$\frac{\theta_{1W} = 10^\circ \text{C}, \theta_{1\text{فلز}} = 80^\circ \text{C}}{c_W = 4200 \text{ J/kgK}, c_{\text{فلز}} = 100 \text{ J/kgK}} \rightarrow$$

$$0.25 \times 4200 (\theta_e - 10) + 1.75 \times 100 (\theta_e - 80) = 0$$

$$420\theta_e - 4200 + 175\theta_e - 14000 = 0 \Rightarrow 600\theta_e = 18200 \Rightarrow \theta_e = 30.33^\circ \text{C}$$

۲ ۹۹۹

خط فکری آهنگ یعنی مقدار آبی که در هر ثانیه در حوض ریخته می‌شود و جرم

هر لیتر آب برابر ۱ kg است، از طرفی دمای نهایی هر دو آب ۲۰°C است. زیرا دمای آب حوض ثابت است. در ضمن مقداری از گرما به محیط داده شده است که در نوشتن پایستگی انرژی باید در نظر گرفته شود.

در هر ثانیه مجموع جرم آب سرد و گرم برابر ۴۸ kg است. دقت کنید که هر ۱ L آب ۱ kg جرم دارد:

$$m_C + m_H = 0.48 \text{ kg} \Rightarrow m_C = 0.48 - m_H$$

حال پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

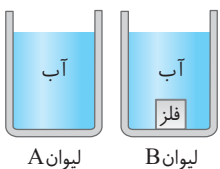
$$Q_T = 0 \Rightarrow Q_C + Q_H = Q_f \Rightarrow m_C c (\theta_e - \theta_C) + m_H c (\theta_e - \theta_H) = Q_f$$

$$\frac{Q_f < 0}{\rightarrow (0.48 - m_H) \times 4200 (20 - 0) + m_H (4200) (20 - 80) = -4200}$$

$$\text{دو طرف بر } 4200 \text{ تقسیم شوند} \rightarrow 20(0.48 - m_H) - 60m_H = -1$$

$$\Rightarrow 9.6 - 80m_H = -1 \Rightarrow 80m_H = 10.6 \Rightarrow m_H = 0.1325 \text{ kg} = 132.5 \text{ g}$$

۳ ۱۰۰۰



خط فکری به دو لیوان گرمای یکسانی

داده شده است ($Q_A = Q_B$) و دمای هر دو لیوان با محتویات آن‌ها به یک اندازه افزایش یافته است ($\Delta\theta_A = \Delta\theta_B$). گرمایی که فلز در ظرف B دریافت می‌کند، قطعاً با گرمایی که آب هم حجم فلز در لیوان A دریافت می‌کند برابر است:

$$\Delta\theta_{\text{فلز}} = \Delta\theta_{\text{آب}} \left\{ \begin{array}{l} m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \\ Q_{\text{فلز}} = Q_{\text{آب}} \end{array} \right.$$

$$\frac{m = \rho V}{\rightarrow \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} c_{\text{آب}}} \rightarrow \frac{V_{\text{فلز}} = V_{\text{آب}}}{\rightarrow}$$

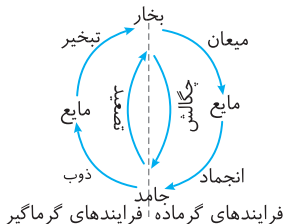
$$\rho_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} = \rho_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{c_{\text{فلز}}}{c_{\text{آب}}} = \frac{\rho_{\text{آب}}}{\rho_{\text{فلز}}} \rightarrow \frac{c_{\text{فلز}}}{c_{\text{آب}}} = \frac{1}{8}$$

پنجمره ۴

۴ ۱۰۰۱

خط فکری گذار از یک حالت

(فاز) به حالت دیگر را یک تغییر حالت (گذار فاز) می‌نامند. با توجه به نمودار خط فکری، تبدیل بخار به مایع را میعان، تبدیل جامد به بخار را تصعید و تبدیل مایع به بخار را تبخیر گویند.



فرایندهای گرماده: افزایش دمای اجسام

۳ ۹۹۵

گرمایی که جسم A از محیط می‌گیرد برابر است با:

$$Q_A = m_A c_A (T' - 10)$$

گرمایی که جسم B از محیط می‌گیرد خواهد شد:

$$Q_B = m_B c_B (T' - 5)$$

با توجه به فرض مسئله $m_A = 2m_B$ ، $c_A = 2c_B$ و $Q_A = 2Q_B$ است. بنابراین:

$$m_A c_A (T' - 10) = 2m_B c_B (T' - 5) \Rightarrow 2m_B (2c_B) (T' - 10) = 2m_B c_B (T' - 5)$$

$$\Rightarrow 2T' - 20 = T' - 5 \Rightarrow T' = 15^\circ \text{C}$$

$$T' = 273 + 15 = 288 \text{ K}$$

بنابراین دمای T' برحسب کلوین خواهد شد:

۳ ۹۹۶

۱ گرمای داده شده (Q) به هر دو جسم یکسان بنابراین:

$$Q = Q' \Rightarrow C \Delta\theta = C' \Delta\theta' \xrightarrow{\Delta\theta = 10^\circ \text{C}, \Delta\theta' = 40^\circ \text{C}} C \times 10 = C' \times 40$$

$$\Rightarrow C = 4C'$$

۲ دو جسم را باهم تماس داده‌ایم تا به تعادل گرمایی برسند. بنابراین دمای آن‌ها یکسان

شده است و وقتی به آن‌ها گرمای Q داده می‌شود چون باهم در تماس هستند دمای آن‌ها به یک اندازه بالا می‌رود و مجموع گرمایی که دو جسم دریافت می‌کنند برابر Q است.

$$Q = C \Delta\theta + C' \Delta\theta$$

$$Q = 4C' \Delta\theta + C' \Delta\theta \Rightarrow Q = 5C' \Delta\theta \quad (I)$$

۳ وقتی به جسم C' به اندازه Q گرما داده‌ایم دمای آن 40°C بالا رفته است.

$$Q = C' \times 40 \quad (II)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

۴ اکنون با مقایسه رابطه‌های (I) و (II) نتیجه می‌شود:

$$C' \times 40 = 5C' \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 8^\circ \text{C}$$

پاسخ سوال ۱-۲ به دو مایع A و B با جرم‌های یکسان m و دمای اولیه

0°C ، گرمای یکسان (Q) داده شده است و دمای مایع A و B به ترتیب به اندازه θ و 2θ افزایش یافته است. اگر این دو مایع را باهم مخلوط کرده و به آن‌ها همان گرمای Q را داده بودیم، دمای نهایی مخلوط چند θ می‌شد؟

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad \frac{2}{3} \quad (2) \quad \frac{3}{4} \quad (3) \quad \frac{4}{5} \quad (4)$$

۲ گزینه

۳ ۹۹۷

۱ وقتی گلوله فلزی را درون آب انداخته‌ایم، دمای آب با افزایش دمای 10°C از 10°C

به 20°C رسیده است و دمای تعادل گلوله و آب 20°C است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q_W + Q_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow C_W \Delta\theta_W + C_{\text{فلز}} \Delta\theta_{\text{فلز}} = 0$$

$$C_W (10) = C_{\text{فلز}} (80 - 20) \Rightarrow C_W = 6C_{\text{فلز}} \quad (I)$$

۲ اکنون درون آب 20°C گلوله‌ای مشابه گلوله اول با همان دمای 80°C

انداخته‌ایم، دوباره قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$Q_W + Q_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow C_W (\theta_e - 20) + C_{\text{فلز}} (\theta_e - 80) = 0 \quad (II)$$

۳ از رابطه (I) در رابطه (II) جایگذاری می‌کنیم:

$$6C_{\text{فلز}} (\theta_e - 20) + C_{\text{فلز}} (\theta_e - 80) = 0 \Rightarrow 6\theta_e - 120 + \theta_e - 80 = 0$$

$$7\theta_e = 200 \Rightarrow \theta_e = \frac{200}{7}^\circ \text{C} < 30^\circ \text{C}$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.

۱ ۹۹۸

خط فکری مسئله حل چند مرحله‌ای دارد. ابتدا باید حجم فلز و حجم آب درون

حفره را حساب کنیم. سپس جرم فلز و آب را به کمک چگالی آن‌ها به دست می‌آوریم. سرانجام با نوشتن $Q_W + Q_{\text{فلز}} = 0$ دمای تعادل مسئله را به دست می‌آوریم.

۱ آب درون حفره نیمکره ریخته شده است و حجم آب با حجم حفره برابر است:

$$V_W = \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} \pi (R_0^3 - R_1^3) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} \pi (5^3 - 3^3) = 250 \text{ cm}^3$$

A ۱۰۰۷ ۴

الف) در دیگ زودپز آب ابتدا بخار می‌شود اما به دلیل آن که راهی به خارج ندارد در ظرف می‌ماند و فشار داخل ظرف بالا می‌رود که سبب افزایش نقطه جوش آب می‌شود و غذا در دمای بالاتری می‌پزد که باعث زود پختن غذا می‌شود.

ب) در کوزه‌ها آب از بدنه کوزه به بیرون تراوش کرده و با گرفتن گرما از بدنه کوزه بخار می‌شود و این گرما گرفتن باعث خنک ماندن می‌شود.

پ) در پخته شدن تخم‌مرغ در ارتفاعات به دلیل کاهش فشار، نقطه جوش آب کاهش می‌یابد و تخم‌مرغ در دمای پایین‌تری پخته می‌شود پس به زمان طولانی‌تری نیاز دارد. ت) در قلّه کوه‌ها به دلیل کمتر شدن فشار، نقطه جوش آب بالا می‌رود و یخ دیرتر ذوب می‌شود. بنابراین دلیل گزاره الف) افزایش فشار و دلیل گزاره‌های ب) و ت) کاهش فشار و دلیل گزاره ب) تبخیر سطحی است.

B ۱۰۰۸ ۱

با خروج مقداری هوا از بالای سطح آب، فشار هوای وارد بر سطح آب کاهش می‌یابد و با کاهش فشار وارد بر سطح آب درون ظرف، آب راحت‌تر می‌تواند تبخیر سطحی انجام دهد. مولکول‌های سطح آب برای تبخیر، گرمای نهان تبخیر $Q_V = mL_V$ را از مولکول‌های پایین‌تر دریافت می‌کنند و این سبب کاهش دمای آب باقی‌مانده در ظرف می‌شود.

A ۱۰۰۹ ۳

خط فکری لطفاً عجله نکنید، قرار نیست همواره با دادن گرما، دمای جسم بالا رود یا با گرفتن گرما، دمای آن کاهش یابد. در هنگام تغییر حالت، جسم گرما گرفته یا از دست می‌دهد اما این تبادل گرما باعث تغییر دمای جسم نمی‌شود. دمای آب 0°C است و با گرفتن گرما از آب ابتدا باید به یخ تبدیل شود، بنابراین ابتدا باید حساب کنیم که آیا تمام آب با گرفتن 1500J گرما یخ می‌زند یا خیر. برای این کار گرمایی که باید از 50g آب 0°C گرفته شود تا تمام آن یخ برزند را حساب می‌کنیم:

$$Q_{\text{تغییر حالت}} = mL_F \Rightarrow Q_{\text{تغییر حالت}} = \frac{5}{1000} \times 336 \times 10^3 = 1680\text{J}$$

برای اینکه تمام 50g آب یخ برزند باید 1680J گرما از آن گرفته شود و با گرفتن 1500J گرما تنها بخشی از آب یخ می‌زند و طی این فرایند تغییر دما رخ نمی‌دهد و آب و یخ 0°C داریم.

A ۱۰۱۰ ۲

خط فکری دمای بدن ما از دمای فلز گالیم (29.8°C) بیشتر است و این فلز با گرفتن گرما از دست ذوب می‌شود و در مدت ذوب دمای آن ثابت می‌ماند.

۱. گرمای لازم برای ذوب 10g از این فلز را به دست می‌آوریم.

$$Q = mL_F \xrightarrow{m=10\text{g}, L_F=80\text{J/kg}} Q = \frac{10}{1000} \times 80400 \Rightarrow Q = 804\text{J}$$

۲. 80% این گرما از دست ما به گالیم داده شده است، بنابراین:

$$Q_{\text{دست}} = \frac{80}{100} \times 804 = 643.2\text{J}$$

A ۱۰۱۱ ۲

50g آب روی شیشه در اثر میعان بخار آب و تبدیل آن به مایع تشکیل شده است. در این فرایند بخار آب گرما از دست داده، در واقع بخار آب به شیشه گرما می‌دهد و گرمای نهان تبخیر آب در دمای 0°C برابر $L_V = 2490\text{kJ/kg}$ است.

$$Q_V = mL_V \Rightarrow Q_V = 50 \times 10^{-3} \times 2490 \times 10^3$$

$$Q_V = 124500\text{J} = 124.5\text{kJ}$$

A ۱۰۱۲ ۲

خط فکری گرمای نهان تبخیر هر مایع (L_V) به جنس و دمای آن بستگی دارد و با افزایش دما، گرمای نهان تبخیر کاهش می‌یابد.

مقادیر L_V برای آب در دماهای مختلف						
دما ($^\circ\text{C}$)	۰	۱۵	۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰
$L_V (\frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$	۲۴۹۰	۲۴۵۴	۲۳۷۴	۲۲۵۶	۲۱۱۵	۱۹۴۰

بازی با سؤال: کدام یک از فرایندهای زیر گرماگیر است؟ تکتور دهه‌های گذشته

- ۱) چگالش، تبخیر (۲) انجماد، میعان (۳) ذوب، میعان (۴) تصعید، ذوب
- گزینه ۴

A ۱۰۰۲ ۳

افزودن ناخالصی به هر مایعی باعث پایین آمدن نقطه انجماد و بالا رفتن نقطه جوش می‌شود، پس گزینه (۳) درست است.

A ۱۰۰۳ ۳

گزینه (۳) نادرست است. زیرا دماسنج را باید در بالای سطح مایع در حال جوشیدن قرار داد، زیرا این قسمت به دمای ثابتی رسیده است. در حالی که ته ظرف در حال دریافت مستقیم گرما از منبع گرما است و تحت تأثیر دمای منبع است. درباره گزینه (۴) هم باید گفت که وقتی دما بالا می‌رود، آهنگ تبخیر سطحی افزایش یافته و بخشی از گرمای لازم برای تبخیر توسط مولکول‌های خود مایع تأمین می‌شود، پس گرمای نهان تبخیر کاهش می‌یابد.

A ۱۰۰۴ ۳

تبخیر سطحی فرایندی است که طی آن مایع در هر دمایی به بخار تبدیل می‌شود، یعنی تا پیش از رسیدن به نقطه جوش مایع، تبخیر به‌طور پیوسته از سطح مایع رخ می‌دهد، بنابراین گزینه (۱) درست است.

تجربه نشان می‌دهد آهنگ رخ‌دادن تبخیر سطحی به عواملی از جمله دما و مساحت سطح مایع بستگی دارد، بنابراین با افزایش دما، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد و گزینه (۲) درست است.

هم‌چنین با افزایش سطح آزاد مایع، تبخیر سطحی بیشتر می‌شود و گزینه (۴) نیز درست است. اما با افزایش فشار هوا آهنگ تبخیر سطحی کاهش می‌یابد و گزینه (۳) نادرست است.

بازی با سؤال: وقتی دست شما خیس است، در کدام حالت سریع‌تر خشک می‌شود؟

- ۱) فشار و رطوبت هوا کم باشد. ۲) رطوبت هوا زیاد و فشار هوا کم باشد. ۳) فشار و رطوبت هوا زیاد باشد. ۴) فشار هوا زیاد باشد و رطوبت هوا کم باشد.
- گزینه ۱

A ۱۰۰۵ ۳

معمولاً افزایش فشار وارد بر جسم سبب بالا رفتن نقطه ذوب جسم می‌شود و حجم این اجسام هنگام ذوب افزایش می‌یابد. اما در برخی مواد مانند یخ که حجم آن‌ها پس از ذوب کاهش می‌یابد، با افزایش فشار نقطه ذوب یخ هر چند ناچیز کاهش می‌یابد. هنگام انجماد آب نیز نقطه انجماد که همان نقطه ذوب است با افزایش فشار کاهش می‌یابد و به پایین‌تر از صفر می‌رسد.

A ۱۰۰۶ ۴

خط فکری چند جمله مهم از کتاب درسی:

۱. معمولاً حجم جامدهای بلورین هنگام ذوب افزایش می‌یابد زیرا حجمی که بلور با آرایش منظم مولکول‌ها در حالت جامد اشغال می‌کند در مقایسه با حجم همین مقدار ماده در حالت مایع که آرایش مولکولی نامنظم دارند، کمتر است. البته آب و یخ استثناء هستند. ۲. افزایش فشار وارد بر جسم سبب بالا رفتن نقطه ذوب جسم می‌شود البته یخ در این مورد استثناء است یعنی افزایش فشار وارد بر یخ نقطه ذوب آن را کاهش می‌دهد. ۳. افزایش فشار باعث بالا رفتن نقطه جوش می‌شود (دلیل استفاده از زودپز برای زودتر پختن غذا)

۴. بر خلاف جامدهای بلورین، جامدهای بی‌شکل مثل شیشه و قیر نقطه ذوب کاملاً مشخص ندارند و ابتدا به شکل خمیر در می‌آیند و در گستره‌ای از دما و به تدریج ذوب می‌شوند. ۵. ناخالصی باعث کاهش نقطه ذوب می‌شود (پاشیدن نمک در روزهای برفی روی یخ خیابان‌ها)

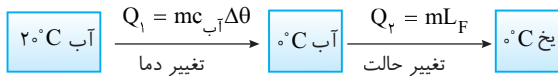
۶. ناخالصی باعث بالا رفتن نقطه جوش می‌شود.

اجسام جامد بلورین نقطه ذوب مشخص دارند، اما جامدهای بی‌شکل نقطه ذوب مشخص ندارند و در گستره‌ای از دما به تدریج ذوب می‌شوند و گزینه (۱) نادرست است. یخ حاصل از انجماد آب و برف حاصل از چگالش بخار آب است و گزینه (۲) نادرست است. حجم جامد بلورینی مانند یخ هنگام ذوب کاهش می‌یابد و گزینه (۳) نادرست است. افزودن ناخالصی و افزایش فشار باعث بالا رفتن نقطه جوش می‌شود و گزینه (۴) درست است.



A ۱۰۱۷ ۳

ابتدا دمای آب از 20°C به 50°C می‌رسد و سپس آب 20°C به یخ 0°C تبدیل می‌شود. بنابراین باید مجموع این دو مقدار گرما را که آب از دست داده حساب کنیم.



$$Q = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + mL_F$$

تذکره! در رابطه $mc\Delta\theta$ اگر گرمای ویژه را بر حسب kJ/kgK قرار دهیم و بقیه پارامترها در SI باشند. گرمای به‌دست آمده بر حسب کیلوژول خواهد بود. همچنین در رابطه mL_F اگر گرمای نهان ذوب را بر حسب kJ/kg قرار دهیم و یکای جرم کیلوگرم باشد. گرمای به‌دست آمده از رابطه بر حسب کیلوژول خواهد بود.

$$Q = (150 \times 4 / 2 \times 20) \text{kJ} + (150 \times 336) \text{kJ} \Rightarrow Q = 12600 \text{kJ} + 50400 \text{kJ} = 63000 \text{kJ}$$

B ۱۰۱۸ ۴

خط فکری ابتدا تبدیل دما از فارنهایت به سلسیوس را انجام می‌دهیم. سپس مقدار گرمای لازم را برای تبدیل 20°C یخ 0°C به 20°C آب 0°C و پس از آن افزایش دمای آب تا دمای خواسته شده را به‌دست می‌آوریم.

۱ ابتدا دمای نهایی آب را از 50°F به سلسیوس تبدیل می‌کنیم.

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 50 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 18 = \frac{9}{5}\theta \Rightarrow \theta = 10^{\circ}\text{C}$$

۲ گرمای لازم برای ذوب کامل 20°g یخ 0°C را حساب می‌کنیم.

$$Q = mL_F \Rightarrow Q_1 = 20 \times 336 \text{J/g} \Rightarrow Q_1 = 6720 \text{J}$$

۳ گرمایی که آب 0°C می‌گیرد تا دمایش 10°C شود خواهد شد:

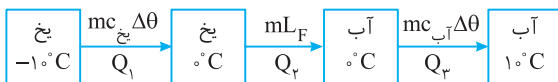
$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_2 = 20 \times 1 \times (10 - 0) = 200 \text{J}$$

۴ گرمای کلی که باید به آب بدهیم برابر است با: $Q = 6720 + 200 = 6920 \text{J}$

A ۱۰۱۹ ۳

اگر $c_{\text{آب}} = 4200 \text{J/kg.K}$ را به عنوان یک ضریب در نظر بگیریم مقدار

$$L_F = 336 \times 10^3 \text{J/kg}$$
 است، برابر $c_{\text{آب}} = 80^{\circ}\text{C}$ و $c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2}c_{\text{آب}}$ خواهد بود:



$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = mc_{\text{یخ}}\Delta\theta + mL_F + mc_{\text{آب}}\Delta\theta$$

$$Q_{\text{کل}} = 0.5 \times \frac{c_{\text{آب}}}{2} \times 10 + 0.5 \times 80 \times c_{\text{آب}} + 0.5 \times c_{\text{آب}} \times 10$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = 2/5 c_{\text{آب}} + 40 c_{\text{آب}} + 5 c_{\text{آب}} \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 47/5 c_{\text{آب}}$$

حال به جای c مقدار 4200 را قرار می‌دهیم:

$$Q_{\text{کل}} = 47/5 \times 4200 = 19950 \text{J} = 199.5 \text{kJ}$$

بازی با سوال اگر گرمای ویژه آب و یخ به ترتیب 4200J/kg.K و 2100J/kg.K و همچنین $L_F = 336000 \text{J/kg}$ باشد، چند کیلوژول گرما لازم

است تا 200°g گرم یخ 5°C به آب 50°C تبدیل شود؟

۱۱۱۱۰۰ (۴) ۱۱۳/۲ (۳) ۱۱۱/۱ (۲) ۱۱۳/۲۲ (۱)

B ۱۰۲۰ ۱

مراحل تغییرات به صورت زیر است:

$$-20^{\circ}\text{C} \text{ یخ} \rightarrow 0^{\circ}\text{C} \text{ یخ} \rightarrow 0^{\circ}\text{C} \text{ آب} \rightarrow 100^{\circ}\text{C} \text{ آب}$$

$$Q_t = mc_i\Delta\theta_i + mL_F + mc_w\Delta\theta_w$$

$$Q_t = (2 \times 2 / 1 \times 20 + 2 \times 336 + 2 \times 4 / 2 \times 100) \times 10^3 \text{J}$$

$$Q_t = (84 + 672 + 840) \times 10^3 \text{J} \Rightarrow Q_t = 1596 \text{kJ}$$

هر چه دما بالاتر باشد، گرمای نهان تبخیر (L_V) کمتر است. با توجه به اینکه گرمای تبخیر برابر mL_V بوده و جرم مایع تبخیر شده در سه حالت با هم برابر است، داریم:

$$\begin{cases} Q_1 = m(L_V)_1 \\ Q_2 = m(L_V)_2 \\ Q_3 = m(L_V)_3 \end{cases} \xrightarrow{\theta_1 > \theta_2 > \theta_3} Q_2 > Q_3 > Q_1$$

B ۱۰۱۳ ۳

دمای آب هنگام بخار شدن ثابت مانده است یعنی با گرما دادن به آب، آب به بخار تبدیل می‌شود و شاهد تبخیر سطحی هستیم از این رو: $Q = mL_V = 0.2 \times 2375 = 475 \text{kJ}$

B ۱۰۱۴ ۲

خط فکری مسئله سختی نیست. ابتدا حجم یخ روی دریاچه را حساب می‌کنیم ($V = Ah$) سپس جرم یخ را به کمک چگالی به‌دست می‌آوریم و سرانجام گرمایی که دریاچه در بهار برای ذوب یخ 0°C به آن می‌دهد را از رابطه گرمای نهان ذوب ($Q = mL_F$) به‌دست می‌آوریم.

۱ حجم کل یخ تشکیل شده برابر است با:

$$V = Ah \xrightarrow{A = 500 \text{km}^2 = 500 \times 10^6 \text{m}^2, h = 10 \text{cm} = 0.1 \text{m}} V = 500 \times 10^6 \times 0.1 = 50 \times 10^9 \text{m}^3$$

۲ جرم کل یخ خواهد شد:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho = 900 \text{kg/m}^3} 900 = \frac{m}{50 \times 10^9} \Rightarrow m = 45 \times 10^9 \text{kg}$$

۳ گرمایی که یخ برای ذوب شدن دریافت می‌کند برابر است با:

$$Q = mL_F \Rightarrow Q = 45 \times 10^9 \times 336 \times 10^3 = 15120 \times 10^{12} \text{J}$$

یادآوری هر 1°J برابر 1MJ است: $Q = 15120 \times 10^{12} \text{J} = 15120 \times 10^{10} \text{MJ}$

A ۱۰۱۵ ۳

خط فکری هر گاه در صورت مسئله صحبت از یک قطعه یخ بزرگ در دمای 0°C است منظور این است که دمای نهایی 0°C است. یعنی تا وقتی که دمای فلز به 0°C برسد، به یخ گرما می‌دهد:

۱ ابتدا گرمای لازم برای ذوب 190g یخ را به‌دست می‌آوریم:

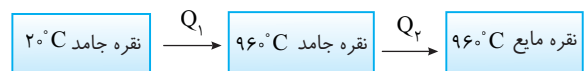
$$Q = m_{\text{یخ}} L_F \Rightarrow Q = \frac{190}{1000} \times 336 \times 10^3 \Rightarrow Q = 64 \times 10^4 \text{J}$$

۲ این گرما را فلز به یخ داده و دمای فلز از 68°C به صفر درجه سلسیوس رسیده است، بنابراین:

$$Q = m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} \Delta\theta \Rightarrow 64 \times 10^4 = 2/5 \times c_{\text{فلز}} \times 68 \Rightarrow c_{\text{فلز}} = 380 \text{J/kg.K}$$

A ۱۰۱۶ ۱

خط فکری در سؤالاتی که هم تغییر دما و هم تغییر حالت داریم. نمودار تغییرات را مشابه نمودار زیر نوشته و گرمای هر بخش را جداگانه حساب می‌کنیم:



۱ گرمای Q_1 باعث تغییر دمای نقره از 20°C به 96°C می‌شود:

$$Q_1 = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_1 = 0.5 \times 240 \times 940 = 112800 \text{J}$$

۲ گرمای Q_2 باعث تغییر حالت نقره می‌شود:

$$Q_2 = mL_F \xrightarrow{L_F = 90 \times 10^3 \text{J/kg}} Q_2 = 0.5 \times (90 \times 10^3) = 45 \times 10^3 = 45000 \text{J}$$

۳ کل گرمای داده شده به نقره برابر است با:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_T = 112800 + 45000 = 157800 \text{J} = 157.8 \text{kJ}$$

بازی با سوال چند کیلوژول گرما لازم است تا 50°g گرم یخ -10°C به

بخار آب 120°C تبدیل شود؟ ($L_V = 2260 \text{kJ/kg}$ ، $L_F = 336 \text{kJ/kg}$ ،

گزینه ۲ $c_{\text{یخ}} = 2/1 \text{kJ/kg.K}$ و $c_{\text{آب}} = 4/2 \text{kJ/kg.K}$)

۱۵۴/۹۷ (۴) ۱۵۱/۹۸ (۳) ۱۵۳/۹۵ (۲) ۱۵۲/۹۴ (۱)

۴ ۱۰۲۴ B

گرمای لازم برای ذوب یخ برابر است با: $Q_F = mL_F \Rightarrow Q_F = m \times 336$

گرمای لازم برای آنکه آب 0°C به آب 20°C تبدیل شود برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = m \times 420 \times 20 = m \times 8400$$

کل گرمای داده شده به یخ را حساب می‌کنیم:

$$Q_t = Q_F + Q = m \times 336 + m \times 8400 = 4200m$$

$$\frac{Q_F}{Q_t} = \frac{m \times 336}{m \times 4200} = \frac{336}{4200} = 8\%$$

بازی با سوال: مقداری آب 40°C را در محلی که نقطه جوش آب 100°C است به بخار آب 100°C تبدیل می‌کنیم. در صورتی که گرمای نهان ویژه تبخیر آب 540°C برابر گرمای ویژه آب باشد، چند درصد گرمای داده شده صرف افزایش دمای آب شده است؟

۱۰۰ (۴) ۵۰ (۳) ۱۰ (۲) ۹ (۱)

گزینۀ ۲

۲ ۱۰۲۵ B

روش اول: یخ صفر درجه ابتدا تغییر حالت داده و به آب 0°C تبدیل می‌شود و سپس آب 0°C به آب 20°C تغییر دما می‌دهد:



$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = mL_F + mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = m \times 336000 + m \times 4200 \times 20$$

$$Q_{\text{کل}} = 336000m + 84000m = 420000m \text{ (J)}$$

سؤال نسبت گرمای ذوب یخ (Q_1) به کل گرمای داده شده به آن ($Q_{\text{کل}}$) را برحسب

$$\frac{Q_{\text{ذوب یخ}}}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{Q_1}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{336000m}{420000m} \times 100 = 80\%$$

روش دوم: برای حل این دسته از سوالات بهتر است نسبت L_F و L_V آب را

برحسب $c_{\text{آب}} = 4200 \text{ J/kg.K}$ به خاطر بسپارید:

$$L_F = 336000 = 80 \times 4200 = 80c_{\text{آب}}$$

$$L_V = 2268000 = 540 \times 4200 = 540c_{\text{آب}}$$

گرمای نهان ذوب $L_F = 336 \times 10^3 \text{ J/kg}$ ، 80°C برابر گرمای ویژه آب است بنابراین برای سادگی در روابط $L_F = 80c$ را به کار می‌بریم:

صرف ذوب یخ صرف افزایش دمای آب

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = mL_F + mc\Delta\theta$$

$$Q_{\text{کل}} = m(80c) + mc \times 20 = 100mc$$



از $100mc$ گرم، $80mc$ صرف ذوب یخ شده است:

$$\frac{Q_1}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{80mc}{100mc} \times 100 = 80\%$$

۳ ۱۰۲۶ A

خط فکری: وسایل گرمایی مانند سماور، گرمکن و ... دارای توان گرمایی هستند. همان طور که می‌دانیم توان یعنی آهنگ مصرف انرژی و در وسایل گرمایشی توان گرمایی یعنی

$$P_{\text{گرمایی}} = \frac{Q}{t}$$

یکای سی‌سی (cc) حجم همان یکای cm^3 است.

۲ ۱۰۲۱ B

۱ ابتدا مقدار گرمایی را که آب 50°C از دست داده تا به دمای 0°C برسد،

$$|Q| = |mc\Delta\theta| \Rightarrow |Q| = 0.8 \times 4200 \times 50 = 40 \times 4200 \text{ J}$$

۲ اگر 90% درصد این گرما به یخ داده شود با توجه به رابطه $m' L_F$ باعث ذوب

شدن m' گرم یخ می‌شود.

$$m' L_F = \frac{90}{100} \times 40 \times 4200$$

$$\Rightarrow m' \times 336000 = \frac{90}{100} \times 40 \times 4200 \Rightarrow m' = 0.45 \text{ kg} = 450 \text{ g}$$

میانبر: خوب است در سؤالاتی که با آب و تغییر حالت آن سروکار داریم،

گرمای ویژه آب و یخ و گرمای نهان ذوب یا تبخیر را بر حسب هم بنویسیم:

$$c_{\text{آب}} = 4200 \text{ J/kg.K} = c \quad L_F = 336 \times 10^3 \text{ J/kg} = 80c$$

$$c_{\text{یخ}} = 2100 \text{ J/kg.K} = \frac{c}{2} \quad L_V = 2268 \times 10^3 \text{ J/kg} = 540c$$

۴ ۱۰۲۲ B

یخ 10°C - در تبدیل به آب 15°C وقتی گرما دریافت می‌کند از سه مرحله می‌گذرد.

$$\text{آب } 15^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_3} \text{آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{یخ } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} \text{یخ } -10^\circ\text{C}$$

اما آب 10°C تنها یک مرحله یعنی گذار از دمای 10°C به 60°C را طی می‌کند.

گرمای داده شده به یخ و آب برابر است. از این رو:

$$Q_{i1} + Q_{r1} + Q_{r2} = Q_W \quad m_1 c_i (10) + m_1 L_F + m_1 c_W (15) = m_W c_W \Delta\theta_W$$

$$m_1 \times \frac{1}{2} c_W \times 10 + m_1 \times 80c_W + m_1 \times c_W (15) = m_W c_W (60 - 10)$$

$$5m_1 + 80m_1 + 15m_1 = 50m_W \Rightarrow 100m_1 = 50m_W \Rightarrow \frac{m_W}{m_1} = 2$$

۲ ۱۰۲۳ B

۱ حالت اول: گرمای لازم برای اینکه 5 kg یخ 20°C - به آب 20°C تبدیل شود

را حساب می‌کنیم. برای این کار نموداری مطابق شکل زیر می‌کشیم و گرمای هر مرحله

را به دست می‌آوریم.



$$Q_1 = mc \Delta\theta + mL_F + mc \Delta\theta \xrightarrow{\substack{c_{\text{آب}} = 2c_{\text{یخ}} \\ L_F = 60c_{\text{یخ}}}} \rightarrow$$

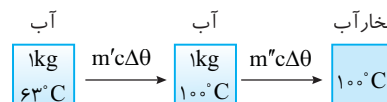
$$Q_1 = 5 \times c_{\text{یخ}} \times 20 + 5 \times 160c_{\text{یخ}} + 5 \times (2c_{\text{یخ}}) \times 20 \Rightarrow Q_1 = 1100c_{\text{یخ}}$$

اکنون می‌خواهیم بدانیم که اگر به 1 kg آب 63°C این مقدار گرما ($Q_1 = 1100c_{\text{یخ}}$)

داده شود، چند گرم آن تبخیر می‌شود. مجدداً با رسم یک نمودار مسیر تحولات را

مشخص می‌کنیم و به کمک آن می‌توانیم بنویسیم:

۲ حالت دوم:



$$Q_2 = m' c_{\text{آب}} \Delta\theta + m'' L_V \xrightarrow{\substack{m' = 1 \text{ kg} \\ c_{\text{آب}} = 2c_{\text{یخ}}, L_V = 1080c_{\text{یخ}}}} \rightarrow$$

$$Q_2 = 1 \times 2c_{\text{یخ}} \times (100 - 63) + m'' (1080c_{\text{یخ}})$$

$$\xrightarrow{Q_2 = Q_1} \xrightarrow{Q_1 = 1100c_{\text{یخ}}} 1100c_{\text{یخ}} = 74c_{\text{یخ}} + m'' (1080c_{\text{یخ}})$$

$$\xrightarrow{\text{را از دو طرف ساده می‌کنیم}} \xrightarrow{1100 = 74 + 1080m''} m'' = \frac{1026}{1080} = \frac{114}{120} = \frac{19}{20} \text{ kg} \Rightarrow m' = 950 \text{ g}$$



۱. جرم آب را حساب می‌کنیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \rho = 1 \text{ g/cm}^3, V = 2000 \text{ cc} \rightarrow m = 1 \times 2000 = 2000 \text{ g}$$

۲. گرمای لازم برای تبخیر ۲۰۰۰g آب ۱۰۰°C و تبدیل آن به بخار ۱۰۰°C را حساب می‌کنیم.

$$Q = mL_V \Rightarrow Q = 2000 \times 10^{-3} \times (2250 \times 10^3) \Rightarrow Q = 450 \times 10^4 \text{ J}$$

۳. توان گرمایی کتری خواهد شد:

$$P = \frac{Q}{t} \quad t = 50 \text{ min} = 50 \times 60 \text{ s} \rightarrow P = \frac{450 \times 10^4}{50 \times 60} \Rightarrow P = 1500 \text{ W} \Rightarrow P = 1.5 \text{ kW}$$

۱۰۲۷ A

گرمایی که کتری در مدت زمان جوشیدن و تبخیر ۲kg آب به آن می‌دهد را حساب می‌کنیم.

$$Q_V = mL_V = 2 \times 2256 \text{ kJ}$$

زمان را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{Q_V}{t} \Rightarrow 3 = \frac{2 \times 2256}{t} \Rightarrow t = \frac{2 \times 2256}{3} \text{ s} \Rightarrow$$

$$t = 1504 \text{ s} = \frac{1504}{60} \text{ min} \Rightarrow t = 25 \text{ min}$$

۱۰۲۸ A

خط فکری: توان گرمایی گرمکن ثابت است، بنابراین در مدت t گرمایی که به آب ۱۰۰°C می‌دهد تا تبخیر شود برابر مقدار گرمایی است که در همان مدت به یخ ۰°C می‌دهد تا به آب ۰°C تبدیل شود.

گرمای تبدیل آب ۱۰۰°C به بخار ۱۰۰°C و گرمای تبدیل یخ ۰°C به آب ۰°C را برابر قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} Q &= Pt \\ \text{توان و مدت زمان در هر دو حالت یکسان است} \\ \Rightarrow m_{\text{بخار}} L_V &= m_{\text{یخ}} L_F \Rightarrow 100 \times 2268 = m_{\text{یخ}} \times 336 \end{aligned}$$

دو طرف رابطه را به ۴/۲ تقسیم می‌کنیم. $100 \times 54 = m_{\text{یخ}} \times 80 \Rightarrow m_{\text{یخ}} = 675 \text{ g}$

میانبر: اگر گرمای ویژه آب ۴۲۰۰ J/kg°C و گرمای نهان تبخیر آب ۲۲۶۸ kJ/kg و گرمای نهان ذوب ۳۳۶ kJ/kg باشد، می‌توان گرمای ویژه آب را C ، گرمای نهان تبخیر را ۵۴°C و گرمای نهان ذوب را ۸۰°C گرفت:

$$Q_{\text{بخار}} = Q_{\text{آب}} \Rightarrow 100(54) = m_{\text{یخ}}(80) \Rightarrow m_{\text{یخ}} = \frac{675}{100} \text{ kg} = 675 \text{ g}$$

۱۰۲۹ B

ابتدا گرمای لازم برای اینکه دمای آب از ۲۰°C به نقطه جوش (۱۰۰°C) برسد را به دست می‌آوریم:

$$Q_1 = mc\Delta\theta \quad c_{\text{آب}} = 4200 \text{ J/kg}^\circ\text{C} \rightarrow Q_1 = m \times 4200 \times 80$$

$$\Rightarrow Q_1 = 42 \times 8 \times 10^3 \text{ J} \quad \text{ژول}$$

حال گرمای لازم برای تبدیل آب ۱۰۰°C به بخار ۱۰۰°C را حساب می‌کنیم:

$$Q_2 = mL_V \quad L_V = 2268 \times 10^3 \text{ J/kg} \rightarrow Q_2 = m \times 2268 \times 10^3$$

توان گرمایی گرمکن ثابت است:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{t_1} = \frac{Q_2}{t_2} \Rightarrow \frac{42 \times 8 \times 10^3}{8 \text{ min}} = \frac{2268 \times 10^3 \times m}{t_2} \Rightarrow t_2 = 54 \text{ min}$$

پاسخ سوال: یک اجاق برقی دمای مقدار معینی آب را در مدت ۸ دقیقه از ۲۰ درجه سلسیوس به نقطه جوش ۱۰۰°C می‌رساند. چند دقیقه دیگر طول می‌کشد تا با ثابت ماندن توان گرمایی اجاق، تمام آب تبخیر شود؟ ($L_V = 2268 \text{ J/g}$, $c = 4200 \text{ J/g}^\circ\text{C}$)

۱۰۸ (۴) ۵۴ (۳) ۳۶ (۲) ۲۸ (۱)

گزینۀ ۳

۱۰۳۰ B

تذکره: اگر در رابطه‌های تغییر حالت یکای L_F و L_V را بر حسب kJ/kg قرار دهیم و یکای جرم نیز بر حسب kg باشد، گرمای به دست آمده بر حسب کیلوژول است.

۱. گرمایی که ۱۰۰g یخ ۰°C می‌گیرد تا به آب ۰°C تبدیل شود برابر است با:

$$Q_1 = mL_F \Rightarrow Q_1 = 0.1 \times 334 \Rightarrow Q_1 = 33.4 \text{ kJ}$$

۲. گرمایی که ۱۰۰g آب ۰°C می‌گیرد تا به آب ۱۰۰°C و سپس به بخار ۱۰۰°C تبدیل شود را حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \text{آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{تغییر دما}} \text{آب } 100^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{تغییر حالت}} \text{بخار } 100^\circ\text{C} \\ & Q_1 = mc\Delta\theta + mL_V \quad L_V = 2256 \text{ kJ/kg}, c = 4200 \text{ J/kg}^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= 0.1 \times 4200 \times 100 + 0.1 \times 2256 \Rightarrow Q_2 = 42 + 225.6 \Rightarrow Q_2 = 267.6 \text{ kJ} \\ Q &= 0.1 \times 33.4 + 267.6 \Rightarrow Q = 33.4 + 267.6 \Rightarrow Q = 301 \text{ kJ} \end{aligned}$$

۳. توان گرمایی گرمکن ثابت است بنابراین:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{t_1} = \frac{Q_2}{t_2} \Rightarrow \frac{33.4}{10} = \frac{267.6}{t_2} \Rightarrow t_2 = 80 \text{ min}$$

میانبر: چون مقدار تقریبی زمان خواسته شده می‌توانستیم با توجه به توضیحاتی که قبلاً داده‌ایم $c_{\text{آب}} = 4200 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ گرفته و $L_V = 54^\circ\text{C}$ و $L_F = 80^\circ\text{C}$ در رابطه‌ها قرار دهیم.

۱۰۳۱ A

خط فکری: راندمان یا بازده: در وسایل گرمایی عموماً توان الکتریکی به عنوان توان ورودی و توان گرمایی به عنوان توان خروجی است، بنابراین:

$$R_a = \frac{P_{\text{گرمایی}}}{P_{\text{الکتریکی}}} \Rightarrow P_{\text{گرمایی}} = R_a \times P_{\text{الکتریکی}}$$

۱. بازده گرمکن ۹۰٪ است بنابراین توان مفید آن خواهد شد:

$$P_{\text{مفید}} = P_{\text{کل}} \times \frac{90}{100} \quad P = 8000 \text{ W} \rightarrow P_{\text{مفید}} = 8000 \times \frac{90}{100} = 7200 \text{ W}$$

۲. گرمای لازم برای تبدیل ۹kg یخ ۰°C به آب ۸۰°C برابر است با:

$$\begin{aligned} Q &= mL_F + mc\Delta\theta \quad L_F = 80^\circ\text{C}, m = 9 \text{ kg} \\ & \Delta\theta = 80^\circ\text{C} \rightarrow Q = 9 \times 80 + 9 \times 4200 \times 80 \\ \Rightarrow Q &= 14400 \text{ J} = 1440 \times 10 \text{ J} \end{aligned}$$

۳. با توجه به تعریف توان می‌توان زمان را به دست آورد.

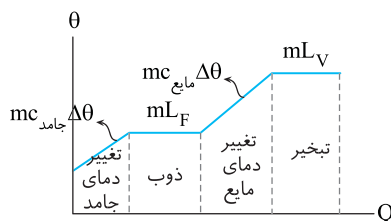
$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow 7200 = \frac{1440 \times 10}{t} \Rightarrow t = \frac{1440 \times 10}{7200} \Rightarrow t = 2 \text{ s} \Rightarrow t = 14 \text{ min}$$

میانبر: در سؤالات گرما که توان و بازده داده می‌شود، می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$Q = R_a \times P_{\text{الکتریکی}} \times t$$

۱۰۳۲ A

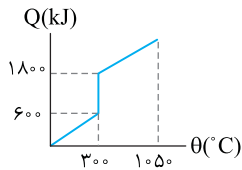
خط فکری: در سؤالاتی که نمودار داده شده دقت کنید در بازه‌هایی که با گذشت زمان یا دادن گرما، دمای جسم تغییر نمی‌کند، جسم در حال تغییر حالت است. همچنین قسمت‌های مختلف نمودار مهم است به شکل زیر خوب نگاه کنید:



با توجه به خط فکری بالا در دمای ذوب با دادن گرما دما تغییر نمی‌کند، پس با توجه به نمودار ۸۰°C دمای ذوب ماده است و در بازه‌ای که گرمای داده شده به جسم از ۲۰ kJ به ۹۵ kJ می‌رسد، جسم در حال ذوب شدن است بنابراین:

$$Q_{\text{ذوب}} = mL_F \Rightarrow (95 - 20) \times 10^3 = 0.5 L_F \Rightarrow L_F = 150 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

بازی با سوال نمودار مقابل نمودار گرما بر حسب دما برای مایعی به



جرم ۴ kg است. اگر به این مایع به اندازه ۹۰۰ kJ حرارت بدهیم با توجه به نمودار، چند کیلوگرم آن به صورت مایع باقی می ماند؟

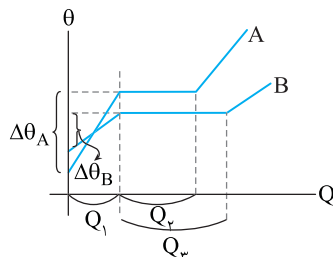
گزینه ۲

۱ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۵ (۴)

۳ ۱۰۳۵ B

با گرمای یکسان Q_1 تغییر دمای A از تغییر دمای B بیشتر است.

$$Q_A = Q_B \Rightarrow C_A \Delta\theta_A = C_B \Delta\theta_B \xrightarrow{\Delta\theta_A > \Delta\theta_B} C_A < C_B$$



از طرفی برای ذوب کامل A مقدار گرمای لازم برابر Q_F است و برای ذوب کامل B مقدار گرمای لازم برابر Q_F و با توجه به اینکه $Q_F < Q_F$ است، گرمای نهان ذوب A از گرمای نهان ذوب B کمتر است. (دقت کنید جرم A و B برابر است).

$$Q_F = mL_{FA}, Q_F = mL_{FB} \xrightarrow{Q_F < Q_F} L_{FA} < L_{FB}$$

۲ ۱۰۳۶ B

گرمایی که با توان ۱۰ W جسم در مدت ۳۰۰ s دریافت می کند برابر است با:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = Pt \Rightarrow Q = 10 \times 300 = 3000 \text{ J}$$

این گرما دمای جسم را از ۲۰°C به ۸۰°C رسانده است، به کمک آن جرم جسم را به دست می آوریم.

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{c=10^3 \text{ J/kg}^\circ\text{C}} 3000 = m \times 10^3 \times 60$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{10} \text{ kg} = 0.1 \text{ kg} \Rightarrow m = 100 \text{ g}$$

اکنون گرمایی که این جسم در مدت ۷۲۰ s - ۳۰۰ = ۴۲۰ s با توان ۱۰ W دریافت می کند را حساب می کنیم:

$$Q = Pt \Rightarrow Q = 10 \times 420 = 4200 \text{ J}$$

در این مدت جسم در حال تغییر حالت است و مقدار گرمی که توسط ۴۲۰۰ J گرما ذوب می شود خواهد شد:

$$Q = mL_F \xrightarrow{L_F=100 \text{ J/kg}^\circ\text{C}} 4200 = m \times 100 \times 10^4 \Rightarrow m = 0.4 \text{ kg} = 400 \text{ g}$$

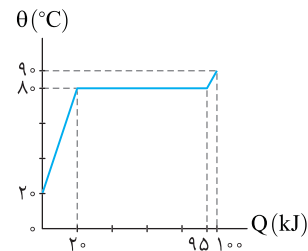
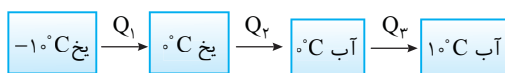
از ۵۰۰ g جسم، ۴۰۰ g آن ذوب شده، مقدار درصد جرم جامدی که ذوب می شود برابر است با:

$$\frac{400}{500} \times 100 = 80\%$$

۴ ۱۰۳۷ B

خط فکری نمودار تغییرات را رسم می کنیم و در هر مرحله گرمایی که یخ دریافت می کند را حساب می کنیم و زمان آن را به دست می آوریم. آن گاه زمان های به دست آمده را با زمان های نمودارهای داده شده مقایسه می کنیم تا به جواب برسیم.

آهنگ گرمای داده شده $P = \frac{Q}{t}$ است و برابر ۲۱۰ J/s است.



۱ ۱۰۳۳ B

با توجه به نمودار در مدت ۴۰ min دمای مایع ۳۰ K کاهش یافته است و گرمایی که مایع از دست می دهد برابر $Q = mc\Delta\theta$ است و به کمک آن توان دستگاه را به دست می آوریم:

$$P = \frac{|Q_1|}{t_1} \xrightarrow{Q_1 = mc\Delta\theta} P = \frac{0.4 \times 3000 \times 30}{40 \times 60} \Rightarrow P = 15 \text{ W}$$

همچنین فرایند انجماد ۳۰ دقیقه طول کشیده که با توجه با ثابت بودن وسیله، گرمای نهان انجماد را حساب می کنیم.

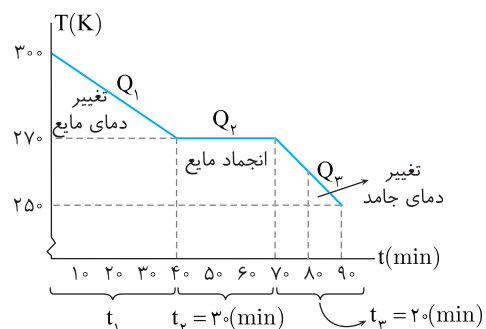
$$P = \frac{|Q_F|}{t_F} \Rightarrow Q_F = Pt_F \xrightarrow{Q_F = mL_F} L_F = \frac{Q_F}{m}$$

$$0.4 \times L_F = 15 \times 30 \times 60 \Rightarrow L_F = 67500 \text{ J/kg}$$

همچنین در مدت ۲۰ دقیقه در حالت جامد، دمای جسم ۲۰°C پایین آمده است:

$$P = \frac{|Q_F|}{t_F} \xrightarrow{Q_F = mc\Delta\theta} mc\Delta\theta = Pt_F \xrightarrow{|Q_F| = Pt_F}$$

$$\Rightarrow 0.4 \times c \times 20 = 15 \times 20 \times 60 \Rightarrow c_{\text{جامد}} = 2250 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$$



۳ ۱۰۳۴ B

با توجه به نمودار جسم بین دو نقطه C با دمای ۲۶۲ K و نقطه D با دمای ۳۶۲ K در حالت مایع قرار دارد. جسم با دریافت ۴-۲۶۲ kJ گرما، دمایش از ۲۶۲ K

۳۶۲ K رسیده است. از این رو می توان ظرفیت گرمایی جسم در حالت مایع را حساب کرد.

$$Q = C\Delta T \Rightarrow 2 \times 10^3 = C(362 - 262) \Rightarrow C = 20 \text{ J/K}$$

اگر به این مایع ۱۰۰ ژول گرما بدهیم، دمای آن خواهد شد:

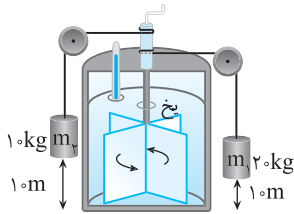
$$Q = C\Delta T \Rightarrow 100 = 20 \Delta T \Rightarrow \Delta T = 5 \text{ K}$$

$$\theta = 5^\circ\text{C}$$

بنابراین افزایش دما خواهد شد:

میانبر با یک تناسب ساده مسئله قابل حل است.

$$\frac{2000 \text{ J}}{100 \text{ J}} \mid \frac{100 \text{ K}}{\Delta T} \Rightarrow \Delta T = 5 \text{ K} \Rightarrow \Delta\theta = 5^\circ\text{C}$$



$$Q = mL_F$$

$$\Rightarrow 3000 = m \times 336 \text{ J/g}$$

$$\Rightarrow m = \frac{3000}{336} \text{ g} = 9 \text{ g}$$

۲ ۱۰۴۰ A

۱ ابتدا مشخص می‌کنیم که وقتی $40/2 \text{ kJ}$ گرما از آب $^{\circ}\text{C}$ می‌گیریم، چند گرم از آب یخ می‌زند.

۲ بنابراین 120 g آب $^{\circ}\text{C}$ به یخ $^{\circ}\text{C}$ تبدیل می‌شود و $180 - 120 = 60 \text{ g}$ آب $^{\circ}\text{C}$ باقی می‌ماند.

۱ ۱۰۴۱ B

خط فکری وقتی که در دمای نقطه جوش یا نقطه ذوب به جسم گرما می‌دهیم، در تمام مدت تغییر حالت، دما ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند اما انرژی درونی جسم (آب) افزایش می‌یابد. وقتی به آب گرما می‌دهیم ابتدا دمای آن به 100°C می‌رسد و سپس شروع به جوشیدن و بخار شدن می‌کند، در حل این نوع مسائل ابتدا باید گرمای لازم برای تغییر دما Q را بیابید و آن را با گرمای داده شده به جسم مقایسه کنید اگر گرمای داده شده به جسم از Q بزرگ‌تر باشد، مقدار اضافی آن صرف تبخیر آب می‌شود.

۱ حال گرمای لازم تا رسیدن به نقطه جوش را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_{20^{\circ}\text{C تا } 100^{\circ}\text{C}} = 2 \times 4200 \times 80 = 672000 \text{ J} = 672 \text{ kJ}$$

۲ گرمایی که برای تبخیر آب باقی می‌ماند برابر است با:

$$Q' = Q_{\text{کل}} - Q_{20^{\circ}\text{C تا } 100^{\circ}\text{C}} = 840 \text{ kJ} - 672 \text{ kJ}$$

$$\xrightarrow{840 \text{ kJ} = 840000 \text{ J}} Q' = 200000 \text{ J} \Rightarrow Q' = 200 \text{ kJ}$$

۳ بنابراین درصد گرمای تبخیر به گرمای کل داده شده به جسم خواهد شد:

$$\frac{Q'}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{200000}{840000} \times 100 = \frac{1}{4.2} \times 100 = 23.8\%$$

۱ ۱۰۴۲ B

گرمایی که صرف افزایش دمای مقداری آب از $^{\circ}\text{C}$ به $^{\circ}\text{C}$ می‌شود، $\frac{1}{5}$ گرمای لازم برای ذوب همان مقدار یخ است.

$$mc\Delta\theta = \frac{1}{5} mL_F \Rightarrow 4200 \times \Delta\theta = \frac{1}{5} \times 336000 \Rightarrow \Delta\theta = 16^{\circ}\text{C}$$

۳ ۱۰۴۳ B

خط فکری $\frac{1}{3}$ گرما تلف شده بنابراین $\frac{2}{3}$ آن صرف افزایش دمای آب ($Q = mc\Delta\theta$) و تبخیر آب ($Q = mL_V$) می‌شود، بنابراین ابتدا مقدار گرمای لازم برای افزایش دما از 80°C تا 100°C را حساب می‌کنیم، اگر از گرما چیزی باقی مانده باشد، مقدار اضافی گرما صرف تبخیر آب می‌شود.

۱ گرمایی که به آب داده می‌شود: $Q = 189/84 \text{ kJ}$

۲ گرمایی که 100 g آب 80°C می‌گیرد تا دمايش به 100°C برسد:

$$Q_1 = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_1 = 0.1 \times 4200 \times (100 - 80) \Rightarrow Q_1 = 8400 \text{ J} = 8.4 \text{ kJ}$$

۳ بنابراین 8.4 kJ گرما صرف افزایش دمای آب شده و باقیمانده گرما صرف تبخیر آب خواهد شد: $Q_{\text{تبخیر}} = Q_{\text{کل}} - Q_1 = 189/84 - 8.4 = 181/44 \text{ kJ}$

۴ مقدار آب بخار شده را حساب می‌کنیم.

$$Q = mL_F \Rightarrow 181/44 = m \times 2268 \Rightarrow m = 0.08 \text{ kg} = 80 \text{ g}$$

۵ بنابراین از 100 g آب، 80 g بخار شده است.

مدتی که طول می‌کشد تا یخ -10°C به یخ 0°C تبدیل شود:

$$P = \frac{Q_1}{t} \Rightarrow 210 = \frac{Q}{t} \xrightarrow{Q_1 = mc\Delta\theta} 210 = \frac{0.2 \times 2100 \times 10}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = 20 \text{ s}$$

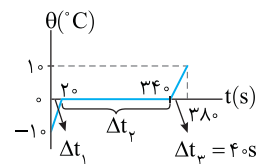
مدت زمان ذوب کامل یخ:

$$P = \frac{Q_2}{t} \Rightarrow 210 = \frac{Q}{t} \xrightarrow{Q_2 = mL_F} 210 = \frac{0.2 \times 336000}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = 320 \text{ s}$$

مدت زمان تبدیل آب 0°C به یخ 10°C :

$$P = \frac{Q_3}{t} \Rightarrow 210 = \frac{Q}{t} \xrightarrow{Q_3 = mc\Delta\theta} 210 = \frac{0.2 \times 2100 \times 10}{\Delta t_3} \Rightarrow \Delta t_3 = 40 \text{ s}$$

بنابراین:



میانبر

باتوجه به اینکه گرمای نهان ذوب به صورت $L_F = 336000 = 80 \times 4200$ است پس گرمای مورد نیاز برای ذوب برابر $mL_F = 80 \times mc$ بوده و گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای 20°C آب برابر $mc\Delta\theta = 20 \times mc$ است، بنابراین مدت زمان لازم برای ذوب یخ باید ۴ برابر مدت زمان تغییر دمای 20°C آب باشد که این مورد در سه گزینه (۱) تا (۳) رعایت نشده است.

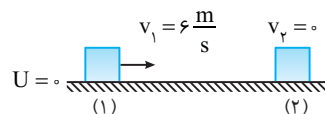
۱ ۱۰۳۸ B

خط فکری

یک تست ترکیبی از فصل گرما و فصل کار و انرژی روبروی ما است. گرمایی که در اثر اصطکاک ایجاد شده است سبب ذوب مقداری یخ $^{\circ}\text{C}$ شده است، بنابراین ابتدا باید کار نیروی اصطکاک را که به گرما تبدیل شده را به کمک قانون پایستگی انرژی حساب کنیم و مقدار گرمای به دست آمده را با مقدار گرمای که یخ مورد نیاز برای ذوب برابر قرار دهیم.

۱ با توجه به پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم:

$$E_p - E_k = W_f \xrightarrow{E_p = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(6)^2} \xrightarrow{E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 = 0} W_f = -18 \text{ m} \xrightarrow{m = 55/5} W_f = -999 \text{ J}$$



۲ در واقع جسم 999 J انرژی از دست داده و این انرژی از دست رفته به صورت گرما به یخ داده شده، حال مقدار یخ ذوب شده توسط 999 J گرما را به دست می‌آوریم:

$$Q = m' L_F \Rightarrow 999 = m' \times 333 \times 10^3 \Rightarrow m' = 3 \times 10^{-3} \text{ kg} = 3 \text{ g}$$

۲ ۱۰۳۹ B

خط فکری

با رها کردن وزنه‌ها، وزنه 20 kg ، 10 m پایین می‌آید و وزنه 10 kg نیز 10 m پایین می‌رود. در واقع هر دو جسم به اندازه mgh انرژی آزاد می‌کنند که این انرژی آزاد شده توسط همزن به یخ داده شده و باعث ذوب یخ می‌شود.

۱ انرژی پتانسیل آزاد شده توسط وزنه m_1 را حساب می‌کنیم.

$$|U_1| = mgh_1 = 20 \times 10 \times 10 = 2000 \text{ J}$$

۲ انرژی پتانسیل آزاد شده توسط وزنه m_2 برابر است با:

$$|U_2| = m_2 gh_2 = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ J}$$

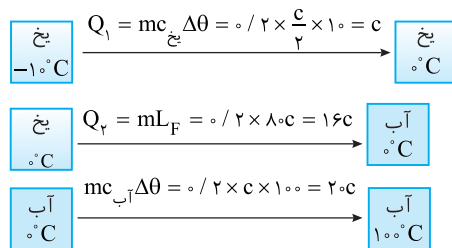
۳ بنابراین در مجموع $2000 + 1000 = 3000 \text{ J}$ گرما توسط همزن متصل به جسم‌ها، به یخ داده می‌شود و باعث ذوب یخ خواهد شد:

کل گرمای داده شده به یخ توسط گرمکن را حساب می‌کنیم.
 $Q = Pt \Rightarrow Q = 21000 \times 10 = 210000 \text{ J} = 210 \text{ kJ}$
 گرمای لازم برای رسیدن دمای یخ از -20°C به 0°C برابر است با:
 $Q_1 = mc \Delta\theta \Rightarrow Q_1 = 0/5 \times 2100 \times 20 \Rightarrow Q = 21000 \text{ J} = 21 \text{ kJ}$

گرمای لازم برای ذوب یخ
 $Q_2 = mL_F \Rightarrow Q_2 = 0/5 \times 336000 \Rightarrow Q_2 = 168000 \text{ J} = 168 \text{ kJ}$
 کل گرمایی که صرف ذوب یخ شده برابر مجموع 21 kJ و 168 kJ یعنی 189 kJ است.
 بقیه گرما صرف بالا بردن دمای آب از 0°C به θ می‌شود.
 $Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 210 - 189 = 0/5 \times 4 \times \Delta\theta$
 $21 = 2/1 \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 10^\circ\text{C}$

۱۰۴۸ B

خط فکری برای این نوع مسائل بهتر است نمودار شبیه آنچه که در زیر رسم کرده‌ایم، رسم کنید. سپس گرمای هر قسمت را برحسب گرمای ویژه آب (C) حساب کنید. از سوی دیگر گرمایی که به یخ داده می‌شود آن را نیز بر حسب C به دست آورید تا به راحتی بتوانید مسیر اتفاقات را پیگیری کنید.



گرمای داده شده به یخ 105 kJ است آن را بر 4200 تقسیم می‌کنیم تا مشخص شود $Q = 105 \text{ kJ} = \frac{105 \times 10^3}{4200} \times C = 25C$ چند برابر C است.

برای تبدیل یخ -10°C به یخ 0°C به اندازه C گرما لازم است و گرمای داده شده به یخ $25C$ است. بنابراین تمام یخ به دمای 0°C می‌رسد و گزینه (۱) نادرست است. گرمای لازم برای ذوب کامل یخ $16C$ است که این نیز از گرمای داده شده به آب کمتر است و تمام یخ ذوب می‌شود و گزینه (۲) و (۳) نادرست است. بنابراین تمام یخ ذوب می‌شود و دمای آن بالاتر از 0°C خواهد بود بنابراین گزینه (۴) درست است.

برای به دست آوردن دمای نهایی نیز می‌توان با توجه به گرمای کل نوشت:
 $Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow 25C = C + 16C + mc \times \Delta\theta$
 $\Rightarrow 8C = 0/2C \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 40^\circ\text{C} \Rightarrow \theta_{\text{نهایی}} = 40^\circ\text{C}$

بازی با سوال به 400 گرم آب صفر درجه سلسیوس در فشار 1 atm مقدار 394 کیلوژول گرما می‌دهیم. در نهایت
 $(L_V = 2260 \text{ kJ/kg}, c_{\text{آب}} = 4/2 \text{ kJ/kg.K}, c_{\text{بخار}} = 2/1 \text{ kJ/kg.K})$

- (۱) دمای نهایی 120°C و تمام آب بخار می‌شود.
- (۲) دمای نهایی 100°C و 300 گرم آب بخار می‌شود.
- (۳) دمای نهایی 100°C و 100 گرم آب بخار می‌شود.
- (۴) دمای نهایی 80°C و آب بخار نمی‌شود.

گزینه ۳

۱۰۴۹ B

گرما انرژی‌ای است که به دلیل اختلاف دما از جسم با دمای بیشتر به جسم با دمای کمتر منتقل می‌شود. در این مسأله دمای آب و یخ یکسان است و تبادل گرمایی رخ نمی‌دهد، بنابراین جرم یخ ثابت می‌ماند.

۱۰۵۰ B

دمای تعادل 10°C است بنابراین یخ -20°C از فلز گرما می‌گیرد و ابتدا به یخ 0°C تبدیل می‌شود و سپس یخ 0°C به آب 0°C و در نهایت به آب 10°C تبدیل می‌شود و در این فرایند فلز با از دست دادن گرما دمایش از 90°C به 10°C می‌رسد.

(۱) نمودار زیر را برای درک بهتر تغییرها و تبدیل‌ها رسم می‌کنیم:

۱۰۴۴ B

کل گرمای داده شده به یخ توسط گرمکن را حساب می‌کنیم.
 $Q = Pt \Rightarrow Q = 21000 \times 10 = 210000 \text{ J} = 210 \text{ kJ}$
 گرمای لازم برای رسیدن دمای یخ از -20°C به 0°C برابر است با:
 $Q_1 = mc \Delta\theta \Rightarrow Q_1 = 0/5 \times 2100 \times 20 \Rightarrow Q = 21000 \text{ J} = 21 \text{ kJ}$

گرمای لازم برای ذوب یخ
 $Q_2 = mL_F \Rightarrow Q_2 = 0/5 \times 336000 \Rightarrow Q_2 = 168000 \text{ J} = 168 \text{ kJ}$
 کل گرمایی که صرف ذوب یخ شده برابر مجموع 21 kJ و 168 kJ یعنی 189 kJ است.
 بقیه گرما صرف بالا بردن دمای آب از 0°C به θ می‌شود.
 $Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 210 - 189 = 0/5 \times 4 \times \Delta\theta$
 $21 = 2/1 \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 10^\circ\text{C}$

۱۰۴۵ B

(۱) ابتدا گرمایی که توسط گرمکن در مدت $122/5$ ثانیه تولید می‌شود را حساب می‌کنیم.
 $P = \frac{W}{t} \Rightarrow 750 = \frac{W}{122/5} \Rightarrow W = 750 \times 122/5 \text{ J}$

(۲) از این مقدار گرما 80% صرف گرم کردن یخ می‌شود.
 $Q = \frac{80}{100} W \Rightarrow Q = \frac{80}{100} \times 750 \times 122/5 \Rightarrow Q = 600 \times 122/5 \text{ J} \Rightarrow Q = 73200 \text{ J}$

(۳) مقدار گرمایی که یخ -6°C لازم دارد تا به یخ 0°C تبدیل شود را حساب می‌کنیم.
 $Q' = mc\Delta\theta \Rightarrow Q' = 0/5 \times 2100 \times 6 \Rightarrow Q' = 6300 \text{ J}$

(۴) بنابراین از 73200 J گرمایی که گرمکن به یخ می‌دهد، 6300 J صرف تبدیل یخ -6°C به یخ 0°C می‌شود و باقی آن صرف ذوب یخ خواهد شد.
 $Q_{\text{ذوب}} = Q - Q' \Rightarrow Q_{\text{ذوب}} = 73200 - 6300 = 66900 \text{ J}$

(۵) حال با توجه به گرمای ذوب به دست آمده، مقدار یخ ذوب شده را حساب می‌کنیم:
 $Q_{\text{ذوب}} = mL_F \Rightarrow 66900 = m \times 336000 \Rightarrow m = 0/2 \text{ kg} = 200 \text{ g}$
 در نتیجه $500 - 200 = 300 \text{ g}$ یخ باقی می‌ماند.

۱۰۴۶ B

یادآوری دمای اولیه یخ را برحسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم:
 $F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \frac{F - 32}{9/5} = \theta \Rightarrow \frac{32 - 32}{9/5} = \theta \Rightarrow \theta = 0^\circ\text{C}$

(۱) ابتدا گرمای لازم برای ذوب یخ 0°C و رسیدن به آب 0°C را حساب می‌کنیم:
 $Q_1 = mL_F \Rightarrow Q_1 = 2 \times (336 \times 10^3) = 672000 \text{ J}$

(۲) گرمای باقی‌مانده را به دست می‌آوریم:
 $Q_{\text{باقی‌مانده}} = Q_{\text{کل}} - Q_1 \Rightarrow Q_{\text{باقی‌مانده}} = 756000 - 672000 = 84000 \text{ J}$

(۳) این گرما باعث تغییر دمای آب 0°C به آب $\theta^\circ\text{C}$ می‌شود:
 $Q_{\text{باقی‌مانده}} = mc \Delta\theta \Rightarrow 84000 = 2 \times 4200 \times \Delta\theta$
 $\Rightarrow \Delta\theta = 10^\circ\text{C} \xrightarrow{\theta_1 = 0^\circ\text{C}} \theta_2 = 10^\circ\text{C} \Rightarrow \theta_3 = 10^\circ\text{C}$

۱۰۴۷ B

(۱) ابتدا با توجه به آهنگ گرما و مدت زمان داده شده، گرمای داده شده به یخ را به دست می‌آوریم:

$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = Pt \xrightarrow{P = 1/5 \times 10^3 \text{ J/min}, t = 12 \text{ min}} Q = 1/5 \times 10^3 \text{ J/min} \times 12 \text{ min} = 105 \times 12 \text{ J} = 12600 \text{ J}$

(۲) این گرما ابتدا دمای یخ را از -10°C به صفر می‌رساند:
 $Q_1 = mc \Delta\theta \xrightarrow{\Delta\theta = 10^\circ\text{C}, c_{\text{یخ}} = 2100 \text{ J/kg.K}, m = 0/2 \text{ kg}} Q_1 = 0/2 \times 2100 \times 10 = 4200$

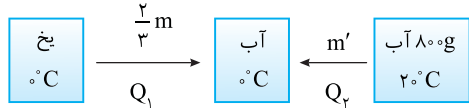
(۳) از 12600 J گرما، 4200 J گرما صرف تغییر دمای یخ از -10°C به 0°C می‌شود و مابقی گرما می‌تواند یخ را ذوب کند، بنابراین گرمای باقی‌مانده



B ۱۰۵۲ ۳

خط فکری در صورت مسئله بیان شده بعد از تبادل گرمایی $\frac{1}{3}$ از جرم قطعه یخ $^{\circ}\text{C}$ باقی مانده است یعنی آب 2°C به یخ گرما داده و توانسته $\frac{2}{3}$ از جرم یخ $^{\circ}\text{C}$ را به آب $^{\circ}\text{C}$ تبدیل کند و دمای خودش نیز به $^{\circ}\text{C}$ رسیده است و در نهایت مخلوط آب و یخ $^{\circ}\text{C}$ در حال تعادل داریم.

نمودار تغییرات را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم.



گرما از دست می‌دهد ← دمای تعادل → گرما می‌گیرد

بنا به پایستگی انرژی مجموع گرمایی که آب از دست می‌دهد و یخ دریافت می‌کند برابر صفر است.

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow \frac{2}{3} mL_F + m'c(0 - 20) = 0 \Rightarrow \frac{L_F = 336000 \text{ J/kg}}{c_{\text{آب}} = 4200 \text{ J/kg.K}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} m \times 336000 = \frac{80}{1000} \times 4200 \times 20 \Rightarrow \frac{2}{3} m = \frac{1}{5} \Rightarrow m = \frac{3}{10} \text{ kg} = 300 \text{ g}$$

میانبر ← برای سادگی حل سؤال می‌توان گرمایی ویژه آب $c = 4200 \text{ J/kg.K}$ گرفت و گرمایی نهان ذوب را به صورت $L_F = 336000 \text{ J/kg} = 80 \times 4200 = 80c$ رابطه قرار داد.

B ۱۰۵۴ ۱

۱ تمام یخ ذوب نشده که به این معنا است که دمای نهایی $^{\circ}\text{C}$ است. ابتدا گرمایی را که 100 g آب از دست می‌دهد تا دمایش $^{\circ}\text{C}$ شود، حساب می‌کنیم.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 100 \times 4200 \times 20 = 8400000 \text{ J} = 8400 \text{ kJ}$$

۲ گرمایی که 80 g گرم یخ می‌گیرد تا ذوب شود را به دست می‌آوریم.

$$Q = mL_F = 80 \times 10^{-3} \times 336000 = 26880 \text{ J}$$

۳ آب $23/6 \text{ kJ}$ گرما از دست داده اما یخ به اندازه $26/88 \text{ kJ}$ گرما گرفته بنابراین تفاوت این دو گرما تلف شده است.

B ۱۰۵۵ ۲

خط فکری ← قطعه مس باعث تبخیر 5 g آب 100°C شده است، بنابراین دمای قطعه مس از 100°C بیشتر است و این قطعه مس به آب 100°C گرما می‌دهد. همچنین مس نتوانسته تمام آب 100°C را تبدیل به بخار کند و از 100 g آب 100°C تنها 5 g آن به بخار تبدیل شده و در نهایت بخار آب و آب 100°C در حال تعادل خواهیم داشت، بنابراین دمای تعادل نهایی آب، بخار آب و مس 100°C خواهد بود. حال با دانستن این مطالب مسئله به سادگی قابل حل است.

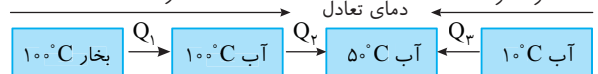
گرمایی که 282 g مس 100°C از دست می‌دهد تا دمایش به 100°C برسد برابر گرمایی است که 5 g آب 100°C دریافت کرده است تا بخار شود. این دو گرما را برابر قرار می‌دهیم:

$$m_{\text{مس}} c_{\text{مس}} \Delta\theta = m_{\text{آب}} L_V \Rightarrow 282 \times 10^{-3} \times 400 \times (100 - \theta) = 5 \times 2256 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \theta - 100 = 100 \Rightarrow \theta = 200^{\circ}\text{C}$$

B ۱۰۵۶ ۲

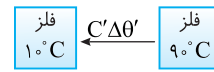
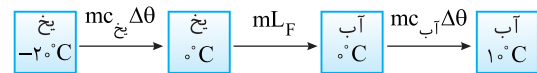
چون دمای تعادل معلوم است، مراحل مبادله گرما را به صورت نمودار زیر مشخص می‌کنیم.



گرمایی که بخار آب 100°C از دست داده تا به آب 50°C برسد باعث افزایش دمای آب 10°C تا 50°C شده بنابراین می‌توان نوشت:

$$|Q_1| + |Q_2| = Q_3 \Rightarrow m_1 L_V + m_1 c \Delta\theta_1 = m_1 c \Delta\theta_2$$

$$\Rightarrow m_1 \times 2256 + m_1 \times 4200 \times 50 = 50 \times 4200 \times 40$$



۲ فلز گرما از دست می‌دهد تا دمای آن پایین بیاید و یخ گرما گرفته است. با توجه به اینکه اتلاف گرمایی نداریم، فلز هر چه گرما از دست داده یخ این گرما را گرفته تا به آب 10°C تبدیل شود.

تذکره ← واحد جرم در یکای گرمایی ویژه‌ها و گرمایی نهان ذوب بر حسب گرم است پس در روابط، جرم نیز بر حسب گرم گذاشته می‌شود.

$$mc\Delta\theta + mL_F + mc\Delta\theta = C'\Delta\theta'$$

$$100 \times 2 \times 20 + 100 \times 340 + 100 \times 4 \times 10 = C' \times 80$$

$$100(40 + 340 + 40) = 80C' \Rightarrow C' = 525 \text{ J/K}$$

B ۱۰۵۱ ۴

خط فکری در این فرایند یخ از آب 20°C گرما می‌گیرد. ابتدا یخ 10°C به $^{\circ}\text{C}$ تبدیل می‌شود، سپس یخ $^{\circ}\text{C}$ با دریافت گرما از آب، ذوب می‌شود و به آب $^{\circ}\text{C}$ تبدیل شده و سرانجام دمای آن 5°C می‌شود. در این مدت، آب 20°C با از دست دادن گرما به آب 5°C تبدیل می‌شود. گرمایی که یخ 10°C می‌گیرد تا به آب 5°C تبدیل شود و همچنین گرمایی که آب 20°C از دست می‌دهد تا دمایش 5°C شود را حساب کنید و برابر قرار دهید تا بتوانید جرم آب 20°C را به دست بیاورید.

۱ گرمای لازم برای رسیدن یخ 10°C به آب 5°C را حساب می‌کنیم:

$$1 \text{ kg یخ } \xrightarrow[10^{\circ}\text{C}]{Q_1} 1 \text{ kg یخ } \xrightarrow[5^{\circ}\text{C}]{Q_2} 1 \text{ kg آب } \xrightarrow[5^{\circ}\text{C}]{Q_3}$$

$$Q_{\text{یخ}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = m'c_1\Delta\theta_1 + m'L_F + m'c_2\Delta\theta_2$$

$$Q_{\text{یخ}} = 1 \times 2100 \times 10 + 1 \times 336000 + 1 \times 4200 \times 5$$

۲ گرمایی که آب 20°C از دست می‌دهد تا به آب 5°C برسد را حساب می‌کنیم:

$$Q_{\text{آب}} = mc\Delta\theta = 100 \times 4200 \times 15$$

۳ یخ $Q_{\text{یخ}}$ و آب $Q_{\text{آب}}$ با هم برابر است:

$$Q_{\text{یخ}} = Q_{\text{آب}} \Rightarrow 2100 \times 10 + 336000 + 4200 \times 5 = 100 \times 4200 \times 15$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر } 100} 10 + 160 + 10 = 30m \Rightarrow 180 = 30m \Rightarrow m = 6 \text{ kg}$$

میانبر ← می‌توان یخ C که برابر 2100 است را به عنوان C گرفت در این صورت:

$$Q_{\text{آب}} = C$$
 که برابر 4200 است برابر 20 و L_F که برابر 336000 بوده برابر 160 می‌شود:
$$Q_1 = 10^{\circ}\text{C}, Q_2 = 160^{\circ}\text{C}, Q_3 = 10^{\circ}\text{C}$$

$$Q_{\text{آب}} = 30mc$$

$$Q_{\text{یخ}} = Q_{\text{آب}} = 180c = 30mc \Rightarrow m = 6 \text{ kg}$$

B ۱۰۵۲ ۴

خط فکری هر گاه پس از تبادل گرمایی بین آب و یخ، مقداری یخ باقی مانده باشد یعنی دمای تعادل $^{\circ}\text{C}$ است و گرمایی که یخ دریافت کرده است سبب ذوب مقداری یخ شده است. گرمایی که آب 50°C از دست داده تا دمایش $^{\circ}\text{C}$ شود، صرف ذوب یخ $^{\circ}\text{C}$ شده است، از این رو:

$$mc\Delta\theta = m_i L_F \Rightarrow 80 \times 4200 \times 50 = 336000 m_i \Rightarrow m_i = 500 \text{ g}$$



بنابراین جرم یخ اولیه برابر $500 + 100 = 600 \text{ g}$ است.

۲ بخار آب این گرما را از دست داده و یخ صفر درجه سلسیوس همین مقدار گرما را دریافت کرده تا ذوب شود بنابراین قدر مطلق گرمایی را که بخار از دست می‌دهد با گرمایی که یخ می‌گیرد، برابر قرار می‌دهیم:

$$|Q_1 + Q_2| = Q_3 \Rightarrow 2 \times 2268 + 2 \times 4 / 2 \times 1000 = m \times 336$$

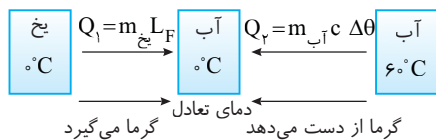
$$2 \times 540 + 2000 = m \times 80 \Rightarrow m = \frac{1280}{80} = 16 \text{ g}$$

۴/۲ تقسیم می‌کنیم. می‌توانستیم برای سادگی محاسبات از نسبت‌های زیر استفاده کنیم:

$$c = 4200 \text{ J/kg.K}, L_F = 80^\circ\text{C}, L_V = 540^\circ\text{C}$$

۴ ۱۰۶۰ B

به سؤال و گزینه‌ها خوب دقت کنید. در صورت سؤال یخ 0°C داده شده که با آب 6°C در تبادل گرماست. آب به دلیل دمای بیشتر گرما از دست می‌دهد و این گرما را یخ می‌گیرد و ذوب می‌شود. بنابراین جرم نهایی آب برابر مجموع جرم اولیه آب و مقداری یخ ذوب شده است و باید از 800 g بیشتر باشد و گزینه (۱) و (۲) نادرست است. همچنین با توجه به سؤال که گفته شده چند کیلوگرم آب صفر درجه سلسیوس در نهایت خواهیم داشت، یعنی دمای تعادل آب و یخ صفر درجه سلسیوس است، بنابراین در این تبادل آب 6°C گرما از دست می‌دهد تا به آب 0°C برسد و این گرما را یخ 0°C گرفته تا ذوب شود:



$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_{\text{یخ}} L_F = m_{\text{آب}} c \Delta \theta \Rightarrow \frac{c_{\text{آب}} = 4200 \text{ J/kg}^\circ\text{C} = c}{L_F = 336 \text{ kJ/kg} = 80^\circ\text{C}}$$

$$m_{\text{یخ}} \times 80^\circ\text{C} = \frac{800}{1000} \times c \times 6^\circ\text{C} \Rightarrow m_{\text{یخ}} = \frac{600}{1000} \text{ kg} = 0.6 \text{ kg}$$

600 g یخ ذوب شده و به آب 0°C تبدیل می‌شود و جرم نهایی آب 0°C برابر است با:

یخ 0°C که ذوب شده و به آب 0°C تبدیل شده

$$m = m_1 + m_2 \Rightarrow m = 800 + 600 = 1400 \text{ g} = 1.4 \text{ kg}$$

آبی که از دمای 6°C به 0°C رسیده

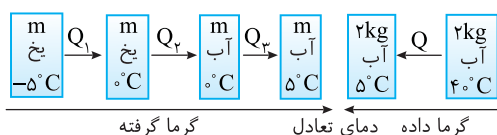
۴ میانبر. m گرم آب 80°C می‌تواند m گرم یخ 0°C را به طور کامل ذوب کند. بنابراین 800 g آب 6°C نمی‌تواند تمام 800 g یخ را ذوب کند و دمای نهایی مخلوط، 0°C است.

۳ ۱۰۶۱ B

۱ آب در حین تبادل گرمایی 294 kJ گرما از دست داده است، بنابراین ابتدا مشخص می‌کنیم که با از دست دادن این مقدار گرما دمای آب از 4°C به چه دمایی می‌رسد:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 294 \times 10^3 = 2 \times 4200 \times (4 - \theta) \Rightarrow \theta = 5^\circ\text{C}$$

۲ دمای نهایی آب 5°C شده است، بنابراین دمای تعادل 5°C است یعنی:



۳ یخ -5°C گرمای $294 \times 10^3 \text{ J}$ را دریافت کرده تا به آب 5°C تبدیل شود:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow 294 \times 10^3 = m \times 2100 \times 5 + m \times 336000 + m \times 4200 \times 5$$

دو طرف معادله را بر 2100 تقسیم می‌کنیم:

$$140 = 5m + 160m + 10m \Rightarrow m = \frac{140}{175} = 0.8 \text{ kg} = 800 \text{ g}$$

می‌توان گرمای ویژه آب را $c = 4200 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ گرفت که در این صورت $L_V = 2268 \text{ J/g} = 540^\circ\text{C}$ می‌شود:

$$m_1 \times 540^\circ\text{C} + m_1 \times c \times 50^\circ\text{C} = 590 \times c \times 40^\circ\text{C} \Rightarrow m_1 = 40 \text{ g}$$

۱ بازی با سؤال. مقداری بخار 100°C را وارد 500 g گرم آب 1°C می‌کنیم. دمای تعادل 40°C می‌شود. اگر گرمای نهان ویژه تبخیر آب 2268 J/g باشد، بخار آب چند گرم بوده است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$)

۲۵۰ (۴) ۱۲۰ (۳) ۲۵ (۲) ۱۲ (۱)

۲ گزینه

۲ ۱۰۵۷ A

۱ با تبخیر سطحی عرق از بدن شخص، دمای بدن پایین می‌آید. وقتی که دمای بدن 1°C کاهش می‌یابد، گرمایی که بدن از دست می‌دهد برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 60 \times 3500 \times 1 \text{ J}$$

۲ گرمایی که عرق از بدن می‌گیرد تا تبخیر شود ($Q = mL_V$) برابر گرمایی است که بدن از دست داده تا دمایش 1°C کاهش یابد. از این‌رو:

$$60 \times 3500 \times 1 = m_{\text{آب}} \times 2268 \Rightarrow m_{\text{آب}} = 0.875 \text{ kg} = 875 \text{ g}$$

۳ بنابراین بدن 875 g آب از دست داده و شخص برای جبران باید 875 g آب بنوشد، حال حجم آب را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{875}{V} \Rightarrow V = 875 \text{ cm}^3$$

۴ ۱۰۵۸ B

خط فکری. ابتدا مقداری

آب 0°C در اختیار داشته‌ایم، بخشی از آب بخار می‌شود و برای تبخیر سطحی این بخش از آب، گرما لازم است و این گرما از بخش دیگر آب دریافت می‌شود و آن بخش از آب 0°C به دلیل از دست دادن گرما یخ می‌زند.

۱ با توجه به صورت سؤال مجموع جرم یخ و بخار تولید شده 340 g گرم است.

$$m_L + m_V = 340 \text{ g} \quad (I)$$

۲ از طرفی گرمایی که بخشی از آب از بخش دیگر می‌گیرد تا تبخیر شود سبب یخ زدن آن می‌شود. بنابراین گرمای نهان تبخیر را با گرمای نهان انجماد یخ برابر قرار می‌دهیم:

$$Q_F = Q_V \Rightarrow m_L L_F = m_V L_V \Rightarrow 80^\circ\text{C} m_L = 60^\circ\text{C} m_V$$

$$\Rightarrow m_L = \frac{60}{80} m_V \Rightarrow m_L = 0.75 m_V \quad (II)$$

۳ اکنون دو معادله دو مجهول در اختیار داریم و می‌توان نوشت:

$$(I), (II): m_L + m_V = 340 \xrightarrow{m_L = 0.75 m_V}$$

$$0.75 m_V + m_V = 340 \Rightarrow m_V = 160 \text{ g}$$

۱ ۱۰۵۹ B

خط فکری. دقت کنید از لحظه‌ای که بخار آب 100°C با یخ 0°C در تماس قرار می‌گیرد به یخ 0°C گرما می‌دهد و آن را ذوب می‌کند. بخار آب 100°C ابتدا به آب 100°C تبدیل می‌شود و مقداری یخ را ذوب می‌کند اما چون دمای آب از دمای یخ 0°C بیشتر است همچنان به یخ 0°C گرما می‌دهد تا آن را ذوب کند و تا زمانی که دمای آب به 0°C می‌رسد یخ در حال ذوب شدن است.

۱ ابتدا گرمایی را که بخار 100°C از دست می‌دهد تا دمایش 0°C شود به دست می‌آوریم. زیرا تا زمانی که دمای بخار آب و آب حاصل از آن از دمای یخ 0°C بیشتر است، آب گرما از دست می‌دهد و یخ گرما می‌گیرد و ذوب می‌شود:

$$Q_1 = -m L_V \Rightarrow Q_1 = -2 \times 2268$$

$$Q_2 = -mc\Delta\theta \Rightarrow Q_2 = -2 \times 4200 \times 100$$



در محفظه مقدار زیادی آب 100°C وجود دارد و دمای تعادل باید 100°C باشد. در واقع بخار آب 150°C گرما از دست می‌دهد تا به بخار 100°C برسد این گرما باعث می‌شود، بخشی از آب 100°C بخار شود، بنابراین پس از تعادل مقدار بخار آب 100°C موجود در مخزن افزایش می‌یابد.

B ۱۰۶۵ ۴

خط فکری وقتی آب 50°C روی 450g یخ 0°C ریخته می‌شود، آب به یخ گرما می‌دهد و یخ شروع به ذوب شدن می‌کند. در صورت مسئله بیان شده سرانجام 520g آب 0°C خواهیم داشت که شامل دو قسمت است. یکی همان آب اولیه 50°C و دیگری آب حاصل از ذوب یخ، بنابراین اگر جرم آب اولیه را با $m_{\text{آب}}$ نشان دهیم، جرم یخ ذوب شده قطعاً $m_{\text{آب}} - 520$ است. البته گرمایی که آب از دست می‌دهد با گرمایی که یخ دریافت می‌کند تا ذوب شود برابر است. این خط فکری را دنبال کنید تا حل مسئله را راحت انجام دهید. مجموع جرم آب و یخ ذوب شده در حالت ثانویه برابر 520g است. در واقع $520\text{g} = m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ ذوب شده}}$ است و $m_{\text{آب}} - 520 = m_{\text{یخ ذوب شده}}$ تمام گرمای لازم برای آنکه $(m_{\text{آب}} - 520)\text{g}$ یخ ذوب شود از آب گرفته شده است. در واقع: $Q_F = Q_{\text{آب}} \Rightarrow (520 - m) \times 336000 = m \times 4200 \times 50 \Rightarrow \frac{4200}{336000} \times 50 \times m = 520 - m \Rightarrow 520 \times 80 - 80m = 50m \Rightarrow 520 \times 80 = 130m \Rightarrow m = 320\text{g}$

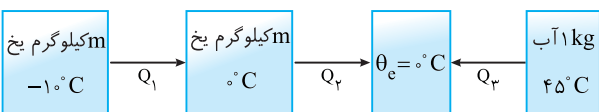
B ۱۰۶۶ ۱

مسئله را از آخر حل می‌کنیم. جرم آب در حالت نهایی ۳ برابر جرم یخ موجود در ظرف است. اگر جرم یخ ذوب شده را با m' نمایش بدهیم، جرم آب در حالت نهایی برابر جمع m' و یک کیلوگرم است، $(m' + 1)$ و از جرم یخ موجود در ظرف به اندازه m' کاسته شده و برابر $m - m'$ است.

$$\frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم یخ}} = 3 \Rightarrow \frac{m' + 1}{m - m'} = 3 \Rightarrow m' + 1 = 3(m - m') \Rightarrow m' + 1 = 3m - 3m' \Rightarrow 4m' = 3m - 1 \Rightarrow m' = \frac{3m - 1}{4}$$

جرم یخ ذوب شده $m' = \frac{3m - 1}{4}$

به ابتدای مسئله برگردیم. یک کیلوگرم آب 45°C با m کیلوگرم یخ 10°C تبادل گرمایی انجام داده و از m کیلوگرم یخ، $\left(\frac{3m - 1}{4}\right)\text{kg}$ آن ذوب شده است، یعنی در نهایت مخلوط آب و یخ در حالت تعادل در دمای 0°C در اختیار داریم. در نتیجه تغییرات به صورت نمودار زیر است.



بنا به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \Rightarrow m_1 c_i \Delta\theta + m' L_F = m_W c_W \Delta\theta_W$$

$$m \frac{c}{2} \times 10 + \frac{3m - 1}{4} \times 80 = 1 \times c \times 45$$

$$5m + 60m - 20 = 45 \Rightarrow 65m = 65 \Rightarrow m = 1\text{kg}$$

B ۱۰۶۷ ۳

برای آنکه دمای تعادل 0°C شود و تغییر حالتی نداشته باشیم، یعنی نه آب یخ بزند و نه یخ ذوب شود، باید گرمایی که یخ 20°C می‌گیرد تا دمای 0°C شود را با گرمایی که آب 20°C از دست می‌دهد تا دمای 0°C شود، برابر قرار دهیم.

$$Q_{\text{یخ}} = Q_{\text{آب}} \Rightarrow m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta\theta_{\text{یخ}} = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}}$$

$$100 \times \frac{2}{1} \times 20 = m_{\text{آب}} \times 4 \times 20 \Rightarrow m_{\text{آب}} = 50\text{g}$$

میانبر تغییر دما در دو طرف برابر 20°C است، چون گرمای ویژه آب دو برابر گرمای ویژه یخ است، جرم آب نصف جرم یخ است.

بازی با سوال درون 2kg آب 40°C مقداری یخ 24°C می‌اندازیم. اگر در تبادل گرما بین آب و یخ، آب $302/4\text{kJ}$ گرما از دست بدهد، جرم یخ چند گرم بوده است؟

$$(L_F = 336\text{kJ/kg}, c_{\text{آب}} = 4200\text{J/kgK}, c_{\text{یخ}} = 2100\text{J/kgK})$$

۸۰۰ (۱) ۷۰۰ (۲) ۸۵۰ (۳) ۷۵۰ (۴)

گزینه ۴

B ۱۰۶۲ ۲

خط فکری اگر گرمایی که آب از دست می‌دهد تا دمای کاهش یابد و به صفر برسد از گرمایی که یخ لازم دارد تا به طور کامل ذوب شود، کمتر باشد، یخ به طور کامل ذوب نشده و دمای تعادل 0°C خواهد بود. بنابراین باید گرمایی که یخ برای ذوب کامل لازم دارد را به دست بیاوریم و با گرمایی که آب 0°C از دست می‌دهد تا دمای به صفر برسد مقایسه کنیم.

$$Q' = m' L_F = \frac{m}{\rho} L_F$$

گرمایی را که یخ برای ذوب شدن نیاز دارد به دست می‌آوریم: $Q' = mc\Delta\theta = mc\theta$

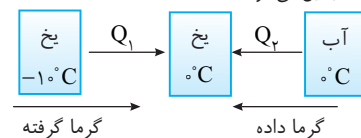
اگر $Q = Q'$ باشد، یعنی آب 0°C درجه سلسیوس می‌تواند تمام یخ را ذوب کند و دمای مجموعه به صفر درجه رسیده و در ظرف تنها آب وجود دارد. در واقع تمام یخ ذوب می‌شود. اگر $Q < Q'$ باشد یعنی آب 0°C درجه سلسیوس نمی‌تواند گرمای لازم برای ذوب کامل یخ را تولید کند. پس بخشی از یخ ذوب می‌شود و در ظرف مخلوط آب و یخ صفر درجه سلسیوس باقی می‌ماند.

$$|Q| \leq Q' \Rightarrow mc\theta \leq \frac{m}{\rho} L_F \Rightarrow \theta \leq \frac{L_F}{\rho c}$$

بنابراین:

B ۱۰۶۳ ۱

خط فکری چون مقدار آب 0°C خیلی زیاد است پس دمای تعادل 0°C است و یخ 10°C از آب صفر درجه گرما می‌گیرد تا دمای صفر شود. بنابراین در این تبادل بخشی از آب 0°C گرما از دست داده و به یخ 0°C تبدیل می‌شود و یخ 10°C گرما گرفته و به یخ 0°C تبدیل می‌شود:



$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow mc \Delta\theta = m_{\text{آب}} L_F$$

$$\frac{80}{1000} \times 2100 \times 10 = m_{\text{آب}} \times 336000 \Rightarrow m_{\text{آب}} = \frac{80}{1000} \times 2100 \times 10 \div 336000 = 5\text{kg}$$

بنابراین 5kg آب 0°C به یخ 0°C تبدیل می‌شود و به جرم یخ 5kg اضافه می‌شود. **یادآوری** یخ صفر درجه سلسیوس و آب صفر درجه سلسیوس در تعادل گرمایی با یکدیگر قرار دارند و اگر در ظرف آب و یخ صفر درجه سلسیوس داشته باشیم بین آب و یخ تبادل گرمایی صورت نمی‌گیرد.

بازی با سوال یک قطعه یخ به جرم 5kg و دمای $33/6^{\circ}\text{C}$ را در ظرف بزرگ محتوی آب 0°C می‌اندازیم. پس از تعادل جرم یخ درون ظرف چند گرم می‌شود؟ $(L_F = 336000\text{J/kg}$ و $c_{\text{یخ}} = 2100\text{J/kg}^{\circ}\text{C}$, $c_{\text{آب}} = 4200\text{J/kg}^{\circ}\text{C})$

۵۰۰ (۱) ۶۰۵ (۲) ۷۰۵ (۳) ۵۷۵ (۴)

گزینه ۲

B ۱۰۶۴ ۱

خط فکری جسمی که دارای دمای بالاتری است به جسم با دمای پایین‌تر گرما می‌دهد. در این مسئله دمای بخار آب 150°C و دمای آب 100°C است، بنابراین بخار آب به آب گرما می‌دهد. از طرفی به خاطر داریم که آب 100°C با دریافت گرما به بخار 100°C تبدیل می‌شود.

۳ ۱۰۷۱ B

خط فکری

هر گاه به مخلوطی از آب و یخ در حال تعادل ($^{\circ}\text{C}$) گرما داده شود، ابتدا گرمای گرفته شده باعث ذوب یخ می‌شود و سپس گرمای مابقی دمای آب و یخ ذوب شده را بالا می‌برد. در این سؤال فلز با دمای بیشتر گرما از دست داده که بخشی از این گرما باعث ذوب یخ و مابقی آن باعث بالا رفتن دمای 400g آب و یخ ذوب شده از $^{\circ}\text{C}$ به 5°C شده است.

۱. گرمایی را که فلز از دست می‌دهد تا دمایش از 105°C به 5°C برسد حساب می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow |Q| = 0.2 \times 840 \times (105 - 5) \Rightarrow |Q| = 16800\text{J}$$

۲. گرمایی که 400g گرم آب (مخلوط آب و یخ پس از ذوب یخ) می‌گیرد تا دمایش از $^{\circ}\text{C}$ به 5°C برسد را نیز به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 0.4 \times 4200 \times 5 \Rightarrow Q = 8400\text{J}$$

۳. بنابراین از 16800J گرمایی که فلز از دست می‌دهد، 8400J ژول آن صرف بالا بردن دمای آب می‌شود. اما بقیه آن چه شده است؟ قطعاً صرف ذوب یخ شده است و می‌توان مقدار یخ را به دست آورد:

$$Q_F = mL_F \Rightarrow 16800 - 8400 = m_i \times 336000$$

$$\Rightarrow m_i = \frac{8400}{336000} \Rightarrow m_i = \frac{1}{40} \text{kg} \Rightarrow m_i = 25\text{g}$$

۲ ۱۰۷۲ B

خط فکری

۱. کمینه مقدار جرم فلز خواسته شده یعنی گرمایی که فلز با دمای بیشتر از دست می‌دهد باید توسط یخ گرفته شده باشد و تنها یخ را ذوب کند و دمای یخ ذوب شده $^{\circ}\text{C}$ بماند.

۲. این مطلب که در ظرف یخی باقی نماند یعنی گرمایی که فلز از دست می‌دهد تا دمایش به $^{\circ}\text{C}$ برسد برابر گرمایی است که تمام یخ $^{\circ}\text{C}$ می‌گیرد تا ذوب شود و به آب $^{\circ}\text{C}$ تبدیل شود.

باید گرمایی که فلز به آب و یخ می‌دهد صرف ذوب یخ شود.

$$mL_F = m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} \Delta\theta \Rightarrow 200 \times 336000 = m_{\text{فلز}} \times 400 \times 250 \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 672\text{g}$$

۳. یک قطعه مس به جرم 3kg با دمای $11/1$ درجه

سلسیوس را داخل ظرف عایق‌بندی شده‌ای حاوی مخلوط به تعادل رسیده آب و یخ می‌اندازیم. هنگامی که تعادل مجدداً برقرار شود، دمای مس صفر درجه سلسیوس است. چند گرم یخ در این فرایند ذوب شده است؟ **خارج تجربی - ۸۵**

$$(L_F = 332\text{kJ/kg}, c_{\text{مس}} = 400\text{J/kg}\cdot\text{K})$$

۴ (۱) ۸ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴)

گزینه ۴

۳ ۱۰۷۳ B

خط فکری

ظرف و یخ در ابتدا در حال تعادل اند، یعنی دمای آن‌ها برابر $^{\circ}\text{C}$ است، با دادن گرما ابتدا یخ ذوب می‌شود و سپس دمای یخ ذوب شده و ظرف چدنی 2°C افزایش می‌یابد تا به دمای خواسته شده برسند.

۱. گرمای لازم برای ذوب یخ:

$$Q_1 = mL_F \xrightarrow{L_F = 336000\text{J/kg}} Q_1 = 0.1 \times 336000 = 33600\text{J}$$

۲. گرمای لازم برای اینکه دمای یخ ذوب شده از صفر به 2°C برسد:

$$Q_2 = mc\Delta\theta \xrightarrow{c = 4200\text{J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}} Q_2 = 0.1 \times 4200 \times 2 = 840\text{J}$$

۳. دمای ظرف چدنی نیز از $^{\circ}\text{C}$ به 2°C رسیده و گرمای آن را باید حساب کرد.

دقت کنید که ظرفیت گرمایی ظرف داده شده و گرمای آن را باید از رابطه $C\Delta\theta$ حساب کرد.

$$Q_3 = C\Delta\theta \xrightarrow{C = 1050\text{J/kg}} Q_3 = 1050 \times 2 = 2100$$

۴. بنابراین کل گرمای داده شده برابر است با:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_T = 33600 + 840 + 2100$$

$$Q_T = 36540\text{J} = 36/54\text{kJ}$$

۳ ۱۰۶۸ B

خط فکری

قرار است تمام یخ ذوب شود، اما دمای نهایی یخ ذوب شده مشخص نیست. یعنی سؤال به طور مستقیم به ما نگفته که پس از ذوب یخ قرار است دمای آن $^{\circ}\text{C}$ باشد یا بیشتر. همچنین در سؤال حداقل مقدار آب خواسته شده است، ما می‌دانیم هر چه مقدار آب بیشتر باشد، گرمایی که آب به یخ داده بیشتر و دمای تعادل بالاتر از صفر می‌شود، بنابراین کمترین مقدار آب یعنی مقدار آب به قدری باشد که تمام گرمایی که آب از دست می‌دهد تنها باعث ذوب یخ شود و دمای تعادل $^{\circ}\text{C}$ بماند.

۱. ابتدا گرمایی که یخ لازم دارد تا به طور کامل ذوب شود را حساب می‌کنیم:

$$Q_1 = mc\Delta\theta + mL_F \Rightarrow Q_1 = 0.2 \times 2100 \times 5 + 0.2 \times 336000$$

$$\Rightarrow Q_1 = 0.2 \times 4200 + 0.2 \times 84000 = 16/54 \times 4200\text{J}$$

۲. این مقدار گرما باید توسط مقداری آب 100°C تأمین شود و در نهایت دمای آب

باید $^{\circ}\text{C}$ شود، بنابراین:

$$Q_1 = Q_W \Rightarrow 16/54 \times 4200 = m \times 4200 \times 100 \Rightarrow m = 165\text{g}$$

۳. ظرفی حاوی 100g یخ صفر درجه سلسیوس است. حداقل

چند گرم آب 5°C باید داخل آن بریزیم تا تمام یخ ذوب شود؟ $c_{\text{آب}} = 4200\text{J/kg}\cdot\text{K}$, $L_F = 332\text{kJ/kg}$

صرف نظر کنید.)

۸۰ (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۶۰ (۴)

گزینه ۴

۴ ۱۰۶۹ B

خط فکری

قرار است 200g آب $^{\circ}\text{C}$ یخ بزند و برای این کار از یخ 2°C استفاده شده است. بنابراین مقدار گرمایی که 200g آب $^{\circ}\text{C}$ از دست می‌دهد تا یخ بزند باید با مقدار گرمایی که یخ 2°C دریافت می‌کند تا دمایش به $^{\circ}\text{C}$ برسد، برابر باشد. دقت کنید منظور از حداقل مقدار یخ این است که آب $^{\circ}\text{C}$ یخ بزند اما دمایش از $^{\circ}\text{C}$ پایین نرود.

۱. گرمایی که 200g آب $^{\circ}\text{C}$ از دست می‌دهد تا به یخ $^{\circ}\text{C}$ تبدیل شود را

حساب می‌کنیم.

$$Q_{\text{آب}} = mL_F \xrightarrow{L_F = 336000\text{J/kg}} Q_{\text{آب}} = 0.2 \times 336000 = 67200\text{J}$$

$$Q_{\text{آب}} = 0.2 \times 336000 = 67200\text{J}$$

۲. این مقدار گرما باید با گرمایی که یخ 2°C از دست می‌دهد تا دمایش صفر

شود برابر باشد.

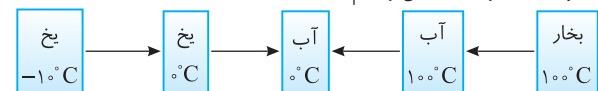
$$Q_{\text{یخ}} = m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta\theta \xrightarrow{c_{\text{یخ}} = 2100\text{J/kg}} \xrightarrow{\Delta\theta = 2^{\circ}\text{C}} 3/36 \times 2100 = m_{\text{یخ}} \times 2100 \times 2$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} = \frac{33/60}{21} \Rightarrow m_{\text{یخ}} = 1/6\text{kg} = 160\text{g}$$

۳ ۱۰۷۰ B

خط فکری

کمینه مقدار بخار آب 100°C خواسته شده بنابراین در این فرایند باید تمام یخ ذوب شده و به آب $^{\circ}\text{C}$ تبدیل شود و دمای آن از $^{\circ}\text{C}$ بالاتر نرود. برای ذوب کامل یخ ابتدا باید دمای آن از 10°C به $^{\circ}\text{C}$ برسد و سپس یخ $^{\circ}\text{C}$ به آب $^{\circ}\text{C}$ تبدیل شود. در این فرایند بخار آب 100°C ابتدا باید به آب 100°C و سپس به آب $^{\circ}\text{C}$ تبدیل شود و گرمایی که بخار آب از دست می‌دهد با گرمایی که یخ می‌گیرد برابر است. تغییرات را به طور خلاصه می‌نویسیم:



گرمایی که یخ دریافت کرده با گرمایی که بخار از دست می‌دهد برابر قرار می‌دهیم.

$$m_1 c_1 \Delta\theta + m_1 L_F = m_2 c_2 \Delta\theta + m_2 L_V$$

داده‌های مسئله را جایگذاری می‌کنیم:

$$(64 \times \frac{1}{4} c_{\text{آب}} \times 10) + (64 \times 80 c_{\text{آب}}) = (m_V \times c_{\text{آب}} \times 100) + m_V \times 540 c_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow 64 \times (85) = 640 (m_V) \Rightarrow m_V = 8/5\text{g}$$



گرمای آزاد شده $|Q_v| = Q_1 + Q_2 \Rightarrow |m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}}|$

$$= m_{\text{یخ}} \times L_F + 5040$$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}} \times 4200 \times 80 = \frac{35}{1000} \times 336000 + 5040 \Rightarrow m_{\text{آب}} = \frac{16800}{4200 \times 80}$$

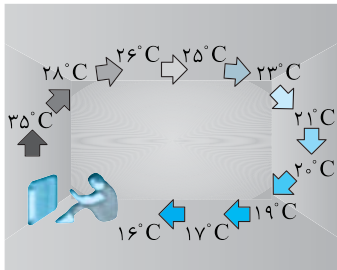
$$\Rightarrow m_{\text{آب}} = 0.05 \text{ kg} = 50 \text{ g}$$

B ۱۰۷۸ ۳

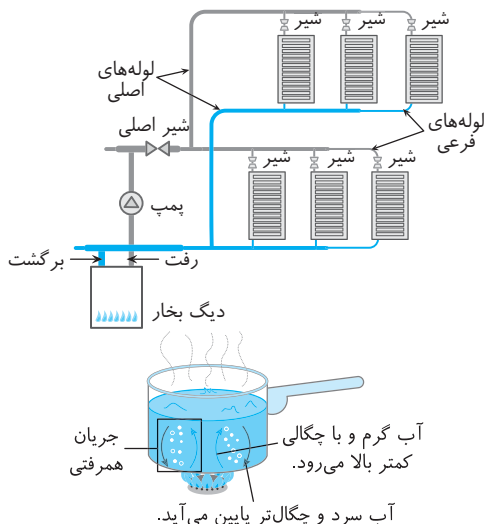
در A گرما در فلز منتقل شده پس انتقال گرما در A به وسیله رسانش است، در B دست در بالای آتش است و می‌دانیم هوای گرم به دلیل کاهش چگالی به سمت بالا حرکت می‌کند پس انتقال گرما در B به روش همرفت و انتقال گرما در C تابش گرمایی می‌باشد.

B ۱۰۷۹ ۴

در فلزات رسانش هم به دلیل ارتعاش اتمی و هم به دلیل الکترون‌های آزاد رخ می‌دهد که سهم الکترون آزاد در رسانش گرمایی بیشتر است و گزینه (۱) درست است. انتقال گرما در شاره‌ها که معمولاً رسانای گرمایی خوبی نیستند، عمدتاً به روش همرفت یعنی همراه جابه‌جایی بخشی از خود شاره انجام می‌گیرد و این پدیده بر اثر انبساط حجمی رخ می‌دهد و حجم هوایی که در نزدیکی منبع گرم قرار دارد با افزایش دما، زیاد شد و این باعث کاهش چگالی شاره می‌شود و لایه‌های شاره جابه‌جا می‌شوند و گزینه (۲) درست است.



همرفت به دو صورت همرفت طبیعی و همرفت واداشته رخ می‌دهد که در همرفت واداشته، شاره به کمک یک تلمبه طبیعی مانند قلب و یا تلمبه مصنوعی به حرکت واداشته می‌شود تا با این حرکت، انتقال گرما صورت پذیرد و گزینه (۳) درست است. گزینه (۴) نادرست است، زیرا اساس کار ترموستات انبساط طولی است که باعث قطع یا وصل شدن جریان گرمایی در یک سیستم می‌شود.



بازی با سوال قابلیت رسانش گرمایی جامداتی مانند شیشه خیلی کمتر از فلزات است، زیرا

- (۱) مولکول‌های شیشه در هنگام گرم شدن حرکت نمی‌کنند.
- (۲) مولکول‌های فلزات آزادتر حرکت می‌کنند.
- (۳) فلزات دارای الکترون‌های آزادند که گرما را منتقل می‌کنند.
- (۴) فلزات از نظر شیمیایی فعال‌تر از مواد عایق مانند شیشه هستند.

گزینه ۳

B ۱۰۷۴ ۲

خط فکری اگر به آب و یخ در حال تعادل یعنی در دمای 0°C گرما بدهیم، ابتدا این گرما باعث ذوب یخ می‌شود و یخ به آب 0°C تبدیل می‌شود. حال اگر باز به این مخلوط گرما داده شود دمای آب 0°C و یخ ذوب شده 0°C با هم شروع به افزایش می‌کند.

تذکر یکای گرمای نهان ذوب یا گرمای ویژه اگر بر حسب cal/g یا $\text{cal/g}^\circ\text{C}$ باشد و در روابط جرم را بر حسب گرم قرار دهیم، گرما بر حسب کالری به دست می‌آید.

۱ گرمای لازم برای ذوب یخ: $Q_1 = m_{\text{یخ}} L_F \Rightarrow Q_1 = 100 \times 80 = 8000 \text{ cal}$

۲ حال در ظرف $200 + 100 = 300 \text{ g}$ آب صفر درجه سلسیوس داریم که با گرفتن گرما دمای آن از صفر به 5°C می‌رسد:

$$Q_2 = (m_{\text{آب اولیه}} + m_{\text{یخ ذوب شده}}) c \Delta\theta \Rightarrow Q_2 = 300 \times 1 \times 5 \Rightarrow Q_2 = 1500 \text{ cal}$$

۳ کل گرمای داده شده برابر است با:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_T = 8000 + 1500 = 9500 \text{ cal} = 9.5 \text{ kcal}$$

B ۱۰۷۵ ۲

خط فکری هنگامی که به مجموعه آب و یخ در حال تعادل گرما می‌دهیم، ابتدا گرما سبب ذوب یخ 0°C می‌شود و چنانچه تمام یخ ذوب شود و دادن گرما به مجموعه ادامه یابد، دما بالا می‌رود. ابتدا گرمای لازم برای ذوب کامل یخ را به دست می‌آوریم:

$$Q_F = m L_F \Rightarrow Q_F = 1 \times 336 = 336 \text{ kJ}$$

گرمای داده شده به مجموعه 546 kJ است و از گرمایی که برای ذوب یخ لازم است بیشتر است ($546 > 336$)، بنابراین تمام یخ 0°C به آب 0°C تبدیل می‌شود و جمعاً $4 + 1 = 5 \text{ kg}$ آب 0°C در اختیار داریم و مقدار $546 - 336 = 210 \text{ kJ}$ گرما که دمای 5 kg آب را بالا می‌برد، بنابراین:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 210 = 5 \times 4 \times \Delta\theta \xrightarrow{\theta_1=0} \theta_2 = 10^\circ\text{C}$$

بازی با سوال توان گرمایی یک گرمکن الکتریکی 840 وات است. آن را در مخلوط آب و یخ در حال تعادل قرار می‌دهیم. اگر جرم اولیه یخ 100 g باشد، جرم یخ ذوب شده در مدت 5 s چند گرم است؟ ($L_F = 336 \text{ kJ/kg}$)

۱۲/۵ (۲)	۲/۵ (۱)
۲۰ (۴)	۱۰۰ (۳)

گزینه ۲

B ۱۰۷۶ ۲

حداقل مقدار بخار آب خواسته شده پس باید مقدار بخار آب آنقدر کم باشد که در تماس با یخ، به آب 100°C تبدیل شده و سپس گرما از دست داده و به آب 0°C تبدیل شود و در مقابل این گرما باعث ذوب کامل یخ شود، البته دقت کنید که در این سؤال 6540 J گرمای اتلافی داریم: گرمایی که بخار آب از دست می‌دهد:

$$Q_1 = -m L_V - mc\Delta\theta = -m \times 2256 - 420 m$$

$$Q_1 = -2676 m$$

$$Q_2 = m L_F = 33600 \text{ J}$$

گرمای گرفته شده توسط یخ را حساب می‌کنیم:

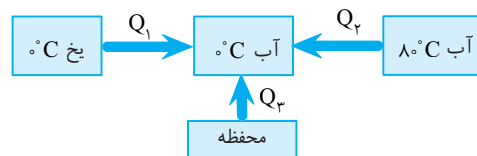
حال با توجه به 6540 J گرمای اتلافی:

$$Q_1 + Q_2 = Q_{\text{اتلافی}} \Rightarrow -2676 m + 33600 = -6540$$

$$\Rightarrow 2676 m = 40140 \Rightarrow m = 15 \text{ g}$$

B ۱۰۷۷ ۱

حداقل آب اضافه شده خواسته شده است بنابراین باید گرمایی که آب از دست می‌دهد تنها صرف ذوب یخ 0°C شود و دمای نهایی 0°C است.



۳ ۱۰۸۵ A

در شب دمای هوای سطح آب دریا از دمای هوای سطح ساحل بیشتر است. هوای گرم بالای سطح آب دریا بالا می‌رود و هوای سردتر از سوی ساحل به سمت دریا حرکت می‌کند. بنابراین گزینه (۱) درست است. سرعت انتقال گرما توسط تابش برابر سرعت نور و بسیار زیاد است و از سرعت انتقال در همرفت و رسانش بسیار بیشتر است. بنابراین گزینه (۲) درست است. انتقال گرما از طریق همرفت در شارها (مایع‌ها و گازها) صورت می‌گیرد و در خلأ انتقال گرما توسط تابش است. بنابراین گزینه (۳) نادرست و پاسخ پرسش است. در روز که هوای سطح خشکی از هوای سطح دریا گرم‌تر است، هوای سطح خشکی بالا می‌رود و هوای سطح دریا جای آن را می‌گیرد و وزش باد از دریا به سوی ساحل است و گزینه (۴) درست است.

۲ ۱۰۸۶ B

آهن رسانای گرما است. وقتی قطعه آهن را لمس می‌کنید، گرما از تمام نقاط قطعه آهن به محل تماس دست شما و آهن هجوم می‌آورد. اما چوب نارسانای گرما است. وقتی چوب را لمس می‌کنید گرما تنها از محل تماس چوب با دست شما به دست منتقل می‌شود. همین امر سبب می‌گردد که آهن از چوب گرم‌تر احساس شود.

۱ ۱۰۸۷ B

تابش گرمایی از سطح هر جسم علاوه بر دما به مساحت، میزان صیقلی بودن و رنگ سطح آن جسم بستگی دارد. سطوح صاف و درخشان با رنگ‌های روشن تابش گرمایی کمتری دارند. درحالی که تابش گرمایی سطوح تیره، ناصاف و مات بیشتر است. بنابراین تابش گرمایی قوری سیاه‌رنگ بیشتر بوده پس آب درون آن زودتر خنک می‌شود.

بازی با سوال مناسب‌ترین رنگ برای بیرون یخچال، رنگ و برای سطح بخاری، رنگ است.

- (۱) روشن - تیره (۲) روشن - روشن (۳) تیره - تیره (۴) تیره - روشن
گزینه ۱

۳ ۱۰۸۸ B

خط فکری پتو عایق خوب گرم‌است و وقتی دماسنج را با پتو به خوبی می‌پوشانیم تبادل گرمایی با محیط به کندی صورت می‌گیرد. حواستان باشد پتو گرما تولید نمی‌کند تنها مانع تبادل گرمایی می‌شود. وقتی دماسنج را پس از آنکه با محیط به تعادل گرمایی رسید با پتو بیوشانیم، چون تبادل گرمایی صورت نمی‌گیرد عددی که دماسنج نشان می‌دهد تغییری نمی‌کند. اما اگر دمای محیط کاهش یابد، گرما از دماسنج با کندی از پتو عبور کرده و وارد محیط می‌شود و دمای دماسنج به کندی کاهش می‌یابد.

۴ ۱۰۸۹ A

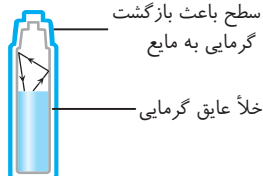
شکل (الف) یک همرفت طبیعی را نشان می‌دهد اما در شکل (ب) و (پ) به ترتیب پمپ و قلب باعث همرفت واداشته می‌شوند.

۳ ۱۰۹۰ A

در شکل (الف)، آب سرد بالا بوده و آب گرم پایین است. آب سرد دارای چگالی بیشتر است و با برداشتن کارت، آب سرد به سوی پایین حرکت کرده و آب سرد و گرم با هم مخلوط می‌شود. اما در شکل (ب)، آب سرد که دارای چگالی بیشتری است در بطری پایینی قرار دارد و با برداشتن کارت، آب‌ها با هم مخلوط نمی‌شوند.

۳ ۱۰۹۱ A

ظرف دو جداره سبب می‌گردد که مایع درون فلاسک عایق بندی شده و شارش گرما از خلأ بین دو جداره ناچیز باشد. براق و صیقلی کردن سطح درونی شیشه فلاسک سبب می‌گردد که بخش زیادی از تابش گرمایی حاصل از مایع داغ، توسط دیواره‌ها بازتاب شود و مایع درون ظرف به مدت طولانی‌تری گرم بماند.



۲ ۱۰۸۰ A

تف‌سنج برخلاف سایر دماسنج‌ها بدون تماس با جسم دمای جسم را اندازه می‌گیرد پس گزارة (الف) درست است. / تف‌سنج به خصوص در اندازه‌گیری دماهای بالای 1100°C اهمیت ویژه ای دارد پس گزارة (ب) نادرست است. / دو نوع تف‌سنج، نوری و تابشی داریم و گزارة (پ) درست است. / اما تنها تف‌سنج نوری به عنوان دماسنج معیار برای اندازه‌گیری دما انتخاب شده است پس گزارة (ت) نادرست است.

۲ ۱۰۸۱ A

تابش گرمایی از نوع امواج الکترومغناطیسی است و گزارة (الف) درست است. / هر جسم در هر دمایی تابش الکترومغناطیسی گسیل می‌کند که به این نوع تابش، تابش گرمایی گویند و گزارة (ب) درست است. / تابش گرمایی در دماهای زیر حدود 500°C عمدتاً فروسرخ است و گزارة (پ) نادرست است. / برای آشکارسازی تابش‌های فروسرخ از ابزاری موسوم به دمانگار استفاده می‌کنیم و به تصویر به دست آمده از آن دمانگاشت می‌گوییم و گزارة (ت) نادرست است.

بازی با سوال کدام گزینه، گزاره‌های درست را مشخص کرده است؟

(الف) شب‌ها، پدیده همرفت موجب وزش نسیمی از سوی ساحل به سمت دریا می‌شود. / (ب) در همرفت، برخلاف رسانش گرمایی، انتقال گرما با انتقال بخش‌هایی از خود ماده صورت می‌گیرد. / (پ) در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم‌ها است. / (ت) تابش گرمایی سطوح تیره، ناصاف و مات بیشتر از تابش گرمایی سطوح صاف، درخشان و با رنگ‌های روشن است.

- (۱) (پ) و (ت) (۲) (ب) و (پ) (۳) (الف) و (پ) (۴) تمام گزاره‌ها درست‌اند.

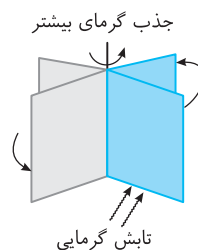
گزینه ۴

۳ ۱۰۸۲ B

سیستم خنک‌کننده موتور اتومبیل، سیستم گرم‌کننده مرکزی ساختمان و گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش جریان خون، همرفت واداشته‌اند.

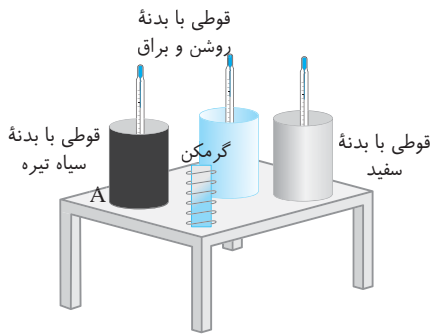
۳ ۱۰۸۳ B

سطوح تیره در مقایسه با سطوح روشن جذب گرمایی بیشتری دارند و دمای هوا را در اطراف خود بالا برده و بر انرژی جنبشی مولکول‌های هوای مجاور خود می‌افزایند، بنابراین مولکول‌های هوا در مقایسه با هوای مجاور صفحه روشن، شدیدتر رانده شده و نیروی واکنش شدیدتری بر صفحه تیره وارد می‌کنند بنابراین پره‌ها در جهت نشان داده شده می‌چرخند.

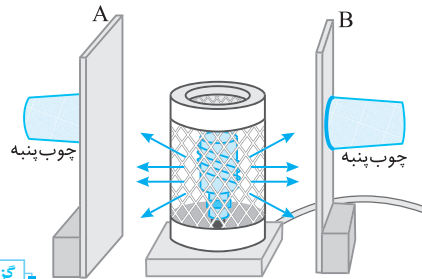


۱ ۱۰۸۴ A

برای لباس‌های آتش‌نشانی، پوشش‌های فلزی براق مناسب‌تر است. زیرا پوشش‌های فلزی براق، بخش بیشتری از انرژی‌های گرمایی دریافتی را بازتابش و بخش کمتری را جذب می‌کنند بنابراین گزینه (۱) درست است. هنگامی که در یخچال را باز می‌کنیم، هوای سرد از پایین آن بیرون می‌آید. زیرا هوای سرد چگال‌تر از هوای گرم است و بنا بر جریان همرفتی هوای سرد خارج شده و به طرف کف آشپزخانه می‌رود و گزینه (۲) نادرست است. در کشورهایی با آب و هوای گرم، رنگ سفید (روشن) برای نمای بیرون خانه‌ها مناسب‌تر است. زیرا رنگ سفید بخش زیادی از انرژی گرمایی دریافتی را بازتابش و بخش کمتری از آن را جذب می‌کند، در نتیجه خانه در طول روز خنک و در طول شب چون نمای بیرونی سفید است و تابش گرمایی کمتری گسیل می‌کند گرم می‌ماند، بنابراین گزینه (۳) نادرست است. اگر در هوای سرد یک قطعه فلز و یک قطعه چوب خشک را لمس کنیم فلز سردتر به نظر می‌رسد، زیرا رسانندگی گرمایی فلز بسیار بیشتر از رسانندگی گرمایی چوب است و گزینه (۴) نادرست است.



بازی با سوال مطابق شکل زیر، گرمکنی بین دو دیواره A و B قرار گرفته است. اگر سطح دیواره A تیره و مات و سطح دیواره B صیقلی و براق باشد، کدام چوب‌پنبه زودتر از دیواره کنده می‌شود؟
 (۱) دیواره A (۲) دیواره B
 (۳) از هر دو دیواره هم‌زمان جدا می‌شود. (۴) اظهارنظر قطعی نمی‌توان کرد.



گزینه ۱

B ۱۰۹۸ ۲

سطح A و B و C هر سه دارای دمای یکسان هستند اما تابش گرمایی سطح سیاه B از دو سطح دیگر بیشتر است. بنابراین اگر هوای مجاور سطح سفید رنگ A، 30° است، سطح B تابش گرمایی بیشتری دارد و دمای هوای مجاورش از 30° بالاتر است. تابش گرمایی سطح براق و روشن C از سطح سفید A کمتر است و هوای مجاور آن نیز دمای کمتری از 30°C خواهد داشت بنابراین گزینه (۲) درست است.

ینجره دوجداره (سطح دوم)

B ۱۰۹۹ ۴

خط فکری یخ هنگام ذوب حجمش کم می‌شود اما جرم آن تغییر نمی‌کند. بنابراین ابتدا به کمک تعریف چگالی، حجم یخ و حجم آب حاصل از ذوب یخ را به دست می‌آوریم و اختلاف آن‌ها را برابر 80cm^3 قرار می‌دهیم.

$$\rho_{\text{یخ}} = \frac{m}{V_{\text{یخ}}} \Rightarrow V_{\text{یخ}} = \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} = \frac{m}{0.9} \quad , \quad \rho_{\text{آب}} = \frac{m}{V_{\text{آب}}} \Rightarrow V_{\text{آب}} = \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{m}{1}$$

$$\text{تفاضل این دو برابر } 80\text{cm}^3 \text{ است بنابراین: } 80 = V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}} = \frac{m}{0.9} - \frac{m}{1} \Rightarrow \frac{m}{9} = 80 \Rightarrow m = 720\text{g}$$

اکنون می‌توان گرمای داده شده به یخ را به دست آورد:

$$Q_F = m L_F \Rightarrow Q_F = 720 \times 300 = 216000\text{J} = 216\text{kJ}$$

بازی با سوال یک قطعه مس به جرم 2kg و دمای $13/4^\circ\text{C}$ را درون مخلوطی از آب و یخ در حال تعادل می‌اندازیم. هنگامی که مجموعه به تعادل برسد، دمای مس صفر درجه سلسیوس می‌شود. در نهایت حجم مخلوط آب و یخ چند سانتی‌متر مکعب تغییر می‌کند؟ ($c_{\text{مس}} = 400\text{J/kg}^\circ\text{C}$)
 $L_F = 335\text{kJ/kg}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1\text{g/cm}^3$ و $\rho_{\text{یخ}} = 0.9\text{g/cm}^3$ **آزمون مدارس برتر**

صفر (۱) ۴/۸ (۴) ۰/۴۳۲ (۳) ۰/۴۸ (۲)

گزینه ۴

A ۱۰۹۲ ۳

تنها روش انتقال گرما در خلأ، تابش گرمایی است. بنابراین دمای ماهواره با دریافت تابش گرمایی از محیط (خورشید) بالا می‌رود.

A ۱۰۹۳ ۴

برای آن‌که جسم دیرتر گرم شود باید از انتقال گرما به جسم از سه طریق رسانش، همرفت و تابش جلوگیری شود. نخ نارسانای گرما است، پس گرما نمی‌تواند از طریق رسانش به جسم منتقل شود. با ایجاد خلأ، انتقال گرما به طریق همرفت نیز متوقف می‌شود. با صیقلی کردن سطح خارجی جسم، جسم مقدار بیشتری از انرژی تابش شده را بازتاب و کمی از آن را جذب می‌کند. بنابراین گزینه (۴) درست است.

A ۱۰۹۴ ۲

دقت کنید دمای هوای کنار یخ از هوای دیگر نقاط جعبه کمتر است و این هوا چگال‌تر بوده و در کف ظرف قرار می‌گیرد و هوای گرم‌تر چگالی کمتری دارد و در قسمت بالایی ظرف قرار می‌گیرد. اگر سطح ABCD را بر داریم، هوای گرم بالای جعبه خارج شده و همرفتی به کندی رخ می‌دهد و یخ دیرتر ذوب می‌شود.

بازی با سوال هوای درون اتاقی در زمستان به وسیله بخاری در حال گرم شدن است. اگر در این اتاق یک در، یک پنجره در دیوار و یک پنجره در سقف وجود داشته باشد، با باز کردن کدام یک اتلاف انرژی گرمایی بیشتری رخ می‌دهد؟

(۲) پنجره روی دیوار

(۱) در

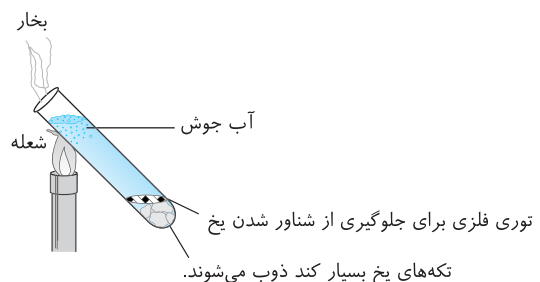
(۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

(۳) پنجره روی سقف

گزینه ۳

A ۱۰۹۵ ۴

دقت کنید شعله سبب گرم شدن آب در قسمت بالای لوله آزمایش شده است و آب گرم دارای چگالی کمتری است و همان بالای لوله قرار می‌گیرد و به پایین حرکت نمی‌کند، زیرا آب در ته لوله سردتر و چگالی آن بیشتر است، بنابراین جریان همرفتی رخ نمی‌دهد. از طرفی انتقال گرما توسط رسانش نیز ناچیز است زیرا آب رسانای خوبی برای گرما نیست. در نتیجه درحالی که آب در بالای لوله در حال جوشیدن است، یخ در پایین لوله به حالت خود باقی می‌ماند.



A ۱۰۹۶ ۴

هر میله‌ای که رسانندگی گرمایی بیشتری داشته باشد، گرما را سریع‌تر از شعله به پارافین و چوب کبریت انتهای میله می‌رساند و پارافین زودتر ذوب می‌شود و چوب کبریت زودتر می‌افتد.

A ۱۰۹۷ ۱

در یک روز تابستانی اگر با لباس تیره به بیرون بروید، کاملاً احساس می‌کنید که به سرعت گرم‌تان می‌شود اما اگر لباس سفید و روشن پوشیده باشید، گرما را کمتر احساس می‌کنید. یعنی اجسام تیره و غیر صیقلی، تابش گرمایی را از اجسام روشن و براق بیشتر دریافت می‌کنند.

قوطی A سیاه رنگ است و تابش گرمایی را بهتر جذب می‌کند، بنابراین سریع‌تر گرم می‌شود و پارافین درون آن زودتر ذوب می‌شود.

۲ ۱۱۰۲ B

قرار است دمای مخلوط آب و یخ 2°C تغییر کند. یک بار از مخلوط گرما می‌گیریم، بنابراین دمای مخلوط از 2°C باید به -2°C برسد اما برای این کار ابتدا باید 2°C به یخ 2°C تبدیل شود و کل یخ (5 g) به دمای -2°C برسد. بار دیگر باید به مخلوط گرما بدهیم تا دمایش از 2°C به 2°C برسد اما این بار ابتدا باید یخ 2°C ذوب شود سپس کل آب 2°C یعنی 5 g آب، باید با دریافت گرما دمایش به 2°C برسد. با رسم طرحواره‌های زیر در هر دو حالت مسئله را حل می‌کنیم.

$\begin{array}{ c } \hline \text{آب } 2^{\circ}\text{C} \\ \hline \end{array} \xrightarrow{Q_1} \begin{array}{ c } \hline \text{یخ } 2^{\circ}\text{C} \\ \hline \end{array}$	$ Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 $ $ Q_{\text{کل}} = 0.2 \times 336000 + 0.5 \times 2100 \times 2$ $= 67200 + 2100 = 69300 \text{ J}$
$\begin{array}{ c } \hline \text{یخ } 5\text{ g} \\ \hline \end{array} \xrightarrow{Q_2} \begin{array}{ c } \hline \text{یخ } -2^{\circ}\text{C} \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{ c } \hline \text{یخ } 3^{\circ}\text{C} \\ \hline \end{array} \xrightarrow{Q'_1} \begin{array}{ c } \hline \text{آب } 3^{\circ}\text{C} \\ \hline \end{array}$	$Q'_{\text{کل}} = 0.3 \times 336000 + 0.5 \times 4200 \times 2$ $= 100800 + 4200 = 105000 \text{ J}$
$\begin{array}{ c } \hline \text{آب } 5\text{ g} \\ \hline \end{array} \xrightarrow{Q'_2} \begin{array}{ c } \hline \text{آب } 1^{\circ}\text{C} \\ \hline \end{array}$	
$\frac{Q_{\text{کل}}}{Q'_{\text{کل}}} = \frac{69300}{105000} = \frac{231}{350} = \frac{33}{50}$	

۲ ۱۱۰۳ B

خط فکری می‌خواهیم در آخر کار تنها آب داشته باشیم، اما می‌شود هم آب در دمای 2°C داشت یعنی آنقدر گرما داده باشیم که تمام یخ به آب 2°C تبدیل شده باشد (کمینه گرما) و هم می‌توان آب در دمای 10°C داشت یعنی آنقدر گرما داده باشیم که تمام یخ به آب 10°C تبدیل شود (بیشینه گرما).
۱ کمترین گرما برای حالتی است که تمام یخ 10°C دمایش به یخ 2°C برسد و تمام یخ ذوب‌شده و به آب صفر درجه تبدیل شود.



$$Q_{\min} = mc \Delta\theta + mL_F \xrightarrow{c_{\text{یخ}} = \frac{c_{\text{آب}}}{L_F = 80^{\circ}\text{C}} \rightarrow Q_{\min} = m \times \frac{c_{\text{آب}}}{L_F} \times 10 + m \times 80^{\circ}\text{C} = 85mc}$$

۲ بیشترین گرما برای حالتی است که تمام یخ ذوب شده و دمای آن از 2°C به 10°C برسد:

$$Q_{\max} = Q_{\min} + mc\Delta\theta = 85mc + 100mc = 185mc$$

۳ نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} = \frac{185}{85} = \frac{37}{17}$$

۱ ۱۱۰۴ B

۱ ابتدا با توجه به درصد تغییر طول مس، دمای نهایی مس که دمای تعادل است را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = -0.17 \Rightarrow \alpha \Delta\theta \times 100 = -17 \times 10^{-3} \Rightarrow \Delta\theta = -10^{\circ}\text{C}$$

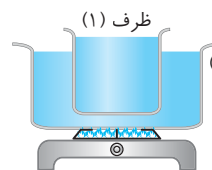
دمای میله 100°C کاهش یافته و دمای آن از 110°C به 100°C رسیده است.

۲ بنابراین دمای آب و یخ در حال تعادل نیز باید به 100°C برسد و گرمای لازم برای ذوب یخ و افزایش دمای آن‌ها از 2°C به 100°C از مس گرفته می‌شود:

$$Q_{\text{افزایش دمای آب و یخ ذوب‌شده}} + Q_{\text{ذوب یخ}} = Q_{\text{مس}} \\ \Rightarrow (m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ ذوب‌شده}})c\Delta\theta + m_{\text{یخ}} L_F = m_{\text{مس}} c_{\text{مس}} \Delta\theta \\ 4 \times 4200 \times (100 - 10) = m \times 336000 + 0.5 \times 4200 \times 10 \\ \Rightarrow 336000m = 147000 \Rightarrow m = 0.4375 \text{ kg} = 437.5 \text{ g}$$

۲ ۱۱۰۰ C

پرسش زیبایی است، اما پاسخ آن را با چند پرسش کلیدی از شما شروع می‌کنیم:
پرسش اول: آیا اگر دمای آب برابر دمای نقطه جوش آن باشد، آب بخار می‌شود؟
پاسخ: خیر، آب در نقطه جوشش هنگامی می‌جوشد و بخار می‌شود که گرما دریافت کند.
پرسش دوم: آیا هنگام جوشیدن آب دمای آن بالا می‌رود؟
پاسخ: در تمام مدت عمل تبخیر و جوشیدن، دمای مایع ثابت و برابر دمای نقطه جوش مایع است.
پرسش سوم: عامل شارش گرما از یک جسم به جسم دیگر چیست؟
پاسخ: عامل شارش گرما اختلاف دمای بین دو جسم است و گرما از جسم با دمای بیشتر به جسم با دمای کمتر شارش می‌کند.



حال که مفاهیم تبادل گرمایی را بررسی کردیم به پاسخ می‌پردازیم. آب درون دو ظرف در حال جوشیدن است و دمای هر دو، دمای نقطه جوش آب یعنی 100°C است. وقتی ظرف (۱) را درون آب ظرف (۲) شناور می‌کنیم، آب درون ظرف (۲) که از اجاق گرما می‌گیرد به جوشیدن ادامه می‌دهد اما دمایش بالا نمی‌رود و دمایش با دمای ظرف (۱) برابر و هر دو 100°C است. از این رو از ظرف (۲) به ظرف (۱) گرمایی منتقل نمی‌شود و آب درون ظرف (۱) با آن که در دمای نقطه جوش است، چون گرمایی دریافت نمی‌کند، از جوشیدن می‌افتد.

۲ ۱۱۰۱ B

جرم یخ را با m_I و جرم آب را با m_W نمایش می‌دهیم. در مرحله اول گرمایی که آب 40°C از دست می‌دهد، صرف ذوب یخ و بالا بردن دمای آن تا 30°C است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_W c \Delta\theta_W = m_I L_F + m_I c \Delta\theta_I \Rightarrow m_W c \times (40 - 30) = m_I L_F + m_I c \times (30 - 0) \\ \Rightarrow 10 m_W c = m_I L_F + 30 m_I c \quad (1)$$

در مرحله دوم مقدار آب موجود در ظرف برابر مجموع جرم آب اولیه (m_W) و جرم یخ اولیه (m_I) است و این مقدار جرم ($m_I + m_W$) دارای دمای 30°C است و وقتی مجدداً مقداری یخ در آن می‌اندازیم، آب به یخ گرما می‌دهد در این صورت گرمایی که یخ جدید دریافت می‌کند برابر گرمایی که $m_I + m_W$ آب از دست می‌دهد است.

$$(m_I + m_W) c \times (30 - \theta_e) = m_I L_F + m_I c (\theta_e - 0) \quad (2)$$

با قرارگیری مجدد یخ در آب دمای مجموعه پایین می‌آید، پس θ_e در حالت دوم از 30°C کمتر است. به سمت راست رابطه‌های (۱) و (۲) دقت کنید. در رابطه (۱)، سمت راست معادله به صورت $m_I L_F + 30 m_I c$ بوده و در رابطه (۲)، سمت راست معادله به صورت $m_I L_F + m_I c \theta_e$ است و چون θ_e کمتر از 30°C است، پس سمت راست معادله (۲) کوچک‌تر از سمت راست معادله (۱) خواهد بود، بنابراین سمت چپ رابطه (۲) نیز از سمت چپ رابطه (۱) کوچک‌تر است.

$$(m_I + m_W) c (30 - \theta_e) < 10 m_W c \Rightarrow (m_I + m_W) (30 - \theta_e) < 10 m_W \\ m_I + m_W \text{ بزرگ‌تر از } m_W \text{ است. از این رو باید } 30 - \theta_e < 10 \Rightarrow \theta_e > 20^{\circ}\text{C}$$

بالا برقرار باشد:

بنابراین θ_e از 30°C کمتر و از 20°C بیشتر است و گزینه (۲) درست است.

میانبر در حالت اول یخ باعث شده که دمای آب از 40°C به 30°C برسد یعنی دمای آن کم شود. اما در حالت دوم همان مقدار یخ 2°C با مقدار بیشتری آب 30°C (مجموع آب و یخ) در تماس قرار می‌گیرد، از این رو اگر چه باز هم دمای آب را کاهش می‌دهد اما نه به اندازه 10°C ، بلکه کمتر از 10°C . بنابراین دمای تعادل نهایی بین 20°C و 30°C است.



۱۱۱۹ B

ابتدا گرمایی را که آب می‌گیرد تا دمایش 100°C شود به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 67/5 \times c \times (100 - 50) = 3375 \text{ J}$$

سپس گرمایی را که بخار 100°C از دست می‌دهد تا به آب 100°C تبدیل شود

$$Q_V = mL_V \Rightarrow Q_V = 10 \times 540^\circ\text{C} \Rightarrow Q_V = 5400^\circ\text{C}$$

حساب می‌کنیم:

$$Q < Q_V, \text{ بنابراین بخشی از بخار آب } 100^\circ\text{C} \text{ با از دست دادن گرما به آب } 100^\circ\text{C}$$

تبدیل می‌شود. از طرفی آب 50°C با دریافت این مقدار گرما به آب 100°C تبدیل می‌شود و در نهایت مقداری بخار آب 100°C موجود در آب 100°C باقی خواهد ماند و دمای تعادل 100°C خواهد بود. برای به دست آوردن جرم بخار آب باقی‌مانده ابتدا جرم بخاری را که به آب تبدیل می‌شود به دست می‌آوریم.

دقت کنید اگر آب 50°C دمایش به 100°C برسد به 3375 J گرما نیاز دارد در حالی که گرمایی که بخار 100°C باید از دست بدهد تا به آب 100°C تبدیل شود 5400°C است، یعنی آب 50°C از بخار گرمایی می‌گیرد و دمایش به 100°C می‌رسد اما در این فرایند تنها به اندازه 3375 J گرما از بخار آب 100°C می‌گیرد و بخشی از بخار آب با این مقدار گرمایی که از دست می‌دهد به آب 100°C تبدیل می‌شود. بنابراین جرم بخاری که به آب 100°C تبدیل شده برابر است با:

$$Q = mL_V \Rightarrow 3375 \text{ J} = m \times 540^\circ\text{C} \Rightarrow m = 6/25 \text{ g}$$

بنابراین جرم بخار آب باقی‌مانده برابر است با:

$$10 - 6/25 = 3/25 \text{ g}$$

۱۱۱۰ B

لایه‌ای پشم‌های پالتو هوا محبوس است که هوا نارسای گرم است و از انتقال گرما از بدن به بیرون جلوگیری می‌کند و گزاره (الف) درست است. سیخ‌های فلزی رساننده گرما هستند، بنابراین گرما را از آب اطراف گرفته و به قسمت میانی سبب‌زمینی منتقل می‌کنند و گزاره (ب) درست است. در یک فر، هوای گرم که چگالی کمتری دارد با توجه به همرفت در قسمت‌های بالایی قرار می‌گیرد و گزاره (پ) درست است. بدنه فلزها از فلز ساخته شده که رساننده گرما هستند و هنگام برخورد دست با آن گرما از تمام نقاط فلز به محل تماس دست شما با فر هجوم می‌آورند و این باعث سوختن دست می‌شود و گزاره (ت) نادرست است.

۱۱۱۱ A

بین آب و یخ تبادل گرمایی صورت می‌گیرد و دمای آب پایین می‌آید، با کاهش دما از 4°C تا 7°C چگالی آب افزایش می‌یابد و آب با چگالی بیشتر (دمای کمتر) در پایین ظرف و در تماس با دماسنج B قرار می‌گیرد. کمترین چگالی آب در دمای 4°C است پس از این با کاهش دما همچنان دما در اطراف دماسنج B همان 4°C باقی می‌ماند اما در بالای ظرف دمای آب از 4°C کوچکتر می‌شود پس گزینه (۳) درست است.

۱۱۱۲ C

شیشه رسانای خوبی نیست پس اگر لیوان ضخیم باشد، جداره داخلی آن گرم شده و منبسط می‌شود، در حالی که جداره خارجی آن هنوز گرمایی دریافت نکرده است و این امر سبب ترک خوردن شیشه می‌شود، پس بهتر است جداره لیوان شیشه‌ای ضخیم نباشد.

۱۱۱۳ B

خط نقره باید جرم کل هوای درون سالن را به دست آوریم، همچنین گرمای کل گسیل شده توسط دانش‌آموزان را حساب کنیم تا بتوانیم افزایش دما را به دست آوریم. ابتدا گرمای حاصل از هر دانش‌آموز را در مدت 50 دقیقه به دست می‌آوریم:

$$Q = Pt \Rightarrow Q = 200 \times 50 \times 60 = 6 \times 10^5 \text{ J}$$

بنابراین گرمای کل تابش شده از 100 دانش‌آموز برابر است با:

$$Q_{\text{کل}} = nQ = 100 \times 6 \times 10^5 = 6 \times 10^7 \text{ J}$$

جرم هوای اتاق را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{اتاق}} = Ah = 1000 \times 3 = 3000 \text{ m}^3, \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{m}{3000} \Rightarrow m = 3000 \text{ kg}$$

با توجه به رابطه گرماسنجی، تغییر دما را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} = \frac{6 \times 10^7}{3 \times 10^3 \times 10^3} = 20^\circ\text{C}$$

۱۱۱۵ B

دقت کنید در سؤال مستقیم گفته نشده که یخ به آب تبدیل شود یا آب به یخ تبدیل شود و شما باید این سؤال را دقیق بخوانید.

دمای تعادل 0°C است که سه حالت داریم:

۱. تمام یخ ذوب شود و به آب 0°C تبدیل شده و دمای نهایی آن 0°C باشد.

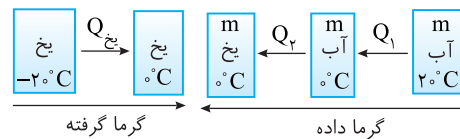
۲. بخشی از یخ ذوب شود یا بخشی از آب یخ بزند و دمای نهایی آن‌ها 0°C باشد.

۳. تمام آب یخ بزند و به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل شده و دمای نهایی 0°C باشد.

چون حداقل یا کمترین مقدار آب در ظرف ریخته شده پس باید حالت سوم رخ دهد:

$$Q_{\text{یخ}} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow 0/1 \times 2100 \times 20 = m \times 4200 \times 20 + m \times 336000$$

$$\frac{4200}{100} \text{ kg} = 10 \text{ kg} \Rightarrow m = 10 \text{ kg} \Rightarrow 10 \text{ m} = 10 \text{ m} \Rightarrow 10 \text{ m} = 10 \text{ m} \Rightarrow 10 \text{ m} = 10 \text{ m}$$



۱۱۱۶ B

با توجه به نمودار در مدت 40 دقیقه دمای یخ از -30°C به -10°C و دمای آب نیز از 40°C به 40°C رسیده چون گرمایی که آب از دست داده برابر گرمایی است که یخ می‌گیرد بنابراین می‌توان نوشت:

$$|Q_{\text{آب}}| = Q_{\text{یخ}} \Rightarrow 0/5 \times 4200 \times 40 = m \times 2100 \times 20 \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

از 40 دقیقه تا 60 دقیقه آب صفر درجه گرما از دست می‌دهد و به یخ تبدیل می‌شود چون آهنگ گرمایی ثابت بوده پس می‌توان نوشت:

$$P = \frac{Q_{\text{آب}}}{t} = \frac{Q_{\text{یخ}}}{t} \Rightarrow \frac{0/5 \times c \times 40}{40 - 60} = \frac{m' \times 80}{20} \Rightarrow m' = 0/125 \text{ kg}$$

بنابراین به اندازه $2/125 = 2/125 \text{ kg}$ یخ درون ظرف باقی می‌ماند.

۱۱۱۷ B

۱. گرمایی که 800 g یخ 0°C دریافت می‌کند تا به آب 0°C تبدیل شود را به دست می‌آوریم.

$$Q_{\text{یخ}} = mL_F \Rightarrow L_F = 336 \text{ J/g} \Rightarrow Q_{\text{یخ}} = 800 \times 336$$

۲. گرمایی که 800 g آب 20°C از دست می‌دهد تا به آب 0°C تبدیل شود را حساب می‌کنیم.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 800 \times 4/2 \times 20 = 800 \times 84$$

۳. مقدار گرمایی که یخ برای ذوب کامل لازم دارد از مقدار گرمایی که آب 20°C می‌تواند از دست بدهد بیشتر است ($Q_{\text{آب}} > Q_{\text{یخ}}$)، بنابراین تمام یخ ذوب نمی‌شود و دمای تعادل 0°C است.

۴. مقدار یخی که ذوب می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$Q_{\text{آب}} = m \times 336 \Rightarrow 800 \times 84 = m \times 336 \Rightarrow m = 200 \text{ g}$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ ذوب شده}} = 200 \text{ g}$$

۵. در نهایت $800 + 200 = 1000 \text{ g}$ آب 0°C و $800 - 200 = 600 \text{ g}$ یخ 0°C باقی خواهد ماند.

۱۱۱۸ B

۱. ابتدا گرمایی را که یخ لازم دارد تا دمایش 0°C شود به دست می‌آوریم:

$$Q_1 = mc\Delta\theta = 50 \times 2/1 \times 40 = 4200 \text{ J}$$

۲. گرمایی که آب 10°C از دست می‌دهد تا دمایش 0°C شود برابر است با:

$$Q_W = mc\Delta\theta = 100 \times 4/2 \times (10 - 0) = -4200 \text{ J}$$

۳. $Q_1 = Q_W$ شده است. بنابراین یخ با دریافت 4200 J گرما از آب دمایش به

0°C رسیده است از طرفی آب 10°C نیز با از دست دادن 4200 J گرما دمایش به 0°C رسیده است، بنابراین در نهایت مخلوطی از آب و یخ با دمای تعادل 0°C داریم و چون یخ

0°C دیگر گرمایی از آب 0°C دریافت نمی‌کند مقدار یخ همچنان 50 g خواهد بود.